



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Posgrado en Ciencias Física Aplicada

**Superposición onda–partícula para fotones entrelazados
en el experimento de acción retardada de Wheeler.**

T E S I S

**Para obtener el grado de:
Doctor en Física Aplicada**

Rolando Velázquez García

Director de tesis:

Dr. Luis Manuel Arévalo Aguilar

Codirector de tesis:

Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar

Heroica Puebla de Zaragoza, noviembre 2025

COMITÉ

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero

Presidente

Dr. Carlos I. Robledo Sánchez

Secretario

Dr. Alfred Barry U'ren Cortés

Vocal

Dr. Jesús Garduño Mejía

Vocal Externo

Dra. Edna Magdalena Hernández González

Vocal Externo

Dr. Martin Rodolfo Palomino Merino

Suplente

Dr. Luis Manuel Arévalo Aguilar

Asesor

Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar

CO-Asesor

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a toda mi familia por su constante apoyo, confianza y motivación a lo largo de todo este proceso.

Al amor de los míos, a mis padres Jose Luis y Maribel quienes me dieron el SENTIDO y el CUIDADO; crecí día a día como lo hemos hecho todos, y al abrigo del hogar fui empezando a entender. Por momentos, jugando vi las cosas perfectas y el mundo infinito. Ahora comprendo que el infinito no ha cambiado: está presente cuando miramos al cielo los que amamos.

A mis hermanos Osvaldo y Bruno por su entendimiento y permanente acompañamiento.

A mis amigos, por su compañía, comprensión y palabras de aliento en los momentos más difíciles.

Agradezco de manera especial a mis asesores al Dr. Luis Arévalo por su permanente disposición, atención y acompañamiento de este trabajo asimismo al Dr. Víctor Velázquez por su valiosa guía académica, por sus aportaciones y sugerencias, así como por el tiempo dedicado a la revisión del trabajo experimental y la mejora de este proyecto.

También agradezco por el financiamiento de PAPIIT-UNAM-INI 13023. Y a la beca del CONAHCyT-México.

Contenido

Resumen	7
Introducción	8
La descripción cuántica de un sistema	9
1.Cuantización de la radiación	10
1.1 Relaciones de conmutación canónicas.	15
2. Prueba de la existencia de fotones	21
2.1 Funciones de coherencia cuántica.....	21
2.2 Medición experimental de $g^{(2)}(0)$ con dos detectores.....	24
2.3 Mediciones de $g^{(2)}(0)$ utilizando tres detectores.	25
2.4 Configuración experimental.....	26
2.5 Resultados.	27
2.5.1 Mediciones de $g2D^{(2)}(0)$ usando dos detectores.	27
2.5.2 Mediciones de $g3D^{(2)}(0)$ usando tres detectores.....	28
3. Entrelazamiento cuántico	29
3.1 No-localidad de Bell	30
3.2 No-separabilidad	31
3.3 Steering.....	32
3.4 Prueba de violación a las desigualdades de Bell	35
3.4.1 Configuración experimental para Conversión Espontánea Paramétrica Descendente	35
3.4.2 Prueba de superposición	36
3.4.3 Desigualdades de Bell	38
3.4.4 Resultados	40
3.5 Tomografía cuántica	43
3.5.1 Resultados	46
3.6 Steering cuántico de fotones individuales	54

4.- Superposición de propiedades de onda y partícula en estados individuales de fotones: interferencia y comunicación.....	58
4.1 Onda cuántica asociada a una partícula.....	58
5. Acción retardada para fotones entrelazados.....	63
5.1 ¿Qué es medible y cómo influye en la medición?.....	65
5.2 Experimento mental de acción retardada de Wheeler (WDCGE)	66
5.3 Experimento mental de acción retardada de Wheeler con pares de fotones entrelazados en polarización.....	67
5.4 Entropía y dualidad onda-partícula.....	72
Conclusiones.....	73
Apéndice.....	75
A1 Conversión Espontánea Paramétrica Descendente	75
A2 Hamiltoniano para SPDC	76
A3. Generación de entrelazamiento de campo de dos fotones.....	78
A4 Matrices M_V y Γ_V	80
A5. Código en Python: Metodo de Estimación de Maxima Verosimilitud	83
A6. Código para calcular la Fidelidad.....	85
A7 Código para calcular propiedades de la matriz de densidad reconstruida.....	86
Bibliografía.....	87

Resumen

En este trabajo de tesis se presenta un experimento con pares de fotones entrelazados en donde estudiamos su polarización y conexión con fenómenos fundamentales de la Mecánica Cuántica (MC), la no localidad de Bell y otras propiedades cuánticas. El objetivo es poner de manifiesto los efectos cuánticos presentes en la interacción de fotones individuales con un cristal divisor de haz polarizante (PBS) como un recurso para generar entrelazamiento de fotones individuales entre sus grados de libertad interno y externo, además de ganar experiencia en la preparación, manipulación y control de sistemas cuánticos individuales.

Se desarrolló una fuente de pares de fotones entrelazados, basada en el método de conversión paramétrica descendente espontánea también conocido por su acrónimo en inglés (SPDC) y un arreglo óptico compuesto mayoritariamente por elementos lineales, que permite controlar la polarización y la fase relativa de los estados de los fotones generados. El uso de fotones como recurso físico permite la codificación de dos qubits en sus grados de libertad interno y externo.

Adicionalmente, se realizó un análisis detallado del experimento mental de elección retardada propuesto por Wheeler. Este estudio demuestra que, más allá de la complementariedad y de la decisión de obtener información completa del sistema, los fenómenos fundamentales que permanecen independientes del observador y del proceso de medición son la preparación del sistema y el colapso del estado cuántico. Observamos que la complementariedad entre comportamiento ondulatorio y corpuscular depende de las condiciones experimentales, y que en los experimentos de elección retardada los efectos cuánticos pueden parecer influir en eventos pasados desde acciones futuras. No obstante, no existe paradoja alguna si el estado cuántico se interpreta como un objeto físico con existencia independiente. Bajo esta perspectiva se concluye que el estado cuántico en el experimento de Wheeler, posterior al primer divisor de haz (BS1), debe considerarse siempre como un estado ondulatorio, sin posibilidad de interpretarse retrospectivamente como partícula.

El dominio de técnicas para controlar los estados cuánticos de luz representa un resultado importante en sí mismo, el control de características cuánticas como la superposición o el entrelazamiento permiten explotar recursos para la codificación y transmisión de información de manera más eficiente en comparación con lo permitido por recursos clásicos por sí solos.

Introducción

La **Mecánica Cuántica** ha sido siempre un área destacada y fundamental de la Física, y desde su establecimiento en la década de los años veinte del siglo pasado hasta la fecha ha sostenido un desarrollo incesante que no ha parado en ningún momento, y hasta el día de hoy siguen desarrollándose investigaciones científicas fundamentales en su estructura básica. Esto se puede ver, por ejemplo, en el principio de incertidumbre [1, 2] o en otros campos también [3]. Por otra parte, desde su surgimiento la **Óptica Cuántica** ha sido el brazo experimental de la Mecánica Cuántica donde se han probado sus hipótesis y predicciones como la generación de estados gatos de Schrödinger, además la Óptica Cuántica ha generado importantes resultados en temas particulares como el interferómetro de Hong–Ou–Mandel [4], enfriamiento atómico [5], la generación de estados enredados en cavidades Optomecánicas [6], el modelo de Jaynes–Cummings [7], fuentes de un solo fotón [8], etcétera.

Por otra parte, la medición cuántica está relacionada en forma directa con la no–localidad cuántica (en particular con el steering) y a su vez con el Principio de Incertidumbre [1, 2]. La concepción actual de las correlaciones cuánticas surgió con el estudio del enredamiento cuántico (quantum entanglement). Cabe mencionarse que el enredamiento cuántico es un recurso físico cuyo entendimiento ha tenido un gran desarrollo en las últimas décadas y representa un fenómeno fundamental en Mecánica Cuántica (MC), según Schrödinger el enredamiento cuántico es la propiedad fundamental que diferencia a la MC de la Física clásica.

Actualmente, se está realizando un avance substancial en varios frentes de la Mecánica Cuántica y esto incluye a la teoría de mediciones cuánticas. Como es bien sabido, muchos experimentos fundamentales en MC se han realizado usando la Óptica y elementos ópticos sencillos (incluso lineales), de hecho, es relativamente sencillo generar estados enredados usando solamente un divisor de haz. Dentro de los experimentos fundamentales en MC realizados usando la Óptica podemos mencionar la primera demostración convincente de las violaciones a las desigualdades de Bell, pruebas experimentales del principio de incertidumbre de Heisenberg, la generación de compuertas lógico–cuánticas, etc.

En el caso de la medición cuántica ocurre un fenómeno similar, la medición cuántica ha estado sujeta a un desarrollo importante en los últimos años. Estos desarrollos han generado un nuevo entendimiento y nuevos conceptos, surgiendo como resultado una nueva línea de investigación en Mecánica Cuántica que ahora lleva por nombre Mediciones Cuánticas, muchos de los nuevos conceptos e ideas han generado nuevas propuestas experimentales que, junto con el desarrollo tecnológico para la creación, preparación, manipulación, control y medición de sistemas cuánticos individuales, han permitido que actualmente se estén implementando de forma rutinaria en varios laboratorios del mundo, dentro de esto podemos mencionar mediciones simultáneas de observables complementarios [9] y mediciones generalizadas [10]. En general, se puede decir que uno de los problemas principales que existen actualmente es que las correlaciones cuánticas entre observables complementarios todavía no están bien caracterizados ni entendidas completamente para estados enredados.

La descripción cuántica de un sistema

En el formalismo de la MC, las propiedades cuánticas de sistemas físicos se describen mediante dos herramientas matemáticas fundamentales: *los operadores hermíticos*, asociados a magnitudes físicas medibles llamados observables y que satisfacen relaciones de conmutación bien definidas; y *los vectores de estado*, que pertenecen a un espacio de Hilbert complejo, separable y de dimensión infinita, el cual describe el estado específico del sistema. Los resultados posibles de una medición sobre un estado y sus respectivas probabilidades se determinan a partir del vector de estado y de los autovalores y autovectores del operador hermítico correspondiente. El procedimiento de cuantización canónica permite construir operadores que describen al campo electromagnético libre cuantizado.

¿Qué es el fotón?

En electrodinámica cuántica, el fotón se introduce como la unidad fundamental de excitación de los modos cuantizados del campo electromagnético. Cada modo del campo tiene asociados estados de energía como el de un oscilador armónico cuyos estados de energía están cuantizados en múltiplos de $\hbar\omega$ y el estado de excitación de un modo, se dice que es el número de fotones en el modo [11]. En este marco, los fotones están distribuidos a lo largo del modo y no se localizan en un punto específico del espacio, sino que constituyen una propiedad extendida del modo completo. Entonces el concepto de fotón es introducido en la discusión como una consecuencia natural del proceso de cuantizar correctamente el campo electromagnético dentro de una cavidad cerrada o en un sistema óptico abierto.

Por ejemplo, las excitaciones del campo electromagnético en una cavidad óptica están restringidas a un conjunto infinito de modos espaciales discretos determinados por las condiciones de frontera de la cavidad. Las variaciones espaciales permitidas del campo electromagnético de la onda estacionaria en la cavidad son las mismas tanto como para la teoría clásica como para la teoría cuántica; sin embargo, la evolución temporal de cada modo está gobernada por la ecuación de movimiento de un oscilador armónico, cuya energía solo puede aumentar o disminuir en unidades discretas de $\hbar\omega$. A diferencia de su contraparte clásica, un oscilador armónico cuántico con frecuencia ω puede ser excitado solamente por energías que sean múltiplos enteros de $\hbar\omega$ o cuantos. Los operadores de creación y aniquilación $\hat{\alpha}_i$ representan las amplitudes cuánticas de los modos de campo electromagnético los cuales con baja resolución el transporte de energía, momento, y momento angular pasan por continuo, pero bajo resoluciones suficientemente altas se rompe el transporte de energía en discretos saltos o cuantos, estos cuantos libres de luz proporcionan un exacto y perfecto oscilador armónico. Esta cuantización de la energía da lugar a la noción moderna del fotón como cuanto de excitación del campo electromagnético.

1. Cuantización de la radiación.

La cuantización de la radiación implica que un campo electromagnético está constituido por paquetes discretos de energía, es decir fotones, partículas sin masa, pero con energía, momento lineal y spin bien definidos. En 1927 Paul Dirac formuló la teoría cuántica del campo electromagnético aplicando el formalismo de la segunda cuantización, a partir de la expansión de los campos (y del potencial vectorial) en términos de una base completa de funciones, reinterpretó las amplitudes de los modos como variables dinámicas y los campos como operadores, así introdujo relaciones de conmutación entre los modos, en analogía con la mecánica cuántica de partículas. La teoría de cuantización del electromagnetismo de Dirac comienza desde la teoría clásica de Maxwell en el vacío, la cual es cuantizada canónicamente en términos de modos monocromáticos. En este contexto la segunda cuantización consiste en reemplazar los coeficientes de expansión que en la teoría clásica son funciones escalares complejas y pasan de ser números ordinarios a operadores, operadores de aniquilación y de creación. Para cuantizar el campo electromagnético es necesario escribir las ecuaciones de la dinámica en una forma análoga a las ecuaciones de Hamilton, esto significa que debemos identificar pares de variables canónicas conjugadas para las cuales las ecuaciones dinámicas sean expresadas como ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden. Sin embargo, las ecuaciones que definen la dinámica de la radiación electromagnética son ecuaciones diferenciales parciales (*ecuaciones de Maxwell*), las cuales constituyen un sistema continuo infinito de ecuaciones diferenciales acopladas. Por ello se requiere reformular las ecuaciones del electromagnetismo de tal forma que permita separar el sistema de un conjunto de modos independientes para el campo electromagnético en el vacío, cada uno descrito por sus propias variables canónicas conjugadas desacopladas. Esta formulación posibilita la aplicación del formalismo de la mecánica hamiltoniana al campo electromagnético, base de la electrodinámica cuántica moderna. [12], [13]. Definiendo las componentes espaciales de Fourier $\vec{E}_n(t)$ del campo $\vec{E}(\vec{r}, t)$,

$$\vec{E}_n(t) = \frac{1}{L^3} \int_V d^3r \vec{E}(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k}_n \cdot \vec{r}}. \quad (1.1)$$

Estas componentes pueden calcular el campo complejo en cualquier punto dentro de un volumen V.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_n \vec{E}_n(t) e^{i\vec{k}_n \cdot \vec{r}} \quad (1.2)$$

El vector $n = (n_x, n_y, n_z)$, define las tres componentes del vector de onda \vec{k}_n ,

$$(\vec{k}_n)_x = n_x \frac{2\pi}{L} \quad , \quad (\vec{k}_n)_y = n_y \frac{2\pi}{L} \quad , \quad (\vec{k}_n)_z = n_z \frac{2\pi}{L} . \quad (1.3)$$

La transversalidad de los campos $\nabla \cdot \vec{E}$ y $\nabla \cdot \vec{B}$ en el espacio recíproco,

$$\vec{k}_n \cdot \vec{E}_n = 0 \quad , \quad (1.4)$$

$$\vec{k}_n \cdot \vec{B}_n = 0 \quad , \quad (1.5)$$

\vec{E}_n pertenece a un espacio de dos dimensiones ortogonal a \vec{k}_n . Podemos escoger dos vectores unitarios mutuamente ortogonales en el plano ortogonal a \vec{k}_n tal que:

$$\vec{E}_n = \tilde{E}_{n,1} \vec{\tilde{e}}_{n,1} + \tilde{E}_{n,2} \vec{\tilde{e}}_{n,2} \quad , \quad (1.6)$$

Podemos, por tanto, expandir el campo $\vec{E}(\vec{r}, t)$ en términos de una base de componentes polarizadas de Fourier con vector de onda \vec{k}_n y polarizaciones $\vec{\tilde{e}}_{n,s}$ ortogonales a \vec{k}_n . Cada componente se caracteriza por un conjunto de cuatro índices $\{n_x, n_y, n_z; s\}$. Los primeros tres números enteros definen el vector de onda mientras que el cuarto puede tomar dos valores $s = 1$ o 2 , que caracterizan la base de polarizaciones transversas asociadas al vector de onda. Asociamos el índice ℓ al modo electromagnético para denotar estos cuatro números $\ell = (n_x, n_y, n_z; s) = (\mathbf{n}; s)$.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \tilde{e}_{\ell} \tilde{E}_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \quad , \quad (1.7)$$

Con las componentes de Fourier del campo se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\tilde{E}_{\ell}(t) = \frac{1}{L^3} \int d^3r \tilde{e}_{\ell} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \quad , \quad (1.8)$$

siendo transversal el campo $\vec{E}(\vec{r}, t)$ puede expresarse como una suma de ℓ – componentes de la forma de la ecuación (7), es conveniente introducir el vector unitario $\vec{\tilde{e}}_{\ell}'$ el cual forma una regla de la mano derecha con \vec{k}_{ℓ} y $\vec{\tilde{e}}_{\ell}$.

$$\vec{\tilde{e}}_{\ell}' = \frac{\vec{k}_{\ell}}{k_{\ell}} \times \vec{\tilde{e}}_{\ell} \quad , \quad (1.9)$$

Para cada componente $\tilde{e}_{\ell} \tilde{E}_{\ell}$ podemos asociar una componente del campo \vec{B} a lo largo de $\vec{\tilde{e}}_{\ell}'$, por lo tanto, descomponiendo $\vec{B}(\vec{r}, t)$ usando $\vec{\tilde{e}}_{\ell}'$, tenemos:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \tilde{e}_{\ell}' \tilde{B}_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \quad , \quad (1.10)$$

Describiendo los campos electromagnéticos en términos de los potenciales vectorial y escalar $\vec{A}(\vec{r}, t)$ y $U(\vec{r}, t)$, respectivamente. Los campos complejos eléctrico y magnético están dados por:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t) \quad , \quad (1.11)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \nabla U(\vec{r}, t) \quad , \quad (1.12)$$

Bajo la norma de Coulomb definida por la condición:

$$\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0. \quad (1.13)$$

Esto establece la transversalidad del potencial vectorial, el cual puede ser expandido en forma análoga al campo eléctrico:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}_{\ell} \tilde{A}_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}}, \quad (1.14)$$

$$\tilde{E}_{\ell}(t) = -\frac{d}{dt} \tilde{A}_{\ell}(t). \quad (1.15)$$

Partiendo de la expansión del campo magnético de la ecuación (1.10) y su definición en términos del potencial vectorial de la ecuación (1.11) usando (1.14) podemos hallar una expresión equivalente para las componentes de Fourier que relaciona las componentes del campo magnético con las componentes del potencial vectorial,

$$\tilde{B}_{\ell}(t) = ik_{\ell} \tilde{A}_{\ell}(t), \quad (1.16)$$

siempre y cuando se haya impuesto una condición de norma para la descripción del campo electromagnético. Esto es necesario para asegurar una base ortonormal en el espacio de modos. La dinámica del campo libre dada por las ecuaciones de Maxwell (en el vacío):

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t), \quad (1.17)$$

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (1.18)$$

sustituyendo las expansiones de los campos $\vec{E}(\vec{r}, t)$ y $\vec{B}(\vec{r}, t)$ de las ecuaciones (1.7) y (1.10) de las componentes polarizadas de Fourier obtenemos:

$$\frac{d}{dt} \tilde{B}_{\ell}(t) = -ik_{\ell} \tilde{E}_{\ell}(t), \quad (1.19)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{E}_{\ell}(t) = -ic^2 k_{\ell} \tilde{B}_{\ell}(t), \quad (1.20)$$

Las soluciones a este conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas involucran componentes oscilatorias de frecuencias $\pm w_{\ell}$, con $w_{\ell} = c k_{\ell}$. Entonces podemos reescribirlas sustituyendo las ecs. (1.15) y (1.16) para obtener un sistema equivalente:

$$\frac{d}{dt} \tilde{A}_{\ell}(t) = -\tilde{E}_{\ell}(t), \quad (1.21)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{E}_{\ell}(t) = w_{\ell}^2 \tilde{A}_{\ell}(t), \quad (1.22)$$

Estas dos ecuaciones rigen la dinámica de las ℓ –ésimas componentes del modo del campo electromagnético, constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden. Este sistema es equivalente a una ecuación diferencial de segundo orden, cuya solución general depende de dos constantes complejas de integración, es decir, de cuatro variables reales independientes. Estas pueden agruparse en dos pares de variables dinámicas independientes, lo que permite una reformulación del sistema en términos hamiltonianos. Al introducir las cantidades complejas $(w_\ell \tilde{A}_\ell \mp i\tilde{E}_\ell)$ donde es posible desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales, obteniendo así una descripción independiente para cada modo.

$$\frac{d}{dt}\alpha_\ell + iw_\ell\alpha_\ell = 0, \quad (1.23)$$

$$\frac{d}{dt}\beta_\ell - iw_\ell\beta_\ell = 0, \quad (1.24)$$

Definiendo el par de variables normales complejas para cada modo del campo electromagnético, es posible introducir un par de variables normales complejas, definidas:

$$\alpha_\ell = \frac{1}{2\xi_\ell^{(1)}} (w_\ell \tilde{A}_\ell - i\tilde{E}_\ell), \quad (1.25)$$

$$\beta_\ell = \frac{1}{2\xi_\ell^{(1)}} (w_\ell \tilde{A}_\ell + i\tilde{E}_\ell), \quad (1.26)$$

siendo $\xi_\ell^{(1)}$ una constante por definir, las soluciones son:

$$\alpha_\ell(t) = \alpha_\ell(0)e^{-iw_\ell t}, \quad (1.27)$$

$$\beta_\ell(t) = \beta_\ell(0)e^{iw_\ell t}, \quad (1.28)$$

De la definición de α_ℓ y β_ℓ podemos obtener la evolución general de las componentes polarizadas de Fourier para los campos.

$$\tilde{A}_\ell(t) = \frac{\xi_\ell^{(1)}}{w_\ell} [\alpha_\ell(t) + \beta_\ell(t)], \quad (1.29)$$

$$\tilde{E}_\ell(t) = \xi_\ell^{(1)} [i\alpha_\ell(t) - i\beta_\ell(t)]. \quad (1.30)$$

La evolución temporal de las componentes correspondientes al modo ℓ – del campo electromagnético depende de cuatro variables dinámicas, la parte real e imaginaria de las variables normales complejas $(\text{Re}\{\alpha_\ell(t)\}, \text{Im}\{\alpha_\ell(t)\})$ y $(\text{Re}\{\beta_\ell(t)\}, \text{Im}\{\beta_\ell(t)\})$. Estas variables describen dos grados de libertad dinámicamente independientes para

cada modo. Gracias a la introducción de las variables normales complejas, $\alpha_\ell(t)$ y $\beta_\ell(t)$, la dinámica del campo electromagnético libre puede expresarse como una función de pares de variables dinámicas desacopladas, lo cual simplifica notablemente su análisis. Bajo esta representación, se hace posible expandir el campos en términos de estos modos normales. Haciendo un poco de álgebra de las ecuaciones de campo, se obtienen las siguientes expresiones explícitas para las componentes del campo eléctrico y magnético y del potencial vectorial como funciones de las variables normales:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}_{\ell} \frac{\xi_{\ell}^{(1)}}{w_{\ell}} \left[\alpha_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} + \alpha_{\ell}^*(t) e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right] \quad (1.31)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}_{\ell} \xi_{\ell}^{(1)} \left[i\alpha_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} - i\alpha_{\ell}^*(t) e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right] \quad (1.32)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}'_{\ell} \frac{\xi_{\ell}^{(1)}}{c} \left[i\alpha_{\ell}(t) e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} - i\alpha_{\ell}^*(t) e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right] \quad (1.33)$$

La energía de radiación del campo electromagnético se obtiene integrando la densidad de energía sobre el volumen V considerado. Utilizando las expansiones de los campos (1.31) y (1.33) y realizando una simplificación algebraica, se encuentra que la energía total del campo puede expresarse como una suma de términos independientes, cada uno asociado a un modo normal específico. En esta representación la energía total del campo es:

$$H_R = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V d^3r \left[\vec{E}^2(\vec{r}, t) + c^2 \vec{B}^2(\vec{r}, t) \right] = 2\epsilon_0 L^3 \sum_{\ell} [\xi_{\ell}^{(1)}]^2 |\alpha_{\ell}|^2. \quad (1.34)$$

Este resultado confirma que, en ausencia de fuentes, el campo electromagnético libre puede describirse como un conjunto de osciladores armónicos independientes, uno por cada modo normal permitido por las condiciones de frontera del sistema. La expresión (1.23) es la evolución en el tiempo de α_{ℓ} , derivada de las ecuaciones de Maxwell y puede descomponerse de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \text{Re}\{\alpha_{\ell}\} = w_{\ell} \text{Im}\{\alpha_{\ell}\}, \quad (1.35)$$

$$\frac{d}{dt} \text{Im}\{\alpha_{\ell}\} = -w_{\ell} \text{Re}\{\alpha_{\ell}\}. \quad (1.36)$$

Sistema de ecuaciones que es equivalente a las ecuaciones de Hamilton:

$$\frac{dQ_\ell}{dt} = \frac{\partial H_\ell}{\partial P_\ell}, \quad (1.37)$$

$$\frac{dP_\ell}{dt} = -\frac{\partial H_\ell}{\partial Q_\ell}, \quad (1.38)$$

utilizando el Hamiltoniano de la ec. (1.34) e identificando el par de variables canónicas conjugadas asociadas a cada modo, podemos expresar la energía total del campo en función de variables canónicas conjugadas. Estas variables corresponden salvo un factor de escala, a las partes real e imaginaria de las variables normales complejas definidas previamente para cada modo.

$$Q_\ell = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0 L^3}{w_\ell}} \xi_\ell^{(1)} \operatorname{Re}\{\alpha_\ell\}, \quad (1.39)$$

$$P_\ell = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0 L^3}{w_\ell}} \xi_\ell^{(1)} \operatorname{Im}\{\alpha_\ell\}. \quad (1.40)$$

1.1 Relaciones de conmutación canónicas.

Las variables canónicas conjugadas Q_ℓ y P_ℓ son asociadas con operadores Hermíticos independientes del tiempo \widehat{Q}_ℓ y \widehat{P}_ℓ . Imponiendo relaciones de conmutación canónicas sobre estos operadores y los conmutadores que son cero, y asociando con operadores correspondientes a diferentes modos, debido a que estos están desacoplados.

$$[\widehat{Q}_\ell, \widehat{P}_{\ell'}] = i\hbar\delta_{\ell\ell'}, \quad (1.41)$$

$$[\widehat{Q}_\ell, \widehat{Q}_{\ell'}] = [\widehat{P}_\ell, \widehat{P}_{\ell'}] = 0. \quad (1.42)$$

La amplitud compleja del modo normal α_ℓ es, por lo tanto, asociada con un operador que llamamos \widehat{a}_ℓ . De las expresiones (1.39–1.40) podemos escribir:

$$\widehat{Q}_\ell + i\widehat{P}_\ell = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0 L^3}{w_\ell}} \xi_\ell^{(1)} \widehat{a}_\ell, \quad (1.43)$$

El operador \widehat{a}_ℓ no es Hermítico y obedece las siguientes relaciones de conmutación, derivadas de (1.41–1.42):

$$[\hat{a}_\ell, \hat{a}_{\ell'}^\dagger] = \frac{\hbar w_\ell}{2\varepsilon_0 L^3} \frac{1}{[\xi_\ell^{(1)}]^2} \delta_{\ell\ell'}, \quad (1.45)$$

Eligiendo el valor de la constante $\xi_\ell^{(1)}$ para normalizar estas relaciones de conmutación,

$$\xi_\ell^{(1)} = \sqrt{\frac{\hbar w_\ell}{2\varepsilon_0 L^3}}, \quad (1.46)$$

Finalmente, obtenemos las *relaciones de conmutación* que constituyen el punto de partida para la Óptica Cuántica.

$$[\hat{a}_\ell, \hat{a}_{\ell'}^\dagger] = \delta_{\ell\ell'}, \quad (1.47)$$

$$[\hat{a}_\ell, \hat{a}_{\ell'}] = 0. \quad (1.48)$$

Usando la expresión (1.43) y sustituyendo (1.46) obtenemos:

$$\hat{a}_\ell = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} (\hat{Q}_\ell + i\hat{P}_\ell) \quad (1.49)$$

$$\hat{a}_\ell^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} (\hat{Q}_\ell - i\hat{P}_\ell) \quad (1.50)$$

Las relaciones de conmutación (1.47–1.48) son idénticas a aquellas correspondientes a los operadores de aniquilación y creación de un conjunto independiente de osciladores armónicos. Reescribiendo la expresión del Hamiltoniano clásico H_R (1.34) en términos del par de variables canónicas conjugadas Q_ℓ y P_ℓ definidas en (39–40),

$$H_R = \sum_\ell \hbar w_\ell |\alpha_\ell|^2 = \sum_\ell \frac{w_\ell}{2} (Q_\ell^2 + P_\ell^2). \quad (1.51)$$

Luego el operador cuántico asociado con esta cantidad clásica, puede reescribirse en términos de los operadores \hat{a}_ℓ y \hat{a}_ℓ^\dagger , utilizando las *relaciones de conmutación* (1.47).

$$\begin{aligned} \hat{H}_R &= \sum_\ell \frac{w_\ell}{2} (\hat{Q}_\ell^2 + \hat{P}_\ell^2) \\ &= \sum_\ell \frac{\hbar w_\ell}{2} (\hat{a}_\ell \hat{a}_\ell^\dagger + \hat{a}_\ell^\dagger \hat{a}_\ell) = \sum_\ell \hbar w_\ell \left(\hat{a}_\ell^\dagger \hat{a}_\ell + \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.52)$$

La energía correspondiente a cuantos libres de luz, formalmente es equivalente al Hamiltoniano de un conjunto de osciladores armónicos desacoplados. Este Hamiltoniano, junto con las *relaciones de conmutación* (1.47–1.48) definen completamente la estructura del estado de la radiación. En este punto podemos obtener fácilmente las expresiones para los observables cuánticos asociados con los campos clásicos, reemplazando las variables normales clásicas α_ℓ y sus conjugados α_ℓ^* en las ecuaciones (1.31–1.33) por los correspondientes operadores \hat{a}_ℓ y \hat{a}_ℓ^\dagger , obteniendo así los operadores de campo:

$$\hat{A}(\vec{r}) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}_{\ell} \frac{\xi_{\ell}^{(1)}}{w_{\ell}} \left[\hat{a}_{\ell} e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} + \hat{a}_{\ell}^{\dagger} e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right], \quad (1.53)$$

$$\hat{E}(\vec{r}) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}_{\ell} \xi_{\ell}^{(1)} \left[i\hat{a}_{\ell} e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} - i\hat{a}_{\ell}^{\dagger} e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right], \quad (1.54)$$

$$\hat{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell} \vec{\epsilon}'_{\ell} \frac{\xi_{\ell}^{(1)}}{c} \left[i\hat{a}_{\ell} e^{i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} - i\hat{a}_{\ell}^{\dagger} e^{-i\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r}} \right]. \quad (1.55)$$

Es importante observar que las variables dinámicas clásicas dependientes del tiempo como $\vec{E}(\vec{r}, t)$ son reemplazados por observables cuánticos que no dependen del tiempo, guiándonos bajo el formalismo de Schrödinger de la Mecánica Cuántica en el cual generalmente los observables no dependen del tiempo, debido a que la evolución temporal del sistema cuántico es representada a través de vectores de estado. Además, podemos expresar el Hamiltoniano de la radiación (1.52) como una combinación lineal de operadores $\hat{N}_{\ell} = \hat{a}_{\ell}^{\dagger} \hat{a}_{\ell}$, que llamaremos operadores de número.

$$\hat{H}_R = \sum_{\ell} \hbar w_{\ell} \left(\hat{N}_{\ell} + \frac{1}{2} \right). \quad (1.56)$$

Estos operadores de número obedecen la ecuación de eigenvalores:

$$\hat{N}_{\ell} |n_{\ell}\rangle = n_{\ell} |n_{\ell}\rangle, \quad n_{\ell} = 0, 1, 2, \dots \quad (1.57)$$

Los eigenvectores $|n_{\ell}\rangle$ forman una base en el espacio de Hilbert \mathcal{F}_{ℓ} de los estados de radiación en el modo ℓ . Al calcular los eigenvalores y eigenvectores del operador hamiltoniano de radiación, obtenemos:

$$\hat{H}_R |n_1, n_2, \dots, n_{\ell}, \dots\rangle = \sum_{\ell} \hbar w_{\ell} \left(n_{\ell} + \frac{1}{2} \right) |n_1, n_2, \dots, n_{\ell}, \dots\rangle, \quad (1.58)$$

donde podemos explorar el estado base de la radiación, denominado vacío de radiación, en el que todos los números cuánticos $n_{\ell} = 0$. Este estado revela que la energía de vacío es, en principio, infinita.

Se puede observar que el estado $|n_1, n_2, \dots, n_\ell \dots\rangle$ contiene n_1 partículas de energía $\hbar\omega_1$ y n_2 partículas de energía $\hbar\omega_2$ y en general, n_ℓ partículas de energía $\hbar\omega_\ell$ para cada valor del modo ℓ . Las partículas a las que nos referimos son fotones, las excitaciones elementales del campo electromagnético cuantizado.

El operador de número \hat{N}_ℓ es un observable cuántico que determina el número de fotones en el modo ℓ , y puede medirse, mediante fotodetectores equipados con un filtro que selecciona la frecuencia ω_ℓ , un polarizador para seleccionar la polarización $\vec{\epsilon}_\ell$. Los fotones poseen además otras propiedades bien definidas, relacionadas con el tipo de modos normales utilizados en la expansión del campo. Para el caso particular de ondas planas viajeras, cuya expansión en modos normales como se ha descrito, el momento lineal de radiación puede expresarse clásicamente mediante la integral del vector de Poynting sobre un volumen V :

$$\vec{P}_R = \varepsilon_0 \int_V d^3r \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \sum_\ell \hbar k_\ell |a_\ell|^2, \quad (1.59)$$

Donde el momento total de radiación es la suma de los momentos asociados con cada uno de los diferentes modos ℓ , y es proporcional a $|a_\ell|^2$, al igual que la energía. Siguiendo el procedimiento de cuantización canónica, obtenemos la expresión para el operador de momento de radiación:

$$\hat{P}_R = \sum_\ell \hbar \vec{k}_\ell \hat{a}_\ell^\dagger \hat{a}_\ell, \quad (1.60)$$

Es importante observar que al sustituir la definición (1.46) en la expresión de la energía de radiación (1.34) y compararla con (1.59), se obtiene que $|P_\ell| = H_\ell/c$. Esta expresión refleja naturaleza relativista de la partícula con velocidad c , masa en reposo y nula energía. Además, podemos observar que los eigenestados $|n_1, n_2, \dots, n_\ell \dots\rangle$ del Hamiltoniano son también eigenestados del operador \hat{P}_R ,

$$\hat{P}_R |n_1, \dots, n_\ell \dots\rangle = \sum_\ell n_\ell \hbar k_\ell |n_1, n_2, \dots, n_\ell \dots\rangle, \quad (1.61)$$

De aquí podemos interpretar que en el modo general ℓ existen n_1 partículas con momento $\hbar k_1$, n_2 partículas con momento $\hbar k_2$ y n_ℓ partículas con momento $\hbar k_\ell$. Para cada partícula, la relación entre energía y momento está dada por la equivalencia masa—energía postulada por la relatividad especial, mediante la ecuación:

$$(\hbar\omega_\ell)^2 - (\hbar^2 k_\ell^2) c^2 = 0, \quad (1.62)$$

lo que implica que el fotón es una partícula relativista sin masa, moviéndose a la velocidad de la luz. Una diferencia entre el caso del electrón y del fotón es el problema de la localización: mientras que los electrones pueden estar en un eigenestado de posición, el fotón no posee un estado de posición definido. En su lugar, se asocia a los fotones una función de onda cuyo modulo al cuadrado corresponda a la densidad de energía media, en lugar de ser interpretada como densidad de probabilidad de posición como ocurre con los electrones. Las propiedades de los fotones dependen de los modos en los que se ha descompuesto el campo electromagnético antes del proceso de

cuantización canónica. De hecho, pueden surgir otras propiedades adicionales que dependen del tipo de modos utilizados. Por ejemplo, el caso de un fotón en un modo de una onda plana polarizada linealmente no tiene un momento angular bien definido. Aunque estrictamente no existe una función de onda al estilo de Schrödinger para partículas materiales, en ciertas situaciones las amplitudes complejas del campo eléctrico clásico pueden cumplir un papel análogo a la función de onda. Esto se debe a que las probabilidades de foto—detección están dadas por el módulo cuadrado de una función compleja valuada en el espacio y tiempo. Por ello, es razonable considerar esta función como una especie de función de onda del fotón, cuyo modulo cuadrado, puede dar la densidad de probabilidad de detección por un fotodetector. El concepto habitual de la función de onda en mecánica cuántica no relativista no puede aplicarse directamente a los fotones. A pesar de ello, se han propuesto algunas funciones de onda para fotones (véase [19-22]), como alternativas para describir sus estados y la dinámica. Por ejemplo, Bialynicky & Birula, (1993) mostraron que la función de onda del fotón puede usarse para construir funciones de distribución de cuasi—probabilidad en el espacio—fase, que asignan funciones del espacio fase a operadores en el espacio de Hilbert mediante un mapeo de la matriz de densidad, la función de Wigner ofrece una representación equivalente del estado cuántico. En la descripción de polarización, se utilizan funciones de onda de dos componentes para describir los estados de polarización del fotón y explicar la preparación y medición de dichos estados. Para un estado de un fotón en el espacio libre, la probabilidad de detección en la posición \vec{r} y tiempo t toma la forma:

$$w(\vec{r}, t) = s|U(\vec{r}, t)|^2, \quad (1.63)$$

donde s es la sensibilidad que caracteriza al fotodetector y:

$$U(\vec{r}, t) = i \sum_{\ell} \vec{\epsilon} \xi_{\ell}^{(1)} c_{\ell} e^{i(\vec{k}_{\ell} \cdot \vec{r} - \omega_{\ell} t)} \quad (1.64)$$

Para partículas con spin diferente de cero, la función de onda es un spinor con $2s + 1$ componentes. Por ejemplo, el electrón con spin $1/2$, se describe por un spinor de dos componentes $\psi(\vec{r}, t)$. La probabilidad de detectar el electrón en \vec{r} en el estado spin— i es $|\psi_i(\vec{r}, t)|^2$, y la probabilidad total de detección es proporcional a $\sum_i |\psi_i(\vec{r}, t)|^2$. De modo análogo, si se coloca un filtro polarizador frente al detector en \vec{r} , que selecciona la polarización i , la probabilidad de detección es $|U_i(\vec{r}, t)|^2$, hasta una constante de normalización. Esto sugiere que $U(\vec{r}, t)$ puede considerarse como una función de onda espinorial y que la probabilidad de foto—detección puede asociarse con una densidad de probabilidad para la presencia del fotón, calculada usando la función de onda. Sin embargo, esto no implica la existencia un operador de posición para el fotón. A diferencia de una partícula con masa, no existe un estado perfectamente localizado en el espacio. Por lo tanto, $|U(\vec{r}, t)|^2$ no debe interpretarse como la probabilidad de encontrar un fotón exactamente en el punto \vec{r} , sino como una probabilidad promedio en un pequeño volumen, cuyo tamaño no puede ser menor que la longitud de onda

asociada con la frecuencia máxima a la cual el detector es sensible [12]. Hay un caso especial, este es el caso del estado cuasi-clásico (estados coherentes), que son eigenestados del operador de campo eléctrico positivo $\hat{E}^{(+)}(\vec{r})$, cuyo eigenvalor es una función compleja que juega el papel de función de onda clásica. Con todo esto, podemos decir que la cuantización del campo electromagnético nos muestra que la radiación puede entenderse como un conjunto de modos normales, que se comportan de forma análoga a osciladores armónicos cuánticos. Las excitaciones de estos modos son los fotones, que transportan energía y momento bien definidos en función de su frecuencia y su vector de onda. Cuando analizamos la luz desde el punto de vista cuántico, descubrimos que no es simplemente una onda sino que se compone de "partículas" —los fotones—, que representan pequeñas porciones de energía asociadas a modos específicos del campo electromagnético.

2. Prueba de la existencia de fotones

2.1 Funciones de coherencia cuántica

El estudio y las implicaciones del anti-bunching van más allá de la física fundamental; no solo es relevante para la comprensión de fenómenos fundamentales de la física cuántica, sino que también tiene aplicaciones clave en campos como la óptica cuántica y la tecnología de la información cuántica. El fenómeno ha sido demostrado experimentalmente mediante diversos métodos, siendo uno de los más destacados los experimentos realizados por Grangier, Roger y Aspect [14][22]. En dicho experimento, se utilizó una fuente de fotones individuales y se observó que la función de coherencia de segundo orden $g^{(2)}(0)$ toma un valor cercano a cero. Este comportamiento con $g^{(2)}(0) < 1$, es evidencia clara de anti-bunching: los fotones tienden a evitar ser detectados simultáneamente. Este resultado proporciona evidencia directa de la naturaleza estadística de la fuente de luz, así como sobre la correlación temporal entre eventos de detección de fotones, lo que resulta crucial tanto en investigación fundamental como en tecnologías emergentes basadas en fotones individuales. En este contexto la función de coherencia cuántica de segundo orden se define como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{n}(t) \hat{n}(t + \tau) \rangle}{\langle \hat{n}(t) \rangle^2} \quad (2.0)$$

donde $\hat{n}(t)$ representa el operador de número de fotones en el tiempo t , y τ representa el retraso temporal entre dos eventos de detección. En una configuración de dos detectores —por ejemplo, usando un divisor de haz polarizante (*PBS*)— y con el detector testigo apagado, se observa típicamente $g^{(2)}(0) \approx 1$. Este valor indica un efecto de agrupamiento (bunching), comportamiento característico de fuentes de luz clásicas, como el exhibido por la luz coherente de un láser. Este resultado puede interpretarse desde la óptica clásica, como una consecuencia de la interferencia de las funciones de onda: las fluctuaciones del campo electromagnético están correlacionadas temporalmente, y por tanto, es más probable que los fotones sean detectados simultáneamente en ambos detectores.

La coherencia temporal del campo electromagnético conduce a correlaciones en las fluctuaciones de los campos, reforzando las estadísticas clásicas. Sin embargo, cuando se observa anti-bunching, se revela una propiedad intrínsecamente cuántica de la luz: el carácter discreto y no clásico de los fotones. El análisis de la función de coherencia cuántica de segundo orden $g^{(2)}(\tau)$ es fundamental para distinguir entre fuentes de luz clásica y cuántica, el fenómeno del anti-bunching sirve como una prueba definitiva de la naturaleza cuántica de los fotones. Además, la capacidad de manipular las estadísticas de los fotones contribuye al desarrollo de nuestro esquema experimental.

En el experimento de interferencia de Young, la coherencia de primer orden se manifiesta como la capacidad de la luz para producir patrones de interferencia y puede

entenderse matemáticamente como el resultado de factorizar la función de correlación de primer orden, es decir los valores esperados en la función de correlación tanto para el caso clásico como para el caso cuántico.

$$\langle E * (x_1)E(x_2) \rangle = \langle E * (x_1) \rangle \langle E(x_2) \rangle, \quad (2.1)$$

Esta propiedad puede utilizarse como criterio para la coherencia óptica completa de una fuente de luz, permitiendo determinar su longitud de coherencia, es decir, la distancia o el tiempo durante los cuales las ondas electromagnéticas mantienen una fase contante bien definida. Sin embargo esta condición no nos dice nada acerca de las propiedades estadísticas de la luz, como la distribución del número de fotones o su comportamiento cuántico. De hecho los experimentos de coherencia de primer orden son incapaces de distinguir entre estados de luz con distribuciones espectrales idénticas, pero con distribuciones de número de fotones diferentes. Por ejemplo, un láser y una fuente térmica pueden producir interferencias similares, aunque sus propiedades cuánticas sean muy diferentes. Para ir más allá, se utilizan funciones de coherencia de orden superior, como la de segundo orden, que están definidas en términos de correlaciones de intensidad, en lugar de correlaciones de campo eléctrico. Estas funciones permiten caracterizar de forma completa el campo electromagnético cuantizado y son fundamentales para identificar fenómenos puramente cuánticos, como el anti-bunching o la emisión de fotones individuales. [13].

$$g^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1) = \frac{G^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1)}{G^{(1)}(x_1, x_1) \cdot G^{(1)}(x_2, x_2)}, \quad (2.2)$$

$$G^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1) = Tr\{\hat{p}\hat{E}^{(-)}(x_1)\hat{E}^{(-)}(x_2)\hat{E}^{(+)}(x_2)\hat{E}^{(+)}(x_1)\}, \quad (2.3)$$

donde $g^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1)$ es la función de coherencia de segundo orden y se traduce como la probabilidad conjunta de detectar un fotón en \vec{r}_1 al tiempo t_1 y un segundo fotón en \vec{r}_2 al tiempo t_2 . Se dice que un campo cuántico es coherente de segundo orden si $g^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1) = 1$ y además $|g^{(1)}(x_1, x_2)| = 1$.

Generalizando para estados mixtos, introducimos la función de correlación cuántica de segundo orden $G^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1)$, además se interpreta $G^{(1)}(x_1, x_1)$ como la intensidad en el detector de luz que proviene de $x_1 = (\vec{r}_1, t)$. Para un punto fijo en el espacio la función $g^{(2)}$ solo depende de la diferencia $\tau = t_2 - t_1$, por lo tanto:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(t)\hat{E}^{(-)}(t+\tau)\hat{E}^{(+)}(t+\tau)\hat{E}^{(+)}(t) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(t)\hat{E}^{(+)}(t) \rangle \langle \hat{E}^{(-)}(t+\tau)\hat{E}^{(+)}(t+\tau) \rangle}, \quad (2.4)$$

τ es una ventana temporal en la que se considera que dos fotones llegan al mismo detector. La función $g^{(2)}(\tau)$ permite hablar del comportamiento estadístico de una fuente de luz. Para un solo modo de campo de la forma $\hat{E}^{(+)}(x) = iK\hat{a}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$, $g^{(2)}(\tau)$ se reduce a:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2} = \frac{\langle \hat{n}(\hat{n} - 1) \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2}, \quad (2.5)$$

Para un estado de fock el caso límite ocurre cuando $|n\rangle = |1\rangle$, $g^{(2)}(\tau) = g^{(2)}(0) = 0$. Uno de los primeros experimentos en el cual se observan efectos puramente cuánticos en el campo óptico fue el anti-agrupamiento de fotones, en el cual la cantidad de interés es $g^{(2)}(\tau)$. El caso especial cuando $\tau = 0$ es importante porque $g^{(2)}(0)$ puede usarse para distinguir entre campos clásicos y campos cuánticos. Por un lado, la teoría ondulatoria clásica predice que $g^{(2)}(0) \geq 1$, mientras que la Mecánica Cuántica permite $g^{(2)}(0) \leq 1$, [22-25]. El objetivo del experimento es generar y detectar estados de un solo fotón, utilizando el proceso de Conversión Paramétrica Espontánea Descendente (*SPDC*). Este se realiza al hacer incidir un haz de bombeo sobre un cristal no lineal de borato de bario (*BBO*), lo que da lugar a la generación de pares de fotones entrelazados. Al detectar uno de los fotones del par (el fotón señal), podemos condicionar la presencia del otro fotón (idler), asegurando así la generación de un único fotón dirigido hacia los detectores principales. Para analizar las correlaciones, el haz es enviado a un divisor de haz (*beam splitter*), cuyas salidas son monitoreadas por detectores de conteo de fotones. Esta configuración permite realizar mediciones de coincidencias entre los dos detectores y calcular la función de coherencia cuántica de segundo orden $g^{(2)}(\tau)$, que evalúa la probabilidad conjunta de detección en ambos canales separados por un tiempo τ . Cuando se realizan mediciones con tres detectores, se introduce una medición condicional: los dos detectores a las salidas del divisor de haz registran coincidencias solo cuando hay una detección previa en el detector testigo (idler), el cual actúa como disparador o trigger, asegurando que se está midiendo un estado con un solo fotón. Medimos la función de coherencia cuántica de segundo orden de un haz de luz enviando el haz a un divisor de haz y midiendo las correlaciones entre las intensidades de la salida reflejada $I_R(t)$ y transmitida $I_T(t)$. Clásicamente la función $g^{(2)}(\tau)$ de un haz incidente está dada por las correlaciones normalizadas de los haces a la salida.

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_T(t + \tau)I_R(t) \rangle}{\langle I_T(t + \tau) \rangle \langle I_R(t) \rangle}. \quad (2.6)$$

En el caso de ondas clásicas, las intensidades de los haces transmitido y reflejado que salen del divisor de haz están relacionadas directamente con la intensidad de entrada I_I , a través de los coeficientes de transmisión \mathbf{T} y reflexión \mathbf{R} del divisor de haz. Específicamente, se cumple que:

$$I_T(t) = TI_I(t), \quad (2.7)$$

$$I_R(t) = RI_I(t), \quad (2.8)$$

Por este hecho, la función de coherencia de segundo orden $g^{(2)}(\tau)$ puede reescribirse en términos de la intensidad incidente como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_I(t+\tau)I_I(t) \rangle}{\langle I_I(t+\tau) \rangle \langle I_I(t) \rangle}, \quad (2.9)$$

y, en particular para $\tau = 0$, se obtiene:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I_I^2(t) \rangle}{\langle I_I(t) \rangle^2}, \quad (2.10)$$

Aplicando la desigualdad de Cauchy–Schwartz a esta expresión se deduce que: $\langle I_I(t)^2 \rangle \geq \langle I_I(t) \rangle^2$, lo que implica que obtenemos el resultado para las ondas clásicas $g^{(2)}(0) \geq 1$. Sin embargo, si en lugar de una onda clásica, incide sobre el divisor de haz un estado de Fock de n -fotones, es fácil demostrar que $g^{(2)}(0) = (n - 1)/n$.

Por lo que siempre se cumple que $g^{(2)}(0) < 1$, lo que representa una clara violación de la desigualdad ondulatoria clásica y pone en evidencia el carácter cuántico de la luz. La máxima violación se observa en el caso del estado de Fock de un solo fotón, para el cual $g^{(2)}(0) = 0$, lo que implica que nunca se detectan dos fotones simultáneamente en los dos detectores, demostrando el fenómeno de anti-bunching [26].

2.2 Medición experimental de $g^{(2)}(0)$ con dos detectores

En el experimento no medimos directamente la intensidad del campo electromagnético, por lo que es necesario reformular la expresión de $g^{(2)}(0)$ en términos de cantidades observables. Cuando se mide $g^{(2)}(0)$ usando detección fotoeléctrica se puede escribir en términos de las probabilidades de foto-detecciones individuales:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{P_{TR}}{P_T P_R}, \quad (2.11)$$

donde P_T (P_R), representa la probabilidad de detección en el detector T (R), dentro de un intervalo corto de tiempo Δt . P_{TR} es la probabilidad de coincidencia, es decir, la probabilidad de detección simultánea en ambos detectores T y R en el mismo intervalo. Para luz clásica $g_{2D}^{(2)}(0) \geq 1$, mientras que para fuentes de luz no clásicas (como los estados de Fock) pueden presentar valores $g_{2D}^{(2)}(0) < 1$, lo que implica una violación a las expectativas clásicas. Las probabilidades de la ecuación (2.11) se relacionan directamente con las tasas de conteo medidas experimentalmente. Por ejemplo, la probabilidad de una detección en el detector T dentro del Δt está dado por la tasa promedio de detecciones en T , R_T multiplicadas por Δt . La tasa promedio (R_T) es solo el número total de detecciones N_T dividido por el tiempo total de conteo ΔT . Las probabilidades para las detecciones R y las coincidencias TR se dan de manera similar.

$$P_T = R_T \Delta t = \left(\frac{N_T}{\Delta T} \right) \Delta t, \quad (2.12)$$

$$P_R = R_R \Delta t = \left(\frac{N_R}{\Delta T} \right) \Delta t, \quad (2.13)$$

$$P_{TR} = R_{TR} \Delta t = \left(\frac{N_{TR}}{\Delta T} \right) \Delta t, \quad (2.14)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (2.11) obtenemos:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right), \quad (2.15)$$

N_T, N_R son el número de fotones registrados en T o en R , respectivamente, Δt corresponde a la ventana de coincidencia temporal, es decir, el intervalo de tiempo dentro del cual se considera que dos fotones se detectan simultáneamente. Dado que en las mediciones de dos detectores no se mide la presencia de fotones del haz inactivo o testigo (idler) en el detector G , el campo que incide en el divisor de haz no está preparado en un estado de fotón único, sino que debe comportarse como una fuente térmica clásica.

2.3 Mediciones de $g^{(2)}(0)$ utilizando tres detectores.

Cuando se incorpora un detector de para medir los fotones idler (testigo) en el puerto G , las detecciones en los detectores T y R se condicionan a la detección simultánea en G , en esta configuración, se mide la función de coherencia cuántica de segundo orden condicional:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{P_{GTR}}{P_{GT}P_{GR}}, \quad (2.16)$$

donde P_{GTR} es la probabilidad de obtener una triple coincidencia entre los detectores T, R y G en el intervalo de tiempo Δt . Las cantidades P_{GT} y P_{GR} representan las probabilidades de coincidencia doble entre G y T y G y R , respectivamente. Estas probabilidades se determinan experimentalmente como la razón entre el número de coincidencias registradas dividido por el número total de intentos, que corresponde al número total de detecciones en el detector G .

Así las probabilidades se expresan como:

$$P_{GTR} = \frac{N_{GTR}}{N_G}, \quad (2.17)$$

$$P_{GT} = \frac{N_{GT}}{N_G}, \quad (2.18)$$

$$P_{GR} = \frac{N_{GR}}{N_G}, \quad (2.19)$$

Donde N_G es el número total de detecciones en G , N_{GT} y N_{GR} , son los conteos de coincidencias dobles mientras que N_{GTR} es el número de coincidencias triples registradas.

Dada una ventana temporal específica, N_{GT} (N_{GR}) es el número de detecciones simultáneas en el detector T (R) y el detector G , N_{GTR} es el número de coincidencias triples mientras que N_G es el número de conteos individuales en el detector G .

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{N_{GTR}N_G}{N_{GT}N_{GR}}. \quad (2.20)$$

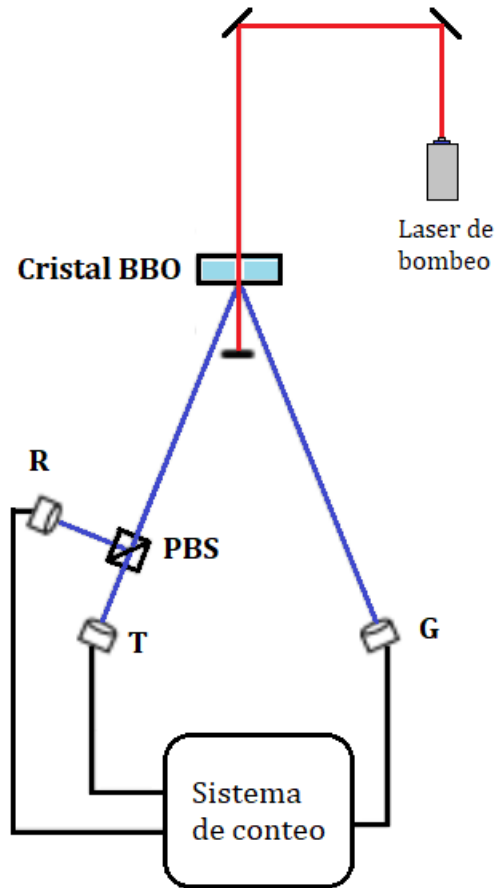


Figura 1. Diagrama del montaje experimental utilizado para medir $g^{(2)}(\tau)$.

Las mediciones de $g_{2D}^{(2)}(0)$, realizadas con dos detectores, representan una medida directa de las correlaciones del haz de luz. En contraste con las mediciones con la medición de $g_{3D}^{(2)}(0)$, que involucra tres detectores, corresponde a una medición condicional de la función de coherencia cuántica de segundo orden $g^{(2)}(0)$, donde el condicionante se hace usando mediciones en el segundo haz. Específicamente, la detección de un fotón en el haz inactivo (idler) por el detector G proyecta el haz de la señal en un estado de fotón único, un estado inherentemente cuántico lo que permite observar valores de $g_{3D}^{(2)}(0) < 1$.

2.4 Configuración experimental.

Se emplea una fuente láser continua que emite en el espectro violeta con una longitud de onda de 405 nm, una potencia de salida de 495mW y polarización vertical. Este haz de bombeo incide perpendicularmente sobre un cristal no lineal de borato de bario (BBO) en el cual algunos fotones experimentan un proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea (SPDC) tipo II. En el que cada fotón produce una pareja de fotones (con polarizaciones ortogonales) de menor frecuencia, denominados

como como haz señal y haz testigo o idler con frecuencias angulares w_s y w_i respectivamente. Las trayectorias de estos fotones emergen a lo largo de las aristas de dos conos, cuyos ejes están dispuestos simétricamente con respecto al haz de bombeo, como se muestra en la Fig. 1. La conservación de la energía requiere que la energía del fotón de bombeo sea igual a la suma de las energías de los fotones señal y idler.

$$w_p = w_s + w_i . \quad (2.21)$$

La idea central del experimento radica en que, si un fotón individual incide sobre un divisor de haz, entonces puede ser detectado por el detector transmitido (T) o por el reflejado (R), pero no simultáneamente en ambos. Para asegurarnos que un fotón individual esté presente en el haz incidente sobre el divisor, se emplea el proceso SPDC y se condiciona la medición mediante la detección del fotón inactivo (idler) en el detector G . Esta detección proyecta el haz señal en un estado de fotón único, lo cual constituye una prueba experimental de la existencia de fotones individuales. Cada detector cuenta con un filtro óptico que elimina la posible interferencia de otras fuentes de luz. La luz recolectada se transmite a través de fibras ópticas hacia una tarjeta contadora APD (avalanche photo—diode), la cual emite un pulso cuadrado por cada evento de detección. Estos pulsos son registrados por una interfaz conectada a una tarjeta lógico—programable, donde un software especializado permite configurar los parámetros del experimento como el tiempo de prueba, el tiempo de la ventana de coincidencias y el número de pruebas y controlar la adquisición de datos de manera precisa.

2.5 Resultados.

2.5.1 Mediciones de $g_{2D}^{(2)}(0)$ usando dos detectores.

Se realizaron mediciones de coincidencias utilizando dos detectores durante un intervalo de prueba de $\Delta T = 1s$, con una ventana de Coincidencia, $\Delta t = 10ns$. La Tabla I resume el promedio y la desviación estándar de los conteos y del valor del grado de coherencia de segundo orden sin condicionamiento.

Tabla I. Promedio de tasas de coincidencia para dos detectores y el grado de coherencia.

	N_{TR}	N_T	N_R	$g_{2D}^{(2)}(0)$
Promedio	2.768	13838	13616	1.469
Desviación estándar	1.547	135.806	256.952	0.818

El valor medio de $g_{2D}^{(2)}(0) = 1.469 \pm 0.818$ indica un efecto de bunching, característico de una fuente de luz térmica o coherente clásica. Esto es consistente con lo esperado, ya que en esta configuración no se emplea detección condicionada sobre el fotón idler, por lo que el haz incidente sobre el divisor de haz no se encuentra en un estado de fotón individual.

2.5.2 Mediciones de $g_{3D}^{(2)}(0)$ usando tres detectores.

Se repitió el experimento incluyendo el tercer detector (G) que monitorea el haz idler (testigo), con los mismos parámetros de tiempo de prueba y ventana de coincidencia que en la configuración anterior. Esta detección condicional proyecta el haz señal en estados de un solo fotón. La tabla II muestra los resultados obtenidos.

Tabla II. Promedio de tasas de coincidencia para tres detectores y el grado de coherencia.

	N_G	N_{GT}	N_{GR}	N_{GTR}	$g_{2D}^{(2)}(0)$
Promedio	34202.129	496.425	120.287	0.309	0.1789
Desviación estándar	1934.689	22.303	11.060	0.550	0.3189

Estos resultados obtenidos experimentalmente permiten diferenciar con certeza entre la estadística clásica y cuántica de la luz mediante el análisis de la función de coherencia de segundo orden. Estos resultados constituyen una validación experimental del carácter cuántico de la luz emitida por una fuente *SPDC* y sientan las bases para aplicaciones en tecnologías de la información cuántica y comunicaciones ópticas.

3. Entrelazamiento cuántico.

En la mecánica cuántica, el entrelazamiento cuántico representa uno de los fenómenos más fascinantes y contraintuitivos. Describe un escenario en el que los estados cuánticos de dos o más partículas se encuentran correlacionados de tal manera que el estado de una de ellas determina instantáneamente el estado de otra. En consecuencia, el estado de cada partícula no puede describirse de forma independiente, incluso cuando están separadas por grandes distancias. Este fenómeno da lugar a la **no localidad cuántica**, una característica fundamental que implica que una medición realizada sobre una de las partículas entrelazadas afecta de manera instantánea el estado de la otra, violando aparentemente las nociones clásicas de causalidad y separación espacial. El entrelazamiento es central en el estudio de sistemas cuánticos compuestos y constituye una clara señal de correlaciones no clásicas entre sus subsistemas. Su importancia va más allá de lo teórico: es esencial para el desarrollo de tecnologías como la computación cuántica, la criptografía cuántica y la teleportación cuántica. Esta conexión no local desafía los límites convencionales impuestos por el espacio y el tiempo, y medir estos estados entrelazados es un proceso delicado que requiere precisión y una comprensión profunda del comportamiento cuántico. Cuando se analizan sistemas compuestos y la naturaleza de sus correlaciones entre sus subsistemas, se encuentran estados que muestran una naturaleza no clásica como los estados entrelazados, en los cuales se ha centrado la atención teórica y experimental. [14],[15]. El entrelazamiento es una de las características más sorprendentes de la MC, cuya esencia es la correlación no local inherente que es fundamentalmente diferente de cualquier situación clásica. La no—localidad cuántica viola la teoría de realismo local. En 1964, John Bell demostró que ninguna teoría de variables ocultas locales puede reproducir todas las predicciones de la mecánica cuántica. Bell derivó, una serie de desigualdades, conocidas como desigualdades de Bell, que son satisfechas por cualquier teoría de realismo local. Sin embargo, dichas desigualdades matemáticas pueden ser violadas experimentalmente por estados entrelazados. Esto representa uno de los desarrollos más profundos de los fundamentos de la física. Las últimas dos décadas el teorema de Bell ha sostenido un desarrollo incesante de una gran variedad de perspectivas, principalmente desde la perspectiva de la Información Cuántica donde la no localidad de la teoría cuántica es un recurso clave para diversas aplicaciones. Consideraron un estado puro no factorizable de un sistema compuesto puede escribirse como:

$$|\psi\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} c_n |\psi_n\rangle |u_n\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} d_n |\phi_n\rangle |v_n\rangle \quad (3.1)$$

Donde $\{|u_n\rangle\}$ y $\{|v_n\rangle\}$ son dos bases ortonormales correspondientes al sistema de Alice. Si Alice decide medir en la base $\{|u_n\rangle\}$ ($\{|v_n\rangle\}$), entonces ella puede proyectar instantáneamente el sistema de Bob en uno de los estados $|\psi_n\rangle$ ($|\phi_n\rangle$). Este fenómeno destacado en la famosa paradoja EPR (Einstein—Podolsky—Rosen) generó controversia: cuyo argumento principal era que, dado que los sistemas ya no interactúan, ningún cambio real puede tener lugar en el sistema de Bob como consecuencia de cualquier cosa que le haga al sistema de Alice [17]. Según ellos, esta

acción a distancia representaba una inconsistencia de la mecánica cuántica, siendo un indicio de que la mecánica cuántica estaba incompleta, y propusieron la existencia de variables ocultas locales como solución. En respuesta, Erwin Schrödinger introdujo el término de estados puros entrelazados de la forma de la ecuación (3.1) y la habilidad (steering) de Alice de dirigir y afectar el estado de Bob a través de su decisión de la base de medición. Y profundizó en la idea de que, mediante su elección, Alice podría dirigir el estado de Bob. Este concepto de steering ha incrementado la atención en años recientes desde la perspectiva de la información cuántica, ya que constituye una forma intermedia entre el entrelazamiento y la no localidad de Bell. Considerando la importancia de la no localidad cuántica, tanto para la teoría cuántica como para las potenciales aplicaciones del entrelazamiento en computación cuántica y comunicaciones. Es importante examinar las bases del entrelazamiento tan cerca como sea posible. La idea de entrelazamiento está relacionada con la imposibilidad de escribir un estado como producto de funciones de onda correspondientes a espacios de Hilbert diferentes. Los estados de fotones entrelazados pueden usarse para hacer pruebas de complementariedad cuántica y también para implementar protocolos de teleportación.

Una de las manifestaciones más simples del entrelazamiento ocurre entre el modo espacial y el estado de polarización de un solo fotón. Estos estados de fotones individuales entrelazados permiten pruebas experimentales de la complementariedad cuántica. Además del interés conceptual de este resultado proporciona un recurso útil debido a su simplicidad y accesibilidad es posible encontrar aplicaciones y desarrollos en protocolos de información cuántica y comunicaciones ópticas.

3.1 No—localidad de Bell

La no—localidad cuántica se refiere al fenómeno por el cual las correlaciones estadísticas observadas en las mediciones de sistemas cuánticos no admiten una interpretación en términos de una teoría de realismo local [11]. Esto implica que no es posible construir un modelo en el cual los resultados de las mediciones estén determinados por variables ocultas locales y que, al mismo tiempo, respete la independencia espacial entre sistemas separados. La violación del modelo de variable oculta local (LHV) por los resultados de mediciones locales demuestra la no localidad de Bell. Considerando que Alice posee un conjunto de mediciones $\mathcal{M} = \{x_1, \dots, x_n\}$ cuyo conjunto de resultados del observable x_i es $\{a_1, \dots, a_n\}$. El modelo de variables ocultas locales postula que la probabilidad condicional de obtener un resultado a_i al medir x_i puede expresarse como:

$$p_{a_i|x_i} = \sum_{\lambda} p(\lambda) p(a_i|x_i, \lambda) , \quad (3.2)$$

En un escenario bipartito, donde Alice mide el observable X con resultado a , y Bob mide Y con resultado b , la probabilidad conjunta bajo el modelo de variable oculta local se escribe como:

$$p(ab|xy, \lambda) = \int d\lambda p(\lambda) p(a|x, \lambda) p(b|y, \lambda) = \sum_{\lambda} p(\lambda) p(a|x, \lambda) p(b|y, \lambda) \quad (3.3)$$

Esta expresión representa una condición precisa para la localidad en el contexto de experimentos de Bell. Aquí, se asume que los resultados de Alice y Bob están determinados por sus respectivas elecciones de medición y por una variable oculta común λ , sin interacción directa entre sus sistemas una vez separados. Este resultado conduce a la desigualdad de Clauser–Horne–Shimony–Holt (*CHSH*), función que depende del valor esperado del producto de los resultados de medición determinados probabilísticamente. La desigualdad CHSH es especialmente importante porque impone límites clásicos a las correlaciones entre observables esperadas en experimentos de no-localidad cuántica en forma de una desigualdad matemática.

$$S = \langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle \leq 2, \quad (3.4)$$

Donde $\langle a_i b_j \rangle$ representa el valor esperado del producto de los resultados de medición que Alice y Bob obtienen al medir los observables a_i y b_j respectivamente. El límite superior a 2 es característico de cualquier teoría basada en variables ocultas locales. Sin embargo, la mecánica cuántica predice que, para ciertos estados entrelazados y elecciones de observables, este límite puede ser superado, alcanzando valores de hasta $S = 2\sqrt{2}$, lo que constituye una violación clara de la desigualdad *CHSH*. Esta violación ha sido comprobada experimentalmente en diversos sistemas físicos, y representa evidencia clara de que las predicciones de la mecánica cuántica no pueden reproducirse mediante teorías clásicas que asumen realismo local y determinismo.

3.2 No-separabilidad

El estado de un sistema cuántico compuesto se considera separable si puede expresarse como una mezcla estadística de producto de estados:

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_{Ai} \otimes \rho_{Bi}, \quad (3.5)$$

Donde los coeficientes $0 \leq p_i \leq 1$ satisfacen $\sum_i p_i = 1$. En otras palabras, si un estado puede descomponerse en esta forma, no exhibe correlaciones cuánticas, sino únicamente correlaciones clásicas. En cambio, si ρ_{AB} no es separable, entonces está entrelazado. Una medición generalizada en mecánica cuántica se describe mediante un elemento *POVM* (Positive Operator–Valuated Measure), que considera un conjunto de operadores positivos $E_{a|x} \geq 0$, que obedecen la condición de completitud: $\sum_a E_{a|x} = 1$. La probabilidad de obtener un resultado a , dado que se midió el observable X sobre un estado ρ se calcula, $p(a) = \text{Tr}\{\rho E_{a|x}\}$, y aplicando esto a un estado separable, la probabilidad conjunta de obtener resultados a y b al realizar mediciones x y y sobre las partes A y B , respectivamente, se convierte en:

$$\begin{aligned} p(a, b|x, y) &= \sum_i p_i p(a|x, \lambda) p(b|y, \lambda) \\ &= \text{Tr} \left\{ \sum_i p_i (\rho_{Ai} \otimes \rho_{Bi}) E_{a|x} \otimes E_{b|y} \right\} \\ p(a, b|x, y) &= \sum_i p_i \text{Tr}\{\rho_{Ai} E_{a|x}\} \text{Tr}\{\rho_{Bi} E_{b|y}\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Esta expresión muestra que, en un estado separable, las correlaciones entre los resultados de medición pueden interpretarse como originadas por una mezcla de probabilidades independientes de cada subsistema. Entonces, solo cuando un estado es no separable, significa que hay correlaciones que no pueden explicarse clásicamente, lo que define un estado entrelazado.

3.3 Steering

En 1935 E. Schrödinger introdujo el concepto de Steering cuántico como una generalización de la Paradoja Einstein—Podowsky—Rosen para estados entrelazados bipartitos puros, considerando mediciones arbitrarias en uno de los subsistemas [16]. Este fenómeno describe cómo, en un sistema cuántico bipartito, una de las partes puede influir de manera no local en el estado del otro subsistema simplemente mediante la elección de mediciones locales. En 2007, Wiseman, Jones y Doherty, formalizaron el steering en términos operativos, mostrándolo como una incompatibilidad entre las predicciones de la Mecánica Cuántica y los modelos clásicos cuánticos del tipo LHS (*Local Hidden States*) [17], donde los estados con un procedimiento de preparación son enviados a dos partes, en este marco, la observación del Steering cuántico puede interpretarse como una tarea que permite detectar entrelazamiento en escenarios en los que solo una de las partes (Alice) tiene perfecto control sobre el conjunto de mediciones y de elementos observables que registra su dispositivo de medición, mientras que la otra parte (Bob), no es de confianza, el dispositivo de medición de Bob se modela como una “caja negra” cuya operativa es desconocida y no se tiene control sobre el conjunto de mediciones posibles en su subsistema. Los estados que exhiben steering son estrictamente un subconjunto de los estados que pueden exhibir no localidad de Bell. El steering es una extensión del modelo de variables ocultas locales de la no localidad de Bell y también una restricción para el modelo de estados separables del entrelazamiento cuántico [36]. El steering es una tarea que ocupa una posición intermedia en la jerarquía de correlaciones cuánticas, entre la no—localidad de Bell, en la que tanto Alice como Bob trabajan con dispositivos de medición no confiables (cajas negras), y la presencia de entrelazamiento estándar, donde ambas partes tienen perfecto control en sus configuraciones de medición. Supongamos que Alice prepara un sistema cuántico bipartito y envía un subsistema cuántico a Bob, cuyo estado afirma está entrelazado con su sistema, al recibir su subsistema Alice elige una configuración (o base) de medición de un conjunto predeterminado de mediciones, luego le informa a Bob sobre su elección de medición y además puede proporcionar una estimación del resultado de su medición. Sí, al repetir este procedimiento un número suficientemente grande de veces, Alice puede estimar cuán fuertemente se correlaciona su subsistema con el de Bob, Bob encuentra que las correlaciones son lo suficientemente fuertes, puede concluir que los subsistemas están entrelazados y que Alice pudo influir su estado mediante su elección de medición. Este proceso es precisamente lo que se entiende por *steering cuántico*. Considerando ahora las ecuaciones (3.3) y (3.6), es posible describir las probabilidades conjuntas de resultado también pueden describirse mediante un modelo híbrido, en el cual Alice tiene una función de respuesta general (como en un modelo de variables ocultas locales), mientras que la función de Bob se deriva del postulado de medición de la mecánica cuántica.

En este marco, las probabilidades condicionales pueden escribirse como:

$$p(a, b|x, y) = \int d\lambda p(\lambda) p(a|x, \lambda) \text{Tr}\{E_{b|y} \sigma_\lambda\} \quad (3.7)$$

donde $p(\lambda)$ es la distribución de variables ocultas, $p(a|x, \lambda)$ es la función de respuesta de Alice, que puede ser arbitraria, σ_λ es un conjunto de estados cuánticos que Bob podría recibir y $E_{b|y}$ es un operador del *POVM* que describe la medición de Bob. Dado que la traza es poa operación lineal, podemos reescribir la expresión (3.7) como:

$$p(a, b|x, y) = \text{Tr}\{E_{b|y} \rho_{ax}\}, \quad (3.8)$$

donde $\rho_{ax} = \int d\lambda p(\lambda) p(a|x, \lambda) \sigma_\lambda$, son los estados condicionales permitidos por el modelo de estado oculto local (LHS), λ representa una variable clásica oculta con distribución de probabilidad $p(\lambda)$, σ_λ es un estado del sistema de Bob que depende de λ y $p(a|x, \lambda)$ es la función de probabilidad conjunta con respuesta local del resultado condicionado por x y λ .

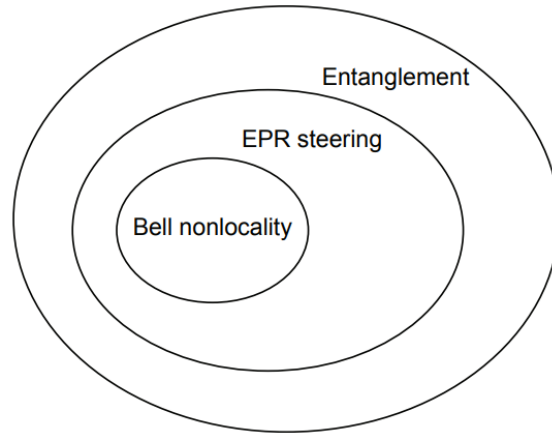


Figura 2. Esquema para identificar al steering cuántico como un subconjunto de estados entrelazados y un superconjunto de estados que exhiben no-localidad de Bell.

Las correlaciones cuánticas entre las dos partes distantes son esenciales, un aspecto fundamental es el hecho de que una parte importante es el hecho de que una parte puede influenciar la función de onda en la otra parte realizando mediciones adecuadas. Este fenómeno es llamado steering cuántico y este tipo de correlación cuántica ha atraído un interés significativo en la teoría de la información cuántica. Desde el punto de vista moderno, el steering denota la imposibilidad de describir estados condicionales en una de las partes por un modelo de estado oculto local. Un ejemplo paradigmático para entender el steering cuántico es considerar dos partículas que están en diferentes ubicaciones y se encuentran en un estado singlete: $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle)$. Este estado puede también escribirse en la base de *espines* a lo largo de la dirección z o x :

$$|\Psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|z^+\rangle|z^-\rangle - |z^-\rangle|z^+\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x^+\rangle|x^-\rangle - |x^-\rangle|x^+\rangle) \quad (3.9)$$

Donde $|0\rangle = |z^+\rangle$ y $|1\rangle = |z^-\rangle$, representan los eigenestados del operador de Pauli $\hat{\sigma}_z$, denotan las dos posibles orientaciones del spin en la dirección z. Si Alice mide el spin en su partícula en la dirección z y obtiene el resultado +1 (o -1), entonces debido a la perfecta anti-correlación del estado singlete, el estado de Bob estará ya sea en el estado $|1\rangle$ o en el estado $|0\rangle$. Similarmente si Alice mide el spin en la dirección x, los estados condicionales de Bob están dados por $|x^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$, si el resultado de Alice es +1, y $|x^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$, para el resultado -1. Donde $|0\rangle$ y $|1\rangle$ son los eigenestados del operador de pauli $\hat{\sigma}_z$, y $|x^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \pm |1\rangle)$ los eigenvalores del operador de pauli $\hat{\sigma}_x$. Y satisfacen $\hat{\sigma}_z|0\rangle = |0\rangle$, $\hat{\sigma}_z|1\rangle = -|1\rangle$ y $\hat{\sigma}_x|x^\pm\rangle = \pm|x^\pm\rangle$. Alice puede proyectar el sistema de Bob en uno de los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ o $|x^+\rangle$ y $|x^-\rangle$, ya sea midiendo en σ_x o en σ_z .

Escogiendo apropiadamente su conjunto de mediciones, Alice puede predecir con certeza los valores de los observables z o x en el subsistema de Bob. De acuerdo con el argumento EPR, esto implica que ambos observables corresponden a elementos de realidad, ya que cada uno de ellos se puede predecir con certeza y sin perturbar el sistema. Esto plantea problemas si se supone que la función de onda es una descripción completa de la situación física, ya que los observables correspondientes no conmutan y, por tanto, en el formalismo de la MC, no pueden poseer valores bien definidos simultáneamente. Por esta observación, EPR concluyo erróneamente que la teoría cuántica era incompleta. Podemos concluir que el fenómeno de steering se basa en correlaciones cuánticas que se encuentran entre el entrelazamiento y la violación de una desigualdad de Bell (no localidad de Bell). De hecho, cualquier estado que viole una desigualdad de Bell se puede usar para dirigir (steering), y cualquier estado dirigible está enredado. Hay estados entrelazados que no se pueden usar para steering (dirigir) y hay estados dirigibles que no violan ninguna desigualdad de Bell. En una situación general Alice y Bob comparten un estado bipartito ρ_{AB} para cada una de las mediciones en x que realiza Alice y obteniendo como resultado a, Bob permanece con un estado condicional no normalizado $\rho_{a|x}$. El conjunto de estos estados condicionados es llamado conjunto de steering (dirección) y los estados condicionales obedecen la condición $\sum_\lambda \rho_{a|x} = \rho_B$ lo que significa que el estado reducido $\rho_B = Tr_A\{\rho_{AB}\}$ del lado de Bob es independiente de las medidas elegidas por Alice. Podemos concluir que el fenómeno de steering se basa en correlaciones cuánticas que se encuentran entre el entrelazamiento y la violación de una desigualdad de Bell (no localidad de Bell). De hecho, cualquier estado que viole una desigualdad de Bell local se puede usar para dirigir (steering), y cualquier estado dirigible está enredado. Hay estados entrelazados que no se pueden usar para steering (dirigir) y hay estados dirigibles que no violan ninguna desigualdad de Bell.

3.4 Prueba de violación a las desigualdades de Bell

Para demostrar experimentalmente que la naturaleza del mundo viola el realismo local, es necesario tener control sobre dos sistemas cuánticos entrelazados. Un ejemplo típico es el uso de pares de fotones entrelazados generados mediante el proceso de conversión paramétrica espontánea descendente (SPDC). Si se configura apropiadamente el esquema de generación, se puede obtener un estado de Bell en la base de polarización:

$$|\psi\rangle_{\text{SPDC}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_i|V\rangle_s + e^{i\theta}|V\rangle_s|H\rangle_i) \quad (3.10)$$

Aquí, $|H\rangle$ y $|V\rangle$ representan la polarización horizontal y vertical de los fotones, y el subíndice i (idler) o s (signal) indica el canal de cada fotón. El factor de fase $e^{i\theta}$ se debe a un desfase óptico introducido por las propiedades del cristal, asociado al estado vertical del fotón. Para obtener un estado de Bell bien definido, es necesario compensar este desfase, esto se logra introduciendo dos cristales con la mitad del espesor del cristal de bombeo y dispuestos perpendicularmente a este para compensar la fase en las componentes de polarización horizontales se puede obtener uno de los cuatro estados de Bell:

$$|\psi^{(+)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_i|V\rangle_s + |V\rangle_s|H\rangle_i) \quad (3.11)$$

En este contexto, se puede realizar una prueba de violación de la desigualdad de CHSH mediante la medición de correlaciones entre las polarizaciones de los dos fotones, bajo diferentes configuraciones de ángulos de polarización en cada lado (Alice y Bob). Las correlaciones predichas por la mecánica cuántica exceden el límite clásico de la desigualdad de Bell (ver ecuación 3.4), y esta violación ha sido confirmada experimentalmente en múltiples plataformas, constituyendo una de las pruebas más sólidas contra el realismo local.

3.4.1 Configuración experimental para Conversión Espontánea Paramétrica Descendente

Para la configuración de detección se utiliza un par de rieles acoplados con un pivote colocado justo debajo del cristal BBO tipo II con dimensiones 5x5x2mm, describiendo una apertura angular entre los rieles, que coincide con la apertura de los conos de emisión de las parejas de fotones creados. Al otro extremo de cada riel se encuentra el sistema de detección y el acoplamiento a fibras ópticas multimodo. Los fotones señal e inactivo producidos por SPCD son colectados con lentes, acoplados con fibras ópticas y dirigidos al módulo de conteo de fotones individuales donde son detectados. Los filtros son colocados entre las lentes colectoras y el módulo de conteo de coincidencias. Estos son filtros RG810 que bloquean longitudes de onda menores que 810nm. Su propósito es transmitir solamente la luz convertida descendentemente, mientras bloquea la luz de bombeo esparcida y la luz auxiliar azul que usamos para iluminar el laboratorio. Los módulos contadores de fotones emiten pulsos eléctricos,

producto de la detección de fotones individuales, estos pulsos son monitoreados por la unidad de conteo de coincidencias, que toma entradas de los detectores en una tarjeta lógica programable (una matriz de compuertas programables), para determinar la tasa de coincidencias, es decir, el número de eventos de detección coincidente de los fotones señal e inactivo en un cierto intervalo de tiempo. Para ello, se compara el instante de arribo de las señales electrónicas provenientes de cada detector; si las dos señales se presentan dentro de una ventana de 5ns, las consideramos como coincidentes. Los detectores utilizados son fotodiodos de avalancha hechos de silicio. Las fibras ópticas se encuentran conectadas a los puertos de entrada de los fotodiodos de avalancha. Un aspecto muy importante es acoplar adecuadamente los haces señal e inactivo a las fibras y maximizar el número de conteo de coincidencias obtenido entre los haces de fotones señal e inactivo. Las técnicas de alineamiento son la principal tarea en cualquier actividad experimental dentro del laboratorio. La alineación de los colectores de luz detectores consiste principalmente en fijar la posición adecuada y el ángulo correcto de la montura donde colocamos el colector de luz para asegurar que los fotones infrarrojos incidan en dirección perpendicular a la lente, de modo que los haces señal e inactivo queden acoplados perfectamente al núcleo de cada fibra. Las monturas de los colectores de luz cuentan con dos tornillos que nos ofrecen un ajuste fino sobre dos grados de libertad (horizontal y vertical) para controlar la inclinación de la lente.

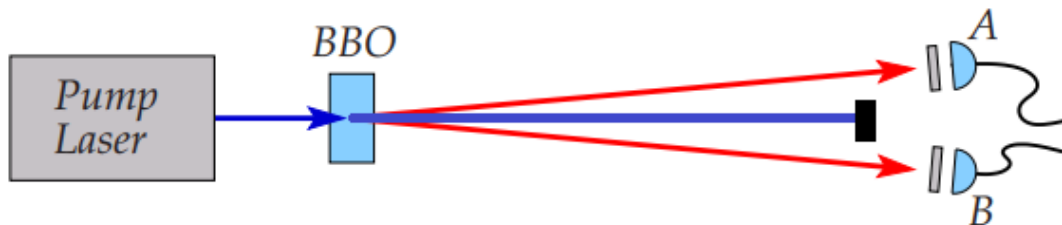


Figura 3. Configuración experimental del método de conversión espontánea paramétrica descendente.

3.4.2 Prueba de superposición

Para preparar el estado descrito en la ecuación (3.11), es necesario minimizar el desfase inducido por el cristal de bombeo entre las componentes de polarización. En particular, al tomar $\theta \approx 0$, el desfase es mínimo, lo que implica que los estados de polarización vertical y horizontal se encuentran casi en fase. Esta condición favorece la formación de una superposición coherente entre ambos, característica esencial de un estado entrelazado. Dado que la polarización diagonal es, por definición, una superposición de estados de polarización lineales horizontal y vertical, maximizar la probabilidad de detección en esta base es una forma indirecta de verificar la presencia de dicha superposición. Por ello, la prueba de superposición se convierte en una herramienta

experimental clave para garantizar que, al realizar mediciones del parámetro de Bell, se observa una violación de las desigualdades asociadas. Esta prueba actúa como una guía preliminar que permite confirmar el entrelazamiento en el grado de libertad interno del sistema bipartito, es decir la prueba de superposición facilita el trabajo experimental para garantizar que, al medir experimentalmente el parámetro de Bell, este resulte en una violación a las desigualdades de Bell. Para cuantificar esta superposición, utilizamos el parámetro EB (del inglés Entanglement–Based parameter), que también se puede interpretar como una medida de visibilidad cuántica o fidelidad del estado con respecto a una superposición ideal. En este contexto, el parámetro EB permite distinguir si el sistema está realmente en un estado coherente (puro) o en una mezcla incoherente (estado mixto). Entonces, la prueba de superposición mediante el parámetro EB se obtiene a partir de las mediciones de coincidencias registradas por los observadores Alice y Bob en diferentes combinaciones de ángulos de polarización. Específicamente, se consideran las configuraciones diagonal–antidiagonal ($45^\circ, -45^\circ$ y su inversa), así como las combinaciones: vertical–horizontal ($90^\circ, 0^\circ$) y el caso inverso. Estas mediciones se integran en la expresión:

$$EB = \frac{C(45^\circ, -45^\circ) + C(-45^\circ, 45^\circ)}{C(90^\circ, 0^\circ) + C(0^\circ, 90^\circ)}$$

Donde $C(\theta_A, \theta_B)$, representa el número de coincidencias registradas entre los detectores de Alice y Bob cuando los polarizadores están orientados en los ángulos θ_A y θ_B respectivamente. Si los fotones se encuentran en un estado de superposición coherente, tal como lo predice la mecánica cuántica, se espera que las coincidencias en la base diagonal–antidiagonal sean comparables a las obtenidas en la base vertical–horizontal, lo que conduce a un valor $EB \approx 1$. En cambio, si los fotones no están en superposición –por ejemplo, en un estado mezcla no coherente– se observará una reducción significativa de las coincidencias en la base diagonal, resultando en un valor $EB \approx 1/2$. Debido a la no idealidad del experimento, en la práctica buscamos medir un valor en la prueba de EB mayor que $1/2$ como evidencia de la presencia de superposición cuántica. Esto constituye un paso necesario para garantizar que se observará una violación de la desigualdad de Bell en mediciones posteriores. En nuestro experimento, obtuvimos un valor de $EB=0.87 \pm 0.016$, lo cual indica una superposición coherente suficientemente robusta como para esperar una violación observable de la desigualdad de Bell. Este resultado respalda la preparación exitosa del estado cuántico buscado, en conformidad con las predicciones de la mecánica cuántica.

3.4.3 Desigualdades de Bell

Adicionalmente a la desigualdad de Bell, la desigualdad descrita por Clauser–Horne–Shimony–Holt (CHSH) es especialmente importante ya que impone límites clásicos a las correlaciones entre las mediciones que efectúan Alice y Bob en el experimento. El parámetro de Bell relaciona las correlaciones $E(\alpha, \beta)$ de una pareja de fotones con determinados ángulos de polarización α, β respectivamente. Definiendo el parámetro de Bell como:

$$S = E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta'), \quad (3.12)$$

$$E(\alpha, \beta) = P_{HH}(\alpha, \beta) + P_{VV}(\alpha, \beta) - P_{HV}(\alpha, \beta) - P_{VH}(\alpha, \beta), \quad (3.13)$$

Cada término $P(\alpha, \beta)$ denota la probabilidad de detección simultánea del par de fotones en función su ángulo de polarización α y β . Con probabilidades:

$$P_{HH}(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp})}{C_{total}}, \quad P_{VV}(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha, \beta)}{C_{total}},$$

$$P_{HV}(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha_{\perp}, \beta)}{C_{total}} \text{ y } P_{VH}(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha, \beta_{\perp})}{C_{total}} \quad (3.14)$$

Aquí $C(\alpha, \beta)$ representa el número de coincidencias entre los detectores A y B con ángulos (α, β) en los polarizadores, los cuales efectúan una medición proyectiva y se colocan exactamente enfrente de los colectores de luz del sistema de detección.

$$E(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha, \beta) + C(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) - C(\alpha, \beta_{\perp}) - C(\alpha_{\perp}, \beta)}{C(\alpha, \beta) + C(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) + C(\alpha, \beta_{\perp}) + C(\alpha_{\perp}, \beta)} \quad (3.15)$$

Análogamente tenemos:

$$E(\alpha, \beta') = \frac{C(\alpha, \beta') + C(\alpha_{\perp}, \beta'_{\perp}) - C(\alpha, \beta'_{\perp}) - C(\alpha_{\perp}, \beta')}{C(\alpha, \beta') + C(\alpha_{\perp}, \beta'_{\perp}) + C(\alpha, \beta'_{\perp}) + C(\alpha_{\perp}, \beta')} \quad (3.16)$$

$$E(\alpha', \beta) = \frac{C(\alpha', \beta) + C(\alpha'_{\perp}, \beta_{\perp}) - C(\alpha', \beta_{\perp}) - C(\alpha'_{\perp}, \beta)}{C(\alpha', \beta) + C(\alpha'_{\perp}, \beta_{\perp}) + C(\alpha', \beta_{\perp}) + C(\alpha'_{\perp}, \beta)} \quad (3.17)$$

$$E(\alpha', \beta') = \frac{C(\alpha', \beta') + C(\alpha'_{\perp}, \beta'_{\perp}) - C(\alpha', \beta'_{\perp}) - C(\alpha'_{\perp}, \beta')}{C(\alpha', \beta') + C(\alpha'_{\perp}, \beta'_{\perp}) + C(\alpha', \beta'_{\perp}) + C(\alpha'_{\perp}, \beta')} \quad (3.18)$$

Con estas expresiones es posible calcular el parámetro de Bell, realizando una serie de 16 mediciones, tomando los siguientes ángulos en los polarizadores:

$$\begin{aligned} \alpha &= -45^{\circ} & \alpha_{\perp} &= 45^{\circ} \\ \alpha' &= 0 & \alpha'_{\perp} &= 90^{\circ} \\ \beta &= -22.5^{\circ} & \beta_{\perp} &= 67.5^{\circ} \\ \beta' &= 22.5^{\circ} & \beta'_{\perp} &= 112.5^{\circ} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Se puede probar que la desigualdad de Bell en la forma CHSH es equivalente a la expresión $-2 \leq S \leq 2$. Y valores fuera de ese rango implican una violación a la desigualdad de Bell.

$\alpha [^\circ]$	$\beta [^\circ]$	N_A	N_B	C_{Coin}	Incertidumbre \pm
-45°	-22.5°	8321.24	6750.68	95.72	9.158
-45°	22.5°	8466.48	6878.04	279.78	19.737
-45°	67.5°	8238.92	7443.04	291.32	17.005
-45°	122.5°	8106.36	7454.64	120.44	9.953
+45°	-22.5°	8683.10	6773.54	289.10	19.432
+45°	22.5°	8817.66	7114.80	116.58	11.674
+45°	67.5°	8452.84	7425.28	108.02	9.2700
+45°	122.5°	8484.98	7565.44	285.13	18.018
0°	-22.5°	8142.04	6695.00	64.40	8.1466
0°	22.5°	7948.10	6965.20	73.367	9.576
0°	67.5°	8004.12	7470.80	345.17	17.855
0°	122.5°	8103.22	7472.58	350.66	17.097
90°	-22.5°	8936.06	6738.88	312.00	16.282
90°	22.5°	8924.98	6798.12	314.84	15.763
90°	67.5°	8546.38	7441.18	57.14	8.9054
90°	122.5°	8675.1	7495.00	59.22	8.307

Tabla III. Muestra los valores medidos para distintas configuraciones angulares de los polarizadores α y β , expresados en grados. Para cada configuración, se presentan los conteos individuales en cada detector (N_A y N_B), el número de coincidencias registradas (C_{Coin}) y la incertidumbre estadística asociada. Estos datos son fundamentales para calcular las funciones de correlación $E(\alpha, \beta)$ y, a partir de ellas, el parámetro de Bell tipo CHSH, con el fin de evaluar posibles violaciones a la desigualdad de Bell.

3.4.4 Resultados

La medición de $E(\alpha, \beta)$ requiere el conteo de coincidencias para intervalos iguales con los polarizadores puestos en cuatro diferentes formas, al medir las probabilidades de esta manera hacemos la suposición de que el flujo de pares de fotones es el mismo en cada intervalo y no depende de la configuración del polarizador. La *Tabla III*, resume los valores promedio de las correlaciones medidas para las diferentes combinaciones de ángulos de polarización utilizadas en el experimento.

$$E(\alpha, \beta) = -0.48036 \pm 0.0409$$

$$E(\alpha, \beta') = 0.40887 \pm 0.0415$$

$$E(\alpha', \beta) = -0.6879 \pm 0.0420 \quad (3.20)$$

$$E(\alpha', \beta') = -0.6677 \pm 0.0399$$

$$S = -2.2449 \pm 0.0821 \quad (3.21)$$

Se observa una violación estadísticamente significativa de la desigualdad de Bell, con un valor del parámetro S que excede el límite clásico por casi 3 desviaciones estándar (3σ). Esta violación constituye evidencia contundente contra las teorías de variables ocultas locales y a favor de la naturaleza no—local de las correlaciones cuánticas. La suposición de un flujo constante de pares de fotones en cada intervalo de medición es crucial para garantizar la validez estadística y la consistencia temporal de las correlaciones medidas.

Cabe destacar que el parámetro de Bell, S , no posee un significado físico directo en sí mismo; su importancia radica en su papel como una construcción matemática diseñada para poner a prueba la validez de las teorías de variables ocultas locales. En particular, la desigualdad de Bell tipo *CHSH* establece que, bajo los supuestos del realismo local, debe cumplirse que $|S| \leq 2$. Por lo tanto, si en un experimento se obtiene un valor de $|S| > 2$, se considera una violación de la desigualdad, lo cual indica que las predicciones de la mecánica cuántica —que permiten $|S| \leq 2\sqrt{2}$ para ciertos ángulos— no pueden ser explicadas por ninguna teoría que asuma simultáneamente localidad y realismo. En consecuencia, este resultado constituye una validación experimental del entrelazamiento cuántico, reafirmando que la mecánica cuántica proporciona una descripción precisa y completa de la naturaleza, incluso a niveles fundamentales donde las intuiciones clásica fallan.

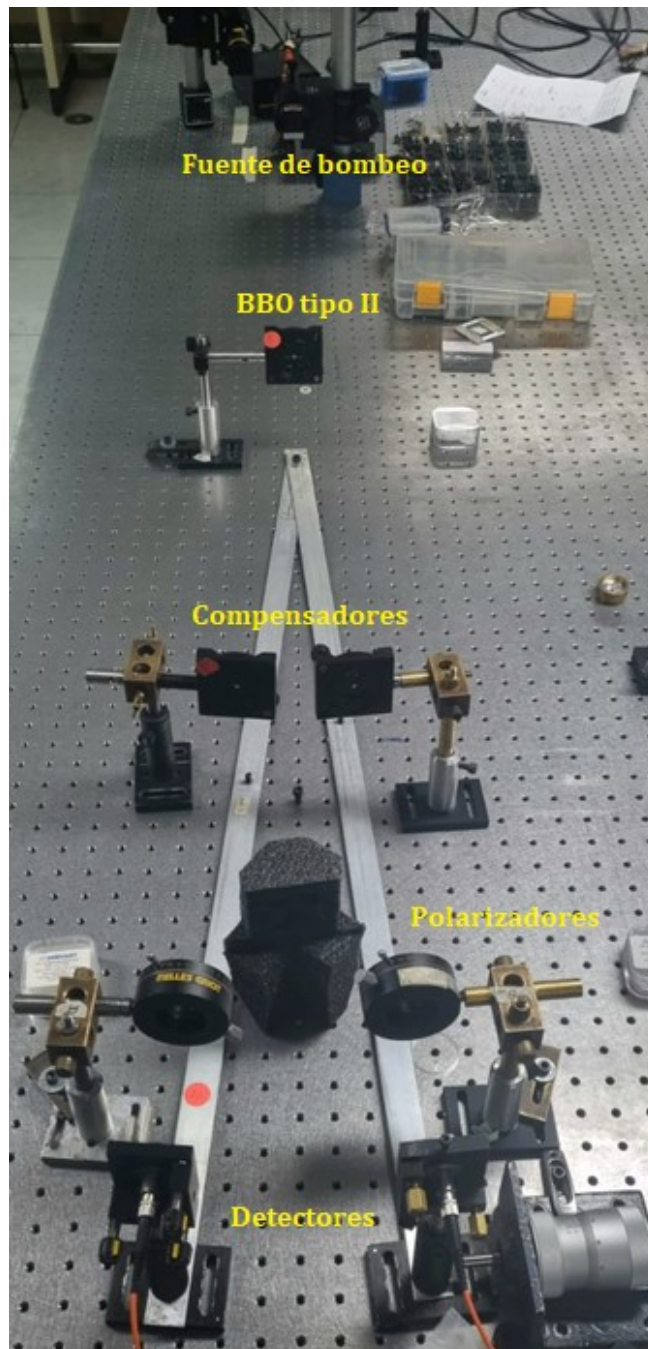


Figura 4. Fotografía del arreglo experimental para medir el parámetro de Bell. Los fotones infrarrojos creados por SPDC atraviesan cristales BBO tipo II de dimensiones 5x5x1mm colocados en cada riel con su eje principal rotado 90° con respecto al eje principal del cristal de bombeo, con la finalidad de compensar el desfase generado por el cristal de bombeo y con ello asegurar máximo enredamiento. Un aspecto importante para considerar es que los ángulos que forman los polarizadores con respecto a la vertical coincidan con nuestro sistema de referencia.

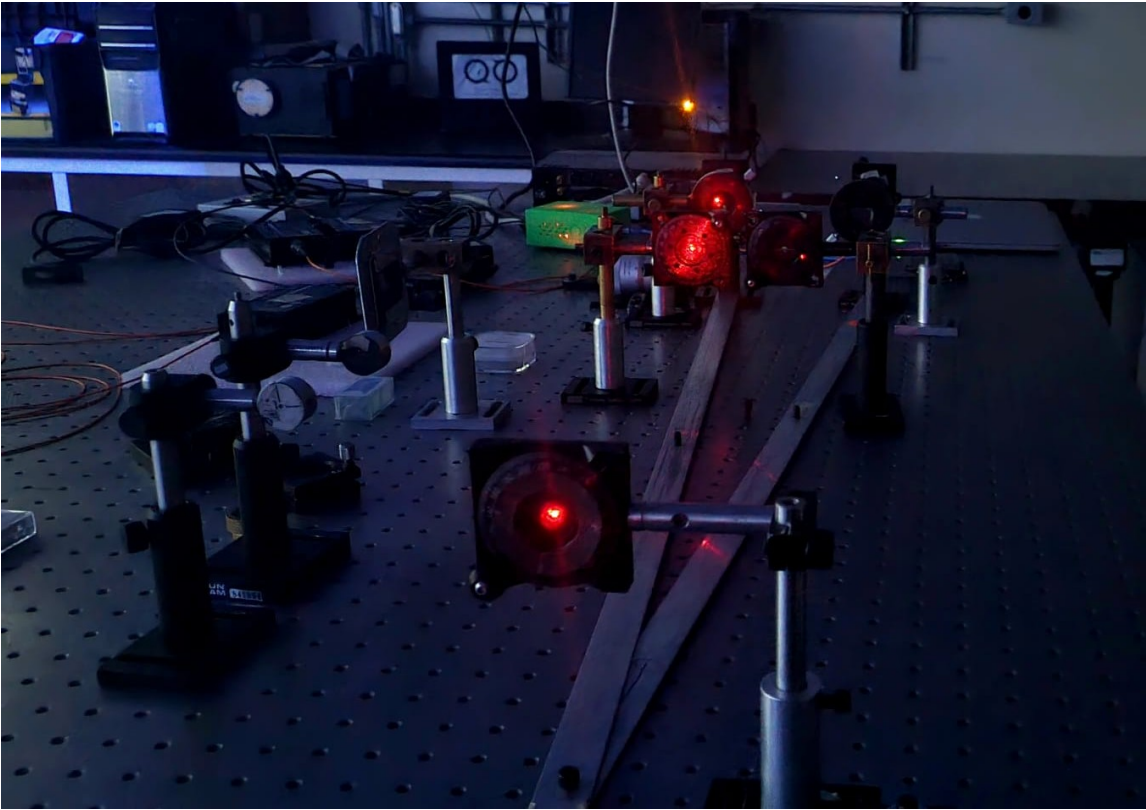


Figura 5. Fotografía durante el proceso de alineación de los cristales compensadores de fase, utilizando un láser auxiliar rojo.

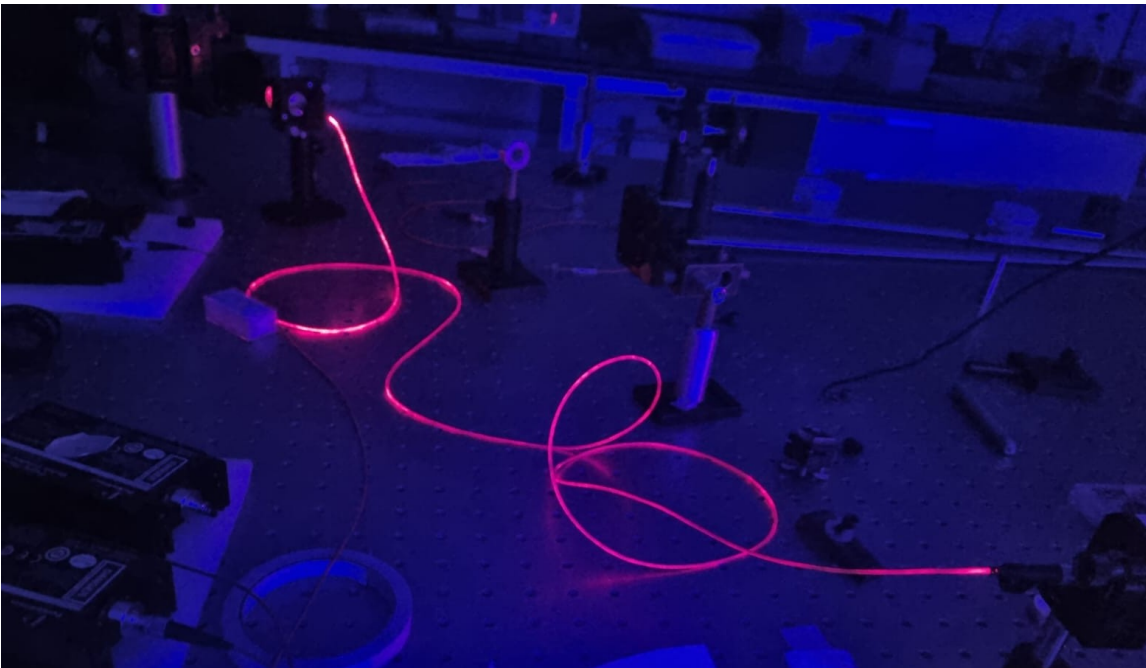


Figura 6. Fotografía de la alineación de uno de los colectores de luz del sistema de detección.

3.5 Tomografía cuántica

La principal tarea es mostrar que Alice puede dirigir el estado de Bob dependiendo de la base de medición que ella escoja de un conjunto preseleccionado de las mediciones posibles proyectando el estado de Bob en distintas bases de polarización. Para ello hemos planteado efectuar un proceso de tomografía cuántica al estado de Bob y obtener una medición de la matriz de densidad del estado del sistema lo que nos da información acerca de las probabilidades y la estadística de todos los resultados posibles y así asegurar que Alice ha logrado afectar el estado de Bob de forma no local. La base común de los experimentos es una fuente de fotones entrelazados en polarización, basada en el método de conversión paramétrica descendente espontánea (*SPDC*) [5] y un arreglo óptico basado mayoritariamente en elementos lineales, que controla la polarización y la fase relativa de los estados fotónicos generados. El proceso de dominar estas técnicas para controlar los estados cuánticos de la luz representa un resultado importante en sí mismo, y el arreglo experimental que se desarrollará se ilustra en la figura 7.

La luz polarizada es descrita por vectores de Jones y los elementos ópticos lineales son representados por matrices de Jones, entonces cuando la luz atraviesa un elemento óptico, el resultado de polarización a la salida es el producto de la matriz de Jones y el vector de Jones de la luz incidente. Los vectores de estado de polarización lineal vertical y horizontal son:

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Los efectos de las placas de cuarto y de media onda cuyos ejes rápidos están a ángulos q y h con respecto al eje vertical, respectivamente, están dadas por las matrices 2×2 :

$$\hat{U}_{\text{QWP}}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i - \cos(2q) & \text{sen}(2q) \\ \text{sen}(2q) & i + \cos(2q) \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\hat{U}_{\text{HWP}}(h) = \begin{pmatrix} \cos(2h) & \text{sen}(2h) \\ \text{sen}(2h) & -\cos(2h) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Debemos notar que el estado proyectado correspondiente a un conjunto particular de ángulos de las placas de ondas $\{q_{1,v}, h_{1,v}, h_{2,v}, q_{2,v}\}$ se denota por el ket $|\psi_v\rangle$; entonces la medición proyectiva se representa por el operador $\hat{\mu}_v = |\psi_v\rangle\langle\psi_v|$. En consecuencia, el número promedio del conteo de coincidencias que se observara en una corrida del experimento es:

$$n_v = \mathcal{N} \langle \psi_v | \hat{\rho} | \psi_v \rangle \quad (3.23)$$

$$|\psi_v\rangle = \hat{U}_{\text{QWP}}(q_1) \cdot \hat{U}_{\text{QWP}}(q_2) \cdot \hat{U}_{\text{HWP}}(h_1) \cdot \hat{U}_{\text{HWP}}(h_2) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |H\rangle_1 |V\rangle_2 + |V\rangle_1 |H\rangle_2 \} \quad (3.24)$$

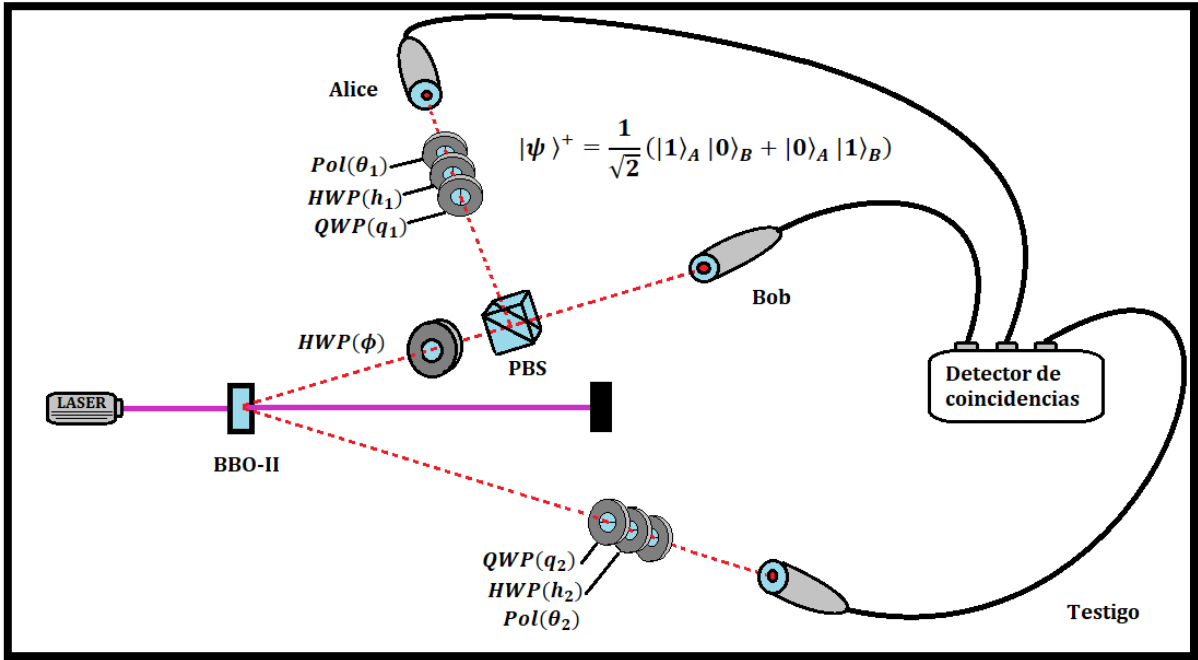


Figura 7. Esquema experimental. Aquí QWP (quarter-wave-plate) representa una placa de cuarto de onda y HWP (half-wave-plate) una placa de media onda. Los ángulos de las placas de ondas pueden configurarse independientemente lo que produce cuatro grados de libertad en el experimento. LA HWP orientada a 22.5° rota la polarización del fotón individual 45° . El PBS (polarizing beam splitter) representa un divisor de haz polarizante usado para separar las componentes de polarización.

El proceso algebraico para obtener el operador de densidad de un sistema de dos qubits [55] consiste en convertir la matriz (4×4) $\hat{\rho}$, en un vector columna de 16 componentes. Para lograrlo, se introduce un conjunto de 16 matrices $\{\hat{\Gamma}_\nu\}$ linealmente independientes que satisfacen las siguientes propiedades de ortonormalidad:

$$\text{Tr}\{\hat{\Gamma}_\nu \cdot \hat{\Gamma}_\mu\} = \delta_{\nu,\mu} \quad (3.25)$$

$$\hat{A} = \sum_{\nu=1}^{16} \hat{\Gamma}_\nu \text{Tr}\{\hat{\Gamma}_\nu \cdot \hat{A}\} \quad (3.26)$$

donde \hat{A} es una matriz arbitraria. El conjunto de matrices $\hat{\Gamma}_\nu$ constituyen una base ortonormal de los generadores del algebra de Lie $\text{su}(2) \otimes \text{su}(2)$ y se constituyen por el conjunto tensorial de productos de matrices de Pauli extendidas de un sistema de dos qubits $\hat{\sigma}_i \otimes \hat{\sigma}_j$ ($i, j = 0, 1, 2, 3$). Usando esta base, la matriz de densidad puede escribirse como una expansión lineal:

$$\hat{\rho} = \sum_{\nu=1}^{16} \hat{\Gamma}_\nu r_\nu \quad (3.27)$$

Donde los coeficientes r_ν constituyen las componentes del vector de Bloch generalizado de 16 dimensiones y están dados por:

$$r_v = \text{Tr}\{\hat{\Gamma}_v \cdot \hat{\rho}\}, \quad (3.28)$$

sustituyendo la ec. (3.27) en

$$n_v = \mathcal{N} \langle \psi_v | \hat{\rho} | \psi_v \rangle, \quad (3.29)$$

Obtenemos la siguiente relación lineal entre el conteo de coincidencias medido n_v y los elementos del vector r_μ :

$$n_v = \mathcal{N} \sum_{\mu=1}^{16} B_{v,\mu} r_\mu \quad (3.30)$$

donde la matriz 16×16 $B_{v,\mu}$, esta dada por:

$$B_{v,\mu} = \langle \psi_v | \hat{\Gamma}_\mu | \psi_v \rangle, \quad (3.31)$$

podemos invertir la ec. (3.30) para obtener

$$r_v = (\mathcal{N})^{-1} \sum_{\mu=1}^{16} (B)^{-1}_{v,\mu} n_\mu \quad (3.32)$$

Finalmente sustituyendo en (3.27) obtenemos

$$\hat{\rho} = (\mathcal{N})^{-1} \sum_{v=1}^{16} \hat{M}_v n_v \quad (3.33)$$

Donde las 16 matrices 4×4 \hat{M}_v se definen como:

$$\hat{M}_v = \sum_{\mu=1}^{16} (B)^{-1}_{v,\mu} \hat{\Gamma}_\mu \quad (3.34)$$

La introducción de las matrices \hat{M}_v permiten una reconstrucción de tomografía lineal. Algunas propiedades útiles que obedecen estas matrices:

$$\langle \psi_\mu | \hat{M}_v | \psi_\mu \rangle = \sum_{\lambda} \langle \psi_\mu | \hat{\Gamma}_\lambda | \psi_\mu \rangle (B)^{-1}_{\lambda,v} \quad (3.35)$$

de (3.31) tenemos que $\langle \psi_\mu | \hat{\Gamma}_\lambda | \psi_\mu \rangle = B_{\mu,\lambda}$. Obteniendo como resultado:

$$\langle \psi_\mu | \hat{M}_v | \psi_\mu \rangle = \delta_{\mu,v}, \quad (3.36)$$

si denotamos la base del espacio de Hilbert de cuatro dimensiones por $\{|i\rangle$ ($i = 1, 2, 3, 4$)}. La ecuación (3.33) puede escribirse como:

$$\langle i | \hat{\rho} | j \rangle = \sum_{k,l} \sum_v \langle i | \hat{M}_v | j \rangle \langle \psi_v | k \rangle \langle l | \psi_v \rangle \langle k | \hat{\rho} | l \rangle,$$

(3.37)

Y debido a que esta relación es válida para estados arbitrarios $\hat{\rho}$, se obtiene

$$\sum_{\nu} \langle i | \hat{M}_{\nu} | j \rangle \langle \psi_{\nu} | k \rangle \langle l | \psi_{\nu} \rangle = \delta_{i,k} \delta_{j,l} \quad (3.38)$$

contrayendo sobre los índices (i, j) obtenemos:

$$\sum_{\nu} \text{Tr}\{\hat{M}_{\nu}\} |\psi_{\nu}\rangle \langle \psi_{\nu}| = \hat{I} \quad , \quad (3.39)$$

por otro lado, contrayendo (3.38) en los subíndices (k, l) :

$$\sum_{\nu} \langle i | \hat{M}_{\nu} | j \rangle = \delta_{i,j} \quad (3.40)$$

lo que es equivalente a la matriz identidad:

$$\sum_{\nu} \hat{M}_{\nu} = \hat{I} \quad , \quad (3.41)$$

Utilizando (3.39) para obtener el valor del parámetro \mathcal{N} .

$$\sum_{\nu} \text{Tr}\{\hat{M}_{\nu}\} |\psi_{\nu}\rangle \langle \psi_{\nu}| \hat{\rho} = \hat{\rho} \quad (3.42)$$

Y tomando la traza de esta expresión y multiplicando por \mathcal{N} , se obtiene:

$$\sum_{\nu} \text{Tr}\{\hat{M}_{\nu}\} n_{\nu} = \mathcal{N} \quad (3.43)$$

Por lo tanto, el valor del parámetro desconocido \mathcal{N} en nuestro experimento esta dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= \sum_{\nu=1}^4 n_{\nu} \\ &= \mathcal{N} (\langle \text{HH} | \hat{\rho} | \text{HH} \rangle) + (\langle \text{HV} | \hat{\rho} | \text{HV} \rangle) + (\langle \text{VH} | \hat{\rho} | \text{VH} \rangle) + (\langle \text{VV} | \hat{\rho} | \text{VV} \rangle) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Finalmente, [55] la expresión para la reconstrucción tomográfica de la matriz de densidad del estado es:

$$\hat{\rho} = \left(\sum_{\nu=1}^{16} \hat{M}_{\nu} n_{\nu} \right) / \left(\sum_{\nu=1}^4 n_{\nu} \right) \quad (3.45)$$

3.5.1 Resultados

Calculamos la matriz de densidad a partir de la ec. (3.45) y tomando los promedios de los conteos de coincidencias de cada medición n_{ν} reportados en la tabla IV, con desviación estándar promedio de $\delta = 21.2762$.

Tabla IV. Se muestran los estados utilizados en el análisis de tomografía cuántica de nuestro experimento. El número de conteo de coincidencias medidos en mediciones proyectivas proporcionan un conjunto de 16 datos que permiten estimar la matriz de densidad del estado de dos modos. Donde $|\mathbf{D}\rangle = (|\mathbf{H}\rangle + |\mathbf{V}\rangle)/\sqrt{2}$, $|\mathbf{L}\rangle = (|\mathbf{H}\rangle + i|\mathbf{V}\rangle)/\sqrt{2}$ y $|\mathbf{R}\rangle = (|\mathbf{H}\rangle - i|\mathbf{V}\rangle)/\sqrt{2}$. h_1 y q_1 representan los ángulos de las placas de media onda y de cuarto de onda respectivamente en el modo 1.

ν	Modo 1	Modo 2	h_1	q_1	h_2	q_2	n_ν
1	$ \mathbf{H}\rangle$	$ \mathbf{V}\rangle$	45°	0°	45°	0°	475.18
2	$ \mathbf{H}\rangle$	$ \mathbf{V}\rangle$	45°	0°	0°	0°	450.04
3	$ \mathbf{V}\rangle$	$ \mathbf{V}\rangle$	0°	0°	0°	0°	477.31
4	$ \mathbf{V}\rangle$	$ \mathbf{H}\rangle$	0°	0°	45°	0°	493.91
5	$ \mathbf{R}\rangle$	$ \mathbf{H}\rangle$	22.5°	0°	45°	0°	251.66
6	$ \mathbf{R}\rangle$	$ \mathbf{V}\rangle$	22.5°	0°	0°	0°	242.65
7	$ \mathbf{D}\rangle$	$ \mathbf{V}\rangle$	22.5°	45°	0°	0°	157.12
8	$ \mathbf{D}\rangle$	$ \mathbf{H}\rangle$	22.5°	45°	45°	0°	292.72
9	$ \mathbf{D}\rangle$	$ \mathbf{R}\rangle$	22.5°	45°	22.5°	0°	294.08
10	$ \mathbf{D}\rangle$	$ \mathbf{D}\rangle$	22.5°	45°	22.5°	45°	376.16
11	$ \mathbf{R}\rangle$	$ \mathbf{D}\rangle$	22.5°	0°	22.5°	45°	589.30
12	$ \mathbf{H}\rangle$	$ \mathbf{D}\rangle$	45°	0°	22.5°	45°	612.93
13	$ \mathbf{V}\rangle$	$ \mathbf{D}\rangle$	0°	0°	22.5°	45°	355.05
14	$ \mathbf{V}\rangle$	$ \mathbf{L}\rangle$	0°	0°	22.5°	90°	625.79
15	$ \mathbf{H}\rangle$	$ \mathbf{L}\rangle$	45°	0°	22.5°	90°	597.58
16	$ \mathbf{R}\rangle$	$ \mathbf{L}\rangle$	22.5°	0°	22.5°	90°	753.55

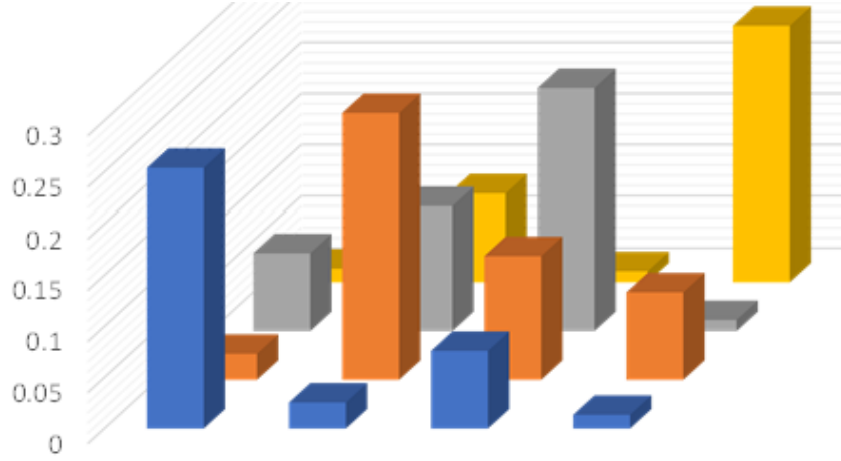


Figura (8). Representación gráfica de la parte Real de la matriz de densidad obtenida a partir de las mediciones experimentales obtenidas en la *Tabla IV*, el resultado es $\hat{\rho}$ en la expresión (3.46).

La matriz de densidad reconstruida a partir de la tomografía cuántica es:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.2539 & -0.0255 - i0.0159 & -0.0761 + i0.0144 & 0.0134 + i0.0807 \\ -0.0255 + i0.0159 & 0.2598 & -0.1211 + i0.0897 & -0.0857 - i0.0034 \\ -0.0761 - i0.0144 & -0.1211 - i0.0897 & 0.2365 & -0.01087 - i0.0443 \\ 0.0134 - i0.0807 & -0.08576 + i0.0034, & -0.01087 + i0.0443 & 0.2497 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Verificamos que la matriz de densidad es aproximadamente normalizada, ya que $Tr(\hat{\rho}) = 0.996$. También es hermítica, $\hat{\rho}^\dagger = \hat{\rho}$, pero al calcular los *eigenvalores* obtenemos $\{-1.822 - i 0.0427, 1.820 - i 0.068, 1.490 + i 0.032, -0.496 + i 0.079\}$. cuya suma da: $0.9927 - i 0.00007$. Esta presencia de *eigenvalores* con parte imaginaria y, en algunos casos, negativos, indica que la matriz no es físicamente válida, ya que no es semidefinida positiva. Esta propiedad es indispensable para representar estados cuánticos físicos, ya que los *eigenvalores* corresponden a probabilidades. Además, el valor de pureza de este estado, dado por $Tr\{\hat{\rho}^2\} = 0.2522$, es extremadamente bajo, lo cual sugiere una fuerte mezcla estadística. Esto puede deberse a la decoherencia, ruido en los detectores, conteos accidentales o una preparación inadecuada del estado. Debido a esto, realizamos una nueva tomografía a la preparación del estado justo después del cristal de bombeo, con la matriz de densidad reconstruida:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.2575 & 3.8656 - i4.0168 & 1.4054 + i1.5115 & 4.2914 + i2.3432 \\ 3.8656 + i4.0168 & 0.2701 & -8.9832 - i2.9478 & 1.5597 + i1.4718 \\ 1.4054 - i1.5115 & 8.9832 + i2.9478 & 0.2250 & 3.9575 - i4.0320 \\ 4.2914 - i2.3432 & 1.5597 - i1.4718 & 3.9575 + i4.0320 & 0.2472 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Sin embargo, el valor de pureza de este nuevo estado es $Tr\{\hat{\rho}^2\} = 0.24785$, prácticamente idéntico al anterior, por ello introducimos en el experimento dos cristales $\beta - BBO$ tipo II con la mitad del espesor del cristal de bombeo y orientados

perpendicularmente al eje principal del cristal de bombeo, colocados en cada riel del experimento. Esto con la finalidad de compensar el desfase temporal inducido por la birrefringencia del cristal entre las componentes ortogonales de polarización cuando se propagan a lo largo del cristal de bombeo.

Este ajuste permitió una mejor recombinación coherente entre las componentes ortogonales de polarización, y la nueva tomografía arrojó la siguiente matriz de densidad:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.4429 & -0.1559 - i0.5131 & 0.2266 + i0.7129 & 0.2510 + i1.0793 \\ -0.1559 + i0.5131 & 0.4853 & -1.3760 - i0.7737 & 0.2440 + i0.7277 \\ 0.2266 - i0.7129 & -1.3760 + i0.7737 & 0.0305 & 0.3250 - i0.8673 \\ 0.2510 - i1.0793 & 0.2440 - i0.7277 & 0.3250 + i0.8673 & 0.0411 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

El valor de pureza aumentó a $Tr\{\hat{\rho}^2\} = 0.4344$, lo cual indica una mejora significativa en coherencia del estado, aunque el sistema sigue describiéndose por una mezcla estadística. Este resultado sugiere que la decoherencia o las imperfecciones ópticas no se eliminaron por completo, pero si se mitigaron parcialmente.

Adicionalmente, para cuantificar qué tan cercano está el estado reconstruido a un estado ideal (por ejemplo, un estado de Bell), puede calcularse la fidelidad del estado con respecto al estado ideal:

$$F = \langle \Psi_{\text{ideal}} | \hat{\rho} | \Psi_{\text{ideal}} \rangle = Tr(\hat{\rho} | \Psi_{\text{ideal}} \rangle \langle \Psi_{\text{ideal}} |) \quad (3.49)$$

Lo cual ayuda a evaluar la calidad de la fuente y los efectos de las correlaciones inducidas en el sistema experimental. La fidelidad entre la matriz de densidad deconstruida de la expresión (3.49) y el estado de Bell $|\Psi^{(+)}\rangle$ definido en la expresión (3.11) es: $F = 0.616$.

Esto indica una coincidencia moderada con el estado de Bell ideal. Aunque no es perfecta, sí sugiere que el sistema tiene una componente significativa del estado entrelazado, aunque también puede haber una mezcla con otros estados o ruido experimental.

Para asegurar que la matriz de densidad reconstruida sea siempre físicamente válida (hermítica, normalizada y positiva semidefinida), utilizamos el metodo de reconstrucción por **máxima verosimilitud (Maximum Likelihood Estimation, MLE)**. Esta técnica garantiza que los resultados obtenidos representen verdaderamente estados cuánticos permitidos y minimiza el impacto de errores estadísticos en los conteos de coincidencias.

Para ello hay que asociar cada configuración (α, β) con un proyector cuántico $\hat{M}_v = |\varphi_v\rangle\langle\varphi_v|$ donde $|\varphi_v\rangle = |a_\alpha\rangle \otimes |b_\beta\rangle$, con:

$$\begin{aligned}
|a_\alpha\rangle &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |H\rangle + \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) |V\rangle, \\
|b_\beta\rangle &= \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) |H\rangle + \text{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right) |V\rangle,
\end{aligned}
\tag{3.50}$$

Luego, construir la función de verosimilitud:

$$\zeta(\rho) = \prod_v [Tr(\rho \hat{M}_v)]^{n_v},
\tag{3.51}$$

Donde n_v es el conteo de coincidencias medido experimentalmente para la proyección \hat{M}_v . Luego se maximiza el logaritmo:

$$\log \zeta(\rho) = \sum_v n_v \log (Tr(\rho \hat{M}_v)),
\tag{3.52}$$

Finalmente, optimizar numéricamente para la reconstrucción de la matriz de densidad.

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.1750 & 0.2096 + i 0.1248 & 0.1136 - i 0.1636 & 0.1976 - i 0.0782 \\ 0.2096 - i 0.1248 & 0.3401 & 0.0194 - i 0.2771 & 0.1810 - i 0.2346 \\ 0.1136 + i 0.1636 & 0.0194 + i 0.2771 & 0.2268 & 0.2014 + i 0.1340 \\ 0.1976 + i 0.0782 & 0.1810 + i 0.2346 & 0.2014 - i 0.1340 & 0.2581 \end{pmatrix}
\tag{3.53}$$

Esta matriz es hermítica, está normalizada y es semidefinida positiva (propiedad garantizada por la parametrización de Cholesky en el MLE). La fidelidad entre la matriz de densidad reconstruida y el estado de Bell $|\psi^{(+)}\rangle$ es $F = 0.887$. Este valor indica que el estado cuántico reconstruido tiene una alta fidelidad con respecto al estado de Bell ideal, lo cual es una evidencia fuerte de entrelazamiento cuántico cercano a un estado máximamente entrelazado.

El valor de pureza del estado cuántico reconstruido es $Tr\{\hat{\rho}^2\} = 0.802$, esto indica que el estado no es puramente cuántico ($pureza = 1$), sino que se encuentra en una mezcla parcialmente pura, lo cual es esperable en condiciones experimentales reales debido al ruido, decoherencia y otras imperfecciones en la preparación y detección del estado cuántico.

Dados los resultados experimentales obtenidos para medir el parámetro del Bell, expresión (Tabla III) es posible reconstruir la matriz de densidad que describe el estado del sistema. La matriz de densidad $\hat{\rho}$ reconstruida mediante el método de **Maximum Likelihood Estimation (MLE)** con tus datos experimentales es aproximadamente:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.0466 & -0.0349 & 0.0174 & 0.0014 \\ -0.0349 & 0.4738 & -0.2861 & -0.0186 \\ 0.0174 & -0.2861 & 0.4789 & 0.0117 \\ 0.0014 & -0.0186 & 0.0117 & 0.0007 \end{pmatrix}
\tag{3.54}$$

Esta matriz es hermítica, está normalizada y es semidefinida positiva, cuenta con una alta pureza, $Tr\{\hat{\rho}^2\} = 0.812$, la fidelidad entre la matriz de densidad reconstruida y el estado de Bell $|\psi^{(-)}\rangle$ es $F = 0.7625$.

El procedimiento introducido por Wootters [60], para calcular la concurrencia, inicia aplicando la operación *spin—flip* a la matriz de densidad ρ .

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad (3.55)$$

Donde ρ^* es la matriz conjugada compleja de ρ y $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. Luego se calcula el operador R:

$$R = \sqrt{\sqrt{\rho}\tilde{\rho}\sqrt{\rho}} \quad (3.56)$$

Luego calculando los valores propios $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ y λ_4 de R. Finalmente:

$$C(\rho) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}) \quad (3.57)$$

El valor de concurrencia obtenido, $C = 0.576$, indica que el estado cuántico reconstruido presenta un nivel moderado de entrelazamiento. Este resultado implica que los pares de fotones generados comparten correlaciones cuánticas genuinas, suficientes para violar una desigualdad de Bell, aunque no son un par perfectamente entrelazado con un grado máximo de enredamiento característico de un estado de Bell puro. Esta desviación puede atribuirse a imperfecciones experimentales, como desalineación óptica, ruido en la detección o decoherencia parcial del sistema. Aun así, el entrelazamiento presente es real y verificable, lo que confirma que el estado preparado experimentalmente posee propiedades no clásicas relevantes para aplicaciones en información cuántica.

Estos resultados obtenidos permiten concluir que los estados cuánticos generados en el experimento presentan entrelazamiento genuino. La fidelidad de $F=0.765$ supera el límite clásico $F=2/3$, lo que indica presencia de correlaciones no locales.

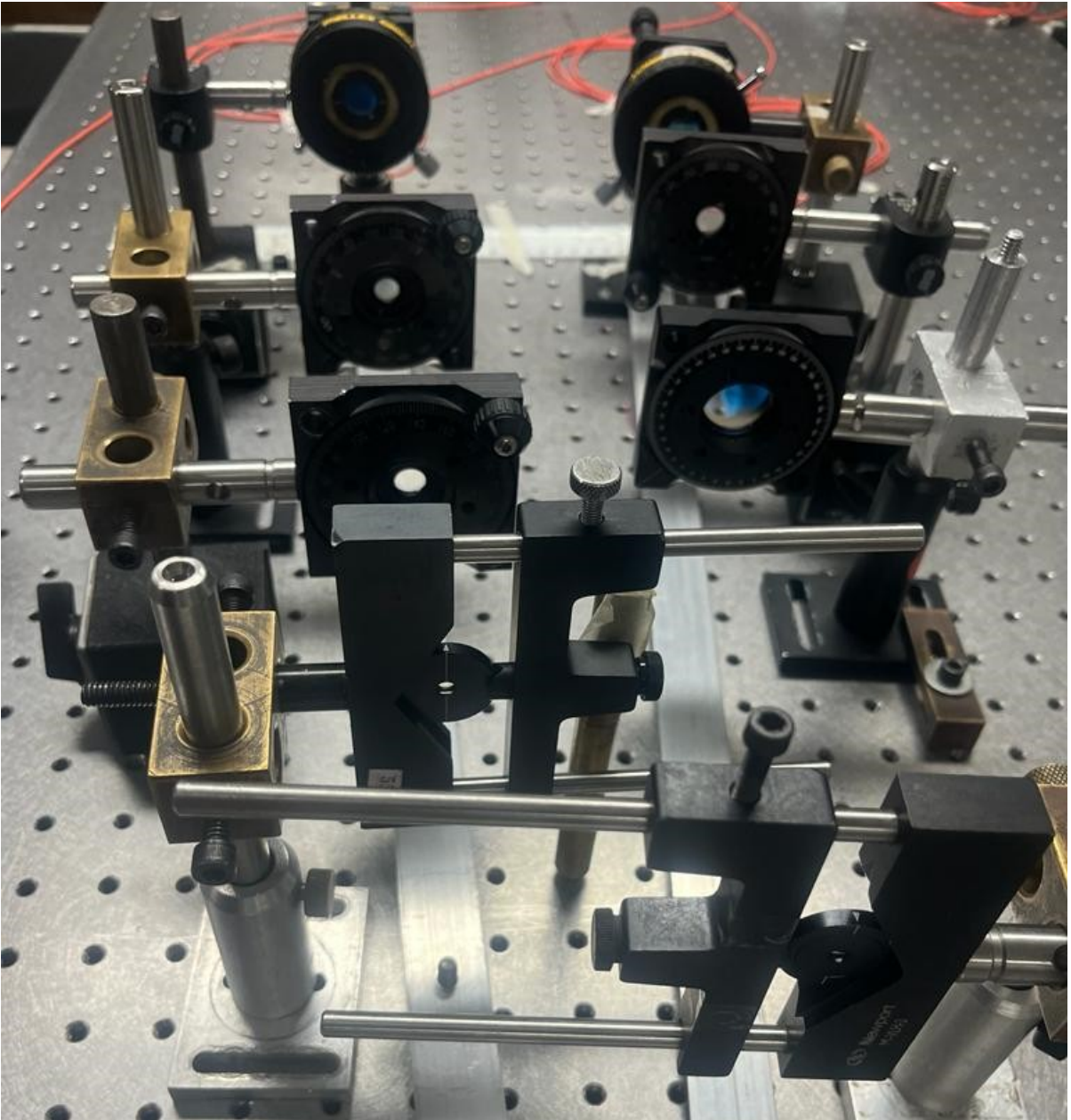


Figura 9. Fotografía del arreglo de tomografía cuántica correspondiente a la etapa de preparación de estados. Utilizando cristales compensadores β –BBO tipo II de dimensiones 5x5x1mm colocados en cada riel y orientados perpendiculares con respecto al eje principal del cristal de bombeo.

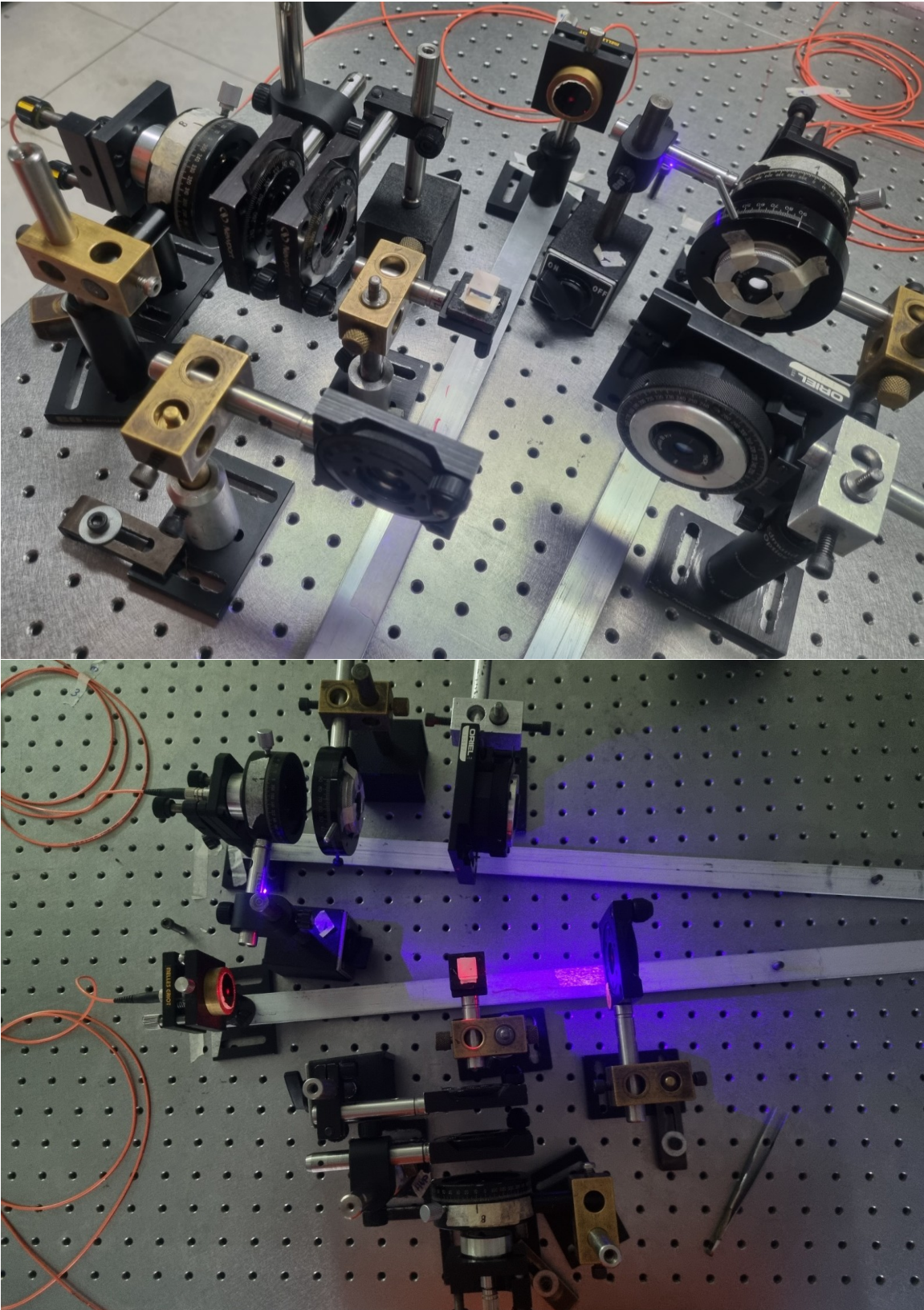


Figura 10. Fotografías de la alineación del arreglo de tomografía propuesto para determinar la matriz de densidad que describe el estado del sistema.

3.6 Steering cuántico de fotones individuales

Nuestra propuesta experimental ilustrada en la figura (11), tiene el principal objetivo de preparar el estado:

$$|\psi\rangle_{\text{photon}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle|V\rangle + |b\rangle|H\rangle) , \quad (3.58)$$

a la salida del divisor de haz polarizante (*PBS*), donde $|a\rangle$ y $|b\rangle$ son los probables caminos que el fotón puede seguir; $|H\rangle$ y $|V\rangle$ son las polarizaciones del fotón horizontal y vertical respectivamente. Usualmente en Óptica Cuántica los estados $|a\rangle$ y $|b\rangle$ representan los dos modos donde el fotón puede viajar después de atravesar un divisor de haz, es decir $|a\rangle = |0\rangle|1\rangle$ y $|b\rangle = |1\rangle|0\rangle$. La ecuación (3.58) representa un fotón individual entrelazado donde las variables dicotómicas son las polarizaciones ortogonales $|H\rangle$ y $|V\rangle$ y los modos espaciales $|a\rangle$ y $|b\rangle$. La preparación del estado expresado en la expresión (3.58) que consiste en el siguiente proceso: Primero el desarrollo de una fuente de fotones individuales basada en el proceso SPDC-II [19]. En este proceso un cristal no lineal tipo-II es bombeado por un láser violeta (405 nm) que actúa como fuente de bombeo, proporcionando los fotones de alta energía necesarios para excitar un cristal no lineal. Durante el proceso SPDC, fotones provenientes del láser violeta se convierten en pares de fotones de menor energía con polarizaciones ortogonales, lo que da lugar a pares de fotones con una longitud de onda de 810 nm, que se encuentra dentro del espectro infrarrojo. Tras su generación, los fotones que llamaremos testigo se dirigen a un detector (gate), que mide o dispara la detección de estos fotones, facilitando el tiempo o la sincronización en el experimento. En contraste, los fotones señal pasan a través de una placa de media onda (*HWP*) lo que nos permite balancear el número de cuentas en las salidas del divisor de haz polarizante (*PBS*), este elemento juega un papel crucial en la preparación del estado cuántico descrito por la ecuación (3.58). Específicamente, separa los fotones señal según su estado de polarización: los fotones reflejados con polarización vertical $|V\rangle$ siguen el camino $|a\rangle$, hacia Alice, mientras que los fotones con polarización horizontal $|H\rangle$ viajan a lo largo del camino $|b\rangle$ hacia el subsistema de Bob. Aprovechando la dispersión de la función de onda en la configuración de medición de dos detectores por el efecto Handbury—Brown—Twiss podemos controlar el estado del subsistema de Bob. Esto se logra manipulando la polarización de los fotones reflejados utilizando una placa de media onda (*HWP*), que ajusta el estado de polarización de los fotones reflejados. Una vez que la polarización está establecida, los fotones se proyectan a través de un filtro polarizador antes de ser medidos por el fotodetector. Esto permite un control completo sobre el estado de polarización de los fotones en el subsistema de Alice. Combinado con la elección de la base de medición de Alice, esta característica permite dirigir el estado de polarización en el subsistema de Bob sin interacción directa, lo que aumenta la probabilidad de que Bob detecte fotones con polarización vertical.

Steering Bob subsystem

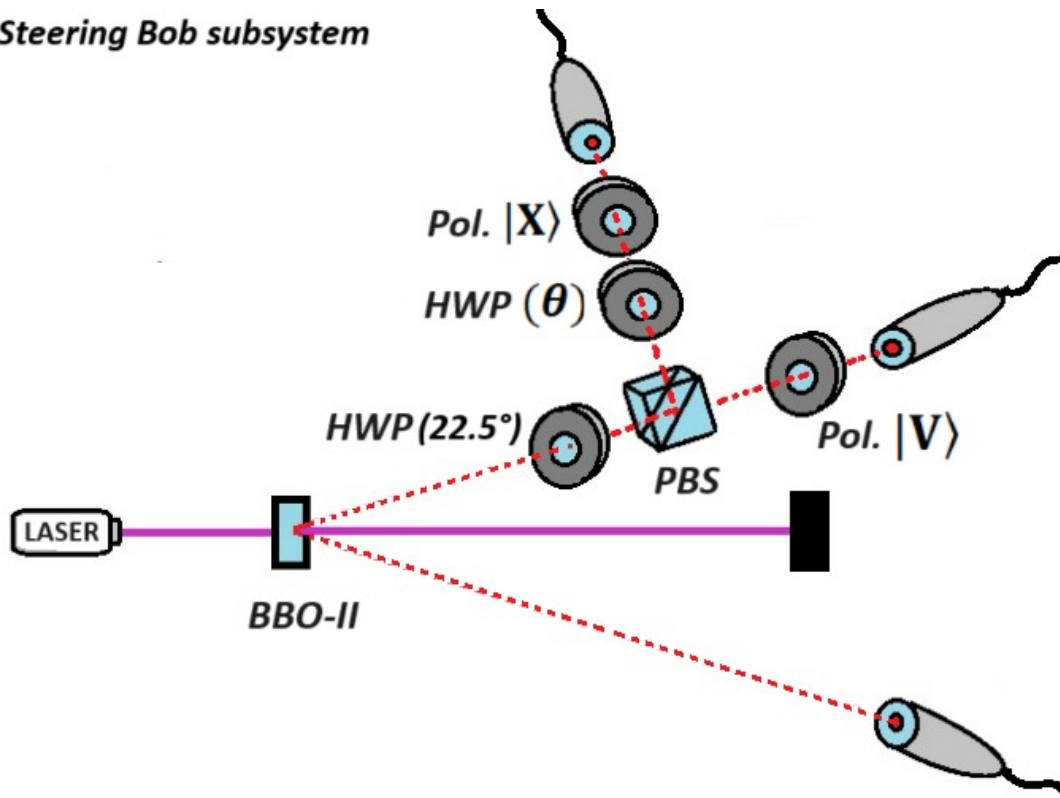


Figura (11). **Configuración Experimental.** Utilizamos una fuente de pares de fotones basada en el proceso SPDC—II. Los componentes principales incluyen un láser violeta (405 nm) que excita un cristal no lineal tipo II (*BBO—II*). En el experimento, los fotones testigo se dirigen al detector gate, mientras que los fotones señal pasan a través de una placa de media onda *HWP(22.5°)* y luego hacia un divisor de haz polarizador (*PBS*). Se emplea una segunda placa de media onda (*HWP*) para controlar la polarización de los fotones reflejados. Posteriormente, los polarizadores (*Pol.*) proyectan el estado de polarización y realizan mediciones, permitiendo la detección de fotones mediante detectores de fotodiodo de avalancha (*APDs*) en los subsistemas de Alice y Bob. Esta configuración permite, en última instancia, la medición de la presencia o ausencia de fotones con una polarización específica. Es importante señalar que el detector se apaga para dar lugar a la propagación de la función de onda de fotones individuales entre los dos subsistemas (Alice y Bob).

El estado entrelazado de un fotón individual dado por la ec. (3.58) se parece a las cajas de Einstein con estados entrelazados dados (ver referencia [17]), lo que permite a Alice dirigir el estado de Bob. Para comprender esto, observe que si Alice decide medir la polarización de su sistema en la base *V—H* entonces las dos posibilidades que pueden ocurrir son:

- 1.- Sí Alice obtiene como resultado que su fotón tiene una polarización vertical, la función de onda colapsara hacia $|a\rangle|V\rangle$ esto es $|a\rangle = |1\rangle|0\rangle$, Alice obtiene el estado $|1\rangle$ y Bob obtiene el estado $|0\rangle$.

2.- Sin embargo, sí Alice no detecta nada, el vector de estado colapsará hacia $|\mathbf{b}\rangle|\mathbf{H}\rangle$ con el fotón en el subsistema de Bob. Esto es, $|\mathbf{b}\rangle = |\mathbf{0}\rangle|\mathbf{1}\rangle$, Alice obtiene el estado $|\mathbf{0}\rangle$ y Bob obtiene el estado $|\mathbf{1}\rangle$.

Partiendo del estado descrito por la ecuación (3.58) a la salida del *PBS*, estudiamos la interacción del estado con la placa de media onda (*HWP*) descrita por el operador unitario $\hat{U}_{HWP}(\theta_h) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta_h) & \text{sen}(2\theta_h) \\ \text{sen}(2\theta_h) & -\cos(2\theta_h) \end{pmatrix}$, que actúa sobre el camino A.

$$|\psi_v\rangle = \hat{U}_{HWP}(\theta_h) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |V\rangle_A |0\rangle_B + |0\rangle_A |H\rangle_B \}, \quad (3.59)$$

Recordando que cualquier operador aplicado al estado vacío resulta en el estado vacío, en la notación de Jones tenemos:

$$|\psi_v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} \cos(2\theta_h) & \text{sen}(2\theta_h) \\ \text{sen}(2\theta_h) & -\cos(2\theta_h) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} |0\rangle_B + |0\rangle_A |H\rangle_B \right\} \quad (3.60)$$

El efecto de la placa de ondas (*HWP*) produce la rotación de las componentes de polarización de los fotones polarizados verticalmente que se reflejan por el divisor de haz polarizante (*PBS*), introduciendo también componentes horizontales que dependen del ángulo θ_h .

$$|\psi_v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \text{sen}(2\theta_h) |H\rangle_A - \cos(2\theta_h) |V\rangle_A |0\rangle_B + |0\rangle_A |H\rangle_B \} \quad (3.61)$$

Analizando los pesos de las componentes de polarización Horizontales y Verticales en función del ángulo de la placa de media onda (figura 12), puede observarse que para el ángulo $\theta_h = 3\pi/8$, las componentes horizontales y verticales tienen el mismo peso, es decir el mismo número de cuentas, lo que se traduce en un estado de polarización diagonal, por lo tanto, el estado a la salida de la placa (*HWP*):

$$|\psi_v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A + |V\rangle_A) \cdot |0\rangle_B + |0\rangle_A |H\rangle_B \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |D\rangle_A |a\rangle + |H\rangle_B |b\rangle \} \quad (3.62)$$

Para el ángulo $\theta_h = 3\pi/8$, los fotones verticales reflejados por el *PBS* que viajan sobre el camino $|\mathbf{a}\rangle$ se convierten en fotones diagonales, mientras que en el camino $|\mathbf{b}\rangle$ perduran los fotones que se transmiten con polarización horizontal. Por otra parte, sí Alice escoge medir en otra base, por ejemplo, en la base de polarización diagonal $|\mathbf{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{V}\rangle + |\mathbf{H}\rangle)$ o en la base de polarización circular $|\mathbf{L}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{H}\rangle + i|\mathbf{V}\rangle)$ y $|\mathbf{R}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{H}\rangle - i|\mathbf{V}\rangle)$ entonces Alice puede dirigir el estado de Bob solo cambiando de base.

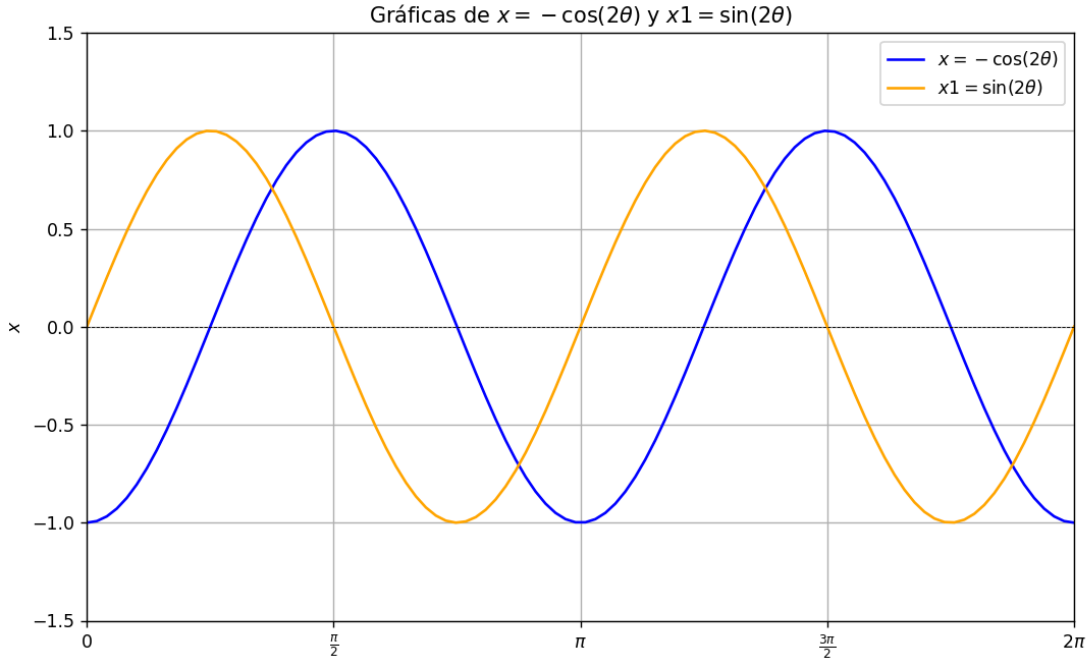


Figura (12). Efecto de placa de media onda (*HWP*) cuando inciden fotones con polarización lineal, x_1 es la función de amplitud de probabilidad de componentes de polarización horizontal, mientras que x es la función de las componentes de polarización vertical.

Por ejemplo, en el primer caso es posible escribir el estado en términos de una nueva base de polarización (diagonal) como:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|V\rangle|a\rangle + |H\rangle|b\rangle\} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|D\rangle(|a\rangle + |b\rangle) - |A\rangle(|a\rangle - |b\rangle)\} \quad (3.63)$$

Luego, de la misma forma que en la expresión (3.60), el estado interactúa con la placa de ondas (*HWP*) sobre el camino $|a\rangle$:

$$|\psi_1\rangle = \hat{U}_{HWP}(\theta_h) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\{|D\rangle(|a\rangle + |b\rangle) - |A\rangle(|a\rangle - |b\rangle)\} \quad (3.64)$$

Donde $\hat{U}_{HWP}(\theta_h) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta_h) & \sin(2\theta_h) \\ \sin(2\theta_h) & -\cos(2\theta_h) \end{pmatrix}$, y actúa sobre el camino $|a\rangle$ mientras que en el camino $|b\rangle$ no causa ningún efecto. Para fotones con polarización lineal el efecto de la placa de media onda (*HWP*) es rotar la polarización $2\theta_h$. Entonces el estado de fotones que obtenemos a la salida de la placa de ondas se describe como un fotón que se encuentra en una superposición de componentes de polarización $|H\rangle$ y $|V\rangle$ con amplitudes de probabilidad que dependen del ángulo θ_h de la placa de media onda (*HWP*) y al mismo tiempo en una superposición de caminos $|a\rangle$ y $|b\rangle$. Lo que se interpreta como un fotón con polarización diagonal en una superposición de caminos $|a\rangle + |b\rangle$. Esta expresión (3.64), es relevante porque es matemáticamente posible que

los fotones que inicialmente son transmitidos por el *PBS* en el camino $|b\rangle$, viajan con polarización horizontal cambien su estado de polarización despues de atravesar el *PBS*, la manipulación y medición del subsistema de Alice tiene la habilidad de controlar el estado de polarización de los fotones en el subsistema de Bob de forma no local. En este esquema, Alice tiene control total de la preparación del estado de fotones individuales, a través de una placa de media onda (*HWP*) puede rotar las componentes de polarización (vertical) reflejadas por del *PBS* y posteriormente realizar una medición proyectiva eligiendo una base de medición.

4.- Superposición de propiedades de onda y partícula en estados individuales de fotones: interferencia y comunicación.

Estudiamos la superposición de estados de onda y partícula en estados de fotones individuales. Analizamos la interferencia de dicha superposición y medimos la visibilidad de la interferencia para los casos onda–partícula, onda–onda y partícula–partícula, con pesos iguales. Mostramos que la pérdida de visibilidad en la interferencia es consistente con el borrado cuántico debido al aumento de la proporción de estados de partícula en la superposición. Además, los estados caóticos cuánticos presentan una pérdida de visibilidad con esta superposición, de acuerdo con lo esperado por las predicciones teóricas.

4.1 Onda cuántica asociada a una partícula

Una onda cuántica proviene de la propagación de una partícula asociada a más de una trayectoria. Por ejemplo, la onda que se puede construir a partir del estado de salida de una partícula que cruza un divisor de haz.

$$|\psi\rangle_o = C_t | \mathbf{1} \rangle_t + i C_r | \mathbf{1} \rangle_r \quad (4.1)$$

Esta onda es la superposición de dos estados de partícula, cada una yendo por el camino transmitido y reflejado simultáneamente. En cambio, un estado tiene comportamiento de partícula, si podemos asegurar que se transmite únicamente por el camino \mathbf{t} o el camino \mathbf{r} , por ejemplo:

$$|\psi\rangle_{pt} = | \mathbf{1} \rangle_t \quad (4.2)$$

$$|\psi\rangle_{pr} = | \mathbf{1} \rangle_r \quad (4.3)$$

Si ponemos un detector en cada una de las salidas del divisor de haz para los estados de onda, encontraremos que solo uno de los detectores registrará al fotón, aunque esto no quiere decir que exista un comportamiento premeditado por parte de los fotones

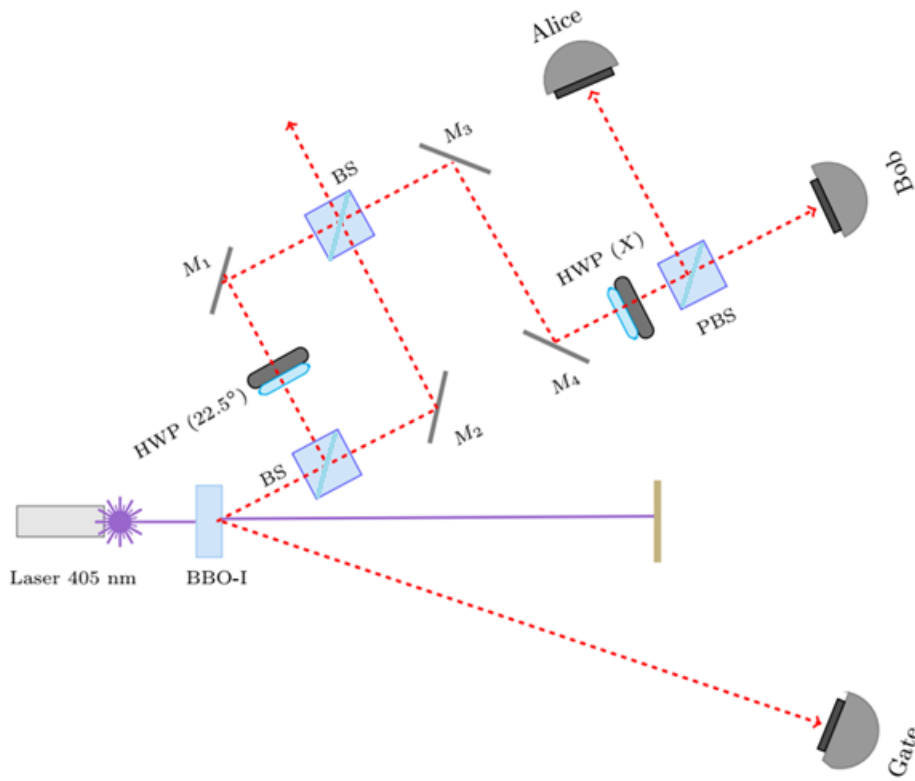


Figura (17). Configuración experimental para obtener interferencia a partir de estados de superposición onda-partícula. Este montaje consta de tres etapas: la primera es la fuente de pares de fotones individuales; la segunda implica la generación de la superposición dentro de un interferómetro de Mach—Zehnder; y la tercera consiste en la producción de la interferencia y su detección.

individuales. Es decir, que, si un fotón que cruza el divisor de haz es registrado finalmente en el detector transmitido, no quiere decir que podamos seguir su trayectoria como partícula haciendo el tiempo hacia atrás. Definimos un estado como la superposición del estado de onda y partícula con igual amplitud de probabilidad de la siguiente manera:

$$|\psi\rangle_{op} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi\rangle_{pt} + |\psi\rangle_o) \quad (4.4)$$

La Fig. (17) muestra el arreglo experimental para la construcción de la superposición (4.4) y la interferencia que producen a través de un divisor de haz polarizante. Para ello se utiliza un experimento similar al de anti—correlación de P. Grangier [22]. Utilizando una fuente de pares de fotones a partir de un cristal tipo BBO—I que al ser excitado por un láser de color violeta (405 nm) produce pares de fotones con polarización horizontal en el infrarrojo cercano (810 nm). Los fotones que se producen de esta manera cumplen con el criterio de anti—correlación de Grangier. La función de correlación de segundo orden, en este caso, tiene un valor que asegura su estado cuántico individual, $g^{(2)}(0) = 0.02 \pm 0.01$. Los fotones señal son dirigidos a un interferómetro Mach—Zehnder (MZI), donde en uno de los brazos del interferómetro se coloca una lámina de

media onda (*HWP1*) para rotar la polarización de esa componente del fotón. Así, podemos decir que por uno de los brazos del interferómetro se desplaza un estado diagonal del fotón $|\mathbf{D}\rangle$, mientras que por el otro viaja un estado de partícula $|\mathbf{H}\rangle$. De esta manera, el estado de superposición onda—partícula sale del MZI. Este estado es conducido por un par de espejos hacia una segunda lámina de media onda (*HWP2*) y un divisor de haz polarizante (*PBS*). Del *PBS2* salen estados de la forma:

$$|\psi\rangle_{op} = \frac{1}{2} (|\psi\rangle_{pt} + |\psi\rangle_o) \quad (4.5)$$

Este estado es dirigido a un divisor de haz polarizante, previo paso por una segunda lámina de media onda. Esta última se ocupa para retardar las fases entre los dos componentes que obedecen a la polarización. Cada uno de los fotones que salen de la *HWP2* es comparado en coincidencia con su fotón testigo para asegurar que los efectos encontrados se refieren únicamente a la superposición de dos estados (onda y partícula) del mismo fotón señal. Sabemos que el arreglo de interferencia MZI es equivalente al arreglo de un *PBS* y una lámina de media onda [47].

Sin tomar en cuenta el carácter de onda y partícula de los estados con polarización horizontal, la probabilidad de registrar fotones con esa polarización es del 75%, mientras que la probabilidad de registrar fotones con polarización vertical es del 25%. Las probabilidades de encontrar a los fotones a la salida de este interferómetro son:

$$P_{Bob} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{sen}(\theta) \quad (4.6)$$

$$P_{Alice} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{sen}(\theta)$$

La Fig. (18) contiene los resultados de la interferencia de la superposición de los estados de onda y partícula de cada fotón individual. Ahí podemos observar que la interferencia entre los estados de onda con los estados de partícula, líneas negras del puerto transmitido, y la curva roja del estado reflejado cumplen con la teoría de (4.6). Por otra parte, las curvas azul (reflejado) y verde (transmitido) pertenecen al caso en que eliminamos la componente horizontal de tipo partícula. En ese caso, podemos decir que dejamos solo la componente de onda dirigiéndose al segundo divisor de haz. Como puede observarse, esta interferencia tiene una mayor visibilidad, lo que implica que la interferencia del estado de la superposición de onda con partícula perdió visibilidad cercana al 50%. El estado de partícula contribuye con una meseta de aproximadamente (en teoría 1/2). Quitar la contribución de la partícula produce que la interferencia tenga máxima visibilidad. La pérdida de visibilidad se debe a la superposición o mezcla de estados. En [47] se encontró que los estados que tienen un comportamiento caótico cuántico son aquellos que cumplen con una estadística de conteo de fotones en uno de los puertos de salida del *PBS*, con un factor de Fano de $F=1/4, 3/4$ [48, 49]. Los estados de fotones individuales que cruzan un *PBS* con diferentes componentes de polarización horizontal y vertical poseen varias estadísticas importantes.

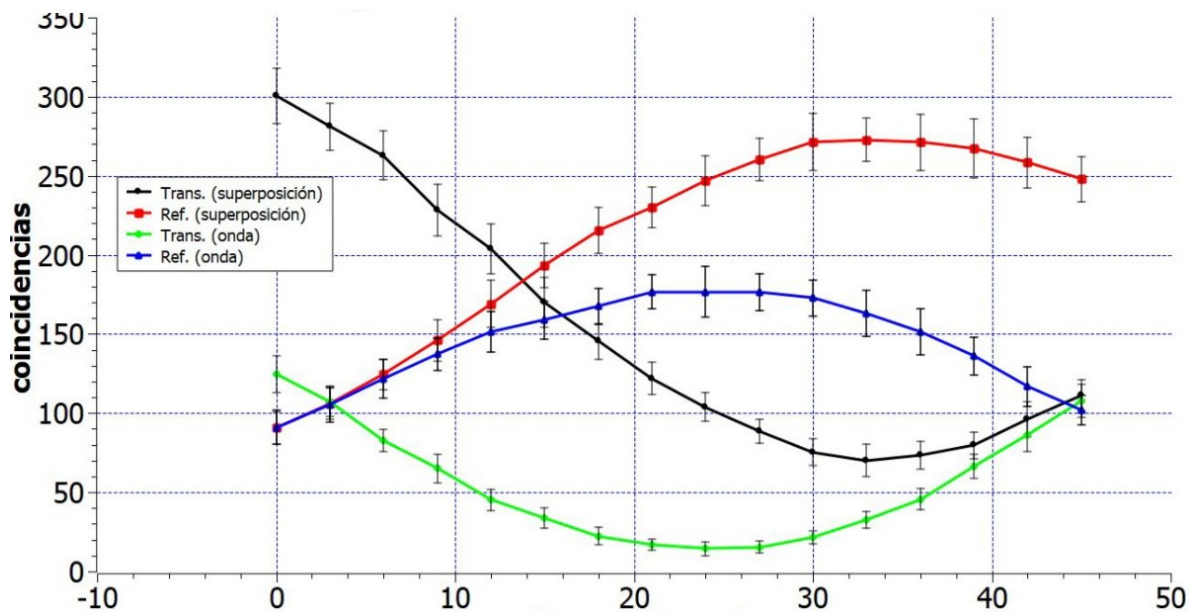


Figura (18). Patrones de interferencia de la superposición onda–partícula (curvas negra y roja) comparados con patrones de interferencia onda–onda. Estos últimos se obtienen al eliminar la componente de partícula $|H\rangle$.

Para cuando el factor de Fano es $F=1/2$ decimos que la estadística se debe a los estados de onda que se detectan aleatoriamente en cualquiera de los detectores ubicados en los puertos de salida. En cambio, cuando se aumenta la probabilidad de detección en alguno de los dos puertos, se tiende hacia una estadística ordenada. El límite se alcanza cuando todos los fotones son transmitidos y, por lo tanto, el factor de Fano es $F=0$.

El camino intermedio entre orden y aleatoriedad —es decir, el estado intermedio entre el comportamiento ondulatorio y el corpuscular— es lo que denominamos caos. Como se demuestra en [50], los estados mezcla de partículas que rebotan en un billar caótico triangular pierden su visibilidad en la interferencia cuando se les permite salir a través de una doble rendija en una de las caras del billar. En cambio, si el billar es regular, el patrón de interferencia tiene visibilidad máxima. Por otra parte, un fenómeno análogo ocurre cuando los niveles de energía cuánticos de núcleos atómicos con comportamiento caótico adquieren una estadística caótica, debido a que sus estados son superposiciones de muchos estados de la base de su Hamiltoniano. En contraste, los núcleos que no exhiben caos cuántico —los llamados núcleos regulares— presentan interferencia en sus niveles de energía, ya que sus estados poseen un mínimo grado de superposición [51, 52].

La Fig. (19) muestra casos adicionales en los cuales se ha eliminado parcialmente la componente cuántica de los estados que se desean mezclar. En cian y rosa se observan los patrones de interferencia transmitido y reflejado, después de eliminar la componente horizontal del estado de onda, observándose interferencia partícula–partícula. Esto produce una visibilidad aún menor que en los dos casos anteriores.

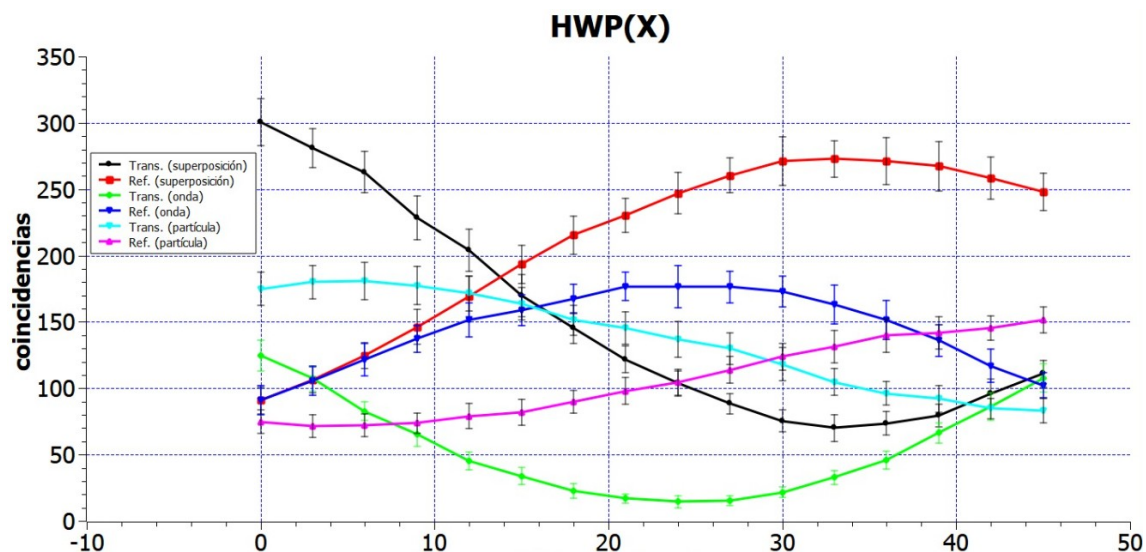


Fig. (19) En esta gráfica se incluyó el patrón de interferencia partícula—partícula (colores cian y rosa). Esto se logra quitando la componente horizontal del estado de onda.

Podemos decir con respecto a la Fig. (18) que la supresión de la componente de partícula influye en la medición de su patrón de interferencia, aumentando la impredecibilidad de la detección en cualquiera de los dos detectores a la salida. Como ya mencionamos, la presencia de partículas trae predicibilidad en las mediciones, es decir, las fluctuaciones en el conteo de fotones en cualquiera de los dos puertos de salida del *PBS* tienen una anchura menor cuando incluimos los estados de partícula. Los estados pasan de caóticos a aleatorios cuando quitamos la componente de partícula.

Estos resultados confirman que la rotación de la HWP controla la superposición coherente de los caminos, modificando la proyección del estado cuántico de polarización en la base del *PBS*. El conjunto Babinet—HWP—*PBS* actúa como un interferómetro controlable, donde el ángulo de la HWP permite explorar diferentes proyecciones del estado de polarización del fotón y, por tanto, diferentes grados de interferencia.

Las oscilaciones en las coincidencias son consistentes con la interferencia de amplitudes de probabilidad asociadas a trayectorias indistinguibles del par de fotones entrelazados. Esta prueba demuestra de forma clara el control coherente de estados cuánticos individuales y la sensibilidad del sistema a variaciones en los parámetros ópticos, esenciales para aplicaciones en óptica cuántica y caracterización de entrelazamiento.

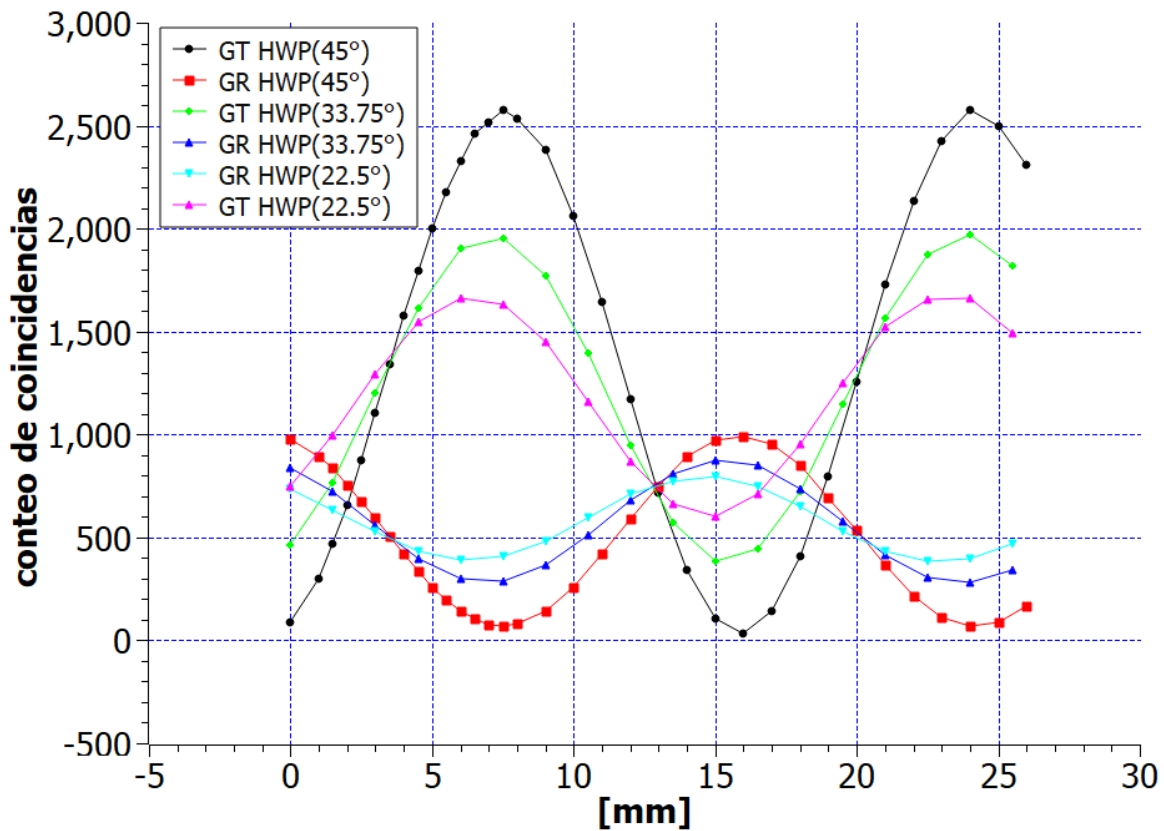


Figura (20). Conteo de coincidencias entre el fotón testigo y los fotones transmitidos (GT) o reflejados (GR) en función del desplazamiento del compensador de Babinet, para distintos ángulos en la HWP (45° , 33.75° y 22.5°). Las curvas muestran oscilaciones de interferencia cuya visibilidad depende del ángulo de la HWP, reflejando el control sobre la proyección de polarización y la indistinguibilidad de las trayectorias cuánticas.

5. Acción retardada para fotones entrelazados.

La dualidad onda—partícula se manifiesta en la capacidad de un sistema cuántico de exhibir comportamientos ondulatorios o corpusculares según la configuración experimental empleada. Cuando la medición está orientada a revelar fenómenos de interferencia, el sistema se comporta como una onda; en cambio, al determinar la trayectoria, se manifiesta su naturaleza corpuscular. En la interacción con un divisor de haz (beam splitter), la descripción del fotón puede transitar entre estos dos regímenes: un comportamiento inicialmente corpuscular puede adquirir carácter ondulatorio, y viceversa. En el experimento mental de elección retardada de Wheeler, esta interacción se retrasa de modo que la onda que inicialmente viaja a través del interferómetro puede comportarse como partícula, evitando la interacción. En Velázquez et al. (2025) se demuestra que esta aparente contradicción puede resolverse mediante el uso de pares de fotones entrelazados en polarización, donde un análisis basado en la entropía de Shannon permite cuantificar la correlación y coherencia presentes en el sistema [54].

Los esfuerzos por comprender el funcionamiento del universo nos han llevado a replantearnos el concepto de realidad física y la posibilidad de entenderla

completamente [16, 37]. Hasta ahora, más que la intuición, ha sido la matemática la herramienta, hemos comenzado recientemente a aprovechar el potencial de las aplicaciones cuánticas en diversas tecnologías, desde la computación hasta la comunicación cuántica. Paradojicamente, somos capaces de explotar aquello que nadie entiende, (la mecánica cuántica) [38]. Esta incertidumbre se ejemplifica en el experimento cuántico de la doble rendija [39], donde los fotones individuales atraviesan las rendijas manteniendo una anticorrelación entre los dos caminos posibles por rendija, y aun así producen un patrón de interferencia. ¿Cómo es posible entonces que los fotones atraviesen la doble rendija sin dividirse y aun así generen interferencia? Además, experimentalmente, nuestra elección de determinar por cuál rendija pasa el fotón afecta la visibilidad del patrón de interferencia. El fotón “sabe” cómo debe comportarse cuando es observado. Esta paradoja sugiere que la observación influye en el comportamiento del fotón, planteando profundas preguntas sobre la naturaleza de la realidad, la medición y el papel del observador en la mecánica cuántica. En este sentido, al demostrar interferencia, el experimento de la doble rendija ofrece una visión del desconcertante mundo de la mecánica cuántica, donde la distinción entre las propiedades ondulatorias y corpusculares se vuelve cada vez más difusa. El experimento desafía nuestra comprensión clásica de las partículas como entidades definidas, y nos obliga a reconsiderar los límites de lo que puede conocerse, así como la forma en que el acto mismo de medir influye en la estructura de la realidad.

Un ejemplo sorprendente de este desconcertante fenómeno es el experimento mental de elección retardada de Wheeler (WDCGE, por sus siglas en inglés), también conocido como “ley sin ley” [40], que difumina aún más la línea entre los comportamientos ondulatorio y corpuscular de la luz. En este experimento, fotones individuales dirigidos a un interferómetro de Mach–Zehnder pueden manifestarse como ondas o como partículas, según el resultado de la detección en la salida del interferómetro, particularmente cuando el segundo divisor de haz permanece en su lugar. La propuesta experimental de esta propuesta en 2007 [41], proporcionó una demostración tangible de la denominada paradoja de la elección retardada. Sin embargo, la noción de que los fotones cuánticos puedan poseer algún tipo de información privilegiada o un mecanismo que les permita determinar su comportamiento antes de que concluya el experimento sigue siendo un misterio sin resolver. Quizás parte de este enigma proviene de la forma en que percibimos la realidad, nuestros conceptos de onda y partícula podrían seguir condicionados por interpretaciones clásicas que no capturan plenamente la naturaleza cuántica del sistema.

En este trabajo, revisamos el *experimento mental de acción retardada de Wheeler* para mostrar que, más allá de la complementariedad y de la elección de observar la información completa de un sistema, los dos fenómenos fundamentales que trascienden independientemente del observador y del proceso de medición son la preparación del sistema y el colapso del estado. Como se menciona en [43], notamos que las posibilidades en esta clase de experimentos son que la complementariedad entre el comportamiento ondulatorio y corpuscular emerge dependiendo de las condiciones del experimento, y que es una característica general de los experimentos de elección retardada que los efectos cuánticos pueden simular una influencia de acciones futuras sobre eventos pasados. Sin embargo, no existe paradoja si el estado

cuántico se considera únicamente como un “catalogo de nuestro conocimiento”. No obstante, el presente trabajo muestra que el estado concebido en el *WDCGE* después del primer divisor de haz (*BS1*) debe ser considerado siempre un estado ondulatorio, sin posibilidad de ser rastreado hacia el pasado como una partícula [54].

5.1 ¿Qué es medible y cómo influye en la medición?

Si fotones individuales son dirigidos hacia un divisor de haz, como se muestra en la Fig. (21), el estado de entrada se transforma de la siguiente manera [13]:

$$|1\rangle_1|0\rangle_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\{i|1\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_2|1\rangle_3\} \quad (5.1)$$

Esta expresión muestra que el estado del fotón que emerge del divisor de haz es una superposición coherente de los dos posibles estados correspondientes a los caminos 2 y 3. En otras palabras el fotón se encuentra en un estado entrelazado con el vacío, lo que refleja la naturaleza cuántica del divisor de haz. En los detectores *D2* y *D3*, el fotón será observado en solo uno de los dos detectores, lo que confirma la anti—correlación y valida la naturaleza tipo partícula del fotón [22, 44]. En esta descripción del comportamiento del fotón y su interacción con el divisor de haz y los detectores, podemos afirmar que inicialmente, antes de interactuar con el divisor de haz, el fotón se comporta como una partícula, debido a su trayectoria bien definida hacia el puerto 1. Después de atravesar el divisor de haz, se comporta como una onda, ya que su estado es una superposición de dos estados correspondientes a diferentes caminos. Finalmente, es detectado como una partícula en uno de los dos detectores.

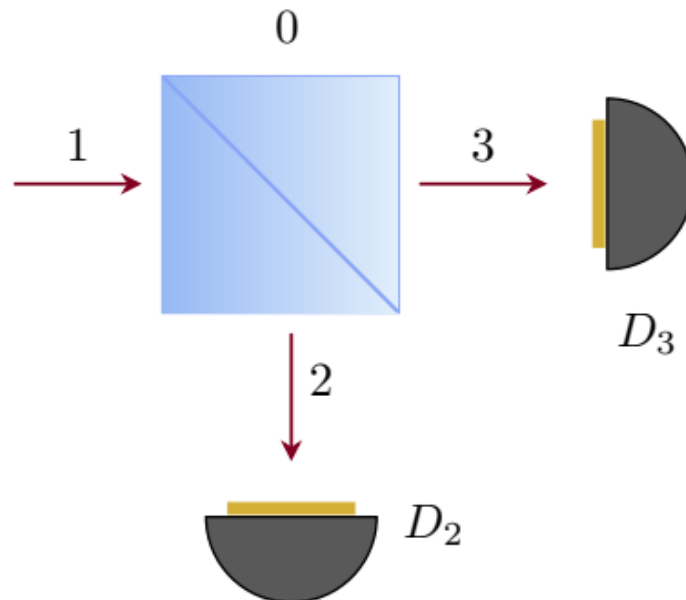


Figura (21). Esquema del experimento de anti—correlación. Si el fotón que entra por el puerto 1 posee componentes cuánticas en ambos puertos de salida 2 y 3, puede describirse como exhibiendo un comportamiento ondulatorio. Sin embargo, si sigue solo uno de los dos caminos de salida, manifestará un comportamiento tipo partícula.

A partir de este esquema experimental simple, podemos concluir que el fotón puede comportarse como una partícula —pues será detectado únicamente en $D2$ o $D3$ —; sin embargo, la teoría predice que puede viajar por los dos caminos simultáneamente y comportarse como una onda, según la ecuación (5.1). Hasta el momento, carecemos de detectores de ondas. No poseemos un detector único que pueda medir una onda propagándose por diferentes caminos. Esto es equivalente a decir que no tenemos detectores de amplitudes de probabilidad C , sino solo detectores que miden probabilidades $|C|^2$. Nuestros detectores miden probabilidades. La única forma de observar estas dos componentes de onda es reunir las simultáneamente, completando un interferómetro. Este es precisamente el objeto del experimento de elección retardada de Wheeler (WDCGE).

5.2 Experimento mental de acción retardada de Wheeler (WDCGE)

Wheeler ideó un experimento en el que fotones individuales entran a un interferómetro de Mach–Zehnder (MZI) —ver Fig. (22)—, y bajo condiciones aleatorias, el segundo divisor de haz ($BS2$) puede o no estar presente. Dependiendo de esta condición, los fotones parecerían “saber” si deben comportarse como onda o como partícula, dando lugar a dos situaciones:

MZI abierto (sin $BS2$), el fotón llega directamente a los detectores DA o DB sin ningún tipo de interacción o interferencia posterior. Sí el fotón es registrado en DA , se argumenta que se puede rastrear el camino que el fotón eligió, y lo mismo si se detecta en DB . Esto indica un comportamiento típico de partícula, donde el fotón habría seguido un camino bien definido por el interferómetro.

MZI cerrado (con $BS2$), se observa interferencia en las salidas del interferómetro, lo cual es una evidencia directa del comportamiento ondulatorio del fotón.

Esta aparente paradoja es difícil de resolver porque solo contamos con dos hechos concretos, la superposición cuántica en la entrada (ver ec. (5.1)) y la detección de partícula del fotón al final en uno de los detectores. Lo que ocurre dentro del interferómetro —es decir, sí el fotón toma un solo camino (como partícula) o ambos caminos simultáneamente (como onda)— es el verdadero enigma. Entonces, ¿cómo puede el fotón “saber” si debe comportarse como onda o como partícula antes de llegar a la posición del $BS2$, si su presencia es incierta o se decide aleatoriamente, incluso después de que el fotón haya atravesado el primer divisor de haz ($BS1$)? Para desentrañar esta paradoja, se propone una solución basada en el uso de dos partículas o dos ondas entrelazadas cuánticamente, es decir, pares de fotones entrelazados. Así podemos rastrear la evolución del estado cuántico, confirmar que el estado después del primer divisor de haz ($BS1$) es un estado de onda, sin ambigüedad, y demostrar que el comportamiento no es decidido por el fotón individualmente sino que está determinado por la preparación del sistema cuántico completo y la estructura de las correlaciones que comparten los fotones entrelazados. Este enfoque evita la interpretación de que el fotón “elige” su comportamiento con información del futuro, mostrando que el estado cuántico no puede ser interpretado como una partícula bien definida entre $BS1$ y $BS2$ sino como una onda extendida, hasta el colapso final.

5.3 Experimento mental de acción retardada de Wheeler con pares de fotones entrelazados en polarización.

Los estados entrelazados han sido considerados en el contexto del experimento de acción retardada de Wheeler (*WDCGE*) para estudiar fenómenos como la decoherencia retardada [45] y el intercambio de entrelazamiento con elección retardada en el marco del steering cuántico [46].

Se puede usar un par de fotones entrelazados en polarización como insumo para este experimento, introduciendo cada fotón en los puertos 0 y 1 del primer divisor de haz (*BS1*) de un interferómetro tipo Mach–Zehnder. Dichos fotones entrelazados son generados mediante el proceso de conversión paramétrica espontánea descendente (SPDC), un método estándar en óptica cuántica para producir pares de fotones correlacionados en polarización y momento. Este esquema ofrece una importante ventaja conceptual ya que permite rastrear y controlar con precisión el estado cuántico del sistema antes y después de cada elemento óptico, y facilita la explicación de cómo la elección retardada de insertar o no el segundo divisor de haz (*BS2*) afecta la manifestación del comportamiento de onda o partícula, no solo para un solo fotón, sino también en presencia de correlaciones no locales.

$$|\psi\rangle_{\text{SPDC}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_0 |V\rangle_1 + e^{i\theta} |V\rangle_0 |H\rangle_1) \quad (5.2)$$

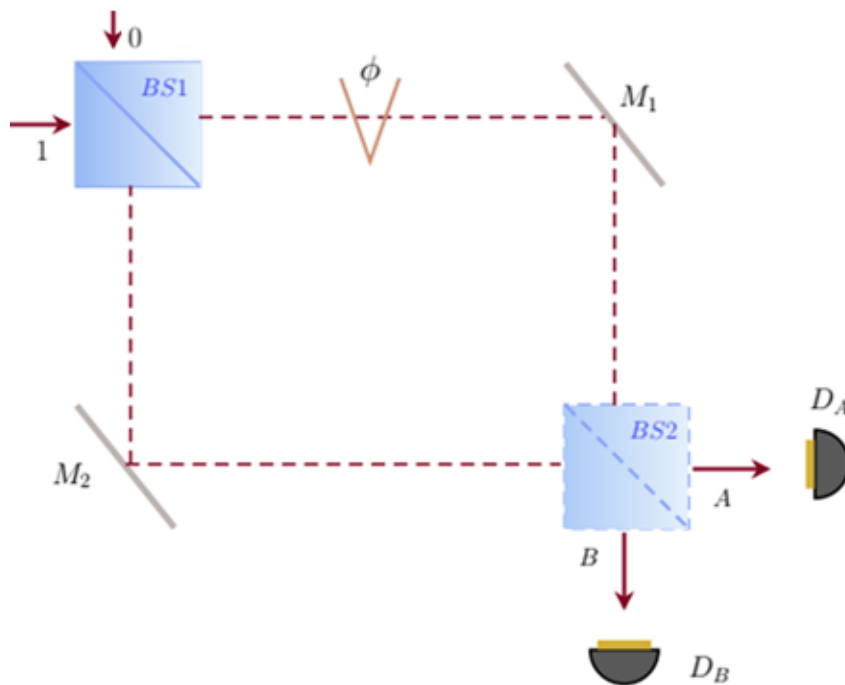


Figura 22. Esquema del experimento mental de acción retardada de Wheeler (WDCGE). Después de que un fotón pasa por el primer divisor de haz (*BS1*), su estado se convierte en una superposición coherente de dos trayectorias. Antes de que alcance la posición del segundo divisor de haz (*BS2*), este puede o no estar presente, introducido de forma aleatoria o retardada. Sí el *BS2* está presente, las trayectorias se recombinan y puede observarse interferencia en los detectores *DA* y *DB*, manifestando un comportamiento ondulatorio. Sí *BS2* está ausente, no ocurre interferencia y el fotón se detecta en uno de los dos caminos posibles, manifestando un comportamiento corpuscular.

El estado a la salida del divisor de haz $BS1$ será:

$$|\psi\rangle^{BS1} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [(|H\rangle_2|V\rangle_3 + i|H\rangle_2|V\rangle_2 + i|H\rangle_3|V\rangle_3 - |H\rangle_3|V\rangle_2) + e^{i\varphi} (|V\rangle_2|H\rangle_3 + i|V\rangle_2|H\rangle_2 + i|V\rangle_3|H\rangle_3 - |V\rangle_3|H\rangle_2)] \quad (5.3)$$

Podemos seleccionar el estado de salida del sistema como función de la fase relativa $e^{i\varphi}$ que aparece al salir del primer divisor de haz ($BS1$). Según el valor de φ , el estado del sistema después de $BS1$ puede tomar distintas formas: Sí $\varphi = 0$, el estado se vuelve $|\psi\rangle^{BS1} = i |\xi\rangle^+$, mientras que cuando $\varphi = \pi$, $|\psi\rangle^{BS1} = |\psi\rangle^-$, donde:

$$|\xi\rangle^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle_3|0\rangle_2 + |VH\rangle_2|0\rangle_3) \quad (5.4)$$

$$|\psi\rangle^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_2|V\rangle_3 - |V\rangle_2|H\rangle_3) \quad (5.5)$$

El estado $|\xi\rangle^+$ es un estado de dos fotones entrelazados con el vacío. Su comportamiento no es muy diferente del estado de la ecuación (5.1), ya que, si colocáramos un detector capaz de identificar el número de fotones, encontraríamos que, con igual probabilidad, se registrarían dos fotones en el detector A o dos fotones en el detector B, con una anti-correlación perfecta. En tal caso, el experimento de elección retardada de Wheeler ($WDCGE$) sigue siendo válido en todo su razonamiento, con la única diferencia de que tendremos dos fotones que se comportan como dos partículas o como una sola onda formada por dos partículas, dependiendo, respectivamente, de la presencia de $BS2$. Por otro lado $|\psi\rangle^-$ representa uno de los estados de Bell, y puede considerarse como dos fotones entrelazados con el vacío, al igual que la ecuación (5.1), pero las contribuciones ortogonales de los fotones entrelazados llenan mutuamente los estados de vacío.

Si trabajamos en este experimento mental, con la fase $\varphi = \pi$, podemos enmarcar el experimento de elección retardada de Wheeler ($WDCGE$) utilizando dos fotones entrelazados en polarización. Completamos el montaje del interferómetro de Mach-Zehnder como se muestra en la figura (23), donde hemos colocado un elemento de cambio de fase $e^{i\theta}$ en uno de los brazos del interferómetro, y donde es posible omitir aleatoriamente el segundo divisor de haz ($BS2$). Suponiendo inicialmente que el $BS2$ está en su posición, el estado de salida del interferómetro (MZI) puede escribirse como:

$$|\psi\rangle^{BS2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [(|H\rangle_B|V\rangle_A + i|H\rangle_B|V\rangle_B + i|H\rangle_A|V\rangle_A - |H\rangle_A|V\rangle_B) - e^{i\theta} (|V\rangle_B|H\rangle_A + i|V\rangle_B|H\rangle_B + i|V\rangle_A|H\rangle_A - |V\rangle_A|H\rangle_B)] \quad (5.6)$$

Nuevamente se pueden analizar algunos casos simples, cuando $\theta = 0$, se obtiene $|\psi\rangle^{BS2} = |\psi\rangle^-$, mientras que para $\theta = \pi$, entonces $|\psi\rangle^{BS2} = i |\xi\rangle^+$. Es interesante

también que para $\theta = \pi/2$, $|\psi\rangle^{\text{BS2}} = \frac{1+i}{2} (|\psi\rangle^- + |\xi\rangle^+)$ y para el caso $\theta = 3\pi/2$, con $|\psi\rangle^{\text{BS2}} = \frac{1-i}{2} (|\psi\rangle^- - |\xi\rangle^+)$. Estas expresiones muestran cómo el estado de salida del interferómetro puede controlarse mediante la fase relativa, los cuatro patrones de interferencia se definen por θ , lo cual tiene implicaciones fundamentales para interpretar la superposición cuántica, la interferencia y el comportamiento dual onda-partícula en el contexto del experimento de elección retardada de Wheeler. Las probabilidades de los cuatro patrones de interferencia se definen de la siguiente manera:

$$P_A = \frac{1}{4} (1 - \cos(\theta)) \quad (5.7)$$

$$P_B = \frac{1}{4} (1 - \cos(\theta)) \quad (5.8)$$

$$P_{AB} = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta)) \quad (5.9)$$

$$P_{BA} = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta)) \quad (5.10)$$

Las probabilidades P_A y P_B se refieren a la probabilidad de que los dos fotones salgan por el puerto A o por el puerto B, respectivamente. Mientras que las probabilidades P_{AB} y P_{BA} se refieren a los estados de fotones $|H\rangle_A|V\rangle_B$ y $|H\rangle_B|V\rangle_A$ respectivamente. Estas probabilidades conjuntas producen señales de coincidencias en los detectores D_A y D_B . Podemos observar cuatro curvas en el gráfico de interferencia mostrado en la Fig. (23). El patrón de interferencia oscila entre las dos posibilidades entrelazadas $|\psi\rangle^-$ y $|\xi\rangle^+$. Cuando pueden detectarse coincidencias de fotones, las probabilidades se maximizan en $\theta = 0$. Creemos que este es el estado más interesante para analizar el experimento de acción retardada de Wheeler (*WDCGE*).

Por otro lado, sí el segundo divisor de haz (*BS2*) está ausente, entonces no podría tener lugar la interferencia dada por las ecuaciones (5.7–5.10), y según el experimento de elección retardada de Wheeler (*WDCGE*), podríamos decir que los fotones serían detectados como partículas individuales en los detectores. Sin embargo, cuando ocurren coincidencias ($\theta = 0$) en los detectores D_A y D_B , entonces tenemos dos opciones:

$$D_A: |H\rangle \rightarrow D_B: |V\rangle \quad (5.11)$$

$$D_A: |V\rangle \rightarrow D_B: |H\rangle \quad (5.12)$$

En el caso especificado en la ec. (5.11), podemos afirmar que el fotón con polarización horizontal llegó al detector D_A viajando por el camino *p2*. En contraste, el fotón polarizado verticalmente llegó al detector D_B y viajó por el camino *p3*. Lo mismo puede decirse de la implicación de la ec. (5.12), en la cual el fotón vertical es detectado en D_A después de atravesar el camino *p2*. En contraste, el fotón polarizado horizontalmente detectado en D_B viajó a través del camino *p3*. Sin embargo, podemos demostrar que los dos fotones exhiben un comportamiento similar al de una onda en estas implicaciones de comportamiento tipo partícula, incluso en ausencia del segundo divisor de haz. Para ilustrar esto, proponemos la colocación de los polarizadores P_A y

P_B a lo largo de los caminos de los fotones antes de que lleguen a los detectores. La probabilidad $P(\vartheta_A, \vartheta_B)$ indica la probabilidad de detectar ambos fotones en coincidencia en ambos detectores cuando los polarizadores están orientados en los ángulos ϑ_A, ϑ_B . Podemos definir la cantidad: $EB = \frac{P(45^\circ, -45^\circ) + P(-45^\circ, 45^\circ)}{P(0^\circ, 90^\circ) + P(90^\circ, 0)}$, la cual especifica la tasa de detección de coincidencias después de que los fotones pasan a través de los polarizadores, orientados en ángulos diagonales con respecto a las orientaciones ortogonales. Esta cantidad, EB , indicará la presencia de estados de tipo ondulatorio. Para estos cálculos, definimos las orientaciones vertical y horizontal de los polarizadores de acuerdo con la orientación de los estados de polarización generados por el SPDC.

Calculando cada una de estas probabilidades, encontramos:

$$\begin{aligned}
 P_{0,90} &= |{}_B\langle V|_A\langle H|\psi\rangle^-|^2 = \frac{1}{2} \\
 P_{90,0} &= |{}_B\langle H|_A\langle V|\psi\rangle^-|^2 = \frac{1}{2} \\
 P_{45,-45} &= |{}_B\langle A|_A\langle D|\psi\rangle^-|^2 = \frac{1}{4}(1 + \cos(\theta)) \\
 P_{-45,45} &= |{}_B\langle D|_A\langle A|\psi\rangle^-|^2 = \frac{1}{4}(1 + \cos(\theta))
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Entonces:

$$EB = \frac{(1 + \cos(\theta))}{2} \tag{5.14}$$

En el caso hipotético en el que los pares de fotones del estado $|\psi\rangle^-$ viajan de manera independiente a través del interferómetro de Mach–Zehnder (MZI), es decir, $|\psi\rangle_I^- \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}|H\rangle_A|V\rangle_B$ o $|\psi\rangle_{II}^- \rightarrow -e^{i\theta} \frac{1}{\sqrt{2}}|V\rangle_A|H\rangle_B$ equivalente al caso donde ambos fotones se propagan a través del MZI como partículas.

$$\begin{aligned}
 P_{0,90} &= |{}_B\langle V|_A\langle H|\psi\rangle_I^-|^2 + |{}_B\langle V|_A\langle H|\psi\rangle_{II}^-|^2 = \frac{1}{2} \\
 P_{90,0} &= |{}_B\langle H|_A\langle V|\psi\rangle_I^-|^2 + |{}_B\langle H|_A\langle V|\psi\rangle_{II}^-|^2 = \frac{1}{2} \\
 P_{45,-45} &= |{}_B\langle A|_A\langle D|\psi\rangle_I^-|^2 + |{}_B\langle A|_A\langle D|\psi\rangle_{II}^-|^2 = \frac{1}{4} \\
 P_{-45,45} &= |{}_B\langle D|_A\langle A|\psi\rangle_I^-|^2 + |{}_B\langle D|_A\langle A|\psi\rangle_{II}^-|^2 = \frac{1}{4}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Entonces:

$$EB = \frac{1}{2} \tag{5.16}$$

La diferencia entre los dos valores, —el comportamiento ondulatorio en la ecuación (5.13) y el comportamiento corpuscular en la ecuación (5.15)— surge de la ausencia de términos cruzados que generan coherencia cuántica y, en última instancia, interferencia, cuando tratamos cada componente del estado $|\psi\rangle^-$ por separado, como una mezcla clásica. La medición $EB = 1$ (para en $\theta = 0$ en la ecuación (5.14), sin el segundo divisor de haz ($BS2$) indica que cada uno de los fotones se comporta como una onda, mientras que el resultado $EB = 1/2$ corresponde al comportamiento de partícula. Esto representa una situación importante para la discusión. Las probabilidades de la ecuación (5.15), representan las dos opciones de estado que pueden viajar a través del divisor de haz actuando como partículas individuales, lo que significa que, aleatoriamente y con una probabilidad $P = 1/2$, las dos partículas viajan por la trayectoria $p2$ o por la trayectoria $p3$. Sin embargo, este efecto de incoherencia no ocurre en realidad, ya que con este montaje experimental propuesto, el estado entrelazado $|\psi\rangle^-$ no puede separarse en sus dos estados.

El efecto de incoherencia ocurriría de forma natural cuando cada par de fotones desfasados por un factor $e^{i\theta}$, no pasan simultáneamente los polarizadores con orientación diagonal (D) o anti diagonal (A), ya que la onda de polarización vertical no podría combinarse coherentemente con la onda de polarización horizontal, lo que alteraría la probabilidad de atravesar los polarizadores, como se menciono anteriormente.

Por otro lado, podemos calcular el coeficiente EB, incluyendo el segundo divisor de haz.

$$\begin{aligned}
 P_{0,90} &= \left| {}_B\langle V | {}_A\langle H | \psi \rangle^{BS2} \right|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta)) \\
 P_{90,0} &= \left| {}_B\langle H | {}_A\langle V | \psi \rangle^{BS2} \right|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta)) \\
 P_{45,-45} &= \left| {}_B\langle A | {}_A\langle D | \psi \rangle^{BS2} \right|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta)) \\
 P_{-45,45} &= \left| {}_B\langle D | {}_A\langle A | \psi \rangle^{BS2} \right|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos(\theta))
 \end{aligned}
 \tag{5.17}$$

De esta manera, $EB = 1$ implica un evidente comportamiento ondulatorio independiente de la fase del interferómetro.

En conclusión, cada fotón se comporta como una onda independiente de la presencia de $BS2$.

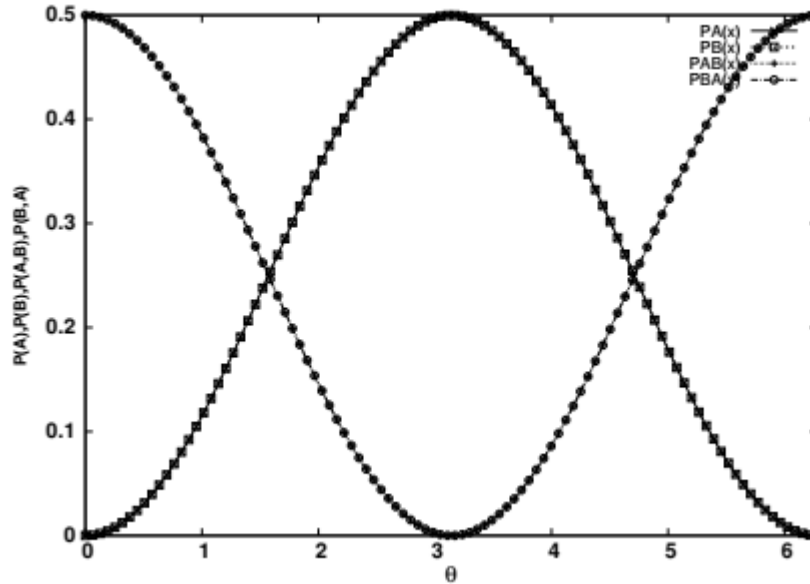


Figura 23. Patrones de interferencia de la probabilidad de localizar los dos fotones en el puerto A o B : $P(A)$ (cruces), $P(B)$ (cuadrados), y las probabilidades de que los fotones lleguen uno al puerto A y el otro al puerto B , $P(A, B)$ (signo más) simultáneamente, y viceversa $P(B, A)$ (círculos).

5.4 Entropía y dualidad onda-partícula

Contar los fotones que cruzan un divisor de haz 50:50, nos permite calcular la probabilidad de detectar un fotón en el detector $D3$ dependiendo de su estado (5.1), por lo tanto $P_3 = 1/2$ ($P_2 = 1/2$). Con tales probabilidades, podemos obtener la entropía de Shannon.

$$S = - \sum_i p_i \log_2(p_i) \tag{5.18}$$

La entropía asociada con la onda de la ec. (5.1) es $S = 1$. Esto es evidente porque en el experimento de conteo de fotones, las estadísticas son aleatorias en ambos detectores con anticorrelación. Por otro lado, para el caso en que es posible saber con precisión si cada fotón cruza el $BS1$ como transmitido o reflejado, la trayectoria está fija y definida, por lo que está claro que $P_3 = 1, P_2 = 0$ o $P_3 = 0, P_2 = 1$. En este caso, $S = 0$. Entonces, se asocia entropía cero con el comportamiento corpuscular en este contexto [47]. Al completar el interferómetro de Mach–Zehnder (MZI) y medir el conteo de fotones con el MZI abierto, obtener el valor $S = 1$ implica que los fotones se comportan como onda. Con el MZI cerrado, no hay duda sobre el comportamiento ondulatorio. En los casos donde $0 < S < 1$, tenemos una superposición de estados onda con estados partícula, en diferentes proporciones, dependiendo de las propiedades de transmisión y reflexión en el divisor de haz. Ahora, en el caso de la sección anterior, podemos analizar la entropía del estado entrelazado en los dos casos del $WDCGE$.

Caso I: MZI abierto.

En el caso donde ambos fotones están entrelazados con el vacío, es decir, en el estado $|\xi\rangle^+$, se observa que ambos fotones llegan al detector $D3$ con probabilidad $P_3 = 1/2$, o al detector $D2$ con probabilidad $P_2 = 1/2$, por lo tanto, $S = 1$. En el otro caso, donde los fotones están entrelazados en el estado $|\psi\rangle^-$, sin importar su polarización, se puede asegurar que siempre hay un fotón viajando por uno de los brazos del interferómetro. La probabilidad de encontrar un fotón en cada detector es $P_A = 1$, $P_B = 1$, por lo que la entropía asociada a ambos conteos será $S_A = 0$ y $S_B = 0$. Sin embargo, si se considera la polarización colocando polarizadores antes de los detectores, en la combinación horizontal ($\vartheta_A = 0, \vartheta_B = 0$), la probabilidad de registrar fotones con polarización horizontal es $P_A = 1/2$ y $P_B = 1/2$, por lo tanto $S(H)_A = 1$ y $S(H)_B = 1$. Similarmente, con la orientación del polarizador ($\vartheta_A = 90, \vartheta_B = 90$), $S(V)_A = 1$ y $S(V)_B = 1$, lo que implica que existen dos ondas en fase con polarización ortogonal que se propagan hacia los detectores.

Caso II: MZI cerrado.

En este caso, la entropía $S(\theta)$ puede modificarse a voluntad en el rango $0 \leq S_H \leq 1$ y $0 \leq S_V \leq 1$, precisamente porque cada onda con polarización definida, ya sea horizontal (H) o vertical (V), solo pueden interferir entre sí.

En ambos casos, ya sea con el interferómetro de Mach–Zehnder (MZI) abierto o cerrado, los fotones se comportan como ondas, en concordancia con la sección anterior.

Conclusiones

La producción de fotones individuales es fundamental en el desarrollo de experimentos contemporáneos de control e información cuántica. El método de generación por conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) no solo es una de las formas más accesibles de generar entrelazamiento de fotones, sino que también resulta fascinante desde el punto de vista conceptual y potencialmente práctico.

En este trabajo propusimos una forma sencilla de llevar a cabo un experimento que demuestra que los fotones considerados en el experimento mental de acción retardada de Wheeler (WDCGE) se propagan dentro del interferómetro de Mach–Zehnder (MZI) como ondas, independientemente de la presencia o ausencia del segundo divisor de haz (BS2). Este resultado descarta cualquier posibilidad de comunicación causal entre los fotones dentro del interferómetro y una elección futura del observador. Se concluye que, los fotones individuales, una vez que interactúan con el primer divisor de haz (BS1), no pueden cambiar su estado ondulatorio a un estado corpuscular mediante una interacción futura, sin una interacción intermedia. Este resultado, respaldado por el análisis de la entropía asociada al conteo de fotones en el marco del WDCGE. Por lo tanto, citando a Feynman, el único misterio de la mecánica cuántica sigue siendo la superposición de estados —como se muestra en la ec. (5.1)— y sus generalizaciones, según el número de estados posibles y el número de partículas involucradas. En este sentido, el experimento constituye un caso de “ley sin ley”, donde la única ley fundamental es el principio de superposición.

Hemos evidenciado que los comportamientos ondulatorio y corpuscular son manifestaciones complementarias en sistemas de partículas individuales. Esto nos conduce a reflexionar sobre las correlaciones entre mediciones. El hecho de que un estado de onda pueda ser medido en dos ubicaciones distintas da lugar a correlaciones entre sus mediciones, lo que suele interpretarse como que la medición en una parte de la onda afecta instantáneamente la medición en la otra. Esta interpretación puede conducir a confusiones, ya que ninguna señal física puede propagarse más rápido que la velocidad de la luz. Una interpretación más adecuada es que al medir una de las componentes del estado de onda, se descarta automáticamente la posibilidad de medir la otra, ya que el estado global se colapsa. Este cambio no implica una afectación activa en la otra ubicación, sino una actualización de la expectativa de medición debido a la pérdida de esa componente. Es decir, no hay una acción a distancia, sino una reconfiguración instantánea del estado conjunto tras la medición.

Por otro lado, es muy interesante relacionar la complejidad —o el estado caótico— de los estados de fotones individuales con la visibilidad de su patrón de interferencia. La pérdida de interferencia proviene, evidentemente, de la predicibilidad de la trayectoria o al borrado cuántico, que permite inferir por cuál camino pasó el fotón. Si los fotones se comportan exclusivamente como partículas, la interferencia desaparecerá, ya que, al conocer su trayectoria en el experimento de la doble rendija, siempre podríamos determinar qué rendija atravesarían. En este contexto, la superposición entre los comportamientos de onda y partícula, un comportamiento más ondulatorio garantiza una mayor visibilidad del patrón de interferencia. Por otro lado la reducción de visibilidad observada en el patrón de interferencia debida al aumento de la complejidad o el desorden en los estados de fotones individuales puede interpretarse como una manifestación de caos cuántico, un estado intermedio entre el comportamiento ondulatorio y el de partícula.

Los resultados obtenidos en este estudio contribuyen a una comprensión más profunda de la física cuántica y de la naturaleza de la luz, proporcionando diferentes perspectivas sobre la producción, manipulación y control de estados entrelazados. En particular el estudio del steering de fotones individuales refuerza los principios fundamentales de la mecánica cuántica y abre nuevas posibilidades para aplicaciones en el campo de la comunicación cuántica.

Debido a la naturaleza de la luz, es posible codificar información cuántica usando fotones individuales como recurso físico y que permiten codificar qubits en sus múltiples grados de libertad, como los estados de polarización representados como qubits de información, útiles en circuitos de Computación Cuántica. Por ello, es esencial continuar con investigaciones experimentales extendiéndonos a sistemas más complejos, no solo para comprender los fundamentos de mediciones físicas, sino también para nuevos desarrollos de Información Cuántica y protocolos de comunicación. La luz ha demostrado ser un excelente laboratorio para la investigación en la teoría cuántica. Queda claro que la profunda comprensión de los rasgos más genuinos de la mecánica cuántica conlleva una fuerte promesa para su aplicación en tecnologías disruptivas.

Apéndice

A1 Conversión Espontánea Paramétrica Descendente

La interacción de ondas electromagnéticas clásicas dentro de un medio material libre de cargas y corrientes se describe por las ecuaciones de Maxwell, cuyas soluciones proveen información acerca del comportamiento de los campos eléctrico y magnético dentro del medio, estas expresiones son:

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{A1})$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{A2})$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t), \quad (\text{A3})$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t), \quad (\text{A4})$$

Donde $\vec{E}(\vec{r}, t)$ representa el campo eléctrico, $\vec{B}(\vec{r}, t)$ es la densidad de flujo magnético, $\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu} \vec{B}(\vec{r}, t)$ es el campo magnético donde μ representa la permeabilidad magnética, $\mu = \mu_r \mu_0$, en donde μ_r es la permeabilidad relativa del medio y μ_0 es la llamada permeabilidad magnética del espacio vacío. $\vec{D}(\vec{r}, t)$ representa el vector de desplazamiento eléctrico. Asumimos que el medio es magnéticamente isotrópico, con el valor $\mu_r = 1$, pero eléctricamente anisotrópico. El vector de desplazamiento de campo eléctrico dentro del medio es:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t), \quad (\text{A5})$$

Donde $\vec{P}(\vec{r}, t)$ es el vector de polarización. Cuando la fuerza del campo de bombeo es débil, la polarización está dada por $\vec{P}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(\vec{r}, t)$, donde $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad lineal. Sin embargo, cuando la fuerza del campo de bombeo es fuerte, la polarización tiene contribuciones de orden superior:

$$\begin{aligned} \vec{P}(\vec{r}, t) = & \varepsilon_0 \sum_i \chi_{ij}^{(1)} \vec{E}_j(\vec{r}, t) + \varepsilon_0 \sum_j \sum_k \chi_{ijk}^{(2)} \vec{E}_j(\vec{r}, t) \vec{E}_k(\vec{r}, t) \\ & + \varepsilon_0 \sum_j \sum_k \sum_l \chi_{ijkl}^{(3)} \vec{E}_j(\vec{r}, t) \vec{E}_k(\vec{r}, t) \vec{E}_l(\vec{r}, t) + \dots, \end{aligned}$$

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) + \dots, \quad (\text{A6})$$

$\chi^{(2)}$ es la susceptibilidad de segundo orden, $\chi^{(3)}$ de tercer orden, etc. $\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t)$ es llamada polarización lineal, mientras que $\vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t)$ es llamada polarización no-lineal de segundo orden, etc. Tipicamente $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ son varios ordenes de magnitud

menores que $\chi^{(1)}$ y como resultado solo vemos los efectos no lineales a intensidades muy altas del campo.

Utilizando las ecuaciones A3–A6 podemos escribir la expresión de la ecuación de onda dentro de un medio no lineal:

$$\begin{aligned} \nabla \left(\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) \\ = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\varepsilon_0 \left(1 + \chi^{(1)} \right) \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t) + \dots \right], \end{aligned} \quad (A7)$$

Aquí $1 + \chi^{(1)} = n^2$ con n siendo el índice de refracción del medio. Las susceptibilidades son cantidades tensoriales y para efectos no lineales de segundo orden escribimos la polarización explícitamente como:

$$\left(\vec{P}^{(2)} \right)_i = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} \left(\vec{E} \right)_j \left(\vec{E} \right)_k, \quad (A8)$$

j y k son índices cartesianos y $\chi_{ijk}^{(2)}$ es el tensor real de rango 3 de susceptibilidad de segundo orden.

A2 Hamiltoniano para SPDC

Con el fin de entender el proceso de conversión espontánea paramétrica descendente del siguiente desarrollo demostrado por Coueteau [33] donde establece que requiere derivar el Hamiltoniano para este proceso. Escribiendo la expresión para la densidad de energía del campo eléctrico utilizando las ecuaciones (A5) y(A6),

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \\ = \left[\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(\vec{r}, t) \right] \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \left[\varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \right] \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \\ + \dots + \end{aligned} \quad (A9)$$

El primer término es la contribución lineal de la energía eléctrica. El segundo término es la contribución debida al termino no lineal de segundo orden, etc. Dado que estamos interesados solo en la contribución de segundo orden a la energía tenemos:

$$\vec{H}_l(t) = \int_V d^3r \vec{D}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (A10)$$

$$\vec{H}_l(t) = \varepsilon_0 \int_V d^3r \chi^{(2)} \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (A11)$$

$$\vec{H}_l(t) = \int_V d^3r \vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (A12)$$

Donde la integral se extiende sobre el volumen V del medio no—lineal. Esta es la expresión para la contribución a la energía total debida a efectos ópticos no lineales de segundo orden. Así que usando la contribución no lineal de polarización de segundo orden (A8), escribimos $\vec{H}_l(t)$:

$$\vec{H}_l(t) = \varepsilon_0 \int_V d^3r \chi_{ijk}^{(2)} \times (\vec{E}_p(\vec{r}, t))_i (\vec{E}_s(\vec{r}, t))_j (\vec{E}_i(\vec{r}, t))_k \quad (\text{A13})$$

Donde los subíndices p , s e i representan a los fotones de bombeo, señal e inactivo respectivamente. En el formalismo cuántico, la contribución a la energía toma la forma del operador hamiltoniano de interacción \hat{H}_ℓ y puede escribirse como:

$$\hat{H}_\ell(t) = \varepsilon_0 \int_V d^3r \chi^{(2)} \hat{E}_p(\vec{r}, t) \hat{E}_s(\vec{r}, t) \hat{E}_i(\vec{r}, t) \quad (\text{A14})$$

Aquí $\hat{E}_p(\vec{r}, t)$, $\hat{E}_s(\vec{r}, t)$ y $\hat{E}_i(\vec{r}, t)$ son los operadores de campo eléctrico correspondientes a los campos de bombeo, señal e inactivo que podemos escribir en términos de su parte de frecuencia positiva y negativa. Esto es equivalente a la representación de señales analíticas complejas para los campos clásicos:

$$\hat{E}_p(\vec{r}, t) = \hat{E}_p^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_p^{(-)}(\vec{r}, t) \quad (\text{A15})$$

$$\hat{E}_s(\vec{r}, t) = \hat{E}_s^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_s^{(-)}(\vec{r}, t) \quad (\text{A16})$$

$$\hat{E}_i(\vec{r}, t) = \hat{E}_i^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_i^{(-)}(\vec{r}, t) \quad (\text{A17})$$

Por lo que podemos escribir el Hamiltoniano de la ecuación (A14) como:

$$\hat{H}_\ell(t) = \varepsilon_0 \int_V d^3r \chi^{(2)} \left[\hat{E}_p^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_p^{(-)}(\vec{r}, t) \right] \times \left[\hat{E}_s^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_s^{(-)}(\vec{r}, t) \right] \times \left[\hat{E}_i^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_i^{(-)}(\vec{r}, t) \right] \quad (\text{A18})$$

La expresión resultante del Hamiltoniano de interacción es una suma de ocho diferentes términos con todas las posibles combinaciones de los tres campos. Sin embargo, solo $\hat{E}_p^{(+)}(\vec{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\vec{r}, t) \hat{E}_i^{(-)}(\vec{r}, t)$ y $\hat{E}_p^{(-)}(\vec{r}, t) \hat{E}_s^{(+)}(\vec{r}, t) \hat{E}_i^{(+)}(\vec{r}, t)$ conducen a procesos de conservación de energía. Las contribuciones debidas a los otros seis términos se promedian cuando se integra sobre el tiempo el Hamiltoniano de interacción y despreciamos sus contribuciones a estos términos. El Hamiltoniano efectivo de interacción para el proceso de conversión paramétrica descendente esta dado por la siguiente expresión simplificada:

$$\hat{H}_\ell(t) = \varepsilon_0 \int_V d^3r \chi^{(2)} \hat{E}_p^{(+)}(\vec{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\vec{r}, t) \hat{E}_i^{(-)}(\vec{r}, t) + h. c. \quad (\text{A19})$$

Donde $h.c.$ representa el hermítico conjugado. El campo eléctrico monocromático clásico se puede representar en términos de su descomposición espectral como:

$$\begin{aligned}
E(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dw \tilde{E}(\vec{r}, w) e^{-iwt} = \int_{-\infty}^{+\infty} dw \tilde{E}(\rho, z; w) e^{-iwt} \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int d^2q A a(\mathbf{q}, w) e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + k_z z)} \right) e^{-iwt} dw, \tag{A20}
\end{aligned}$$

Aquí A es una constante, $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z) = (q, k_z)$, $\vec{r} = (x, y, z) = (\rho, z)$ y $a(\mathbf{q}, w)$ es la representación angular del espectro del campo. La descomposición espectral de un campo es la misma independientemente si está representado dentro de la descripción clásica o cuántica, por lo tanto, utilizamos la expresión de arriba para escribir los campos eléctricos cuantizados simplemente reemplazando $a(\mathbf{q}, w)$ por los operadores de aniquilación $\hat{a}(\mathbf{q}, w)$ escribiendo las partes de frecuencia positiva de los operadores de campo como:

$$\hat{E}_p^{(+)}(\vec{r}, t) = \int \int d^2\mathbf{q}_p dw_p A_p e^{i(\mathbf{q}_p \cdot \rho + k_{pz}z - w_p t)} V(\mathbf{q}_p, w_p) \tag{A21}$$

$$\hat{E}_s^{(+)}(\vec{r}, t) = \int \int d^2\mathbf{q}_s dw_s A_s e^{i(\mathbf{q}_s \cdot \rho + k_{sz}z - w_s t)} \hat{a}(\mathbf{q}_s, w_s) \tag{A22}$$

$$\hat{E}_i^{(+)}(\vec{r}, t) = \int \int d^2\mathbf{q}_i dw_i A_i e^{i(\mathbf{q}_i \cdot \rho + k_{iz}z - w_i t)} \hat{a}(\mathbf{q}_i, w_i) \tag{A23}$$

La intensidad del campo de bombeo es varios ordenes de magnitud mayor que los campos señal e inactivo. Por lo tanto, tratamos el campo de bombeo clásicamente y reemplazamos los operadores de aniquilación correspondientes al campo de bombeo por la función de amplitud $V(\mathbf{q}_p, w_p)$, con esta consideración y usando los operadores de campo (A21) – (A23) en la ecuación (A19) tenemos:

$$\begin{aligned}
\hat{H}_\ell(t) &= \\
&\varepsilon_0 \chi^{(2)} A_p A_s^* A_i^* \int_V d^3r \iiint dw_p dw_s dw_i \iiint d^2\mathbf{q}_p d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i V(w_p, \mathbf{q}_p) \times \\
&\quad \exp[i(\mathbf{q}_p - \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \cdot \rho + i(k_{pz} - k_{sz} - k_{iz})z] \times \\
&\quad e^{i(w_s + w_i - w_p)t} \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_s, w_s) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_i, w_i) + h. c.
\end{aligned}$$

A3. Generación de entrelazamiento de campo de dos fotones

El estado de fotones entrelazados generados por el proceso *SPDC*, considera un campo de bombeo interactuando con un cristal óptico no lineal de espesor L . Asumiendo que el fotón de bombeo comienza a interactuar con el cristal al tiempo $t = 0$ y que el estado $|\psi(0)\rangle$ de los fotones convertidos descendientemente en ese instante se representa por $|\psi(0)\rangle = |vac\rangle_s |vac\rangle_i$, donde $|vac\rangle$ es el modo de vacío. El

estado de dos fotones evoluciona bajo el Hamiltoniano de interacción y al final de la interacción, al tiempo $t = t_0$, el estado de dos fotones esta dado por:

$$|\psi(t_0)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^{t_0} \hat{H}_\ell(t) dt} |\psi(0)\rangle \quad (\text{A24})$$

Suponemos que la interacción paramétrica es muy débil, de tal forma que podemos aproximar la ecuación por los primeros dos términos de una expansión en serie en donde el primer término es simplemente el estado inicial, $|\psi(0)\rangle$ y el segundo término es el estado de campo de dos fotones convertidos descendentemente y está dado por

$$|\psi_{tp}\rangle = -\frac{i}{\hbar} \int_0^{t_0} \hat{H}_\ell(t) dt |\psi(0)\rangle \quad (\text{A25})$$

El tercero y los términos de orden superior en la expansión son los estados de campos de cuatro y más fotones, y suponemos que la probabilidad de generación de estos estados es insignificante. Sustituyendo la expresión $\hat{H}_\ell(t)$, obtenemos el estado de campo de dos fotones en la cara de salida dentro del cristal no lineal.

$$\begin{aligned} |\psi_{tp}\rangle = & \frac{\epsilon_0}{i\hbar} \chi^{(2)} A_p A_s^* A_i^* \int_0^{t_0} dt \int_V d^2\rho dz \iiint dw_p dw_s dw_i \\ & \times \iiint d^2\mathbf{q}_p d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i V(w_p, \mathbf{q}_p) \\ & \times \exp[i(\mathbf{q}_p - \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \cdot \boldsymbol{\rho} + i(k_{pz} - k_{sz} - k_{iz})z] \\ & \times \exp\{i(w_s + w_i - w_p)t\} \times \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_s, w_s) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_i, w_i) |vac\rangle_s |vac\rangle_i \\ & + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (\text{A26})$$

Donde $d^3r = \int \int d^2\rho dz$. Suponemos que el tiempo de interacción t_0 es mucho más largo que la escala de tiempo en la que se lleva a cabo la conversión descendente. Por lo tanto, los límites de tiempo de integración pueden extenderse desde $-\infty$ y $+\infty$ de tal forma que el tiempo de integración produce

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i(w_s + w_i - w_p)t} = \delta(w_s + w_i - w_p), \quad (\text{A27})$$

asumimos que el área transversal del cristal no lineal es mucho mayor comparado con el área transversal del campo de bombeo y por lo tanto escribimos la expresión de la integral espacial como:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i(\mathbf{q}_p - \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \cdot \boldsymbol{\rho}\} d^2\rho \times \exp\{i(k_{pz} - k_{sz} - k_{iz})z\} dz \\ & = \delta(\mathbf{q}_p - \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \Phi(w_s, w_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i), \end{aligned}$$

(A28)

Donde

$$\Phi(w_s, w_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \int_{-L}^0 \exp \{i(k_{pz} - k_{sz} - k_{iz})z\} dz, \quad (\text{A29})$$

Es llamada la función de coincidencia de fase. La acción de los operadores de creación está dada por:

$$\hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_s, w_s) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_i, w_i) |vac\rangle_s |vac\rangle_i = |\mathbf{q}_s, w_s\rangle_s |\mathbf{q}_i, w_i\rangle_i \quad (\text{A30})$$

Donde $|\mathbf{q}_s, w_s\rangle_s$ representa un estado con un fotón señal con vector de onda trasversal \mathbf{q}_s y frecuencia w_s . La parte hermitica conjugada de $|\psi_{tp}\rangle$ contiene los operadores $\hat{a}(\mathbf{q}_s, w_s) \hat{a}(\mathbf{q}_i, w_i)$ y la acción de estos operadores sobre el vacío es:

$$\hat{a}(\mathbf{q}_s, w_s) \hat{a}(\mathbf{q}_i, w_i) |vac\rangle_s |vac\rangle_i = 0 \quad (\text{A31})$$

Por lo tanto, tenemos:

$$\begin{aligned} |\psi_{tp}\rangle = A & \iiint dw_p dw_s dw_i \iiint d^2\mathbf{q}_p d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i \\ & \times V(w_p, \mathbf{q}_p) \Phi(w_s, w_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \delta(w_s + w_i - w_p) \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i \\ & - \mathbf{q}_p) |\mathbf{q}_s, w_s\rangle_s |\mathbf{q}_i, w_i\rangle_i \end{aligned} \quad (\text{A32})$$

Donde $A = \frac{\epsilon_0}{i\hbar} \chi^{(2)} A_p A_s^* A_i^*$. Finalmente integramos sobre dw_p y $d\mathbf{q}_p$ y obtenemos:

$$\begin{aligned} |\psi_{tp}\rangle = A & \iint dw_s dw_i \iint d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i V(w_s + w_i, \mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \\ & \times \Phi(w_s, w_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) |\mathbf{q}_s, w_s\rangle_s |\mathbf{q}_i, w_i\rangle_i \end{aligned} \quad (\text{A33})$$

Este estado representa el estado de campo de dos fotones en la cara de salida del cristal producido por *SPDC* [33].

A4 Matrices $\hat{\mathbf{M}}_v$ y $\hat{\mathbf{\Gamma}}_v$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}_1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -(1-i) & -(1+i) & 1 \\ -(1+i) & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{M}}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -(1-i) & 0 & 1 \\ -(1+i) & 2 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 1 & -(1-i) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{\mathbf{M}}_3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & -(1-i) \\ 1 & -(1-i) & -(1+i) & 2 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{M}}_4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -(1+i) & 1 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 2 & -(1-i) \\ 1 & 0 & -(1+i) & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\widehat{M}_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2i & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 0 \\ -2i & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_6 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 2i \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 2i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_7 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 2 \\ 0 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_8 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 0 \\ 2 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \widehat{M}_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \widehat{M}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_{12} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -(1+i) \\ 2 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_{13} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 2 \\ -(1-i) & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{M}_{14} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1-i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 0 \\ 0 & -(1+i) & 0 & -2i \\ -(1+i) & 0 & 2i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{M}_{15} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2i & 0 & -(1-i) \\ 2i & 0 & -(1-i) & 0 \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1+i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{M}_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_6 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_7 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_8 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_9 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{10} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{11} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{12} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{13} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{14} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{15} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}_{16} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

A5. Código en Python: Metodo de Estimación de Maxima Verosimilitud

Este código realiza la reconstrucción de la matriz de densidad cuántica que representa el estado cuántico de dos qubits, a partir de los conteos de coincidencias obtenidos de las mediciones experimentales en diferentes bases de polarización (ver *Tabla IV*), mediante el método de máxima verosimilitud.

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize

# -----
# 1. Medidas experimentales (valores n_v normalizados)
n_nu_raw = np.array([
    475.18, 450.04, 477.31, 493.91,
    251.66, 242.65, 157.12, 292.72,
    294.08, 376.16, 589.30, 612.93,
    355.05, 625.79, 597.58, 753.55
])
n_nu = n_nu_raw / np.sum(n_nu_raw) # normalizar los conteos

# 2. Definir los 16 operadores de medición  $M_v = |\psi_v\rangle\langle\psi_v|$ 
# Usamos los proyectores sobre los productos de bases {H, V, D, A, R, L}
# Se representan como vectores en el espacio de 2 qubits
def ket_H(): return np.array([1, 0])
def ket_V(): return np.array([0, 1])
def ket_D(): return (1/np.sqrt(2)) * (ket_H() + ket_V())
def ket_A(): return (1/np.sqrt(2)) * (ket_H() - ket_V())
def ket_R(): return (1/np.sqrt(2)) * (ket_H() + 1j * ket_V())
def ket_L(): return (1/np.sqrt(2)) * (ket_H() - 1j * ket_V())

# Diccionario para facilitar lectura
basis = {
    "H": ket_H(), "V": ket_V(),
    "D": ket_D(), "A": ket_A(),
    "R": ket_R(), "L": ket_L()
}

# Medidas como productos de kets
measurement_bases = [
    ("H", "V"), ("H", "V"), ("V", "V"), ("V", "H"),
    ("R", "H"), ("R", "V"), ("D", "V"), ("D", "H"),
    ("D", "R"), ("D", "D"), ("R", "D"), ("H", "D"),
    ("V", "D"), ("V", "L"), ("H", "L"), ("R", "L")
]
```

```

M_nu = []
for b1, b2 in measurement_bases:
    psi = np.kron(basis[b1], basis[b2])
    M_nu.append(np.outer(psi, psi.conj()))
M_nu = np.array(M_nu)

```

```

# 3. Parametrización de matriz de densidad  $\rho = T^\dagger T / \text{Tr}(T^\dagger T)$ 
# con T triangular inferior compleja (Cholesky)
def param_to_rho(params):
    T = np.zeros((4, 4), dtype=complex)
    idx = 0
    for i in range(4):
        for j in range(i+1):
            re = params[idx]
            idx += 1
            im = 0 if i == j else params[idx]; idx += (0 if i == j else 1)
            T[i, j] = re + 1j * im
    rho = T.conj().T @ T
    return rho / np.trace(rho)

```

4. Función de verosimilitud negativa (a minimizar)

```

def neg_log_likelihood(params):
    rho = param_to_rho(params)
    probs = np.real([np.trace(rho @ M) for M in M_nu])
    probs = np.clip(probs, 1e-10, 1.0)
    return -np.sum(n_nu * np.log(probs))

```

5. Condición inicial (T triangular inferior)

```

initial_params = np.random.rand(4 * 4) # 4 reales diag, 6 pares complejos bajo diagonal

```

6. Optimización

```

result = minimize(neg_log_likelihood, initial_params, method='BFGS')

```

7. Matriz de densidad resultante

```

rho_MLE = param_to_rho(result.x)
print("Matriz de densidad reconstruida (MLE):")
print(np.round(rho_MLE, 4))

```

A6. Código para calcular la Fidelidad.

Este código en Python calcula la Fidelidad cuántica entre la matriz de densidad reconstruida por el método de estimación de máxima verosimilitud $\hat{\rho}$ y un estado de Bell ideal $|\psi^{(+)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$.

```
import numpy as np
from scipy.linalg import sqrtm

# Matriz de densidad reconstruida (MLE) obtenida anteriormente
rho_MLE = np.array([
    [0.2271+0.j      , 0.0071-0.0012j, -0.0036+0.0003j, 0.0204-0.0032j],
    [0.0071+0.0012j, 0.2374+0.j      , 0.0235-0.0092j, -0.0039-0.0027j],
    [-0.0036-0.0003j, 0.0235+0.0092j, 0.2641+0.j      , -0.0068+0.0026j],
    [0.0204+0.0032j, -0.0039+0.0027j, -0.0068-0.0026j, 0.2713+0.j      ]
])

# Estado de Bell:  $|\psi^{+}\rangle = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$ 
ket_H = np.array([1, 0])
ket_V = np.array([0, 1])
psi_Bell = (np.kron(ket_H, ket_V) + np.kron(ket_V, ket_H)) / np.sqrt(2)
rho_Bell = np.outer(psi_Bell, psi_Bell.conj())

# Fidelidad:  $F(\rho, \sigma) = (\text{Tr}[\sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}}])^2$ 
sqrt_rho = sqrtm(rho_MLE)
fidelity_matrix = sqrtm(sqrt_rho @ rho_Bell @ sqrt_rho)
fidelity = np.real(np.trace(fidelity_matrix))**2

fidelity
```

A7 Código para calcular propiedades de la matriz de densidad reconstruida.

Este código calcula tres propiedades fundamentales del estado cuántico reconstruido, Pureza, Fidelidad y Concurrencia.

```
# --- PUREZA ---
purity = np.real(np.trace(rho_MLE @ rho_MLE))

# --- FIDELIDAD con estado de Bell  $|\psi^-\rangle = (|01\rangle - |10\rangle)/\sqrt{2}$  ---
psi_bell = np.array([0, 1, -1, 0]) / np.sqrt(2)
rho_bell = np.outer(psi_bell, psi_bell.conj())

# Fidelidad:  $F(\rho, \sigma) = (\text{Tr}[\sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}}])^2$ 
sqrt_rho = sqrtm(rho_MLE)
fidelity_matrix = sqrtm(sqrt_rho @ rho_bell @ sqrt_rho)
fidelity = np.real(np.trace(fidelity_matrix)) ** 2

# --- CONCURRENCIA ---
# Utiliza el operador de spin flip
sigma_y = np.array([[0, -1j], [1j, 0]])
Y = np.kron(sigma_y, sigma_y)

#  $R = \sqrt{\sqrt{\rho} (Y \rho Y) \sqrt{\rho}}$ 
rho_tilde = Y @ rho_MLE.conj() @ Y
R = sqrtm(sqrtm(rho_MLE) @ rho_tilde @ sqrtm(rho_MLE))

# Autovalores en orden descendente
eigenvals = np.sort(np.real(np.linalg.eigvals(R)))[::-1]
concurrence = max(0, eigenvals[0] - eigenvals[1] - eigenvals[2] - eigenvals[3])

purity, fidelity, concurrence

Resultado
(0.6237662532708627, 0.7624867562431971, 0.5750169166719548)
```

Bibliografía.

- [1] E. Benítez Rodríguez and L. M. Arévalo Aguilar, "A Survey of the Concept of Disturbance in Quantum Mechanics," *Entropy*, vol. 21, p. 142, 2019.
- [2] E. Benítez Rodríguez and L. M. Arévalo Aguilar, "Disturbance-Disturbance uncertainty relation: The statistical distinguishability of quantum states determines disturbance," *Scientific Reports*, vol. 8, p. 4010, 2018.
- [3] E. Benítez Rodríguez, A. Piceno Martínez and L. M. Arévalo Aguilar, "Single-particle steering and nonlocality: The consecutive Stern-Gerlach experiments," *Physical Review A*, vol. 103, p. 042217, 2021.
- [4] J. Carvioto-Lagos, G. Armendariz, V. Velázquez Aguilar, E. López-Moreno, M. Grether and E. J. Galvez, "The Hong–Ou–Mandel interferometer in the undergraduate laboratory," *European Journal of Physics*, vol. 33, p. 1843, 2012.
- [5] L. M. Arévalo Aguilar and H. Moya-Cessa, "Generalized qubits of the vibrational motion of a trapped ion," *Physical Review A*, vol. 65, p. 053413, 2002.
- [6] J. Rodríguez-Lima and L. M. Arévalo Aguilar, "Collapses and revivals of entanglement in phase space in an optomechanical cavity," *European Physical Journal Plus*, vol. 135, p. 423, 2020.
- [7] L. M. Arévalo Aguilar, "Entangling s cavities and one two-level atom using atomic collisions," *Physica Scripta*, vol. 73, p. 317, 2006.
- [8] L. M. Procopio, O. Rosas-Ortiz and V. Velázquez Aguilar, "On the geometry of spatial biphoton correlation in spontaneous parametric down conversion," *Mathematical Methods in the Applied Science*, vol. 38, p. 2053, 2014.
- [9] M. Inuma, M. Nakano, H. F. Hofman and Y. Suzuki, "Experimental evaluation of the nonclassical relation between measurement errors using entangled photon pairs a a probe," *Physical Review A*, vol. 98, p. 062109, 2018.
- [10] K. Edamatsu, "Quantum measurement and uncertainty relations in photon polarization," *Physica Scripta*, vol. 91, p. 073001, 2016.
- [11] Roychoudhuri, C., & Roy, R. (2003). *The nature of light: what is a photon?* Optics and photonics news, **14** (10).
- [12] Grynberg, G., Aspect, A., & Fabre, C. (2010). *Introduction to quantum optics: from the semi-classical approach to quantized light*. Cambridge university press.
- [13] Gerry, C., Knight, P., & Knight, P. L. (2005). *Introductory quantum optics*. Cambridge university press.
- [14] Aspect, A., Grangier, P., & Roger, G. (1981). Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem. *Physical review letters*, *47*(7), 460.
- [15] Fuwa, M., Takeda, S., Zwierz, M., Wiseman, H. M., & Furusawa, A. (2015). Experimental proof of nonlocal wavefunction collapse for a single particle using homodyne measurements. *Nature Communications*, *6*(1), 1-6.
- [16] Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, *47*(10), 777.
- [17] Wiseman, H. M., Jones, S. J., & Doherty, A. C. (2007). Steering, entanglement, nonlocality and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physical review letters*, *98*(14), 140402.

- [18] Smith, B. J., & Raymer, M. G. (2007). Photon wave functions, wave-packet quantization of light, and coherence theory. *New Journal of Physics*, 9(11), 414.
- [19] Białynicki-Birula, I. (1994). On the wave function of the photon. *Acta Physica Polonica A*, 1(86), 97-116.
- [20] Sipe, J. E. (1995). "Photon wave functions," *Physical Review A*, vol.52, pp.1875-1883.
- [21] Białynicki-Birula, I. (1996). V photon wave function. *Progress in optics*, 36, 245-294.
- [22] Grangier, P., Roger, G., & Aspect, A. (1986). Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences. *EPL (Europhysics Letters)*, 1(4), 173.
- [23] Beck, M. (2007). Comparing measurements of $g^{(2)}(0)$ performed with different coincidence detection techniques. *JOSA B*, 24(12), 2972-2978.
- [24] Beck, M. (2012). *Quantum mechanics: theory and experiment*. Oxford University Press.
- [25] Thorn, J. J., Neel, M. S., Donato, V. W., Bergreen, G. S., Davies, R. E., & Beck, M. (2004). Observing the quantum behavior of light in an undergraduate laboratory. *American journal of physics*, 72(9), 1210-1219.
- [26] Rubin, M. H., Klyshko, D. N., Shih, Y. H., & Sergienko, A. V. (1994). Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion. *Physical Review A*, 50(6), 5122.
- [27] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). *Quantum computation and quantum information*. Cambridge university press.
- [28] Kwiat, P. G., Steinberg, A. M., & Chiao, R. Y. (1993). High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time. *Physical Review A*, 47(4), R2472.
- [29] Law, C. K., & Eberly, J. H. (2004). Analysis and interpretation of high transverse entanglement in optical parametric down conversion. *Physical review letters*, 92(12), 127903.4
- [30] Rarity, J. G., & Tapster, P. R. (1990). Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum. *Physical Review Letters*, 64(21), 2495.
- [31] Leach, J., Jack, B., Romero, J., Jha, A. K., Yao, A. M., Franke-Arnold, S., ... & Padgett, M. J. (2010). Quantum correlations in optical angle-orbital angular momentum variables. *Science*, 329(5992), 662-665.

- [32] Kwiat, P. G., Eberhard, P. H., Steinberg, A. M., & Chiao, R. Y. (1994). Proposal for loophole-free Bell inequality experiment. *Physical Review A*, 49(5), 3209
- [33] Couteau, C. (2018). Spontaneous parametric down-conversion. *Contemporary Physics*, 59(3), 291-304.
- [34] Vicent, L. E., U'Ren, A. B., Barrios, E., Velázquez, V., López-Moreno, E., & Grether, M. (2008). Fotonos enredados y desigualdades de Bell: explorando la no-localidad. *Cinvestav, Enero-Marzo*, 5-11.
- [35] Brunner, N., Cavalcanti, D., Pironio, S., Scarani, V., & Wehner, S. (2014). Bell nonlocality. *Reviews of modern physics*, 86(2), 419.
- [36] Tan, S. M., Walls, D. F., & Collett, M. J. (1991). Nonlocality of a single photon. *Physical review letters*, 66(3), 252.
- [37] Einstein, A. The Evolution of Physics. *Journal Abbreviation* 1934.
- [38] Feynmann, R. P.; The Character of Physical Law, 3rd ed.; Cambridge, MA: The MIT Press, U.S.A., 1967.
- [39] Walborn, S. P., Cunha, M. T., Pádua, S., & Monken, C. H. (2002). Double-slit quantum eraser. *Physical Review A*, 65(3), 033818.
- [40] Wheeler, J. A; Quantum Theory and Measurement. In *Quantum Theory and Measurement* 1984, edited by J. A. Wheeler and W. H. Zurek, 182–213. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- [41] Jacques, V., Wu, E., Grosshans, F., Treussart, F., Grangier, P., Aspect, A., & Roch, J. F. (2007). Experimental realization of Wheeler's delayed-choice gedanken experiment. *Science*, 315(5814), 966-968.
- [42] Yan, H., Liao, K., Deng, Z., He, J., Xue, Z. Y., Zhang, Z. M., & Zhu, S. L. (2015). Experimental observation of simultaneous wave and particle behavior in a narrowband single-photon wave packet. *Physical Review A*, 91(4), 042132.
- [43] Ma, X. S., Kofler, J., & Zeilinger, A. (2016). Delayed-choice gedanken experiments and their realizations. *Reviews of Modern Physics*, 88(1), 015005..
- [44] Rey, G., Mathevet, R., Massenot, S., & Chalopin, B. (2025). Introducing quantum mechanics with a two-mode Mach–Zehnder interferometer. *American Journal of Physics*, 93(1), 28-33.

- [45] Lee, J. C., Lim, H. T., Hong, K. H., Jeong, Y. C., Kim, M. S., & Kim, Y. H. (2014). Experimental demonstration of delayed-choice decoherence suppression. *Nature Communications*, 5(1), 4522.
- [46] Ma, X. S., Zotter, S., Kofler, J., Ursin, R., Jennewein, T., Brukner, Č., & Zeilinger, A. (2012). Experimental delayed-choice entanglement swapping. *Nature Physics*, 8(6), 479-484.
- [47] Mendoza, B. D., Lara, D. A., López-Aparicio, J., Armendáriz, G., López-Hernández, L., Velázquez, V., ... & Frank, A. (2021, August). Quantum Chaos in Time Series of Single Photons as a Superposition of Wave and Particle States. In *Photonics* (Vol. 8, No. 8, p. 326). MDPI.
- [48] Agam, O., Aleiner, I., & Larkin, A. (2000). Shot noise in chaotic systems: “classical” to quantum crossover. *Physical Review Letters*, 85(15), 3153.
- [49] Oberholzer, S., Sukhorukov, E. V., & Schönberger, C. (2002). Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature*, 415(6873), 765-767.
- [50] Casati, G., & Prosen, T. (2005). Quantum chaos and the double-slit experiment. *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 72(3), 032111.
- [51] Bustillos D. A., López-Hernández N., Ramírez Cruz E. M., Hernández R., Fossion, E. López-Moreno, C. E., Vargas & Velázquez V. M. Nuclear Energy Level Complexity: Fano Factor Signature of Chaotic Behavior of Nearest-Neighbor Time-Series Analysis. *Physical Review C* 102, no 4 (2020): 044301
- [52] Fernández, G., Hernández, E. M., Hautefeuille, M., Landa, E., Morales, I. O., Velázquez, V., & Frank, A. (2015, January). Quantum interference vs. quantum chaos in the nuclear shell model. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 578, No. 1, p. 012014). IOP Publishing.
- [53] Wootters, W. K. (2001). Entanglement of formation and concurrence. *Quantum Inf. Comput.*, 1(1), 27-44.
- [54] Velázquez, R., López-Díaz, L., López-Hernández, L., Hernández, E., Arévalo-Aguilar, L. M., & Velázquez, V. (2025, July). Delayed Choice for Entangled Photons. In *Photonics* (Vol. 12, No. 7, p. 696). MDPI.
- [55] James, D. F., Kwiat, P. G., Munro, W. J., & White, A. G. (2001). Measurement of qubits. *Physical Review A*, 64(5), 052312.