



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, OPCIÓN INSTRUMENTACIÓN
ELECTRÓNICA

Tesis de Maestría:

“ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ
PARA ANTENAS INTELIGENTES”

Presenta:

GUADALUPE HOYOS SÁNCHEZ

Asesores internos:

Dra. Susana Sánchez Urrieta (FCE – BUAP)

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos (FCE – BUAP)

Facultad de Ciencias de la Electrónica - Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Asesor externo:

Dr. Juan Antonio Fernández Rubio (TSC– UPC)

Teoría de la Señal y Comunicaciones - Universidad Politécnica de Cataluña

A mi familia.

Resumen

La Conformación de Haz o Beamforming presente en la tecnología de Antenas Inteligentes, logra que el patrón de radiación de un arreglo de antenas sea adaptado con el fin de atender las fuentes o usuarios de interés y cancelar de forma simultánea las fuentes de interferencia [1-3]. La forma del patrón de radiación está determinada por el conjunto de factores de conformación o “pesos” que ponderan a cada una de las señales que inciden en el arreglo de antenas. Usualmente las estadísticas de datos del arreglo no son conocidas y pueden cambiar con el tiempo por lo que se emplean algoritmos adaptativos para realizar la búsqueda de dichos pesos [3]. Estos algoritmos son diseñados de tal forma que la respuesta del conformador de haz converja a la solución de los óptimos estadísticos (Solución de Wiener) y se clasifican de acuerdo al modo que seleccionan al usuario deseado como de referencia temporal, espacial y ciega [5].

Debido a que la gama de algoritmos existentes es muy amplia, en este trabajo de tesis se seleccionaron para su estudio e implementación en software tres algoritmos por cada una de las referencias. LMS, NLMS y RLS en los temporales, Bartlett, Capon y Frost en los espaciales y CMA, EIGEN y CAB en los ciegos. Se presenta el comportamiento de la convergencia de los algoritmos mencionados con respecto a la solución óptima de Wiener y se analiza su complejidad de implementación.

También se estudiaron los métodos Bartlett, Capon y MUSIC para la estimación del Ángulo de Arribo (DoA), ya que los algoritmos de conformación de haz espacial requieren conocer de ésta dirección en su planteamiento..

Además se presenta el fenómeno de captura en los algoritmos ciegos y el fenómeno de cancelación de señal en los espaciales. El estudio de éste último, nos permitió proponer un nuevo conformador de haz, al que llamamos “Conformador de haz espacial de gradiente estocástico”.

Por ultimo se presentan algunas recomendaciones para la implementación práctica de un sistema de antena inteligente.

Agradecimientos

En primer lugar, a mi asesora de tesis, Dra Susana Sánchez Urrieta, a la que tengo una gran admiración y cariño!. Le agradezco por haberme brindado su apoyo desde el inicio de este trayecto, por su paciencia en cada revisión, por su valiosa dirección y por ser más que una asesora de tesis, ya que de ella he aprendido muchas cosas valiosas que no necesariamente tienen relación con este trabajo.

Al Dr. Juan A. Fernández Rubio, primero por haberme recibido en su grupo de investigación en la Universidad Politécnica de Cataluña. Segundo, por sus consejos y ayuda durante mi estancia en Barcelona donde pude tener la oportunidad de aprender y terminar una parte de este trabajo.

A mis compañeros y amigos de la MIE, sin un orden en particular, Pedrito, Areli, José Luis, Pepe, Eliseo y Tomé, porque sin el equipo que formamos, no habiéramos logrado esta meta.

A mi familia, a quien dedico esta tesis. Mis padres, mis hermanas y mis sobrinos que siempre han estado ahí para apoyarme. Todo esto nunca hubiera sido posible sin el amparo incondicional que me otorgan y el cariño que me brindan.

Finalmente quiero agradecer a mi compañero, novio y próximamente esposo, Carlos Moisés Cobá González, mil gracias por acompañarme en este proceso, por tu comprensión, apoyo y fortaleza que permitieron que pudiese lograr otra de mis metas. Amo saber que tu compañía se extenderá mucho más allá de este período.

A todos ustedes, mi mayor reconocimiento y gratitud!!

Para la realización de este trabajo se contó con con el apoyo de:

- Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, *CONACYT*, para realizar estudios de Maestría, con número de Becario: 274603.
- Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Puebla *CONCYTEP*, a través de la beca de tesis de Maestría.

Índice general

Índice de figuras	xiii
Índice de tablas	xix
Acrónimos	xxi
1 Introducción	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Organización de la Tesis	3
2 Generalidades de antenas inteligentes	5
2.1 Concepto de antenas inteligentes	5
2.1.1 Antenas de haz conmutado (Switched Lobe)	6
2.1.2 Antenas de haz de seguimiento	7
2.1.3 Antenas de haz adaptativo	7
2.2 Arquitectura de un sistema de antena inteligente.	8
2.3 Arreglo de antenas	10
2.3.1 Modelo de señal de un arreglo de antenas	12
2.3.2 Hipótesis de banda estrecha	14
2.3.3 Arreglo Lineal Uniforme ULA y notación matricial	16
2.3.4 Vector de pesos y señal de salida del arreglo	19
2.3.5 Diagrama de radiación del arreglo	20

ÍNDICE GENERAL

3	Estimación del ángulo de arribo y conformación de haz	23
3.1	Algoritmos de estimación del DoA	24
3.1.1	Métodos convencionales	25
3.1.1.1	Método de retardo y suma	26
3.1.1.2	Método de mínima varianza de Capon	27
3.1.2	Métodos basados en subespacios	30
3.1.2.1	Método MUSIC	31
3.1.2.2	Subespacios de la señal y ruido	31
3.1.2.3	Espectro MUSIC	32
3.2	Conformación de haz (Beamforming)	36
3.2.1	Conformación adaptativa de haz	37
3.2.2	Clasificación de algoritmos adaptativos	37
4	Algoritmos de conformación de haz con referencias: temporal, espacial y ciega	41
4.1	Algoritmos con referencia temporal	41
4.1.1	Filtros de Wiener	42
4.1.2	Técnica de gradiente descendente (Steepest Descent)	44
4.1.3	Algoritmo LMS (Least Mean Square).	45
4.1.3.1	Convergencia del Algoritmo LMS	46
4.1.4	Algoritmo NLMS (Normalized Least Mean Square).	46
4.1.5	Algoritmo RLS (Recursive Least Square)	48
4.2	Algoritmos con referencia espacial	50
4.2.1	Algoritmo de Bartlett	51
4.2.2	Algoritmo de mínima varianza de Capon	52
4.2.3	Algoritmo de mínima varianza con restricciones de Frost	53
4.3	Algoritmos con referencia ciega	56
4.3.1	Algoritmos tipo Bussgang	57
4.3.1.1	Algoritmo CMA (Constant Modulus Algorithm)	57
4.3.1.2	Algoritmo EIGEN	59
4.3.2	Conformador de haz para señales cicloestacionarias	60
4.3.2.1	Cicloestacionaridad	61
4.3.2.2	Algoritmo CAB (Cyclic Adaptive Beamforming)	61

5	Resultados	63
5.1	Algoritmos con referencia temporal	63
5.1.1	Convergencia de los algoritmos.	64
5.1.2	Complejidad de los algoritmos LMS, NLMS y RLS	69
5.2	Algoritmos con referencia espacial	71
5.2.1	Conformador espacial de gradiente estocástico propuesto .	75
5.2.1.1	Resultados del conformador espacial propuesto	78
5.2.2	Complejidad de los algoritmos Bartlett, Capon, Frost y Gra- diente estocástico (aquí propuesto)	81
5.3	Algoritmos con referencia ciega	82
5.3.1	Complejidad de los algoritmos CMA, EIGEN y CAB	86
5.4	Comparación de convergencia entre algoritmos de conformación con distintas referencias.	87
5.5	Consideraciones para la implementación práctica de un sistema de antenas inteligentes	89
6	Conclusiones y trabajo futuro	93
6.1	En cuanto a la conformación de haz con referencia temporal. . . .	93
6.2	En cuanto a la conformación de haz con referencia espacial	94
6.3	En cuanto a la conformación de haz con referencia ciega	96
6.4	En cuanto a la comparación de algoritmos	97
6.5	Publicaciones y ponencias resultado del trabajo de investigación .	98
6.6	Trabajo futuro	99
	Bibliografía	101
	Apéndice A	107
	Método de los multiplicadores de Lagrange	107

Índice de figuras

2.1	Esquema de haz conmutado (Imagen obtenida de [1], editada). . .	6
2.2	Esquema de haz adaptativo (Imagen obtenida de [2], editada). . .	7
2.3	Esquema de haz adaptativo (imagen obtenida de [1], editada). . . .	8
2.4	Arquitectura de un sistema de antena inteligente en modo de recepción, (Imagen obtenida de [1], editada)	9
2.5	Diagrama de bloques del Front-end de un elemento del arreglo. . .	10
2.6	Arquitectura de un sistema de antena inteligente en modo de transmisión. (Imagen obtenida de [1], editada)	11
2.7	Diferentes geometrías de arreglos para antenas inteligentes. a) arreglo lineal, b) arreglo circular, c) arreglo planar y d) arreglo planar en tres dimensiones.	12
2.8	Ilustración de las coordenadas de un arreglo de antenas.	13
2.9	Distribución lineal uniforme de una agrupación de antena.	16
2.10	Diagrama de radiación orientado a 40° producido por un arreglo de antenas de 8 elementos, separados a una distancia: a) $d_a = \frac{\lambda_0}{2}$ y b) $d_a = \lambda_0$. Obsérvese la presencia del lóbulo de difracción ubicado en -20° en b).	18
3.1	Ejemplo de pseudo-espectro para la estimación del DoA de cuatro fuentes ubicadas en $\theta_1=-75^\circ$, $\theta_2=-30^\circ$, $\theta_3=15^\circ$ y $\theta_4=60^\circ$. (Imagen obtenida de [1], editada).	24

ÍNDICE DE FIGURAS

3.2	Pseudo-espectro del algoritmo de Bartlett para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Nótese la baja resolución ofrecida ¹ (8°), así como la presencia de lóbulos laterales.	26
3.3	Pseudo-espectro del algoritmo de Bartlett para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Obsérvese que el algoritmo sólo estima dos direcciones, una ubicada entre las dos fuentes más cercanas -25° , -20° y la ubicada en 20°	28
3.4	Pseudo-espectro del algoritmo Capon para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Se observa una mejora de la resolución de 5° (lóbulo más estrechos) y se eliminan lóbulos secundarios espurios.	29
3.5	Pseudo-espectro del algoritmo de Capon para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Obsérvese que las direcciones -25° y -20° continúan sin ser estimadas.	30
3.6	Separación en subespacios.	31

3.7	Pseudo-espectro del algoritmo MUSIC para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Con respecto a los resultados obtenidos por el Bartlett y Capon el efecto más notable es una mejora considerable de la resolución (1°).	33
3.8	Pseudo-espectro del algoritmo MUSIC para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Las tres fuentes son estimadas correctamente. . . .	34
3.9	Pseudo-espectro comparativo de los algoritmos Bartlett, Capon y MUSIC para la estimación de tres fuentes ubicadas en: a) -40° , -20° y 20° y b) en -25° , -20° y 20°	35
3.10	Ejemplo de un diagrama de radiación y sus características, (Imagen obtenida de [3], editada).	36
3.11	Diagrama a bloques de un sistema de conformación adaptativa, (Imagen obtenida de [1], editada).	38
3.12	Esquema de Procesamiento Adaptativo para Antenas Inteligentes ² . (Imagen obtenida de [4], editada)	39
4.1	Conformador de haz con referencia temporal.	42
5.1	Diagramas de radiación, obtenidos de la solución óptima de Wiener y de los algoritmos LMS, NLMS y RLS, para la atención de un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 20^\circ$	65
5.2	Comparación de la evolución de la SINR a la salida del arreglo en función del número de iteraciones entre los algoritmos LMS, NLMS y RLS respecto de la ganancia del arreglo.	67

ÍNDICE DE FIGURAS

5.3	Error cuadrático (MSE) de los algoritmos LMS, NLMS y RLS, cuando la señal deseada está ubicada en $\theta_d = -40^\circ$ y la interferente ubicada en $\theta_i = 20^\circ$	68
5.4	Diagrama del algoritmo LMS.	69
5.5	Diagramas de radiación para la atención de un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 0^\circ$, se observa que el algoritmo Bartlett no cancela la fuente de interferencia.	71
5.6	Diagramas de radiación para la atención dos usuarios deseados ubicados en $\theta_{d_1} = 40^\circ$ y $\theta_{d_2} = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 20^\circ$, obtenido de los resultados de los algoritmos Bartlett, Capon y Frost comparado con el óptimo. . . .	72
5.7	Diagramas de radiación para la cancelación de un interferente ubicado espacialmente en $\theta_i = 20^\circ$ y la orientación simultánea hacia un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$, a) en presencia del fenómeno de cancelación de señal debido a un error de 2° en el vector de direccionamiento y b) cuando el algoritmo de Frost mitiga dicho problema.	74
5.8	Diagramas de radiación para la cancelación de un interferente ubicado espacialmente en $\theta_i = -20^\circ$ y la orientación simultánea hacia un usuario deseado ubicado en $\theta_d = \theta'_d = 40^\circ$	78
5.9	Diagrama de radiación en presencia de error de $\pm 2^\circ$ en el vector de direccionamiento de la señal deseada ubicada en 40° , a) cuando la dirección estimada θ'_d es igual a 38° y b) cuando es igual a 42° . . .	80
5.10	Caída en decibeles de la SNIR con respecto a la ganancia máxima de 9.03 dB del arreglo a medida que se incrementan las perturbaciones en el vector de direccionamiento.	81
5.11	Diagramas de radiación obtenidos de los algoritmos ciegos CMA, EIGEN y CAB, para la orientación de un usuario deseado ubicado en 40° y la cancelación de un interference ubicado en 20°	82
5.12	Diagramas de radiación obtenidos de los algoritmos ciegos, para la orientación de un usuario deseado ubicado en 40°	83

5.13	Diagramas de radiación obtenidos con el algoritmo CMA para observar el fenómeno de captura.	84
5.14	Evolución de la relación SINR a la salida cuando en el escenario aparece una interferencia, en a) el algoritmo CMA selecciona la señal deseada y en b) selecciona la interferencia, rechazando la señal deseada.	86
5.15	Comparación de convergencia en los diagramas de radiación y evolución de la relación SINR a la salida del arreglo con respecto de la ganancia del arreglo. Resultantes de los algoritmos RLS, FROST y CMA cuando en el escenario se tiene un usuario deseado ubicado en $\theta = -40$ y un interferente ubicado en $\theta = 20$	88
5.16	Diagrama de bloques del receptor en un sistema de antenas inteligentes.	89
5.17	Arreglo circular de antenas de 8 elementos (Imagen obtenida de [5]).	90

Índice de tablas

2.1	VARIABLES e índices utilizadas para definir las dimensiones de las matrices.	20
2.2	Convenio empleado para la introducción de la notación.	21
2.3	Definición de los vectores y matrices necesarios para la descripción del sistema.	21
4.1	Rangos de operación del tamaño de paso μ , propuestos por diversos autores	47
5.1	Resultados de la solución óptima y de los tres algoritmos cuando convergen a la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40$) e interferente ($\theta_d = 20$).	65
5.2	Cálculo del error de desajuste en los tres algoritmos cuando convergen a la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40$) e interferente ($\theta_d = 20$).	68
5.3	No. de operaciones requeridas en una iteración del LMS	70
5.4	Complejidad de los algoritmos temporales: LMS, NLMS y RLS	71
5.5	Complejidad de los algoritmos espaciales: Bartlett, Capon, Frost y Gradiente estocástico aquí propuesto.	82
5.6	Complejidad de los algoritmos espaciales: CMA, EIGEN y CAB.	87
5.7	Frecuencias empleadas en la etapa heterodina.	91
5.8	Características del ADS5273, extraídos de [6]	91
5.9	Tiempo requerido para calcular las operaciones de los algoritmos en el FPGA Virtex-6 XC6VLX240T, extraída de [6]	92

ÍNDICE DE TABLAS

6.1	Características analizadas a los algoritmos temporales: LMS, NLMS y RLS	94
6.2	Características analizadas a los algoritmos espaciales: Bartlett, Capon y Frost	95
6.3	Características analizadas a los algoritmos ciegos: CMA, EIGEN y CAB	96
6.4	Características analizadas a los algoritmos: RLS, Frost y CMA . .	97
6.5	Características analizadas a los algoritmos: LMS, Bartlett y CMA	98

Acrónimos

ADC *Analog to Digital Converter* - Convertidor Analógico Digital.

CAB *Cyclic Adaptive Beamforming* - Conformador Adaptativo Cíclico.

CBF *Conventional Beamformer* - Conformador Convencional.

CMA *Constant Modulus Algorithm* - Convertidor Analógico Digital.

DoA *Direction of Arrival* - Dirección de Arribo.

EIGEN *Eigenvalues Algorithm* - Algoritmo de Valores Propios.

EWF *Electronic Warfare* - Guerra Electrónica.

FA *Array Factor* - Factor de Arreglo.

FNBW *First Null Beam Width* - Ancho del Haz entre los Primeros Nulos.

FPGA *Field Programmable Gate Array* - Arreglo de Puertas de Campos Programables.

GNSS *Global Navigation Satellite Systems* - Sistemas Globales de Navegación por Satélite.

Acrónimos

IF *Intermediate Frequency* - Frecuencia Intermedia.

LMS *Least Mean Square* - Mínimos Cuadrados.

LNA *Low Noise Amplifier* - Amplificador de bajo Nivel de Ruido.

LO *Local Oscillator* - Oscilador Local.

MCOP *Maximum Combined Output Power* - Potencia Máxima de Salida.

MSE *Mean Square Error* - Error Cuadrático Medio.

MUSIC *MUltiple Signal Classification* - Clasificación de Múltiples Señales.

MV *Minimum Variance* - Mínima Varianza.

MVDR *Minimum Variance Distortionless Response* - Respuesta sin Distorsión de Mínima Varianza.

NLMS *Normalized Least Mean Square* - Mínimos Cuadrados Normalizado.

RF *Radio Frequency* - Radiofrecuencia.

RLS *Recursive Least Squares* - Mínimos Cuadrados Recursivo.

SINR *Signal to Interference plus Noise Ratio* - Relación Señal a Interferencia mas Ruido.

SNR *Signal to Noise Ratio* - Relación Señal a Ruido.

ULA *Uniform Lineal Array* - Arreglo Lineal Uniforme.

El comienzo es la parte más importante del trabajo.

Platón

CAPÍTULO

1

Introducción

En los últimos años los sistemas de comunicaciones móviles han tenido un aumento sustancial del número de usuarios [7]. Más aún, las futuras generaciones en estos sistemas, esperan proporcionar una amplia variedad de servicios multimedia a través de un canal inalámbrico fiable de alta velocidad. Es por ello, que el concepto de antenas inteligentes se propone como una solución al problema de incrementar de forma significativa la capacidad, la velocidad de los datos y mejorar la calidad de la transmisión inalámbrica que presentan actualmente estos sistemas.

Aunque pueda parecer que los sistemas de antenas inteligente son una nueva tecnología, los principios fundamentales sobre los que se basan no son nuevos. De hecho, en los años 1970 y 1980 dos números especiales de la revista *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* [8] se dedicaron al estudio de arreglos de antenas adaptativas y a técnicas asociadas con el procesamiento de señales. El uso de antenas adaptativas en los sistemas de comunicaciones inicialmente atrajo el interés en aplicaciones militares. En particular, las técnicas se han utilizado durante muchos años en la guerra electrónica EWF (electronic warfare), como medidas de interferencia electrónica.

La tecnología de antenas inteligentes se basa en dos funciones principales: *la estimación de la dirección de llegada* de la señal deseada y *la conformación haz*

1. INTRODUCCIÓN

(o "*beamforming*"). La detección de los usuarios se realiza mediante el procesamiento de las señales recibidas en un arreglo de antenas a través del algoritmo de detección del ángulo de llegada (DoA); con esta información el *conformador de haz*, proporciona la respuesta del sistema en la atención del usuario deseado. Por tanto, utilizando un arreglo de antenas y un procesador de señal, es posible obtener características de radiación deseadas [7]. Los algoritmos de *conformación de haz* o *beamforming* se clasifican como *Adaptativos* y *No Adaptativos*. Existen también los estadísticamente óptimos y los independientes de datos; los primeros contemplan el conocimiento previo de las estadísticas para optimizar la respuesta del arreglo. Usualmente las estadísticas de las señales del no son conocidas y pueden cambiar con el tiempo por lo que se emplean algoritmos adaptativos, los cuales son diseñados de tal forma que la respuesta del *conformador de haz* converja a la solución de los óptimos estadísticos y se clasifican de acuerdo al modo que seleccionan al usuario deseado como de: *referencia temporal*, *referencia espacial* y *referencia ciega*. En este trabajo de tesis se hace un estudio sobre las diversas técnicas de conformación de haz existentes, para lo cual se seleccionan los algoritmos basados en las diferentes referencias, se simulan en un software y se comparan en términos de convergencia y complejidad computacional.

1.1 Objetivos

Para el trabajo de tesis se fijaron los siguientes objetivos:

Objetivo General

- * Comparar la convergencia y complejidad computacional de algoritmos de conformación de haz con referencias temporal, espacial y ciega aplicados a antenas inteligentes.

Objetivos Específicos

1. Revisar el estado del arte de algoritmos de conformación de haz con referencia temporal, espacial y ciega.

2. Implementar en un software de simulación por lo menos un algoritmo de conformación de haz con cada referencia.
3. Comparar la convergencia y complejidad computacional entre algoritmos de conformación de haz con distintas referencias.
4. Emitir recomendaciones para la implementación práctica de los algoritmos de conformación de haz.

1.2 Organización de la Tesis

Este documento de tesis se compone de seis capítulos, donde se aborda el tema de algoritmos de conformación de haz con referencias temporal, espacial y ciega, aplicados a antenas inteligentes.

El documento está organizado de la siguiente manera. El **Capítulo 2** comienza con introducción a los sistemas de antenas inteligentes mencionando su principio básico, las diferentes técnicas para implementarlos, sus componentes principales y se introduce la notación a emplear.

En el **Capítulo 3** se presentan los métodos Bartlett, Capon y MUSIC, los cuales estiman el ángulo de arribo (DoA). Además se introduce el concepto y clasificación de la conformación de haz.

En el **Capítulo 4** se exponen los fundamentos teóricos, definición, clasificación y ecuaciones que describen a tres algoritmos de conformación para cada una de las referencias. LMS, NLMS y RLS en los temporales, Bartlett, Capon y Frost en los espaciales y CMA, EIGEN y CAB en los ciegos.

A partir de los modelos matemáticos establecidos para cada uno de los algoritmos en el capítulo 4, en el capítulo **Capítulo 5** se presentan los resultados de las simulaciones de los algoritmos de conformación de haz con referencia temporal, espacial y ciega. Los resultados reportan el comportamiento de la convergencia y

1. INTRODUCCIÓN

complejidad de implementación de los mismos. También se estudian los fenómenos de captura y cancelación de señal, este último nos motivó proponer un nuevo conformador de haz al que decidimos llamarlo: “Conformador espacial de gradiente estocástico”.

En la última sección de este capítulo, se presentan de manera sintetizada algunas consideraciones importantes para la implementación práctica de un sistema de antena inteligente.

Finalmente, las conclusiones y algunas propuestas para futuras investigaciones que se puedan basar en este trabajo se encuentran en el **Capítulo 6**.

Saber mucho no es lo mismo que ser inteligente. La inteligencia no es sólo información, sino también juicio, la manera en que se recoge y maneja la información.

Carl Sagan

CAPÍTULO

2

Generalidades de antenas inteligentes

En este capítulo se da una introducción y un panorama general de los sistemas de antena inteligente. Se presenta el concepto, las formas de implementar, los componentes principales de este tipo de sistemas y se introduce la notación a emplear.

2.1 Concepto de antenas inteligentes

Las antenas inteligentes son arreglos de antenas que cambian su diagrama de radiación para ajustarse dinámicamente al ruido, a la interferencia en el canal y a mitigar los efectos del desvanecimiento por multitrayecto en la señal de interés [9, 10].

Sin embargo, al hablar de “inteligencia”, siendo estrictos, las antenas no lo son, lo que las hace inteligentes es el sistema completo, es decir, se combinan los arreglos de antenas con el procesamiento digital de señal para sintetizar de forma automática los diagramas de transmisión y recepción del arreglo en respuesta a las señales recibidas del entorno.

Los sistemas de antenas inteligentes se clasifican en función de su estrategia de transmisión, en los siguientes tres tipos (“niveles de inteligencia” [9]): haz conmutado, haz de seguimiento y haz adaptativo.

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

2.1.1 Antenas de haz conmutado (Switched Lobe)

Es la técnica más simple, conocida también como *Switched Lobe* (cambio de dirección del lóbulo) y consiste en un sistema radiante que genera varios haces a ángulos prefijados apuntando en distintas direcciones, que se van conmutando secuencialmente dando como resultado un barrido discreto de la zona de cobertura en posiciones angulares fijas, como se muestra en la figura 2.1. En cada posición discreta del haz se activa el sistema de recepción para detectar la posible existencia de señales. En caso de recibir señal, el sistema guarda información correspondiente a la posición del haz (ángulo + identificación de usuario) y se establece la comunicación con el usuario en un intervalo de tiempo. Después de este intervalo se conmuta al siguiente haz para detectar la existencia de otros posibles usuarios hasta llegar al límite angular de la zona de cobertura. Este proceso se repite permanentemente en el tiempo [1].

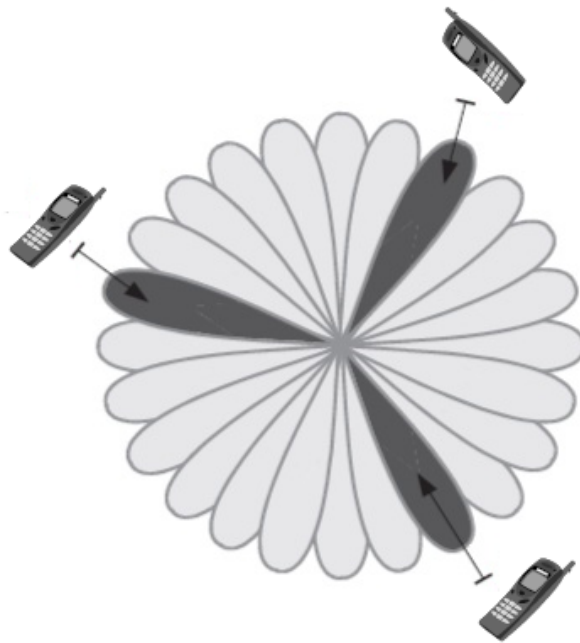


Figura 2.1: Esquema de haz conmutado (Imagen obtenida de [1], editada).

2.1.2 Antenas de haz de seguimiento

Conocida también como *arreglo dinámico en fase*. Esta técnica es más compleja que la anterior, ya que utiliza un arreglo progresivo que controla electrónicamente las fases que alimentan a los distintos elementos, lo que permite modificar la dirección del lóbulo principal de la antena, haciendo que este apunte hacia donde uno lo desee. Para lograr esto es necesario utilizar algoritmos DoA [Direction of Arrival (Dirección de arribo)] para identificar la dirección de arribo de las señales de los usuarios. Con lo que se garantiza que el usuario se encuentra cubierto en todo momento por el lóbulo principal y con máxima ganancia (dentro de las limitaciones de los algoritmos que se empleen). Sin embargo, tampoco puede evitarse que las interferencias entren por algún lóbulo secundario del patrón de radiación [11] Véase figura 2.2.

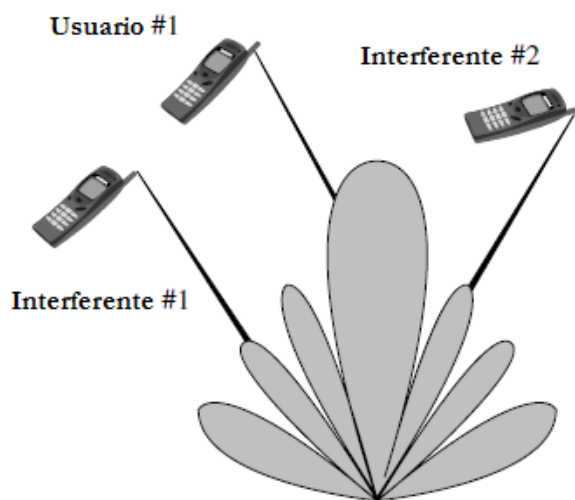


Figura 2.2: Esquema de haz adaptativo (Imagen obtenida de [2], editada).

2.1.3 Antenas de haz adaptativo

Esta técnica sería el máximo nivel de inteligencia con la que se podría dotar al sistema. En este caso, la salida de cada elemento del arreglo se pondera con un factor de peso, cuyo valor se asigna dinámicamente, de modo que se conforma un patrón de radiación de haz móvil. Su patrón sintetizado habitualmente presentará

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

un lóbulo principal en la dirección del usuario deseado, lóbulos secundarios en las direcciones de las componentes multitrayecto y mínimos (e incluso nulos) de radiación en las direcciones de las fuentes de interferencia. No siempre será posible eliminar toda la interferencia, ya que el número de fuentes interferentes que se pueden suprimir está directamente relacionado con el número de elementos de la antena. Véase figura 2.3.

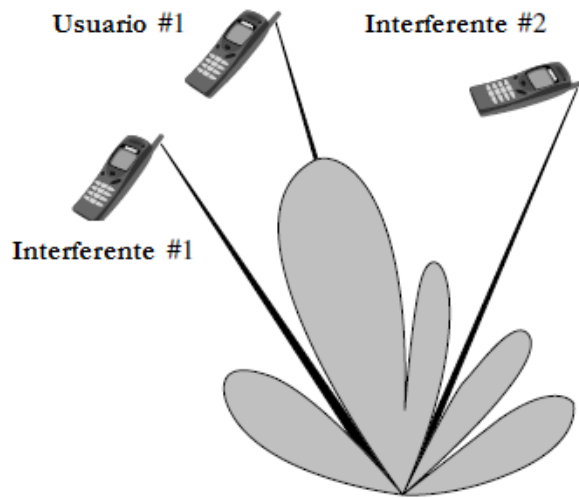


Figura 2.3: Esquema de haz adaptativo (imagen obtenida de [1], editada).

2.2 Arquitectura de un sistema de antena inteligente.

Al igual que cualquier antena, una antena inteligente puede operar en modo transmisor o en receptor, ambas modalidades son esquemáticamente similares, como se observa en la figuras 2.4 y 2.6. Cada esquema consta de cuatro unidades [1]: el *arreglo de antenas*, una unidad *radio*, una unidad de *conformación de haz* y una unidad de *procesamiento de señal*.

En el modo de recepción de señal, el esquema de la unidad radio, también conocido en la literatura como *Front-End* se presenta en la figura 2.5 para una sola antena. De izquierda a derecha el primer elemento es la antena, la cual capta la señal electromagnética proveniente del medio. La señal de radiofrecuencia (RF) de salida de la antena pasa por un amplificador de bajo ruido, (LNA del inglés

2.2 Arquitectura de un sistema de antena inteligente.

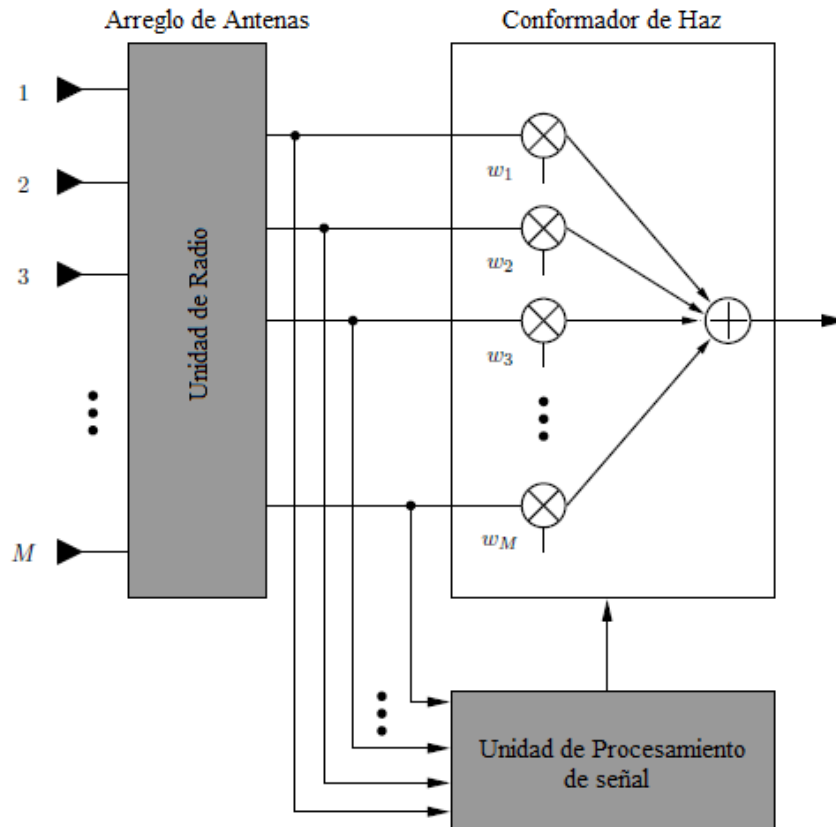


Figura 2.4: Arquitectura de un sistema de antena inteligente en modo de recepción, (Imagen obtenida de [1], editada)

Low Noise Amplifier) el cual amplifica la señal e inevitablemente el ruido, pero este último en menor proporción. Después viene el multiplicador, cuyo propósito es desplazar los componentes de frecuencia del espectro en RF a otro espectro de menor frecuencia, llamado frecuencia intermedia (IF Intermediate Frequency). El filtro pasa banda rechaza los componentes de frecuencia no deseados.

Después de la unidad radio, como se observa en la figura 2.4, la antena inteligente a través de la unidad de procesamiento de señales, genera los pesos complejos w_1, w_2, \dots, w_M , los cuales son ponderados por la señal recibida en cada uno de los elementos del arreglo.

En el transmisor, mostrado en la figura 2.6, el procesamiento de la señal calcula un estimado de la dirección de localización del usuario (DoA), y genera un

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

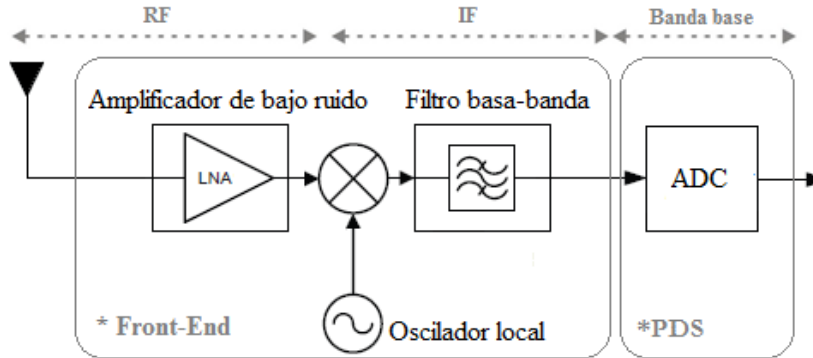


Figura 2.5: Diagrama de bloques del Front-end de un elemento del arreglo.

conjunto de pesos para ponderar la señal a transmitir en cada antena, esta técnica es conocida como conformación de haz o *beamforming* y es el tema que se aborda en este trabajo de tesis, por lo que se estudiará en los siguientes capítulos de este documento.

Mientras tanto, en la siguiente sección veamos otro aspecto importante en un sistema de antena inteligente que es el arreglo de antenas.

2.3 Arreglo de antenas

Para este trabajo de tesis es necesario el uso de antenas con características directivas. Esto puede llevarse a cabo al aumentar el tamaño de la antena eléctrica [2]. Otra forma de aumentar las dimensiones de la antena, sin necesidad de aumentar el tamaño de los elementos individuales, es la formación de un grupo de antenas con una configuración eléctrica y geométrica específica, alimentadas con corrientes de amplitudes y fases tales que la interferencia de los campos radiados por todas las antenas, nos permitan conseguir ganancias mayores y patrones de radiación diferentes a los que se obtienen con una sola antena. Esta agrupación de antenas convenientemente distribuidos¹ en el espacio que integra de forma parcial o total la información recibida en cada uno de sus elementos es referida como *array* o arreglo [2].

¹Se refiere a la organización espacial de los elementos que constituyen el arreglo.

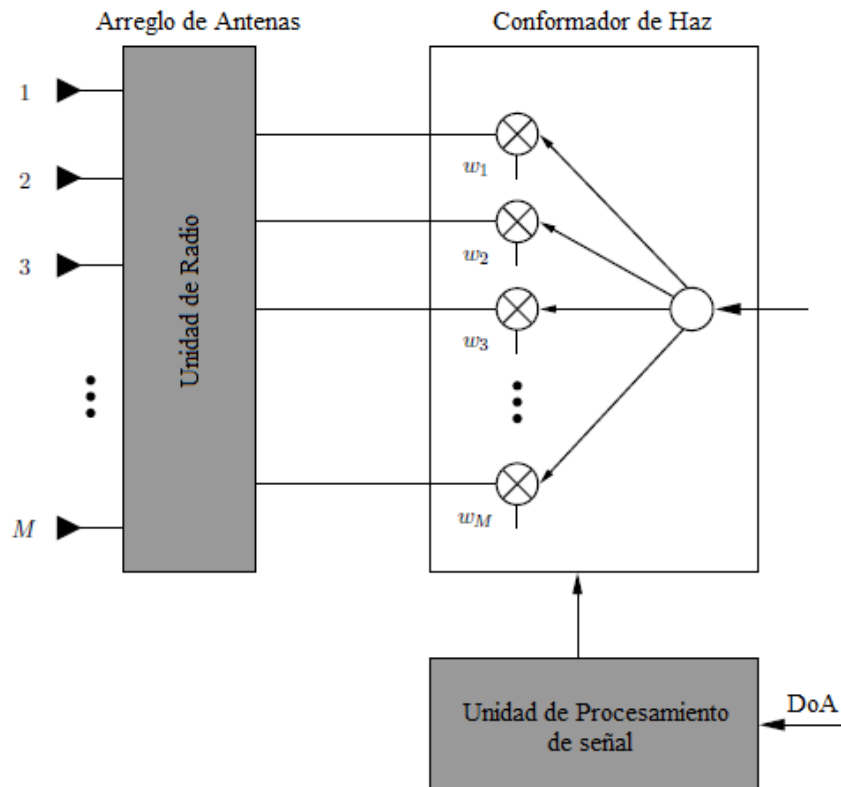


Figura 2.6: Arquitectura de un sistema de antena inteligente en modo de transmisión. (Imagen obtenida de [1], editada)

De acuerdo a [2], existen cinco parámetros de control que se utilizan para dar forma al diagrama de radiación del arreglo de antenas.

1. Configuración geométrica (lineal, circular, planar). Véase figura 2.7.
2. Distancia de separación entre los elementos.
3. Amplitud de excitación de cada elemento.
4. Fase de excitación de cada elemento.
5. Patrón relativo de cada elemento.

La figura 2.7 muestra cuatro ejemplos de diferentes geometrías de arreglos de antenas. El primer ejemplo a) muestra un arreglo lineal cuyos elementos están es-

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

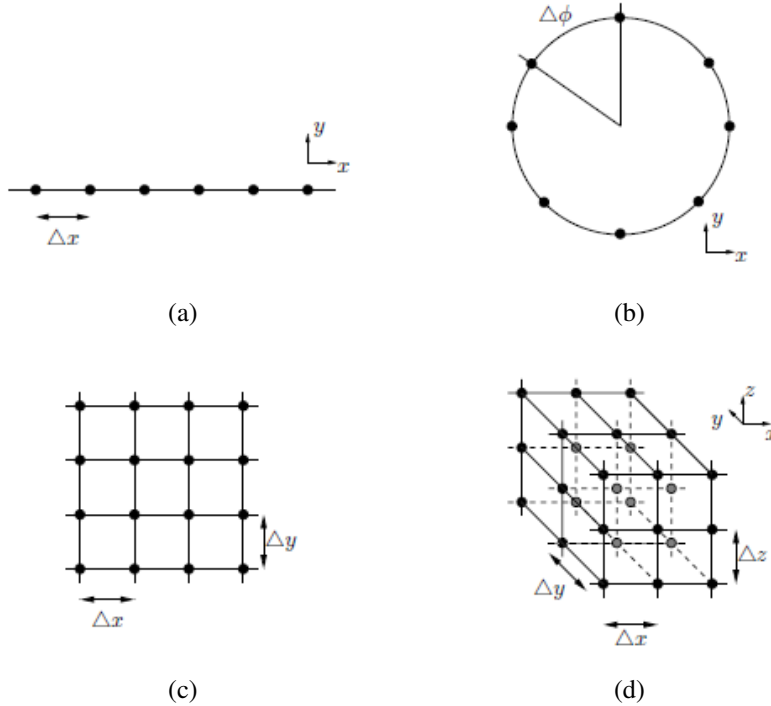


Figura 2.7: Diferentes geometrías de arreglos para antenas inteligentes. a) arreglo lineal, b) arreglo circular, c) arreglo planar y d) arreglo planar en tres dimensiones.

paciados una distancia Δx . Esta es la estructura más común debido a su baja complejidad. El segundo ejemplo (b) muestra un arreglo circular con una separación angular $\phi = 2\pi/M$ entre cada elemento. Finalmente las dos últimas figuras c) y d) corresponden a un arreglo planar bidimensional y a un arreglo planar en tres dimensiones respectivamente. El espaciamiento entre cada antena es de Δx y Δy para c) y Δx , Δy y Δz para d).

2.3.1 Modelo de señal de un arreglo de antenas

Considere un arreglo compuesto por M antenas situadas en diferentes puntos del espacio, como el que se muestra en la figura 2.8, el cual, tiene un centro de referencia de fase en el origen y las coordenadas del elemento de antena m -ésima están marcados como (x_m, y_m, z_m) . Cada una de las antenas responde a una onda incidente con una ganancia $g_m(\mathbf{k}, p)$, que depende de la dirección de llegada de la

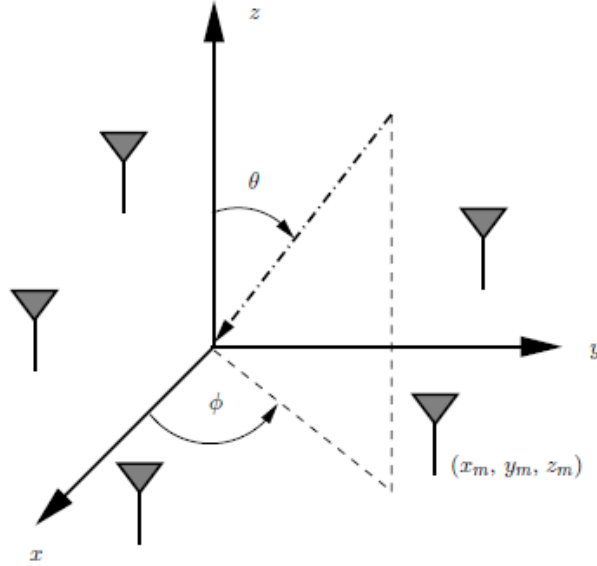


Figura 2.8: Ilustración de las coordenadas de un arreglo de antenas.

onda, descrita a través de su vector de propagación \mathbf{k} , y de la polarización de la antena con respecto al campo incidente, indicada por el parámetro p .

Supondremos que el entorno está compuesto por un número determinado D de fuentes que denotaremos por las señales analógicas $s_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, D$, cada una de las cuales se caracteriza por una amplitud y una fase con respecto a un punto de referencia. Generalmente, y especialmente en señales en banda base, es necesario generar la componente en cuadratura de la señal además de su componente en fase. Por ello se explica el modelo de señal, tanto para las señales como para el ruido empleado. La señal compleja paso banda recibida en la m -ésima antena debida a la contribución de las D fuentes se describe de la siguiente forma:

$$\tilde{x}_m(t) = \sum_{i=1}^D g_m(\mathbf{k}_i, p_i) s_i(t - \tau_{m,i}) e^{j2\pi f_0(t - \tau_{m,i})} + \tilde{r}_m(t) \quad (2.1)$$

donde:

$g_m(\mathbf{k}_i, p_i)$ es la ganancia de la antena m para la fuente i

$s_i(t)$ es el modelo de señal en banda base de la i -ésima fuente recibida en el

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

punto de referencia

$\tau_{m,i}$ es el tiempo de propagación de la señal de la fuente i desde el punto de referencia hasta la antena m .

f_0 es la frecuencia portadora

$\tilde{r}_m(t)$ es el ruido paso banda complejo generado en la antena m . Este ruido se considera gaussiano, blanco e incorrelado con la señal e incorrelado entre antenas

La señal paso bajo muesturada tiene la forma:

$$x_m(n\tau_s) = \sum_{i=1}^D g_m(\mathbf{k}_i, p_i) s_i(n\tau_s - \tau_{m,i}) e^{-j2\pi f_0 \tau_{m,i}} + r_m(n\tau_s) \quad (2.2)$$

siendo ahora $r_m(n\tau_s)$ el ruido paso bajo complejo.

Esta es la expresión general de la señal recibida en cada uno de los elementos del arreglo. La introducción de hipótesis de banda estrecha permite realizar posteriores simplificaciones que facilitan el manejo y permiten extraer algunas conclusiones, por tal motivo se tratará a continuación.

2.3.2 Hipótesis de banda estrecha

La hipótesis de banda estrecha consiste en suponer despreciable el retardo temporal entre los diferentes elementos del arreglo sufrido por el equivalente en banda base de cualquiera de las señales incidentes:

$$s_i(n\tau_s - \tau_{m,i}) \simeq s_i(n\tau_s - \tau_{1,i}) \equiv s_i(n) \quad (2.3)$$

Esta aproximación es cierta siempre que el inverso del retardo máximo posible experimentado por el equivalente en banda base entre las dos antenas más alejadas del arreglo sea mucho mayor que el ancho de banda de la señal:

$$\frac{1}{\tau_{max}} \gg 2\pi B \quad (2.4)$$

donde B es el ancho de banda en Hz.

2.3 Arreglo de antenas

Considerando en cualquiera de las D señales, el retardo de máximo τ_{max} se produce cuando dicha señal llega de forma paralela a la dimensión mayor del arreglo (la línea descrita por la pareja de elementos más separados), que denominaremos L . En este caso el retardo alcanza su valor máximo, dado por:

$$\tau_{max} = \frac{L}{c} \quad (2.5)$$

donde c es el vector de propagación de la señal en el medio.

De esta forma la condición de banda estrecha en términos del tamaño de la apertura del arreglo está dada por:

$$B \ll \frac{c}{2\pi L} \quad (2.6)$$

Esta condición no relaciona directamente ancho de banda y frecuencia portadora como suele ser habitual para expresar la hipótesis de banda estrecha. No obstante, dicha dirección está implícita ya que normalmente las dimensiones del arreglo suelen ser comparables a la longitud de onda de la portadora. Por tanto, excepto para arreglos con un elevado número de elementos, la condición $B \ll f_0$ es suficiente para el cumplimiento de la hipótesis.

Bajo dicha hipótesis, la expresión 2.2 se simplifica (ecuación 2.7), quedando los términos $g_m(\mathbf{k}_i, p_i)$ y $e^{-j2\pi f_0 \tau_{m,i}}$ agrupados en un nuevo parámetro $a_{m,i}$, el cual contiene todos los efectos que distinguen a cada elemento del arreglo: efectos de retardo de propagación, directividad de los receptores, polarización de los campos incidentes, etc.

$$x_m(n) = \sum_{i=1}^D a_{m,i} s_i(n) + r_m(n) \quad (2.7)$$

En adelante supondremos siempre el cumplimiento de dicha hipótesis, dado que simplifica el planteamiento y la resolución de algunos problemas relacionados con el procesamiento de señales en arreglos de antenas.

Adicionalmente a lo largo de este trabajo se considerará que la geometría del arreglo es lineal uniforme. Por ello en el siguiente apartado se estudia dicha geometría y se introduce la notación matricial, la cual permitirá compactar las expresiones anteriores.

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

2.3.3 Arreglo Lineal Uniforme ULA y notación matricial

Un arreglo lineal uniforme (ULA, del inglés Uniform Linear Array) es aquél cuyos elementos están dispuestos sobre una línea recta espaciados una misma distancia d_a entre sí [2], como el que se muestra en la figura 2.9, donde el elemento “1”

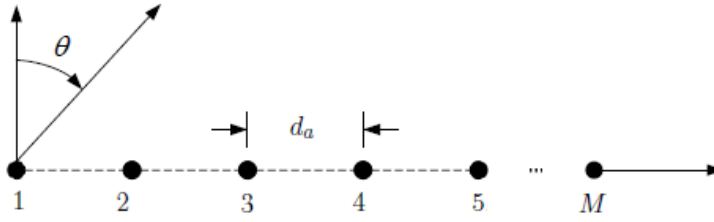


Figura 2.9: Distribución lineal uniforme de una agrupación de antena.

del arreglo está en el origen y sirve de referencia para el resto de los elementos. Teniendo en cuenta la hipótesis de banda estrecha, las señales a la salida de los elementos del ULA se agrupan en un vector conocido como *snapshot* o vector de señal recibida $\mathbf{x}(n)$ de dimensiones M filas y una columna, el cual está dado por:

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T \quad (2.8)$$

Análogamente, se agrupan las señales incidentes en un vector de M filas y una columna que denominaremos $\mathbf{s}(n)$:

$$\mathbf{s}(n) = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_M(n)]^T \quad (2.9)$$

Ambos vectores se relacionan a través de la matriz \mathbf{A} formada por M filas y D columnas, cuyos elementos son los coeficientes $a_{m,i}$ definidos anteriormente, la cual está definida por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{D,1} & a_{D,2} & \dots & a_{D,M} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

con lo que resulta posible compactar la expresión 2.7 para todos los elementos del arreglo de la forma siguiente:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{r}(n) \in \mathbb{C}^M, \quad (2.11)$$

donde $\mathbf{r}(n)$ es un nuevo vector de dimensiones $M \times 1$ que representa el ruido introducido por cada uno de los elementos del arreglo:

$$\mathbf{r}(n) = [r_1(n), r_2(n), \dots, r_M(n)]^T \quad (2.12)$$

En adelante, se utilizará la expresión 2.11 para describir las señales recibidas en cada uno de los elementos del arreglo. Una formulación alternativa, en la que se puede ver el efecto de cada una de las fuentes consiste en reescribir la expresión 2.11 de la forma siguiente:

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{i=1}^D \mathbf{a}_i s_i(n) + \mathbf{r}(n) \quad (2.13)$$

donde \mathbf{a}_i es llamado vector de direccionamiento (*steering vector*) asociado a la i -ésima fuente,

$$\mathbf{a}_i = [a_{1,i}, a_{2,i}, \dots, a_{M,i}]^T \quad (2.14)$$

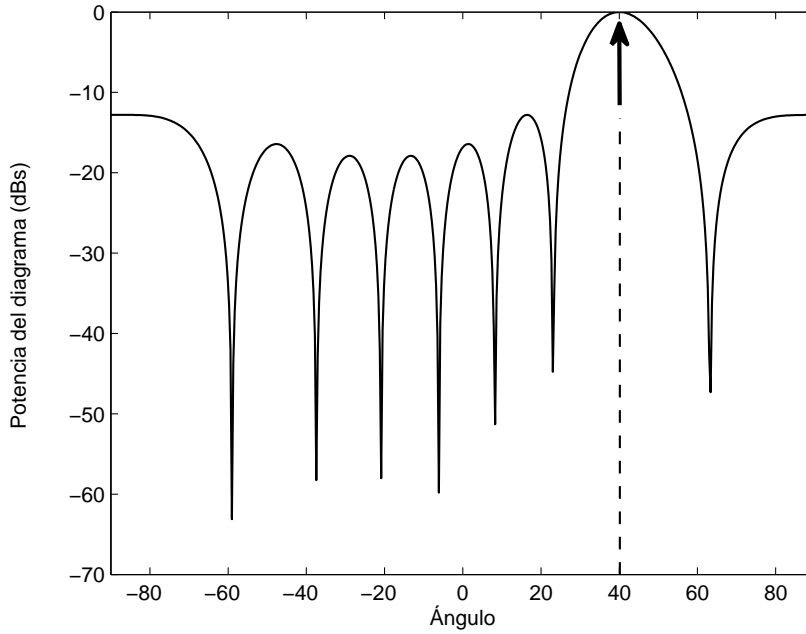
que a su vez corresponde a la i -ésima columna de la matriz \mathbf{A} . La importancia de dicho vector reside en que contiene toda la información sobre la dirección de llegada de la fuente. Para una señal incidente en un ULA como el mostrado en la figura 2.9, según su ángulo de elevación θ , el vector de direccionamiento se define de acuerdo a la diferencia de fase entre elementos del ULA en la forma [12]:

$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{-jk d_a \sin \theta} \quad e^{-jk 2 d_a \sin \theta} \quad \dots \quad e^{-jk M d_a \sin \theta}]^T \in \mathbb{C}^M \quad (2.15)$$

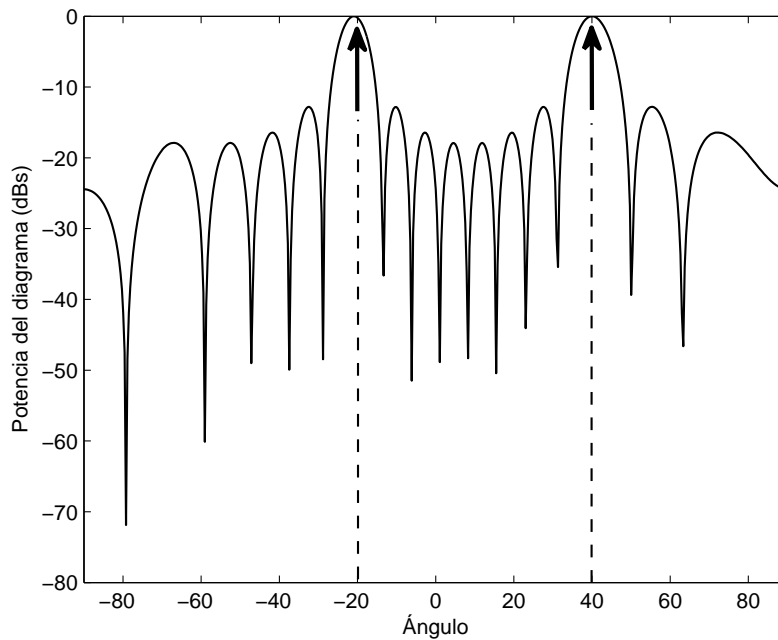
siendo $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda_0$ el vector de onda y λ_0 es la longitud de onda.

Un ULA es equivalente a un muestreo espacial uniforme de las señales incidentes. Su resolución es función de su longitud. Esta puede aumentar ya sea elevando el número de antenas o bien aumentando la distancia d_a . Pero como en el muestreo de señales temporales, existe también su equivalente del teorema de Nyquist. Así si $d_a < \frac{\lambda_0}{2}$ estamos submuestreando el espacio y se pierde la resolución. Por el contrario si $d_a > \frac{\lambda_0}{2}$ aparecen lóbulos de difracción con una altura igual al lóbulo principal del diagrama de radiación. Para ilustrar lo anterior en la figura 2.10 se muestra dos diagramas de radiación de una agrupación uniforme de 8 elementos, para $d_a = \frac{\lambda_0}{2}$ y $d_a = \lambda_0$. Este efecto es el equivalente al *aliasing* del muestreo temporal.

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES



(a) $d_a = \frac{\lambda_0}{2}$



(b) $d_a = \lambda_0$

Figura 2.10: Diagrama de radiación orientado a 40° producido por un arreglo de antenas de 8 elementos, separados a una distancia: a) $d_a = \frac{\lambda_0}{2}$ y b) $d_a = \lambda_0$. Obsérvese la presencia del lóbulo de difracción ubicado en -20° en b).

De ese modo, la solución adoptada habitualmente consiste en fijar la distancia entre antenas en media longitud de onda:

$$d_a = \frac{\lambda_0}{2} \quad (2.16)$$

con lo que la expresión del vector direccionamiento 2.15 se transforma en:

$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{-j\pi \sin \theta} \quad e^{-j2\pi \sin \theta} \quad \dots \quad e^{-jM\pi \sin \theta}]^T \in \mathbb{C}^M \quad (2.17)$$

2.3.4 Vector de pesos y señal de salida del arreglo

La forma de integrar la información aportada por las diferentes señales recibidas en el arreglo consiste en construir una señal de salida, constituida como una combinación lineal de las señales en las diferentes antenas y el vector de pesos complejos, la cual se escribe como:

$$y(n) = \sum_{m=1}^M w_m x_m(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2.18)$$

donde \mathbf{w} es el denominado vector de pesos complejos, expresado como:

$$\mathbf{w}(n) = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T, \quad (2.19)$$

En adelante nos referiremos a este vector como vector de pesos, de coeficientes, o vector de conformación indistintamente.

Sustituyendo la expresión 2.11 en 2.18, la señal de salida del arreglo queda como:

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta) \mathbf{s}(n) + \mathbf{w}^H \mathbf{r}(n) \quad (2.20)$$

de donde se puede obtener que la contribución a la señal de salida de una fuente depende de su vector de direccionamiento y del vector de pesos del conformador:

$$y_i(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_i) s_i(n) \quad (2.21)$$

A continuación veremos cómo el vector de pesos está íntimamente ligado a la respuesta del arreglo para cada una de las señales incidentes. Más aún, si las antenas ofrecen individualmente una respuesta omnidireccional, es posible demostrar que el diagrama de radiación del arreglo viene determinado de forma exclusiva por el vector de pesos definido.

2. GENERALIDADES DE ANTENAS INTELIGENTES

2.3.5 Diagrama de radiación del arreglo

La respuesta global del arreglo para cada dirección de llegada se llama factor de arreglo (FA) y está determinado por el producto escalar [9]:

$$FA(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (2.22)$$

El diagrama de radiación asociado se obtiene mediante la siguiente expresión [1]:

$$G(\theta) = |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 \quad (2.23)$$

que, como puede observarse, depende directamente del vector de pesos elegido. De ahí la razón por la que también se denomina vector de conformación.

Es importante observar en consecuencia, el diagrama de radiación puede ser controlado y modificado a voluntad de forma electrónica mediante una selección apropiada de los pesos y de la geometría del arreglo. La ecuación 2.23 constituye el punto de partida de las técnicas de conformación de haz.

Finalmente, en la Tabla 2.1 se resumen las diferentes variables e índices que definen las dimensiones de las variables utilizadas, la representación de matrices y vectores en la tabla 2.2 y en la tabla 2.3 se definen los vectores y matrices empleados.

Variable	Significado
M	Número de elementos del arreglo
D	Número de fuentes incidentes
d_a	Separación entre elementos del arreglo
m	Índice de elementos del arreglo
i	Índice de fuentes incidentes

Tabla 2.1: Variables e índices utilizadas para definir las dimensiones de las matrices.

2.3 Arreglo de antenas

Notación	Denota	Ejemplo
Letra minúscula en negrita	Vector columna	\mathbf{w}
Letra mayúscula en negrita	Matriz	\mathbf{A}
Superíndice $*$	Vector/matriz conjugado (a)	$\mathbf{w}^*, \mathbf{A}^*$
Superíndice T	Vector fila o matriz transpuesta	$\mathbf{w}^T, \mathbf{A}^T$
Superíndice H	Vector/matriz conjugado (a) y transpuesto	$\mathbf{w}^H, \mathbf{A}^H$

Tabla 2.2: Convenio empleado para la introducción de la notación.

Variable	Descripción	Dimensiones
\mathbf{w}	Vector columna de pesos asociados a cada uno de los elementos del arreglo	$M \times 1$
\mathbf{s}	Vector columna de señales incidentes al arreglo de antenas en banda base	$D \times 1$
\mathbf{x}	Vector columna de señales recibidas al arreglo de antenas	$M \times 1$
\mathbf{r}	Vector columna de ruido asociado a cada uno de los elementos del arreglo	$M \times 1$
\mathbf{A}	Matriz de direcciones de llegada	$M \times D$

Tabla 2.3: Definición de los vectores y matrices necesarios para la descripción del sistema.

El conocimiento es una herramienta, y como todas las herramientas, su impacto está en manos del usuario.

Dan Brown

CAPÍTULO

3

Estimación del ángulo de arribo y conformación de haz

En un sistema de antenas inteligentes la parte que comprende el procesamiento de señales afronta dos problemas principales: la estimación del ángulo de arribo y la conformación de haz. En el primero se trata de determinar el entorno de señal en el que se haya inmersa la estructura, lo que constituye en realidad un problema triple, pues requiere del conocimiento del número de señales incidentes, de sus direcciones de llegada y de la potencia con que son recibidas. En el segundo, el problema reside en la selección de un conjunto de pesos que conformen un diagrama de radiación capaz de realzar una determinada señal de interés al tiempo que se minimice la contribución del ruido e interferencias. Resulta difícil encontrar un algoritmo que resuelva ambos problemas; sin embargo existen algunos que pueden comportarse como estimadores y conformadores. En este capítulo se hará una breve presentación de algunos métodos de estimación del ángulo de arribo y se establecerán los conceptos necesarios para la comprensión de la conformación de haz.

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

3.1 Algoritmos de estimación del DoA

La finalidad de los métodos de estimación de la Dirección de Arribo (*DoA* del inglés *Direction of Arrival*) es definir una función que ofrezca información de los ángulos de arribo respecto a máximos de potencia de las señales. Esta función es llamada pseudo-espectro $P(\theta)$ y su unidad es watts o dBW [13].

Un ejemplo de pseudo-espectro se presenta en la figura 3.1, donde se distinguen dos aspectos importantes, uno de ellos es la presencia de máximos que corresponden a las direcciones del ángulo de llegada de cuatro fuentes, los cuales, de izquierda a derecha están ubicadas en: $\theta_1=-75^\circ$, $\theta_2=-30^\circ$, $\theta_3=15^\circ$ y $\theta_4=60^\circ$. El segundo aspecto es la resolución, que de acuerdo a [3] está determinada por el tamaño de apertura del lóbulo entre dos nulos (FNBW del inglés *First Null Beam Width*) dividido entre dos, por ejemplo, si FNBW=2, la resolución es de 1° .

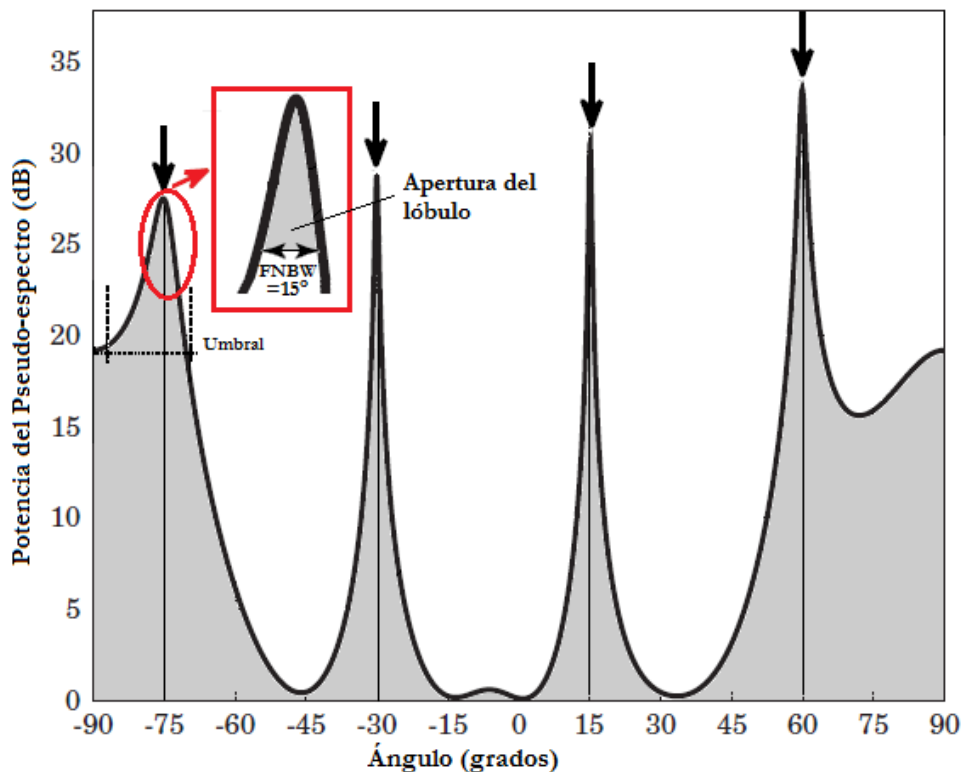


Figura 3.1: Ejemplo de pseudo-espectro para la estimación del DoA de cuatro fuentes ubicadas en $\theta_1=-75^\circ$, $\theta_2=-30^\circ$, $\theta_3=15^\circ$ y $\theta_4=60^\circ$. (Imagen obtenida de [1], editada).

3.1 Algoritmos de estimación del DoA

Los métodos de estimación del DoA aplicados a sistemas de comunicaciones móviles están agrupados de la siguiente forma [14, 15, 16]:

1. Métodos convencionales
2. Métodos basados en subespacios (eigen estructuras)

Cada uno de estos métodos tiene sus ventajas y desventajas, por lo que en los siguientes apartados se dará una breve reseña de ellos y simultáneamente se presentan los resultados obtenidos de su simulación en Matlab.

3.1.1 Métodos convencionales

Los métodos convencionales de estimación del DoA, calculan el pseudo-espectro de potencia de la señal recibida y determinan los máximos locales de dicho pseudo-espectro [17, 18].

Este tipo de métodos requieren de arreglos de antenas con un gran número de elementos para obtener una buena resolución, además de que son altamente dependientes del número de elementos del arreglo y de la relación SNR (nivel de ruido). Algunos ejemplos son el método de retraso y suma o Bartlett y el estimador de mínima varianza de Capon [11].

Para determinar el $P(\theta)$, el vector de pesos del arreglo se diseña en base a algún criterio de optimización, por ejemplo el de Mínima Varianza (MV) [19], que permita calcular la potencia en una determinada dirección. La potencia media de salida será función de la dirección de observación y de la matriz de autocorrelación de la señal recibida [19]:

$$P(\theta) = E\{|y(n)|^2\} = \mathbf{w}^H(\theta)E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\}\mathbf{w}(\theta) = \mathbf{w}^H(\theta)\mathbf{R}_x\mathbf{w}(\theta) \quad (3.1)$$

La presencia de máximos en un pseudo-espectro corresponden a las direcciones de arribo de las fuentes y serán más o menos abruptos dependiendo de la potencia de las mismas, como se observa en la figura 3.1.

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

3.1.1.1 Método de retardo y suma

El método de retardo y suma, referido también como método de Bartlett [1] o método convencional calcula el DoA por la medición de la potencia de la señal en cada ángulo posible de llegada y selecciona como DoA a la dirección de potencia máxima [7, 20]. La idea es explorar a través de la región angular de interés (generalmente en pasos discretos) de tal manera que cualquier dirección que produce la mayor potencia de salida es la estimación de la dirección de la señal deseada.

Si en la dirección de observación hay una fuente, la contribución de ésta a la potencia media para la dirección de observación viene dada por la siguiente expresión [19]:

$$P(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_x \mathbf{a}(\theta)}{|\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta)|^2} \quad (3.2)$$

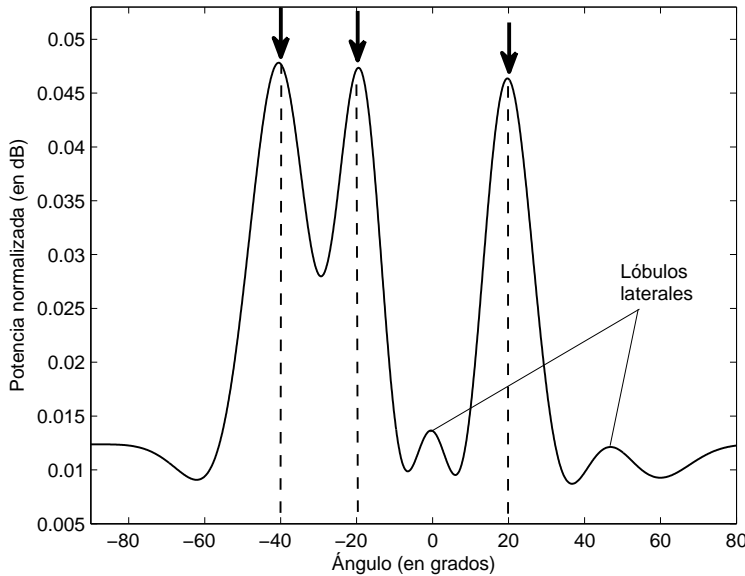


Figura 3.2: Pseudo-espectro del algoritmo de Bartlett para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Nótese la baja resolución ofrecida ¹ (8°), así como la presencia de lóbulos laterales.

3.1 Algoritmos de estimación del DoA

Las desventajas fundamentales de esta técnica son la baja resolución de 8° y la presencia de lóbulos laterales en el pseudo-espectro. Estos lóbulos laterales hacen que a la potencia de salida contribuyan, además de la dirección de observación, las direcciones a las que ellos apuntan, provocando un importante sesgo en la estimación del DoA para escenarios con más de una fuente. Ambos efectos se muestran en la figura 3.2, como resultado de la simulación del método de Bartlett para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$, el escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB y la matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras.

Del pseudo-espectro de la figura 3.2 se observa que a pesar de la baja resolución de 8° y la presencia de lóbulos laterales, el algoritmo de Bartlett puede estimar adecuadamente la tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Sin embargo si repetimos la simulación pero ahora con fuentes más cercanas, por ejemplo -25° , -20° y 20° veremos que el algoritmo no puede estimar las dos primeras, ya que en vez de dibujar dos lóbulos en la posición de la fuentes ubica un lóbulo principal entre ellas. Dichos resultados se muestran en la figura 3.3.

3.1.1.2 Método de mínima varianza de Capon

Este método también conocido como Respuesta sin Distorsión de Mínima Varianza (MVDR) [11], utiliza un vector de pesos tal que, al tiempo que el diagrama de radiación se enfoca hacia una dirección determinada, se minimiza la contribución de las direcciones distintas de la de observación, para ello, este método diseña el vector de pesos de forma que la potencia de salida del arreglo sea mínima, con la restricción de que la respuesta sea unitaria en la dirección de máxima potencia. Matemáticamente, el problema de minimización se expresa como [1], [19]:

$$\begin{cases} P(\theta) = \min_{\mathbf{w}} \{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}\} \\ \text{bajo restricción } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1, \end{cases} \quad (3.3)$$

¹En este trabajo se determinó la resolución estableciendo un umbral de potencia en 0.03 dB, ya que en los pseudo-espectros resultantes fue difícil definir la posición de los primeros dos nulos (FNBW).

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

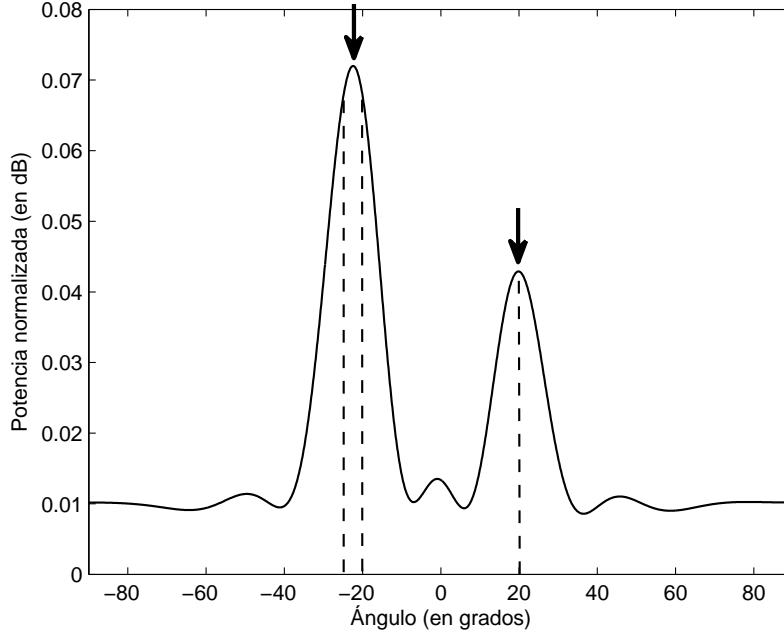


Figura 3.3: Pseudo-espectro del algoritmo de Bartlett para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Obsérvese que el algoritmo sólo estima dos direcciones, una ubicada entre las dos fuentes más cercanas -25° , -20° y la ubicada en 20° .

Esta minimización se resuelve mediante el Lagrangiano definido en la siguiente expresión:

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \lambda(\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) - 1) \quad (3.4)$$

donde, λ es el multiplicador de Lagrange.

Derivando el Lagrangiano respecto de \mathbf{w}^H e igualando a cero se obtiene:

$$\mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (3.5)$$

Así, la potencia de salida del arreglo en función de la dirección de observación [1]:

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.6)$$

3.1 Algoritmos de estimación del DoA

El estimador en 3.6 presenta mejor resolución que el algoritmo de Bartlett. La figura 3.4 muestra el resultado de aplicar el de Capon al mismo escenario de señal que usamos para evaluar las prestaciones del algoritmo de Bartlett al estimar tres direcciones lejanas. El efecto más notable es el aumento de la resolución (5°) y se eliminan lóbulos secundarios espurios.

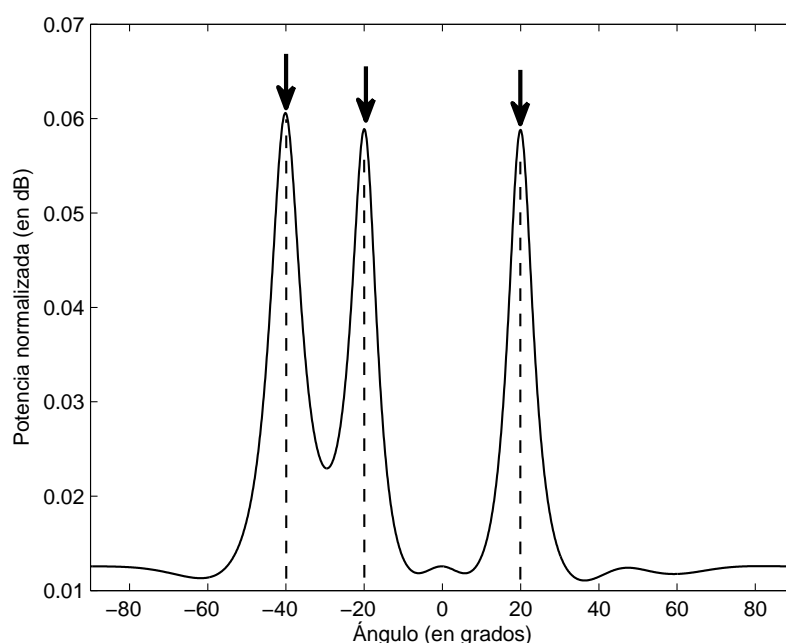


Figura 3.4: Pseudo-espectro del algoritmo Capon para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Se observa una mejora de la resolución de 5° (lóbulo más estrechos) y se eliminan lóbulos secundarios espurios.

Por otro lado, si se consideran fuentes más cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° , el estimador de Capon no puede estimar las dos primeras direcciones y análogamente al algoritmo de Bartlett el pseudo-espectro resultante arroja un único lóbulo principal entre dichas fuentes. Los resultados se muestran en la figura 3.5.

Las principales desventajas de los estimadores anteriores son que poseen una

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

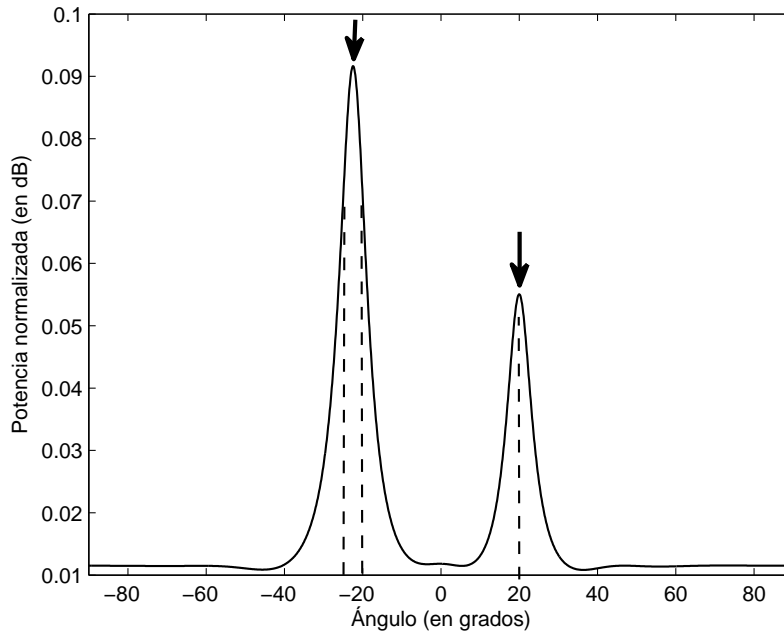


Figura 3.5: Pseudo-espectro del algoritmo de Capon para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Obsérvese que las direcciones -25° y -20° continúan sin ser estimadas.

baja resolución y que no logran estimar fuentes cuando éstas se ubican especialmente cercanas (a menos de 5°) [11]. Estos aspectos se tratan de mejorar en las denominadas técnicas basadas en subespacios, de cuya descripción nos ocupamos enseguida.

3.1.2 Métodos basados en subespacios

Los métodos basados en subespacios ofrecen una mejora significativa de la resolución en comparación con los métodos convencionales. Dentro de la teoría de estimación en subespacios se tienen los métodos espectrales, llamados así por la descomposición en autovalores y autovectores de la matriz de correlación. Esta

descomposición da lugar a una interpretación en subespacios ortogonales denominados de señal y de ruido [19].

Uno de los métodos encontrados basados en subespacios es el llamado MUSIC (Multiple Signal Classification), el cual se estudia a continuación.

3.1.2.1 Método MUSIC

El estimador de Clasificación de Múltiples Señales (*MUSIC* del inglés MUltiple SIgnal Classification) es un método de alta resolución que aprovecha las consideraciones realizadas sobre las señales y el ruido, las cuales están espacialmente incorreladas. Partiendo de la matriz de autocorrelación \mathbf{R}_x , estimada a partir del conjunto de observaciones se extraen las características espaciales por medio de la descomposición de valores propios, de donde se forman los espacios \mathbf{U}_s y \mathbf{U}_n que se utilizan para para estimar el espectro del MUSIC y de éste se estiman las direcciones de llegada. La figura 3.6 resume este proceso.

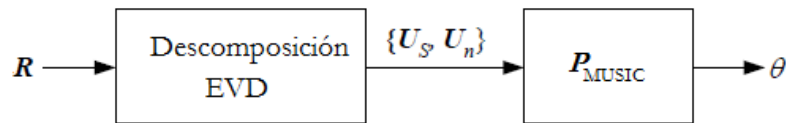


Figura 3.6: Separación en subespacios.

3.1.2.2 Subespacios de la señal y ruido

El método MUSIC se basa en que el vector de direccionamiento $\mathbf{a}(\theta)$ está determinado por la posición de los elementos de antena y está en función de la dirección de llegada. Si existen varias fuentes ubicadas en distintas direcciones, entonces se tiene un conjunto de D vectores de direccionamiento independientes entre si. En la ecuación dada en (2.11), la matriz de direccionamiento tiene el vector $\mathbf{x}(n)$ formado por una combinación lineal de vectores de $\mathbf{a}(\theta)$ contenidos en $\mathbf{A}(\theta)$ y tiene rango D dentro del espacio M dimensional.

La descomposición en valores y vectores propios de la matriz de autocorrelación contendrá un espacio D dimensional correspondiente a las señales ($D < M$) y cualquier vector ortogonal a $\mathbf{A}(\theta)$ es un vector propio de \mathbf{R}_x con valores propios

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

δ^2 , entonces, se forma un espacio $(M-D)$ dimensional correspondiente al ruido. La descomposición valores y vectores propios de \mathbf{R}_x es:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_x &= \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \\ &= \mathbf{U}_S\mathbf{\Lambda}_S\mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_r\mathbf{\Lambda}_r\mathbf{U}_r^H\end{aligned}\quad (3.7)$$

donde, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ es una matriz diagonal que contiene los valores propios reales ordenados de mayor a menor tal que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M > 0$ y $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ contiene a los vectores propios ortonormales a \mathbf{R}_x . Los subespacios de señal \mathbf{U}_S y ruido \mathbf{U}_r se forman de acuerdo a la relación que existe entre los valores y vectores propios \mathbf{u} , donde los D vectores propios correspondientes a los valores propios mayores forman al subespacio de señal, el resto de los vectores forman el subespacio de ruido, según se indica enseguida [11]:

$$\mathbf{U}_S = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_D] \in \mathbb{C}^{M \times D} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{U}_r = [\mathbf{u}_{D+1}, \mathbf{u}_{D+2}, \dots, \mathbf{u}_M] \in \mathbb{M}^{M \times (M-D)} \quad (3.9)$$

3.1.2.3 Espectro MUSIC

Para estimar la dirección de llegada (parámetro θ), se considera que cualquier vector propio asociado al subespacio de ruido \mathbf{U}_n es ortogonal al espacio de columnas de la matriz de direccionamiento $\mathbf{A}(\theta)$ (ecuación 2.11) y en este caso su producto será cero [14]. Esto significa que al encontrar los vectores de direccionamiento que son ortogonales al subespacio de ruido:

$$[\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)] \perp [\mathbf{u}_{D+1}, \mathbf{u}_{D+2}, \dots, \mathbf{u}_M] \quad (3.10)$$

se pueden estimar las direcciones de llegada asociadas a las señales recibidas. La ortogonalidad implícita de los subespacios, implica que al proyectar al vector de direccionamiento dentro de un dominio angular $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ que contiene las direcciones de llegada, entonces la proyección será máxima cuando el parámetro θ coincida con las direcciones de llegada $[\theta_1, \dots, \theta_D]$. De esta forma, el espectro MUSIC está definido por la distancia Euclidiana d^2 entre el subespacio de señal, denotado por S o de ruido, denotado por r y el vector $\mathbf{a}(\theta)$, que es, [21, 22]:

$$P(\theta)_S = d^2 = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_S\mathbf{U}_S^H\mathbf{a}(\theta) \quad (3.11)$$

3.1 Algoritmos de estimación del DoA

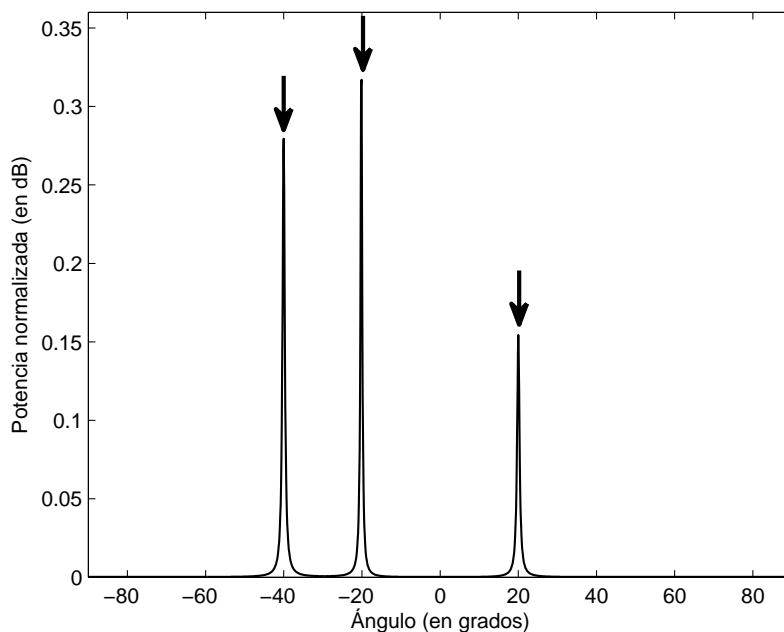


Figura 3.7: Pseudo-espectro del algoritmo MUSIC para la estimación de tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Con respecto a los resultados obtenidos por el Bartlett y Capon el efecto más notable es una mejora considerable de la resolución (1°).

$$P(\theta)_r = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_r\mathbf{U}_r^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (3.12)$$

De acuerdo a [19] algoritmo MUSIC es uno de los estimadores más utilizados y más fiables. Su resolución es mejor en comparación con las técnicas presentadas anteriormente y está limitada por los errores de estimación de la matriz de auto-correlación. Los resultados de la simulación del estimador MUSIC se muestran en la figura 3.7 cuando las fuentes están ubicadas en -40° , -20° y 20° . Por otra parte, en la figura 3.8 se muestra que a diferencia de las técnicas de Bartlett y Capon, el algoritmo MUSIC es capaz de estimar correctamente las direcciones de las tres fuentes ubicadas en -25° , -20° y 20° .

En la figura 3.9 se muestra la comparativa de los resultados obtenidos por los

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

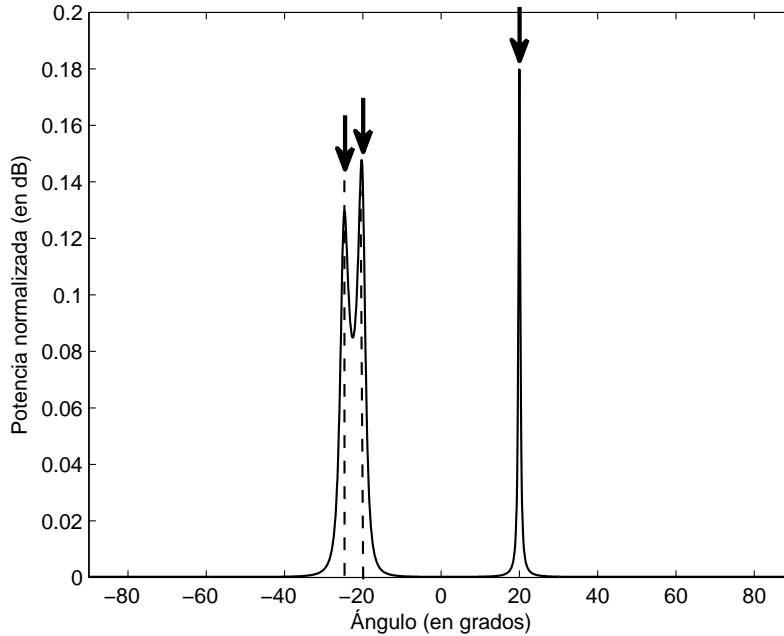
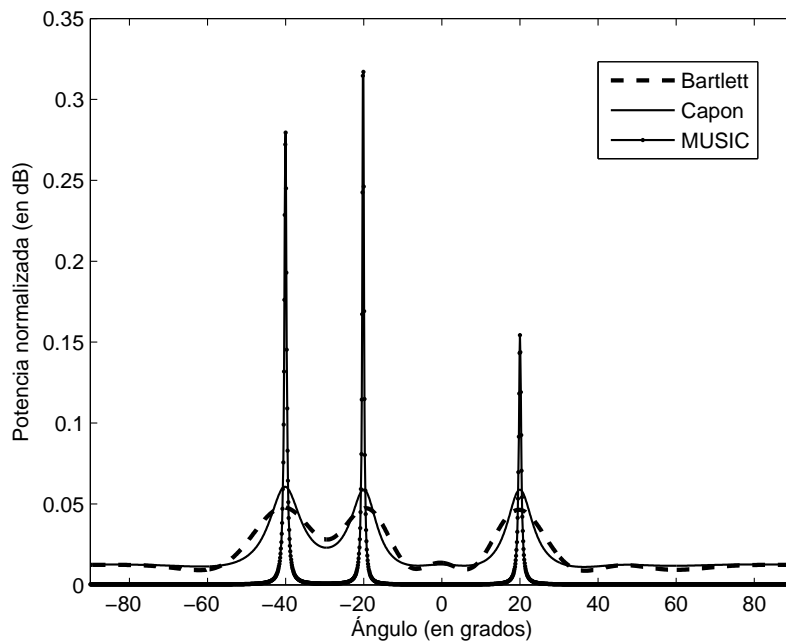


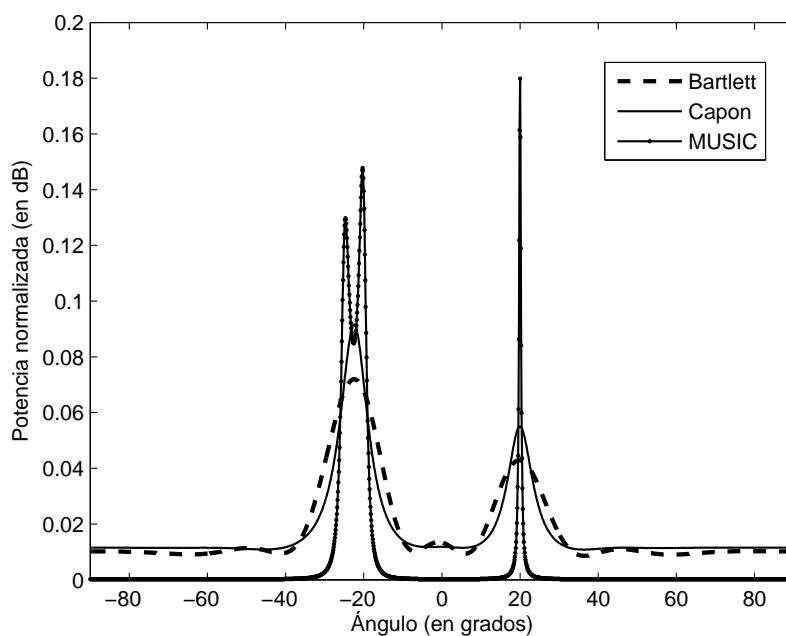
Figura 3.8: Pseudo-espectro del algoritmo MUSIC para la estimación de fuentes cercanas ubicadas en -25° , -20° y 20° . Se consideró un ULA de 8 elementos omnidireccionales separados $d_a = \lambda/2$. El escenario de señal está compuesto por tres señales de potencias con Relación Señal a Ruido (SNR) de 0 dB. La matriz \mathbf{R}_x se estimó a partir de 1000 muestras. Las tres fuentes son estimadas correctamente.

métodos Bartlett, Capon y MUSIC. En la parte a) se puede observar que el MUSIC y el método Capon identifican las tres fuentes ubicadas en -40° , -20° y 20° y no tienen otros componentes espurios. De los dos, el MUSIC es capaz de estimar mejor las ubicaciones de las fuentes con lóbulos más prominentes y delgados. El estimador Bartlett de baja resolución (8°) identifica las tres señales, pero las ubicaciones no están representados por lóbulos delgados y además produce lóbulos secundarios espurios. En la parte b) se observa que el MUSIC es el único en detectar las tres fuentes ubicadas en -25° , -20° y 20° , mientras que Bartlett y Capon sólo estiman dos direcciones, por lo que se concluye que el método MUSIC presenta mejor desempeño para la estimación de ángulos de arribo en un ambiente con fuentes cercanas (separadas a menos de 5°).

3.1 Algoritmos de estimación del DoA



(a)



(b)

Figura 3.9: Pseudo-espectro comparativo de los algoritmos Bartlett, Capon y MUSIC para la estimación de tres fuentes ubicadas en: a) -40° , -20° y 20° y b) en -25° , -20° y 20° .

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

3.2 Conformación de haz (Beamforming)

El término “beamforming” surge de los primeros diseñadores de filtros espaciales, que concibieron estos filtros para formar “rayos” (beams) para radiar una señal hacia una dirección específica. Un conformador de haz logra que el diagrama de radiación de un arreglo de antenas sea adaptado con el fin de cancelar y atender de forma simultánea las fuentes de interferencia y los usuarios de interés [7].

El diagrama de radiación presenta las siguientes características, mostradas en la figura 3.10: la dirección en la cual el arreglo tiene respuesta máxima se le llama la dirección de apuntamiento del haz; el diagrama de radiación presenta un valor de atenuación en cada lado de la dirección de apuntamiento del haz; el punto donde hay una respuesta atenuada se conoce como un Nulo y al diagrama de haz entre dos nulos en ambos lados se conoce como la dirección de apuntamiento del haz o lóbulo principal [23].

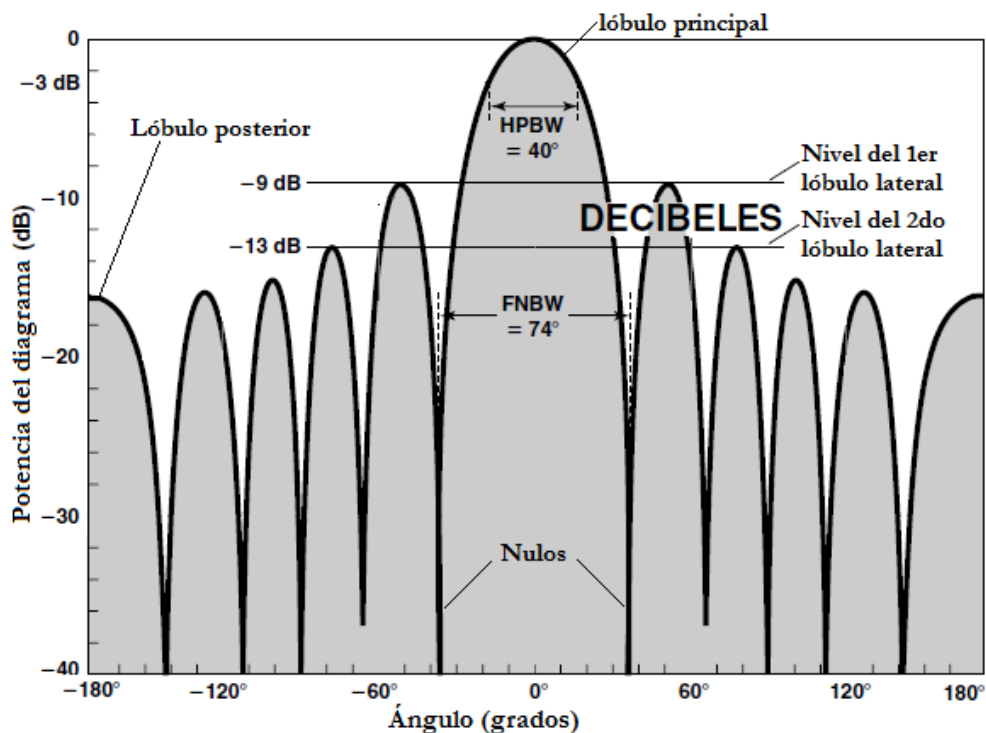


Figura 3.10: Ejemplo de un diagrama de radiación y sus características, (Imagen obtenida de [3], editada).

3.2 Conformación de haz (Beamforming)

Para obtener un diagrama de radiación con cierta distribución de lóbulos, el conformador de haz combina linealmente la serie temporal de muestras espaciales de cada elemento del arreglo de antenas para obtener una serie temporal de escalares de salida. Esta combinación se hace multiplicando cada muestra del arreglo por pesos complejos que se emplean para la selectividad del arreglo de antenas. Estos pesos son calculados por algoritmos adaptativos, los cuales se describen a continuación.

3.2.1 Conformación adaptativa de haz

En la figura 3.11 se muestra el diagrama a bloques de un conformador de haz adaptativo genérico, donde después de que el sistema convertidor cambia las señales recibidas en el arreglo a banda base y las digitaliza, localiza la señal de interés a partir los algoritmos de dirección de arribo DoA. Continuamente sigue a la señal de interés al igual que a las señales interferentes modificando los pesos complejos mediante un algoritmo adaptativo. Para el cálculo de los pesos el algoritmo adaptativo optimiza la respuesta del conformador con respecto a un criterio predefinido, conocido como función objetivo (ξ) o función de coste, cuya maximización o minimización conduzca al diagrama de radiación deseado [24]. Algunos de los criterios escogidos para definir la función de coste son [25, 26]:

1. Error Cuadrático Medio (MSE)
2. Máxima Relación Señal a Interferencia y Ruido (SINR)
3. Mínima Varianza

La clasificación de los algoritmos adaptativos para determinar los pesos complejos se presenta en el siguiente apartado.

3.2.2 Clasificación de algoritmos adaptativos

Los algoritmos de adaptación para antenas inteligentes son de dos tipos: lineales o no lineales, los cuales a su vez se clasifican en: *referencia temporal*, *espacial* o *ciega* [27, 28]. La figura 3.12 presenta esta clasificación [4].

3. ESTIMACIÓN DEL ÁNGULO DE ARRIBO Y CONFORMACIÓN DE HAZ

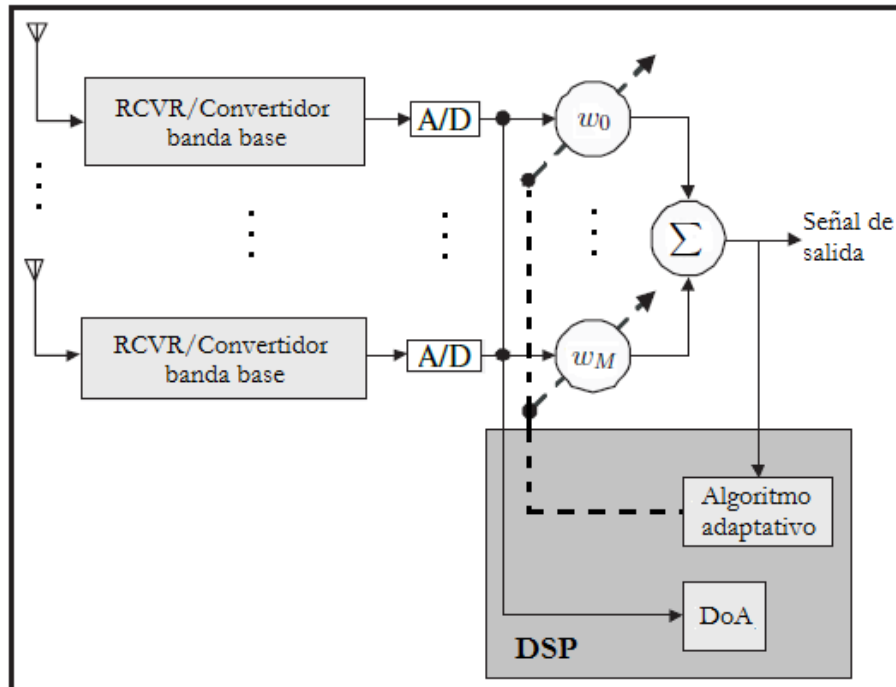


Figura 3.11: Diagrama a bloques de un sistema de conformación adaptativa, (Imagen obtenida de [1], editada).

El conformador de haz con *Referencia Temporal* dispone de una señal de referencia altamente correlada con la señal deseada e incorrelada con el ruido e interferencias, que suele ser transmitida por la fuente multiplexada con los datos en forma de señal de entrenamiento. La secuencia de entrenamiento presente en los sistemas de comunicaciones móviles proporcionan esta señal. Los receptores ajustan los pesos complejos, de tal forma que la diferencia la salida del arreglo y la señal de entrenamiento sea mínima. En ocasiones, cuando resulta imposible disponer de la señal de referencia, es posible conocer la estadística de las señales, lo que da lugar al otro grupo de algoritmos llamados estadísticamente óptimos o de *Referencia Espacial*, los cuales emplean, en su modelo matemático, la dirección de arribo (DoA) tanto de las señales interferentes como la del usuario deseado y el criterio para la selección de los pesos es el de minimizar la potencia de salida. Por otro lado, los algoritmos de *Referencia Ciega* son capaces de operar sin necesidad de una señal de entrenamiento ni de información espacial *a priori* de la señal deseada.

3.2 Conformación de haz (Beamforming)

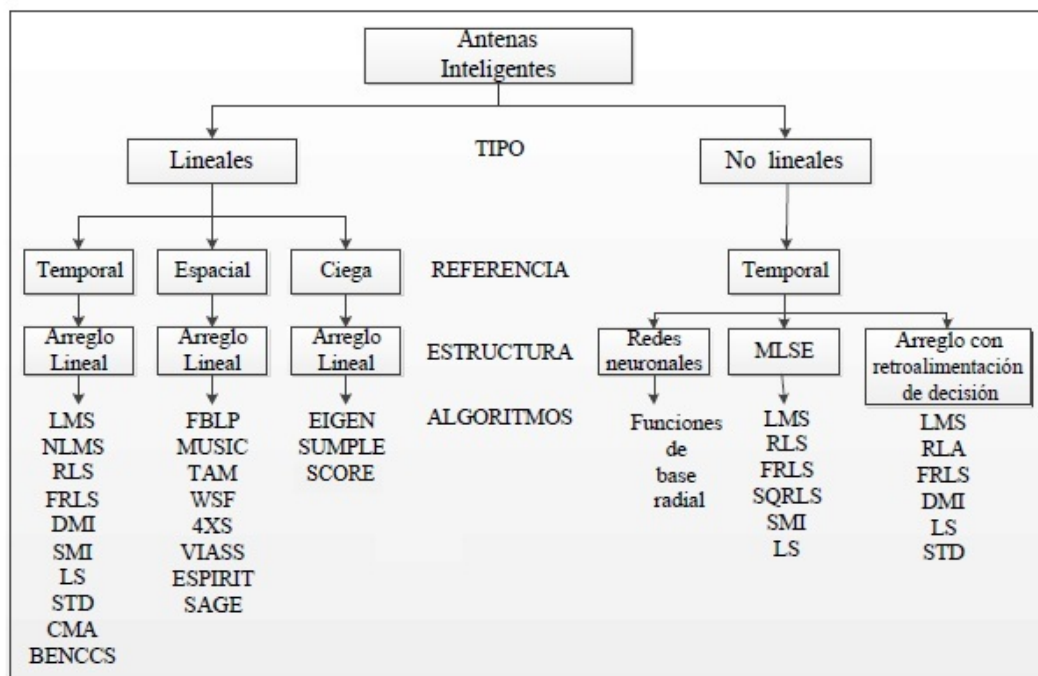


Figura 3.12: Esquema de Procesamiento Adaptativo para Antenas Inteligentes ².
(Imagen obtenida de [4], editada)

En los siguientes capítulos, se profundiza en el estudio de algunos algoritmos de las distintas técnicas aquí esbozadas.

²LMS: Least Mean Square, NLMS: Normalize LMS, RLS: Recursive Least Square, FRLS: Fast RLS, SQRLS: Square Root RLS, DMI: Direct Matrix Inversion, SMI: Sampled Matrix Inversion, LS: Least Squares, STD: Space Time Decomposition, CMA: Constant Modulus Algorithm, BENCCS: Blind Estimation of Multiple Co-Channel Signals; FBLP: Forward Backward Linear Prediction, MUSIC: Multiple Signal Classification, TAM: Toeplitz Approximation Method, WSF: Weighted Subspace Fitting, 4 × S: Single Snapshot Spatial Separation, VIASS: Virtual Image Array Single Snapshot Algorithm, ESPRIT: Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, SAGE: Space Alternating Generalized Expectation maximum algorithm, EIGEN: Eigenvalues Algorithm, SCORE: Spectral Self-Coherent Restoral.

*Todas las verdades son fáciles de
entender una vez que se descubren;
el punto es descubrirlas.*

Galileo Galilei.

CAPÍTULO

4

Algoritmos de conformación de haz con referencias: temporal, espacial y ciega

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos de algunos algoritmos de conformación con referencia temporal, espacial y ciega, comenzando por la definición y clasificación, hasta llegar a las ecuaciones que los describen. Se mostrarán sus características y propiedades, así como la relación que guardan entre ellos.

4.1 Algoritmos con referencia temporal

Los algoritmos de conformación de haz basados en referencia temporal, tratan de conseguir que la salida del arreglo $y(n)$ sea lo más parecida posible a una señal de referencia $d(n)$ conocida *a priori*. La figura 4.1 muestra esquemáticamente el proceso que lleva a cabo el algoritmo, donde $e(n)$ es la señal de error obtenida como diferencia entre la salida del arreglo y la señal de referencia:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (4.1)$$

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

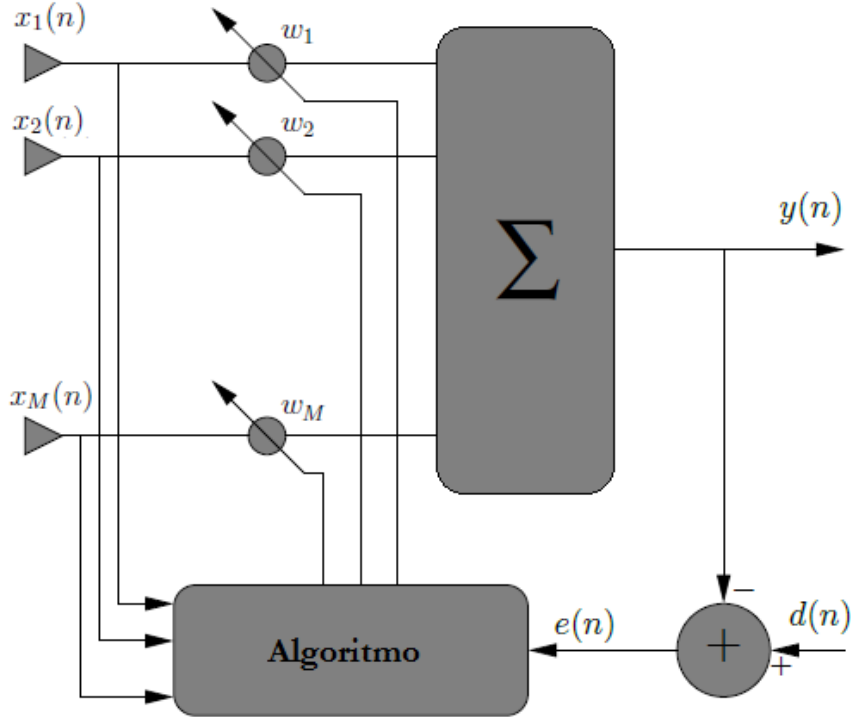


Figura 4.1: Conformador de haz con referencia temporal.

Aquí, el criterio de optimización ξ se define como el valor esperado del error cuadrático medio,

$$\xi = E[|e(n)|^2] \quad (4.2)$$

y el vector de pesos solución, \mathbf{w} , viene dado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}, \quad (4.3)$$

la cual es conocida como la ecuación de *Wiener-Hopf* para un filtro FIR [25]. Debido a la importancia de los filtros de Wiener en este tipo de referencia dedicamos su estudio en el siguiente apartado.

4.1.1 Filtros de Wiener

Son conocidos como filtros lineales de mínimos cuadrados, ya que son optimizados para minimizar el criterio de error cuadrático medio (MSE) de la ecuación 4.2. En

4.1 Algoritmos con referencia temporal

el diseño de un filtro Wiener de M coeficientes, cuyo objetivo sea estimar de forma óptima una señal de interés $d(n)$, la salida del filtro se escribe como [24]

$$: \quad y(n) = \sum_{m=1}^M w_m^* x_m(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (4.4)$$

donde los vectores \mathbf{x} y \mathbf{w} están definidos: [24]

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T \quad (4.6)$$

Si sustituimos la salida del filtro $y(n)$ en la ecuación de error 4.1 tenemos [24, 29]:

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y(n) \\ &= d(n) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n). \end{aligned} \quad (4.7)$$

y (4.7) en (4.2) se obtiene [24]:

$$\begin{aligned} \xi &= E[|e(n)|^2] = E[e(n)e^*(n)] \\ &= E[(d(n) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n))(d^*(n) - \mathbf{x}^H(n)\mathbf{w})]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Expandiendo la expresión (4.8):

$$\xi = E[|d(n)|^2] - \mathbf{w}^H E[\mathbf{x}(n)d^*(n)] - E[d(n)\mathbf{x}^H(n)]\mathbf{w} + \mathbf{w}^H E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]\mathbf{w}. \quad (4.9)$$

Si se define el vector de correlación cruzada de dimensión $M \times 1$:

$$\mathbf{p} = E[\mathbf{x}(n)d^*(n)] = [p_1, p_2, \dots, p_M]^T, \quad (4.10)$$

y la matriz de autocorrelación de $M \times M$:

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1,M} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2,M} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{33} & \dots & r_{3,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{M,1} & r_{M,2} & r_{M,3} & \dots & r_{M,M} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

la expresión 4.9 se reduce a:

$$\xi = E[|d(n)|^2] - \mathbf{w}^H \mathbf{p} - \mathbf{p}^H \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}. \quad (4.12)$$

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

La expresión (4.12) representa una función de coste cuadrática del vector de coeficientes \mathbf{w} y del vector de coeficientes conjugado \mathbf{w}^H . Para obtener el conjunto de vectores de pesos que minimize la función ξ , se necesita resolver el sistema de ecuaciones que resulta de establecer las derivadas parciales de ξ , respecto a cada uno de los pesos, e igualarlas a cero. Esto es, las variables w_m^* w_m son independientes y se cumple que [24]:

$$\frac{\partial w_m^*}{\partial w_m} = 0, \quad \forall m = 1, 2, \dots, M. \quad (4.13)$$

Así, tomando el gradiente con respecto a la forma conjugada:

$$\nabla_{w_m^*} = \left[\frac{\partial}{\partial w_1} \frac{\partial}{\partial w_2} \dots \frac{\partial}{\partial w_M} \right]^T \quad (4.14)$$

se tiene que:

$$\nabla_{w_m^*} \xi = \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p} = 0. \quad (4.15)$$

Si $\nabla_{w_m^*} \xi = 0$ se obtiene la expresión de *Wiener-Hopf* dada en 4.3 [25]:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w}_o = \mathbf{p},$$

donde $\mathbf{w}_o = [w_{o1}, w_{o2}, \dots, w_{oM}]^T$ denota el vector de pesos óptimo del filtro de Wiener.

La solución de la ecuación de Wiener-Hopf es;

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}, \quad (4.16)$$

suponiendo que \mathbf{R}_x tiene inversa [24, 29].

4.1.2 Técnica de gradiente descendente (Steepest Descent)

Esta técnica obtiene la solución de Wiener moviéndose por la función de coste (4.12) contraria al gradiente, esto es, dado que el vector gradiente señala la dirección de máximo crecimiento de la función de coste, la evolución progresiva en dirección contraria al mismo conducirá finalmente a alcanzar el mínimo de dicha función [25]. De ese modo, el vector de pesos se actualiza de acuerdo con:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{w_m^*} \xi \\ &= \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{w_m^*} (E[|e(n)|^2]),\end{aligned}\tag{4.17}$$

Sustituyendo (4.12) en (4.17), la técnica de gradiente descendente queda:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu(\mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p}).\tag{4.18}$$

donde μ es el paso de adaptación llamado *tamaño de paso* o *constante de aprendizaje* que controla cuánto nos movemos en la dirección contraria al gradiente.

4.1.3 Algoritmo LMS (Least Mean Square).

El algoritmo LMS, desarrollado por Bernard Widrow y Edward Hopf en el año de 1959 [30], supone un salto conceptual respecto a la técnica “Steepest Descent” que consiste en substituir el gradiente exacto de la función de coste por su estimación instantánea. Esto se traduce en eliminar el operador esperanza matemática en la ecuación (4.17), por lo tanto:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{w_m^*} |e(n)|^2,\tag{4.19}$$

donde el m -ésimo elemento de $\nabla_{w_m^*} |e(n)|^2$ es:

$$\frac{\partial |e(n)|^2}{\partial w_m^*} = e^*(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_m^*}.\tag{4.20}$$

Teniendo en cuenta que $e(n) = d(n) - y(n)$ y que $d(n)$ es independiente de w_m se obtiene:

$$\frac{\partial |e(n)|^2}{\partial w_m^*} = -e^*(n) \frac{\partial y(n)}{\partial w_m^*}.\tag{4.21}$$

Sustituyendo $y(n)$ a partir de (4.4) se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial |e(n)|^2}{\partial w_m^*} &= -e^*(n)x(n) \\ \nabla_{w_m^*} |e(n)|^2 &= -e^*(n)\mathbf{x}(n),\end{aligned}\tag{4.22}$$

Sustituyendo este último resultado en (4.19), se obtiene la ecuación de actualización de coeficientes que rige al algoritmo LMS, como [24], [29]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e^*(n)\mathbf{x}(n).\tag{4.23}$$

En general el algoritmo LMS consiste en dos procesos principales [29, 31]:

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

1. Un *proceso de filtrado* que comprende: a) el cálculo de la salida de un filtro y b) la estimación del error, comparando dicha salida con la respuesta deseada.
2. Un *proceso adaptativo*, que realiza el ajuste automático de los coeficientes del filtro de acuerdo con la estimación del error.

Las ecuaciones que rigen al LMS se resumen en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Least Mean Square (LMS)

Inicialización:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n)$$

$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e^*(n) \mathbf{x}(n)$$

4.1.3.1 Convergencia del Algoritmo LMS

La convergencia, en el algoritmo LMS, viene determinada por los valores propios de la matriz de autocorrelación \mathbf{R}_x y su dispersión [32, 33], por tal razón tiene una respuesta lenta al sistema [25]. El valor del tamaño de paso μ que garantiza la convergencia es del tipo fijo y está dado por [32]:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (4.24)$$

donde λ_{max} es el máximo de los valores propios de la matriz \mathbf{R}_x .

Sin embargo, existen algunas otras propuestas revisadas por diversos autores (incluyendo a la expresión 4.24) para estimar teóricamente el rango de convergencia del tamaño de paso μ , dadas en la tabla 4.1.

4.1.4 Algoritmo NLMS (Normalized Least Mean Square).

El algoritmo NLMS, versión normalizada del LMS, es un algoritmo propuesto por Bitmead y Anderson (1980) que aumenta la velocidad de convergencia del LMS sin utilizar el cálculo de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada. Utiliza

4.1 Algoritmos con referencia temporal

Referencia	Rango
Widrow et al. [32]	$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}$
Haykin [29]	$0 < \mu < \frac{2}{\text{tr}[\mathbf{R}_x]}$
Diniz [25]	$\frac{2^{-b_c}}{4\sigma_x \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2}} < \mu < \frac{1}{\text{tr}[\mathbf{R}_x]}$
Feuer y Weinstein [34]	$0 < \mu < \frac{1}{3\text{tr}[\mathbf{R}_x]}$
Nota: $\text{tr}[\mathbf{R}_x] = M\sigma_x^2$	

Tabla 4.1: Rangos de operación del tamaño de paso μ , propuestos por diversos autores

un factor de convergencia variable que minimiza el error dado en 4.1, en este caso, la fórmula de actualización de los pesos dada en la ecuación (4.23) que define al algoritmo LMS se expresa como [25]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu_n e^*(n) \mathbf{x}(n) = \mathbf{w}(n) + \Delta \tilde{\mathbf{w}}(n) \quad (4.25)$$

donde, μ_n debe ser elegido con el objetivo de lograr una convergencia más rápida. Una posible estrategia, propuesta en [35] es forzar que el error instantáneo en cada iteración se haga cero, por lo que el valor de μ_n tal que: $\frac{\partial \Delta |e(n)|^2}{\partial \mu_n} = 0$ está dado por:

$$\mu_n = \frac{1}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{x}(n)}, \quad (4.26)$$

Usando este factor de convergencia variable y actualizando la ecuación (4.25), nos lleva a la expresión:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{e^*(n) \mathbf{x}(n)}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{x}(n)} \quad (4.27)$$

El factor de convergencia μ_n se introduce en la fórmula de actualización con el fin de controlar el error de desajuste, ya que todas las derivaciones de este algoritmo se basan en valores instantáneos de los errores cuadráticos. También se debe incluir un parámetro γ debe incluirse, con el fin de evitar grandes tamaños de paso cuando

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

$\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)$ se vuelve pequeño. Entonces, la ecuación de actualización de los pesos del NLMS está dada por [25, 35]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_n}{\gamma + \mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)} e^*(n)\mathbf{x}(n) \quad (4.28)$$

Las ecuaciones que rigen al NLMS se resumen en el Algoritmo 2:

Algoritmo 2 Normalized Least Mean Square (NLMS)

Inicialización:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

Cambio de μ_n en el intervalo $0 < \mu_n \leq 1$

$\gamma =$ constante de valor aprox. (0.1)

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(n)$$

$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_n}{\gamma + \mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)} e^*(n)\mathbf{x}(n)$$

4.1.5 Algoritmo RLS (Recursive Least Square)

Una alternativa a los métodos anteriores es el algoritmo RLS, cuya ventaja fundamental frente al LMS y al NLMS es que la convergencia se produce en un menor número de iteraciones [26].

El algoritmo RLS es, como su propio nombre lo indica, una versión recursiva del algoritmo de mínimos cuadrados [25]. La formulación de dicho algoritmo resulta de plantear la minimización de la función de coste [36]:

$$\begin{aligned} \xi_{\text{RLS}} &= \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \{|e(i)|^2\} \\ &= \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} [d(i) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(i)]^2, \end{aligned} \quad (4.29)$$

donde ν es el factor de peso exponencial (*factor de olvido*), el cual debe ser elegido en el rango de $0 < \nu \leq 1$ [24, 25, 29]. Al diferenciar ξ_{RLS} con respecto de w_m^* , se

4.1 Algoritmos con referencia temporal

obtiene que:

$$\frac{\partial \xi_{\text{RLS}}}{\partial w_m^*} = - \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \mathbf{x}(i) [d(i) - \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(i)] \quad (4.30)$$

e igualando el resultado a cero, es posible encontrar el óptimo vector $\mathbf{w}(n)$ que minimiza el error de mínimos cuadrados, a través de la siguiente relación:

$$- \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \mathbf{w}(n) + \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \mathbf{x}(i) d(i) = 0$$

La expresión resultante para el óptimo coeficiente de vector $\mathbf{w}(n)$ está dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \left[\sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \right]^{-1} \sum_{i=0}^n \nu^{n-i} \mathbf{x}(i) d(i) \\ &= \mathbf{R}_{xD}^{-1}(n) \mathbf{p}_D(n) \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde $\mathbf{R}_{xD}^{-1}(n)$ y $\mathbf{p}_D(n)$ se conocen como la matriz de autocorrelación determinística de la señal de entrada y la matriz determinística de correlación cruzada entre el vector de entrada y las señales deseadas, respectivamente [25].

Para simplificar la notación, $\mathbf{P}(n)$ denota el inverso de la matriz de autocorrelación en un tiempo n ,

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{R}_{xD}^{-1}(n) \quad (4.32)$$

y se define como referencia al *vector de ganancia*, $\mathbf{g}(n)$ como:

$$\mathbf{g}(n) = \frac{\nu^{-1} \mathbf{P}(n-1) \mathbf{x}^H(n)}{1 + \nu^{-1} \mathbf{x}^H(n) \mathbf{P}(n-1) \mathbf{x}(n)} \quad (4.33)$$

El vector de ganancia es la solución para las ecuaciones lineales

$$\mathbf{R}_x(n) \mathbf{g}(n) = \mathbf{x}^H(n) \quad (4.34)$$

que es el mismo que en las ecuaciones para $\mathbf{w}(n)$ en la ecuación 4.31, excepto que el vector de correlación cruzada $\mathbf{R}_{xD}^{-1}(n)$ es reemplazado por $\mathbf{x}^H(n)$.

Para completar la recursión, se deriva la ecuación actualizada del tiempo para el vector de coeficientes $\mathbf{w}(n)$ [36]:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{g}(n) [d(n) - \mathbf{w}(n-1)^H \mathbf{x}(n)] \quad (4.35)$$

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

la cual se escribe de la siguiente manera:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha(n)\mathbf{g}(n) \quad (4.36)$$

donde

$$\alpha(n) = d(n) - \mathbf{w}(n-1)^H \mathbf{x}(n) \quad (4.37)$$

es la diferencia entre $d(n)$ y la estimación de $d(n)$, que es formada por aplicar $\mathbf{w}(n-1)$ en $\mathbf{x}(n)$. Esta secuencia, llamada *error a priori*, es el error que podría ocurrir si los coeficientes del filtro no son actualizados. El *error posteriori*, por otro lado, es el error que ocurre después de que el vector de pesos es actualizado,

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}(n)^H \mathbf{x}(n) \quad (4.38)$$

En el cálculo de la ganancia $\mathbf{g}(n)$ y la inversa de la matriz de autocorrelación $\mathbf{P}(n)$, es necesario para calcular el producto:

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}^H(n) \quad (4.39)$$

Para inicializar la matriz de autocorrelación $\mathbf{P}(n)$ se emplea

$$\mathbf{R}_x(0) = \delta \mathbf{I}, \quad (4.40a)$$

$$\mathbf{P}(0) = \delta^{-1} \mathbf{I} \quad (4.40b)$$

donde δ es una constante positiva ($\delta = 0.001$) [24].

Las ecuaciones que rigen al RLS se resumen en el Algoritmo 3 [36, 37].

4.2 Algoritmos con referencia espacial

Cuando resulta imposible disponer de una referencia temporal $d(n)$, bien sea por que se desconozca la señal a recibir, como ocurre en los sistemas de radar, o porque dicha referencia se omita de forma consciente al ser conocida de forma precisa la localización espacial del emisor, es necesario recurrir a esquemas que exploten la información espacial disponible (el DoA de las fuentes), [38]. Es importante señalar que para este tipo de conformadores, como cualquier otro que utilice información espacial, más que la dirección de llegada, lo que interesa es conocer como

Algoritmo 3 Recursive Least Square (RLS)

Inicialización:

ν =factor de olvido en el rango $0 < \nu \leq 1$

δ =Valor usado para inicializar $\mathbf{P}(0)$ de valor aprox. (0.001)

$$\mathbf{P}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$$

$$\mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)$$

$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}^H(n)$$

$$\mathbf{g}(n) = \frac{1}{\nu + \mathbf{x}^H(n)\mathbf{z}(n)}\mathbf{z}(n)$$

$$\alpha(n) = d(n) - \mathbf{w}(n-1)^H \mathbf{x}(n)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha(n)\mathbf{g}(n)$$

$$\mathbf{P}(n) = \frac{1}{\nu} [\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n)\mathbf{z}^H(n)]$$

se traduce ésta eléctricamente en el arreglo de antenas, es decir, la expresión exacta del vector de direccionamiento. Los algoritmos que se verán enseguida son los desarrollados por Bartlett, Capon y Frost, algunos de los cuales conducen a la resolución de un problema de minimización con restricciones, para cuya solución es necesario emplear la técnica de optimización de los multiplicadores de Lagrange [?], descrita en el apéndice A.

4.2.1 Algoritmo de Bartlett

El algoritmo de conformación de haz convencional (*CBF* del inglés Conventional Beamformer) también se conoce como de retardo y suma o de Bartlett y está basado en el estimador visto en el capítulo 2 en la sección 2.1.1.1. El cálculo de los pesos se realiza bajo la condición de apuntamiento a la dirección de la señal de interés [1]. Esto es:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \tag{4.41}$$

donde, $\mathbf{a}(\theta)$ es el vector de direccionamiento del usuario deseado. Teóricamente este vector queda definido por la dirección de llegada (DoA) del usuario deseado y

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

la geometría del arreglo.

De la ecuación 4.41 se obtiene el vector de pesos que está dado por [19]:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)} \quad (4.42)$$

La expresión 4.42 no es iterativa, ya que con el DoA proporcionado por el estimador de Bartlett se determina en una sola iteración este vector de pesos \mathbf{w} , el cual es una forma más simple de estimar un \mathbf{w} óptimo obtenido con el filtro de Wiener.

El conformador espacial convencional se resume en el Algoritmo 4.

Algoritmo 4 Conformador de retardo y suma o método de Bartlett

Inicialización:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1, \text{ condición de apuntamiento}$$

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}, \text{ solución del algoritmo}$$

4.2.2 Algoritmo de mínima varianza de Capon

El conformador de mínima varianza de Capon se diseña para minimizar la potencia total de salida, manteniendo la condición de apuntamiento hacia la señal deseada [1, 19, 39]:

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{w}} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \} \\ \text{bajo restricción } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \end{array} \right\} \quad (4.43)$$

Operando de forma idéntica para el estimador presentado en la sección 2.1.1.2, la minimización de 4.43 se resuelve haciendo uso de multiplicadores de Lagrange:

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) - 1) \quad (4.44)$$

Derivando el Lagrangiano respecto de \mathbf{w}^H e igualando a cero se obtiene:

$$\mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (4.45)$$

El valor del coeficiente de Lagrange se obtiene sustituyendo la expresión 4.45 en la ecuación de la restricción 4.43, resultando igual al inverso de $\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta)$,

4.2 Algoritmos con referencia espacial

por tanto el vector de pesos óptimo según el criterio de mínima varianza de Capon es [1]:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}^H(\theta)}{\mathbf{a}(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (4.46)$$

Al igual que el algoritmo de Bartlett, la expresión 4.46 no es iterativa y es una manera de estimar el \mathbf{w} óptimo de Wiener, por esa razón se observa una similitud entre la solución 4.46 y el vector de pesos asociado al filtro de Wiener de la ecuación 4.1.1.

El conformador espacial de Capon se resume en el Algoritmo 5.

Algoritmo 5 Conformador de mínima varianza de Capon

Inicialización:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1, \text{ condición de apuntamiento}$$

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}^H(\theta)}{\mathbf{a}(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta)}, \text{ solución del algoritmo}$$

4.2.3 Algoritmo de mínima varianza con restricciones de Frost

El algoritmo de mínima varianza con restricciones, fue desarrollado por Frost en 1972 [40]. Este tipo de conformador utiliza la información espacial disponible (el DoA de las fuentes) y a diferencia de los conformadores espaciales anteriores, se realiza de forma iterativa.

El criterio de coste que plantea Frost en su algoritmo es la minimización de la potencia total de salida del arreglo: ??, [23, 40]:

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{w}} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \} \\ \text{bajo restricción } \mathbf{w}^H \mathbf{C} = f \end{array} \right\} \quad (4.47)$$

donde \mathbf{C} es una matriz de dimensiones $MR \times M$ que representa al vector de direccionamiento de a señal deseada, siendo MR el número de restricciones y f es el vector de restricciones columna con MR elementos. Para encontrar la solución a este problema de optimización es necesario emplear la técnica de los multiplicadores de Lagrange, tal que la función de coste estará dada por:

$$\xi_{\text{Frost}} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{C} - f) \quad (4.48)$$

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

donde el primer término es la función a minimizar y el segundo término garantiza el cumplimiento de las restricciones.

Aplicando el gradiente con respecto a la variable de pesos complejos y luego igualando a cero, se obtiene

$$\nabla_{\xi_{\text{Frost}}} = \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \mathbf{C} \lambda = 0 \quad (4.49)$$

por lo tanto el vector de pesos óptimo será [40]:

$$\mathbf{w}_{opt} = -\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{C} \lambda \quad (4.50)$$

donde el valor de λ se obtiene luego de aplicar la restricción, dando como resultado:

$$\lambda = -\frac{f}{\mathbf{C}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{C}} \quad (4.51)$$

La ecuación 4.50 es también una solución de Wiener [23]. Nótese que si sólo se establece una restricción $f = 1$ en 4.51, la respuesta del conformador se convierte en el algoritmo de mínima varianza de Capon, visto anteriormente.

Ahora, para el algoritmo de mínima varianza con restricciones y con el fin de adaptar el vector de pesos complejos, se deberá suponer la matriz \mathbf{R}_x es conocida. Haciendo referencia al método de gradiente descendente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu [\nabla_{w_m^*} \xi_{\text{Frost}}] \quad (4.52a)$$

$$= \mathbf{w}(n) - \mu [\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) + \mathbf{C} \lambda(n)] \quad (4.52b)$$

donde, $\mathbf{w}(n)$ es el vector de pesos complejos en el instante de muestreo n , μ es el tamaño de paso del algoritmo definido en [41] y $\nabla_{w_m^*} \xi_{\text{Frost}}$ es el vector gradiente de la función coste definida en la ecuación 4.49.

Los multiplicadores de Lagrange $\lambda(n)$ se seleccionan de forma que $\mathbf{w}(n)$ satisfaga la restricción definida en la ecuación 4.47 de tal manera que:

$$f = \mathbf{C}^H \mathbf{w}(n+1) = \mathbf{C} \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{C}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{C}^H \mathbf{C} \lambda(n) \quad (4.53)$$

Resolviendo la ecuación 4.53 para los multiplicadores de Lagrange $\lambda(n)$ y sustituyendo en la ecuación 4.52b) de adaptabilidad del vector de pesos complejos tenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{C} \lambda(n) \\ \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) - \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} (\mathbf{C}^H \mathbf{w}(n)) + \mu \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) + \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} f \\ \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \left[\mathbf{I} - \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \right] \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) + \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \left[f - \mathbf{C}^H \mathbf{w}(n) \right] \end{aligned} \quad (4.54)$$

4.2 Algoritmos con referencia espacial

Es importante enfatizar que el último término $[f - \mathbf{C}^H \mathbf{w}(n)]$ de la ecuación 4.54, no es necesario que tome el valor de cero, debido a la aproximación que se realizará a la matriz de \mathbf{R}_x . Según Frost [40], este término permite al algoritmo corregir alguna pequeña desviación de la restricción producto de la imprecisión aritmética de los sistemas digitales de procesamiento, previniendo su eventual acumulación y crecimiento.

Ahora bien, para sintetizar la ecuación 4.54 se define el vector:

$$\mathbf{F} \triangleq \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} f \quad (4.55)$$

el cual es un vector normal al plano definido por la ecuación 4.47 de restricción y definiendo la matriz de proyección que fuerza el cumplimiento de las restricciones:

$$\mathbf{P} \triangleq \mathbf{I} - \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (4.56)$$

a partir de las ecuaciones 4.55 y 4.56 el algoritmo de Frost se escribe como:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P} [\mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)] + \mathbf{F} \quad (4.57)$$

Si se define una aproximación para \mathbf{R}_x como:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (4.58)$$

y se sustituye en (4.57), tenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{P} [\mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}(n)] + \mathbf{F} \\ \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{P} [\mathbf{w}(n) - \mu y(n) \mathbf{x}(n)] + \mathbf{F} \end{aligned} \quad (4.59)$$

El conformador desarrollado por Frost se resume en el Algoritmo 6.

Finalizamos aquí la presentación de algoritmos de conformación con referencia espacial, mencionando que su principal inconveniente estriba en la elevada sensibilidad que presentan frente a posibles errores de direccionamiento que será visto a detalle en capítulos posteriores.

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

Algoritmo 6 Conformador de mínima varianza con restricciones de Frost

Inicialización:

$$\mathbf{w}(0) = \frac{\mathbf{c}}{M}$$

$$\mathbf{F} \triangleq \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}$$

$$\mathbf{P} \triangleq \mathbf{I} - \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H$$

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}, \text{ condición de apuntamiento}$$

Para cada $n \geq 0$

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P} [\mathbf{w}(n) - \mu y^*(n) \mathbf{x}(n)] + \mathbf{F}$$

4.3 Algoritmos con referencia ciega

El último grupo de conformadores de haz que revisaremos son los denominados conformadores ciegos, que deben el nombre al hecho de no hacer uso de información temporal ni espacial sobre la señal de interés. En su lugar, el elemento discriminatorio entre señal e interferencias ajenas al sistema se encuentra en la propia estructura de la señal de interés, esto es, permiten ajustar sus coeficientes a partir únicamente de las señales recibidas [25, 28].

Dependiendo de la información utilizada para ajustar los coeficientes, los algoritmos de conformación ciegos se agrupan en dos familias [29]:

1. **Basados en estadísticos de orden superior.** Este tipo de algoritmos, denominados HOS (Higher Order Statistics) se dividen a su vez en dos categorías [29]:
 - (a) **Algoritmos tipo Bussgang.** En estos la señal de salida del filtro ha de cumplir la condición de *Bussgang* [29]. Su estructura consiste en un filtro lineal seguido de algún dispositivo no lineal sin memoria.
 - (b) **Basados en Cumulantes o en Polyespectro.** Estos algoritmos utilizan los *cumulantes* [42] de orden superior o su transformada de Fourier conocida como *polyespectro*.
2. **Basados en estadísticos cicloestacionarios.** Utilizan la información obtenida de la periodicidad de los momentos de las señales involucradas en la

comunicación [43]. Estos algoritmos son utilizados cuando la amplitud, fase o frecuencia de una portadora senoidal es alterada de acuerdo con la información que se desea transmitir [44].

4.3.1 Algoritmos tipo Bussgang

En este tipo de algoritmos la señal filtrada es obtenida de un estimador no lineal sin memoria que involucra estadísticos de orden superior de la señal recibida. Estos logran la convergencia cuando cumplen la denominada condición de *Bussgang*¹ Esta familia de algoritmos incluye al conocido algoritmo de Sato [25, 29] que define una nueva función de costo cuya minimización se alcanza por medio de la adaptación de los coeficientes del filtro. El algoritmo que regula el ajuste de los coeficientes es muy similar al LMS (ecuación 4.23) pero con una señal de error, $e(n)$ diferente a la utilizada para el criterio MSE.

4.3.1.1 Algoritmo CMA (Constant Modulus Algorithm)

El algoritmo de módulo constante (CMA) propuesto por Dominique Godard se interpreta como un caso particular del algoritmo de Bussgang, al igual que ocurre con el algoritmo de Sato [45] o los algoritmos dirigidos por decisión, aunque originalmente fue planteado de forma completamente independiente de los anteriores. La propuesta de Godard consiste en la minimización de una función de coste, denominada función de dispersión de orden p dada en la siguiente expresión [13, 25, 29]:

$$\xi_{\text{Godard}} = E [(|y(n)|^p - R_p)^2] \quad (4.60)$$

donde p es un número natural que mide las diferencias entre la envolvente de la señal recibida y una constante positiva $R_p = 1$ [25].

El vector de coeficientes solución se obtiene minimizando la función de coste 4.60 a través del algoritmo de gradiente descendente dado en 4.17 de la forma [1]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \nabla \xi_{\text{Godard}} \\ &= \mathbf{w}(n) - \mu \nabla \{ E [(|y(n)|^p - 1)^2] \} \end{aligned} \quad (4.61)$$

¹Un proceso discreto $y(n)$ se dice de Bussgang si satisface la condición $E[y(n)y(n+k)] = E[y(n)g(y(n+k))]$, donde $g(\cdot)$ es una función no lineal y sin memoria.

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

donde el operador esperanza E debe ser eliminado de la expresión, convirtiéndose la ecuación 4.61 en un algoritmo estocástico de aproximación a la solución. Para el caso en el que $p = 1$ a la forma:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) - \mu \left[y(n) - \frac{y(n)}{|y(n)|} \right]^* \mathbf{x}(n) \\ &= \mathbf{w}(n) + \mu e^*(n) \mathbf{x}(n)\end{aligned}\quad (4.62)$$

y para el caso $p = 2$ se convierte en:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(1 - |y(n)|^2) y^*(n) \mathbf{x}(n) \quad (4.63)$$

Únicamente los casos $p = 1, 2$ suelen ser de interés práctico ya que la selección de μ se vuelve más comprometida a medida que el parámetro de distorsión p aumenta [1]. Estos dos casos se denominan Algoritmos de Módulo Constante (CMA) [46].

Las ecuaciones que rigen al Conformador de Módulo Constante se resume en el Algoritmo 7. Al comparar las ecuaciones de éste Algoritmo con las del Algoritmo LMS en (Algoritmo 1), nos damos cuenta que son muy similares entre sí. El término $\frac{y(n)}{|y(n)|}$ en la ecuación de error del CMA juega el mismo papel que la señal deseada $d(n)$ en el LMS; sin embargo, si se utiliza el algoritmo LMS, la señal de referencia $d(n)$ debe ser enviada desde el transmisor al receptor y debe ser conocida tanto por el transmisor como por el receptor [1], mientras que el algoritmo CMA no requiere una señal de referencia para generar la señal de error en el receptor [1].

Algoritmo 7 Constant Modulus Algorithm (CMA)

Inicialización:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n)$$

$$e(n) = \frac{y(n)}{|y(n)|} - y(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e^*(n) \mathbf{x}(n)$$

4.3.1.2 Algoritmo EIGEN

Conocido como algoritmo de valores propios, estima el vector de direccionamiento de la señal deseada a partir del vector propio asociado al valor propio de mayor valor de la matriz de autocorrelación. Este algoritmo considera el Criterio de Potencia Máxima de Salida MCOP (Maximum Combined Output Power) linealizado, el cual está diseñado para encontrar un vector de pesos normalizado que maximice la potencia de la señal de salida $y(n)$ (4.4), tal que [47, 48]:

$$\begin{aligned} P_y &= E\{|y(n)|^2\} = E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)|^2\} \\ &= E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}|\} = \mathbf{w}^H E\{\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)\} \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \end{aligned} \quad (4.64)$$

Al realizar la descomposición en valores y vectores propios de la matriz $\mathbf{R}_x = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H$ definida en la ecuación 3.7, donde $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ es la matriz de vectores propios y $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ es la matriz diagonal que contiene los valores propios: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$. El vector de pesos óptimo \mathbf{w} se escribe como una combinación lineal de vectores propios tal que [47]:

$$\mathbf{w} = \sum_{m=1}^M \alpha_m \mathbf{u}_m = \mathbf{U} \boldsymbol{\alpha} \quad (4.65)$$

donde, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M]^T$ y $\sum_{m=1}^M |\alpha_m|^2 = 1$

Sustituyendo 4.65 en 4.64, esto es poniendo la potencia de salida, ecuación 4.65, en forma normalizada, queda:

$$\begin{aligned} E\{|y(n)|^2\} &= (\mathbf{U} \boldsymbol{\alpha})^H \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H (\mathbf{U} \boldsymbol{\alpha}) \\ &= \sum_{m=1}^M \lambda_m |\alpha_m|^2 \leq \lambda_1 \end{aligned} \quad (4.66)$$

Por lo tanto, el peso que produce la potencia de salida combinada más grande es el vector propio que corresponde al valor propio más grande. Los procedimientos tradicionales para encontrar el vector propio dominante son las siguientes [47]:

1. Formar la matriz \mathbf{R}_x
2. Resolver el eigen problema $\mathbf{R}_x \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}$ y ordenar los valores propios $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

3. Determinar $\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{u}_1$

Se debe tener en cuenta que en este planteamiento sólo utiliza el vector propio dominante, por lo que se necesita una técnica más eficiente, lo que resulta en el uso de un algoritmo numérico conocido como Método de Potencia (Power Method) [48, 49], el cual se encuentra de forma iterativa y se lleva a cabo de la siguiente manera:

1. Formar la matriz \mathbf{R}_x
2. Proponer con un vector de pesos inicial $\mathbf{w}(0) = [1, \dots, 1]^T / \sqrt{M}$ y calcular sucesivamente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \frac{\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)}{\|\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)\|} \quad (4.67)$$

3. Determinar $\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{w}(n+1)$

Las ecuaciones del algoritmo de valores propios se resumen en el Algoritmo 8.

Algoritmo 8 Eigenvalue Algorithm (EIGEN)

Inicialización:

$$\mathbf{w}(0) = [1, \dots, 1]^T / \sqrt{M}$$

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \frac{\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)}{\|\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)\|}$$

4.3.2 Conformador de haz para señales cicloestacionarias

Este conformador de haz estima el vector de direccionamiento ($\mathbf{a}(\theta)$) a partir de las señales recibidas en el arreglo de antenas, explotando la propiedad de cicloestacionariedad, la que se explica a continuación.

4.3.2.1 Cicloestacionaridad

Una señal $x(t)$ es cicloestacionaria en sentido amplio si su media $\mu_x(t)$ y su autocorrelación $\mathbf{R}_{xx}(t, \tau)$ son funciones periódicas en t con periodo T , es decir [50]

$$\mu_x(t) = E \{x(t)\} = E \{x(t+T)\} = \mu_x(t+T) \quad (4.68)$$

$$\mathbf{R}_{xx}(t, \tau) = E \{x(t)x^*(t-\tau)\} = E \{x(t+T)x^*(t+T-\tau)\} = r_{xx}(t+T, \tau) \quad (4.69)$$

La matriz de autocorrelación cíclica \mathbf{R}_{xx}^α de las señales recibidas en el arreglo se define [51]:

$$\mathbf{R}_{xx}^\alpha[m] = E \{ \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^H[n-m] e^{-j2\pi \frac{\alpha n}{M}} \} \quad (4.70)$$

y la matriz de autocorrelación cíclica conjugada:

$$\mathbf{R}_{xx^*}^\alpha[m] = E \{ \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^T[n-m] e^{-j2\pi \frac{\alpha n}{M}} \} \quad (4.71)$$

Es interesante notar que mientras para $\alpha = 0$, la función de autocorrelación cíclica coincide con la definición de la función de autocorrelación 4.11, para el resto de los valores de α la función de autocorrelación cíclica aporta información valiosa que no aparece en la función de autocorrelación.

Las expresiones 4.70 y 4.71 son empleadas en el algoritmo cíclico que estudiaremos a continuación.

4.3.2.2 Algoritmo CAB (Cyclic Adaptive Beamforming)

Para un arreglo de M antenas dado, el vector de pesos \mathbf{w} en el algoritmo de conformación cíclico CAB se determina por la elección del \mathbf{w} y un vector de pesos auxiliar \mathbf{c} , a fin de maximizar la autocorrelación entre $\mathbf{w}^T \mathbf{x}(n)$ y $\mathbf{c}^T \mathbf{u}(n)$, esto es si[51]:

$$r(n) = \mathbf{c}^H \mathbf{u}(n) \quad (4.72)$$

donde

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{x}(n - \alpha) e^{(j2\pi \alpha n)} \quad (4.73)$$

el criterio del algoritmo de CAB se escribe como [51, 52]:

4. ALGORITMOS DE CONFORMACIÓN DE HAZ CON REFERENCIAS: TEMPORAL, ESPACIAL Y CIEGA

$$\left. \begin{array}{l} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{c}} |\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xu} \mathbf{c}|^2 \\ \text{bajo restricción } \mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1 \\ \mathbf{c}^H \mathbf{c} = 1 \end{array} \right\} \quad (4.74)$$

donde,

$$\mathbf{R}_{xu} = \langle \mathbf{x}(n) \mathbf{u}(n) \rangle \quad (4.75)$$

denota la matriz de correlación cruzada entre $\mathbf{x}(n)$ y $\mathbf{u}(n)$.

Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, la solución de 4.74 se escribe como [53, 54]:

$$\mathbf{R}_{xu} \mathbf{R}_{xu}^H \mathbf{w} = \lambda \mathbf{w} \quad (4.76)$$

El vector de pesos \mathbf{w} obtenido de la ecuación 4.76 denotado por \mathbf{w}_{CAB} [52], representa el vector propio con valor más grande de \mathbf{R}_{xu} [51] y \mathbf{w}_{CAB} es una estimación de $\mathbf{a}(\theta)$ [53]. El algoritmo CAB no es capaz de cancelar direcciones que provenían de señales de interferencia [53] y se resume en el Algoritmo 9.

Algoritmo 9 Cyclic Adaptive Beamforming (CAB)

Inicialización:

$$\|\mathbf{w}\| = \|\mathbf{c}\| = 1, \text{ restricción del algoritmo}$$

Para cada $n \geq 0$:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n)$$

$$r(n) = \mathbf{c}^H \mathbf{u}(n)$$

$$\mathbf{R}_{xu} \mathbf{R}_{xu}^H \mathbf{w} = \lambda \mathbf{w}$$

*La lógica de validación nos permite
movernos entre dos límites, el dog-
matismo y el escepticismo.*

Paul Ricoeur

CAPÍTULO

5

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones de los algoritmos de conformación de haz con referencia temporal, espacial y ciega previamente estudiados. Los resultados reportan el comportamiento de la convergencia y complejidad de implementación de los mismos. Las simulaciones efectuadas se desarrollaron en la plataforma de trabajo Matlab a partir de los modelos matemáticos establecidos para cada uno de los algoritmos en el capítulo 4 de este documento.

Se presenta también el fundamento teórico y resultados de simulación de un nuevo conformador de haz aquí propuesto al que decidimos llamarlo: “Conformador espacial de gradiente estocástico”, el cual permite suavizar el problema de cancelación de señal presente en la conformación espacial.

En la última sección de este capítulo, se presentan de manera sintetizada algunas consideraciones importantes para la implementación práctica de un sistema de antena inteligente.

5.1 Algoritmos con referencia temporal

Para la simulación de los algoritmos LMS, NLMS y RLS, los que como se estudio en el capítulo anterior, pertenecen a los de referencia temporal, se definió un escenario de simulación, el cual presenta las siguientes características:

5. RESULTADOS

ESCENARIO DE SIMULACIÓN.

1. Número de elementos del arreglo de antenas con distribución uniforme: 8
2. Separación entre elementos de antena: $\frac{\lambda_0}{2}$.
3. Presencia de un usuario deseado ubicado en: $\theta_d = -40^\circ$.
4. Relación señal a ruido de la señal deseada (SNR_d): 0 dB.
5. Presencia de un interferente ubicado en: $\theta_i = 20^\circ$.
6. Relación señal a ruido de la señal interferente (SNR_i): 0 dB.
7. Tanto la señal deseada como la interferente están mutuamente incorreladas.
8. La señal deseada y la interferente se modularon con una señal QAM.
9. La secuencia o señal de referencia $d(n)$ se moduló con una señal QAM igual a la señal deseada.
10. La matriz R_x se estimó con 1000 iteraciones.

5.1.1 Convergencia de los algoritmos.

De la simulación de los algoritmos LMS, NLMS y RLS se obtiene iterativamente el valor de los pesos complejos $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_8]^T$ correspondientes a cada uno de los elementos del arreglo, mismos que convertirán la señal de entrada $\mathbf{x}(n)$ en la señal de referencia $d(n)$ conforme los algoritmos convergen.

En la figura 5.1 se muestran los diagramas de radiación resultado de aplicar el vector de pesos al arreglo de antenas mediante la expresión dada en 2.23. Los resultados de los tres algoritmos son comparados con el diagrama de radiación de la solución óptima de Wiener, donde se observa que en la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40^\circ$), los diagramas son muy similares ya que los tres algoritmos convergen hacia la señal de interés dirigiendo el haz principal con una potencia \cong 0dB, mientras que en la dirección del usuario interferente ($\theta_i = 20^\circ$) los diagramas difieren en los valores de potencia de atenuación. El algoritmo RLS es el que mejor se acerca al resultado óptimo atenuando a -57.97dB de potencia.

5.1 Algoritmos con referencia temporal

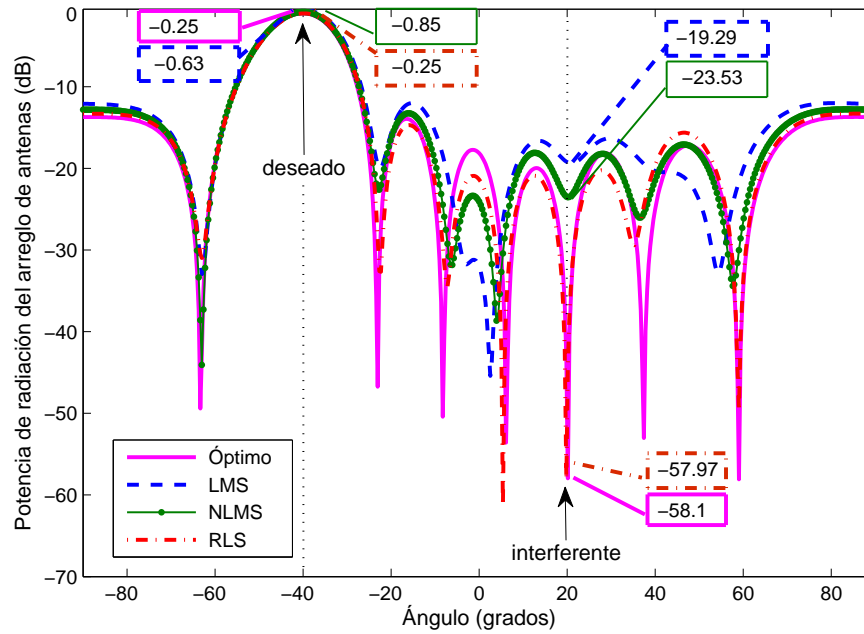


Figura 5.1: Diagramas de radiación, obtenidos de la solución óptima de Wiener y de los algoritmos LMS, NLMS y RLS, para la atención de un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 20^\circ$.

Numéricamente, en la tabla 5.1 se resumen los valores de potencia estimados por la solución óptima y por los tres algoritmos cuando convergen a la dirección del usuario deseado (θ_d) e interferente (θ_i).

Algoritmo	Potencia θ_d (dB)	Potencia θ_i (dB)
Óptimo	-0.25	-58.1
LMS	-0.63	-19.29
NLMS	-0.85	-23.53
RLS	-0.25	-57.97

Tabla 5.1: Resultados de la solución óptima y de los tres algoritmos cuando convergen a la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40$) e interferente ($\theta_d = 20$).

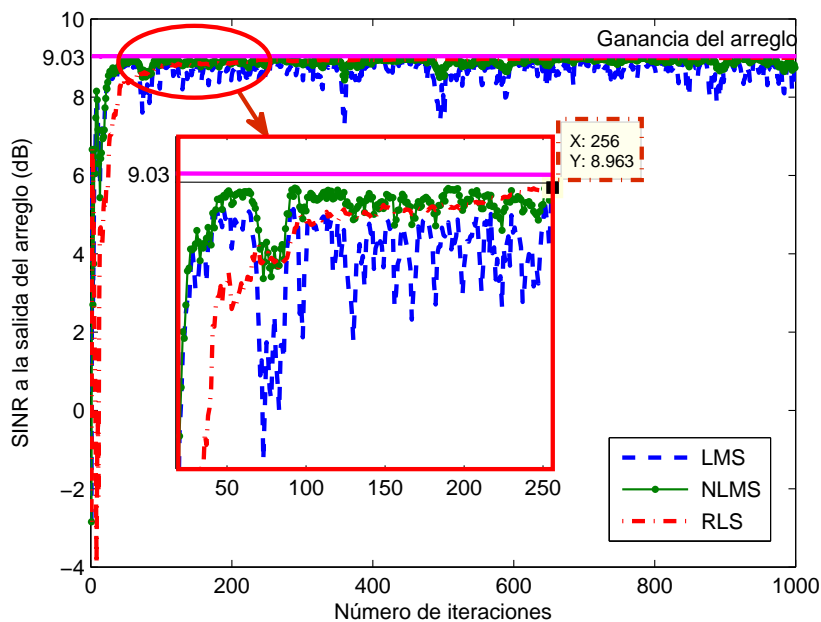
5. RESULTADOS

Según los datos de la tabla 5.1 y de acuerdo con lo que se comentó de la figura 5.1, el algoritmo RLS es el que mejor se acerca al resultado óptimo, puesto que converge hacia la señal de interés igual que la solución óptima y en la cancelación del interferente muestra un nulo más atenuado en comparación con el nulo del LMS y NLMS.

Otra manera de medir la convergencia de los algoritmos se muestra en la figura 5.2, la cual presenta la evolución de la Relación Señal a Interferencia mas Ruido (SINR) a la salida del arreglo con respecto al número de iteraciones, dicha SINR está expresada por:

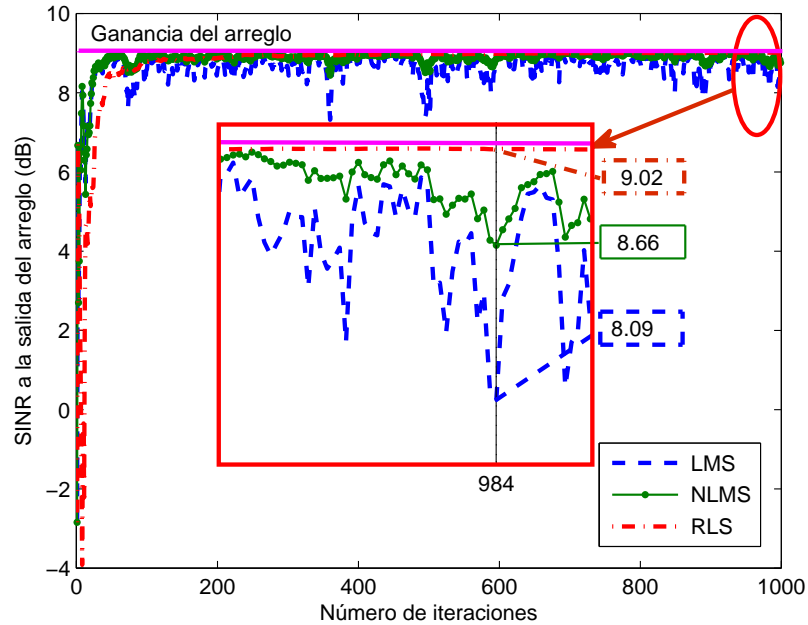
$$\text{SINR}[\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{P_d}{P_i + P_r}, \quad (5.1)$$

donde P_d , P_i , y P_r son las potencias de la señal deseada, señal interferente y ruido a la salida del arreglo respectivamente. La gráficas se comparan con la ganancia del arreglo, cuyo valor es: $10 \log_{10}(8) = 9.03 \text{ dB}$. En la parte a) de la figura 5.2 se tiene que la curva del algoritmo RLS se aproxima al valor de ganancia más rápido que los otros dos ya que en 256 iteraciones es $\cong 9.03$ y no oscila mucho;



(a)

5.1 Algoritmos con referencia temporal



(b)

Figura 5.2: Comparación de la evolución de la SINR a la salida del arreglo en función del número de iteraciones entre los algoritmos LMS, NLMS y RLS respecto de la ganancia del arreglo.

en la parte b) de la figura 5.2, se distingue que el algoritmo RLS converge al resultado de la ganancia, mientras que el LMS y NLMS presentan fluctuaciones o ruido de desajuste.

Este ruido de desajuste se hace más evidente en la figura 5.3, donde se calcula en cada iteración el error cuadrático de los pesos (MSE) de los algoritmos, determinado de la siguiente forma:

$$\text{MSE} = 10 \log_{10} [|\mathbf{w}_o - \mathbf{w}|^2] \quad (5.2)$$

Se puede observar de la figura 5.3 que en los tres casos, las curvas presentan diferente razón de decaimiento, siendo la que corresponde al algoritmo RLS la que decae más rápido a una menor potencia, por ejemplo, en 950 iteraciones el valor de potencia en el RLS es de -31 dB, valor por debajo al del LMS y NLMS en esas

5. RESULTADOS

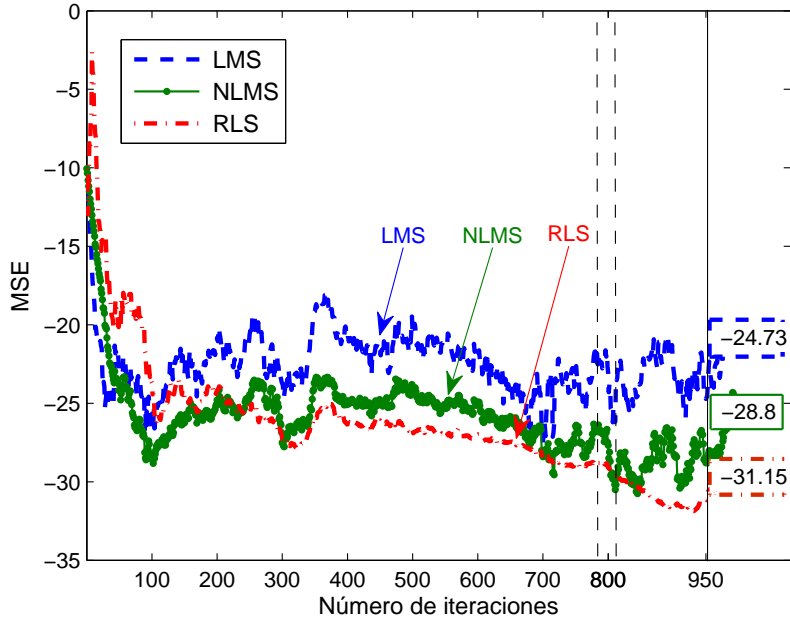


Figura 5.3: Error cuadrático (MSE) de los algoritmos LMS, NLMS y RLS, cuando la señal deseada está ubicada en $\theta_d = -40^\circ$ y la interferente ubicada en $\theta_i = 20^\circ$.

mismas iteraciones. Además se observa que el RLS reduce el ruido de desajuste, el cual se midió calculando la diferencia entre el valor de potencia máximo y mínimo en el intervalo de 780 a 810 iteraciones. La tabla 5.2 muestra (de izquierda a derecha) el algoritmo, el error de desajuste calculado, el valor máximo de potencia en el intervalo de 780 a 810 iteraciones y el valor mínimo de potencia.

Algoritmo	Error de desajuste (dB)	Valor máx. en 780-810 iter. (dB)	Valor min. en 780-810 iter. (dB)
LMS	4.5	-21.7	-26.2
NLMS	3.61	-26.56	-30.17
RLS	0.74	-28.81	-29.55

Tabla 5.2: Cálculo del error de desajuste en los tres algoritmos cuando convergen a la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40$) e interferente ($\theta_d = 20$).

5.1 Algoritmos con referencia temporal

Estos resultados indican que, entre los algoritmos hasta aquí estudiados, el RLS es el que presenta mayor velocidad de convergencia y menor ruido de desajuste. Sin embargo, estas ventajas se asocian a un aumento del coste computacional, que es una de las desventajas principales frente al algoritmo LMS y a su versión normalizada NLMS, la cual veremos enseguida.

5.1.2 Complejidad de los algoritmos LMS, NLMS y RLS

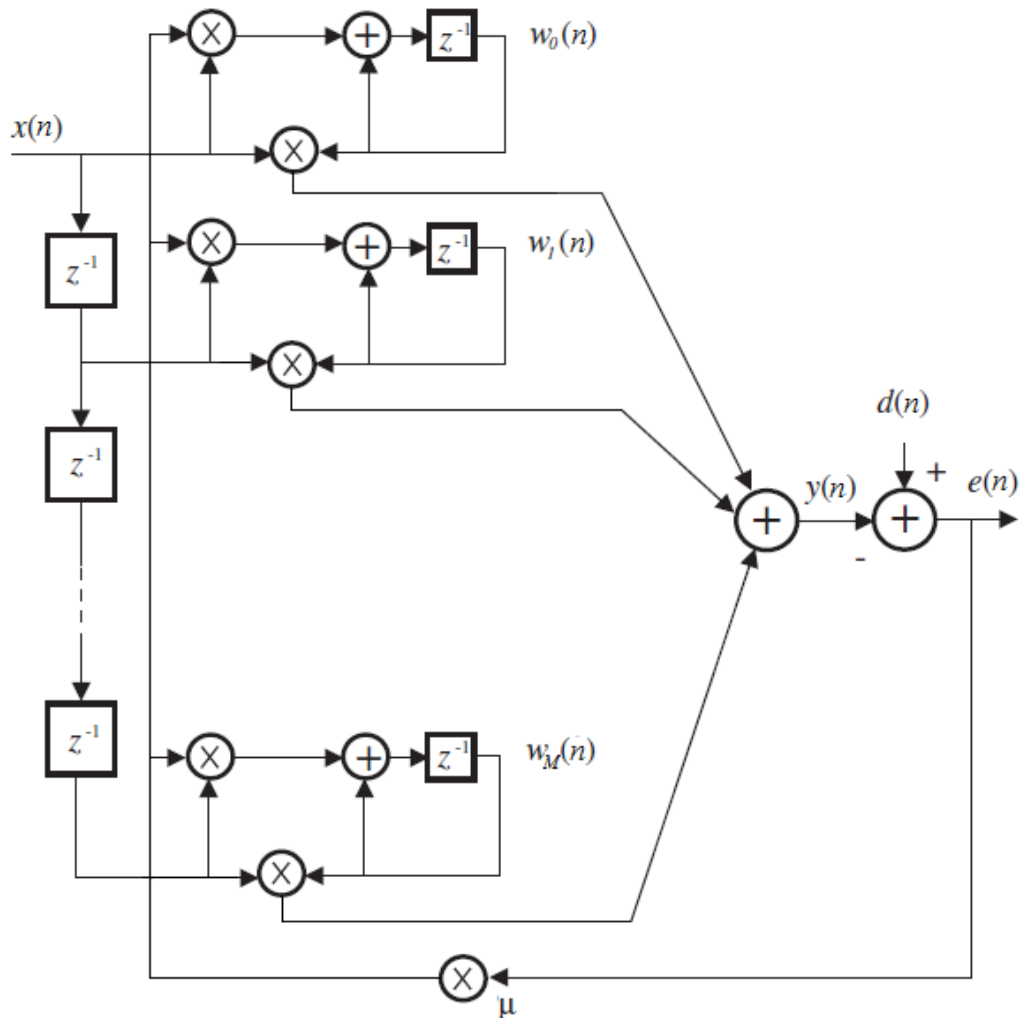


Figura 5.4: Diagrama del algoritmo LMS.

5. RESULTADOS

Para el cálculo de la complejidad se consideró como figura de mérito el número de multiplicaciones, sumas y divisiones requeridas para calcular el valor de salida $y(n)$ de cada uno de los algoritmos. Empezaremos por el LMS y partimos sustituyendo la ecuación de error $e(n) = d(n) - y(n)$ y de salida $y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)$ en la expresión de actualización de los pesos, mostrada en el Algoritmo 1, esto es:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) + \mu e^*(n) \mathbf{x}(n) \\
 &= \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n) [d(n) - y(n)] \\
 &= \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n) [d(n) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)]
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Enseguida se determina la estructura que describe al algoritmo LMS para una sola línea de entrada de $\mathbf{x}(n)$, la cual se muestra en la figura 5.4, en la que tiene que en cada iteración el algoritmo LMS requiere M multiplicaciones para determinar el $e(n)$, una multiplicación para el producto de μ con $e(n)$ y M multiplicaciones para el producto final con $\mathbf{x}(n)$, en total son $2M + 1$ multiplicaciones. Adicionalmente requiere de M sumas para determinar el $e(n)$ y M sumas para el resultado final con $\mathbf{w}(n)$, en total $2M$ sumas. Estas operaciones se presentan en la tabla 5.3, donde se observa que el índice de mayor valor es de primer orden, de modo que la complejidad del algoritmo LMS es lineal y se escribe $O(M)$, lo que revela la gran ventaja de este algoritmo que es su bajo coste computacional.

Cálculo	Multiplicaciones	Sumas	Divisiones
$e(n)$	M	M	0
$\mu e^*(n)$	1	0	0
$\mu e^*(n) \mathbf{x}(n)$	M	0	0
$\mathbf{w}(n) + \mu e^*(n) \mathbf{x}(n)$	0	M	0
Total	$2M + 1$	$2M$	0

Tabla 5.3: No. de operaciones requeridas en una iteración del LMS

De manera similar se calcularon la complejidad para el algoritmo NLMS y RLS, las cuales se encuentran resumidas en la tabla 5.4, donde se puede observar el algoritmo NLMS tiene también complejidad lineal $O(M)$, mientras que en el RLS se observa un incremento del coste computacional a $O(M)^2$.

5.2 Algoritmos con referencia espacial

Algoritmo	Multi.	Sum.	Div.	Complejidad
LMS	$2M + 1$	$2M$	0	lineal $O(M)$
NLMS	$2M + 3$	$2M + 1$	1	lineal $O(M)$
RLS	$3M^2 + 3M$	$3M + 1$	2	cuadrática $O(M)^2$

Tabla 5.4: Complejidad de los algoritmos temporales: LMS, NLMS y RLS

5.2 Algoritmos con referencia espacial

Para la simulación de los algoritmos de conformación con referencia espacial: Bartlett, Capon y Frost, se empleó el mismo escenario de simulación que en los algoritmos temporales. Las ubicaciones de las fuentes fueron estimadas por los métodos de DoA previamente estudiados. Para los conformadores de Bartlett y Capon se tomó el DoA determinado por ellos mismos en su modo estimador y para el de Frost se tomó el DoA estimado por el método MUSIC.

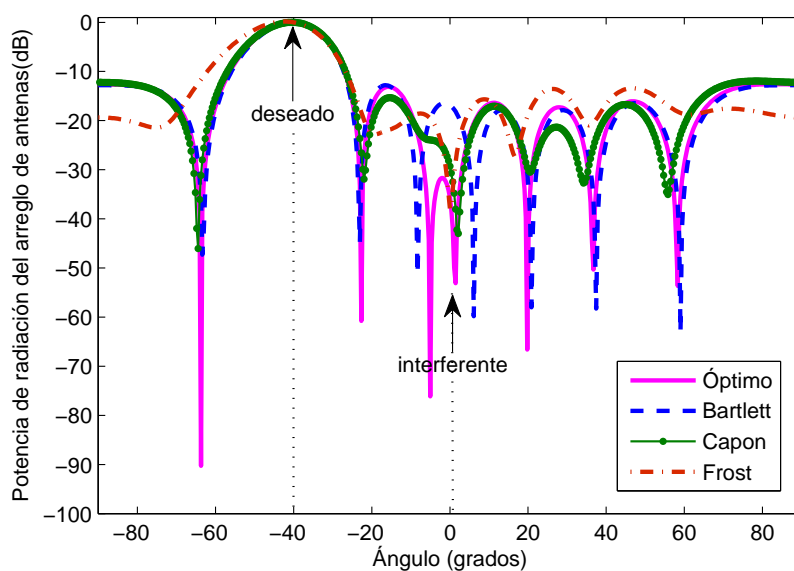


Figura 5.5: Diagramas de radiación para la atención de un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 0^\circ$, se observa que el algoritmo Bartlett no cancela la fuente de interferencia.

5. RESULTADOS

En la figura 5.5 se observa que tanto el algoritmo de Capon como el de Frost se aproximan a la solución óptima, pues el lóbulo principal está dirigido hacia la señal de interés ($\theta_d = -40^\circ$) y se tiene un nulo en la dirección de la fuente de interferencia ($\theta_i = 20^\circ$), mientras que el algoritmo Bartlett logra orientar el haz principal del diagrama de radiación en la dirección de interés pero no es capaz de cancelar la fuente de interferencia ubicada en 0° . Más aún, si añadimos al escenario anterior otro usuario deseado ubicado en $\theta_{d_2} = -40^\circ$, se observa en la figura 5.6 que el diagrama del algoritmo de Capon y Frost tienen un lóbulo principal apuntando a cada una de las fuentes deseadas y un nulo en la fuente de interferencia, mientras que el algoritmo Bartlett sólo es capaz de orientar su diagrama de radiación a una sola fuente deseada (a la ubicada en $\theta_{d_1} = 40^\circ$), esto es debido a la condición de apuntamiento hacia la señal de interés que posee dicho conformador. Los resultados indican que el algoritmo Bartlett no es capaz de estimar los pesos de conformación en escenarios con más de una fuente como lo establece su planteamiento.

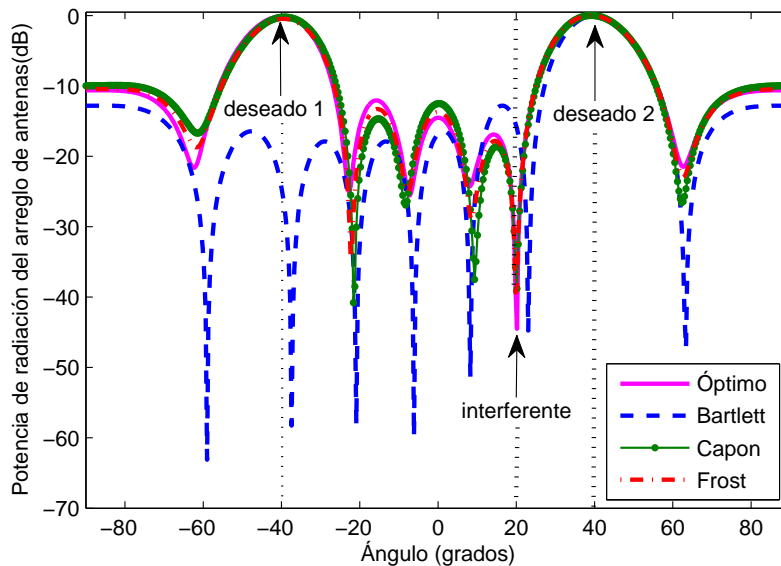


Figura 5.6: Diagramas de radiación para la atención dos usuarios deseados ubicados en $\theta_{d_1} = 40^\circ$ y $\theta_{d_2} = -40^\circ$ y la cancelación simultánea de un interferente ubicado en $\theta_i = 20^\circ$, obtenido de los resultados de los algoritmos Bartlett, Capon y Frost comparado con el óptimo.

5.2 Algoritmos con referencia espacial

De las ecuaciones que describen al algoritmo de Bartlett y Capon (Algoritmos 4, 5), se tiene que no son iterativos a diferencia del algoritmo Capon (5), por tanto no es posible comparar la convergencia de estos algoritmos. Sin embargo mostramos otros resultados, en los que se consideraron las siguientes condiciones, las cuales se añaden al escenario de señal descrito en la primera sección de este capítulo.

- Presencia de un usuario deseado ubicado en: $\theta_d = -40^\circ$.
- Relación señal a ruido de la señal deseada (SNR_d): 10 dB.
- Ubicación del usuario deseado estimada por métodos de dirección de arribo DoA: $\theta'_d = -38^\circ$.
- Presencia de un interferente ubicado en: $\theta_i = 20^\circ$.
- Relación señal a ruido de la señal interferente (SNR_i): 0 dB.

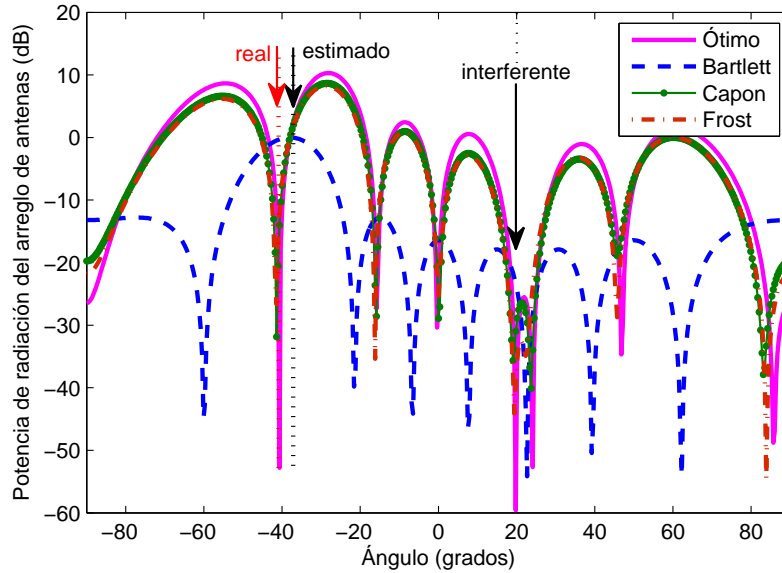
En la figura 5.7 se muestran los diagramas de radiación resultantes de la solución óptima y de los conformadores espaciales bajo las condiciones anteriores.

Se observa en la parte a) de la figura 5.7 que tanto la solución óptima como los algoritmos de Capon y Frost hacen que la dirección del usuario deseado ($\theta_d = -40^\circ$) quede en un desvanecimiento profundo, por consiguiente tienden a cancelarla, este fenómeno es conocido en la literatura como cancelación de señal [55] y se manifiesta cuando la dirección estimada por los algoritmos de DoA ($\theta'_d = -38$) presenta pequeñas discrepancias respecto de la ubicación real del usuario deseado (θ_d), es decir, $\theta_d \neq \theta'_d$. A estas discrepancias se les conoce como errores en el vector de direccionamiento de la señal deseada.

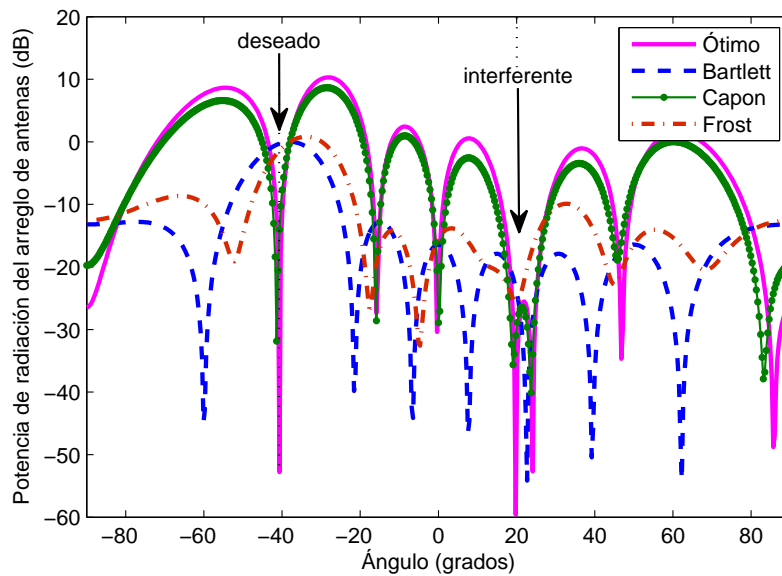
El algoritmo de Frost en su modelo matemático (expresión 4.47), presenta una propuesta para solucionar el problema de cancelación de señal. Los resultados se muestran en la parte b) de la figura 5.7, donde se observa que en el lóbulo principal de radiación se incluyen tanto la dirección de la señal deseada ($\theta_d = -40^\circ$) como la dirección con error $\theta'_d = -38^\circ$.

Por otra parte los resultados del algoritmo Bartlett en la figura 5.7 a) y b) indican que en este algoritmo el fenómeno de cancelación de señal no se presenta, debido

5. RESULTADOS



(a)



(b)

Figura 5.7: Diagramas de radiación para la cancelación de un interferente ubicado espacialmente en $\theta_i = 20^\circ$ y la orientación simultánea hacia un usuario deseado ubicado en $\theta_d = -40^\circ$, a) en presencia del fenómeno de cancelación de señal debido a un error de 2° en el vector de direccionamiento y b) cuando el algoritmo de Frost mitiga dicho problema.

al hecho de no emplear la matriz de correlación en el cálculo de los pesos \mathbf{w} y a la condición de apuntamiento hacia la señal de interés que posee, lo que hace que el lóbulo principal se dirija siempre hacia dicha señal y no se cancele aunque existan errores en el vector de direccionamiento.

El estudio de este fenómeno, nos permitió proponer un nuevo conformador de haz, al que llamamos “Conformador de haz espacial de gradiente estocástico”, el fundamento teórico y los resultados de simulación obtenidos se presentan enseguida.

5.2.1 Conformador espacial de gradiente estocástico propuesto

Para formular el conformador de haz espacial se requiere encontrar un vector de pesos \mathbf{w} que minimice la potencia de salida $y(n)$ definida en 2.18 con la restricción de que la respuesta en la dirección deseada sea la unidad, esto es:

$$\min_{\mathbf{w}} P_y(\mathbf{w}^H, \mathbf{w}) = \min_{\substack{\mathbf{w} \\ \text{bajo restricción}}} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \mathbf{w}^H \mathbf{A}_d = 1 \end{array} \right\} \quad (5.4)$$

donde, la matriz de correlación \mathbf{R}_x se define como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E \{ \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \} = E \left\{ [\mathbf{A}\mathbf{S}(n) + \mathbf{r}(n)] [\mathbf{A}\mathbf{S}(n) + \mathbf{r}(n)]^H \right\} \\ &= \mathbf{A} E \{ \mathbf{S}(n) \mathbf{S}^H(n) \} \mathbf{A}^H + \sigma_{\mathbf{w}}^2 \mathbf{I} . \end{aligned} \quad (5.5)$$

y se ha supuesto que el ruido está incorrelado con las señales; si además se supone que las señales también están incorreladas, se tiene:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{A} \mathbf{P}_s \mathbf{A}^H + \sigma_{\mathbf{w}}^2 \mathbf{I}; \quad (5.6a)$$

$$\mathbf{P}_s = \begin{bmatrix} |a_d|^2 & 0 \\ 0 & |a_i|^2 \end{bmatrix} . \quad (5.6b)$$

En la ecuación (5.4) tenemos un problema de minimización con restricciones que requiere de los multiplicadores de Lagrange para la solución, la cual es:

$$L(\mathbf{w}^H, \mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{A}_d - 1) . \quad (5.7)$$

Al hacer el gradiente respecto de \mathbf{w} del Lagrangiano (5.7) se obtiene:

$$\nabla_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w}^H, \mathbf{w}) = \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \lambda \mathbf{A}_d = 0 \implies \mathbf{w}_{opt} = \lambda \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d . \quad (5.8)$$

5. RESULTADOS

donde, para calcular el valor de λ se sustituye la solución en la restricción (5.4), quedando:

$$\mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{A}_d = \lambda \mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d = 1 \implies \lambda = \frac{1}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} . \quad (5.9)$$

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} . \quad (5.10)$$

Por lo que la potencia mínima de salida es:

$$\begin{aligned} P_{ymin} &= \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1}}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} \mathbf{R}_x \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} \\ &= \frac{1}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} . \end{aligned} \quad (5.11)$$

En el diseño del algoritmo de gradiente estocástico se emplea el Lagrangiano de la ecuación 5.7 en el algoritmo de gradiente, esto es:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w}^H, \mathbf{w}) . \quad (5.12)$$

Para que el \mathbf{w}_{opt} en (5.10) sea adaptativo, se sustituye (5.8) en el algoritmo de gradiente dado en (5.12), quedando:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu [\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) - \lambda \mathbf{A}_d] \quad (5.13a)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = [\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_x] \mathbf{w}(n) + \mu \lambda \mathbf{A}_d \quad (5.13b)$$

$$= [\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_x] \mathbf{w}(n) + \mu \frac{\mathbf{A}_d}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} . \quad (5.13c)$$

Dado que conocemos:

$$P_{ymin} = \frac{1}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} ,$$

podemos sustituir en el algoritmo de gradiente (5.13a) el valor de λ dado en 5.9, esto es:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \left[\mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) - \frac{\mathbf{A}_d}{\mathbf{A}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}_d} \right] . \quad (5.14)$$

El algoritmo de gradiente estocástico en (5.14) requiere del conocimiento de la matriz de correlación \mathbf{R}_x , la cual, no está disponible *a priori*. Si se define una aproximación para ésta como:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) . \quad (5.15)$$

5.2 Algoritmos con referencia espacial

y se sustituye en (5.14), tenemos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu [\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n) - \mathbf{A}_d P_y(n)] \quad . \quad (5.16)$$

Sustituyendo la salida del arreglo (2.18) en (5.16), obtenemos la ecuación de actualización de los pesos del algoritmo propuesto dada por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu [\mathbf{x}(n)y^*(n) - \mathbf{A}_d y(n)y^*(n)] \quad (5.17a)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu y^*(n) [\mathbf{x}(n) - \mathbf{A}_d y(n)] \quad . \quad (5.17b)$$

$$(5.17c)$$

Siendo μ el tamaño de paso, que para asegurar la convergencia está definido [25]:

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{P_{x,0} + M\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)}; \quad 0 < \alpha < 2 \quad (5.18)$$

Para que la restricción (5.4) se cumpla, el algoritmo de gradiente estocástico propuesto requiere que se realice lo siguiente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \frac{\mathbf{w}(n+1)}{\mathbf{A}_d \mathbf{w}(n+1)} \quad . \quad (5.19)$$

El conformador espacial aquí propuesto se resume en el Algoritmo 10.

Algoritmo 10 Conformador espacial de gradiente estocástico

Inicialización:

$\mathbf{w}^H \mathbf{A}_d = 1$, condición de apuntamiento

Para cada $n \geq 0$

$y(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n)$

$\mu(n) = \frac{\alpha}{P_{x,0} + M\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)}$; donde $0 < \alpha < 2$

$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu y^*(n) [\mathbf{x}(n) - \mathbf{A}_d y(n)]$

$\mathbf{w}(n+1) = \frac{\mathbf{w}(n+1)}{\mathbf{A}_d \mathbf{w}(n+1)}$

5. RESULTADOS

5.2.1.1 Resultados del conformador espacial propuesto

Con el objetivo de observar el desempeño del algoritmo propuesto se analizaron dos escenarios de simulación. En el primero se supone que no existen errores en el vector de direccionamiento, esto es, la DoA estimada corresponde con la dirección de la señal deseada, $\theta_d = \theta'_d$ y se consideró el mismo escenario de simulación definido en la primera sección de este capítulo con las siguientes consideraciones: $\theta_d = 40^\circ$, $\text{SNR}_d=10$ dB, $\theta'_d = -38^\circ$, $\theta_i = -20^\circ$ y $\text{SNR}_i=0$ dB.

En la figura 5.8 se muestra el diagrama de radiación resultado de aplicar los pesos complejos del algoritmo de gradiente estocástico aquí propuesto y se compara con el diagrama de la solución óptima y el algoritmo de Frost, donde se observa que bajo las condiciones anteriores los algoritmos y la solución óptima orientan en dirección a la señal de interés ubicada en $\theta_d = 40^\circ$ y cancelan la señal interferente ubicada en $\theta_i = -20^\circ$.

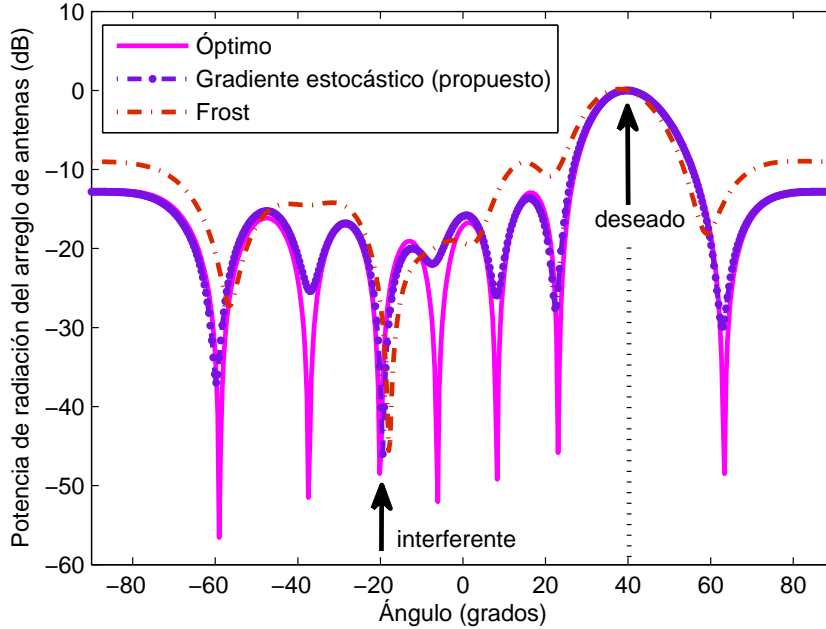


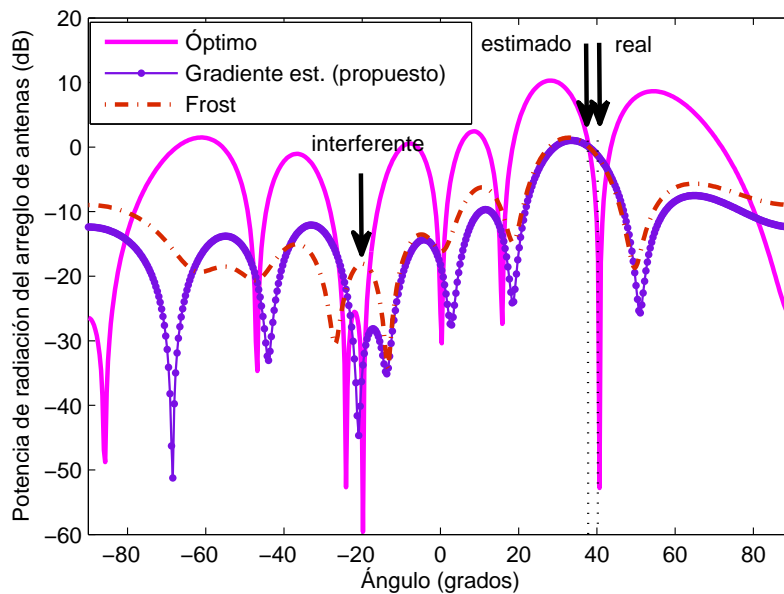
Figura 5.8: Diagramas de radiación para la cancelación de un interferente ubicado espacialmente en $\theta_i = -20^\circ$ y la orientación simultánea hacia un usuario deseado ubicado en $\theta_d = \theta'_d = 40^\circ$.

5.2 Algoritmos con referencia espacial

En el segundo escenario se suponen errores en el vector de direccionamiento, se presenta una pequeña discrepancia de $\pm 2^\circ$ entre θ_d y θ'_d .

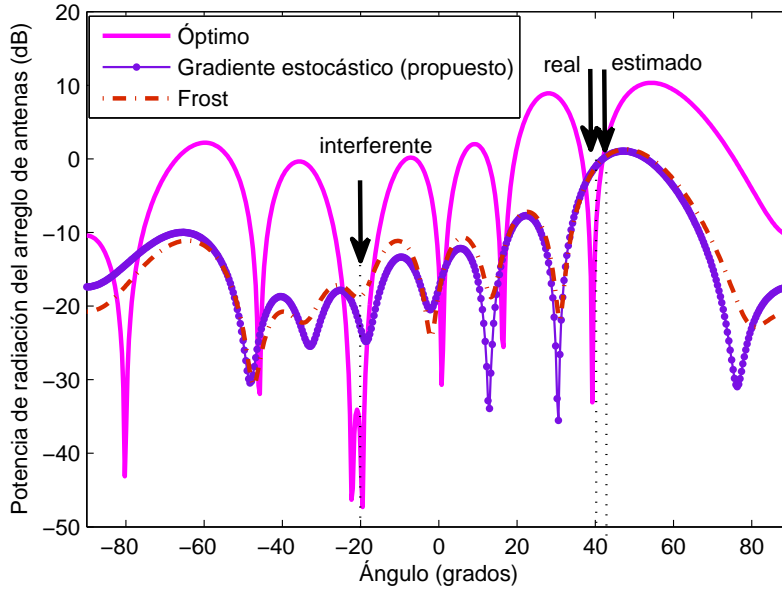
La parte a) de la figura 5.9 muestra que el diagrama resultante de la solución óptima hace que la dirección del usuario de interés ubicada en $\theta_d = 40^\circ$ caiga en un desvanecimiento profundo, por consiguiente tiende a cancelarla. En cambio, tanto el conformador de Frost como el aquí propuesto suavizan este comportamiento, haciendo que en el lóbulo principal no exista cancelación en esta dirección, ya que se observa un lóbulo que incluye tanto a la dirección estimada $\theta'_d = 38$ como a la dirección de interés $\theta_d = 40$.

Así mismo, cuando la dirección estimada es $\theta'_d = 42^\circ$ se observa en la parte b) de la figura 5.9 que la solución óptima tiende a cancelar la dirección del usuario de interés ubicada en $\theta_d = 40^\circ$, mientras que el algoritmo de gradiente estocástico aquí propuesto y el de Frost generan un lóbulo que incluye tanto a la dirección estimada $\theta'_d = 42^\circ$ como a la dirección de interés $\theta_d = 40^\circ$, evitando cancelar ésta última.



(a) dirección estimada $\theta'_d = 38^\circ$ y $\theta_d = 40^\circ$

5. RESULTADOS



(b) dirección estimada $\theta'_d = 42^\circ$ y $\theta_d = 40^\circ$

Figura 5.9: Diagrama de radiación en presencia de error de $\pm 2^\circ$ en el vector de direccionamiento de la señal deseada ubicada en 40° , a) cuando la dirección estimada θ'_d es igual a 38° y b) cuando es igual a 42° .

Otra manera de observar el desempeño de los algoritmos cuando se tiene el fenómeno de cancelación de la señal de interés se muestra en la figura 5.10, la cual presenta la caída en decibeles de la diferencia entre la SNR de la señal deseada y la SNIR dada en ?? con respecto a la ganancia del arreglo a medida que se incrementan el error (en grados) en el vector de direccionamiento. Se puede observar que la gráfica del algoritmo óptimo tiene un máximo que representa el desvanecimiento de la señal de interés ubicada en 40° . Mientras que el algoritmo de Frost y el propuesto logran mitigar este comportamiento.

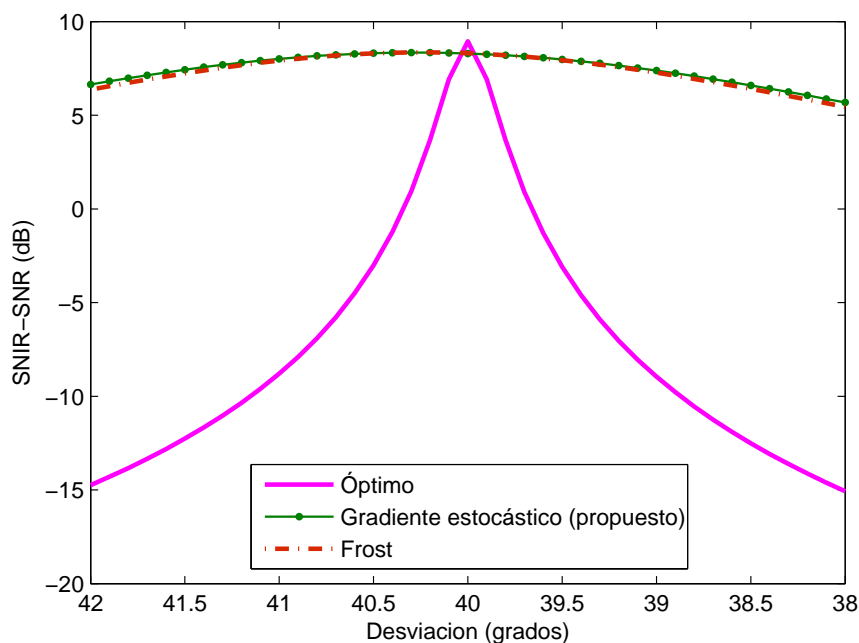


Figura 5.10: Caída en decibelios de la SNIR con respecto a la ganancia máxima de 9.03 dB del arreglo a medida que se incrementan las perturbaciones en el vector de direccionamiento.

5.2.2 Complejidad de los algoritmos Bartlett, Capon, Frost y Gradiente estocástico (aquí propuesto)

De las ecuaciones que describen al algoritmo de Bartlett (Algoritmo 4), se tiene que no es iterativo y requiere de una multiplicación y una división de matrices para la búsqueda de los pesos, lo que implica que este algoritmo tiene un bajo coste computacional. Capon a pesar de no ser iterativo incluye en su Algoritmo (5) una inversión de matrices, operación con un coste computacional cúbico $O(M)^3$.

El algoritmo de Frost (5) y el de Gradiente Estocástico aquí propuesto realizan la búsqueda de los pesos de forma iterativa y su complejidad es lineal. La tabla 5.5 resume las operaciones y complejidad de cada algoritmo.

5. RESULTADOS

Algoritmo	Operaciones	Complejidad
Bartlett	Multiplicación de matrices	lineal $O(M)$
Capon	Inversión de matrices (\mathbf{R}_x^{-1})	cúbica $O(M)^3$
Frost	Multiplicaciones y sumas	lineal $O(M)$
Gradiente estocástico (propuesto)	Multiplicaciones y sumas	lineal $O(M)$

Tabla 5.5: Complejidad de los algoritmos espaciales: Bartlett, Capon, Frost y Gradiente estocástico aquí propuesto.

5.3 Algoritmos con referencia ciega

Para la simulación de los algoritmos con referencia ciega CMA, EIGEN y CAB se planteó el mismo escenario descrito en la sección 5.1. En la figura 5.11 se muestran los diagramas de radiación resultado de los algoritmos y de la solución óptima.

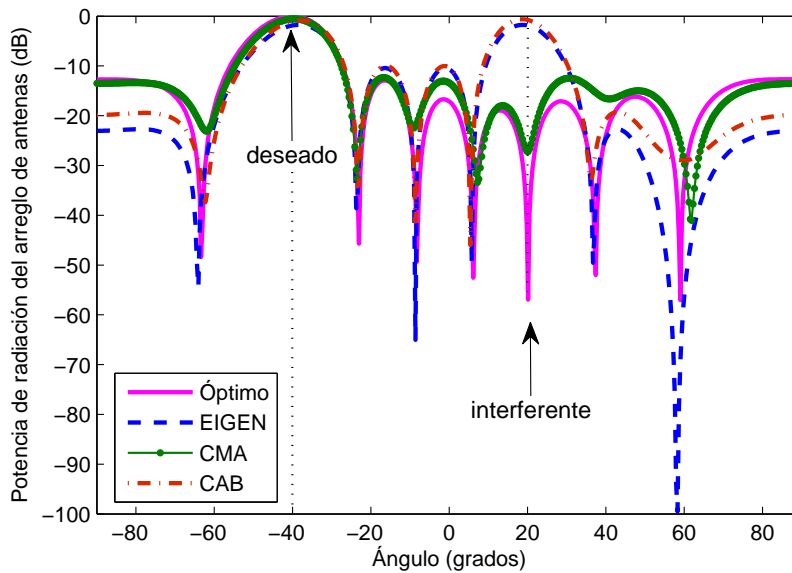


Figura 5.11: Diagramas de radiación obtenidos de los algoritmos ciegos CMA, EIGEN y CAB, para la orientación de un usuario deseado ubicado en 40° y la cancelación de un interference ubicado en 20° .

5.3 Algoritmos con referencia ciega

Se observa en la figura 5.11 el algoritmo CMA se aproxima a la solución óptima, pues el lóbulo principal está dirigido hacia la señal de interés ($\theta_d = -40$) y se tiene un nulo en la dirección de la fuente de interferencia ($\theta = 20$), mientras que los algoritmos EIGEN y CAB logran orientar el haz principal del diagrama de radiación en la dirección de interés pero no son capaces de cancelar la fuente de interferencia.

Cuando las condiciones se relajan, es decir, cuando se supone un escenario sin fuentes de interferencia, los tres algoritmos estiman el vector de pesos con el que se orienta hacia el usuario deseado, tal como se muestra en la figura 5.12, donde se observa que en los diagramas de los algoritmos y de la solución óptima el lóbulo principal apunta hacia la dirección del usuario deseado ubicado en ($\theta_d = 40$), siendo el algoritmo CAB el que más se acerca a la solución óptima con -0.25 dB de potencia.

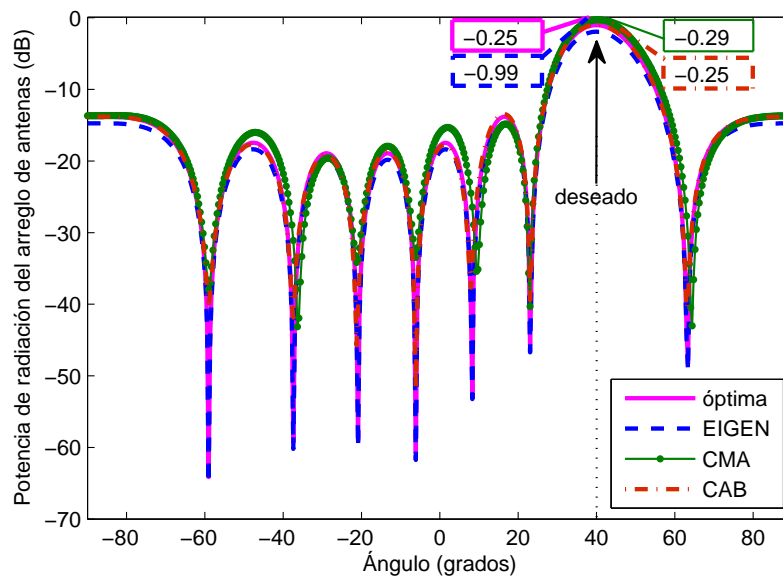


Figura 5.12: Diagramas de radiación obtenidos de los algoritmos ciegos, para la orientación de un usuario deseado ubicado en 40°

De acuerdo a los resultados anteriores, se mostró que tanto el algoritmo EIGEN como el CAB no son capaces de cancelar interferencias, por lo que mostramos enseguida otros resultados encontrados en el algoritmo CMA en un escenario con un

5. RESULTADOS

usuario deseado y un interferente en el sistema con las siguientes consideraciones: $\theta_d = -40^\circ$, $\text{SNR}_d=0$ dB, $\theta_i = 20^\circ$, $\text{SNR}_i=0$ dB y con diferentes estados iniciales del vector de pesos (selección aleatoria).

En la figura 5.13 se muestran los diagramas de radiación resultantes de aplicar los pesos complejos del algoritmo CMA en un experimento realizado 5 veces bajo las condiciones anteriores. Se observa que en dos ocasiones el lóbulo principal del diagrama de radiación se ubicó en la dirección del interferente ($\theta_i = 20^\circ$) y en tres ocasiones en la dirección del usuario deseado ($\theta_d=40^\circ$). Los resultados de la figura 5.13 indican una desventaja del algoritmo de Módulo Constante (CMA), ya que no es capaz de asegurar siempre el apuntamiento sobre la señal de interés y se le conoce como fenómeno de captura. Este fenómeno se produce debido a que el único criterio que el algoritmo sigue para discriminar señal de interferencias y ruido es la propiedad en envolvente constante. Cualquier interferencia o ruido que posea dicha característica es por tanto susceptible de ser extraída por el algoritmo [45].

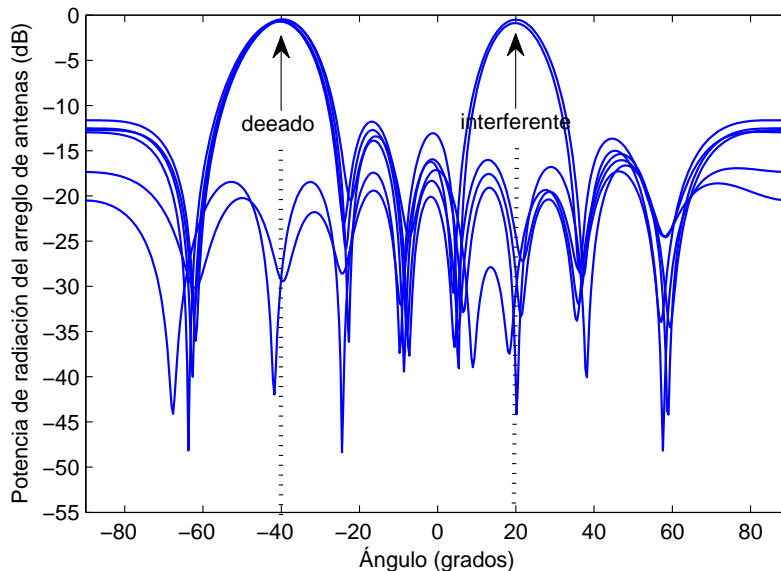


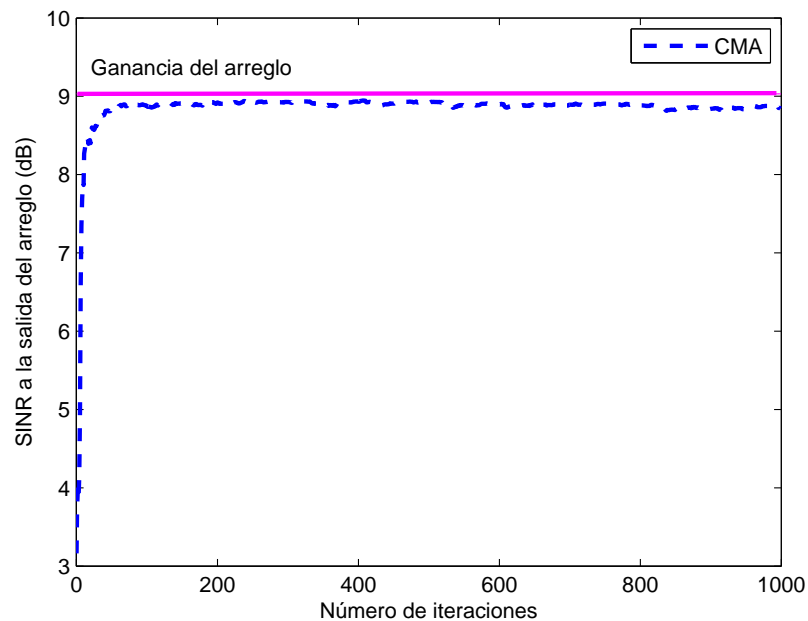
Figura 5.13: Diagramas de radiación obtenidos con el algoritmo CMA para observar el fenómeno de captura.

5.3 Algoritmos con referencia ciega

Otra manera de observar el fenómeno de captura se muestra en la figura 5.14, la cual presenta la evolución de la Relación Señal a Interferencia mas Ruido (SINR) a la salida del arreglo con respecto al número de iteraciones. La gráficas se comparan con la ganancia del arreglo, cuyo valor es: $10\log_{10}(8) = 9.03$ dB.

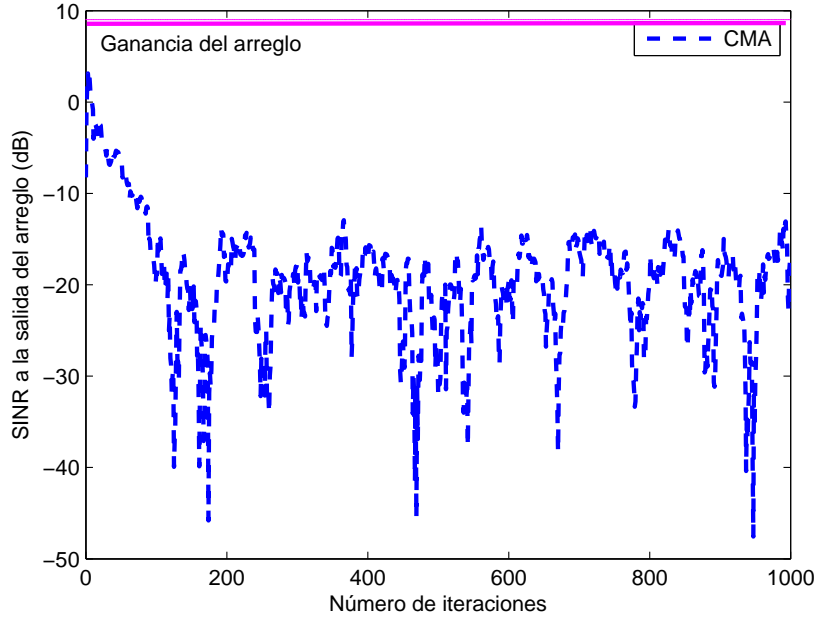
En la parte a) de la figura 5.14) el algoritmo CMA opera satisfactoriamente, ya que la curva tiende hacia la ganancia del arreglo, lo que indica que el algoritmo CMA selecciona la señal deseada y cancela la fuente de interferencia. Además no presenta fluctuaciones o ruido de desajuste.

En la parte b) de la figura 5.14) se observa que la curva del CMA no tiende a la ganancia del arreglo, va disminuyendo la potencia en función del número de iteraciones y presenta fluctuaciones, lo que indica que el CMA en su búsqueda ciega, cancela la señal deseada y selecciona la señal interferente.



(a)

5. RESULTADOS



(b)

Figura 5.14: Evolución de la relación SINR a la salida cuando en el escenario aparece una interferencia, en a) el algoritmo CMA selecciona la señal deseada y en b) selecciona la interferencia, rechazando la señal deseada.

5.3.1 Complejidad de los algoritmos CMA, EIGEN y CAB

De acuerdo a la ecuación de actualización de los pesos del algoritmo CMA (Algoritmo 7) se observa que es muy similar a la del algoritmo LMS (Algoritmo 1), ya que el término $y(n)/|y(n)|$ en la ecuación de error del CMA juega el mismo papel que la señal deseada $d(n)$ en el LMS. Por ello la complejidad del CMA es similar a la del LMS, sólo se cambian M multiplicaciones por M divisiones en el cálculo del error $e(n)$ y se conservan las mismas operaciones. El algoritmo EIGEN incluye en su Algoritmo 8 una descomposición en valores propios (EVD), cuyo cálculo implica un coste computacional cúbico $O(M)^3$ [56].

En la tabla 5.6 se resumen las operaciones requeridas en el algoritmo EIGEN y CAB y se da su complejidad.

5.4 Comparación de convergencia entre algoritmos de conformación con distintas referencias.

Algoritmo	Operaciones	Complejidad
CMA	Multiplicaciones y sumas	lineal $O(M)$
EIGEN	Descomposición (en valores propios (EVD))	cúbica $O(M)^3$
CAB	Matriz de correlación cíclica	cuadrática $O(M)^2$

Tabla 5.6: Complejidad de los algoritmos espaciales: CMA, EIGEN y CAB.

5.4 Comparación de convergencia entre algoritmos de conformación con distintas referencias.

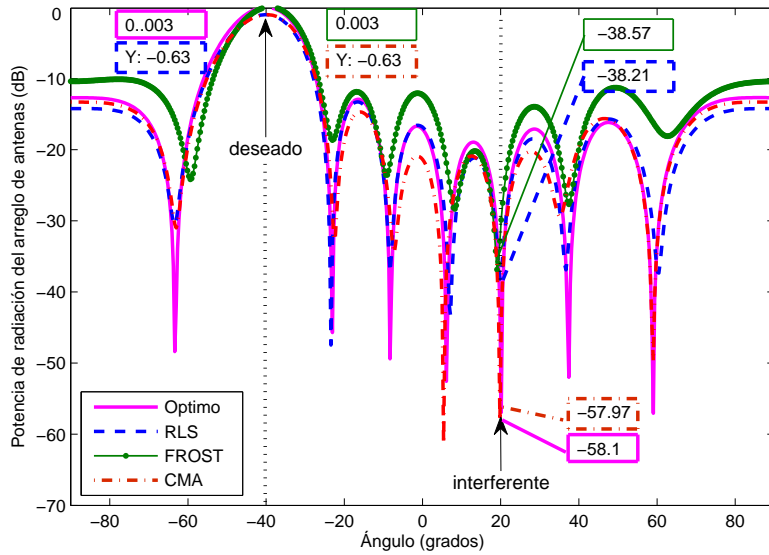
Para comparar la convergencia entre algoritmos con distintas referencias, en esta sección se eligió al algoritmo que mostró mejor desempeño en la convergencia con respecto de la solución óptima, Para el caso de la referencia temporal se tomó al algoritmo RLS, al Frost de los espaciales y al CMA de los ciegos.

Las simulaciones de los algoritmos se presentan en un escenario con una fuente deseada ($\theta_d = -40^\circ$) en y una interferente ($\theta_i = 20^\circ$) con las condiciones de simulación presentadas en la primera sección de este capítulo.

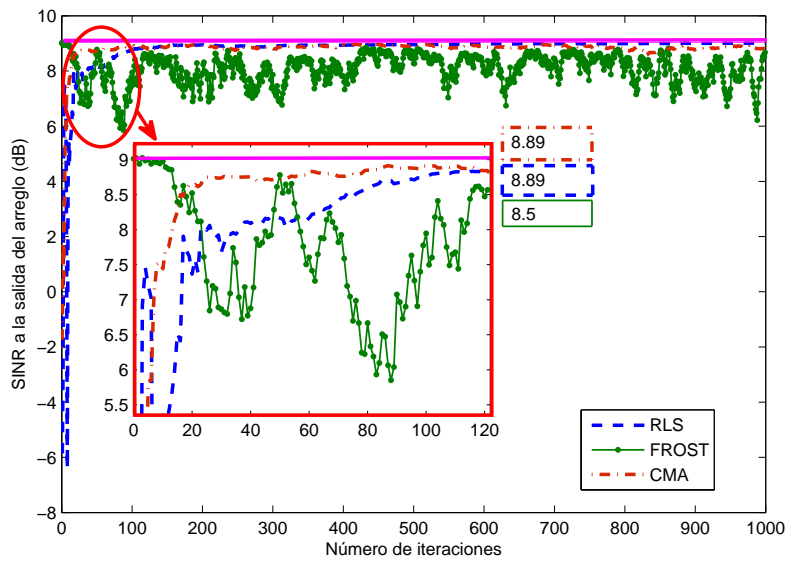
Los resultados de ésta comparación se muestran en la figura 5.15. Se observa en la parte a) de la figura 5.15 que el algoritmo de conformación de haz espacial desarrollado por Frost es el que mejor se acerca a la solución óptima en el diagrama de radiación, ya que dirige el lóbulo principal en $\theta_d = 0^\circ$ con una potencia de 0dB y cancela el interferente ($\theta_i = 20^\circ$) con una potencia de atenuación de -38dB.

En cuanto a la convergencia con respecto a la ganancia del arreglo, como se observa en la parte b) de la figura 5.15, el algoritmo Frost presenta ruido de desajuste y la ganancia que presenta está 1 dB por debajo de la ganancia del arreglo (9.03 dB). Mientras que los algoritmos RLS y CMA convergen a la ganancia del arreglo sin presentar fluctuaciones o ruido de desajuste.

5. RESULTADOS



(a)



(b)

Figura 5.15: Comparación de convergencia en los diagramas de radiación y evolución de la relación SINR a la salida del arreglo con respecto de la ganancia del arreglo. Resultantes de los algoritmos RLS, FROST y CMA cuando en el escenario se tiene un usuario deseado ubicado en $\theta = -40$ y un interferente ubicado en $\theta = 20$.

5.5 Consideraciones para la implementación práctica de un sistema de antenas inteligentes

En esta sección se describen algunas consideraciones importantes para la implementación práctica de un sistema de antena inteligente. La información proporcionada fue tomada de una tesis de doctorado titulada: “GNSS Array-based Acquisition: Theory and Implementation” por [5], la cual aborda el problema de la adquisición de la señal usando arreglos de antenas, en el marco general de los receptores de Sistemas Globales de Navegación por Satélite (GNSS).

De acuerdo a la arquitectura de un sistema de antenas inteligentes, para la implementación de la antena receptora como se muestra en la figura 5.16 se necesitan cuatro elementos principales, los cuales se describen enseguida:

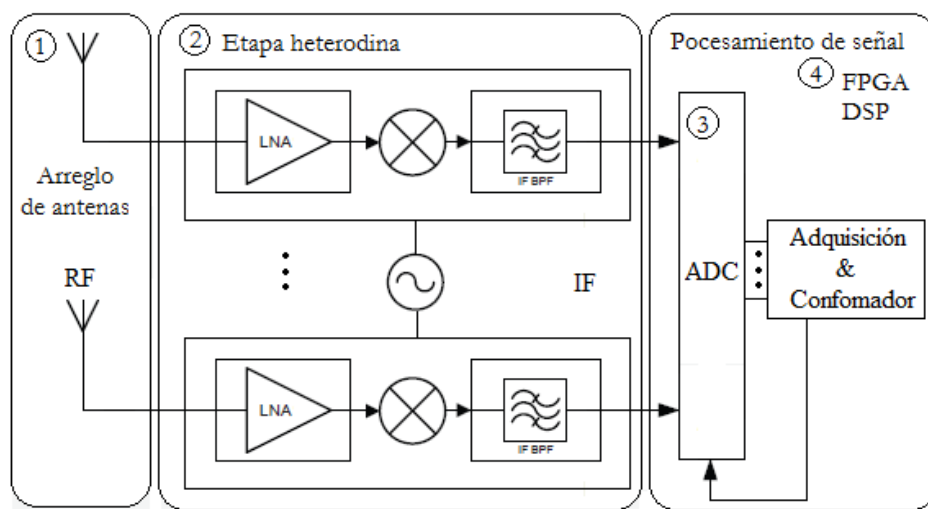


Figura 5.16: Diagrama de bloques del receptor en un sistema de antenas inteligentes.

1. **Arreglo de antenas.** El primer elemento a considerar en la implementación es el arreglo de antenas, en el que se deben tomar en cuenta el número de elementos, el tipo de antena, la configuración del arreglo (lineal, circular, cruz, etc.), la separación entre los elementos, etc. En el caso particular de la referencia se utilizó un arreglo de 8 antenas Garmin GA27c (figura 5.17), cada una distribuidas en una forma circular con separación de media longitud

5. RESULTADOS

de onda entre ellas. Este arreglo capta las señales de los satélites GNSS que se transmiten en la banda L (1164 MHz y 1610MHz) a una distancia de más de 20 000 kilómetros respecto del usuario.

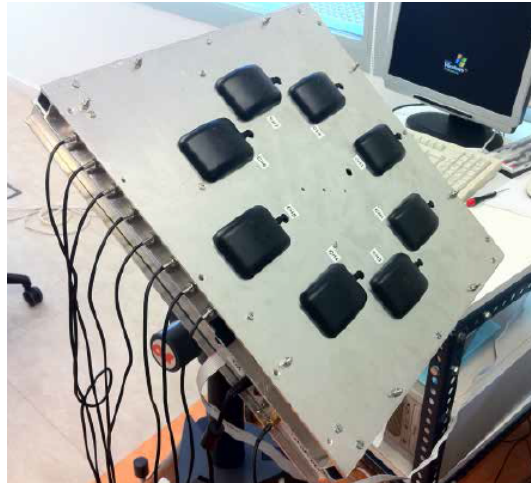


Figura 5.17: Arreglo circular de antenas de 8 elementos (Imagen obtenida de [5]).

2. **Etapa heterodina.** En segundo lugar se tiene la etapa que pasa de alta a baja o frecuencia intermedia. Está compuesta por un amplificador de bajo nivel de ruido (LNA del inglés Low Noise Amplifier). Después viene un multiplicador, cuyo propósito es desplazar los componentes de frecuencia del espectro en RF a otro espectro de menor frecuencia, llamado frecuencia intermedia (IF Intermediate Frequency). Un filtro pasa banda que rechaza los componentes de frecuencia no deseados y luego la señal es amplificada para poder ser procesada. En el caso de la referencia en esta etapa se pasó de una frecuencia $f_{RF}= 15754.2$ Mhz a una frecuencia intermedia $f_{IF}=70$ Mhz como se muestra en la tabla 5.7
3. **ADC(Convertidor Analógico Digital).** El ADC digitaliza la señal de salida de la etapa heterodina en el tiempo, en un proceso conocido como muestreo, y en magnitud, en un proceso conocido como la cuantificación. En este caso se requiere que el ADC tenga los muestreadores para cada elemento del arreglo a una determinada frecuencia de muestreo. En el caso de la referencia el

5.5 Consideraciones para la implementación práctica de un sistema de antenas inteligentes

Frecuencia [Hz]	Valor [Mhz]
Frecuencia de RF (f_{RF})	1575.42
Frecuencia intermedia (f_{IF})	70
Frecuencia de muestreo (f_s)	40
Frecuencia del oscilador (LO)	$f_{RF} - f_{IF} = 1505.42$
Frecuencia filtro pasabanda	$f_s/2 = 20$

Tabla 5.7: Frecuencias empleadas en la etapa heterodina.

ADC seleccionado es el ADS5273 de Texas Instruments, el cual cuenta con 8 canales, uno para cada elemento del arreglo, con 12 bits por canal, encapsulado en un solo circuito integrado. La tabla 5.8 muestra las características y especificaciones más relevantes.

Especificación	Valor del fabricante	Front-End
Número de canales	8	8
Resolución	12 bits	12 bits
Frecuencia de muestreo (f_s)	20 - 70 MSPS	\geq MSPS

Tabla 5.8: Características del ADS5273, extraídos de [6]

4. **Procesamiento de señales.** En esta última etapa se incluye la implementación tanto de los algoritmos de estimación de DoA como de los de conformación de haz. Se puede realizar ya sea en un DSP o en un FPGA y se debe de asegurar que el dispositivo pueda realizar las operaciones de estos algoritmos tomando en consideración su complejidad de implementación, ya que como se mostró en este capítulo algunos algoritmos poseen una complejidad alta, un ejemplo de ello es el conformador de Capon, el cual realiza una inversión de matrices lo que provoca que su complejidad de implementación sea $O(M)^3$.

En el caso de la referencia se utilizó un FPGA Virtex-6 *XC6VLX240T*. El número de slides de lógica es de 37680 y las unidades DSP48E15 son

5. RESULTADOS

de 768, los cuales permiten la implementación de los algoritmos incluidos en el procesamiento de señales. Por ejemplo, este dispositivo tarda 0.1 para determinar una multiplicación de matrices, como se muestra en la tabla 5.9.

Operaciones ($M = 8$)	Valor
Multiplicación de matrices	0.1 ms
Inversión de matrices	0.6 ms
Operaciones de los algoritmos	0.6423 ms

Tabla 5.9: Tiempo requerido para calcular las operaciones de los algoritmos en el FPGA Virtex-6 XC6VLX240T, extraída de [6]

*Ahora bien, este no es el final. No es
ni siquiera el principio del fin. Pero
es, quizás, el final del principio.*

Winston Churchill

CAPÍTULO

6

Conclusiones y trabajo futuro

Tomando en cuenta los objetivos planteados para esta tesis (Sección 1.1), en este capítulo se resumen los resultados obtenidos en el trabajo realizado. Primeramente se enlistan las conclusiones en cuanto a cada una de las referencias y a la comparación entre los algoritmos. Posteriormente aparecen la ponencias y publicaciones y finalmente el trabajo futuro para el cual este documento puede servir como base.

6.1 En cuanto a la conformación de haz con referencia temporal.

Se estudiaron y simularon los algoritmos LMS, NLMS y RLS, de acuerdo a los resultados obtenidos se tiene que:

- Cuando se tiene un sistema con usuario deseado y un interferente y la presencia de ruido de gaussiano, blanco e incorrelado, los algoritmos estimaron el vector de pesos capaz de orientar el patrón de radiación en la dirección del usuario deseado y cancelar simultáneamente la dirección del interferente.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La tabla 6.1 resume las características analizadas a los algoritmos. En primer lugar la diferencia en dB entre el diagrama de radiación obtenido con la solución óptima de Wiener y con los algoritmos. En la primera columna respecto al usuario deseado y en la segunda respecto al interferente. En la tercera columna aparece el ruido de desajuste en dB el cual nos indica la variación de la SINR en su tendencia a alcanzar la ganancia del arreglo y en la cuarta columna la complejidad de implementación.

Algoritmo	Diferencia de apuntamiento al deseado vs óptimo	Diferencia de cancelación al interferente vs óptimo	Ruido de desajuste	Complejidad
LMS	0.38 dB	38.81 dB	4.5 dB	$O(M)$
NLMS	0.6 dB	34.57 dB	3.61 dB	$O(M)$
RLS	0 dB	0.13 dB	0.74 dB	$O(M)^2$

Tabla 6.1: Características analizadas a los algoritmos temporales: LMS, NLMS y RLS

- De la tabla 6.1 se concluye que el algoritmo RLS es que presenta la mejor convergencia con respecto a la solución óptima, ya que la diferencia de apuntamiento hacia el usuario deseado es de 0dB y cancela el interferente con una diferencia de 0.13dB. Además converge a la ganancia del arreglo con menor ruido de desajuste (0.74 dB). Por otro lado el algoritmo LMS es el que tiene la complejidad computacional mas baja, la cual es lineal $O(M)$.

6.2 En cuanto a la conformación de haz con referencia espacial

Se estudiaron tres algoritmos de estimación del Ángulo de Arribo (DoA): Bartlett, Capon y MUSIC. Como los dos primeros son también conformadores, agregamos al Frost para tener tres algoritmos en esta referencia. En cuando a los estimadores y conformadores se tiene que:

6.2 En cuanto a la conformación de haz con referencia espacial

- El método MUSIC tiene mejor resolución (1.05°) en comparación con el Bartlett (8.35°) y el Capon (5.85°); en consecuencia presenta mejor desempeño para la estimación de ángulos de arriba en un ambiente con fuentes cercanas (separadas a menos de 5°).

Análogamente a la tabla 6.1, en la tabla 6.2 se resumen las características analizadas a los algoritmos espaciales, con la diferencia que aquí en algunos rubros aparece la leyenda “No aplica”. En el Bartlett aparece en la tercera columna, ya que no cancela fuentes de interferencia; en el ruido de desajuste aparece para el Bartlett y el Capon porque realizan el cálculo de los pesos en una sola iteración. Cabe aclarar que debido a que el Frost es iterativo, mientras que el Bartlett y Capon no, la complejidad que aparece en la cuarta columna es por cada iteración para el Frost y en una sola para los otros dos.

Algoritmo	Diferencia de apuntamiento al deseado vs óptimo	Diferencia de cancelación al interferente vs óptimo	Ruido de desajuste	Complejidad
Bartlett	0 dB	No aplica	No aplica	$O(M)$
Capon	0 dB	19.6 dB	No aplica	$O(M)^2$
Frost	0.03 dB	15.97 dB	4.5 dB	$O(M)$

Tabla 6.2: Características analizadas a los algoritmos espaciales: Bartlett, Capon y Frost

- De la tabla 6.2 se concluye que todos orientan al usuario deseado; haciendo énfasis que el Capon y Frost también cancelan interferentes, este último con la ventaja que su complejidad es lineal.
- En un escenario donde se tienen errores de estimación del DoA (± 2) respecto a la posición real del usuario deseado y la SNR este último es alta (10 dB), los algoritmos Capon, Frost y la solución óptima presentan el fenómeno llamado de cancelación de señal, el cual consiste en colocar un nulo en el diagrama

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

de radiación en la dirección de la posición real del usuario deseado. Este fenómeno no se manifiesta en el algoritmo Bartlett.

- El estudio del fenómeno de cancelación de señal nos permitió proponer un nuevo conformador de haz, al que llamamos “Conformador espacial de gradiente estocástico”. Los resultados de simulación obtenidos indicaron que éste permite suavizar dicho fenómeno de señal cuando el error en el vector de direccionamiento es de $\pm 2^\circ$.

6.3 En cuanto a la conformación de haz con referencia ciega

De acuerdo al estudio y simulación de los algoritmos ciegos CMA, EIGEN y CAB se tiene que:

- En un ambiente con un usuario deseado los algoritmos CMA, EIGEN y CAB estimaron los pesos complejos capaz de direccionar el haz principal del diagrama de radiación en dirección de dicho usuario.

En la tabla 6.3 se resumen las características analizadas de los algoritmos.

Algoritmo	Diferencia de apuntamiento al deseado vs óptimo	Diferencia de cancelación al interferente vs óptimo	Ruido de desajuste	Complejidad
CMA	0.04 dB	0.13 dB	0.94 dB	$O(M)$
EIGEN	0.74 dB	No aplica	0.71 dB	$O(M)^3$
CAB	0 dB	No aplica	0.56 dB	$O(M)^2$

Tabla 6.3: Características analizadas a los algoritmos ciegos: CMA, EIGEN y CAB

- De la tabla 6.3 se concluye que todos orientan al usuario deseado; el CAB converge a la ganancia del arreglo con menor ruido de desajuste (0.56 dB).

6.4 En cuanto a la comparación de algoritmos

Por otro lado el algoritmo CMA es el que tiene la complejidad computacional mas baja, la cual es lineal y además es el único de los tres que puede cancelar interferencias.

- En ambientes con un usuario deseado y un interferente, el CMA no es capaz de asegurar siempre el apuntamiento sobre la señal de interés, ya que en ocasiones dirige el haz principal del diagrama de radiación en dirección al usuario deseado y en otras lo hace hacia el interferente. Esta problemática se conoce como fenómeno de captura.

6.4 En cuanto a la comparación de algoritmos

Para comparar la convergencia entre algoritmos con distintas referencias, se eligió al algoritmo que mostró mejor desempeño en la convergencia con respecto de la solución óptima y de la ganancia del arreglo. Para el caso de la referencia temporal se tomó al algoritmo RLS, al Frost de los espaciales y al CMA de los ciegos. Los resultados se muestran en la tabla 6.4.

Algoritmo	Referencia	Diferencia de apuntamiento al deseado vs óptimo	Diferencia de cancelación al interferente vs óptimo	Ruido de desajuste
RLS	temporal	0 dB	0.13 dB	0.74 dB
Frost	espacial	0 dB	19.6 dB	4.5 dB
CMA	ciega	0.04 dB	0.13 dB	0.94 dB

Tabla 6.4: Características analizadas a los algoritmos: RLS, Frost y CMA

De acuerdo a la tabla 6.4 se concluye que:

- El algoritmo RLS es el que mejor se acerca a la solución óptima en el diagrama de radiación, dirigiendo el haz principal con una potencia de 0dB (igual a la de la solución óptima) y cancela el interferente con una diferencia de 0.13

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

dB. Además el RLS converge a la ganancia del arreglo con el menor ruido de desajuste (0.74 dB).

Por otra parte para comparar la complejidad de algoritmos con distintas referencias, se eligió al algoritmo que mostró la menor complejidad. LMS de los temporales, Bartlett de los espaciales y CMA de los ciegos. Los resultados se muestran en la tabla 6.4.

Algoritmo	Referencia	Complejidad
LMS	temporal	$O(M)$
Bartlett	espacial	$O(M)$
CMA	ciega	$O(M)$

Tabla 6.5: Características analizadas a los algoritmos: LMS, Bartlett y CMA

De acuerdo a la tabla 6.5 se concluye que:

- Todos tienen complejidad $O(M)$, pero en el Bartlett ésta complejidad lineal se realiza en una sola iteración.

Finalmente para cubrir el último de los objetivos planteados, se presentaron algunas recomendaciones para la implementación práctica de un sistema de antena inteligente.

6.5 Publicaciones y ponencias resultado del trabajo de investigación

A partir del trabajo realizado, se generaron las siguientes publicaciones y ponencias:

- G. Hoyos-Sánchez, S. Sánchez-Urrieta, J. F. Guerrero-Castellanos, *Algoritmos de Conformación de Haz para Antenas Inteligentes*, 9a Gran Semana Nacional de la Matemáticas (9GSNM), Facultad de Físico Matemáticas (FCFM), Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Septiembre 2013, Puebla, Pue.-México, *Ponente*.

- G. Hoyos-Sánchez, S. Sánchez-Urrieta, J. F. Guerrero-Castellanos, *Algoritmos de Conformación con Referencia Espacial para Antenas Inteligentes*, Primer Encuentro Nacional de Matemáticas Aplicadas a la Ciencias Computación y la Electrónica (ENMATCE), Facultad de Ciencias de la Computación (FCC), Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Junio 2014, Puebla, Pue.-México, *Ponente*.
- G. Hoyos-Sánchez, S. Sánchez-Urrieta, J. F. Guerrero-Castellanos, *Algoritmos de Conformación con Referencia Ciega para Antenas Inteligentes*, Primer Congreso Internacional de Matemáticas y sus Aplicaciones (CIMA), Facultad de Físico Matemáticas (FCFM), Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Septiembre 2014, Puebla, Pue.-México, *Ponente*.
- G. Hoyos-Sánchez, S. Sánchez-Urrieta, J. F. Guerrero-Castellanos, *Algoritmos de dirección de arribo (DoA), aplicados a antenas inteligentes*, *Aceptado para ser publicado en revista*.
- G. Hoyos-Sánchez, J. A. Fernández-Rubio, S. Sánchez-Urrieta, J. F. Guerrero-Castellanos, *Conformador espacial de gradiente estocástico en presencia de errores en el vector de direccionamiento*, *Sometido al IEEE X11 Congreso Internacional sobre Innovación y Desarrollo tecnologico (CIINDET 2015)*.

6.6 Trabajo futuro

Como recomendaciones para líneas futuras de investigación, basadas en el tema que se abordó en este trabajo de tesis, se pueden mencionar las siguientes:

- * Aplicar la teoría de los algoritmos adaptativos planteados para ser implementados en hardware (DSP o FPGA's).
- * Emplear otra configuración de arreglo de antenas para la simulación de los algoritmos (planar, circular).
- * Investigar las consideraciones de implementación práctica de antenas inteligentes en otro sistema de comunicaciones.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

- * Formular una mejora para solucionar el problema de captura presente en el algoritmo de Módulo Constante (CMA).
- * Planear una reformulación al algoritmo espacial de gradiente estocástico aquí propuesto para solucionar que en cada paso se realice una actualización adicional de las restricciones.

De acuerdo a los objetivos establecidos al inicio de este trabajo de tesis y con los resultados obtenidos durante su proceso, se puede decir que se ha cumplido satisfactoriamente el objetivo planteado. Incluyendo una aportación no contemplada.

Bibliografía

- [1] Panayiotis I. Ioannides Constantine A. Balanis. *Introduction to Smart Antennas*. Morgan & Claypool, Arizona, first edition, 2007. xiii, xv, 6, 8, 9, 11, 20, 24, 26, 27, 28, 38, 51, 52, 53, 57, 58
- [2] Constantine A Balanis. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley & Sons, 2012. xiii, 7, 10, 11, 16
- [3] John D. Kraus and Ronald J. Marhefka. *Antennas for all applications*. Mc Graw Hill, Boston, 3rd edition, 2002. xv, 24, 36
- [4] Josef Fuhl and Ernest Bonek. Temporal reference algorithms versus spatial reference algorithms for smart antennas. *Wireless Personal Communications*, pages 9:271–293, 1998. xv, 37, 39
- [5] Javier Arribas Lázaro et al. Gnss array-based acquisition: theory and implementation. xvii, 89, 90
- [6] Texas Instruments. *ADS5273 Datasheet*. TX, Dallas, September 2005. xix, 91, 92
- [7] Lal C. Godara. Applications os antenna arrays to mobile communications, part i: Performance improvement, feasibility, and system considerations. *Proceedinds of the IEEE*, 85(7):1031–1060, 1997. 1, 2, 26, 36
- [8] Bernard Widrow, PE Mantey, LJ Griffiths, and BB Goode. Adaptive antenna systems. *Proceedings of the IEEE*, 55(12):2143–2159, 1967. 1

BIBLIOGRAFÍA

- [9] Ivica Stevanovic, Anja Skrivervik, and Juan R Mosig. Smart antenna systems for mobile communications. *Ecole Polytechnique Federale De Lausanne, Technical Report*, 2003. 5, 20
- [10] Nicholas E Buris. Some design requirements of smart antenna systems. In *Wireless Information Technology and Systems (ICWITS), 2010 IEEE International Conference on*, pages 1–1. IEEE, 2010. 5
- [11] Joseph C Liberti and Theodore S Rappaport. *Smart antennas for wireless communications: IS-95 and third generation CDMA applications*. Prentice Hall PTR, 1999. 7, 25, 27, 30, 32
- [12] Jeffrey Foutz, Andreas Spanias, and Mahesh K Banavar. Narrowband direction of arrival estimation for antenna arrays. *Synthesis Lectures on Antennas*, 3(1):1–76, 2008. 17
- [13] Frank B Gross. *Smart Antennas for Wireless Communications: with MATLAB*. McGraw-Hill New York, 2005. 24, 57
- [14] Hamid Krim and Mats Viberg. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 13(4):67–94, 1996. 25, 32
- [15] Shahrokh Valaee. *Array processing for Detection and Localization of Narrowband, Wideband and Distributed Sources*. PhD thesis, McGill University, 1994. 25
- [16] Md Shahedul Amin, Md Riyasat Azim, Syed Prantik Rahman, Ferdous Habib, and Ashraful Hoque. Estimation of direction of arrival (doa) using real-time array signal processing and performance analysis. *IJCSNS*, 10(7):43, 2010. 25
- [17] Jack Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8):1408–1418, 1969. 25
- [18] Ted Kronvall, Naveed Butt, and Andreas Jakobsson. Computationally efficient robust widely linear beamforming for improper non-stationary signals. In *21st European Signal Processing Conference, EUSIPCO 2013*, 2013. 25

- [19] Jeffrey Foutz, Andreas Spanias, and Mahesh K. Banavar. *Narrowband Direction of Arrival Estimation for Antenna Arrays*. Morgan & Claypool, Arizona, 2008. 25, 26, 27, 31, 33, 52
- [20] Lal Chand Godara. Application of antenna arrays to mobile communications. part ii. beam-forming and direction-of-arrival considerations. *Proceedings of the IEEE*, 85(8):1195–1245, 1997. 26
- [21] Ralph Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 34(3):276–280, 1986. 32
- [22] Mehul R Naik, Gaurav Suri, and Pavan Shetty. Simulation of direction of arrival and beamforming algorithms used in smart antenna system for software-defined radio. In *Microwave Radar and Wireless Communications (MIKON), 2010 18th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2010. 32
- [23] Leonardo Fabio Yepes Arbeláez. Conformación digital de haz adaptativa vía el método de proyección paralela en agrupamientos de antena. Master’s thesis, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, Baja California, Mayo 2006. 36, 53, 54
- [24] B. F. Boroujeny. *Adaptive Filters: Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Chichester-New York-Weinheim-Brisbane-Singapore-Toronto, 1999. 37, 43, 44, 45, 48, 50
- [25] Paulo S. R. Diniz. *Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation*. Springer, Rio de Janeiro Brazil, fourth edition, 2013. 37, 42, 44, 46, 47, 48, 49, 56, 57, 77
- [26] Jorge Arturo Luna Ramos. Procesamiento espacio-temporal para un sistema ofdm utilizando un arreglo de antenas. Master’s thesis, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, Baja California, Agosto 2004. 37, 48

BIBLIOGRAFÍA

- [27] S Razia, T Hossain, and MA Matin. Performance analysis of adaptive beamforming algorithm for smart antenna system. In *Informatics, Electronics & Vision (ICIEV), 2012 International Conference on*, pages 946–949. IEEE, 2012. 37
- [28] Ben Allen and Mohammad Ghavami. *Adaptive Array Aystems: Fundamentals and Applications*. John Wiley & Sons, 2006. 37, 56
- [29] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, New Jersey, fourth edition, 2002. 43, 44, 45, 47, 48, 56, 57
- [30] Bernard Widrow and Samuel D Stearns. Adaptive signal processing. *Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1985, 491 p.*, 1, 1985. 45
- [31] Md Zameari Islam, GM Sabil Sajjad, Md Hamidur Rahman, Ajoy Kumar Dey, Md Abdul Matin Biswas, and AKMJ Hoque. Performance comparison of modified lms and rls algorithms in de-noising of ecg signals. *International Journal of Engineering and Technology*, 2(3), 2012. 45
- [32] S. Haykin and B. Widrow. *Least-Mean-Square Adaptive Filters*. Wiley-Interscience, New Jersey, 2003. 46, 47
- [33] P. E. Mantey B. Widrow. Adaptive antenna systems. *Proceedings of IEEE*, 55(12):2143, December 1967. 46
- [34] Arie Feuer and Ehud Weinstein. Convergence analysis of lms filters with uncorrelated gaussian data. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 33(1):222–230, 1985. 47
- [35] Graham C Goodwin and Kwai Sang Sin. *Adaptive filtering prediction and control*. Courier Dover Publications, 2013. 47, 48
- [36] Monson H. Hayes. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2005. 48, 49, 50
- [37] Stefan Werner. *Reduced Complexity Adaptive Filtering Algorithms with Applications to Communicatios Systems*. PhD thesis, Helsinki University of Technology Signal Processing Laboratory, Finland, November 2002. 50

- [38] José Ramón Cerquides Bueno and Juan A Fernández Rubio. *Contribución a la conformación ciega de haz en comunicaciones*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Catalunya, 1997. 50
- [39] JX Wu, T Wang, ZY Suo, and Z Bao. Doa estimation for ula by spectral capon rooting method. *Electronics Letters*, 45(1):84–85, 2009. 52
- [40] Otis Lamont Frost III. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing. *Proceedings of the IEEE*, 60(8):926–935, 1972. 53, 54, 55
- [41] Harry L Van Trees. Optimum array processing (detection, estimation, and modulation theory, part iv). *John Wiley and Sons Inc., New York*, 65:3185–3201, 2002. 54
- [42] Chrysostomos L Nikias and Jerry M Mendel. Signal processing with higher-order spectra. *IEEE Signal processing magazine*, 10(3):10–37, 1993. 56
- [43] Athanasios Papoulis and S Unnikrishna Pillai. *Probability, random variables, and stochastic processes*. Tata McGraw-Hill Education, 2002. 57
- [44] John G. Proakis. *Digital Communications*. Fifth Edition, 2009. 57
- [45] Dominique Godard. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 28(11):1867–1875, 1980. 57, 84
- [46] Zhi Ding and Ye Li. *Blind equalization and identification*. CRC press, 2001. 58
- [47] CH Lee, V Vilnrotter, E Satorius, Z Ye, D Fort, and KM Cheung. Large-array signal processing for deep-space applications. *The Interplanetary Network Progress Report 42-150, April–June 2002*, pages 1–28, 2002. 59
- [48] C Lee, Kar Ming Cheung, and V Vilnrotter. Fast eigen based signal combining algorithms for large antenna arrays. 2003. 59, 60

BIBLIOGRAFÍA

- [49] Sungsoo Ahn, Seungwon Choi, and Tapan K Sarkar. A linearized power method for adaptive beamforming in a multipath fading cdma environment. *Microwave and Optical Technology Letters*, 31(5):361–365, 2001. 60
- [50] H Tang, Kon Max Wong, AB Gershman, and S Vorobyov. Blind adaptive beamforming for cyclostationary signals with robustness against cycle frequency mismatch. In *Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop Proceedings, 2002*, pages 18–22. IEEE, 2002. 61
- [51] Liu Hongqing, Liao Guisheng, Zhang Jie, and Hu Jing. Robust blind adaptive beamforming for cyclostationary signals. In *Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2005. MAPE 2005. IEEE International Symposium on*, volume 1, pages 346–349. IEEE, 2005. 61, 62
- [52] Qiang Wu and Kon Max Wong. Adaptive beamforming of cyclic signal and fast implementation. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1994. ICASSP-94., 1994 IEEE International Conference on*, volume 4, pages IV–157. IEEE, 1994. 61, 62
- [53] Dan Lu, Renbiao Wu, Zhigang Su, and Qing Feng. A novel robust cyclic adaptive beamforming algorithm. In *Signal Processing, 2006 8th International Conference on*, volume 1. IEEE, 2006. 62
- [54] K-L Du and MNS Swamy. A class of adaptive cyclostationary beamforming algorithms. *Circuits, Systems & Signal Processing*, 27(1):35–63, 2008. 62
- [55] Sergiy A Vorobyov. Adaptive and robust beamforming, 2014. 73
- [56] Gilles Brassard, Paul Bratley, and Rafael Garcia-Bermejo. *Fundamentos de algoritmia*. Prentice Hall, 1997. 86

Apéndice A

Método de los multiplicadores de Lagrange

El método de los multiplicadores de Lagrange es empleado en problemas de optimización con restricciones. Suponiendo que se desea maximizar o minimizar una función de n variables [].

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ para } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

sujeta a p restricciones

$$g_1(\mathbf{x}) = c_1, g_2(\mathbf{x}) = c_2, \dots, g_p(\mathbf{x}) = c_p \quad (2)$$

y representada para el caso de $p = 1$, como ejemplo

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 : \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\} \quad (3)$$

o para $p = 2$,

$$\min_{x_1, \dots, x_5} \sum_{i=1}^5 x_i^2 : \sum_{i=1}^5 x_i = 1, \quad \text{sujeto a } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ s_3 - 2x_4 + x_5 = 6 \end{cases} \quad (4)$$

Una primera suposición para el problema de optimización definido en las ecuaciones (1) y (2), con $f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$ en las ecuaciones (3) y (4) es dar solución al sistema de n ecuaciones:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} = 0, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (5)$$

BIBLIOGRAFÍA

sin embargo, lo anterior supondría que $x_i = 0$ (3) y (4), lo cual no satisface a todas las restricciones. Es por esto que la solución del Lagrangiano, propone introducir p parámetros nuevos, llamados Multiplicadores de Lagrange, solucionando un problema más robusto.

Teorema (Lagrange) *Asumiendo que las condiciones de restricción son realizables, el mínimo o máximo de $f(\mathbf{x})$ sujeto a las restricciones definidas en la ecuación (2), que no están sobre las fronteras de la región donde $f(\mathbf{x})$ y $g_j(\mathbf{x})$, pueden ser hallados introduciendo p parámetros $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ y resolver el sistema*

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \lambda_j g_j(\mathbf{x}) \right) &= 0, \quad 1 \leq i \leq n \\ g_j(\mathbf{x}) &= c_j, \quad 1 \leq j \leq p \end{aligned} \quad (6)$$

Este desarrollo, implica resolver $n+p$ ecuaciones para las $n+p$ variables reales en \mathbf{x} y λ . En contraste, la ecuación (5) tiene n ecuaciones para las n incógnitas en \mathbf{x} . El sistema definido en la ecuación (6) al emplear las restricciones en la sustitución de algún x_i .