



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA “LUIS RIVERA TERRAZAS”

**“ESTUDIO DE LAS FLUCTUACIONES DE
MOMENTO Y TEMPERATURA PARA SISTEMAS
PEQUEÑOS EN EL SPM A ENERGÍAS DEL LHC”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
(FÍSICA)**

**PRESENTA
PABLO FIERRO ROJAS**

**DIRECTORES DE TESIS
DRA. IRAIS BAUTISTA GUZMÁN
DR. ROBERTO CARTAS FUENTEVILLA**

No. de CVU: 848955

NOVIEMBRE 2020



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Instituto de Física Luis Rivera Terrazas

Estudio de fluctuaciones de momento y temperatura para
sistemas pequeños en el SPM a energías del LHC

tesis presentada a:

**Posgrado en Física
del Instituto de Física Luis Rivera Terrazas**

como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias (Física)

presenta:

Pablo Fierro Rojas

Asesores:

Dra. Irais Bautista Guzmán (FCFM-BUAP),
Dr. Roberto Cartas Fuentesvilla (IFUAP-BUAP)

Puebla Pue.

Noviembre de 2020

Título: Estudio de fluctuaciones de momento y temperatura para sistemas pequeños en el SPM a energías del LHC

Autor: Pablo Fierro Rojas

Comité

Presidente:

Secretario:

Dr. Arturo Fernández Téllez
FCFM-BUAP

Dr. Alfonso Rosado Sánchez
IFUAP-BUAP

Vocal

Dr. Valentin García Vázquez
IFUAP-BUAP

Asesores:

Dr. Roberto Cartas Fuentevilla
IFUAP-BUAP

Dra. Irais Bautista Guzmán
FCFM-BUAP

Agradecimientos

Primeramente me gustaría agradecer a CONACYT por haberme otorgado una beca de estudios de posgrado, sin la cual no me habría sido posible enfocarme a tiempo completo a mis actividades académicas así como haber obtenido los recursos para la finalización de este trabajo.

Por otro lado me gustará agradecer a mi familia por todo su apoyo y consideración, a mis amigos y compañeros por todos los buenos tiempos y buenos ánimos.

Contenido

Resumen	vii
Introducción	xi
1 Fundamentos Teóricos	1
1.1 Modelo Estándar	1
1.1.1 Fermiones y Bosones	2
1.1.2 Simetrías de norma	2
1.2 Cromodinámica Cuántica (QCD)	3
1.2.1 Simetría Quiral	4
1.2.2 Libertad asintótica	5
1.2.3 Plasma de Quarks y Gluones (QGP)	7
2 Motivación	9
2.1 Señales de QGP	9
2.1.1 Lattice QCD	9
2.1.2 Diagrama de fase de QCD	11
2.1.3 Señales en sistemas pequeños	12
2.2 Fluctuaciones	13
2.2.1 Fluctuaciones de Temperatura	14
2.2.2 Fluctuaciones de temperatura globales	15
2.2.3 Fluctuaciones de Momento Transverso	16
2.3 Modelos de cuerdas	18
3 Modelo de Percolación de Cuerdas de Color	21
3.1 Descripción geométrica del sistema	21
3.2 Parámetros del Modelo	23
3.2.1 Momento trasnverso en el SPM	25
3.2.2 Temperatura en el SPM	26
3.2.3 Multiplicidad en el SPM	27
3.3 Datos experimentales	27
3.3.1 Alta multiplicidad	30
4 Fluctuaciones en el SPM	35
4.1 Fluctuaciones de $\langle p_T \rangle$ en el SPM	35
4.2 Fluctuaciones de temperatura en el SPM	40
5 Conclusiones	43
A Tablas del ajuste sobre intervalos de momento transverso	45

Resumen

Los efectos del estado inicial en colisiones de iones pesados han jugado un papel importante en la formación del Plasma de Quarks y Gluones (QGP). Más aún, con los recientes estudios teóricos, se ha mostrado que estos efectos son más relevantes en colisiones de sistemas pequeños, donde aún permanece la incógnita sobre la formación de QGP o si ocurren otros efectos. En este trabajo, se presenta un estudio de los efectos del estado inicial en sistemas pequeños de colisiones de protón contra protón (pp) y protón contra núcleo de plomo ($p-Pb$), por medio del estudio las fluctuaciones de temperatura y momento transversal promedio a energías del LHC como función del número de partículas producidas, en el marco del Modelo de Percolación de Cuerdas (SPM), el cual, es un modelo del estado inicial que ha logrado reproducir con éxito varias observables de colisiones de iones pesados a energías de RHIC y LHC.

Abstract

Initial state effects in Heavy Ion Collisions play an important role in the quark-gluon plasma (QGP) formation. Moreover, recent theoretical studies have shown that these effects can become more relevant in small collision systems where the formation of QGP is still an open question or any other state of matter or other effects are present. In this dissertation, we present a study of the initial state effects on the small collision systems for the mean transverse momentum and multiplicity fluctuations in pp and $p - Pb$ collisions at LHC energies, as a function of the number of particles produced in the framework of the Percolation Color Sources (String Percolation Model PSM). The SPM is an initial state model which has been successful in describing qualitatively several observables for Heavy Ion collisions at RHIC and LHC energies.

Introducción

La teoría de la cromodinámica cuántica (QCD), es la teoría de la interacción fuerte [1, 2, 4] que explica la estructura de los núcleos y de las partículas asociadas a los campos (quarks y gluones), los cuales no son asintóticamente libres [10], como ocurre en la mayoría de las teorías de campos, por lo contrario, están en estados confinados en estructuras compuestas llamadas *hadrones*; a este fenómeno se le conoce como *confinamiento* [14], el cual es un problema abierto en la Física. En los años 70's T. Lee y C. Wick propusieron explorar el límite de alta temperatura y densidad, en donde se podría lograr un estado altamente denso donde los quarks y gluones se encontrasen comprimidos y donde se permitiese la interacción entre ellos, dejando así de estar confinados en los hadrones, a este estado se le denominó *plasma de quarks y gluones* (QGP) [14], un estado que se cree, se formó en los primeros microsegundos del universo y que posteriormente dió lugar a la materia usual que conocemos. Gracias a los grandes esfuerzos experimentales y teóricos que se han realizado en el área, los experimentos, que en la actualidad estudian este estado, tales como STAR (Solenoidal Tracker) [35] y PHENIX (Pioneering High Energy Nuclear Interaction experimental) [40] en RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) y ALICE (A Large Ion Collider Experiment) [73] en LHC (Large Hadron Collider), han podido recrear las condiciones necesarias para generarlo y estudiar su caracterización. Más aún, se encontró recientemente que en las colisiones de sistemas pequeños, tales como pp y $p - Pb$ se producen eventos con una alta producción de partículas con características similares a las que se encuentran en las colisiones nucleares [27, 28, 29], lo que actualmente es un tópico de alto interés en el que se trata de entender si este estado corresponde a la formación de QGP en sistemas pequeños y cómo difiere del estado formado en colisiones nucleares.

Una propuesta interesante sobre la formación o no de un medio colectivo es el estudio de fluctuaciones de evento por evento de cantidades termodinámicas, que nos dan información sobre las fluctuaciones dinámicas y estadísticas de los sistemas formados. Una de ellas es el uso de las fluctuaciones de momento transversal promedio [34, 35, 40, 73], las cuales son, históricamente, consideradas como una prueba de la formación del QGP en las colisiones nucleares; esto debido a que el desvío de su ley exponencial indica la formación de un medio en donde se suprimen las fluctuaciones mientras se genera un medio colectivo que se termaliza. Por otro lado, las fluctuaciones de temperatura nos dan información sobre la termalización del sistema y la estructura interna del estado inicial del sistema, así como una señal de la ubicación del punto crítico del diagrama de cambio de fase de QCD.

En este trabajo se plantea realizar el estudio de las fluctuaciones de temperatura y momento transversal promedio sobre los eventos de alta multiplicidad en sistemas pequeños para estudiar su comportamiento y comparar con respecto a los resultados obtenidos en colisiones nucleares, esto con el fin de caracterizar estos sistemas y tratar de entender sus diferencias.

Capítulo 1

Fundamentos Teóricos

1.1 Modelo Estándar

El universo, tal y como lo podemos entender, está gobernado por cuatro fuerzas fundamentales. La fuerza fuerte, la fuerza electromagnética, la fuerza débil y la fuerza gravitacional. De las cuales sólo las tres primeras las podemos describir en una sola teoría cuántica, relativista y renormalizable, la cual se conoce como *Modelo Estándar*. Estas interacciones están descritas por el grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, al cual podemos dividir en subgrupos y asociarle a cada uno su respectivo tipo de interacción, sea [1]:

1. Para $SU(3)$ se le asocian ocho campos gluónicos G_μ^a correspondientes a la fuerza fuerte.
2. Para $SU_L(2)$ se le asocian tres campos débiles W_μ^i correspondientes a la fuerza débil.
3. Para $U(1)$ se le asocia uno, el campo de hipercarga B_μ correspondiente a la fuerza electromagnética .

El origen de estos grupos nace de la necesidad de agregar grados de libertad a la ecuación de movimiento de los sistemas cuánticos relativistas, las cuales se pueden obtener por medio del lagrangiano de Dirac [2]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi. \quad (1.1)$$

Por medio de una transformación: $\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$, donde A^μ es el campo con que se asocia la interacción y con los grados de libertad del sistema [1, 2]. En procesos de decaimiento, podemos interpretar estos campos como los generadores de partículas que *transmiten la interacción* que son llamadas *bosones*.

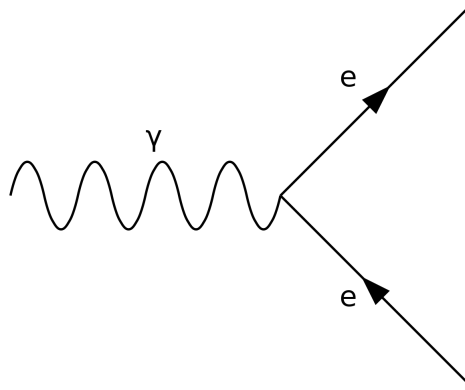


Figura 1.1: interacción electrón-positrón mediada por un fotón

Por otro lado, podemos pensar que la diferencia entre las partículas que interactúan y las que transmiten la interacción (*fermiones* y *bosones* respectivamente) radica en la estadística bajo la cual se rigen. Los fermiones se rigen por la estadística de Fermi-Dirac y los bosones por la de Bose-Einstein, de ahí el origen de sus nombres.

1.1.1 Fermiones y Bosones

Los fermiones son partículas fundamentales, de espín $1/2$ y son los constituyentes de la materia. Estos mismos se clasifican en *leptones* y *quarks*. Los leptones se diferencian por su carga eléctrica, ya sea que sean cargados o neutros. Mientras que los quarks se clasifican en familias (sabor) [1].

Por otro lado, los bosones son los generadores de los grupos que marcan el tipo de interacción, de esa forma tenemos 8 bosones para la interacción fuerte (*gluones*), 3 para la interacción débil ($W^\pm$ y Z) y uno para la interacción electromagnética (*fotón*). Adicionalmente se incluye un bosón escalar (el bosón de Higgs) el cual es un término escalar junto al término de masa que contribuye a la generación de la masa de las partículas por medio del mecanismo de Higgs [1].

Modelo Estándar de Partículas Elementales

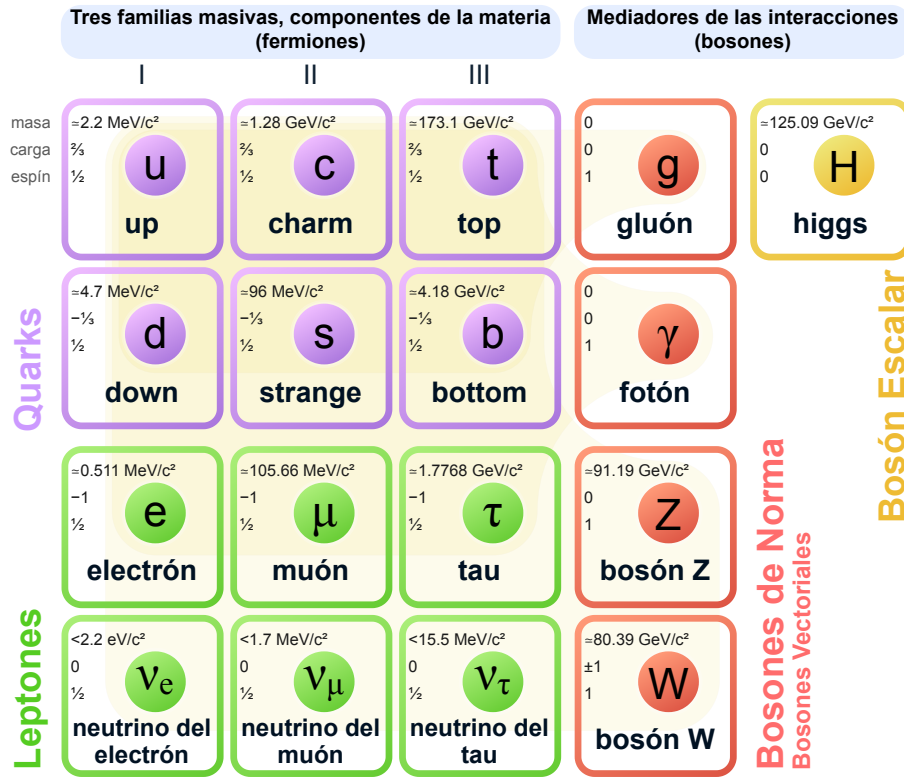


Figura 1.2: Partículas elementales de acuerdo al Modelo Estándar. La imagen es de dominio público [3].

1.1.2 Simetrías de norma

Dado el carácter relativista de este formalismo es necesario que bajo transformaciones generales de coordenadas se tenga una invarianza, por lo tanto, es de pensarse que las interacciones entre partículas se rigen por las simetrías de norma. En consecuencia, cantidades como carga eléctrica y carga de color se conservan. La

relación entre las cantidades conservadas y las simetrías está dado por el formalismo lagrangiano. Por lo mismo, regresaremos a 1.1, el lagrangiano de Dirac, que es la densidad lagrangiana cuántico-relativista para describir una partícula de Dirac libre [1, 4]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi,$$

donde ψ es el campo que describe a la partícula, mientras que $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ y e es la carga del electrón. Ahora, dado que estamos buscando una simetría, ψ es invariante bajo una transformación de fase de la forma [1, 4]:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ie\alpha}\psi, \quad (1.2)$$

donde α es una constante real. Sin embargo, la existencia de una simetría implica que no se puede medir alguna cantidad. Entonces 1.2 implica que no se puede medir la fase α y que no tiene significado físico y puede ser arbitraria. Sin embargo, una vez que la fijemos, su valor se especificará para todo el espacio y el tiempo. Entonces, se habla de una *invarianza de norma global*. Por lo tanto, como nos gustaría saber si α difiere entre distintos puntos del espacio tiempo, se le da una dependencia espacial de la forma [1, 4]:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ie\alpha(x)}\psi, \quad (1.3)$$

esta dependencia sobre el espacio se le conoce como una *invarianza local de norma*. Sin embargo, no es suficiente sólo hacer esta transformación, dado que al aplicarla a 1.1, $\mathcal{L}$ no es invariante. Por lo tanto, se debe buscar una forma modificada de la derivada, D_μ , que se transforme de forma covariante bajo transformaciones de fase [1, 2]:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu, \quad (1.4)$$

a D_μ se le conoce como la derivada covariante y nos introduce entonces el campo A_μ , llamado *campo de norma*, que hace posible la invarianza de $\mathcal{L}$. Teniéndolo entonces de la forma [1]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (1.5)$$

$$= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A_\mu, \quad (1.6)$$

en donde A_μ se acopla con la partícula de Dirac de la misma forma que el campo del fotón, por lo tanto para que se describa un fotón físico, se debe agregar un término de la energía cinética del fotón que sólo se puede describir por medio de [1, 2]:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.7)$$

una vez con este término se puede escribir el lagrangiano de la *Electrodinámica Cuántica* (QED) [1, 2]:

$$\mathcal{L}_{QED} = \underbrace{\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi}_{\text{energía cinética}} - \underbrace{e\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A_\mu}_{\text{interacción}} - \underbrace{\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{energía cinética de } A_\mu}. \quad (1.8)$$

QED es un buen ejemplo de cómo se construyen las teorías de campo, y una parte de lo que se describe en el modelo estándar. En este caso es importante recalcar que la base del campo A_μ es el grupo $U(1)$.

1.2 Cromodinámica Cuántica (QCD)

Similarmente a QED, se puede describir las interacciones de la fuerza fuerte con un campo de norma, ahora tomando como base el grupo $SU(3)$. Por lo tanto, se propone un lagrangiano de la forma [1, 4]:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{q}_j(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q_j, \quad (1.9)$$

donde notamos que $j = 1, 2, 3$ y por lo tanto: q_1, q_2, q_3 representan a los tres campos de color (rojo, verde, azul). De forma similar a QED, se propone la transformación [1, 4]:

$$q(x) \rightarrow Uq(x) = e^{i\alpha_a(x)T_a}q(x), \quad (1.10)$$

siendo U una matriz arbitraria de 3×3 . Es posible notar que hay una suma sobre a , con $a = 1, 2, \dots, 8$. Además, se tiene que T_a son los generadores de $SU(3)$, es decir, un conjunto de matrices linealmente independientes, sin traza y hermitianas.

Si se expande y se aproxima a primer orden se obtiene [1, 4]:

$$q(x) \rightarrow [1 + i\alpha_a(x)T_a]q(x) \quad (1.11)$$

$$\partial_\mu q \rightarrow [1 + i\alpha_a(x)T_a]\partial_\mu q + iT_a q \partial_\mu \alpha_a(x), \quad (1.12)$$

sin embargo, parecería que el último término de la derivada quita la invarianza, además, de igual forma que en el caso de QED, se introduce un campo de norma G_μ^a (campo gluónico), el cual se transforma de la forma [1, 4]:

$$G_\mu^a = G_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha_a(x), \quad (1.13)$$

con el cual se define una derivada covariante [1, 4]:

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_a G_\mu^a. \quad (1.14)$$

Ahora, se puede hacer lo mismo que en 1.6 para tener entonces [1, 4]:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a. \quad (1.15)$$

El cual es análogo a 1.8, sin embargo, dado que $SU(3)$ es un grupo no abeliano, esto no es suficiente para obtener un lagrangiano invariante de norma. Por lo tanto, para obtenerlo se debe agregar un término en 1.13, el cual implica también que los gluones pueden interactuar entre ellos, de tal forma que quede como [1, 4]:

$$G_\mu^a = G_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha_a(x) - f_{abc}\alpha_b G_\mu^c, \quad (1.16)$$

siendo α_b la constante de acomplamiento y f_{abc} las constantes de estructura del grupo de norma de color $SU(3)$, cuyos generadores cumplen el álgebra:

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c. \quad (1.17)$$

Para obtener entonces el lagrangiano de QCD [1, 4]:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \underbrace{\bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q}_{\text{término cinético}} - \underbrace{g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a}_{\text{interacción}} - \underbrace{\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}}_{\text{término cinético e interacción entre gluones}}. \quad (1.18)$$

1.2.1 Simetría Quiral

En el sector de baja energía, es decir, donde se toman en cuenta sólo los quarks *up* (u) y *down* (d), es gobernado por la simetría quiral, la cual es una simetría de las ecuaciones de Yang-Mills en el límite de masa cero de los quarks, formada por las combinaciones de γ_5 y las transformaciones de sabor que actúan sobre los campos de los quarks $\psi(x)$ de la forma [4, 6]:

$$\psi(x) \Rightarrow \psi'(x) = e^{i\gamma_5 \tau \cdot \theta/2} \psi(x), \quad (1.19)$$

donde τ son las matrices de isoespín de Pauli, y donde la simetría quiral corresponde a las partes *izquierda* y *derecha* del campo de quarks.

Las masas de los quarks son el único parámetro dimensional del lagrangiano de QCD 1.18, por lo que es claro que para sabores pesados no son componentes indispensables del vacío de QCD dado que sus masas son muy grandes. Por lo general es aceptado que las masas de las corrientes de los quarks en el sector de isoespín con dos sabores, es decir $N_f = 2$, sean pequeños en escala hadrónica; las masas de los u y d son de $m_u(5.1 \pm 1.5)MeV$ y $m_d = (8.9 \pm 2.6)MeV$ para que sean comparables con la escala de QCD ($\Lambda \sim 200MeV$) [5].

En el límite donde $m_{u,d} \rightarrow 0$, el lagrangiano de QCD en el sector de sabor $SU(2)$ es:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)i\gamma_\mu D^\mu \psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a(x)F_a^{\mu\nu}, \quad \psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

El lagrangiano es invariante bajo rotaciones quirales globales. Sin embargo, las dos corrientes de Noether son isovectores $J_\mu^a = \bar{\psi}(x)i\gamma_\mu \frac{1}{2}\tau^a \psi(x)$, por otro lado, el vector axial de corriente está dado por $A_\mu^a = \bar{\psi}(x)i\gamma_\mu \gamma_5 \frac{1}{2}\tau^a \psi(x)$. En consecuencia J_μ^a y A_μ^a se conservan, por la ley: $\partial^\mu A_\mu^a = \partial^\mu J_\mu^a$. Lo que implica que las corrientes de quarks izquierda y derecha dadas por $\bar{\psi}(x)\gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)\frac{1}{2}\tau^a \psi(x)$ se conservan en el límite de quarks sin masa [5]. Sin embargo, la corriente axial no se conserva, por lo que la simetría quiral no es exacta. La magnitud de la violación de la simetría se mide por medio de la masa del pión $(m_\pi/m_N)^2 \simeq 1/50$. El pión, se define como el bosón de Goldstone asociado con el rompimiento de la simetría quiral y es no-masivo en el límite quiral exacto. Por lo que se puede agregar un término de rompimiento de la simetría a 1.18, [5]:

$$\mathcal{L}_{SB} = \bar{\psi}(x) \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix} \psi(x), \quad (1.21)$$

en el cual se usa el álgebra de corrientes para obtener la relación [5]:

$$2m_\pi^2 f_\pi^2 = -(m_u + m_d)\langle \bar{\psi}\psi \rangle, \quad (1.22)$$

donde $\langle \bar{\psi}\psi \rangle = -(225 \pm 25)MeV$ es el valor para un condensado de quarks y f_π es la constante del decaimiento del pión ($\simeq 93MeV$) [5]. Ahora, para $m_{u,d} \rightarrow 0$, se tiene que $m_\pi \rightarrow 0$. Es obvio que el operador $\bar{\psi}\psi$ no es invariante bajo transformaciones quirales y el término que no desaparece de $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ implica que la simetría quiral se rompe espontáneamente. En el vacío de QCD, esto se puede interpretar como que el quark izquierdo emitido absorbe al derecho. Por lo que, entonces, si el vacío cumple la simetría quiral, su valor esperado debe ser cero.

Por otro lado, un electrón de conducción en un metal tiene una masa diferente a aquella de un electrón en el vacío, debido a la presencia del efecto colectivo de la red de electrones del metal y de otros electrones. De forma similar, se espera que los quarks dentro de los hadrones tengan una masa efectiva diferente a la masa de quarks libres. Dentro del hadrón, los quarks u y d tienen una masa de $m_q^{eff} = 300MeV$, pero en un estado libre tendrían una masa nula. Sin embargo, en la naturaleza, no se conoce un estado en que los quarks se encuentren libremente, fuera de los hadrones, por otro lado, este estado de la materia es predicho por QCD, y es alcanzable en condiciones termodinámicas extremas. Actualmente a este estado se le conoce como *Plasma de Quarks y Gluones*, donde se tiene un estado libre y fuertemente interactuante de los quarks. Por lo tanto, la transición de la materia hadrónica a QGP es asociada con la restauración de la simetría quiral.

1.2.2 Libertad asintótica

La libertad asintótica es una propiedad de las teorías no abelianas, tales como QCD, donde las interacciones de la fuerza fuerte son de forma similar a la ley de Hooke, en la cual, la magnitud de las interacciones entre partículas se vuelve asintóticamente más débil a medida que aumenta la energía o la distancia entre ellas decrece.

A diferencia de QED, como ya se había mencionado anteriormente, la interacción de color por parte de los gluones hace necesario tener un *campo que fije la norma*: $\chi^a = \partial^\mu A_\mu^a$, tal que obedezca la ecuación de onda no-abeliana [4]:

$$\partial^2 \chi^a + g f^{abc} A^{b\mu} \partial_\mu \chi^c = 0. \quad (1.23)$$

Por lo que entonces, las partículas virtuales pueden interactuar con las partículas reales (componentes de A_μ^a). Entonces, para fijar la norma, es necesario usar la teoría perturbativa que nos dé una *constante de acoplamiento*

tal que la serie sea convergente. Por ejemplo, para QED [4]:

$$e_R = e \left[1 - \frac{\alpha}{2\pi} \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (1.24)$$

Para un momento $q^2 = 0$ del fotón. Esto da una dependencia de q^2 para la cual es necesario hacer correcciones tal que se tenga una constante de acoplamiento de la forma[4]:

$$e_R^2 = \frac{e_R^2(q^2 = -M^2)}{1 - C e_R^2(q^2 = M^2) \ln(q^2/M^2)}, \quad (1.25)$$

donde C depende del número de fermiones. Entonces 1.25 denota un apantallamiento causado por la polarización del vacío en QED. De forma similar, en QCD aparecen pares virtuales de quark-antiquark que apantallan la carga de color. Sin embargo, dado que los gluones cargan carga de color y anticolor, el efecto de la polarización no es un apantallamiento, más bien el efecto contrario, por lo que la carga de color eficaz disminuirá con la distancia. Y dado que QCD es una teoría independiente de la escala y renormalizable, es posible definir una constante de acoplamiento que no dependa de la escala, la cual es de la forma:

$$\alpha(q) = \frac{1}{\beta_0 \ln(q^2/\Lambda^2)}, \quad (1.26)$$

con $\beta_0 = \frac{11N_C - 2n_f}{12\pi}$, $N_C = 3$, n_f el número de sabores para valores mucho menores a $\frac{1}{2}\sqrt{-q^2}$ y $\Lambda \equiv \Lambda_{QCD} (\approx 200\text{MeV})$ una constante de integración [4, 11, 10].

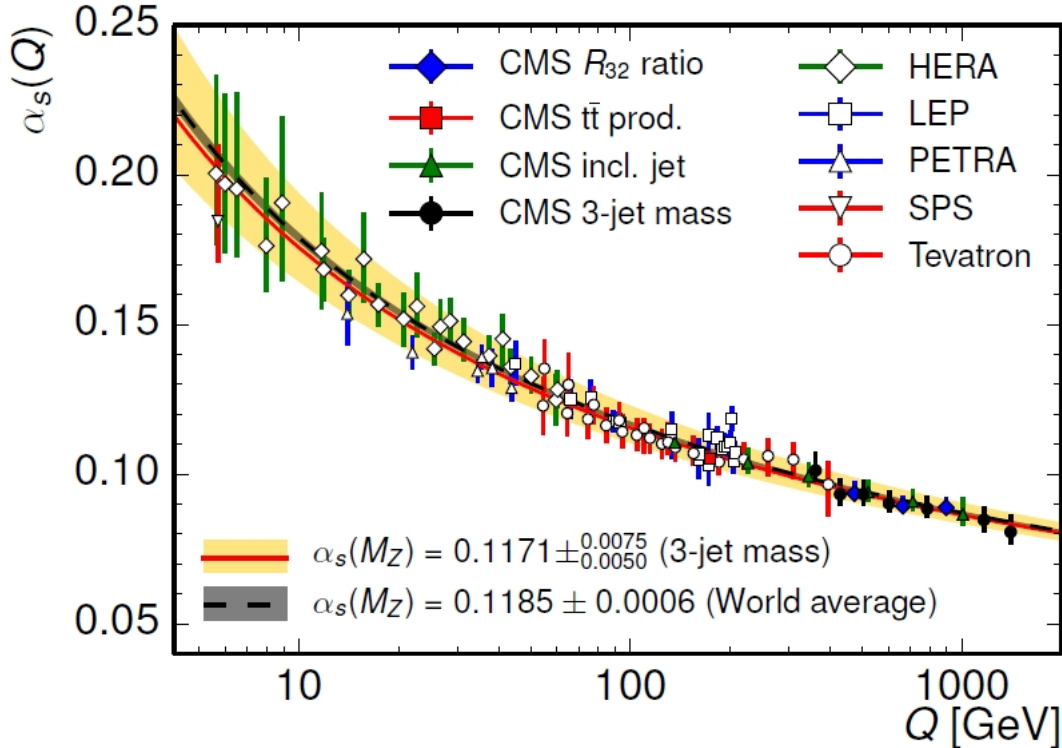


Figura 1.3: Constante de acoplamiento fuerte de acuerdo a la medición de la sección eficaz inclusiva en producción de 3-jet en colisiones pp [8]

La implicación más grande de la libertad asintótica es que, en dispersiones de alta energía, los quarks se mueven dentro de los hadrones como partículas libres, es decir, que no interactúan entre ellos; teniendo entonces un estado donde los quarks quedan atrapados dentro de los hadrones, a este fenómeno se le conoce como *confinamiento*. Por otro lado, los quarks interactúan débilmente en la región de altas energías, lo que hace que la teoría de perturbación sea especialmente útil para describir su comportamiento. Sin embargo el confinamiento es un fenómeno de bajas energías, por lo que es necesario aplicar técnicas no perturbativas para su estudio. Por esa razón, se utiliza la constante de acoplamiento efectiva $g_{eff} \equiv g$ tal que dé la correcta anomalía de la traza del tensor de energía-momento θ_μ^ν [4]:

$$\theta_\mu^\mu = \frac{\beta(g)}{2g^3} F^2, \quad (1.27)$$

siendo $F^2 = (F_{\mu\nu}^j)^2$, con $F_{\mu\nu}^j = \partial_\mu A_\nu^j - \partial_\nu A_\mu^j + f^{jkl} A_\mu^k A_\nu^l$, y $\beta(g)$ la función beta de Callan-Symanzik, la cual se define como:

$$\beta(g) = \mu \frac{\delta g}{\delta \mu}, \quad (1.28)$$

donde μ es la escala de energía. Ahora, se toma la constante de acoplamiento como [4]:

$$\alpha_s = \frac{g^2(t)}{4\pi}, \quad \text{con: } t = \ln \left(\frac{\mu^2}{\mu_R^2} \right), \quad (1.29)$$

siendo μ_R la masa de renormalización. Se pide que α_s obedezca la ecuación del grupo de renormalización [12]:

$$\frac{d \ln a}{d \mu^2} = \beta(a) = - \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n a^{n+2}, \quad \text{con: } a = \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi}. \quad (1.30)$$

Tomando el número de quarks $n_f = 6$, se tiene que los primeros términos de la función beta son [11, 12, 13]:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= 11 - \frac{2}{3}n_f, \\ \beta_1 &= 102 - \frac{38}{3}n_f, \\ \beta_2 &= \frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}n_f + \frac{325}{45}n_f^2, \\ \beta_3 &= \frac{149753}{6} + 3564\zeta_3 - \left(\frac{1078361}{162} + \frac{6508}{27}\zeta_3 \right) n_f + \left(\frac{50065}{162} + \frac{6472}{81}\zeta_3 \right) n_f^2 + \frac{1093}{729}n_f^3, \end{aligned}$$

donde $\zeta_3 \simeq 1.202056903$ [11] es la función de Riemann evaluada en 3. Así se puede observar que para altos valores de momento q^2 , la constante de acoplamiento se hace pequeña, mientras que para valores de bajo momento, la constante de acoplamiento diverge, por lo cual no es posible observar quarks y gluones libres. Como esta característica no es entendida de forma analítica, QCD se divide para su estudio en dos dominios. En la región de alto q^2 es posible aplicar métodos perturbativos, mientras que para la región de bajo q^2 es necesario aplicar métodos no perturbativos como modelos fenomenológicos.

1.2.3 Plasma de Quarks y Gluones (QGP)

Comúnmente se creía que los hadrones estaban compuestos de quarks, independientemente del hecho de que éstos no se encontraran libres en la naturaleza. Por otro lado, el escalamiento de Bjorken [14] en los fenómenos de dispersión inelástica de leptones a causa de colisiones con nucleones, indica que los hadrones consisten de objetos (partones), los cuales interactúan débilmente entre sí cuando están muy juntos, como consecuencia de la libertad asintótica. Por ejemplo, en sistemas tales como un neutrón o una estrella de neutrones, donde se tiene un radio de $0.5 - 1 fm$ y una densidad de aproximadamente $8 \times 10^{14} g \cdot cm^{-3}$ para el neutrón, y para

la estrella de neutrones se tiene una densidad central de $10^{16} - 10^{17} g \cdot cm^{-3}$. Por lo que, es de esperarse, en esos sistemas, que los hadrones se superpongan unos con otros y que su *individualidad* se pierda. Por lo tanto, se tienen las características tales que se sugiere que la materia a tal densidad es una *sopa de quarks* [5], en la cual, los quarks se encuentran de forma desconfiada. Actualmente, a esta fase de la materia se le conoce como Plasma de Quarks y Gluones (QGP). Por lo que, en tal sistema, las interacciones de largo rango se ven apantalladas debido a los efectos de muchos cuerpos.

QCD, al ser una teoría asintóticamente libre y renormalizable predice este estado de la materia. Dado que, como se vió en la sección 1.2, describe las interacciones fuertes por medio de los campos de gluones y es simétrica bajo el grupo de $SU(3)$. La descripción por medio de un campo de color es de tal forma que los bariones se pueden formar por los quarks, descritos por una función de onda, en un estado s . Los quarks se ordenan en un triplete de color, mientras que, los gluones (no masivos) son un conjunto de octetes de color. Donde, entonces, los quarks quedan confinados y los únicos estados libres que pueden tener son los mismos singletes de color de la forma [14]:

$$q_{ai} = \begin{pmatrix} u_r & d_r & s_r & \dots \\ u_g & d_g & s_g & \dots \\ u_b & d_b & s_b & \dots \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

donde cada componente es un espinor de Dirac, los índices a son los indicadores del color y el índice i es el índice ordinario de simetría hadrónica. Mientras que, por otro lado, los octetes de color están dados por el campo de norma de color $A_{\alpha\mu}$.

Sin embargo, si el sistema es llevado a condiciones extremas, tales como una densidad bariónica muy alta o una temperatura muy alta, los grados de libertad cambian. Dichas condiciones son alcanzadas en condiciones de laboratorio por medio de colisiones relativistas de núcleos, donde las reacciones hadronicas toman lugar a cortas y largas distancias, es necesario tratarlas desde marcos teóricos diferentes. Por otro lado, en sistemas muy densos, que son de nuestro interés, describen las interacciones a corta distancia, las cuales, son bien descritas por el modelo de partones basado en la libertad asintótica de QCD [15].

Es entonces que, bajo estas condiciones, se puede hablar de diferentes estados de materia hadrónica, desde un gas de hadrones, hasta QGP. De tal forma que es posible entender la transición de fase como un cambio en el número de grados de libertad en el límite de una temperatura crítica $T_c \sim 150 - 200 MeV$ [17]. Lo cual es notable si se compara la densidad de energía de un gas hadrones libres (HG) con $T \ll T_c$ y un gas de quarks y gluones libres (QGP) a $T \gg T_c$ [17], por lo que puede ser tratado como un cambio de fase:

$$\epsilon_{HG} = \frac{\pi^2}{30} 3T^4 \Rightarrow \epsilon_{QGP} = \frac{\pi^2}{30} \left[2 \times 8 + \frac{7}{8} \times 2(3) \times 2 \times 2 \times 3 \right] T^4. \quad (1.32)$$

Donde el factor de 3, en la densidad de energía del gas de hadrones, corresponde a los tres estados de los piones (π^+ , π^- , π^0) despreciando sus masas. Mientras que, para la densidad de energía del plasma de quarks y gluones, se consideran los ocho estados de color de los gluones. Cada uno con dos posibles estados de helicidad, tres clases de quarks y antiquarks respectivamente, cada uno de ellos con dos estados de espín y tres colores. El factor de 7/8 se debe al carácter fermiónico de los quarks y antiquarks.

Con esto en mente y utilizando la fórmula de Bjorken para la densidad de energía [17]:

$$\epsilon = \frac{\langle p_T \rangle}{\tau_0 \pi R_p^2 A^{3/2}} \left. \frac{dN}{dy} \right|_{\eta=0}, \quad (1.33)$$

para colisiones centrales de núcleo-núcleo y con un parámetro de impacto $b = 0$. Para un tiempo $\tau_0 = 1 fm/c$ después de la colisión. Se estima que la densidad crítica que marca el cambio de fase es $\epsilon_c \equiv 0.5 GeV/fm^3$, la cual se estimó a través de colisiones de $Au - Au$ y $Pb - Pb$ a altas energías en RHIC y LHC [18, 19].

Capítulo 2

Motivación

2.1 Señales de QGP

El estudio del plasma de quarks y gluones tiene, además, una fuerte importancia para la cosmología, puesto que, al ser un estado de la materia extremadamente denso debería haber aparecido por primera vez en el universo temprano, por lo que entonces nos da un entendimiento de la evolución del universo [14].

Por otro lado, las colisiones ultrarelativistas de iones pesados nos dan la oportunidad de estudiar el QGP en un laboratorio. Donde se produce un número grande de partículas en el volumen finito de la colisión, lo cual sugiere la existencia de un valor grande de la densidad, ideal para la formación de QGP. Sin embargo el problema sobre el entendimiento de la formación de QGP en colisiones de iones pesados se debe a que en principio es difícil definir un estado de equilibrio del sistema, dado que el cambio de fase ocurre en un volumen limitado y vive un tiempo muy corto y varía dependiendo del tamaño del sistema. La materia a altas temperaturas y a altas densidades formada inicialmente en un breve intervalo de tiempo se expande subsecuentemente, así como un tiempo después se enfría más allá de una temperatura crítica T_c antes de la termalización, donde las partículas producidas dejan la llamada *fire ball* formada durante la colisión y podrían ser detectadas [5].

Para encontrar evidencia de la formación de QGP, es necesario deducir las propiedades termodinámicas del sistema, tales como, la energía, la entropía y la temperatura que se forman en *colisiones centrales*. En consecuencia las señales de la formación son variadas y pueden ser obtenidas a través de la medición del flujo de energía y densidad de energía, multiplicidades y sus fluctuaciones, los espectros de partículas y sus correlaciones, fotones directos y dileptones, supresión de J/ψ , así como la abundante producción de partículas con extrañeza [5].

En las últimas décadas se han hecho enormes esfuerzos experimentales para la obtención de QGP en laboratorios, tales como ISR en CERN y AGS en BNL, y subsecuentemente en SPS y RHIC respectivamente, donde se alcanzaron energías hasta de 200MeV . Más recientemente, con la construcción del LHC, se han podido alcanzar energías de 2.76GeV para colisiones de $Pb-Pb$ y energías hasta 13TeV en colisiones de pp , donde se han hecho estudios de transición de fase en los experimentos ALICE y CMS.

2.1.1 Lattice QCD

Una de las formas en que se ha descrito bien el QGP es por medio de modelos perturbativos a base de rejillas (lattices). Tal como el caso de Lattice QCD que describe la transición de fase de esta forma. De tal manera que se ha logrado entender mucho sobre la estructura de fase de QCD a temperaturas finitas, así como la termodinámica en el límite de masas grandes de los quarks en QCD. Así como la temperatura crítica y la ecuación de estado [20].

Partiendo de que se quiere encontrar un equilibrio termodinámico en QCD en la rendija, se parte de la función de partición, la cual depende explícitamente del volumen V , la temperatura T y del potencial químico

del número de quarks μ . La cual se presenta en términos de una integral de línea sobre un camino euclidiano para un campo de norma A_μ y campos de fermiones $(\bar{\psi}, \psi)$ y tiene la forma [20]:

$$Z(V, T, \mu) = \int \mathcal{D}A_\nu \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi e^{-S_E(V, T, \mu)}. \quad (2.1)$$

En el punto de densidad bariónica muy baja (o potencial químico cero) las propiedades de la transición de QCD dependen del número de sabor de los quarks y sus masas. Es decir, que el comportamiento y la naturaleza de la transición de fase está controlado por las simetrías globales del lagrangiano de QCD, 1.18. Tales simetrías sólo existen en los límites de masa infinita o masa cercana a cero de los quarks. Para cualquier valor no-nulo de las masas de los quarks, las simetrías globales se rompen explícitamente. En consecuencia, en el caso de QCD la ruptura explícita de la simetría es inducida por la masa finita de los quarks, de forma muy similar a la inducida por un campo ferromagnético externo en los modelos de espín. Por lo tanto, se espera una transición de fase continua en los límites antes mencionados.

Por lo tanto, el entendimiento de los aspectos cualitativos del diagrama de fase de QCD es basado en argumentos de la universalidad de la ruptura de la simetría en los límites antes mencionados. En el límite de masa infinita de los quarks, la teoría pura de $SU(3)$, el comportamiento a distancias grandes de la energía libre de los quarks pesados $F_{\bar{q}q}$, provee una distinción única entre el confinamiento por debajo de la temperatura crítica T_c y el desconfinamiento en $T > T_c$. En la rendija de tamaño $N_\sigma^3 \times N_\tau$ la energía libre de los quarks pesados puede ser calculada a partir del valor esperado del vacío de la función de correlación del loop de Polyakov [21]:

$$e^{-\frac{F_{\bar{q}q}(r, T)}{T}} = \langle \text{Tr} L_X \text{Tr} L_Y^\dagger \rangle, \quad rT = |X - Y|N_\tau, \quad (2.2)$$

donde L_X y $L_Y^\dagger$ representan fuentes estáticas de quarks y anti-quarks en los puntos espaciales X y Y respectivamente. Por lo que el parámetro de orden que marca el desconfinamiento es proporcionado por el valor esperado del vacío del *loop de Polyakov*. Para separaciones muy grandes ($r \rightarrow \infty$), la función de correlación se aproxima a $|\langle L \rangle|^2$, donde $\langle L \rangle = N_\sigma^{-3} \langle \sum_X \text{Tr} L_X \rangle$ denota al valor esperado del loop de Polyakov, que caracteriza el comportamiento de la energía libre de los quarks pesados libres a distancias grandes y es un parámetro de orden para el desconfinamiento en la teoría de norma de $SU(3)$:

$$L(\vec{x}) = \text{Tr} \prod_{t=1}^{N_t} A_4(\vec{x}, t), \quad (2.3)$$

por lo que entonces para el valor esperado del vacío:

$$\langle L \rangle \begin{cases} = 0 & \Leftrightarrow \text{fase confinada } T < T_c \\ > 0 & \Leftrightarrow \text{fase desconfina } T > T_c. \end{cases} \quad (2.4)$$

Una de las simetrías en las cuales podemos encontrar una ruptura que cause un cambio de fase, es la simetría quiral, la cual se controla por medio del condensado quiral $X(T) \equiv \langle \bar{\psi}, \psi \rangle \sim M_q$ que mide las masas de los quarks, obtenidas de un lagrangiano con quarks no-masivos. A altas temperaturas, se puede pensar, que la masa "se derrite", por lo que entonces:

$$X(T) \begin{cases} > 0 & , T < T_x \\ = 0 & , T > T_x, \end{cases} \quad (2.5)$$

donde T_x es otra temperatura crítica, tal que para $T > T_x$ se reestablecen las simetrías rotas a consecuencia de las masas en lagrangiano de QCD [21]. Las derivadas con respecto a T de $\langle L \rangle$ y X se han estudiado en Lattice a una temperatura finita haciendo que T_c y T_x coincidan, por lo que se ha reportado un valor de la temperatura crítica de $T_c \simeq 154 \pm 9 \text{ MeV}$ [5, 22, 23].

2.1.2 Diagrama de fase de QCD

Como se vió en la sección anterior, cuando se restaura el rompimiento espontáneo de la simetría quiral a una temperatura finita, se tiene un cambio de fase de segundo orden. Y QCD con dos quarks de masa no-nula, tiene una transición suave (crossover) como función de la temperatura T [24].

Sin embargo, a temperatura cero y potencial químico μ finito, se tiene una transición de primer orden. Por lo que se puede argumentar que existe un punto tricrítico en el diagrama de fase $T - \mu$. La naturaleza de este punto puede ser entendida al considerar el potencial efectivo de Landau-Ginzburg para el parámetro de orden del rompimiento de la simetría quiral $\phi = (\sigma, \pi) \sim \langle \bar{\psi}\psi \rangle$, de la forma [24]:

$$\Omega(\phi) = a\phi^2 + b(\phi^2)^2 + c(\phi^2)^3, \quad (2.6)$$

donde los coeficientes a , b y c son funciones de μ y T . La línea de transición de fase de segundo orden descrita por $a = 0$ en $b > 0$ se vuelve de primer orden cuando b cambia de signo [24].

Sin embargo, en una situación realista, es decir, QCD con quarks masivos, la transición de fase de segundo orden se vuelve un crossover y el punto tricrítico se vuelve un punto crítico (end point) sobre la línea de transición de primer orden, por lo que es posible pensar en diagrama de fase de la siguiente forma:

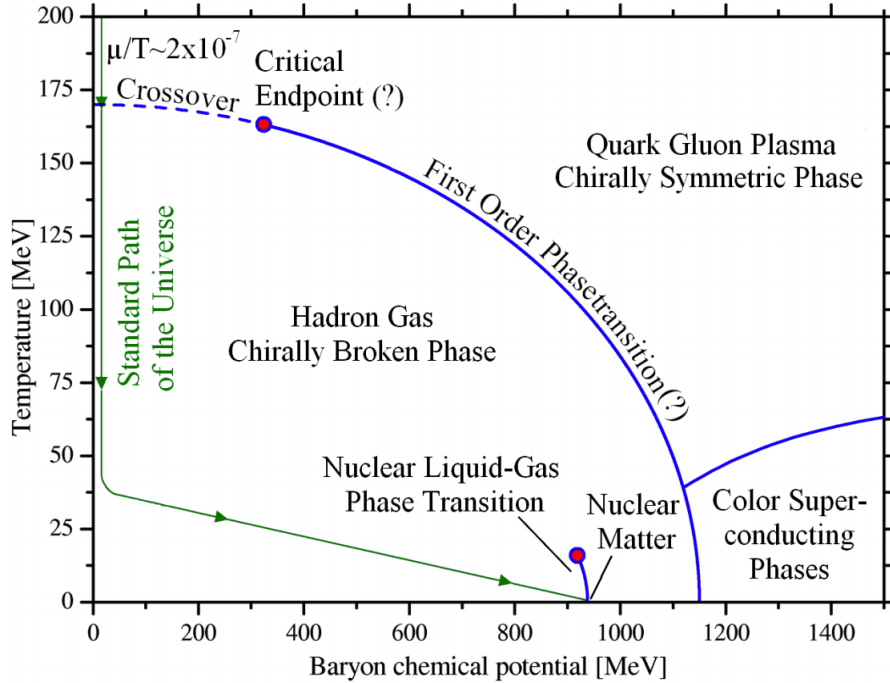


Figura 2.1: Esquema del posible diagrama de fase en QCD de [25].

Sin embargo, por completitud, es posible agregar un tercer quark, de sabor *extraño*, el cual tiene un efecto importante en la posición del punto crítico. Para potencial químico $\mu = 0$, si el quark extraño tiene una masa m_s mayor que algún valor crítico m_{s3} , la transición de fase de segundo orden finita se vuelve de primer orden. Lo que lleva a un nuevo punto tricrítico en el plano $T - m_s$. Lo que en términos de 2.6, el efecto del declive de m_s es similar al incremento de μ , ambos hacen que b sea negativo. Sin embargo, lo más relevante es que, a diferencia de m_s , μ es un parámetro que se puede medir experimentalmente. Lo que es importante es que, el efecto cualitativo del quark extraño sea reducir el valor del potencial químico en el punto crítico, desplazándolo

así a una región en que, a diferencia del modelo de dos sabores de quarks, la masa de los quarks sea no-nula. Por lo que entonces se presenta una descripción más completa con 2+1 sabores.

Actualmente se busca una mejor descripción del sistema, es decir, una mejor representación del diagrama de fase de QCD. La figura 2.4 expone de manera esquemática las regiones exploradas por los experimentos y descrito por modelos y simulaciones, tales como, el antes mencionado, lattice QCD [26].

2.1.3 Señales en sistemas pequeños

En décadas recientes, se han encontrado señales de un medio colectivo, que bien podría ser QGP, en colisiones de sistemas pequeños, tales como lo son colisiones de protón contra protón (pp) y protón contra núcleo de plomo ($p - Pb$). Una de estas señales es el flujo de nucleones y poiones en colisiones de pp a $1.8 TeV$ [27]. Donde se encuentra que el tiempo característico para la ecualización del fujo es mayor que la escala de tiempo de la expansión de la *fire ball* hadrónica que se crea en colisiones de altas energías. Este efecto podría ser un indicador de la formación de QGP.

El escenario en donde de la formación de un sistema altamente denso para colisiones ultrarelativistas, es caracterizado por una temperatura y, por lo general, indica que el espectro de momento transverso de las partículas emitidas decrece exponencialmente a alto p_T . Por lo que se ha especulado que un flujo saliente colectivo se desarrola durante la expansión del estado de alta densidad [27].

Por otro lado, de forma experimental se sugiere la formación de este flujo colectivo, por medio de la formación de la estructura de *ridge* [28], la cual es una estructura observada en la función de correlación R de dos partículas contra la diferencial de pseudorapidez $\Delta\eta$ y ángulo azimutal $\Delta\phi$, lo cual está relacionado con la evolución hidrodinámica de la materia. Este fenómeno también es observado en colisiones de iones pesados y ha sido uno de los descubrimientos más importantes en RHIC, dado que muestra formación de un medio que se comporta como un líquido perfecto justo después de la colisión, tal como el QGP [29].

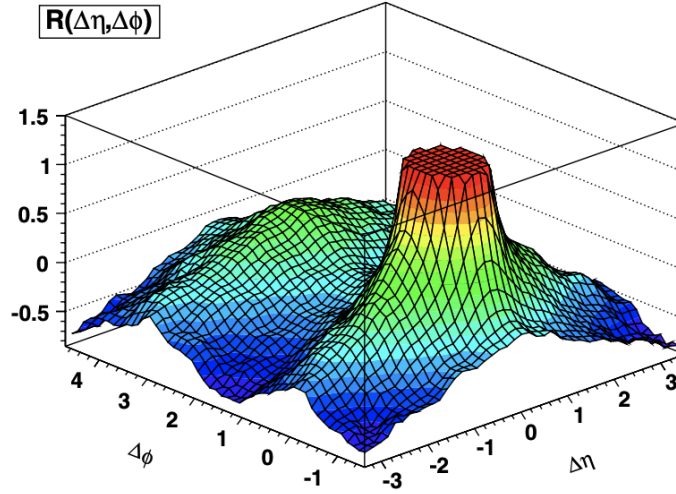


Figura 2.2: La función de correlación de dos partículas R contra $\Delta\eta$ y $\Delta\phi$ para eventos de alta multiplicidad en colisiones de pp a $7 TeV$ [29]

Esta estructura se observa en la región de $\Delta\phi = 0$ y en eventos de alta multiplicidad. Sin embargo, las condiciones para la formación del ridge, son descritas por el problema del estado inicial, dado que el flujo de partículas resultantes de la colisión están ampliamente relacionandas con el momento transverso y el flujo elíptico, es decir, depende de la geometría inicial del sistema. Por otro lado dichas condiciones iniciales se

pueden reproducir por medio de modelos fenomenológicos de cuerdas, que dan origen a las fluctuaciones de las observables del sistema [29].

2.2 Fluctuaciones

El estudio y análisis de fluctuaciones es uno de los métodos más importantes para caracterizar un sistema físico.

En general se puede distinguir entre dos tipos de fluctuaciones. El primer tipo es de origen cuántico, donde las fluctuaciones de una observable aumentan si dicha observable no conmuta con el hamiltoniano del sistema que se esté considerando. El segundo tipo, son las fluctuaciones *dinámicas* que se reflejan en las propiedades y en la respuesta del sistema, la cual se ve reflejada en fluctuaciones de cantidades termodinámicas, tales como la temperatura y la densidad de energía, y ocurren después de un tiempo pasado el estado inicial.

Las fluctuaciones están cercanamente relacionadas con los fenómenos de transición de fase. Considerando la riqueza del diagrama de fase de QCD 2.4, el estudio de fluctuaciones en la física de iones pesados nos debería presentar un conjunto rico de fenómenos. La forma más eficiente de abordar las fluctuaciones en colisiones de iones pesados es a través del estudio de *evento por evento* (EbE); por medio del cual, dada una observable, ésta se mide EbE y sus fluctuaciones se estudian sobre un ensamble de dichos eventos. En la mayoría de los casos el análisis es equivalente a la medición de las correlaciones de dos o más partículas sobre la misma región de aceptación. Consecuentemente, las fluctuaciones nos darán información de dos funciones puntuales del sistema que determinarán la respuesta del sistema a perturbaciones externas [30].

En el marco de la mecánica estadística, que describe las propiedades de bulto de las colisiones de iones pesados, las fluctuaciones miden la susceptibilidad del sistema, la cual también determina la respuesta del sistema a fuerzas externas.

Típicamente se considera un sistema en el ensamble gran canónico, el cual, es la descripción más relevante para las colisiones de iones pesados ya que sólo se considera una parte del sistema y está dado por la función de partición [30]:

$$Z = \sum_{\text{estados } i} \langle i | \exp(-\beta(\hat{H} - \mu\hat{Q})) | i \rangle \equiv \text{Tr} \left[\exp(-\beta(\hat{H} - \mu\hat{Q})) \right], \quad (2.7)$$

donde $\beta = 1/T$ es el inverso de la temperatura, Q es la carga conservada y μ es potencial químico. Con su distribución de momento[30]:

$$\langle X^n \rangle_G \equiv \text{Tr}[\hat{X}^n \hat{\rho}_G] s. \quad (2.8)$$

Por lo tanto, la energía y los números cuánticos conservados pueden intercambiarse con el resto del sistema, lo cual se considera como un baño térmico.

Para un sistema térmico, las fluctuaciones típicas son gaussianas y se caracterizan por la *varianza*:

$$\langle \delta X^2 \rangle \equiv \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2. \quad (2.9)$$

Las cantidades que caracterizan el sistema termal, tales como la energía, se pueden expresar en términos de las derivadas de la función de partición. Sin embargo, son de nuestro especial interés las fluctuaciones de energía y temperatura, las cuales suelen estar asociadas con las fluctuaciones del momento transversal [30].

Como se había mencionado anteriormente, el ensamble gran canónico, da la mejor representación para los sistemas creados en colisiones de iones pesados, dado que los números cuánticos se conservan para todo el sistema, por lo que se puede describir un estado de equilibrio, el cual se caracteriza por las variables conjugables, tales como la temperatura y los potenciales químicos de la energía. En consecuencia, este marco nos da observables que pautan el cambio de fase en colisiones de iones pesados de una forma *sencilla*. Más aún, dado que la energía y demás cargas conservadas pueden fluctuar, el tamaño de estas fluctuaciones revela información adicional sobre las propiedades de la materia, las cuales son llamadas *susceptibilidades*, las cuales, también, caracterizan la respuesta del sistema a fuerzas externas [31].

Por ejemplo, las fluctuaciones de la carga conservada en un subsistema están dadas por [31]:

$$\langle \delta Q^2 \rangle_G = T^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \log Z = -T \frac{\partial^2}{\partial \mu} F, \quad (2.10)$$

de forma similar, las fluctuaciones de la energía se pueden expresar [31]:

$$\langle \delta E^2 \rangle = \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \log Z = -T^3 \frac{\partial^2}{\partial T^2} F = T^2 C_v, \quad (2.11)$$

en donde Z es la función de partición, F es la energía libre de Helmholtz y C_v es la capacidad calorífica. De esto se puede notar que estas fluctuaciones son proporcionales a C_v , por lo tanto, es de esperarse que estas fluctuaciones obtengan un máximo mientras que el sistema se "traslada" a través del diagrama de fase de QCD, el cual, como otros diagramas de cambio de fase, está caracterizado por un máximo de la capacidad calorífica.

Por otro lado, como ya se había mencionado, del diagrama de fase de QCD se espera una transición de fase de primer orden a un potencial químico con un número finito de quarks. Se ha argumentado [31] que la línea de separación va desde una temperatura cero y un potencial químico grande a una temperatura finita y un potencial químico significativamente más pequeño, como se ve en la figura 2.4 y que termina en un punto crítico; aquí la transición de fase es de segundo orden. Las transiciones de fase de segundo orden están acompañadas de fluctuaciones de parámetros de orden y da lugar a fenómenos tales como la opalecencia. Sin embargo, dado que el sistema son colisiones de iones pesados, el sistema se expande rápidamente, alentando otros fenómenos relacionados con un cambio de fase de segundo orden. Esto va a prevenir que los modelos de longitud de onda larga de desarrollen[33]. por lo que se ha estimado que existe un máximo de correlación de $\xi \simeq 3fm$ si el sistema pasa por el punto crítico, por lo que se argumenta [31] que el sistema llega a un estado termalizado (*freeze out*) cerca del punto crítico. Por lo que se introducen correlaciones de alto rango por los modelos de σ que llevan a fluctuaciones grandes en la producción de piones a bajo momento transversal [31, 32].

En el límite termodinámico, donde el número de partículas tiende a infinito, las fluctuaciones deberían de diverger, sin embargo, en un escenario realista, las fluctuaciones están limitadas por la misma longitud de correlación de $\xi \simeq 3fm$ con un incremento de 5 – 10% en las fluctuaciones de momento transversal promedio $\langle p_T \rangle$, lo cual se ha observado en experimentos, tales como PHENIX [34] y STAR [35] en RHIC y ALICE [73] en LHC.

2.2.1 Fluctuaciones de Temperatura

Las fluctuaciones de temperatura, se han utilizado para caracterizar la evolución de sistemas hidrodinámicos. Sin embargo, las fluctuaciones de temperatura, también se pueden estudiar bajo el marco del ensamble micro canónico, en donde, a diferencia del ensamble gran canónico, son inversamente proporcionales a la capacidad calorífica [31]:

$$\langle \delta T^2 \rangle_{MC} = \frac{T^2}{C_v}. \quad (2.12)$$

Por otro lado, la segunda derivada de la energía libre, que caracteriza las fluctuaciones nos da una carga de susceptibilidad [31]:

$$\chi_E = -\frac{1}{V} \frac{\partial^2}{\partial T^2} F = \frac{c_v}{T_s}, \quad (2.13)$$

la cual está relacionada con el calor específico c_v . Y justo como el calor específico, determina la respuesta del (sub)sistema a un cambio de la temperatura.

Por lo que las fluctuaciones de la temperatura se pueden denotar como[31, 32, 33]:

$$\frac{\langle (\Delta T)^2 \rangle}{T^2} = \frac{1}{C_v}, \quad (2.14)$$

donde $\Delta T^2 = \langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2$. Dado que las fluctuaciones de temperatura están relacionadas con la capacidad calorífica, es posible conocer las condiciones de cambio de fase y su naturaleza. Por ejemplo, si se desea saber

si una clase de eventos con alguna propiedad arbitraria, por ejemplo alta extrañeza, entonces se le asocia con una fase diferente al resto de los demás eventos, por lo que, a continuación, se le asocia una temperatura por medio de un ajuste de cada evento sobre la energía transversa. Por lo que, ahora, se busca la desviación de la temperatura para cada clase de evento. Típicamente por este método se calcula C_v , la cual está determinada por 2.14, por lo que si la C_v de dos clases difieren drásticamente, es una evidencia de cambio de fase [33].

Con esto en mente, es posible entonces que el estudio de las fluctuaciones de temperatura puede realizarse de manera *global* y en una región *local* donde ambos estudios arrojan información diferente del sistema. Por un lado las fluctuaciones de temperatura globales proveen información sobre la capacidad calorífica, la cual arrojará información sobre el punto crítico en el diagrama de QCD. Mientras que las fluctuaciones locales de temperatura revelan que, dado que se pueden tomar las fluctuaciones como una correlación, las correlaciones del estado inicial del sistema pueden sobrevivir al estado final del mismo y se manifiestan como fluctuaciones.

2.2.2 Fluctuaciones de temperatura globales

Las fluctuaciones de temperatura globales de EbE tienen ambas contribuciones, tanto dinámicas como estadística. La componente estadística aumenta debido al número de partículas producidas y no contribuye a la medición de la capacidad calorífica del sistema. Las componentes dinámicas se obtienen al restar la componente estadística de las fluctuaciones totales del sistema. Las fluctuaciones, nuevamente, se calculan de bin a bin y se presentan de la forma $\Delta T / \langle T \rangle$, donde ΔT es desviación de la RMS sobre los bins. Por lo que entonces las fluctuaciones nos muestran la evolución hidrodinámica del sistema y con base a las fluctuaciones presentes, se puede conocer el cambio en el comportamiento del sistema, es decir las variaciones de EbE de las condiciones de termalización [37, 38].

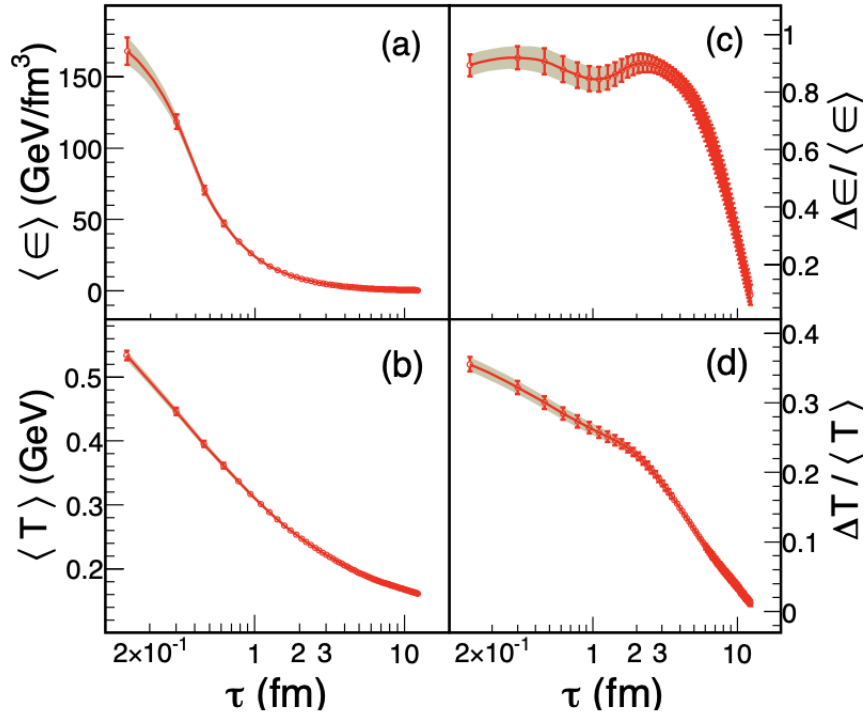


Figura 2.3: Evolución temporal de las distribuciones de energía (lado superior izquierdo) y temperatura (lado inferior izquierdo) y de las fluctuaciones de energía (lado superior derecho) y temperatura (lado inferior derecho) de $Pb - Pb$ a $2.76 TeV$ con el modelo de AMPT [37, 38].

Por otro lado, las fluctuaciones globales están más relacionadas con las fluctuaciones de momento transversal promedio por lo que es interesante observar dónde ocurren ambas así como su correlación.

2.2.3 Fluctuaciones de Momento Transverso

Por otro lado, las fluctuaciones de momento transversal promedio nos arrojan más información sobre el cambio de fase del sistema. Esto se puede ver en una situación ideal, de un gas ideal de Bose de piones, sobre el cual se analiza una variable intensiva arbitraria q [31], la cual es una densidad de la forma $q = Q/N$. Es de nuestro interés que q sea el momento transversal p_T . Se desea ver que las fluctuaciones de q se influyen por el hecho de que los piones están en contacto térmico con un baño térmico con capacidad calorífica C_A . Por lo que al calcular la varianza y usar el correlador microscópico [31]:

$$\langle(\Delta q)^2\rangle = \left\langle \left(\Delta \left(\frac{Q}{N} \right) \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{\langle N \rangle^2} \left[\sum_p v_p^2 (q_p - \langle q \rangle)^2 - \frac{1}{T^2(C_A + C_B)} \left(\sum_p v_p^2 \epsilon_p (q_p - \langle q \rangle) \right)^2 \right]. \quad (2.15)$$

El primer término de la segunda igualdad da la mayor contribución a $\langle(\Delta q)^2\rangle$, mientras que el segundo término es el efecto de anticorrelación inducido por la conservación de la energía y el contacto con el baño térmico [31]. Este término es no-nulo aún si C_A es cero. En dado caso describe los efectos de la conservación de energía en las fluctuaciones de q del sistema B . Por lo que entonces el contacto con el baño térmico reduce ese término, sin embargo, se mantiene mientras que C_A sea comparable con C_B [31].

De esa forma, es fácil ver que las fluctuaciones de momento transversal promedio están relacionadas también con la transición de fase de QCD. Una ventaja de las mismas es que ofrecen una forma de medirlas de forma experimental sin dependencia de algún modelo. Por lo que, en las últimas dos décadas, experimentos como STAR y PHENIX en RHIC, así como SPS y ALICE en LHC han hecho estudios del cambio de fase de la materia hadrónica por medio de las fluctuaciones del momento transversal, dónde se han estudiado en sistemas de colisiones de núcleo-núcleo debido a que en ese entonces, estos eran los únicos sistemas donde se había detectado señales del cambio de fase de QCD.

La forma en que se miden las fluctuaciones de momento transversal es por medio de la eliminación de las fluctuaciones geométricas debido al parámetro de impacto, la cual se cuantifica a través de la variable Φ , la cual es particularmente útil dado que es válida de igual forma tanto para sistemas de colisiones de pp como de núcleo-núcleo. Ya que se considera válida para pp y una superposición de la misma para núcleo-núcleo. Una consecuencia de ello es que entonces Φ es independiente de la centralidad de las colisiones de núcleo-núcleo. Sin embargo, Φ depende fuertemente de las correlaciones. En consecuencia, Φ se define como [40]:

$$\Phi = \sqrt{\frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle N \rangle}} - \sqrt{\langle z \rangle^2}, \quad (2.16)$$

donde $z = p_T - \langle p_T \rangle$ es la varianza de una partícula sobre una distribución inclusiva, mientras que $Z = \sum_{i=1}^N p_{T_i} - \langle p_T \rangle$ se define como la varianza del evento, donde la suma es referente al número de partículas de un evento dado.

Por otro lado, es necesario entonces, hacer un perfil de las distribuciones de momento transversal, la cual está dada por [40]:

$$M(p_T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{T_i}, \quad (2.17)$$

y está caracterizada por una región de aceptación para el momento transversal promedio de N partículas en un evento. Esta distribución tiene aproximadamente un comportamiento gaussiano, donde no se observan excesos de eventos anómalos. Sin embargo, de forma experimental, para verificar que la contribución de las fluctuaciones estadísticas del momento transversal promedio sea mínima. Esto se logra al mezclar los eventos reales con eventos

simulados, una técnica conocida como *event mixing*, en la cual, se espera que estos nuevos eventos tengan las mismas distribuciones de partículas, pero no tienen las correlaciones internas, tales como aquellas del parámetro de impacto o la multiplicidad.

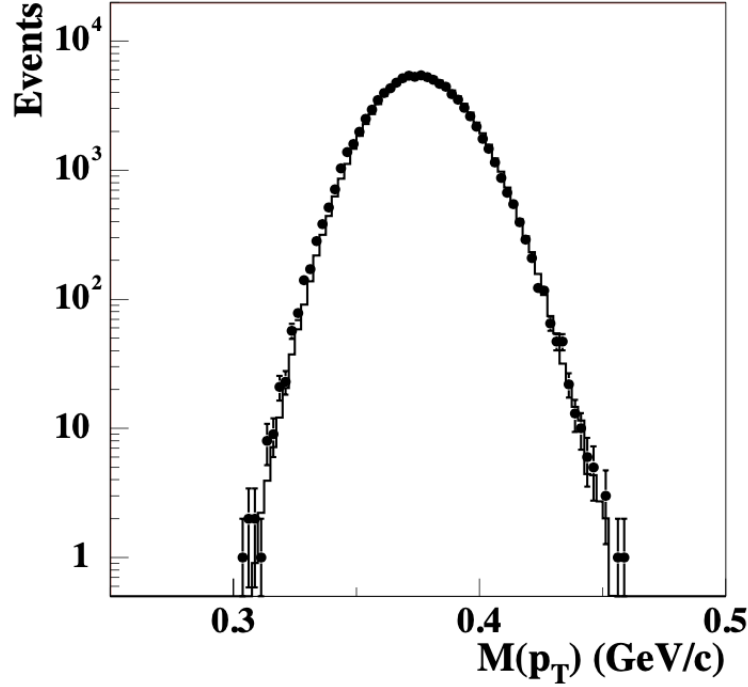


Figura 2.4: Distribución de momento transversal promedio $M(p_T)$ (puntos), comparado con la distribución de eventos mezclados (línea) [35]].

Por lo tanto, las fluctuaciones de EbE del momento transversal promedio, son cuantificadas por una función de fluctuaciones F_{p_T} , definida como [40]:

$$F_{p_T} = \frac{\omega_{(p_T, \text{datos})} - \omega_{(p_T, \text{mezcla})}}{\omega_{(p_T, \text{mezcla})}}, \quad (2.18)$$

donde ω_{p_T} es la magnitud de la fluctuación definida como [40]

$$\omega_{p_T} = \frac{\sqrt{\langle M(p_T)^2 \rangle - \langle M(p_T) \rangle^2}}{\langle M(p_T) \rangle}. \quad (2.19)$$

Por lo tanto F_{p_T} es una buena descripción para las fluctuaciones de momento transversal promedio de origen dinámico. A su vez, F_{p_T} revela información del sistema en términos de sus eventos, es decir, qué eventos son aquellos cuyas condiciones termodinámicas fueron las necesarias para un cambio de fase de QCD.

Una de las características por las que se pueden clasificar los eventos, en especial los eventos en colisiones de núcleo-núcleo, es la centralidad. Un buen ejemplo de esto es aquel reportando en [40] que se muestra en la figura 2.5. Donde se reporta la magnitud de F_{p_T} en función porcentual de la centralidad para colisiones de $Au - Au$ y el valor de F_{p_T} es enteramente debido a las fluctuaciones de la temperatura efectiva del sistema y corresponde a una fluctuación de 1.8% y 3.7% para eventos muy centrales y medianamente centrales respectivamente.

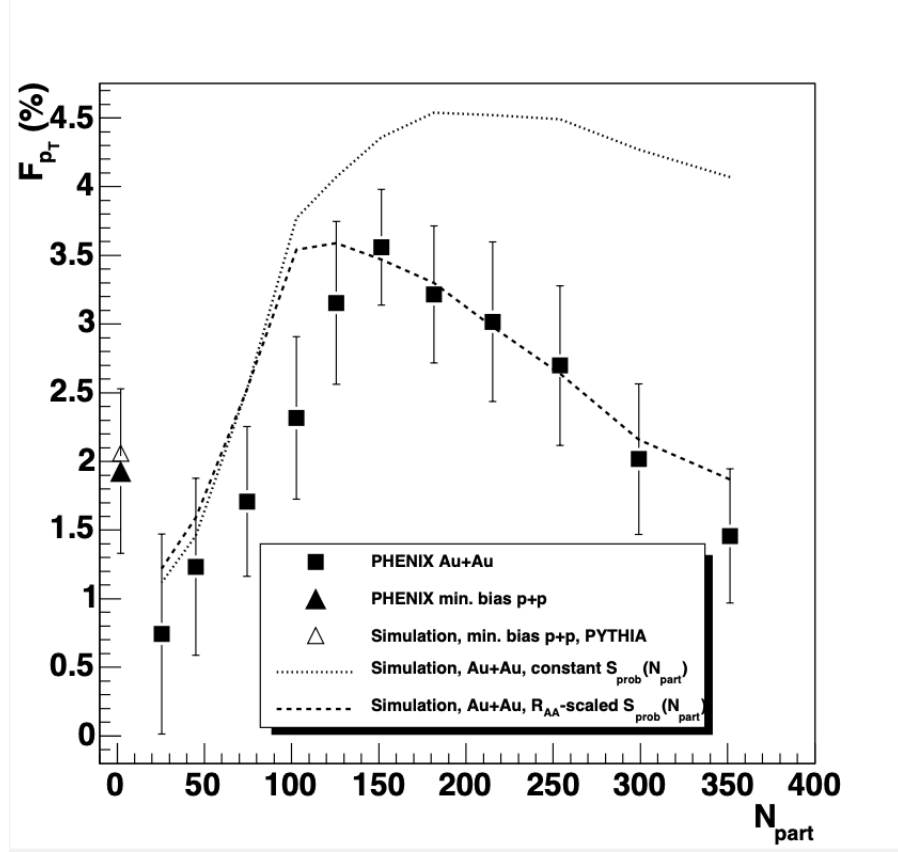


Figura 2.5: F_{p_T} como función de la centralidad, expresada en términos del número de participantes para colisiones de $Au - Au$ a 200GeV y comparada con modelos de Monte Carlo [40].

2.3 Modelos de cuerdas

En su mayoría, los modelos fenomenológicos para QCD no perturbativa se basan en cuerdas. Los cuales coinciden, burdamente, en postulados básicos, tales como el número de cuerdas y su dependencia con la energía y centralidad, los cuales son tomados del modelo de Glauber-Gribov, a pesar de no ser dependientes de sus respectivos mecanismos. Los modelos de cuerdas se dividen en dos tipos, aquellos que toman en cuenta el intercambio de color entre la proyectil y el blanco y modelos sin intercambio de color, donde la interacción excita a los partones, produciendo cuerdas entre ellos[41, 42, 43, 44, 45, 46]. Es de nuestro especial interés enfocar a los modelos sin intercambio de color, dado que este enfoque es el tema central de esta tesis.

Un buen ejemplo de un modelos sin intercambio de color, es el Modelo de Partones Duales (DPM) [41], el cual está basado en la expansión de $1/N_c$ de QCD. En el DPM, la distribución de multiplicidad $\frac{dN}{dy}$ de colisiones de pp se describe como la fragmentación de 2κ cuerdas de la forma:

$$\frac{dN^{pp}}{dy} = \frac{1}{\sigma} \sum \sigma_\kappa [N_\kappa^{qq-q}(s,y) + N_\kappa^{q\bar{q}-q}(s,y) + (2\kappa - 2)N_\kappa^{q-\bar{q}}(s,y)], \quad (2.20)$$

donde y es la rapidez y N_κ^{pp} es el espectro inclusivo de los hadrones producidos por las cuerdas estiradas entre un diquark de valencia del proyectil o el blanco, mientras que $N_\kappa^{q-\bar{q}}$ es el espectro inclusivo producido entre los pares $(q\bar{q})$. La distribución de una sola partícula de cada cuerda se puede obtener por medio de "doblar" la

distribución de momento de los partones al final de la cuerda con la función de fragmentación de una cuerda [41]:

$$N_1^{qq-q}(s, y) = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 \rho_k(x_1) \rho_k(x_2) \frac{dN^{qq-q}}{dy}(y - \bar{\Delta}, s_s), \quad (2.21)$$

donde $\sqrt{s_s}$ es la masa invariante de la cuerda, de tal forma que $s_s = sx_1x_2$, donde x_1 y x_2 son las fracciones de momento del cono de luz de los constituyentes al final de la cuerda. Por otro lado, $\bar{\Delta}$ es el corrimiento de la rapidez necesario para abarcar del centro de masa de los protones colisionantes al centro de masa de una cuerda. Y es de la forma:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{2} \log \left(\frac{x_1}{x_2} \right). \quad (2.22)$$

Esta distribución de multiplicidad es muy ilustrativa en el sentido que hay dependencia explícita del número de cuerdas y el tipo de interacciones que producen estas cuerdas, tal como se muestra en la figura [41].

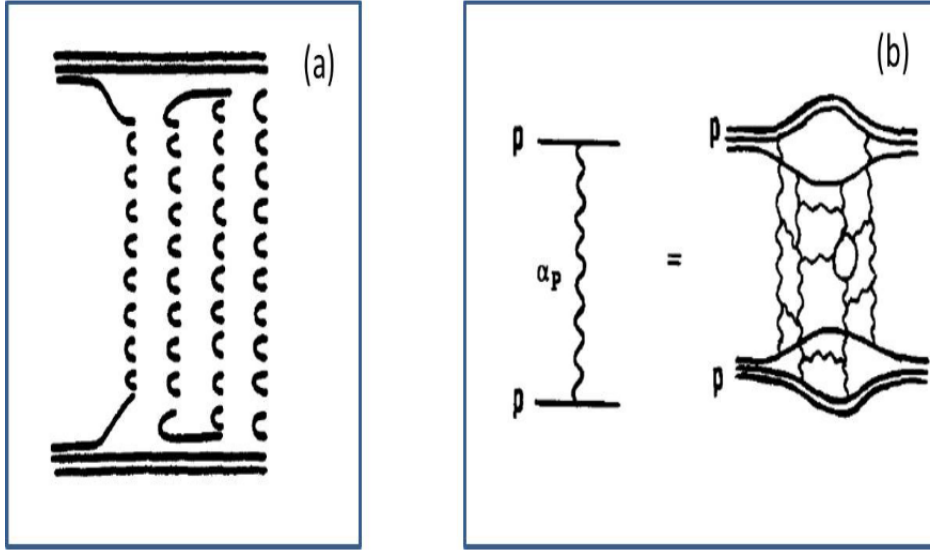


Figura 2.6: (a) diagrama de dos pomerones cortados para colisiones de protoón-protón. (b) intercambio de un solo pomerón y su subyacente topología [41].

Lo más importante de este modelo, es que ha logrado reproducir resultados experimentales, observados en ISR, SPS y FermiLab [41] por medio de un mecanismo de cuerdas estiradas entre los pares $q\bar{q}$ del proyectil y el blanco.

Por otro lado, una aproximación válida para estudiar las transiciones de fase y los fenómenos de colectividad en QCD es la *percolación de cuerdas*. La cual, no se obtien directamente de QCD, sino que se inspira en los modelos ya mencionados. En la percolación de cuerdas, la producción de partículas se basa en términos de cuerdas estiradas entre el proyectil y el blanco de la colisión. Estas cuerdas decaen en pares qq y $q\bar{q}$ para, pasado un tiempo, hadronizar, creando los hadrones observados. Este marco se describe en detalle en el capítulo siguiente.

Capítulo 3

Modelo de Percolación de Cuerdas de Color

3.1 Descripción geométrica del sistema

La teoría de percolación puede describir muy bien los fenómenos de hidrodinámica y QCD, para el último se formula el *Modelo de Percolación de Cuerdas* (SPM) [46]. Sin embargo hay que elegir bien sobre qué objetos se va aplicar. Como se vio en el capítulo anterior, el lagrangiano da información sobre las interacciones y cómo son. Como primer ejemplo se dedujo el lagrangiano de QED 1.8, en el cual se puede ver que en la interacción electromagnética se considera la energía cinética de las partículas cargadas y del fotón, así como la interacción entre las partículas cargadas. Por lo tanto de forma esquemática se puede visualizar el campo del fotón, A_μ , de la siguiente forma:

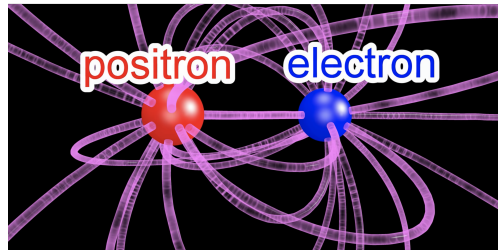


Figura 3.1: Esquema del campo electromagnético entre un electrón y un positrón [48].

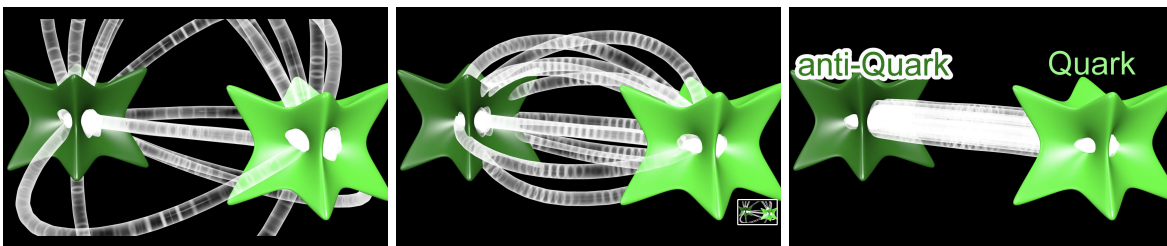


Figura 3.2: Esquema de *representación* del campo del gluón en quark antiquark [48].

CAPÍTULO 3. MODELO DE PERCOLACIÓN DE CUERDAS DE COLOR

3.1. DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DEL SISTEMA

Por otro lado, en QCD, el lagrangiano 1.18, sí tiene un término de autointeracción, por lo que si se intenta imaginar el campo del gluón de la misma forma que en el caso de QED, se tendría entonces que las *líneas de campo*, del campo del gluón, se compactarían entre sí por la interacción entre ellos y tendría la forma de un *tubo de flujo de color*.

Dado que estos tubos de flujo de color son una representación de la interacción fuerte, son los objetos que se utilizan para aplicar la teoría de percolación. Por lo tanto si elegimos como sistema una colisión ultrarelativista de partículas, entonces se puede esquematizar como *cuerdas* que se extienden entre los partones colisionantes. De las cuales, se toma un corte transversal sobre el eje del haz, convirtiendo entonces a las cuerdas en discos, de área πr_0^2 , sobre los cuales se puede aplicar la teoría de percolación en dos dimensiones [46, 47].

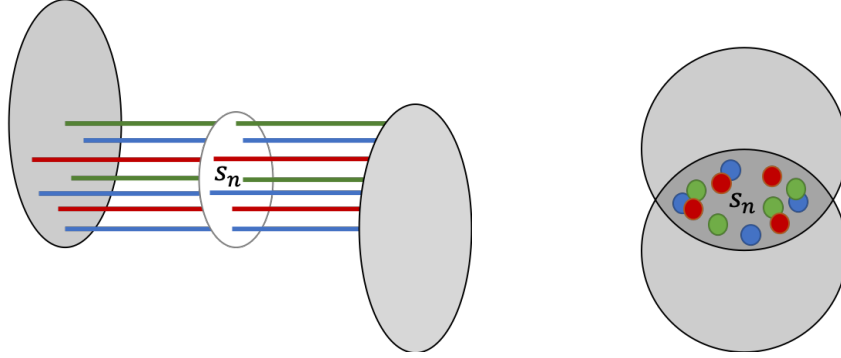


Figura 3.3: Esquema de las cuerdas de color entre los partones colisionantes y corte transversal.

Dependiendo del tamaño o la energía del sistema, el número de cuerdas puede ser mayor o menor. A diferencia, del modelo de esfera dura, el modelo de percolación de cuerdas, sí permite el traslape entre los objetos del sistema, más aún, el traslape es muy importante ya que para que se dé la percolación, es necesario que se obtenga un *sistema conectado*, es decir, que el camino libre medio atraviese completamente el sistema, y para que este se dé es necesario que los discos se traslapen, a los cuales se les llamará *cúmulos (clusters)* que conecten el sistema; una vez alcanzado este sistema conectado se llega a una *densidad crítica* de cuerdas, que para sistemas con geometría circular (Gaussiana o Wood-Saxon) es [46]:

$$\rho_c = \frac{1.13}{\pi r_0^2}, \quad (3.1)$$

la cual es obtenida por métodos de monte carlo, con valor promedio adimensional $\xi = \rho \pi r_0^2$. Pasado ese límite, se describe un cambio de fase geométrico.

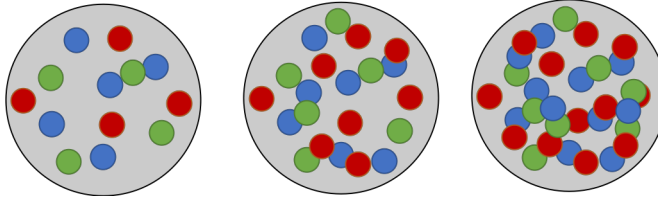


Figura 3.4: Izquierda: discos desconectados. Medio: formación de clusters. Derecha: discos sobrepuestos formando una comunicación por medio de clusters.

En el límite termodinámico, es decir, que el número de participantes $N \rightarrow \infty$ [49], manteniendo ρ fija, la

distribución toma ahora la forma tipo Poisson [47]:

$$P_n = \frac{\xi^n}{n!} e^{-\xi}. \quad (3.2)$$

En consecuencia, la fracción total del área cubierta por discos es $1 - \exp(-\xi)$. Se calcula que para el valor crítico de 1.113, el cual indica que 2/3 del área está ocupada por los discos, describe una distribución homogénea. En cambio para una distribución tipo Wood-Saxon, la densidad crítica es de $\xi \simeq 1.5$ [46].

3.2 Parámetros del Modelo

Para determinar los parámetros del modelo, es primero necesario entender cómo se describen las observables que se pueden medir experimentalmente, como por ejemplo el espectro de momento transverso y la multiplicidad. El mecanismo de producción de partículas, es particularmente interesante en este modelo, ya que se basa en el mecanismo de Schwinger [50], el cual describe la formación de materia por medio de un campo eléctrico muy intenso. La producción de pares de partículas está dado por un volumen finito Γ en un campo eléctrico constante, de la forma [50]:

$$\Gamma = \frac{(eE)^2}{4\pi^3 c \hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi m_\pi^2 c^3 n}{E \hbar}}. \quad (3.3)$$

Típicamente en la sobreposición, las cuerdas no se sobrepondrán totalmente y no hay motivos para pensar que se combinen en una sola cuerda, sobre todo si el traslape es leve. El espacio ocupado por un cluster está formado tanto por el espacio de cuerdas sobrepuestas como por espacio vacío. Por lo que los campos de color de cada área se sumarán, por lo tanto, el área total del cluster se divide en dominios con diferente intensidad de campo de color. lo que lleva a pensar que la emisión de pares $q\bar{q}$ dentro de ese dominio está gobernado por la intensidad de los campos, es decir la *tensión de la cuerda*. Esto implica que cada traslape individual es considerado una cuerda por sí mismo, este nuevo campo de color tiene ahora un nuevo par $q\bar{q}$ y que difiere en carga de color y en dirección a las dos cuerdas sobrepuestas originales [46].

Se puede imaginar el caso más sencillo, sea una cuerda de área S_0 que tiene un par $q\bar{q}$, la cual tiene un campo de color asociado y un momento trasnverso p_T , en la emisión de piones. Donde se tiene una sobreposición de dos cuerdas. Se puede recalcar que ahora se tienen tres fuentes de color con sus respectivas áreas S_1 , S_2 y S_3 .

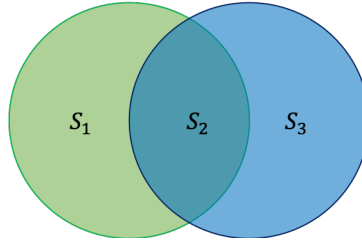


Figura 3.5: Poryección de dos cuerdas sobrepuestas en el plano transversal.

con tres regiones distingibles, 1 y 3 donde no ocurre traslape, y 2 donde se suman los dos campos de color. Esto significa que la interacción entre cuerdas ha separado dos cuerdas en tres de diferente color, área y forma en el espacio transversal.

Según el mecanismo de Schwinger para la emisión de partículas [50], la tensión de una cuerda t_1 es proporcional al campo y carga de color. Para una cuerda estirada entre un par $q\bar{q}$ es proporcional a la carga de color del mismo al cuadrado Q_0^2 . Si ahora se consideran dos cuerdas de la misma área πr_0^2 , con $r_0 = 0.25 fm$ y misma magnitud de carga de color que se están traslapando una con otra, como en la figura 3.5, generando un área $S^{(2)}$ (siendo $S^{(2)} = S_2$ en 3.5), tal que $S^{(1)} = S_1 - S^{(2)}$ es el área que no tiene traslape. Sería natural pensar

que la densidad de color sería $q = Q_0/S_1$, sin embargo, dado que están parcialmente superpuestas la carga de color en cada una de las áreas sin traslape sería de [46]:

$$Q_1 = qS^{(1)} = Q_0(S^{(1)}/S_1), \quad (3.4)$$

y similarmente, para el área de traslape [46]:

$$Q_2 = qS^{(2)} = Q_0(S^{(2)}/S_1). \quad (3.5)$$

Por lo tanto la carga de color total del área de traslape Q_2 será la suma vectorial de los dos colores superpuestos qS_2 . En esta suma $Q_2^2 = (\vec{Q}_n^2 + \vec{Q}'_n)^2$, siendo $\vec{Q}_n$ los vectores de carga de color del área de traslape. Dado que los colores de las cuerdas pueden orientarse de forma arbitraria uno respecto al otro, el promedio $\vec{Q}_n \cdot \vec{Q}'_n$ y $\vec{Q}'_n \cdot \vec{Q}_n$ son cero, entonces $Q_2^2 = Q_n^2 + Q'_n{}^2$ y por lo tanto [46]:

$$Q_2 = \sqrt{2}qS^{(2)} = \sqrt{2}Q_0(S^{(2)}/S_1) \Rightarrow \frac{Q_2}{S^{(2)}} = \frac{\sqrt{2}Q_0}{S_1}. \quad (3.6)$$

La multiplicidad, es decir, el número de partículas producidas por unidad de rapidez, $dN/d\eta \equiv \mu$ está relacionada con el campo de color del área de traslape, que de forma similar a la carga de color del área de traslape, está por: [46]

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{\sqrt{2}S^{(2)}}{S_0}. \quad (3.7)$$

Sin embargo, dado que 3.7 está construido para el caso más simple, se puede generalizar para M clusters, cada uno formado por n_i cuerdas y con área de traslape de $S^{(i)}$, se tiene que [46]:

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \sum_i^M \frac{\sqrt{n_i}S^{(i)}}{S_0}, \quad (3.8)$$

además, se relaciona el $\langle p_T^2 \rangle$ a con el número de cuerdas y la multiplicidad total [46]:

$$\frac{\langle p_T^2 \rangle}{\langle p_T^2 \rangle_1} = \frac{\sum_i^M \frac{n_i S_n^{(i)}}{S_0}}{\sum_i^M \frac{\sqrt{n_i} S_n^{(i)}}{S_0}} = \frac{N}{\left[\sum_i^M \frac{\sqrt{n_i} S_n^{(i)}}{S_0} \right]}, \quad (3.9)$$

Nótese entonces que se usa la identidad $\sum_i n_i S^{(i)} = NS_1$. Lo que implica, entonces, una simple relación para la multiplicidad y el momento transversal [46]:

$$\frac{\mu}{\mu_1} \frac{\langle p_T^2 \rangle}{\langle p_T^2 \rangle_1} = N, \quad (3.10)$$

Sin embargo, por las sumas, las ecuaciones 3.8 y 3.9 no son fáciles de aplicar puesto que sería necesario identificar de forma individual cada cluster que se forme. Por otro lado, es notable que no es necesario conocer de forma individual cada cluster, dado que es posible combinar todos los términos con un número de cuerdas superpuestas $n_i = n$ en un solo término que sume todos los clusters en un área S^{tot} total de exactamente n cuerdas, por lo que entonces se tiene [46]:

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \sum_n^M \frac{\sqrt{n}S^{tot}}{S_1}, \quad \frac{\langle p_T^2 \rangle}{\langle p_T^2 \rangle_1} = \frac{N}{\left[\sum_{n=1}^M \frac{\sqrt{n}S^{tot}}{S_1} \right]}, \quad (3.11)$$

que en contraste con la superposición individual de áreas $S^{(i)}$, S^{tot} se puede calcular facilmente.

Por otro lado, dado que se está hablando del límite termodinámico, el número de cuerdas es muy grande, entonces se puede pensar que el parámetro correspondiente a la fracción del área total S cubierto por las N cuerdas es el parámetro de densidad de cuerdas ξ de la distribución tipo Poisson 3.2:

$$\xi = \frac{S_1}{S_n} N. \quad (3.12)$$

Siendo S_1 el área de una sola cuerda ($25fm$), S_n el área de traslape y N el número promedio de cuerdas. Por otro lado, de 3.11 se puede notar que la multiplicidad es amortiguada por un factor debido a la superposición de [46]:

$$F(\xi) = \frac{\mu}{N\mu_1} = \frac{\langle \sqrt{n} \rangle}{\xi}, \quad (3.13)$$

donde el promedio se toma sobre la distribución tipo Poisson 3.2 y representa la reducción de la multiplicidad bajo un número inicial de cuerdas, y dado que se considera una geometría circular, se obtiene este factor, llamado ahora: factor de reducción de color $F(\xi)$. Una estimación del factor de reducción de color se puede hacer a través de la compresión de todas las áreas de las cuerdas, la cual se debe a la superposición, por lo que, la fracción total del área ocupada por las cuerdas está dada por:

$$\sum_{n=1} \mathcal{P}_n = 1 - e^{1-e^{-\xi}}. \quad (3.14)$$

En consecuencia, la compresión dada por la ecuación 3.14, el factor de reducción de color va a estar dado de la forma:

$$F(\xi) = \sqrt{\frac{1 - e^{-\xi}}{\xi}}. \quad (3.15)$$

Dado que la multiplicidad depende de la energía del centro de masa $\sqrt{s}$, viene dado por medio del número promedio de cuerdas, por lo tanto se toma una notación $N \rightarrow \bar{N}^s$, de tal forma que la convención usada para referirse al parámetro densidad de cuerdas es [46]:

$$\xi = \frac{S_1}{S_n} \bar{N}^s. \quad (3.16)$$

3.2.1 Momento trasverso en el SPM

La formación de clusters puede tomar formas complicadas en el plano trasverso. Desde un disco homogéneo hasta cadenas compuestas por varios discos. Por lo que es natural preguntarse cómo sería la distribución de momento trasverso de un cluster.

Por las ecuaciones 3.9 y 3.13 se puede escribir el momento trasverso promedio y la multiplicidad como [46, 51]:

$$\langle p_T^2 \rangle = \sqrt{\frac{nS_1}{S_n}} \langle p_T^2 \rangle_1, \quad \mu_n = \sqrt{\frac{nS_n}{S_1}} \mu_1, \quad (3.17)$$

donde $\langle p_T^2 \rangle_1$ y μ_1 son el momento trasverso y la multiplicidad de una sola cuerda con área transversa $S_1 = \pi r_0^2$. Por otro lado, en el límite termodinámico y por la ecuación 3.13 se tiene que:

$$\left\langle \frac{nS_1}{S_n} \right\rangle = \frac{\xi}{1 - e^{-\xi}} \equiv \frac{1}{F^2(\xi)}. \quad (3.18)$$

Por lo que, es posible expresar de forma simple el momento trasverso como una dependencia inversa del factor de reducción de color [46, 51]:

$$\langle p_T^2 \rangle = \frac{\langle p_T^2 \rangle_1}{F(\xi)}. \quad (3.19)$$

Sin embargo, esto no describe de forma precisa una distribución de un cluster. Por lo que, entonces, se regresa al caso simple de dos cuerdas sobreponiéndose de la figura 3.5. Donde, se asume que se emiten partones independientemente de las tres áreas. Cada una de estas áreas se puede visualizar como un conjunto de cuerdas en el área transversa d^2r . Por lo que, el momento transverso total de cada una será dado por la suma de tres integrales [51]:

$$\begin{aligned} \frac{dp^{\text{total}}}{dyd^2p} &= C \left[\int_{S_1 \oplus S(3)} d^2r e^{-\frac{m_1^2}{t_1 s}} + \sqrt{2} \int_{S(2)} d^2r e^{-\frac{m_1^2}{t_1 s \sqrt{2}}} \right] \\ &= C \left[2S^{(1)} e^{-\frac{m_1^2}{t_1 s}} + \sqrt{2} S^{(2)} e^{-\frac{m_1^2}{t_1 s \sqrt{2}}} \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Por lo que, la distribución de partículas emitidas por cluster es de la forma: $I(y, p) = \frac{1}{\mu} \frac{dp^{\text{total}}}{dyd^2p}$. Generalizando para muchos clusters, hechos de diferentes números de cuerdas, se tiene la distribución de momento transverso general de la forma [51]:

$$\langle p_T^2 \rangle = C \frac{\sum_{n=1} \sqrt{n} \left(\frac{S_n^{\text{tot}}}{S_1} \right) e^{-\frac{m_1^2}{t_1 s \sqrt{n}}}}{\sum_{n=1} \sqrt{n} \left(\frac{S_n^{\text{tot}}}{S_1} \right)}. \quad (3.21)$$

3.2.2 Temperatura en el SPM

El QGP se forma en un equilibrio local de temperatura, el cual es determinado por el número de cuerdas. La conexión entre la densidad de cuerdas ξ y la temperatura $T(\xi)$ involucra al mecanismo de Schwinger [50] para la producción de partículas. La distribución de Schwinger para partículas sin masa, expresada en términos del momento transverso al cuadrado p_T^2 [52]:

$$\frac{dn}{dp_T^2} \sim e^{-\pi p_T^2 / x^2}, \quad (3.22)$$

donde $\langle x^2 \rangle$ es el valor medio de la tensión de las cuerdas. La tensión de las cuerdas, como es de esperarse, fluctúa al rededor de su valor medio debido a las fluctuaciones de las interacciones eléctricas y de color, así como por la naturaleza del vacío de QCD. Dado que, el valor medio de la magnitud del campo de color debe desvanecerse, la tensión no puede ser constante. Estas fluctuaciones llevan a una distribución gaussiana para la tensión de las cuerdas:

$$\frac{dn}{dp_T^2} = \sqrt{\frac{2}{\langle x^2 \rangle}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{2\langle x^2 \rangle}} e^{-\pi \frac{p_T^2}{x^2}} dx, \quad (3.23)$$

Lo cual lleva a una distribución termal [52]:

$$\frac{dn}{dp_T^2} \sim e^{-p_T \sqrt{\frac{2\pi}{\langle x^2 \rangle}}}, \quad (3.24)$$

con $\langle p_T^2 \rangle = \frac{\pi \langle p_T^2 \rangle_1}{F(\xi)}$. Y en consecuencia, se obtiene una dependencia con el factor de reducción de color, de la forma [52]:

$$\frac{dn}{dp_T^2} \sim e^{-p_T \sqrt{\frac{2F(\xi)}{\langle p_T^2 \rangle_1}}}, \quad (3.25)$$

Por lo que se le asocia una distribución termal y, por lo tanto, se puede definir una temperatura local, expresada como [46, 53, 54]:

$$T(\xi) = \sqrt{\frac{\langle p_T^2 \rangle_1}{2F(\xi_{HM})}}. \quad (3.26)$$

Donde $\langle p_T^2 \rangle_1 = 190.25$ MeV [54] es el promedio del momento transverso cuadrado para una sola cuerda cerca de la temperatura crítica, calculado por la colaboración HotLQCD [22].

3.2.3 Multiplicidad en el SPM

A medida que la energía o la centralidad de la colisión aumentan, uno esperaría interacción entre las cuerdas. Entonces, debido a la cualidad aleatoria del campo de color, la magnitud del campo de color en un cluster de n cuerdas, tiene tan sólo $\sqrt{n}$ veces la magnitud que la de una sola cuerda, debido a la supresión de la multiplicidad de partículas producidas en el decaimiento del cluster. Por esta misma razón es que se observa el aumento en el momento transversal con la densidad de cuerda de las ecuaciones 3.17 y 3.18. El SPM describe la multiplicidad para pp de acuerdo con la ecuación 3.13, tal que la distribución de multiplicidad en la región central es [46]:

$$\mu = \left. \frac{dN}{d\eta} \right|_{\eta \sim 0}^{pp} = \mu_1 F(\xi) \bar{N}^S. \quad (3.27)$$

Por ahora esta descripción es suficiente para este trabajo, dado que analizaremos sistemas pequeños. Sin embargo, por completez, la multiplicidad para colisiones de núcleo-núcleo se relaciona con la de pp de la forma [46, 55]:

$$\frac{dN^{AA}}{dy} \sim N_A \left(N_A^{\alpha(\sqrt{s})-1} \right) \frac{dN^{pp}}{dy}, \quad (3.28)$$

donde es notoria la dependencia con la energía a través del factor α , dado de la forma [55]:

$$\alpha(\sqrt{s}) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{1 + \ln \left(\frac{\sqrt{s}}{s_0} + 1 \right)} \right). \quad (3.29)$$

Sin embargo, 3.28, no toma en cuenta la interacción entre las cuerdas. Por lo que si se toma en cuenta la interacción, la multiplicidad para núcleo-núcleo es de la forma [55]:

$$\frac{1}{N} \left. \frac{dN}{dy} \right|_{y=0} = \left. \frac{dN^{pp}}{dy} \right|_{y=0} \left(1 + \frac{F(\xi_{NA})}{F(\xi_{pp})} N_A^{\alpha-1} \right). \quad (3.30)$$

Ahora, si se quiere pensar, de nuevo, en colisiones de protón-protón, el número de cuerdas a baja energía es aproximadamente dos, el cual es el número mínimo de cuerdas, consecuentemente, crece con un factor de la energía y queda de la forma [55, 56]:

$$\bar{N}^s = 2 + 4 \frac{S_1}{S_n} \left(\frac{\sqrt{s}}{m_p} \right)^{2\lambda}, \quad (3.31)$$

dando entonces a entender que el subsecuente aumento en el número de cuerdas será dado por parámetros dependientes de la energía, es decir $\left(\frac{\sqrt{s}}{m_p} \right)^{2\lambda}$. De tal manera que $m_p = 938.3 MeV$ es la masa del protón y el parámetro $\lambda = 0.1863 \pm 0.004206$ es el aumento de la multiplicidad con la energía en colisiones de protón-protón, así como para colisiones de núcleo-núcleo [55, 56].

Los parámetros que se acaban de describir se conocen por medio de datos experimentales y con ellos es posible obtener información, en el marco del SPM, sobre las propiedades del sistema y en especial sobre la transición de fase a QGP.

3.3 Datos experimentales

Para obtener los valores para los parámetros del modelo se utiliza el *espectro de momento transversal invariante* con datos tomados de [57, 58, 59]. El cual puede ser descrito con una ley de potencias de la forma [56]:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2N}{dp_T^2} = \frac{(\alpha-1)(\alpha-2)}{2\pi p_0^2} \frac{p_0^\alpha}{[p_0 + p_T]^\alpha}, \quad (3.32)$$

donde p_0 y α son parámetros que dependen de la energía y del sistema.

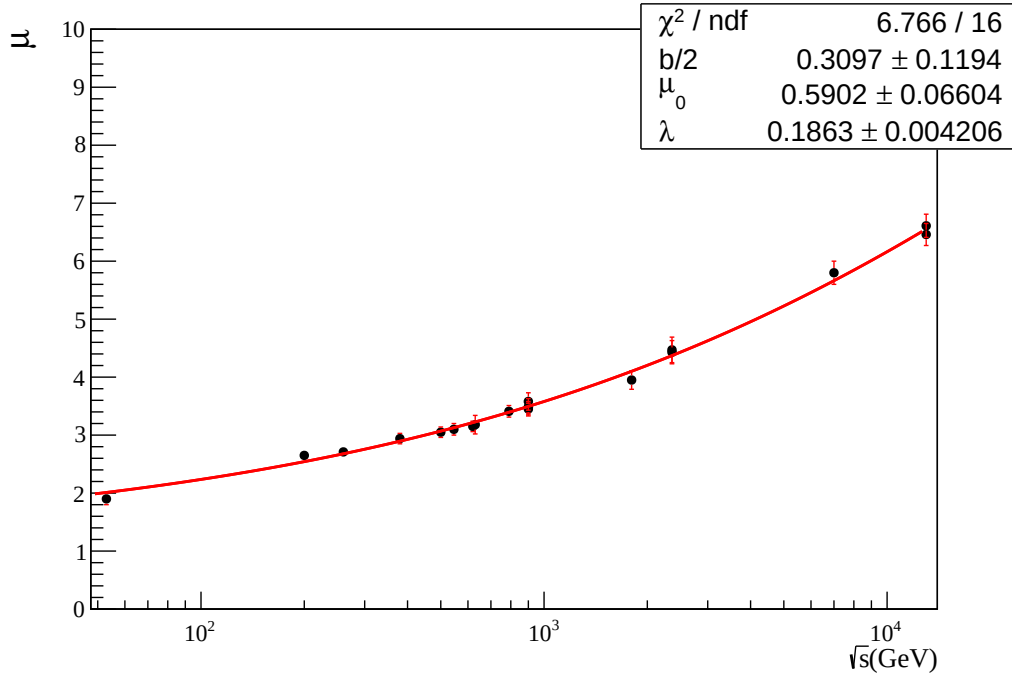


Figura 3.6: Ajuste, usando la ecuación 3.30, sobre los datos experimentales de la multiplicidad en colisiones de protón-protón [60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67] en función de la energía del centro de masa dentro del marco del SPM [68].

Tomando esto en cuenta, y como se ve en la figura 3.6, se puede ajustar sobre la dependencia de la multiplicidad con la energía, para poder conocer los parámetros más importantes del modelo, tales como ξ , $F(\xi)$ y $\bar{N}^s$ [68].

$\sqrt{s}(\text{TeV})$	$\bar{N}^s$	ξ	$F(\xi)$
13	15.30325924	1.457206934	0.725553409
7	12.56297595	1.196271681	0.763683588
5.02	11.33221996	1.079076635	0.782124125
2.76	9.467676316	0.901531063	0.811749464
0.9	6.918736077	0.658815878	0.855821043

Tabla 3.1: Valores promedio de sesgo mínimo del número de cuerdas, el parámetro de densidad de cuerdas y el factor de reducción de color para las energías de 0.9, 2.76, 5.02, 7 y 13 TeV.

La multiplicidad total es obtenida a través de la media sobre todas las configuraciones de clusters [56]:

$$\mu = \left\langle \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}} \right\rangle \mu_1, \quad (3.33)$$

donde M es el número total de clusters en un evento y n_i es el número de cuerdas de un cluster i . Ahora,

considerando los clusters que contribuyen en la región central, se utiliza la fórmula general [56]:

$$\left. \frac{dN_{ch}}{d\eta} \right|_{\eta=0} = \frac{\left\langle \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}} \right\rangle}{\left\langle \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}} \right\rangle_{pp}} \left. \frac{dN_{ch}}{d\eta} \right|_{\eta=0}^{pp}, \quad (3.34)$$

y de forma similar para el promedio del momento transversal cuadrado [56]:

$$\langle p_T^2 \rangle = \frac{\left\langle \frac{N}{\sqrt{\frac{n S_n}{S_1}}} \right\rangle}{\left\langle \frac{N}{\sqrt{\frac{n S_n}{S_1}}} \right\rangle_{pp}} \langle p_T^2 \rangle_{pp}. \quad (3.35)$$

Para hacer un ajuste sobre datos experimentales se usa [56]:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2 N}{d\eta dp_T} = \frac{a (bp_0)^{\alpha-2}}{[bp_0 + p_T]^{\alpha-1}}, \quad (3.36)$$

la cual se obtiene al hacer una integración sobre la ecuación 3.32 y expresa el número de partículas producidas por unidad de momento cuadrado, integrarlo sobre p_T y considerando un intervalo de pseudorapidez $|\Delta\eta| = 0$, normalizado con respecto al número de eventos; con los parámetros a y b de la forma [56]:

$$a = \frac{\left\langle \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}} \right\rangle}{\left\langle \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}} \right\rangle_{pp}} \left. \frac{dN}{d\eta} \right|_{\eta=0}^{pp} \frac{\alpha - 2}{2\pi} \quad (3.37)$$

$$b = \sqrt{\frac{\left\langle \frac{N}{\sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}}} \right\rangle}{\left\langle \frac{N}{\sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{n_i S_i}{S_1}}} \right\rangle_{pp}}}. \quad (3.38)$$

Entonces, la ecuación 3.36 es una función que expresa el comportamiento de la distribución de momento transversal en *sesgo mínimo* (MB) en una región de bajo momento. Esta misma ley de potencias es aquella que se ajusta sobre datos experimentales. El ajuste es mostrado en la figura 3.7, así como los valores de los parámetros a , α y p_0 . Así mismo, en la figura 3.36 se muestra la precisión del modelo sobre los datos experimentales en la región de aceptación esperada. El resultado de este ajuste se muestra en la figura 3.36, donde se muestra la precisión del modelo sobre los datos experimentales, así como los valores de los parámetros a , p_0 y α en la tabla 3.2.

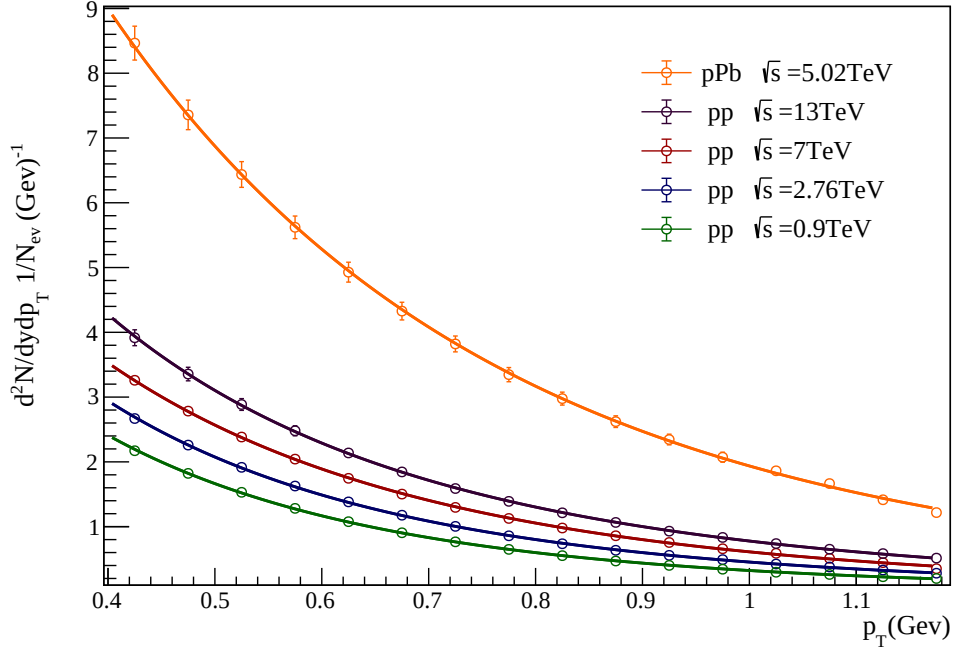


Figura 3.7: Ajuste sobre datos de pp y $p-Pb$ de los espectros de momento transverso en sesgo mínimo a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp [57, 58] y 5.02 TeV para colisiones $p-Pb$ [59] con la ecuación 3.36.

	$\sqrt{s}(\text{TeV})$	a	$p_0(\text{GeV})$	α
$p-Pb$	5.02	85 ± 3.40	2.780 ± 0.171	9.937 ± 1.716
$p-p$	13	30.77 ± 1.23	2.478 ± 1.862	9.980 ± 0.297
	7	33 ± 1.32	2.305 ± 0.079	9.752 ± 0.140
	2.76	27 ± 1.08	2.032 ± 0.074	9.448 ± 0.147
	0.9	23 ± 0.92	1.785 ± 0.071	9.287 ± 0.165

Tabla 3.2: Valores de los parámetros a , p_0 y α obtenidos en los ajustes a los datos experimentales, con el ajuste sobre 3.36.

3.3.1 Alta multiplicidad

Para los eventos de alta multiplicidad (HM), se considera una transformación de la ecuación 3.32, de forma que $p_0 \rightarrow \beta p_0$, la cual describe la desviación con respecto a los valores de sesgo mínimo [56]:

$$\beta = \left(\frac{\langle nS_0/S_n \rangle_{HM}}{\langle nS_0/S_n \rangle_{MB}} \right)^{1/4}, \quad (3.39)$$

y dado que se tiende al límite termodinámico, se toma la parametrización [56]:

$$\beta \rightarrow \sqrt{\frac{F(\xi_{pp})}{F(\xi_{HM})}}.$$

Por lo que entonces, el espectro de momento transverso queda de la forma [56]:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2 N}{dp_T^2} = a \frac{(\beta p_0)^{\alpha-2}}{[\beta p_0 + p_T]^{\alpha-1}}. \quad (3.40)$$

Donde se puede observar que claramente el espectro de momento transverso depende entonces del factor de reducción de color para alta multiplicidad. Por lo que se ajusta a los datos de colisiones protón-protón y protón-plomo de alta multiplicidad tomados de [57, 58, 59]. Donde, en lugar de estar clasificados en clases de centralidad, como es común para colisiones de núcleo-núcleo, se clasifica por clases de multiplicidad, dado que en colisiones de pp no es posible medir la centralidad. El ajuste se muestra en la figura 3.9 para energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para pp y 5.02 TeV para $p - Pb$. En una región de momento transverso de $0.4 \text{ GeV} < p_T < 1.1 \text{ GeV}$, para evitar los efectos de decaimientos por resonancia. Y para la multiplicidad se han tomado en cuenta ciertos cortes cinemáticos al escalar con respecto al número promedio de partículas producidas $\langle N_{\text{tracks}} \rangle$. Los ajustes se muestran en la figura 3.9.

Por lo tanto de este ajuste se puede obtener el factor de reducción de color para cada clase de multiplicidad y así conocer su comportamiento con respecto a la multiplicidad, que se muestra en la figura 3.8. Sin embargo, dada la definición del factor de reducción de color, este mismo tiene que tener un valor menor a uno, por lo que entonces, las clases de multiplicidad más bajas se descartan. Por otro lado, se puede entonces calcular, con respecto a la multiplicidad, cantidades termodinámicas del sistema, así como otras observables, para poder plantear una descripción de los fenómenos de cambio de fase dentro del marco del modelo.

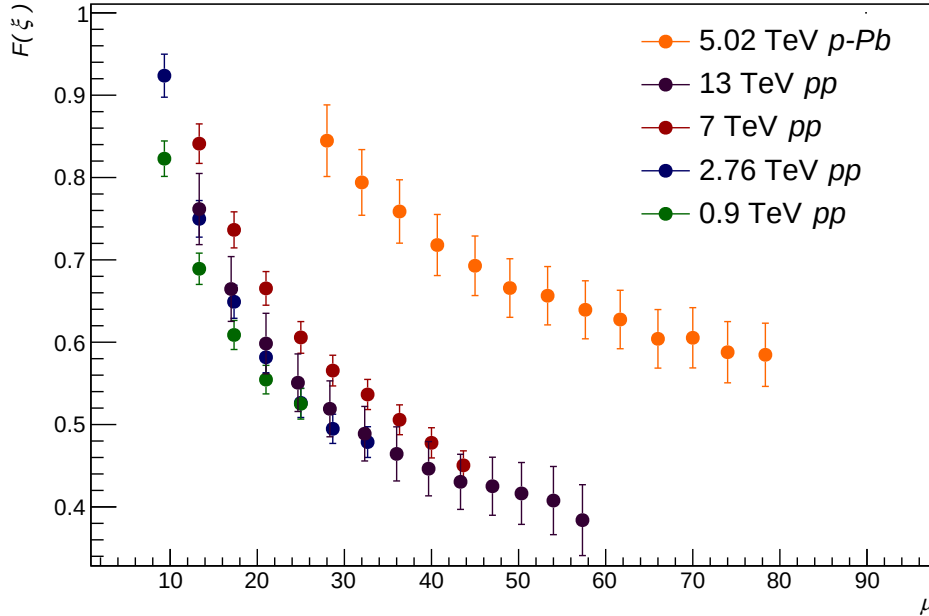


Figura 3.8: Factor de reducción color para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$, tomando datos de [57, 58, 59]

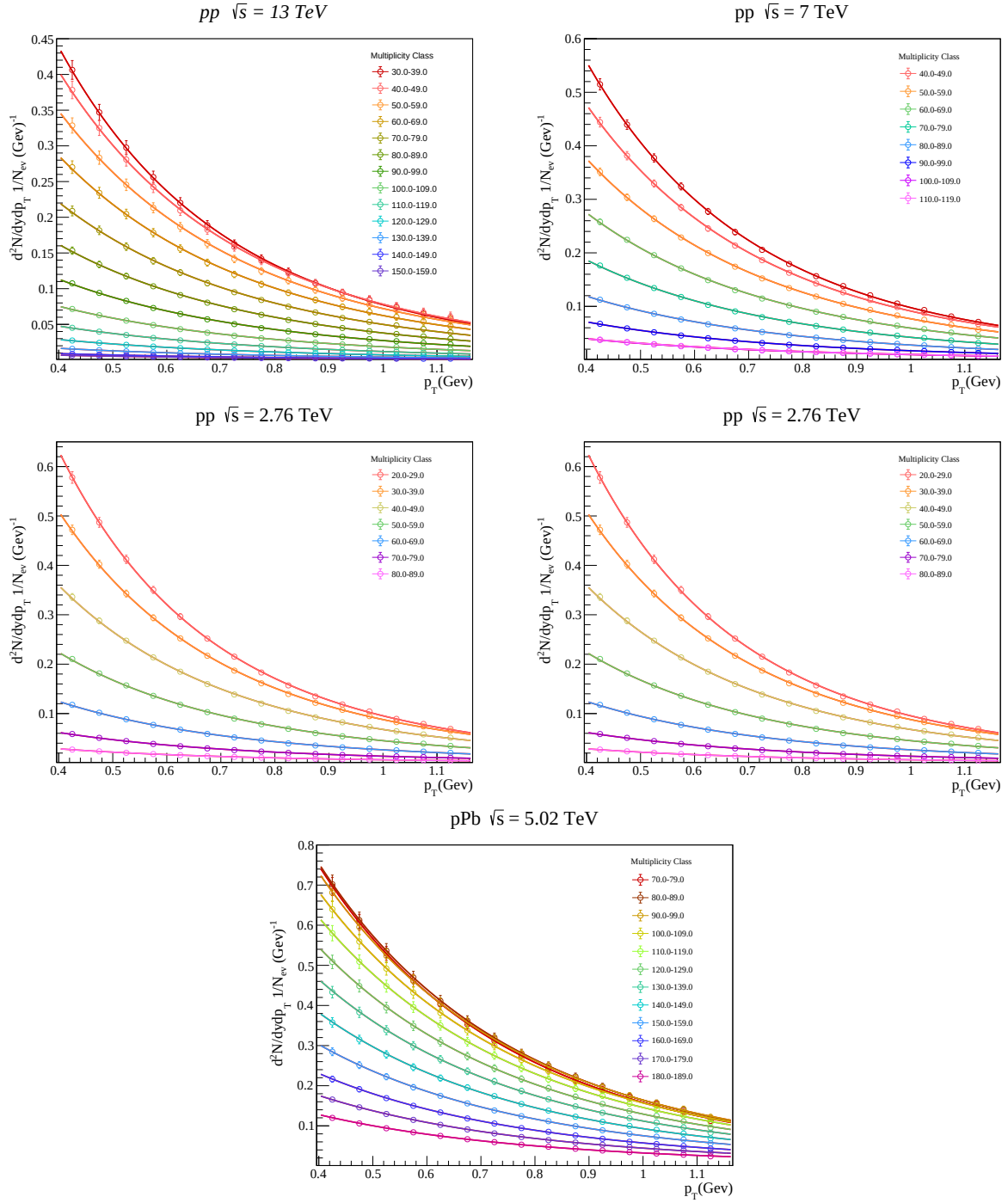


Figura 3.9: Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ por clases de multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.

Una vez con el valor de reducción de color, es posible describir la distribución de momento transversal promedio [56]:

$$\langle p_T \rangle = \frac{2p_0}{(\alpha - 3)} \sqrt{\frac{F(\xi_{pp})}{F(\xi_{HM})}}, \quad (3.41)$$

la cual se obtiene por medio de las ecuaciones 3.19 y 3.9. Los resultados se muestran en la figura 3.10 y son congruentes con los resultados experimentales reportados en [57].

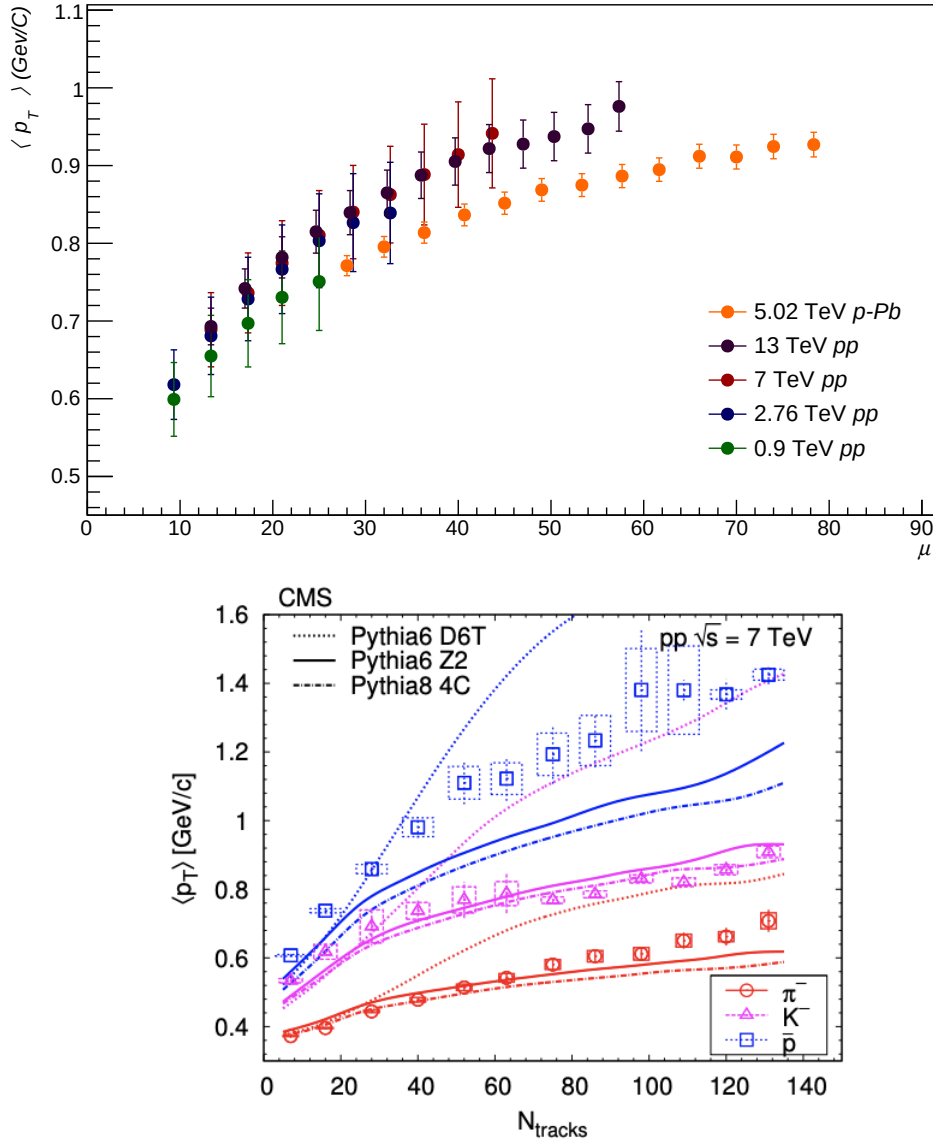


Figura 3.10: Momento transversal promedio para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp con datos de [57, 58] y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con datos de [59]; en el SPM (arriba) y momento transversal promedio por especie de partícula, medido por la colaboración CMS [57] (abajo).

Por otro lado, usando la ecuación 3.26, se calcula la temperatura local del sistema y se muestran en la figura 3.11, donde es notable que la relación entre una gran producción de partículas y eventos que alcanzan una temperatura muy alta para las colisiones de pp . Sin embargo, las colisiones de $p - Pb$ muestran un valor más bajo de la temperatura, esto puede explicarse por medio de la supresión de partículas con alto momento, efecto común en sistemas más grandes. En consecuencia se ha sugerido que la rápida termalización de los sistemas en colisiones nucleares es causado por la existencia de un horizonte de eventos debido a la rápida desaceleración de los núcleos colisionantes [69, 70], a esto se le conoce como el efecto Hawking-Unruh.

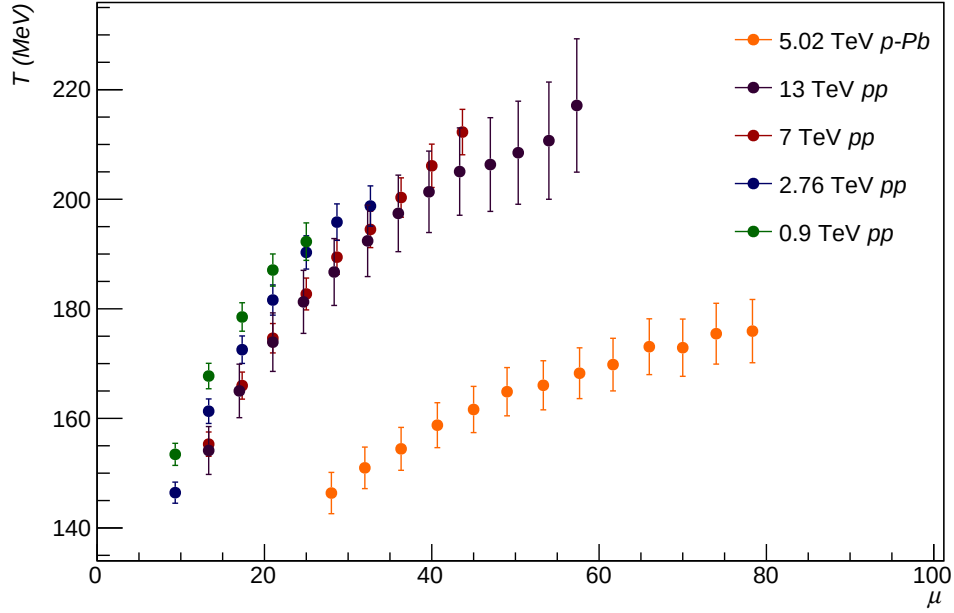


Figura 3.11: Temperatura promedio local para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ en el SPM, con datos de [57, 58, 59].

Capítulo 4

Fluctuaciones en el SPM

Es remarcable que las fluctuaciones de las observables de momento transverso y multiplicidad contengan información sobre la transición de fase del sistema. Dado que, la dispersión de la multiplicidad debida a la superposición de cuerdas y la formación de clusters puede ser calculada de forma fácil en el límite termodinámico. Por lo que a continuación se presentan los estudios de las fluctuaciones de momento transverso promedio y temperatura.

4.1 Fluctuaciones de $\langle p_T \rangle$ en el SPM

Las fluctuaciones del momento transverso promedio de EbE son consideradas una de las herramientas más importantes para identificar una transición de fase en la evolución del sistema creado en colisiones de iones pesados. Dado que, una transición de fase de segundo orden puede llevar a una divergencia del calor específico.

Como se vio en la sección 3.21, depende de la distribución en que agrupan las cuerdas y se formen los clusters en un área finita. Ésta dependencia le da a las fluctuaciones de momento transverso un origen definido, el cual está expresado por la función de fluctuaciones F_{p_T} [40, 35, 71] de la sección 2.2.3:

$$F_{p_T} = \frac{\omega_{\text{datos}} - \omega_{\text{random}}}{\omega_{\text{random}}}, \quad (4.1)$$

recordando que ω es de la forma [40, 35, 71]:

$$\omega = \frac{\sqrt{\langle p_T^2 \rangle - \langle p_T \rangle^2}}{\langle p_T \rangle}, \quad (4.2)$$

donde $\langle p_T \rangle$ es el momento transverso promedio sobre todos los eventos. Las mediciones experimentales de F_{p_T} [40, 35, 71] muestran que F_{p_T} aumenta con el número de participantes, llegando a un máximo al rededor de $N_{\text{part}} = 150 - 200$ como se vio en la figura 2.5 y empieza a decrecer a centralidades más grandes. Lo cual es interesante para colisiones de sistemas pequeños, dado que se puede conocer la misma región en términos de la multiplicidad y momento transverso.

Por otro lado, en el marco del SPM, las fluctuaciones se describen de la misma forma que en 4.1, tratando de tomar en cuenta sólo la contribución dinámica de las fluctuaciones, esto se hace usando 2.16, la cual está dada por [35, 71]:

$$\phi = \sqrt{\frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle \mu \rangle}} - \sqrt{\langle z^2 \rangle}. \quad (4.3)$$

Por lo que entonces, las fluctuaciones dinámicas estarán descritas de la forma [71]:

$$F_{p_T} = \frac{\phi}{\sqrt{\langle z^2 \rangle}} = \frac{1}{\sqrt{\langle z^2 \rangle}} \sqrt{\frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle \mu \rangle}} - 1. \quad (4.4)$$

CAPÍTULO 4. FLUCTUACIONES EN EL SPM

4.1. FLUCTUACIONES DE $\langle P_T \rangle$ EN EL SPM

Recordando que z y Z son las varianzas para una cuerda sola y para todas las cuerdas de un evento i respectivamente [40, 35, 71].

$$z_i = p_{Ti} - \langle p_T \rangle, \quad Z_i = \sum_{j=1}^{N_i} z_j. \quad (4.5)$$

El momento transverso promedio se puede conocer por medio de la distribución [71]:

$$\langle p_T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \mu_{n_j} \langle p_T \rangle_{n_j}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \mu_{n_j}}, \quad (4.6)$$

la cual es un caso específico de una distribución de momento transverso promedio, usado en [71]. La suma sobre j va sobre todos los clusters individuales j , cada uno formado por n_j cuerdas y ocupando un área s_{n_j} . Y $\langle p_T \rangle_{n_j}$ de las partículas producidas en un cluster j , de n_j cuerdas, en un área n_j y multiplicidad promedio μ_{n_j} , y se obtiene al aplicar las expresiones analíticas de 3.17 de tal forma que 4.6 queda de la forma [71]:

$$\langle p_T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1 \left(\frac{n_j S_1}{s_{n_j}} \right)^{1/4} \langle p_T \rangle_1}{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1}. \quad (4.7)$$

En consecuencia, podemos usar 4.7 para describir z y Z , de la forma [71]:

$$\langle z^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1 \left[\left(\frac{n_j S_1}{s_{n_j}} \right)^{1/4} \langle p_T \rangle_1 - \langle p_T \rangle \right]^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1} \quad (4.8)$$

$$\frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle \mu \rangle} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \left[\sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1 \left[\left(\frac{n_j S_1}{s_{n_j}} \right)^{1/4} \langle p_T \rangle_1 - \langle p_T \rangle \right] \right]^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{eventos}}} \sum_j \left(\frac{n_j s_{n_j}}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1}. \quad (4.9)$$

Por lo que es necesario una simulación de Monte Carlo para generar la distribución aleatoria de los discos en un sistema con geometría circular, para colisiones de $Au - Au$ a 200 GeV en el SPM [71]. Sin embargo, dado que los resultados del ajuste hecho anteriormente, en sistemas pequeños, corresponden a la media de una distribución gaussiana de los valores calculados con él, es natural pensar que podemos tomar los promedios en las ecuaciones 4.1 y 4.9, de tal forma que se tenga:

$$\langle z^2 \rangle \simeq \frac{\left(\frac{N^s S_n}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1 \left[\left(\frac{N^s S_1}{S_n} \right)^{1/4} \langle p_T \rangle_1 - \langle p_T \rangle \right]^2}{\left(\frac{N^s S_n}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1} \quad (4.10)$$

$$\frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle \mu_1 \rangle} \simeq \frac{\left[\left(\frac{N^s S_n}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1 \left[\left(\frac{N^s S_1}{S_n} \right)^{1/4} \langle p_T \rangle_1 - \langle p_T \rangle \right] \right]^2}{\left(\frac{N^s S_n}{S_1} \right)^{1/2} \mu_1}. \quad (4.11)$$

Por lo que es posible conocer N^s con la ecuación 3.31, S_1 y S_n con la ecuación 3.16. Los resultados calculados para pp se muestran en la parte superior de la figura 4.1. Donde es posible ver que es consistente tanto con los datos experimentales medidos en PHENIX [40] y aquellos hechos en colisiones de $Au - Au$ en el SPM anteriormente.

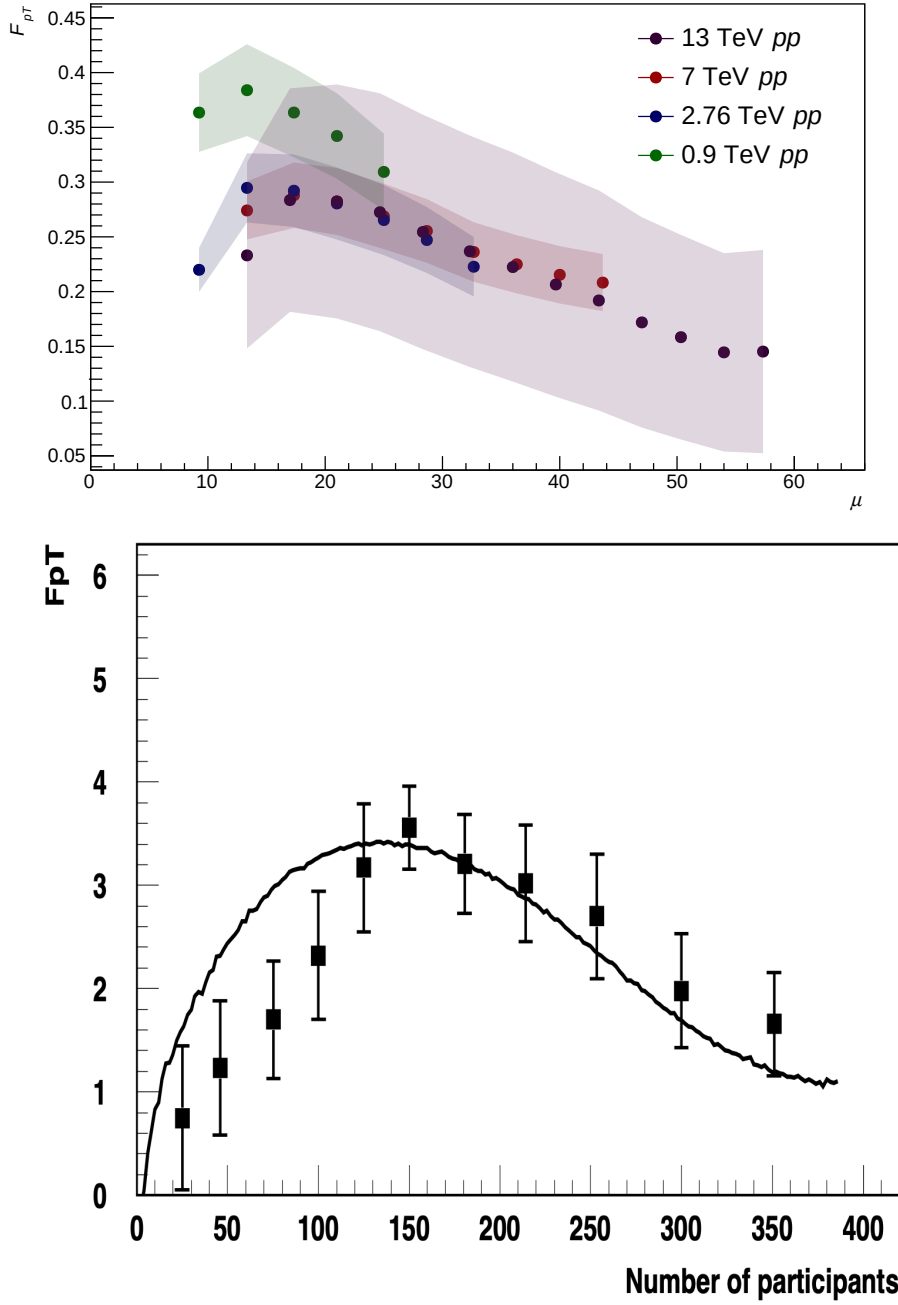


Figura 4.1: F_{pT} en el SPM para colisiones pp a 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV con datos de [57, 58, 59] (arriba) y F_{pT} percentil para colisiones de $Au - Au$ a 200 GeV (abajo) medidas en PHENIX [40] (puntos) y en el SPM (línea continua) [71].

Sin embargo, es de nuestro interés ver que estas fluctuaciones indiquen un cambio de fase. Uno de estos primeros estudios fue hecho por la colaboración ALICE en CERN [73] para colisiones de pp a energías de 0.9,

2.76 y 7 TeV y Pb – Pb a 2.76 TeV. donde se miden las fluctuaciones dinámicas en términos de un *correlador de dos partículas* de la forma [73]:

$$C_m = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n_{ev,m}} N_k^{\text{pares}}} \sum_{k=1}^{n_{ev,m}} \sum_{i=1}^{N_{acc,k}} \sum_{j=i+1}^{N_{acc,k}} (p_{T,i} - M(p_T)_m) \cdot (p_{T,j} - M(p_T)_m), \quad (4.12)$$

donde: $n_{ev,m}$ es el número de eventos en la clase de multiplicidad m , mientras que N_k^{pares} es el número de pares de partículas en un evento k y $M(p_T)$ es el momento transverso promedio de todas las trazas en todas las clases de multiplicidad m y está dado por [73]:

$$M(p_T)_m = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n_{ev,m}} N_{acc,k}} \sum_{k=1}^{n_{ev,m}} \sum_{i=1}^{N_{acc,k}} p_{T,i} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n_{ev,m}}} \sum_{k=1}^{n_{ev,m}} N_{acc,k} \cdot M_{EbE}(p_T)_k, \quad (4.13)$$

donde

$$M_{EbE}(p_T)_k = \frac{1}{N_{acc,k}} \sum_{i=1}^{N_{acc,k}} p_{T,i}, \quad (4.14)$$

es el momento transverso promedio de EbE. Sin embargo, los resultados se reportan como $\sqrt{C_m}/M(p_T)_m$, que cuantifica la intensidad de las fluctuaciones dinámicas en unidades del momento transverso promedio y se muestra en la figura 4.2.

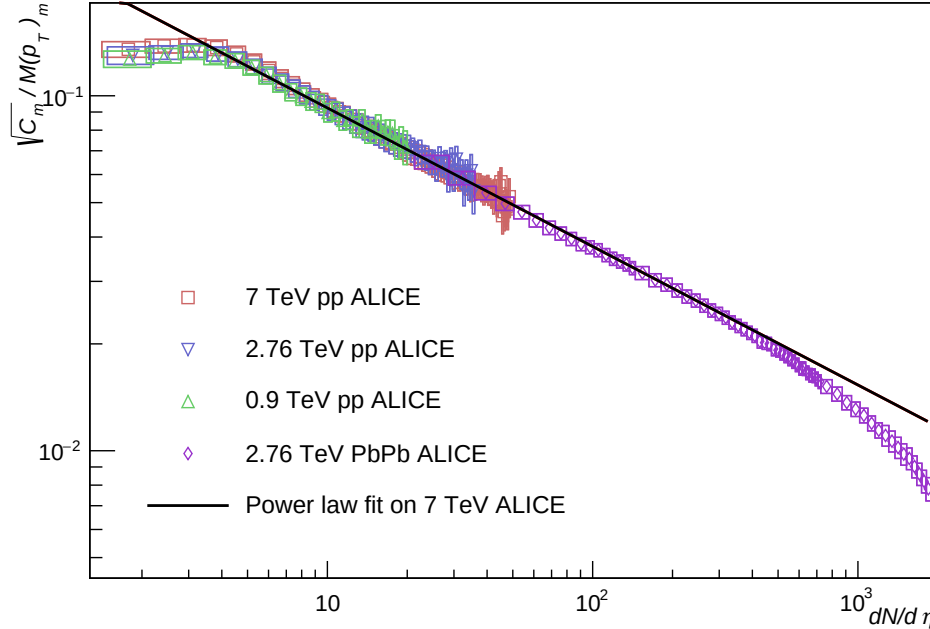


Figura 4.2: Fluctuaciones relativas $\sqrt{C_m}/M(p_T)_m$ en función de la multiplicidad para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76 y 7 TeV y 2.76 TeV para colisiones de $Pb - Pb$ con una ley de potencias ajustada sobre los datos de 7 TeV de la forma $f(x) = ax^b$, con $a = 2.26$ y $b = -3.9$. Con datos de [73]

CAPÍTULO 4. FLUCTUACIONES EN EL SPM

4.1. FLUCTUACIONES DE $\langle P_T \rangle$ EN EL SPM

Po lo que, si queremos comparar con los resultados de ALICE, se hace uso de la relación entre F_{p_T} y C_m que es de la forma:

$$C_m \simeq 2F_{p_T} \frac{\text{var}(p_T)}{\langle N \rangle}, \quad (4.15)$$

los resultados de esta comparación se muestran en la figura ??

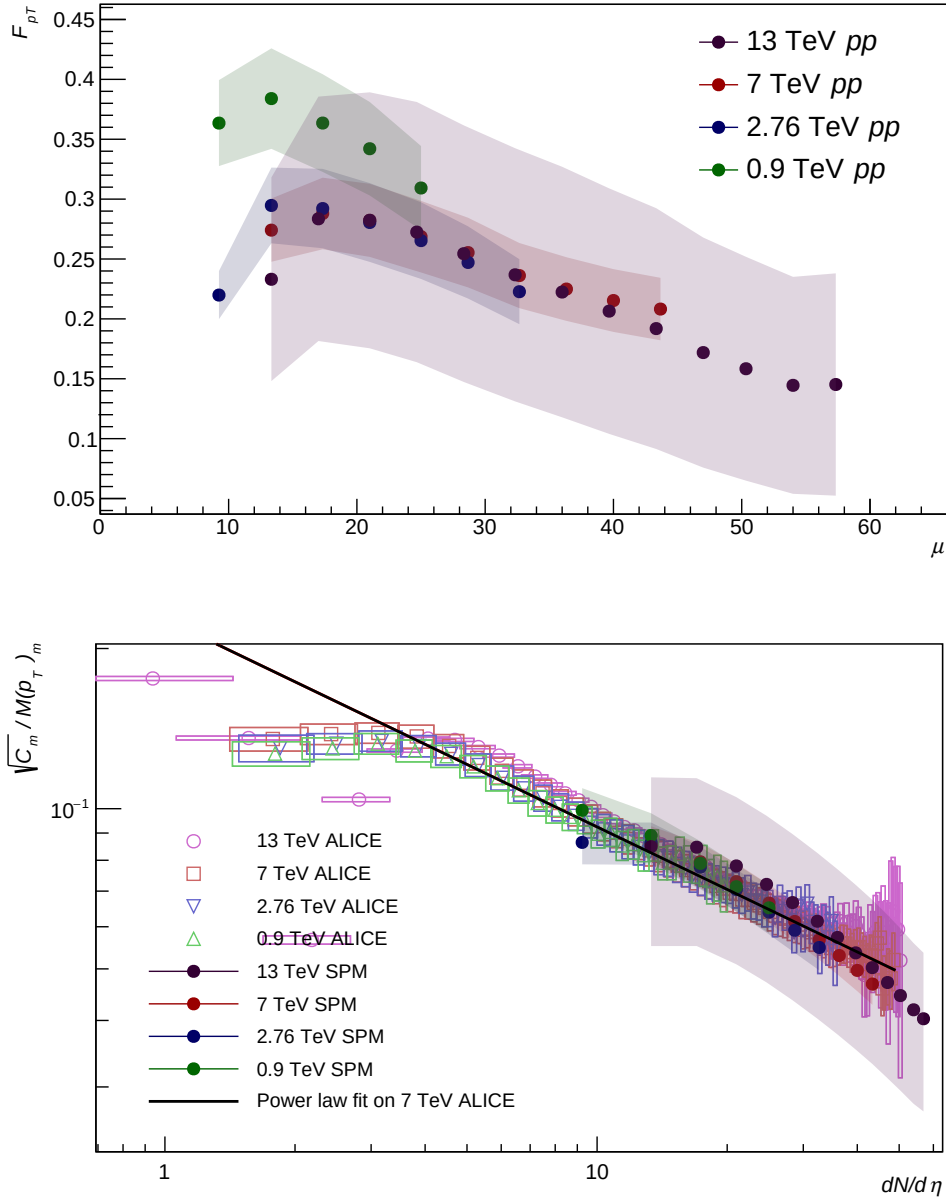


Figura 4.3: Fluctuaciones en función de la multiplicidad F_{p_T} calculadas con el ajuste del SPM con datos de [57, 58] para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV (arriba) y comparación de $\sqrt{C_m}/M(p_T)_m$ con los datos de la colaboración ALICE [73] para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV [74] (abajo).

4.2 Fluctuaciones de temperatura en el SPM

Las fluctuaciones en la densidad de energía surgen a causa de la estructura interna de los partones colisionantes. Estas fluctuaciones se manifiestan en fluctuaciones de la temperatura local, en la cual, típicamente se estudia en regiones espaciales y se considera un perfil de entropía de la forma [37, 38]:

$$s(X, Y) = \frac{K}{2\pi\sigma^2} \sum_{i=1}^N e^{-\left(\frac{(X-X_i)^2 - (Y-Y_i)^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (4.16)$$

donde X_i, Y_i son las coordenadas espaciales de un nucleón i , N el número de nucleones que colisionaron y K, σ parámetros libres [37, 38]. El enfoque en un mapeo sobre una región espacial tiene las ventajas de poder describir dónde ocurren las fluctuaciones, revelando cambios en la estructura del partón y dando así información sobre el estado inicial de la colisión. Típicamente se utilizan eventos centrales para colisiones de núcleo-núcleo y las fluctuaciones se presentan como $\Delta T/\langle T \rangle$, donde ΔT son variaciones de la raíz cuadrada media (RMS) y $\langle T \rangle$ es la temperatura promedio global. De esa forma es posible describir las fluctuaciones en pequeñas secciones espaciales (bins) y obtener fluctuaciones locales.

Lo que nos lleva a pensar cómo podría abordarse este enfoque para nuestro estudio en el SPM. Dado que podemos conocer la temperatura promedio local, con la ecuación 3.26, que tiene la forma:

$$T(\xi) = \sqrt{\frac{\langle p_T^2 \rangle_1}{2F(\xi_{HM})}}. \quad (4.17)$$

La cual, usamos para calcular la distribución de temperatura con respecto de la multiplicidad, esto se muestra en la figura 3.11, donde cada uno de sus puntos representa la media de una distribución gaussiana y fue obtenido con el ajuste de la figura 3.9. Por lo que es natural pensar que, a falta, de los datos experimentales necesarios para hacer un mapeo en una región espacial, es posible calcular la temperatura en secciones de momento transversal, teniendo así una relación con la multiplicidad y momento de las partículas producidas por clase de multiplicidad.

Esto, nos lleva entonces a replantear el ajuste con la ecuación 3.36 sobre los espectros de momento transversal con datos de [57, 58, 59]:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2 N}{d\eta dp_T} = \frac{ap_0^{\alpha-2}}{[p_0 + p_T]^{\alpha-1}}. \quad (4.18)$$

Donde, ahora, el ajuste se hará en intervalos pequeños de p_T , de $0.1 GeV$. Lo que nos lleva entonces a obtener diez valores del factor de reducción de color $F(\xi)$, uno para cada intervalo de momento, y por consecuencia, diez valores de la temperatura, utilizando la ecuación 3.26. Esto se hace para cada clase de multiplicidad. Este ajuste se muestra en la figura 4.4 y los parámetros de los ajustes en las tablas del apéndice A.

Por lo que, ahora, podemos calcular las fluctuaciones de temperatura para cada clase de multiplicidad en colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ de la forma [37, 38]:

$$\frac{\Delta T}{\langle T \rangle} = \frac{1}{\langle T \rangle} \frac{\sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_i^2}}{n_i}, \quad (4.19)$$

siendo T_i la temperatura en un intervalo de momento transversal i y n_i el número de intervalos de momento transversal por clase de multiplicidad, mientras que $\langle T \rangle$ es la temperatura promedio para cada clase de multiplicidad, es decir, cada punto de la figura 3.26. Los resultados de este cálculo se muestran en la figura 4.5, donde es posible observar que, como es de esperarse, los valores fluctúan sobre un valor medio de uno.

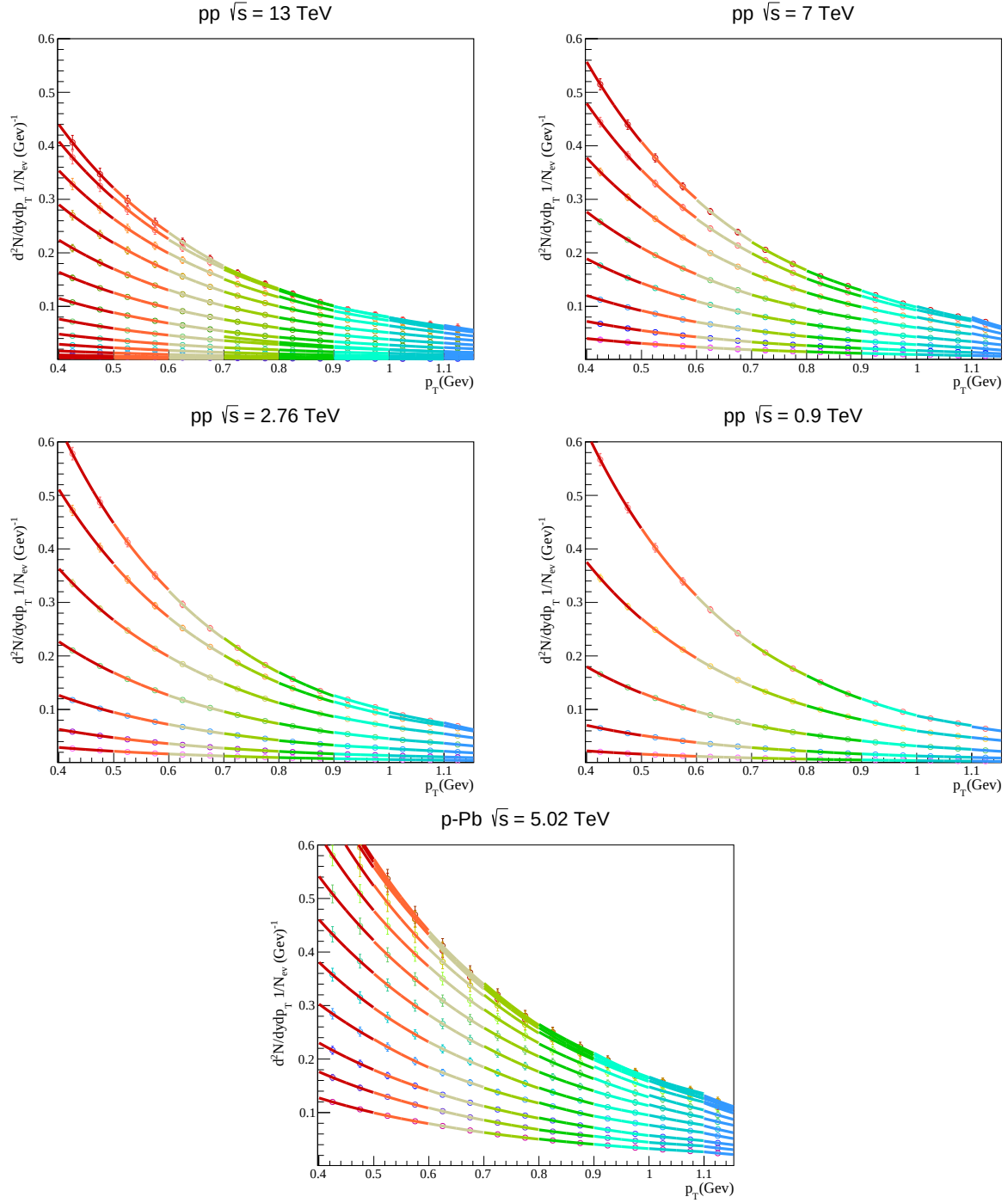


Figura 4.4: Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ de alta multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.

También, en la figura 4.5 es posible observar en qué region de momento y multiplicidad, las fluctuaciones de temperatura fueron más prominentes, esto nos da información sobre cuáles eventos tuvieron un cambio en su estructura interna y en sus propiedades termodinámicas, lo cual nos puede sugerir un cambio de fase de la materia, como se vió en la sección 2.2.1.

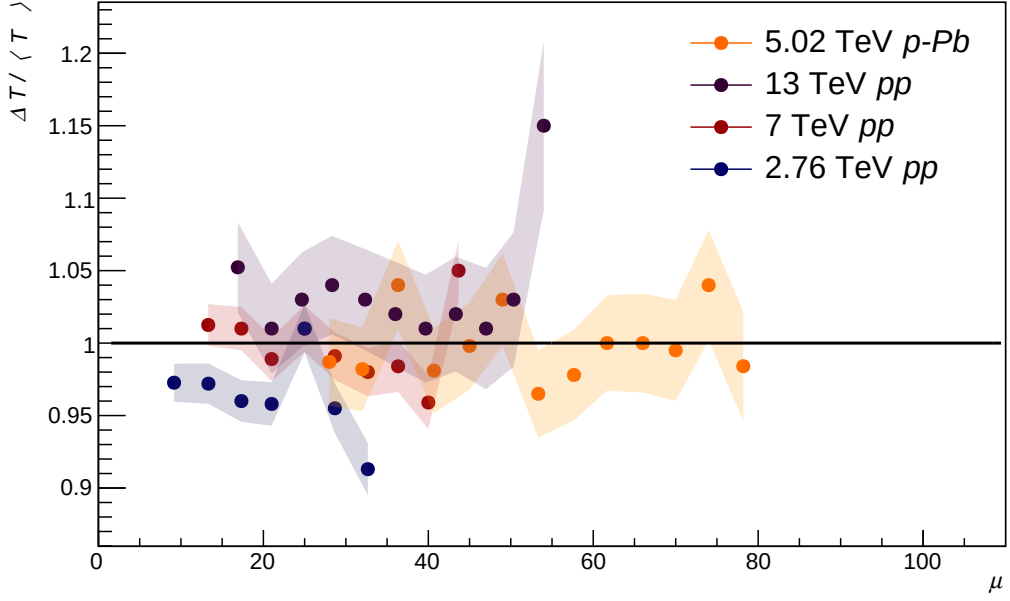


Figura 4.5: Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ de alta multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.

Capítulo 5

Conclusiones

Como se mencionó antes, las señales de colectividad y cambio de fase a QGP de la materia hadrónica en colisiones de sistemas pequeños, son variadas y se presentan desde varios marcos y formalismos. En este caso, intentamos obtener una señal del cambio de fase por medio del marco del SPM. Uno de nuestros primeros resultados es en las fluctuaciones de $\langle p_T \rangle$, que implica que si comparamos nuestros resultados con los datos experimentales, podemos ver cierta congruencia, como se ve en la figura 4.3. Sin embargo, al comparar con sistemas grandes, tales como colisiones de $Pb - Pb$, donde es posible observar un cambio en la pendiente en la región de alta multiplicidad. En [73] se atribuyó este cambio en la pendiente, con respecto a una línea teórica, asociada a una señal de que, efectivamente, hubo una transición de fase. En los resultados presentados, en el marco del SPM, es posible observar dicho cambio en la pendiente en la región de alta multiplicidad, como se muestra en la figura 4.3, los resultados obtenidos en el modelo se encuentran dentro de las incertidumbres reportadas en las mediciones para el caso inclusivo. Si embargo se debe considerar que la comparación directa con el modelo no incluye los sesgos de la contribución de jets por lo que se debe comparar con mediciones que excluyan dichas contribuciones, como los resultados preliminares presentados en [74], donde se observa un cambio en la pendiente mas claro en la region de alta multiplicidad en la selección de eventos con topología mas isotrópica que corresponden a la producción de bajo momento y que reducen la contribución del bias de los jets.

Por otro lado los resultados en las fluctuaciones de temperatura, en la figura 4.5, muestran que no se alcanza una estabilidad en la temperatura global, lo que implica que hay un efecto considerable de las fluctuaciones globales en estos sistemas, lo que sugiere una transición de fase de un sistema no termalizado.

Apéndice A

Tablas del ajuste sobre intervalos de momento transverso

A continuación se muestran las tablas de los ajustes mencionados en la sección 4.2, estos datos son los parámetros obtenidos de la figura 4.4 para b , $F(\xi)$ y el cálculo de sus respectivas temperaturas T , con la ecuación 3.26, sobre intervalos de momento transverso de 0.1GeV ; después de hacer un ajuste sobre los datos experimentales del espectro de momento [57, 58, 59] con la ecuación 3.36.

Clase de multiplicidad 30-39 para pp a $\sqrt{s} = 13\text{TeV}$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.64E-01	3.31E-01	8.21E-01	6.07E-01	1.48E+02	2.88E-01
9.91E-01	3.75E-01	7.78E-01	5.99E-01	1.53E+02	3.09E-01
9.16E-01	3.71E-01	9.10E-01	8.78E-01	1.41E+02	3.58E-01
1.04E+00	5.37E-01	7.01E-01	6.63E-01	1.61E+02	3.99E-01
9.83E-01	6.08E-01	7.90E-01	1.01E+00	1.51E+02	5.09E-01
1.19E+00	1.16E+00	5.36E-01	7.34E-01	1.84E+02	6.61E-01
9.42E-01	1.37E+00	8.60E-01	2.80E+00	1.45E+02	1.24E+00
8.64E-01	2.48E+00	1.02E+00	7.89E+00	1.33E+02	2.69E+00

Tabla A.1: ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 40-49.

Clase de multiplicidad 40-49 para pp a $\sqrt{s} = 13\text{TeV}$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.01E+00	3.60E-01	7.45E-01	5.16E-01	1.56E+02	5.40E+01
1.01E+00	3.89E-01	7.45E-01	5.58E-01	1.56E+02	5.84E+01
1.06E+00	4.68E-01	6.80E-01	5.35E-01	1.63E+02	6.42E+01
1.09E+00	5.69E-01	6.46E-01	5.72E-01	1.67E+02	7.41E+01
1.08E+00	6.84E-01	6.60E-01	7.24E-01	1.66E+02	9.09E+01
1.28E+00	1.29E+00	4.64E-01	5.67E-01	1.97E+02	1.21E+02
1.15E+00	1.70E+00	5.76E-01	1.28E+00	1.77E+02	1.98E+02
8.73E-01	2.49E+00	1.00E+00	7.47E+00	1.34E+02	5.02E+02

Tabla A.2: ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 40-49.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 50-59 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.05E+00	3.82E-01	6.98E-01	4.66E-01	1.61E+02	5.38E+01
1.07E+00	4.24E-01	6.71E-01	4.68E-01	1.64E+02	5.73E+01
1.09E+00	4.89E-01	6.44E-01	4.88E-01	1.68E+02	6.35E+01
1.12E+00	6.05E-01	6.06E-01	5.18E-01	1.73E+02	7.39E+01
1.08E+00	6.98E-01	6.51E-01	7.15E-01	1.67E+02	9.16E+01
1.27E+00	1.29E+00	4.75E-01	5.99E-01	1.95E+02	1.23E+02
1.01E+00	1.42E+00	7.51E-01	2.08E+00	1.55E+02	2.15E+02
1.06E+00	2.37E+00	6.78E-01	2.68E+00	1.63E+02	3.23E+02

Tabla A.3: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 50-59.

Clase de multiplicidad 60-69 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.09E+00	4.10E-01	6.47E-01	4.13E-01	1.67E+02	5.35E+01
1.10E+00	4.50E-01	6.30E-01	4.25E-01	1.70E+02	5.72E+01
1.09E+00	4.90E-01	6.48E-01	4.96E-01	1.67E+02	6.40E+01
1.18E+00	6.62E-01	5.44E-01	4.33E-01	1.82E+02	7.26E+01
1.26E+00	8.95E-01	4.81E-01	4.30E-01	1.94E+02	8.67E+01
1.44E+00	1.57E+00	3.68E-01	3.87E-01	2.22E+02	1.17E+02
1.20E+00	1.40E+00	5.32E-01	8.61E-01	1.85E+02	1.49E+02
1.07E+00	2.47E+00	6.68E-01	2.70E+00	1.65E+02	3.32E+02

Tabla A.4: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 60-69.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 70-79 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.12E+00	4.36E-01	6.08E-01	3.77E-01	1.73E+02	5.35E+01
1.13E+00	4.78E-01	5.94E-01	3.89E-01	1.75E+02	5.73E+01
1.13E+00	5.35E-01	5.93E-01	4.34E-01	1.75E+02	6.39E+01
1.19E+00	6.81E-01	5.39E-01	4.35E-01	1.83E+02	7.40E+01
1.25E+00	8.95E-01	4.92E-01	4.55E-01	1.92E+02	8.87E+01
1.45E+00	1.58E+00	3.65E-01	3.81E-01	2.23E+02	1.16E+02
1.24E+00	1.96E+00	4.98E-01	1.03E+00	1.91E+02	1.97E+02
1.29E+00	3.18E+00	4.60E-01	1.37E+00	1.98E+02	2.95E+02

Tabla A.5: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 70-79.

Clase de multiplicidad 80-89 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.16E+00	4.71E-01	5.64E-01	3.37E-01	1.79E+02	5.36E+01
1.18E+00	5.22E-01	5.44E-01	3.41E-01	1.82E+02	5.72E+01
1.20E+00	5.91E-01	5.32E-01	3.65E-01	1.85E+02	6.33E+01
1.25E+00	7.49E-01	4.90E-01	3.77E-01	1.92E+02	7.40E+01
1.37E+00	1.06E+00	4.07E-01	3.35E-01	2.11E+02	8.68E+01
1.30E+00	1.35E+00	4.51E-01	5.53E-01	2.00E+02	1.23E+02
1.40E+00	2.43E+00	3.88E-01	6.83E-01	2.16E+02	1.90E+02
1.14E+00	3.30E+00	5.89E-01	2.64E+00	1.75E+02	3.92E+02

Tabla A.6: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 80-89.

Clase de multiplicidad 90-99 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.18E+00	4.88E-01	5.51E-01	3.29E-01	1.81E+02	5.42E+01
1.20E+00	5.45E-01	5.28E-01	3.31E-01	1.85E+02	5.80E+01
1.21E+00	6.13E-01	5.19E-01	3.57E-01	1.87E+02	6.41E+01
1.23E+00	7.47E-01	5.09E-01	4.13E-01	1.89E+02	7.66E+01
1.34E+00	1.05E+00	4.27E-01	3.74E-01	2.06E+02	9.02E+01
1.43E+00	1.64E+00	3.76E-01	4.25E-01	2.19E+02	1.24E+02
1.30E+00	2.19E+00	4.55E-01	9.14E-01	1.99E+02	2.00E+02
1.32E+00	3.80E+00	4.41E-01	1.47E+00	2.03E+02	3.37E+02

Tabla A.7: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 90-99.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 100-109 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.21E+00	5.20E-01	5.26E-01	3.12E-01	1.86E+02	5.51E+01
1.28E+00	6.21E-01	4.66E-01	2.76E-01	1.97E+02	5.83E+01
1.22E+00	6.36E-01	5.17E-01	3.66E-01	1.87E+02	6.62E+01
1.30E+00	8.55E-01	4.50E-01	3.48E-01	2.01E+02	7.75E+01
1.22E+00	9.53E-01	5.14E-01	5.41E-01	1.88E+02	9.87E+01
1.61E+00	2.05E+00	2.95E-01	2.89E-01	2.48E+02	1.22E+02
1.16E+00	2.00E+00	5.64E-01	1.43E+00	1.79E+02	2.27E+02
1.23E+00	3.56E+00	5.01E-01	1.90E+00	1.90E+02	3.60E+02

Tabla A.8: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 100-109.

Clase de multiplicidad 110-119 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.24E+00	5.60E-01	4.98E-01	2.94E-01	1.91E+02	5.63E+01
1.24E+00	6.07E-01	4.98E-01	3.19E-01	1.91E+02	6.10E+01
1.28E+00	7.21E-01	4.67E-01	3.22E-01	1.97E+02	6.78E+01
1.43E+00	1.04E+00	3.71E-01	2.62E-01	2.21E+02	7.79E+01
1.23E+00	1.02E+00	5.04E-01	5.52E-01	1.89E+02	1.04E+02
1.72E+00	2.41E+00	2.57E-01	2.42E-01	2.65E+02	1.25E+02
1.01E+00	1.72E+00	7.54E-01	2.55E+00	1.55E+02	2.62E+02
9.83E-01	2.73E+00	7.91E-01	4.55E+00	1.51E+02	4.35E+02

Tabla A.9: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 110-119.

Clase de multiplicidad 120-129 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.22E+00	5.68E-01	5.13E-01	3.21E-01	1.88E+02	5.88E+01
1.29E+00	6.80E-01	4.60E-01	2.93E-01	1.98E+02	6.30E+01
1.26E+00	7.45E-01	4.79E-01	3.55E-01	1.94E+02	7.20E+01
1.31E+00	9.74E-01	4.44E-01	3.84E-01	2.02E+02	8.72E+01
1.57E+00	1.60E+00	3.09E-01	2.54E-01	2.42E+02	9.94E+01
1.51E+00	2.10E+00	3.35E-01	4.08E-01	2.33E+02	1.42E+02
1.07E+00	1.99E+00	6.67E-01	2.17E+00	1.65E+02	2.68E+02
1.25E+00	4.28E+00	4.89E-01	2.14E+00	1.92E+02	4.21E+02

Tabla A.10: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 120-129.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 130-139 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.24E+00	6.16E-01	4.97E-01	3.21E-01	1.91E+02	6.17E+01
1.22E+00	6.61E-01	5.11E-01	3.69E-01	1.88E+02	6.80E+01
1.30E+00	8.43E-01	4.49E-01	3.41E-01	2.01E+02	7.63E+01
1.47E+00	1.27E+00	3.52E-01	2.81E-01	2.27E+02	9.04E+01
1.39E+00	1.43E+00	3.95E-01	4.20E-01	2.14E+02	1.14E+02
1.41E+00	2.02E+00	3.85E-01	5.56E-01	2.17E+02	1.57E+02
1.12E+00	2.42E+00	6.07E-01	2.09E+00	1.73E+02	2.97E+02
1.63E+00	7.07E+00	2.88E-01	9.46E-01	2.50E+02	4.11E+02

Tabla A.11: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 130-139.

Clase de multiplicidad 140-149 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.21E+00	6.31E-01	5.24E-01	3.77E-01	1.86E+02	6.67E+01
1.28E+00	7.80E-01	4.66E-01	3.46E-01	1.97E+02	7.32E+01
1.41E+00	1.05E+00	3.82E-01	2.85E-01	2.18E+02	8.12E+01
1.32E+00	1.16E+00	4.38E-01	4.43E-01	2.03E+02	1.03E+02
1.40E+00	1.64E+00	3.92E-01	4.71E-01	2.15E+02	1.29E+02
2.31E+00	4.96E+00	1.44E-01	1.16E-01	3.55E+02	1.44E+02
2.89E-01	1.52E+00	9.17E+00	1.16E+03	4.44E+01	2.80E+03
6.25E-01	7.42E-01	1.95E+00	1.19E+01	9.62E+01	2.92E+02

Tabla A.12: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 140-149.

Clase de multiplicidad 150-159 para pp a $\sqrt{s} = 13TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.25E+00	6.95E-01	4.91E-01	3.52E-01	1.92E+02	6.87E+01
1.25E+00	7.76E-01	4.90E-01	3.92E-01	1.92E+02	7.67E+01
1.30E+00	9.40E-01	4.49E-01	3.81E-01	2.01E+02	8.51E+01
1.55E+00	1.44E+00	3.20E-01	2.48E-01	2.38E+02	9.25E+01
1.58E+00	1.77E+00	3.05E-01	2.73E-01	2.44E+02	1.09E+02
4.57E+00	1.79E+01	3.65E-02	1.37E-02	7.04E+02	1.32E+02
5.36E-01	3.89E-01	2.66E+00	1.35E+01	8.25E+01	2.09E+02

Tabla A.13: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $13 TeV$ para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 150-159.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 30-39 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.01E+00	2.18E-01	7.53E-01	3.22E-01	1.55E+02	1.74E-01
1.01E+00	2.36E-01	7.48E-01	3.42E-01	1.56E+02	1.87E-01
9.83E-01	2.48E-01	7.91E-01	4.14E-01	1.51E+02	2.08E-01
1.06E+00	3.20E-01	6.81E-01	3.67E-01	1.63E+02	2.31E-01
1.14E+00	4.08E-01	5.84E-01	3.18E-01	1.76E+02	2.52E-01
9.75E-01	4.03E-01	8.04E-01	7.00E-01	1.50E+02	3.43E-01
9.23E-01	5.07E-01	8.97E-01	1.16E+00	1.42E+02	4.82E-01
3.17E-01	5.28E-01	7.58E+00	2.50E+02	4.89E+01	4.24E+00

Tabla A.14: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 30-39.

Clase de multiplicidad 40-49 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.05E+00	2.37E-01	6.89E-01	2.80E-01	1.62E+02	1.73E-01
1.06E+00	2.55E-01	6.79E-01	2.90E-01	1.63E+02	1.83E-01
1.08E+00	2.88E-01	6.53E-01	2.97E-01	1.67E+02	1.99E-01
1.08E+00	3.33E-01	6.52E-01	3.43E-01	1.67E+02	2.30E-01
1.17E+00	4.31E-01	5.56E-01	2.98E-01	1.80E+02	2.54E-01
1.09E+00	4.80E-01	6.39E-01	4.69E-01	1.68E+02	3.25E-01
1.04E+00	6.12E-01	7.05E-01	7.65E-01	1.60E+02	4.57E-01
3.12E-01	6.38E-01	7.87E+00	3.32E+02	4.80E+01	5.31E+00

Tabla A.15: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 40-49.

Clase de multiplicidad 50-59 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.11E+00	2.60E-01	6.15E-01	2.31E-01	1.72E+02	1.70E-01
1.10E+00	2.72E-01	6.35E-01	2.61E-01	1.69E+02	1.83E-01
1.12E+00	3.01E-01	6.14E-01	2.67E-01	1.72E+02	1.96E-01
1.18E+00	3.80E-01	5.49E-01	2.55E-01	1.82E+02	2.21E-01
1.19E+00	4.36E-01	5.42E-01	2.83E-01	1.83E+02	2.51E-01
1.18E+00	4.99E-01	5.51E-01	3.38E-01	1.81E+02	2.91E-01
9.67E-01	5.61E-01	8.16E-01	1.01E+00	1.49E+02	4.86E-01
3.27E-01	6.06E-01	7.13E+00	2.47E+02	5.04E+01	4.58E+00

Tabla A.16: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 50-59.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 60-69 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.16E+00	2.81E-01	5.65E-01	2.01E-01	1.79E+02	1.68E-01
1.17E+00	3.01E-01	5.57E-01	2.09E-01	1.80E+02	1.78E-01
1.13E+00	3.11E-01	5.99E-01	2.58E-01	1.74E+02	1.97E-01
1.29E+00	4.35E-01	4.62E-01	1.90E-01	1.98E+02	2.13E-01
1.31E+00	5.13E-01	4.43E-01	2.01E-01	2.02E+02	2.41E-01
1.15E+00	5.23E-01	5.74E-01	3.91E-01	1.78E+02	3.18E-01
1.13E+00	6.82E-01	5.99E-01	5.68E-01	1.74E+02	4.33E-01
3.89E-01	4.26E-01	5.05E+00	7.32E+01	5.99E+01	2.28E+00

Tabla A.17: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 60-69.

Clase de multiplicidad 70-79 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.17E+00	2.84E-01	5.59E-01	1.98E-01	1.80E+02	1.68E-01
1.19E+00	3.12E-01	5.39E-01	1.99E-01	1.83E+02	1.78E-01
1.23E+00	3.57E-01	5.07E-01	1.96E-01	1.89E+02	1.92E-01
1.32E+00	4.60E-01	4.40E-01	1.77E-01	2.03E+02	2.15E-01
1.34E+00	5.35E-01	4.28E-01	1.93E-01	2.06E+02	2.43E-01
1.18E+00	5.51E-01	5.50E-01	3.70E-01	1.81E+02	3.21E-01
1.11E+00	6.88E-01	6.25E-01	6.38E-01	1.70E+02	4.56E-01
5.20E-01	6.15E-01	2.83E+00	2.48E+01	8.00E+01	1.84E+00

Tabla A.18: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 70-79.

Clase de multiplicidad 80-89 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.21E+00	3.01E-01	5.26E-01	1.81E-01	1.86E+02	1.68E-01
1.19E+00	3.16E-01	5.35E-01	1.98E-01	1.84E+02	1.79E-01
1.28E+00	3.86E-01	4.68E-01	1.73E-01	1.97E+02	1.91E-01
1.28E+00	4.45E-01	4.65E-01	1.97E-01	1.97E+02	2.19E-01
1.34E+00	5.50E-01	4.26E-01	1.95E-01	2.06E+02	2.48E-01
1.36E+00	6.99E-01	4.13E-01	2.30E-01	2.09E+02	3.06E-01
9.70E-01	5.98E-01	8.11E-01	1.06E+00	1.49E+02	5.14E-01
4.26E-01	4.90E-01	4.21E+00	5.35E+01	6.55E+01	2.19E+00

Tabla A.19: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 80-89.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 90-99 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.21E+00	3.03E-01	5.25E-01	1.81E-01	1.86E+02	1.69E-01
1.30E+00	3.67E-01	4.55E-01	1.54E-01	1.99E+02	1.77E-01
1.27E+00	3.89E-01	4.74E-01	1.80E-01	1.95E+02	1.95E-01
1.37E+00	5.08E-01	4.08E-01	1.62E-01	2.11E+02	2.19E-01
1.34E+00	5.68E-01	4.27E-01	2.03E-01	2.06E+02	2.57E-01
1.38E+00	7.43E-01	4.02E-01	2.27E-01	2.12E+02	3.16E-01
1.09E+00	7.35E-01	6.47E-01	7.41E-01	1.67E+02	5.04E-01
4.68E-01	5.98E-01	3.49E+00	4.08E+01	7.20E+01	2.21E+00

Tabla A.20: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 90-99.

Clase de multiplicidad 100-109 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.26E+00	3.31E-01	4.84E-01	1.62E-01	1.93E+02	1.70E-01
1.27E+00	3.64E-01	4.70E-01	1.65E-01	1.96E+02	1.81E-01
1.27E+00	4.02E-01	4.72E-01	1.84E-01	1.96E+02	2.01E-01
1.42E+00	5.61E-01	3.80E-01	1.50E-01	2.18E+02	2.26E-01
1.31E+00	5.79E-01	4.47E-01	2.32E-01	2.01E+02	2.74E-01
1.31E+00	7.32E-01	4.42E-01	2.85E-01	2.02E+02	3.43E-01
1.13E+00	8.51E-01	5.95E-01	6.96E-01	1.74E+02	5.37E-01
6.32E-01	8.68E-01	1.91E+00	1.31E+01	9.73E+01	1.76E+00

Tabla A.21: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 100-109.

Clase de multiplicidad 110-119 para pp a $\sqrt{s} = 7TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.31E+00	3.55E-01	4.47E-01	1.42E-01	2.01E+02	1.68E-01
1.33E+00	3.90E-01	4.33E-01	1.44E-01	2.04E+02	1.79E-01
1.42E+00	4.86E-01	3.78E-01	1.28E-01	2.19E+02	1.94E-01
1.35E+00	5.20E-01	4.18E-01	1.76E-01	2.08E+02	2.31E-01
1.62E+00	8.18E-01	2.89E-01	1.10E-01	2.50E+02	2.51E-01
1.52E+00	9.15E-01	3.31E-01	1.73E-01	2.34E+02	3.21E-01
1.25E+00	9.74E-01	4.85E-01	4.78E-01	1.93E+02	5.01E-01
3.78E-01	7.94E-01	5.34E+00	1.57E+02	5.82E+01	4.49E+00

Tabla A.22: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $7 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 110-119.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 20-29 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.13E-01	1.86E-01	9.15E-01	4.47E-01	1.41E+02	1.80E-01
9.27E-01	2.06E-01	8.88E-01	4.58E-01	1.43E+02	1.93E-01
8.83E-01	2.09E-01	9.79E-01	5.95E-01	1.36E+02	2.17E-01
8.50E-01	2.26E-01	1.06E+00	7.77E-01	1.31E+02	2.53E-01
8.71E-01	2.72E-01	1.01E+00	8.31E-01	1.34E+02	2.91E-01
1.08E+00	4.59E-01	6.50E-01	4.68E-01	1.67E+02	3.16E-01
1.10E+00	6.06E-01	6.36E-01	5.87E-01	1.69E+02	4.09E-01
5.92E-01	4.40E-01	2.18E+00	9.22E+00	9.12E+01	1.01E+00

Tabla A.23: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 20-29.

Clase de multiplicidad 30-39 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.95E-01	2.15E-01	7.72E-01	3.37E-01	1.53E+02	1.76E-01
9.90E-01	2.29E-01	7.79E-01	3.67E-01	1.52E+02	1.89E-01
9.84E-01	2.47E-01	7.88E-01	4.08E-01	1.52E+02	2.06E-01
9.58E-01	2.69E-01	8.32E-01	5.08E-01	1.48E+02	2.37E-01
1.02E+00	3.33E-01	7.36E-01	4.64E-01	1.57E+02	2.60E-01
1.10E+00	4.73E-01	6.25E-01	4.38E-01	1.70E+02	3.13E-01
1.27E+00	7.34E-01	4.75E-01	3.42E-01	1.95E+02	3.70E-01
8.16E-01	5.94E-01	1.15E+00	2.51E+00	1.26E+02	7.22E-01

Tabla A.24: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 30-39.

Clase de multiplicidad 40-49 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.03E+00	2.29E-01	7.16E-01	2.99E-01	1.59E+02	1.74E-01
1.05E+00	2.54E-01	6.87E-01	2.97E-01	1.62E+02	1.85E-01
1.02E+00	2.63E-01	7.29E-01	3.58E-01	1.58E+02	2.03E-01
1.01E+00	2.98E-01	7.42E-01	4.23E-01	1.56E+02	2.34E-01
1.08E+00	3.72E-01	6.58E-01	3.91E-01	1.66E+02	2.59E-01
1.19E+00	5.30E-01	5.38E-01	3.37E-01	1.83E+02	3.02E-01
1.33E+00	8.11E-01	4.29E-01	2.93E-01	2.05E+02	3.68E-01
8.51E-01	6.52E-01	1.05E+00	2.23E+00	1.31E+02	7.29E-01

Tabla A.25: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 40-49.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 50-59 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.08E+00	2.46E-01	6.57E-01	2.58E-01	1.66E+02	1.72E-01
1.08E+00	2.64E-01	6.59E-01	2.79E-01	1.66E+02	1.84E-01
1.12E+00	3.04E-01	6.07E-01	2.61E-01	1.73E+02	1.95E-01
1.08E+00	3.30E-01	6.54E-01	3.41E-01	1.66E+02	2.28E-01
1.06E+00	3.70E-01	6.81E-01	4.23E-01	1.63E+02	2.66E-01
1.24E+00	5.70E-01	4.98E-01	2.99E-01	1.91E+02	3.01E-01
1.45E+00	9.42E-01	3.62E-01	2.23E-01	2.24E+02	3.62E-01
8.85E-01	6.98E-01	9.75E-01	1.96E+00	1.36E+02	7.21E-01

Tabla A.26: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 50-59.

Clase de multiplicidad 60-69 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.11E+00	2.59E-01	6.23E-01	2.38E-01	1.70E+02	1.71E-01
1.14E+00	2.91E-01	5.87E-01	2.31E-01	1.76E+02	1.81E-01
1.11E+00	3.06E-01	6.15E-01	2.72E-01	1.72E+02	2.00E-01
1.13E+00	3.61E-01	5.94E-01	2.94E-01	1.75E+02	2.27E-01
1.31E+00	5.17E-01	4.48E-01	2.08E-01	2.01E+02	2.45E-01
1.74E+00	9.84E-01	2.53E-01	9.47E-02	2.68E+02	2.63E-01
1.31E+00	8.47E-01	4.44E-01	3.33E-01	2.02E+02	3.98E-01
8.65E-01	7.28E-01	1.02E+00	2.29E+00	1.33E+02	7.87E-01

Tabla A.27: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 60-69.

Clase de multiplicidad 70-79 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.15E+00	2.79E-01	5.79E-01	2.14E-01	1.77E+02	1.71E-01
1.15E+00	2.99E-01	5.82E-01	2.31E-01	1.76E+02	1.84E-01
1.12E+00	3.14E-01	6.09E-01	2.72E-01	1.72E+02	2.02E-01
1.24E+00	4.23E-01	5.00E-01	2.24E-01	1.90E+02	2.24E-01
1.22E+00	4.87E-01	5.14E-01	2.77E-01	1.88E+02	2.65E-01
1.60E+00	8.97E-01	2.97E-01	1.30E-01	2.47E+02	2.83E-01
1.44E+00	1.03E+00	3.70E-01	2.58E-01	2.21E+02	4.05E-01
1.00E+00	9.49E-01	7.57E-01	1.42E+00	1.55E+02	7.61E-01

Tabla A.28: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 70-79.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 80-89 para pp a $\sqrt{s} = 2.76 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.15E+00	2.86E-01	5.78E-01	2.18E-01	1.77E+02	1.75E-01
1.19E+00	3.32E-01	5.36E-01	2.10E-01	1.84E+02	1.89E-01
1.23E+00	3.85E-01	5.04E-01	2.08E-01	1.89E+02	2.06E-01
1.18E+00	4.19E-01	5.49E-01	2.81E-01	1.81E+02	2.44E-01
1.27E+00	5.68E-01	4.71E-01	2.60E-01	1.96E+02	2.84E-01
1.36E+00	7.83E-01	4.15E-01	2.61E-01	2.09E+02	3.45E-01
1.36E+00	1.07E+00	4.15E-01	3.57E-01	2.09E+02	4.72E-01
9.29E-01	1.08E+00	8.84E-01	2.37E+00	1.43E+02	1.01E+00

Tabla A.29: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $2.76 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 80-89.

Clase de multiplicidad 20-29 para pp a $\sqrt{s} = 0.9 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.03E-01	1.82E-01	9.36E-01	4.63E-01	1.39E+02	1.81E-01
8.81E-01	1.90E-01	9.83E-01	5.45E-01	1.36E+02	1.98E-01
8.56E-01	2.00E-01	1.04E+00	6.65E-01	1.32E+02	2.21E-01
8.91E-01	2.45E-01	9.61E-01	6.64E-01	1.37E+02	2.49E-01
8.49E-01	2.63E-01	1.06E+00	9.08E-01	1.31E+02	2.95E-01
8.45E-01	3.23E-01	1.07E+00	1.15E+00	1.30E+02	3.66E-01
1.16E+00	6.79E-01	5.64E-01	4.86E-01	1.79E+02	4.06E-01
1.15E+00	8.94E-01	5.78E-01	6.82E-01	1.77E+02	5.48E-01

Tabla A.30: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $0.9 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 20-29.

Clase de multiplicidad 30-39 para pp a $\sqrt{s} = 0.9 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.40E-01	1.95E-01	8.65E-01	4.07E-01	1.45E+02	1.79E-01
9.43E-01	2.11E-01	8.59E-01	4.32E-01	1.45E+02	1.92E-01
9.45E-01	2.31E-01	8.55E-01	4.69E-01	1.46E+02	2.10E-01
9.76E-01	2.79E-01	8.02E-01	4.82E-01	1.50E+02	2.37E-01
9.73E-01	3.18E-01	8.07E-01	5.57E-01	1.50E+02	2.72E-01
8.73E-01	3.43E-01	1.00E+00	1.03E+00	1.34E+02	3.64E-01
1.18E+00	6.83E-01	5.49E-01	4.57E-01	1.82E+02	3.97E-01
1.13E+00	9.35E-01	5.97E-01	7.71E-01	1.74E+02	5.91E-01

Tabla A.31: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $0.9 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 30-39.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 40-49 para pp a $\sqrt{s} = 0.9TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
9.88E-01	2.11E-01	7.82E-01	3.42E-01	1.52E+02	1.75E-01
9.92E-01	2.29E-01	7.75E-01	3.64E-01	1.53E+02	1.88E-01
9.94E-01	2.52E-01	7.73E-01	3.97E-01	1.53E+02	2.07E-01
1.02E+00	3.00E-01	7.38E-01	4.20E-01	1.57E+02	2.35E-01
1.04E+00	3.59E-01	7.00E-01	4.40E-01	1.61E+02	2.66E-01
1.02E+00	4.31E-01	7.27E-01	5.83E-01	1.58E+02	3.32E-01
1.28E+00	8.02E-01	4.68E-01	3.61E-01	1.97E+02	3.98E-01
8.58E-01	7.20E-01	1.04E+00	2.37E+00	1.32E+02	7.91E-01

Tabla A.32: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $0.9 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 40-49.

Clase de multiplicidad 50-59 para pp a $\sqrt{s} = 0.9TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.02E+00	2.26E-01	7.35E-01	3.13E-01	1.57E+02	1.76E-01
1.03E+00	2.46E-01	7.25E-01	3.30E-01	1.58E+02	1.89E-01
1.07E+00	2.89E-01	6.72E-01	3.21E-01	1.64E+02	2.06E-01
1.11E+00	3.53E-01	6.23E-01	3.24E-01	1.70E+02	2.33E-01
9.69E-01	3.40E-01	8.13E-01	6.08E-01	1.49E+02	2.93E-01
1.12E+00	5.23E-01	6.11E-01	4.56E-01	1.72E+02	3.38E-01
1.34E+00	9.29E-01	4.26E-01	3.30E-01	2.06E+02	4.19E-01
1.22E+00	1.25E+00	5.16E-01	7.14E-01	1.87E+02	6.81E-01

Tabla A.33: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $0.9 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 50-59.

Clase de multiplicidad 60-69 para pp a $\sqrt{s} = 0.9TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.03E+00	2.37E-01	7.24E-01	3.18E-01	1.58E+02	1.82E-01
1.08E+00	2.80E-01	6.57E-01	2.93E-01	1.66E+02	1.95E-01
1.10E+00	3.20E-01	6.36E-01	3.10E-01	1.69E+02	2.16E-01
1.10E+00	3.80E-01	6.36E-01	3.67E-01	1.69E+02	2.56E-01
1.10E+00	4.61E-01	6.35E-01	4.44E-01	1.69E+02	3.10E-01
1.09E+00	5.86E-01	6.45E-01	5.87E-01	1.68E+02	4.01E-01
1.31E+00	1.08E+00	4.47E-01	4.32E-01	2.01E+02	5.11E-01
6.03E-01	9.22E-01	2.10E+00	1.77E+01	9.28E+01	2.05E+00

Tabla A.34: ajuste sobre intervalos de $0.1GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $0.9 TeV$ para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 60-69.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 70-79 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.14E+00	4.43E-01	5.90E-01	3.55E-01	1.75E+02	2.77E-01
1.10E+00	4.53E-01	6.28E-01	4.25E-01	1.70E+02	3.02E-01
1.11E+00	4.99E-01	6.20E-01	4.53E-01	1.71E+02	3.28E-01
1.10E+00	5.47E-01	6.37E-01	5.30E-01	1.69E+02	3.69E-01
1.09E+00	6.12E-01	6.47E-01	6.18E-01	1.67E+02	4.20E-01
1.33E+00	9.69E-01	4.32E-01	3.57E-01	2.05E+02	4.44E-01
9.05E-01	6.69E-01	9.33E-01	1.69E+00	1.39E+02	6.61E-01
8.87E-01	1.04E+00	9.70E-01	2.90E+00	1.37E+02	1.07E+00

Tabla A.35: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 70-79.

Clase de multiplicidad 80-89 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.15E+00	4.49E-01	5.81E-01	3.46E-01	1.76E+02	2.76E-01
1.14E+00	4.77E-01	5.91E-01	3.84E-01	1.75E+02	2.99E-01
1.15E+00	5.29E-01	5.75E-01	3.98E-01	1.77E+02	3.22E-01
1.08E+00	5.33E-01	6.54E-01	5.52E-01	1.66E+02	3.69E-01
1.23E+00	7.40E-01	5.04E-01	4.00E-01	1.89E+02	3.95E-01
1.04E+00	6.76E-01	7.04E-01	8.42E-01	1.60E+02	5.04E-01
1.12E+00	9.23E-01	6.14E-01	8.18E-01	1.72E+02	6.01E-01
1.03E+00	1.29E+00	7.25E-01	1.72E+00	1.58E+02	9.88E-01

Tabla A.36: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 80-89.

Clase de multiplicidad 90-99 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.16E+00	4.62E-01	5.63E-01	3.30E-01	1.79E+02	2.76E-01
1.20E+00	5.23E-01	5.30E-01	3.20E-01	1.85E+02	2.93E-01
1.14E+00	5.79E-01	5.88E-01	4.60E-01	1.75E+02	3.61E-01
1.12E+00	6.33E-01	6.13E-01	5.58E-01	1.72E+02	4.11E-01
1.24E+00	8.78E-01	4.98E-01	4.60E-01	1.91E+02	4.63E-01
1.24E+00	8.78E-01	4.98E-01	4.60E-01	1.91E+02	4.63E-01
1.38E+00	1.23E+00	4.00E-01	3.74E-01	2.13E+02	5.23E-01
6.87E-01	8.06E-01	1.62E+00	8.02E+00	1.06E+02	1.38E+00

Tabla A.37: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 90-99.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 100-109 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.17E+00	4.63E-01	5.62E-01	3.30E-01	1.79E+02	2.76E-01
1.18E+00	5.08E-01	5.52E-01	3.45E-01	1.81E+02	2.97E-01
1.22E+00	5.85E-01	5.13E-01	3.30E-01	1.88E+02	3.17E-01
1.12E+00	5.69E-01	6.06E-01	4.88E-01	1.73E+02	3.65E-01
1.22E+00	7.32E-01	5.14E-01	4.16E-01	1.88E+02	3.99E-01
1.19E+00	8.18E-01	5.38E-01	5.21E-01	1.83E+02	4.66E-01
1.12E+00	8.86E-01	6.07E-01	7.63E-01	1.73E+02	5.70E-01
6.51E-01	7.25E-01	1.80E+00	9.47E+00	1.00E+02	1.38E+00

Tabla A.38: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transverso para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 100-109.

Clase de multiplicidad 110-119 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.21E+00	4.93E-01	5.26E-01	2.96E-01	1.86E+02	2.75E-01
1.25E+00	5.61E-01	4.92E-01	2.86E-01	1.92E+02	2.93E-01
1.21E+00	5.75E-01	5.26E-01	3.45E-01	1.86E+02	3.20E-01
1.19E+00	6.21E-01	5.42E-01	4.02E-01	1.83E+02	3.56E-01
1.26E+00	7.74E-01	4.79E-01	3.69E-01	1.94E+02	3.93E-01
1.13E+00	7.69E-01	5.93E-01	6.24E-01	1.75E+02	4.83E-01
1.26E+00	1.08E+00	4.79E-01	5.12E-01	1.94E+02	5.46E-01
6.42E-01	8.01E-01	1.85E+00	1.13E+01	9.88E+01	1.57E+00

Tabla A.39: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transverso para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 110-119.

Clase de multiplicidad 120-129 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.26E+00	5.35E-01	4.82E-01	2.58E-01	1.94E+02	2.73E-01
1.26E+00	5.79E-01	4.78E-01	2.74E-01	1.95E+02	2.93E-01
1.23E+00	5.96E-01	5.07E-01	3.26E-01	1.89E+02	3.20E-01
1.25E+00	6.83E-01	4.90E-01	3.43E-01	1.92E+02	3.54E-01
1.23E+00	7.46E-01	5.09E-01	4.13E-01	1.89E+02	4.02E-01
1.11E+00	7.61E-01	6.16E-01	6.78E-01	1.71E+02	4.96E-01
1.11E+00	9.06E-01	6.24E-01	8.35E-01	1.70E+02	5.99E-01
6.86E-01	8.93E-01	1.62E+00	8.95E+00	1.06E+02	1.53E+00

Tabla A.40: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transverso para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 120-129.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 130-139 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.29E+00	5.61E-01	4.61E-01	2.42E-01	1.98E+02	2.74E-01
1.27E+00	5.90E-01	4.72E-01	2.71E-01	1.96E+02	2.95E-01
1.25E+00	6.21E-01	4.85E-01	3.06E-01	1.93E+02	3.19E-01
1.20E+00	6.50E-01	5.30E-01	3.98E-01	1.85E+02	3.65E-01
1.26E+00	7.92E-01	4.83E-01	3.85E-01	1.94E+02	4.05E-01
1.29E+00	9.36E-01	4.58E-01	3.98E-01	1.99E+02	4.54E-01
1.11E+00	9.49E-01	6.23E-01	8.72E-01	1.70E+02	6.27E-01
8.01E-01	1.06E+00	1.19E+00	4.89E+00	1.23E+02	1.33E+00

Tabla A.41: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 130-139.

Clase de multiplicidad 140-149 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.25E+00	5.38E-01	4.90E-01	2.70E-01	1.92E+02	2.79E-01
1.27E+00	5.96E-01	4.72E-01	2.74E-01	1.96E+02	2.98E-01
1.33E+00	6.90E-01	4.31E-01	2.52E-01	2.05E+02	3.15E-01
1.20E+00	6.57E-01	5.31E-01	4.05E-01	1.85E+02	3.70E-01
1.21E+00	7.54E-01	5.22E-01	4.45E-01	1.86E+02	4.17E-01
1.47E+00	1.18E+00	3.54E-01	2.64E-01	2.26E+02	4.44E-01
1.23E+00	1.13E+00	5.01E-01	6.03E-01	1.90E+02	6.01E-01
5.68E-01	8.59E-01	2.36E+00	2.21E+01	8.75E+01	2.15E+00

Tabla A.42: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 140-149.

Clase de multiplicidad 150-159 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$

b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.27E+00	5.64E-01	4.70E-01	2.56E-01	1.96E+02	2.81E-01
1.22E+00	5.60E-01	5.17E-01	3.22E-01	1.87E+02	3.07E-01
1.33E+00	7.01E-01	4.35E-01	2.62E-01	2.04E+02	3.23E-01
1.36E+00	8.22E-01	4.14E-01	2.72E-01	2.09E+02	3.60E-01
1.17E+00	7.32E-01	5.62E-01	5.20E-01	1.79E+02	4.36E-01
1.41E+00	1.15E+00	3.82E-01	3.09E-01	2.18E+02	4.64E-01
1.36E+00	1.36E+00	4.11E-01	4.40E-01	2.10E+02	5.91E-01
6.08E-01	9.20E-01	2.07E+00	1.69E+01	9.36E+01	2.01E+00

Tabla A.43: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 150-159.

APÉNDICE A. TABLAS DEL AJUSTE SOBRE INTERVALOS DE MOMENTO TRANSVERSO

Clase de multiplicidad 160-169 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.28E+00	5.74E-01	4.67E-01	2.56E-01	1.97E+02	2.84E-01
1.29E+00	6.33E-01	4.56E-01	2.67E-01	1.99E+02	3.06E-01
1.26E+00	6.63E-01	4.80E-01	3.17E-01	1.94E+02	3.37E-01
1.29E+00	7.81E-01	4.56E-01	3.28E-01	1.99E+02	3.77E-01
1.26E+00	8.45E-01	4.84E-01	4.12E-01	1.93E+02	4.33E-01
1.19E+00	9.00E-01	5.39E-01	5.74E-01	1.83E+02	5.14E-01
1.48E+00	1.59E+00	3.47E-01	3.40E-01	2.28E+02	5.86E-01
7.51E-01	1.20E+00	1.35E+00	7.67E+00	1.16E+02	1.72E+00

Tabla A.44: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 160-169.

Clase de multiplicidad 170-179 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.27E+00	5.78E-01	4.75E-01	2.69E-01	1.95E+02	2.91E-01
1.29E+00	6.40E-01	4.61E-01	2.77E-01	1.98E+02	3.13E-01
1.26E+00	6.79E-01	4.81E-01	3.26E-01	1.94E+02	3.46E-01
1.27E+00	7.67E-01	4.77E-01	3.61E-01	1.95E+02	3.88E-01
1.47E+00	1.11E+00	3.56E-01	2.50E-01	2.26E+02	4.17E-01
1.21E+00	9.73E-01	5.24E-01	5.81E-01	1.86E+02	5.41E-01
1.77E+00	2.19E+00	2.43E-01	1.91E-01	2.73E+02	5.63E-01
6.20E-01	1.08E+00	1.99E+00	1.81E+01	9.54E+01	2.28E+00

Tabla A.45: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 170-179.

Clase de multiplicidad 180-189 para $p - Pb$ a $\sqrt{s} = 5.02 TeV$					
b	error b	$F(\xi)$	error $F(\xi)$	T	error T
1.30E+00	6.19E-01	4.52E-01	2.55E-01	2.00E+02	2.97E-01
1.36E+00	7.31E-01	4.10E-01	2.36E-01	2.10E+02	3.17E-01
1.28E+00	7.11E-01	4.69E-01	3.22E-01	1.96E+02	3.54E-01
1.31E+00	8.33E-01	4.44E-01	3.28E-01	2.02E+02	3.92E-01
1.32E+00	9.85E-01	4.37E-01	3.72E-01	2.04E+02	4.56E-01
1.22E+00	1.05E+00	5.10E-01	5.85E-01	1.88E+02	5.69E-01
1.34E+00	1.52E+00	4.28E-01	5.46E-01	2.06E+02	6.89E-01
4.86E-01	1.26E+00	3.23E+00	7.07E+01	7.49E+01	4.31E+00

Tabla A.46: ajuste sobre intervalos de $0.1 GeV$ sobre el espectro de momento transversal para $5.02 TeV$ para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 180-189.

Lista de Figuras

1.1	interacción electrón-positrón mediada por un fotón	1
1.2	Partículas elementales de acuerdo al Modelo Estándar. La imagen es de dominio público [3].	2
1.3	Constante de acoplamiento fuerte de acuerdo a la medición de la sección eficaz inclusiva en producción de 3-jet en colisiones pp [8]	6
2.1	Esquema del posible diagrama de fase en QCD de [25].	11
2.2	La función de correlación de dos partículas R contra $\Delta\eta$ y $\Delta\phi$ para eventos de alta multiplicidad en colisiones de pp a 7 TeV [29]	12
2.3	Evolución temporal de las distribuciones de energía (lado superior izquierdo) y temperatura (lado inferior izquierdo) y de las fluctuaciones de energía (lado superior derecho) y temperatura (lado inferior derecho) de $Pb - Pb$ a 2.76TeV con el modelo de AMPT [37, 38].	15
2.4	Distribución de momento transversal promedio $M(p_T)$ (puntos), comparado con la distribución de eventos mezclados (línea) [35]].	17
2.5	F_{p_T} como función de la centralidad, expresada en términos del número de participantes para colisiones de $Au - Au$ a 200GeV y comparada con modelos de Monte Carlo [40].	18
2.6	(a) diagrama de dos pomerones cortados para colisiones de protoón-protón. (b) intercambio de un solo pomerón y su subyacente topología [41].	19
3.1	Esquema del campo electromagnético entre un electrón y un positrón [48].	21
3.2	Esquema de <i>representación</i> del campo del gluón en quark antiquark [48].	21
3.3	Esquema de las cuerdas de color entre los partones colisionantes y corte transversal.	22
3.4	Izquierda: discos desconectados. Medio: formación de clusters. Derecha: discos sobrepuestos formando una comunicación por medio de clusters.	22
3.5	Proyección de dos cuerdas sobrepuestas en el plano transversal.	23
3.6	Ajuste, usando la ecuación 3.30, sobre los datos experimentales de la multiplicidad en colisiones de protón-protón [60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67] en función de la energía del centro de masa dentro del marco del SPM [68].	28
3.7	Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ de los espectros de momento transversal en sesgo mínimo a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp [57, 58] y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ [59] con la ecuación 3.36.	30
3.8	Factor de reducción de color para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$, tomando datos de [57, 58, 59]	31
3.9	Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ por clases de multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.	32
3.10	Momento transversal promedio para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp con datos de [57, 58] y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con datos de [59]; en el SPM (arriba) y momento transversal promedio por especie de partícula, medido por la colaboración CMS [57] (abajo).	33

3.11	Temperatura promedio local para colisiones de pp y $p - Pb$ a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ en el SPM, con datos de [57, 58, 59].	34
4.1	F_{p_T} en el SPM para colisiones pp a 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV con datos de [57, 58, 59] (arriba) y F_{p_T} percentil para colisiones de $Au - Au$ a 200 GeV (abajo) medidas en PHENIX [40] (puntos) y en el SPM (línea continua) [71].	37
4.2	Fluctuaciones relativas $\sqrt{C_m}/M(p_T)_m$ en función de la multiplicidad para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76 y 7 TeV y 2.76 TeV para colisiones de $Pb - Pb$ con una ley de potencias ajustada sobre los datos de 7 TeV de la forma $f(x) = ax^b$, con $a = 2.26$ y $b = -3.9$. Con datos de [73]	38
4.3	Fluctuaciones en función de la multiplicidad F_{p_T} calculadas con el ajuste del SPM con datos de [57, 58] para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV (arriba) y comparación de $\sqrt{C_m}/M(p_T)_m$ con los datos de la colaboración ALICE [73] para colisiones de pp a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV [74] (abajo).	39
4.4	Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ de alta multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.	41
4.5	Ajuste sobre datos de pp y $p - Pb$ de alta multiplicidad con datos de [57, 58, 59] a energías de 0.9, 2.76, 7 y 13 TeV para colisiones pp y 5.02 TeV para colisiones $p - Pb$ con la ecuación 3.36.	42

Lista de Tablas

3.1	Valores promedio de sesgo mínimo del número de cuerdas, el parámetro de densidad de cuerdas y el factor de reducción de color para las energías de 0.9, 2.76, 5.02, 7 y 13 TeV.	28
3.2	Valores de los parámetros a , p_0 y α obtenidos en los ajustes a los datos experimentales, con el ajuste sobre 3.36.	30
A.1	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 40-49.	45
A.2	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 40-49.	45
A.3	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 50-59.	46
A.4	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 60-69.	46
A.5	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 70-79.	47
A.6	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 80-89.	47
A.7	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 90-99.	47
A.8	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 100-109.	48
A.9	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 110-119.	48
A.10	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 120-129.	48
A.11	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 130-139.	49
A.12	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 140-149.	49
A.13	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 13 TeV para pp con datos de [57] para la clase de multiplicidad de 150-159.	49
A.14	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 7 TeV para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 30-39.	50
A.15	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 7 TeV para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 40-49.	50
A.16	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 7 TeV para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 50-59.	50
A.17	ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transversal para 7 TeV para pp con datos de [58] para la clase de multiplicidad de 60-69.	51

LISTA DE TABLAS
LISTA DE TABLAS

A.43 ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 5.02 TeV para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 150-159.	59
A.44 ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 5.02 TeV para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 160-169.	60
A.45 ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 5.02 TeV para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 170-179.	60
A.46 ajuste sobre intervalos de 0.1GeV sobre el espectro de momento transverso para 5.02 TeV para $p - Pb$ con datos de [59] para la clase de multiplicidad de 180-189.	60

Bibliografía

- [1] F. Halzen and A. D. Martin, “*QUARKS AND LEPTONS: AN INTRODUCTORY COURSE IN MODERN PARTICLE PHYSICS*,” Jhon Wiley and Sons, Inc. 1984.
- [2] J. D. Bjorken and S. D. Drell, “*Relativistic Quantum Mechanics*,”
- [3] Dominio Público. dominio público
- [4] W. Greiner, S. Schramm and E. Stein, Springer, 1989.
- [5] C. P. Singh, Phys. Rept. **236** (1993) 147. doi:10.1016/0370-1573(93)90172-A
- [6] A. Dobado, A. Gómez-Nicola, A. L. Maroto y J. P. Peláez, *Effective Lagrangians For The Standard Model*, Springer-Verlag 1997.
- [7] P. A. Kovalenko and L. V. Laperashvili, Phys. Atom. Nucl. **62** (1999), 1729-1738 [arXiv:hep-ph/9711390 [hep-ph]].
- [8] V. Khachatryan *et al.* [CMS], Eur. Phys. J. C **75** (2015) no.5, 186 doi:10.1140/epjc/s10052-015-3376-y [arXiv:1412.1633 [hep-ex]].
- [9] R. K. Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **8** (1996), 1-435
- [10] D. E. Soper, [arXiv:hep-ph/0011256 [hep-ph]].
- [11] P. A. Kovalenko and L. V. Laperashvili, Phys. Atom. Nucl. **62** (1999) 1729 [Yad. Fiz. **62** (1999) 1857 [hep-ph/9711390]].
- [12] F. Herzog, B. Ruijl, T. Ueda, J. A. M. Vermaseren and A. Vogt, JHEP **1702** (2017) 090 doi:10.1007/JHEP02(2017)090 [arXiv:1701.01404 [hep-ph]].
- [13] G. 't Hooft, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **74** (1999) 413 doi:10.1016/S0920-5632(99)00207-8 [hep-th/9808154].
- [14] J. C. Collins and M. J. Perry, Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 1353. doi:10.1103/PhysRevLett.34.1353
- [15] W. Scheid, H. Muller and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 741. doi:10.1103/PhysRevLett.32.741
- [16] B. A. Freedman and L. D. McLerran, Phys. Rev. D **16** (1977) 1130. doi:10.1103/PhysRevD.16.1130
- [17] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D **27**, 140 (1983). doi:10.1103/PhysRevD.27.140
- [18] F. Karsch, PoS CPOD **07** (2007) 026 doi:10.22323/1.047.0026 [arXiv:0711.0656 [hep-lat]].
- [19] F. Karsch, PoS LATTICE **2007** (2007) 015 doi:10.22323/1.042.0015 [arXiv:0711.0661 [hep-lat]].
- [20] F. Karsch, PoS CPOD **07** (2007) 026 doi:10.22323/1.047.0026 [arXiv:0711.0656 [hep-lat]].

-
- [21] Y. Taniguchi, S. Ejiri, R. Iwami, K. Kanaya, M. Kitazawa, H. Suzuki, T. Umeda and N. Wakabayashi, Phys. Rev. D **96** (2017) no.1, 014509 Erratum: [Phys. Rev. D **99** (2019) no.5, 059904] doi:10.1103/PhysRevD.96.014509, 10.1103/PhysRevD.99.059904 [arXiv:1609.01417 [hep-lat]].
 - [22] A. Bazavov *et al.*, Phys. Rev. D **85** (2012) 054503 doi:10.1103/PhysRevD.85.054503 [arXiv:1111.1710 [hep-lat]].
 - [23] P. Petreczky, J. Phys. G **39** (2012) 093002 doi:10.1088/0954-3899/39/9/093002 [arXiv:1203.5320 [hep-lat]].
 - [24] M. A. Stephanov, K. Rajagopal and E. V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **81** (1998), 4816-4819 doi:10.1103/PhysRevLett.81.4816 [arXiv:hep-ph/9806219 [hep-ph]].
 - [25] T. Boeckel and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. D **85** (2012) 103506 doi:10.1103/PhysRevD.85.103506 [arXiv:1105.0832 [astro-ph.CO]].
 - [26] S. Borsanyi *et al.* [Wuppertal-Budapest Collaboration], JHEP **1009**, 073 (2010) doi:10.1007/JHEP09(2010)073 [arXiv:1005.3508 [hep-lat]].
 - [27] P. Levai and B. Muller, Phys. Rev. Lett. **67** (1991), 1519-1522 doi:10.1103/PhysRevLett.67.1519
 - [28] V. Khachatryan *et al.* [CMS], JHEP **09** (2010), 091 doi:10.1007/JHEP09(2010)091 [arXiv:1009.4122 [hep-ex]].
 - [29] K. Werner, I. Karpenko and T. Pierog, Phys. Rev. Lett. **106** (2011), 122004 doi:10.1103/PhysRevLett.106.122004 [arXiv:1011.0375 [hep-ph]].
 - [30] S. Jeon and V. Koch, [arXiv:hep-ph/0304012 [hep-ph]].
 - [31] M. A. Stephanov, K. Rajagopal and E. V. Shuryak, Phys. Rev. D **60** (1999), 114028 doi:10.1103/PhysRevD.60.114028 [arXiv:hep-ph/9903292 [hep-ph]].
 - [32] G. Wilk and Z. Włodarczyk, Phys. Rev. C **79** (2009), 054903 doi:10.1103/PhysRevC.79.054903 [arXiv:0902.3922 [hep-ph]].
 - [33] L. Stodolsky, Phys. Rev. Lett. **75** (1995), 1044-1045 doi:10.1103/PhysRevLett.75.1044
 - [34] K. Adcox *et al.* [PHENIX], Phys. Rev. C **66** (2002), 024901 doi:10.1103/PhysRevC.66.024901 [arXiv:nucl-ex/0203015 [nucl-ex]].
 - [35] J. Adams *et al.* [STAR], Phys. Rev. C **71** (2005), 064906 doi:10.1103/PhysRevC.71.064906 [arXiv:nucl-ex/0308033 [nucl-ex]].
 - [36] B. B. Abelev *et al.* [ALICE], Eur. Phys. J. C **74** (2014) no.10, 3077 doi:10.1140/epjc/s10052-014-3077-y [arXiv:1407.5530 [nucl-ex]].
 - [37] S. Basu, R. Chatterjee, B. K. Nandi and T. K. Nayak, [arXiv:1504.04502 [nucl-ex]].
 - [38] S. Basu, R. Chatterjee, B. K. Nandi and T. K. Nayak, AIP Conf. Proc. **1701** (2016) no.1, 060004 doi:10.1063/1.4938667 [arXiv:1405.3969 [nucl-th]].
 - [39] Z. W. Lin, C. M. Ko, B. A. Li, B. Zhang and S. Pal, Phys. Rev. C **72** (2005), 064901 doi:10.1103/PhysRevC.72.064901 [arXiv:nucl-th/0411110 [nucl-th]].
 - [40] S. S. Adler *et al.* [PHENIX], Phys. Rev. Lett. **93** (2004), 092301 doi:10.1103/PhysRevLett.93.092301 [arXiv:nucl-ex/0310005 [nucl-ex]].
 - [41] A. Capella, U. Sukhatme, C. I. Tan and J. Tran Thanh Van, Phys. Rept. **236** (1994) 225. doi:10.1016/0370-1573(94)90064-7
-

-
- [42] A. Capella, U. Sukhatme, C. I. Tan and J. Tran Thanh Van, Phys. Lett. **81B** (1979) 68. doi:10.1016/0370-2693(79)90718-4
 - [43] K. Werner, Phys. Rept. **232** (1993) 87. doi:10.1016/0370-1573(93)90078-R
 - [44] A. B. Kaidalov and K. A. Ter-Martirosian, Phys. Lett. **117B** (1982) 247. doi:10.1016/0370-2693(82)90556-1
 - [45] K. Werner, T. Hirano, I. Karpenko, T. Pierog, S. Porteboeuf, M. Bleicher and S. Haussler, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **196** (2009) 36. doi:10.1016/j.nuclphysbps.2009.09.006
 - [46] M. A. Braun, J. Dias de Deus, A. S. Hirsch, C. Pajares, R. P. Scharenberg and B. K. Srivastava, Phys. Rept. **599** (2015), 1-50 doi:10.1016/j.physrep.2015.09.003 [arXiv:1501.01524 [nucl-th]].
 - [47] M. B. Isichenko, Rev. Mod. Phys. **64** (1992), 961-1043 doi:10.1103/RevModPhys.64.961
 - [48] Physics Videos by Eugene Khutoryansky (2018, July 7th). Quarks, gluon color flux tubes, strong nuclear force and quatum chromodynamics [Video] YouTube.
 - [49] Huang, Kerson (1987). *Statistical Mechanics*. Wiley.
 - [50] J. S. Schwinger, Phys. Rev. **128** (1962) 2425. doi:10.1103/PhysRev.128.2425
 - [51] M. A. Braun and C. Pajares, Eur. Phys. J. C **16** (2000), 349-359 doi:10.1007/s100520050027 [arXiv:hep-ph/9907332 [hep-ph]].
 - [52] A. Bialas, Phys. Lett. B **466** (1999), 301-304 doi:10.1016/S0370-2693(99)01159-4 [arXiv:hep-ph/9909417 [hep-ph]].
 - [53] J. Dias de Deus and C. Pajares, Phys. Lett. B **642** (2006), 455-458 doi:10.1016/j.physletb.2006.10.018 [arXiv:hep-ph/0607101 [hep-ph]].
 - [54] R. P. Scharenberg, B. K. Srivastava and A. S. Hirsch, Eur. Phys. J. C **71** (2011), 1510 doi:10.1140/epjc/s10052-010-1510-4 [arXiv:1006.3260 [nucl-ex]].
 - [55] I. Bautista, J. G. Milhano, C. Pajares and J. Dias de Deus, Phys. Lett. B **715** (2012), 230-233 doi:10.1016/j.physletb.2012.07.029 [arXiv:1204.1457 [nucl-th]].
 - [56] I. Bautista, A. F. Téllez and P. Ghosh, Phys. Rev. D **92** (2015) no.7, 071504 doi:10.1103/PhysRevD.92.071504 [arXiv:1509.02278 [nucl-th]].
 - [57] S. Chatrchyan *et al.* [CMS], Eur. Phys. J. C **72** (2012), 2164 doi:10.1140/epjc/s10052-012-2164-1 [arXiv:1207.4724 [hep-ex]].
 - [58] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Rev. D **96** (2017) no.11, 112003 doi:10.1103/PhysRevD.96.112003 [arXiv:1706.10194 [hep-ex]].
 - [59] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Eur. Phys. J. C **74** (2014) no.6, 2847 doi:10.1140/epjc/s10052-014-2847-x [arXiv:1307.3442 [hep-ex]].
 - [60] C. Albajar *et al.* [UA1], Nucl. Phys. B **335** (1990), 261-287 doi:10.1016/0550-3213(90)90493-W
 - [61] G. J. Alner *et al.* [UA5], Phys. Rept. **154** (1987), 247-383 doi:10.1016/0370-1573(87)90130-X
 - [62] B. I. Abelev *et al.* [STAR], Phys. Rev. C **79** (2009), 034909 doi:10.1103/PhysRevC.79.034909 [arXiv:0808.2041 [nucl-ex]].
 - [63] F. Abe *et al.* [CDF], doi:10.1103/PhysRevD.41.2330
-

-
- [64] J. Adam *et al.* [ALICE], Eur. Phys. J. C **77** (2017) no.1, 33 doi:10.1140/epjc/s10052-016-4571-1 [arXiv:1509.07541 [nucl-ex]].
 - [65] V. Khachatryan *et al.* [CMS], JHEP **02** (2010), 041 doi:10.1007/JHEP02(2010)041 [arXiv:1002.0621 [hep-ex]].
 - [66] J. Adam *et al.* [ALICE], Phys. Lett. B **753** (2016), 319-329 doi:10.1016/j.physletb.2015.12.030 [arXiv:1509.08734 [nucl-ex]].
 - [67] V. Khachatryan *et al.* [CMS], Phys. Lett. B **751** (2015), 143-163 doi:10.1016/j.physletb.2015.10.004 [arXiv:1507.05915 [hep-ex]].
 - [68] J. R. Alvarado García, Estudio de la densidad de energía y estado inicial en colisiones p-p y p-P b a energías del LHC, 2019.
 - [69] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43** (1975), 199-220 doi:10.1007/BF02345020
 - [70] D. Kharzeev, E. Levin and K. Tuchin, Phys. Rev. C **75** (2007), 044903 doi:10.1103/PhysRevC.75.044903 [arXiv:hep-ph/0602063 [hep-ph]].
 - [71] E. G. Ferreira, F. del Moral and C. Pajares, Phys. Rev. C **69** (2004), 034901 doi:10.1103/PhysRevC.69.034901 [arXiv:hep-ph/0303137 [hep-ph]].
 - [72] M. A. Braun and C. Pajares, Phys. Rev. Lett. **85** (2000), 4864-4867 doi:10.1103/PhysRevLett.85.4864 [arXiv:hep-ph/0007201 [hep-ph]].
 - [73] B. B. Abelev *et al.* [ALICE], Eur. Phys. J. C **74** (2014) no.10, 3077 doi:10.1140/epjc/s10052-014-3077-y [arXiv:1407.5530 [nucl-ex]].
 - [74] I. Bautista, A. Ortiz *et al.* [ALICE], Event topology dependence of the event-by-event mean pT fluctuations in high multiplicity pp collisions at 13 TeV, ALICE preliminary.