



# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA,  
OPCIÓN INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA

Tesis para obtener el grado de  
MAESTRA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

---

“Desarrollo de una estrategia de control colaborativo para el transporte de  
cargas mediante un sistema de multi VANTs ”

---

Presenta:

Lic. Araceli Pulido Flores\*

Asesores:

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

M. C. Selene Edith Maya Rueda

\*Becaria CONACYT

Puebla, Pue. Noviembre 2018

# Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca de manutención recibida durante la maestría y los apoyos recibidos de la beca mixta para realizar una estancia en el extranjero. Estos financiamientos permiten la formación de maestros durante la investigación.

A la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y a la Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE) por la beca de colegiatura recibida durante la maestría.

Agradezco de manera especial al Dr. José Fermi Guerrero Castellanos por su paciencia, disponibilidad y generosidad para compartir sus amplios conocimientos sobre los vehículos aéreos no tripulados. Le agradezco por resolver mis inquietudes surgidas durante el desarrollo de este trabajo, su colaboración como asesor fue de gran ayuda y me permitió comprender diferentes aspectos en el área de control.

Agradezco de manera especial a la M. C. Selene Edith Maya Rueda por su paciencia y apoyo recibido en el desarrollo de este trabajo que me ayudaron a obtener buenos resultados. Su colaboración como asesora fue de gran ayuda en esta tesis.

A mis sinodales: Dr. Víctor Rodolfo González Díaz, Dr. Jesús Manuel Muñoz Pacheco y M.C. Ana María Rodríguez Domínguez por sus observaciones realizadas en este trabajo de tesis y por fungir como miembros del jurado evaluador.

Al Dr. Juan-Antonio Escareno y al Dr. Jonatan Uziel Alvarez Muñoz por su valioso tiempo y apoyo en mi estancia de investigación en el extranjero, sus conocimientos me permitieron visualizar las diferentes aplicaciones que mi tesis podría aportar desde el punto de vista de los observadores.

A mis maestros de la maestría por compartir sus conocimientos y de manera especial al Dr. Jesús Linares Flores por su valioso tiempo, observaciones y por compartir sus conocimientos. A la Dra. Josefina Castañeda por compartir su valioso tiempo y amistad durante la maestría.

A mis padres: Alfredo Pulido y Catalina Flores por darme todo su amor, comprensión y apoyo para realizar mis metas. Agradezco a Dios por tener a los padres indicados, que me han enseñado que la herencia más valiosa que pudiera recibir es mi educación. Realmente no tengo palabras que pudieran describir todo lo que siento por ustedes. Gracias por todos los buenos y malos momentos que hemos pasado y sobretodo , gracias por darnos la vida. Este trabajo de tesis se los dedico con todo corazón, los amo.

A mis hermanos: Alfredo Pulido e Ivette Pulido, que con su amor me han enseñado a salir adelante y por mostrarme lo bueno que es tener hermanos. Los amo mucho.

Dedico este trabajo de tesis a todas las personas que amo con todo mi corazón.

---

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>IX</b>
Objetivo general . . . . .	X
Objetivos específicos . . . . .	X
Organización de la tesis . . . . .	X
<b>1. Generalidades y estado del arte</b>	<b>3</b>
1.1. Vehículos aéreos no tripulados y su clasificación . . . . .	3
1.2. Vehículo aéreos no tripulados multi-rotor tipo VTOL. . . . .	12
1.3. Desafíos de los vehículos aéreos no tripulados multi-rotor tipo VTOL con carga. . . . .	14
1.4. Metodología del control con rechazo activo de perturbaciones . . . . .	15
1.5. Control de sistemas multi-agentes . . . . .	16
<b>2. Modelado matemático de un VANT</b>	<b>19</b>
2.1. Preliminares matemáticos . . . . .	19
2.2. Movimiento de rotación en $\mathbb{R}^3$ . . . . .	20
2.2.1. Representación exponencial de la matriz de rotación . . . . .	23
2.3. Sistemas de referencia del VANT . . . . .	25
2.3.1. Sistema de referencia inercial $E^f$ . . . . .	26
2.3.2. Sistema de referencia del vehículo $E^v$ . . . . .	26
2.3.3. Sistema de referencia del vehículo-1: $E^{v^1}$ . . . . .	26
2.3.4. Sistema de referencia del vehículo-2: $E^{v^2}$ . . . . .	27
2.3.5. Sistema de referencia móvil: $E^b$ . . . . .	28
2.3.6. Parametrización de matriz de rotación en cuaterniones . . . . .	29
2.4. Cinemática y dinámica del VANT . . . . .	30
2.4.1. Cinemática de Traslación . . . . .	31
2.4.2. Cinemática de rotación . . . . .	31
2.4.3. Dinámica . . . . .	32
2.5. Modelado matemático de un VANT tipo VTOL sin carga. . . . .	33
2.6. Modelado matemático de un VANT tipo VTOL con carga. . . . .	35

<b>3. Diseño del control de orientación y posición de un VANT tipo VTOL.</b>	<b>38</b>
3.1. Control de orientación mediante ADRC . . . . .	38
3.1.1. Preliminares matemáticos . . . . .	39
3.1.2. Planteamiento del problema . . . . .	40
3.1.3. Diseño de ADRC para seguimiento de orientación . . . . .	41
3.1.4. Diseño del Observador de Estado Extendido para la estimación de perturbaciones. . . . .	41
3.1.5. Control de orientación acotado mediante rechazo activo de perturbaciones . . . . .	43
3.1.6. Resultados de simulación . . . . .	46
3.2. Control de posición . . . . .	54
3.2.1. Resultados de simulación . . . . .	56
<b>4. Diseño de control colaborativo de múltiples VANTs</b>	<b>60</b>
4.1. Teoría de grafos . . . . .	60
4.2. Planteamiento del problema de consenso lider-seguidor . . . . .	61
4.2.1. Propuesta de control colaborativo . . . . .	62
4.3. Resultados en simulación . . . . .	66
<b>5. Desarrollo de una plataforma experimental para pruebas de algoritmos de control de VANTs</b>	<b>70</b>
5.1. ROS (Sistema Operativo Robótico) . . . . .	70
5.1.1. Conceptos . . . . .	72
5.2. Descripción de la arena de vuelo . . . . .	73
5.2.1. OptiTrack . . . . .	73
5.2.1.1. Motive: Traker . . . . .	74
5.2.2. Crazyflie2.0 . . . . .	75
5.2.2.1. Conectividad . . . . .	76
5.2.3. ROS índigo . . . . .	77
5.2.4. Plataforma LabCA-FCE: OptiTrack + ROS + Crazyflie2.0 . . . . .	79
5.3. Resultados experimentales . . . . .	82
5.3.1. Control de posición . . . . .	83
5.3.2. Control colaborativo . . . . .	87
<b>Conslusiones</b>	<b>92</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>94</b>
<b>Anexo</b>	<b>97</b>
5.4. Publicaciones derivadas de este trabajo . . . . .	97

---

5.5. Estancia en el extranjero . . . . .	97
--	----

---

# Índice de figuras

1.1. Diferentes aplicaciones civiles de los vehículos aéreos no tripulados. . . . .	4
1.2. Dron de EE. UU. modelo MQ-9 Reaper. . . . .	5
1.3. Drones: categoría nano. . . . .	7
1.4. Drones: categoría micro. . . . .	7
1.5. Drones: categoría mini. . . . .	8
1.6. Drones: categoría alcance cercano. . . . .	8
1.7. Drones: categoría HALE. . . . .	9
1.8. Clasificación de los vehículos aéreos no tripulados por su aerodinámica. . .	9
1.9. Ejemplos de ala rotatoria. . . . .	10
1.10. Ejemplos de ala fija. . . . .	11
1.11. Ejemplos de dirigibles. . . . .	11
1.12. Ejemplos de ala batiente. . . . .	12
1.13. Fuerzas y torques que interactúan en el cuadricóptero. . . . .	13
1.14. Carga cercana al cuerpo del VANT. . . . .	14
1.15. VANT en el transporte de carga mediante cables. . . . .	15
1.16. Diagrama de bloques de la metodología de ADRC. . . . .	16
1.17. Ejemplos de VANTs en el transporte de carga. . . . .	17
2.1. Representación de un vector en el sistema de referencia A y B. . . . .	20
2.2. Rotación de un cuerpo a un cierto ángulo alrededor de un eje. . . . .	24
2.3. Sistema de referencia inercial $E^f$ y su sistema de referencia móvil $E^b$ . . . .	26
2.4. Rotación del sistema de referencia $E^v$ , un ángulo $\psi$ alrededor del eje $e_3^b = \vec{e}_3^1$ . .	27
2.5. Rotación del sistema de referencia $E^{v^1}$ , un ángulo $\theta$ alrededor del eje $\vec{e}_2^1 = \vec{e}_2^2$ . .	27
2.6. Rotación del sistema de referencia $E^{v^2}$ , un ángulo $\phi$ alrededor del eje $e_1^b = \vec{e}_1^2$ . .	28
2.7. Sistemas de referencia móvil y fijo del VANT tipo VTOL. . . . .	33
2.8. Diagrama de bloques del modelo matemático de un VANT tipo VTOL. . .	34
2.9. Movimiento oscilatorio de la carga. . . . .	35
3.1. Diagrama de bloques del control de orientación mediante ADRC . . . . .	39
3.2. Seguimiento del cuaternión y error del cuaternión con el control propuesto. .	49
3.3. Seguimiento de cuaternión y error de cuaternión con el control en (3.34). .	49

3.4. Seguimiento de la velocidad angular y error de la velocidad angular con el control propuesto. . . . .	50
3.5. Seguimiento de la velocidad angular y error de la velocidad angular con el control en (3.34). . . . .	50
3.6. Torque de control con el control propuesto. . . . .	51
3.7. Torque de control con el control comparado. . . . .	51
3.8. Perturbación propuesta y estimada. . . . .	52
3.9. Error integral cuadrático. . . . .	53
3.10. Animación de los resultados de simulación (control de orientación). . . . .	53
3.11. Diagrama de bloques del sistema dinámico y cinemático, control de posición y orientación con su observador de estado extendido. . . . .	54
3.12. Estabilización de posición del VANT utilizando un control basado en ADRC. . . . .	57
3.13. Posición inestable del VANT. . . . .	57
3.14. Velocidad lineal del VANT utilizando el control de orientación propuesto. . . . .	58
3.15. Velocidades lineales utilizando el control comparado. . . . .	58
3.16. Trayectoria de la posición del VANT en 3D. . . . .	59
3.17. Animación de los resultados de simulación (control de posición). . . . .	59
4.1. Grafo dirigido con tres nodos y tres vértices. . . . .	61
4.2. Grafo de tres agentes: un agente virtual y dos agentes seguidores. . . . .	62
4.3. Grupo de $N$ -agentes. . . . .	62
4.4. Diagrama de bloques del control colaborativo para la formación de un conjunto de dos VANTs y un agente virtual. . . . .	66
4.5. Posición de los agentes 1 y 2. . . . .	68
4.6. Velocidades lineales de los agentes 1 y 2. . . . .	68
4.7. Trayectoria de los agentes. . . . .	69
4.8. Animación de los resultados de simulación (control colaborativo). . . . .	69
5.1. Aplicaciones con ROS. . . . .	71
5.2. Arena de vuelo desarrollada. . . . .	73
5.3. Sistema OptiTrack. . . . .	74
5.4. Software Motive. . . . .	74
5.5. Configuración de marcadores en el VANT. . . . .	75
5.6. Arquitectura del Crazyflie2.0. . . . .	76
5.7. Crazyradio PA. . . . .	76
5.8. Paquete VRPN. . . . .	77
5.9. Conexión VRPN y visualización de los tópicos en ROS. . . . .	78
5.10. Estado de la conexión VRPN a través de <code>rqt_tf_tree</code> . . . . .	79

---

5.11. Sistema de referencia inercial de la arena. . . . .	79
5.12. Diagrama general de plataforma. . . . .	80
5.13. Paquete <i>mycontrol</i> . . . . .	80
5.14. Ejecución del control colaborativo. . . . .	81
5.15. Distribución computacional del programa en ROS. . . . .	82
5.16. Estado de la conexión VRPN a través de <i>rqt_tf_tree</i> para dos nodos. . . . .	82
5.17. Diagrama de bloques de la dinámica del VANT, control de orientación y posición. . . . .	83
5.18. Resultados experimentales del control de posición. . . . .	84
5.19. Trayectoria del VANT en 3D. . . . .	85
5.20. Ángulos deseados del VANT y fuerza de empuje. . . . .	86
5.21. VANT en ejecución del control de posición. . . . .	86
5.22. Diagrama de bloques del control colaborativo. . . . .	87
5.23. Posiciones del agente 1 y 2. . . . .	89
5.24. Vista en el plano $x - y$ del control colaborativo. . . . .	89
5.25. Trayectoria de los VANTs cuando el control colaborativo es ejecutado. . . . .	90
5.26. Ángulos deseados y fuerza de empuje del agente 1. . . . .	90
5.27. Ángulos deseados y fuerza de empuje del agente 2. . . . .	91
5.28. VANTs en ejecución del control colaborativo. . . . .	91

---

# Índice de tablas

1.1. Clasificación de los vehiculos aéreos no tripulados dependiendo de su tamaño, rango de operación, altura de vuelo y autonomía de vuelo. . . . .	6
3.1. Parámetros físicos del crazyflie 2.0 utilizados en simulación. . . . .	47
4.1. Condiciones iniciales y deseadas de la posición . . . . .	67
5.1. Parámetros físicos del crazyflie 2.0. . . . .	83
5.2. Tabla de posiciones deseadas para un VANT. . . . .	84

---

# Introducción

En los últimos años ha surgido un gran crecimiento e interés en el desarrollo de UAV (por sus siglas en inglés, Unmanned Aerial Vehicle) o VANT (traducido al español “Vehículo Aéreo No Tripulado”) y de manera particular los VANT multi-rotos. Los VANTs multi-rotor se encuentran dentro de la categoría de los sistemas llamados VTOL (por sus siglas en inglés, Vertical Take-Off and Landing); por sus características de poseer habilidades de despegue y aterrizaje vertical tienen la ventaja de disponer una gran movilidad.

Los VANTs tienen cualidades excepcionales que los convierten en la única solución efectiva en tareas especializadas donde los riesgos son críticos para los pilotos, se requiere una mayor resistencia humana o donde la presencia humana no es necesaria. Los VANTs se están utilizando cada vez más en aplicaciones civiles como: el seguimiento del tráfico, vehículos de reconocimiento y vigilancia, operaciones de búsqueda y rescate [1].

El control de estos vehículos ha sido un problema abordado por científicos e ingenieros en la última década y se puede decir, bajo el supuesto de que todo el estado del VANT es accesible (i.e. posición, velocidad lineal y angular) el problema de control ha sido prácticamente resuelto para el caso donde el VANT no ha sido afectado por una perturbación externa [2].

Sin embargo, en los últimos años han incrementado el número de aplicaciones que incorporan diferentes tipos de dispositivos o sensores [3], [4] que añade carga al VANT, por lo que el desempeño del vehículo es afectado debido que su centro de gravedad es modificado y esto produce perturbaciones desconocidas de torque y fuerza obteniendo como resultado inestabilidad en el vuelo. Por esta razón, se propone mitigar estas perturbaciones desconocidas utilizando un control por rechazo activo de perturbaciones (Active Disturbance Rejection Control) dado que no es necesario realizar un modelo matemático de dichas perturbaciones, su principio fundamental es la estimación de perturbaciones desconocidas que afectan el comportamiento de un sistema a través de observadores apropiados que proceden a cancelarlas mediante una apropiada retroalimentación de control [5]. Esta alternativa se ha convertido en una solución potencial en todos los dominios de la ingeniería en control [6], [7], [8].

En recientes investigaciones, se ha observado la aparición de sistemas colaborativos debido al desarrollo de estrategias de control de sistemas multi-agentes que comparten un objetivo común y en particular sistemas colaborativos donde cada agente está representado por un VANT. La contribución de la mayoría de los trabajos se enfoca en el área de control de formación de multi-agentes con diferentes niveles de descentralización de la ley de control o diferentes grados de intercambio de información en la red de comunicación. Por otro lado, se han reportado trabajos sobre la manipulación y transporte cooperativo de un objeto con diferentes agentes (vehículos autónomos terrestres o aéreos), pero en estos casos no utilizan estrategias de control por rechazo activo de perturbaciones [9], [10], [11], [12], solo se ha reportado en robots móviles terrestres [13].

## Objetivo general

- Desarrollar una estrategia de control colaborativo para la formación y el transporte de una carga suspendida por cables, usando un sistema multi-agente compuesto por al menos dos micro VANTs tipo VTOL.

## Objetivos específicos

- Desarrollar el modelo matemático que represente la cinemática y dinámica de un VANT tipo VTOL sin carga y reproducirlo en simulación.
- Desarrollar el modelo matemático que representa la cinemática y dinámica de un VANT tipo VTOL conteniendo una carga suspendida mediante cable y reproducirlo en simulación.
- Proponer una estrategia de control colaborativo para la formación de un conjunto de VANTs tipo VTOL considerando la carga suspendida por cables y simular numéricamente dicho sistema usando Matlab / Simulink.
- Implementar experimentalmente una estrategia de control colaborativo para la formación de VANTs tipo VTOL considerando la carga suspendida por cables.

## **Organización de la tesis**

En el presente trabajo de tesis, se investiga y estudia acerca de los sistemas colaborativos en vehículos aéreos no tripulados tipo VTOL con el objetivo de diseñar e implementar una estrategia de control colaborativo para el transporte de carga mediante un sistema de multi VANTs.

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el capítulo 1 se describe el estado del arte de los vehículos aéreos no tripulados, en el capítulo 2 se estudia los fundamentos matemáticos para obtener el modelado matemático de un VANT tipo VTOL con y sin carga. En el capítulo 3 se realiza el diseño y simulación del control de orientación y posición de un VANT con carga. El capítulo 4 se realiza el diseño, simulación e implementación experimental del control colaborativo para el transporte de carga utilizando un sistema de multi VANTs. Por otro lado, se expone una descripción de la plataforma experimental implementada en el Laboratorio de Control Avanzado de la Facultad de Ciencias de la Electrónica. El capítulo de conclusiones presenta las contribuciones obtenidas del desarrollo e implementación de este trabajo de tesis. Finalmente, se describen algunas recomendaciones para futuros trabajos de tesis.

---

# Lista de acrónimos

**VANT:** Vehículo aéreo no tripulado.

**UAV:** Unmanned aerial vehicle.

**VTOL:** Vertical take-off landing.

**ADRC:** Active disturbance rejection control.

**IMU:** Inertial measurement unit.

**ESO:** Extended state observer

**DOF:** Degrees of freedom.

**ISS:** Input-to-State-Stable.

---

# Capítulo 1

## Generalidades y estado del arte

En este primer capítulo se presentan definiciones y conceptos utilizados en este trabajo de tesis. Se aborda el estado del arte y la clasificación de los vehículos aéreos no tripulados, centrándose en los vehículos aéreos no tripulados multi-rotor tipo VTOL. Asimismo, se exponen los desafíos al transportar una carga mediante cables y la estrategia de control con rechazo activo de perturbaciones utilizada para realizar vuelos estables. Se hace una introducción de los sistemas colaborativos y las justificaciones que han fomentado interés en el estudio de estos tipos de sistemas.

### 1.1. Vehículos aéreos no tripulados y su clasificación

El vehículo aéreo no tripulado, llamado “VANT ” está definido como una aeronave sin tripulación en la cual puede ser manejado por un piloto mediante una estación de control en tierra o puede realizar vuelos autónomos con planes de vuelos preprogramados [14].

Los primeros VANTs tuvieron un gran surgimiento e impacto en aplicaciones militares, fueron utilizados como una oportunidad de contrarrestar acciones ofensivas y defensivas de opositores. Sin embargo, a través del tiempo, estos vehículos fueron expandiendo sus características debido a los grandes avances tecnológicos, lo que ha propiciado el desarrollo de VANTs de escala reducida con mayor capacidad de autonomía y vuelos estacionarios prolongados entre otras prestaciones. Estos desarrollos tecnológicos han reducido e incluso en algunas ocasiones eliminado riesgos para los pilotos, lo que ha favorecido la utilización de estos vehículos en diferentes campos de la ciencia y tecnología.

En años recientes ha incrementado una amplia variedad de aplicaciones debido al gran campo de estudio de estos vehículos. A continuación, se describen algunas aplicaciones en los siguientes sectores mencionados por la organización UVA internacional en su publicación “The Global Pespective 2016/2017”[15].

## Aplicaciones Civiles

- Agricultura: control de cosechas y estudio de suelo.
- Protección y conservación del medio ambiente.
- Minería y su exploración.
- Seguridad pública.
- Producción audio-visual y publicidad.
- Periodismo.
- Industrial del cine y tv.
- Exploración de patrimonios y monumentos históricos.
- Inspección de líneas eléctricas.
- Seguimiento de movimientos migratorios.



(a) Dron contribuyendo a la mejora del estudio y gestión de los incendios forestales.



(b) Dron agricultor Terra8, Japón.



(c) Seguridad pública



(d) Fundador Raj Singh de DroneCast con uno de sus drones publicitarios.

Figura 1.1. Diferentes aplicaciones civiles de los vehículos aéreos no tripulados.

## Aplicaciones Militares

- Realiza ataques más precisos.
- Evita o minimiza la pérdida de soldados o tripulantes con estos sistemas.
- Reconoce zonas enemigas.



Figura 1.2. Dron de EE. UU. modelo MQ-9 Reaper.

Los VANT están diseñados para diferentes tipos de misiones, por ejemplo:

- Observación
- Inspección
- Medición
- Supervisión
- Rastreo o seguimiento
- Búsqueda y rescate de personas
- Exploración, etc.

Sin embargo, se pueden encontrar diferentes maneras de clasificar estos vehículos dependiendo de la literatura. Se clasifican desde su rango de acción, autonomía de vuelo, capacidad de carga, velocidad de desplazamiento, tamaño y su aerodinámica.

Utilizando el documento “The Global Perspective 2016/2017”, los VANTs se clasifican de acuerdo a sus capacidades de vuelo:

Categoría	Acrónimo	Rango de operación (Km)	Altura de vuelo (m)	Autonomía de vuelo (hora)
Nano	$\eta$	< 1	100m	< 1
Micro	$\mu$	< 10	250	1
Alcance cercano	CR	30 a 70	3000	2 a 4
Alcance corto	SR	70 a 200	3000	3 a 6
Alcance medio	MR	> 500	5000	6 a 10
Resistencia de alcance medio	MRE		8000	10 a 18
Altitud baja de penetración profunda	LADP	> 250	50 a 9000	0,5 a 1
Altitud baja larga resistencia	LALE	> 500	3000	> 24
Altitud media larga resistencia	MALE	> 500	14000	24 a 48
Altitud alta larga resistencia	HALE	> 2000	20000	24 a 48
Vehículo aéreo no tripulado de combate	UCAEV	$\simeq$ 1500	10000	$\simeq$ 2
Ofensiva	OFF	300	4000	3 a 4
Señuelo	DEC	0 a 500	5000	< 4
Estratosférico	STRATO	> 2000	> 20000 Y < 30000	> 48

Tabla 1.1. Clasificación de los vehículos aéreos no tripulados dependiendo de su tamaño, rango de operación, altura de vuelo y autonomía de vuelo.

De acuerdo con la tabla 1.1 se describen algunos de estos vehículos:

### 1. UAV: Nano

Estos sistemas son los más pequeños de la clasificación, sus dimensiones son de 10 cm aproximadamente. Las características principales de estos sistemas son: tienen un rango de operación menor de 1 kilómetro, alcanza una altura de vuelo de 100 m, tiene una autonomía de vuelo menor de una hora, en la figura 1.3 se muestran algunos ejemplos.



(a) Turbo X Aerix Drones, USA.



(b) Black Hornet, ProxDynamics, Norway.

Figura 1.3. Drones: categoría nano.

### 2. UAV: Micro

Estos sistemas (véase figura 1.4) son de dimensiones más grandes que los nano VANT, se caracterizan por tener un rango de operación menor de 10 kilómetros, una altura de vuelo de 250 m y un vuelo de autonomía de aproximadamente 1 hora.



(a) Scancopter- Fly-n-sense, Francia.



(b) Lily- Lily Robotics, USA.

Figura 1.4. Drones: categoría micro.

### 3. UAV: Mini

Los VANTs mini tienen una dimensión de aproximadamente 3 m y tienen las siguientes características: tienen un rango de operación de 10 a 30 Kilómetros, una altura de vuelo de 150 a 300 metros y un vuelo de autonomía menor a 2 horas, en la figura 1.5 se observan algunos ejemplos de estos sistemas.



(a) CyberBug Cyber Defense Systems, (b) Orlan-10 Orlan, Federación Rusa. USA.



(c) CSV30 Tasuma, UK.

Figura 1.5. Drones: categoría mini.

### 4. UAV: Alcance cercano

Estos sistemas tienen las siguientes características: tiene un alcance o rango de operación de 30 a 70 Kilómetros, una altura de vuelo de 3000 m y un vuelo de autonomía de 2 a 4 horas (véase figura 1.6).



(a) KUS-7 KoreanAir, Sur Corea. (b) DesertHawk- integrated dynamics, Pakistan .

Figura 1.6. Drones: categoría alcance cercano.

### 5. UAV: HALE

Estos sistemas por sus siglas en inglés *High Altitude Long Endurance* tienen una dimensión de 35 metros aproximadamente y tienen las siguientes características: rango de operación arriba de los 2000 metros, una altura de vuelo de 20000 metros y una autonomía de vuelo de 24 a 48 horas, en la figura 1.7 se observa algunos ejemplos de estos sistemas.



(a) Pedator C Avenger- General Atomics Aeronautical Systems, USA. (b) Global Haw A Northrop Grumman, USA.



(c) Global Observer- AeroVironment, USA.

Figura 1.7. Drones: categoría HALE.

Sin embargo, como se mencionó anteriormente existen diferentes tipos de clasificaciones. Otro tipo de clasificación se muestra en la figura 1.8 que presenta estos vehículos aéreos tripulados dependiendo de su configuración aerodinámica:

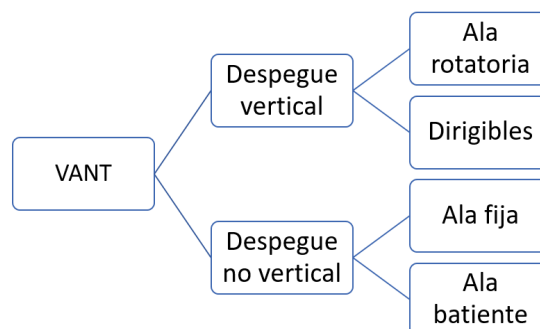


Figura 1.8. Clasificación de los vehículos aéreos no tripulados por su aerodinámica.

## 1. Ala rotatoria

Un ejemplo claro de este tipo de ala es el helicóptero. Este sistema se eleva mediante uno o varios rotores motorizados que giran alrededor de un eje vertical situado sobre un fuselaje, entre sus principales ventajas se encuentran:

- Mantienen una posición de vuelo, esto nos da una ventaja para realizar observaciones en una determinada área.
- Realizan despegues y aterrizajes verticales por lo que no se necesita una área de despegue amplia.
- Son rápidos para alcanzar una cierta altura de vuelo.

A continuación, se muestra algunos ejemplos de este tipo de ala en la figura 1.9



(a) HE300- Helipse, Francia.



(b) Scout B1-Aeroscout, Suiza.



(c) Camcopter S100- Schiebel, Austria.

Figura 1.9. Ejemplos de ala rotatoria.

## 2. Ala fija

Los vehículos aéreos no tripulados que utilizan ala fija son comúnmente usados para misiones de gran altitud, distancias largas y grandes rangos de operación. Este tipo de sistema ha tenido un significativo desarrollo en el campo militar, sin embargo, a través del tiempo se ha utilizado para aplicaciones científicas como: reconocimiento meteorológico y monitorización ambiental.

Ventajas:

- Tiene una estructura más simple.
- Su eficiencia aerodinámica es alta por lo que permite realizar vuelos largos a velocidades constantes.

En la figura 1.10 se muestran algunos ejemplos de vehículos aéreos no tripulados de ala fija.



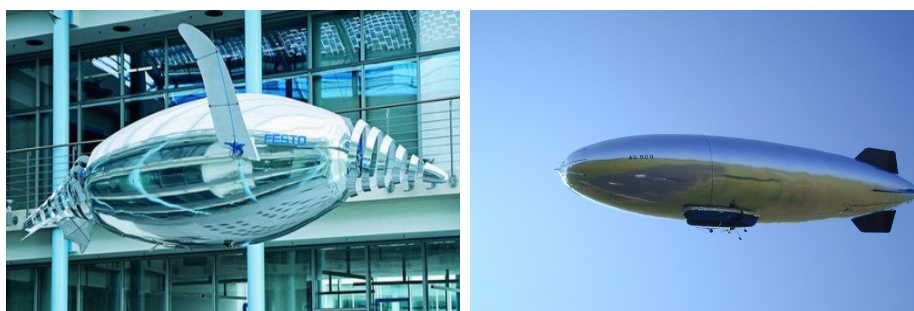
(a) UX5- Trimble Navigation, Bélgica (b) Seeker II- Denel Dynamics, Sur África.

Figura 1.10. Ejemplos de ala fija.

### 3. Dirigibles

En los dirigibles o “más ligeros que el aire”, básicamente su sustentación aerostática se logra al llenar helio en su interior. Algunas ventajas que destacan este tipo de vehículo son las siguientes: no necesita pista de aterrizaje, vuelo silencioso, menor contaminación, etc.

En la figura 1.11 se muestran algunos ejemplos:

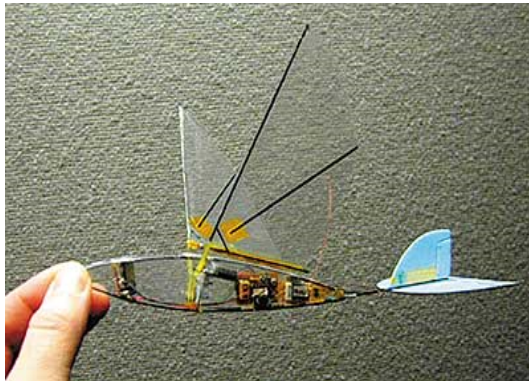


(a) “AirPenguin”, FESTO. (b) Karma- Comets UAV, España.

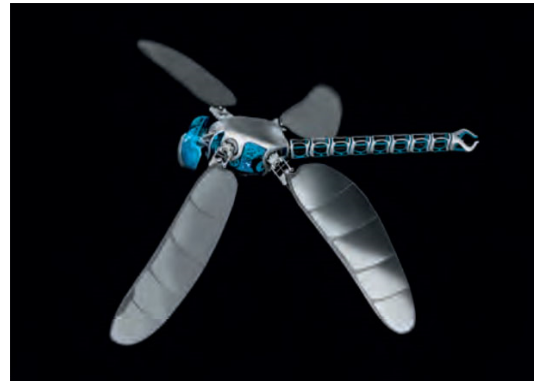
Figura 1.11. Ejemplos de dirigibles.

#### 4. Ala batiente

Este tipo de ala en los vehículos aéreos no tripulados intenta reproducir la manera de volar de los insectos o pájaros. Estos tipos de sistemas tienen baja capacidad de carga y baja resistencia. Sin embargo, una de sus principales características es su bajo consumo de energía y pueden realizar despegue y aterrizaje vertical. A continuación, se muestran algunos ejemplos:



(a) Microbat- AeroVironment, USA. .



(b) Bionicopter- FESTO, Alemania.



(c) Hummingbird Nano- AeroVironment, USA.

Figura 1.12. Ejemplos de ala batiente.

## 1.2. Vehículo aéreos no tripulados multi-rotor tipo VTOL.

En el presente trabajo de tesis se trabajará con vehículos aéreos no tripulados multi-rotor de tipo VTOL y de manera específica multi-rotor, este tipo de sistema tiene las siguientes ventajas:

- La industria de estos sistemas es creciente y por lo tanto su costo es menor a diferencia de los VANTs con aplicación militar.

- Tienen una gran movilidad y son relativamente fáciles de diseñar y construir.
- Por sus habilidades de despegue y aterrizaje vertical no necesitan una pista.

Un cuadricóptero es controlado por velocidades angulares de cuatro motores eléctricos como se muestra en la figura 1.13. Cada motor produce una fuerza de empuje y un torque, combinación que genera un empuje principal, un torque de guiñada, un torque de cabeceo y un torque de alabeo actuando sobre el cuadricóptero.

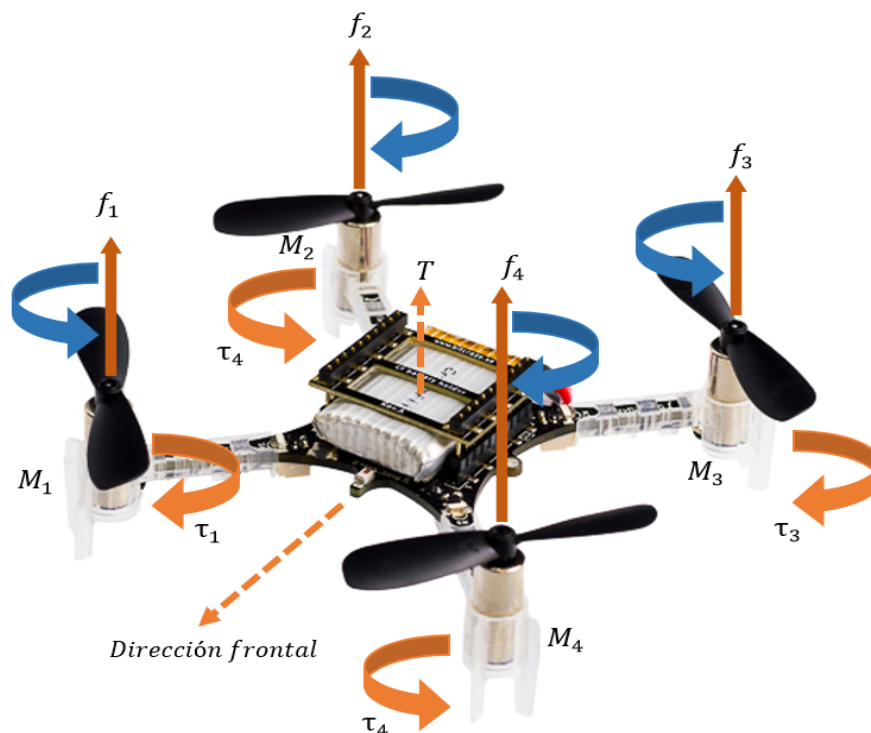


Figura 1.13. Fuerzas y torques que interactúan en el cuadricóptero.

De la figura 1.13 se puede observar que los motores  $M_i$  ( para  $i= 1, \dots, 4$ ) producen una fuerza  $f_i$ , la cual es proporcional al cuadrado de la velocidad angular, esto es,  $f_i = b\omega_i^2$ . Dado que los motores del cuadricóptero pueden girar en una dirección fija, la fuerza producida  $f_i$  es siempre positiva. Por lo tanto, los motores  $M_1$  y  $M_3$  giran en sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que  $M_2$  y  $M_4$  giran en sentido a las manecillas del reloj; con este arreglo, los efectos giroscópicos y los torques aerodinámicos tienden a cancelarse en el vuelo. El empuje principal  $T$ , es la suma de los empujes individuales de cada motor. El torque de cabeceo está en función de la diferencia de  $f_3 - f_1$ , el torque de alabeo esta en función de  $f_2 - f_4$  y el torque del guiñada es la suma de  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$ , donde  $\tau_i$  es la reacción del torque del motor  $i$  debido a la aceleración del eje y de las propelas [14]. De esta manera se realiza una breve explicación del funcionamiento y de las fuerzas que interactúan en este tipo de vehículos aéreos no tripulados sin carga.

### 1.3. Desafíos de los vehículos aéreos no tripulados multi-rotor tipo VTOL con carga.

En los últimos años, los vehículos aéreos no tripulados han dado la oportunidad de utilizarlos en diferentes tipos de aplicaciones que ya han sido descritos al principio de este capítulo. Por su habilidad de volar y maniobrar obstáculos, estos vehículos se han convertido en un aspirante ideal para realizar transporte de carga.

Sin embargo, al llevar una carga pesada tan cerca del cuerpo (véase figura 1.14 ), aumenta considerablemente la inercia del sistema, por lo tanto, la respuesta en la orientación del sistema es muy lenta, degradando significativamente su rendimiento [16].



Figura 1.14. Carga cercana al cuerpo del VANT.

Una solución alternativa es suspender la carga con la ayuda de un cable como se muestra en la figura 1.15 a). Esta solución conserva la respuesta de orientación del vehículo, pero presenta la desventaja de introducir un grado de libertad representado por el movimiento oscilatorio de la carga [17] (véase figura 1.15 b).

Cuando una carga es suspendida debajo de un vehículo aéreo no tripulado, este se somete a una perturbación, debido al peso añadido y a la fuerza proveniente del movimiento oscilatorio de la carga, por lo tanto, la orientación y posición son afectadas. Así, para proponer las leyes de control factibles para este vehículo , hay dos aspectos principales que necesitan ser considerados [18]:

- El control de seguimiento del VANT mitigue los efectos de oscilación de la masa suspendida y fuerzas ambientales.
- Reducir el movimiento de oscilación de la carga suspendida.

Es importante recalcar que cualquier tipo de modificación o agregar diferentes tipos de sistemas al vehículo puede propiciar perturbaciones al modelo ideal de un vehículo aéreo

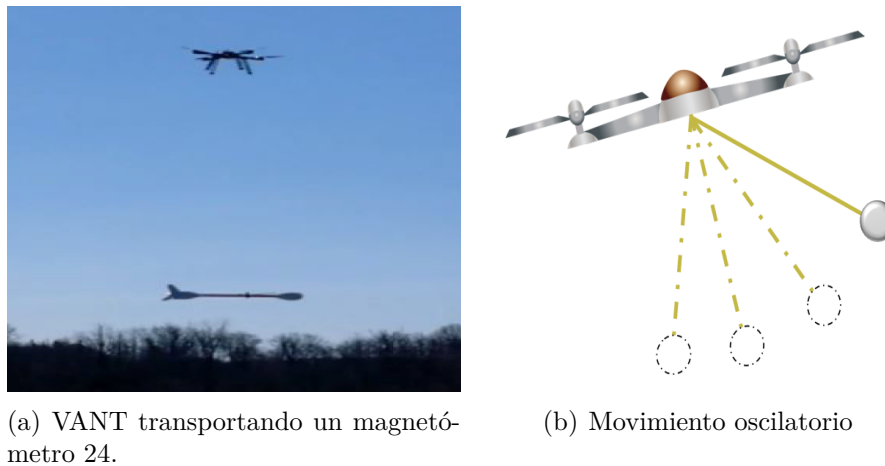


Figura 1.15. VANT en el transporte de carga mediante cables.

no tripulado. Por lo tanto, es esencial entender estos fenómenos que ayudarán a realizar el presente trabajo de tesis, específicamente en el desarrollo del modelo matemático de un VANT tipo VTOL conteniendo una carga suspendida mediante cables que permitirá proponer una estrategia de control colaborativo para la formación de un conjunto de VANTs para el transporte de carga.

## 1.4. Metodología del control con rechazo activo de perturbaciones

En los últimos años, el estudio del control con rechazo activo de perturbaciones (ADRC) ha incrementado en el área de ingeniería de control gracias a su manera de mitigar perturbaciones que afectan directamente al sistema añadiendo inestabilidad. Una ventaja de este método es que no requiere realizar el modelado matemático de dicha perturbación. De esta manera, se puede describir que el objetivo principal del ADRC es estimar una entrada de perturbación desconocida  $\xi$  mediante un Observador de Estado Extendido (ESO, por sus siglas en inglés) apropiado que procede a cancelarla a través de una apropiada retroalimentación de control. En la figura 1.16 se muestra esta descripción donde  $\hat{\xi}$  representa la estimación de perturbación total.

Los algoritmos de ADRC se han convertido populares en el campo de los VANTs, algunos trabajos de investigación proponen un control de rechazo de perturbación para controlar la trayectoria de orientación deseada de un multi-rotor [19], [20]. Sin embargo, en dichos trabajos no se presentan pruebas de estabilidad, además de que los ángulos de Euler pueden presentar singularidades en ciertas aplicaciones.

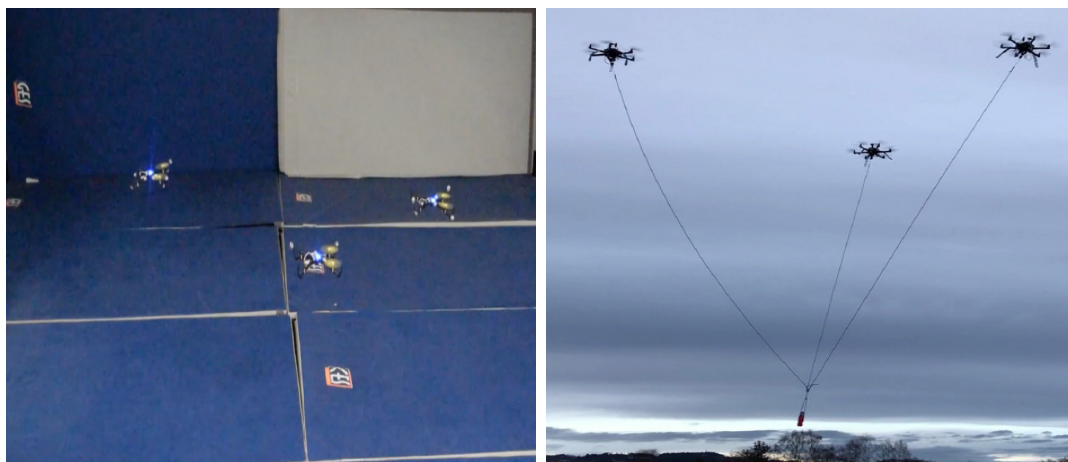


actividad u objetivo en común.

A continuación se define el término agente para nombrar a un VANT:

**Agente.** Se define como agente a una entidad que está situada en un ambiente que es capaz de percibir su entorno y actuar de forma autónoma para cumplir los objetivos para los que fue diseñado [21]. Por lo tanto, podemos decir que los agentes en este trabajo serán los VANTs.

En recientes investigaciones, el control colaborativo ha dado un gran impacto en la formación de vehículos aéreos no tripulados [22] y de manera específica el transporte de cargas utilizando VANTs (véase figura 1.17).



(a) Formación de VANTs.

(b) Tres VANTs llevando una sola carga útil.

Figura 1.17. Ejemplos de VANTs en el transporte de carga.

El transporte cooperativo de carga con múltiples cuadri-rotos es útil para manipular cargas grandes y pesadas a través de espacios urbanos restringidos donde se requiere seguridad adicional [14].

A diferencia de un VANT con carga como se muestra en la figura 1.17 y en lugar de utilizar múltiples puntos de conexión o configuraciones de cable de suspensión complicadas, se pueden usar múltiples cuadri-rotos para levantar la misma carga. Al usar tres o más, la carga suspendida ya no puede girar y puede transportarse de manera segura. También gana flexibilidad operacional, donde el número de VANTs se pueden agregar dependiendo de la carga específica a transportar [16].

Para realizar este trabajo de tesis, los sistemas colaborativos deben cumplir con las siguientes características:

- Considerar las trayectorias de seguimiento de cada uno de los agentes para moverse en conjunto y realizar la actividad u objetivo.
- Debe de existir una comunicación entre agentes para intercambiar información entre ellos.

- Los agentes deben diseñarse de tal manera que respondan de manera óptima en el medio que se encuentren.

De este modo se puede decir que al desarrollar una estrategia de control colaborativo para el transporte de cargas mediante un sistema de multi VANTs debe cumplir con lo siguiente:

- El aspecto más importante de la implementación de algoritmos distribuidos es la comunicación y los esquemas de actuación del controlador. Posteriormente se puede equipar a cada agente con un microprocesador integrado, que será responsable de recopilar información de los nodos vecinos y el controlador actuará según las reglas impuestas [23].

Bajo esta necesidad, el objetivo de esta tesis es el de diseñar una ley de control colaborativo que comparta la información entre agentes.

---

# Capítulo 2

## Modelado matemático de un VANT

En este capítulo se describe el modelo matemático de un VANT tipo VTOL, para realizar el diseño del control de orientación y posición de cada uno de los agentes y en consecuencia el diseño del control colaborativo, es necesario conocer el comportamiento de cada agente, es decir, el modelo dinámico y cinemático de un VANT. Por esta razón, los fundamentos matemáticos son descritos y resumidos en este capítulo. Debido a la extensa información de teoremas y propiedades, el lector puede consultar las siguientes referencias [24], [14], [25] para profundizar los conceptos.

### 2.1. Preliminares matemáticos

En el estudio de los sistemas aéreos no tripulados es importante comprender como diferentes cuerpos están orientados y posicionados uno con respecto al otro. De manera particular, es imperativo conocer como el VANT está orientado con respecto a la tierra. De la misma manera, es de gran interés conocer como algún sensor (e. g. una cámara o láser) está orientado con respecto al VANT, o una antena está orientada con respecto a una fuente emisora en la tierra. En este segundo capítulo se describe los diferentes sistemas de coordenadas, también llamados sistemas de referencia o marcos de referencia, usados para describir la posición y orientación del vehículo aéreo y sus sensores. De la misma forma, se describirá la transformación entre estos sistemas de referencia. Cabe mencionar que el uso de diferentes sistemas de referencia se debe a las siguientes razones:

- Las ecuaciones de movimiento de Newton son derivadas con respecto a un sistema de referencia inercial. Sin embargo, el movimiento es descrito con mayor facilidad en un sistema de referencia fijo al cuerpo o sistema de referencia móvil.
- Las fuerzas aerodinámicas y torques actúan en el vehículo aéreo y entonces son descritas con mayor facilidad en el sistema de referencia móvil.

- Los sensores abordo del vehículo, como acelerómetros, girómetros y magnetómetros proporcionan información con respecto al sistema de referencia fijo al cuerpo (sistema de referencia móvil). Por otro lado, el GPS (Global Positioning System) proporciona información de la posición, velocidad, ángulo de rumbo, con respecto al sistema de referencia inercial.
- La mayoría de los requerimientos en misiones como seguimiento de trayectorias, formación de múltiples vehículos son especificados en el sistema de referencia inercial. Además, los mapas como *GoogleMaps*® , están dados en el sistema de referencia inercial.
- Para aplicaciones en laboratorio, las medidas de posición y velocidad se obtienen mediante sistemas de captura de movimiento, como *Optitrack*® para los cuales se deben definir un sistema de referencia inercial.

Un sistema de coordenadas es transformado en otro mediante operaciones de rotación y traslación.

## 2.2. Movimiento de rotación en $\mathbb{R}^3$

Considere el vector  $p$ , expresado en los dos sistemas de referencia mostrados en la figura 2.1.

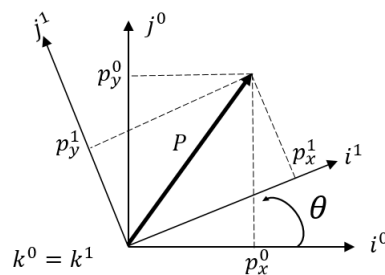


Figura 2.1. Representación de un vector en el sistema de referencia A y B.

En el sistema A

$$\mathbf{p} = p_x^0 \mathbf{i}^0 + p_y^0 \mathbf{j}^0 + p_z^0 \mathbf{k}^0$$

En el sistema B

$$\mathbf{p} = p_x^1 \mathbf{i}^1 + p_y^1 \mathbf{j}^1 + p_z^1 \mathbf{k}^1$$

Igualando los vectores

$$\mathbf{p} = p_x^1 \mathbf{i}^1 + p_y^1 \mathbf{j}^1 + p_z^1 \mathbf{k}^1 = p_x^0 \mathbf{i}^0 + p_y^0 \mathbf{j}^0 + p_z^0 \mathbf{k}^0$$

y haciendo el producto punto con los vectores unitarios  $\mathbf{i}^1, \mathbf{j}^1, \mathbf{k}^1$  en ambos lados de la igualdad y expresando en forma matricial se tiene:

$$\mathbf{p} = p_x^1 \mathbf{i}^1 + p_y^1 \mathbf{j}^1 + p_z^1 \mathbf{k}^1 = p_x^0 \mathbf{i}^0 + p_y^0 \mathbf{j}^0 + p_z^0 \mathbf{k}^0$$

$$\mathbf{p}^1 = \begin{pmatrix} p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{i}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \\ \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{j}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \\ \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{i}^0 & \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{j}^0 & \mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{k}^0 \end{pmatrix}}_{R_{ba}} \underbrace{\begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{p}^0}$$

Note que en el caso de que la rotación sea sobre el plano (al rededor del eje  $\mathbf{k}^1 = \mathbf{k}^0$ ) y utilizando la definición del producto punto ( $u \cdot v = |u||v| \cos \alpha$ ) de vectores, la matriz  $R_{ba}$  se convierte en

$$R_{ba} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Procediendo de la misma manera, una rotación, siguiendo la regla de la mano derecha, del sistema de referencia alrededor del eje  $\mathbf{j}^1 = \mathbf{j}^0$  nos proporciona:

$$R_{ba} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

y una rotación, siguiendo la regla de la mano derecha, del sistema de referencia alrededor del eje  $\mathbf{i}^1 = \mathbf{i}^0$  nos proporciona:

$$R_{ba} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Una matriz de rotación tiene dos propiedades claves que son una consecuencia de su construcción. Sea  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  una matriz de rotación y sean  $r_1, r_2, r_3 \in \mathbb{R}^3$  las columnas de  $R$  las cuales son mutuamente ortogonales. Esto implica lo siguiente que  $r_i r_j = 0$  si  $i \neq j$  y  $r_i r_j = 1$  si  $i = j$ . Esta propiedades pueden ser escritas como

$$RR^T = R^T R = I \quad (2.4)$$

De lo anterior se tiene que

$$\det(R) = \pm 1$$

Para determinar el signo del determinante de  $R$ , se debe recordar del álgebra lineal que

$$\det(R) = r_1^T(r_2 \times r_3)$$

Puesto que el sistema de coordenadas considerado se construye usando la regla de la mano derecha, se tiene que  $r_2 \times r_3 = r_1$  tal que  $\det(R) = r_1^T r_1 = 1$ . De esta forma, los sistemas de coordenadas contruidos mediante la regla de la mano derecha son representados por matrices ortogonales con determinante igual a 1. El conjunto de todas estas matrices es denotado como  $SO(3)$ . La notación  $SO$  es la abreviación de *special orthogonal*. Especial se refiere al hecho de que  $\det(R) = 1$  en lugar de  $\det(R) = \pm 1$ .

De manera general, es posible definir el espacio de las matrices de rotación en  $\mathbb{R}^{n \times n}$  por

$$SO(n) = \{R \in \mathbb{R}^{n \times n} : RR^T = 1, \det R = +1\} \quad (2.5)$$

En este apartado se está principalmente interesado en el caso  $n = 3$  (rotaciones en el espacio  $SO(3)$  aunque el caso  $n = 2$  (rotaciones planares  $SO(2)$ ) también son de mucho uso en diferentes aplicaciones.

Un conjunto  $G$  conjuntamente con una operación binaria  $\circ$  definida en elementos de  $G$  es llamado un grupo si satisface los siguientes axiomas:

- Cerradura: Si  $g_1, g_2 \in G$ , entonces  $g_1 \circ g_2 \in G$ .
- Identidad: Existe un elemento identidad,  $e$ , tal que  $g \circ e = e \circ g = g$  para cada  $g \in G$ .
- Inversa: Para cada  $g \in G$  existe un  $g^{-1}$  (inversa) tal que  $g \circ g^{-1} = g^{-1} \circ g = e$ .
- Asociatividad : Si  $g_1, g_2, g_3 \in G$ , entonces  $(g_1 \circ g_2) \circ g_3 = g_1 \circ (g_2 \circ g_3)$

En el caso de  $SO(3)$  note que se cumple lo siguiente:

- Cerradura: Si  $R_1, R_2 \in SO(3)$ , entonces  $R_1 R_2 \in SO(3)$ .
- Identidad: La matriz identidad es el elemento de identidad .
- Inversa: Por la ecuación ( 2.4) se nota que la inversa de  $R \in SO(3)$  es  $R^T \in SO(3)$ .
- La asociatividad sigue de la asociatividad de matrices.

Entonces,  $SO(3)$  es un grupo, usando a  $I$  como el elemento identidad y la multiplicación de matrices como la operación del grupo. Nos referiremos a  $SO(3)$  como el grupo de las rotaciones de  $\mathbb{R}^3$ .

Cada configuración de un cuerpo rígido al cual le es asociado un sistema de referencia y el cual rota libremente con respecto a otro sistema de referencia fijo puede ser identificado

por una única  $R \in SO(3)$ . Sobre esta identificación, el grupo de rotaciones  $SO(3)$  es referido como el espacio de configuración (configuration space) del sistema y una trayectoria del sistema que es una curva  $R(t) \in SO(3)$  para  $t \in [0, T]$ .

Una matriz de rotación  $R \in SO(3)$  también sirve como una transformación, transformando las coordenadas de un punto en un sistema de referencia a otro. De nuestro primer ejemplo se tiene lo siguiente. Sea  $p^0$  y  $p^1$  las coordenadas de un punto  $p$  expresado en los sistemas de referencia  $A$  y  $B$ , respectivamente. Entonces el punto  $p^1$  puede ser expresado en términos del vector  $p^0$  como

$$p^1 = R_{ba}p^0$$

Las matrices de rotación pueden combinarse para formar nuevas matrices de rotación mediante el uso de la multiplicación de matrices. Si un sistema de referencia  $C$  tiene orientación  $R_{bc}$  relativo a un sistema de referencia  $B$  y  $B$  tiene orientación  $R_{ab}$  relativo a  $A$ , entonces la orientación de  $C$  relativo a  $A$  esta dada por:

$$R_{ac} = R_{ab}R_{bc} \quad (2.6)$$

Cuando  $R_{ac}$  es considerada como un mapeo de  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathbb{R}^3$ , lo que hace es rotar las coordenadas de un punto en el sistema de referencia  $C$  al sistema de referencia  $A$  mediante una primera rotación de  $C$  a  $B$  y entonces de  $B$  a  $A$ . La ecuación (2.6) es la regla de composición para las rotaciones.

Resumiendo:

- $(R_{ab})^{-1} = (R_{ab})^T = R_{ba}$ ;
- $R_{ac} = R_{ab}R_{bc}$  composición de rotaciones;
- $(R_{ab})(R_{ab})^T = (R_{ab})^T(R_{ab}) = I$
- $\det(R_{ab}) = 1$
- El conjunto de todas las rotaciones es un Grupo de Lie,  $SO(3)$ ;

### 2.2.1. Representación exponencial de la matriz de rotación

Antes de comenzar con la descripción de esta representación, se presenta una definición que será de mucha utilidad en el resto de este capítulo. Considere los vectores  $a, b \in \mathbb{R}^3$ , recordando que el producto cruz es presentado por

$$a \times b = \begin{pmatrix} ca_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_3b_2 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = [a^\times]b \quad (2.7)$$

La matriz  $[a^\times]$  es llamada matriz anti-simétrica. Para cualquier vector  $\xi$  dado, la matriz antisimétrica asociada a dicho vector, está dada por

$$[\xi^\times] = \begin{pmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{pmatrix}$$

En robótica es muy común encontrar que un cuerpo sea rotado un cierto ángulo alrededor de un eje dado (ver figura 2.2)

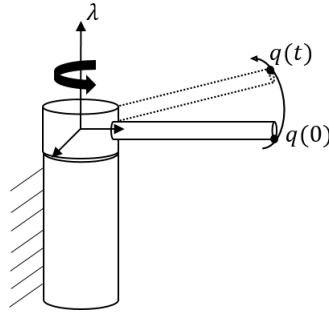


Figura 2.2. Rotación de un cuerpo a un cierto ángulo alrededor de un eje.

Sea  $\lambda \in \mathbb{R}^3$  un vector unitario el cual especifica la dirección de rotación y  $\beta \in \mathbb{R}$  el ángulo de rotación en radianes. Puesto que cada rotación del objeto corresponde algún  $\mathbb{R} \in SO(3)$ , se desea escribir  $R$  en función de  $\beta$  y  $\lambda$ .

Considere la velocidad de un punto  $r$  unido al cuerpo que está siendo rotado. Si el cuerpo es rotado a una velocidad unitaria constante al rededor del eje  $\lambda$ , la velocidad del punto,  $\dot{r}$ , puede escribirse:

$$\dot{r} = \lambda \times r(t) = [\lambda^\times]r(t) \quad (2.8)$$

Note que esta es una ecuación diferencial matricial invariante en el tiempo, cuya solución viene dada por

$$r(t) = e^{[\lambda^\times]t}r(0) \quad (2.9)$$

donde  $r(0)$  es la posición inicial del punto ( $t = 0$ ) y  $e^{[\lambda^\times]t}$  es la matriz exponencial

$$e^{[\lambda^\times]t} = I + [\lambda^\times]t + \frac{([\lambda^\times]t)^2}{2!} + \frac{([\lambda^\times]t)^3}{3!} + \dots \quad (2.10)$$

Esto implica que si un cuerpo es rotado alrededor de un eje  $\lambda$  a una velocidad unitaria durante  $\beta$  unidades de tiempo, entonces la rotación neta está dada por

$$\begin{aligned} R(\lambda, \beta) &= e^{[\lambda^\times]\beta} \\ &= I + [\lambda^\times]\beta + \frac{([\lambda^\times])^2}{2!}\beta^2 + \frac{([\lambda^\times])^3}{3!}\beta^3 + \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

La expresión (2.11) es una serie infinita y por lo tanto no es de mucha ayuda desde un punto de vista computacional. Para obtener una forma cerrada de dicha expresión se utilizan algunas fórmulas para las potencias de la matriz anti-simétrica.

**Lema 1.** *Dada una matriz  $[\xi^\times] \in so(3)$  las siguientes relaciones son validas:*

$$\begin{aligned} [\xi^\times]^2 &= \xi\xi^2 - \|\xi\|^2 I \\ [\xi^\times]^3 &= -\|\xi\|^2 [\xi^\times] \end{aligned} \quad (2.12)$$

eso permite que las potencias de orden superior de  $[\xi^\times]$  puedan ser calculadas recursivamente.

- El espacio vectorial de todas las matrices anti-simétricas  $3 \times 3$  es denotado  $SO(3)$  y de manera general el espacio vectorial de las matrices anti-simétricas  $n \times n$  es  $SO(n) = \{S \in \mathbb{R}^{n \times n} : S^T = -S\}$

Utilizando el lema anterior y con  $\xi = \lambda\beta$ ,  $\|\lambda\| = 1$ , la ecuación (2.11) se puede escribir como

$$e^{[\lambda^\times]\beta} = I + \left( \beta - \frac{\beta^3}{3!} + \frac{\beta^5}{5!} - \dots \right) [\lambda^\times] + \left( \frac{\beta^2}{2!} - \frac{\beta^4}{4!} + \frac{\beta^6}{6!} - \dots \right) [\lambda^\times]^2$$

Lo que implica que

$$e^{[\lambda^\times]\beta} = I + [\lambda^\times] \sin \beta + [\lambda^\times]^2 (1 - \cos \beta) \quad (2.13)$$

Esta fórmula es comúnmente conocida como la *Fórmula de Rodrigues* y proporciona un método eficiente para calcular  $e^{[\lambda^\times]\beta}$ .

**Proposición 1.** *Dada una matriz anti-simétrica  $[\lambda^\times] \in so(3)$  y  $\beta \in \mathbb{R}$  entonces,*

$$e^{[\lambda^\times]\beta} \in SO(3).$$

## 2.3. Sistemas de referencia del VANT

Para comprender el comportamiento dinámico del VANT así como las medidas de los sensores abordo de él, es necesario definir y describir los siguientes sistemas de referencia.

- Sistema de referencia inercial:  $E^f = [\bar{e}_1^f \ \bar{e}_2^f \ \bar{e}_3^f]$ .
- Sistema de referencia del vehículo:  $E^v = [\bar{e}_1^v \ \bar{e}_2^v \ \bar{e}_3^v]$ .
- Sistema de referencia del vehículo-1:  $E^{v^1} = [\bar{e}_1^{v^1} \ \bar{e}_2^{v^1} \ \bar{e}_3^{v^1}]$ .
- Sistema de referencia del vehículo-2:  $E^{v^2} = [\bar{e}_1^{v^2} \ \bar{e}_2^{v^2} \ \bar{e}_3^{v^2}]$ .
- Sistema de referencia móvil:  $E^b = [\bar{e}_1^b \ \bar{e}_2^b \ \bar{e}_3^b]$ .

### 2.3.1. Sistema de referencia inercial $E^f$

Este sistema de referencia está fijo a la tierra y su origen estará definido como la localización del home. Como se muestra en la figura 2.3, la posición y orientación del VANT será medido con respecto del sistema de referencia  $E^f$ .

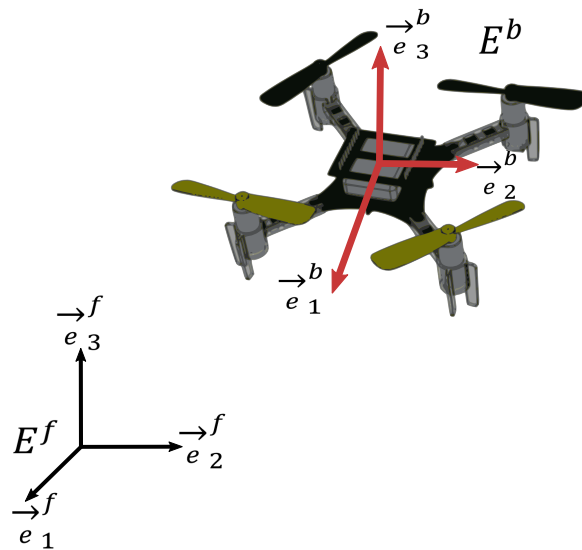


Figura 2.3. Sistema de referencia inercial  $E^f$  y su sistema de referencia móvil  $E^b$ .

### 2.3.2. Sistema de referencia del vehículo $E^v$

El origen del sistema de referencia del vehículo  $E^v$  se encuentra en el centro de masas del VANT. En este caso, los ejes de  $E^v$  están alineados con los de  $E^f$ .

### 2.3.3. Sistema de referencia del vehículo-1: $E^{v^1}$

El origen del sistema de referencia  $E^{v^1}$  es idéntico al del sistema de referencia  $E^v$ . Sin embargo,  $E^{v^1}$  es rotado en el sentido positivo (siguiendo la regla de la mano derecha) alrededor del eje  $\vec{e}_3^v$  formando un ángulo  $\psi$  llamado ángulo de guiñada (Yaw). La figura 2.4 muestra dicha rotación.

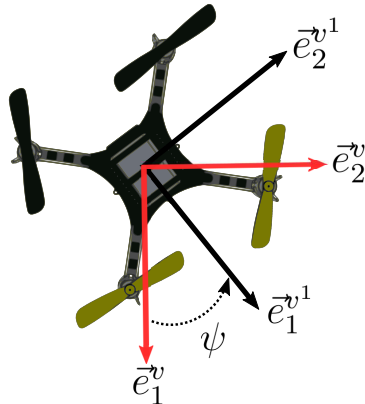


Figura 2.4. Rotación del sistema de referencia  $E^v$ , un ángulo  $\psi$  alrededor del eje  $\vec{e}_3^b = \vec{e}_3^{v^1}$ .

La transformación de  $E^v$  a  $E^{v^1}$  es dado por:

$$\mathcal{R}_{v^1 v}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

#### 2.3.4. Sistema de referencia del vehículo-2: $E^{v^2}$

El origen del sistema de referencia  $E^{v^2}$  es nuevamente el centro de masas del vehículo y se obtiene mediante la rotación del sistema  $E^{v^1}$  en el sentido positivo (siguiendo la regla de la mano derecha) alrededor del eje  $\vec{e}_2^{v^1}$  formando un ángulo  $\theta$  llamado ángulo de cabeceo (Pitch). La figura 2.5 muestra dicha rotación.

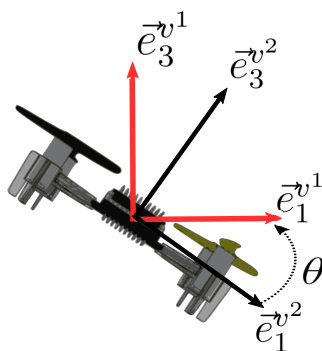


Figura 2.5. Rotación del sistema de referencia  $E^{v^1}$ , un ángulo  $\theta$  alrededor del eje  $\vec{e}_2^{v^1} = \vec{e}_2^{v^2}$ .

La transformación del sistema de referencia  $E^{v^1}$  a  $E^{v^2}$  está dado por:

$$P^{v^2} = \mathcal{R}_{v^2 v^1}(\theta) = \begin{pmatrix} \text{Cos } \theta & 0 & -\text{Sin } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{Sin } \theta & 0 & \text{Cos } \theta \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

### 2.3.5. Sistema de referencia móvil: $E^b$

El sistema de referencia  $E^b$  se obtiene mediante la rotación de referencia  $E^{v^2}$ , en el sentido positivo (siguiendo la regla de la mano derecha) alrededor del eje  $\vec{e}_1^{v^2}$ , el cual un ángulo  $\phi$  es formado y llamado alabeo (roll). La figura 2.6 muestra esta rotación

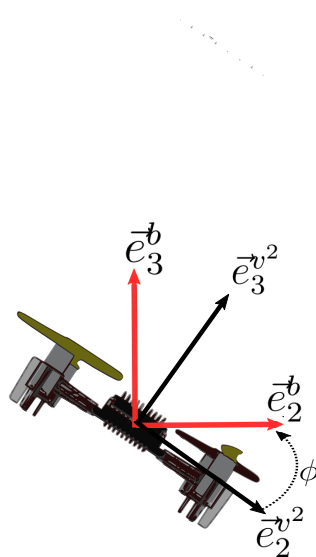


Figura 2.6. Rotación del sistema de referencia  $E^{v^2}$ , un ángulo  $\phi$  alrededor del eje  $\vec{e}_1^b = \vec{e}_1^{v^2}$ .

La transformación de  $E^{v^2}$  a  $E^b$  está dado por:

$$P^b = \mathcal{R}_{b v^2}(\phi) P^{v^2} \quad (2.16)$$

Donde

$$\mathcal{R}_{b v^2}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos } \phi & \text{Sin } \phi \\ 0 & -\text{Sin } \phi & \text{Cos } \phi \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

La transformación del sistema de referencia del vehículo  $E^v$ , el cual coincide con el sistema de referencia inercial  $E^f$  al sistema de referencia móvil  $E^b$  está dado por la siguiente composición de matrices:

$$\mathcal{R}_{b f}(\phi, \theta, \psi) = \mathcal{R}_{b v^2}(\phi) \mathcal{R}_{v^2 v^1}(\theta) \mathcal{R}_{v^2 f}(\psi) \quad (2.18)$$

$$\mathcal{R}_{b_f}(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathcal{R}_{b_f}(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi C\phi + S\theta S\phi S\psi & C\theta S\phi \\ S\psi S\phi + C\phi S\theta C\psi & C\phi S\theta S\psi - C\psi S\phi & C\theta C\phi \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

donde  $C = \cos$  y  $S = \sin$ .

Los ángulos  $\psi, \theta, \phi$  son llamados ángulos de Euler y son comúnmente usados debido a que estos proveen una manera intuitiva de representar la orientación en un espacio de tres dimensiones.

La secuencia de rotación  $\psi, \theta, \phi$  es usado comúnmente en el control y estimación de la orientación de vehículos aéreos no tripulados, sin embargo solo es una de las diferentes representaciones existentes para los ángulos de Euler.

La interpretación física de los ángulos de Euler es clara e intuitiva, sin embargo, tiene una singularidad matemática que puede causar inestabilidades numéricas y cuando dicha representación es usada en el control o estimación, esta singularidad puede causar inestabilidad al sistema. Una alternativa es el uso de cuaterniones unitarios. Los cuaterniones serán usado en este trabajo de tesis y serán empleados en las siguientes secciones.

### 2.3.6. Parametrización de matriz de rotación en cuaterniones

Los cuaterniones generalizan números complejos y se pueden usar para representar rotaciones de la misma manera que los números complejos en el círculo unitario pueden ser usado para representar rotaciones planares. A diferencia de los ángulos de Euler, los cuaterniones dan una parametrización global de  $SO(3)$ , a cambio de usar cuatro números en lugar de tres para representar una rotación.

Formalmente, un cuaternión es un vector de la forma:

$$q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k \quad (2.21)$$

Donde  $q_0$  es el componente escalar de  $q$  y  $\tilde{q}_v = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T$  es el componente vectorial. Una notación abreviada conveniente es  $q = (q_0, \tilde{q}_v)$  con  $q_0 \in \mathbb{R}$ ,  $\tilde{q}_v \in \mathbb{R}^3$ . El conjunto de cuaterniones  $\mathbb{Q}$  es un espacio vectorial de 4 dimensiones sobre los reales y forma un grupo con respecto a la multiplicación del cuaternión, denotado por “ $\cdot$ ”. La multiplicación es distributiva y asociativa, pero no conmutativa.

Los cuaterniones unitarios también forman parte de un grupo con respecto a la multiplicación de cuaterniones. Dada una matriz de rotación  $R = e^{[\lambda^\times]\beta}$ , se define el cuaternión

unitario asociado como:

$$q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ \lambda \sin \frac{\beta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_v \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Donde  $\lambda \in \mathbb{R}^3$  representa los ejes unitario de rotación y  $\beta \in \mathbb{R}$  representa el ángulo de rotación. La restricción  $q_0^2 + \vec{q}^T \vec{q} = 1$ , debe respetarse para ser un cuaternión de rotación.

A partir de la fórmula de Rodrigues, la matriz de rotación que permite expresar a un vector  $P$ , el sistema de referencia  $E^f$  al sistema de referencia  $E^b$ , está dada por:

$$\mathcal{R}_{b \ f}(q) = I_3 q_0 - 2q_0[q_v^\times] + 2[\vec{q}^\times]^2 \quad (2.23)$$

$$C(\mathbb{Q}) = (q_0^2 - \vec{q}^T \vec{q}) I_3 + 2(\vec{q} \vec{q}^T - q_0[\vec{q}^\times]) = \mathcal{R}_{b \ f}(\mathbb{Q}) = C^T(\mathbb{Q}) \quad (2.24)$$

$$\mathcal{R}_{b \ f}(q) = \begin{pmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_0 q_1 + q_2 q_3) \\ 2(q_0 q_2 + q_1 q_3) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

El cuaternión conjugado se define como  $q^{-1} = (q_0 - q_v^T)^T$ . La diferencia entre el cuaternión  $q_1$  y  $q_2$  se define como  $\tilde{q} = q_1^{-1} \otimes q_2$ . Donde  $\otimes$  representa la multiplicación de cuaternión [26].

## 2.4. Cinemática y dinámica del VANT

En esta sección se derivan las ecuaciones que relacionan las posiciones con las velocidades (cinemática) así como las fuerzas y los torques (pares aplicados) con la cantidad de movimiento (momentun), es decir, la dinámica. Para ello será necesario definir las variables de estado involucradas, las cuales están dadas en la siguiente tabla:

Nombre	Descripción
$p_1, p_2, p_3$	Posición inercial del VANT en dirección de los ejes $\vec{e}_1^f, \vec{e}_2^f, \vec{e}_3^f$ , respectivamente.
$v, \nu, \omega$	Velocidad del sistema de referencia móvil $E^b$ , en dirección de los ejes $\vec{e}_1^b, \vec{e}_2^b, \vec{e}_3^b$ , respectivamente
$\phi, \theta, \psi$	Ángulos de Euler, definidas con respecto al sistema de referencia $E^{v2}, E^{v1}, E^v$ respectivamente
$\omega_1, \omega_2, \omega_3$	Velocidad angular alrededor de los ejes $\vec{e}_1^b, \vec{e}_2^b, \vec{e}_3^b$ respectivamente
$q = (q_0, q_1, q_2, q_3)^T$	Cuaternión que representa la orientación del sistema de referencia $E^b$ con respecto al sistema de referencia $E^f$

### 2.4.1. Cinemática de Traslación

La velocidad de traslación del VANT es generalmente expresada en el sistema de referencia móvil  $E^b$ . Sin embargo, dicha posición es medida generalmente con respecto a un sistema de referencia inercial  $E^f$ . La relación de la velocidad de traslación y la posición requiere una operación de derivada y una transformación de sistemas de referencia, esto es:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = (R_{bf})^T \begin{pmatrix} v \\ \nu \\ \omega \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\theta s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu \\ \omega \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

### 2.4.2. Cinemática de rotación

La velocidad angular del sistema de referencia  $E^b$  puede ser expresado en términos de la derivada de los ángulos de Euler, respetando el orden de la rotación.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{R}_{bv^2}(\phi) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{R}_{cv^2}(\phi) \mathcal{R}_{v^2v^1}\theta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & c\phi & s\theta \cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & c\theta c\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.27)$$

haciendo la inversa

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & s\phi t\theta & \cos\phi t\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{pmatrix}}_M \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Por lo tanto, la ecuación cinemática en cuaterniones está representada por la ecuación:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\vec{q}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\vec{q}^T \\ I_3 q_0 + [\vec{q}^\times] \end{pmatrix} \omega = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{pmatrix} \omega = \frac{1}{2} \Xi \omega \quad (2.29)$$

### 2.4.3. Dinámica

Para derivar las ecuaciones dinámicas de movimiento para el VANT, es posible usar una formulación Newton-Euler. Esta formulación se basa en la segunda Ley de Newton, la cual relaciona la masa  $m$ , la aceleración  $\dot{v}_c$  y la fuerza  $f_c$  mediante:

$$m\dot{v}_c = f_c \quad (2.30)$$

Leonard Euler sugirió expresar la segunda ley de Newton en términos de la conservación del movimiento lineal  $P_c$  y el movimiento angular  $h_c$ . Estos resultados son conocidos como el primer y segundo axioma de Euler.

$$\begin{aligned} \dot{P}_c &= f_c; P_c = mv_c \\ \dot{h}_c &= \Gamma_c; h_c = J_c\omega \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde  $f_c$  y  $\Gamma_c$  son las fuerzas y torques referido al centro de gravedad del cuerpo,  $\omega$  es la velocidad angular y  $J_c$  es el tensor de inercia respecto al centro de gravedad del cuerpo. Usando estas definiciones la dinámica traslacional y rotacional del VANT se puede expresar como:

$$m\ddot{P} = -mg\vec{e}_3^f + R_{fb}T\vec{e}_3^b \quad (2.32)$$

con  $p = (p_1, p_2, p_3)^T$  es el vector de posición en el sistema de referencia  $E^f$  y  $T$  es la fuerza generada por rotores, Es decir  $T = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = \sum_{i=1}^4 f_i$ . Por su parte la dinámica rotacional se expresa como:

$$J\dot{\omega} = -\omega \times (J\omega) + \Gamma \quad (2.33)$$

Con  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  el vector de velocidad angular del sistema de referencia del cuerpo respecto al sistema de referencia inercial, pero expresado en  $E^b$ .  $\Gamma$  es el vector de torques alrededor de los ejes principales y  $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$

## 2.5. Modelado matemático de un VANT tipo VTOL sin carga.

Resumiendo los preliminares matemáticos, considere el VANT tipo VTOL donde  $E^b$  es el sistema de referencia móvil del cuerpo rígido. El movimiento del sistema de referencia móvil del VANT se describe en relación con el sistema de referencia inercial  $E^f$ . La posición y orientación del VANT se describen relativo al sistema de referencia inercial (véase figura 2.7).

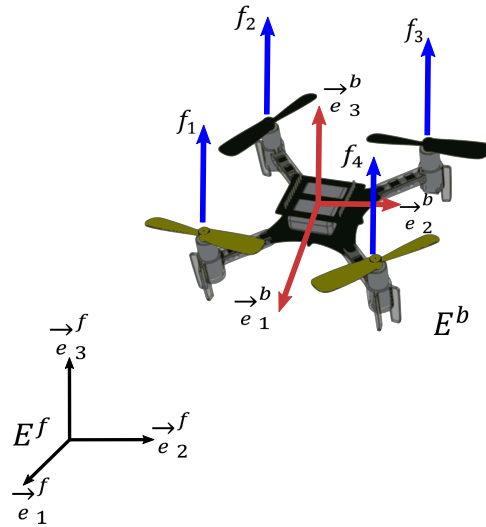


Figura 2.7. Sistemas de referencia móvil y fijo del VANT tipo VTOL.

El vehículo VTOL es capaz de generar una fuerza de empuje  $T$  paralela al eje  $e_3^b$  y tres torques, es decir,  $\Gamma = (\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3)$  alrededor de los ejes del marco de referencia inercial. Sin embargo, empleando la formulación Newton-Euler, las ecuaciones que describen la posición y orientación de un VANT tipo VTOL en términos de ángulos de Euler son las siguientes:

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{V} \\ (\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi})^T \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ -g\vec{e}_3^b + \frac{1}{m}\mathcal{R}_{fb}(\phi, \theta, \psi)T\vec{e}_3^b \\ \frac{1}{2}M(\phi \ \theta \ \psi)\omega \\ J^{-1}(-\omega \times J\omega + \Gamma) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Donde  $P \in \mathbb{R}^3$  representa la posición del sistema de referencia móvil  $E^b$  al sistema de referencia inercial  $E^f$ ,  $\mathcal{R}$  representa la matriz de rotación de  $E^b$  con respecto a  $E^f$ ,  $V \in \mathbb{R}^3$  representa las velocidades lineales y  $\omega \in \mathbb{R}^3$  representa las velocidades angulares. La fuerza de sustentación del VANT está representado en  $T\vec{e}_3^b$ .

De tal manera que la ecuación 2.34 se puede dividir en dos sistemas : movimiento de rotación y traslación de un VANT tipo VTOL, es decir, se tiene las ecuaciones dinámicas

y cinemáticas del movimiento rotación y traslación como se describen en las siguientes ecuaciones:

$$\Sigma_T := \begin{cases} \dot{P} = V \\ \dot{V} = -g\bar{e}_3^b + \frac{1}{m}\mathcal{R}_{fb}(\phi, \theta, \psi)T\bar{e}_3^b \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\Sigma_R := \begin{cases} (\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi})^T = \frac{1}{2}M(\phi, \theta, \psi)\omega \\ \dot{\omega} = J^{-1}(-\omega \times J\omega + \Gamma) \end{cases} \quad (2.36)$$

De está forma la ecuación 2.34 se pueden describir en términos de cuaterniones:

$$\Sigma_T := \begin{cases} \dot{P} = V \\ \dot{V} = -g\bar{e}_3^b + \frac{1}{m}\mathcal{R}_{fb}(q)T\bar{e}_3^b \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\Sigma_R := \begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}\Xi(q)\omega \\ \dot{\omega} = J^{-1}(-\omega \times J\omega + \Gamma_{1,2,3}) \end{cases} \quad (2.38)$$

Finalmente, la relaciones que se tienen en los bloques de traslación, rotación y sus variables se pueden visualizar en la figura 2.8:

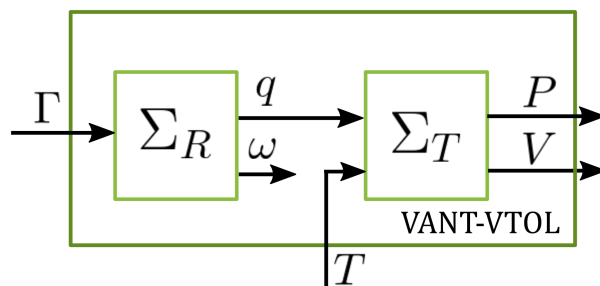


Figura 2.8. Diagrama de bloques del modelo matemático de un VANT tipo VTOL.

## 2.6. Modelado matemático de un VANT tipo VTOL con carga.

Una vez entendido los fundamentos teóricos de un VANT sin carga, es necesario enfocarse en obtener el modelado matemático de una VANT tipo VTOL con carga, dado que este sistema se somete al movimiento oscilatorio de la carga, esta se puede considerar como una perturbación externa del sistema (véase figura 2.9).

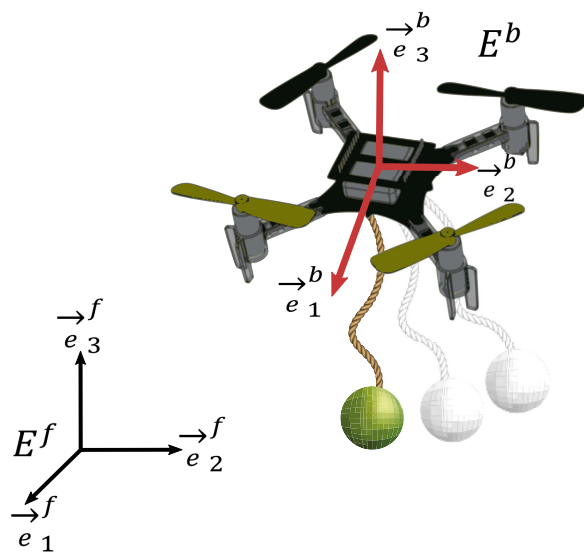


Figura 2.9. Movimiento oscilatorio de la carga.

Para esto es necesario considerar esta perturbación en las ecuaciones del movimiento rotacional con la intención de diseñar un control de orientación que rechace dicha perturbación. Dado que la perturbación externa afecta directamente al movimiento rotacional, utilizando la ecuación 2.38 podemos agregar la perturbación denotada por  $\Gamma_d$ , de esta manera el modelado matemático queda descrito de la siguiente forma:

$$\Sigma_R : \begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}\Xi(q)\omega \\ \dot{\omega} = -J^{-1}([\omega^\times]J\omega) + J^{-1}\Gamma + \underbrace{J^{-1}\Gamma_d}_d \end{cases} \quad (2.39)$$

Debido que la perturbación afecta directamente al movimiento rotacional, las ecuaciones de traslación en 2.37 son utilizadas. Por lo tanto, teniendo un control de orientación que estabilice al VANT, la posición del VANT será fácil de controlar.

En el capítulo 1 se explicó de forma general el funcionamiento de un VANT tipo VTOL. En este apartado se explicará los torques y fuerzas generadas (véase figura 1.13).

Recuerde que la fuerza de sustentación de un VANT es producido por sus cuatro motores  $M_i$  (para  $i=1,\dots,4$ ). Esta fuerza de sustentación de cada motor está relacionada

con la magnitud de la velocidad rotacional de la hélice, dado que los motores giran a altas velocidades la fuerza de sustentación se puede expresar de la siguiente forma:

$$f_i = b \omega_i^2 \quad (2.40)$$

Donde  $b$  es una constante aerodinámica llamada constante proporcional de fuerza–empuje.

Por lo tanto, la rotación de los cuatro motores genera una fuerza vertical llamada  $T$  (Thrust) y es la fuerza resultante de la suma de las fuerzas  $f_i$  producidas por cada motor expresada con la siguiente ecuación:

$$T = b \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \quad (2.41)$$

Los movimientos de cabeceo, alabeo y guiñada son originados por el torque de control  $\Gamma \in \mathbb{R}^3$  representado en 2.39.

- Torque  $\Gamma_1$

El movimiento de alabeo está descrito como la diferente de fuerza entre  $f_2 - f_4$ , donde  $l$  representa la distancia entre los motores y el centro de masa del cuadri–rotor, considerando lo anterior se tiene la ecuación :

$$\Gamma_1 = l(f_2 - f_4) \quad (2.42)$$

- Torque  $\Gamma_2$

Similarmente que  $\Gamma_1$  pasa con el torque de control  $\Gamma_2$  que describe el movimiento de cabeceo producido por la diferencia de fuerza entre  $f_3 - f_1$ .

$$\Gamma_2 = l(f_3 - f_1) \quad (2.43)$$

- Torque  $\Gamma_3$

El movimiento de guiñada es producido por la suma de los torques de acción del los motores, donde los signos expresan la dirección en que rota cada uno de los motores como se muestra en la figura 1.13.

$$\Gamma_3 = -\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 + \tau_4 \quad (2.44)$$

Donde  $\tau_i$  está dada por:

$$\tau_i = k\omega_i^2 \quad (2.45)$$

Por lo tanto,  $\Gamma_3$  queda expresada de la siguiente manera:

$$\Gamma_3 = k(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (2.46)$$

Donde  $k$  representa el coeficiente proporcional de arrastre.

Finalmente, las ecuaciones (2.42), (2.43), (2.44) y (2.41) se pueden expresar de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & lb & 0 & -lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ -k & k & -k & k \\ b & b & b & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

De esta forma, estos fundamentos matemáticos nos permitirán entender el modelo cinemático y dinámico del VANT con carga.

---

## Capítulo 3

# Diseño del control de orientación y posición de un VANT tipo VTOL.

Este capítulo se centra en el diseño y simulación numérica del control de orientación de un vehículo aéreo no tripulado tipo VTOL sujeto a perturbaciones exógenas. El control de orientación se realiza mediante rechazo activo de perturbaciones por lo que un observador de estado extendido estimará la perturbación externa debido al movimiento oscilante de la carga y a través de una retroalimentación de control de orientación apropiada la rechazará y así, la orientación del sistema no será afectada por la oscilación de la carga. De igual modo, se presenta el diseño y simulación numérica del control de posición para un VANT.

### 3.1. Control de orientación mediante ADRC

La contribución del control de orientación mediante ADRC se centra sobre la propuesta de un controlador de orientación acotado basado en cuaterniones tolerante a perturbaciones externas a través de un observador de estado extendido. Así, el diseño de un observador de estado extendido es presentado. La prueba de estabilidad del control-observador en lazo cerrado es presentado en el sentido de ISS (Input-to-State-Stable).

La figura 3.1 muestra el diagrama general del diseño del control de orientación donde:

- $q_d, \omega_d$  representa la orientación y velocidades angulares de referencia.
- $q, \omega$  son la orientación y velocidad del sistema.
- $\hat{\xi}$  es la estimación de la perturbación total.
- $\hat{\omega}_e$  es una estimación redundante de las velocidades angulares.

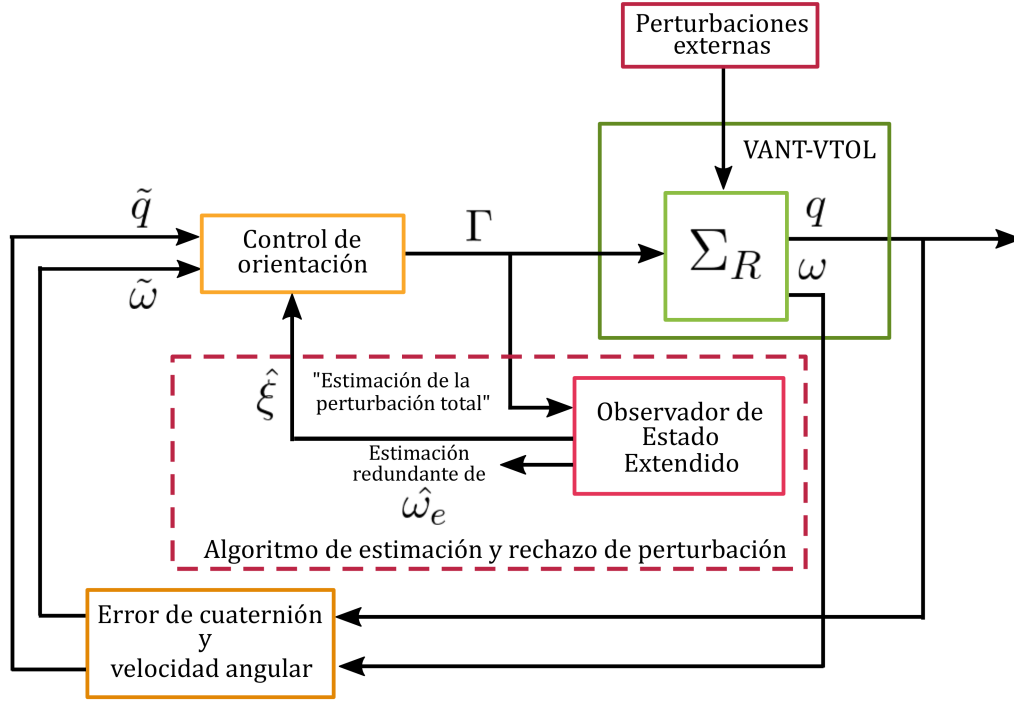


Figura 3.1. Diagrama de bloques del control de orientación mediante ADRC

### 3.1.1. Preliminares matemáticos

En el siguiente,  $\|\cdot\|$  denota la norma euclidiana para vectores y la 2-norma inducida para matrices, respectivamente. Una función escalar continua  $\gamma(r)$  definida por  $r \in [0, a[$  se dice que pertenece a la clase  $\mathcal{K}$  si es estrictamente creciente y  $\gamma(0) = 0$ , y se dice que pertenece a la clase  $\mathcal{K}_\infty$  si está definida para todo  $r \geq 0$  y  $\gamma(r) \rightarrow \infty$  como  $r \rightarrow \infty$ . Una función escalar continua  $\beta(r, s)$  definida por  $r \in [0, a[$ ,  $s \in [0, \infty[$  se dice que pertenece a la clase  $\mathcal{KL}$  si para cada fijo  $s$  pertenece a la clase  $\mathcal{K}$  y para cada fijo  $r$  es decreciente en  $s$  y  $\beta(r, s) \rightarrow 0$  como  $s \rightarrow \infty$ . Un sistema dinámico con  $x$  y entrada  $w$  es llamada Estabilidad entrada-estado (ISS) si existe una clase  $\mathcal{KL}$  función  $\beta$  y una clase  $\mathcal{K}$  función  $\gamma$  tal que  $\|x(t)\| \leq \beta(\|x(0)\|, t) + \gamma(\|w_{[0,t]}\|_\infty)$  para todo  $t \geq 0$ . Para una señal  $w$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  denota la  $\mathcal{L}_\infty$ -norma:  $\|w_{[0,s]}\|_\infty = \sup_{0 \leq t \leq s} \|w(t)\|$ . Para sistema lineales, ISS es equivalente a estabilidad asintótica de sistemas no forzados.

**Definición 1.** Una función suave  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  es llamada una función ISS-Lyapunov para el sistema  $\dot{x} = f(x, u)$  si existe  $\mathcal{K}_\infty$ -funciones  $(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $\mathcal{K}$ -funciones  $\alpha_3$  y  $\chi$ , tal que

$$\alpha_1(|\xi|) \leq V(\xi) \leq \alpha_2(|\xi|) \quad (3.1)$$

para cualquier  $x(0) = \xi \in \mathbb{R}^n$  y

$$\nabla V(\xi) \cdot f(\xi, \mu) \leq -\alpha_3(|\xi|) \quad (3.2)$$

para cualquier  $\xi \in \mathbb{R}^n$  y cualquier  $\mu \in \mathbb{R}^m$  así que  $|\xi| \geq \chi(|\mu|)$ .

**Teorema 2.** *Las siguientes propiedades son equivalentes para cualquier sistema:*

1. Es ISS.
2. Admite una función de ISS-Lyapunov.
3. Es robustamente estable [27].

### 3.1.2. Planteamiento del problema

El propósito principal de este apartado es diseñar estrategias de control y estimación que puedan asegurar la estabilización de un VANT-VTOL.

$$P(t) \rightarrow P_d \in \mathbb{R}^3, \quad q(t) \rightarrow q_d(t) \in \mathbb{S}^3, \quad \omega \rightarrow \omega_d(t) \in \mathbb{R}^3 \quad (3.3)$$

Considere las variables de error  $\tilde{P} = P_d - P$ ,  $\dot{\tilde{P}} = -\dot{P}$ ,  $\tilde{P} = -\dot{P}$ ,  $\omega_e = \omega - \omega_r$  con  $\omega_r = \mathcal{R}^T(\tilde{q})\omega_d$ . Como resultado, la dinámica de error del sistema esta dado por

$$\ddot{\tilde{P}} = g\vec{e}_3^b - \frac{1}{m}\mathcal{R}T\vec{e}_3^b - F_d \quad (3.4)$$

$$\Sigma_{Re} : \begin{cases} \dot{\tilde{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\tilde{q}_v^T \\ I_3\tilde{q}_0 + [\tilde{q}_v^\times] \end{pmatrix} \omega_e \\ J\dot{\omega}_e = -[(\omega_e + \omega_r)^\times]J(\omega_e + \omega_r) + [\omega_e^\times]\omega_r - \mathcal{R}^T(\tilde{q})\dot{\omega}_d \\ + \Gamma + \Gamma_d + \Gamma_g + \mathcal{R}_c T \vec{e}_3^b \end{cases} \quad (3.5)$$

Debido a la naturaleza en cascada de la dinámica del VANT-VTOL (véase figura 2.8) y la dinámica de error, se propone una solución en la cual consiste en una estructura de control jerárquica, teniendo la dinámica de orientación y posición en lazo cerrado jugando el papel de un lazo interno y del lazo externo, respectivamente. Como consecuencia, un control de rechazo activo de perturbaciones (ADRC) para el seguimiento de una orientación deseada a pesar las perturbaciones externas es diseñado. Además, el control de retroalimentación propuestos toma en cuenta las limitaciones físicas y el comportamiento de la estructura del cuerpo. Esto está asegurado por una saturación en el torque de control y en la fuerza de empuje para evitar daños no deseado y maximizar la efectividad de los actuadores del sistema. Esto se puede formular como:

$$\Gamma_j \in [-\bar{\Gamma}_j, \bar{\Gamma}_j], \quad j \in \{1, 2, 3\} \text{ y } T \in [0, T_{max}],$$

Donde  $\bar{\Gamma}_j$  y  $T_{max}$  representa los componentes de control de torque acotados y fuerza de empuje, respectivamente.

### 3.1.3. Diseño de ADRC para seguimiento de orientación

En esta sección el seguimiento de trayectoria de orientación para un VANT-VTOL es abordado. Considere primero la ecuación de error de dinámica de orientación

$$\dot{\omega}_e = J^{-1} [\Gamma + \xi(\dot{P}, \ddot{P}, R, \omega, \dot{\omega}, d(t))] \quad (3.6)$$

Donde

$$\begin{aligned} \xi(\dot{P}, \ddot{P}, R, \omega, \dot{\omega}, d(t)) = & -[(\omega_e + \omega_r)^\times]J(\omega_e + \omega_r) + [\omega_e^\times]\omega_r - R^T(\tilde{q})\dot{\omega}_d \\ & + \Gamma_d + \Gamma_g + R_c T \vec{e}_3^b \end{aligned} \quad (3.7)$$

Esto es,  $\xi(\cdot)$  está constituida por la suma de perturbaciones endógenas y exógenas. Por lo tanto, una estrategia de control basada en la técnica de control de rechazo activo de perturbaciones es propuesta. La función,  $\xi(\dot{P}, \ddot{P}, R, \omega, \dot{\omega}, d(t))$ , está estimado a través de un Observador de Estado Extendido (ESO), el cual está basado en la dinámica del sistema(3.6).

Para este propósito, se asume lo siguiente:

- $\omega$  y  $q$  son medidos, tal que  $\omega_e$  está siempre disponible;
- La matriz de inercia es diagonal, es decir,  $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$  con  $J_1 = J_2 < J_3$  y su valor nominal es desconocido.
- La función de perturbación  $\xi(\dot{P}, \ddot{P}, R, \omega, \dot{\omega}, d(t))$  es una perturbación acotada uniformemente acotada, es decir,  $\sup_t \|\xi(\cdot)\| = \|\xi(\dot{P}, \ddot{P}, R, \omega, \dot{\omega}, d(t))\|_\infty \leq K_0$ .
- La estimación del error de la velocidad angular, la estimación de la perturbación y su derivada de tiempo son denotadas por  $\hat{\omega}_e$ ,  $\eta_1$  y  $\eta_2$ , respectivamente.

### 3.1.4. Diseño del Observador de Estado Extendido para la estimación de perturbaciones.

Considere  $e = \omega_e - \hat{\omega}_e$  es la estimación de error, a través de la ecuación (3.6), se propone el siguiente observador de estado extendido:

$$\Sigma_{ESO} := \begin{cases} \dot{\hat{\omega}}_e = J^{-1}\Gamma + \eta_1 + L_2e \\ \dot{\eta}_1 = \eta_2 + L_1e \\ \dot{\eta}_2 = L_0e \end{cases} \quad (3.8)$$

Donde  $\hat{\omega}_e$ ,  $\eta_1 = J^{-1}\hat{\xi}$  y  $\eta_2$  son la estimación de error de la velocidad angular, la estimación de la perturbación y su derivada, respectivamente, y  $\Gamma$  es la entrada de control.

El conjunto de matrices  $L_2 = \text{diag}(l_2, l_2, l_2)$ ,  $L_1 = \text{diag}(l_1, l_1, l_1)$ ,  $L_0 = \text{diag}(l_0, l_0, l_0)$  son seleccionados con la ayuda de un polinomio de tercer grado Hurwitz en lazo cerrado. Posteriormente, el resultado es obtenido de la siguiente manera.

**Proposición 3.** *Considere el observador de estado extendido 3.8 y el error dinámico de la velocidad angular 3.6. Posteriormente, el comportamiento del error de estimación y su derivada de tiempo satisface la propiedad ISO (Input to Out Stability), es decir, las soluciones de la dinámica de error converge a una esfera centrada en el origen del error de estimación con radio*

$$\rho = \frac{\alpha K_0}{J_1 \lambda_1} \quad (3.9)$$

con  $\alpha$  y  $\lambda_1$  son parámetros que dependen de la selección del conjunto de coeficientes  $\{l_2, l_1, l_0\}$ . Además, el error dinámico exhibe estabilidad asintótica para  $e = 0$  para  $\xi = 0$ .

*Demostración.* Considere la estimación del error  $e = \omega_e - \hat{\omega}_e$  y sus sucesivas derivadas junto con la dinámica del observador en ecuación (3.8). Posteriormente, la estimación del error  $e$  satisface la siguiente ecuación diferencial lineal.

$$e^{(3)} + L_2 \ddot{e} + L_1 \dot{e} + L_0 e = J^{-1} \ddot{\xi} \quad (3.10)$$

La realización de espacio de estados de la ecuación (3.10) es la siguiente

$$\Sigma_{EO} := \begin{cases} \dot{x} = Ax + B\xi \\ e = Cx \end{cases} \quad (3.11)$$

Donde

$$A = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -L_0 & -L_1 & -L_2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ J^{-1} \end{pmatrix} \quad C = (0_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}) \quad (3.12)$$

La fórmula de variación de parámetros da la siguiente solución

$$\begin{aligned} x(t) &= \exp(At) x(0) + \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B \xi d\tau \\ e(t) &= C \exp(At) x(0) + C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B \xi d\tau \end{aligned} \quad (3.13)$$

Si el conjunto de coeficientes  $\{l_2, l_1, l_0\}$  son seleccionados de tal forma que la matriz  $A$  es

Hurwitz, la siguiente desigualdad es obtenida:

$$\begin{aligned} \|e(t)\| &\leq \|\exp(At)e(0)\| + \int_0^t \|\exp(A(t-\tau))B\xi d\tau\| \\ &\leq \underbrace{\|\exp(At)\| \|e(0)\|}_{\beta(\|x(0)\|,t) \in \mathcal{KL}} + \underbrace{\|\xi\| \|B\| \int_0^t \|\exp(A(t-\tau))\| d\tau}_{\gamma(\|\xi\|_\infty) \in \mathcal{K}_\infty} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ya que existen  $\beta \in \mathcal{KL}$  y  $\gamma \in \mathcal{K}_\infty$  la dinámica de error es ISO, es decir, las soluciones para la dinámica de error están limitadas por  $\gamma(\|\xi\|_\infty)$  y el sistema exhibe estabilidad asintótica para  $e(t) = 0$  for  $\xi = 0$ . Sin embargo, si el conjunto de coeficientes  $\{l_3, l_2, l_1, l_0\}$  son seleccionados tal que la matriz  $A$  es Hurwitz, con valores propios reales en orden creciente  $\lambda_1(A) < \lambda_2(A) < \lambda_3(A) < \lambda_4(A)$ , se sabe que,  $\|\exp(At)\| \leq \alpha \exp(-\lambda_1 t)$  con  $\alpha = \|T\| \|T^{-1}\|$  donde  $T$  es una matriz tal que  $T^{-1}AT$  es diagonal. Usando este hecho en (3.14), se obtiene

$$\begin{aligned} \|e(t)\| &\leq \alpha \exp(-\lambda_1 t) \|x(0)\| + \frac{\alpha K_0}{J_1} \int_0^t \exp(-\lambda_1(t-\tau)) d\tau \\ &\leq \alpha \exp(-\lambda_1 t) \|x(0)\| + \frac{\alpha K_0}{J_1 \lambda_1} (1 - \exp(-\lambda_1 t)) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Por lo tanto,  $\|e(t)\|$  converge exponencialmente a una esfera con un radio  $\rho = \frac{\alpha K_0}{J_1 \lambda_1}$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . ■

□

### 3.1.5. Control de orientación acotado mediante rechazo activo de perturbaciones

En esta sección, una ley de control que estabiliza al sistema descrito en ecuación (3.5) es propuesto. El objetivo es diseñar un control de torque que sea acotado.

**Definición 2.** Dada una constante positiva  $M$ , una función continua y no decreciente  $\sigma_M : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , la cual está definida por

$$\begin{aligned} (1) \sigma_M &= s \text{ Si } |s| < M; \\ (2) \sigma_M &= \text{sign}(s)M \text{ para otros casos;} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Note que el vector de perturbación  $\xi$  y sus componentes son siempre acotados, es decir,  $\sup_t |\xi_{d_i}(\cdot)| \leq K_0$ . Por lo tanto, se tiene el siguiente resultado.

**Proposición 4.** Considere la dinámica rotacional del cuerpo rígido descrito en ecuación

(3.5) con las siguientes entradas de control acotadas  $\Gamma = (\Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3)^T$  tal que

$$\Gamma_i = -\sigma_{M_{i2}} \left( \hat{\xi}_i + \sigma_{M_{i1}} (\bar{\lambda}_i [\omega_{ei} + \rho_i \tilde{q}_i]) \right) \quad (3.17)$$

con  $i \in \{1, 2, 3\}$  y donde  $\sigma_{M_{i1}}$  y  $\sigma_{M_{i2}}$  son funciones de saturación. Asuma que  $K_0 < M_{i2} - M_{i1}$  y  $M_{1i} \geq 3\bar{\lambda}_i \rho_i$ .  $\bar{\lambda}_i$  y  $\rho_i$  son parámetros positivos.  $\hat{\xi} = J\eta_1$  con  $\eta_1$  la estimación de perturbaciones desconocidas  $J^{-1}\xi$ . Por lo tanto, las entradas en ecuación (3.16) estabiliza robustamente el cuerpo rígido al origen  $(1 \ 0^T \ 0^T)^T$  (i.e.  $q_0 = 1, q_v = 0$  y  $\omega = 0$ ) con un dominio de atracción igual a  $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}^3 \setminus (-1 \ 0^T \ 0^T)^T$ .

*Demostración.* Considere la función candidata de Lyapunov  $V : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , es cual es definida positiva para  $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}^3 \setminus (1 \ 0^T \ 0^T)^T$ .

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \omega_e^T J \omega_e + \kappa ((1 - \tilde{q}_0)^2 + \tilde{q}_v^T \tilde{q}_v) \\ &= \frac{1}{2} \omega_e^T J \omega_e + 2\kappa(1 - \tilde{q}_0) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde  $J$  está definida como la matriz de inercia, y  $\kappa > 0$  debe ser determinado. La derivada de (3.18) después de utilizar (3.5) está dado por

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \omega_e^T J \dot{\omega}_e - 2\kappa \dot{\tilde{q}}_0 \\ &= \omega^T (\Gamma + \xi) + \kappa \tilde{q}_v^T \omega_e \\ &= \underbrace{\omega_1 (\Gamma_1 + \xi_1) + \kappa \tilde{q}_1 \omega_{e1}}_{\dot{V}_1} + \underbrace{\omega_2 (\Gamma_2 + \xi_2) + \kappa \tilde{q}_2 \omega_{e2}}_{\dot{V}_2} + \underbrace{\omega_3 (\Gamma_3 + \xi_{d3}) + \kappa \tilde{q}_3 \omega_{e3}}_{\dot{V}_3} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$\dot{V}$  es la suma de los tres términos  $(\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{V}_3)$ . Primero  $\dot{V}_1$  es analizado. De  $\Gamma_1$  en (3.17) y la ecuación (3.19), se obtiene lo siguiente:

$$\dot{V}_1 = \omega_{e1} \left( -\sigma_{M_{i2}} \left( \hat{\xi}_1 + \sigma_{M_{i1}} (\bar{\lambda}_1 [\omega_{e1} + \rho_1 \tilde{q}_1]) \right) + \xi_1 \right) + \tilde{q}_1 \omega_{e1} \quad (3.20)$$

Si se elije  $K_0 < M_{12} - M_{11}$ ,  $\sigma_{M_{12}}$  está siempre operando en su región lineal y por lo tanto  $\dot{V}_1$  se describe como

$$\dot{V}_1 = -\omega_{e1} \sigma_{M_{i1}} (\bar{\lambda}_1 [\omega_{e1} + \rho_1 \tilde{q}_1]) + \kappa \tilde{q}_1 \omega_{e1} + \omega_{e1} \underbrace{(\xi_1 - \hat{\xi}_1)}_{\Delta_1} \quad (3.21)$$

Asumiendo que  $|\omega_{e1}| > 2\rho_1$ , que es  $\omega_{e1} \in ]2\rho_1, +\infty[$ . Ya que  $|\tilde{q}_1| \leq 1$ , sigue que  $|\omega_{e1} + \rho_1 \tilde{q}_1| \geq \rho_1 + \epsilon$  para cualquier  $\epsilon > 0$  suficientemente pequeño. Sin embargo,  $\omega_{e1} + \rho_1 \tilde{q}_1$  tiene el mismo signo como  $\omega_{e1}$ . De la proposición 3, el error  $\Delta_1$  es acotado, este limite está denotado por  $\bar{r}$ . De la ecuación (3.21) y la norma de condición sobre el cuaternión,

$\dot{V}_1$  toma la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -\omega_{e_1} \sigma_{M_{11}}(\bar{\lambda}_1[\omega_{e_1} + \rho_1 \tilde{q}_1]) + \kappa \tilde{q}_1 \omega_{e_1} + \omega_{e_1} \Delta_1 \\ &\leq -|\omega_{e_1}| \sigma_{M_{11}}(\bar{\lambda}_1(\rho_1 + \epsilon)) + \kappa |\omega_{e_1}| + \bar{r} |\omega_{e_1}|\end{aligned}\quad (3.22)$$

Tomando

$$\kappa + \bar{r} < \text{mín}(M_{11}, \bar{\lambda}_1 \rho_1 + \epsilon) \quad (3.23)$$

Uno puede asegurar la disminución de  $V_1$ , i.e.  $\dot{V}_1 < 0$ . Por lo tanto,  $\omega_{e_1}$  entra  $\Phi_1 = \{\omega_{e_1} : |\omega_{e_1}| \leq 2\rho_1\}$  en tiempo finito  $t_1$  y permanece en ella a partir de entonces. En este caso,  $(\omega_{e_1} + \rho_1 \tilde{q}_1) \in [-3\rho_1, 3\rho_1]$ .

Considere  $M_{11}$  verificar la siguiente desigualdad  $M_{11} \geq 3\bar{\lambda}_1 \rho_1$ , por lo tanto la ecuación (3.23) se convierte en:

$$\kappa + \bar{r} < \bar{\lambda}_1 \rho_1 + \epsilon \quad (3.24)$$

Para  $t_2 > t_1$ , el argumento de  $\sigma_{M_{11}}$  es acotado como a continuación

$$|\bar{\lambda}_1(\omega_{e_1} + \rho_1 \tilde{q}_1)| \leq 3\bar{\lambda}_1 \rho_1 \leq M_{11} \quad (3.25)$$

Por lo tanto,  $\sigma_{M_1}$  opera en su región lineal

$$\Gamma_1 = -\bar{\lambda}_1[\omega_{e_1} + \rho_1 \tilde{q}_1] \quad (3.26)$$

Como resultado, (3.22) se convierte en

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -\bar{\lambda}_1 \omega_{e_1}^2 - \bar{\lambda}_1 \rho_1 \omega_{e_1} \tilde{q}_1 + \kappa \omega_{e_1} \tilde{q}_1 + \Delta_1 \omega_{e_1} \\ &= -\bar{\lambda}_1 \omega_{e_1}^2 - \underbrace{(\bar{\lambda}_1 \rho_1 - \kappa)}_{k_1} \omega_{e_1} \tilde{q}_1 + \Delta_1 \omega_{e_1}\end{aligned}\quad (3.27)$$

Elijiendo  $\kappa$  tal que  $k_1 > 0$  el cual satisface la desigualdad (3.24) y usando las siguientes desigualdades de Young con  $n_1, m_1 > 0$

$$\begin{aligned}\omega_{e_1} \tilde{q}_1 &\leq n_1 \omega_{e_1}^2 + \frac{\tilde{q}_1^2}{4n_1} \\ \omega_{e_1} \Delta_1 &\leq m_1 \omega_{e_1}^2 + \frac{\Delta_1^2}{4m_1}\end{aligned}\quad (3.28)$$

Se obtiene

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq -\bar{\lambda}_1 \omega_{e1}^2 - k_1 \left( n_1 \omega_{e1}^2 + \frac{\tilde{q}_1^2}{4n_1} \right) + m_1 \omega_{e1}^2 + \frac{\Delta_1^2}{4m_1} \\ &= -\underbrace{(\bar{\lambda}_1 + k_1 n_1 - m_1)}_{K_1} \omega_{e1}^2 - k_1 \tilde{q}_1^2 + \frac{\Delta_1^2}{4m_1}\end{aligned}\quad (3.29)$$

Los parámetros  $\lambda_1, m_1, n_1$  pueden ser elegidos del tal forma que  $K_1 > 0$ . El mismo argumento es aplicado a  $\dot{V}_2$  y  $\dot{V}_3$ , (3.19) cambia a

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\ &\leq -\omega_e^T K_\omega \omega_e - \tilde{q}_v^T K_q \tilde{q}_v + \frac{1}{4} \Delta^T M \Delta\end{aligned}\quad (3.30)$$

con  $K_{\nu_2} = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$ ,  $K_q = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$ ,  $M = \text{diag}(\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \frac{1}{m_3})$  y  $\Delta = \xi - \hat{\xi} = (\Delta_1 \ \Delta_2 \ \Delta_3)^T$ . Definiendo el estado del error  $z = (\omega_e^T \ \tilde{q}_v^T)^T$  y  $K_T = \text{diag}(K_\omega, K_q)$ , (3.30) puede ser descrita como

$$\dot{V} \leq -\underbrace{z^T K_T z}_{W(z)} + \frac{1}{4} \Delta^T M \Delta \quad (3.31)$$

Ya que  $W$  es apropiada y definida positiva, existe una clase  $\mathcal{K}_\infty$  función  $\bar{\gamma}$  tal que  $W(z, t) \geq \bar{\gamma}(|z|)$  y por lo tanto

$$\dot{V} \leq -\bar{\gamma}|z| + \frac{1}{4} \Delta^T M \Delta \quad (3.32)$$

Entonces, Si  $|z| \geq \bar{\gamma}^{-1}(\frac{1}{2} \Delta^T M \Delta)$ , por lo tanto

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{\gamma}(|z|) \quad (3.33)$$

De este modo, por la definición 1 y el teorema 2, el sistema en ecuación (3.5) con la ley de control (3.17) es ISS con respecto a  $\Delta$ , es decir, es robustamente estable debido a que el sistema es capaz de mantener su comportamiento a pesar de perturbaciones externas.

■

□

### 3.1.6. Resultados de simulación

En esta sección, se utiliza la herramienta MatLab/ Simulink para presentar los resultados de simulación con la finalidad de ilustrar la efectividad del esquema de control propuesto.

Una comparación es realizada para mostrar el beneficio del control de seguimiento de orientación basado en ADR (Rechazo Activo de Perturbaciones) con respecto al control de seguimiento de orientación descrito en (3.34). El cual es un control convencional que no toma en cuenta el máximo torque que puede ser aplicado y tampoco incorpora un rechazo de perturbación.

$$\Gamma_c = [(\omega_e + \omega_r)^\times]J(\omega_e + \omega_r) - [\omega_e^\times]\omega_r + R^T(\tilde{q})\dot{\omega}_d - \bar{\lambda}(\omega_e + \rho\tilde{q}_v) \quad (3.34)$$

con  $\omega_e = \omega - \omega_r$  y  $\omega_r = R^T(\tilde{q})\omega_d$ . Además,  $\bar{\lambda} = \text{diag}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3)$  y  $\rho = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$  con  $\lambda_i, \rho_i \in \mathbb{R}_+$ . Note que (3.34) está compuesto de una compensación y una retroalimentación proporcional y derivativa. La matriz de inercia es tomada como  $J = \text{diag}(1,09, 1,10, 2,11) \times 10^{-5} \text{ kg } m^2$  utilizando los parámetros físicos de la tabla 3.1 Crazyflie 2.0 [28]. El torque máximo que puede ser generado por el sistema de propulsión es  $\bar{\Gamma} = (9,6 \ 9,6 \ 4,9)^T \times 10^{-3} Nm$ .

Parámetro	Descripción	Valor
m	Masa del cuadrirotor	0,027Kg
l	Longitud del motor al centro de gravedad	0,039m
$J_{xx}$	Principal momento de inercia alrededor del eje x	$1,0947 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
$J_{yy}$	Principal momento de inercia alrededor del eje y	$1,1019 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
$J_{zz}$	Principal momento de inercia alrededor del eje z	$2,112 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
b	Constante proporcional de fuerza-empuje	$3,1582 \times 10^{-12} \frac{N}{rpm^2}$
k	Coefficiente proporcional de arrastre	$7,9379 \times 10^{-10} \frac{N \cdot m}{rpm^2}$
rpm	Revoluciones por minuto máximo que alcanza los motores del VANT Crazyflie 2.0	25000 RPM

Tabla 3.1. Parámetros físicos del crazyflie 2.0 utilizados en simulación.

El torque de perturbación externa  $d$  utilizado en simulación es descrito como:

$$\Gamma_d = \begin{pmatrix} \Gamma_{d1} \\ \Gamma_{d2} \\ \Gamma_{d3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + \exp(-\sin(0,5t) \sin(0,3t))) \cos(0,1t) \\ -(1 + \exp(-\sin(0,5t) \sin(0,3t))) \cos(0,2t) \\ \cos(0,3t) \end{pmatrix} \times 10^{-3} Nm \quad (3.35)$$

Note que  $\sup_t \|\Gamma_d(\cdot)\| \leq 3 \times 10^{-3}$ . La velocidad angular deseada  $\omega_d$  es elegida como:

$$\omega_d = (\sin(2t) \ \sin(0,5t) \ -\sin(0,2t))^T \times 10^{-1} \text{ rad/s} \quad (3.36)$$

El cuaternión deseado es calculado por la integración de la ecuación cinemática para  $q_d(0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ , la velocidad angular inicial  $\omega(0) = (0 \ 0 \ 0)^T$  y su cuaternión inicial  $q(0) = (-0,36 \ 0,56 \ -0,39 \ -0,62)^T$ . De acuerdo a las restricciones del máximo torque

de control, la función de saturación para el control propuesto son elegidos de tal forma que  $\sigma_{M_{12}} = \sigma_{M_{22}} = 9,6 \times 10^{-3} N \cdot m$  y  $\sigma_{M_{32}} = 4,9 N \times 10^{-3} \cdot m$ . Los parametros de ganancia del observador de orden extendido (ESO) son  $L_2 = \text{diag}(791, 791, 791)$ ,  $L_1 = \text{diag}(6026, 6026, 6026)$  y  $L_0 = \text{diag}(17160, 17160, 17160)$ .

El seguimiento del componente  $q_1$  del cuaternión y el error del cuaternión  $q_e$  son mostrados en la figura 3.2. Se observa que el error de seguimiento del cuaternión del control propuesto se encuentra en el orden de  $1 \times 10^{-3}$  a diferencia del control comparado en la figura 3.3. Figura 3.4 muestra el seguimiento de la velocidad angular y el error de la velocidad angular del control propuesto. La velocidad angular del VANT puede realizar seguimiento de una velocidad angular deseada con error convergiendo al origen a diferencia del error de velocidad angular del control comparado (véase figura 3.5).

La figura 3.6 y 3.7 son los torques de control del control propuesto y comparado, respectivamente. En la figura 3.8 muestra la perturbación real y la perturbación estimada mediante el observador (ESO).

La figura 3.9 muestra el comportamiento del error cuadrático integral donde se obtiene la comparación del control propuesto y el control sin observador.

$$ISE(t) = \int_0^t (q_e^2 - 1)^2 dt \quad (3.37)$$

Donde  $q_e$  es el error de cuaternión. Así,  $ISE_2$  es el error cuadrático integral del control comparado donde se observa que el error incrementa cuando el tiempo incrementa e  $ISE_1$  representa el error cuadrático integral del control propuesto de tal forma que su error es constante para  $t > 2,5$ .

Finalmente, los resultados de simulación del seguimiento de trayectoria de la orientación pueden ser visualizadas utilizando una animación del Crazyflie 2.0 en 3D (véase figura 3.10).

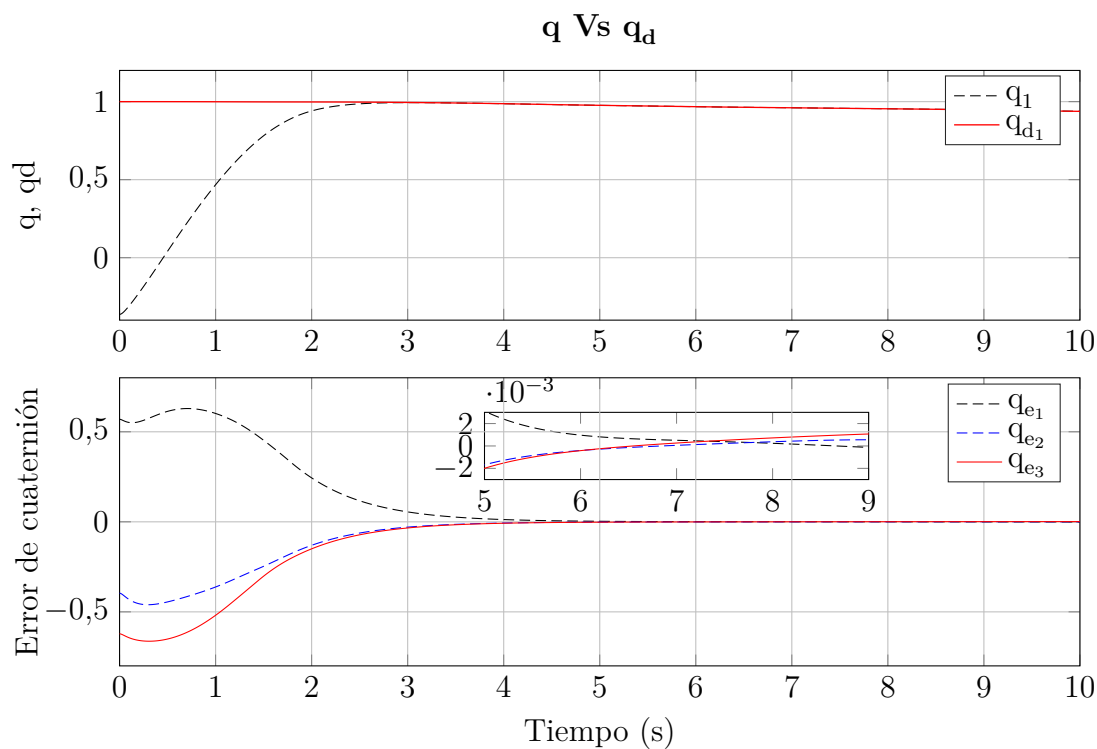


Figura 3.2. Seguimiento del cuaternión y error del cuaternión con el control propuesto.

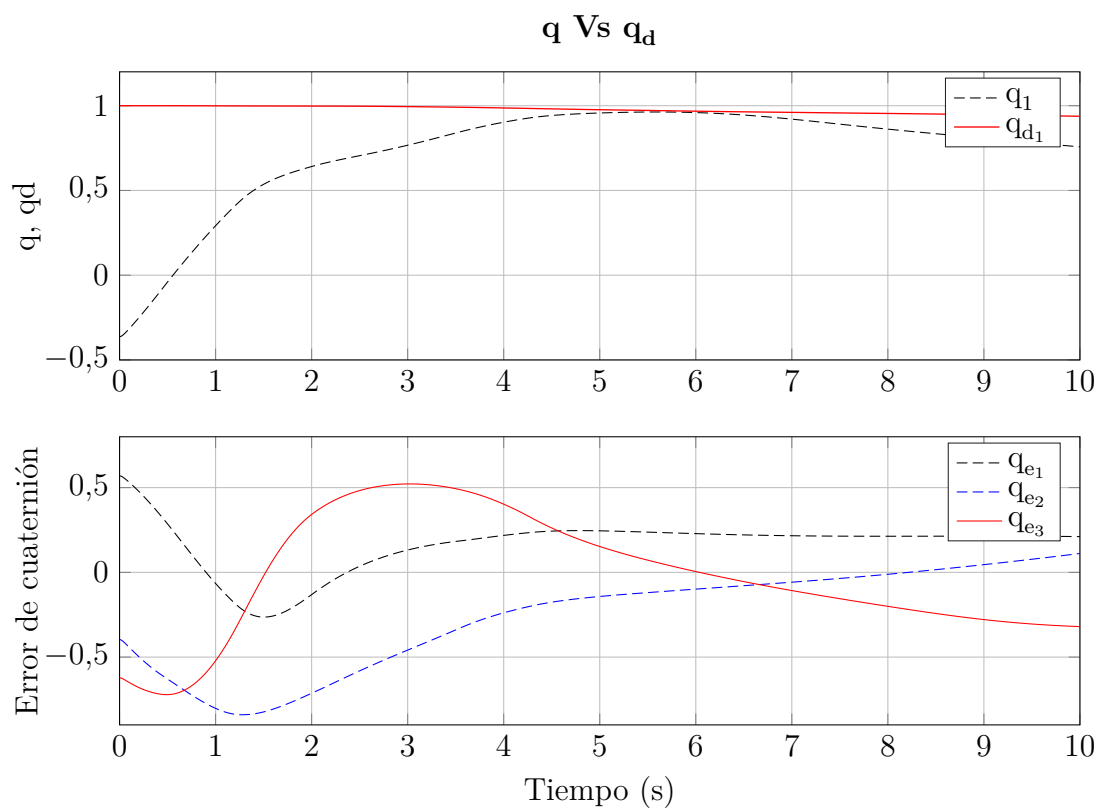


Figura 3.3. Seguimiento de cuaternión y error de cuaternión con el control en (3.34).

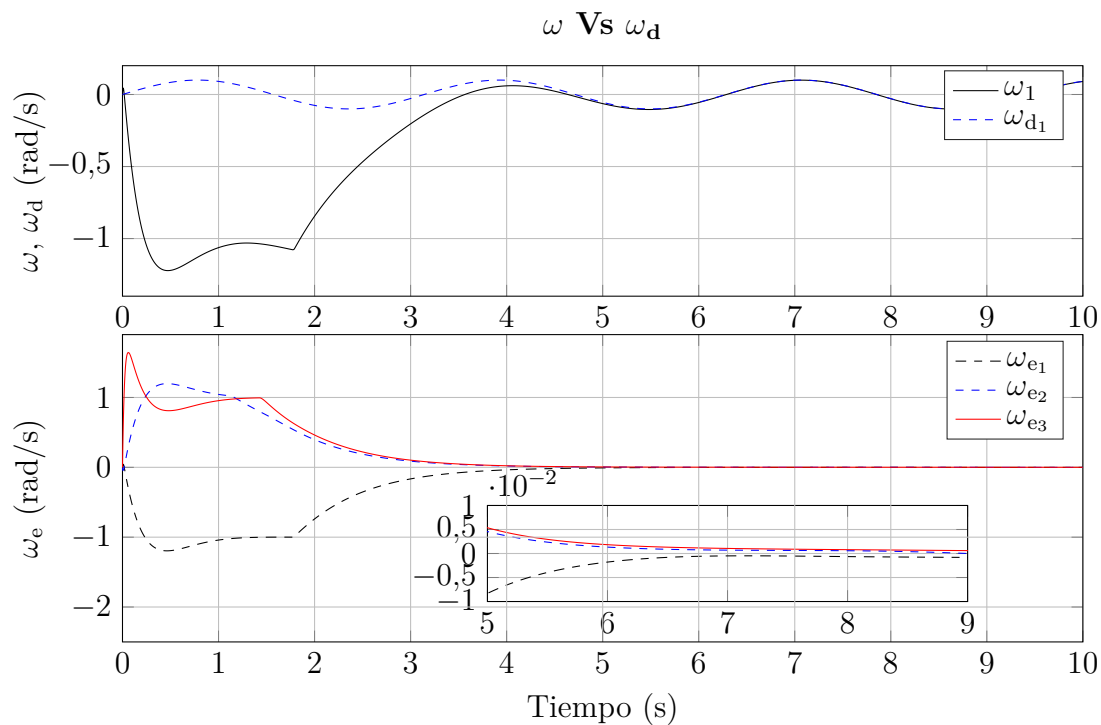


Figura 3.4. Seguimiento de la velocidad angular y error de la velocidad angular con el control propuesto.

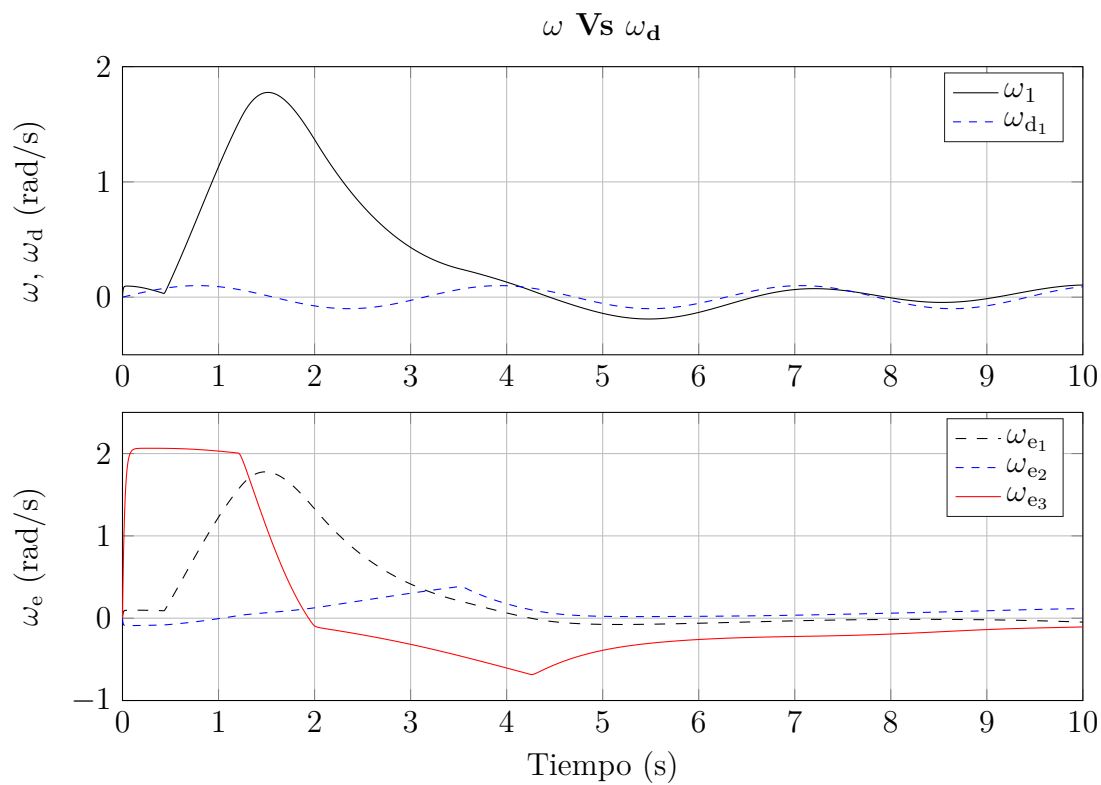


Figura 3.5. Seguimiento de la velocidad angular y error de la velocidad angular con el control en (3.34).

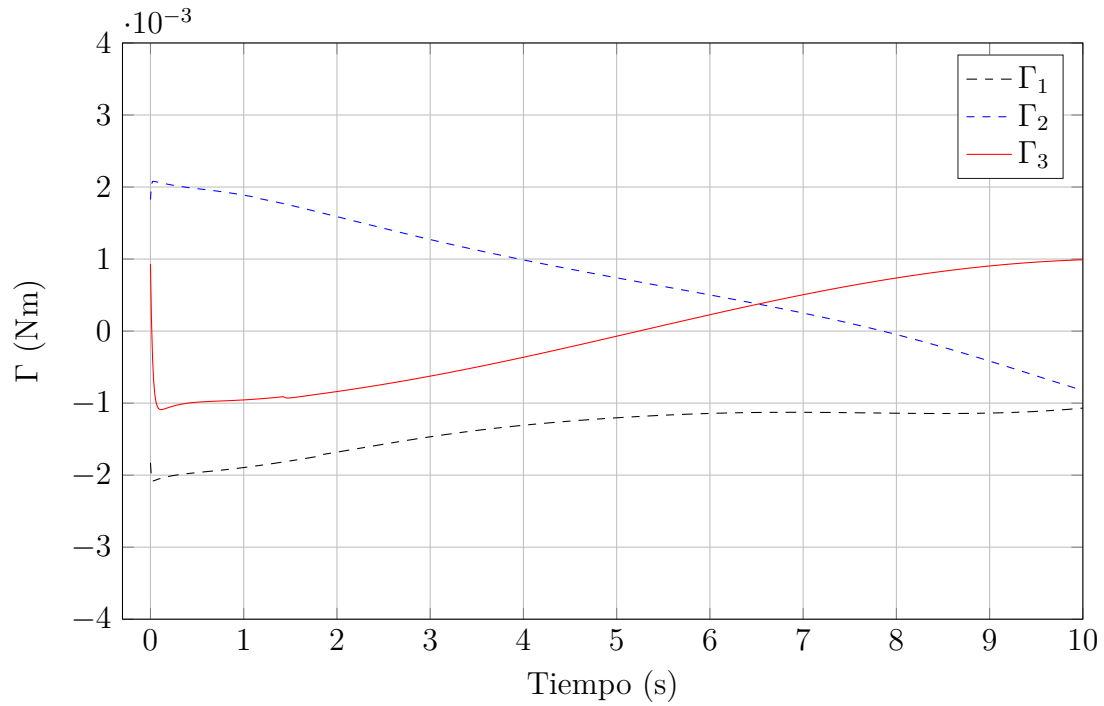


Figura 3.6. Torque de control con el control propuesto.

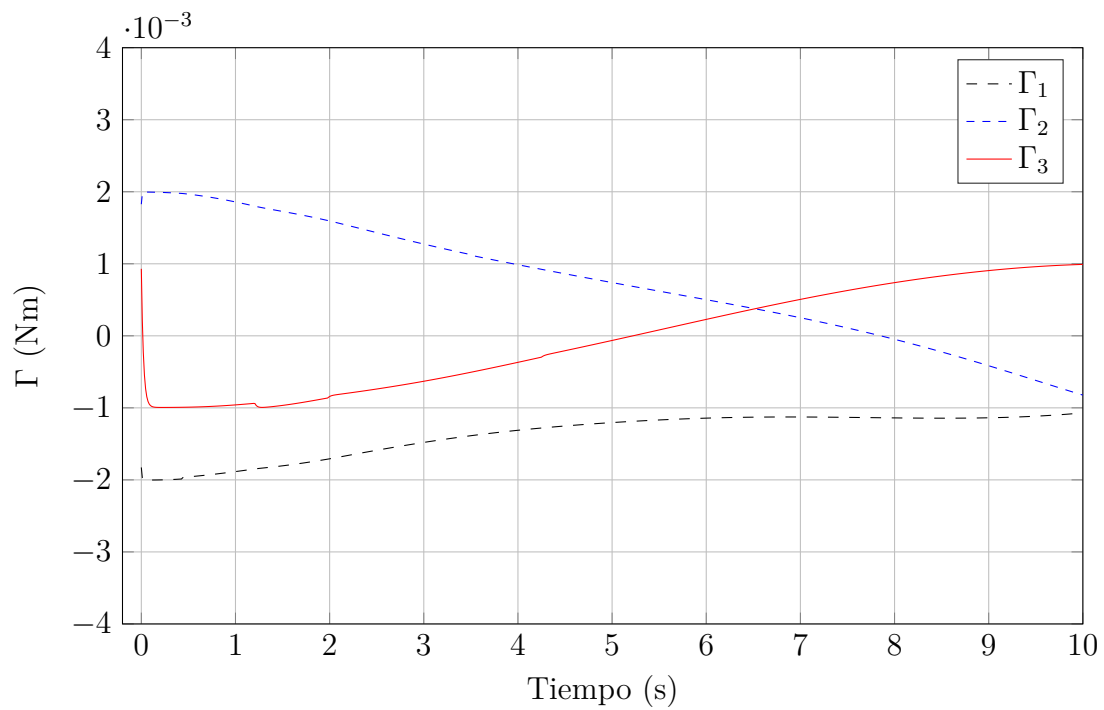


Figura 3.7. Torque de control con el control comparado.

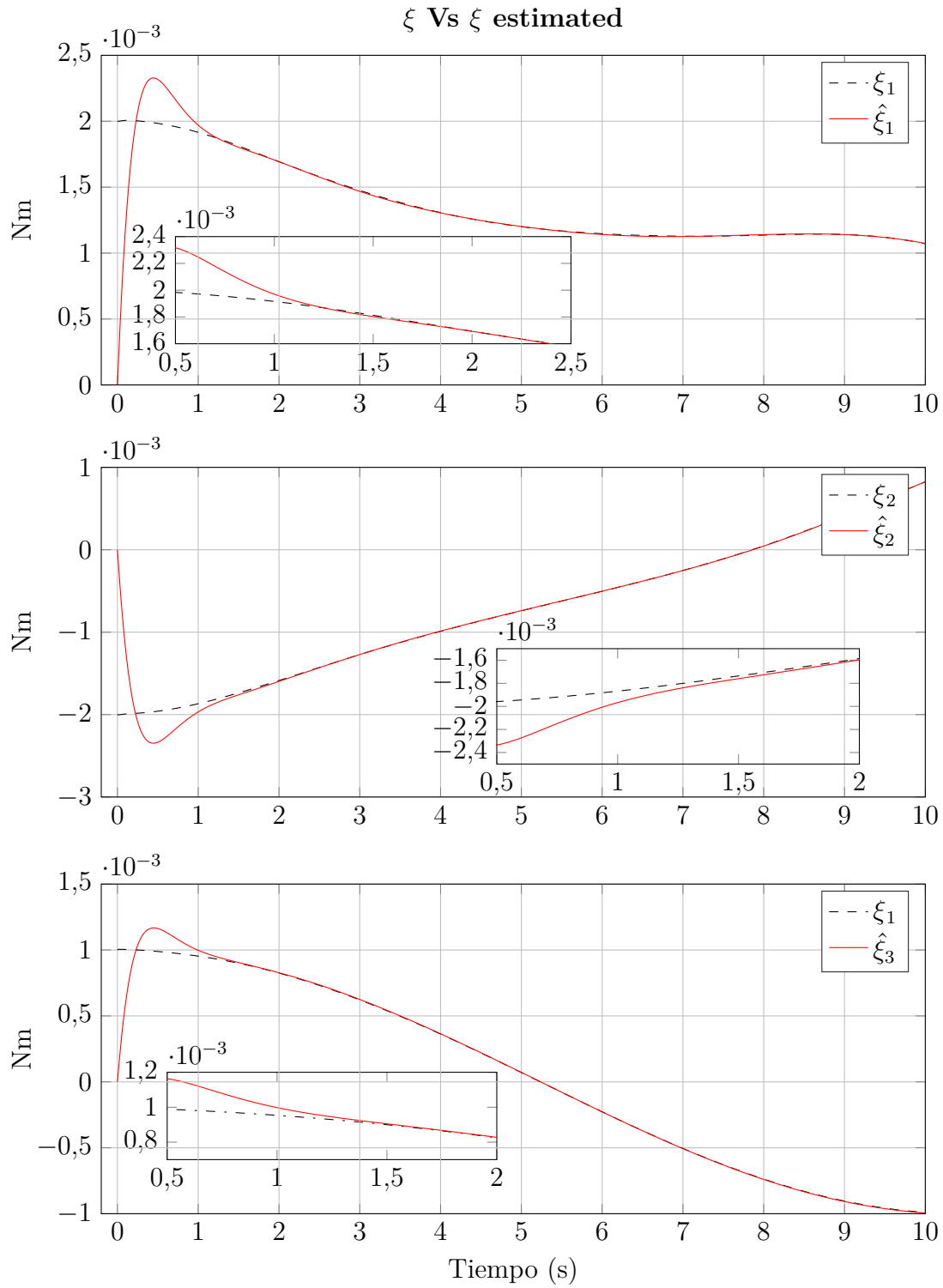


Figura 3.8. Perturbación propuesta y estimada.

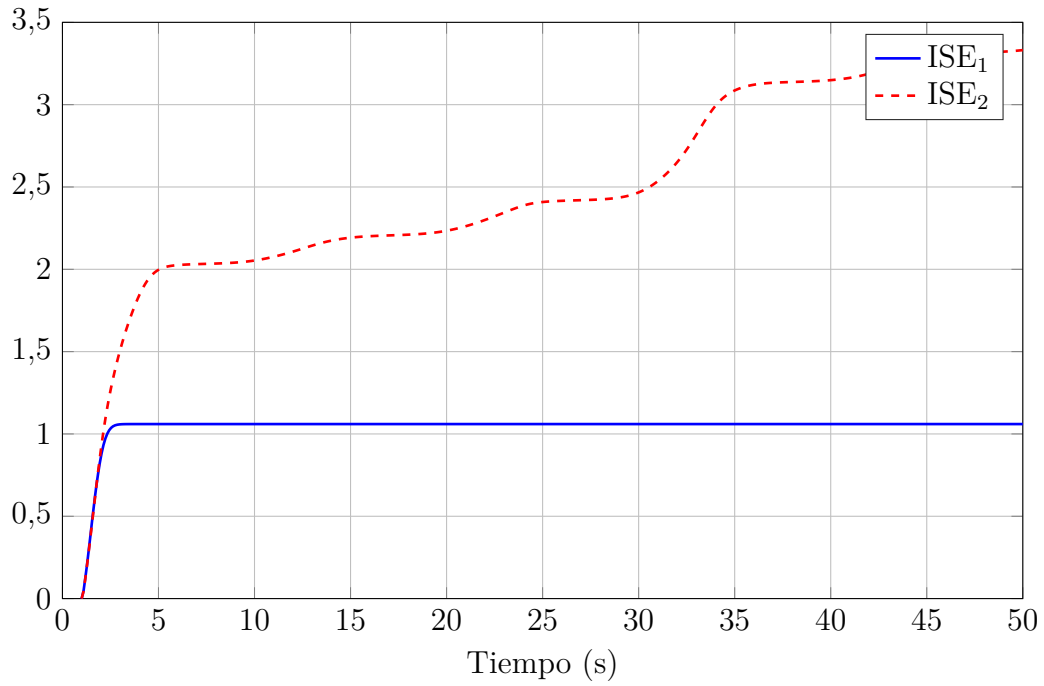


Figura 3.9. Error integral cuadrático.

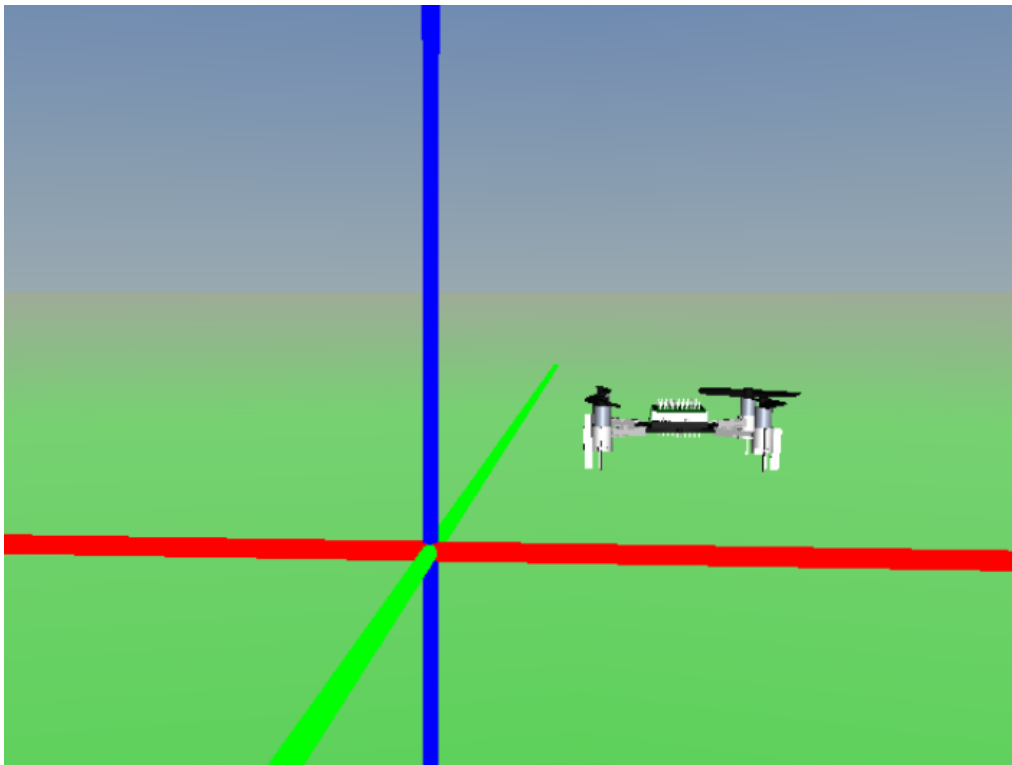


Figura 3.10. Animación de los resultados de simulación (control de orientación).

## 3.2. Control de posición

El objetivo principal de una ley de control de posición es estabilizar a una VANT en una cierta posición en el espacio.

$$P(t) \rightarrow P^d \in \mathbb{R}^3 \quad (3.38)$$

La figura 3.11 muestra un diagrama de bloques del control de orientación basado en ADRC y un control posición.

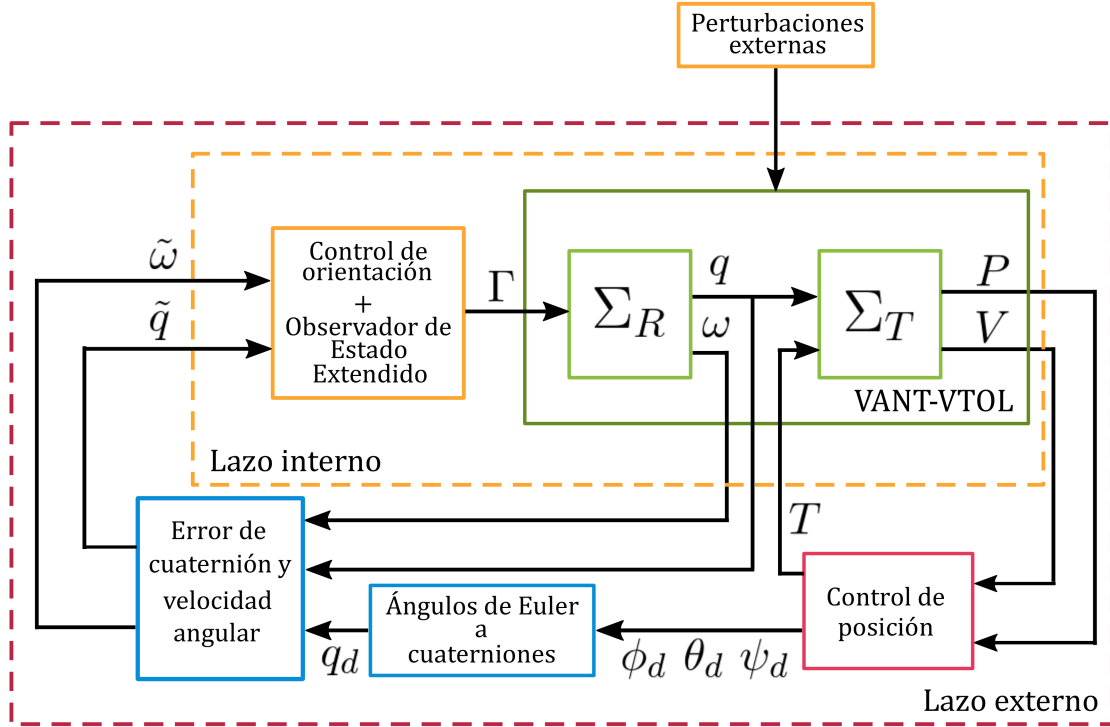


Figura 3.11. Diagrama de bloques del sistema dinámico y cinemático, control de posición y orientación con su observador de estado extendido.

Considere el sistema dinámico y cinemático de un VANT-VTOL:

$$\Sigma_T := \begin{cases} \dot{P} = V \\ \dot{V} = -g\vec{e}_3^b + \frac{1}{m}\mathcal{R}_{fb}(q)\vec{e}_3^b \end{cases} \quad (3.39)$$

$$\Sigma_R := \begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}\Xi(q)\omega \\ \dot{\omega} = J^{-1}(-\omega \times J\omega + \Gamma) \end{cases} \quad (3.40)$$

Para realizar el diseño del control de posición se utilizan las ecuaciones de traslación descritas en la ecuación 3.39 y se propone el siguiente control de posición.

**Proposición 5.** *Considere el siguiente control:*

$$\mathcal{R}_{fb}^T T \vec{e}_3^b = u = mK_p e + mK_d \dot{e} + K_i \int_0^t e(t) dt + mg \vec{e}_3^b \quad (3.41)$$

Donde  $mg \vec{e}_3^b$  es una compensación de la fuerza de gravedad y  $e = P^d - P \Rightarrow \dot{e} = -\dot{V} \Rightarrow \ddot{e} = -\ddot{V} \Rightarrow \dot{V} = -\dot{e}$  para mostrar que el control puede estabilizar al sistema considere la segunda ecuación de 3.39. Por lo tanto, el sistema en lazo cerrado en términos del error y haciendo  $\mathcal{R}_{fb}^T T \vec{e}_3^b = u$  se obtiene lo siguiente:

$$-m\ddot{e} = -mg \vec{e}_3^b + mK_p e + mK_d \dot{e} + mK_i \int_0^t e(t) dt + mg \vec{e}_3^b \quad (3.42)$$

Donde  $K_p = \text{diag}(k_{p1}, k_{p2}, k_{p3})$ ,  $K_d = \text{diag}(k_{d1}, k_{d2}, k_{d3})$  y  $K_i = \text{diag}(0, 0, k_{i3})$  son las ganancias del controlador. Después de un tiempo suficientemente grande el error queda descrito de la siguiente forma:

$$\ddot{e} = -K_p e - K_d \dot{e} - K_i \int e(t) dt \quad (3.43)$$

Sea  $x_0 = \int e(t)$ ,  $x_1 = e$  y  $x_2 = \dot{e}$

$$\dot{x}_0 = x_1$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -k_p x_1 - k_d x_2 - k_i x_0$$

Representado en espacio de estados se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \\ -K_i & -K_p & -K_d \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

Por lo tanto, el sistema es asintótica estable si  $K_p$ ,  $K_d$  y  $K_i > 0$  ■

Asuma que utilizando el control de orientación de la proposición 4 se puede estabilizar la orientación del VANT-VTOL, esto es,  $\psi = 0$ . Después de un tiempo suficientemente largo, el sistema 3.39 se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= v_1 \\ \dot{p}_2 &= v_2 \\ \dot{p}_3 &= v_3 \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_1 &= T\theta \\
 \dot{v}_2 &= -T\phi \\
 \dot{v}_3 &= T
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Donde  $\theta$  y  $\phi$  pueden ser vistos como una entrada intermedia para controlar la posición. Para esto se define los “controles virtuales”  $\theta_d = T\theta$  y  $\phi_d = T\phi$  que permiten obtener la posición deseada, donde:

$$\theta_d = mk_{p_1}(p_1^d - p_1) - mk_{d_1}v_1 \tag{3.47}$$

$$\phi_d = -mk_{p_2}(p_2^d - p_2) + mk_{d_2}v_2 \tag{3.48}$$

Posteriormente, se elige como empuje positivo el control de entrada llamado “fuerza de empuje” que se describe como:

$$T = mk_{p_3}(p_3^d - p_3) - mk_{d_3}v_3 + mk_{i_3} \int (p_3^d - p_3) dt \tag{3.49}$$

### 3.2.1. Resultados de simulación

En esta sección el control de posición anteriormente explicado muestra los resultados obtenidos y se realiza una comparación de la posición utilizando el control de orientación propuesto y comparado en la sección 3.1.6. La figura 3.12 muestra una condición inicial de posición  $(p_1 \ p_2 \ p_3)^T = (0 \ 0 \ 1)^T(m)$  por lo que se estabiliza a una posición deseada  $P^d = (p_1 \ p_2 \ p_3)^T = (0,5 \ 1 \ 1,4)^T(m)$  en 6 segundos, debido que el movimiento traslacional se encuentra en casada con el movimiento rotacional, la posición del VANT se estabiliza debido al control de orientación (véase ecuación 4) y del observador de estado extendido (ESO) (véase ecuación 3.8) que mitiga la perturbación externa y por lo tanto la posición no es considerablemente afectada a diferencia de la figura 3.13 que muestra una posición inestable debido a la perturbación externa y utilizando el control de orientación comparado (véase ecuación 3.34).

La figura 3.14 muestra las velocidades lineales del VANT con condiciones iniciales  $(v_1 \ v_2 \ v_3)^T = (0 \ 0 \ 0)^T(m/s)$  y se observa que las velocidades lineales convergen a cero por lo que la posición inicial se estabiliza a una posición deseada y por lo tanto las velocidades lineal no son considerablemente afectadas por la perturbación debido al uso del control de orientación propuesto basado en ADRC en contraste con las velocidades lineales en la figura 3.15. La trayectoria de la posición del VANT es mostrada en la figura 3.16 donde  $P_0$  es la posición inicial y  $P_f$  posición final del VANT. Finalmente, los resultados de simulación del control de posición pueden ser visualizados en una animación 3D del VANT Crazyflie 2.0 (véase figura 3.17).

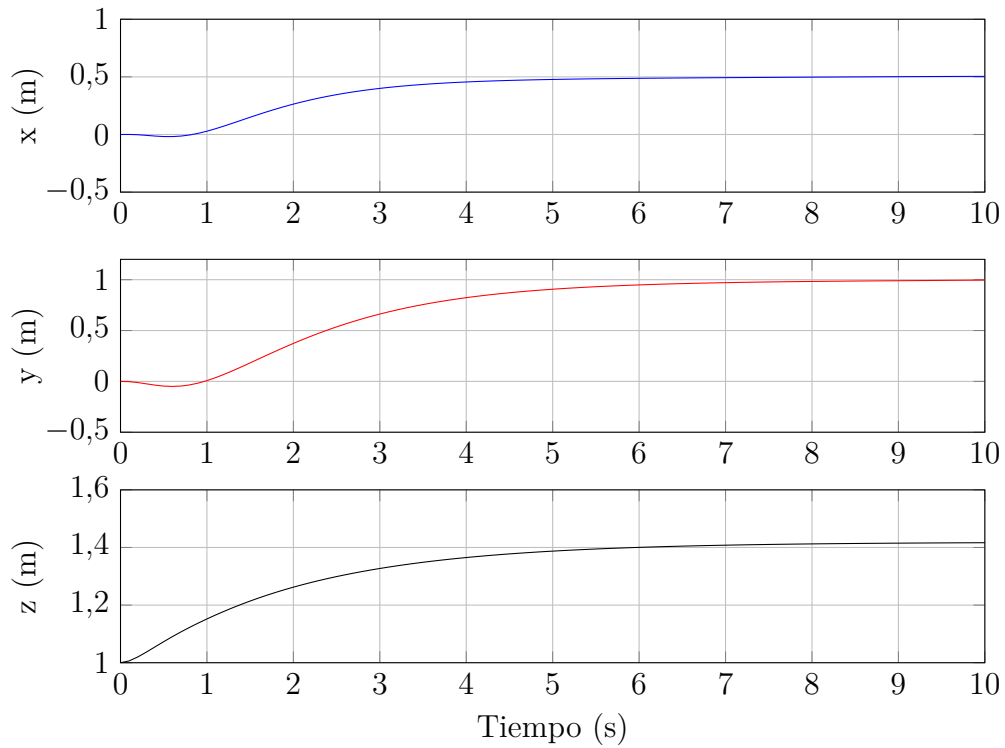


Figura 3.12. Estabilización de posición del VANT utilizando un control basado en ADRC.

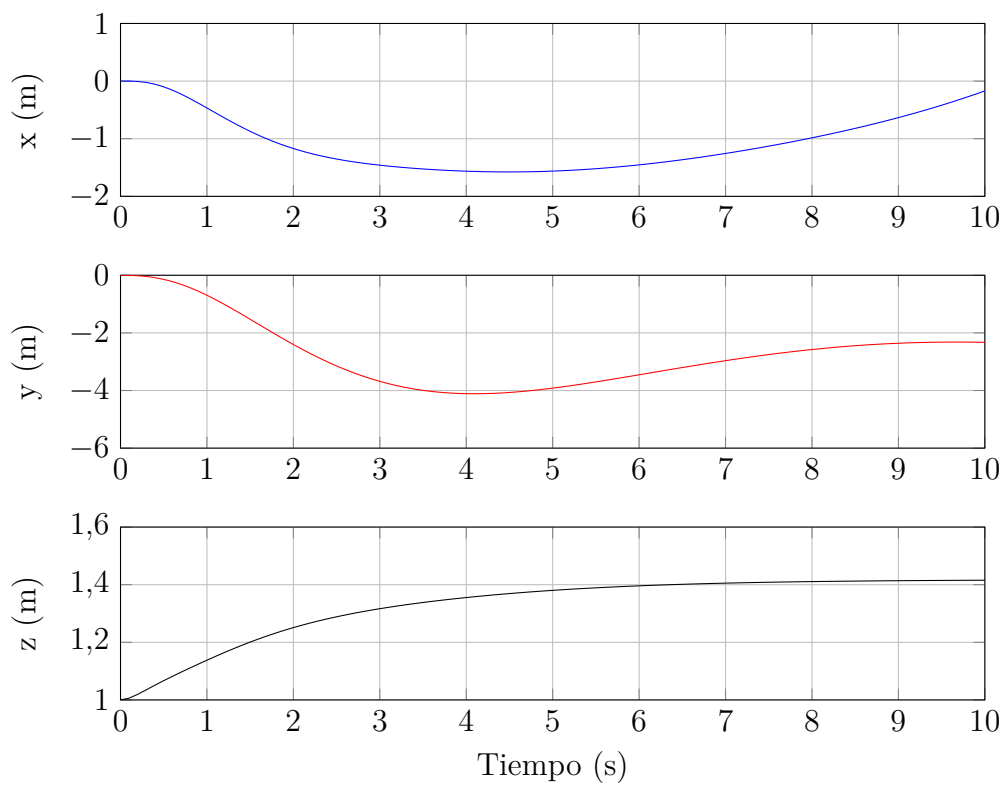


Figura 3.13. Posición inestable del VANT.

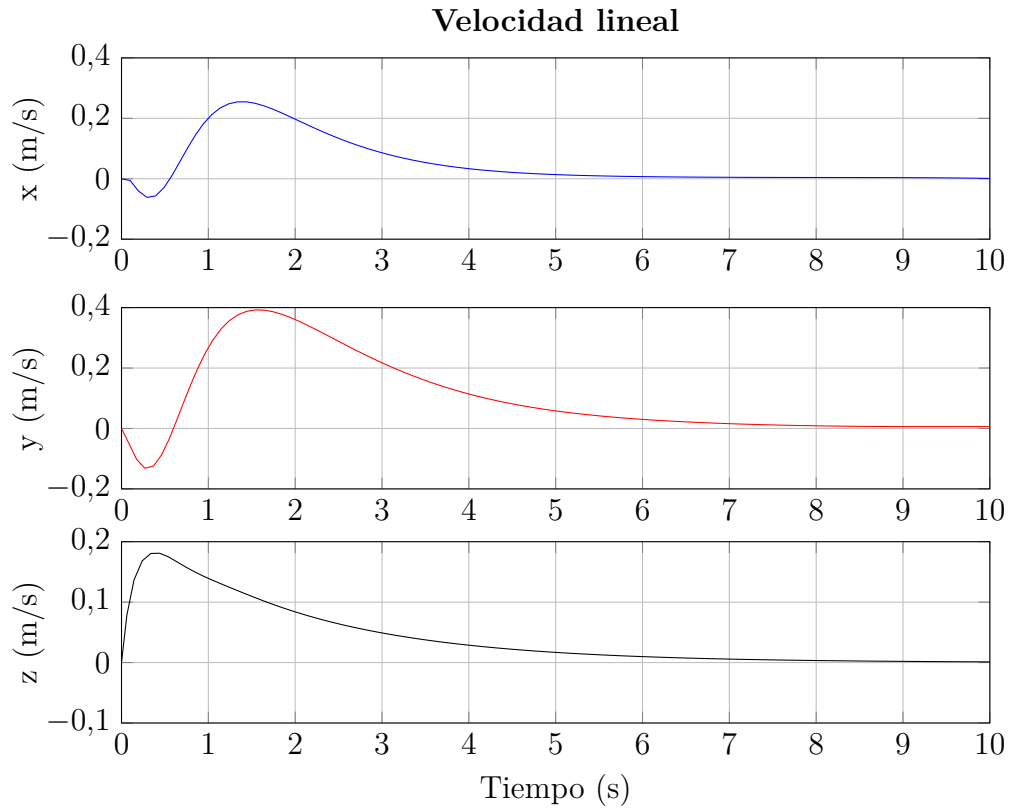


Figura 3.14. Velocidad lineal del VANT utilizando el control de orientación propuesto.

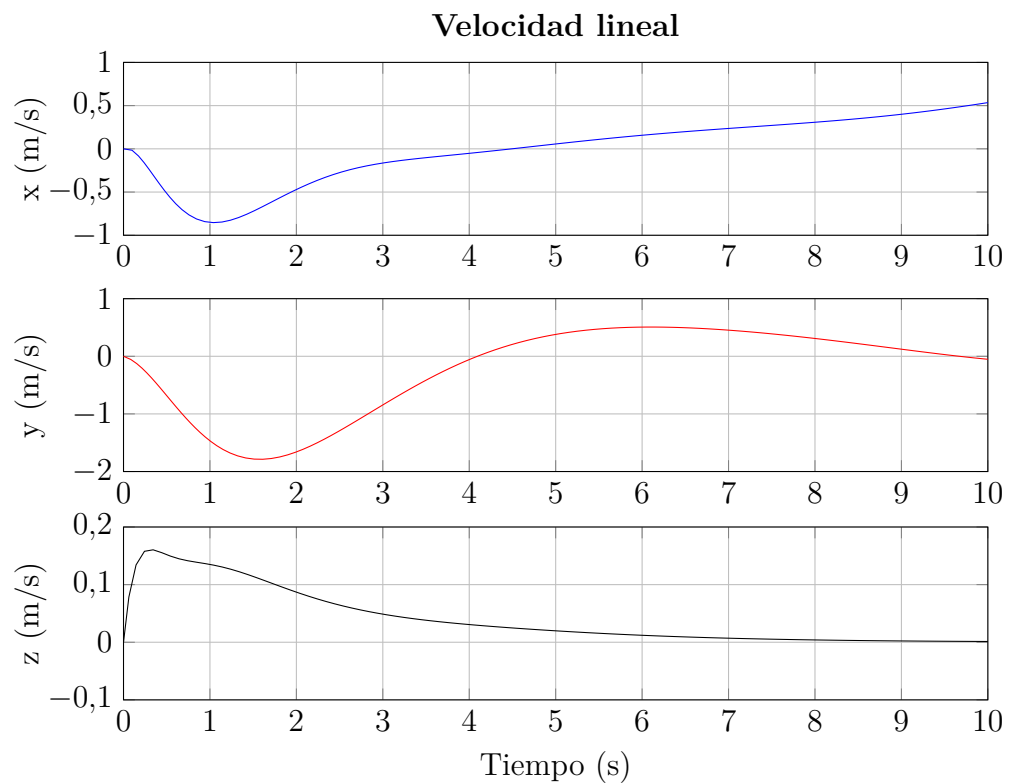


Figura 3.15. Velocidades lineales utilizando el control comparado.

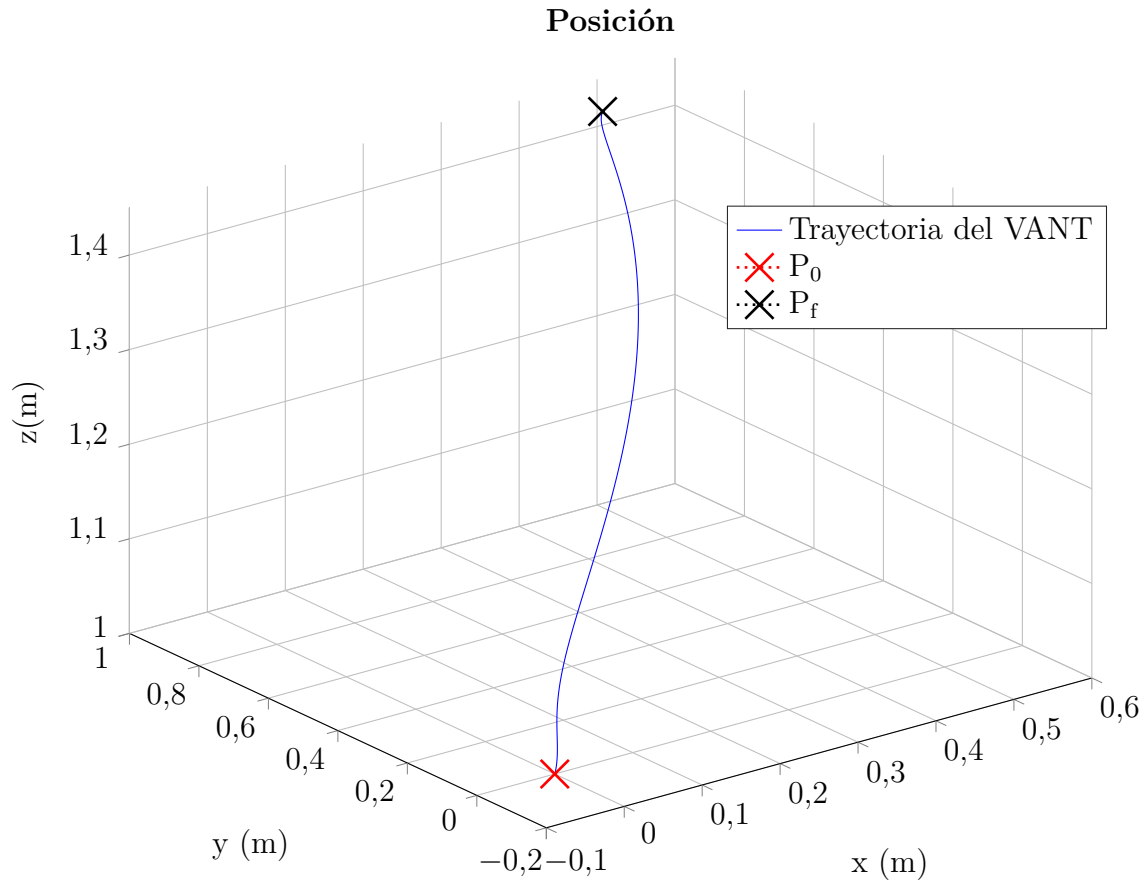


Figura 3.16. Trayectoria de la posición del VANT en 3D.

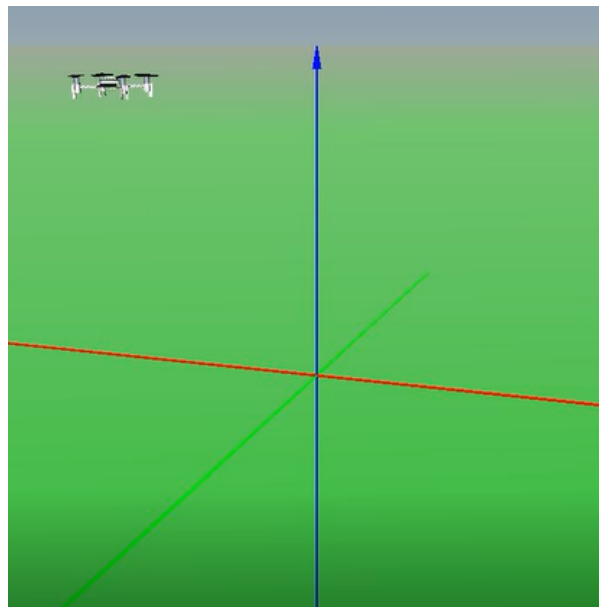


Figura 3.17. Animación de los resultados de simulación (control de posición).

---

# Capítulo 4

## Diseño de control colaborativo de múltiples VANTs

En este capítulo se realiza el diseño de una estrategia de control colaborativo para la formación de un conjunto de VANTs tipo VTOL considerando la carga suspendida por cables. Se expone los conceptos preliminares matemáticos utilizados en este capítulo y se presentan los resultados de simulación del control colaborativo líder-seguidor.

### 4.1. Teoría de grafos

Un grafo está definido por un par  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , donde  $\mathcal{V}$  es un conjunto finito no vacío cuyos elementos se llaman **vértices** o **nodos** y  $\mathcal{E}$  es un conjunto cuyos elementos se llaman **aristas** o **ejes** [29]. Utilizando esta definición y enfocándose en las topologías de comunicación podemos considerar que los nodos o vértices son los vehículos aéreos no tripulados mencionados en capítulos anteriores y los ejes o aristas son considerados como la red de comunicación entre ellos.

Existen dos tipos de grafos:

- Dirigidos: Si las aristas son *pares ordenados* de vértices  $\mathcal{V}$ , entonces se dice que el grafo  $\mathcal{G}$  es dirigido
- No dirigidos: Si las aristas son *pares no ordenados* de vértices  $\mathcal{V}$ , entonces diremos que el grafo  $\mathcal{G}$  es no dirigido.

Existen diversas formas de representar un grafo dirigido o no dirigido, entre la más destacada se encuentra la matriz de adyacencias que se describe de la siguiente forma:

Sea  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  un grafo de  $\mathcal{V}$  nodos. La matriz de adyacencias  $A$  para  $\mathcal{G}$  es una matriz  $A_{n \times n}$  de valores booleanos, donde  $A(i,j)$  es verdad si y solo si existe una arista del nodo  $i$  al nodo  $j$ .

$$A(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{si existe la arista (i,j)} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

El grafo de la figura 4.1 será utilizado para implementar la configuración de comunicación entre nuestros agentes donde  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  representa los VANTs-VTOL. Por lo tanto, la matriz de adyacencias se describe de la siguiente forma:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

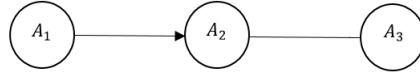


Figura 4.1. Grafo dirigido con tres nodos y tres vértices.

La matriz diagonal de grados es una matriz diagonal denotada por  $D$ , donde el elemento  $(i,i)$  es igual al grado de vértices. Por lo tanto matriz de grado de nuestro grafo en la figura 4.1 está descrito por:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

La matriz Laplaciana  $\mathcal{L}$  de  $\mathcal{G}$  está definida como  $\mathcal{L} = D - A$  y está descrita de la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

## 4.2. Planteamiento del problema de consenso líder-seguidor

El transporte de carga de un solo VANT puede dificultarse si sus capacidades de carga son limitadas, por lo tanto el transporte cooperativo de carga de un sistema multi VANT es útil para realizar traslado de cargas considerables. Por esta razón, se propone una estrategia de control colaborativo que permita realizar la formación de un conjunto multi VANT utilizando el consenso líder-seguidor que permita el transporte de carga, donde cada agente debe conocer el estado de sus vecinos. En la figura 4.2 se muestra la configuración utilizada para proponer el control colaborativo, donde está compuesto por

dos agentes y un agente virtual que será el líder de los otros agentes:

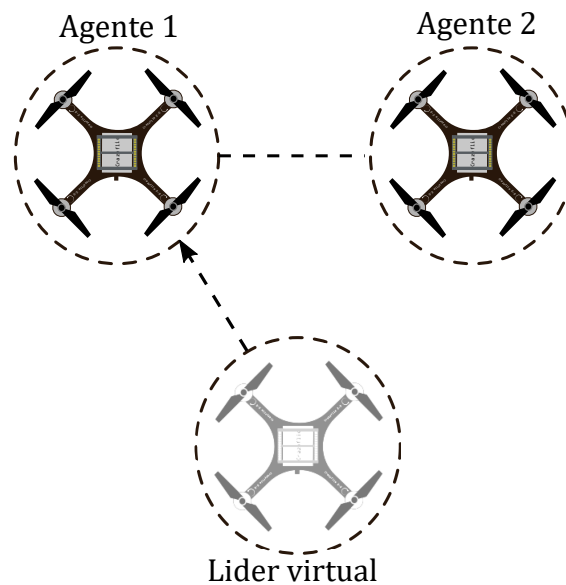


Figura 4.2. Grafo de tres agentes: un agente virtual y dos agentes seguidores.

#### 4.2.1. Propuesta de control colaborativo

Para proponer el control colaborativo líder-seguidor, considere un conjunto de VANTs-VTOL (vease figura 4.3)

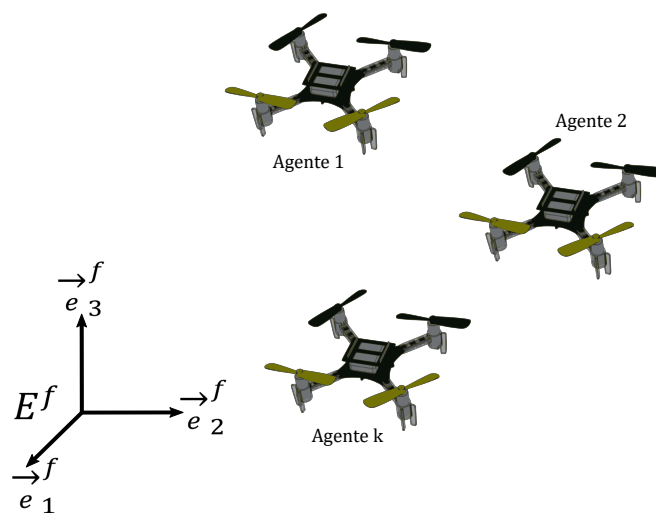


Figura 4.3. Grupo de  $N$ -agentes.

donde su sistema de ecuaciones del movimiento traslacional está descrito en la ecuación 4.4 y el movimiento rotacional en la ecuación 4.5 para cada uno de los agente donde  $k \in \mathcal{N} = k, \dots, N$  representa el número del VANT y  $N$  el número total de los agentes.

$$\Sigma_{T_k} := \begin{cases} \dot{P}_k = V_k \\ \dot{V} = -g\vec{e}_{3_k}^b + \frac{1}{m_k} \mathcal{R}_{fb_k}(q_k) \vec{e}_{3_k}^b \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\Sigma_{R_k} := \begin{cases} \dot{q}_k = \frac{1}{2}\Xi(q_k)\omega_k \\ \dot{\omega}_k = J_k^{-1}(-\omega_k \times J\omega_k + \Gamma_k) \end{cases} \quad (4.5)$$

Dado el subsistema de traslación depende del subsistema de rotación de un VANT-VTOL, emplearemos la proposición (6) del control de orientación para cada agente que se encuentra descrito de forma extensa en el capítulo 3.

**Proposición 6.** *Considere la dinámica rotacional del cuerpo rígido descrito por (4.5) con las siguientes entradas de control acotadas  $\Gamma = (\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3)^T$  tal que*

$$\Gamma_{i_k} = -\sigma_{M_{i_2k}} \left( \hat{\xi}_{i_k} + \sigma_{M_{i_1k}} (\bar{\lambda}_{i_k} [\omega_{ei_k} + \rho_{i_k} \tilde{q}_{i_k}]) \right) \quad (4.6)$$

con  $i_k \in \{1, 2, 3\}$  y donde  $\sigma_{M_{i_1k}}$  y  $\sigma_{M_{i_2k}}$  son funciones de saturación. Asuma que  $K_0 < M_{i_2k} - M_{i_1k}$  y  $M_{i_1k} \geq 3\bar{\lambda}_{i_k}\rho_{i_k}$ .  $\bar{\lambda}_{i_k}$  y  $\rho_{i_k}$  son parámetros positivos.  $\hat{\xi} = J\eta_1$  con  $\eta_1$  la estimación de perturbaciones desconocidas  $J^{-1}\xi$ . Por lo tanto, las entradas (3.16) estabiliza robustamente el cuerpo rígido al origen  $(1 \ 0^T \ 0^T)^T$  (i.e.  $q_0 = 1, q_v = 0$  y  $\omega = 0$ ) con un dominio de atracción igual a  $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}^3 \setminus (-1 \ 0^T \ 0^T)^T$ .

El objetivo es diseñar una ley de control colaborativo para la estabilización de un sistema multi VANT-VTOL a una determinada posición en el espacio. Por lo tanto, utilizando el sistema de ecuaciones del movimiento de traslación (ecuación 4.4).

**Proposición 7.** *Considere el siguiente control de posición:*

$$\mathcal{R}_{fb}^T T \ddot{e}_3^b = u = mK_p e + mK_d \dot{e} + K_i \int_0^t e(t) dt + mg\ddot{e}_3^b \quad (4.7)$$

Donde  $mg\ddot{e}_3^b$  es una compensación de la fuerza de gravedad y  $e = P^d - P \Rightarrow \dot{e} = -V \Rightarrow \ddot{e} = -\dot{V} \Rightarrow \dot{V} = -\ddot{e}$  para mostrar que el control puede estabilizar al sistema considere la segunda ecuación de 3.39. Por lo tanto, el sistema en lazo cerrado en términos del error y haciendo  $\mathcal{R}_{fb}^T T \ddot{e}_3^b = u$  se obtiene lo siguiente:

$$-m\ddot{e} = -mg\ddot{e}_3^b + mK_p e + mK_d \dot{e} + mK_i \int_0^t e(t) dt + mg\ddot{e}_3^b \quad (4.8)$$

Donde  $K_p = \text{diag}(k_{p_1}, k_{p_2}, k_{p_3})$ ,  $K_d = \text{diag}(k_{d_1}, k_{d_2}, k_{d_3})$  y  $K_i = \text{diag}(0, 0, k_{i_3})$  son las ganancias del controlador. Después de un tiempo suficientemente grande el error queda descrito de la siguiente forma:

$$\ddot{e} = -K_p e - K_d \dot{e} - K_i \int e(t) dt \quad (4.9)$$

Sea  $x_0 = \int e(t)$ ,  $x_1 = e$  y  $x_2 = \dot{e}$

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= x_1 \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_p x_1 - k_d x_2 - k_i x_0\end{aligned}$$

Representado en espacio de estados se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \\ -K_i & -K_p & -K_d \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Por lo tanto, el sistema es asintótica estable si  $K_p$ ,  $K_d$  y  $K_i > 0$  ■

Asuma que utilizando el control de orientación de la proposición 6 se puede estabilizar la orientación del VANT-VTOL, esto es,  $\psi = 0$ . Después de un tiempo suficientemente largo, el sistema 4.4 se convierte en:

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= v_1 \\ \dot{p}_2 &= v_2 \\ \dot{p}_3 &= v_3\end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= T\theta \\ \dot{v}_2 &= -T\phi \\ \dot{v}_3 &= T\end{aligned} \quad (4.12)$$

Donde  $\theta$  y  $\phi$  pueden ser vistos como una entrada intermedia para controlar la posición. Para esto se define los “controles virtuales”  $\theta_d = T\theta$  y  $\phi_d = T\phi$  que permiten obtener la posición deseada, donde:

$$\theta_d = mk_{p_1}(p_1^d - p_1) - mk_{d_1}v_1 \quad (4.13)$$

$$\phi_d = -mk_{p_2}(p_2^d - p_2) + mk_{d_2}v_2 \quad (4.14)$$

Posteriormente, se elije como empuje positivo el control de entrada llamado “fuerza de empuje ”que se describe como:

$$T = mk_{p_3}(p_3^d - p_3) - mk_{d_3}v_3 + mk_{i_3} \int (p_3^d - p_3) dt \quad (4.15)$$

Utilizando el control de orientación en la proposición 6 y el control de posición en ecuación ( 4.13, 4.14 y 4.15) en cada agente. Se propone un algoritmo de consenso líder-seguidor. Donde el consenso solo se realiza en la posición  $x$  y  $y$ , esto es debido que el

control colaborativo está diseñado para transportar una carga utilizando un conjunto de VANT-VTOL a una misma altura y con un peso de carga proporcional en todos los agentes.

$$A_1 = \begin{cases} \phi_{d1} = u_{11} = k_{p_x}^1 (P_{x2} - P_{x1} + \Delta_{xij}) + k_{d_x}^1 (v_{x2} - v_{x1}) + k_{p_x}^1 (P_x^d - P_{x1}) + k_{d_x}^1 (v_x^d - v_{x1}) \\ \theta_{d1} = u_{21} = -[k_{p_y}^1 (P_{y2} - P_{y1} + \Delta_{yij}) + k_{d_y}^1 (v_{y2} - v_{y1}) + k_{p_y}^1 (P_y^d - P_{y1}) + k_{d_y}^1 (v_y^d - v_{y1})] \\ T_1 = k_{p_z}^1 (P_z^d - P_{z1}) - k_{d_z}^1 v_{z1} + mg \end{cases} \quad (4.16)$$

$$A_2 = \begin{cases} \phi_{d2} = u_{12} = k_{p_x}^2 (P_{x1} - P_{x2} + \Delta_{xij}) + k_{d_x}^2 (v_{x1} - v_{x2}) \\ \theta_{d2} = u_{22} = -[k_{p_y}^2 (P_{y1} - P_{y2} + \Delta_{yij}) + k_{d_y}^2 (v_{y1} - v_{y2})] \\ T_2 = k_{p_z}^2 (P_z^d - P_{z2}) - k_{d_z}^2 v_{z2} + mg \end{cases} \quad (4.17)$$

Donde  $P = (P_x^d \ P_y^d \ P_z^d)^T$  y  $v = (v_x^d \ v_y^d \ v_z^d)^T$  representa la posición y velocidad lineal del líder-virtual, respectivamente.  $P_1 = (P_{x1} \ P_{y1} \ P_{z1})^T$  y  $P_2 = (P_{x2} \ P_{y2} \ P_{z2})^T$  representa la posición del agente 1 y 2, respectivamente. El nodo líder es un exosistema que funge como señal de referencia deseada.  $k_p$ ,  $k_d$  representa las ganancias de sintonización del control colaborativo.  $\Delta_{xij}$ ,  $\Delta_{yij}$  representa la distancia de cada agente en el eje  $x$  y  $y$ . El agente 2 no recibe directamente la referencia deseada del líder, sin embargo en  $T$ , recibe la posición  $P_z^d$  y  $P_z^d$  del líder virtual.

### 4.3. Resultados en simulación

Para analizar el comportamiento de la ley de control colaborativo (consenso líder-seguidor) de un conjunto de VANT-VTOL se realiza una simulación numérica. En la figura 4.4 muestra un diagrama de bloques del control colaborativo donde se presenta como el control de orientación interactúa con el sistema de ecuaciones del movimiento rotacional y el control colaborativo actúa sobre el sistema de ecuaciones del movimiento traslacional, estos bloques fueron implementados en el software de MatLab/Simulink.

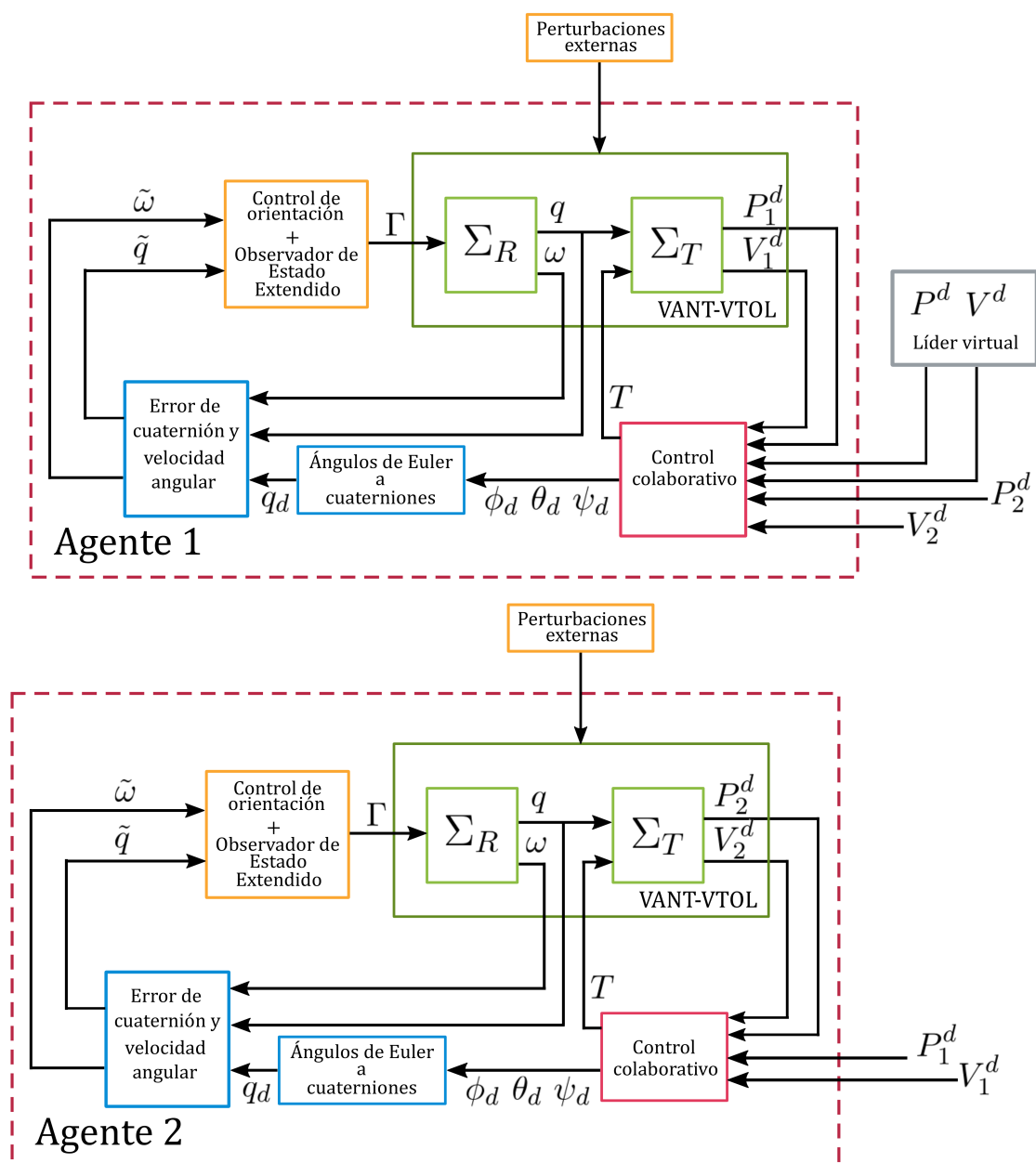


Figura 4.4. Diagrama de bloques del control colaborativo para la formación de un conjunto de dos VANTs y un agente virtual.

Para comprobar que el control colaborativo funciona adecuadamente se realizó la implementación del sistema de ecuaciones del movimiento de rotación y traslación con sus respectivos algoritmos de control mostrados en la figura 4.4. La topología utilizada en esta simulación se muestra en la figura 4.2. Para verificar que el control colaborativo funciona correctamente se propusieron las siguientes condiciones iniciales y posiciones deseadas para cada agente:

No. de agente	Condición inicial de posición (x, y, z)	Posición deseada (x, y, z)
1	(1, 0.2, 0)	(0 0 0.5)
2	(-1, 0, 0)	(-0.5, 0, 0.5)

Tabla 4.1. Condiciones iniciales y deseadas de la posición

Por lo tanto, en la figura 4.5 muestra tres gráficos correspondientes a los tres ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  expresados en metros. Se observa como cada VANT comienza con condiciones iniciales (descritas en la tabla 4.1) y el control cooperativo estabiliza los VTOL a una cierta posición deseada. Sin embargo, en el eje  $z$  se observa que están a la misma altura, esto es debido que los VANT-VTOL deben estar a una misma altura para tener el equilibrio en la carga y su peso sea proporcional entre todos los agentes. La figura 4.6 muestra las velocidades lineales de los agentes, el cual están expresados en  $m/s$ . La trayectorias de los agentes 1 y 2, se pueden visualizar en la figura 4.7 donde la posición inicial cuando  $t = 0$  (s) es de  $P = (1\ 0\ 2\ 0)^T(m)$  y  $P = (-1\ 0\ 0)^T(m)$  para el agente 1 y 2, respectivamente. La posición deseada de ambos agentes se logra en  $t = 10$  (s). Finalmente, el comportamiento de los agentes del control colaborativo puede ser visualizadas en un animación del crazyflie 2.0 en 3D (véase figura 4.8).

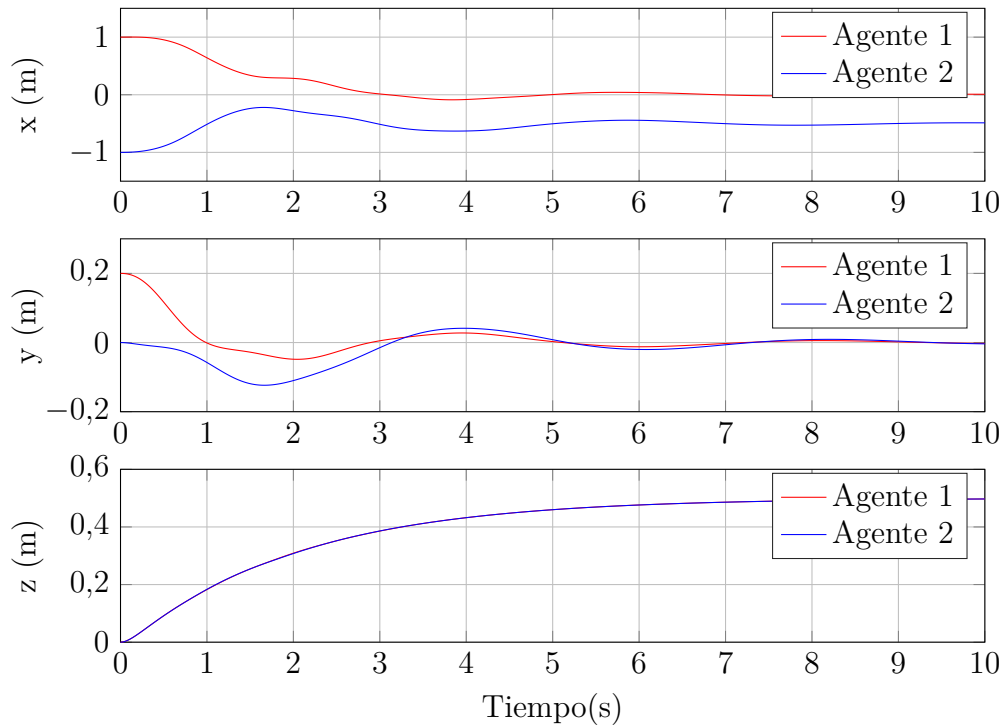


Figura 4.5. Posición de los agentes 1 y 2.

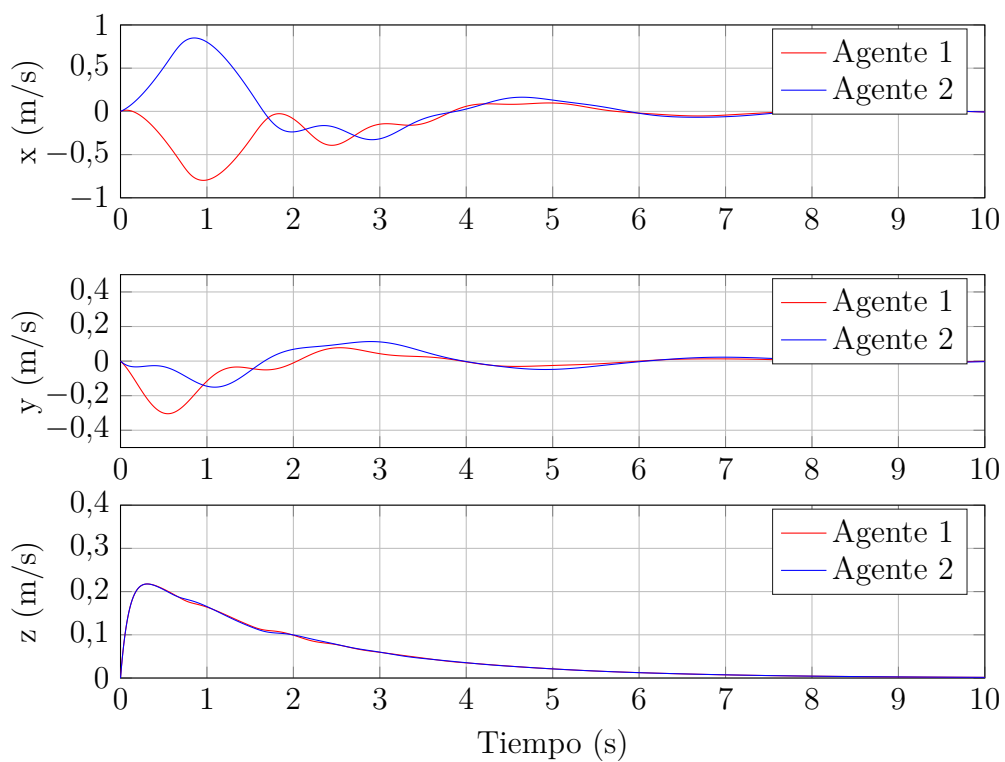


Figura 4.6. Velocidades lineales de los agentes 1 y 2.

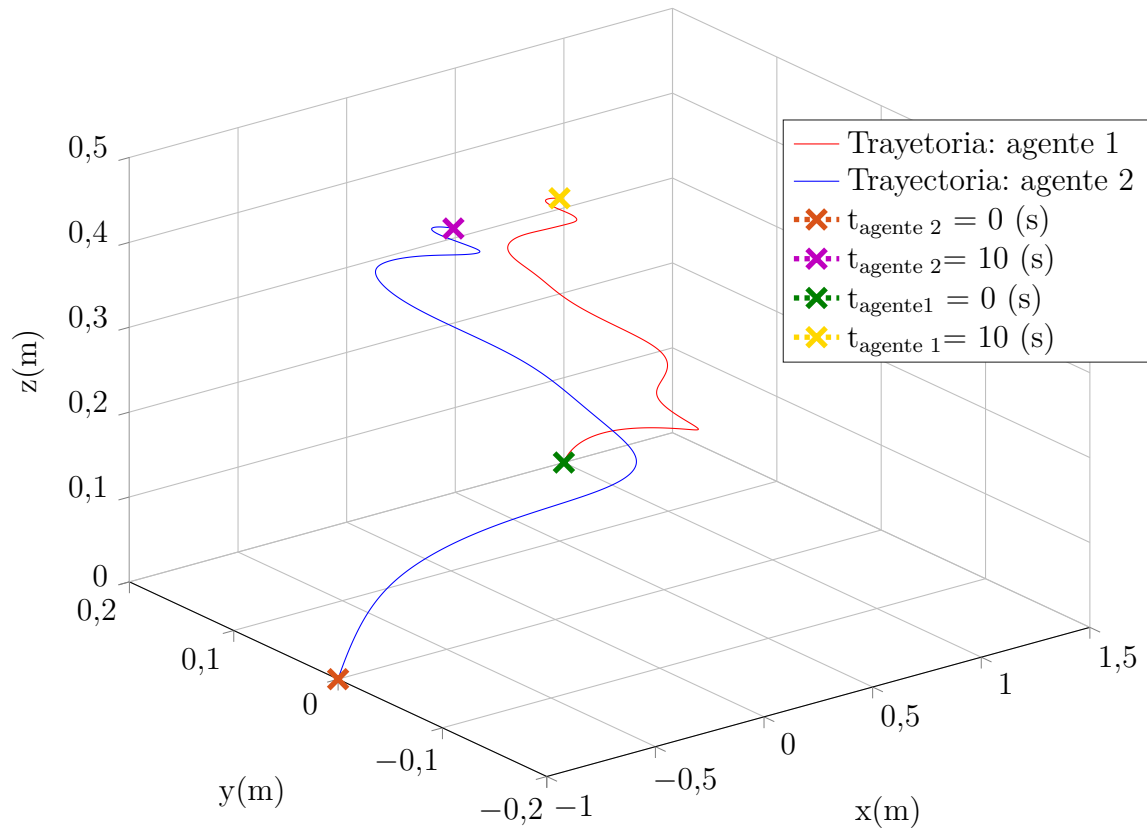


Figura 4.7. Trayectoria de los agentes.

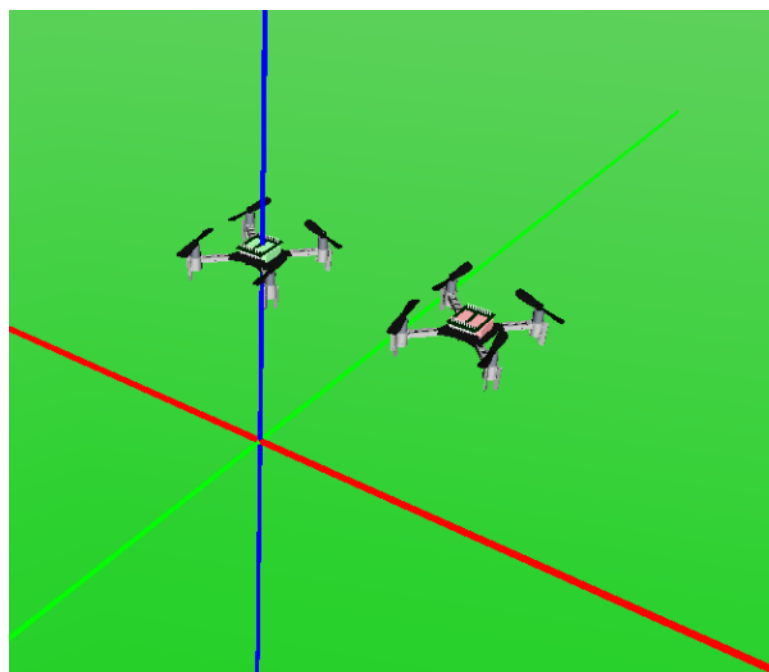


Figura 4.8. Animación de los resultados de simulación (control colaborativo).

---

# Capítulo 5

## Desarrollo de una plataforma experimental para pruebas de algoritmos de control de VANTs

Este capítulo se presenta el desarrollo de una plataforma experimental para pruebas de algoritmos de control de VANTs utilizando un sistema de seguimiento de OptiTrack que consta de cuatro cámaras utilizado ROS (Sistema Operativo Robótico) para comprobar experimentalmente el control de posición y colaborativo propuestos y descritos extensamente en el capítulo 3 y 4, respectivamente. Por lo que se presentan los resultados experimentales obtenidos en dichas pruebas.

### 5.1. ROS (Sistema Operativo Robótico)

ROS (Robot Operating System) provee bibliotecas y herramientas para ayudar a los desarrolladores de software a crear aplicaciones para robots. ROS provee una abstracción de hardware, controladores de dispositivos, bibliotecas, herramientas de visualización, comunicación por mensajes, administración de paquetes y más.

La creciente popularidad ha traído varios grupos de intereses especiales para aplicaciones específicas ( véase figura5.1). Uno de estos grupos es el ROS-Industrial Consortium [30] que se creó para proporcionar beneficios claves para la industria desde su lanzamiento.

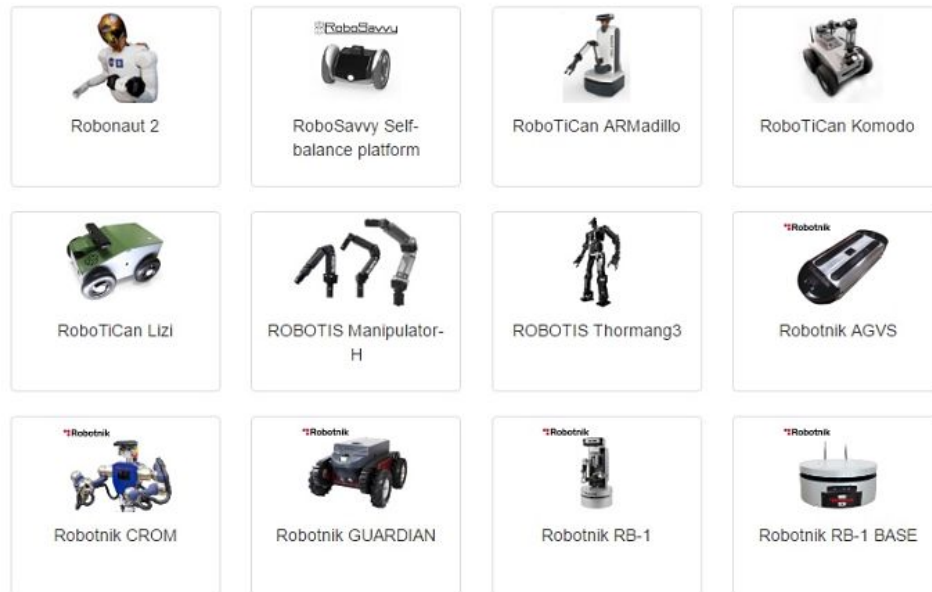


Figura 5.1. Aplicaciones con ROS.

El conjunto de herramientas y librerías que ROS proporciona son[31]:

**Mecanismo de comunicación entre programas.** Es un estándar para comunicar entre sí diferentes programas de un mismo sistema, ya sea en la misma computadora o en varias computadoras. La computación distribuida es un recurso muy común donde pequeñas partes trabajan por separado para conseguir un objetivo común.

**La reutilización de código.** Los paquetes estándar proporcionados en las distribuciones de ROS implementan muchos de los algoritmos comúnmente usados en robótica que han sido depurados y usados de forma estable. Además, el modelo de comunicación y gestión de mensajes de ROS se ha convertido en estándar y muchas de las plataformas robóticas implementan interfaces para ser usadas directamente desde ROS. Existen paquetes estándar en la comunidad que implementan interfaces para sus sistemas (robots, sensores, librerías, etc).

**Testeado rápido.** Debido al diseño de comunicación por paso de mensajes, ROS nos permite simular muchos de los dispositivos con los que se trabajará, de esta forma es posible aislar la funcionalidad del código de comunicación entre las diferentes partes del sistema, sensores y actuadores. Uno de los aspectos claves al desarrollar una aplicación es la capacidad de repetir los experimentos y poder simular los sensores y actuadores que nos permite crear conjuntos de prueba.

En general, ROS fue diseñado específicamente para que grupos científicos pudieran colaborar y desarrollar en el trabajo de los otros. Por ejemplo, un laboratorio puede tener expertos en el mapeo de ambientes interiores y podría contribuir con un sistema de clase

mundial para producir mapas. Otro grupo podría tener expertos en el uso de mapas para navegar, y otro grupo podría haber descubierto un enfoque de visión por computadora que funciona bien para reconocer objetos pequeños en el desorden [32].

### 5.1.1. Conceptos

ROS tiene su propio *wiki*, la cual cuenta con una amplia documentación acerca de este sistema operativo (que va desde la instalación del mismo hasta aplicaciones complejas como control colaborativo entre más o dos grupos) y en el cual pueden ser revisados sus conceptos, librerías, herramientas visuales, etc. A continuación se describen algunos de los conceptos básicos que se consideran necesarios para comprender la plataforma experimental desarrollada, sin embargo, para mayor información se recomienda visitar la página oficial de ROS (<http://wiki.ros.org>).

**Nodo (node).** Un nodo es un proceso o módulo que realiza algún tipo de cómputo en el sistema (programado en C++ o Python). Los nodos se combinan dentro de un grafo compartiendo información entre ellos para crear tareas complejas. Por ejemplo, un nodo puede controlar algún sensor, actuador u otro dispositivo necesario para un robot.

**Mensaje.** Es una estructura de datos estrictamente para comunicación entre nodos. Por ejemplo, `geometry_msgs/Twist` expresa la velocidad en el espacio libre dividido en dos partes: lineales y angulares expresados de la siguiente forma:

- `Vector3` linear
- `Vector3` angular

Donde *Vector3* es otro tipo de mensaje definido como:

- float64 x
- float64 y
- float64 z

**Tópico (topic).** Son canales de información entre los nodos (donde se publican los mensajes). De esta manera, un nodo puede publicar o suscribirse a un tópico. Por ejemplo, se tiene un nodo llamado *posición*, el cual emite un tópico que es la odometría del robot. De esta manera, cualquier nodo se puede suscribir, sin embargo, el nodo que emite no controla quién está suscrito. La información es, por tanto, unidireccional (asíncrona). Si lo que queremos es una comunicación síncrona (petición/respuesta) debemos usar servicios.

**Paquete (package).** ROS está organizado en paquetes. Un paquete puede contener un nodo, una biblioteca, conjunto de datos que puedan constituir un módulo. Los paquetes pueden organizarse en pilas (stacks).

## 5.2. Descripción de la arena de vuelo

La figura 5.2 muestra el diagrama general de la arena de vuelo desarrollada. Esta consta de cuatro cámaras OptiTrack para el seguimiento de robots, cuatro VANTs Crazyflie 2.0, una computadora con los software Motive y otra computadora con Ros índigo (Ubuntu 14.04 LTS).

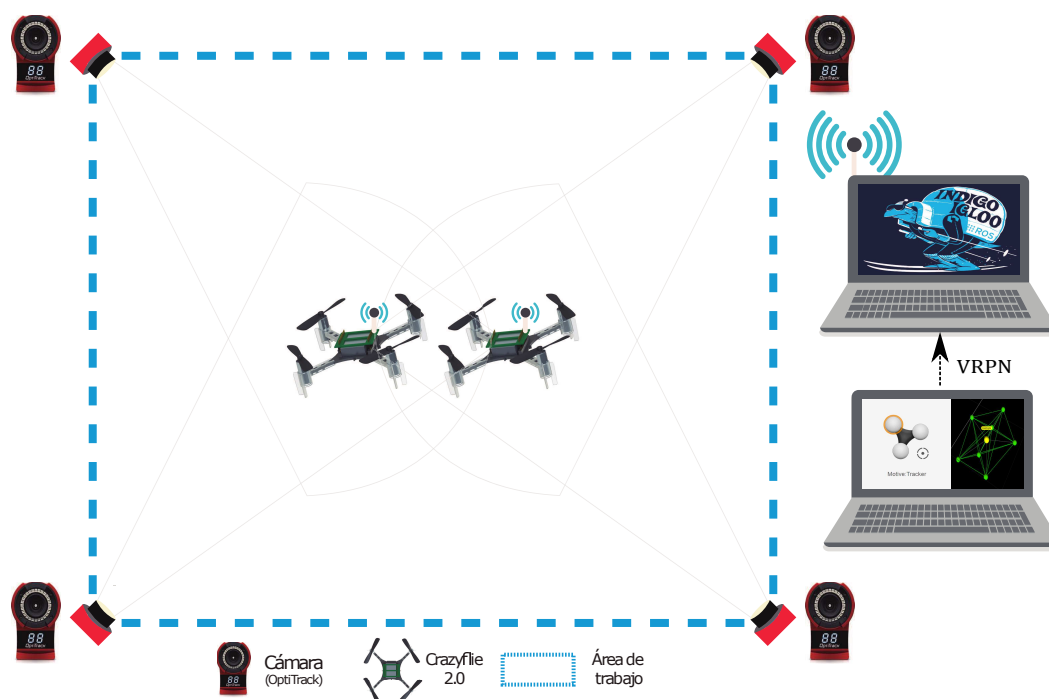


Figura 5.2. Arena de vuelo desarrollada.

### 5.2.1. OptiTrack

OptiTrack™ es el proveedor de captura de movimiento más grande del mundo y ofrece un seguimiento óptico de alto rendimiento. La línea de productos OptiTrack incluye software de captura de movimiento y cámaras de rastreo de alta velocidad. OptiTrack ofrece una opción para robótica con una alta precisión en el seguimiento de objetos en el interior de seis grados de libertad (6 DoF) orientación y posición (UAV) [32] por lo que permite obtener estos datos mediante el software de OptiTrack: Motive Tracker.

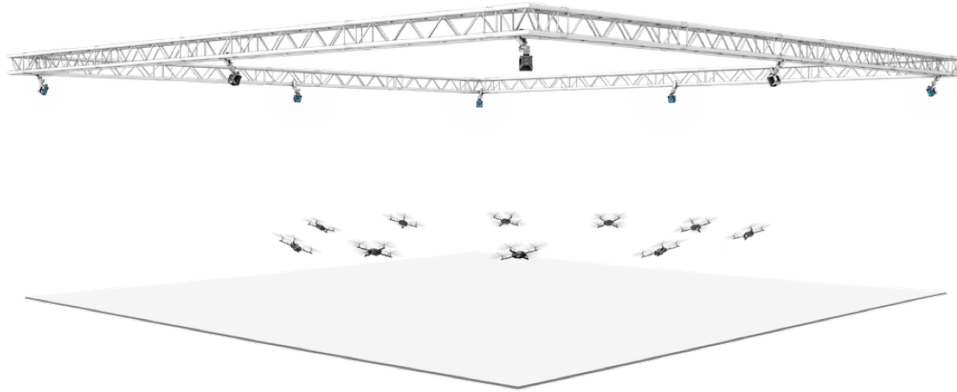


Figura 5.3. Sistema OptiTrack.

### 5.2.1.1. Motive: Traker

El software de OptiTrack: Motive Traker fue diseñado para resolver las necesidades en el área de robótica donde los parámetros de orientación y posición son necesarios para realizar algoritmos de control. Por lo tanto Motive: Traker captura el movimiento de los VANTs a partir de unos marcadores colocados en ellos. Donde cada VANT es llamado cuerpo rígido en el software. La figura 5.4 muestra el software y la configuración utilizada para la plataforma experimental desarrollada. Los campos más relevantes en el software son:

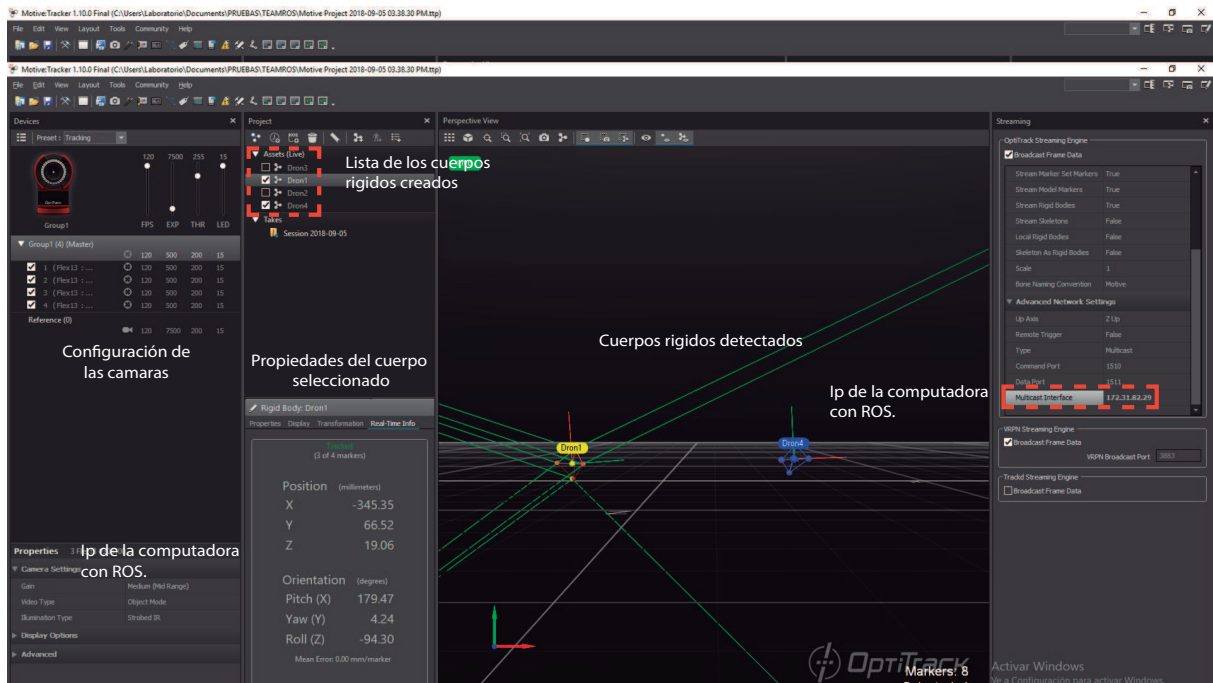


Figura 5.4. Software Motive.

**Configuración de cámaras.** Permite variar la sensibilidad, resolución y la tasa fps de cada una de las cámaras. Una vez configuradas correctamente es posible empezar la calibración del sistema.

**Cuerpos rígidos** Una vez iniciado el software, este detectará los marcadores dentro del área de trabajo, sin embargo no creará un cuerpo rígido. Para hacer esto es necesario seleccionar un grupo de marcadores. Una vez creado el cuerpo se genera una lista de los cuerpos rígidos (los marcadores ahora aparecen agrupados), con un sistema de referencia inercial, una etiqueta y un color único para cada VANT. Una de las características de este listado es que permite solo visualizar los cuerpos con los que desea trabajar, haciendo que los demás permanezcan ocultos para el software. La fig.5.5 muestra los marcadores utilizados en cada uno de los VANTs. Sin embargo, la posición de los marcadores debe de tener diferentes configuraciones para cada VANT de tal forma que sean asimétricos. Esto con la finalidad de evitar errores en la captura de la posición de los mismos.



Figura 5.5. Configuración de marcadores en el VANT.

**Transmisión de datos** Motive se encuentra disponible solo para el sistema operativo Windows 7 y versiones recientes. Por esta razón, la transmisión de datos es a través de una red local. Por lo cual es necesario activar el panel *Streaming* en la siguiente ruta: *View >Data Streaming*. Posteriormente, en el panel se selecciona la opción: *Broadcast Frame Data* y en *Multicast Interface*, se coloca la dirección IP de la computadora con la que se realizará la transmisión de los datos (véase figura 5.4).

### 5.2.2. Crazyflie2.0

Crazyflie 2.0 es un VANT-VTOL pequeño de apenas 92 x 92 x 29 mm y con un peso de 31 gramos. También, cuenta con un sensor de unidad de medición inercial (IMU) de 10 grados de libertad distribuidos de la siguiente manera: acelerómetro (3DoF), giroscopio (3DoF), magnetómetro (3DoF) y un barómetro (1DoF).

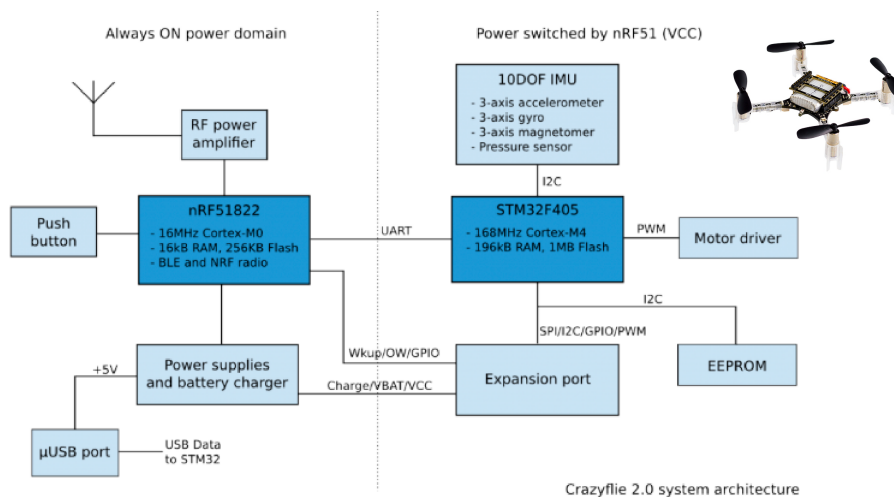


Figura 5.6. Arquitectura del Crazyflie2.0.

Una de las ventajas de trabajar con Crazyflie2.0 es que su programación es de código abierto. Además, este cuenta con dos ARM: Cortex M4 (STM32F405) y M0 (nRF51822). El primero es el encargado de ejecutar los algoritmos de control para los actuadores del VANT, mientras que el segundo es el encargado del sistema de comunicación de sí mismo (véase figura 5.6).

### 5.2.2.1. Conectividad

Crazyflie 2.0 ofrece dos opciones: La primera se trata de un Bluetooth de bajo consumo (BLE) que permite la conexión con dispositivos iOS o Android mediante una aplicación. La segunda, es un transceptor de 2.4GHz de alto rendimiento (basado en el nRF24LU1), llamado Crazyradio PA (véase fig.5.7), este cuenta con un amplificador de 20dB, lo cual permite un rango de cobertura máxima de 1 km, una tasa de velocidad de hasta 2 Mbps y conexión con 6 seis dispositivos a la vez con direcciones únicas. Utilizando estas características, el Crazyradio PA fue el sistema de comunicación inalámbrica elegido para el desarrollo de la plataforma experimental.



Figura 5.7. Crazyradio PA.

### 5.2.3. ROS índigo

Una vez que ROS es instalado se procede crear el espacio de trabajo *crazyflie\_ws* e instalar el paquete de la Red Periférica de Realidad Virtual (VRPN) y la pila *crazyflie\_ros* (una es para obtener los valores obtenidos del Motive: Traker y la otra contiene los drivers para la comunicación con el Crazyflie2.0 respectivamente). Estos paquetes, fueron instalados de la siguiente manera:

```
$ mkdir -p ~/crazyflie_ws/src
$ cd ~/crazyflie_ws/src
$ catkin_init_workspace
$ git clone https://github.com/whoenig/crazyflie_ros.git
$ cd ~/crazyflie_ws
$ catkin_make

$ cd ~/crazyflie_ws/src
$ sudo apt-get install ros-indigo-vrpn-client-ros
$ cd ~/crazyflie_ws
$ catkin_make
$ source ~/crazyflie_ws/devel/setup.bash
```

Haciendo esto, se crea el espacio de trabajo *crazyflie\_ws* y en la ruta *crazyflie\_ws > src* deben de aparecer las carpetas: *crazyflie\_ros* y *vrpn\_client\_ros*, tal y como se muestra en la siguiente imagen.

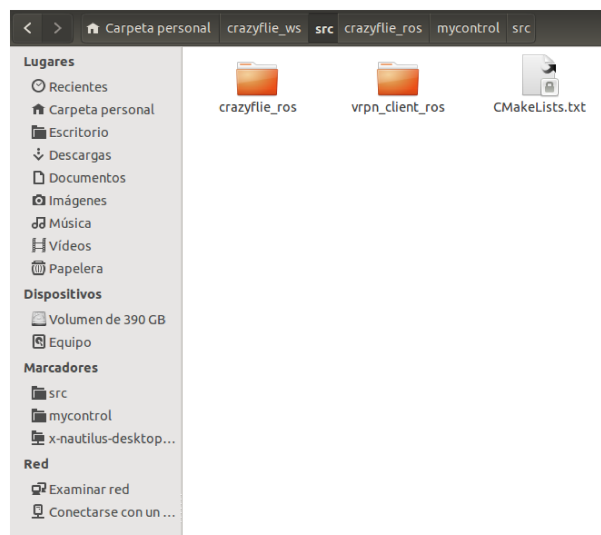


Figura 5.8. Paquete VRPN.

Ya teniendo el paquete *vrpn\_client\_ros*, es posible establecer la conexión con el Motive: Traker para obtener los valores de los cuerpos rígidos que se encuentren dentro de la



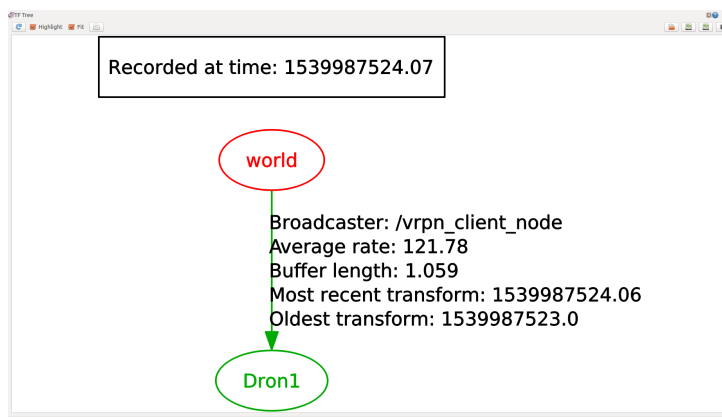


Figura 5.10. Estado de la conexión VRPN a través de rqt\_tf\_tree.

Después de visualizar los datos recibidos por el Motive: Traker, se percibieron dos problemas. El primero, fue que el Motive: Traker presenta un sistema de referencia inercial diferente al proporcionado por el IMU del Crazyflie. El segundo, que algunos valores de la posición y orientación no corresponden con lo mostrado en el Motive: Traker.

La solución para el primero consiste, en una rotación de ejes desde la opción de calibración del Motive: Traker. La figura 5.11 muestra su configuración por defecto y la actual (con la que se trabaja). De forma que  $(x_0, y_0, z_0)$  y  $(x_1, y_1, z_1)$  tengan el mismo sentido. En este caso, el eje  $z$  mantiene la convención de la regla de la mano derecha (positivo hacia arriba).

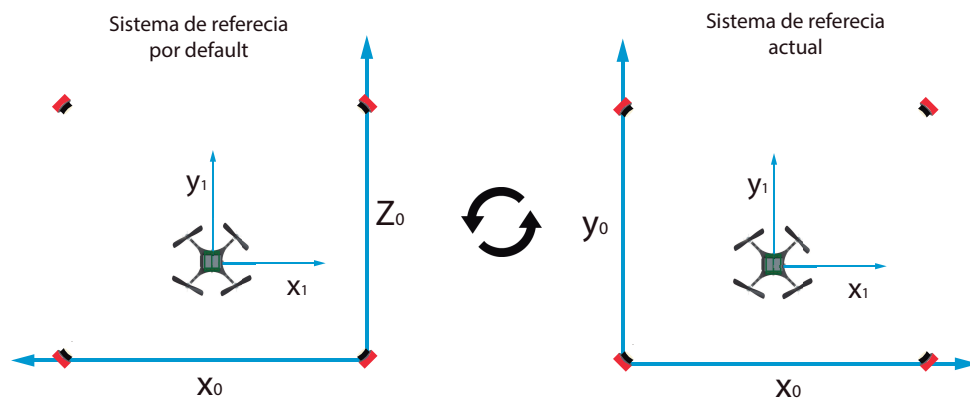


Figura 5.11. Sistema de referencia inercial de la arena.

En cuanto al segundo problema, es necesario realizar algunas modificaciones en la estructura del mensaje. Este se encuentra en el archivo `vrpn_client_ros.cpp`, el cual puede ser encontrado en la ruta: `home > crazyflie_ws > src > vrpn_client_ros`.

#### 5.2.4. Plataforma LabCA-FCE: OptiTrack + ROS + Crazyflie2.0

LabCA-FCE: OptiTrack + ROS + Crazyflie2.0 es una plataforma experimental basada en ROS, OptiTrack y Crazyflie 2.0 que permite ejecutar algoritmos de control para un

máximo de seis VANTs. La figura 5.12 muestra el diagrama general a bloques de la plataforma.

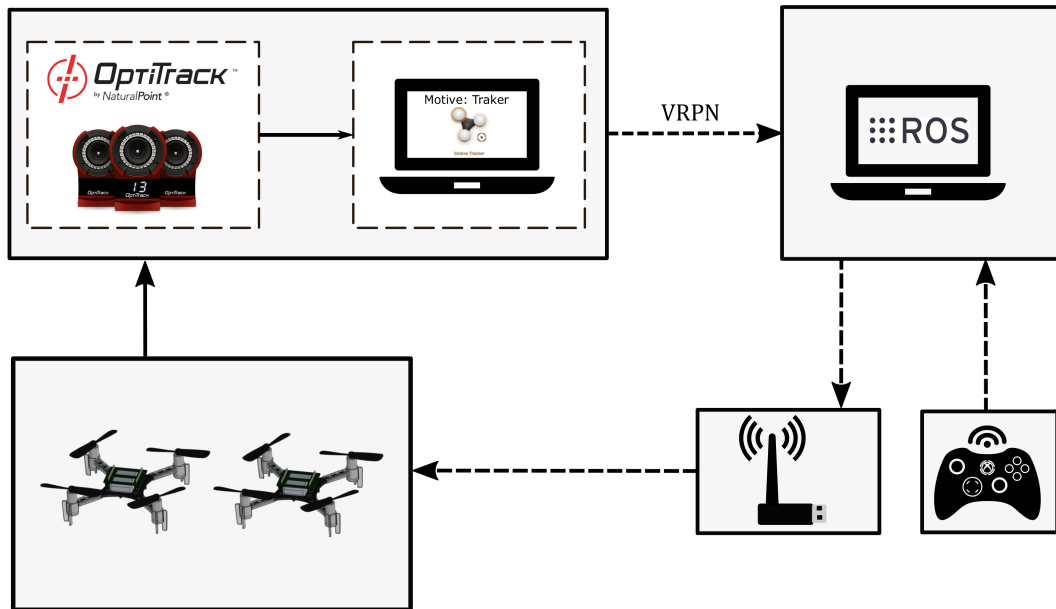


Figura 5.12. Diagrama general de plataforma.

Una de las ventajas que presenta esta plataforma, es que cuenta con un paquete llamado *mycontrol* (este fue especialmente diseñado para esta plataforma, se podría decir que es el núcleo de la misma). Este contiene los códigos del control, ganancias de sintonización, comunicación del Crazyflie y Motive: Tracker, etc. Sin embargo, los archivos más importantes de este paquete son: *Collaborativepid.hpp* y *controller.cpp*, ambos programados en c++. El primero contienen el algoritmo de control colaborativo propuesto en el capítulo 4, mientras que el segundo es el encargado de realizar las suscripciones a los tópicos: VRPN, Joystick, Crazyflie, etc. y en base a esto ejecutar el algoritmo de control propuesto.



Figura 5.13. Paquete *mycontrol*.

El hecho de que estas dos funciones se encuentren separadas ayuda a que una infinidad de controles sean probados, es decir, si se desea cambiar el control solo bastará con reemplazar el archivo: *Collaborativepid.hpp* por el control que se desee ejecutar. A continuación se muestra la implementación de un control colaborativo para dos agentes utilizando esta plataforma. El sistema trabaja de la siguiente manera: Dos Crazyflie2.0 son puestos en cualquier posición dentro de la arena. Un control de Xbox360 da la orden de inicio y final de la prueba, es decir, controla el despegue o aterrizaje de los VANTs. Si el botón X es presionado, los Crazyflie ejecutarán su tarea programada, por otra parte si el botón A es presionado estos interrumpen su tarea y aterrizan. Para iniciar la prueba, solo es necesario ejecutar en siguiente comando:

```
$ roslaunch crazyflie_demo Collaborative2.launch
uri1:=radio://0/100/2M/E7E7E7E701 frame1:=Dron1
uri2:=radio://0/100/2M/E7E7E7E704 frame2:=Dron4
x1:=0 y1:=0 z1:=0.4 server:= 192.168.0.123
```

donde *uri1* y *uri2* son las direcciones únicas de cada Crazyflie para su comunicación con el *Crazyradio PA*. *Frame1* y *Frame2* son los nombres de las tramas que serán leídas por el VRPN (nombre de los cuerpos rígidos). (*X1, Y1, Z1*) son la posición deseada y por último *server* es la dirección Ip de la computadora donde se encuentra instalado el Motive: Traker. Por otro lado, el archivo *Collaborative2.launch* asigna los frames leídos por el VRPN al nodo de su VANT correspondiente, establece el punto de referencia (objetivo), crea los nodos controladores de cada VANT. Básicamente, es el encargado de describir los nodos principales que serán ocupados. La figura 5.14 muestra la ejecución

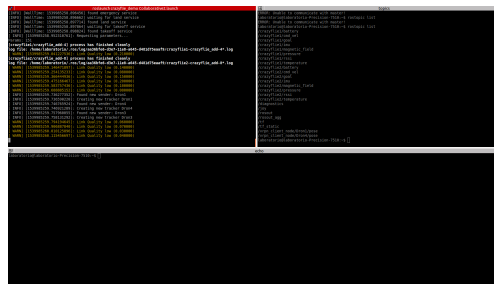


Figura 5.14. Ejecución del control colaborativo.

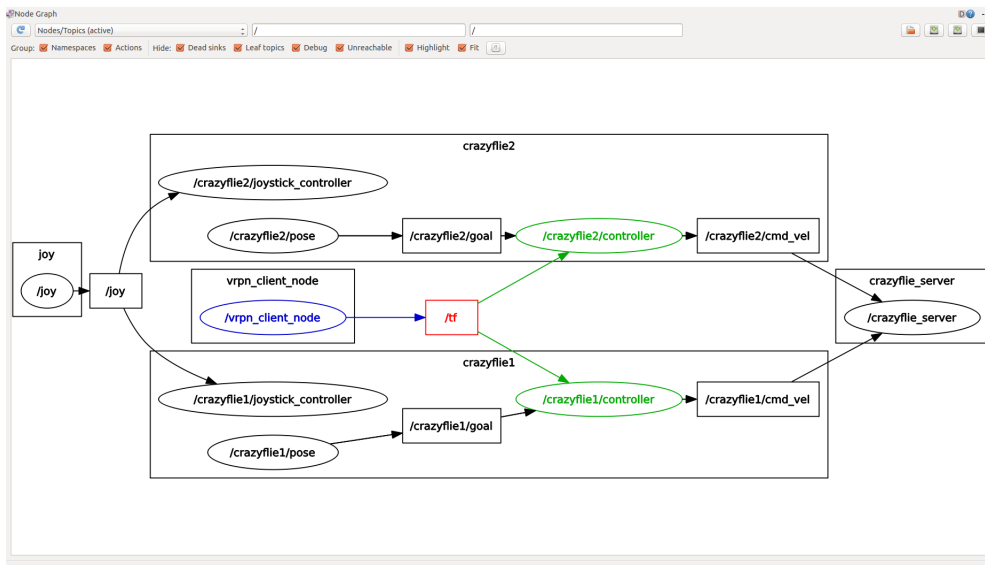


Figura 5.15. Distribución computacional del programa en ROS.

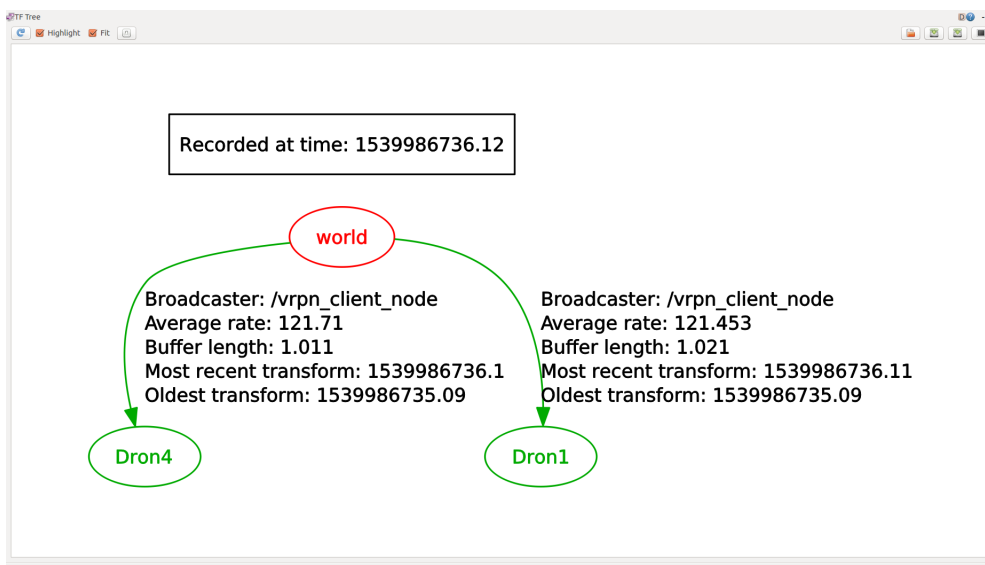


Figura 5.16. Estado de la conexión VRPN a través de rqt\_tf\_tree para dos nodos.

### 5.3. Resultados experimentales

En esta sección se muestran los resultado experimentales obtenidos del Crazyflie 2.0 utilizando la arena de vuelo del Laboratorio de Control Avanzado de la Facultad de Ciencias de la Electrónica (BUAP) y que ha sido descrita anteriormente. Debido al extenso trabajo de tesis se utiliza el control de orientación que se encuentra programado en el Crazyflie 2.0, el control de posición (véase capítulo 3) y colaborativo (véase capítulo 4) son realizados experimentalmente.

### 5.3.1. Control de posición

La siguiente figura 5.17 muestra un diagrama general a bloques que componen el modelo dinámico y cinemático del VANT y sus respectivas leyes de control que son utilizados para implementar experimentalmente el control de posición.

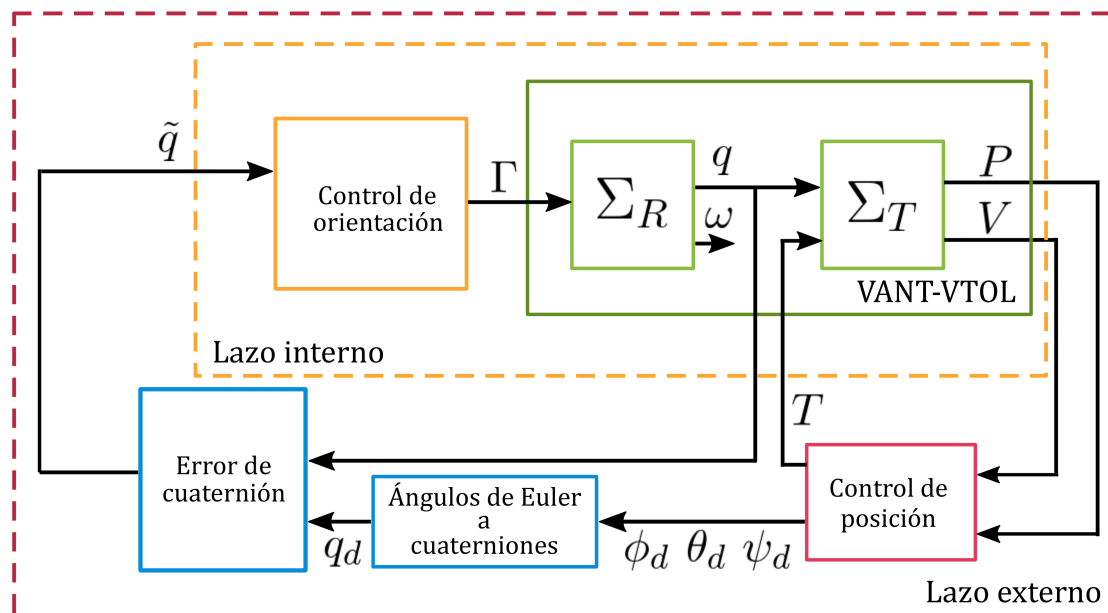


Figura 5.17. Diagrama de bloques de la dinámica del VANT, control de orientación y posición.

Los parámetros físicos del Crazyflie 2.0 (véase tabla 5.1) son necesarios e indispensables para poder realizar una simulación lo más aproximado a la realidad y así, la programación del control de posición y colaborativo puedan ser implementados. Por lo tanto, considerando los experimentos realizados en [33] se tiene la siguiente información de los parámetros físicos del Crazyflie 2.0:

Parámetro	Descripción	Valor
m	Masa del cuadrirotor	0,027Kg
l	Longitud del motor al centro de gravedad	0,039m
$I_{xx}$	Principal momento de inercia alrededor del eje x	$1,0947 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
$I_{yy}$	Principal momento de inercia alrededor del eje y	$1,1019 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
$I_{zz}$	Principal momento de inercia alrededor del eje z	$2,112 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$
b	Constante proporcional de fuerza-empuje	$3,1582 \times 10^{-12} \frac{N}{rpm^2}$
k	Coefficiente proporcional de arrastre	$7,9379 \times 10^{-10} \frac{N \cdot m}{rpm^2}$
rpm	Revoluciones por minuto máximo que alcanza los motores del VANT Crazyflie 2.0	25000 RPM

Tabla 5.1. Parámetros físicos del crazyflie 2.0.

La figura 5.18 muestra la posición del VANT en los tres ejes donde el VANT se somete a diferentes posiciones (véase tabla 5.2) de tal manera que forme una especie de cubo.

No. posición	Posición deseada (x y z)
1	(0 0 0.4)
2	(1 0 0.4)
3	(1 0.8 0.4)
4	(0 0.8 0.4)
5	(0 0.8 0.8)
6	(1 0.8 0.8)
7	(1 0 0.8)
8	(0 0 0.8)
9	(0.5 0.84 0.8)

Tabla 5.2. Tabla de posiciones deseadas para un VANT.

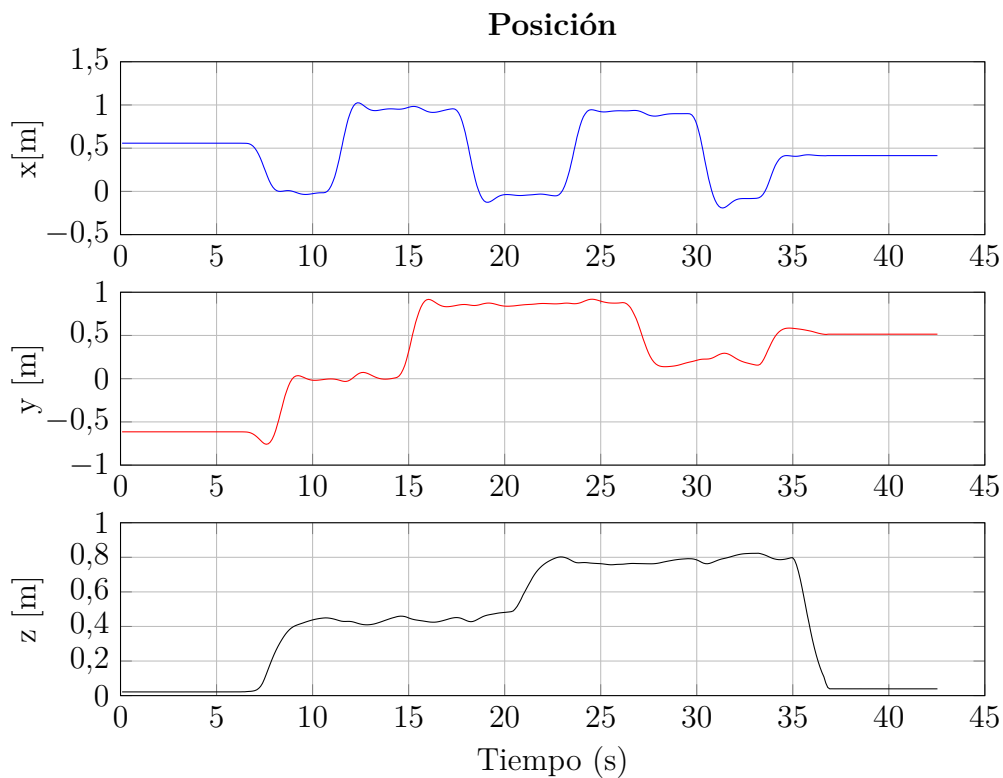


Figura 5.18. Resultados experimentales del control de posición.

Por lo que el tiempo que tarda en finalizar la trayectoria de las posiciones es de aproximadamente 43 segundos. En la figura 5.19 muestra la trayectoria del VANT al realizar dichas posiciones, se observa que en  $t = 0$  segundos el VANT se encuentra en una posición inicial de  $P = (0,5 \ -0,6 \ 0,02)^T(m)$ , en  $t = 10$  segundos el VANT realiza la primera posición en  $P_1^d = (0 \ 0 \ 0,4)^T(m)$ , en  $t = 12$  segundos realiza la segunda posición  $P_2^d = (1 \ 0 \ 0,4)^T(m)$ , cuando  $t = 15$  segundos la tercera posición es realizada  $P_3^d = (1 \ 0,8 \ 0,4)^T(m)$ , en  $t = 18$  segundos la cuarta posición es realizada  $P_4^d = (0 \ 0,8 \ 0,4)$ , cuando  $t = 22$  segundos la quinta posición es realizada  $P_5^d = (0 \ 0,8 \ 0,8)^T(m)$ , en  $t = 26$  segundos se llega a la posición sexta  $P_6^d = (1 \ 0,8 \ 0,8)^T(m)$ , cuando  $t = 28$  segundos la séptima posición es realizada en  $P_7^d = (1 \ 0 \ 0,8)^T(m)$ , en  $t = 30$  segundos la posición  $P_8^d = (0 \ 0 \ 0,8)^T(m)$  es realizada. Finalmente, la última posición es realizada cuando  $t = 34$  segundos y los  $t = 37$  el VANT es aterrizado.

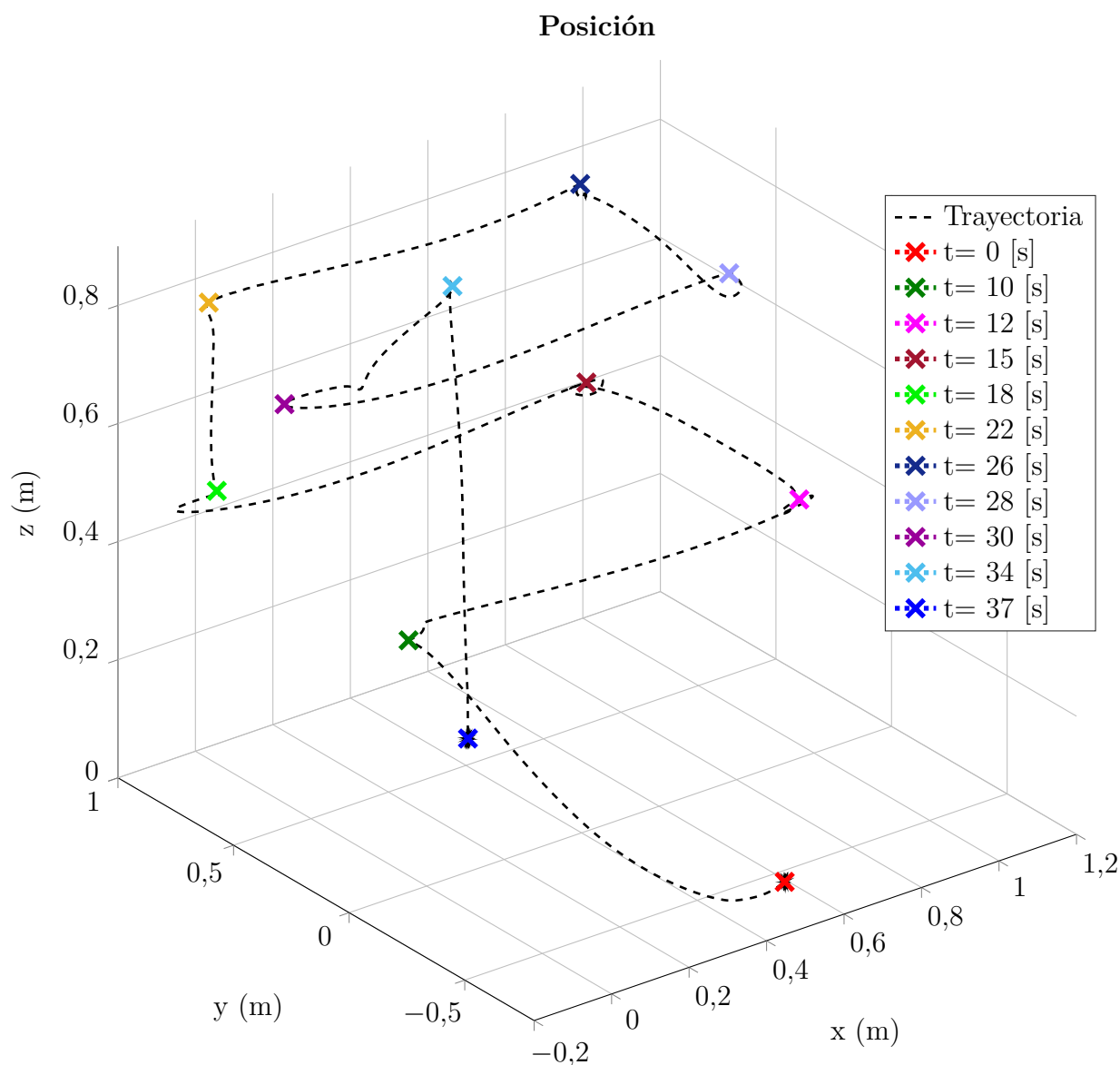


Figura 5.19. Trayectoria del VANT en 3D.

La figura 5.20 muestra los ángulos deseados  $\phi_d$ ,  $\theta_d$  donde una función de saturación de  $\pm 10^\circ$  en los ángulos deseados es empleado para no saturar al control de orientación y la fuerza de empuje de 0 a 60000 (mapeado a una salida PWM).

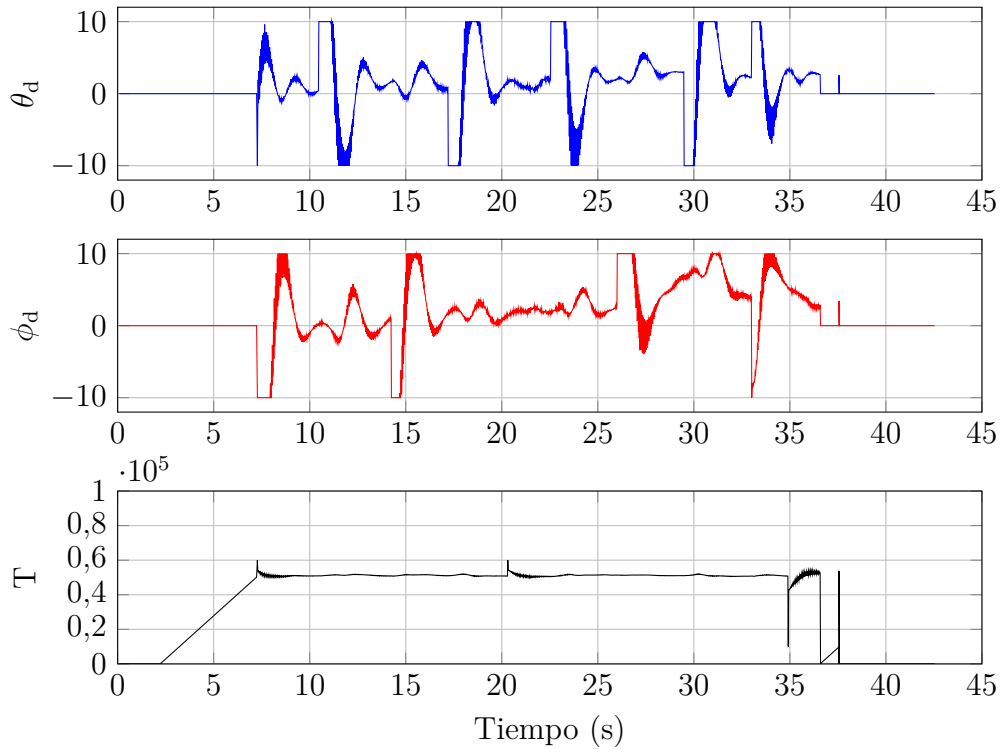


Figura 5.20. Ángulos deseados del VANT y fuerza de empuje.

La figura 5.21 muestra al VANT realizando las diferentes posiciones deseadas en la plataforma experimental.



Figura 5.21. VANT en ejecución del control de posición.

### 5.3.2. Control colaborativo

En la figura 5.22 muestra un diagrama de bloques del control colaborativo implementado en la plataforma experimental para dos agentes y un agente virtual.

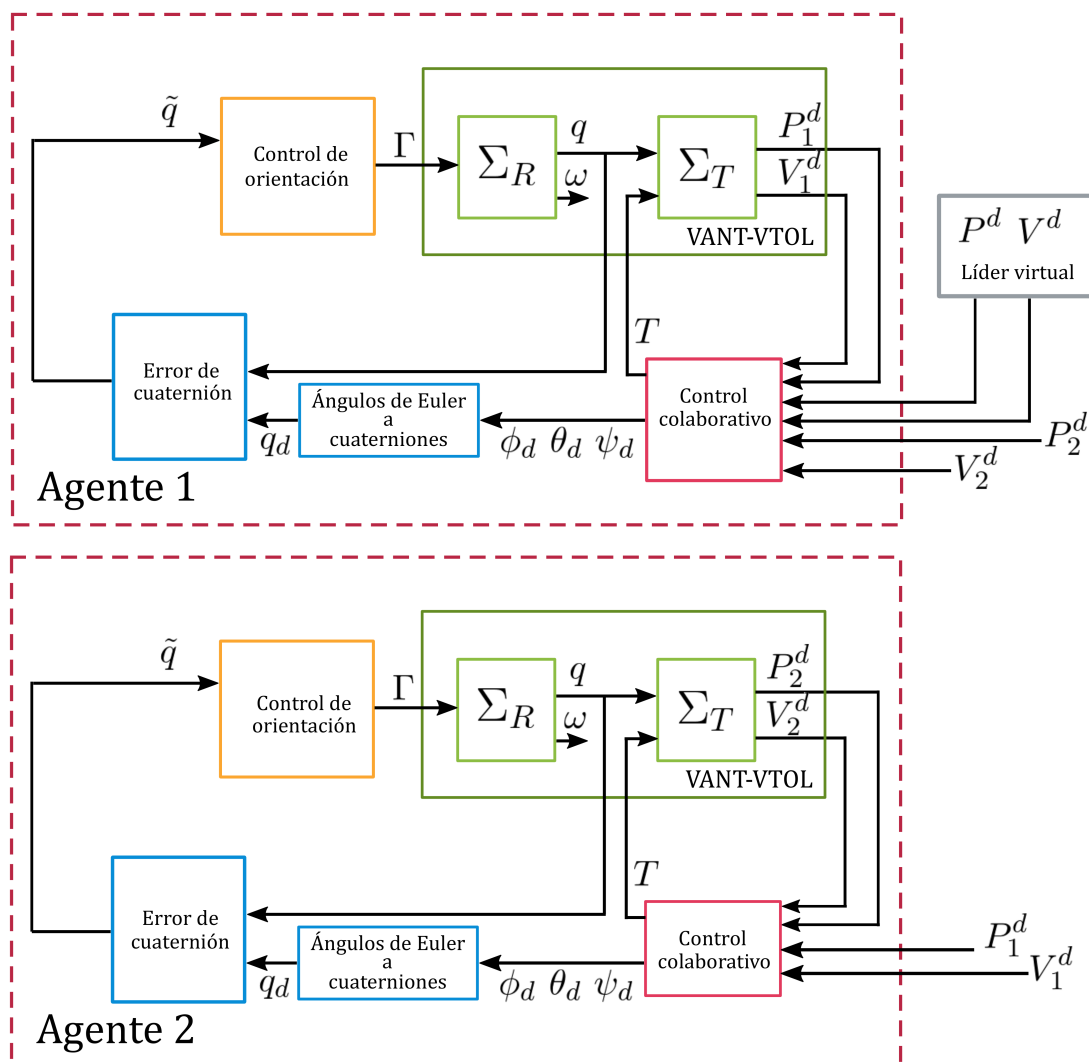


Figura 5.22. Diagrama de bloques del control colaborativo.

Donde  $P_1^d$  y  $V_1^d$  representa la posición y velocidad lineal del agente 1, respectivamente.  $P_2^d$  y  $V_2^d$  representa la posición y velocidad lineal del agente 2. De esta forma, el agente 1 conoce su propia posición y velocidad, la posición y velocidad del agente vecino (agente 2) y la posición deseada impuesta por el agente virtual. Por lo tanto, el agente 2 conoce su propia posición y la posición de su vecino (agente 1) sin saber la posición deseada del agente virtual, el agente 2 utilizando esta información debe de respetar dicha formación.

En la figura 5.23 se presentan tres gráficas que muestran la evolución de de posición de los agentes 1 y 2. Se puede observar que el agente 1 y agente 2 comienzan en una posición inicial  $P = (0,68, 0,66, 0)$  m y  $P = (0,68, 0, 0)$  m, respectivamente. La posición deseada  $P = (0, 0, 0,4)$  del agente 1 está impuesta por un agente virtual (considerado como un sistema exógeno) que le indica cual debe ser su posición y a su vez el agente 2 debe de respetar dicha formación a través de la posición y velocidad lineal del agente 1. De esta manera, el consenso entre ambos agentes es verificada en la implementación experimental del control colaborativo en 4.16 y 4.17 donde  $\Delta_{xij}, \Delta_{xij} = 0,5$  y  $\Delta_{yij}, \Delta_{yij} = 0$  representa la distancia de cada agente en el eje  $x$  y  $y$ . Utilizando como ejemplo la figura 5.24 muestra una vista en el plano  $x - y$  la posición inicial y final de cada agente.

El promedio del error entre la posición deseada y posición deseada experimental se encuentra en  $\pm 0,09$  metros. La figura 5.25 muestra la trayectoria realizada por los agentes.

En la figura 5.26 muestra los ángulos deseados  $\phi_d, \theta_d$  y la fuerza de empuje  $T$  del agente 1. La figura 5.27 muestra los ángulos deseados  $\phi_d, \theta_d$  y la fuerza de empuje  $T$  del agente 2 que está representado de 10000 a 60000 donde el crazyflie transforma dicha información de 0 a 100 % PWM. La figura 5.28 muestra los VANTs en ejecución del control colaborativo.

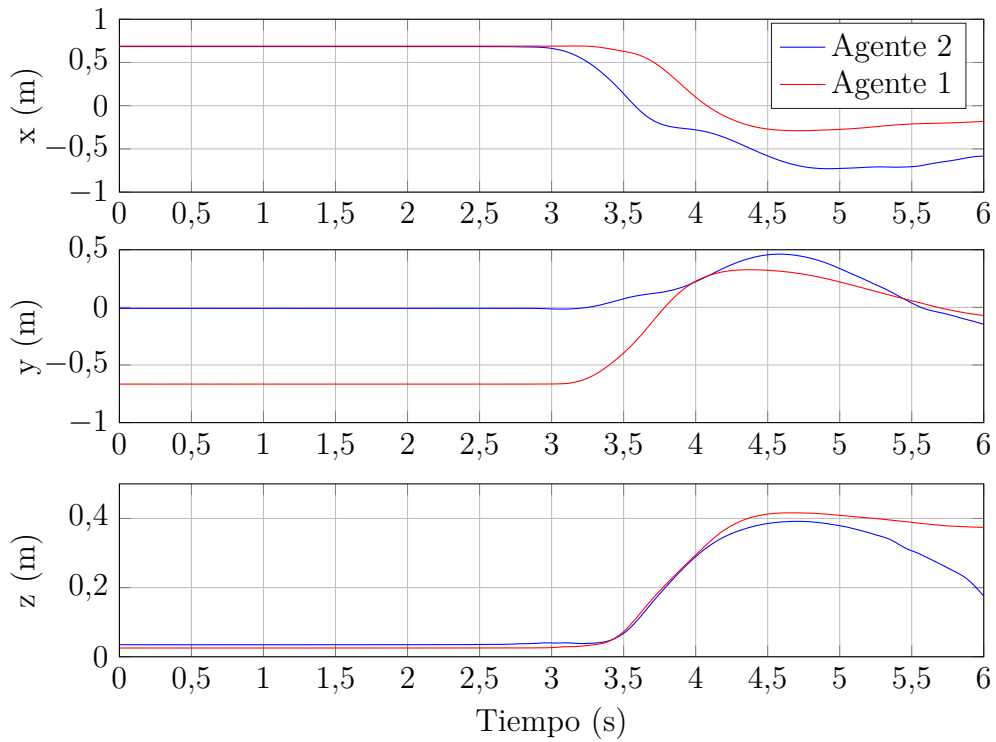


Figura 5.23. Posiciones del agente 1 y 2.

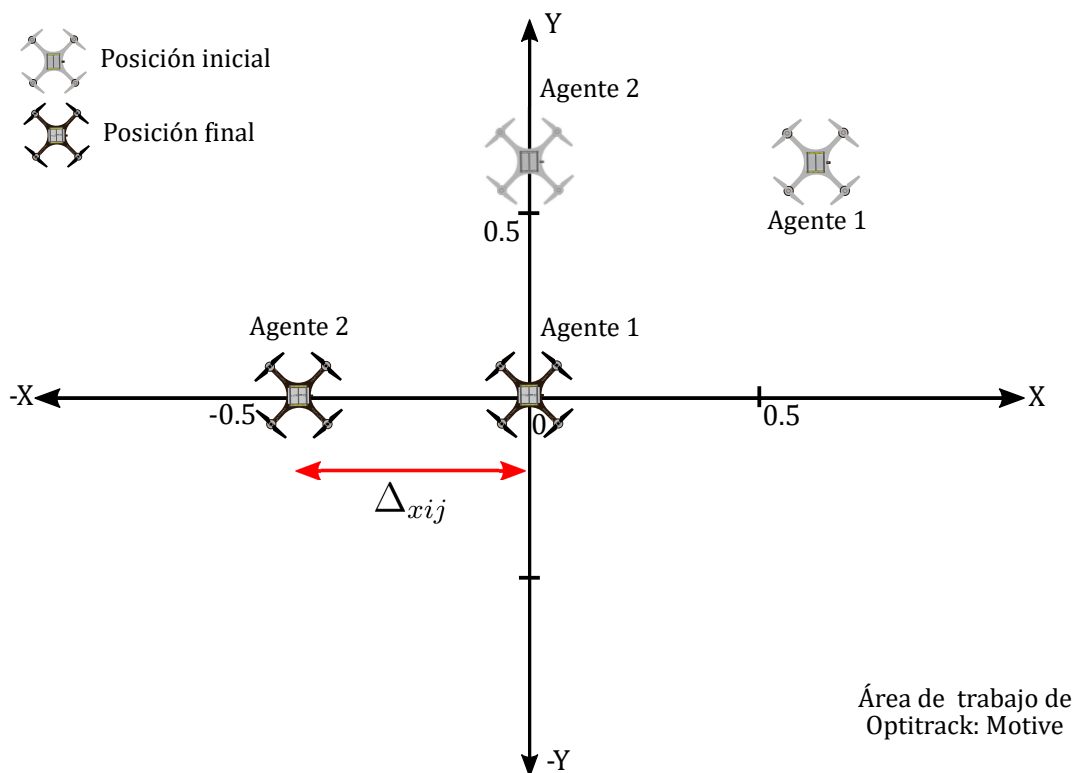


Figura 5.24. Vista en el plano  $x - y$  del control colaborativo.

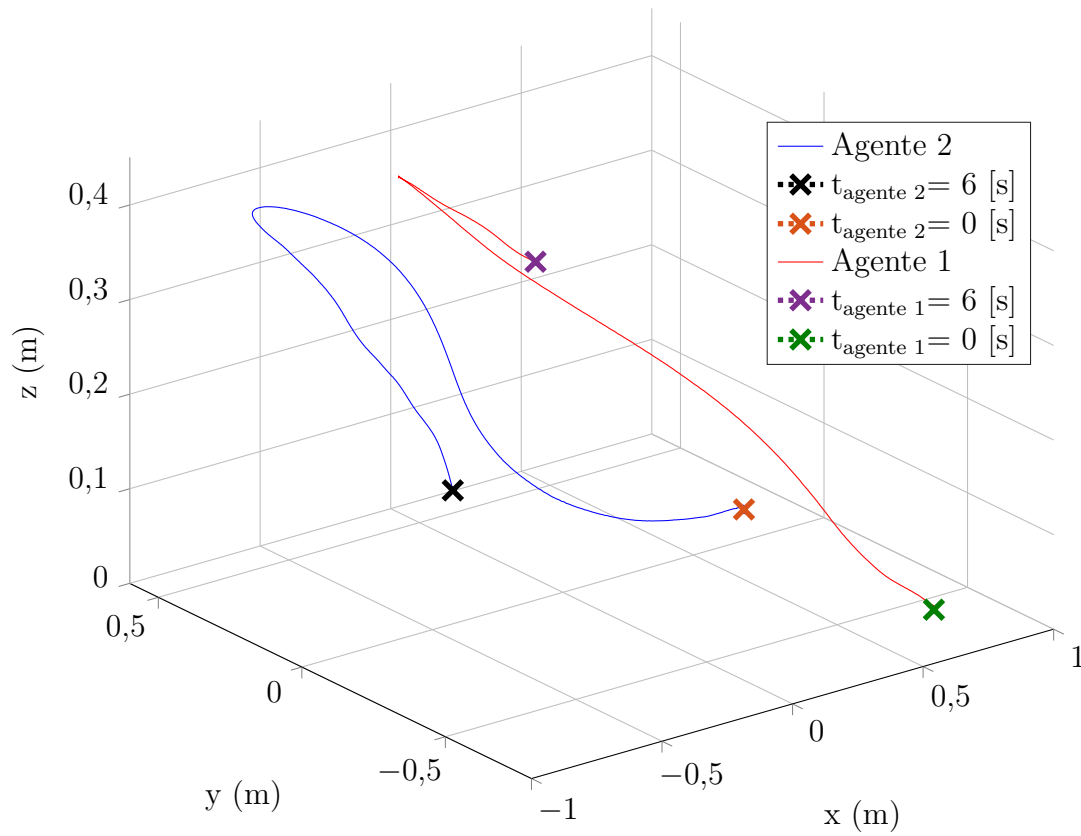


Figura 5.25. Trayectoria de los VANTs cuando el control colaborativo es ejecutado.

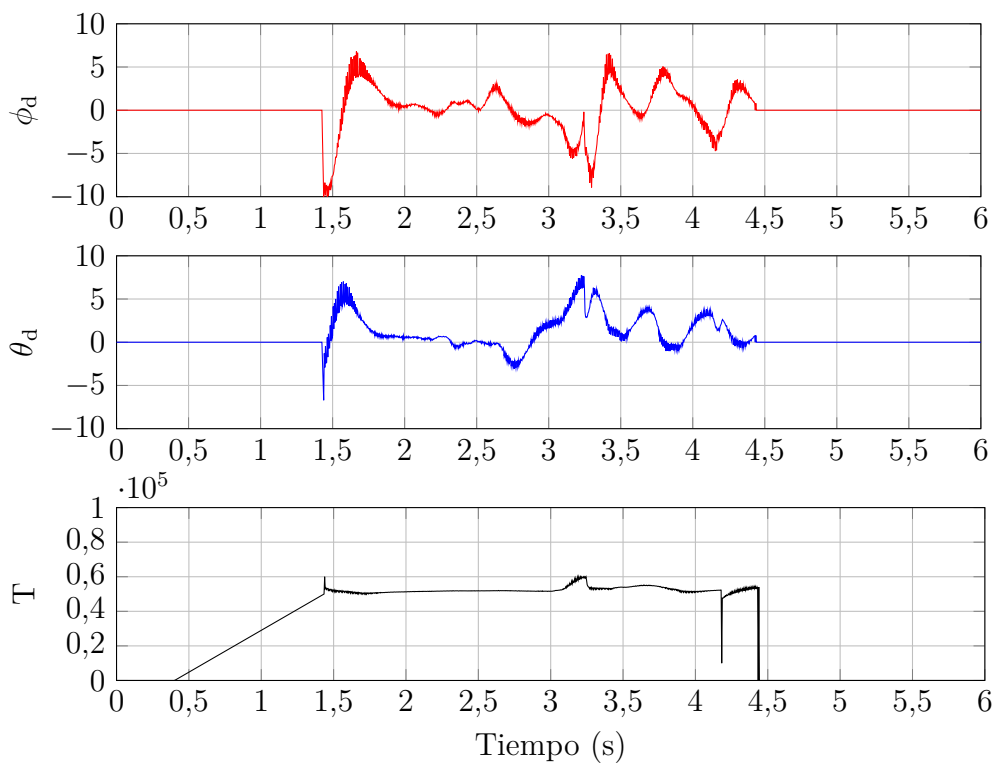


Figura 5.26. Ángulos deseados y fuerza de empuje del agente 1.

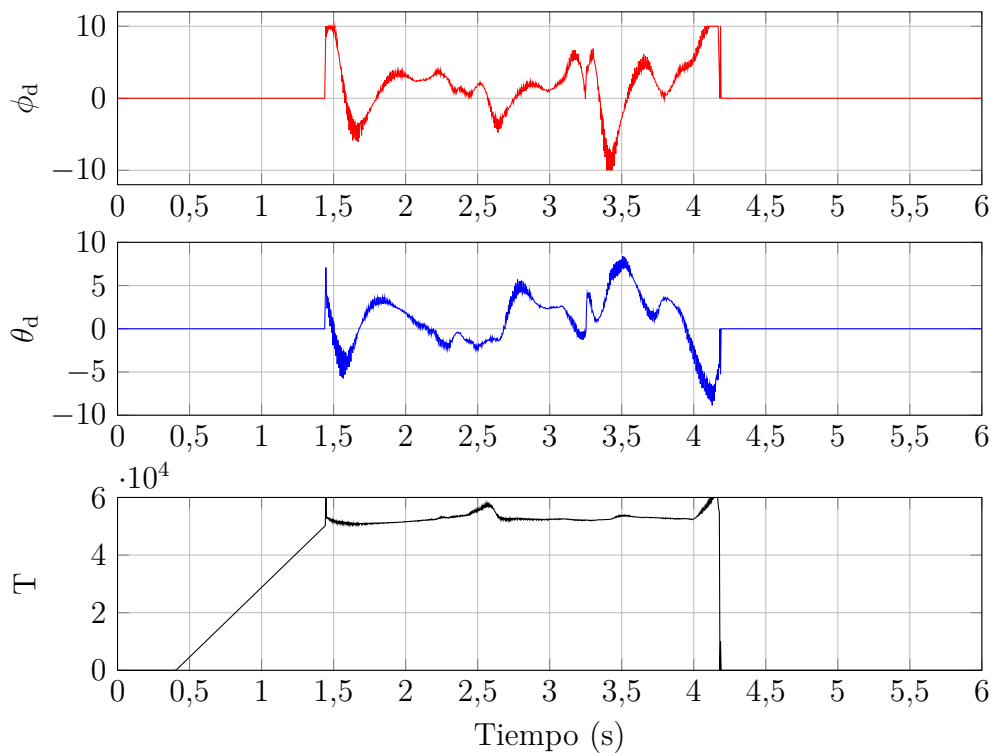


Figura 5.27. Ángulos deseados y fuerza de empuje del agente 2.



Figura 5.28. VANTs en ejecución del control colaborativo.

---

# Conclusiones

Con el desarrollo de una estrategia de control colaborativo para el transporte de carga mediante un sistema multi VANTs se puede concluir que el modelo dinámico y cinemático de un VANT sin carga permitió entender su comportamiento y como resultado se obtuvo el modelado matemático de un VANT con carga considerando el movimiento oscilatorio de la carga como una perturbación externa. A continuación se presentan las conclusiones de este trabajo:

- Para el seguimiento de trayectoria de orientación se realizó una comparación del beneficio del control de seguimiento de orientación basado en ADRC (Rechazo Activo de perturbaciones) con respecto a un control convencional que no toma en cuenta el máximo toque que puede ser aplicado y tampoco incorpora una rechazo de perturbación.
- Se mostró la ventaja del control basado en ADRC donde no es necesario realizar el modelado matemático de la perturbación externa, por lo que se propuso el diseño de un Observador de Estado Extendido (ESO) que está basado en la dinámica del movimiento de rotación que permitió estimar la perturbación externa y así mitigarla mediante una apropiada ley de control no lineal.
- Se realizó una prueba de estabilidad utilizando las propiedades de ISS (Input-to-State Stability) y se demostró matemáticamente que el sistema es capaz de mantener su orientación a pesar de perturbaciones externas. Esto significa que el error de la dinámica del Observador de Estado Extendido converge a una esfera centrada en el origen del error de estimación.
- Se utilizó el control de orientación basado en ADRC, contemplando que la posición depende de la orientación, se propuso un control de posición tipo PID.
- La estabilidad del control de posición se mostró mediante el análisis de la dinámica del error, la cual al ser lineal permite demostrar que el vector de error de posición converge a cero con una adecuada selección de las ganancias, i. e. , que la matriz  $A$  en ecuación (4.10) sea Hurwitz.

- Se realizó una comparación del control propuesto (orientación con ADRC + posición PID) contra un control de orientación convencional mostrando una clara ventaja. Esta comparación fue hecha usando el índice ISE.
- Una vez que el control de orientación y posición fueron estabilizados, se propuso una ley de control colaborativo líder-seguidor, con el objetivo de estabilizar un sistema multi-VANT en una determinada posición en el espacio. Los resultados de simulación mostraron que el control colaborativo satisface las formaciones diseñadas mediante un grafo.
- Se implementó una plataforma experimental en el Laboratorio de Control Avanzado en la Facultad de Ciencias de la Electrónica (BUAP) utilizando cuatro cámaras de Optitrack donde se obtuvieron los datos de la posición y orientación del VANT mediante una triangulación utilizando el Software de Optitrack: Motive. Estos datos son procesados utilizando la paquetería de Crazyflie 2.0 en ROS, lo que permitió comprobar los algoritmos de control posición y colaborativo experimentalmente.
- Los resultados experimentales del control colaborativo presentaron un error promedio en la posición de  $\pm 0,09$  m, el cual comparado con los 80 ms de latencia y un error milimétrico de OptiTrack se consideran resultados satisfactorios. La principal ventaja de esta plataforma experimental es que cuenta con un paquetería dedicada a algoritmos de control, por esta razón, si se desea evaluar otro algoritmo de control de posición y colaborativo basta con sustituir el código.

---

# Bibliografía

- [1] Omid Shakernia, Yi Ma, T. John Koo, T. John, and Shankar Sastry. Landing an unmanned air vehicle: Vision based motion estimation and nonlinear control. *Asian Journal of Control*, 1:128–145, 1999.
- [2] J.F. Guerrero-Castellanos, N. Marchand, A. Hably, S. Lesecq, and J. Delamare. Bounded attitude control of rigid bodies: Real-time experimentation to a quadrotor mini-helicopter. *Control Engineering Practice*, 19(8):790 – 797, 2011.
- [3] M. Hamza, A. Jehangir, T. Ahmad, A. Sohail, and M. Naeem. Design of surveillance drone with x-ray camera, ir camera and metal detector. In *2017 Ninth International Conference on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN)*, pages 111–114, July 2017.
- [4] T. Moribe, H. Okada, K. Kobayashi, and M. Katayama. Combination of a wireless sensor network and drone using infrared thermometers for smart agriculture. In *2018 15th IEEE Annual Consumer Communications Networking Conference (CCNC)*, pages 1–2, Jan 2018.
- [5] Mario Ramírez-Neria Hebertt Sira-Ramírez, Alberto Luviano-Juárez and Eric William Zurita-Bustamante. *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems: A Flatness-Based Approach*. Butterworth-Heinemann, 2017.
- [6] S. M. Orozco-Soto and J. M. Ibarra-Zannatha. Motion control of humanoid robots using sliding mode observer-based active disturbance rejection control. In *2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, pages 1–8, Oct 2017.
- [7] H. Chalawane, A. Essadki, T. Nasser, and M. Arbaoui. A new robust control based on active disturbance rejection controller for speed sensorless induction motor. In *2017 International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT)*, pages 1–6, Nov 2017.
- [8] Z. Yin and P. Wang. Methods to suppress voltage ripple of fast charging of electric vehicle based on active disturbance rejection control technique. In *2017 3rd IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE)*, pages 760–765, Aug 2017.

- [9] Jonathan Fink, Nathan Michael, Soonkyum Kim, and Vijay Kumar. Planning and control for cooperative manipulation and transportation with aerial robots. In Cédric Pradalier, Roland Siegwart, and Gerhard Hirzinger, editors, *Robotics Research*, pages 643–659, Berlin, Heidelberg, 2011. Springer Berlin Heidelberg.
- [10] I. Maza, K. Kondak, M. Bernard, and A. Ollero. Multi-uav cooperation and control for load transportation and deployment. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 57(1):417, Aug 2009.
- [11] Nathan Michael, Jonathan Fink, and Vijay Kumar. Cooperative manipulation and transportation with aerial robots. *Autonomous Robots*, 30(1):73–86, Jan 2011.
- [12] Markus Bernard, Konstantin Kondak, Ivan Maza, and Anibal Ollero. Autonomous transportation and deployment with aerial robots for search and rescue missions. *J. Field Robot.*, 28(6):914–931, November 2011.
- [13] Ningyue, Liyan, and Liukeeping. The research of mobile manipulator trajectory tracking cooperative control based on the adrc. In *2015 Chinese Automation Congress (CAC)*, pages 385–389, Nov 2015.
- [14] Claude Pègard Luis Rodolfo García Carrillo, Rogelio Lozano. *Quad Rotorcraft Control: Vision-Based Hovering and Navigation*. Springer-Verlag London, 2013.
- [15] RPAS Community. *RPAS: The global perspective*. 2016.
- [16] G. Wu and K. Sreenath. Geometric control of multiple quadrotors transporting a rigid-body load. In *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6141–6148, Dec 2014.
- [17] M. M. Nicotra, E. Garone, R. Naldi, and L. Marconi. Nested saturation control of an uav carrying a suspended load. In *2014 American Control Conference*, pages 3585–3590, June 2014.
- [18] K. Klausen, T. I. Fossen, and T. A. Johansen. Nonlinear control of a multirotor uav with suspended load. In *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 176–184, June 2015.
- [19] Z. Ma and S. M. Jiao. Research on the attitude control of quad-rotor uav based on active disturbance rejection control. In *2017 3rd IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE)*, pages 45–49, Aug 2017.
- [20] L. Qin, W. Zhou, L. Li, and W. Jiang. Active disturbance rejection control system design for quadrotor. In *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 6530–6534, July 2017.

- [21] Michael Wooldridge and Nicholas R. Jennings. Agent theories, architectures, and languages: A survey. In Michael J. Wooldridge and Nicholas R. Jennings, editors, *Intelligent Agents*, pages 1–39, Berlin, Heidelberg, 1995. Springer Berlin Heidelberg.
- [22] A. Vega-Alonzo, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Durand, N. Marchand, S. E. Maya-Rueda, and G. Mino-Aguilar. Event-based control strategy for consensus of a group of vtol-uavs. In *2016 Second International Conference on Event-based Control, Communication, and Signal Processing (EBCCSP)*, pages 1–8, June 2016.
- [23] D. V. Dimarogonas and E. Frazzoli. Distributed event-triggered control strategies for multi-agent systems. In *2009 47th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pages 906–910, Sept 2009.
- [24] Richard M. Murray, Zexiang Li, and S. Shankar Sastry. A mathematical introduction to robotic manipulation, 1994.
- [25] Thor Fossen. *A Guidance and Control of Ocean Vehicles*. 08 1994.
- [26] Malcolm D Shuster. A survey of attitude representations. *Navigation*, 8(9):439–517, 1993.
- [27] E.D. Sontag and Y. Wang. On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems and Control Letters*, 24:351–359, 1995.
- [28] M. M. Nicotra, E. Garone, R. Naldi, and L. Marconi. Nested saturation control of an uav carrying a suspended load. In *2014 American Control Conference*, pages 3585–3590, June 2014.
- [29] A.N.A.M.V. RODRÍGUEZ, F.A. MARTÍN, F.G. COUSO, M.L. GONZÁLEZ, G.P. VERA, and C.V. MARTÍN. *Teoría de grafos. Ejercicios y problemas resueltos*. Paraninfo, 2014.
- [30] intorobotics. 15+ reasons to use the robot operating system (ros). <https://www.intorobotics.com/15-reasons-to-use-the-robot-operating-system-ros/>.
- [31] Moodle UA 2015-16. Manual de ros. <https://moodle2015-16.ua.es/moodle/mod/book/tool/print/index.php?id=82546>.
- [32] ROS. Ros. <http://www.ros.org/>.
- [33] Carlos Luis and Jerome Le Ny. Design of a trajectory tracking controller for a nanoquadcopter. *CoRR*, abs/1608.05786, 2016.

---

# Anexo

## 5.4. Publicaciones derivadas de este trabajo

A continuación se describe la publicación derivada del presente trabajo de tesis:

- A. Pulido-Flores et al., “Active Disturbance Rejection Control for Attitude Stabilization of Multi-rotors UAVs with bounded inputs ”, 2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Dallas, TX, 2018, pp. 1181-1188.

## 5.5. Estancia en el extranjero

Se realizó una estancia de investigación en Institut Polytechnique des Sciences Avancées (IPSA) París, Francia con una duración de tres meses iniciando del 01 de mayo de 2018 al 27 de julio de 2018 con el proyecto “Active disturbance rejection control of Rotorcraft having a suspended Load” bajo la supervisión del Dr. Juan Antonio Escareno y Dr. Jonatan Uziel Álvarez Muñoz.

Se expuso la investigación “Active Disturbance Rejection Control for Piezoelectric Actuators” como resultado del trabajo realizado en la estancia de investigación en el extranjero y fue presentado en la conferencia IFAC-MICNON 2018 en Guadalajara, México.

**IFAC MICNON 2018**

**MICNON 2018: Bio-inspired Miniaturized Aerial Vehicles, Workshop**

- **DESIGN AND MODELING**
- **1- Micky Rakotondrabe,**  
FEMTO-ST, Université Bourgogne Franche-Comté / CNRS, Besançon France  
Title: "Piezoelectric smart materials for the actuation of miniaturized UAV: development, modeling and control"
- **2- G. Etcheverry & J. Duran**  
Departamento de Computación, Electrónica y Mecatrónica, EDEI, UDLAP  
Title: "Bouc-Wen system approximation by Bilinear Hereditary Computation"
- **BREAK - DISCUSSION**
- **OBSERVERS AND CONTROL**
- **3- Jonatan Alvarez<sup>1</sup>, J. Escareno, Islam Boussada<sup>2</sup>, and O. Labbanni-Igvida<sup>3</sup>**  
1. Laboratoire des signaux et systèmes, Supelec, Gif-sur-Yvette France, 2. Institut Polytechnique des Sciences Avancées, Ivry-sur-Seine France, 3. XLIM Laboratory, Limoges University  
Title: "Multi-agent Systems with Communication and Sensor Delays"
- **4- A. Pulido<sup>1</sup>, F. Guerrero, S. Villa-Rueda, J. Alvarez and J. Escareno<sup>2</sup>**  
1. Universidad Autonoma de Puebla, 2. Institut Polytechnique des Sciences Avancées, Ivry-sur-Seine France  
Title: "Active Disturbance Rejection Control for Piezoelectric Actuators"

# Active Disturbance Rejection Control for Attitude Stabilization of Multi-rotors UAVs with bounded inputs

A. Pulido-Flores, J. F. Guerrero-Castellanos, J. Linares-Flores, S. E. Maya-Rueda, J. U. Alvarez-Muñoz, J. Escareno and G. Mino-Aguilar

**Abstract**—This paper proposes a new control schema for precise attitude stabilization of Multi-rotors UAVs subject to unknown external disturbances. Actually, the small size and low inertia moments render the control problem very challenging. Thus, an observer-based and a quaternion-based control schema are proposed. Firstly, and under the assumption that disturbance is smooth and bounded, an extended state observer (ESO) is designed. Once the external disturbance is estimated, a quaternion-based controller is proposed which actively compensates and mitigates the disturbance. The proposed control strategy in this paper is simple to implement and tune. In other words, it tends to be computationally light, which allows to be easily deployed across various hardware-software platforms. Simulations results demonstrate that an improved stabilization performance is achieved when compared to a standard quaternion stabilization control.

## I. INTRODUCTION

Recent research on Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) has presented improvements in the design and implementation of small and cheap aerial robots which are employed in a wide range of applications. The ability to fly over obstacles and maneuver in confined spaces makes multirotors ideal candidates for observation/perception or interactive/transportation tasks. The latter have become attractive for researchers, since they increase the employability of these vehicles for various applications, *e.g.* to suspend a load with a cable [1]. However, a disadvantage for small UAVs is their low inertia moment, which makes the control problem very challenging due to external disturbance forces arising from the environment. Furthermore, for an UAV carrying a cable-suspended load, the swing of the suspended-load induces unknown torque disturbances which can result in flight instability [2].

The mathematical model of underactuated multirotors can be divided into two subsystems: rotational and translation dynamics. These subsystems are coupled in cascade where translation motion is linked to rotational dynamics. Thus, an attitude-stabilized control is necessary to achieve the trajectory-tracking goal. The latter is not an obvious task in the presence of uncertainties, either structured (parametric)

or external. Particularly, in the case of aerial transport operations, where center-of-gravity shifting (torque disturbance) and multi-body dynamic couplings arise, a disturbance-tolerant controller design is necessary. In this category, several research works have been carried out. In [3], a slung load transportation application is addressed using autonomous small-size helicopters. A Newtonian model and control are proposed to drive a variable number of helicopters while transporting a load. Indeed, the proposed controller prevents and compensates oscillations during the transportation operation, which is demonstrated by flight experiments using three helicopters. On the other hand, in the case of rotorcrafts mini aerial vehicles (MAVs), they feature a reduced payload-carrying capacity, which represents a critical issue while transporting cargo, or during aerial grasping. However, multiple vehicles are able to overcome this issue, as demonstrated in [4], where a quad-rotors fleet transport a cargo using cables. A critical aspect is the generation of trajectories where the rotorcrafts provide swing-free load motion, which has attracted the interest of diverse authors. In [5] the strategy to generate trajectories that provides a swing-free load's motion is presented. In [6] the same problem is addressed using a reinforcement learning algorithm to reduce loads oscillations. Sharing the same objective, in [7] a geometric control is proposed. An alternative UAV configuration equipped with a hook intended for delivering/retrieving cargo using a vision-based strategy is presented in [8]. Finally, in [9] a 2D disturbance-compensation strategy based on extended-state Kalman Filter is presented.

In the last years Active Disturbance Rejection Control (ADRC) has gained popularity because it has been exploited as a potential solution in almost all domains of control engineering, for example: motion control of humanoid robots [10], speed sensorless induction motor [11], electric vehicles [12], DC converters [13] and many more. ADRC is fundamentally based on the possibility of on-line estimating unknown disturbance inputs affecting the plant behaviour by means of suitable observers and proceeding to canceling them via an appropriate feedback control law using the gathered disturbance estimate [14]. ADRC algorithms have become very popular in the field of UAVs. Some researches propose ADRC-based control to control the desired attitude of a multirotor [15], [16]. However, a stability proof is not given and the parametrization in Euler angles can present singularities in certain applications.

The contribution of this work is centered on the proposal of a bounded quaternion-based attitude controller tolerant to

This work was partially supported by VIEP-BUAP under grant GUCJING18-I

A. Pulido-Flores, J. F. Guerrero-Castellanos and G. Mino-Aguilar are with Autonomous University of Puebla (BUAP), Faculty of Electronics, 72450, Puebla, Mexico {fermi.guerrero}@correo.buap.mx

J. Linares-Flores is with Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca 69000, Mexico, on sabbatical leave at Autonomous University of Puebla (BUAP), 72450 Puebla, Mexico, jlinares@mixteco.mx

J. U. Alvarez-Muñoz and J. Escareno are with Institut Polytechnique des Sciences Avancées (IPSA), 94200 Paris, France {jonatan.alvarez@ipsa.fr



**Dr. Juan-Antonio ESCARENO**  
Associate Professor  
Institut Polytechnique des Sciences Avancées  
Laboratoire de Systèmes Aériens Autonomes (LS2A)  
Email: [escareno@ipsa.fr](mailto:escareno@ipsa.fr)

Ivry sur Seine, France, July 26<sup>th</sup>, 2018

M.C. Ana Maria RODRIGUEZ DOMINGUEZ  
Coordinadora MIEL  
Facultad de Ciencias de la Electrónica  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
Puebla, Puebla, México

**Object:** appreciation letter

To whom it may concern,

I would like to convey my appreciation on the performance of **Miss Aracely PULIDO FLORES** during the project « "Active disturbance rejection control of Rotorcraft having a suspended Load" » at our laboratory.

I have advised Miss. PULIDO's work for 3 months and I am very satisfied with her performance throughout the project. Moreover, beyond the theoretical result witnessed with a conference publication, such results were also used in a medical robotics application. I witnessed that the student have been successful in reaching the main internship objectives.

Your Sincerely,

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'Juan-Antonio Escareno', is written over the 'Your Sincerely,' text.