

**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**“MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL PROCESO DE
CONGELACIÓN EN ALIMENTOS”**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN INGENIERÍA EN ALIMENTOS

PRESENTA:

BRENDA ROSARIO ZEMPOALTECA APANGO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. IRVING ISRAEL RUIZ LÓPEZ

CO-DIRECTOR DE TESIS:

DRA. ORLENDIA CORTÉS ZAVALA

PUEBLA, PUE., MARZO DE 2024

ÍNDICE GENERAL

	Página
ÍNDICE GENERAL.....	i
ÍNDICE DE TABLAS.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS.....	v
NOMENCLATURA.....	viii
I. ANTECEDENTES.....	1
1.1. Congelación.....	1
1.2. Propiedades térmicas de alimentos en procesos congelación.....	3
1.2.1. Punto de congelación.....	3
1.2.2. Conductividad térmica.....	5
1.2.3. Calor específico.....	7
1.2.4. Densidad.....	8
1.2.5. Difusividad térmica.....	8
1.2.6. Calor latente.....	9
1.3. Importancia de la congelación en alimentos.....	10
1.4. Predicción del tiempo de congelación.....	14
1.4.1. Ecuación de Plank.....	15
1.4.2. Método de Rjutov.....	19
1.4.2. Método de Cleland y Earle.....	20
1.4.3. Método de Pham.....	21

1.4.4. Método de Lacroix.....	23
1.5. Justificación.....	24
1.6. Objetivos.....	25
1.6.1. Objetivo general.....	25
1.6.2. Objetivos específicos.....	25
II. MATERIALES Y MÉTODOS.....	26
2.1. Modelo propuesto para la congelación de alimentos.....	26
2.2. Método de solución.....	30
2.3. Simulación del proceso.....	33
2.4. Procedimiento y ejemplo de cálculo.....	37
2.4.1. Recolección de datos.....	37
2.4.2. Cálculo del coeficiente de transferencia de energía	38
2.4.2.1. Temperatura de película.....	38
2.4.2.2. Cálculo de las propiedades del medio de congelación.....	38
2.4.2.3. Cálculo de los números adimensionales.....	39
2.4.3. Cálculo de la fracción de agua congelada.....	42
2.4.4. Cálculo de las propiedades de los alimentos.....	43
2.4.5. Evaluación de las ecuaciones diferenciales.....	49
2.4.6. Estimación del tiempo de congelación.....	51
2.5. Comparación con datos experimentales.....	52
III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	54
3.1. Simulación de las curvas de congelación.....	54

3.2. Cálculo del tiempo de congelación y comparación con otros métodos.....	59
3.3. Comparación del tiempo de congelación con datos experimentales	61
IV. CONCLUSIONES.....	66
V. REFERENCIAS.....	67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Título	Página
1.1.	Pérdidas típicas de nutrientes debido al procedimiento en comparación con los alimentos crudos.	11
1.2.	Meses de almacenamiento congelado para varios alimentos.	12
1.3.	Temperatura mínima de crecimiento de algunas bacterias en los alimentos.	13
1.4.	Factores geométricos de la ecuación de Plank.	16
2.1.	Principal componente y geometría de los alimentos seleccionados para la simulación del proceso de congelación.	34
2.2.	Dimensiones (cm) de los alimentos seleccionados para la simulación del proceso de congelación.	35
2.3.	Propiedades termofísicas de los componentes alimentarios utilizados en la modelización numérica del proceso de congelación.	36
2.4.	Datos termofísicos de los alimentos seleccionados para la validación experimental del modelo.	53
3.1.	Tiempo de congelación de alimentos con el modelo propuesto y comparación con otros métodos.	60

3.2.	Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carne magra.	62
3.3.	Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de papa.	63
3.4	Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carpa.	64
3.5	Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carne molida.	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Título	Página
1.1.	Diagrama para el desarrollo de la ecuación de Plank.	12
2.1.	Cálculo gráfico del tiempo de congelación a partir de la curva de enfriamiento.	52
3.1.	Figura Simulación de las curvas de congelación de salmón.	55
3.2.	Simulación de las curvas de congelación de manzana.	55
3.3.	Simulación de las curvas de congelación de papa.	56
3.4.	Simulación de las curvas de congelación de uva.	56
3.5.	Simulación de las curvas de congelación de chícharo.	57
3.6.	Simulación de las curvas de congelación de zanahoria.	57
3.7.	Simulación de las curvas de congelación de arenque.	58
3.8.	Simulación de las curvas de congelación de salchicha Frankfurt.	58

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidades
a_w	Actividad de agua	
A	Área de transferencia de calor del alimento	m^2
A_t	Área transversal	m^2
c_p	Calor específico	$kJ/kg/^\circ C$
c_{pf}	Calor específico del producto congelado	$kJ/kg/^\circ C$
$c_{pm,app}$	Calor específico promedio aparente	$kJ/kg/^\circ C$
d	Diámetro o grosor del alimento	m
h	Coeficiente de transferencia de calor	$W/m^2/^\circ C$
H_{esp}	Entalpía específica del producto	kJ/kg
k	Conductividad térmica	$W/m/^\circ C$
k_{fw}	Conductividad térmica del agua congelada	$W/m/^\circ C$
M_w	Masa molar del agua	g/mol
q	Flujo de calor	W
Q	Calor total que se elimina durante la congelación	J
R_g	Constante universal de los gases	$kJ/mol/K$
T	Temperatura	$^\circ C$
T_F	Punto de congelación inicial del alimento	$^\circ C$
T_{FW}	Punto de congelación inicial del agua pura	$^\circ C$
T_z	Temperatura final del producto congelado	$^\circ C$

T_{fm}	Punto medio de congelación que se supone 1.5K por debajo de T_f	°C
t_f	Tiempo de congelación del alimento	S
v	Velocidad del medio de congelación	m/s
V	Volumen del alimento	m ³

Símbolos griegos

α	Difusividad térmica	m ² /s
α_∞	Difusividad térmica del medio de congelación	m ² /s
α_m	Difusividad térmica promedio	m ² /s
$\alpha_{m,app}$	Difusividad térmica aparente promedio	m ² /s
λ	Calor latente de fusión	J/kg
λ^V	Calor latente volumétrico de fusión	J/m ³
α	Difusividad térmica	m ² /s
ρ	Densidad	kg/m ³
ρ_m	Densidad promedio	kg/m ³
ρ_∞	Densidad del medio de congelación	kg/m ³
ρ_f	Densidad del producto congelado	kg/m ³
ΔH	Cambio de entalpía entre temperatura de congelación inicial T_f y la temperatura central final (-10°C)	kJ/kg
ΔH_{ref}	Cambio de entalpía de T_f a T_{ref}	kJ/kg
β	Constante que define el sistema coordenado: rectangular(0), cilíndrico(1) y esférico(2)	

μ	Viscosidad	kg/m/s
-------	------------	--------

Números adimensionales

Bi	Número de Biot
f, j	Factores de Lacroix y Costaigne
N_{st}	Número de Stefan
N_{pk}	Número de Plank
Nu	Número de Nusselt
$P_{Plank},$	Factores geométricos de Plank para esfera, cilindro o
R_{Plank}	placa
Pr	Número de Prandtl
Re	Número de Reynolds

Subíndices

cd	Conducción
cv	Convección
a	Cenizas
c	Carbohidratos
esp	Específico
f	Grasa
F	Producto congelado
h	Hielo

i	Fibra
j	Nodo
L	Producto líquido
m	Promedio
p	Proteína
pc	Etapa: cambio de fase
pre	Etapa: preecongelacion
S	Producto sólido
sub	Etapa: subcongelacion
w	Agua
∞	Relacionado al medio de congelación

I. ANTECEDENTES

1.1. Congelación

La congelación es uno de los primeros pasos de toda la cadena de frío, que desde hace mucho tiempo sirve para la conservación de alimentos, produciendo alimentos nutritivos con una vida de anaquel prolongada. La congelación es un proceso en el que la temperatura del alimento se reduce a una temperatura por debajo de su punto de congelación, y el término congelado se refiere al estado al que se somete el alimento, es decir la temperatura del alimento durante el resto de la cadena de frío. El proceso de congelación de alimentos está conformado por tres etapas, la primera es la de preenfriamiento, la segunda es la transición de fase, y la última es una etapa de posenfriamiento (Yun et al., 2019). El preenfriamiento es una etapa crítica de la congelación, en la cual la temperatura del alimento baja inmediatamente a la temperatura inicial de congelación, hay eliminación de calor sensible y con ello el sobreenfriamiento del agua. El sobreenfriamiento del agua se desarrolla cuando se alcanza la temperatura de nucleación del hielo, lo cual favorece a la formación de cristales de hielo, produciendo un pequeño aumento de temperatura debido a la eliminación de calor latente (Narayana y KrishnaMurthy,1979).

También durante esta etapa se producen dos tipos de transferencias, una transferencia de calor y una transferencia de agua. La transferencia de calor durante el preenfriamiento es conducida por un gradiente de temperatura desde el alimento sólido al medio fluido de congelación, donde el producto en contacto con el aire frío libera energía al medio ambiente, induciendo la transferencia de calor desde el núcleo del producto a la superficie, dando lugar a una transferencia de calor

convectiva hasta alcanzar el cambio de fase. La transferencia de agua se produce porque la concentración de vapor de agua en el aire es menor que la concentración de vapor de agua en la superficie del alimento, debido a la formación de hielo en la superficie del producto (Pham, 2014).

La transición de fase es el núcleo del proceso de congelación porque disminuye la actividad del agua en el alimento, sucede en una amplia gama de temperaturas e inicia después de que la superficie comienza a congelarse. En esta fase el producto es dividido en tres zonas: descongelado, parcialmente congelado y deshidratado. La zona deshidratada se forma cuando el hielo comienza a sublimar de la superficie al entorno. Además, la formación de cristales produce una disminución de agua en el alimento, con una concentración creciente de soluto, produciendo una depresión del punto de congelación. La formación de cristales de solutos origina la liberación de calor latente y con ello un pequeño aumento de temperatura, entonces el alimento alcanza su punto eutéctico, temperatura mínima con la cual se produce la mayor cantidad de cristales de hielo con alto contenido de soluto (Kumar et al., 2020).

En la etapa de posenfriamiento, hay un crecimiento de cristales y el alimento se solidifica completamente (Lamua, 2004). Entonces, el proceso de congelación implica la nucleación y maduración de los cristales de hielo. La nucleación es el paso principal para la creación de hielo porque afecta el tamaño y la forma de los cristales durante la cristalización. La maduración es el crecimiento de los núcleos a un tamaño de cristal específico (Zhao y Takhar, 2017).

1.2. Propiedades térmicas de alimentos en proceso de congelación

Durante el proceso de congelación se produce una transferencia de calor desde el alimento hacia el medio circundante, lo que resulta en una disminución de la temperatura del alimento. La velocidad a la que se produce esta transferencia de calor depende de las propiedades térmicas del alimento.

Las propiedades térmicas de los alimentos se deben conocer para realizar los cálculos de transferencia de calor involucrados para estimar los tiempos del proceso de congelación. Las propiedades de los alimentos se pueden predecir conociendo su composición a partir de modelos matemáticos. Además de las propiedades térmicas, otros factores que afectan la velocidad de congelación incluyen la temperatura de congelación, la forma de los alimentos y la velocidad del flujo de aire en el congelador.

Las propiedades termofísicas a menudo requeridas incluyen la densidad, calor específico, entalpía, conductividad y difusividad térmica.

1.2.1. Punto de congelación

Los alimentos no tienen definido un punto de congelación sino un punto de congelación inicial en el que comienza la cristalización. El punto de congelación inicial es importante para calcular con precisión las propiedades termofísicas y para establecer las condiciones idóneas de almacenamiento de alimentos. En el almacenamiento de alimentos, la temperatura del producto debe sostenerse por arriba de su punto de congelación inicial para evitar daños en la calidad del producto (Pham, 2014).

El punto de congelación es la temperatura en la cual la presión de vapor del líquido es igual a la del cristal sólido. El primer cristal de hielo aparece en la temperatura T_f (temperatura de congelación inicial), temperatura en la cual la presión de vapor de agua de la solución es igual a la del agua pura helada. Cuando la presión del vapor de agua de la solución es menor que la del agua a la misma temperatura, T_f es menor que la temperatura de congelación del agua pura, esta diferencia se denomina depresión del punto de congelación, e incrementa con la concentración molar de la solución. En gráficas la temperatura inicial de congelación es representada como zona de congelación. Cuando la concentración del soluto en una porción no congelada alcanza una cierta cantidad, esa cantidad solidifica como una sustancia pura. A esta fase se le nombra “punto eutéctico” (Berk, 2009).

El comportamiento de congelación de un alimento es diferente al del agua pura debido a la diferencia en su punto de congelación. El agua pura tiene un punto de congelación de 0°C, mayor que el de los alimentos, debido a la cantidad de solutos como ácidos, azúcares y sales presentes en el agua dentro de los mismos. Después de la aparición de los primeros cristales de hielo en el alimento, la solución restante se vuelve más concentrada y su punto de congelación se deprime aún más.

El punto de congelación para soluciones concentradas se puede calcular con la siguiente relación termodinámica:

$$-\ln a_w = \frac{M_w \lambda_f}{R_g} \left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_{FW}} \right) \quad (1.1)$$

donde a_w es la actividad del agua, M_w es la masa molar del agua (18.02 g/mol), R_g es la constante universal de los gases (8.314 kJ/mol/K), λ_F el calor latente de congelación por unidad de masa de agua (334 kJ/kg), T_F el punto de congelación de la solución y T_{FW} el punto de congelación del agua pura (273.15 K). Para soluciones diluidas el cálculo de punto de congelación se realiza aplicando la ley de Raoult.

1.2.2. Conductividad térmica

La conductividad térmica (k) es una medida de la capacidad de un material para conducir calor, que relaciona la tasa de transferencia de calor por conducción con el gradiente de temperatura. La conductividad térmica de un alimento depende de su composición, estructura y temperatura, lo que implica que la conductividad térmica no es la misma para todos los alimentos. Para alimentos porosos, la conductividad térmica además de que depende de su composición también depende de factores como las trayectorias del flujo de calor a través del producto como son la fracción de huecos, forma, tamaño, disposición de espacios vacíos, contenido de flujo en los poros y la homogeneidad del producto. Asimismo, la conductividad térmica de un alimento cambia de acuerdo con su contenido de agua líquida y sólida, ya que la conductividad de sólidos es mayor que la de líquidos. La conductividad térmica del hielo a 0°C es igual a 2.24 W/m/°C, valor aproximadamente cuatro veces mayor que la conductividad térmica del agua líquida (0.614 W/m/°C a 27°C), lo que explica que el proceso de descongelación sea más lento que la congelación, porque en la descongelación, la parte congelada está en

el centro y el calor se conduce a través de la región descongelada, que tiene menor conductividad térmica o mayor resistencia que la del hielo. Igualmente, la conductividad térmica aumenta con el contenido de humedad (Sahin y Sumnu, 2006).

En general, la conductividad térmica varía entre los valores de dos componentes que son el más y el menos conductivo en alimentos, el agua y el aire, la conductividad del agua líquida a 27°C es de 0.614 W/m/°C y la del aire a la misma temperatura es de 0.026 W/m/°C. Los valores de conductividad térmica de los otros componentes alimenticios se encuentran entre estos límites (Pham, 2014).

El siguiente modelo fue propuesto por numerosos investigadores para calcular las conductividades térmicas de componentes alimenticios a partir de la suma de las fracciones volumétricas x_i^v dividida por las conductividades térmicas k_i de los componentes que conforman el alimento (ASHRAE, 2010):

$$k = \sum x_i^v k_i \quad (1.2)$$

donde la fracción de volumétrica se calcula con la Ecuación (1.3).

$$x_i^v = \frac{x_i / \rho_i}{\sum \frac{x_i}{\rho_i}} \quad (1.3)$$

1.2.3. Calor específico

El calor específico es la cantidad de calor que gana o pierde una unidad de masa para cambiar una unidad de temperatura sin ocasionar un cambio de fase. En el diseño de procesos de alimentos es necesario tener los valores de calor específico de los alimentos debido a que es una parte esencial del análisis térmico del proceso del producto. Para una sustancia pura, el calor específico depende de la temperatura. Para un alimento, al ser una mezcla, el calor específico depende de su composición, principalmente de su contenido de agua. Por lo tanto, algunos de los modelos más conocidos para calcular el calor específico de alimentos incluyen esta variable en su formulación. Por ejemplo, la Ecuación (1.4) se emplea para calcular el calor específico de productos como vegetales, pastas y jugo de frutas. En cambio, la Ecuación (1.5) se emplea para alimentos con temperatura por debajo de su punto de congelación (Sahin y Sumnu, 2006).

$$c_p = 0.837 + 3.349x_w \quad (1.4)$$

$$c_p = 0.837 + 1.256x_h \quad (1.5)$$

donde c_p es el calor específico, x_w es la fracción másica del agua y x_h es la fracción másica del hielo. Se puede observar que si $x_w = 1$ y $x_h = 1$ entonces los c_p son iguales a 4.186 y 2.093 J/kg/°C, valores correspondientes a los del agua y hielo, respectivamente. Se puede verificar que el calor específico de un alimento congelado es alrededor de la mitad del de uno no congelado. En alimentos congelados el valor de calor específico disminuye a medida que desciende la

temperatura y para alimentos no congelados el valor de calor específico aumenta de 0 a 20 °C (ASHRAE, 2010).

1.2.4. Densidad

Para calcular la densidad de alimentos se requiere del conocimiento de la porosidad del producto, así como de la fracción másica y densidad de sus componentes. La densidad de un alimento congelado es ligeramente menor en relación con su estado no congelado porque la densidad del agua congelada es menor que la del agua líquida: a una temperatura de 0°C el agua tiene una densidad de 999.8 kg/m³ mientras que el hielo en el rango de temperatura de congelación tiene una densidad de 920 kg/m³. No obstante, las diferencias finales en densidad son mínimas, por lo que estos cambios pueden considerarse despreciables para fines prácticos (Smith, 2002). La densidad ρ de los alimentos se puede calcular con la Ecuación (1.6).

$$\rho = \left(\sum \frac{x_i}{\rho_i} \right)^{-1} \quad (1.6)$$

donde x_i es la fracción másica y ρ_i es la densidad del componente alimenticio.

1.2.5. Difusividad térmica

La difusividad térmica (α) es una propiedad física que mide la capacidad de un material para administrar energía térmica en relación con su capacidad de almacenarla. La difusividad térmica es una relación que implica la densidad (ρ), calor específico (c_p) y conductividad térmica (k) (Berk, 2009):

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (1.7)$$

La difusividad térmica es independiente de la temperatura para valores de temperatura por arriba de la temperatura de congelación; sin embargo, en el punto de congelación hay un cambio abrupto en su valor debido al cambio que sufren la conductividad térmica y calor específico del agua cuando cambia de fase, y conforme la temperatura baja, la difusividad térmica aumenta rápidamente (Smith, 2003). De acuerdo con la información presentada para la conductividad térmica y calor específico, la difusividad térmica de un alimento congelado sería alrededor de 6 veces la de su estado no congelado.

1.2.6. Calor latente

El calor latente es la cantidad de calor absorbido o liberado en una temperatura específica, cuando la unidad de masa de un material es transformada de un estado a otro. El agua pura se congela a 0°C y su calor latente de fusión es 343.2 kJ/kg. Durante la temperatura de congelación del agua el calor es removido debido al cambio de fase. El sólido contenido en los alimentos es disuelto y asociado con el contenido de agua, por ello, el punto de congelación del agua baja debido a que todo el contenido de agua se congela en un rango de temperatura determinada. La composición del alimento influye en la efectividad del calor latente, obteniendo un valor total aproximado multiplicando el calor latente del agua por la fracción de masa de agua en el alimento.

El calor latente se estima con la Ecuación (1.8), donde Q es la cantidad de calor absorbido o liberado y m es la unidad de masa del alimento.

$$\lambda = \frac{Q}{m} \quad (1.8)$$

1.3. Importancia de la congelación en alimentos

En los últimos años la congelación se ha utilizado ampliamente en la industria de alimentos, debido al perfil cambiante del consumidor. Se espera que el mercado mundial de alimentos congelados para 2022 rebase los 307,330 millones de USD (Zhao and Takhar, 2017).

En la congelación, se implementa el efecto combinado de temperatura y niveles reducidos de humedad que da como resultados una mayor calidad de los alimentos congelados y, por lo tanto, asegura una vida útil exacerbada. Los investigadores han experimentado con algunos efectos de la congelación en la vida útil de los alimentos. Aquí se analizan algunos ejemplos de los efectos positivos sobre la vida útil de los alimentos.

Preservación de la calidad. La congelación ayuda a mantener la calidad de los alimentos al detener el crecimiento de microorganismos que pueden dañar la comida. Además, al congelar los alimentos, se preserva el sabor, la textura el aroma y el valor nutricional de los alimentos. Para ser más específicos, la **Tabla 1.1** muestra el valor promedio de degradación de los valores nutricionales de los alimentos durante diferentes procesos alimentarios, incluidos el secado, la cocción,

el recalentamiento y la congelación, donde la congelación presenta menos porcentaje de pérdidas de nutrientes (Joardder y Masud, 2019).

Tabla 1.1. Pérdidas típicas de nutrientes debido al procesamiento en comparación con los alimentos crudos (Joardder y Masud, 2000).

Componente	Congelación (%)	Secado (%)	Cocción (%)	Recalentado (%)
Vitaminas				
Vitamina A	5	50	25	10
Vitamina C	30	80	50	50
Vitamina B6	0	10	50	45
Minerales				
Calcio	5	0	20	0
Sodio	10	0	30	0
Potasio	0	0	25	0

Mayor duración de almacenamiento. La congelación permite una mayor duración de almacenamiento de los alimentos. Los alimentos congelados pueden ser almacenados durante meses e incluso años, lo que significa que los alimentos pueden estar disponibles durante todo el año, incluso fuera de la temporada de producción. La **Tabla 1.2** muestra el tiempo de almacenamiento recomendado para numerosos productos alimenticios congelados a diferentes temperaturas.

Tabla 1.2. Meses de almacenamiento congelado para varios alimentos (Joardder y Masud, 2019).

Alimento	Temperatura de almacenamiento en congelación		
	-12°C	-18°C	-24°C
Papas	9	24	>24
Fresas	5	25	>24
Zanahorias	10	18	>24
Camarones	2	5	>9
Carne de Cerdo	6	10	15
Pollo	9	18	>24

Ahorro de dinero. La congelación puede ayudar a ahorrar dinero al permitir a los consumidores comprar alimentos en grandes cantidades cuando están en temporada o están en oferta, y luego almacenarlos para su consumo posterior.

Reducción del desperdicio de alimentos. La congelación puede ayudar a reducir el desperdicio de alimentos al permitir a los consumidores almacenar los alimentos que no se consumen inmediatamente para su consumo posterior.

Seguridad alimentaria. La congelación puede ayudar a garantizar la seguridad alimentaria al disminuir el crecimiento de bacterias que pueden causar enfermedades transmitidas por los alimentos, debido a que los rangos de temperatura de congelación alcanzan la temperatura mínima de crecimiento de

algunas bacterias en los alimentos, como lo representa la **Tabla 1.3** (ASHRAE, 2010).

Tabla 1.3. Temperatura mínima de crecimiento de algunas bacterias en los alimentos (ASHRAE, 2010).

Organismos	Posible efecto	Temperatura mínima aproximada de crecimiento (°C)
Estafilococo aureus	Enfermedad transmitida por alimentos	10
Salmonella spp.	Enfermedad transmitida por alimentos	5.5
Clostridium botulinum		
Proteolítico	Enfermedad transmitida por alimentos	10
No proteolítico		
Lactobacillus y Leuconostoc	Deterioro de carnes frescas y curadas	38
Listeria monocytogenes	Enfermedad transmitida por alimentos	0
Acinetobacter spp.	Deterioro de los alimentos precocinados	-1.1
Pseudomonas	Deterioro de pescado crudo, carnes, aves y productos lácteos	-1.1

1.4. Predicción del tiempo de congelación

Para que las operaciones de congelación sean rentables, es necesario diseñar de manera óptima el equipo de refrigeración. Esto requiere una estimación de los tiempos de congelación de los alimentos. El conocimiento del tiempo de congelación de un alimento es de gran importancia para el diseño del proceso ya que puede convertirse directamente en el tiempo de residencia del producto en el equipo de congelación.

Para poder calcular el tiempo de congelación y la carga de calor, primero debemos determinar los parámetros físicos. Estos parámetros se clasifican en dos grupos: propiedades físicas de los alimentos y factores ambientales. Los factores ambientales son la temperatura ambiental y el coeficiente de transferencia de calor. Las propiedades físicas de los alimentos son el punto de congelación, la entalpía, calor específico, densidad y la conductividad térmica. La entalpía, calor específico, densidad y conductividad térmica son los cuatro parámetros que son funciones de temperatura y suelen hacer un gran cambio alrededor del punto de congelación como se describió en la sección pasada.

Se han propuesto varios modelos en la literatura para predecir los tiempos de congelación. El método primordial que se describe primero para la estimación del tiempo de congelación es el de Plank, y es seguido de métodos que se basan en modificaciones de la ecuación de Plank (ASHRAE, 2010).

1.4.1. Ecuación de Plank

Este modelo propuesto por Plank en 1913, se derivó a partir de un balance de energía y es una de los más populares para calcular el tiempo de congelación. Para explicar el modelo, Plank consideró una placa infinita constituida por agua pura, con una temperatura inicial igual al del punto de congelación inicial del material T_f (0°C). También consideró una transferencia de calor unidimensional y que el sólido está inmerso en un medio de congelación (aire a baja temperatura).

Durante la congelación del producto se forman tres capas: dos capas congeladas (de grosor x) y una capa en medio de ellas sin congelar (de grosor $a - 2x$) donde un frente en movimiento separa las regiones congelada y no congelada (**Figura 1.1**). Cuando el agua se convierte en hielo en el frente en movimiento se genera calor latente de fusión, λ . Este calor latente se debe transferir a través de la capa congelada al medio exterior de congelación. En el sólido, la transferencia de calor se verifica por un mecanismo de conducción. Por lo tanto, el flujo de calor en el sólido (q_s , W) se puede representar como

$$q_s = A \frac{k_h}{x} (T_{sup} - T_F) \quad (1.9)$$

donde A es el área de transferencia (m^2), k_h es la conductividad térmica del hielo (agua congelada) ($\text{W/m/}^{\circ}\text{C}$) y T_{sup} es la temperatura en la superficie de contacto sólido-fluido ($^{\circ}\text{C}$). De forma similar, el flujo de calor en el fluido (q_l , W) está dado por

$$q_l = Ah(T_\infty - T_{sup}) \quad (1.10)$$

en la que h es un coeficiente de transferencia de energía por convección ($\text{W/m}^2/^\circ\text{C}$) y T_∞ es la temperatura del medio de congelación ($^\circ\text{C}$).

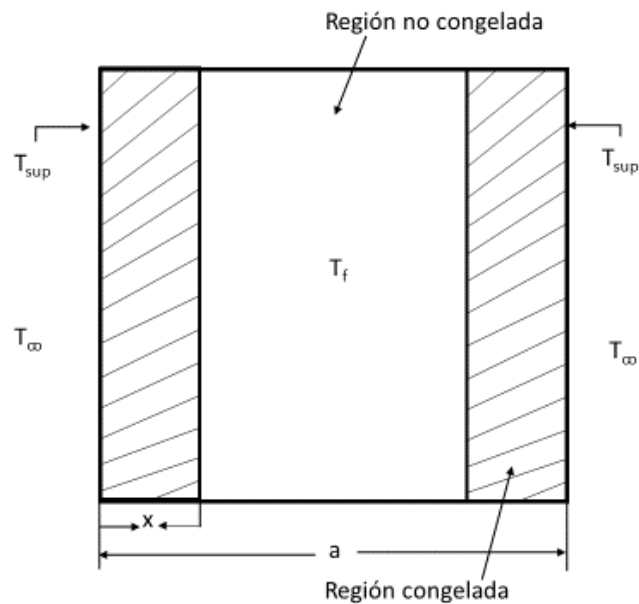


Figura 1.4. Diagrama para el desarrollo de la ecuación de Plank. Adaptado de Sun (2011).

Las ecuaciones anteriores se pueden combinar para obtener el flujo calor (q , W) entre el frente en movimiento y el medio de congelación.

$$q = AU(T_F - T_\infty) \quad (1.11)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{x}{k_h}} \quad (1.12)$$

donde U es un coeficiente global de transporte de energía ($\text{W/m}^2/^\circ\text{C}$) que considera tanto la conducción en el sólido como la transferencia por convección en el medio externo. El frente en movimiento avanza a una velocidad dx/dt y el calor generado es el calor latente de fusión λ (J/kg). De esta forma, el calor generado por el cambio de fase del agua e

$$q = A\lambda\rho_h \frac{dx}{dt} \quad (1.13)$$

donde ρ_h es la densidad del hielo (kg/m^3). Las Ecuaciones (1.11), (1.12) y (1.13) se pueden combinar para dar

$$\frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{x}{k_h}} (T_F - T_\infty) = \lambda\rho_h \frac{dx}{dt} \quad (1.14)$$

La Ecuación (1.14) se puede resolver por separación de variables

$$\int_0^{t_F} dt = \frac{\lambda\rho_h}{(T_\infty - T_F)} \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\frac{1}{h} + \frac{x}{k_h} \right) dx \quad (1.15)$$

donde el límite $a/2$ corresponde al centro de la placa. El resultado final es

$$t_F = \frac{\lambda\rho_h}{(T_\infty - T_F)} \left[\frac{a}{2h} + \frac{a^2}{8k_h} \right] \quad (1.16)$$

Un desarrollo similar se puede realizar para un cilindro infinito o una esfera. Para un alimento con alto contenido de humedad, las propiedades del agua congelada se reemplazan con las del alimento. La ecuación de Plank tiene la forma general (ASHRAE, 2010):

$$t_F = \frac{\rho_h \lambda}{T_F - T_\infty} \left(\frac{P_{Plank} a}{h} + \frac{R_{Plank} a^2}{k_h} \right) \quad (1.17)$$

donde a es el diámetro/grosor del alimento (m). Los parámetros P_{Plank} y R_{Plank} son usados para considerar la influencia de la forma del alimento (**Tabla 1.1**).

La ecuación de Plank predice que el tiempo de congelación aumenta con el aumento de la densidad, mientras que este se reduce con aumentos en el gradiente de temperatura, el coeficiente convectivo de transferencia de calor y la conductividad térmica del producto congelado (ASHRAE, 2010).

Tabla 1.1. Factores geométricos de la ecuación de Plank (López-Leiva y Hallström, 2003).

Geometría	P_{Plank}	R_{Plank}	Transferencia de calor
Placa infinita	1/2	1/8	Ambos lados
Cilindro (longitud=radio)	1/6	1/24	De todos lados
Cilindro infinito	1/4	1/16	Radial
Esfera	1/6	1/24	Radial
Cubo	1/6	1/24	De todos lados

1.4.2. Método de Rjutov

El método precede el método de Plank y se desarrolló en 1936 (López-Leiva y Hallström, 2003). Este método es útil para geometrías regulares como son la esfera, cubo, cilindro y placa plana. El tiempo de congelación está dado por:

$$t_F = \frac{\rho_F \Delta H}{(T_F - T_\infty)} \frac{V}{A} \left(\frac{1}{h} + \frac{d}{4k_F} \right) \quad (1.18)$$

donde ΔH es el cambio de entalpía entre el punto de congelación inicial T_F y la temperatura central final que se toma con un valor de -10°C , T_∞ temperatura del medio de congelación ($^\circ\text{C}$), ρ_F y k_F son la densidad (kg/m^3) y conductividad térmica ($\text{W/m}^\circ\text{C}$) del alimento congelado, respectivamente, V es el volumen del alimento (m^3), d es el espesor de la muestra (m), h es el coeficiente de transferencia de calor

(W/m²/°C) y A es el área de transferencia de calor del alimento (m²). La Ecuación (1.19) se puede expresar en términos del número de Biot, que relaciona la transferencia de calor por conducción dentro del alimento y la transferencia de calor por convección en su superficie, quedando de la siguiente manera (Becker, 1999):

$$t_F = \frac{Q}{hA(T_F - T_\infty)} \left(1 + \frac{Bi}{4}\right) \quad (1.19)$$

donde Q es el calor total que se elimina durante la congelación (J) y Bi es el número de Biot (hd/k) (López-leiva y Hallström, 2003).

1.4.3. Método de Cleland y Earle

El método de Cleland y Earle se desarrolló teniendo como base la ecuación de Plank. A diferencia del método de Plank, este método tiene en cuenta los periodos de preenfriamiento y subenfriamiento y una entalpía total resultado del cambio de la temperatura inicial y final del proceso de congelación (López-Leiva, 2002). La expresión para calcular el tiempo de congelación con este método es la siguiente:

$$t_F = \frac{\rho_F \Delta H}{(T_F - T_\infty)} \left[\frac{P_{CE} A_t}{h} + \frac{R_{CE} A_t^2}{k_F} \right] \left(1 - \frac{1.65 N_{Ste}}{k_F} \ln \ln \left[\frac{T_z - T_\infty}{T_{ref} - T_\infty} \right] \right) \quad (1.20)$$

donde ΔH es el cambio de entalpía (J/kg) entre la temperatura inicial de congelación T_F y la temperatura de referencia T_{ref} (°C), A_t es el área transversal (m²) más pequeña que incorpora d (dimensión característica, radio o espesor de cilindro,

esfera o placa, respectivamente), ρ_F es la densidad del alimento congelado (kg/m^3), T_z es la temperatura final del producto congelado ($^{\circ}\text{C}$), k_F es la conductividad térmica del producto congelado ($\text{W/m}^{\circ}\text{C}$) y P_{CE} y R_{CE} son parámetros geométricos en términos de los números adimensionales de Stefan (N_{St}) y de Plank (N_{Pk}) (ASHRAE, 2010; Kiani y Sun, 2012):

$$N_{St} = \frac{c_{PF}(T_F - T_{\infty})}{\Delta H_{ref}} \quad (1.21)$$

$$N_{Pk} = \frac{c_{PU}(T_0 - T_F)}{\Delta H_{ref}} \quad (1.22)$$

donde T_0 es la temperatura inicial del alimento ($^{\circ}\text{C}$), c_{PF} es el calor específico del producto congelado ($\text{J/kg}^{\circ}\text{C}$) y c_{PU} es el calor específico del alimento no congelado ($\text{J/kg}^{\circ}\text{C}$). Las siguientes expresiones para P_{CE} y R_{CE} son válidas en el rango $0.15 \leq N_{St} \leq 0.35$, $0 \leq N_{Pk} \leq 0.55$ y $0.2 \leq Bi \leq 0.20$:

$$P_{CE} = 0.5[1.026 + 0.5808N_{Pk} + N_{St}(0.2296N_{Pk} + 0.105)] \quad (1.23)$$

$$R_{CE} = 0.125[1.202 + N_{St}(3.410N_{Pk} + 0.7336)] \quad (1.24)$$

donde Bi es el número de Biot ($Bi = hd/k_F$).

1.4.4. Método de Pham

Siendo comparable al método de Rjutov, este método fue desarrollado en 1984, a partir de modificaciones al método de Plank.

$$t_F = \frac{Q}{hA(T_F - T_a)} \left(1 + \frac{Bi_s}{4}\right) \quad (1.25)$$

$$t_{pre} = \frac{Q_{pre}}{hA\Delta T_{mpre}} \left(1 + \frac{Bi_{pre}}{6}\right) \quad (1.26)$$

$$t_{pc} = \frac{Q_{pc}}{hA(T_{Fm} - T_a)} \left(1 + \frac{Bi_s}{ki}\right) \quad (1.27)$$

$$t_{sub} = \frac{Q_{sub}}{hA\Delta T_{msub}} \left(1 + \frac{Bi_{sub}}{6}\right) \quad (1.28)$$

donde ΔT_{mpre} y ΔT_{msub} son las correspondientes fuerzas impulsoras de la temperatura media logarítmica, t_F , t_{pre} , t_{pc} y t_{sub} son los tiempos de congelación total, tiempo de preenfriamiento, tiempo de cambio de fase y tiempo de subenfriamiento (s), respectivamente, T_{Fm} , T_F y T_∞ es el punto de congelación que se supone 1.5°C por debajo del punto de congelación, el punto de congelación y la temperatura del medio de congelación (°C), respectivamente, A es el área de transferencia de calor del cuerpo (m²). Q , Q_{pre} , Q_{pc} y Q_{sub} son el calor total que se elimina durante toda la congelación, durante la preecongelación, durante el cambio de fase y durante la subcongelación (J); Bi es el número de Biot, que se define de la siguiente forma (López-Leiva y Hallström, 2003):

$$Bi_{sub} = Bi_s \quad (1.29)$$

$$Bi_{pre} = \frac{Bi_s + Bi_L}{2} \quad (1.30)$$

donde Bi_L se refiere al estado descongelado.

1.4.5. Método de Lacroix

Lacroix y Castaigne propusieron el uso de los factores f y j fundamentados en la pendiente e intercepción de la temperatura de los alimentos en función del tiempo, para determinar los tiempos de preenfriamiento y subenfriamiento de los alimentos. El método sugiere las siguientes ecuaciones para calcular el tiempo de preenfriamiento (1.31) y subenfriamiento (1.32):

$$t_{pre} = f_{pre} \log \log \left[j_{pre} \frac{T_{\infty} - T_0}{T_{\infty} - T_F} \right] \quad (1.31)$$

$$t_{sub} = f_{sub} \log \log \left[j_{sub} \frac{T_{\infty} - T_F}{T_{\infty} - T_{ce}} \right] \quad (1.32)$$

donde T_{ce} es la temperatura final en el centro del alimento (°C) y los factores f_{pre} , f_{sub} , j_{pre} y j_{sub} se determinan calculando el número de Biot. Para calcular el tiempo de cambio de fase t_{pc} , Lacroix y Castaigne propusieron utilizar la ecuación de Plank (1.33), a excepción del uso de los factores de Plank P_{Plank} y R_{Plank} que serían distintos para este método, esto debido a un ajuste que permite obtener tiempos de congelación con mayor similitud a los datos experimentales, de manera que para geometría plana, $P_{LC} = 0.51233$ y $R_{LC} = 0.15396$; para esfera, $P_{LC} = 0.27553$ y $R_{LC} = 0.07212$; y para cilindro, $P_{LC} = 0.19665$ y $R_{LC} = 0.03939$ (Fricke y Becker, 2001).

$$t_{pc} = \frac{\lambda^v d^2}{(T_F - T_{F2})k_f} \left(\frac{P_{LC}}{2Bi_c} + R_{LC} \right) \quad (1.33)$$

donde λ^v es el calor latente volumétrico de fusión del alimento (J/m^3), d es el espesor de la placa o diámetro de la esfera o cilindro (m), k_F es la conductividad térmica del alimento congelado evaluada en $(T_F + T_\infty)/2$, y Bi es el número de Biot en el periodo de subenfriamiento ($Bi = hd/k_F$) (ASHRAE, 2010).

1.5. Justificación

En la industria de alimentos, los productos congelados serán la próxima generación de alimentos precocinados con más importancia en la industria y uno de los procesos térmicos más utilizados en la conservación de alimentos. Sin embargo, para que las operaciones de congelación de alimentos sean rentables, es necesario diseñar de manera óptima el equipo de refrigeración para adaptarse a los requisitos específicos de la aplicación de congelación de cada alimento en particular. El diseño del equipo de refrigeración requiere una estimación precisa de los tiempos de congelación de los alimentos (Fricke y Becker, 2001).

Una de las inquietudes en la congelación de alimentos es eliminar una de las razones que causan daño por congelación a la textura y a las propiedades sensoriales de los alimentos, como es la aplicación de tiempos de procesamiento incorrectos. De esta forma, es importante predecir con exactitud los tiempos de almacenamiento de los alimentos en los congeladores, para mantener la calidad de los productos, y para hacer estimaciones económicas y técnicas para tratar de calcular la producción, asimismo, para elegir, diseñar y ajustar adecuadamente

equipos de congelación o plantas frigoríficas, y de este modo, obtener el mejor resultado de congelación posible (Singh y Heldman, 2009). En la actualidad existen varios procedimientos para predecir el tiempo de congelación de alimentos; sin embargo, se realizan diferentes simplificaciones en su desarrollo que pueden llevar a cálculos incorrectos. De esta forma las simulaciones computacionales del proceso de congelación se pueden usar para mejorar las estimaciones hechas.

1.6. Objetivos

1.6.1 General

Desarrollar un modelo matemático que describa de forma detallada el proceso de congelación de alimentos.

1.6.2 Específicos

1. Formular un modelo de transferencia de calor unidimensional para describir los cambios de temperatura y fracción de agua líquida/hielo en alimentos con forma de placa, cilindro infinito y esfera.
2. Proponer e implementar el método de solución del modelo desarrollado.
3. Examinar el comportamiento térmico y de cambio de fase del agua con el modelo propuesto, así como realizar una comparación del tiempo de congelación con otros métodos de literatura.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

El desarrollo del proyecto se realizó siguiendo una metodología dividida en cuatro etapas:

1. Formulación del modelo.
2. Planteamiento de un método de solución del modelo.
3. Simulación del proceso.
4. Comparación de resultados obtenidos con otros métodos.

Estas etapas se describen a continuación.

2.1. Modelo propuesto para la congelación de alimentos

La transferencia de calor en el alimento durante el proceso de congelación se describió por medio de un modelo de conducción unidimensional considerado un sólido homogéneo e isotrópico:

$$\frac{\partial(\rho_m H_{esp})}{\partial t} = \frac{1}{u^\beta} \frac{\partial}{\partial u} \left(k_m u^\beta \frac{\partial T}{\partial u} \right) \quad (2.1)$$

donde ρ_m es la densidad del alimento (kg/m^3), H_{esp} es la entalpía específica (kJ/kg), k_m es la conductividad térmica del alimento ($\text{W/m/}^\circ\text{C}$), T es la temperatura ($^\circ\text{C}$), u representa a la coordenada ($u = z$ para coordenadas rectangulares y $u = r$ para un sistema coordenado cilíndrico y esférico) en la que existe el transporte de energía y β toma los valores 0, 1 y 2 en los sistemas coordenados rectangular, cilíndrico y esférico, respectivamente. Aquí, homogéneo significa que el alimento tiene la

misma estructura y composición en todo su volumen. Por otra parte, isotrópico significa que sus propiedades térmicas son iguales en cualquier dirección.

La entalpía específica (H_{esp}) se desarrolla como

$$H_{esp} = x_s H_{esp,s} + x_w H_{esp,w} + x_h H_{esp,h} \quad (2.2)$$

donde x_j y H_j son la fracción másica (kg j /kg producto) y entalpía específica (kJ/kg j) del componente j , y los subíndices s , w y h se refieren a los sólidos (proteína + grasa + carbohidratos + fibra + cenizas), agua líquida y hielo, respectivamente.

Para los sólidos y el agua ($j = s, w$), la entalpía específica se desarrolla como:

$$H_j = c_{pj}(T - T_{ref}) \quad (2.3)$$

donde T_{ref} se refiere a una temperatura de referencia. En cambio, la entalpía específica del hielo es:

$$H_{esp,h} = c_{ph}(T - T_{ref}) + \lambda \quad (2.4)$$

donde λ es el calor latente de fusión del hielo (kJ/kg). Sustituyendo las Ecuaciones (2.3) y (2.4) en la (2.2) se obtiene

$$H_{esp} = x_s c_{ps}(T - T_{ref}) + x_w c_{pw}(T - T_{ref}) + x_h c_{ph}(T - T_{ref}) + x_h \lambda \quad (2.5)$$

Para una T_{ref} de 0°C, la Ecuación (2.5) se reduce a

$$H_{esp} = c_{pm}T + x_h\lambda \quad (2.6)$$

donde c_{pm} es el calor específico promedio (kJ/kg/°C) definido como

$$c_{pm} = x_s c_{ps} + x_w c_{pw} + x_h c_{ph} \quad (2.7)$$

La Ecuación (2.6) se puede sustituir en la (2.1) para dar

$$\frac{\partial(\rho_m c_{pm} T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m x_h \lambda)}{\partial t} = \frac{1}{u^\beta} \frac{\partial}{\partial u} \left(k_m u^\beta \frac{\partial T}{\partial u} \right) \quad (2.8)$$

Si se consideran que ρ_m , c_{pm} , k_m y λ son constantes, entonces,

$$\rho_m c_{pm} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_m \lambda \frac{\partial x_h}{\partial t} = \frac{k_m}{u^\beta} \frac{\partial}{\partial u} \left(u^\beta \frac{\partial T}{\partial u} \right) \quad (2.9)$$

La derivada temporal de la fracción másica del hielo se puede desarrollar con la regla de la cadena

$$\frac{\partial x_h}{\partial t} = \frac{\partial x_h}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10)$$

Sustituyendo la Ecuación (2.10) en la (2.9) se llega a

$$\rho_m C_{Pm,app} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_m}{u^\beta} \frac{\partial}{\partial u} \left(u^\beta \frac{\partial T}{\partial u} \right) \quad (2.11)$$

donde $C_{Pm,app}$ es el calor específico aparente promedio:

$$C_{Pm,app} = C_{Pm} + \lambda \frac{\partial x_h}{\partial T} \quad (2.12)$$

Finalmente, el modelo (2.11) se puede escribir

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha_{m,app}}{u^\beta} \frac{\partial}{\partial u} \left(u^\beta \frac{\partial T}{\partial u} \right) \quad (2.13)$$

donde $\alpha_{m,app}$ es la difusividad térmica aparente promedio del alimento.

$$\alpha_{m,app} = \frac{k_m}{\rho_m C_{Pm,app}} \quad (2.14)$$

La Ecuación (2.13) habitualmente se resuelve con una condición de frontera convectiva en la superficie del sólido

$$-k_m \frac{\partial T}{\partial u} = h (T - T_\infty) \quad (2.15)$$

donde h es un coeficiente de transporte de energía por convección ($W/m^2/^\circ C$) y T_∞ es la temperatura del medio de enfriamiento ($^\circ C$). La Ecuación (2.15) expresa que la cantidad de calor transferida por un mecanismo de convección al medio de enfriamiento que rodea al sólido es igual a la que se dirige desde el interior hacia la superficie del sólido por conducción. En el centro del producto se puede considerar la siguiente condición de simetría:

$$\frac{\partial T}{\partial u} = 0 \quad (2.16)$$

2.2. Método de solución

La Ecuación (2.13) se puede desarrollar para su solución como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha_{m,app}}{u^\beta} \left(u^\beta \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right) + \frac{\partial T}{\partial u} (\beta u^{\beta-1}) \right) = \alpha_{m,app} \frac{\partial^2 T}{\partial u^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app}}{u} \frac{\partial T}{\partial u} \quad (2.17)$$

La solución de la Ecuación (2.17) se realizó por medio del método de líneas donde la ecuación original en derivadas parciales se transforma en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. En este método el volumen del alimento se divide en varias secciones delimitadas por N nodos igualmente espaciados donde la primera y segunda derivada espacial de T se puede desarrollar en un nodo j como:

$$\frac{\partial T_j}{\partial u} = \frac{T_{j+1} - T_{j-1}}{2\Delta u} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial u^2} = \frac{T_{j+1} - 2T_j + T_{j-1}}{(\Delta u)^2} \quad (2.19)$$

donde Δu representa la distancia entre los nodos:

$$\Delta u = \frac{d_{cd}}{N - 1} \quad (2.20)$$

donde d_{cd} es la longitud característica de conducción (m), igual al medio espesor de una placa o al radio de un cilindro o una esfera. Por lo tanto, la sustitución de las Ecuaciones (2.18) y (2.19) en la (2.17) produce (para $j = 1, \dots, N$):

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha_{m,appj} \frac{T_{j+1} - 2T_j + T_{j-1}}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,appj}}{u_j} \frac{T_{j+1} - T_{j-1}}{2\Delta u} \quad (2.21)$$

El valor de u_j (la distancia acumulada desde el centro del sólido hasta la posición j) se calcula como

$$u_j = (j - 1)\Delta u \quad (2.22)$$

Finalmente, la combinación de las Ecuaciones (2.21) y (2.22) produce

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha_{m,appj} \frac{T_{j+1} - 2T_j + T_{j-1}}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,appj}}{2(j-1)} \frac{T_{j+1} - T_{j-1}}{(\Delta u)^2} \quad (2.23)$$

Los puntos fuera del dominio de solución, es decir, T_0 y T_{N+1} , que implican conocer la temperatura en los nodos no existentes en $j = 0$ y $j = N + 1$ se evalúan a partir de aplicar las condiciones de frontera dadas por las Ecuaciones (2.15) y (2.16). La discretización de la Ecuación (2.15) produce (para $j = N$)

$$-k_{mj} \frac{T_{N+1} - T_{N-1}}{2\Delta u} = h_{cv} (T_N - T_\infty) \quad (2.24)$$

Por otra parte, discretización de la Ecuación (2.16) produce (para $j = 1$)

$$\frac{T_2 - T_0}{2\Delta u} = 0 \quad (2.25)$$

Si se consideran 6 nodos ($N = 6$), el desarrollo de la Ecuación (2.23) quedaría como:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha_{m,app1} \frac{T_2 - 2T_1 + T_0}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app1}}{(2)(0)} \frac{T_2 - T_0}{(\Delta u)^2} = f_1 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \alpha_{m,app2} \frac{T_3 - 2T_2 + T_1}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app2}}{(2)(1)} \frac{T_3 - T_1}{(\Delta u)^2} = f_2 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = \alpha_{m,app3} \frac{T_4 - 2T_3 + T_2}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app3}}{2(2)} \frac{T_4 - T_2}{(\Delta u)^2} = f_3 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial T_4}{\partial t} = \alpha_{m,app4} \frac{T_5 - 2T_4 + T_3}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app4} T_5 - T_3}{2(3)} \frac{T_5 - T_3}{(\Delta u)^2} = f_4 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial T_5}{\partial t} = \alpha_{m,app5} \frac{T_6 - 2T_5 + T_4}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app5} T_6 - T_4}{2(4)} \frac{T_6 - T_4}{(\Delta u)^2} = f_5 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial T_6}{\partial t} = \alpha_{m,app6} \frac{T_7 - 2T_6 + T_5}{(\Delta u)^2} + \frac{\beta \alpha_{m,app6} T_7 - T_5}{2(5)} \frac{T_7 - T_5}{(\Delta u)^2} = f_6 \quad (2.31)$$

Los puntos fuera del dominio de solución, es decir, T_0 y T_7 , se evalúan a partir de las Ecuaciones (2.24) y (2.25), respectivamente, para dar:

$$T_0 = T_2 \quad (2.32)$$

$$T_7 = T_5 - \frac{2\Delta u h_{cv} (T_6 - T_\infty)}{k_{m_6}} \quad (2.33)$$

Debe hacerse notar que la singularidad (división por cero) de la Ecuación (2.26) desaparece al aplicar la Ecuación (2.32), quedando

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha_{m,app1} \frac{T_2 - 2T_1 + T_0}{(\Delta u)^2} = f_1 \quad (2.34)$$

2.3. Simulación del proceso

El simulador o programa para resolver las ecuaciones descritas en la sección anterior se programó en el lenguaje Octave, el cual es un programa orientado a los análisis numéricos (una alternativa gratuita a Matlab), creado en 1988, y pertenece al programa informático GNU. La versión utilizada es la 6.1.0, que ejecuta en

Windows 10. El programa contiene una lista de rutinas de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de valor inicial, de las cuales se seleccionó el comando ode15s por su menor tiempo de ejecución.

El modelo propuesto se resolvió para predecir el tiempo de congelación de varios alimentos, incluyendo alimentos ricos en azúcares (uva y manzana), fibra (chícharo y zanahoria), almidón (papa), proteína (salmón y arenque) y grasa (salchicha Frankfurt), con diferentes geometrías y dimensiones, según se muestra en las **Tablas 2.1 y 2.2**. La composición y propiedades de estos alimentos, requeridas para estimar su tiempo de congelación, se muestran en la **Tabla 2.3**.

Tabla 2.1. Principal componente y geometría de los alimentos seleccionados para la simulación del proceso de congelación.

Principal componente	Placa	Esfera	Cilindro
Azúcares	Manzana	Uva	
Fibra		Chícharo	Zanahoria
Almidón	Papa		
Proteína	Salmón (magro)		Arenque (graso)
Grasa			Salchicha Frankfurt

Tabla 2.2. Dimensiones (cm) de los alimentos seleccionados para la simulación del proceso de congelación.

Alimento	Placa		Cilindro		Esfera	
	Grosor	Diámetro	Altura	Diámetro	Altura	Diámetro
Salmón	0.75	15				
Manzana	1	6				
Papa	1	3.5				
Uva					0.8	1.6
Chícharo					0.5	1
Zanahoria			1.2	14.5		
Arenque			0.85	1.8		
Salchicha			1.15			
Frankfurt						

Tabla 2.3. Propiedades termofísicas de los componentes alimentarios utilizados en la modelización numérica del proceso de congelación.

Alimentos	Humedad (x_w) (%)	Proteína (x_p) (%)	Grasa (x_f) (%)	Carbohidratos totales (x_c) (%)	Fibra (x_i) (%)	Cenizas (x_a) (%)	T_F (°C)	c_p (arriba de T_F) (kJ/kg/°C)	c_p (debajo de T_F) (kJ/kg/°C)	λ (kJ/kg)
Salchicha	53.87	11.28	29.15	2.55	0.0	3.15	-1.7	3.15	2.31	180
Arenque ahumado	59.70	24.58	12.37	0.0	0.0	1.94	-2.2	3.26	2.27	199
Salmon rosa	76.35	19.94	3.45	0.0	0.0	1.22	-2.2	3.68	2.17	255
Chícharo	78.86	5.42	0.40	14.46	5.10	0.87	-0.6	3.75	1.98	263
Papa	78.96	2.07	0.10	17.98	1.60	0.089	-0.6	3.67	1.93	264
Zanahoria	87.79	1.03	0.19	10.14	3.00	0.87	-1.4	3.92	2.00	293
Manzana	83.93	0.19	0.36	15.25	2.70	0.26	-1.1	3.81	1.98	280
Uvas	81.30	0.63	0.35	17.15	1.00	0.57	-1.6	3.71	2.07	272

2.4. Procedimiento y ejemplo de cálculo

En esta sección se presenta el procedimiento de cálculo y el ejemplo de implementación de la primera iteración del simulador.

2.4.1 Recolección de datos

Para desarrollar este ejemplo se escogió manzana como producto. La composición másica de la manzana es la siguiente: 0.8393 g agua/g producto (x_w), 0.0019 g proteína/g producto (x_p), 0.0036 g grasa/g producto (x_f), 0.1255 g carbohidratos/g producto (x_c), 0.0270 g fibra/g producto (x_i), 0.0026 g ceniza/g producto (x_a), 0 g hielo/g producto (x_h) (ASHRAE, 2010). La temperatura de congelación de la manzana es -1.1°C (T_F) (ASHRAE, 2010). Se considera que la temperatura inicial del producto es uniforme e igual a -1.2°C (T_0). Este valor es ligeramente inferior al punto de congelación y se usará en este desarrollo para tener cierta cantidad de agua congelada en el producto. Este valor se asigna a cada uno de los 6 nodos, es decir, de T_1 (centro del producto) a T_6 (superficie del producto). Para el ejemplo, se considera que la manzana se cortó en forma de rodajas con 1 cm de grosor y 6 cm de diámetro. Se considera además que el medio de congelación es aire con una temperatura igual a -10°C (T_{∞}), el cual se suministra a una velocidad (v_{∞}) de 1 m/s. Además, se debe especificar el calor latente de fusión del agua (λ) en la manzana, el cual es de -280 kJ/kg .

2.4.2 Cálculo del coeficiente de transferencia de energía

El coeficiente de transferencia de calor superficial h depende de la velocidad del fluido circundante, la geometría del producto, la orientación, la rugosidad de la superficie y el empaque, así como otros factores. Por lo tanto, para la mayoría de las aplicaciones h debe determinarse experimentalmente. En este trabajo se usaron correlaciones adimensionales para la estimación de este coeficiente, según se describe a continuación.

2.4.2.1 Temperatura de película

La temperatura de película (T_{film}) se calcula como el promedio aritmético entre T_6 (la temperatura en la superficie del producto, -1.2°C) y T_{∞} (la temperatura del medio de congelación, -10°C). En este ejemplo, $T_{film} = -5.6^{\circ}\text{C}$.

2.4.2.2. Cálculo de las propiedades del medio de congelación

A continuación, se calculan las propiedades del medio de congelación, aire en este caso. Las propiedades a evaluar son la densidad (ρ_{∞}), viscosidad (μ_{∞}), conductividad térmica (k_{∞}) y calor específico ($c_{p\infty}$). La densidad del aire se calcula con la siguiente ecuación:

$$\rho_{\infty} = \frac{1}{0.0028T_{film} + 0.7739} \quad (2.35)$$

donde ρ_{∞} está en kg/m^3 y T_{film} está en $^{\circ}\text{C}$. Esta ecuación se obtuvo de una línea de tendencia a partir de datos de densidad reportados por Geankoplis (1998). El valor

que produce la Ecuación (2.35) al sustituir $T_{film} = -5.6^{\circ}\text{C}$ es 1.32 kg/m^3 . La viscosidad del aire se calcula con la ecuación:

$$\mu_{\infty} = (0.0042T_{film} + 1.734) \times 10^{-5} \quad (2.36)$$

donde μ_{∞} está en kg/m/s y T_{film} en $^{\circ}\text{C}$. La ecuación se obtuvo a partir de datos de viscosidad reportados por Geankoplis (1998). El valor que produce la Ecuación (2.36) al sustituir $T_{film} = -5.6^{\circ}\text{C}$ es $1.71 \times 10^{-5} \text{ kg/m/s}$. La conductividad térmica del aire se calcula con la ecuación:

$$k_{\infty} = 7 \times 10^{-5}T_{film} + 0.0243 \quad (2.37)$$

donde k_{∞} está en $\text{W/m/}^{\circ}\text{C}$ y T_{film} en $^{\circ}\text{C}$. La ecuación se obtuvo a partir de datos de conductividad térmica reportados por Geankoplis (1998). El valor que produce la Ecuación (2.37) al sustituir $T_{film} = -5.6^{\circ}\text{C}$ es $0.024 \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$. Finalmente, el calor específico del aire ($c_{p\infty}$) es aproximadamente constante e igual $1006 \text{ J/kg/}^{\circ}\text{C}$ (Geankoplis, 1998).

2.4.2.3. Cálculo de números adimensionales

El número de Prandtl (Pr) se calcula con la ecuación:

$$Pr = \frac{c_{p\infty} \mu_{\infty}}{k_{\infty}} \quad (2.38)$$

donde $C_{p\infty}$ está en J/kg/°C, μ_{∞} está en kg/m/s y k_{∞} en W/m/°C. El valor que produce la Ecuación (2.38) al sustituir $C_{p\infty} = 1006$ J/Kg/°C, $\mu_{\infty} = 1.71 \times 10^{-5}$ kg/m/s y $k_{\infty} = 0.024$ W/m/°C es de 0.717.

El número de Reynolds se calcula con la ecuación:

$$Re = \frac{v_{\infty} \rho_{\infty} d_{cv}}{\mu_{\infty}} \quad (2.39)$$

donde v_{∞} es la velocidad del aire (m/s), ρ_{∞} es la densidad del aire (kg/m³), d_{cv} es la longitud característica de convección (m) y μ_{∞} es la viscosidad del aire (kg/m/s). El valor que produce la Ecuación (2.39) al sustituirla con $v_{\infty} = 1$ m/s, $\rho_{\infty} = 1.32$ kg/m³, $d_{cv} = 0.06$ m y $\mu_{\infty} = 1.71 \times 10^{-5}$ kg/m/s es de 4632.

Para un producto con forma de rodaja o rebanadas el valor de d_{cv} es igual al diámetro o al largo de la placa, respectivamente. En este caso, $d_{cv} = 0.06$ m. Para productos esféricos, d_{cv} es el diámetro de la esfera. Para productos con otras geometrías, d_{cv} es igual al diámetro de una esfera con igual superficie expuesta que la muestra (Geankoplis, 1998).

Para un $Re < 3 \times 10^5$ (régimen laminar) y $Pr > 0.7$ se puede usar la Ecuación (2.40) para calcular el número de Nusselt (Nu).

$$Nu = 0.664 Re^{0.5} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.40)$$

En este caso, el valor que produce la Ecuación (2.40) al sustituir el $Re = 4632$ y $Pr = 0.717$ es de 40.47. En caso de ser necesario, para una región turbulenta con un $Re > 3 \times 10^5$ y $Pr > 0.7$ se puede usar la Ecuación (2.41)

$$Nu = 0.0366 Re^{0.8} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.41)$$

Si el alimento tiene forma esférica, entonces se puede usar la siguiente ecuación para un Re en el rango de 1 a 70000 y un Pr de 0.6 a 400.

$$Nu = 2 + 0.60 Re^{0.5} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.42)$$

El coeficiente de transferencia de calor (h) se calcula despejándolo de la definición del número de Nusselt con la ecuación:

$$h = \frac{k_{\infty} Nu}{d_{cv}} \quad (2.43)$$

donde h está en $W/m^2/^{\circ}C$, k_{∞} está en $W/m/^{\circ}C$, y d_{cv} en m. El valor que produce la Ecuación (2.43) al sustituirla con $k_{\infty} = 0.024 W/m/^{\circ}C$, $Nu = 40.47$ y $d_{cv} = 0.06 m$ es de $h = 16.29 W/m^2/^{\circ}C$.

2.4.3. Cálculo de la fracción de agua congelada

La fracción de agua congelada en una posición cualquiera del producto es igual a cero si la temperatura del nodo es superior al de punto de congelación (T_F). Para valores de temperatura inferiores a T_F , en un punto en particular, la fracción másica de agua congelada o hielo (x_h) presente en el alimento se calcula a partir del modelo de Tchigeov, dado por la Ecuación (2.44), o el modelo de Miles, dado por la Ecuación (2.45) (ASHRAE, 2010).

$$x_h = \frac{1.105x_{wo}}{1 + \frac{0.7138}{\ln \ln(T_F - T + 1)}} \quad (2.44)$$

$$x_h = (x_{wo} - 0.4x_p) \left(1 - \frac{T_F}{T_j}\right) \quad (2.45)$$

donde T_F es el punto de congelación del producto (°C) y T_j es la temperatura del producto en el nodo que corresponda (°C). Al sustituir $T_F = -1.1$ °C y $T_j = -1.2$ °C, los valores que producen las Ecuaciones (2.44) y (2.45) son 0.1092 y 0.0699, respectivamente. Esta fracción de hielo es la misma para todos los nodos, puesto que es la primera iteración, es decir, $x_h = x_{hj}$ ($j = 1, \dots, 6$). Posteriormente, se calcula la fracción de agua líquida corregida para los seis nodos, con la ecuación ($j = 1, \dots, 6$):

$$x_{wj} = x_{w0} - x_{hj} \quad (2.46)$$

donde x_{wj} es fracción de agua líquida corregida en cada nodo, x_{w0} es fracción de agua líquida inicial y x_{hj} es fracción de hielo en cada nodo. Para un valor de $x_{w0} = 0.8393$ y una temperatura del producto -1.2°C , ligeramente por debajo del punto de congelación de -1.1°C , si se considera el modelo Tchigeov, la fracción de agua líquida corregida es $x_{wj} = 0.7301$. En cambio, si se considera el modelo Miles, la fracción de agua líquida corregida es $x_{wj} = 0.7694$.

2.4.4. Cálculo de las propiedades del alimento

El siguiente paso es calcular las propiedades del alimento. Las propiedades a evaluar son la densidad (ρ), viscosidad (μ), conductividad térmica (k) y calor específico (c_p). La conductividad térmica de cada componente del alimento se calcula para cada nodo a partir de las Ecuaciones (2.47) a (2.53) (Choi y Okos, 1986), donde los subíndices h , w , p , f , c , i y a representan al hielo, agua, proteína, grasa, carbohidratos, fibra y cenizas, respectivamente.

$$k_h = 2.2196 - 6.2489 \times 10^{-3}T + 1.0154 \times 10^{-4}T^2 \quad (2.47)$$

$$k_w = 5.7109 \times 10^{-1} + 1.7625 \times 10^{-3}T - 6.7036 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.48)$$

$$k_p = 1.1781 \times 10^{-1} + 1.1958 \times 10^{-3}T - 2.7178 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.49)$$

$$k_f = 1.8071 \times 10^{-1} - 2.7604 \times 10^{-4}T - 1.7749 \times 10^{-7}T^2 \quad (2.50)$$

$$k_c = 2.0141 \times 10^{-1} + 1.3874 \times 10^{-3}T - 4.3312 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.51)$$

$$k_i = 1.8331 \times 10^{-1} + 1.2997 \times 10^{-3}T - 3.1683 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.52)$$

$$k_a = 3.2962 \times 10^{-1} + 1.4011 \times 10^{-3}T - 2.9069 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.53)$$

Las conductividades térmicas estimadas a una temperatura de -1.2°C para cada componente son: $k_h = 2.23 \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$, $k_w = 5.69 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$, $k_p = 1.77 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$, $k_f = 1.81 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$, $k_c = 2 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$, $k_i = 1.82 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$ y $k_a = 3.28 \times 10^{-1} \text{ W/m/}^{\circ}\text{C}$. La densidad de cada componente del alimento se calcula para cada nodo a partir de las Ecuaciones (2.54) a (2.60) (Choi y Okos, 1986).

$$\rho_h = 9.1689 \times 10^2 - 1.3071 \times 10^{-1}T \quad (2.54)$$

$$\rho_w = 9.9718 \times 10^2 + 3.1439 \times 10^{-3}T - 3.7574 \times 10^{-3}T^2 \quad (2.55)$$

$$\rho_p = 1.3299 \times 10^3 - 5.1840 \times 10^{-1}T \quad (2.56)$$

$$\rho_f = 9.2559 \times 10^2 - 4.1757 \times 10^{-1}T \quad (2.57)$$

$$\rho_c = 1.5991 \times 10^3 - 3.1046 \times 10^{-1}T \quad (2.58)$$

$$\rho_i = 1.3115 \times 10^3 - 3.6589 \times 10^{-1}T \quad (2.59)$$

$$\rho_a = 2.4238 \times 10^3 - 2.8063 \times 10^{-1}T \quad (2.60)$$

Las densidades estimadas a una temperatura de -1.2°C para cada componente son: $\rho_h = 9.17 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_w = 9.97 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_p = 1.33 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f = 9.26 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_c = 1.60 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_i = 1.31 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_a = 2.42 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$. El calor específico de cada componente del alimento se calcula para cada nodo a partir de las Ecuaciones (2.61) a (2.66) (Choi y Okos, 1986).

$$c_{ph} = 2.0623 + 6.0769 \times 10^{-3}T \quad (2.61)$$

$$c_{pp} = 2.0082 + 1.2089 \times 10^{-3}T - 1.3129 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.62)$$

$$c_{pf} = 1.9842 + 1.4733 \times 10^{-3}T - 4.8008 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.63)$$

$$c_{pc} = 1.5488 + 1.9625 \times 10^{-3}T - 5.9399 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.64)$$

$$c_{pi} = 1.8459 + 1.8306 \times 10^{-3}T - 4.6509 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.65)$$

$$c_{pa} = 1.0926 + 1.8896 \times 10^{-3}T - 3.6817 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.66)$$

Si la temperatura del nodo es menor a 0°C el calor específico del agua líquida se calcula con la Ecuación (2.67), en cambio, si es mayor a 0°C se calcula con la Ecuación (2.68).

$$c_{pw} = 4.1289 - 5.3062 \times 10^{-3}T + 9.9516 \times 10^{-4}T^2 \quad (2.67)$$

$$c_{pw} = 4.1289 - 9.0864 \times 10^{-5}T - 5.4731 \times 10^{-6}T^2 \quad (2.68)$$

Los calores específicos a una temperatura de -1.2°C para cada componente son:

$c_{ph} = 2.05$ kJ/kg/°C, $c_{pw} = 4.14$ kJ/kg/°C, $c_{pp} = 2.01$ kJ/kg/°C, $c_{pf} = 1.98$ kJ/kg/°C, $c_{pc} = 1.55$ kJ/kg/°C, $c_{pi} = 1.84$ kJ/kg/°C y $c_{pa} = 1.09$ kJ/kg/°C.

Una vez obtenidos los resultados de conductividad térmica, calor específico, y densidad de cada componente en cada nodo se procede a estimar el valor promedio de la propiedad de acuerdo con su composición. La densidad promedio se calcula con la Ecuación (2.76):

$$\rho_m = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\rho_j}} \quad (2.76)$$

donde x_j y ρ_j son la fracción masa y densidad de cada constituyente del alimento, respectivamente. Las fracciones másicas de los componentes son: 0.7301 g agua/g producto (x_w), 0.0019 g proteína/g producto (x_p), 0.0036 g grasa/g producto (x_f), 0.1255 g carbohidratos/g producto (x_c), 0.0270 g fibra/g producto (x_i), 0.0026 g ceniza/g producto (x_a) y 0.1092 g hielo/g producto (x_h). En este caso, se debe recordar que las fracciones de agua líquida y hielo se corrigieron en un cálculo previo, y los valores dados ahora corresponden a la corrección con el modelo de Tchigeov, el cual indica una fracción de hielo (x_h) igual a 0.1092. El valor de la densidad promedio (ρ_m) a -1.2°C se evaluó como 1045.3 kg/m^3 .

El calor específico promedio se calcula con la Ecuación (2.77) (ASHRAE, 2010):

$$c_{Pm} = \sum_{j=1}^n c_{Pj} x_j \quad (2.77)$$

donde c_{Pj} y x_j son el calor específico y la fracción en masa de cada componente, respectivamente. Sustituyendo las fracciones en masa, y el calor específico de cada componente (-1.2°C) se llega a un valor de c_{Pm} de $3.50 \text{ kJ/kg/}^\circ\text{C}$. La conductividad térmica promedio se calcula con la Ecuación (2.78) (Murakami and Okos, 1989):

$$k_m = \sum_{j=1}^n x_j^v k_j \quad (2.78)$$

donde x_j^v y k_j son la fracción volumétrica y conductividad térmica de cada componente. La fracción volumen individual (x_j^v) se calculó con la Ecuación (2.79):

$$x_j^v = \frac{\frac{x_j}{\rho_j}}{\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\rho_j}} \quad (2.79)$$

Sustituyendo las densidades de cada componente (ρ_j) en kg/m³ y las fracciones másicas (x_j) reportadas anteriormente se llega a las fracciones volumétricas: 0.0015 cm³ proteína/cm³ producto (x_p^v), 0.0041 cm³ grasa/cm³ producto (x_f^v), 0.0820 cm³ carbohidrato/cm³ producto (x_c^v), 0.0215 cm³ fibra/cm³ producto (x_i^v), 0.0011 cm³ ceniza/cm³ producto (x_a^v), 0.7653 cm³ agua/cm³ producto (x_w^v), 0.1245 cm³ hielo/cm³ producto (x_h^v). Finalmente, el valor calculado de la conductividad térmica promedio (k_m) a -1.2°C es 0.73 W/m/°C. El cálculo de la difusividad térmica promedio (α_m) se realizó con la Ecuación (2.80):

$$\alpha_m = \frac{k_m}{c_{pm}\rho_m} \quad (2.80)$$

donde las unidades para α_m están en m²/s. El resultado para α_m es 2.01×10⁻⁷ m²/s.

El calor específico aparente promedio ($c_{pm,app}$) se calcula para cada nodo a partir de la Ecuación (2.81).

$$c_{pm,app} = c_{pm} + \lambda \frac{dx_h}{dT} \quad (2.81)$$

donde c_{pm} y λ son el calor específico promedio (kJ/kg/°C) y el calor latente de fusión del agua (kJ/kg) en el producto (-280 kJ/kg en este caso). El término dx_h/dT corresponde a la derivada respecto a la temperatura de los modelos de Tchigev o Miles, dados por las Ecuaciones (2.44) o (2.45). Las propiedades recién mencionadas son evaluadas en cada nodo. Las derivadas de las Ecuaciones (2.44) o (2.45) con respecto a la temperatura son, respectivamente:

$$\frac{dx_h}{dT} = \frac{\left(-\frac{1.105x_{w0}}{T_F + 1 - T}\right)(\ln(T_F + 1 - T) + 0.7138) - \left(-\frac{1}{T_F + 1 - T}\right)(1.105x_{w0} \ln \ln (T_F + 1 - T))}{(\ln(T_F + 1 - T) + 0.7138)^2} \quad (2.82)$$

$$\frac{dx_h}{dT} = \frac{(x_{w0} - 0.4x_p)(T_F)}{T^2} \quad (2.83)$$

El valor de dx_h/dT evaluado con el modelo de Tchigev a una temperatura de -1.2°C es -0.9193 (g hielo/g producto)/°C. Por lo tanto, $c_{pm,app} = 260.90$ kJ/kg/°C.

El cálculo de difusividad térmica aparente promedio ($\alpha_{m,app}$) se realiza con la Ecuación (2.84):

$$\alpha_{m,app} = \frac{k_m}{c_{pm,app}\rho_m} \quad (2.84)$$

donde k_m es la conductividad térmica promedio (W/m/°C), $c_{pm,app}$ es el calor específico aparente promedio (kJ/kg/°C), y ρ_m es la densidad promedio del producto (kg/m³). Sustituyendo el valor de $k_m = 0.73$ W/m/°C, $c_{pm,app} = 260.90$ kJ/kg/°C y $\rho_m = -280$ kJ/kg, el valor de difusividad aparente es 2.69×10^{-9} m²/s. Este cálculo se realiza para todos los nodos.

2.4.5. Evaluación de las ecuaciones diferenciales

En esta parte se desarrolla el cálculo del lado derecho de las Ecuaciones (2.24) a (2.29), es decir, f_1 a f_6 . Primero se debe evaluar Δu con la Ecuación (2.20). Tomando el valor de $d = 0.005$ m y $N = 6$, $\Delta u = 0.001$ m. Enseguida se calculan los valores de T_0 y T_7 con las Ecuaciones (2.33) y (2.31). En este ejemplo, $T_0 = -1.2^\circ\text{C}$ y $T_7 = -1.59^\circ\text{C}$. Finalmente, se evalúan f_1 a f_6 , para dar $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = 0$ y $f_6 = -1.04 \times 10^{-3}$. Los valores de la temperatura en cada nodo en la siguiente iteración se podrían evaluar a partir de un método numérico como el de Euler. Considere una ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (2.85)$$

La ecuación anterior se puede discretizar en instante k para dar

$$\frac{dy_k}{dt} = f(t_k, y_k) = f_k \quad (2.86)$$

Si usan fórmulas de diferencias finitas hacia adelante, se obtiene

$$\frac{y_{k+1} - y_j}{t_{k+1} - t_j} = f_k \quad (2.87)$$

Se puede despejar el término y_{k+1} para dar

$$y_{k+1} = y_j + (t_{j+1} - t_j)f_j \quad (2.88)$$

donde la diferencia $t_{j+1} - t_j$ se conoce como tamaño de paso. La Ecuación (2.85) representa al método de Euler y sirve para evaluar la solución en un instante $k + 1$ conociendo la solución en el instante k . En el caso de tener múltiples ecuaciones diferenciales (es decir, un sistema), la fórmula se aplica a cada ecuación diferencial. Para nuestro problema, la solución en cada nodo es entonces:

$$T_{1,k+1} = T_{1,k} + (t_{k+1} - t_k)f_{1,k} \quad (2.89)$$

$$T_{2,k+1} = T_{2,k} + (t_{k+2} - t_k)f_{2,k} \quad (2.90)$$

$$T_{3,k+3} = T_{3,k} + (t_{k+3} - t_k)f_{3,k} \quad (2.91)$$

$$T_{4,k+1} = T_{4,k} + (t_{k+4} - t_k)f_{4,k} \quad (2.92)$$

$$T_{5,k+1} = T_{5,k} + (t_{k+5} - t_k)f_{5,k} \quad (2.93)$$

$$T_{6,k+1} = T_{6,k} + (t_{k+6} - t_k)f_{6,k} \quad (2.94)$$

Aplicado, las Ecuaciones (2.89) a (2.94) para un tamaño de paso de 10 s, entonces obtenemos que la temperatura en cada nodo después de diez segundos es $T_1(t = 10) = T_2(t = 10) = T_3(t = 10) = T_4(t = 10) = T_5(t = 10) = -1.2^\circ\text{C}$ y $T_6(t = 10) = -1.2 + (10)(-1.04 \times 10^{-3}) = -1.2104^\circ\text{C}$. Una vez actualizadas las temperaturas de cada nodo se repite todo el procedimiento de las Secciones 2.3.2 a 2.3.5 para conocer las temperaturas al siguiente instante de tiempo (20 s).

2.4.6. Estimación del tiempo de congelación

El tiempo de congelación (t_F) se evaluó tanto de forma gráfica como numérica, según se describe a continuación. Para el método gráfico se obtuvo la curva de enfriamiento del nodo central y a partir de ella estimo la duración de su meseta, como se muestra en la **Figura 2.1**. Por otra parte, el tiempo de congelación se calculo de forma numérica como la diferencia entre los tiempos donde la fracción de hielo se hace constante y donde se hace diferente de cero. El tiempo donde la fracción de hielo se puede considerar constante se tomó como el tiempo donde se alcanza un valor del 99.3% de la fracción de hielo máxima (porcentaje de referencia de acuerdo a dinámica de procesos).

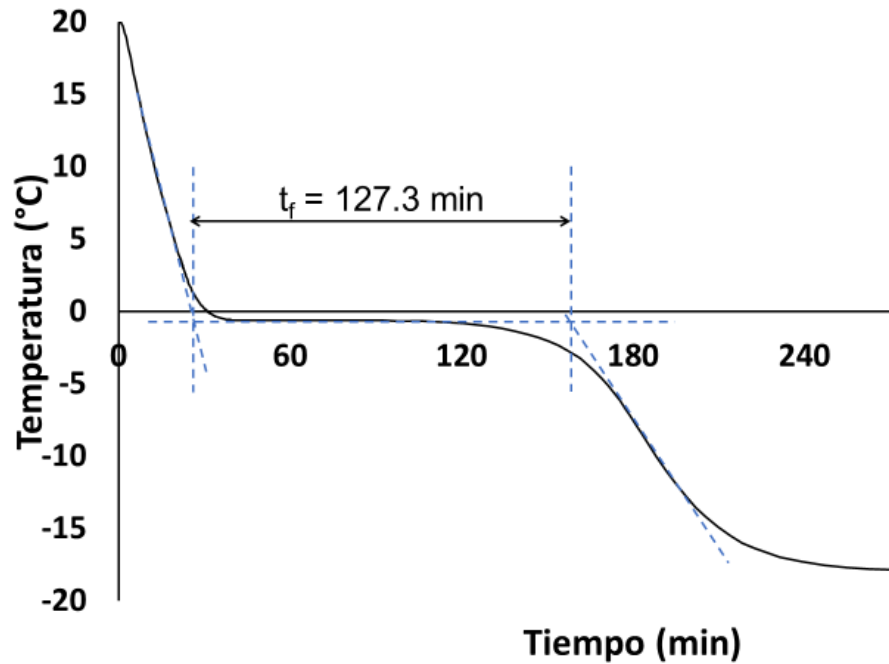


Figura 2.1. Cálculo gráfico del tiempo de congelación a partir de la curva enfriamiento.

2.5. Comparación con datos experimentales

A fin de verificar los resultados obtenidos con el modelo propuesto este se usó para predecir tiempos de congelación de carne magra, puré de papa, carpa y carne molida reportados en literatura (Hung y Thompson, 1983), cuyas propiedades termofísicas se presentan en la **Tabla 2.4**. El error relativo del modelo (ε_{rel} , %) se calcula por medio de la ecuación:

$$\varepsilon_{rel} = 100 \frac{t_{F,modelo} - t_{F,experimental}}{t_{F,experimental}} \quad (2.95)$$

Tabla 2.4. Datos termofísicos de los alimentos seleccionados para la validación experimental del modelo (Hung y Thompson, 1983).

Propiedad	Carne magra	Puré de papa	Carne molida	Carpa
Conductividad térmica				
por arriba del punto de congelación (W/m/°C)	0.51	0.53	0.40	0.70
Conductividad térmica				
por debajo del punto de congelación (W/m/°C)	1.55	1.90	1.62	1.72
Calor específico por				
arriba del punto de congelación (J/m³/°C)	3.65×10 ⁶	3.66×10 ⁶	3.38×10 ⁶	3.58×10 ⁶
Calor específico por				
debajo del punto de congelación (J/m³/°C)	1.90×10 ⁶	1.95×10 ⁶	2.20×10 ⁶	2.22×10 ⁶
Calor latente (J/m³)	209×10 ⁶	235×10 ⁶	188×10 ⁶	218×10 ⁶
Punto de congelación inicial (°C)	-1.0	-0.6	-1.2	0.8
Densidad (kg/m³)	1041.7	1035.5	1098.7	1089.3

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Simulación de las curvas de congelación

Las **Figuras 3.1 a 3.8** muestran la simulación de las curvas de congelación de los alimentos estudiado. En particular, se muestran las temperaturas del centro y de la superficie obtenidas con dos métodos de cálculo de la fracción de hielo (Tchigeov y Miles). Las curvas de congelación obtenidas tienen la reproducen de forma cualitativa el comportamiento experimental observado en diferentes alimentos como papa, carne magra, pescado (Hung y Thompson, 1983). Estas curvas muestran 3 etapas principales: (1) preenfriamiento, (2) cambio de fase y (3) posenfriamiento.

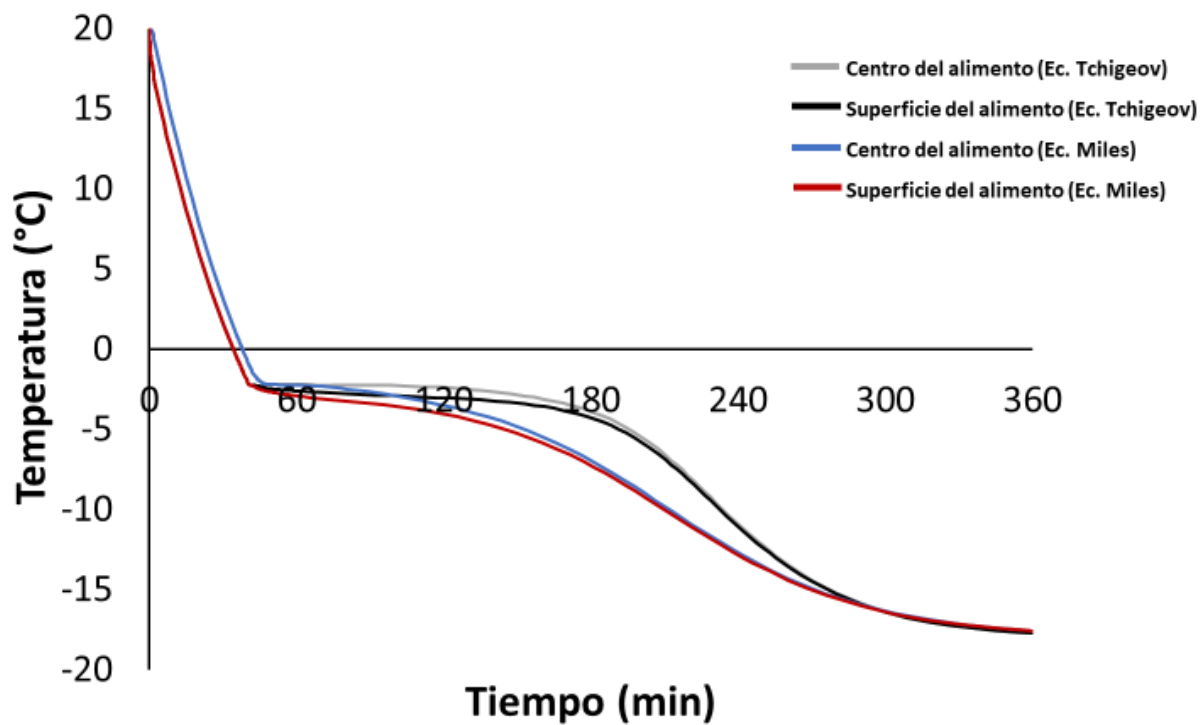


Figura 3.1. Simulación de las curvas de congelación de salmón.

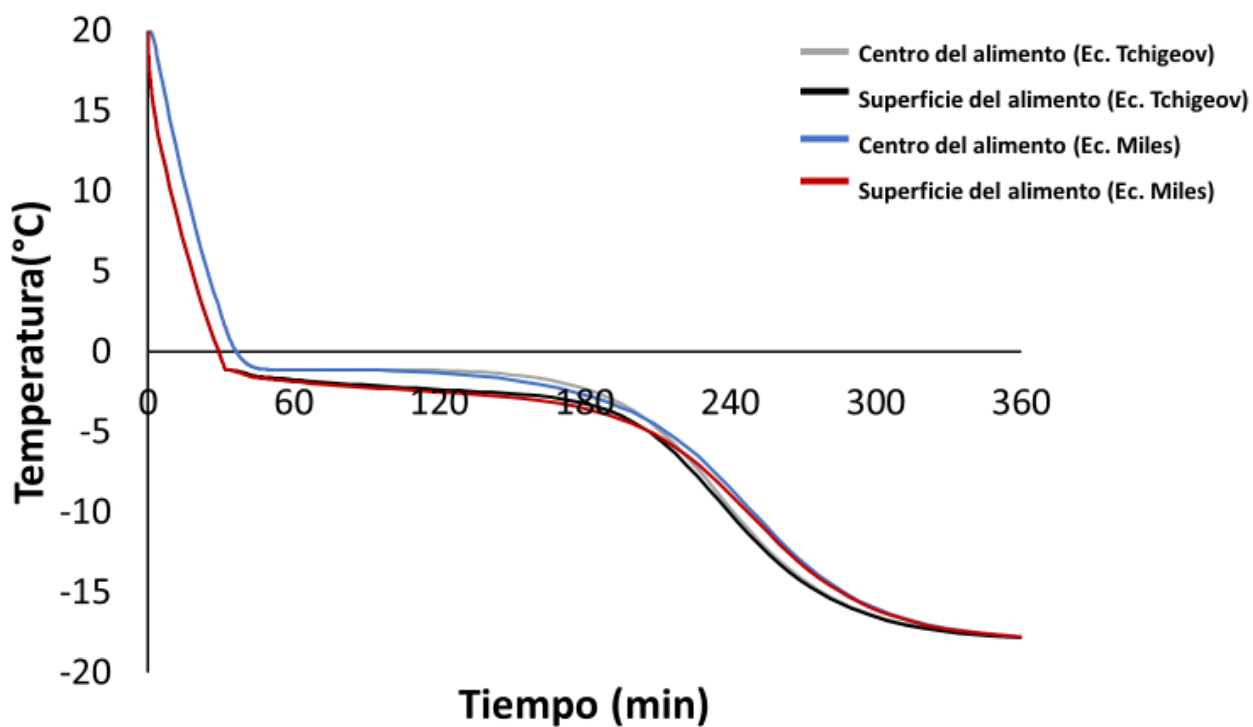


Figura 3.2. Simulación de las curvas de congelación de manzana

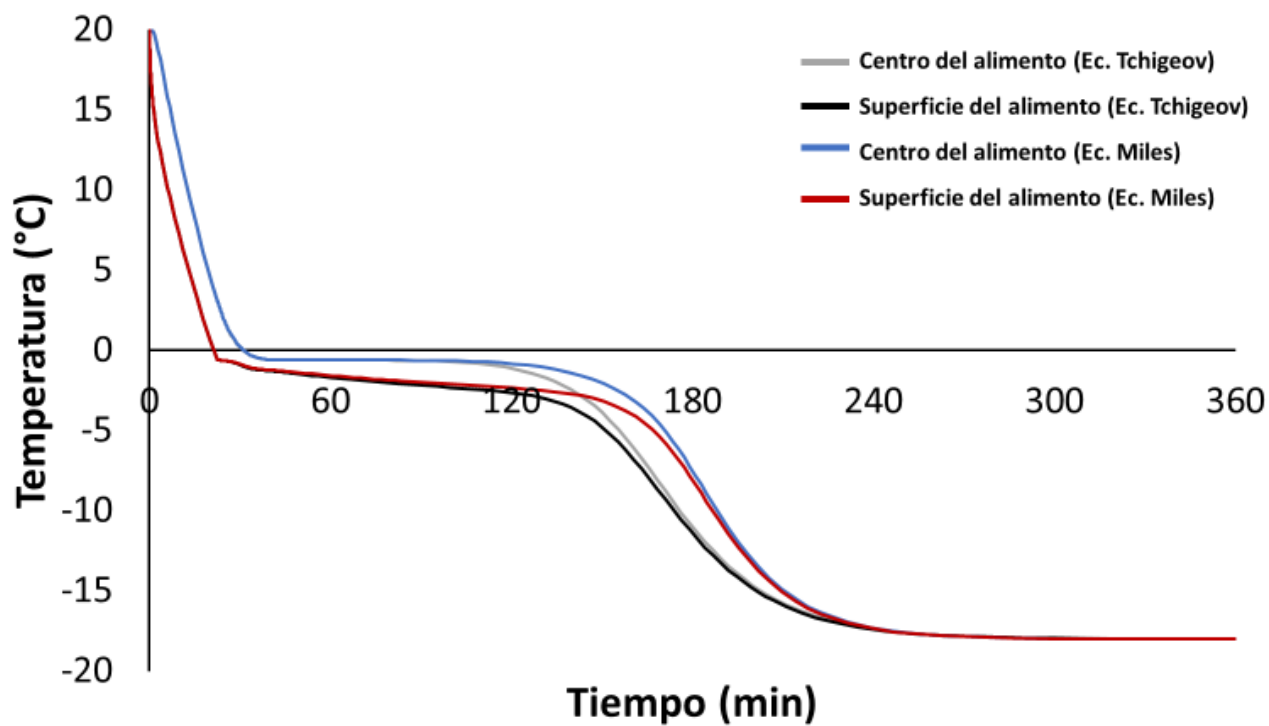


Figura 3.3. Simulación de las curvas de congelación de papa

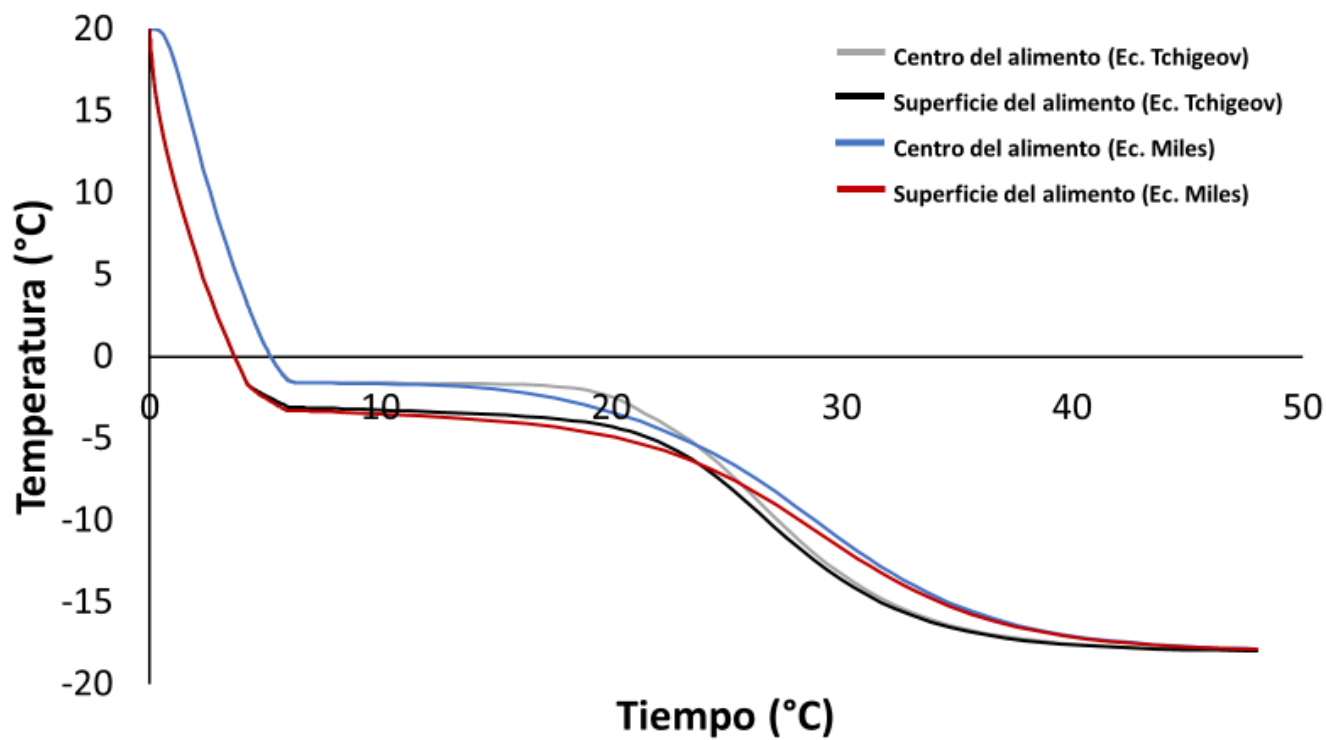


Figura 3.4. Simulación de las curvas de congelación de uva

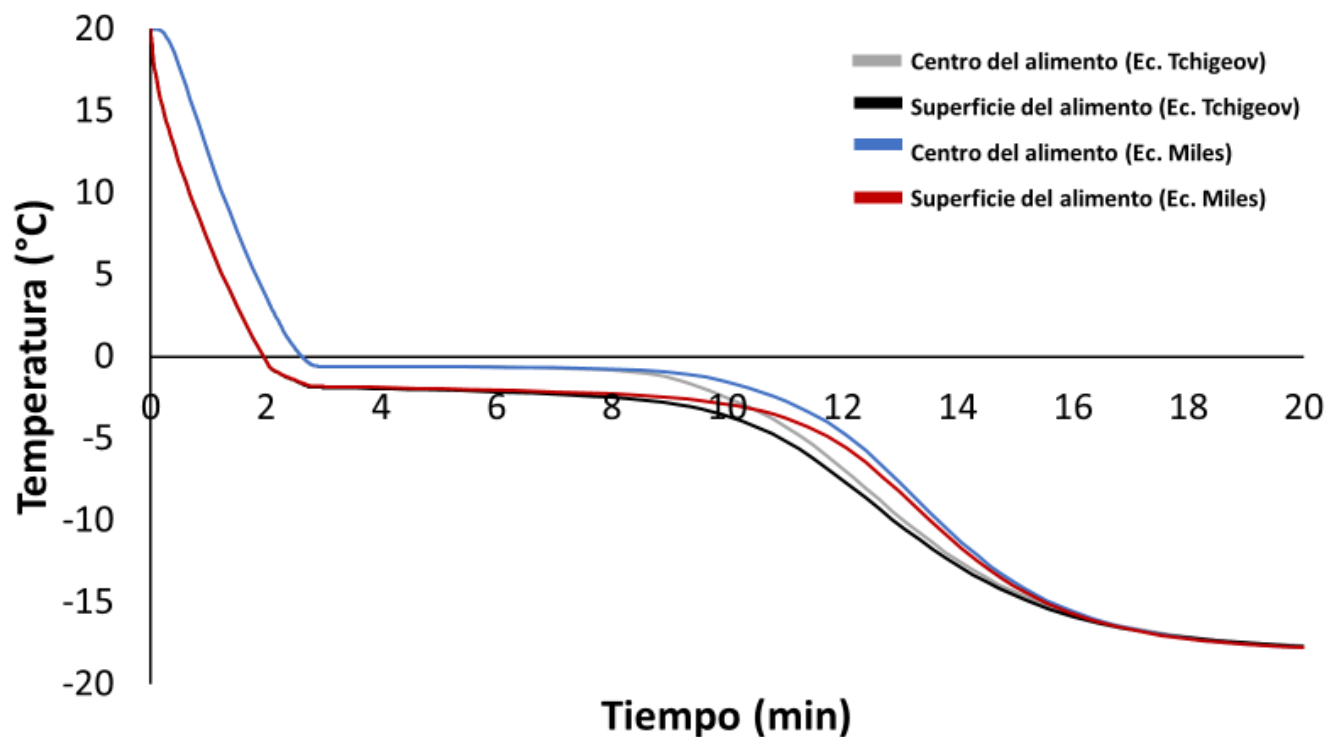


Figura 3.5. Simulación de las curvas de congelación de chícharo

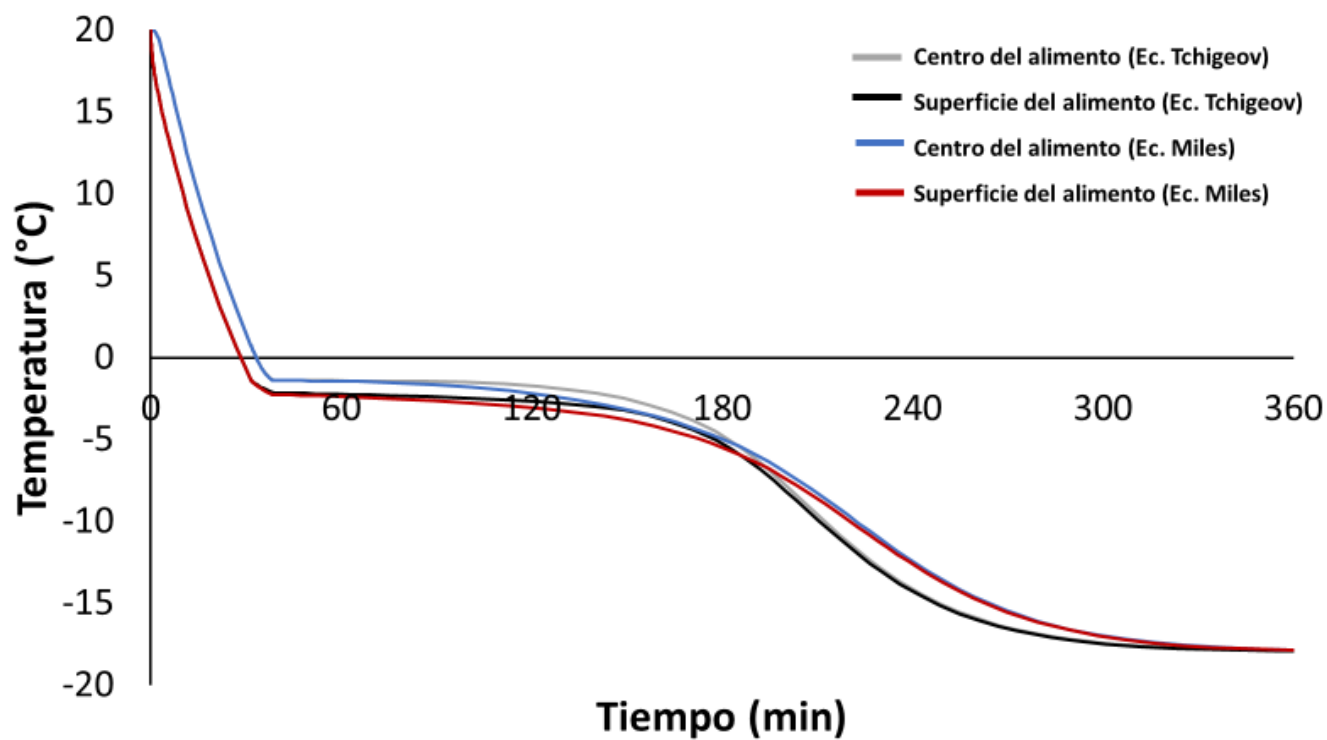


Figura 3.6. Simulación de las curvas de congelación de zanahoria

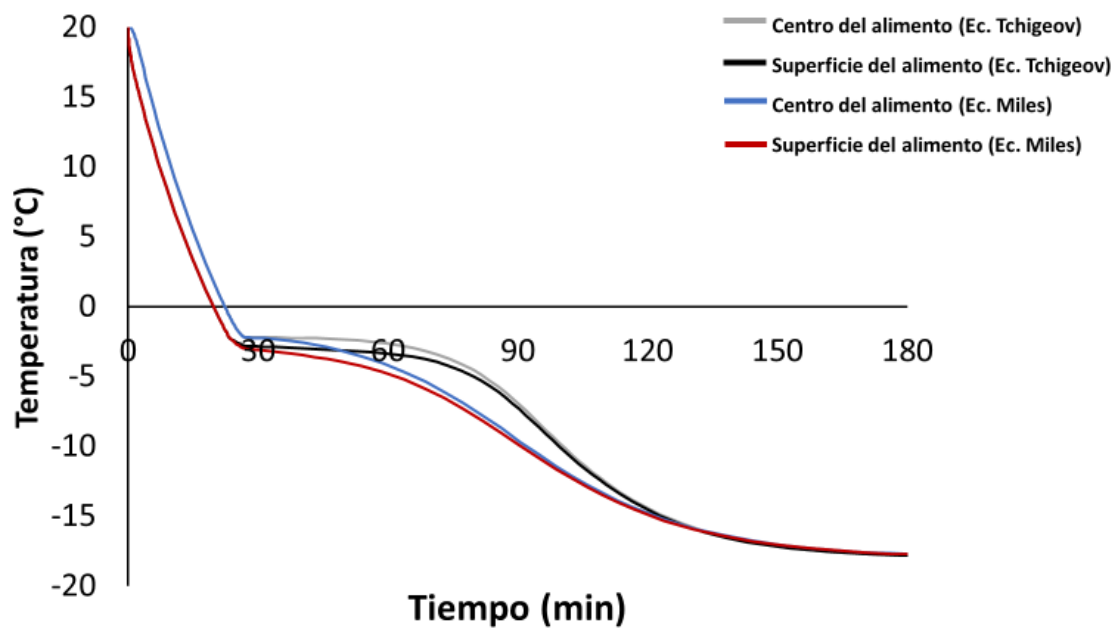


Figura 3.7. Simulación de las curvas de congelación de arenque

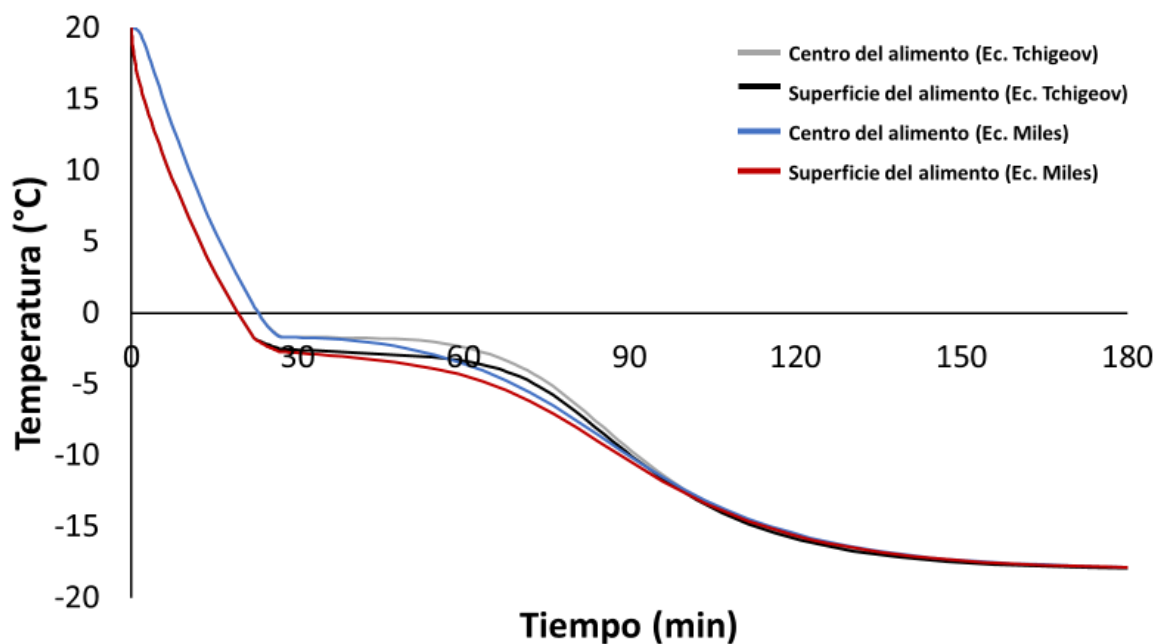


Figura 3.8. Simulación de las curvas de congelación de frankfurt

3.2 Cálculo del tiempo de congelación y comparación con otros métodos

La **Tabla 3.1** muestra los tiempos de congelación calculados con el simulador usando ambos métodos de Tchigeov y Miles para estimar la fracción de hielo, así como las predicciones con los métodos de Plank y Lacroix.

Los tiempos de congelación son muy variados debido a la naturaleza de los alimentos, difiriendo en promedio para cada alimento entre el 1.4 y el 28.5% con respecto al tiempo de congelación promedio de todos los métodos. Sin embargo, como en esta parte se desconoce cual es el tiempo de congelación más preciso, se debe recurrir por lo tanto a una comparación con datos experimentales.

Tabla 3.1. Tiempo de congelación de alimentos con el modelo propuesto y comparación con otros métodos.

Alimento	Ecuación Tchigeov (método 1)	Ecuación Miles (método 1)	Ecuación Tchigeov (método 2)	Ecuación Miles (método 2)	Método de Plank	Método de Lacroix	Promedio
Salmón	137	87	126.2	124.1	197	203	147
Manzana	153	153	124.7	127.8	174.3	180	152
Papa	109	127	131.3	130	127	131	129
Uva	15	15	29	32	25	29	26
Chícharo	7	8	12.8	13	11.1	13.0	12
Zanahoria	127	123	131	131	169	186	148
Arenque	50	32	100	109	100	111	90
Frankfurt	41	34	28	32	31	35	32

Método 1: Gráfico. Método 2: Tiempo transcurrido para que el centro del producto alcance una fracción de hielo mayor a cero y menor al 99% del valor máximo.

3.3 Comparación del tiempo de congelación con datos experimentales

Las **Tablas 3.2 a 3.5** muestran la comparación entre los tiempos de congelación experimentales de 4 productos (carne magra, papa, carpa y carne molida) y los calculados con el simulador usando ambos métodos de Tchigeov y Miles para estimar la fracción de hielo, así como las predicciones con los métodos de Plank y Lacroix. Se puede observar que el simulador con el método de Tchigeov muestra desviaciones promedio entre el 18.1% y el 36.1% (27.2% en promedio), mientras que el método de Miles tuvo desviaciones entre el 30.6% y el 42.8% (38.5% en promedio). Estos resultados se comparan favorablemente con los estimados con las ecuaciones simplificadas de Lacroix y Plank, que tuvieron desviaciones entre el 30.6% y el 41.2% (36.4% en promedio) y entre el 26.6% y el 38.1% (34.9% en promedio), respectivamente. Debe mencionarse que los resultados del modelo de Plank calculados en este trabajo no fueron iguales a los reportados en el artículo de Hung y Thompson (1989) (que muestran una desviación mínima de 12.8% y máxima 33.1% y promedio 25.3%), posiblemente a que ocuparon una modificación de la misma (no se establece claramente en el documento).

El error relativo (ε_{rel}) producido por el modelo propuesto se correlacionó con los factores experimentales investigados (T_0 , T_∞ , h , d , x_w y x_f) con la finalidad de establecer su efecto en la capacidad de predicción del modelo. El modelo identificado tiene la forma:

$$\varepsilon_{rel} = b_0 + b_1 T_0 + b_2 T_\infty + b_3 h + b_4 d + b_5 x_w + b_6 x_f \quad (3.1)$$

El modelo identificado para el error generado en el tiempo de congelación usando el método de Tchigeov tiene los parámetros $b_0 = -107.9$, $b_1 = -0.86$, $b_2 = -0.35$, $b_3 =$

-0.19, $b_4 = -193.6$, $b_5 = 1.30$, y $b_6 = -0.12$, con un $R^2 = 0.91$. El análisis estadístico demostró que únicamente los factores T_0 , h , d y x_w afectaron la capacidad de predicción del modelo ($p < 0.01$). En este caso, el error relativo (ε_{rel}) del modelo propuesto aumenta al aumentar T_0 , h y d , según se infiere del signo de los parámetros (recordar que el error relativo fue negativo en todos los casos). En cambio, ε_{rel} disminuye al aumentar x_w . Como consecuencia, el modelo es más preciso para alimentos con alto contenido de agua y menor tamaño, y para las condiciones de procesamiento que implican temperaturas iniciales más bajas y menores valores del coeficiente de transporte de energía. La importancia relativa de los factores analizados sigue el orden $T_0 > h > x_w > d$. Resultados similares se obtienen al analizar el error relativo para el método de Miles, obteniéndose los parámetros $b_0 = -66.3$, $b_1 = -0.85$, $b_2 = 0.11$, $b_3 = -0.17$, $b_4 = -161.4$, $b_5 = 0.83$, y $b_6 = -0.33$, con un $R^2 = 0.92$. Nuevamente, el análisis estadístico demostró que únicamente los factores T_0 , h , d y x_w afectaron la capacidad de predicción del modelo ($p < 0.01$), pero en este caso la importancia relativa de los factores analizados sigue el orden $T_0 > h > d > x_w$.

El análisis del error relativo para las ecuaciones de Plank y Lacroix únicamente arrojó a T_0 y x_w como factores que afectaron la precisión de los métodos ($p < 0.05$, $R^2 > 0.79$), siendo T_0 el factor experimental que más afecto tiene sobre el tiempo de congelación en ambos casos.

Tabla 3.2. Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carne magra.

T_0	T_∞	h	d	x_w	x_f	$t_{f\ exp}$	$t_{f\ opc1}$	$t_{f\ opc2}$	$t_{f\ Plank}$	$t_{f\ Lacroix}$	$t_{f\ Plank\ Art}$
30.8	-28	107	0.030	76.1	0.82	58.5	28.2 (-51.8)	26.4 (-54.9)	27.4 (-53.2)	30.1 (-48.5)	36.8 (-37.1)
17.4	-25.2	106	0.048	77	0.52	108.3	57.6 (-46.8)	55.8 (-48.5)	59.3 (-45.2)	66.3 (-38.8)	-
4.8	-20.3	104	0.019	74.8	2	32.2	23.4 (-27.3)	22.8 (-29.2)	21.7 (-32.6)	23.3 (-27.6)	-
4.3	-27.6	69	0.047	78.2	0.66	104.8	72 (-31.3)	67.2 (-35.9)	67.9 (-35.2)	74.4 (-29.0)	91.2 (-13.0)
29.8	-25.8	68	0.014	74	1.63	34.8	19.8 (-43.1)	18 (-48.3)	16.6 (-52.3)	17.5 (-49.7)	-
17.9	-20.8	67	0.036	73.5	2.90	118	69 (-41.5)	67.2 (-43.1)	65.6 (-44.4)	71 (-39.8)	-
17.2	-30.3	8.5	0.014	74.2	1.60	163.5	138.6 (-15.2)	123.6 (-24.4)	99.7 (-39.0)	102.6 (-37.2)	130.4 (-20.2)
4.8	-25.2	8.5	0.033	73.7	2.57	390	382.8 (-1.8)	353.4 (-9.4)	292.05 (-25.1)	301.87 (-22.6)	-
30.8	-20.7	10.5	0.042	73.7	2.57	946	531 (43.9)	501 (-47.0)	427.24 (-54.8)	474.29 (-49.9))	-
							23.9	37.8	30.6	38.1	23.4

T_0 y T_∞ en °C, h en W/m²/°C, d en m, x_w y x_f en %, y t_f en minutos. Los valores entre paréntesis se refieren al error relativo (%) entre el tiempo de congelación experimental y el predicho.

Tabla 3.3. Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de papa.

T_0	T_∞	h	d	x_w	x_f	$t_{f\ exp}$	$t_{f\ opc1}$	$t_{f\ opc2}$	$t_{f\ Plank}$	$t_{f\ Lacroix}$	$t_{f\ Plank\ Art}$
30.4	-30.9	108	0.028	82.2	-	44	26.4 (-40.0)	22.2 (-49.5)	23.4 (-46.8)	25.3 (-42.5)	42 (-4.5)
16.8	-25.5	106	0.044	82.5	-	88	56.4 (-35.9)	49.8 (-43.4)	52.6 (-40.2)	58.1 (-34.0)	-
4.6	-20.0	104	0.010	83.4	-	17.6	13.2 (-25.0)	13.2 (-25.0)	11.03 (-37.3)	11.5 (-34.7)	-
4	-30.6	69	0.046	82.2	-	89.8	70.2 (-21.8)	61.2 (-31.8)	61.9 (-31.1)	66.9 (-25.5)	78.7 (-12.36)
29.2	-26.0	68	0.010	82.5	-	23.0	16.2 (29.6)	14.4 (-37.4)	12.3 (-46.5)	12.8 (-44.3)	-
17.5	-20.2	67	0.028	83.4	-	88.5	63 (-28.3)	60.0 (-32.2)	52 (-41.2)	55.4 (-37.4)	-
17.8	-29.6	8.5	0.010	82.2	-	130.8	113.4 (-13.3)	102.6 (-21.6)	80.3 (-38.6)	82.4 (-37.0)	102.5 (-21.63)
4	-25.4	10.5	0.032	83.8	-	356.3	349.2 (-2.0)	331.2 (-7.0)	251.2 (-29.5)	259.6 (-27.1)	-
30.2	-20.5	10.5	0.045	83.4	-	811	596.4 (-26.5)	585 (-27.9)	450 (-44.5)	464.4 (42.7)	-
							18.1	30.6	39.5	26.6	12.8

T_0 y T_∞ en °C, h en W/m²/°C, d en m, x_w y x_f en %, y t_f en minutos. Los valores entre paréntesis se refieren al error relativo (%) entre el tiempo de congelación experimental y el predicho.

Tabla 3.4. Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carpa.

T_0	T_∞	h	d	x_w	x_f	$t_{f\ exp}$	$t_{f\ opc1}$	$t_{f\ opc2}$	$t_{f\ Plank}$	$t_{f\ Lacroix}$	$t_{f\ Plank\ Art}$
31.3	-30.2	108	0.029	71.8	11.6	49	23.4 (-52.2)	20.4 (-58.4)	24.1 (-50.8)	26.3 (-46.3)	27.6 (-43.7)
18.2	-23.9	105.5	0.046	69.6	15.3	103	53.4 (-48.2)	48 (-53.4)	58.4 (-43.3)	64.9 (-37.0)	
5.3	-20.2	104	0.012	73.1	10.3	18.2	13.8 (-24.2)	12.6 (-30.8)	12.7 (30.2)	13.4 (-26.4)	
3.9	-28.7	68.5	0.048	71.8	11.6	99	67.2 (-32.1)	59.4 (-40.0)	67.4 (-31.9)	73.6 (-25.7)	77 (-22.2)
29.9	-25.1	68	0.010	69.6	15.3	27	13.2 (-51.1)	11.4 (-57.8)	12.08 (-55.3)	12.6 (-53.3)	
18.1	-20.1	67	0.030	72.0	11.6	96.5	55.8 (-42.2)	51.6 (-46.5)	54.46 (-43.6)	58.35 (-39.5)	
17.4	-29.6	8.5	0.010	72.7	10.6	124.8	95.4 (-23.6)	82.2 (-34.1)	75.12 (-39.8)	77.17 (-38.2)	86.9 (-30.4)
6.1	-25.0	8.5	0.030	73.1	10.3	362	336.6 (-7.0)	301.8 (-16.6)	274.77 (-24.1)	283.58 (-21.7)	
30.4	-20.0	10.5	0.045	73.1	10.3	869	490.8 (-43.5)	455.4 (-47.6)	422.36 (-51.4)	438.39 (-49.6)	
							36.1	42.8	34.4	37.5	32.1

T_0 y T_∞ en °C, h en W/m²/°C, d en m, x_w y x_f en %, y t_f en minutos. Los valores entre paréntesis se refieren al error relativo (%) entre el tiempo de congelación experimental y el predicho.

Tabla 3.5. Comparación entre tiempos experimentales y predichos para la congelación de carne molida.

T_0	T_∞	h	d	x_w	x_f	$t_{f\ exp}$	$t_{f\ opc1}$	$t_{f\ opc2}$	$t_{f\ Plank}$	$t_{f\ Lacroix}$	$t_{f\ Plank\ Art}$
30.6	-27.9	107	0.027	63.1	17.7	48.5	15.6 (-52.2)	16.2 (-58.4)	13.43 (-50.8)	14.62 (-46.3)	25.1 (-48.2)
17.6	-25.0	106	0.045	62.2	19.1	85.5	34.2 (-48.2)	35.4 (-53.4)	30.45 (-43.3)	33.87 (-37.0)	-
5.0	-20.1	104	0.015	63.66	17.8	21.8	10.2 (-24.2)	10.8 (-30.8)	9.31 (-30.2)	9.91 (-26.4)	-
3.9	-30.9	69	0.048	62.5	18.3	79	42.6 (-32.1)	43.2 (-40.0)	34.80 (-31.9)	38.10 (-25.7)	64.3 (-18.6)
30.2	-25.4	68	0.012	62.2	19.1	30.4	10.20 (-51.1)	10.20 (-57.8)	8.07 (-55.3)	8.45 (-53.3)	-
17.8	-20.3	67	0.031	62.3	19.2	91.03	35.40 (-42.4)	37.80 (-46.5)	31.45 (-43.6)	33.81 (-39.5)	-
17.3	-30.1	8.5	0.011	63.6	16.1	124.5	70.20 (-23.6)	66 (-34.1)	44.66 (-39.8)	45.90 (-38.2)	84 (-32.5)
4.3	-25.0	8.5	0.031	62.3	18.7	317	222 (-7.0)	219.60 (-16.6)	156.81 (-24.1)	161.95 (-21.7)	-
30.	-19.0	10.5	0.045	62.3	19.2	885	320.40 (-43.5)	330.60 (-47.6)	254.02 (-51.4)	263.86 (-49.6)	-
							30.80	42.8	41.2	37.5	33.1

T_0 y T_∞ en °C, h en W/m²/°C, d en m, x_w y x_f en %, y t_f en minutos. Los valores entre paréntesis se refieren al error relativo (%) entre el tiempo de congelación experimental y el predicho.

IV. CONCLUSIONES

La modelación y simulación del tiempo de congelación de alimentos mediante el uso de Octave ha sido una herramienta eficiente para comprender y optimizar el proceso de congelación. La solución del modelo matemático propuesto ha permitido realizar simulaciones detalladas que tienen en cuenta variables críticas, tales como la temperatura inicial de los alimentos, la geometría de los productos, las propiedades térmicas de los alimentos y el entorno de congelación. Estas simulaciones han permitido una visión mas clara de los procesos térmicos involucrados, permitiendo la identificación de condiciones óptimas para la congelación eficiente de los alimentos.

El modelo desarrollado y las simulaciones realizadas han proporcionado información valiosa que puede ser aplicada en la industria alimentaria para mejorar los proceso de congelación, aumentar la eficiencia y la calidad de los productos congelados. El modelo de un proceso de congelación de alimentos es una tarea difícil, debido al cambio de fase que sucede en la congelación, también por la variación de valores a lo largo del proceso como son la densidad de los alimentos, la conductividad térmica, la difusividad entre estado congelado y no congelado, pero el uso de las ecuaciones simplificadas presentadas en esta investigación dan resultados satisfactorios.

Finalmente, se demostró que el método de Miles produce una mayor desviación del modelo propuesto respecto a los datos experimentales que los obtenidos con el método de Tchigeov.

V. REFERENCIAS

- ASHRAE. 2010. 2010 ASHRAE Handbook. Refrigeration. SI Edition. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers. United States of America.
- Berk, Z. 2009. Food Process Engineering and Technology. Academic Press.
- Fricke, B., Becker, B. 2001. Evaluation of thermophysical property models for foods. HVAC&R Research 7(4), 311-330.
- Hung, Y.C., Thompson, D.R. 1983. Freezing time prediction for slab shape foodstuffs by an improved analytical method. Journal of food science 48(2), 555-560.
- Kiani, H., Sun, D. 2018. Numerical simulation of heat transfer and phase change during freezing of potatoes with different shapes at the presence or absence of ultrasound irradiation. Heat and Mass Transfer 54(3), 885-894.
- Kumar, P.K., Rasco, B.A., Tang, J., Sablani, S.S. 2020. State/phase transitions, ice recrystallization, and quality changes in frozen foods subjected to temperature fluctuations. Food Engineering Reviews 12(4), 421-451.
- López-Leiva, M., Hallström, B. 2003. The original Plank equation and its use in the development of food freezing rate predictions. Journal of Food Engineering 58(3), 267-275.
- Lamua, M. 2004. Aplicación del Frío a los Alimentos. Mundiprensa.
- Narayana, K.B., KrishnaMurthy, M.V. 1979. Determination of thermal properties of food materials theory and experiments. Wärme - und Stoffübertragung 12(3-4), 261-268.

- Pham, Q.T. 2014. Food Freezing and Thawing Calculations. Springer.
- Sahin, S., Sumnu, S.G. 2006. Physical Properties of Foods. Springer.
- Sun, D.W. 2011. Handbook of Frozen Food Processing and Packaging. Segunda edición. Taylor & Francis.
- Singh, R.P., Heldman, D.R. 2009. Introduction to Food Engineering. Cuarta edición. Academic Press.
- Yun, Y.C., Ramachandraiah, K., Hong, G.-P. 2021. Effect of precooling conditions on the ice nucleation temperature and freezing characteristics of semisolid matrices. Journal of Food Engineering 291, 110232.
- Zhao, Y., Takhar, P.S. 2017. Freezing of foods: Mathematical and experimental aspects. Food Engineering Reviews 9(1), 1-12.