



**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE PUEBLA**
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICA APLICADA

**LUZ POLARIZADA
MEDIANTE MODULACIÓN
DE AMPLITUD EN NO-CUADRATURA**

TESIS

Que para obtener el grado de
Doctor en Ciencias (Física Aplicada)

Presenta:

M.C. Gildardo Pablo Lemus Alonso

Director de Tesis:

Dr. Cruz Meneses Fabián

Puebla, Puebla, junio de 2016

A mi familia.....

Cuando se nos otorga la enseñanza se debe percibir como un valioso regalo y no como una dura tarea, aquí está la diferencia de lo trascendente.

Albert Einstein

Procura ser tan grande que todos quieran alcanzarte y tan humilde que todos quieran estar contigo.

Mahatma Gandhi

Soy de las que piensan que la ciencia tiene una gran belleza. Un científico en su laboratorio no es sólo un técnico: es también un niño colocado ante fenómenos naturales que le impresionan como un cuento de hadas.

Marie Curie

No tengo talentos especiales, pero sí soy profundamente curioso.

Albert Einstein

Mis padres son mi columna vertebral. Todavía lo son. Son el único grupo que te apoyarán si puntúas cero o 40.

Kobe Bryant

My friends and family are my support system. They tell me what I need to hear, not what I want to hear and they are there for me in the good and bad times. Without them I have no idea where I would be and I know that their love for me is what's keeping my head above the water.

Kelly Clarkson

Agradecimientos

A mi Señor, Jesús, quien me dio la fe, la fortaleza, la salud y la esperanza para terminar este trabajo.

A mis padres Gildardo Lemus Sánchez y Ma. Angela Alonso Espinosa por darme siempre consejos, su apoyo en tiempos difíciles y el sacrificio que hacen por mi.

A Ma. Guadalupe Magaña Alcaraz por sus palabras de animo y consejos.

A mi esposa Rosaura Kantún Montiel por su motivación y su gran apoyo.

A mi asesor Dr. Cruz Meneses Fabián, mi mas sincero agradecimiento por su apoyo y conocimientos que me compartió.

Dra. Maribel M. Méndez Otero, Dra. Ma. Rosario Pastrana Sánchez, Dr. Carlos I. Robledo Sánchez, Dr. Gustavo Rodríguez Zurita, Dr. Severino Muñoz Aguirre, por el apoyo otorgado a lo largo del Doctorado.

Francisco Lara Cortes, Erika Barojas Gutiérrez, Luis Eduardo Sánchez Flores, Héctor Kinto Ramírez, Gabriel Kantún Montiel, por el apoyo y amistad que me han brindado.

Ha sido muy importante el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), cuya beca permitió la realización de este trabajo, gracias.

A ti, por leer mi trabajo.....

Índice general

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Índice general	I
Índice de figuras	IV
Índice de tablas	VII
Resumen	VIII
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Justificación	3
1.3. Objetivos generales	4
1.4. Objetivos específicos	4
1.5. Hipótesis	5
1.6. Contexto del trabajo	5
1.7. Metodología	5
1.8. Descripción de los capítulos	6
2. Antecedentes	7
2.1. Introducción	7
2.2. Representación matemática de los estados de polarización	9
2.2.1. Polarización lineal	9
2.2.2. Polarización circular	10
2.2.3. Polarización elíptica	12
2.3. Elementos ópticos para crear luz polarizada	14
2.3.1. Dicroísmo	14
2.3.2. Birrefringencia	15
2.3.3. Esparcimiento y polarización	16
2.3.4. Polarización por reflexión	17
2.3.5. Retardadores	17
2.4. Algunas aplicaciones de la polarización	18
2.5. Métodos tradicionales para medir estados de polarización	19

2.5.1.	Parámetros de Stokes	19
2.5.2.	Polarímetro por rotación de retardador	21
2.5.3.	Mapa de contorno del estado espacio-temporal de la polarización de la luz	25
2.5.4.	Polarímetro interferómetro de sólo una toma de campo completo con un esquema integrado de calibración	26
2.6.	Variación de amplitud de dos campos ópticos	28
2.7.	Conclusiones	30
3.	Creación de estados de polarización mediante NQAM	31
3.1.	Introducción	31
3.1.1.	Modulación de amplitudes aplicados a la polarización	34
3.2.	Simulación de Polarización lineal, circular y elíptica	35
3.2.1.	Simulación de Polarización lineal	36
3.2.2.	Simulación de Polarización circular	37
3.2.3.	Simulación de Polarización elíptica	39
3.3.	Simulación de Polarización radial y azimutal	41
3.3.1.	Polarización radial y su topología	42
3.3.2.	Polarización azimutal y su topología	46
3.4.	Resultados experimentales de modulación de sólo amplitud del campo óptico	50
3.5.	Conclusiones	56
4.	Mediciones experimentales preliminares de polarización con métodos tradicionales e interferométricos	57
4.1.	Introducción	57
4.2.	Arreglo y mediciones experimentales de los parámetros de Stokes	57
4.3.	Mediciones experimentales de polarización homogénea por rotación de retardador	63
4.4.	Interferómetro de trayectoria común de doble abertura	68
4.5.	Polarímetro basado en elipses de intensidad	70
4.5.1.	Arreglo y mediciones experimentales mediante elipses de intensidad	75
4.6.	Usando franjas portadoras	77
4.6.1.	Uso de DACPI con rejillas en el plano de entrada para crear la frecuencia portadora	80
4.6.1.1.	Resultados experimentales preliminares	83
4.6.2.	Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora	86
4.6.2.1.	Resultados preliminares experimentales	91
4.7.	Conclusiones	95
5.	Conclusiones generales	97
5.1.	Conclusiones	97
5.2.	Trabajo futuro	98

Bibliografía	99
Apéndice A. Simulación de Polarización lineal	105
Apéndice B. Simulación de Polarización circular	107
Apéndice C. Simulación de Polarización elíptica	109
Apéndice D. Simulación de Polarización con el un ángulo de inclinación ψ y una elipticidad ε deseada	111
Apéndice E. Simulación de Polarización radial	113
Apéndice F. Simulación de Polarización radial con topología	115
Apéndice G. Simulación de Polarización azimutal	118
Apéndice H. Simulación de Polarización azimutal con topología	120
Apéndice I. Artículo publicado	123

Índice de figuras

2.1.	<i>Representación de luz no polarizada.</i>	8
2.2.	<i>Polarización lineal, viajando en dirección z con $\alpha = 0^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.</i>	10
2.3.	<i>Polarización lineal, viajando en dirección z con $\alpha = 180^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.</i>	10
2.4.	<i>Polarización circular a derecha, viajando en dirección z con $\alpha = -90^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.</i>	11
2.5.	<i>Polarización circular a izquierda, viajando en dirección z con $\alpha = 90^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.</i>	12
2.6.	<i>Gráfica de una elipse donde se muestran los ángulos y amplitudes.</i>	13
2.7.	<i>Varias configuraciones de polarización, la luz sería circular con $\alpha = \pi/2$ ó $3\pi/2$ siempre que $A_y = A_x$, pero por generalidad aquí $A_y > A_x$.</i>	14
2.8.	<i>Algunos ejemplos de dicroísmo: (a) turmalina, (b) rejilla de alambre y (c) polaroide.</i>	15
2.9.	<i>Algunos ejemplos birrefringencia: (a) calcita, (b) prisma de Nicol, (c) polarizador de Glan-Focault y (d) prisma Wollaston.</i>	16
2.10.	<i>Polarización por esparcimiento.</i>	16
2.11.	<i>Polarización por reflexión.</i>	17
2.12.	<i>Rombo de Fresnel.</i>	18
2.13.	<i>Diagrama para medir los parámetros de Stokes.</i>	20
2.14.	<i>Diagrama para medir polarización.</i>	22
2.15.	<i>Mach-Zehnder polarímetro interferométrico.</i>	25
2.16.	<i>Patrón de interferencia con distorsión.</i>	26
2.17.	<i>Mach-Zehnder polarímetro interferométrico.</i>	27
2.18.	<i>(a) Interferograma de un retardador de onda como objeto de prueba, (b) amplitud de espectro de Fourier del interferograma.</i>	28
3.1.	<i>Casos especiales de PM, AM y PAM.</i>	33
3.2.	<i>Diagrama representativo del arreglo experimental para crear polarización.</i>	35
3.3.	<i>Simulación de polarización lineal, (a) gráfica de la polarización lineal simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.</i>	36
3.4.	<i>Gráfica vectorial de la simulación de polarización lineal, con una magnitud de (a) 1, (b) 0.7, (c) 0, (d) 0.7 y (e) 1.</i>	37
3.5.	<i>Simulación de polarización circular, (a) gráfica de la polarización circular simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.</i>	38

3.6.	<i>Gráfica vectorial de la simulación de polarización circular, con una magnitud de (a) 0.7, (b) 0.7, (c) 0.7 , (d) 0.7, (e) 0.7 y (f) 0.7.</i>	38
3.7.	<i>Simulación de polarización elíptica, (a) gráfica de la polarización elíptica simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.</i>	39
3.8.	<i>Gráfica vectorial de la simulación de polarización elíptica, con una magnitud de (a) 1, (b) 0.9, (c) 1.8 , (d) 1, (e) 0.9 y (f) 1.8.</i>	40
3.9.	<i>Varias polarizaciones elípticas obtenidas con modulación de amplitud, (a1) $\varepsilon = \frac{\pi}{6}$, ψ tiene diferentes valores, (a2) gráfica de amplitud, (b1) ε tiene diferentes valores, $\psi = \frac{\pi}{4}$, (b2) gráfica de amplitud</i>	41
3.10.	<i>Gráfica vectorial de la polarización radial.</i>	42
3.11.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	43
3.12.	<i>Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 1$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	44
3.13.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	44
3.14.	<i>Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 2$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	45
3.15.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	45
3.16.	<i>Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 3$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	46
3.17.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	46
3.18.	<i>Gráfica vectorial de la polarización azimutal.</i>	47
3.19.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	47
3.20.	<i>Gráficas de (a) polarización azimutal con topología $m = 1$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	48
3.21.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	48
3.22.	<i>Gráficas de (a) polarización azimutal con topología $m = 2$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	49
3.23.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	49
3.24.	<i>Gráficas de (a) polarización azimutal con topología $m = 3$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0°.</i>	50
3.25.	<i>Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y}, (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x.</i>	50
3.26.	<i>Diagrama de las tres ventanas con polarizador lineal (azul).</i>	51
3.27.	<i>Diagrama de interferómetro de trayectoria común de triple abertura. . .</i>	51
3.28.	<i>(a) y (b) Arreglo experimental de modulación de sólo amplitud del campo óptico, (c) y (d) filtros de amplitud.</i>	54

4.1. Arreglo para medir los parámetros de Stokes: (a) diagrama y (b) experimental.	58
4.2. Gráfica de capturas: (a) polarizador a 0° , (b) polarizador a 90° , (c) polarizador a 45° , (d) polarizador a -45° , (e) retardador de $\pi/2$ a 0° con polarizador a 45° y (f) retardador de $\pi/2$ a 0° con polarizador a -45°	60
4.3. Parámetros de Stokes: (a) I , (b) Q , (c) U y (d) V	61
4.4. Gráfica de la polarización lineal a 0° : color azul experimental y color negro teórico.	62
4.5. Gráficas de polarización, color azul experimental y negro teórico, (a) lineal a 30° , (b) lineal a 45° , (c) circular derecha y (d) elíptica.	63
4.6. Arreglo para medir polarización: (a) experimental y (b) diagrama.	64
4.7. Gráficas de una polarización lineal a 45° : (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.	65
4.8. Gráficas de una polarización circular derecha: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.	65
4.9. Gráficas de una polarización circular izquierda: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.	66
4.10. Gráficas de una polarización elíptica: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.	67
4.11. Gráficas de una polarización elíptica: (a) Teórico, (b) Notables, (d) Matriz y (e) Stokes.	67
4.12. Diagrama de un interferómetro de trayectoria común en un sistema 4f.	68
4.13. Arreglo experimental, basado en el interferómetro de trayectoria común de doble abertura.	75
4.14. Patrones de interferencia de una polarización lineal con: (a) analizador a 0° y (b) el analizador en 90°	76
4.15. Gráfica de la medición de una polarización lineal.	76
4.16. Patrones de interferencia de una polarización circular con: (a) analizador a 0° y (b) el analizador en 90°	77
4.17. Gráfica de la medición de una polarización circular.	77
4.18. Diagrama de polarímetro.	81
4.19. Patrón de interferencia.	84
4.20. Resultados experimentales.	84
4.21. Diagrama de polarímetro.	86
4.22. Patrón de interferencia.	91
4.23. Resultados experimentales de polarización elíptica.	92
4.24. Resultados experimentales de polarización elíptica.	92
4.25. Resultados experimentales de polarización lineal.	93
4.26. Resultado experimental de polarización lineal.	94
4.27. Patrón de interferencia.	94
4.28. Resultados de polarización inhomogénea: (a) valores de σ y (b) valores de α	95

Índice de tablas

3.1. <i>Modulación de fase con amplitud constante, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.</i>	33
3.2. <i>Modulación de amplitud con fase constante, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.</i>	34
3.3. <i>Modulación de amplitud y fase, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.</i>	34
3.4. <i>Resultados experimentales de la modulación de sólo amplitud del campo óptico.</i>	55
4.1. <i>Resultados experimentales y teóricos de polarización lineal a 0° con parámetros de Stokes.</i>	62
4.2. <i>Resultados experimentales y teóricos de medición de polarizaciones.</i> . .	62
4.3. <i>Resultados experimentales de polarización lineal a 45°.</i>	64
4.4. <i>Resultados experimentales de polarización circular derecha.</i>	65
4.5. <i>Resultados experimentales de polarización circular izquierda.</i>	66
4.6. <i>Resultados experimentales de polarización elíptica.</i>	66
4.7. <i>Resultados experimentales de polarización elíptica.</i>	67
4.8. <i>Resultados experimentales.</i>	85

Resumen

La presente tesis doctoral introduce un nuevo método para crear luz polarizada homogénea basado en la modulación de amplitud en no-cuadratura (NQAM). Este método consiste en la adición de dos campos ópticos polarizados linealmente con la misma dirección de propagación, su diferencia de fase debe de ser distinta a un múltiplo entero de π , y sus amplitudes puedan ser variadas para obtener un campo resultante con fase y amplitud constante. NQAM se utiliza para modular la componente vertical tanto en fase como en amplitud, mientras que la componente horizontal se varía sólo en amplitud, pero manteniendo la fase constante. El arreglo experimental del método propuesto consiste de un haz polarizado linealmente a 45° que posteriormente es dividido en sus dos componentes horizontal x y vertical y . La componente vertical se divide a su vez en dos haces (E_{1y} y E_{2y}) y cada haz pasa por un filtro de amplitud, los cuales modulan al haz. Al recombinar las dos componentes verticales se obtiene un nuevo campo con una amplitud resultante A_y y una fase resultante ϕ_y , sumado con la componente horizontal A_x se puede generar cualquier estado de polarización elíptica. Si los filtros modulan al haz de manera espacialmente constante en todo el campo, se tiene polarización homogénea. Si los filtros modulan al haz de manera no constante se tendrá una polarización inhomogénea. Se muestran algunos ejemplos de estados de polarización no homogéneos como son radiales y azimutales.

Adicionalmente, se propone un nuevo método para medir el estado de polarización usando un polarímetro interferométrico de una sola toma, basado en el interferómetro de trayectoria común de doble abertura (DACPI). Un DACPI consiste de un sistema $4f$ con dos aberturas en el plano de entrada para separar los haces de prueba y referencia, y una rejilla binaria en el plano de Fourier que produce múltiples órdenes de difracción en el plano de salida. El uso del DACPI en la construcción del polarímetro produce una serie de réplicas de los campos de entrada que contienen información sobre el haz de luz con polarización desconocida con un arreglo relativamente simple, de pocos elementos y altamente estable ante vibraciones mecánicas. Para conocer el estado de polarización desconocido, dos réplicas del campo óptico final atraviesan a dos analizadores orientados a los ángulos 0° y 90° , de tal manera que se separan las componentes x e y del campo polarizado. Bajo el formalismo de Jones, para conocer el estado de polarización basta con conocer la relación de amplitudes de las componentes del campo y la diferencia de fase entre ellas. Se muestra el análisis teórico y resultados experimentales que sostiene la teoría.

Capítulo 1

Introducción

Las técnicas polarimétricas son ampliamente usadas en muchos campos de investigación tal como en las diferentes ramas de la física médica ó la biología [1–3], astronomía [4], ciencia de materiales [5], monitorizado remoto [6, 7], y caracterización de muestras polarizantes [8, 9] entre muchos otros. En todas esas aplicaciones, el conocimiento del estado de polarización de la luz o de las propiedades polarizantes de las muestras es esencial.

Existen diferentes tipos de polarización homogénea de la luz, como es la polarización lineal, circular y elíptica, estos estados de polarización son importantes debido a que son relativamente fáciles de crear y medir en un laboratorio usando polarizadores lineales y circulares. Los cálculos matemáticos se simplifican usando estos estados de polarización específicos. Esto es específicamente cierto cuando un haz polarizado se propaga a través de numerosos elementos polarizantes [10].

Entre los estados de polarización no homogéneos, se destacan las polarizaciones radial y azimutal. Estos haces son usados para atenuar los efectos térmicos en láseres de alta potencia, láser mecanizado e interacción de partículas aceleradas. Incluso se pueden usar para generar campos eléctricos longitudinales cuando se enfocan estrechamente, y aunque se forman generalmente en las cavidades láser de espacio libre usando una lente cónica o axicón, también pueden estar formados y guiados en las fibras ópticas. Los métodos típicos para crear haces polarizados radiales implican un axicón intracavidad u otro elemento de polarización selectiva en un resonador de láser para generar el modo de láser. Se ha reportado que cuatro haces Gaussianos, girando dentro de la cavidad, se pueden combinar con eficacia en el espejo de salida del resonador. Otros enfoques implican tomar un sólo haz y la rotación de la polarización de las porciones del haz para crear un haz polarizado de forma no homogénea (típicamente radial o azimutal). Tales elementos como un espejo de polarización selectiva, o una abertura utilizando barras con gran birrefringencia también se utilizan ampliamente [11–14].

Se describe un método de modulación del campo eléctrico en amplitud en no cuadratura (NQAM) para la creación de estados de polarización homogéneos, en el cual se tienen dos componentes verticales (E_{1y}, E_{2y}) las cuales se pueden modular en

amplitud, al sumarlas se obtiene una componente vertical resultante E_y con amplitud y fase, que es sumada con una componente horizontal E_x , obteniendo como resultado un estado de polarización elíptico homogéneo. Con éste también es posible crear estados de polarización radial y azimutal, para poder crearlos es necesario modular la amplitud y fase espacialmente, se puede lograr usando pantallas de cristal líquido. La ventaja de éste método para crear los estados de polarización tanto homogéneos y no homogéneos es que no se requiere de un elemento de polarización selectiva, una lente cónica, polarizadores y retardadores, solamente es necesario modular las amplitudes de las componentes verticales y horizontales del campo ya sea de forma homogénea o inhomogénea.

1.1. Planteamiento del problema

Según Collett [10] en general un campo óptico homogéneo está elípticamente polarizado, estos estados de polarización son relativamente fáciles de crear en un laboratorio usando polarizadores lineales y circulares.

Aún así se han desarrollado una diversidad de métodos para crear y medir los estados de polarización homogéneos, todos ellos se fundamentan en alguno de los 4 mecanismos físicos esenciales: dicroísmo o absorción selectiva, reflexión, esparcimiento y birrefringencia. Una propiedad fundamental que todos comparten es que existe alguna forma de asimetría asociada con el proceso [18].

Una de las desventajas de estos métodos es que en un arreglo para crear distintos estado de polarización, generalmente es necesario agregar, eliminar o rotar los diversos componentes polarizantes, esto conlleva a tener algunos errores de calibración en el sistema no deseados. Es por ello que se desean métodos alternativos para crear estados de polarización donde los elementos ópticos se mantengan fijos ya sea para medir, crear o cambiar de un estado de polarización a otro.

El método alternativo que se propone para crear los estados de polarización es la modulación de sólo la amplitud del campo eléctrico. Recientemente se ha propuesto la modulación de sólo amplitud de campos ópticos que se encuentran en cuadratura [36]. Para crear un estado de polarización homogénea con este método se suman dos campos con polarización vertical E_{1y} y E_{2y} que como requisito tienen una diferencia de fase de $\pi/2$ entre ellos. Al modular solamente las amplitudes de estos campos el haz resultante vertical es modulado tanto en amplitud como en fase, al sumar el campo resultante con un tercer componente con polarización horizontal que de igual manera ha sido modulado sólo su amplitud genera un estado de polarización elíptico homogéneo. Sin embargo garantizar que la diferencia de fase entre los haces que forman la componente vertical sea de $\pi/2$ es difícil, es por eso que en este trabajo se estudiará el caso general cuando los campos sumados no se encuentran en cuadratura.

Una vez creados los estados de polarización homogénea por modulación de amplitud de los campos ópticos, como trabajo futuro se pretende crear polarización inhomogénea como polarización radial y azimutal. Estos estados de polarización híbridos requieren de elementos sofisticados para ser generados y no siempre se pueden conseguir, por lo

que el método pretende ser más barato y fácil de hacer.

1.2. Justificación

La creación de campos ópticos homogéneos o no homogéneos polarizados ha sido una tarea importante en polarimetría [15–18]. Esto se debe a su gran capacidad y variedad de aplicaciones en diversos campos de la ciencia y la tecnología como la biología, la física, la química, y así sucesivamente [19,20]. En particular, ha sido útil en la microscopía, la caracterización de los materiales, y las mediciones de cadena [21,22]. Por esta razón la polarización es una de las características más importantes de un campo óptico. Un haz con polarización homogénea (campo escalar) tiene la misma orientación del vector de polarización espacialmente en su sección transversal, mientras que la polarización no homogénea (campo vectorial) la orientación del vector varía espacialmente en su sección transversal [15].

Algunos de los diferentes métodos para crear estados de polarización tanto homogéneos como no homogéneos son:

El método iterativo, que físicamente genera los estados principales por medio de un material birrefringente dado por dos longitudes de onda, esto proporciona sus longitudes y latitudes en la esfera de Poincaré. El método se puede aplicar a cualquier dispositivo birrefringente, incluyendo fibras ópticas y dispositivos en cascada [23].

En los métodos basados en técnicas interferométricas, el haz de entrada representa un único modo, se obtiene normalmente mediante la técnica intracavidad del láser. Para derivar un segundo modo, que sería mutuamente coherente con el primero pero con polarización distinta, es necesario emplear esquemas difíciles de alinear, ya que se requiere de una alineación precisa de los campos de modo y la obtención de los desplazamientos de fase intermodo deseados. Además, se utiliza un gran número de elementos ópticos complejos, tales como prismas Dove, prismas divisores polarizantes y periscopios de 90°, entre otros [24,25].

De igual manera se encuentran los métodos en las fibras ópticas, donde generalmente se excita todo el grupo de modos. Los diferentes estados de polarización se crean al deformar la fibra de una manera definida o cambiando su longitud con alta precisión [26,27]. Todo esto afecta negativamente a la eficiencia y la "pureza" de polarización del haz de salida.

Otros trabajos reportan la creación de estados de polarización por medio de pantallas de cristal líquido [29–31] ya que con éstas es posible producir patrones de matriz local con una resolución bastante elevada pero con una baja eficiencia de energía. Además, en moduladores espaciales de luz (SLMs) de cristal líquido, los cambios de fase y polarización están conectados mutuamente, por lo que requiere una codificación de optimización adicional.

El uso de elementos ópticos difractivos (DOEs) hace que sea posible evitar las molestias antes mencionadas, ya que, con los métodos de la óptica difractiva, el modo fundamental del láser se puede convertir con alta eficiencia en cualquier otro modo dentro de diferentes brazos del sistema óptico [28].

En la generación de estados de polarización homogéneos por métodos tradicionales, se usan componentes ópticas como son polarizadores lineales, retardadores, prismas Wollaston, prisma de Nicol, polarizador de Glan-Focault, rombo de Fresnel, entre otros. Para obtener diferentes estado de polarización se tienen que rotar o agregar componentes ópticas, haciendo que el proceso sea más susceptible al ruido o errores de posicionamiento. Con el método de modulación de sólo amplitud del campo óptico, se tiene un mayor control sobre que estado de polarización se desea de forma precisa y rápida, sin necesidad de cambiar el arreglo e incluir más elementos ópticos.

Recientemente se ha introducido un nuevo método para la creación de campos escalares, que se basa en la modulación de amplitud en cuadratura (QAM), y modulación en fase y amplitud (PAM) [36]. Se propone la modulación de la componente vertical tanto en amplitud y fase por QAM. QAM consiste en añadir dos campos auxiliares fuera de fase por $\pi/2$ (en cuadratura) y modular sus amplitudes solamente con el fin de obtener una relación de amplitud y diferencia de fase entre los componentes, y por lo tanto obtener un estado de polarización elíptico deseable. Sin embargo, en una situación experimental la diferencia de fase de $\pi/2$ no se podría obtenerse fácilmente, ya que podría variar debido a vibraciones mecánicas o de turbulencia atmosféricas o de defectos de fabricación de los elementos ópticos utilizados.

La característica principal de este método se refiere a la modulación de la amplitud de cada uno de los dos campos que se superponen, mientras que su diferencia de fase se mantiene constante dentro del rango $[0, 2\pi]$ y puede ser representado gráficamente mediante el uso de la esfera de Poincaré [40].

1.3. Objetivos generales

Crear luz polarizada homogénea total de cualquier elipticidad mediante NQAM en la modalidad de amplitud y fase, y desarrollar un polarímetro para medir las polarizaciones creadas.

1.4. Objetivos específicos

1. Modelar matemáticamente un campo óptico en amplitud y fase por medio de la suma de dos campos ópticos que mantienen una diferencia de fase constante y cuyas amplitudes pueden ser variadas.

2. Simular numéricamente la modulación de sólo fase, de sólo amplitud y de amplitud y fase. Tanto en modulación espacial constante como variable con la posición.
3. Modelar matemáticamente la creación de luz polarizada escalar mediante NQAM. con el método propuesto.
4. Realizar experimentos de modulación de sólo modulación del campo óptico para generar estados de polarización homogéneos.
5. Medir los estados de polarización homogénea creados.

1.5. Hipótesis

Existen métodos para crear estados de polarización homogéneos en los que se manipulan ciertas componentes de un haz y se produce una diferencia de fase entre ellas. Pero será posible crear un método alternativo para generar estados de polarización homogéneos usando sólo la modulación de amplitud de cada una de las componentes de los campos que se superponen, además de poder mantener una diferencia de fase constante dentro del rango $(0, 2\pi)$.

1.6. Contexto del trabajo

El presente trabajo doctoral se encuentra dentro de las líneas de generación ó aplicación innovadora del conocimiento (LGAC) practicadas por el Cuerpo Académico de Óptica de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.

El presente trabajo se desarrolló en el Laboratorio de Luz Estructurada (LLE) y en el Laboratorio Óptica de Enseñanza (LOE) de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. También, la presente es parte de un proyecto de investigación interno patrocinado por Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, con número de referencia *MEFC – EXA16 – I*, y también este trabajo es parte de un proyecto con patrocinio externo por parte de SEP/CONACYT bajo la convocatoria de Investigación Científica Básica, con número de convenio: 257853.

1.7. Metodología

1. Revisión bibliográfica sobre estados de polarización homogénea.
2. Revisión bibliográfica sobre el estado actual de métodos para crear luz polarizada homogénea, así como sus aplicaciones.
3. Revisión bibliográfica sobre técnicas de medición de polarización.

4. Revisión bibliográfica sobre métodos de modulación de amplitud.
5. Desarrollo del modelo matemático y programación de la modulación de amplitud del campo.
6. Medición de polarización homogénea creada.
7. Obtención de resultados originales.

1.8. Descripción de los capítulos

La tesis contiene cinco capítulos, los cuales se describen a continuación:

Capítulo 1: "Introducción"; se describe el tema a tratar en la presente tesis, contiene el planteamiento del problema así como de sus objetivos.

Capítulo 2: "Antecedentes"; se describe los tipos de polarización homogéneos, los elementos ópticos para crear estado de polarización y métodos tradicionales para medir el estado de polarización.

Capítulo 3: "Creación de estados de polarización por modulación de sólo amplitud de dos campos ópticos"; se describe la teoría de modulación de sólo amplitud del campo, se hacen simulaciones matemáticas con las siguientes características: a) modulación de sólo fase y amplitud constante, b) modulación de sólo amplitud y fase constante y c) modulación de fase y amplitud. La modulación de amplitud se aplica a la creación de estados de polarización homogéneos y no homogéneos. Se presenta un experimento modulando la amplitud con filtros de densidad neutra, en la cual se crearon estados de polarización elípticos.

Capítulo 4: "Mediciones experimentales preliminares de polarización con métodos tradicionales e interferométrico"; se describen métodos preliminares para medir estados de polarización en los cuales no se rotan los componentes ópticos y sólo es necesario una toma para determinar el estado de polarización.

Capítulo 5: "Conclusiones generales"; se describen las conclusiones de esta tesis y se menciona el trabajo a futuro.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Introducción

La Polarización es una propiedad de las ondas transversales que describe la orientación de sus oscilaciones [41–49].

En una onda electromagnética no polarizada, el campo eléctrico oscila en todas las direcciones normales a la dirección de propagación de la onda. Las ondas longitudinales, como las ondas sonoras, no pueden ser polarizadas porque su oscilación se produce en la misma dirección que su propagación [50].

La luz no polarizada es aquella que no tiene preferencia por algún modelo de vibración (modelo seccional). En otras palabras, si no existe preponderancia de alguna dirección de vibración sobre otra, y si no hay preponderancia de vibraciones en el sentido de las manecillas del reloj, o viceversa, se dice que la luz está no polarizada [51].

Algunos autores [51] pretenden representar la luz no polarizada por un diagrama como el de la Figura 2.1. Trazan rectas radiales en muchas direcciones para indicar que no predomina dirección alguna. Sin embargo, deberían incluir también algunas circunferencias y elipses e indicar igual abundancia de formas derechas e izquierdas. Para ser completamente precisos, deberían mostrar una serie de trazos, distintos entre sí, para indicar que el modelo cambia constantemente, de un momento a otro.

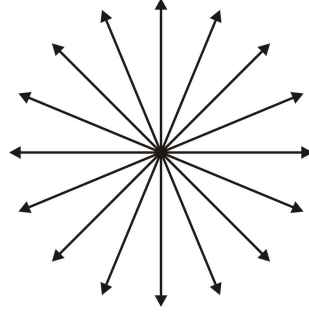


Figura 2.1: Representación de luz no polarizada.

Luz parcialmente polarizada: la polarización de la luz es una cualidad de la que no puede decirse que está totalmente presente o ausente; pueden existir grados intermedios de polarización. Cuando se combina un haz de $1W$ de intensidad de luz polarizada con otro de luz no polarizada, se dice que el haz resultante está parcialmente polarizado y el grado de polarización es $1/2$ ó 50 por ciento [51].

El grado de polarización V , está definido como

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_n}, \quad (2.1)$$

donde I_p e I_n son las densidades de flujo constitutivas de la luz polarizada y «no polarizada» o luz natural. Por ejemplo, si $I_p = 4W/m^2$, $I_n = 6W/m^2$, entonces $V = 40\%$ y el haz está parcialmente polarizado. Con luz «no polarizada» $I_p = 0$ y obviamente $V = 0$, mientras que en el extremo opuesto si $I_n = 0$, $V = 1$ y la luz está completamente polarizada; entonces $0 \leq V \leq 1$ [18]. Esto es, simplemente, cuestión de definición; o sea, una formula convencional para describir la cuantía intermedia de la polarización [51].

A menudo se analiza luz cuasimonocromática lineal parcialmente polarizada. En ese caso, si giramos un analizador en el haz habrá una orientación en la cual la irradiancia transmitida es máxima (I_{max}) y, perpendicularmente a ésta, una dirección donde la irradiancia es mínima (I_{min}). Lógicamente, $I_p = I_{max} - I_{min}$ y por lo tanto

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (2.2)$$

Obsérvese que V es en realidad una propiedad del rayo que puede estar parcialmente o incluso totalmente polarizado antes de hallar cualquier clase de polarizador.

Para poder obtener una polarización, ya sea circular, elíptica o lineal, se utilizan diferentes componentes y/o características específicas de materiales como dicroísmo o absorción selectiva, birrefringencia, esparcimiento y reflexión [18]. Cuando se usa algún material con propiedades ópticas anteriormente mencionadas, y pasa a través de él un haz que contiene dos componentes ya sea en fase o no, a la salida las componentes tendrán una diferencia de fase relativa. De esta manera podemos obtener

una cierta polarización, que de alguna forma depende de los materiales predeterminados fabricados.

En la sección 2.2 se describen las ecuaciones que representan los estados de polarización como es polarización lineal, circular y elíptica. En la sección 2.3 se describen algunos elementos ópticos que son utilizados en la creación de luz polarizada. En la sección 2.4 se muestran algunas de las aplicaciones de la polarización.

2.2. Representación matemática de los estados de polarización

Los estados de polarización se pueden representar de la siguiente manera [18]:

2.2.1. Polarización lineal

Podemos considerar dos perturbaciones ópticas ortogonales,

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i}A_x \cos(kz - \omega t) \quad (2.3)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j}A_y \cos(kz - \omega t + \alpha), \quad (2.4)$$

donde α es la diferencia de fase relativa entre las ondas, ambas viajando en dirección z . Si $\alpha > 0$, \vec{E}_y queda detrás de \vec{E}_x , si $\alpha < 0$, \vec{E}_y precede a \vec{E}_x . La perturbación óptica resultante es la suma vectorial de estas dos ondas perpendiculares:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t). \quad (2.5)$$

Si $\alpha = 0$ ó un múltiplo entero de $\pm 2\pi$, se dice que las ondas están en fase. La ecuación (2.5) queda

$$\vec{E} = (\hat{i}A_x + \hat{j}A_y) \cos(kz - \omega t). \quad (2.6)$$

La onda resultante tiene por consiguiente una amplitud fija igual a $(\hat{i}A_x + \hat{j}A_y)$ es decir, también es linealmente polarizada. Ver Figura 2.2. Las ondas avanzan hacia un plano de observación, Ahí se podrá ver una onda resultante \vec{E} que oscila a lo largo de una línea inclinada, según una cosinusoide en el tiempo. El campo \vec{E} progresa a través de un ciclo oscilatorio completo mientras que la onda avanza por el eje z a través de una longitud de onda. Este proceso se puede llevar igualmente a cabo a la inversa, es decir, podemos resolver cualquier onda linealmente polarizada en dos componentes ortogonales.

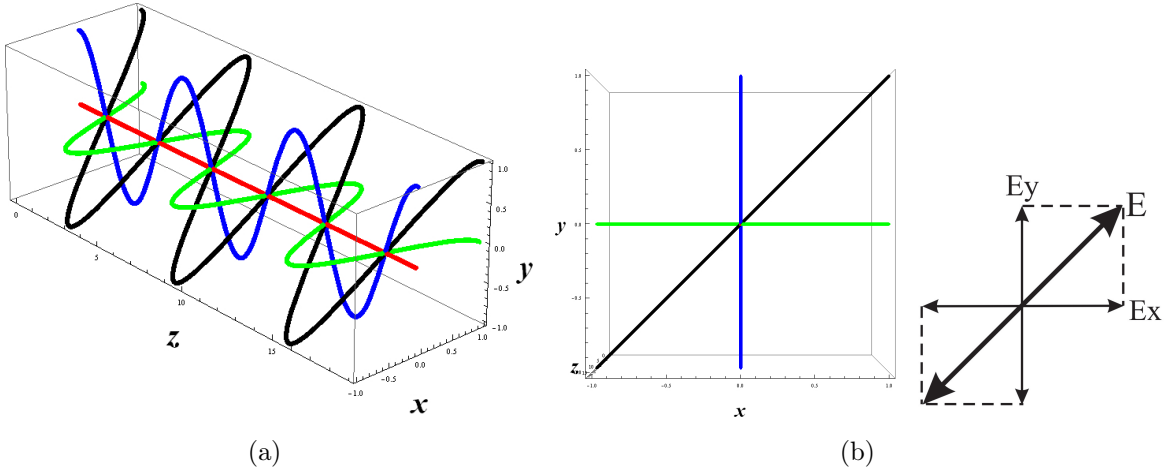


Figura 2.2: Polarización lineal, viajando en dirección z con $\alpha = 0^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.

Supongamos ahora que α sea un múltiplo entero impar de $\pm\pi$. Las ondas están desfasadas 180° y ahora la ecuación (2.5) queda

$$\vec{E} = (\hat{i}A_x - \hat{j}A_y) \cos(kz - \omega t). \quad (2.7)$$

Esta onda está de nuevo linealmente polarizada pero se ha girado el plano de vibración (y no necesariamente en 90°) respecto al de la condición previa, como se indica en la Figura 2.3.

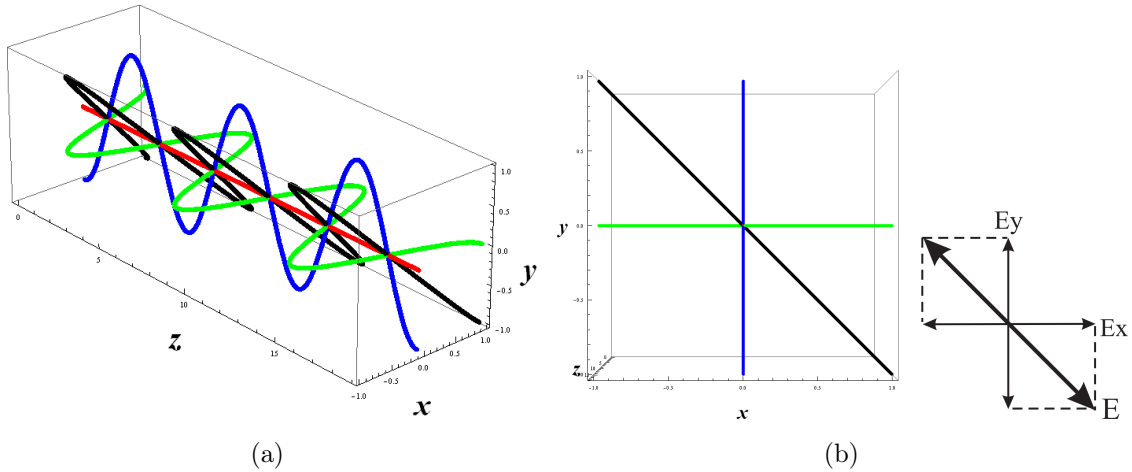


Figura 2.3: Polarización lineal, viajando en dirección z con $\alpha = 180^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.

2.2.2. Polarización circular

Otro caso especial aparece cuando ambas ondas constitutivas tienen igual amplitud (es decir, $A_x = A_y = A$) y además su diferencia de fase relativa $\alpha = -\pi/2 + 2m\pi$ donde

$m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Dicho de otra forma $\alpha = -\pi/2$ ó cualquier otro valor aumentado o disminuido desde $-\pi/2$ en múltiplos enteros de 2π . Por lo tanto

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i} A_x \cos(kz - \omega t) \quad (2.8)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j} A_y \sin(kz - \omega t). \quad (2.9)$$

La onda siguiente es

$$\vec{E} = A[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)], \quad (2.10)$$

Observese que ahora la amplitud escalar de \vec{E} , es decir, $(\vec{E} \cdot \vec{E})^{1/2} = A$ es una constante. Pero la dirección de \vec{E} es variable con el tiempo y no está restringida, como antes, a un solo plano. La Figura 2.4 muestra lo que sucede en algún punto arbitrario sobre el eje z . Para conocer el sentido del giro se hace $z = 0$ y $\omega = 0, \frac{\pi}{4t}$, se obtienen dos posiciones del campo eléctrico. El vector eléctrico resultante \vec{E} gira en sentido de las agujas del reloj con una frecuencia angular ω . Tal onda tiene polarización circular a derechas.

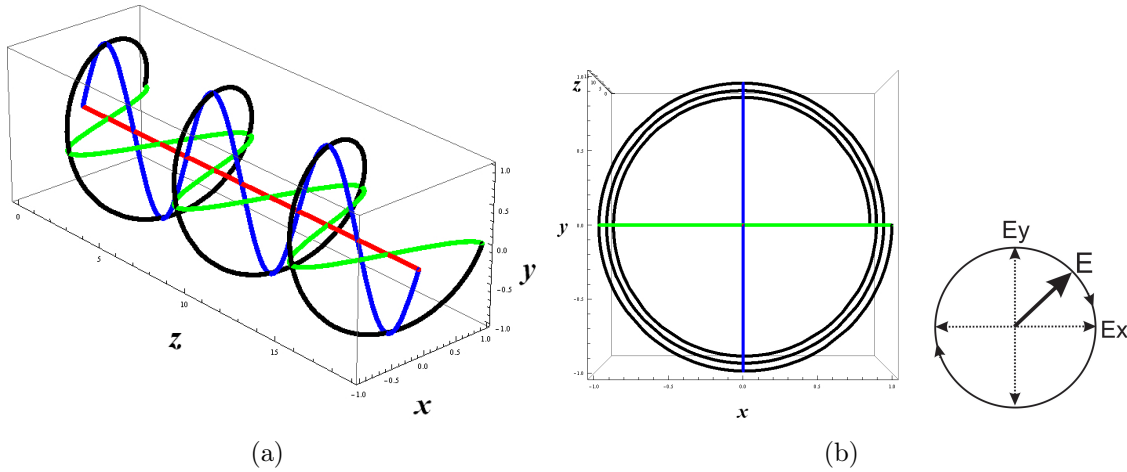


Figura 2.4: Polarización circular a derecha, viajando en dirección z con $\alpha = -90^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.

El vector \vec{E} realiza una rotación completa cuando la onda avanza a través de una longitud de onda. En comparación, si $\alpha = \pi/2 + 2m\pi$ donde $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$, entonces

$$\vec{E} = A[\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.11)$$

La amplitud no se ve afectada, pero ahora \vec{E} gira a izquierda y la onda tiene polarización circular a izquierdas, ver Figura 2.5.

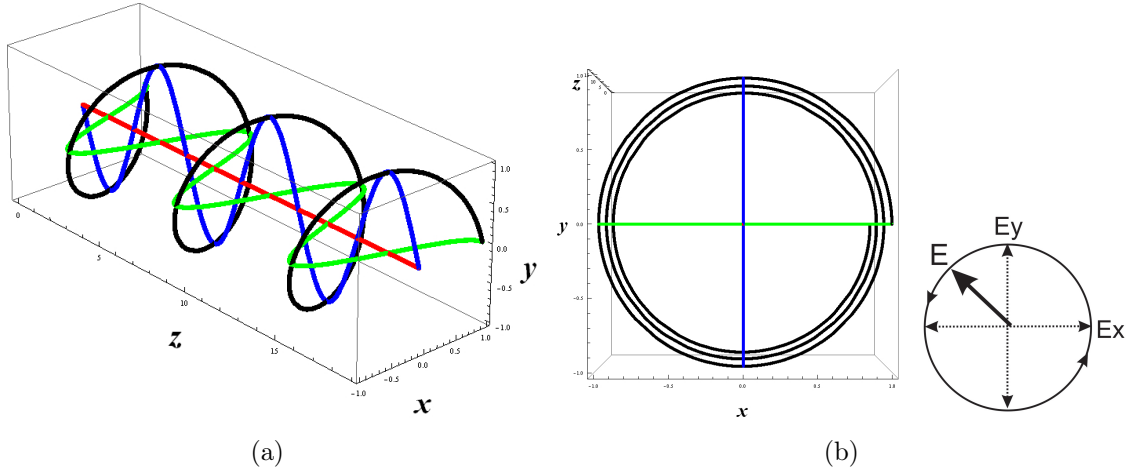


Figura 2.5: Polarización circular a izquierda, viajando en dirección z con $\alpha = 90^\circ$, (a) campo eléctrico en 3D y (b) visto de frente.

Una onda linealmente polarizada se puede sintetizar partiendo de dos ondas con polarización circular opuestas de igual amplitud. En concreto, si sumamos la onda circular a derechas ecuación (2.10) a la onda circular a izquierdas ecuación (2.11) se obtiene:

$$\vec{E} = \hat{i}2A \cos(kz - \omega t), \quad (2.12)$$

que tiene un vector de amplitud constante $2A\hat{i}$ siendo, por consiguiente linealmente polarizado.

2.2.3. Polarización elíptica

Tanto la luz lineal como la circular se pueden considerar como casos especiales de la luz elípticamente polarizada. En general el vector de campo eléctrico resultante \vec{E} girará cambiando también su magnitud. En tales casos el extremo de \vec{E} trazará una elipse en un plano fijo perpendicular a \vec{k} , cuando la onda avanza.

Podemos verlo mejor escribiendo una expresión para la curva trazada por la punta de \vec{E} . Con este fin recordemos que:

$$E_x = A_x \cos(kz - \omega t) \quad (2.13)$$

$$E_y = A_y \cos(kz - \omega t + \alpha). \quad (2.14)$$

La ecuación de la curva que estamos buscando no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, debemos poder librarnos de la dependencia de $(kz - \omega t)$. Deduciendo la ecuación de la curva con las ecuaciones anteriores, se puede mostrar,

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos(\alpha) = \sin^2(\alpha). \quad (2.15)$$

Esta es la ecuación de la elipse de polarización que forma un ángulo ψ con el sistema coordenado (E_x, E_y) tal que

$$\tan(2\psi) = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos(\alpha), \quad (2.16)$$

y definiendo a:

$$\tan(\sigma) = \frac{A_y}{A_x}. \quad (2.17)$$

donde σ es conocido como el ángulo auxiliar, en forma trigonométrica se tiene:

$$\tan(2\psi) = \tan(2\sigma) \cos(\alpha). \quad (2.18)$$

La ecuación que determina el ángulo de elipticidad depende del eje mayor $A_{x'}$ y del eje menor $A_{y'}$ de la elipse como sigue:

$$\tan(\varepsilon) = \frac{A_{y'}}{A_{x'}} \quad (2.19)$$

$$\sin(2\varepsilon) = \sin(2\sigma) \sin(\alpha), \quad (2.20)$$

la elipticidad es determinada por:

$$e = \tan(\varepsilon), \quad (2.21)$$

además tenemos dos ecuaciones donde las dos variables ψ y ε están relacionadas:

$$\cos(2\sigma) = \cos(2\psi) \cos(2\varepsilon), \quad (2.22)$$

y

$$\tan(\alpha) = \csc(2\psi) \tan(2\varepsilon). \quad (2.23)$$

En la Figura 2.6 se muestra la representación gráfica de una elipse en la cual se observan los ángulos ψ , ε , σ y las amplitudes A_x , A_y , $A_{x'}$ y $A_{y'}$.

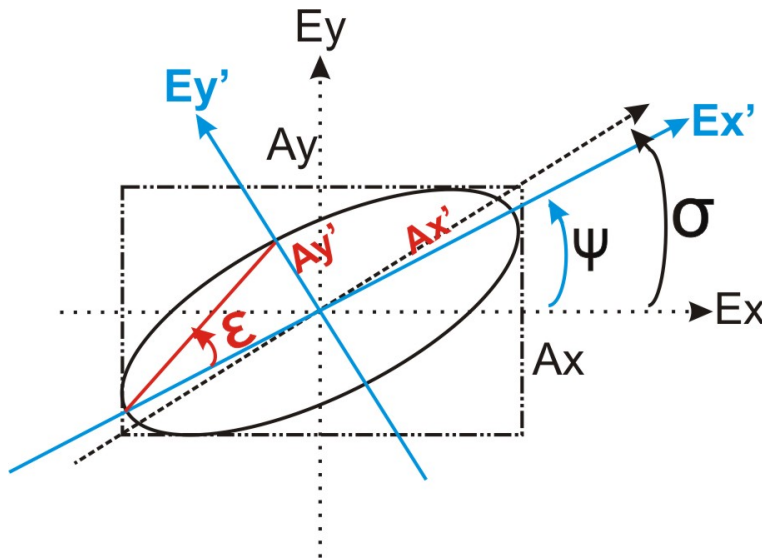


Figura 2.6: Gráfica de una elipse donde se muestran los ángulos y amplitudes.

La Figura 2.7 se muestra un diagrama [18], donde contiene configuraciones para los valores de α que hay que utilizar en la ecuación (2.4).

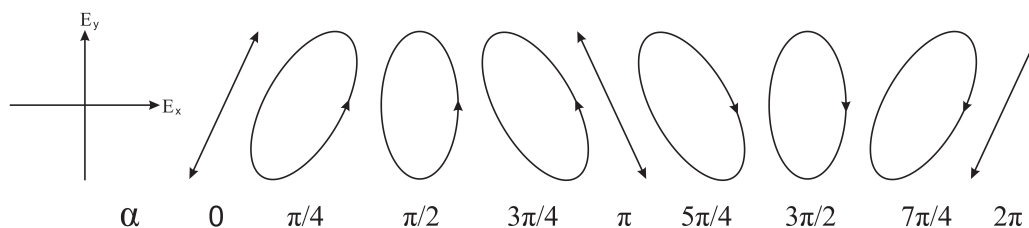


Figura 2.7: Varias configuraciones de polarización, la luz sería circular con $\alpha = \pi/2$ ó $3\pi/2$ siempre que $A_y = A_x$, pero por generalidad aquí $A_y > A_x$.

Ahora que ya tenemos alguna idea de lo que es luz polarizada, el siguiente paso es cómo generarlas, lo cual veremos en la siguiente sección.

2.3. Elementos ópticos para crear luz polarizada

Ahora tenemos alguna idea de lo que es la luz polarizada, el siguiente paso es comprender las técnicas que se han utilizado para generarla, cambiarla y manipularla. Recordemos que una representación posible de luz no polarizada es la superposición de dos estados P ortogonales, incoherentes y de igual amplitud. Un instrumento que separa estas dos componentes, descartando una y dejando pasar otra, se conoce como polarizador lineal. Dependiendo de la forma de salida podríamos también tener polarizadores circulares o elípticos [18].

Los *polarizadores* toman configuraciones muy diferentes, pero todos ellos se fundamentan en uno de los 4 mecanismos físicos esenciales: dicroísmo o absorción selectiva, reflexión, esparcimiento y birrefringencia. La propiedad fundamental que todos comparten es que tiene que haber alguna forma de asimetría asociada con el proceso [18].

2.3.1. Dicroísmo

El termino dicroísmo se refiere a la absorción selectiva de una de las dos componentes ortogonales del estado P de un haz incidente. El polarizador dicroico es en sí físicamente anisótropo (tiene propiedades diferentes en diferentes ejes), produciendo una fuerte asimetría o absorción preferencial de una componente del campo mientras que es esencialmente transparente para la otra [18], ver Figura 2.8.

- Un ejemplo de este comportamiento es la rejilla de alambre, donde el eje de transmisión de la rejilla es perpendicular a los alambres [18].

- El material más conocido de estos cristales dicroicos es el mineral natural turmalina una piedra semipreciosa a menudo usada en la joyería [18].
- La hoja polaroide J inventada por Edwin Herbert Land en 1928, que incorporaba una sustancia llamada herapatita o peryoduro sulfato de quinina. La hoja J resultante era efectivamente un cristal dicroico plano largo [18].
- En 1938 Land inventó la hoja H que es ahora, quizás el polarizador lineal más difundido. No contiene cristales dicroicos, siendo por el contrario, un análogo molecular de la rejilla de alambre [18].

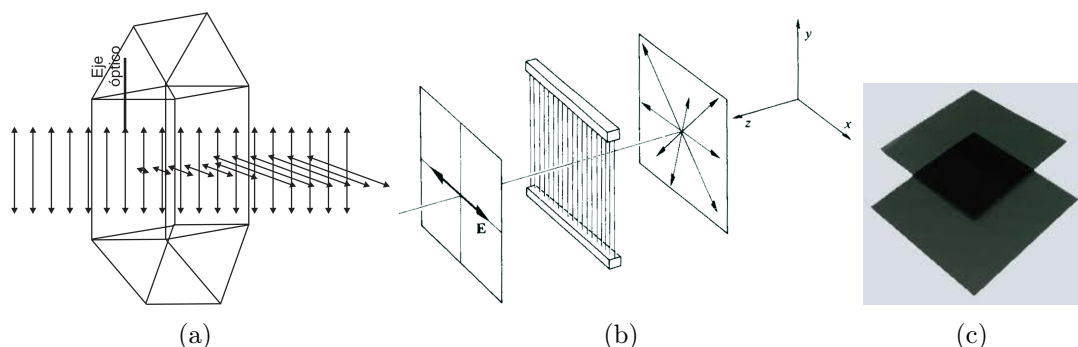


Figura 2.8: Algunos ejemplos de dicroísmo: (a) turmalina, (b) rejilla de alambre y (c) polaroide.

2.3.2. Birrefringencia

Un material que exhibe dos índices de refracción es birrefringente [18], ver Figura 2.9. Ejemplo de estos materiales:

- La calcita es un material birrefringente típico. Erasmus Bartholinus en 1669 descubrió este fenómeno óptico. En el cual si se incide un haz a través de un cristal de calcita normalmente a un plano de exfoliación se dividirá, saliendo como dos haces paralelos; los rayos ordinarios (ord) y extraordinarios (ext), con índices de refracción $n_o = 1.6584$ y $n_e = 1.4864$ [18].
- El polarizador más renombrado fue presentado en 1828 por el físico escocés William Nicol, solo dejaba pasar el rayo extraordinario ya que el rayo ordinario se refleja internamente, siendo absorbido por una capa de pintura negra en los lados del rombo, estaba hecho de un romboedro de calcita estrecho y bálsamo de Canadá [18].
- El polarizador de Glan-Focault, solo deja pasar el rayo extraordinario, el cual está hecho de calcita [18].
- El prisma Wollaston es en realidad un divisor de haz polarizado porque pasa ambas componentes ortogonales polarizadas. Se puede hacer de calcita o de cuarzo [18].

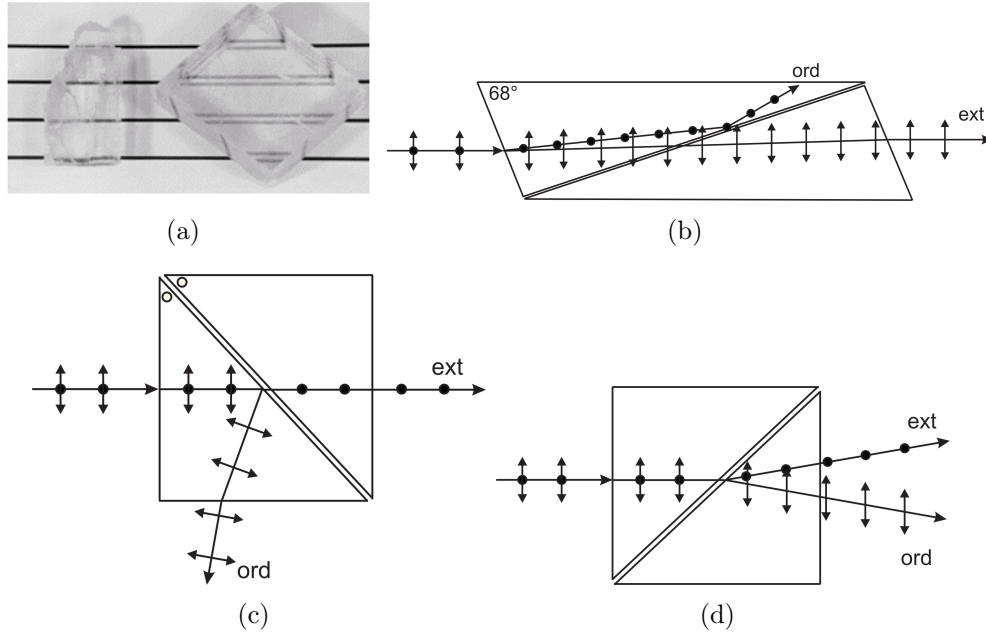


Figura 2.9: Algunos ejemplos birrefringencia: (a) calcita, (b) prisma de Nicol, (c) polarizador de Glan-Focault y (d) prisma Wollaston.

2.3.3. Esparcimiento y polarización

El esparcimiento de la luz es el mecanismo que contribuye el procedimiento de polarización de la luz solar por las partículas de la atmósfera. La polarización por esparcimiento llega a ser total cuando las direcciones de iluminación y observación forman un ángulo de 90° en la partícula difusora [18, 41, 52]. Ver Figura 2.10.

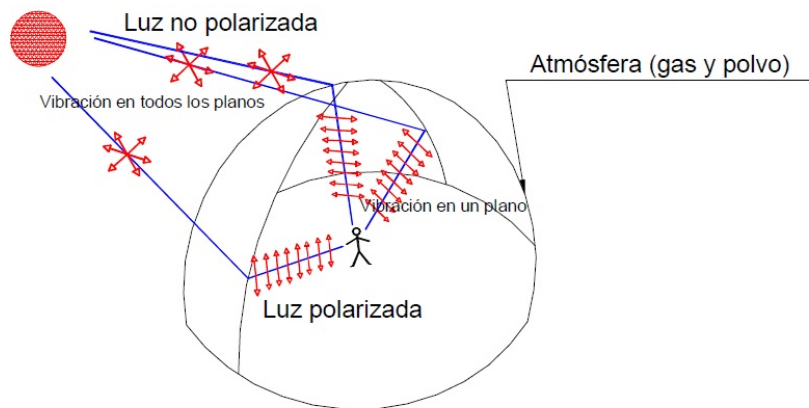


Figura 2.10: Polarización por esparcimiento.

2.3.4. Polarización por reflexión

La polarización de la luz natural por medio de la reflexión, es un fenómeno que se lleva a cabo en materiales dieléctricos. Al incidir luz sobre la superficie de estos, un porcentaje de esta será transmitida, otro porcentaje es absorbida y el resto se refleja; esta luz reflejada tiene la característica de que es linealmente polarizada, no coherente y su vector de campo eléctrico es paralelo a la superficie reflectora [18]. Ver Figura 2.11. El rayo incidente tiene que cumplir el ángulo de Brewster, el cual se obtiene con la siguiente ecuación

$$\theta = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad (2.24)$$

donde n_1 es el índice de refracción del aire y n_2 corresponde al índice de refracción de la superficie donde el rayo se refleja (vidrio).

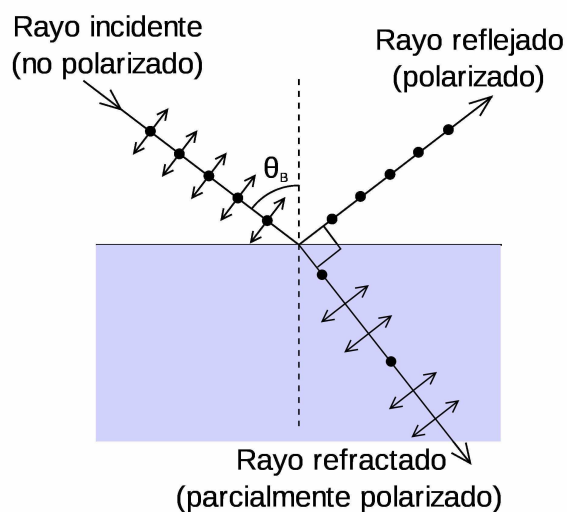


Figura 2.11: Polarización por reflexión.

2.3.5. Retardadores

Consideremos ahora una clase de elementos ópticos denominados retardadores que sirven para cambiar la polarización de una onda incidente. De alguna forma, se retrasa en fase uno de los dos estados coherentes constitutivos respecto al otro en una cantidad predeterminada. Al salir del retardador, la fase relativa de las dos componentes es diferente a lo que era inicialmente y entonces también es diferente el estado de polarización [18].

- Lámina de onda completa: hace un retraso relativo de 2π es una longitud de onda; las ondas ext y ord están de nuevo en fase [18].
- Lámina de media onda: hace un retraso relativo de π [18].
- Lámina de cuarto de onda; hace un retraso relativo de $\pi/2$ [18].

Debe ser evidente que la luz lineal incidente paralela a cualquiera de los ejes principales no será afectada por ningún tipo de lámina retardadora. No se puede tener una diferencia de fase relativa sin tener dos componentes [18].

El rombo de Fresnel: el haz que incide se refleja internamente dos veces, produciendo así un desfase relativo de 90° de sus componentes. Si la onda plana incidente está linealmente polarizada a 45° con el plano de incidencia, las componentes del campo inicialmente serán iguales. Después de la primera reflexión, la onda en el interior del cristal estará elípticamente polarizada. Después de la segunda reflexión será circular. Como la retardancia es casi independiente de la frecuencia en un amplio rango, el rombo es esencialmente un retardador acromático de 90° [18]. Ver Figura 2.12.

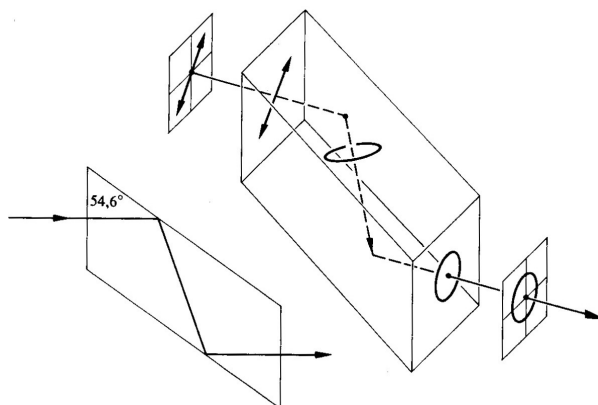


Figura 2.12: Rombo de Fresnel.

2.4. Algunas aplicaciones de la polarización

- Pueden determinarse el modelo de los campos magnéticos del sol, observando el modelo de polarización de la luz emitida [48, 51].
- La propiedad de la birrefringencia lineal es común a muchos minerales cristalinos y su estudio ayudó a descubrir el fenómeno de la polarización. En mineralogía, esta propiedad es estudiada con frecuencia usando microscopios de luz polarizada, con el objetivo de identificar minerales [41–49].
- Medición de concentración de alguna solución [41–49].
- Se emplean en instrumentos científicos como microscopios para resaltar estructuras [41–49].
- En ingeniería, la relación entre la tensión y la birrefringencia motiva el empleo de la polarización para caracterizar la distribución de tensiones y la tensión en los prototipos usando la técnica de la fotoelasticidad [18, 41–49].

- Pinzas ópticas; cuando se enfoca el haz polarizado genera una componente en la dirección de propagación [53].
- Medir el esparcimiento en la atmósfera para detectar contaminantes [54, 56].
- Detectar imperfecciones en superficies de obleas de silicio para construcción de circuitos impresos [55, 56].

2.5. Métodos tradicionales para medir estados de polarización

El principal objetivo de los estudios polarimétricos es obtener algunos parámetros significativos a partir de una onda polarizada de luz transmitida o reflejada por una muestra.

Por ejemplo, es bien conocido que el análisis fotoelástico permite asignar una distribución de los principales diferencias de tensión sobre una muestra fotoelástica. Otro ejemplo bien conocido es elipsometría, que permite la medición del índice de refracción y el espesor de una película delgada. En estos ejemplos el análisis del estado de polarización (State Of Polarization, SOP) de la luz juega un papel importante en la caracterización de los parámetros de los materiales obtenidos [57].

2.5.1. Parámetros de Stokes

La representación moderna de la luz polarizada en realidad se remonta al año 1852 al trabajo de G. G. Stokes quien presentó cuatro cantidades que son funciones solamente de las observables de la onda electromagnética y que se denominan ahora parámetros de Stokes. El estado de polarización de un haz de luz (bien sea natural, total o parcialmente polarizado) se puede describir en términos de estas cantidades. Stokes mostró que un haz de luz puede ser descrito completamente por cuatro parámetros. La luz es en general parcialmente polarizada elípticamente, y los cuatro parámetros pueden ser, por ejemplo, el tamaño y la forma de la elipse, su orientación con respecto a ejes espaciales fijos, y la dirección de rotación de la elipse. [18, 49, 58].

Para medir los cuatro parámetros de Stokes se requiere una medición de intensidad absoluta. En esta medición se requieren varias tomas para poder determinar el estado de polarización de un haz, para cada uno de los parámetros de Stokes (I , Q , U , V) se capturan dos imágenes con diferentes propiedades vectoriales. En la Figura 2.13 se muestra el esquema del arreglo experimental para obtener los parámetros de Stokes, en donde el haz es polarizado linealmente con un polarizador P , se colima con una lente L , el recuadro punteado azul es la configuración para crear un estado de polarización arbitrario con un polarizador lineal P y un retardador de cuarto de onda R , el recuadro punteado de color rojo se colocan dos configuraciones, una con un polarizador lineal

para obtener los parámetros I , Q y U ; finalmente se agrega un retardador antes del polarizador para obtener el parámetro V .

Donde I es la intensidad total, se obtiene con ayuda de un polarizador lineal orientado a un ángulo de inclinación de 0° y después a 90° , Q es la diferencia de intensidad entre estados de polarizaciones lineales a 0° y 90° , U es la diferencia de intensidad entre estados de polarización lineal a 45° y -45° , y V es la diferencia de intensidad entre estados de polarización circular derecha e izquierda respectivamente [18, 59]. Para la obtención de cada uno de los parámetros de Stokes es necesario poner un polarizador y rotarlo varias veces según su configuración, poner un retardador y quitarlo, por lo cual cada captura se hace en diferente tiempo. Ver Figura 2.13.

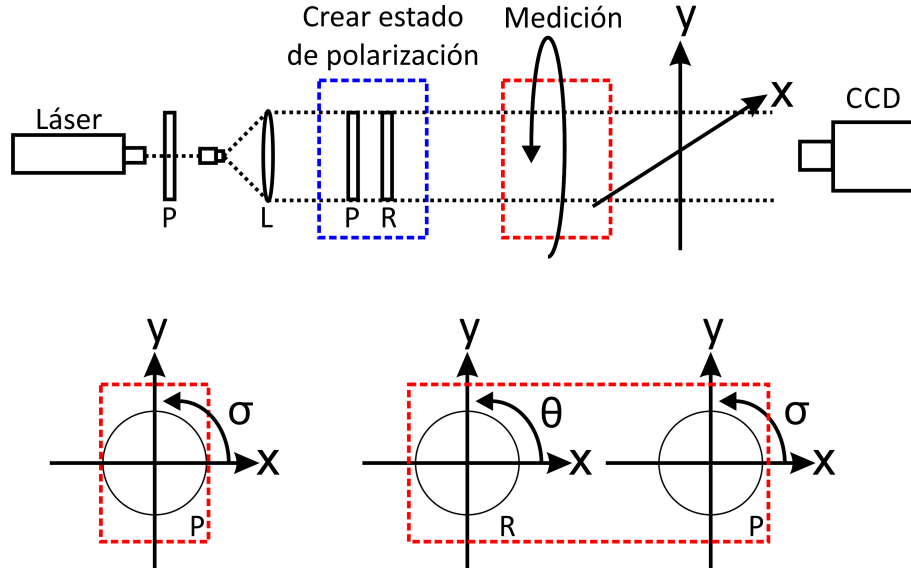


Figura 2.13: Diagrama para medir los parámetros de Stokes.

Las ecuaciones de los parámetros corresponden a:

$$\begin{aligned}
 S_0 &= I = I(0^\circ) + I(90^\circ) = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\
 S_1 &= Q = I(0^\circ) - I(90^\circ) = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\
 S_2 &= U = I(45^\circ) - I(-45^\circ) = 2E_{0x}E_{0y}\cos \varepsilon \\
 S_3 &= V = I_{\frac{\pi}{2}}(45^\circ) - I_{\frac{\pi}{2}}(-45^\circ) = 2E_{0x}E_{0y}\sin \varepsilon,
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

donde el parámetro I es la intensidad total del campo y los valores de los parámetros Q , U y V determinan las coordenadas de un punto sobre la esfera de Poincaré y asociada a un tipo de polarización, ε es la diferencia de fase entre las componentes x e y .

Si el haz de prueba no está polarizado $E_{0x}^2 = E_{0y}^2$, en ese caso, $S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2$ pero $S_1 = S_2 = S_3 = 0$.

A menudo es conveniente *normalizar* los parámetros de Stokes dividiendo cada uno de ellos por el valor S_0 . La serie de parámetros (S_0, S_1, S_2, S_3) para la luz *natural* en la representación normalizada es entonces $(1, 0, 0, 0)$. Si la luz está polarizada horizontalmente, no tiene componentes verticales, siendo los parámetros normalizados $(1, 1, 0, 0)$. De manera parecida, para la luz polarizada verticalmente, se tiene $(1, -1, 0, 0)$. Cuando la luz está polarizada a $+45^\circ$ se tiene $(1, 0, 1, 0)$. Cuando la luz esta polarizada a -45° , siendo los parametros normalizados $(1, 0, -1, 0)$. Los estados de polarización circular a derecha se representan $(1, 0, 0, 1)$ e izquierda $(1, 0, 0, -1)$.

Con los parámetros de Stokes y usando las ecuaciones (2.16) a la (2.23) de la sección 2.2.3 se deducen las siguientes expresiones que determinan el estado de polarización:

$$\sigma = 1/2 \arccos(Q/I), \quad (2.26)$$

$$\alpha = \arg(U + iV), \quad (2.27)$$

$$\varepsilon = 1/2 \arcsin(V/I), \quad (2.28)$$

$$\psi = 1/2 \arg(Q + iU). \quad (2.29)$$

A continuación se muestran algunos parámetros de Stokes [18] para estados comunes de polarización:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Polarización lineal horizontal,} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Polarización lineal vertical,}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Polarización lineal a } 45^\circ, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Polarización lineal a } -45^\circ,$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Polarización circular a derecha,} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ Polarización circular a izquierda,}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ no polarizada.}$$

2.5.2. Polarímetro por rotación de retardador

Se desea encontrar un método en el que se necesiten menos tomas fotográficas y además no sea necesario agregar o quitar alguno de los componentes entre tomas, recordemos que el arreglo experimental de los parámetros de Stokes consiste en colocar

un polarizador a 0° , 90° , 45° y -45° para obtener los parámetros I , Q y U , y para el parámetro V se coloca un retardador de $\pi/2$ detrás está un polarizador a 45° y -45° .

Se propone un método [60, 61] para ser utilizado en el que se coloca un retardador de $\pi/2$ y un analizador, dejando el analizador fijo y moviendo únicamente el ángulo del retardador a 4 ángulos diferente. Ver Figura 2.14.

A diferencia de la medición de los parámetros de Stokes se requieren una menor cantidad de rotación de componentes ópticos y de estar poniéndolos ó quitando para poder medir el estado de polarización, sólo se necesita un retardador de un cuarto de onda y un polarizador lineal, por último está la cámara o CCD para capturar la imagen. El retardador se coloca en 4 diferentes ángulos (-90° a 90°) y se captura imagen para cada una de las posiciones del retardador mientras que el analizador se mantiene fijo [60, 61].

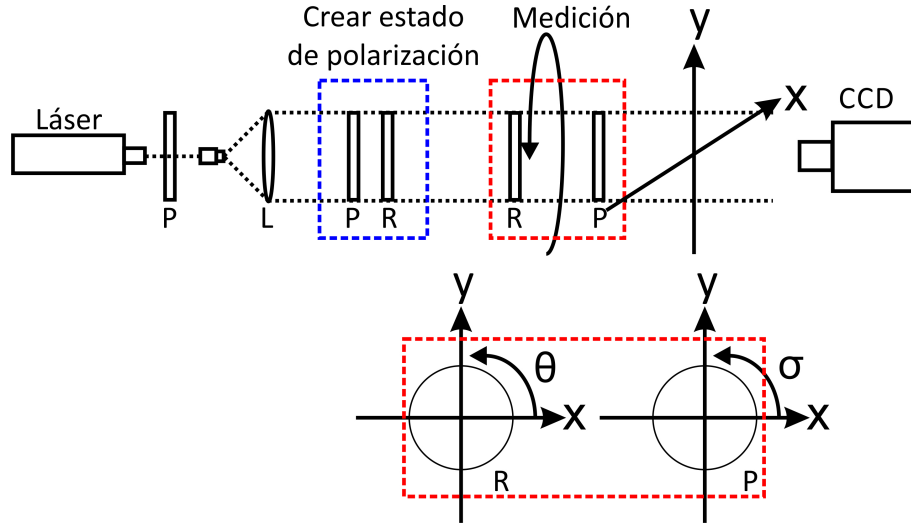


Figura 2.14: Diagrama para medir polarización.

Se considera un campo:

$$\vec{E} = A_0 e^{i\alpha x} \left(\hat{i} \cos(\sigma) + \hat{j} \sin(\sigma) e^{i\alpha} \right). \quad (2.30)$$

El campo atraviesa un retardador, $Q_\theta^{\lambda/4}$, que provoca un retardo de $\lambda/4$ definida como:

$$Q_\theta^{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 1 + i \cos(2\theta) & i \sin(2\theta) \\ i \sin(2\theta) & 1 - i \cos(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

el campo al salir del retardador tiene la forma:

$$\vec{E}' = Q_\theta^{\lambda/4} \cdot \vec{E}, \quad (2.32)$$

quedando como:

$$\vec{E}' = \frac{A_0}{\sqrt{2}} e^{i\alpha x} \begin{pmatrix} \cos(\sigma)(1 + i \cos(2\theta)) + i \sin(\sigma) \sin(2\theta) e^{i\alpha} \\ i \sin(2\theta) \cos(\sigma) + \sin(\sigma) e^{i\alpha} (1 - i \cos(2\theta)) \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

El campo \vec{E}' pasa por un polarizador orientado a σ_p

$$P_{\sigma_p} = \begin{pmatrix} \cos^2(\sigma_p) & \sin(\sigma_p) \cos(\sigma_p) \\ \sin(\sigma_p) \cos(\sigma_p) & \sin^2(\sigma_p) \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

el campo que sale del polarizador P_{σ_p} , está dado por:

$$\vec{E}'' = P_{\sigma_p} \cdot \vec{E}'. \quad (2.35)$$

Al colocar un detector en la salida, la intensidad que éste captará será $I = \vec{E}'' \cdot \vec{E}''^*$ y la expresión de la intensidad es de la forma:

$$I(\sigma_p, \theta) = \frac{A_0^2}{2} \left\{ \begin{array}{l} \cos^2(\sigma_p) \left[\begin{array}{l} \cos^2(\sigma)(1 + \cos^2(2\theta)) + \sin^2(2\theta) \sin^2(\sigma) \\ + \sin(2\sigma) \sin(2\theta) (\cos(\alpha) \cos(2\theta) - \sin(\alpha)) \end{array} \right] \\ + \sin^2(\sigma_p) \left[\begin{array}{l} \cos^2(\sigma) \sin^2(2\theta) + \sin^2(\sigma)(1 + \cos^2(2\theta)) \\ + \sin(2\sigma) \sin(2\theta) (\sin(\alpha) - \cos(2\theta) \cos(\alpha)) \end{array} \right] \\ + \sin(2\sigma_p) \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \sin(4\theta) \cos(2\sigma) + \sin(2\sigma) (\cos(2\theta) \sin(\alpha) \\ + \sin^2(2\theta) \cos(\alpha)) \end{array} \right] \end{array} \right\}. \quad (2.36)$$

El objetivo es encontrar el valor de σ y α del campo inicial, realizando la menor cantidad de movimientos en los elementos ópticos y con la menor cantidad de tomas fotográficas.

Al colocar el analizador P_{σ_p} al ángulo $\sigma_p = \pi/4$, la ecuación de la intensidad se reduce a:

$$I\left(\frac{\pi}{4}, \theta\right) = \frac{A_0^2}{4} \left[\begin{array}{l} 2 + \sin(4\theta) \cos(2\sigma) \\ + 2 \sin(2\sigma) (\cos(2\theta) \sin(\alpha) + \sin^2(2\theta) \cos(\alpha)) \end{array} \right]. \quad (2.37)$$

Para resolver la ecuación (2.37) tenemos:

$$I\left(\frac{\pi}{4}, \theta\right) = u + \frac{x}{2} \sin(4\theta) + y \cos(2\theta) + z \sin^2(2\theta) \quad (2.38)$$

donde: $u = \frac{A_0^2}{2}$, $b = \frac{1}{2} \sin(4\theta)$, $c = \cos(2\theta)$, $d = \sin^2(2\theta)$, $x = u \cos(2\sigma)$
 $y = u \sin(2\sigma) \sin(\alpha)$ y $z = u \sin(2\sigma) \cos(\alpha)$.

Se tienen 4 incógnitas (u, x, y, z) con un sistema de 4 ecuaciones como sigue:

$$\begin{aligned} I_1 &= u + b_1 x + c_1 y + d_1 z \\ I_2 &= u + b_2 x + c_2 y + d_2 z \\ I_3 &= u + b_3 x + c_3 y + d_3 z \\ I_4 &= u + b_4 x + c_4 y + d_4 z \end{aligned} \quad (2.39)$$

Para resolver la ecuación (2.39) de manera general se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 1 & b_2 & c_2 & d_2 \\ 1 & b_3 & c_3 & d_3 \\ 1 & b_4 & c_4 & d_4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Una vez encontrado el valor de las 4 incógnitas podemos encontrar α que corresponde a la diferencia de fase de las componentes y σ que es el ángulo auxiliar de la siguiente manera:

$$\alpha = \arg(z + iy), \quad (2.41)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \arg(x + i\sqrt{x^2 + z^2}). \quad (2.42)$$

También podemos encontrar α y σ si escogemos un caso particular en el cual θ toma valores de ángulos notables: $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$ y $\theta = \frac{\pi}{8}$, tendremos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{A_0^2}{2}(1 + \sin(2\sigma) \sin(\alpha)) \\ I_{\frac{\pi}{2}} &= \frac{A_0^2}{2}(1 - \sin(2\sigma) \sin(\alpha)) \\ I_{\frac{\pi}{4}} &= \frac{A_0^2}{2}(1 + \sin(2\sigma) \cos(\alpha)) \\ I_{\frac{\pi}{8}} &= \frac{A_0^2}{4} \left(2 + \cos(\sigma) + \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(2\sigma) \sin(\alpha) + \sin(2\sigma) \cos(\alpha) \right) \end{aligned}, \quad (2.43)$$

al normalizar $\frac{2}{A_0^2}$ las ecuaciones (2.43) se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{I}_0 &= \frac{2}{A_0^2} I_0 \\ \bar{I}_{\frac{\pi}{2}} &= \frac{2}{A_0^2} I_{\frac{\pi}{2}} \\ \bar{I}_{\frac{\pi}{4}} &= \frac{2}{A_0^2} I_{\frac{\pi}{4}} \\ \bar{I}_{\frac{\pi}{8}} &= \frac{2}{A_0^2} I_{\frac{\pi}{8}} \end{aligned}, \quad (2.44)$$

de donde se puede deducir el valor para α y σ , los cuales son:

$$\alpha = \arg((\bar{I}_{\frac{\pi}{4}} - 1) + i(\bar{I}_0 - 1)), \quad (2.45)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \arg \left(\left(2\bar{I}_{\frac{\pi}{8}} + \sqrt{2}(1 - \bar{I}_0) - \bar{I}_{\frac{\pi}{4}} - 1 \right) + i \left(\sqrt{(\bar{I}_0 - 1)^2 + (\bar{I}_{\frac{\pi}{4}} - 1)^2} \right) \right), \quad (2.46)$$

con lo que se logra así determinar el estado de polarización del haz.

En la sección 2.5.3 se describe el experimento realizado para medir el estado de polarización.

2.5.3. Mapa de contorno del estado espacio-temporal de la polarización de la luz

En 1994 Ohtsuka y Oka propusieron un método que produce un mapa de contorno del estado espacio-temporal de la luz polarizada, el cual consiste en un polarímetro que tiene un haz de referencia al cual a cada una de las componentes se les ha introducido una frecuencia portadora diferente y estas son mutuamente ortogonales. Las componentes del haz de referencia interfieren con las componentes de un haz de prueba, con esto es posible conocer el estado de polarización del haz y por lo tanto no se utilizan elementos ópticos adicionales para alinear el sistema.

El arreglo está basado en un interferómetro Mach-Zehnder, ver Figura 2.15, se tiene un láser, su haz es dividido en dos haces por un divisor de haz BS_1 , el haz que llega al espejo M_0 pasa a través de un polarizador P_0 , retardador QWP_0 y el objeto de prueba, es llamado haz de prueba. El haz que llega al divisor de haz polarizante PBS se divide en sus componente x e y , cada componente pasa a través de un retardador de $\lambda/4$, después cada haz es reflejado con una frecuencia portadora dada por inclinación de los espejos. Cada haz atraviesa de nuevo el retardador llegando al PBS , la suma de estas dos componentes es el haz de referencia el cual llega a un segundo divisor de haz BS_2 . El BS_2 suma el haz de referencia y el haz de prueba obteniendo un patron de interferencia que se observa en la Figura 2.16 [57].

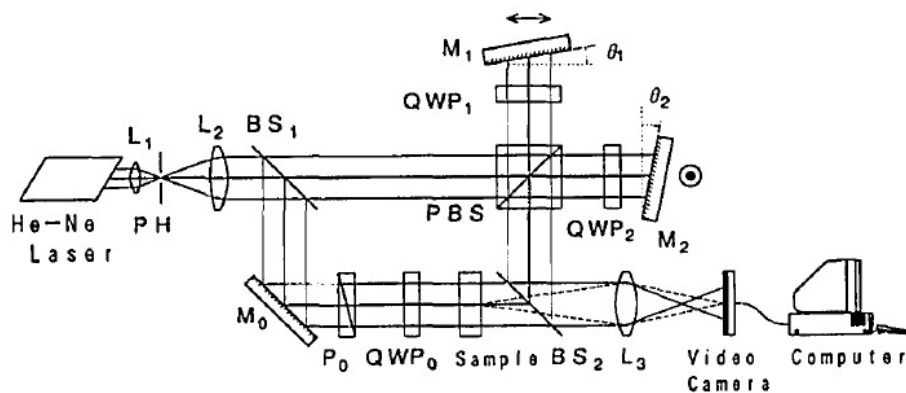


Figura 2.15: *Mach-Zehnder polarímetro interferométrico.*

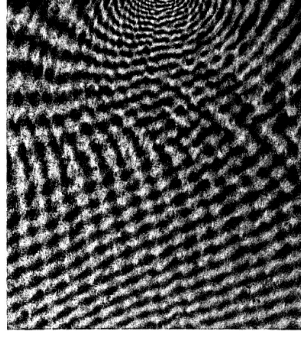


Figura 2.16: Patrón de interferencia con distorsión.

El haz de referencia esta dado por:

$$\vec{E}_r(x, y) = \hat{i}a_x e^{i(2\pi u_1 x + 2\pi v_1 y)} + \hat{j}a_y e^{i(2\pi u_2 x + 2\pi v_2 y)}, \quad (2.47)$$

donde: a_x y a_x son las amplitudes complejas y (u_1, v_1) y (u_2, v_2) las frecuencias portadoras.

El campo de prueba polarizado elípticamente varía en con el tiempo y el espacio:

$$\vec{E}_s(x, y; t) = \hat{i}E_x(x, y; t) + \hat{j}E_y(x, y; t). \quad (2.48)$$

Al obtener la transformada de Fourier del patrón de interferencia, se filtra cada uno de los lóbulos y se desplazan al origen, después se obtiene la transformada inversa de Fourier, posteriormente se obtienen los parámetros con los cuales se puede obtener el estado de polarización:

$$\begin{aligned} S_1 &= |\vec{E}_x|^2 - |\vec{E}_y|^2 \\ S_2 &= \vec{E}_x \vec{E}_y^* + \vec{E}_x^* \vec{E}_y \\ S_3 &= i \left(\vec{E}_x^* \vec{E}_y - \vec{E}_x \vec{E}_y^* \right) \end{aligned} \quad (2.49)$$

La elipticidad esta dada por:

$$\epsilon(x, y; t) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{S_3(x, y; t)}{[S_1^2(x, y; t) + S_2^2(x, y; t)]^{1/2}} \right\}. \quad (2.50)$$

2.5.4. Polarímetro interferómetro de sólo una toma de campo completo con un esquema integrado de calibración

El mayor problema de los polarímetros de una sola toma que se basan en interferometría usando análisis de franjas de Fourier, sufren errores causados por el haz de referencia imperfecta y la ambigüedad en la frecuencia portadora espacial en el patrón de franjas. Recientemente en el 2012 Naik *et al* desarrollaron un polarímetro que realiza un mapeo de medición rápida para un estado de polarización con una

sola toma, usando un sistema de calibración integrado elimina esas fuentes de error y permite la medición precisa del estado de polarización sin conocimiento previo del haz de referencia y la frecuencia portadora espacial [62].

Naik *et al* proponen un interferómetro de tres haces. Un interferómetro de Michelson está formado por un cubo divisor polarizado *PBS* y espejos *M1* y *M2* se utiliza para generar componentes ortogonalmente polarizadas del haz de referencia. El haz transmitido a través de *BS1* es dividido de nuevo en dos por otro divisor *BS3*. La parte del haz transmitido por *BS3* y reflejada por el espejo *M3* se utiliza como el haz de calibración (mostrado como línea punteada verde). La parte del haz reflejado por *BS3* ilumina el objeto de prueba. Ver Figura 2.17.

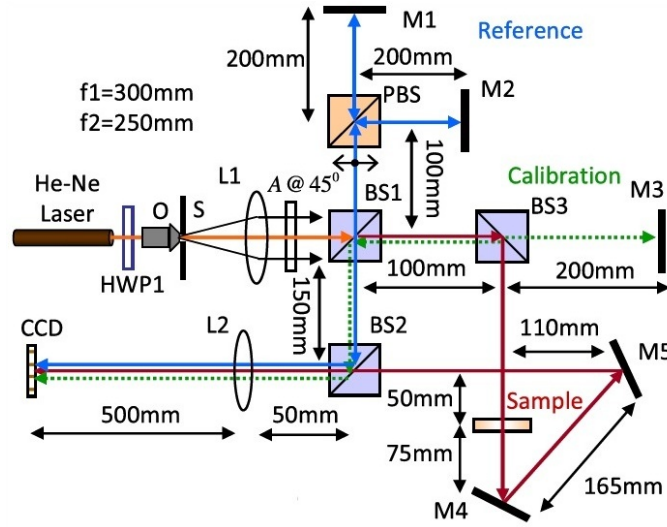


Figura 2.17: *Mach-Zehnder polarímetro interferométrico.*

La referencia del vector de campo que interfiere con un campo de muestra se puede escribir como:

$$\vec{a}_R(r) = \hat{i}a_{Rx}(r) + \hat{j}a_{Ry}(r). \quad (2.51)$$

El campo de muestra cuya distribución espacial de SOP se va a medir puede ser escrito como:

$$\vec{E}_R(r) = \hat{i}E_x(r) + \hat{j}E_y(r). \quad (2.52)$$

Del mismo modo, un haz con SOP conocido que es utilizado para la calibración puede escribirse como:

$$\vec{a}_0(r) = \hat{i}a_{0x}(r) + \hat{j}a_{0y}(r). \quad (2.53)$$

Aquí $a_{Rx}(r)$, $E_x(r)$ y $a_{0x}(r)$ son las componentes x , $a_{Ry}(r)$, $E_y(r)$ y $a_{0y}(r)$ son las componentes y . Un interferograma se registra mediante la superposición de los tres campos complejos $\vec{a}_R(r)$, $\vec{E}_R(r)$ y $\vec{a}_0(r)$. Introduciendo frecuencias portadoras

espaciales altas mediante la elección adecuada de la fase lineal entre componentes x e y de $a_R(r)$ y dando diferentes inclinaciones a $\vec{E}(r)$ y $\vec{a}_0(r)$, los términos de interferencia $a_{0x}(r)a_{Rx}^*(r)$, $a_{0y}(r)a_{Ry}^*(r)$, $E_x(r)a_{Rx}^*(r)$, y $E_y(r)a_{Ry}^*(r)$ pueden ser separados en el dominio de la frecuencia espacial.

Los parámetros normalizados de Stokes se definen de la siguiente manera:

$$\frac{S_1(r)}{S_0(r)} = \frac{1}{\tilde{S}_0(r)} \left\{ \left| \frac{E_x(r)}{E_y(r)} \right|^2 - 1 \right\}, \quad (2.54)$$

$$\frac{S_2(r)}{S_0(r)} = \frac{2}{\tilde{S}_0(r)} \text{Re} \left\{ \frac{E_x(r)}{E_y(r)} \right\}, \quad (2.55)$$

$$\frac{S_3(r)}{S_0(r)} = \frac{2}{\tilde{S}_0(r)} \text{Im} \left\{ \frac{E_x(r)}{E_y(r)} \right\}, \quad (2.56)$$

donde: $\tilde{S}_0(r) = \left| \frac{E_x(r)}{E_y(r)} \right|^2 + 1$. Las ecuaciones (2.54) a (2.56) describen la distribución espacial de SOP del haz de muestra.

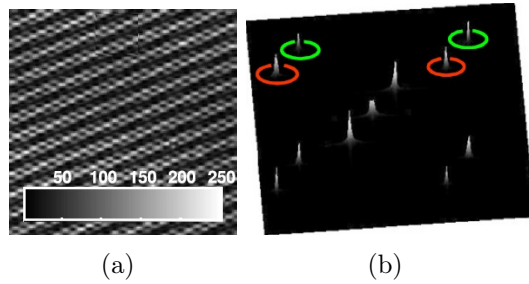


Figura 2.18: (a) Interferograma de un retardador de onda como objeto de prueba, (b) amplitud de espectro de Fourier del interferograma .

2.6. Variación de amplitud de dos campos ópticos

El concepto de variación de amplitudes de dos campos ópticos para introducir un corrimiento de fase en un esquema de un interferómetro de tres haces [37, 38], se basa en la interferencia de dos haces considerados como el haz de referencia y un tercer haz llamado de prueba. Considerando tres campos ópticos linealmente polarizados en el mismo plano viajando en dirección z , se omiten coordenadas de dependencia espacial, descritos como:

$$E_n = A_n e^{i\phi_n}, \quad (2.57)$$

con $n = 1, 2, 3$, siendo A_n la amplitud del campo, y ϕ_n es la fase asociada al frente de onda. La expresión de la irradiancia tendrá tres términos de interferencia

$$I = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + 2A_1A_3 \cos(\phi_1 - \phi_3) + 2A_2A_3 \cos(\phi_2 - \phi_3). \quad (2.58)$$

Tomando la primera y tercera onda como de referencia, y la segunda onda como la de prueba, se supone que:

$$\phi_1 = 0, \quad \phi_2 = \phi, \quad \phi_3 = \pi/2, \quad (2.59)$$

donde ϕ se refiere a la fase de prueba. Después de varias operaciones matemáticas se puede comprobar que la intensidad de la ecuación (2.58) puede reescribirse como:

$$I = A_r^2 + A_2^2 + 2A_rA_2 \cos(\phi - \psi), \quad (2.60)$$

con $A_r^2 = A_1^2 + A_3^2$, $\cos \psi = A_1/\sqrt{A_1^2 + A_3^2}$ y $\sin \psi = A_3/\sqrt{A_1^2 + A_3^2}$ por tanto $\tan \psi = A_3/A_1$.

Entonces A_r es la amplitud de referencia resultante y ψ es una fase adicional resultante de la suma de los campos E_1 y E_3 , ambos términos dependen de las variaciones de los haces A_1 y A_3 . Como puede observarse de estas relaciones, es posible generar corrimientos de fase con las variaciones de las amplitudes A_1 y A_3 . Para evitar cambios en la visibilidad de las franjas, y por tanto, poder aplicar este principio a la interferometría de corrimiento de fase (PSI), donde se exige que se mantenga constante A_r mientras únicamente ψ varíe con el tiempo, se propone que los valores del par de amplitudes (A_1, A_3) estén sobre el semiarco de una circunferencia cuyo radio tenga el valor de A_r , para este caso, las amplitudes deben estar dadas por:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_r \cos \psi \\ A_3 &= A_r \sin \psi \end{aligned} \quad (2.61)$$

Así que los valores de las amplitudes deben ser puestas en cuadratura con respecto al corrimiento de fase ψ .

Por otro lado si la polarización lineal de un campo \vec{E}_{x3} es ortogonal a los campos \vec{E}_{y1} y \vec{E}_{y2} descritos de la manera ideal como [36]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{y1} &= \hat{j}A_{y1} \\ \vec{E}_{y2} &= \hat{j}iA_{y2} \ , \\ \vec{E}_{x3} &= \hat{i}A_x \end{aligned} \quad (2.62)$$

entonces la superposición de las ondas \vec{E}_{y1} y \vec{E}_{y2} , cuya diferencia de fase es de $\pi/2$, está dada por

$$\vec{E}_y = \vec{E}_{y1} + \vec{E}_{y2} = \hat{j}A_y e^{i\phi_y}, \quad (2.63)$$

donde $A_y^2 = A_{y1}^2 + A_{y2}^2$ y la fase ϕ_y se relaciona con $\tan \phi_y = A_{y2}/A_{y1}$. La relación inversa es fácilmente deducible en su forma paramétrica

$$\begin{aligned} A_{y1}(A_y, \phi_y) &= A_y \cos \phi_y \\ A_{y2}(A_y, \phi_y) &= A_y \sin \phi_y \end{aligned} \quad (2.64)$$

donde los parámetros son justamente A_y y ϕ_y . Cuando la tercera onda polarizada horizontalmente es superpuesta con la onda resultante \vec{E}_y , el campo óptico resultante puede describirse bajo el formalismo de Jones como

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y e^{i\phi_y} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \cos \sigma \\ e^{i\phi_y} \sin \sigma \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

formando un campo óptico polarizado elípticamente, cuya diferencia de fase ϕ_y y ángulo auxiliar σ dependen de las amplitudes A_{y1} , A_{y2} y A_x , de manera $A_x = A \cos \sigma$, $A_y = A \sin \sigma$, $A^2 = A_x^2 + A_y^2$, y $\tan \sigma = A_y/A_x$. Con esto es posible crear cualquier estado de polarización al modular únicamente las amplitudes A_{y1} , A_{y2} , y A_x , con la restricción que siempre exista una diferencia de fase $\pi/2$ entre ellas.

2.7. Conclusiones

En este capítulo 2, se estudió sobre las propiedades que tienen los estados de polarización elípticos en la forma matemática con las que se representan, las cuales la luz polarizada lineal y circular son casos especiales de la polarización elíptica. Ahora que se conoce como se representa un estado de polarización elíptico se habló de cómo se crean experimentalmente los estados de polarización con elementos ópticos, los cuales tienen 4 mecanismos físicos esenciales como son: dicroísmo o absorción selectiva, reflexión, esparcimiento y birrefringencia. Se mencionan algunas de las aplicaciones en donde se utiliza la polarización como es en resaltar estructuras, medición de soluciones, entre otros.

Se estudió también sobre los métodos tradicionales que determinan el estado de polarización de la luz, se observa que los métodos requieren de varias tomas, mover componentes ópticos y en algunos casos sus arreglos ópticos muy grandes.

La modulación de amplitud de dos campos ópticos es posible aplicarlo para crear estados de polarización elípticos homogéneos y si se modula de forma espacialmente no constante se pueden crear estados de polarización no homogéneos.

El siguiente capítulo 3, describe la creación de estados de polarización por modulación mediante NQAM.

Capítulo 3

Creación de estados de polarización por modulación mediante NQAM

3.1. Introducción

Meneses-Fabian y Rivera-Ortega [38, 39, 67, 68] han desarrollado una nueva técnica que puede ser aplicada a Polarización, con NQAM. Suponiendo que se propagan dos campos en la dirección z con la misma polarización lineal con frentes de onda planos, las ecuaciones de dichos campos son:

$$E_{1y}(x, y, t) = A_{1y}(x, y)e^{i\alpha_1(x, y)}e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.1)$$

$$E_{2y}(x, y, t) = A_{2y}(x, y)e^{i\alpha_2(x, y)}e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.2)$$

Por simplicidad consideraremos que los campos conocidos $E_{1y}(x, y, t)$ y $E_{2y}(x, y, t)$ se encuentran polarizados linealmente en dirección y , tanto las amplitudes $A_{1y}(x, y)$ y $A_{2y}(x, y)$ como las fases $\alpha_1(x, y)$ y $\alpha_2(x, y)$ son constantes en el espacio, por tanto omitiremos sus dependencias. La superposición de los dos campos dará como resultado un tercer campo, el campo resultante, que está expresado como la suma algebraica de las ecuaciones de los campos, en forma escalar

$$E = E_{1y} + E_{2y} = A_y e^{i\alpha} e^{i(kz - \omega t)}. \quad (3.3)$$

donde A_y es la amplitud y α es la fase del campo resultante. Al sustituir las ecuaciones (3.1) y (3.2) en (3.3) es posible resolver el problema desde dos puntos de vista diferentes. El primer método considera a E_{1y} y E_{2y} como números complejos, usando la forma de Euler. El segundo método considera a ambos campos como vectores y usa la ley de los cosenos, para hallar el resultado de la suma, pero para ambos casos con la ayuda de un poco de álgebra y trigonometría se puede comprobar que:

$$A_y^2 = A_{1y}^2 + A_{2y}^2 + 2A_{1y}A_{2y} \cos(\alpha_1 - \alpha_2), \quad (3.4)$$

$$\tan \alpha = \frac{A_{1y} \sin \alpha_1 + A_{2y} \sin \alpha_2}{A_{1y} \cos \alpha_1 + A_{2y} \cos \alpha_2}, \quad (3.5)$$

Las ecuaciones (3.4) y (3.5) son válidas para la suma de dos campos superpuestos. Si se desean sumar N ondas entonces será $A_y^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N A_n A_m \cos(\alpha_n - \alpha_m)$ y $\tan \alpha = \frac{\sum_{n=1}^N A_n \sin(\alpha_n)}{\sum_{n=1}^N A_n \cos(\alpha_n)}$. De las ecuaciones (3.4) y (3.5) se puede notar que tanto la amplitud, A_y , como la fase, α , dependen de A_{1y} , A_{2y} y $\Delta\alpha$, siendo $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$. Por tanto es posible modificar la amplitud y fase de un campo resultante al modificar únicamente las amplitudes de los campos E_{1y} y E_{2y} . Si se desea que la amplitud resultante sea constante y únicamente varíe la fase resultante, se debe cumplir que A_y sea constante en el tiempo y el espacio. Puede notarse por la ecuación (3.4) que los pares de amplitudes A_{1y} y A_{2y} deben encontrarse sobre una elipse para cumplir con la restricción anterior.

Es conocido que si se tiene $x(\psi) = a \cos(\psi + \beta)$ y $y(\psi) = b \sin(\psi + \beta - \alpha)$ en ecuaciones paramétricas, esto es igual a la ecuación de la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2\frac{xy}{ab} \cos(\alpha) = \sin^2(\alpha)$. Las amplitudes A_{1y} y A_{2y} en forma paramétrica, en general son:

$$A_{1y} = \frac{-A_y}{\sin(\Delta\alpha)} \cos(\alpha + \beta), \quad (3.6)$$

y

$$A_{2y} = \frac{A_y}{\sin(\Delta\alpha)} \cos(\alpha + \beta + \Delta\alpha), \quad (3.7)$$

donde β puede tomar cualquier valor y matemáticamente es una solución válida. Aunque es necesario tomar en cuenta que físicamente se tienen sólo amplitudes positivas, una amplitud negativa se traduce como un cambio de fase igual a π para lo que se requiere usar retardadores. Para evitar el uso de más dispositivos en éste análisis se busca un valor de β , tal que A_{1y} y A_{2y} sean positivas debido a que en la práctica las amplitudes que se usan, en principio, son positivas. Usando un rango para $\Delta\alpha[0, \pi]$, $\alpha[0, \Delta\alpha]$, además $\cos(\alpha + \beta) < 0$ y $\cos(\alpha + \beta + \Delta\alpha) > 0$, la única solución para β que da valor positivo a las amplitudes a las ecuaciones (3.6) y (3.7) es $\beta = -\alpha_1 - \Delta\alpha - \pi/2$ y ahora obtendremos:

$$A_{1y} = \frac{-A_y}{\sin(\Delta\alpha)} \sin(\alpha - \alpha_1 - \Delta\alpha), \quad (3.8)$$

y

$$A_{2y} = \frac{A_y}{\sin(\Delta\alpha)} \sin(\alpha - \alpha_1), \quad (3.9)$$

Las ecuaciones (3.6) a (3.9) son para el caso general de $\Delta\alpha$. Si se toma el caso particular donde $\Delta\alpha = \pi/4$, $\alpha_1 = 0$ y además ya no se consideran a A_{1y} , A_{2y} , α , como valores constantes en el espacio, sino como funciones de (x, y) entonces:

$$A_{1y}(x, y) = \frac{A(x, y)}{\sqrt{2}} \cos(\alpha(x, y)), \quad (3.10)$$

$$A_{2y}(x, y) = \frac{A(x, y)}{\sqrt{2}} \sin(\alpha(x, y)), \quad (3.11)$$

En la Figura 3.1 se muestran los casos especiales de modulación: cuando α_y es constante y A_y es considerada variable, corresponde al caso de amplitud modulada (AM), los puntos (A_{1y}, A_{2y}) están sobre una línea recta, si A_y es constante y α_y es variable, es el caso de sólo modulación de fase (PM), los puntos (A_{1y}, A_{2y}) están sobre una elipse, cuando A_y y α_y son variables, se tiene el caso de modulación de amplitud y fase (PAM).

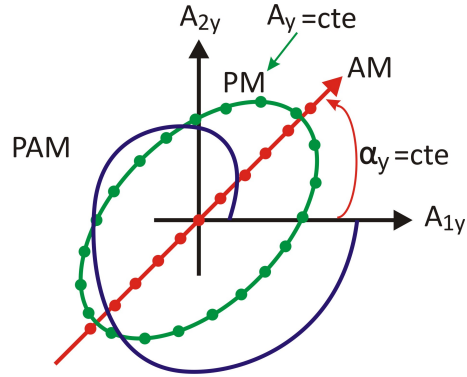
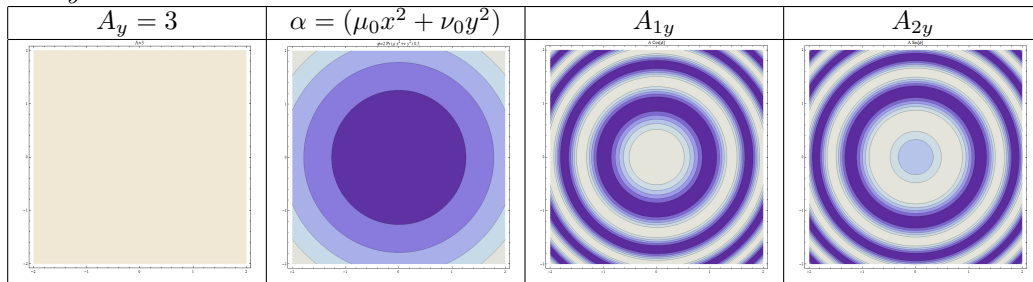


Figura 3.1: Casos especiales de PM, AM y PAM.

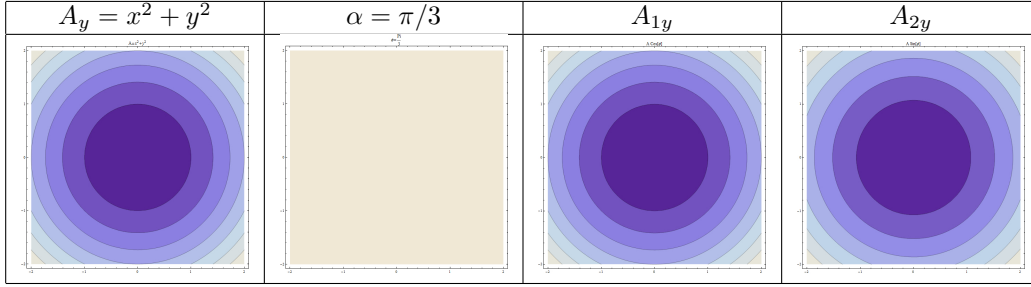
Para crear cualquier estado de polarización homogéneo se requiere una relación entre la amplitud y la fase en un campo escalar y en un campo vectorial cambia la relación en cada punto. A continuación en la Tabla 3.1, se muestran gráficas de A_y , $\alpha(x, y)$, A_{1y} y A_{2y} donde sólo se modula la fase, manteniendo un valor de A_y constante.

Tabla 3.1: Modulación de fase con amplitud constante, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.



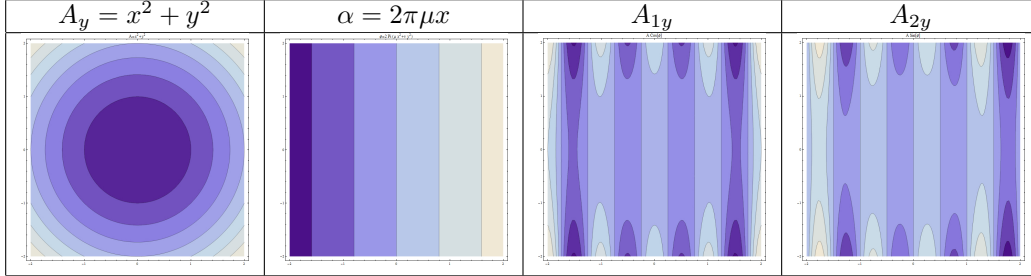
En la Tabla 3.2, se muestran gráficas de A_y , $\alpha(x, y)$, A_{1y} y A_{2y} donde sólo se modula la amplitud, manteniendo un valor de α constante.

Tabla 3.2: Modulación de amplitud con fase constante, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.



En la Tabla 3.3, se muestran gráficas de A_y , $\alpha(x, y)$, A_{1y} y A_{2y} donde se modula la amplitud y la fase.

Tabla 3.3: Modulación de amplitud y fase, se muestran sus gráficas de contorno y 3D.



La NQAM para generar un tercer campo ha sido aplicada a PSI en simulación. En este trabajo de tesis se aplicará la técnica de modulación de sólo amplitud a la polarización, para lo cual se realizarán programas que simulen la modulación del campo.

Será necesario generar un campo resultante que se controle su amplitud A_y y su fase α a partir de la suma de dos campos que cumplan 3 condiciones:

1. α_1, α_2 sean constantes ; $\alpha_2 - \alpha_1 \neq m\pi, m = 0, \pm 1...$
2. A_{1y} y A_{2y} pueden ser variados.
3. \vec{E}_{1y} y \vec{E}_{2y} tengan polarización lineal en la misma dirección.

3.1.1. Modulación de amplitudes aplicados a la polarización

En la Figura 3.2 se muestra un diagrama representativo del arreglo experimental, donde inicialmente se tiene un haz no polarizado y se polariza linealmente a 45° posteriormente se divide en sus dos componentes horizontal x y la vertical y , las componentes verticales se dividen en dos (A_{1y} y A_{2y}) y cada una pasa por un filtro de amplitud, los cuales modulan al haz, las dos componentes verticales se suman

y obtenemos una amplitud resultante A_y y una fase resultante α que es la ecuación (3.3).

La componente horizontal pasa por un filtro de amplitud que también modula al haz A_x y finalmente se suma con el haz resultante vertical $A_y e^{i\alpha}$, donde obtendremos un estado de polarización. La ecuación quedaría como:

$$\vec{E} = (\hat{i}A_x + \hat{j}A_y e^{i\alpha}) e^{i(kz - \omega t)}. \quad (3.12)$$

Si los filtros modulan al haz de manera constante espacialmente en todo el campo tendremos polarización homogénea, si los filtros modulan al haz de manera no constante se tendrá una polarización vectorial.

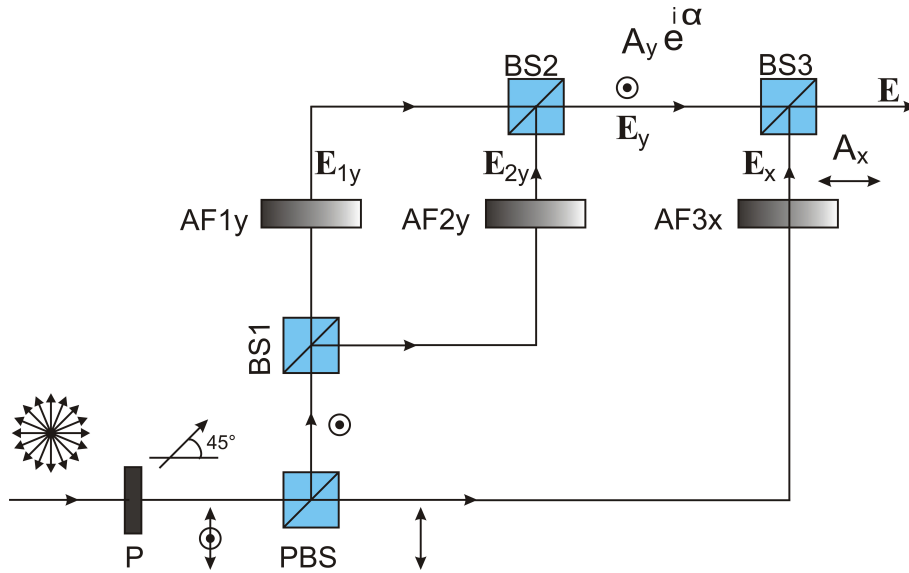


Figura 3.2: Diagrama representativo del arreglo experimental para crear polarización.

3.2. Simulación de Polarización lineal, circular y elíptica

Con la teoría vista en la sección 3.1, donde se tienen dos haces polarizados verticalmente en la misma dirección, que al superponerse se obtiene una amplitud A y una fase α resultante, posteriormente se suma un haz polarizado horizontalmente A_x para obtener una polarización deseada, considerando que $\Delta\alpha$ permanece constante y no varía.

En la sección 3.2.3 se mostrará la relación del ángulo de inclinación de la elipse y el ángulo de elipticidad del campo polarizado con las amplitudes A_x , A_{1y} y A_{2y} .

En la simulación se utilizó $A_1 = \frac{-A}{\sin(\Delta\alpha)} \sin(\alpha - \alpha_1 - \Delta\alpha)$, $A_2 = \frac{A}{\sin(\Delta\alpha)} \sin(\alpha - \alpha_1)$ de las ecuaciones (3.8) y (3.9), $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ de la ecuación (3.4) y

$\tan \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}$ de la ecuación (3.5).

donde ahora $A_{1y} = A_1$, $A_{2y} = A_2$, $\Delta\alpha_y = \Delta\alpha$, $\alpha_{1y} = \alpha_1$, $\alpha_{2y} = \alpha_2$, $\alpha_y = \alpha$, y para el haz A_x se tiene una fase α_x .

3.2.1. Simulación de Polarización lineal

Se genera la polarización lineal con los siguientes datos: $A_y = 1$, $A_x = 1$, $\alpha_y = 0^\circ$, $\alpha_{1y} = 45^\circ$, $\alpha_{2y} = 90^\circ$ y $\Delta\alpha_y = \alpha_{2y} - \alpha_{1y}$. Obtendremos lo que se muestra en la Figura 3.3 y Figura 3.4.

En la Figura 3.3(a) se muestra la gráfica de la polarización lineal inclinada a 45° , la cual se simuló utilizando el método descrito en la sección 3.1, en la Figura 3.3(b) se muestra una gráfica de barras donde se indica la amplitud de A_{1y} , A_{2y} , A_y y A_x que se debe de utilizar para crear el estado de una polarización lineal. Ver Apéndice A.

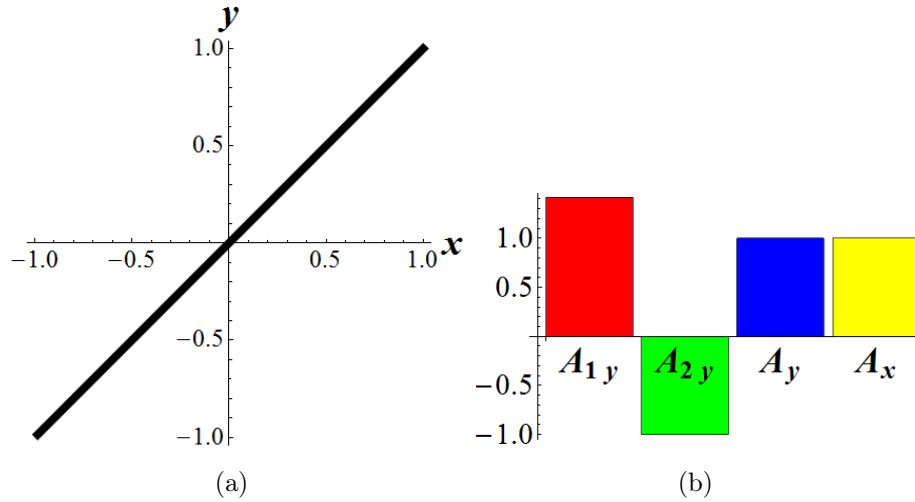


Figura 3.3: *Simulación de polarización lineal, (a) gráfica de la polarización lineal simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.*

En la Figura 3.4 se muestran las gráficas vectoriales de la polarización lineal, cada una en un intervalo de tiempo.

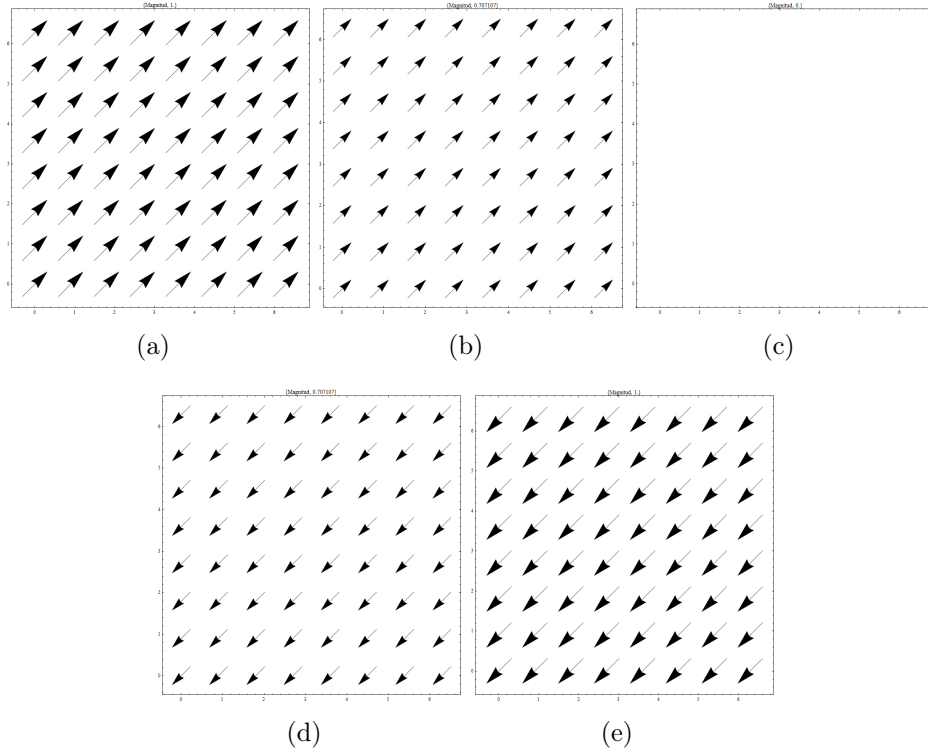


Figura 3.4: Gráfica vectorial de la simulación de polarización lineal, con una magnitud de (a) 1, (b) 0.7, (c) 0, (d) 0.7 y (e) 1.

3.2.2. Simulación de Polarización circular

Se genera la polarización circular con los siguientes datos: $A_y = 1$, $A_x = 1$, $\alpha_y = 90^\circ$, $\alpha_{1y} = 45^\circ$, $\alpha_{2y} = 90^\circ$ y $\Delta\alpha_y = \alpha_{2y} - \alpha_{1y}$. Obtendremos lo que se muestra en la Figura 3.5 y Figura 3.6.

En la Figura 3.5(a) se muestra la gráfica de la polarización circular, la cual se simuló utilizando el método descrito en la sección 3.1, en la Figura 3.5(b) se muestra una gráfica de barras donde se indica la amplitud de A_{1y} , A_{2y} , A_y y A_x que se debe de utilizar para crear el estado de una polarización circular. Ver Apéndice B.

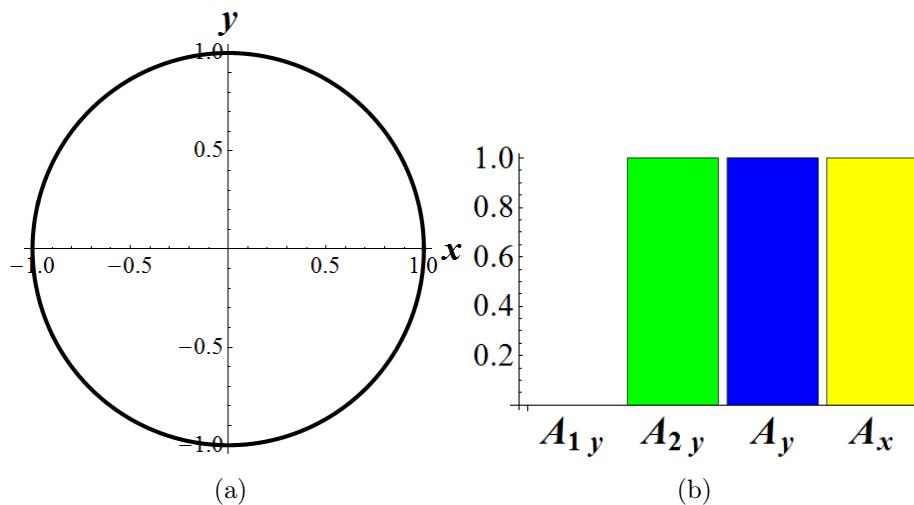


Figura 3.5: Simulación de polarización circular, (a) gráfica de la polarización circular simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.

En la Figura 3.6 se muestran las gráficas vectoriales de la polarización circular, cada una en un intervalo de tiempo.

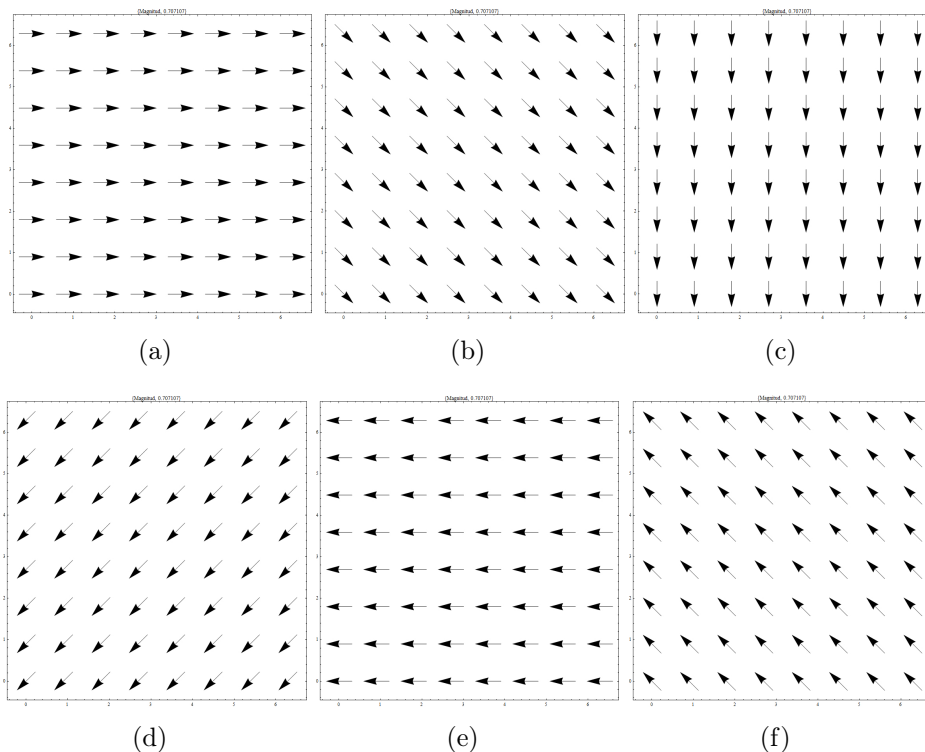


Figura 3.6: Gráfica vectorial de la simulación de polarización circular, con una magnitud de (a) 0.7, (b) 0.7, (c) 0.7, (d) 0.7, (e) 0.7 y (f) 0.7.

3.2.3. Simulación de Polarización elíptica

Se genera la polarización circular con los siguientes datos: $A_y = 2$, $A_x = 1$, $\alpha_y = 60^\circ$, $\alpha_{1y} = 45^\circ$, $\alpha_{2y} = 90^\circ$ y $\Delta\alpha_y = \alpha_{2y} - \alpha_{1y}$. Obtendremos lo que se muestra en la Figura 3.7 y Figura 3.8.

En la Figura 3.7(a) se muestra la gráfica de la polarización elíptica, la cual se simuló utilizando el método descrito en la sección 3.1, en la Figura 3.7(b) se muestra una gráfica de barras donde se indica la amplitud de A_{1y} , A_{2y} , A_y y A_x que se debe de utilizar para crear el estado de una polarización elíptica. Ver Apéndice C.

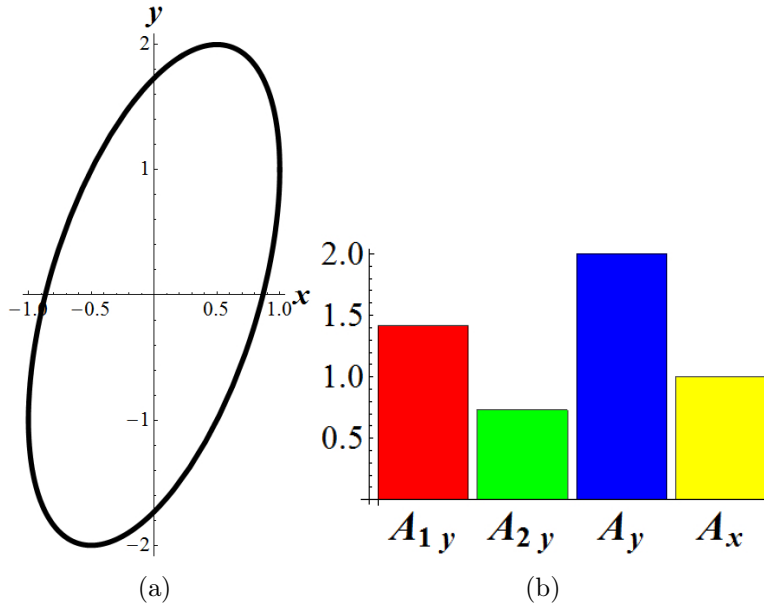


Figura 3.7: *Simulación de polarización elíptica, (a) gráfica de la polarización elíptica simulada y (b) barra de amplitudes que se necesitan.*

En la Figura 3.8 se muestran las gráficas vectoriales de la polarización elíptica, cada una en un intervalo de tiempo.

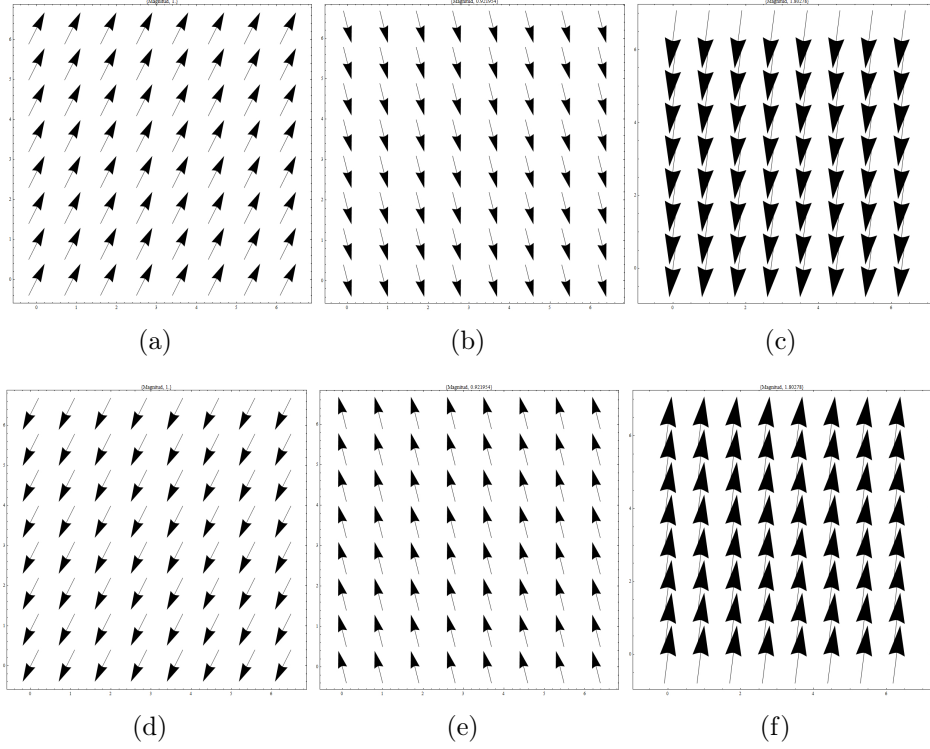


Figura 3.8: Gráfica vectorial de la simulación de polarización elíptica, con una magnitud de (a) 1, (b) 0.9, (c) 1.8, (d) 1, (e) 0.9 y (f) 1.8.

También podemos simular la polarización lineal, circular y elíptica con lo visto en la sección 3.1 con un ángulo de inclinación ψ y una elipticidad ε deseada, donde se tiene dos haces polarizados linealmente en la misma dirección vertical, pasan a través de filtros de amplitud y se suman, obtiene una amplitud A_y y una fase α_y resultante, ahora le sumamos un haz polarizado A_x para obtener la polarización deseada. Ver Apéndice D.

Para poder hacer lo que se mencionó anteriormente se hace que A_{1y} , A_{2y} y A_x dependan de ψ y ε , entonces tenemos que:

$$A_{1y} = \frac{-A_y \sqrt{1 - \cos(2\varepsilon) \cos(2\psi)}}{\sqrt{2} \sin(\Delta\alpha_y) \sqrt{\tan^2(2\varepsilon) + \sin^2(2\psi)}} \left[(\sin(\alpha_x) \sin(2\psi) + \cos(\alpha_x) \tan(2\varepsilon)) \cos(\alpha_{1y} + \Delta\alpha_y) - (\cos(\alpha_x) \sin(2\psi) - \sin(\alpha_x) \tan(2\varepsilon)) \sin(\alpha_{1y} + \Delta\alpha_y) \right], \quad (3.13)$$

$$A_{2y} = \frac{A_y \sqrt{1 - \cos(2\varepsilon) \cos(2\psi)}}{\sqrt{2} \sin(\Delta\alpha_y) \sqrt{\tan^2(2\varepsilon) + \sin^2(2\psi)}} \left[(\sin(\alpha_x) \sin(2\psi) + \cos(\alpha_x) \tan(2\varepsilon)) \cos(\alpha_{1y}) - (\cos(\alpha_x) \sin(2\psi) - \sin(\alpha_x) \tan(2\varepsilon)) \sin(\alpha_{1y}) \right], \quad (3.14)$$

el haz A_x tienen una fase α_x ,

$$A_x = \frac{A_y}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos(2\varepsilon) \cos(2\psi)}. \quad (3.15)$$

En la Figura 3.9 se muestran resultados simulados de varias polarizaciones elípticas con diferente inclinación, en la que su dependencia es de ψ y ε .

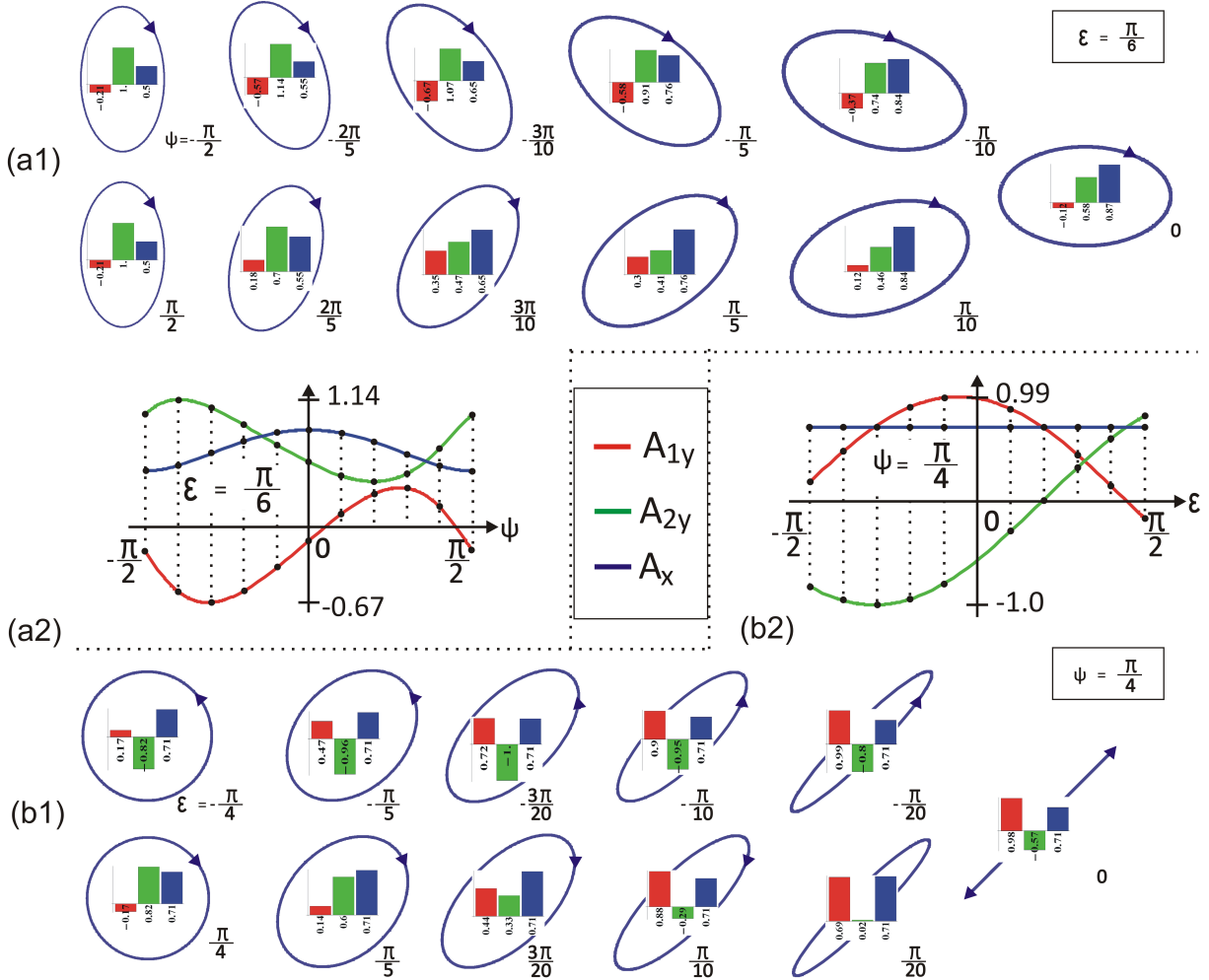


Figura 3.9: Varias polarizaciones elípticas obtenidas con modulación de amplitud, (a1) $\varepsilon = \frac{\pi}{6}$, ψ tiene diferentes valores, (a2) gráfica de amplitud, (b1) ε tiene diferentes valores, $\psi = \frac{\pi}{4}$, (b2) gráfica de amplitud.

3.3. Simulación de Polarización radial y azimutal

En la sección 3.2 se habló de como simular estados de polarización lineal, circular y elíptica, ahora se describe como simular estados de polarización radial y azimutal,

donde también ocuparemos las ecuaciones (3.13), (3.14) y (3.15).

De las ecuaciones (3.13), (3.14) y (3.15) haciendo $\varepsilon = 0$ para el caso de polarización lineal obtendremos:

$$A_{1y} = \frac{-A_y \sqrt{1 - \cos(2\psi)}}{\sqrt{2} \sin(\Delta\alpha_y)} \sin(\alpha_x - \alpha_{1y} - \Delta\alpha_y), \quad (3.16)$$

$$A_{2y} = \frac{A_y \sqrt{1 - \cos(2\psi)}}{\sqrt{2} \sin(\Delta\alpha_y)} \sin(\alpha_x - \alpha_{1y}), \quad (3.17)$$

además el valor del haz A_x también cambiaría, entonces tenemos:

$$A_x = \frac{A_y}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos(2\psi)}. \quad (3.18)$$

La polarización radial y azimutal pueden ser creadas físicamente utilizando algunos elementos como: cristal uniaxial [63], sistema de grabado óptico con lente de inmersión sólida [64], pantalla de cristal liquida de gel [65], convertidor de polarización lineal a radial y/o azimutal (LRAC) [66].

3.3.1. Polarización radial y su topología

Si se desea una orientación ψ dependiente de la posición x, y , entonces tenemos:

$$\cos(2\psi) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}. \quad (3.19)$$

Se simuló la polarización radial con valores de: $\alpha_x = 10^\circ$, $A_y = 1$, $\alpha_{1y} = 45^\circ$ y $\alpha_{2y} = 90^\circ$, además recordemos que son funciones de x y y , en la Figura 3.10 se muestra la forma vectorial de la polarización radial. Ver Apéndice E.

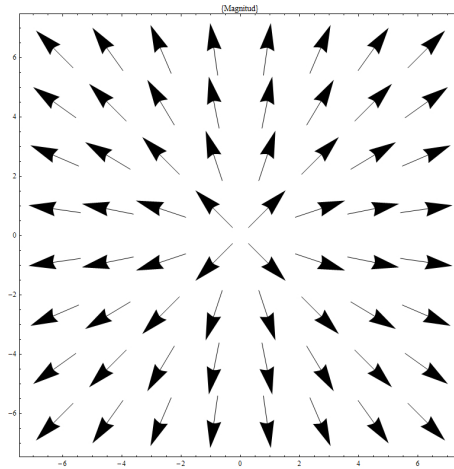


Figura 3.10: Gráfica vectorial de la polarización radial.

En la Figura 3.11 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización radial, cada uno se utiliza con su haz correspondiente.

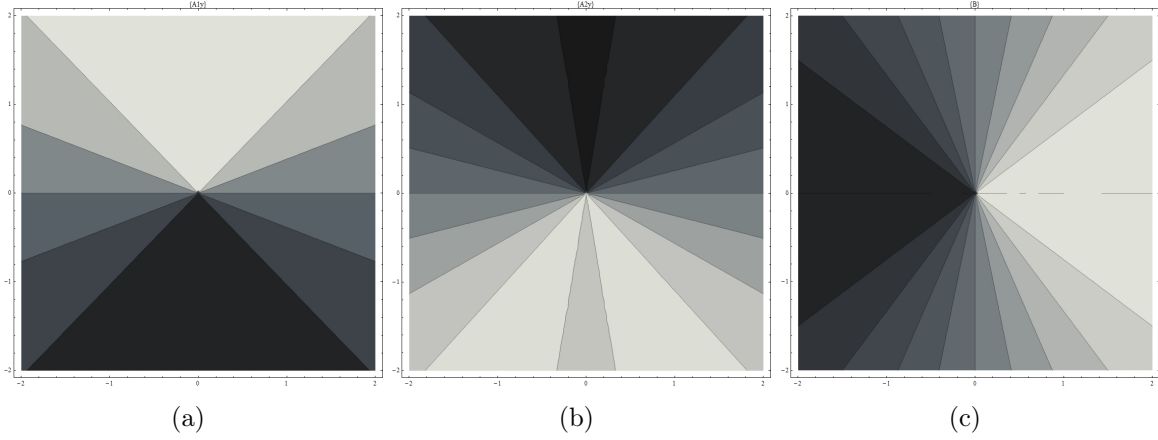


Figura 3.11: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

Se muestra la polarización radial con topología m , para obtener esto se hace un desarrollo de la ecuación (3.19) que incluye la variable m , por lo tanto será el desarrollo de $\cos(2m\psi)$, obteniendo así dos valores de sumatoria con lo cual se obtiene el mismo resultado:

$$\cos(2m\psi) = \left(\frac{x^2}{x^2 + y^2} \right)^m \sum_{j=0}^m \left(\frac{(-1)^j (2m)!}{(2m - 2j)! (2j)!} \left(\frac{y^2}{x^2} \right)^j \right), \quad (3.20)$$

$$\cos(2m\psi) = \sum_{k=0}^m \left(\frac{(2m)!}{(2m - 2k)! (2k)!} \right) \sum_{j=0}^k \left(\frac{(-1)^{k+j} k!}{(k - j)! j!} \cos^{2(m-k+j)}(\psi) \right). \quad (3.21)$$

donde $\psi = \text{Arg}[x + iy]$, además recordemos que son funciones de x y y .

La ecuación (3.21) también se usa para generar el estado de polarización azimutal. Para crear el estado de polarización radial la amplitud A_{1y} y A_{2y} se multiplica por los signos de $\text{sign}(xy)$ y $\text{sign}(x)$, la amplitud de A_x se multiplica por el signo de $\text{sign}(x)$, esto se hace porque no se sabe en qué cuadrante se encuentra, por lo tanto se necesita multiplicar.

En la Figura 3.12 se muestra la gráfica vectorial de la polarización radial con topología $m = 1$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene. Ver Apéndice F.

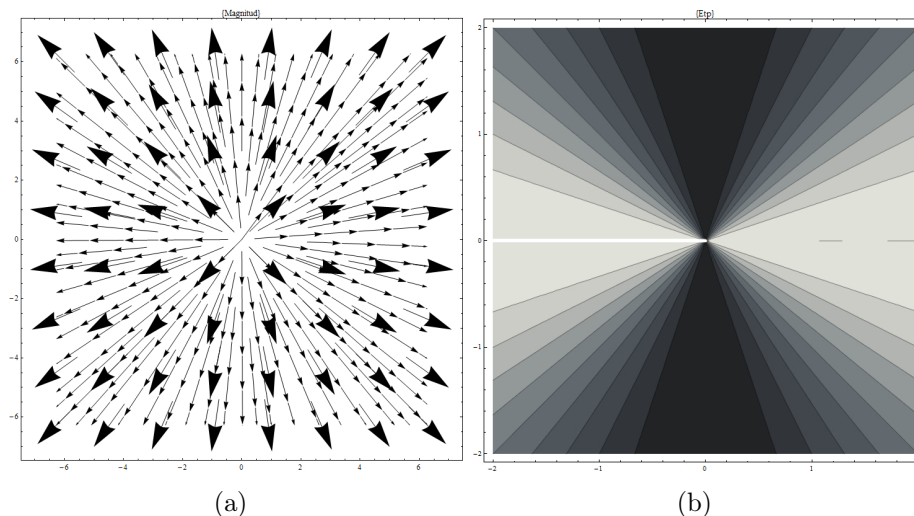


Figura 3.12: Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 1$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.13 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización radial para la topología $m = 1$.

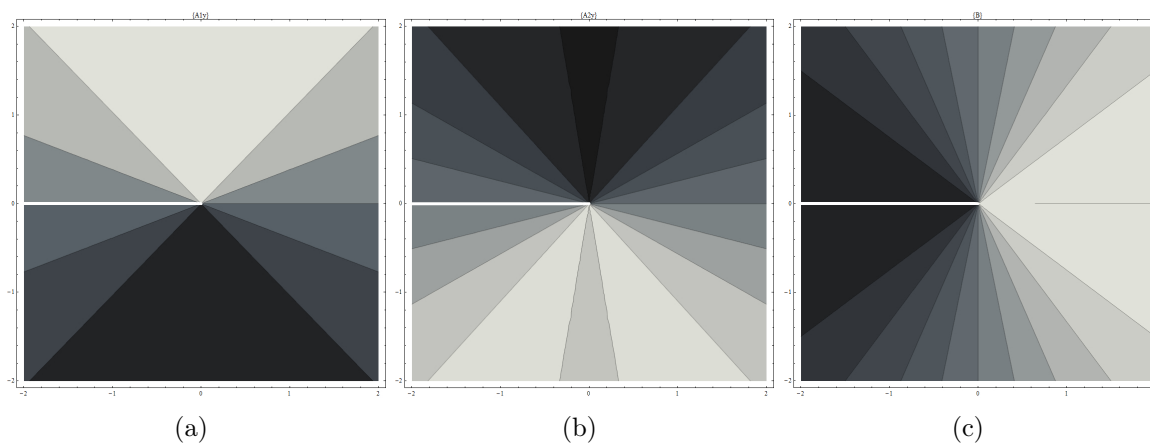


Figura 3.13: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

En la Figura 3.14 se muestra la gráfica vectorial de la polarización radial con topología $m = 2$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene.

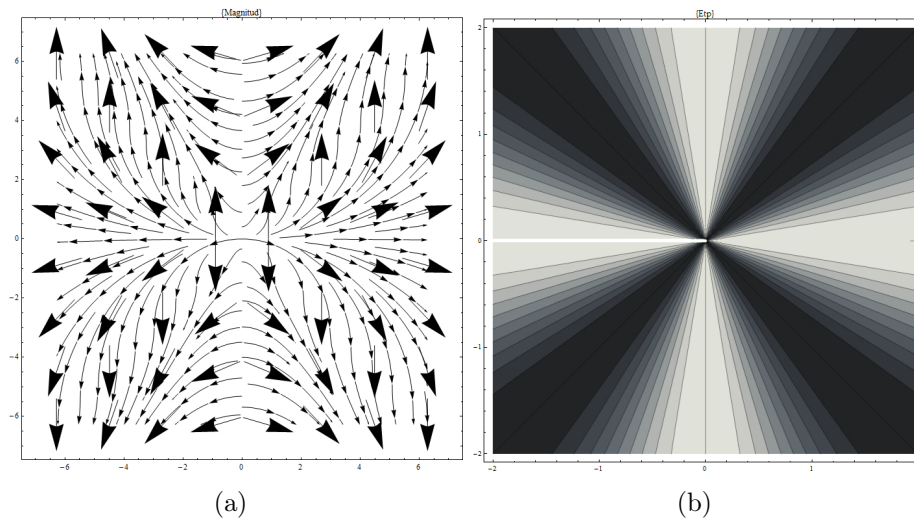


Figura 3.14: Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 2$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.15 se muestran los filtros de amplitud que se necesitan para poder generar el estado de polarización radial para la topología $m = 2$.

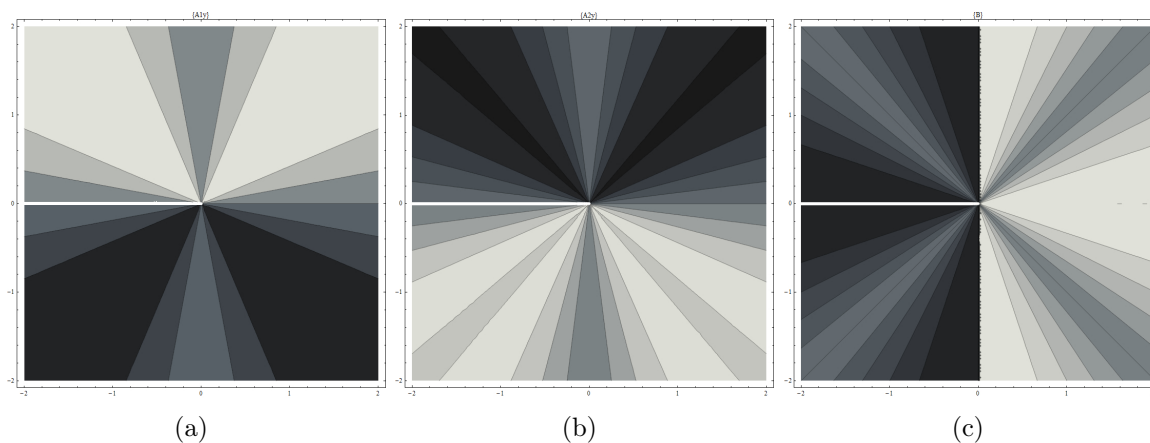


Figura 3.15: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

En la Figura 3.16 se muestra la gráfica vectorial de la polarización radial con topología $m = 3$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene.

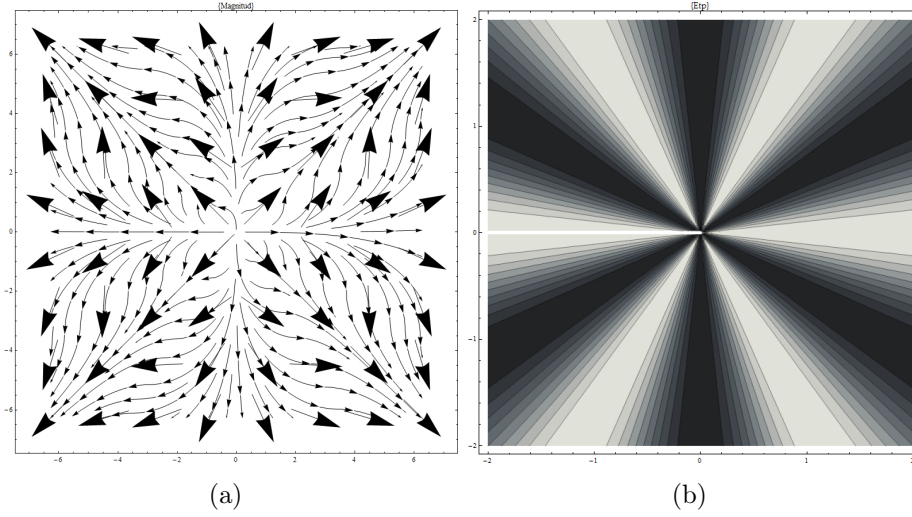


Figura 3.16: Gráficas de (a) polarización radial con topología $m = 3$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.17 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización radial para la topología $m = 3$.

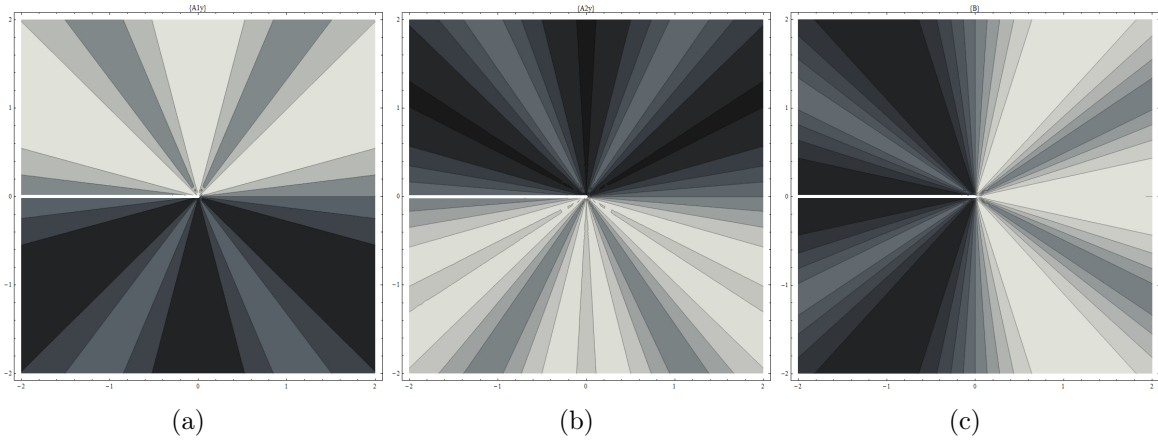


Figura 3.17: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

3.3.2. Polarización azimutal y su topología

Para el caso de la polarización azimutal ψ en términos de la posición x, y , queda como:

$$\cos(2\psi) = -\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}. \quad (3.22)$$

Se simuló la polarización azimutal con valores de: $\alpha_x = 10^\circ$, $A_y = 1$, $\alpha_{1y} = 45^\circ$ y $\alpha_{2y} = 90^\circ$, además recordemos que son funciones de x y y , en la Figura 3.18 se muestra la forma vectorial de la polarización radial. Ver Apéndice G.

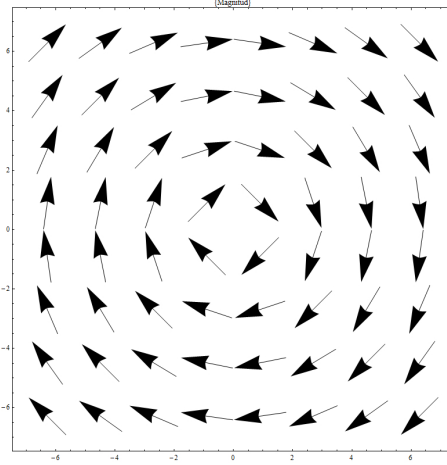


Figura 3.18: Gráfica vectorial de la polarización azimutal.

En la Figura 3.19 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización azimutal, cada uno se utiliza con su haz correspondiente.

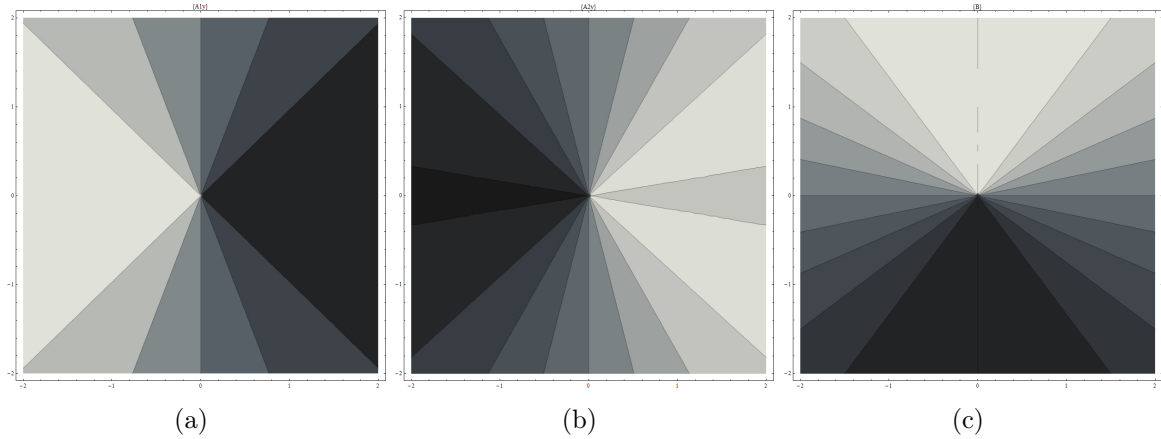


Figura 3.19: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

Ahora se muestra la polarización azimutal con topología m , recordemos la ecuación (3.21) de la sección 3.3.1, con la que se puede obtener el mismo resultado, pero además hay otra ecuación que es la siguiente:

$$\cos(2m\psi) = \left(\frac{y^2}{x^2 + y^2} \right)^m \sum_{j=0}^m \left(\frac{(-1)^j (2m)!}{(2m - 2j)! (2j)!} \left(\frac{x^2}{y^2} \right)^j \right), \quad (3.23)$$

recordemos que es función de x y y . Para crear el estado de polarización azimutal la amplitud A_{1y} y A_{2y} se multiplica por los signos de $\text{sign}(-xy)$ y $\text{sign}(y)$, la amplitud de A_x se multiplica por el signo de $\text{sign}(y)$, esto se hace porque no se sabe en qué cuadrante se encuentra, por lo tanto se necesita multiplicar.

En la Figura 3.20 se muestra la gráfica vectorial de la polarización azimuthal con topología $m = 1$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene. Ver Apéndice H.

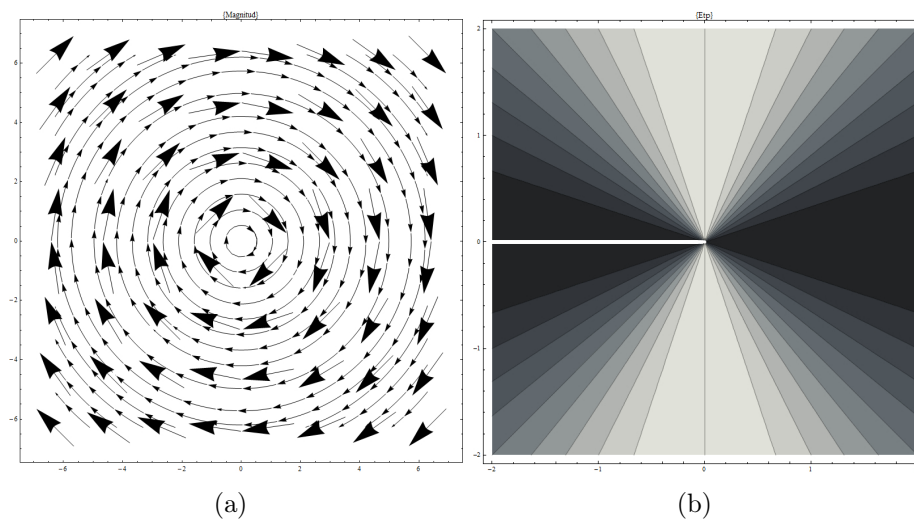


Figura 3.20: Gráficas de (a) polarización azimuthal con topología $m = 1$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.21 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización azimuthal para la topología $m = 1$.

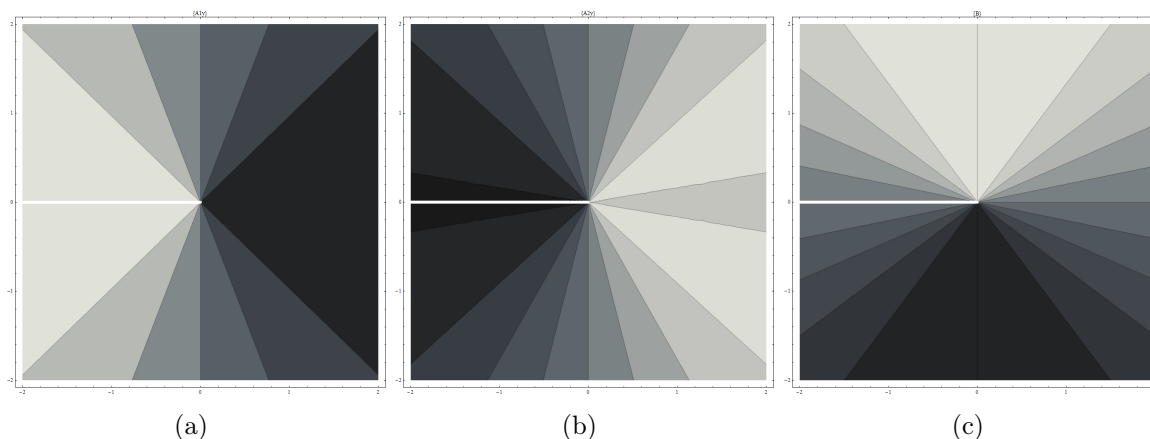


Figura 3.21: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

En la Figura 3.22 se muestra la gráfica vectorial de la polarización azimuthal con topología $m = 2$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene.

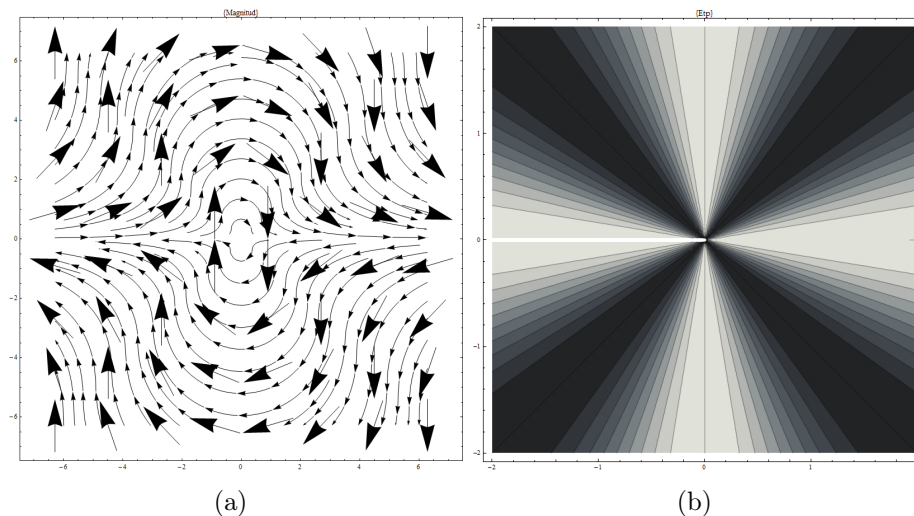


Figura 3.22: Gráficas de (a) polarización azimuthal con topología $m = 2$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.23 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización azimuthal para la topología $m = 2$.

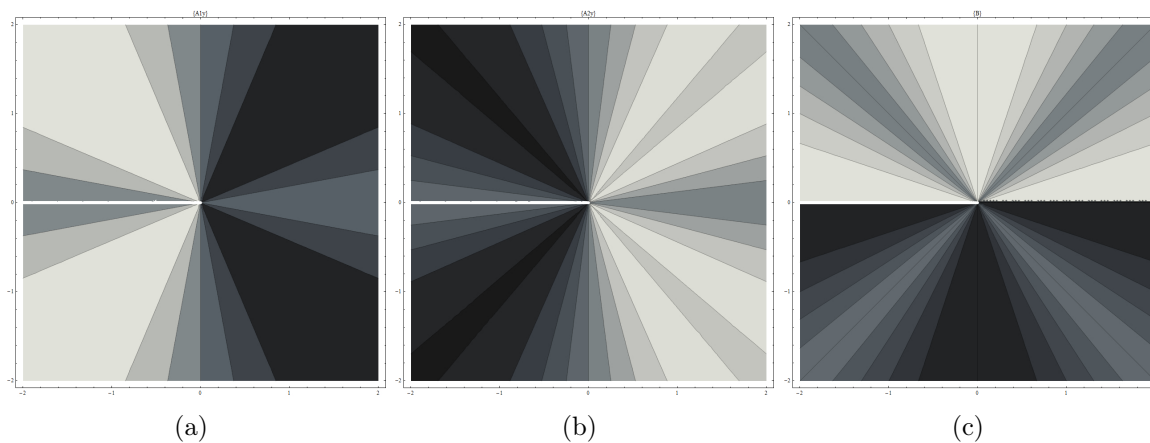


Figura 3.23: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

En la Figura 3.24 se muestra la gráfica vectorial de la polarización azimuthal con topología $m = 3$ y la gráfica que se obtiene cuando se coloca un polarizador lineal a 0° , lo que indica que topología tiene.

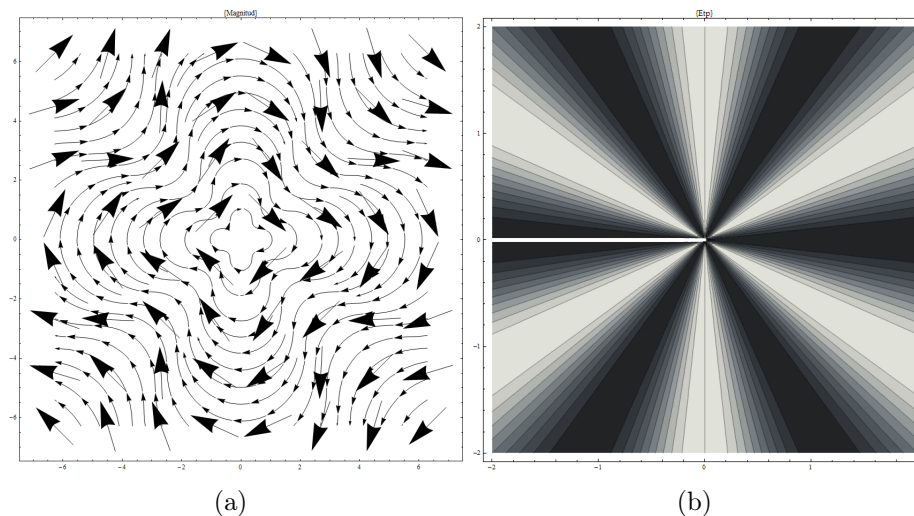


Figura 3.24: Gráficas de (a) polarización azimutal con topología $m = 3$, (b) cuando se coloca un polarizador a 0° .

En la Figura 3.25 se muestran los filtros de amplitud que se ocupan para poder generar el estado de polarización azimutal para la topología $m = 3$.

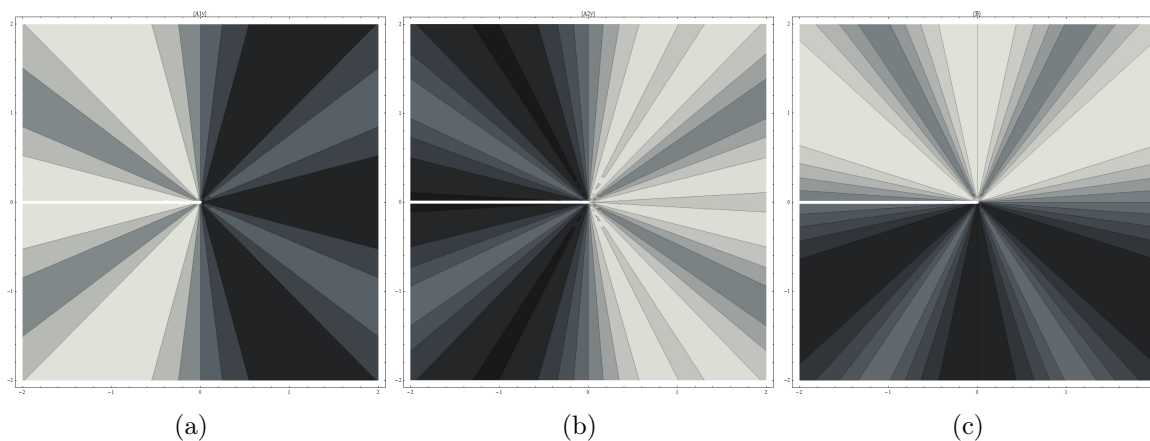


Figura 3.25: Gráficas de filtros de amplitud (a) para el haz A_{1y} , (b) para el haz A_{2y} y (c) para el haz A_x .

3.4. Resultados experimentales de modulación de sólo amplitud del campo óptico

El experimento se realizó en el interferómetro de trayectoria común de triple abertura, utilizando la teoría de la sección 3.1, en la ventana central se colocó un polarizador con su eje de transmisión horizontal con lo que se tiene la componente en dirección x , en las otras dos ventanas se les coloca un polarizador lineal con su eje de

transmisión verticalmente para obtener las dos componentes en dirección y que son y_1 y y_2 . Ver Figuras 3.26 y 3.27.

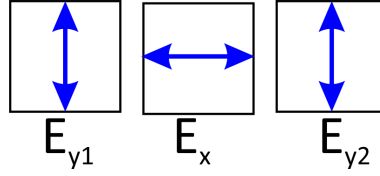


Figura 3.26: Diagrama de las tres ventanas con polarizador lineal (azul).

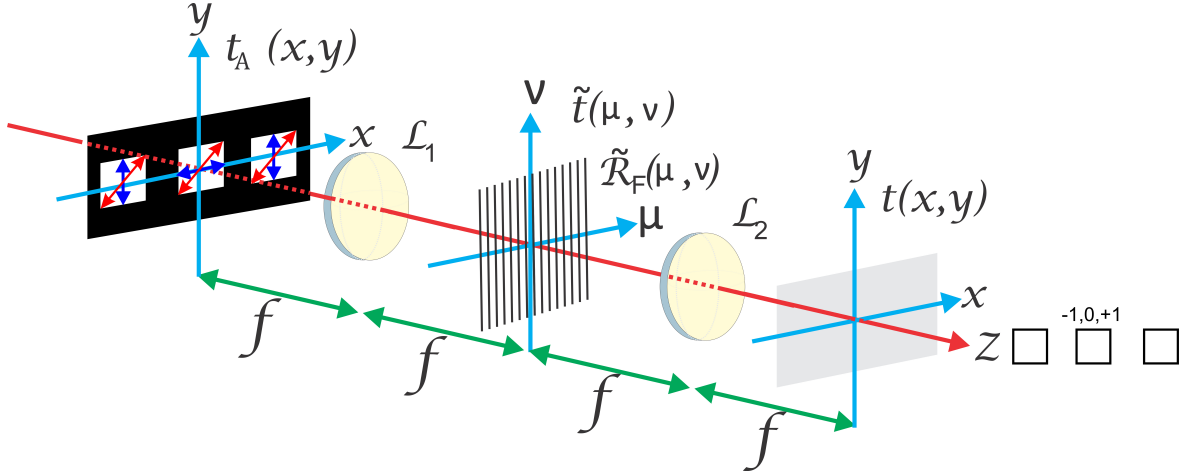


Figura 3.27: Diagrama de interferómetro de trayectoria común de triple abertura.

La función que describe al plano de entrada es :

$$t_A(x, y) = W_{y1} + W_x + W_{y2}, \quad (3.24)$$

donde $W_{ys} = \vec{E}_{ys} W(x - x_0)$, $x_1 = -x_0$, $x_2 = x_0$, entonces:

$$t_A(x, y) = \vec{E}_{y1}(x, y)W(x + x_0, y) + \vec{E}_x(x, y)W(x, y) + \vec{E}_{y2}(x, y)W(x - x_0, y). \quad (3.25)$$

En el plano de Fourier debido a la lente L_1 , se tiene la transformada de Fourier del campo de entrada:

$$\tilde{t}_a(\mu, \nu) = \mathfrak{F}\{t_A(x, y)\}. \quad (3.26)$$

En el plano de Fourier también se encuentra una rejilla de Ronchi, descrita matemáticamente como:

$$\tilde{R}_f(\mu, \nu) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} k\right) e^{i2\pi \frac{\lambda}{u_p} k \mu}, \quad (3.27)$$

donde u_p es el periodo espacial de la rejilla de Ronchi y u_w es el ancho de una de las líneas de la rejilla.

Por lo tanto el campo en el plano de Fourier es:

$$\tilde{t}(\mu, \nu) = \tilde{t}_A(\mu, \nu) \tilde{R}_f(\mu, \nu). \quad (3.28)$$

El campo en el plano de salida, es obtenida por la lente L_2 como la transformada de Fourier de $\tilde{t}(\mu, \nu)$

$$t_f(-x, -y) = \mathfrak{F}\{t(\mu, \nu)\} = t_A(-x, -y) \otimes \otimes R_f(-x, -y), \quad (3.29)$$

donde el símbolo $\otimes \otimes$ hace referencia a la doble convolución y $R_f(x, y)$ es la transformada inversa de Fourier de $\tilde{R}_f(\mu, \nu)$, $R_f(-x, -y) = \mathfrak{F}\{\tilde{R}_f(\mu, \nu)\}$, dada por

$$R_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) \delta\left(x - \frac{\lambda f}{u_p}n, y\right). \quad (3.30)$$

Sustituyendo la ecuación (3.30) en (3.29), y haciendo uso de la conocida propiedad de convolución con una delta de Dirac $f(t) \otimes \delta(t - t_0) = f(t - t_0)$, el campo se define como

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) t_A\left(x - \frac{\lambda f}{u_p}n, y\right). \quad (3.31)$$

Sustituyendo la ecuación (3.25) en la ecuación (3.31), se obtiene:

$$\begin{aligned} t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} & \left[\sum_n^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) \vec{E}_{y1}(x, y) W\left(x + x_0 - \frac{\lambda f}{u_p}n, y\right) \right. \\ & + \sum_n^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) \vec{E}_x(x, y) W\left(x - \frac{\lambda f}{u_p}n, y\right) \\ & \left. + \sum_n^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) \vec{E}_{y2}(x, y) W\left(x - x_0 - \frac{\lambda f}{u_p}n, y\right) \right]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Note que si $x_0 = \frac{\lambda f}{u_p}$, observando con un detector únicamente la región donde se superponen los órdenes de difracción $n = m - 1$ de la ventana W_{y1} , $n = m$ de la ventana W_x y $n = m + 1$ de la ventana W_{y2} , la descripción se reduce a:

$$\begin{aligned} t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} & \left[\text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m-1)\right) \vec{E}_{y1}(x, y) + \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}m\right) \vec{E}_x(x, y) \right. \\ & \left. + \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m+1)\right) \vec{E}_{y2}(x, y) \right]. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Eligiendo el orden $m = 0$ se tiene:

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \left[\text{sinc} \left(-\frac{u_w}{u_p} \right) \vec{E}_{y1}(x, y) + \vec{E}_x(x, y) + \text{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} \right) \vec{E}_{y2}(x, y) \right]. \quad (3.34)$$

debido a que $\text{sinc}(x)$ es una función par:

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \left\{ \text{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} \right) \left[\vec{E}_{y1}(x, y) + \vec{E}_{y2}(x, y) \right] + \vec{E}_x(x, y) \right\}. \quad (3.35)$$

Obsérvese que en este punto es fácil aplicar la teoría de la sección 3, ya que $\vec{E}_y = \vec{E}_{y1} + \vec{E}_{y2}$, modulando sólo la amplitud de los campos \vec{E}_{y1} y \vec{E}_{y2} será modulado tanto la amplitud como la fase del campo \vec{E}_y . Cambiando los valores de A_{y1} y A_{y2} se obtendrán diferentes estados de polarización en t_f .

En la ventana donde se tiene la componente y_1 e y_2 se puso un filtro de densidad (modelo 5215), estos filtros de densidad tienen 36 combinaciones de densidad óptica con un rango de 0.08 a 3.0 con incrementos de 0.1, esto nos permite modular la amplitud del campo. Ver Figura 3.28.

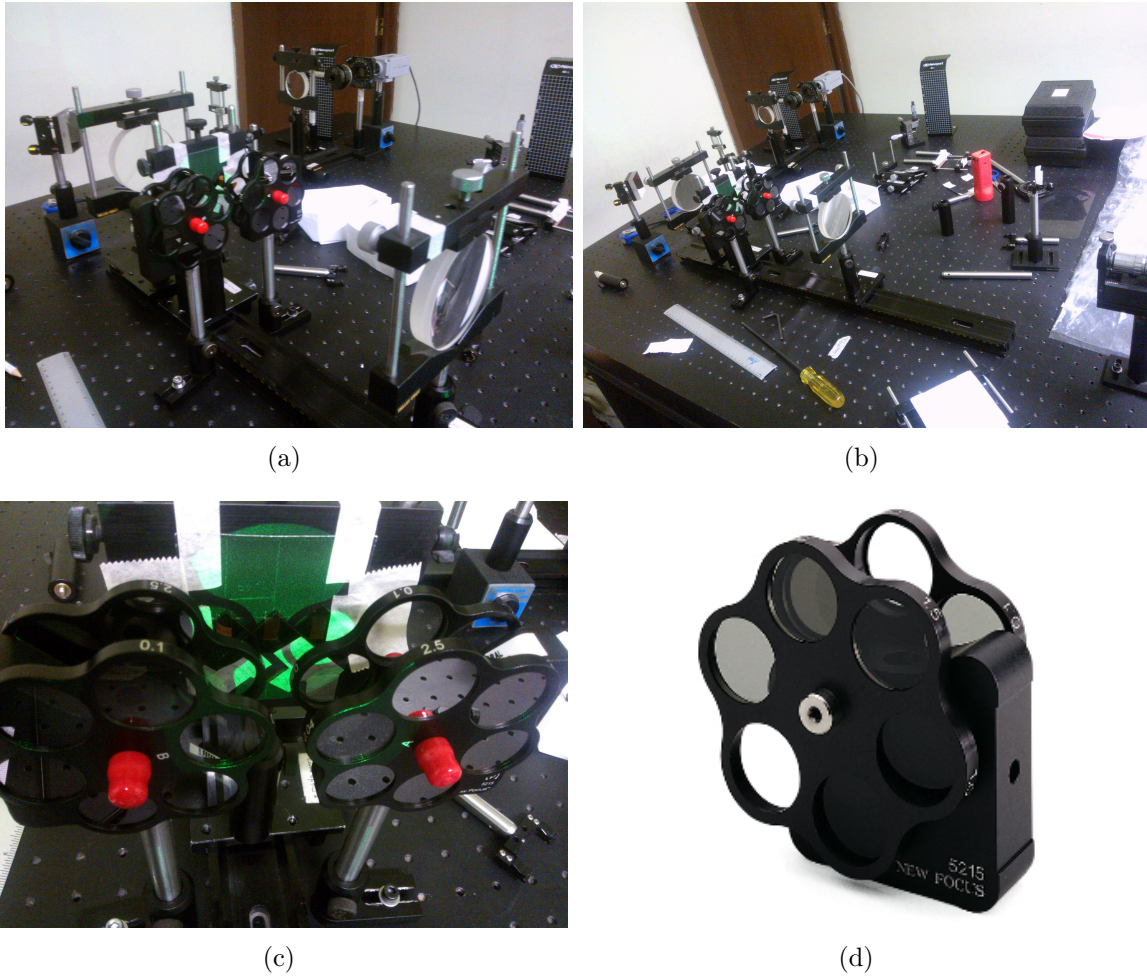
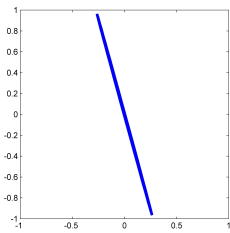
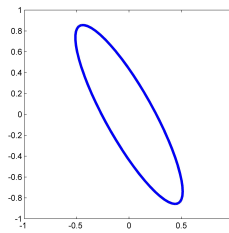
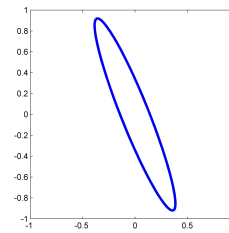
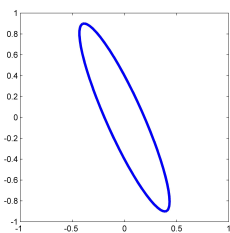
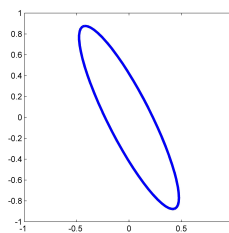
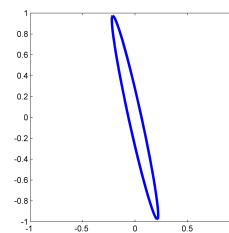
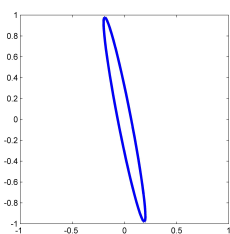
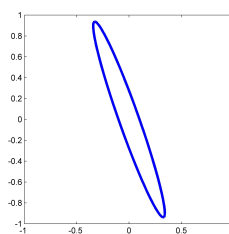
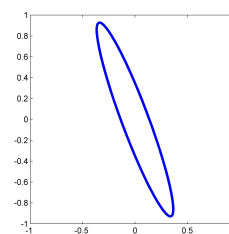
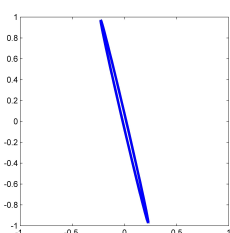
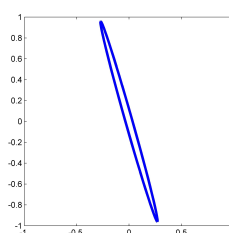


Figura 3.28: (a) y (b) Arreglo experimental de modulación de sólo amplitud del campo óptico, (c) y (d) filtros de amplitud.

Se muestran los resultados experimentales en la Tabla 3.4, los campos que se crearon fueron medidos con la técnica que se menciona en la sección 2.5.2. En la Tabla se muestra el valor de densidad óptica que se utiliza en las ventanas 1 y 3, también se muestran los valores experimentales del ángulo σ el cual está relacionado con las amplitudes de las componentes del campo y α que indica la diferencia de fase que hay entre las componentes, con estos valores se determina el estado de polarización del campo el cual se muestra gráficamente.

Tabla 3.4: Resultados experimentales de la modulación de sólo amplitud del campo óptico.

$vent1 = 0.08$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 74.67^\circ$ $\alpha = 178.84^\circ$ 	$vent1 = 0.14$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 59.08^\circ$ $\alpha = -149.34^\circ$ 	$vent1 = 0.24$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 67.22^\circ$ $\alpha = -158.21^\circ$ 
$vent1 = 0.34$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 64.34^\circ$ $\alpha = -153.56^\circ$ 	$vent1 = 0.44$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 61.43^\circ$ $\alpha = -151.28^\circ$ 	$vent1 = 0.54$ $vent3 = 0.08$ $\sigma = 77.19^\circ$ $\alpha = 163.69^\circ$ 
$vent1 = 1.04$ $vent3 = 0.06$ $\sigma = 78.43^\circ$ $\alpha = 161.21^\circ$ 	$vent1 = 1.04$ $vent3 = 0.7$ $\sigma = 69.93^\circ$ $\alpha = -162.83^\circ$ 	$vent1 = 1.04$ $vent3 = 0.8$ $\sigma = 68.47^\circ$ $\alpha = -157.93^\circ$ 
$vent1 = 1.04$ $vent3 = 0.54$ $\sigma = 76.76^\circ$ $\alpha = 175.74^\circ$ 	$vent1 = 1.54$ $vent3 = 0.7$ $\sigma = 74.10^\circ$ $\alpha = -172.72^\circ$ 	

3.5. Conclusiones

En este capítulo 3, se estudió como se pueden crear estados de polarización elípticos, azimutal y radial con NQAM, dejando al lado los métodos tradicionales que se presentaron en la sección 2.3. Se muestran experimentos que se realizaron para crear polarización elíptica con filtros de amplitud y se obtuvieron buenos resultados. Para la creación de los demás estados de polarización se requieren moduladores de sólo amplitud como son las pantallas de cristal líquido, ya que se puede modular la amplitud constante y espacialmente.

En este trabajo, hemos presentado teóricamente una discusión general sobre una técnica para generar luz polarizada de forma homogénea, que se basa en modulación de sólo amplitud con variaciones de tres haces independientes. Uno estaba polarizado en la dirección x y los otros fueron polarizados en la dirección y con el fin de obtener las dos componentes del campo. Se demostró que con los dos últimos haces en no-cuadratura se obtuvo un haz resultante, que se modula en amplitud y fase por modulación de sólo amplitud de cada haz individual, siendo posible para modular la amplitud y fase de una componente vertical del campo, y por lo tanto cualquier relación de amplitudes y diferencia de fase entre dos componentes. Se discutieron ejemplos de modulación de sólo amplitud, sólo fase y ambas. Creemos que el método presentado aquí se puede utilizar para generar campos no homogéneos de polarización con una modulación espacial en las amplitudes iniciales de los campos eléctricos.

El siguiente capítulo 4, describe mediciones experimentales preliminares de polarizaciones con métodos tradicionales y métodos preliminares interferométricos para la obtención de estado de polarización.

Capítulo 4

Mediciones preliminares experimentales de polarización con métodos tradicionales e interferométricos

4.1. Introducción

En este capítulo se mostrarán resultados experimentales de los métodos descritos en las secciones 2.5.1 y 2.5.2 que corresponden a los parámetros de Stokes y al polarímetro por rotación de retardador, los cuales servirán para conocer mejor su funcionamiento y complicaciones que pueden tener cuando se realizan experimentalmente. También se describen tres métodos preliminares interferométricos que son propuestos para medir estados de polarización homogéneos de un haz no conocido, el sistema se basa en un interferómetro de trayectoria común de doble abertura (DACPI). A diferencia de los parámetros de Stokes y el polarímetro por rotación de retardador, los cuales requieren de muchas tomas y movimientos de elementos ópticos para conocer el estado de polarización, los tres métodos preliminares basados en el DACPI sólo requieren de una sola toma sin mover ningún elemento óptico.

4.2. Arreglo y mediciones experimentales de los parámetros de Stokes

Como se estudió en la sección 2.5.1, los parámetros de Stokes son calculados al manipular matemáticamente las intensidades captadas por el detector, en cada intensidad se toman varias imágenes obteniendo el promedio de ellas para cada posición de los elementos ópticos que son manipulados para obtención de los parámetros. La medición experimental de los parámetros de Stokes consiste en colocar un analizador a 0° , 90° , 45° y -45° para obtener los parámetros I , Q y U , y para el parámetro V se

coloca un retardador de $\lambda/4$ con ángulo de inclinación a 0° antes del analizador que se se inclina a 45° y -45° . Ver Figura 4.1.

El arreglo experimental mostrado en la Figura 4.1 fue implementado en el laboratorio de óptica, para medir los parámetros de Stokes de una polarización homogénea. Para ello se creó una interfaz visual en la plataforma de LabVIEW. Este programa calcula los parámetros de Stokes, el ángulo de inclinación de la elipse que representa al estado de polarización ψ , el ángulo auxiliar σ y la diferencia de fase entre las componentes del campo óptico α , calculados con las ecuaciones (2.26) a la (2.29).

Con la finalidad de probar el método de Stokes, fueron creados estados homogéneos de polarización que son conocidos para comparar la polarización medida con la teórica.

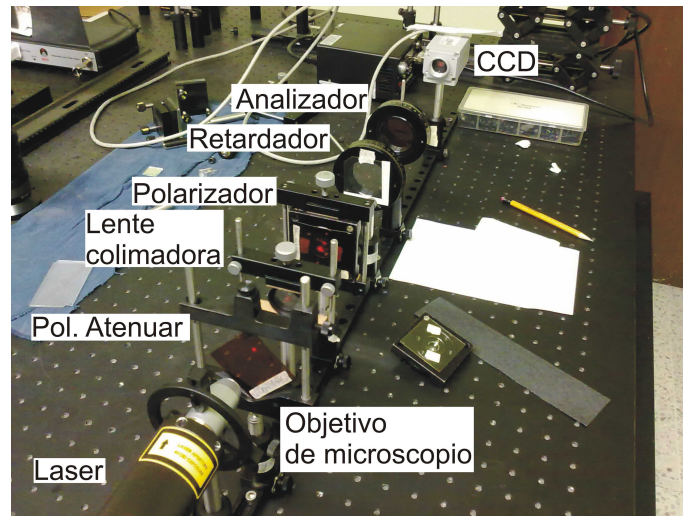
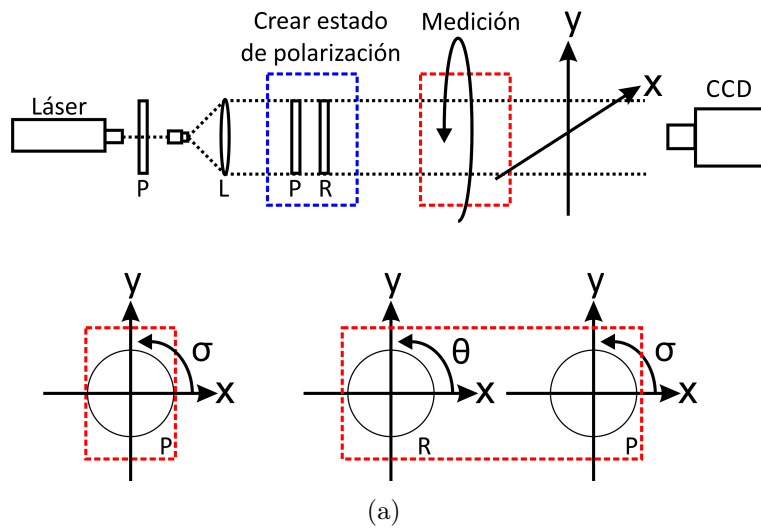


Figura 4.1: Arreglo para medir los parámetros de Stokes: (a) diagrama y (b) experimental.

Los componentes que se utilizaron fueron:

- Láser $\lambda = 532nm$ de potencia variable.
- Filtro espacial (Objetivo de microscopio y pinhole para expandir y filtrar el haz).
- Polarizador lineal para obtener luz polarizada linealmente.
- Lente convergente con distancia focal de $f = 40cm$ para colimar el haz.
- Polarizador lineal y retardador $\lambda/4$ montados sobre una base giratoria graduada en saltos de un grados, con estos dos componentes se crea un estado de polarización conocido.
- Analizador (polarizador lineal), se utiliza para medir los parámetros de Stokes (I, Q) y para medir los parámetros U y V se coloca el retardador variable (Berek Polarization Compensator Mod.5540) calculando un retardo de $\pi/2$.
- Cámara PixeLINK (CMOS).

Se muestran gráficas de capturas de intensidad de cada configuración de elementos ópticos, las cuales servirán más adelante para obtener los parámetros de Stokes como se ha descrito anteriormente en la sección 2.5.1, las capturas se hicieron para medir un estado de polarización lineal horizontal:

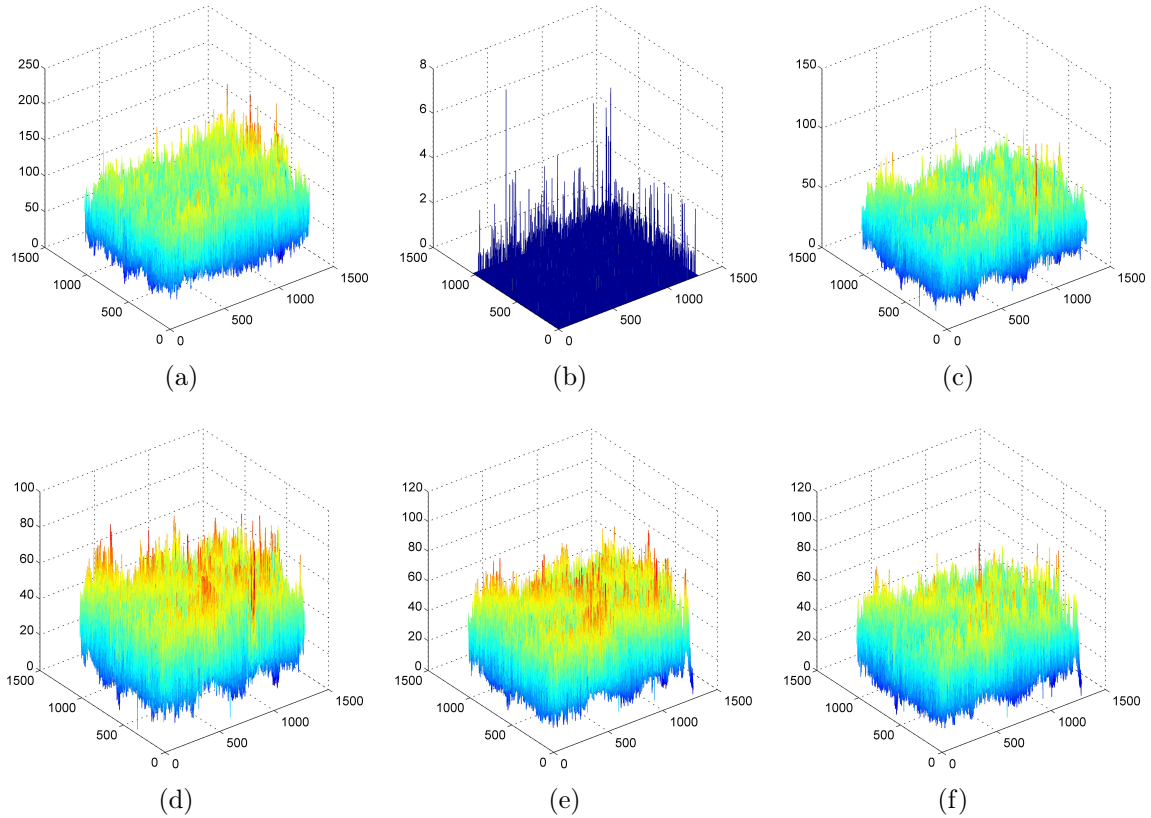


Figura 4.2: Gráfica de capturas: (a) polarizador a 0° , (b) polarizador a 90° , (c) polarizador a 45° , (d) polarizador a -45° , (e) retardador de $\pi/2$ a 0° con polarizador a 45° y (f) retardador de $\pi/2$ a 0° con polarizador a -45° .

Utilizando las capturas de intensidad (Figura 4.2) y sustituyéndolas en las ecuaciones (2.25) en las cuales dependiendo del caso se suman o se restan las intensidades capturadas, se pueden obtener los parámetros de Stokes I , Q , U , y V , los cuales se muestran gráficamente a continuación:

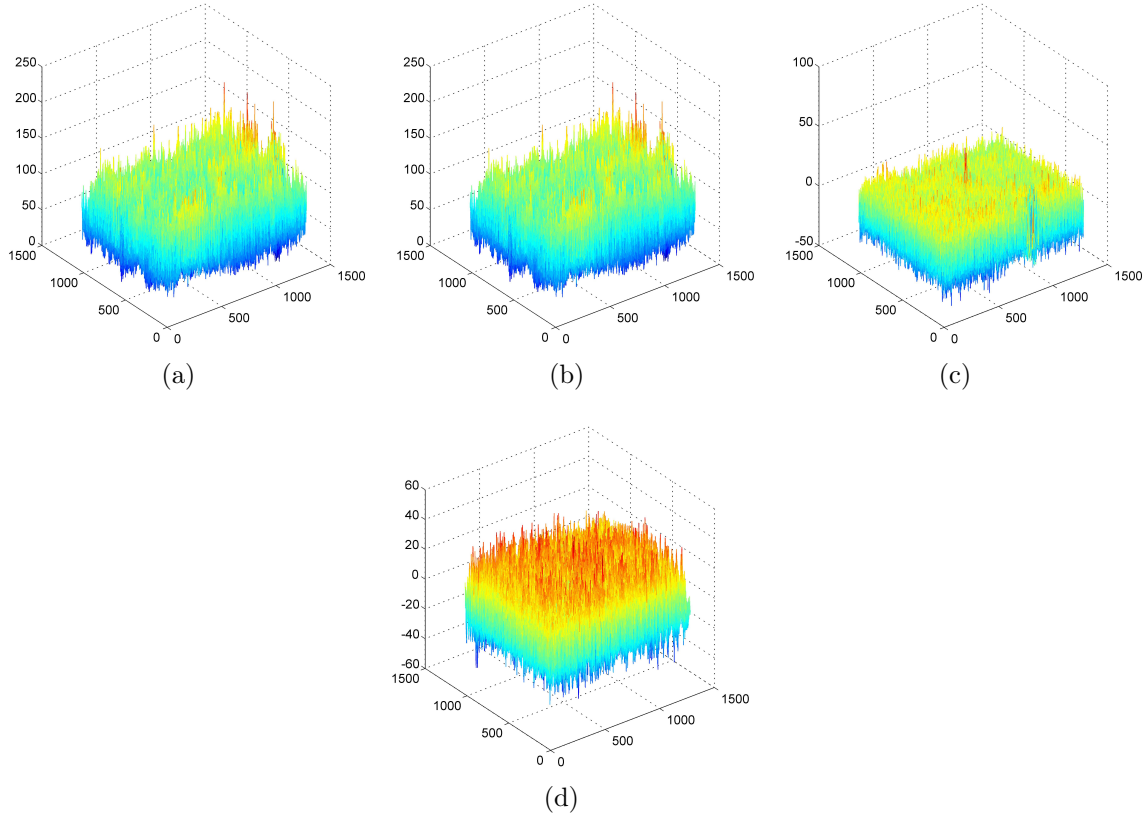


Figura 4.3: *Parámetros de Stokes: (a) I, (b) Q, (c) U y (d) V.*

Teniendo los valores de los parámetros I , Q , U , y V se obtiene el promedio de cada una de las imágenes correspondientes de cada parámetro, se normaliza dividiendo entre I a cada parámetro. I es la intensidad total de la onda, la cual es el valor del radio en la esfera de Poincaré, el valor obtenido se sustituye en la ecuaciones (2.26) a la (2.29), en las que se determina el estado de polarización conociendo el valor de α que es la diferencia de fase entre componentes, σ que es el ángulo auxiliar, ε que es el ángulo de elipticidad y ψ que es el ángulo de inclinación de la elipse. En la Tabla 4.1 se muestran los resultados experimentales y teóricos de la medición de polarización lineal horizontal.

Se puede verificar fácilmente que los parámetros de Stokes de una polarización total satisfacen la siguiente condición:

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (4.1)$$

En términos de la esfera de Poincaré, el grado de polarización es la distancia del punto (Q, U, V) al origen (normalizada a I). Si el haz analizado tuviera una componente no polarizada, además de la polarizada, sería un haz parcialmente polarizado y la distancia al origen sería menor que la unidad (grado de polarización menor que la unidad) $I^2 < Q^2 + U^2 + V^2$, si el haz no es polarizado entonces $I^2 = 0$ [?, ?, 49].

Tabla 4.1: Resultados experimentales y teóricos de polarización lineal a 0° con parámetros de Stokes.

Experimental		Teórico
$I = 1$	$\alpha = 0.0^\circ$	$\alpha = 0^\circ$
$Q = 0.9$	$\sigma = 1.2^\circ$	$\sigma = 0^\circ$
$U = 0.0$	$\varepsilon = 0.0^\circ$	$\varepsilon = 0^\circ$
$V = 0.0$	$\psi = 0.0^\circ$	$\psi = 0^\circ$

La gráfica que representa a la medición del SOP experimental y teórico se puede ver en la Figura 4.4, ambas graficadas con los valores de la Tabla 4.1. Se puede observar la gráfica de color azul que corresponde a los valores experimentales, la gráfica de color negro corresponde a los valores teóricos.

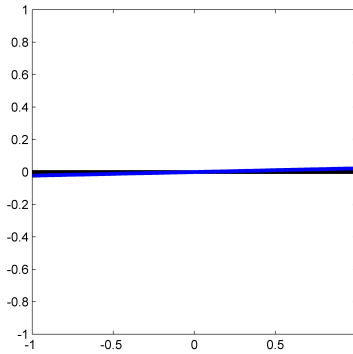


Figura 4.4: Gráfica de la polarización lineal a 0° : color azul experimental y color negro teórico.

Se presentan varios estados de polarización creados y medidos experimentalmente con los parámetros de Stokes, siguiendo el procedimiento explicado en líneas arriba, los resultados se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Resultados experimentales y teóricos de medición de polarizaciones.

Polarización lineal a 30°			Polarización lineal a 45°		
Experimental		Teórico	Experimental		Teórico
$I = 1$	$\alpha = 8.32341^\circ$	$\alpha = 0^\circ$	$I = 1$	$\alpha = -1.61160^\circ$	$\alpha = 0^\circ$
$Q = 0.42914$	$\sigma = 32.29350^\circ$	$\sigma = 30^\circ$	$Q = 0.005179$	$\sigma = 44.85163^\circ$	$\sigma = 45^\circ$
$U = -0.68557$	$\varepsilon = -2.87822^\circ$	$\varepsilon = 0^\circ$	$U = -0.5797$	$\varepsilon = 0.46726^\circ$	$\varepsilon = 0^\circ$
$V = -0.10030$	$\psi = 28.97752^\circ$	$\psi = 30^\circ$	$V = 0.01631$	$\psi = 44.74406^\circ$	$\psi = 45^\circ$
Polarización circular derecha			Polarización elíptica		
Experimental		Teórico	Experimental		Teórico
$I = 1$	$\alpha = 84.89627^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$I = 1$	$\alpha = -32.19035^\circ$	$\alpha = -29.52^\circ$
$Q = 0.011612$	$\sigma = 44.66733^\circ$	$\sigma = 45^\circ$	$Q = 0.03369$	$\sigma = 44.03467^\circ$	$\sigma = 21.97^\circ$
$U = -0.00524$	$\varepsilon = 1.68173^\circ$	$\varepsilon = 45^\circ$	$U = 0.03390$	$\varepsilon = -0.61139^\circ$	$\varepsilon = -10^\circ$
$V = 0.058670$	$\psi = -12.14381^\circ$	$\psi = 0^\circ$	$V = -0.02134$	$\psi = 22.5890^\circ$	$\psi = 20^\circ$

Las gráficas correspondientes a la Tabla 4.2 se muestran a continuación en la Figura 4.5:

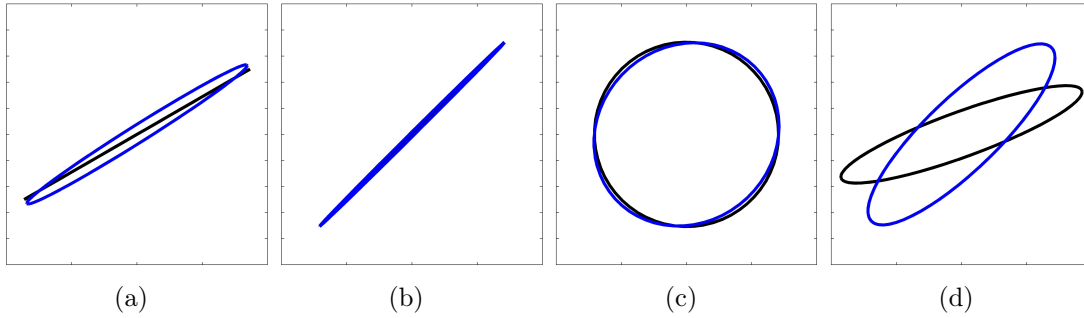


Figura 4.5: Gráficas de polarización, color azul experimental y negro teórico, (a) lineal a 30° , (b) lineal a 45° , (c) circular derecha y (d) elíptica.

La polarización circular derecha se creó utilizando un polarizador lineal con inclinación a 0° junto con un retardador de $\pi/2$ tipo película con inclinación de 45° , mientras que para la polarización elíptica se creó utilizando un polarizador lineal con inclinación a 30° y un retardador de $\pi/2$ tipo película con inclinación de 20° .

Las mediciones experimentales que se mostraron anteriormente, fueron creadas para usar el método de los parámetros de Stokes y así probar el método en la medición de varios estados de polarización creados con distintas configuraciones de los componentes ópticos. En los resultados se observa una pequeña diferencia entre los valores obtenidos experimentalmente y los teóricos, debido a los defectos ópticos de los componentes.

4.3. Mediciones experimentales de polarización homogénea por rotación de retardador

Anteriormente se han reproducido las medidas de los parámetros de Stokes para conocer la polarización de un campo incidente, sin embargo para implementar el método propuesto por Stokes es necesario realizar 6 tomas fotográficas de la intensidad y además es necesario agregar o quitar alguno de los componentes entre tomas, por lo anterior se quiere encontrar un método en el que se necesiten menos tomas fotográficas.

En esta sección se probó el método propuesto por Amrit Ambirajan y Dwight C. Look [60, 61], estudiado en la sección 2.5.2, en el que se coloca un retardador de $\pi/2$ y un analizador, dejando el analizador fijo y moviendo únicamente el retardador a 4 ángulos distintos. Ver Figura 4.6.

Se realizaron varios experimentos creando diferentes estados de polarización para ser medidos con el método, encontrando α y σ para determinar el estado de polarización por medio de ecuación de la matriz (2.40) usando ángulos no notables (10° , 20° , 30° , 40°), también se utilizará el caso particular de la ecuación (2.43) usando ángulos notables

$(0, \pi/8, \pi/4, \pi/2)$ y los resultados se contrastan con los obtenidos por los parámetros de Stokes.

Las capturas de intensidad se realizan para cada una de las configuraciones ópticas mencionadas, y se realiza un proceso similar con las intensidades capturadas como en la sección 4.2 usando otras ecuaciones que se describieron anteriormente.

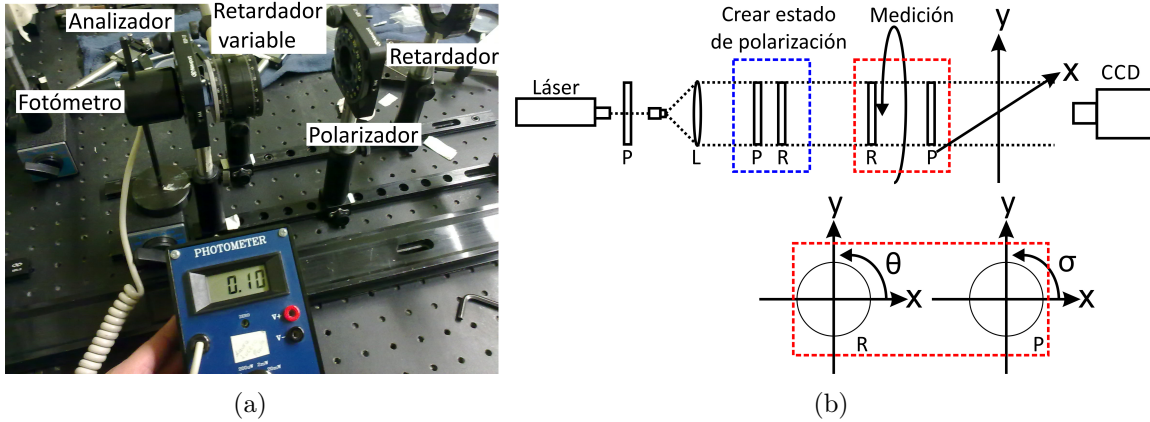


Figura 4.6: Arreglo para medir polarización: (a) experimental y (b) diagrama.

Los componentes principales que se utilizaron se mencionaron en la sección 4.2 y adicionalmente se utilizó un fotómetro.

En la Tabla 4.3 se muestran los resultados obtenidos experimentalmente al crear un estado de polarización lineal a 45° y su medición con el método por rotación de retardador en diferentes casos. Se muestra el **Teórico** el cual usa los valores con los que se creó la polarización experimental para calcular el estado de polarización teóricamente, **Notables** que corresponde al caso particular usando ángulos notables, **Matriz** es usando la ecuación de la matriz con ángulos no notables y finalmente por el método de los parámetros de **Stokes**. Podemos ver que los resultados obtenidos son cercanos al valor teórico de la polarización creada.

Tabla 4.3: Resultados experimentales de polarización lineal a 45° .

	α	σ
Teórico	0°	45°
Notables	-3.0125°	45.0887°
Matriz	-0.407°	45.1836°
Stokes	-12.1813°	42.7361°

En la Figura 4.7 se muestran las gráficas de los valores de la Tabla 4.3, los cuales corresponden a una polarización lineal a 45° . Los resultados experimentales muestran que el ángulo de inclinación σ es cercano al valor teórico, sin embargo la diferencia de fase $\alpha \neq 0$, experimentalmente se tienen errores en cuanto a la colocación correcta del ángulo del retardador y polarizadores utilizados en la medición y creación del estado de polarización.

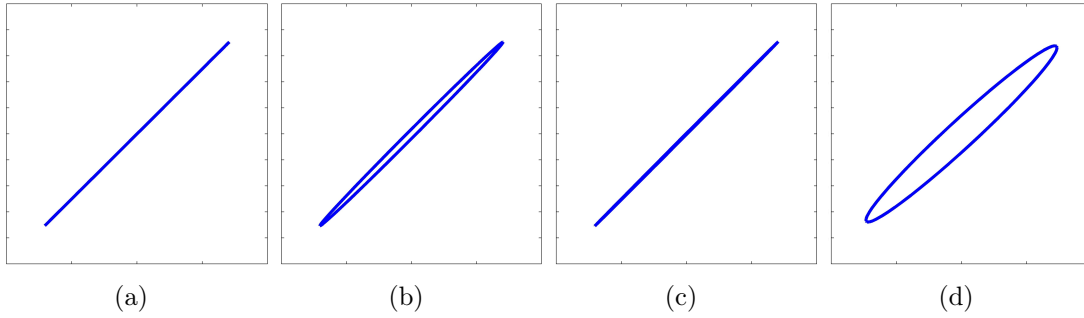


Figura 4.7: Gráficas de una polarización lineal a 45° : (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.

En la Tabla 4.4 se muestran los resultados obtenidos experimentalmente al crear un estado de polarización circular derecha.

Tabla 4.4: Resultados experimentales de polarización circular derecha.

	α	σ	ε
Teórico	90°	45°	45°
Notables	100.1061°	47.8739°	39.19°
Matriz	68.688°	52.4218°	32.11
Stokes	72.0536°	46.6714°	35.87

En la Figura 4.8 se muestran las gráficas de los valores mostrados en la Tabla 4.4, los cuales corresponden a una polarización circular derecha.

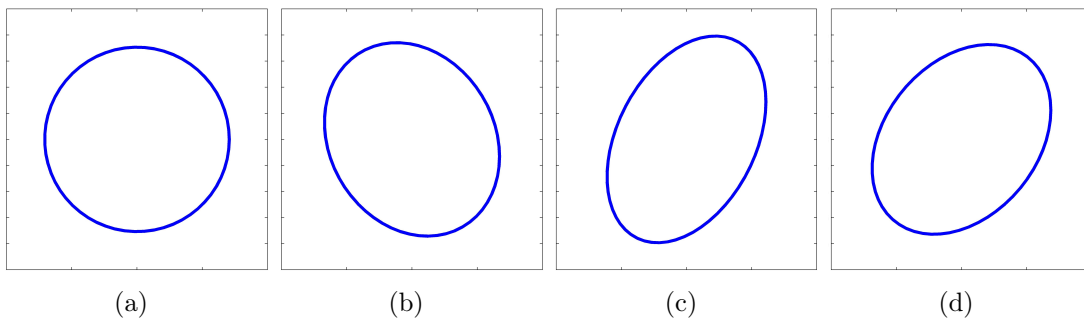


Figura 4.8: Gráficas de una polarización circular derecha: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.

En la Tabla 4.5 se muestran los resultados obtenidos experimentalmente al crear un estado de polarización circular izquierda.

Tabla 4.5: Resultados experimentales de polarización circular izquierda.

	α	σ	ε
Teórico	-90°	45°	-45°
Notables	-98.5194°	51.0782°	-37.59°
Matriz	-99.8623°	51.0688°	-37.20°
Stokes	-98.377°	46.6174°	-40.51°

En la Figura 4.9 se muestran las gráficas de resultados de polarización circular izquierda.

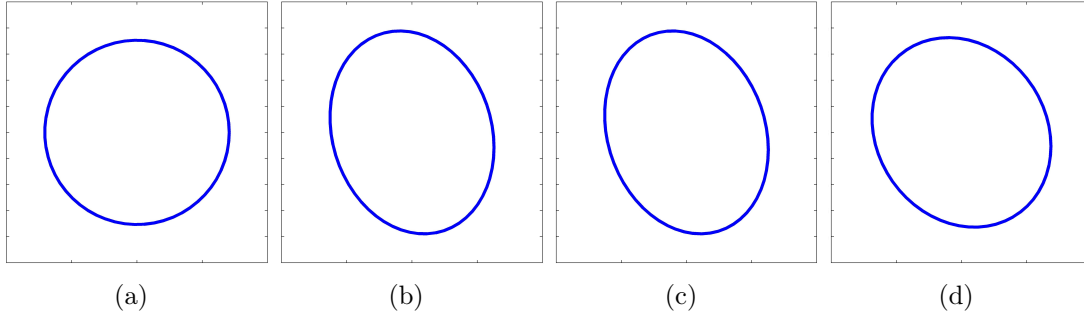


Figura 4.9: Gráficas de una polarización circular izquierda: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.

En la medición de polarizaciones circulares (Figuras 4.9 y 4.8) se puede ver que el ángulo de elipticidad es cercano al teórico, lo que indica que es una polarización casi circular, se conoce que experimentalmente se tienen errores en cuanto a la colocación correcta del ángulo del retardador y polarizadores utilizados en la medición y creación del estado de polarización.

En la Tabla 4.6 se muestran los resultados obtenidos experimentalmente al crear un estado de polarización elíptica (polarizador lineal a 0° y retardador de $\pi/2$ a 20°).

Tabla 4.6: Resultados experimentales de polarización elíptica.

	α	σ
Teórico	52.5463°	27.034°
Notables	41.6176°	34.2231°
Matriz	37.7345°	33.519°
Stokes	34.4252°	36.4257°

En la Figura 4.10 se muestran las gráficas de resultados de polarización elíptica.

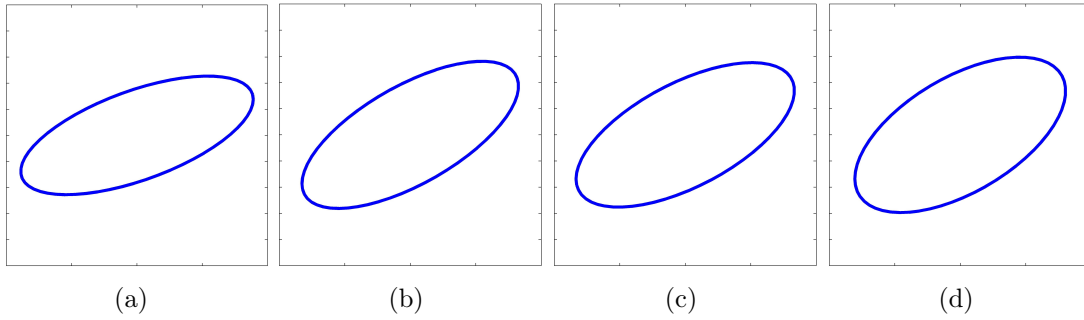


Figura 4.10: Gráficas de una polarización elíptica: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.

En la Tabla 4.7 se muestran los resultados obtenidos experimentalmente al crear un estado de polarización elíptica (polarizador lineal a 45° y retardador de $\pi/2$ a 20°).

Tabla 4.7: Resultados experimentales de polarización elíptica.

	α	σ
Teórico	-61.6592°	30.2506°
Notables	40.8357°	64.0962°
Matriz	41.7139°	63.7244°
Stokes	37.4422°	55.4659°

En la Figura 4.11 se muestran las gráficas de resultados de polarización elíptica .

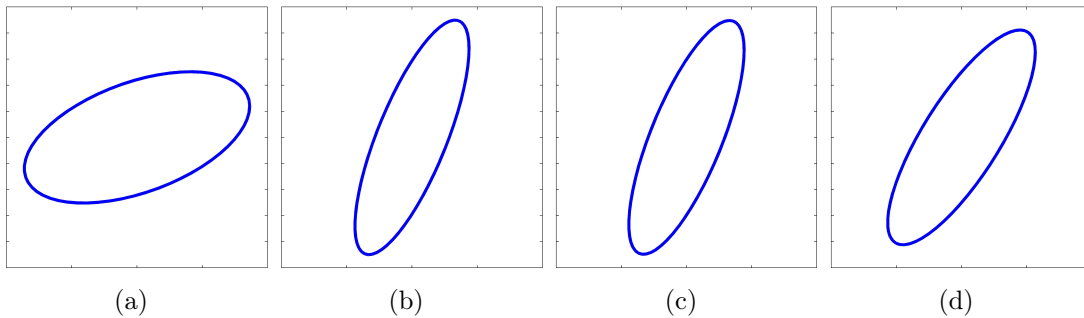


Figura 4.11: Gráficas de una polarización elíptica: (a) Teórico, (b) Notables, (c) Matriz y (d) Stokes.

En las Figuras 4.10 y 4.11 se observa que las polarizaciones elípticas teóricas y experimentalmente creadas tienen diferente inclinación y elipticidad pero los tres métodos utilizados en la medición dan valores cercanos entre sí, para poder crear el valor teórico experimentalmente se tienen errores en cuanto a la colocación correcta del ángulo del retardador y polarizadores utilizados en la medición y creación del estado de polarización.

4.4. Interferómetro de trayectoria común de doble abertura

En la sección 2.5 se estudió sobre los polarímetros tradicionales, para algunos diseños de arreglos ópticos mencionados se requieren de varias tomas y de mover los componentes ópticos, mientras que en otros casos los arreglos ópticos son demasiado grandes y nada sencillos para obtener el estado de polarización de la luz. Por lo anterior se desea proponer y crear un arreglo sencillo y fácil para obtener el estado de polarización de la luz.

Arrizón y Sanchez-de-la-Llave [69] introducen el llamado interferómetro de trayectoria común de doble abertura (*Double aperture common path interferometer*, DACPI) [69, 70]. El sistema DACPI se puede ver en la Figura 4.12, y consiste en un plano de entrada $t(x, y)$, una lente $L1$ colocada a su distancia focal del plano de entrada, una rejilla de Ronchi $F(u, v)$ colocado en el plano de Fourier, una lente $L2$, y un plano de salida $t_f(x, y)$. El sistema $4f$ hace que la imagen que está en el plano de entrada no se modifique al ser observada en el plano de salida. El diseño apropiado de las ventanas en la entrada y el ajuste del filtro de frecuencia produce la interferencia de los campos de entrada en el plano de salida.

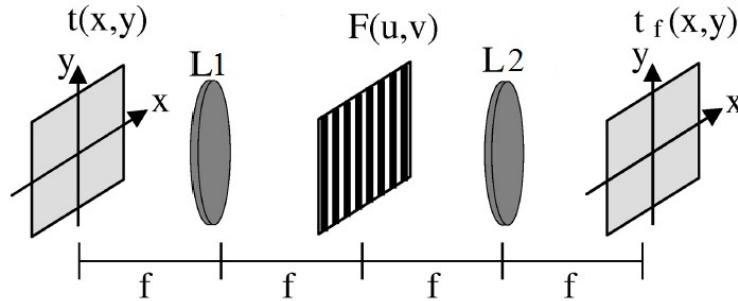


Figura 4.12: Diagrama de un interferómetro de trayectoria común en un sistema $4f$.

En el plano de entrada las ventanas, referencia y prueba, se encuentran separadas una distancia x_0 . Considerando una abertura rectangular con una amplitud de transmitancia dada por

$$w(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a_w}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b_w}\right). \quad (4.2)$$

Las constantes a_w y b_w son las dimensiones de la ventana, y $\text{rect}(\dots)$ la función rectángulo.

La función de entrada $t(x, y)$ denota la transmitancia en el plano de entrada del sistema, y su correspondiente espectro de Fourier $\tilde{t}(\mu, \nu)$ ilumina al filtro espacial $\tilde{R}_f(\mu, \nu)$ en el plano de Fourier. Si un haz monocromático polarizado linealmente

viajando en dirección z con un frente de onda plano ilumina el sistema, la función de transmitancia óptica saliendo de las ventanas es descrito por:

$$t_A(x, y) = w_A(x, y) + w_B(x, y), \quad (4.3)$$

donde

$$w_A(x, y) = w\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right)A_1\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right), \quad (4.4)$$

$$w_B(x, y) = w\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)A_2\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)e^{i\varphi\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)}, \quad (4.5)$$

donde $\varphi(x, y)$ es la fase del objeto. Bajo el análisis de Fourier, en el plano focal posterior de la lente L_1 , el campo óptico $\tilde{t}_f(\mu, \nu)$ corresponde al espectro de Fourier $\tilde{t}(x, y) = \mathfrak{F}\{t_A(x, y)\}$ que ilumina al filtro $\tilde{R}_f(\mu, \nu)$, donde \mathfrak{F} denota transformada de Fourier,

$$\tilde{t}_f(\mu, \nu) = \tilde{t}(\mu, \nu)\tilde{R}_f(\mu, \nu). \quad (4.6)$$

La definición matemática de transmitancia del filtro espacial en el plano de Fourier $[u, v]$ es

$$R(u, v) = \text{rect}\left(\frac{u}{u_w}\right) \otimes \sum_n \delta(u - nu_p), \quad (4.7)$$

donde \otimes denota convolución, u_p es el periodo espacial de la rejilla de Ronchi y u_w es el ancho de una de las líneas de la rejilla. La descripción de la rejilla en su forma compleja [70] en el espacio frecuencial, considerando un cambio de coordenadas, por $\mu = u/f\lambda$ y $\nu = v/f\lambda$, es

$$\tilde{R}_f(\mu, \nu) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}k\right) e^{i2\pi\frac{\lambda f}{u_p}k\mu}. \quad (4.8)$$

En el plano de salida el campo óptico es interpretado como la transformada inversa de Fourier de $\tilde{t}_f(\mu, \nu)$ debido a la lente L_2 . Considerando la propiedad de la transformada de Fourier $\mathfrak{F}\{f(x)g(x)\} = \tilde{f}(\mu) \otimes \tilde{g}(\mu)$ la función de transferencia del sistema se puede expresar como

$$t_f(x, y) = t(x, y) \otimes \otimes R_f(x, y), \quad (4.9)$$

el símbolo $\otimes \otimes$ hace referencia a la doble convolución y $R_f(x, y)$ es la transformada inversa de Fourier de $\tilde{R}_f(\mu, \nu)$ dada por

$$R_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}k\right) \delta\left(x - \frac{\lambda f}{u_p}k, y\right). \quad (4.10)$$

Sustituyendo la ecuación (4.10) en (4.9), y haciendo uso de la conocida propiedad de convolución con una delta de Dirac $f(t) \otimes \delta(t - t_0) = f(t - t_0)$, el campo se define como

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} k\right) t_A\left(x - \frac{\lambda f}{u_p} k, y\right). \quad (4.11)$$

Al sustituir la ecuación (4.3) en la ecuación (4.11), es fácil notar que en el plano de salida del sistema existen réplicas de ambas aperturas, tal como lo indica la ecuación (4.12). Las réplicas de cada ventana se encuentran separadas una distancia $\lambda f/u_p$.

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} k\right) \left[w_A\left(x - \frac{\lambda f}{u_p} k, y\right) + w_B\left(x - \frac{\lambda f}{u_p} k, y\right) \right]. \quad (4.12)$$

Si las aperturas del plano de entrada se encuentran separadas una distancia $x_0 = \lambda f/u_p$ el armónico $k = 0$ de la ventana A coincidirá con el orden $k = -1$ de la ventana B , sumándose los campos objeto y referencia, y en consecuencia dando lugar a un patrón de interferencia. Al observar con el detector una sola réplica de cada ventana, el orden $k = m + 1$ de w_A y el orden $k = m$ para w_B , el campo óptico en la salida del DACPI al sustituir las ecuaciones (4.4) y (4.4) en (4.12) es

$$t_f(x, y) = \frac{u_w}{u_p} \left[\text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} (m + 1)\right) A_r(x, y) + \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} m\right) A_o(x, y) e^{i\varphi(x, y)} \right], \quad (4.13)$$

y el patrón de interferencia, con $m = 0$ y donde u_w/u_p es el factor de llenado de la rejilla, queda como

$$I(x, y) \approx \text{sinc}^2\left(\frac{u_w}{u_p}\right) A_r^2(x, y) + A_o^2(x, y) + 2\text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}\right) A_r(x, y) A_o(x, y) \cos \varphi(x, y). \quad (4.14)$$

Resolver la función de fase con éste tipo de interferómetro puede conseguirse de manera relativamente sencilla dependiendo el tipo de método que se desee emplear, ya sea por medio de PSI ó CFI.

4.5. Polarímetro basado en elipses de intensidad

Se propone un método para medir la polarización mediante interferometría de corrimiento de fase generalizado (General Phase Shifting Interferometry, GPSI) basado en ajuste de elipses por mínimos cuadrados [71, 72]. El arreglo experimental se basa en el DACPI [73, 74].

El campo de referencia tiene una polarización conocida dada por:

$$\vec{E}_r(x, y) = A_{rx}(x, y) e^{i\alpha_{rx}(x, y)} \hat{i} + A_{ry}(x, y) e^{i\alpha_{ry}(x, y)} \hat{j}, \quad (4.15)$$

y el campo cuya polarización se desea medir contiene una fase $\phi(x, y)$ que se adquiere en el camino, tiene la forma:

$$\vec{E}_p(x, y) = \left(A_x(x, y)e^{i\alpha_x(x, y)\hat{i}} + A_y(x, y)e^{i\alpha_y(x, y)\hat{j}} \right) e^{i\phi(x, y)}. \quad (4.16)$$

En el plano de entrada hay dos ventanas, una ventana es para el campo de referencia y otra para el campo de prueba.

$$\vec{t}_A(x, y) = W_p(x, y) + W_r(x, y), \quad (4.17)$$

donde $W_s(x, y) = \vec{E}_s W(x - \Delta x_s, y)$ y $\Delta x_p = -\frac{1}{2}x_0$, $\Delta x_r = \frac{1}{2}x_0$, entonces se tiene:

$$\vec{t}_A(x, y) = W\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right)\vec{E}_p + W\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)\vec{E}_r. \quad (4.18)$$

Un sistema $4f$ en el que se ha colocado una rejilla de Ronchi a una distancia Δf del plano de Fourier como se muestra en la Figura 4.12, siguiendo el análisis de difracción de Goodman [76], se puede demostrar que el campo al final del sistema está dado por:

$$\vec{t}_f(x', y') = \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \sum_n \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}n\right) e^{-i2\pi n \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi\left(\frac{1}{2}n^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p}n\right)} \cdot \vec{t}_A(x, y), \quad (4.19)$$

donde: u_w es el ancho de banda brillante, u_p es el período de la rejilla, n es el orden de difracción de la ventana que se observa, u_d es el desplazamiento transversal de la rejilla, Δf es la distancia de separación del plano de Fourier y la rejilla.

Al observar un único orden de difracción, $n = m$ que corresponde a la ventana W_r , esa misma ventana de observación corresponde al orden $n = m - 1$ de la ventana W_p , se tiene:

$$\begin{aligned} \vec{t}_f(x', y') &= \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m-1)\right) e^{-i2\pi(m-1)\frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi\left(-\frac{1}{2}(m-1)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p}(m-1)\right)} \\ &\quad A_x(x', y') e^{i\alpha_x(x', y')\hat{i}} e^{i\phi(x', y')\hat{i}} \\ &\quad + \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m)\right) e^{-i2\pi(m)\frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi\left(-\frac{1}{2}(m)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p}(m)\right)} \\ &\quad A_{rx}(x', y') e^{i\alpha_{rx}(x', y')\hat{i}} \\ &\quad \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m-1)\right) e^{-i2\pi(m-1)\frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi\left(-\frac{1}{2}(m-1)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p}(m-1)\right)} \\ &\quad A_y(x', y') e^{i\alpha_y(x', y')\hat{j}} e^{i\phi(x', y')\hat{j}} \\ &\quad + \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(m)\right) e^{-i2\pi(m)\frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi\left(-\frac{1}{2}(m)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p}(m)\right)} \\ &\quad A_{ry}(x', y') e^{i\alpha_{ry}(x', y')\hat{j}}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

$\vec{t}_f(x', y')$ es el campo al final del sistema, éste campo antes de llegar a la cámara pasa por dos polarizadores orientados con ángulos de inclinación diferente, un polarizador está orientado a $\sigma_p = 0^\circ$ y el otro a $\sigma_p = 90^\circ$.

En el plano de salida del DACPI, se observan varias réplicas del campo de salida debido a la difracción de la rejilla de Ronchi en el plano de Fourier. Se toman sólo dos órdenes de difracción y a cada uno se le coloca un analizador orientado a un ángulo σ_p , entonces se tiene la ecuación del polarizador:

$$\vec{P}_{\sigma_p} = \begin{pmatrix} \cos^2 \sigma_p & \cos \sigma_p \sin \sigma_p \\ \cos \sigma_p \sin \sigma_p & \sin^2 \sigma_p \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Al pasar $\vec{t}_f(x', y')$ por un polarizador lineal orientado al ángulo $\sigma_p = 0^\circ$ y con valor de orden de difracción $m = 0$:

$$\vec{t}_{f0}(x', y') = \left[C_{-1} A_x(x', y') e^{i\alpha_x(x', y')} e^{i\phi(x', y')} e^{i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{i2\pi \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right)} + C_0 A_{rx}(x', y') e^{i\alpha_{rx}(x', y')} \right] \hat{i}, \quad (4.22)$$

donde $C_{-1} = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} - 1\right)$, $C_0 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p}$.

$\vec{t}_f(x', y')$ pasa por un polarizador lineal orientado al ángulo $\sigma_p = 90^\circ$ y con valor de orden de difracción $m = 1$:

$$\vec{t}_{f90}(x', y') = \left[C_0 A_y(x', y') e^{i\alpha_y(x', y')} e^{i\phi(x', y')} + C_1 A_{ry}(x', y') e^{i\alpha_{ry}(x', y')} e^{-i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right)} \right] \hat{j}, \quad (4.23)$$

donde $C_1 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p}(1)\right)$, $C_0 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p}$.

Después de que $\vec{t}_f(x', y')$ pasa por los polarizadores, la intensidad que observa la cámara de cada ventana es:

$$I_0(x', y') = \vec{t}_{f0} \cdot \vec{t}_{f0}^*, \quad (4.24)$$

$$I_{90}(x', y') = \vec{t}_{f90} \cdot \vec{t}_{f90}^*, \quad (4.25)$$

desarrollando las ecuaciones 4.24 y 4.25, se puede obtener:

$$I_0(x', y') = C_{-1}^2 A_x^2(x', y') + C_0^2 A_{rx}^2(x', y') + 2C_{-1}C_0 A_x(x', y') A_{rx}(x', y') \cdot \cos \left(\alpha_x(x', y') - \alpha_{rx}(x', y') + \phi(x', y') + i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x' + i2\pi \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right) \right), \quad (4.26)$$

$$I_{90}(x', y') = C_0^2 A_y^2(x', y') + C_1^2 A_{ry}^2(x', y') + 2C_0C_1 A_y(x', y') A_{ry}(x', y') \cdot \cos \left(\alpha_y(x', y') - \alpha_{ry}(x', y') + \phi(x', y') + i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x' + i2\pi \left(-\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right) \right), \quad (4.27)$$

donde $\mu_0 = \frac{\Delta f}{u_p f}$, $\alpha_1(x', y') = \alpha_x(x', y') - \alpha_{rx}(x', y')$, $\alpha_2(x', y') = \alpha_y(x', y') - \alpha_{ry}(x', y')$, $\phi_1(x', y') = \phi(x', y') + \frac{2\pi}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2 f} + 2\pi \frac{u_d}{u_p}$, se obtiene:

$$I_0(x', y') = C_{-1}^2 A_x^2(x', y') + C_0^2 A_{rx}^2(x', y') + 2C_{-1}C_0 A_x(x', y') A_{rx}(x', y') \cdot \cos(\alpha_1(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0 x'), \quad (4.28)$$

$$I_{90}(x', y') = C_0^2 A_y^2(x', y') + C_1^2 A_{ry}^2(x', y') + 2C_0C_1 A_y(x', y') A_{ry}(x', y') \cdot \cos \left(\alpha_2(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} \right). \quad (4.29)$$

Con sólo una captura se tienen dos patrones de interferencia y con los que se puede conocer la polarización. Ambos interferogramas son analizados por medio de la construcción de elipses de intensidad [71], con la ayuda de mínimos cuadrados se encuentra la elipse que mejor se ajusta a las elipses experimentales.

Las ecuaciones 4.28 y 4.29 se pueden escribir de la siguiente forma:

$$I_0(x', y') = a_x(x', y') + b_x(x', y') \cos(\alpha_1(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0 x'), \quad (4.30)$$

$$I_{90}(x', y') = a_y(x', y') + b_y(x', y') \cos \left(\alpha_2(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} \right), \quad (4.31)$$

donde $a_x(x', y') = C_{-1}^2 A_x^2(x', y') + C_0^2 A_{rx}^2(x', y')$, $b_x(x', y') = 2C_{-1}C_0 A_x(x', y') A_{rx}(x', y')$, $a_y(x', y') = C_0^2 A_y^2(x', y') + C_1^2 A_{ry}^2(x', y')$, $b_y(x', y') = 2C_0C_1 A_y(x', y') A_{ry}(x', y')$, se puede conocer el valor de σ como sigue:

$$\frac{b_x(x', y')}{b_y(x', y')} = \tan \sigma_r(x', y') \tan \sigma(x', y'), \quad (4.32)$$

donde $\sigma_r(x', y')$ es la relación entre las amplitudes x e y del campo de referencia, $\alpha_2(x', y') - \alpha_1(x', y')$ es la diferencia de fase entre las componentes del campo de prueba, se necesita de una polarización homogénea para que b sea constante.

Las elipses no se forman bien debido al ruido, por lo que se hace un ajuste de mínimos cuadrados. De las ecuaciones (4.30) y (4.31) se desplaza el centro de la elipse como sigue:

$$I_x(x', y') - a_x(x', y) = b_x(x', y) \cos(\alpha_1(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0x'), \quad (4.33)$$

$$I_y(x', y') - a_y(x', y') = b_y(x', y') \cos\left(\alpha_2(x', y') + \phi_1(x', y') + 2\pi\mu_0x' - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2}\right), \quad (4.34)$$

las ecuaciones (4.33) y (4.34) se acomodan en forma de la ecuación de la elipse como sigue:

$$\begin{aligned} & \frac{(I_x(x', y') - a_x(x', y'))^2}{b_x^2(x', y')} + \frac{(I_y(x', y') - a_y(x', y'))^2}{b_y^2(x', y')} \\ & - \frac{2(I_x(x', y') - a_x(x', y'))(I_y(x', y') - a_y(x', y')) \cos(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y'))}{b_x(x', y')b_y(x', y')} \\ & = \sin^2(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y')) \end{aligned} \quad (4.35)$$

donde $\alpha(x', y') = \alpha_y(x', y') - \alpha_x(x', y')$ y $\Delta\alpha_r(x', y') = \alpha_{ry}(x', y') - \alpha_{rx}(x', y')$.

Se multiplica la ecuación (4.35) por $b_x^2(x', y')$, se obtiene:

$$\begin{aligned} & (I_x(x', y') - a_x(x', y'))^2 + \frac{b_x^2(x', y')}{b_y^2(x', y')} (I_y(x', y') - a_y(x', y'))^2 \\ & - 2\frac{b_x(x', y')}{b_y(x', y')} (I_x(x', y') - a_x(x', y'))(I_y(x', y') - a_y(x', y')) \\ & \cdot \cos(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y')) = b_x^2(x', y') \sin^2(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y')) \end{aligned} \quad (4.36)$$

agrupando los términos semejantes

$$\begin{aligned} & (I_x^2(x', y') - 2I_x(x', y')a_x(x', y') + a_x^2(x', y')) + \frac{b_x^2(x', y')}{b_y^2(x', y')} (I_y^2(x', y') \\ & - 2I_y(x', y')a_y(x', y')) - 2\frac{b_x(x', y')}{b_y(x', y')} (I_x(x', y')I_y(x', y') \\ & - I_x(x', y')a_y(x', y') - I_y(x', y')a_x(x', y') + a_x(x', y')a_y(x', y')) \\ & \cdot \cos(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y')) - b_x^2(x', y') \sin^2(\alpha(x', y') - \Delta\alpha_r(x', y')) = 0 \end{aligned} \quad (4.37)$$

agrupando la ecuación (4.37) en forma de ecuación cónica como sigue:

$$I_x^2 + AI_y^2 + BI_xI_y + CI_x + DI_y + F = 0. \quad (4.38)$$

Cuando se resuelve la ecuación (4.38) por medio del método de mínimos cuadrados se obtienen los valores para conocer el estado de polarización los cuales son:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos\left(\frac{B}{-2\sqrt{A}}\right) \\ \sigma &= \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{A} \tan \sigma_r}\right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

El principal problema del método es en obtener la diferencia de fase α , sólo se obtiene mediante el coseno y dado que el coseno inverso es una función ambigua se obtienen dos valores, se necesitaría un corrimiento de fase, con lo que se elimina de ser una sola toma.

4.5.1. Arreglo y mediciones experimentales mediante elipses de intensidad

El arreglo experimental que se hizo en el laboratorio de óptica se muestra en la Figura 4.13, se utilizó la plataforma LabVIEW de National Instrument con la que se realizaron las mediciones.



Figura 4.13: Arreglo experimental, basado en el interferómetro de trayectoria común de doble abertura.

En la Figura 4.14 se muestra un ejemplo de dos patrones de interferencia que corresponden a una polarización lineal de 45° , también se puede observar una línea blanca que indica un periodo de las franjas de interferencia. Para aplicar este método se toman los valores de intensidad sobre la línea, considerando que se debe de tener la misma posición en pixeles en ambos patrones. Debido al ruido en la imagen se tomó un renglón de pixeles completo de la imagen. Las franjas rectas que aparecen se debe a la rejilla que está cerca plano de Fourier.

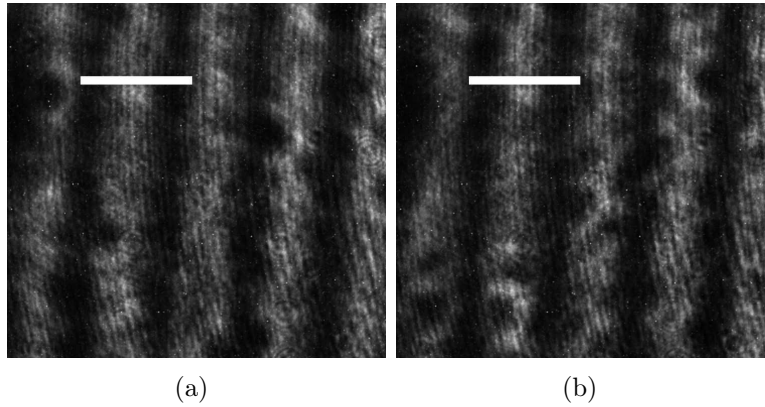


Figura 4.14: Patrones de interferencia de una polarización lineal con: (a) analizador a 0° y (b) el analizador en 90° .

Experimentalmente se creó una polarización lineal con una inclinación de su eje de transmisión $\sigma = 45^\circ$ y una diferencia de fase de $\alpha = 0^\circ$, con el método descrito anteriormente se obtuvo experimentalmente una medición de $\sigma = 43^\circ$ y una diferencia de fase de $\alpha = 6^\circ$ como se puede ver en la gráfica azul de la Figura 4.15 .

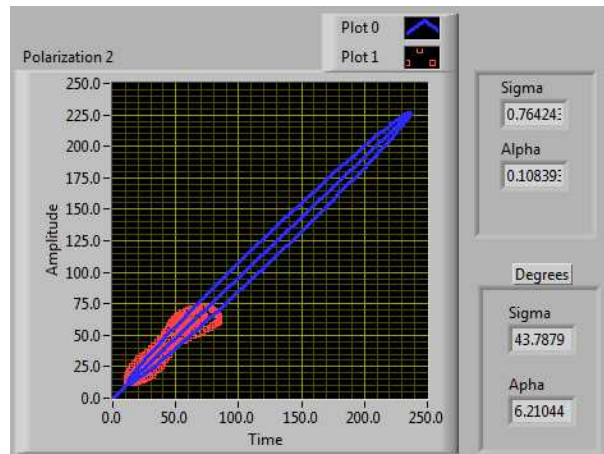


Figura 4.15: Gráfica de la medición de una polarización lineal.

En la Figura 4.16 se muestran dos patrones de interferencia de una polarización circular, debido al ruido en la imagen se tomó una sola línea completa de la imagen.

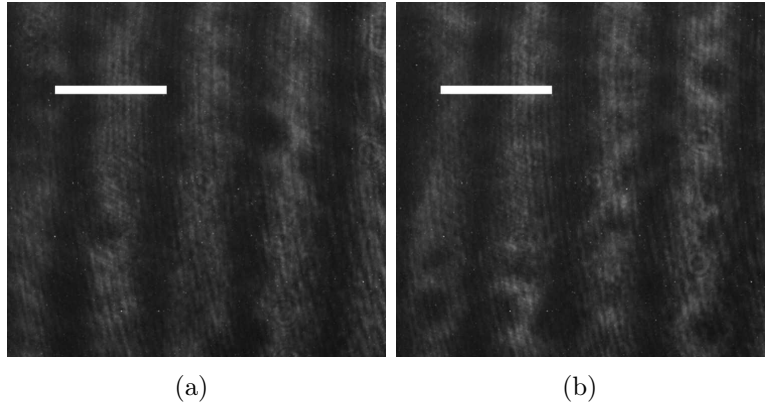


Figura 4.16: Patrones de interferencia de una polarización circular con: (a) analizador a 0° y (b) el analizador en 90° .

Experimentalmente se creó una polarización circular con un polarizador inclinado a $\sigma = 45^\circ$ y un retardador inclinado a 0° con diferencia de fase de $\alpha = 90^\circ$, con el método descrito anteriormente se midió $\sigma = 52^\circ$ y una diferencia de fase de $\alpha = 88^\circ$ como se puede ver en la Figura 4.17.

Los resultados obtenidos con este método fueron los esperados, sólo se necesita una sola toma para poder obtener el estado de polarización de prueba, pero hay un inconveniente de ruido cuando se captura el patrón de interferencia y esto afecta el cálculo del estado de polarización.

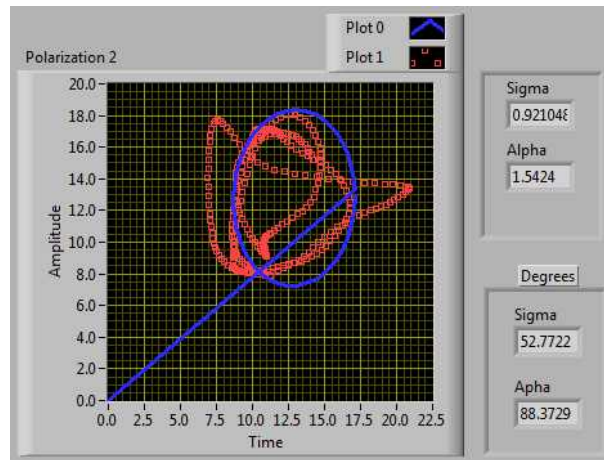


Figura 4.17: Gráfica de la medición de una polarización circular.

4.6. Usando franjas portadoras

En la sección 4.5 se estudió que al colocar un analizador en el plano de entrada a los ángulos 0° y 90° , se logran medir las amplitudes de cada componente del campo

polarizado y la diferencia de fase entre ellas, sin embargo se necesitan varias imágenes para medir la diferencia de fase sin ambigüedad de signo, es decir la dirección de giro.

El uso de la interferometría de franjas portadoras (*Carrier Fringe Interferometry*, CFI) ofrece la ventaja de sólo necesitar un único patrón de interferencia para extraer la fase desconocida sin ambigüedad de signo. Para implementar CFI es necesario agregar al haz de referencia una fase lineal, para agregar esta fase lineal experimentalmente existen muchas técnicas como es inclinando el espejo o el divisor de haz cuando se usa el arreglo de Mach-Zehnder o Michelson, el arreglo que se usará es el DACPI en el cual sólo es necesario mover rejillas que se encuentran en el plano de entrada (ver Figura 4.18), se hará un cálculo omitiendo el orden de difracción, el procedimiento matemático completo está descrito en la sección 4.6.1, entonces considerando al campo de referencia descrito por la ecuación (4.16) como un haz polarizado linealmente a 45° se escribirá como:

$$\vec{E}_r(x, y) = A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}e^{i2\pi\mu_0x}(\hat{i} + \hat{j}), \quad (4.40)$$

donde μ_0 es la frecuencia portadora. El campo de prueba está dado por:

$$\vec{E}_p(x, y) = A(x, y)\cos\sigma e^{i\varphi_p(x, y)}\hat{i} + A(x, y)\sin\sigma e^{i\varphi_p(x, y)}e^{i\alpha}\hat{j}, \quad (4.41)$$

al interferir con el campo de prueba de la ecuación (4.41) y el campo de referencia de la ecuación (4.40), el campo final es:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t(x, y) = & (A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}e^{i2\pi\mu_0x} + A(x, y)\cos\sigma e^{i\varphi_p(x, y)})\hat{i} \\ & + (A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}e^{i2\pi\mu_0x} + A(x, y)\sin\sigma e^{i\varphi_p(x, y)}e^{i\alpha})\hat{j}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Al pasar el campo por un analizador colocado en el plano de salida inclinado al ángulo $\sigma_p = 0^\circ$, usando las ecuaciones (2.34) y (2.35) el campo de salida será,

$$\vec{E}_{t0}(x, y) = (A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}e^{i2\pi\mu_0x} + A(x, y)\cos\sigma e^{i\varphi_p(x, y)})\hat{i}, \quad (4.43)$$

mientras que si $\sigma_p = 90^\circ$ entonces el campo es

$$\vec{E}_{t90}(x, y) = (A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}e^{i2\pi\mu_0x} + A(x, y)\sin\sigma e^{i\varphi_p(x, y)}e^{i\alpha})\hat{j}. \quad (4.44)$$

Las ecuaciones (4.43) y (4.44) representan las componentes en x e y de las polarizaciones de los vectores unitarios \hat{i} y \hat{j} respectivamente. Las irradiancias de sus respectivos interferogramas están representados por:

$$I_0(x, y) = A_r^2(x, y) + A_p^2(x, y)\cos^2\sigma + 2A_rA_p\cos\sigma\cos(\varphi + 2\pi\mu_0x), \quad (4.45)$$

y

$$I_{90}(x, y) = A_r^2(x, y) + A_p^2(x, y)\sin^2\sigma + 2A_rA_p\sin\sigma\cos(\varphi + 2\pi\mu_0x - \alpha). \quad (4.46)$$

donde $\varphi = \varphi_r - \varphi_p$.

Las ecuaciones anteriores se pueden escribir de la forma:

$$I = a + b \cos(\gamma), \quad (4.47)$$

aplicando la ecuación anterior se tiene

$$\begin{aligned} I_x &= a_x + b_x \cos(\phi - 2\pi\mu_0 x) \\ &= a_x + \frac{1}{2}b_x e^{i(\phi - 2\pi\mu_0 x)} + \frac{1}{2}b_x e^{-i(\phi - 2\pi\mu_0 x)}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} I_y &= a_y + b_y \cos(\phi - 2\pi\mu_0 x - \alpha) \\ &= a_y + \frac{1}{2}b_y e^{i(\phi - 2\pi\mu_0 x - \alpha)} + \frac{1}{2}b_y e^{-i(\phi - 2\pi\mu_0 x - \alpha)}, \end{aligned} \quad (4.49)$$

usando el método de Takeda [77], llevamos al espacio de Fourier y filtramos obteniendo:

$$I'_x = \frac{1}{2}b_x e^{i(\phi)}, \quad (4.50)$$

$$I'_y = \frac{1}{2}b_y e^{i(\phi - \alpha)}, \quad (4.51)$$

ahora se sustituyen las variables de las ecuaciones (4.45) y (4.45) por el valor que le corresponde a cada una de ellas en las ecuaciones anteriores

$$I'_x = A_p \cos(\sigma) A_r e^{i(\phi)}, \quad (4.52)$$

$$I'_y = A_p \sin(\sigma) A_r e^{i(\phi - \alpha)} \quad (4.53)$$

Como es de interés medir el estado de polarización, es importante conocer el valor de σ y α para determinar la polarización que existe. Para lo cual se se hace lo siguiente:

$$I'_x I'^*_x = A_p^2 \cos^2(\sigma) A_r^2, \quad (4.54)$$

$$I'_y I'^*_y = A_p^2 \sin^2(\sigma) A_r^2, \quad (4.55)$$

se obtiene el valor de σ dividiendo las ecuaciones (4.54) y (4.55)

$$\tan^2(\sigma) = \frac{I'_y I'^*_y}{I'_x I'^*_x}. \quad (4.56)$$

Ahora para obtener α se divide:

$$\frac{I_y^*}{I_x^*} = \tan(\sigma) \frac{e^{-i(\alpha+\phi)}}{e^{-i(\phi)}}, \quad (4.57)$$

$$\frac{I_y^*}{I_x^* \tan(\sigma)} = \cos(\alpha) - i \sin(\alpha), \quad (4.58)$$

se toma la parte imaginaria y real para poder obtener α

$$-\tan(\alpha) = \frac{\text{Im}\left(\frac{I_y^*}{I_x^* \tan(\sigma)}\right)}{\text{Re}\left(\frac{I_y^*}{I_x^* \tan(\sigma)}\right)}. \quad (4.59)$$

Con los valores de σ y α que se encontraron se puede determinar el estado de polarización del campo eléctrico.

4.6.1. Uso de DACPI con rejillas en el plano de entrada para crear la frecuencia portadora.

Al usar un DACPI se cuenta con la ventaja que en el plano de salida se muestran varias réplicas de la interferencia debido a la difracción y aprovechando ésto se puede obtener el estado de polarización con una sola toma, para introducir la fase lineal necesaria para este método, se colocan dos rejillas de Ronchi con diferentes periodos en el plano entrada en cada una de las ventanas [75].

El método se realizó con un interferómetro de trayectoria común de doble abertura que usa un sistema $4f$, a cada una de las aberturas se les coloca una rejilla de periodo X_{sp} en la misma posición [75], una ventana se utiliza de referencia y se le coloca posteriormente un polarizador lineal orientado a 45° , en el plano de salida se colocan dos polarizadores orientado uno a 0° y el otro a 90° , se captura el patrón de interferencia que corresponde a los órdenes de difracción $\pm 1, 0$, debidos al filtro periódico del plano de Fourier. Una de las principales ventajas de este método es que sólo se captura una vez. Ver en la Figura 4.18.

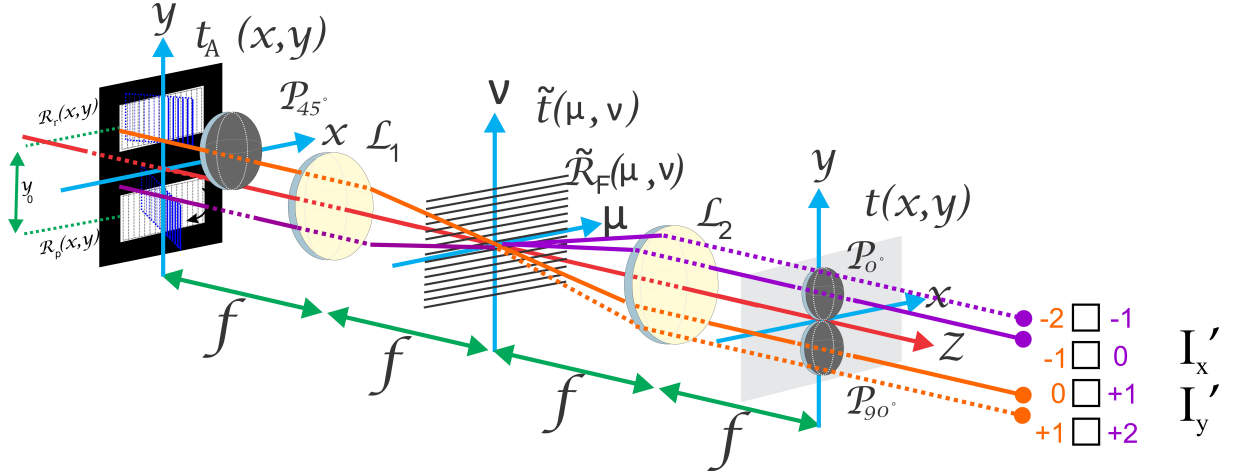


Figura 4.18: Diagrama de polarímetro.

Se tiene un estado de polarización desconocido el cual ilumina a las dos aperturas:

$$\vec{E}_p = A_p \begin{pmatrix} \cos(\sigma) \\ \sin(\sigma)e^{i\alpha} \end{pmatrix} = A_p \cos(\sigma)\hat{i} + A_p \sin(\sigma)e^{i\alpha}\hat{j}, \quad (4.60)$$

al mismo tiempo el campo de referencia está dado por un estado de polarización lineal a 45° , que se logra colocando un polarizador lineal en la abertura de referencia, por tanto el campo de referencia se describe como:

$$\vec{E}_r = \frac{A_p}{2} (\cos(\sigma) + \sin(\sigma)e^{i\alpha}) (\hat{i} + \hat{j}). \quad (4.61)$$

Nótese que para este caso el campo de referencia tiene una amplitud compleja, sin embargo el resultado no cambia con respecto al de la sección 4.6. En el plano de entrada a cada una de las ventanas se les coloca una rejilla de Ronchi con diferente periodo entre ellas. La función de la transmitancia en el plano de entrada es

$$t_A = W_p R_p + W_r R_r, \quad (4.62)$$

donde W_p y W_r representan las ventanas de prueba y referencia respectivamente y R la función de transmitancia de la rejilla, la función ventana se describe como:

$$W_s = W \vec{E}_s e^{i\phi_s}, \quad (4.63)$$

y la función de transmitancia de la rejilla como:

$$R_s(x, y) = \frac{X_{sw}}{X_{sp}} \sum_k \text{sinc} \left(\frac{X_{sw}}{X_{sp}} k \right) e^{i2\pi \frac{k}{X_{sp}} x} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \vec{t}_A = & W A_p (\cos \sigma \hat{i} + \sin \sigma e^{i\alpha} \hat{j}) e^{i\phi_p} R_p \\ & + W \frac{A_p}{2} (\cos \sigma + \sin \sigma e^{i\alpha}) (\hat{i} + \hat{j}) e^{i\phi_r} R_r. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Siguiendo a Meneses-Fabian *et al* [70] al filtrar en el plano de Fourier el k -ésimo armónico del espectro de cada rejilla R_s , después de varias operaciones matemáticas, al observar únicamente un patrón de interferencia debido al n -ésimo orden de difracción del filtro espacial que se encuentra en el plano de Fourier, el campo en el plano de salida se interpreta como:

$$t_{k,n}(x, y) = C_{0k}d_{n+1}A_p(\cos \hat{\sigma}\hat{i} + \sin \sigma e^{i\alpha}\hat{j})e^{i\phi_p}e^{i2\pi\frac{k}{x_{0p}}x} + C_{rk}d_n\frac{A_p}{2}(\cos \sigma + \sin \sigma e^{i\alpha})(\hat{i} + \hat{j})e^{i\phi_r}e^{i2\pi\frac{k}{x_{rp}}x}. \quad (4.66)$$

Renombrando la ecuación (4.66)

$$\vec{t}_n = t_{nx}\hat{i} + t_{ny}\hat{j}, \quad (4.67)$$

$$t_{nx} = e^{i2\pi\frac{k}{x_{pp}}x} \left[C_{0k}d_{n+1}A_p \cos \sigma e^{i\phi_p} + C_{rk}d_n\frac{A_p}{2}(\cos \sigma + \sin \sigma e^{i\alpha})e^{i\phi_r}e^{i2\pi kx(\frac{1}{x_{rp}} - \frac{1}{x_{pp}})} \right] \hat{i}, \quad (4.68)$$

$$t_{ny} = e^{i2\pi\frac{k}{x_{pp}}x} \left[C_{0k}d_{n+1}A_p \sin \sigma e^{i\alpha} e^{i\phi_p} + C_{rk}d_n\frac{A_p}{2}(\cos \sigma + \sin \sigma e^{i\alpha})e^{i\phi_r}e^{i2\pi kx(\frac{1}{x_{rp}} - \frac{1}{x_{pp}})} \right] \hat{j}, \quad (4.69)$$

ahora se agregarán otras variables para simplificar

$$\begin{aligned} A_{xp} &= C_{0k}d_{n+1}A_p \cos \sigma \\ e^{i\phi_{xp}} &= e^{i\phi_p} \\ A_{xr} &= C_{rk}d_n\frac{A_p}{2} \\ e^{i\phi_{xr}} &= e^{i\phi_r} \\ A_{yp} &= C_{0k}d_{n+1}A_p \sin \sigma \\ e^{i\phi_{yp}} &= e^{i\phi_p} \\ A_{yr} &= C_{rk}d_n\frac{A_p}{2} \\ e^{i\phi_{yr}} &= e^{i\phi_r} \end{aligned} \quad (4.70)$$

\vec{t}_n pasa por unos polarizadores que están antes de la cámara, un polarizador está a $P_{\sigma_{p0}} = 0^\circ$ y el otro a polarizador está a $P_{\sigma_{p90}} = 90^\circ$ y se obtiene:

$$\begin{aligned} t_{n0} &= t_{nx} \\ t_{n90} &= t_{ny} \end{aligned}, \quad (4.71)$$

con las ecuaciones anteriores del campo eléctrico se calcula la irradiancia

$$\begin{aligned} I_x &= t_{nx} \cdot t_{nx}^* \\ I_y &= t_{ny} \cdot t_{ny}^* \end{aligned} \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} I_x &= A_{xp}^2 + A_{xr}^2 \cos^2 \sigma + A_{xr}^2 \sin^2 \sigma + 2A_{xr}^2 \cos \sigma \sin \sigma \cos \alpha \\ &\quad + 2A_{xp}A_{xr} \cos \sigma \cos \left(\phi_{xp} - \phi_{xr} - 2\pi kx \left(\frac{1}{X_{rp}} - \frac{1}{X_{pp}} \right) \right), \\ &\quad + 2A_{xr}A_{xp} \sin \sigma \cos \left(\phi_{xp} - \phi_{xr} - 2\pi kx \left(\frac{1}{X_{rp}} - \frac{1}{X_{pp}} \right) - \alpha \right) \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} I_y &= A_{yp}^2 + A_{yr}^2 \cos^2 \sigma + A_{yr}^2 \sin^2 \sigma + 2A_{yr}^2 \cos \sigma \sin \sigma \\ &\quad + 2A_{yp}A_{yr} \cos \sigma \cos \left(\alpha + \phi_{yp} - \phi_{yr} - 2\pi kx \left(\frac{1}{X_{rp}} - \frac{1}{X_{pp}} \right) \right), \\ &\quad + 2A_{yr}A_{yp} \sin \sigma \cos \left(\alpha + \phi_{yp} - \phi_{yr} - 2\pi kx \left(\frac{1}{X_{rp}} - \frac{1}{X_{pp}} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.74)$$

A partir de las ecuaciones (4.73) y (4.74) se puede obtener el estado de polarización como se mostró en la sección 4.6.

4.6.1.1. Resultados experimentales preliminares

Se realizaron varios juegos de experimentos en los que se midieron diferentes estados de polarización lineal con el método propuesto, dentro de los resultados obtenidos se mostrarán sólo algunos debido a la repetición de resultados. En la Figura 4.19 se muestra el patrón de interferencia que se captura con la cámara, es suficiente con una sola toma para determinar el estado de polarización.

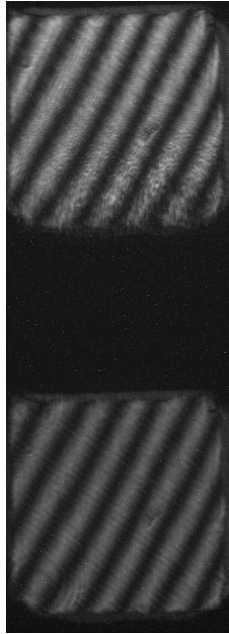


Figura 4.19: Patrón de interferencia.

En la Figura 4.20 se muestra una gráfica de valores experimentales obtenidos de σ (gráfica azul) y α (gráfica gris), también se muestran los resultados teóricos esperados de σ (gráfica naranja) y α (gráfica amarilla). Un polarizador es rotado para crear diferentes estados de polarización lineal en el rango de $[0, 360^\circ]$ en saltos de 15° .

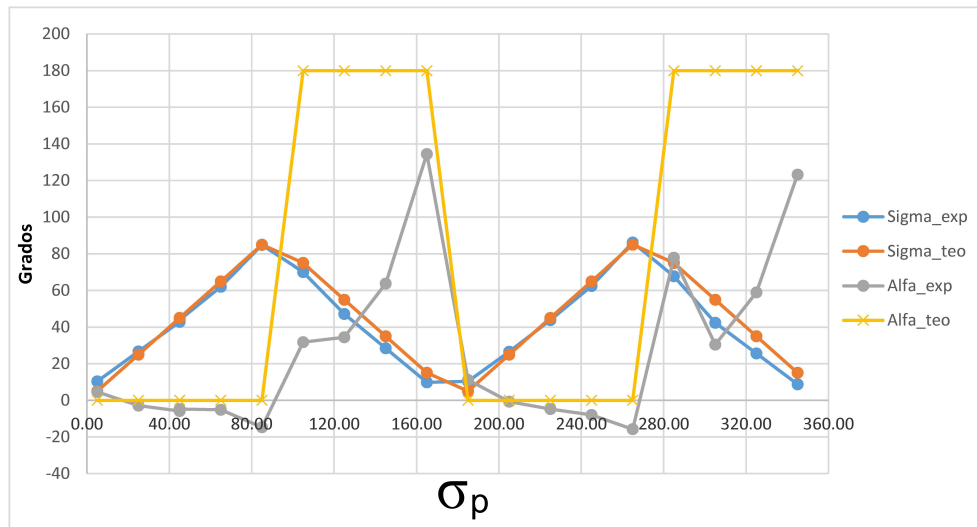
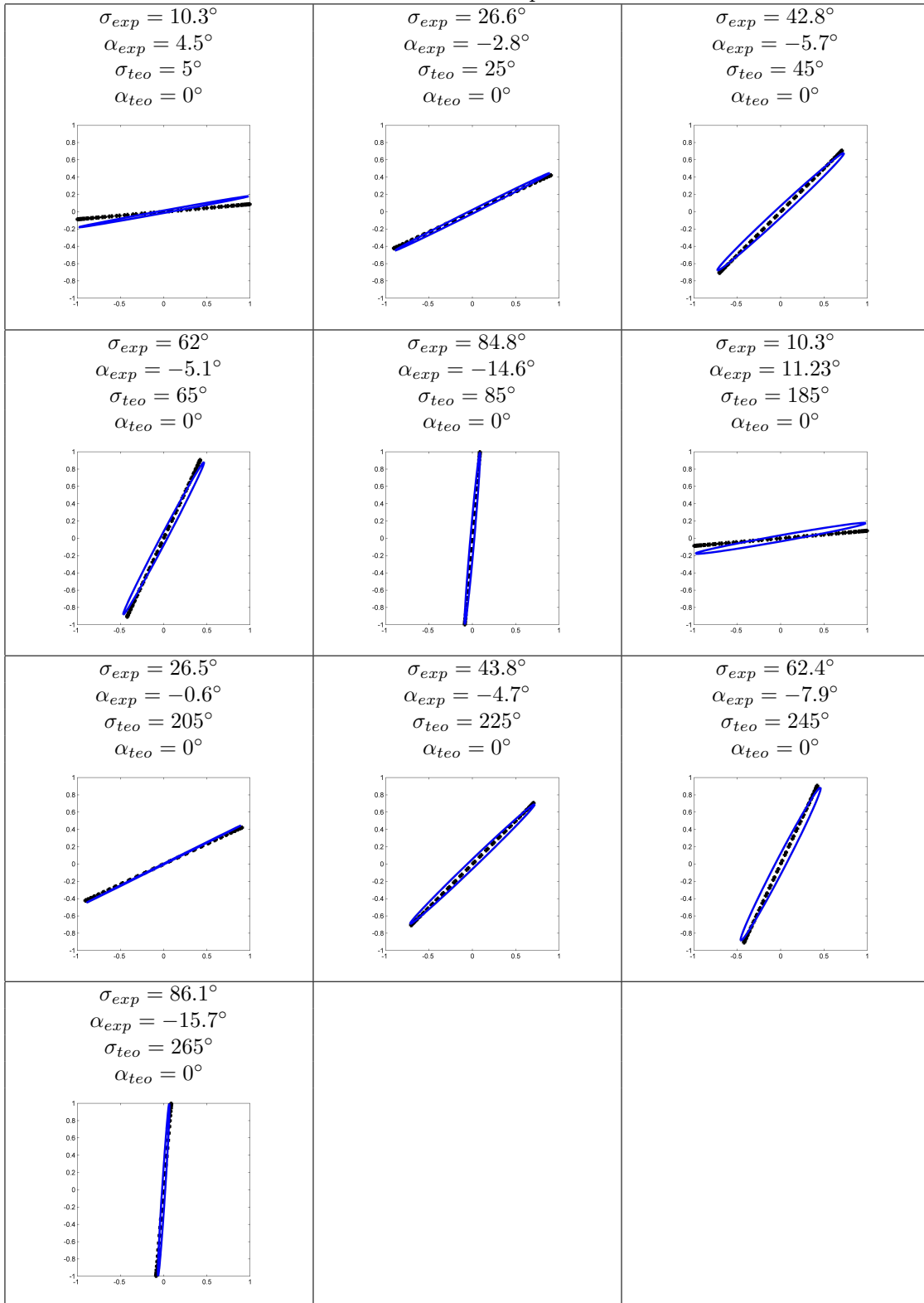


Figura 4.20: Resultados experimentales.

En la Tabla 4.8 se muestran gráficas de los estados de polarización tanto experimentales (color azul) como teóricos (color negro), usando los valores obtenidos de la Figura 4.20.

Tabla 4.8: Resultados experimentales.



Observamos que se tienen resultados favorables en las regiones donde se espera que α sea teóricamente cero, sin embargo en las zonas donde el valor de α debe ser 180° los resultados experimentales difieren.

4.6.2. Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora

Para intentar minimizar el error, se simplificó aún más el interferómetro y se eliminaron las rejillas del plano de entrada. Este arreglo también se realizó con un interferómetro de trayectoria común de doble abertura, una ventana se utiliza de referencia y se le coloca un polarizador lineal orientado a 45° , la otra ventana es de prueba, se coloca una rejilla en el plano de Fourier, antes de poner la cámara CCD se colocan dos polarizadores orientado uno a 0° y el otro a 90° , se capturan los patrones de interferencia que corresponden a los órdenes de difracción $\pm 1, 0$. Ver en la Figura 4.21.

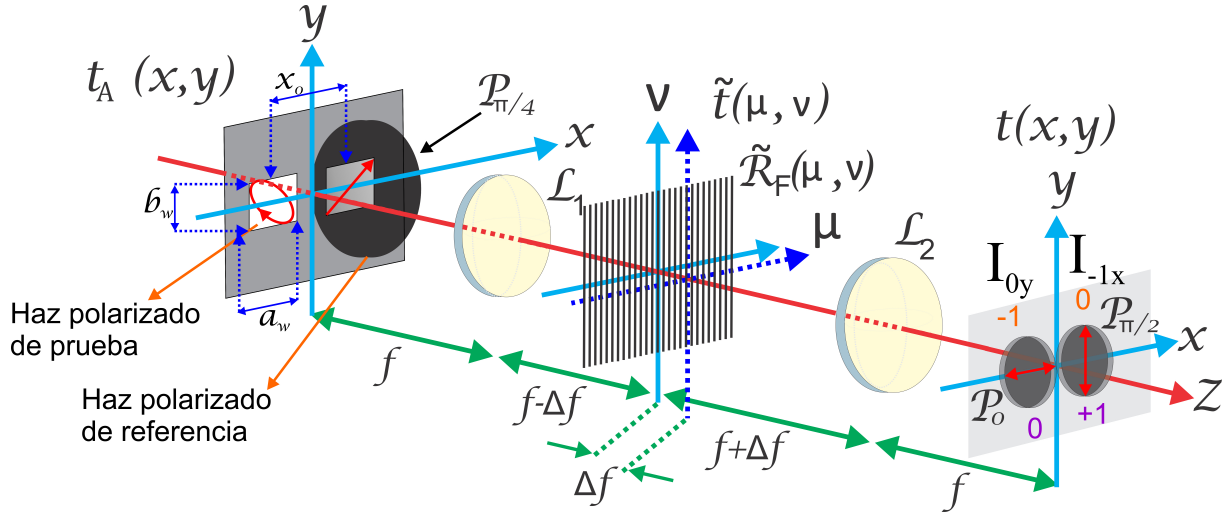


Figura 4.21: Diagrama de polarímetro.

Al igual que en la sección 4.6.1.1 tiene un estado de polarización cualquiera de prueba, el cual llega a las dos ventanas del plano de entrada con una fase que se adquiere en el camino $\phi_p(x, y)$:

$$\vec{E}_p(x, y) = A_p(x, y)(\cos \sigma(x, y)\hat{i} + \sin \sigma(x, y)e^{i\alpha(x, y)}\hat{j})e^{i\phi_p(x, y)}, \quad (4.75)$$

donde: $A_p(x, y)$ es la amplitud del campo $\vec{E}_p(x, y)$ de prueba y $\sigma(x, y)$ es la relación entre las amplitudes de las componentes del campo.

El campo de referencia está representado por

$$\vec{E}_r(x, y) = \vec{P}_{\sigma_p} \cdot \vec{E}_p(x, y), \quad (4.76)$$

donde: \vec{P}_{σ_p} es la matriz del polarizador.

$$\vec{E}_r(x, y) = \begin{pmatrix} \cos^2 \sigma_p & \sin \sigma_p \cos \sigma_p \\ \sin \sigma_p \cos \sigma_p & \sin^2 \sigma_p \end{pmatrix} \cdot A_p(x, y) \begin{pmatrix} \cos \sigma(x, y) \\ \sin \sigma(x, y) e^{i\alpha(x, y)} \end{pmatrix} e^{i\phi_p(x, y)} e^{i\phi_{\sigma_p}(x, y)}, \quad (4.77)$$

con un ángulo de inclinación de $\sigma_p = 45^\circ$ y una fase que se adquiere en el camino $\phi_r(x, y)$ se tiene:

$$\vec{E}_r(x, y) = \frac{A_r(x, y)}{2} (\cos \sigma(x, y) + \sin \sigma(x, y) e^{i\alpha(x, y)}) (\hat{i} + \hat{j}) e^{i\phi_r(x, y)}, \quad (4.78)$$

$$\vec{E}_r(x, y) = A_r^c(x, y) (\hat{i} + \hat{j}) e^{i\phi_r(x, y)}, \quad (4.79)$$

donde: $\phi_r(x, y) = \phi_p(x, y) + \phi_{\sigma_p}(x, y)$, $A_r^c(x, y)$ es la amplitud compleja del campo $\vec{E}_r(x, y)$ el cual es el de referencia.

En el plano de entrada hay dos ventanas, una ventana es para el campo de referencia y la otra ventana para el campo de prueba, entonces se tiene:

$$\vec{t}_A(x, y) = W_p(x, y) + W_r(x, y), \quad (4.80)$$

donde: $W_s(x, y) = W(x - \Delta x_s, y) \vec{E}_s$ y $\Delta x_p = -\frac{1}{2}x_0$, $\Delta x_r = \frac{1}{2}x_0$,

entonces tenemos

$$\begin{aligned} \vec{t}_A(x, y) = & W(x + \frac{1}{2}x_0, y) A_p(x, y) (\cos \sigma(x, y) \hat{i} + \sin \sigma(x, y) e^{i\alpha} \hat{j}) e^{i\phi_p(x, y)} \\ & + W(x - \frac{1}{2}x_0, y) A_r^c(x, y) (\hat{i} + \hat{j}) e^{i\phi_r(x, y)} \end{aligned} \quad (4.81)$$

En un sistema $4f$ en el que se ha colocado una rejilla de Ronchi a una distancia Δf del plano de Fourier como se muestra en la Figura 4.21, siguiendo el análisis de difracción de Goodman [76], se puede demostrar que el campo al final del sistema está dado por:

$$\vec{t}_f(x', y') = \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \sum_n \text{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} n \right) e^{-i2\pi n \frac{\Delta f}{u_p} x'} e^{-i2\pi \left(\frac{1}{2} n^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} n \right)} \cdot \vec{t}_A(x, y), \quad (4.82)$$

donde: u_w es el ancho de banda brillante, u_p es el período de la rejilla, n es el orden de difracción de la ventana que se observa, u_d es el desplazamiento transversal de la rejilla, Δf es la distancia de separación del plano de Fourier y la rejilla.

Al observar un único orden de difracción, $n = m$ que corresponde a la ventana W_r , esa misma ventana de observación corresponde al orden $n = m - 1$ de la ventana W_p , por lo tanto es:

$$\begin{aligned}
\vec{t}_f(x', y') = & \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (m-1) \right) e^{-i2\pi(m-1) \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2}(m-1)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} (m-1) \right)} \\
& A_p(x', y') \cos \sigma(x', y') e^{i\phi_p(x', y')} \hat{i} \\
& + \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (m) \right) e^{-i2\pi(m) \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2}(m)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} (m) \right)} \\
& A_r^c(x', y') e^{i\phi_r(x', y')} \hat{i} \\
& \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (m-1) \right) e^{-i2\pi(m-1) \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2}(m-1)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} (m-1) \right)} \\
& A_p(x', y') \sin \sigma(x', y') e^{i\alpha(x', y')} e^{i\phi_p(x', y')} \hat{j} \\
& + \frac{1}{\lambda f^2} \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (m) \right) e^{-i2\pi(m) \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2}(m)^2 \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} (m) \right)} \\
& A_r^c(x', y') e^{i\phi_r(x', y')} \hat{j},
\end{aligned} \tag{4.83}$$

$\vec{t}_f(x', y')$ es el campo al final del sistema, este campo antes de llegar a la cámara o CCD pasa por dos polarizadores orientados con ángulos de inclinación diferente, un polarizador está orientado a $\sigma_p = 0^\circ$ y el otro a $\sigma_p = 90^\circ$. El cálculo se muestra a continuación:

Al pasar $\vec{t}_f(x', y')$ por un polarizador lineal orientado al ángulo $\sigma_p = 0^\circ$ y con valor de orden de difracción $m = 0$:

$$\begin{aligned}
\vec{t}_{f0}(x', y') = & \left[C_{-1} A_p(x', y') \cos \sigma(x', y') e^{i\phi_p(x', y')} e^{i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{i2\pi \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right)} \right. \\
& \left. + C_0 A_r^c(x', y') e^{i\phi_r(x', y')} \right] \hat{i}
\end{aligned} \tag{4.84}$$

donde $C_{-1} = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} - 1 \right)$; y $C_0 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p}$.

Pasa $\vec{t}_f(x', y')$ por un polarizador lineal orientado al ángulo $\sigma_p = 90^\circ$ y con valor de orden de difracción $m = 1$:

$$\begin{aligned}
\vec{t}_{f90}(x', y') = & \left[C_0 A_p(x', y') \sin \sigma(x', y') e^{i\alpha(x', y')} e^{i\phi_p(x', y')} \right. \\
& \left. + C_1 A_r^c(x', y') e^{i\phi_r(x', y')} e^{-i2\pi \frac{\Delta f}{u_p f} x'} e^{-i2\pi \left(-\frac{1}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \frac{u_d}{u_p} \right)} \right] \hat{j},
\end{aligned} \tag{4.85}$$

donde $C_1 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (1) \right)$; y $C_0 = \frac{u_w}{\lambda f^2 u_p}$.

Lo que observa la cámara o CCD después de que $\vec{t}_f(x', y')$ pasa por los polarizadores, es la intensidad de cada ventana, la cual es:

$$I_0(x', y') = \vec{t}_{f0} \cdot \vec{t}_{f0}^* \quad (4.86)$$

$$I_{90}(x', y') = \vec{t}_{f90} \cdot \vec{t}_{f90}^* \quad (4.87)$$

desarrollando las ecuaciones (4.86) y (4.87), se puede obtener:

$$I_0(x', y') = C_{-1}^2 A_p^2(x', y') \cos^2 \sigma(x', y') + C_0^2 A_r^2(x', y') + 2C_{-1}C_0 A_p(x', y') A_r(x', y') \cos \sigma(x', y') \cos(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x') \quad (4.88)$$

$$I_{90}(x', y') = C_0^2 A_p^2(x', y') \sin^2 \sigma(x', y') + C_1^2 A_r^2(x', y') + 2C_0C_1 A_p(x', y') A_r(x', y') \cdot \sin \sigma(x', y') \cos\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right) \quad (4.89)$$

donde $\mu_0 = \frac{\Delta f}{u_p f}$ y $\phi(x', y') = \phi_p(x', y') - \phi_r(x', y') + \frac{2\pi}{2} \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + 2\pi \frac{u_d}{u_p}$.

Las ecuaciones (4.88) y (4.89) se pueden escribir de la siguiente forma:

$$I = a + b \cos \gamma, \quad (4.90)$$

$$I_0(x', y') = a_x(x', y') + b_x(x', y') \cos(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x'), \quad (4.91)$$

$$I_{90}(x', y') = a_y(x', y') + b_y(x', y') \cdot \cos\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right) \quad (4.92)$$

Utilizando las propiedades de Euler las ecuaciones (4.91) y (4.92) se pueden escribir de la forma siguiente:

$$I_0(x', y') = a_x(x', y') + \frac{1}{2} b_x(x', y') e^{i(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x')} + \frac{1}{2} b_x(x', y') e^{-i(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x')}, \quad (4.93)$$

$$I_{90}(x', y') = a_y(x', y') + \frac{1}{2} b_y(x', y') e^{i\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right)} + \frac{1}{2} b_y(x', y') e^{-i\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi \frac{\lambda \Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right)} \quad (4.94)$$

Aplicando el método de Takeda [77], llevamos al espacio de Fourier y se filtra, obteniendo:

$$I'_0(x', y') = \frac{1}{2}b_x(x', y')e^{i(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x')}, \quad (4.95)$$

$$I'_{90}(x', y') = \frac{1}{2}b_y(x', y')e^{i\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x' - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right)}. \quad (4.96)$$

Sustituyendo los valores de $b_x(x', y')$, $b_y(x', y')$ y usando las propiedades de Euler en las ecuaciones (4.95) y (4.96), se obtiene:

$$I'_0(x', y') = \frac{1}{2} \left\{ 2C_{-1}C_0A_p(x', y')A_r^c(x', y') \cos \sigma(x', y') \cdot \left[\cos(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x') + i \sin(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x') \right] \right\}, \quad (4.97)$$

$$I'_{90}(x', y') = \frac{1}{2} \left\{ 2C_0C_1A_p(x', y')A_r^c(x', y') \sin \sigma(x', y') \cdot \left[\cos\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x' - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right) + i \sin\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0x' - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right) \right] \right\}. \quad (4.98)$$

Las ecuaciones (4.97) y (4.98) se multiplican cada uno por su conjugado, obteniendo:

$$I'_0(x', y')I_0^*(x', y') = C_{-1}^2C_0^2A_p^2(x', y')A_r^{2c}(x', y') \cos^2 \sigma(x', y'), \quad (4.99)$$

$$I'_{90}(x', y')I_{90}^*(x', y') = C_0^2C_1^2A_p^2(x', y')A_r^{2c}(x', y') \sin^2 \sigma(x', y'). \quad (4.100)$$

Para determinar el estado de alguna polarización elíptica sólo se necesita conocer $\sigma(x', y')$ que tiene la relación entre las componentes de amplitud del campo y $\alpha(x', y')$ que indica la diferencia de fase entre las componentes del campo.

Para encontrar el valor de $\sigma(x', y')$ se dividen las ecuaciones (4.99) y (4.100) como sigue:

$$\frac{I'_{90}(x', y')I_{90}^*(x', y')}{I'_0(x', y')I_0^*(x', y')} = \frac{C_0^2C_1^2A_p^2(x', y')A_r^{2c}(x', y') \sin^2 \sigma(x', y')}{C_{-1}^2C_0^2A_p^2(x', y')A_r^{2c}(x', y') \cos^2 \sigma(x', y')}, \quad (4.101)$$

$$\tan^2 \sigma(x', y') = \frac{I'_{90}(x', y')I_{90}^*(x', y')}{I'_0(x', y')I_0^*(x', y')}. \quad (4.102)$$

La solución para determinar $\alpha(x', y')$ se obtiene dividiendo los conjugados de las ecuaciones (4.97) y (4.98), como sigue:

$$\frac{I_{90}^*(x', y')}{I_0^*(x', y')} = \frac{C_0 C_1 A_p(x', y') A_r^c(x', y') \sin \sigma(x', y') e^{-i\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x' - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} + \alpha(x', y')\right)}}{C_{-1} C_0 A_p(x', y') A_r^c(x', y') \cos \sigma(x', y') e^{-i\left(\phi(x', y') + 2\pi\mu_0 x'\right)}}, \quad (4.103)$$

$$\frac{I_{90}^*(x', y')}{I_0^*(x', y')} = \tan \sigma(x', y') e^{-i\left(\alpha(x', y') - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2}\right)}, \quad (4.104)$$

$$\frac{I_{90}^*(x', y')}{I_0^*(x', y') \tan \sigma(x', y')} = \cos \left(\alpha(x', y') - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} \right) - i \sin \left(\alpha(x', y') - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} \right), \quad (4.105)$$

se toma la parte real y la parte imaginaria para obtener:

$$-\tan \left(\alpha(x', y') - 2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2} \right) = \frac{\text{Im} \left[\frac{I_{90}^*(x', y')}{I_0^*(x', y') \tan \sigma(x', y')} \right]}{\text{Re} \left[\frac{I_{90}^*(x', y')}{I_0^*(x', y') \tan \sigma(x', y')} \right]}, \quad (4.106)$$

la parte $2\pi\frac{\lambda\Delta f}{u_p^2}$ representa un corrimiento de fase constante y éste no afecta debido a la calibración del sistema y al recorte de los patrones de interferencia.

4.6.2.1. Resultados preliminares experimentales

Se realizaron experimentos en los que se midieron diferentes estados de polarización lineal y elíptica con el método propuesto. En la Figura 4.22 se muestra el patrón de interferencia que se captura con la CCD, solo es suficiente con una sola toma para determinar el estado de polarización.

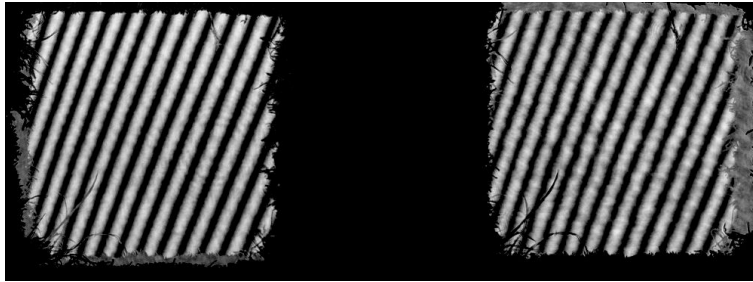


Figura 4.22: Patrón de interferencia.

En la Figura 4.23 se muestran las gráficas de estados de polarización elípticos medidos sobre la esfera de Poincaré, los puntos azules son los valores teóricos y los puntos rojos son los resultados experimentales. Para crear los estados elípticos se utilizó un polarizador lineal el cual se varía de 90° a -90° y el retardador de $\frac{\pi}{2}$ con ángulo de inclinación de 0° .

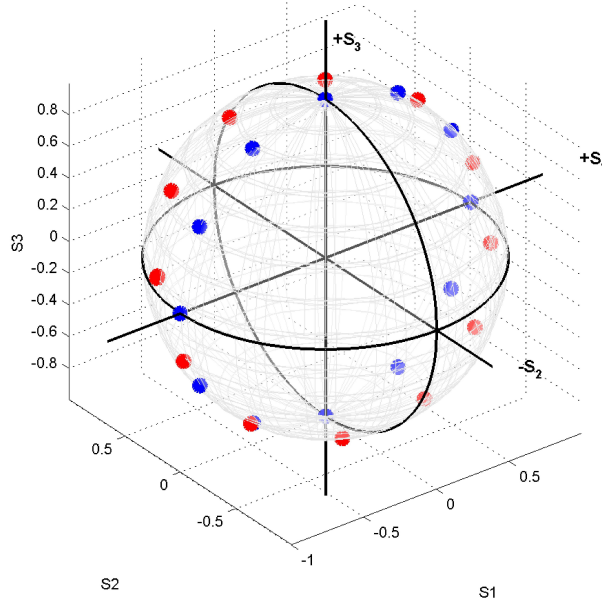


Figura 4.23: Resultados experimentales de polarización elíptica.

En la Figura 4.24 se muestran las gráficas de estados de polarización elípticos medidos sobre la esfera de Poincaré, los puntos azules son los valores teóricos y los puntos rojos son los resultados experimentales. Para crear los estados elípticos se utilizó un polarizador lineal, el cual es variado de 90° a -90° y el retardador de $\frac{\pi}{2}$ con ángulo de inclinación de 80° .

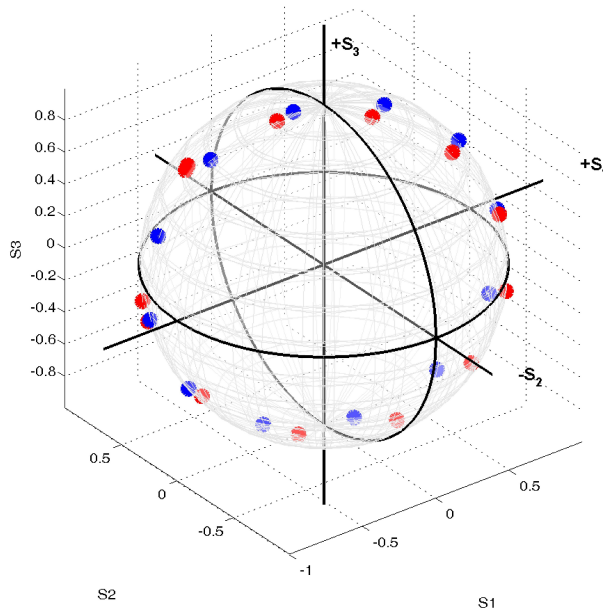


Figura 4.24: Resultados experimentales de polarización elíptica.

En la Figura 4.25 se muestran las gráficas de estados de polarización lineal medidos sobre la esfera de Poincaré, los puntos azules son los valores teóricos y los puntos rojos son

los resultados experimentales. Para crear los estados elípticos se utilizó un polarizador lineal el cual se varía de 90° a -90° .

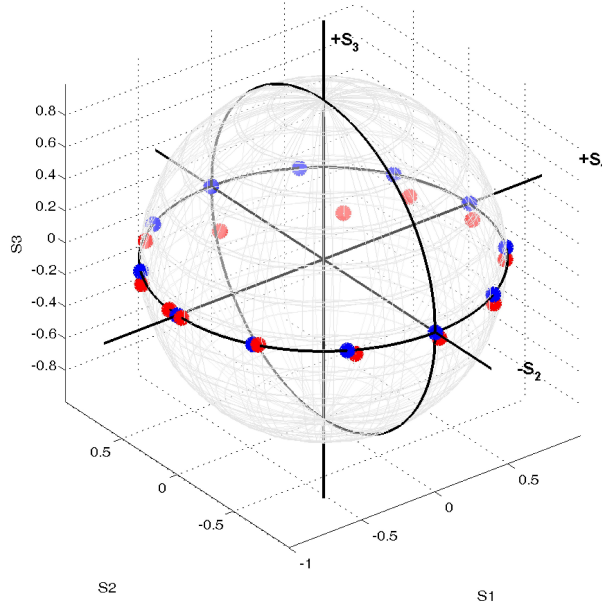


Figura 4.25: *Resultados experimentales de polarización lineal.*

Como se observa en las figuras anteriores, no se tiene un buen resultado, se optó por centrarse únicamente en las polarizaciones lineales, y tratar de minimizar los errores de medición en las polarizaciones, en la Figura 4.26 se muestra esa mejora en la medición de polarización lineal, donde los puntos rojos son los resultados experimentales y los puntos azules son valores teóricos, en algunos puntos sólo se observa un color debido a que los resultados están muy cercanos.

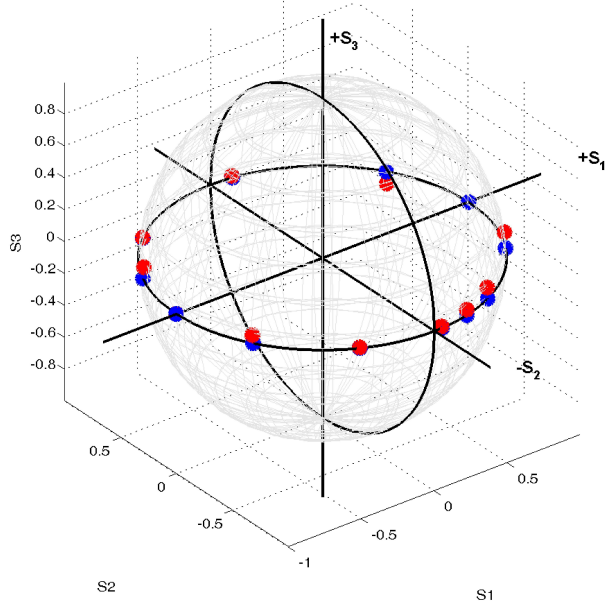


Figura 4.26: Resultado experimental de polarización lineal.

Para comprobar que el método también puede medir polarización inhomogénea, en la ventana de referencia del plano de entrada se colocaron varios polarizadores lineales juntos y se midió el estado de polarización, el patrón de interferencia se muestra en la Figura 4.27.

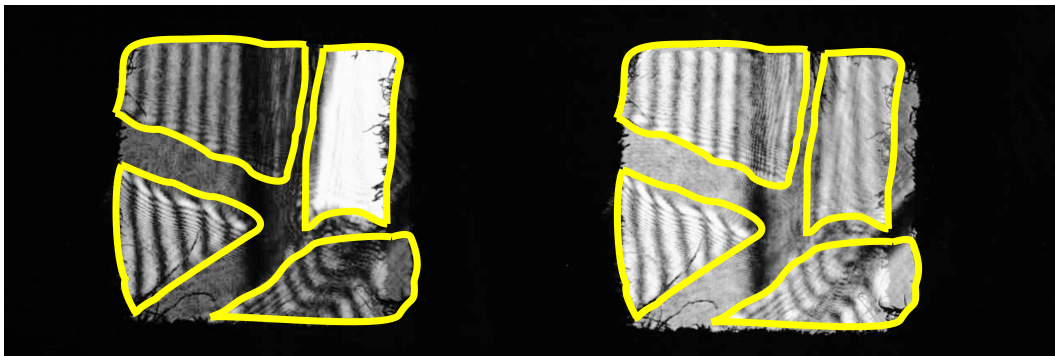


Figura 4.27: Patrón de interferencia.

En la Figura 4.28 se muestran los resultados experimentales obtenidos al medir la polarización inhomogénea como son los valores de σ y α , los valores que se muestran en la barra de colores están expresados en radianes y los que valores que apuntan la flechas están en grados.

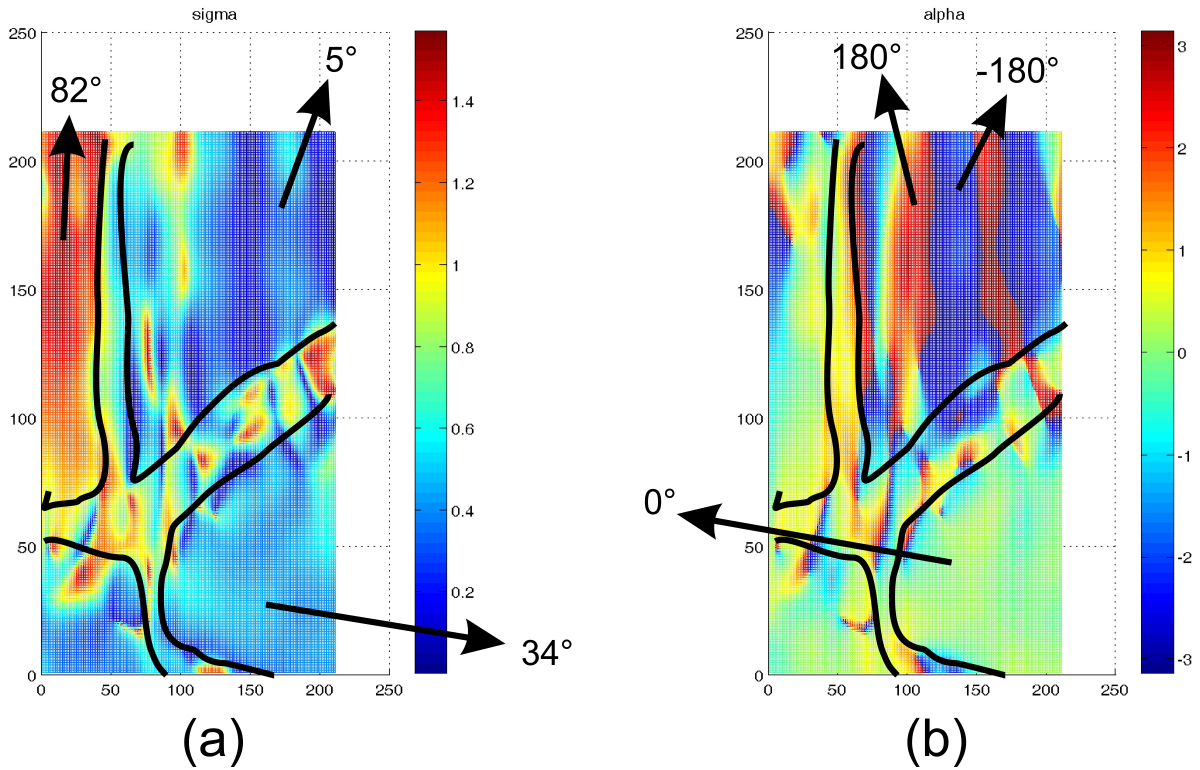


Figura 4.28: Resultados de polarización inhomogénea: (a) valores de σ y (b) valores de α .

4.7. Conclusiones

Los experimentos de los métodos tradicionales para medir el estado de polarización de un haz que se muestran en este capítulo 4 obtuvieron resultados muy cercanos a los estados de polarización propuestos, pero la forma de obtener el estado de polarización requiere de varias capturas de la intensidad y movimientos de los componentes ópticas, por lo cual es necesario el desarrollo de un método para medir el estado de polarización sin necesidad de mover componentes ópticas y que sea más rápida la obtención del estado de polarización.

En este capítulo 4, se habla también del desarrollo de un nuevo método para medir estados de polarización homogénea por interferometría mediante una sola toma y basado en un sistema DACPI, se desarrollaron varios métodos como es el "Polarímetro basado en elipses de intensidad" que se describe en la sección 4.5, "Uso de DACPI con rejillas en el plano de entrada para crear la frecuencia portadora" que está en la sección 4.6.1, "Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora" que se describe en la sección 4.6.2.

En cada uno de los métodos se realizó el arreglo experimental, en donde se midieron distintos estados de polarización homogéneos y se obtuvieron resultados preliminares buenos con valores cercanos a los esperados. Con el método "Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora" de la sección 4.6.2 aparte de medir un estado homogéneo, se logró medir un estado de polarización inhomogéneo con buenos resultados.

Capítulo 5

Conclusiones generales

5.1. Conclusiones

En el capítulo 2 se estudió sobre las propiedades que tienen los estados de polarización elípticos en la forma matemática con las que se representan, de las cuales la luz polarizada lineal y circular son casos especiales de la polarización elíptica. Ahora que se conoce cómo se representa un estado de polarización elíptico se describió cómo se crean experimentalmente los estados de polarización con elementos ópticos, los cuales tienen 4 mecanismos físicos esenciales como son: dicroísmo o absorción selectiva, reflexión, esparcimiento y birrefringencia. Se mencionan algunas de las aplicaciones en donde se utiliza la polarización como es: resaltar estructuras, medición de soluciones, entre otros.

Se estudió también sobre los métodos tradicionales que determinan el estado de polarización de la luz, se observa que los métodos requieren de: varias capturas de intensidad, mover componentes ópticas y en algunos casos sus arreglos ópticos son muy grandes.

En el capítulo 3 se estudió sobre la modulación de sólo amplitud en los que se simularon casos de: sólo modulación de fase con amplitud constante, modulación de amplitud con fase constante y modulación de amplitud y fase. Se pueden crear estados de polarización elípticos, azimuthal y radial, con sólo modular la amplitud del campo eléctrico, dejando al lado los métodos tradicionales que se presentaron en la sección 2.3. Se muestran experimentos que se realizaron para crear polarización elíptica con filtros de amplitud y se obtuvieron buenos resultados. Para la creación de los demás estados de polarización se requieren moduladores de sólo amplitud como son las pantallas de cristal líquido, ya que se pueden modular la amplitud constante y espacialmente.

En este trabajo, se ha presentado teóricamente una discusión general sobre una técnica para generar luz polarizada de forma homogénea, que se basa en variaciones de sólo amplitud de tres haces independientes. Un haz está polarizada en la dirección x , los otros dos haces están polarizados en la dirección y con el fin de obtener dos componentes del campo. Se demostró que con los dos últimos haces en no-cuadratura

se obtuvo un haz resultante, los cuales se modularon en amplitud y fase por modulación de sólo amplitud de cada haz individual, siendo posible modular la amplitud y fase de una componente vertical del campo, y por lo tanto cualquier relación de amplitudes y diferencia de fase entre dos componentes. Se discutió un ejemplo de sólo amplitud y también para la modulación de sólo fase. Creemos que el método presentado aquí también se puede utilizar para generar campos de vectores u ordenes superiores de polarización, si una modulación espacial en las amplitudes iniciales de los campos fuera posible.

Los experimentos de los métodos tradicionales para medir el estado de polarización de un haz que se muestran en el capítulo 4, se obtuvieron resultados muy cercanos a los estados de polarización propuestos, pero la forma de obtener el estado de polarización requiere de varias capturas de la intensidad y movimientos de los componentes ópticas, por lo cual es necesario el desarrollo de un método para medir el estado de polarización sin necesidad de mover componentes ópticas y que sea más rápida la obtención del estado de polarización.

En el capítulo 4 se describe también del desarrollo de un nuevo método para medir estados de polarización homogénea por interferometría mediante una sola toma y basado en un sistema DACPI, se desarrollaron varios métodos como es el "Polarímetro basado en elipses de intensidad" que se describe en la sección 4.5, "Uso de DACPI con rejillas en el plano de entrada para crear la frecuencia portadora" que está en la sección 4.6.1, "Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora" que se describe en la sección 4.6.2.

En cada uno de los métodos se realizó el arreglo experimental, en donde se midieron distintos estados de polarización homogéneos y se obtuvieron resultados preliminares buenos con valores cercanos a los esperados. Con el método "Uso de DACPI desplazando la rejilla del plano de Fourier para crear la frecuencia portadora" de la sección 4.6.2 aparte de medir un estado homogéneo, se logró medir un estado de polarización inhomogéneo con buenos resultados.

5.2. Trabajo futuro

- Poder hacer experimentalmente la caracterización de pantallas de cristal líquido.
- Generar experimentalmente polarizaciones híbridas creando haces adifraccionales híbridos (radial, azimutal).
- Publicación de artículo de medición del estado de polarización con interferometría basado en DACPI.

Bibliografía

- [1] M. Anastasiadou, A. De Martino, D. Clement, F. Liège, B. Laude-Boulesteix, N. Quang, J. Dreyfuss, B. Huynh, A. Nazac, L. Schwartz, and H. A. S. Cohen, "Polarimetric imaging for the diagnosis of cervical cancer," *Phys. Status Solidi* **5**(5), (2008).
- [2] K. M. Twietmeyer, R. A. Chipman, A. E. Elsner, Y. Zhao, and D. VanNasdale, "Mueller matrix retinal imager with optimized polarization conditions," *Opt. Express* **16**(26), 21339-21354 (2008).
- [3] J. Soni, S. Chandel, J. Jagtap, A. Pradhan, and N. Ghosh, "Mueller matrix polarimetry in fluorescence scattering from biological tissues," in *Frontiers in Optics 2013*, I. Kang, D. Reitze, N. Alic, and D. Hagan, eds., OSA Technical Digest (online) (Opt. Soc. Am., 2013), paper FW5A.3.
- [4] J. L. November, and L. M. Wilkins, "The Liquid Crystal Polarimeter for solid-state imaging of solar vector magnetic fields," *Proc. SPIE* **2265**, 210-221 (1992).
- [5] S. Tominaga and A. Kimachi, "Polarization imaging for material classification," *Opt. Eng.* **47**(12), 123201 (2008).
- [6] J. S. Tyo, M. P. Rowe, E. N. Pugh, Jr., and N. Engheta, "Target detection in optically scattering media by polarization-difference imaging," *Appl. Opt.* **35**(11), 1855-1870 (1996).
- [7] W. L. Hsu, S. Johnson, and S. Pau, "Multiplex localization imaging and sub-diffraction limited measurement," *J. Mod. Opt.* **60**(5), 414-421 (2013).
- [8] A. Marquez, I. Moreno, C. Iemmi, A. Lizana, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Mueller-Stokes characterization and optimization of a liquid crystal on silicon display showing depolarization," *Opt. Express* **16**, 1669-1685 (2008).
- [9] S. Firdous, and M. Ikram, "Stokes Polarimetry for the Characterization of Bio-Materials using Liquid Crystal Variable Retarders," *Proc. of the SPIE-OSA Biomedical Optics* **6632**, 66320F-1 66320F-13 (2007).
- [10] Edward Collet, *Field Guide to Polarization*, SPIE Press, Bellingham, WA (2005).
- [11] R. Steven Kurti, Klaus Halterman, Ramesh K. Shori, and Michael J. Wardlaw, "Discrete Cylindrical Vector Beam Generation from an Array of Optical Fibers," *Opt. Express*, **17**(16), 13982-13988 (2009).

- [12] Inon Moshe, Steve Jackel, and Avi Meir, "Production of radially or azimuthally polarized beams in solid-state lasers and the elimination of thermally induced birefringence effects," *Opt. Lett.*, **28**(10), 807-809 (2003).
- [13] Steve C. Tidwell, Dennis H. Ford, and Wayne D. Kimura, "Generating radially polarized beams interferometrically," *Appl. Opt.*, **29**(15), 2234-2239 (1990).
- [14] P. B. Phua, W. J. Lai, Y. L. Lim, B. S. Tan, R. F. Wu, K. S. Lai and H. W. Tan, "High power radially polarized light generated from photonic crystal segmented half-wave-plate," *Opt. Soc. Am.*, OCIS codes: (140.0140) Lasers; (260.1440) Birefringence, (2007).
- [15] Wang HT, Wang Li Y, Chen J, Guo CS, Ding JA., "A new type of vector fields with hybrid states of polarization," *Opt. Express*, **18**:10786-95, (2010).
- [16] Zhan Q., "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications," *Adv Opt. Photon*, **1**:1-57, (2009).
- [17] Pedrotti FL, Pedrotti LS, *Introduction to optics*, New Jersey, Prentice Hall, 298-301, (1993).
- [18] Eugene Hetch, *Polarización, Óptica*, ed. Addison Wesley, pp. 324-378, (2000).
- [19] Zhang YJ, Bai JP., "Improving the recording ability of a near-field optical storage system by higher-order radially polarized beams," *Opt. Express*, **17**:3698-706, (2009).
- [20] Shurcliff William A., Ballard Stanley S., *Luz polarizada*, 1st ed. Editorial Reverté Mexicana, S.A. ,(in Spanish), (1968).
- [21] Kawauchi H, Yonezawa K, Kozawa Y, Sato S., "Calculation of optical trapping forces on a dielectric sphere in the ray optics regime produced by a radially polarized laser beam," *Opt. Lett.*, **32**(13):1839-41, (2007).
- [22] Novotny L, Beversluis MR, Youngworth KS, Brown TG., "Longitudinal field modes probed by single molecules," *Phys. Rev. Lett.*, **86**:5251, (2001).
- [23] P. Pellat-Finet, "Iterative experimental method for generating eigenstates and principal states of polarization," *Appl. Opt.* Vol. **51**, No. 19, (2012).
- [24] S. C. Tidwell, D. H. Ford, and W. D. Kimura, "Generating radially polarized beams interferometrically," *Appl. Opt.* **29**, 2234-2239, (1990).
- [25] N. Passilly, R. de Saint Denis, K. Aït-Ameur, F. Treussart, R. Hierle, and J.-F. Roch, "Simple interferometric technique for generation of a radially polarized light beam," *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 984-991, (2005).
- [26] G. Volpe and D. Petrov, "Generation of cylindrical vector beams with few-mode fibers excited by Laguerre-Gaussian beams," *Opt. Commun.* **237**, 89-95, (2004).

- [27] T. Hirayama, Y. Kozawa, T. Nakamura, and S. Sato, "Generation of a cylindrically symmetric, polarized laser beam with narrow linewidth and fine tenability," *Opt. Express* **14**, 12839-12845, (2006).
- [28] S. N. Khonina and S. V. Karpeev, "Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of diffractive optical elements," *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. **28**, No. 10, 2115-2123, (2011).
- [29] J. A. Davis, D. E. McNamara, D. M. Cottrell, and T. Sonehara, "Two dimensional polarization encoding with a phase only liquid-crystal spatial light modulator," *Appl. Opt.* **39**, 1549-15541, (2000).
- [30] M. A. A. Neil, F. Massoumian, R. Juskaitis, and T. Wilson, "Method for the generation of arbitrary complex vector wave fronts," *Opt. Lett.* **27**, 1929-1931, (2002).
- [31] C. Kohler, T. Haist, X. Schwab, and W. Osten, "Hologram optimization for SLM-based reconstruction with regard to polarization effects," *Opt. Express* **16**, 14853-14861, (2008).
- [32] Stover JC., *Optical scattering*, Bellingham, Washington, UnitedStates, 1995, SPIE Opt. Eng. Press, (1995).
- [33] Collett E., *Field guide to polarization*, Bellingham, Washington, UnitedStates, SPIE Field Guides, (2005).
- [34] Stalder M., Schadt M., "Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters," *Opt. Lett.*, **21**:1948-50, (1996).
- [35] Milione G., Evans S., Nolan DA., Alfano RR., "Higher order Pancharatnam-Berry phase and the angular momentum of light," *Phys. Rev. Lett.*, **108**:190401, (2012).
- [36] C. Meneses-Fabian and U. Rivera-Ortega, "Polarized light by quadrature amplitude modulation," *Opt. Lasers Eng.*, **51**:417-20, (2013).
- [37] C. Meneses-Fabian and U. Rivera-Ortega, "Phase-shifting interferometry by amplitude modulation," In: PadronIvan, editor. *Interferometry-researchand applications in science and technology.*, Croatia: InTech, .p.171-94, (2012).
- [38] C. Meneses-Fabian, U. Rivera-Ortega, "Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation: General case," *Opt. Lasers Eng.* (2012).
- [39] C. Meneses-Fabian and U. Rivera-Ortega, "Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation," *Opt. Lett.*, **36**, No. 13, 2417-2419 (2011).
- [40] G. Milione , H. I. Sztul, D. A. Nolan, R. R. Alfano, "Higher-order poincaré sphere, stokes parameters, and the angular momentum of light," *Phys. Rev. Lett.*, **107**:053601, (2011).

- [41] M. Born & E. Wolf, Principles of Optics, 7th Edition, Cambridge University, (1999).
- [42] C. Brosseau, Fundamentals of polarized light: a statistical optics approach, Editorial Wiley, 1a. ed. (1998).
- [43] D. H. Goldstein, Polarized Light, 2nd Edition, Marcel Dekker, New York, (2003).
- [44] Edward Collett, Field Guide to Polarization, SPIE Field Guides vol. FG05, SPIE, (2005).
- [45] Jay N. Damask, Polarization Optics in Telecommunications, Springer (2004).
- [46] , G. P. Können, Polarized Light in Nature, Translated by G. A. Beerling, English edition Cambridge University, (1985).
- [47] David Pye, Polarised Light in Science and Nature, Bristol, Philadelphia, Institute of Physics, (2001).
- [48] William A. Shurcliff, Polarized Light, Production and Use, William A. Shurcliff, Harvard University Press (1962).
- [49] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, Ellipsometry and Polarized Light, North-Holland, (1999).
- [50] J. J. Vos Hzn, M. A. J. M. Coemans & J. F. W "No evidence for polarization sensitivity in the pigeon electroretinogram," Nuboer, The Journal of Experimental Biology, (1995).
- [51] William A. Shurcliff y Stanley S. Ballard, Luz polarizada, 1a. ed. en Español, Editorial Reverté Mexicana, S.A. ,(1968).
- [52] Vogelfrei, Polarizadores y su uso en fotografía, <http://www.digireflex.net/attachment.php?attachmentid=1554&d=...>
- [53] T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, "Forces in optical tweezers with radially and azimuthally polarized trapping beams," Opt. Lett. **33**, 122-124,(2008).
- [54] C. Emde, R. Buras, B. Mayer y M. Blumthaler, "The impact of aerosols on polarized sky radiance: model development, validation, and applications," Atmos. Chem. Phys., **10**, 383-396 (2010).
- [55] J.C. Stover, Optical Scattering: Measurement and Analysis, Third Edition, SPIE Press, Bellingham, WA, (2012).
- [56] Neil C. Bruce y Juan Manuel López Téllez, "Medición de la polarización de la luz," Explorando en la Óptica, A.M.O., A.C. Edición especial celebrando el 2015 Año Internacional de la Luz. (2015).

- [57] Y. Ohtsuka, K. Oka, "Contour mapping of the spatiotemporal state of polarization of light," *Appl. Opt.* Vol. **33**, No. 13, (1994).
- [58] H. G. Berry, G. Gabrielse, and A. E. Livingston, "Measurement of the Stokes parameters of light," *Appl. Opt.*, Vol. **16**, No. 12 (1977).
- [59] Jianjun Qiu, Nirmal Mazumder, Han-Ruei Tsai, Chih-Wei Hu, and Fu-Jen Kao, "Stokes Vector Formalims Based Second Harmonic Generation Microscopy," *Proc. SPIE*, Vol. **8228**, 82280C.1 (2012).
- [60] A. Ambirajan, Dwight C. Look, "Optimum angles for a polarimeter: part I," *Opt. Eng.* **34**(6), 1651-1655, (1995).
- [61] A. Ambirajan, Dwight C. Look, "Optimum angles for a polarimeter: part II," *Opt. Eng.* **34**(6), 1656-1658, (1995).
- [62] Dinesh N. Naik, Rakesh Kumar Singh, Hitoshi Itou, Marathi M. Brundavanam, Yoko Miyamoto, and Mitsuo Takeda, "Single-shot full-field interferometric polarimeter whit an integrated calibration scheme," *Opt. Lett.*, Vol. **37**, No. 15, (2012).
- [63] T. A. Fadeyeva, C. N. Alexeyev, P. M. Anischenko and A. V. Volyar, "Engineering of the space-variant linear polarization of vortex-beams in biaxially induced crystals", *Appl. Opt.*, Vol. **51**, No. 10/1 (2012).
- [64] Y. Zhang and J. Bai, "Improving the recording ability of a near-field optical storage system by higher-order radially polarized beams," *Opt. Express*, Vol. **17**, No. 5, (2009).
- [65] H. Ren, Y. Lin and S. Wu, "Linear to axial or radial polarization conversion using a liquid crystal gel," *Appl. Phys. Lett.*, **89**, (2006).
- [66] M. Kraus, M. Abdou Ahmed, A. Michalowski, A. Voss, R. Weber and T. Graf, "Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization," *Opt. Express*, Vol. **18**, No. 21, (2010).
- [67] C. Meneses-Fabian and U. Rivera-Ortega, "Phase-Shifting Interferometry by Amplitude Modulation", Book: *Interferometry-Research and Applications in Science and Technology*, edited by Ivan Padron, InTech, (2012).
- [68] C. Meneses-Fabian and U. Rivera-Ortega, "Generation of homogenous polarized light by wave amplitude modulation: Particular case", *Opt. Lasers Eng.*, **50**(7), 905-909, (2012).
- [69] V. Arrizón and D. Sánchez-de-la-Llave, "Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters", *Opt. Lett.* **29**, 141(2004)
- [70] C. Meneses-Fabian and G. Rodriguez-Zurita, "Carrier fringes in the two-aperture common-path interferometer", *Opt. Lett.*, **36**, 642-644 (2011).

- [71] Francisco Alejandro Lara Cortés, "Interferometría de corrimiento de fase generalizado mediante la construcción de elipses de intensidades", Tesis de Maestría, (FCFM-BUAP, Julio del 2012).
- [72] C. Meneses-Fabian and F. Alejandro Lara-Cortes, "Phase retrieval by Euclidean distance in selfcalibrating generalized phase-shifting interferometry of three steps," Opt. Express, Vol. **23**, No. 10 (2015).
- [73] V. Arrizón and D. Sánchez-de-la-Llave, "Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters", Opt. Lett. **29**, 141(2004).
- [74] C. Meneses-Fabian, G. Rodriguez-Zurita, and V. Arrizon, "Optical tomography of transparent objects with phase-shifting interferometry and stepwise-shifted Ronchi ruling", J.Opt. Soc. Am. A **23**, 298 (2006)
- [75] C. Meneses-Fabian, R. Kantun-Montiel, G.-P. Lemus-Alonso, C.Robledo-Sanchez, Carrier fringes interferometry by superposing the first harmonic of two rulings with different period, Opt. Lasers Eng.,**54**, 27-30, (2014).
- [76] J. W. Goodman, introduction to Fourier Optics, Second Edition, McGraw-Hill, (1996).
- [77] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, J. Opt. Soc. Am. **72**, 156-60 (1982).


```

{ParametricPlot[{B Cos[u], Ac Cos[u + \[Alpha]\[Alpha]]}, {u, 0,
  2 Pi}, AxesStyle -> {Directive[20, Black], Directive[20, Black]},
  AxesLabel -> {Style[x, 30, Bold, Black], Style[y, 30, Bold, Black]},
  PlotStyle -> {{Thickness[0.02], Black}}],
BarChart[{A1, A2, Ac, B},
  ChartLabels -> {Style["A1", 30, Bold], Style["A2", 30, Bold],
  Style["A", 30, Bold], Style["B", 30, Bold]},
  ChartStyle -> {Red, Green, Blue, Yellow},
  AxesStyle -> {Directive[25, Black],
  Directive[25, Black]}]}(*ChartLabels->{"A1","A2","Ac","B"}*)

Animate[VectorPlot[{B Cos[\[Sigma]] Cos[an],
  Ac Sin[\[Sigma]] Cos[\[Alpha]\[Alpha] + an]}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0,
  2 Pi}, PlotLabel -> an,
  PlotRange -> {{-1, 2 Pi + 1}, {-1, 2 Pi + 1}}, {an, -10, 10},
  AnimationRunning -> False, SaveDefinitions -> True]
Table[VectorPlot[{Bx, Ay}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0, 2 Pi},
  VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1 M, VectorPoints -> 8,
  PlotLabel -> {"Magnitud", N[M]}], {an, 0, 2 Pi, Pi/4}]
(*Graficando lo anterior en grafica de contornos*)
{ContourPlot[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {-1.1, 1.5},
  PlotLabel -> {"Ac=", Ac}],
ContourPlot[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {-1.1, 1.5},
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"B=", B}],
ContourPlot[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
  PlotRange -> {-1.1, 1.5} AxesLabel -> {x, y},
  PlotLabel -> {"\[Alpha]\[Alpha]=", \[Alpha]\[Alpha]}],
ContourPlot[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {-1.1, 1.5},
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A1=", N[A1]}],
ContourPlot[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {-1.1, 1.1},
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A2=", A2}]}
(*Graficando lo anterior en 3D*)
{Plot3D[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> "Ac"],
Plot3D[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {x, y}, ColorFunctionScaling -> False,
  PlotLabel -> "B"},
Plot3D[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "\[Alpha]\[Alpha]"},
Plot3D[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A1"},
Plot3D[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A2"}]

```

Apéndice B

Simulación de Polarización circular

Programado en Wolfram Mathematica

```
B = Function[{x, y}, 1][x, y];
\[Phi] = Function[{x, y}, x^2 + y^2][x, y];
A = Function[{x, y}, 1][x, y];
\[Alpha] = Function[{x, y}, 90 Pi/180][x, y];
\[Alpha]1 = Function[{x, y}, 45 Pi/180][x, y];
\[Alpha]2 = Function[{x, y}, 90 Pi/180][x, y];
\[CapitalDelta]\[Alpha] =
  Function[{x, y}, (\[Alpha]2 - \[Alpha]1)][x, y];
A1 = -(A/Sin[\[CapitalDelta]\[Alpha]])
  Sin[\[Alpha] - \[Alpha]1 - \[CapitalDelta]\[Alpha]];
A2 = A/Sin[\[CapitalDelta]\[Alpha]] Sin[\[Alpha] - \[Alpha]1];
Ac = Sqrt[A1^2 + A2^2 + 2 A1 A2 Cos[\[CapitalDelta]\[Alpha]]];
\[Alpha]\[Alpha] =
  Arg[A1 Cos[\[Alpha]1] + A2 Cos[\[Alpha]2] +
    I (A1 Sin[\[Alpha]1] + A2 Sin[\[Alpha]2])];
Simplify[\[Alpha]\[Alpha]];
AT1 = A^2 + B^2 + 2 A B Cos[\[Phi] - \[Alpha]];
(*### ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## \
## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## \
## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ##*)
Bx = B Cos[\[Sigma]] Cos[an];
Ay = Ac Sin[\[Sigma]] Cos[\[Alpha]\[Alpha] + an];
M = Sqrt[(Bx)^2 + (Ay)^2];
\[Sigma] = ArcTan[Ac/B];
(* Las componentes para obtener el vector resultante *)
(*VectorPlot3D[{B Cos[\[Sigma]], A Cos[\[Sigma]+\[Alpha]], 0}, {x, 0, 2 \
Pi}, {y, 0, 2 Pi}, {z, 0, 2 Pi}, AxesLabel->{x,y,z}] (* Las componentes para \
obtener el vector resultante *) *)
{ParametricPlot[{B Cos[u], Ac Cos[u + \[Alpha]\[Alpha]]}, {u, 0,
  2 Pi}, AxesStyle -> {Directive[20, Black], Directive[20, Black]},
```

```

AxesLabel -> {Style[x, 30, Bold, Black], Style[y, 30, Bold, Black]},
PlotStyle -> {{Thickness[0.01], Black}}},
BarChart[{A1, A2, Ac, B},
ChartLabels -> {Style["A1", 30, Bold], Style["A2", 30, Bold],
Style["A", 30, Bold], Style["B", 30, Bold]},
ChartStyle -> {Red, Green, Blue, Yellow},
AxesStyle -> {Directive[25, Black], Directive[25, Black]]}]

Animate[VectorPlot[{B Cos[\[Sigma]] Cos[an],
Ac Sin[\[Sigma]] Cos[\[Alpha]\[Alpha] + an]}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0,
2 Pi}, PlotLabel -> an,
PlotRange -> {{-1, 2 Pi + 1}, {-1, 2 Pi + 1}}, {an, -10, 10},
AnimationRunning -> False, SaveDefinitions -> True]
Table[VectorPlot[{Bx, Ay}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0, 2 Pi},
VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1 M, VectorPoints -> 8,
PlotLabel -> {"Magnitud", N[M]}], {an, 0, 2 Pi, Pi/4}]
(* Graficando lo anterior en contornos *)
{ContourPlot[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 1.6},
PlotLabel -> {"Ac=", Ac}],
ContourPlot[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 1.6},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"B=", B}],
ContourPlot[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
PlotRange -> {0, 1.6}, AxesLabel -> {x, y},
PlotLabel -> {"\[Alpha]\[Alpha]=", N[\[Alpha]\[Alpha]]}],
ContourPlot[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 1.6},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A1", A1}],
ContourPlot[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 1.6},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A2", A2}]}
(*Graficando lo anterior en 3D*)
{Plot3D[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
PlotLabel -> "Ac"],
Plot3D[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, ColorFunctionScaling -> False,
PlotLabel -> "B"],
Plot3D[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "\[Alpha]\[Alpha]"},
Plot3D[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A1"},
Plot3D[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A2"}]

```



```

AxesLabel -> {Style[x, 30, Bold, Black], Style[y, 30, Bold, Black]},
PlotStyle -> {{Thickness[0.02], Black}}},
BarChart[{A1, A2, Ac, B},
ChartLabels -> {Style["A1", 30, Bold], Style["A2", 30, Bold],
Style["A", 30, Bold], Style["B", 30, Bold]},
ChartStyle -> {Red, Green, Blue, Yellow},
AxesStyle -> {Directive[25, Black], Directive[25, Black]]}]

Animate[VectorPlot[{B Cos[\[Sigma]] Cos[an],
Ac Sin[\[Sigma]] Cos[\[Alpha]\[Alpha] + an]}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0,
2 Pi}, PlotLabel -> an, VectorPoints -> 10], {an, 0, 10, Pi/4},
AnimationRunning -> False, SaveDefinitions -> True]
Table[VectorPlot[{Bx, Ay}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0, 2 Pi},
VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1 M, VectorPoints -> 8,
PlotLabel -> {"Magnitud", N[M]}], {an, 0, 2 Pi, Pi/3}]
(*Graficando lo anterior en contornos*)
{ContourPlot[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 2.1},
PlotLabel -> {"Ac=", N[Ac]}],
ContourPlot[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 2.1},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"B=", B}],
ContourPlot[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
PlotRange -> {0, 2.1}, AxesLabel -> {x, y},
PlotLabel -> {"\[Alpha]\[Alpha]=", N[\[Alpha]\[Alpha]}],
ContourPlot[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 2.1},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A1=", A1}],
ContourPlot[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> {0, 2.1},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"A2=", A2}]}
(*Graficando lo anterior en 3D*)
{Plot3D[{Ac}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
PlotLabel -> "Ac"],
Plot3D[{B}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "B"],
Plot3D[{\[Alpha]\[Alpha]}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5},
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "\[Alpha]\[Alpha]"},
Plot3D[{A1}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A1"],
Plot3D[{A2}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> "A2"]}

```

Apéndice D

Simulación de Polarización con el un ángulo de inclinación ψ y una elipticidad ε deseada

Programado en Wolfram Mathematica

```
A = Function[{x, y}, 1][x, y];(*Amplitud total del campo*)
\[Epsilon] =
  Function[{x, y}, 0. Pi/180.][x,
    y];(*Angulo de Elipticidad 0<\[Epsilon]<45*)
\[Psi] =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
    y];(*Angulo de inclinacion de la elipse,0=360*)
\[Alpha]x =
  Function[{x, y}, 10. Pi/180.][x, y];(* Fase en x del tercer brazo*)
(*\[Alpha]y=Function[{x,y},180 Pi/180][x,y];(* Fase en y, se crea \
modulando los dos filtros neutro***)
\[Alpha]1y =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 1, experimento*)
\[Alpha]2y =
  Function[{x, y}, 90. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 2, experimento*)
\[CapitalDelta]\[Alpha]y =
  Function[{x, y}, \[Alpha]2y - \[Alpha]1y][x,
    y];(*Diferencia de fase*)
A1y = -((A Sqrt[1 - Cos[2 \[Epsilon]] Cos[2 \[Psi]]]))/(
  Sqrt[2] Sin\[CapitalDelta]\[Alpha]y Sqrt[
    Tan[2 \[Epsilon]]^2 +
    Sin[2 \[Psi]]^2])) ((Sin\[Alpha]x Sin[2 \[Psi]] +
    Cos\[Alpha]x Tan[
      2 \[Epsilon]]) Cos\[Alpha]1y + \[CapitalDelta]\[Alpha]y - \
```

```

(Cos[\[Alpha]x] Sin[2 \[Psi]] -
  Sin[\[Alpha]x] Tan[
    2 \[Epsilon]]) Sin[\[Alpha]1y + \[CapitalDelta]\[Alpha]y])
A2y = (A Sqrt[1 - Cos[2 \[Epsilon]] Cos[2 \[Psi]]])/(
  Sqrt[2] Sin[\[CapitalDelta]\[Alpha]y] Sqrt[
    Tan[2 \[Epsilon]]^2 +
    Sin[2 \[Psi]]^2]) ((Sin[\[Alpha]x] Sin[2 \[Psi]] +
  Cos[\[Alpha]x] Tan[
    2 \[Epsilon]]) Cos[\[Alpha]1y] - (Cos[\[Alpha]x] Sin[
    2 \[Psi]] - Sin[\[Alpha]x] Tan[2 \[Epsilon]]) Sin[\[Alpha]1y])
\[Alpha]y =
  If[Arg[A1y Cos[\[Alpha]1y] + A2y Cos[\[Alpha]2y] +
    I (A1y Sin[\[Alpha]1y] + A2y Sin[\[Alpha]2y])] < 0.,
    Arg[A1y Cos[\[Alpha]1y] + A2y Cos[\[Alpha]2y] +
      I (A1y Sin[\[Alpha]1y] + A2y Sin[\[Alpha]2y])] + 2 Pi,
    Arg[A1y Cos[\[Alpha]1y] + A2y Cos[\[Alpha]2y] +
      I (A1y Sin[\[Alpha]1y] + A2y Sin[\[Alpha]2y])]]
\[CapitalDelta]\[Alpha] =
  Function[{x, y}, \[Alpha]y - \[Alpha]x][x,
    y];(*Diferencia de fase entre las dos componente x, y*)
Ay = N[Sqrt[A1y^2 + A2y^2 + 2 A1y A2y Cos[\[CapitalDelta]\[Alpha]y]]]
Ax = N[A/Sqrt[2] Sqrt[1 + Cos[2 \[Epsilon]] Cos[2 \[Psi]]]]
AA = Sqrt[Ax^2 + Ay^2](*Amplitud total*)
M = Sqrt[(Ax Cos[an])^2 + (Ay Cos[
  an + \[CapitalDelta]\[Alpha]] )^2];(*Magnitud*)

{ParametricPlot[{Ax Cos[u], Ay Cos[u + \[CapitalDelta]\[Alpha]]}, {u,
  0, 2 Pi}, AxesLabel -> {x, y}, PlotStyle -> {Thickness[0.02]}},
  BarChart[{A1y, A2y, Ay, Ax},
  ChartLabels -> {"A1y", "A2y", "Ay", "Ax"},
  ChartStyle -> {Red, Green, Blue, Yellow}}]

{ContourPlot[{A}, {x, -5 , 5 }, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"Ay", Ay}],
  ContourPlot[{B}, {x, -5 , 5 }, {y, -5, 5}, PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {x, y}, ColorFunctionScaling -> False,
  PlotLabel -> {"B", B}],
  ContourPlot[{\[Alpha]y}, {x, -5 , 5 }, {y, -5, 5},
  AxesLabel -> {x, y}, PlotLabel -> {"\[Alpha]y", \[Alpha]y}]}
{ContourPlot[{Ay Cos[\[Alpha]]}, {x, -5 , 5 }, {y, -5, 5},
  PlotRange -> All, AxesLabel -> {x, y},
  PlotLabel -> {"Ay Cos[\[Alpha]]", Ay Cos[\[Alpha]]}],
  ContourPlot[{Ay Sin[\[Alpha]]}, {x, -5 , 5 }, {y, -5, 5},
  PlotRange -> All, AxesLabel -> {x, y},
  PlotLabel -> {"Ay Sin[\[Alpha]]", Ay Sin[\[Alpha]]}]}

```

Apéndice E

Simulación de Polarización radial

Programado en Wolfram Mathematica

```
A = Function[{x, y}, 1][x, y];(*Amplitud total del campo*)
(*\[Epsilon]=Function[{x,y},30. Pi/180.][x,y];(*Elipticidad 0<\
\[Epsilon]<45*)*)
(*\[Psi]=Function[{x,y},360. Pi/180.][x,y];(*Angulo de inclinacion de \
la elipse,0=360*)*)
\[Alpha]x =
  Function[{x, y}, 10. Pi/180.][x,
    y];(* Fase en x del tercer brazo*)
\[Alpha]1y =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 1, experimento*)
\[Alpha]2y =
  Function[{x, y}, 90. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 2, experimento*)
\[CapitalDelta]\[Alpha]y =
  Function[{x, y}, \[Alpha]2y - \[Alpha]1y][x,
    y] ;(*Diferencia de fase*)
cos\[Psi]1 = Function[{x, y}, (2 y^2)/(x^2 + y^2)][x, y] ;
cos\[Psi]2 = Function[{x, y}, (2 x^2)/(x^2 + y^2)][x, y] ;

A1y = -((A Sqrt[cos\[Psi]1])/(Sqrt[2] Sin\[CapitalDelta]\[Alpha]y))
  Sin\[Alpha]x - \[Alpha]1y - \[CapitalDelta]\[Alpha]y Sign[
    x y] Sign[x] ;
A2y = (A Sqrt[cos\[Psi]1])/(Sqrt[2] Sin\[CapitalDelta]\[Alpha]y)
  Sin\[Alpha]x - \[Alpha]1y Sign[x y] Sign[x];
\[Alpha]y =
  If[Arg[A1y Cos\[Alpha]1y + A2y Cos\[Alpha]2y] +
    I (A1y Sin\[Alpha]1y + A2y Sin\[Alpha]2y)] < 0.,
  Arg[A1y Cos\[Alpha]1y + A2y Cos\[Alpha]2y] +
    I (A1y Sin\[Alpha]1y + A2y Sin\[Alpha]2y)] + 2 Pi,
```

```

Arg[A1y Cos[\[Alpha]1y] + A2y Cos[\[Alpha]2y] +
  I (A1y Sin[\[Alpha]1y] + A2y Sin[\[Alpha]2y])]];

\[CapitalDelta]\[Alpha] =
Function[{x, y}, \[Alpha]y - \[Alpha]x][x,
y];(*Diferencia de fase entre las dos componente x, y*)

Ay = N[Sqrt[A1y^2 + A2y^2 + 2 A1y A2y Cos[\[CapitalDelta]\[Alpha]y]]];
Ax = N[A/Sqrt[2] Sqrt[cos\[Psi]2]] Sign[x]
AA = Sqrt[Ax^2 + Ay^2];(*Amplitud total*)
M = Sqrt[(Ax Cos[an])^2 + (Ay Cos[
  an + \[CapitalDelta]\[Alpha]] )^2];(*Magnitud*)

(*Animate[ParametricPlot[{Ax Cos[u],Ay \
Cos[u+\[CapitalDelta]\[Alpha]]},{u,0,2Pi},PlotLabel->{x,y},PlotStyle->\
{Thickness[0.01]},PlotRange->{{-1,1},{-1,1}},{x,-1,1,0.6},{y,-1,1,0.\
6},AnimationRunning -> False]*)

(*Table[Table[ParametricPlot[{Ax Cos[u],Ay Cos[u+\[CapitalDelta]\
\[Alpha]]},{u,0,2Pi},AxesLabel->{x,y},PlotStyle->{Thickness[0.02]}],{\
x,-1,1,0.8}],{y,-1,-1,0.8}]*

Table[VectorPlot[{Ax Cos[an],
  Ay Cos[an + \[CapitalDelta]\[Alpha]]}, {x, -2 Pi, 2 Pi}, {y, -2 Pi,
  2 Pi}, VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1,
  VectorPoints -> 8, PlotLabel -> {"Magnitud"}], {an, 0, 2 Pi, Pi/4}]
{ContourPlot[A1y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A1y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[A2y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A2y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[Ax, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotLabel -> {"B"},
  ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[\[Alpha]y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"\[Alpha]y"}, ColorFunction -> "GrayTones"]}

```

Apéndice F

Simulación de Polarización radial con topología

Programado en Wolfram Mathematica

```
A = Function[{x, y}, 1][x, y];(*Amplitud total del campo*)
(*\[Epsilon]=Function[{x,y},30. Pi/180.][x,y];(*Elipticidad 0<\
\[Epsilon]<45*)*)
(*\[Psi]=Function[{x,y},360. Pi/180.][x,y];(*Angulo de inclinacion de \
la elipse,0=360*)*)
\[Alpha]x =
  Function[{x, y}, 10. Pi/180.][x,
  y];(* Fase en x del tercer brazo*)
\[Alpha]1y =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
  y];(*Fase que meda el filtro neutro 1, experimento*)
\[Alpha]2y =
  Function[{x, y}, 90. Pi/180.][x,
  y];(*Fase que meda el filtro neutro 2, experimento*)
\[CapitalDelta]\[Alpha]y =
  Function[{x, y}, \[Alpha]2y - \[Alpha]1y][x,
  y];(*Diferencia de fase*)
\[Psi] = Arg[x + I y];
m = 3;
cos\[Psi]2 = Function[{x, y}, \!(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\k = 0\), \(\m\)]\(\(\(\
*\FractionBox[\(\(\((2\ m)\)\!\), \(\(\(\((2\ m -
2\ k)\)\!\)\ \(\(\((2\ k)\)\!\)\)]\)\)\ \(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\j = 0\), \(\k\)]\(\(\(\
*\FractionBox[\(\
*\SuperscriptBox[\(\(\(-1\)\)\), \(\k +
j\)]\ \(\k!\)\), \(\(\(\((k - j)\)\!\)\ \(\j!\)\)]\
*\SuperscriptBox[\(\Cos[\[Psi]]\), \(\(2\ \((m - k + j)\)\)\)]\)\)\)\)] [x,
```



```
PlotLabel -> {"Etp"}, ColorFunction -> "GrayTones"]

Table[VectorPlot[{Ax Cos[an],
  Ay Cos[an + \[CapitalDelta]\[Alpha]]}, {x, -2 Pi, 2 Pi}, {y, -2 Pi,
  2 Pi}, VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1,
  VectorPoints -> 8, PlotLabel -> {"Magnitud"},
  StreamPoints -> Automatic, StreamStyle -> Black], {an, 0, 2 Pi,
  Pi/4}]
{ContourPlot[A1y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A1y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[A2y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A2y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[Ax, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"B"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[\[Alpha]y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"\[Alpha]y"}, ColorFunction -> "GrayTones"]}
```

Apéndice G

Simulación de Polarización azimutal

Programado en Wolfram Mathematica

```
A = Function[{x, y}, 1][x, y];(*Amplitud total del campo*)
(*\[Epsilon]=Function[{x,y},30. Pi/180.][x,y];(*Elipticidad 0<\
\[Epsilon]<45*)*)
(*\[Psi]=Function[{x,y},360. Pi/180.][x,y];(*Angulo de inclinacion de \
la elipse,0=360*)*)
\[Alpha]x =
  Function[{x, y}, 10. Pi/180.][x,
    y];(* Fase en x del tercer brazo*)
\[Alpha]1y =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 1, experimento*)
\[Alpha]2y =
  Function[{x, y}, 90. Pi/180.][x,
    y];(*Fase que meda el filtro neutro 2, experimento*)
\[CapitalDelta]\[Alpha]y =
  Function[{x, y}, \[Alpha]2y - \[Alpha]1y][x,
    y] ;(*Diferencia de fase*)
cos\[Psi]2 = Function[{x, y}, (2 y^2)/(x^2 + y^2)][x, y] ;
cos\[Psi]1 = Function[{x, y}, (2 x^2)/(x^2 + y^2)][x, y] ;

A1y = -((A Sqrt[cos\[Psi]1])/(Sqrt[2] Sin\[CapitalDelta]\[Alpha]y))
  Sin\[Alpha]x - \[Alpha]1y - \[CapitalDelta]\[Alpha]y Sign[-x \
y] Sign[y] ;
A2y = (A Sqrt[cos\[Psi]1])/(Sqrt[2] Sin\[CapitalDelta]\[Alpha]y)
  Sin\[Alpha]x - \[Alpha]1y Sign[-x y] Sign[y];
\[Alpha]y =
  If[Arg[A1y Cos\[Alpha]1y + A2y Cos\[Alpha]2y +
    I (A1y Sin\[Alpha]1y + A2y Sin\[Alpha]2y))] < 0.,
  Arg[A1y Cos\[Alpha]1y + A2y Cos\[Alpha]2y +
    I (A1y Sin\[Alpha]1y + A2y Sin\[Alpha]2y))] + 2 Pi,
```

```

Arg[A1y Cos[\[Alpha]1y] + A2y Cos[\[Alpha]2y] +
  I (A1y Sin[\[Alpha]1y] + A2y Sin[\[Alpha]2y])]];

\[CapitalDelta]\[Alpha] =
Function[{x, y}, \[Alpha]y - \[Alpha]x][x,
  y];(*Diferencia de fase entre las dos componente x, y*)

Ay = N[Sqrt[A1y^2 + A2y^2 + 2 A1y A2y Cos[\[CapitalDelta]\[Alpha]y]]];
Ax = N[A/Sqrt[2] Sqrt[cos\[Psi]2]] Sign[y];
AA = Sqrt[Ax^2 + Ay^2];(*Amplitud total*)
M = Sqrt[(Ax Cos[an])^2 + (Ay Cos[
  an + \[CapitalDelta]\[Alpha]] )^2];(*Magnitud*)

(*Animate[ParametricPlot[{Ax Cos[u],Ay \
Cos[u+\[CapitalDelta]\[Alpha]]},{u,0,2Pi},PlotLabel->{x,y},PlotStyle->
{Thickness[0.01]},PlotRange->{{-1,1},{-1,1}},{x,-1,1,0.6},{y,-1,1,0.\
6},AnimationRunning -> False]*)

(*Table[Table[ParametricPlot[{Ax Cos[u],Ay Cos[u+\[CapitalDelta]\
\[Alpha]]},{u,0,2Pi},AxesLabel->{x,y},PlotStyle->{Thickness[0.02]}],{\
x,-1,1,0.8}],{y,-1,-1,0.8}]*)

Table[VectorPlot[{Ax Cos[an],
  Ay Cos[an + \[CapitalDelta]\[Alpha]]}, {x, -2 Pi, 2 Pi}, {y, -2 Pi,
  2 Pi}, VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1,
  VectorPoints -> 8, PlotLabel -> {"Magnitud"}], {an, 0, 2 Pi, Pi/4}]
{ContourPlot[A1y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A1y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[A2y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A2y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[Ax, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"B"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
ContourPlot[\[Alpha]y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"\[Alpha]y"}, ColorFunction -> "GrayTones"]}

```

Apéndice H

Simulación de Polarización azimutal con topología

Programado en Wolfram Mathematica

```
A = Function[{x, y}, 1][x, y];(*Amplitud total del campo*)
(*\[Epsilon]=Function[{x,y},30. Pi/180.][x,y];(*Elipticidad 0<\
\[Epsilon]<45*)*)
(*\[Psi]=Function[{x,y},360. Pi/180.][x,y];(*Angulo de inclinacion de \
la elipse,0=360*)*)
\[Alpha]x =
  Function[{x, y}, 10. Pi/180.][x,
  y];(* Fase en x del tercer brazo*)
\[Alpha]1y =
  Function[{x, y}, 45. Pi/180.][x,
  y];(*Fase que meda el filtro neutro 1, experimento*)
\[Alpha]2y =
  Function[{x, y}, 90. Pi/180.][x,
  y];(*Fase que meda el filtro neutro 2, experimento*)
\[CapitalDelta]\[Alpha]y =
  Function[{x, y}, \[Alpha]2y - \[Alpha]1y][x,
  y];(*Diferencia de fase*)
\[Psi] = Arg[x + I y] + 90 °;
m = 2;
cos\[Psi]2 = Function[{x, y}, \!(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\k = 0\), \(\m\)]\(\(\(\
*\FractionBox[\(\(\(2\ m)\)\!), \(\(\(\(2\ m -
2\ k)\)\)\)\ \(\(\(2\ k)\)\!\)\)\)\)\ \(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\j = 0\), \(\k\)]\(\(\
*\FractionBox[\(\
*\SuperscriptBox[\(\(\(-1\)\)\), \(\k +
j\)]\ \(\k!\)\), \(\(\(\(k - j)\)\!\)\ \(\j!\)\)\]\
*\SuperscriptBox[\(\Cos[\[Psi]]\), \(\(2\ \((m - k + j)\)\)\)\)\)\)\)] [x,
```

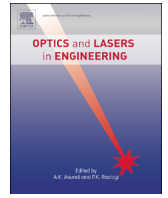


```
PlotLabel -> {"Etp"}, ColorFunction -> "GrayTones"]

Table[VectorPlot[{Ax Cos[an],
  Ay Cos[an + \[CapitalDelta]\[Alpha]]}, {x, -2 Pi, 2 Pi}, {y, -2 Pi,
  2 Pi}, VectorStyle -> Black, VectorScale -> 0.1,
  VectorPoints -> 8, PlotLabel -> {"Magnitud"},
  StreamPoints -> Automatic], {an, 0, 2 Pi, Pi/4}]
{ContourPlot[A1y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A1y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[A2y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"A2y"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[Ax, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"B"}, ColorFunction -> "GrayTones"],
  ContourPlot[\[Alpha]y, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> {"\[Alpha]y"}, ColorFunction -> "GrayTones"]}]
```

Apéndice I

Artículo publicado



Homogeneous polarized light by non-quadrature amplitude modulation

Cruz Meneses-Fabian*, Gildardo-Pablo Lemus-Alonso, Rosaura Kantun-Montiel, Uriel Rivera-Ortega

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal 165, Puebla, Pue. 72000, México

ARTICLE INFO

Article history:

Received 8 March 2013
Received in revised form
11 July 2013
Accepted 12 July 2013

Keywords:

Polarimetry
Phase and amplitude modulation
Amplitude filters
Three-beam interferometer

ABSTRACT

A method to create homogenous polarized light based on non-quadrature amplitude modulation is proposed. This method consists of the addition of two optical fields out of phase, different from $m\pi$ and in the variation of their amplitudes, only for obtaining a resulting field modulated in both phase and amplitude. This principle is used to modulate the vertical components in both phase and amplitude, while the horizontal component is varied in amplitude but with a constant phase. Thus, any amplitude relation and phase difference between components can be created, and therefore any polarization state could be obtained. A theoretical model is shown and supported with numerical simulations of several polarization examples.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The creation of homogeneously or inhomogeneously polarized optical fields has been an important task in polarimetry [1–4]. This is due to its great capacity and variety of application in several fields of science and technology such as biology, physics, chemistry, and so on [5,6]. In particular it has been useful in microscopy, characterization of materials, and string measurements [7,8]. For this reason polarization is one of the most important characteristics of an optical field. A homogeneously polarized beam has the same polarized state in the field's cross-section, also known as a scalar field, and an inhomogeneously polarized one has a different polarization state, also known as a vector field [1]. Recently, this last feature has received particular attention because of the optical angular momentum and to the formation of an axial component when it is focused [2]. On the other hand, it is very well known that to create a scalar or vector field a phase difference and an amplitude relation between the components have to be carried out. Typically, these two conditions are generated by dichroism [3], reflection [4], birefringence [9], and scattering [10]. In practice, any polarization state is created by means of different optical elements such as polarizers, retarder wave plates or rotators [3] or by spatial light modulators [11], among others [12]. Recently we have introduced a novel method for creating scalar fields, which was based on quadrature amplitude

modulation (QAM) in phase and amplitude modulation (PAM) mode [13]. In that paper we proposed modulating the vertical component in both amplitude and phase by QAM, which consists of adding two auxiliary fields out of phase by $\pi/2$ and modulating their amplitudes only in order to obtain an amplitude relation and phase difference between components, and thus to obtain a desirable elliptical polarization state. However, in an experimental situation the phase difference of $\pi/2$ could not be easily obtained since it could vary because of mechanical vibrations or atmospheric turbulence or fabrication defects of the optical elements used.

For this reason and to give a generalization of this method, in this paper we report a study in which the auxiliary fields are not in quadrature, that is when their phase difference is different of $\pi/2$ or in general when it is within the range $(0, 2\pi)$. It is important to say that this method is carried out without using any typical optical method as reported before [3,4,9–12] to generate the two conditions mentioned above. This proposal consists of a theoretical description only by focusing on creating scalar fields; its extension for vector field could be immediate. Specifically, the present method is based on a non-quadrature amplitude modulation (NQAM) in PAM mode in order to modulate in amplitude and phase the vertical component of the field; this idea has been recently introduced for the case of quadrature amplitude modulation (QAM) to create polarized light [13] and in the phase-shifting interferometry [14–16] for the cases QAM and NQAM in the modality of phase modulation only.

The principal characteristic of this method deals with the modulation of each amplitude of two fields that are superposed

* Corresponding author. Tel.: +52 2224558902; fax: +52 2222295636.
E-mail address: cmeneses@fcfm.buap.mx (C. Meneses-Fabian).

while their phase difference is kept constant within the range $(0, 2\pi)$. In this paper the vertical component is modulated in amplitude and phase by using this technique while the horizontal component is only modulated in amplitude. Thus a relation of amplitude and phase between components and a polarization state could be created, which can be graphically represented by using the well-known Poincaré sphere. For higher states of polarization of vector vortex beams that include radial and azimuthal polarized cylindrical vector beams, whose graphical representation can be done by the higher order Poincaré sphere as studied in [17].

2. Basic theory

In general, a homogeneous and monochromatic optical field, traveling in the z -direction as a plane wave and elliptically polarized can be described in complex form by

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{i}E_x(z, t) + \mathbf{j}E_y(z, t) = \mathbf{i}A_x e^{i(kz - \omega t + \alpha_x)} + \mathbf{j}A_y e^{i(kz - \omega t + \alpha_y)} = \mathbf{A} e^{i(kz - \omega t)}, \quad (1)$$

where E_x and E_y are the field components on x - and y -direction, as they are indicated with blue and orange lines in Fig. 1(a), while the resulting vector \mathbf{E} is indicated with cyan line, whose amplitude complex vector is denoted by \mathbf{A} , in which all information of the polarization field is contained, that is

$$\mathbf{A} = \mathbf{i}A_x e^{i\alpha_x} + \mathbf{j}A_y e^{i\alpha_y} = \begin{pmatrix} A_x e^{i\alpha_x} \\ A_y e^{i\alpha_y} \end{pmatrix} = A e^{i\alpha_x} \begin{pmatrix} \cos \sigma \\ e^{i\alpha} \sin \sigma \end{pmatrix}, \quad (2)$$

where the bold letter means the vector characteristic of the field A_x and A_y are the nonnegative real amplitudes, α_x and α_y are the initial phases of the wave components, \mathbf{i} and \mathbf{j} are the unitary vectors on x - and y -direction, $A = |\mathbf{A}|$ is the amplitude of the wave, $\alpha = \alpha_y - \alpha_x$ is the phase difference between the field components, σ is an auxiliary angle, related by means of $A_x = A \cos \sigma$, $A_y = A \sin \sigma$, and $\tan \sigma = A_y/A_x$, and i is the imaginary unit. Then, the polarization ellipse is written as,

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \alpha = \sin^2 \alpha \quad (3)$$

Fig. 1(b) shows this ellipse where as it is well known, its tilt angle ψ and its ellipticity angle ε are related in terms of the field parameters, in trigonometric terms [6]

$$\tan(2\psi) = \tan(2\sigma) \cos \alpha, \quad \sin(2\varepsilon) = \sin(2\sigma) \sin \alpha, \quad (4)$$

from Eqs. (6) to (8a) and (8b), the inverse relations can be deduced,

$$\tan \alpha = \tan(2\varepsilon) \csc(2\psi), \quad \cos(2\sigma) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\psi), \quad (5)$$

with the angles limited by

$$\varepsilon \in \left[-\frac{\pi}{4}, +\frac{\pi}{4}\right], \quad \psi \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right], \quad \text{and} \quad \sigma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad (6)$$

where the positive or negative sign of ε distinguishes the right-handed or left-handed rotation of the polarization ellipse. So, when a polarization ellipse with a certain tilt angle, an ellipticity angle and a rotation sense is desired, they must be substituted in Eq. (5) to obtain a appropriated value of σ and α . Note that this treatment is developed by omitting the coordinates (x, y) , which has been done because of the polarization in this study is considered homogenous, that is, the polarization state is the same in the field cross-section.

3. Space NQAM in optics

First, let us consider the horizontal component in which the amplitude A_x will be homogeneously varied and its phase α_x will be considered constant. In second place, the vertical component will be obtained by the NQAM method presented here in the modality PAM. This method considers two waves, with the same characteristics as those described in Eq. (1), but linearly polarized on the y -axis and out of phase by an arbitrary value different of $m\pi$, such as,

$$E_{1y} = A_{1y} e^{i(kz - \omega t + \alpha_{1y})} \quad \text{and} \quad E_{2y} = A_{2y} e^{i(kz - \omega t + \alpha_{2y})}, \quad (7)$$

where A_{1y} and A_{2y} are the spatially constants amplitudes, α_{1y} and α_{2y} are the initial phases of the fields whose difference must comply $\alpha_{2y} - \alpha_{1y} = \Delta\alpha_y \neq m\pi$ with m integer. The superposition of these waves could be written by,

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = (A_{1y} e^{i\alpha_{1y}} + A_{2y} e^{i\alpha_{2y}}) e^{i(kz - \omega t)} = A_y e^{i\alpha_y} e^{i(kz - \omega t)}, \quad (8a)$$

consequently

$$A_{1y} e^{i\alpha_{1y}} + A_{2y} e^{i\alpha_{2y}} = A_y e^{i\alpha_y}, \quad (8b)$$

where the amplitude A_y and the phase α_y are related by

$$A_y^2(A_{1y}, A_{2y}) = A_{1y}^2 + A_{2y}^2 + 2A_{1y}A_{2y} \cos \Delta\alpha_y, \quad (9a)$$

$$\tan \alpha_y(A_{1y}, A_{2y}) = \frac{A_{1y} \sin \alpha_{1y} + A_{2y} \sin \alpha_{2y}}{A_{1y} \cos \alpha_{1y} + A_{2y} \cos \alpha_{2y}}, \quad (9b)$$

so the amplitude and phase of the vertical component of field in Eqs. (8a) and (8b) will be modulated by the amplitude-only of the two initial waves given in Eq. (7). The minimum amplitude of A_y is zero and its maximum amplitude depends on the maximum amplitudes of A_{1y} and A_{2y} . If the amplitudes take positive and negative values, the range corresponding to α_y could be $[0, 2\pi]$, which can be met if a suitable phase change of π in the waves is done.

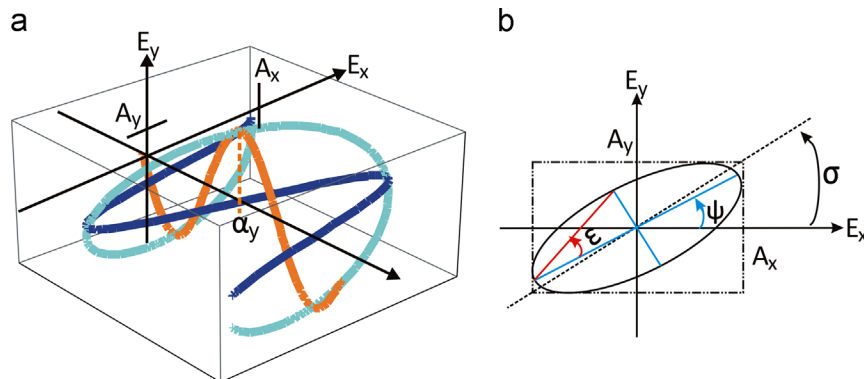


Fig. 1. The amplitude relation and relative phase difference between the field components giving any polarization state: (a) the field components and (b) the polarization ellipse. (For interpretation of the references to color in this figure, the reader is referred to the web version of this article.)

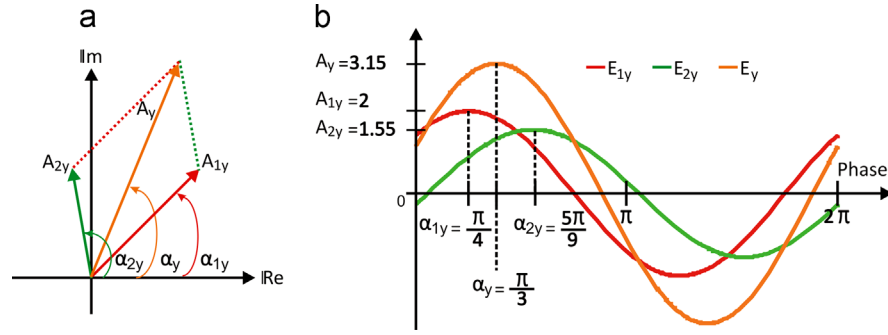


Fig. 2. Modulation of the y-component of the field by amplitude-only modulation of the two initial waves: (a) put in a reference system and (b) sum of two reference waves propagating on the z-direction. (For interpretation of the references to color in this figure, the reader is referred to the web version of this article.)

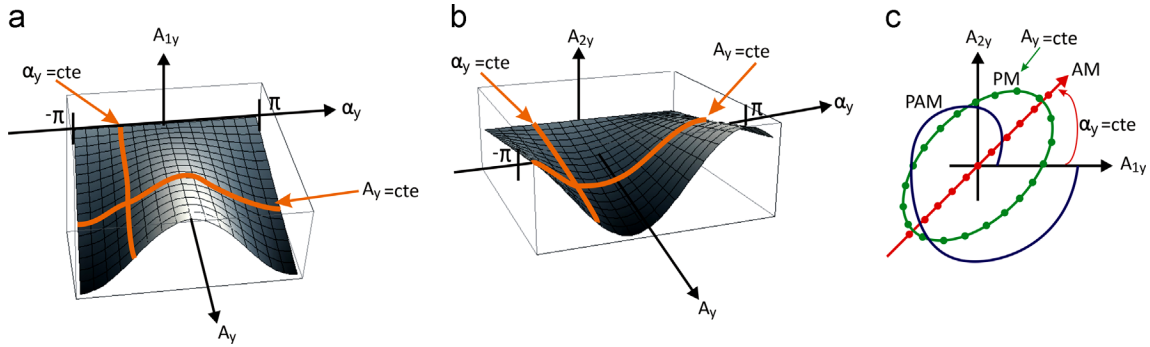


Fig. 3. Inverse relations of NQAM, initial amplitudes in terms of resulting amplitude and phase for $\Delta\alpha_y = \pi/4$. (a) A_{1y} , (b) A_{2y} , and (c) especial cases of PM, AM, and PAM modalities. (For interpretation of the references to color in this figure, the reader is referred to the web version of this article.)

As the amplitudes of E_{1y} and E_{2y} are complex, their sum can be represented by another complex number given, for instance, by a sum of vectors using the parallelogram method as shown in Fig. 2 (a), where A_y and α_y are its resulting magnitude and phase angle, respectively. On the other hand, a representation of the waves propagating on the z-direction can be seen in Fig. 2(b), where the red line indicates the wave E_{1y} with a maximum amplitude $A_{1y} = 2$ and initial phase $\alpha_{1y} = \pi/4$, the green line represents the wave E_{2y} with a maximum amplitude $A_{2y} = 1.55$ and initial phase $\alpha_{2y} = 5\pi/9$; note that they are out of phase by $\Delta\alpha_y = 11\pi/36$. The orange line represents the resulting beam of the sum with maximum amplitude $A_y = 3.15$ and initial phase $\alpha_y = \pi/3$, which were computed by using Eqs. (9a) and (9b).

From Eqs. (8b), (9a) and (9b), the inverse relations can be easily deduced

$$A_{1y}(A_y, \alpha_y) = \frac{A_y}{\sin \Delta\alpha_y} \sin(\Delta\alpha_y + \alpha_{1y} - \alpha_y), \quad A_{2y}(A_y, \alpha_y) = \frac{A_y}{\sin \Delta\alpha_y} \sin(\alpha_y - \alpha_{1y}), \quad (10)$$

having a parametric form with parameters A_y and α_y . The graphs of A_{1y} and A_{2y} are depicted in Fig. 3(a) and (b). In a particular case, when α_y is constant and A_y is considered variable, which is the amplitude modulation case (AM), the points (A_{1y}, A_{2y}) are along a straight line crossing the origin with slope $\sin(\alpha_y - \alpha_{1y}) / \sin(\alpha_{2y} - \alpha_y)$. The straight line indicated in Fig. 3(a) and (b) shows the form of A_{1y} and A_{2y} for this case, and the diamond-shaped spots in Fig. 3(c) show the plot A_{1y} against A_{2y} , which indicate the obtained parametric curve. On the other hand, if A_y is constant and α_y is variable, which is a phase-only modulation case (PM), the points (A_{1y}, A_{2y}) must be over an ellipse. The circular-shaped spots in Fig. 3(c) show the preceding and the line indicated in Fig. 3(a) and (b) shows the form of A_{1y} and A_{2y} for this case. Finally, when both A_y and α_y are variables, the phase and

amplitude modulation case (PAM) is presented. In this case the points (A_{1y}, A_{2y}) could be over any curve different from a straight line or an ellipse as shown with a red continuous line in Fig. 3(c). This last case is especially useful for creating polarized light, as it will be shown in the following section.

4. Polarimetry by NQAM

In order to attempt to use the NQAM for creating polarized light, it is necessary to relate the phase difference between the two field components with the phase modulated by NQAM. To carry out this task, we multiply Eq. (8b) with $\exp(-i\alpha_x)$, thus obtaining,

$$A_{1y}e^{i\alpha_1} + A_{2y}e^{i\alpha_2} = A_y e^{i\alpha}, \quad (11a)$$

where $\alpha_1 = \alpha_{1y} - \alpha_x$ and $\alpha_2 = \alpha_{2y} - \alpha_x$. Note that $\alpha_2 - \alpha_1 = \Delta\alpha_y$ and therefore A_y is still given by Eq. (9a), but the phase α in this case is related by

$$\tan \alpha(A_{1y}, A_{2y}) = \frac{A_{1y} \sin \alpha_1 + A_{2y} \sin \alpha_2}{A_{1y} \cos \alpha_1 + A_{2y} \cos \alpha_2}, \quad (11b)$$

and the inverse relations are now

$$A_{1y}(\sigma, \alpha) = \frac{A \sin \sigma}{\sin \Delta\alpha_y} \sin(\alpha_2 - \alpha), \quad A_{2y}(\sigma, \alpha) = \frac{A \sin \sigma}{\sin \Delta\alpha_y} \sin(\alpha - \alpha_1) \quad (12)$$

Eq. (12) relates the auxiliary angle and relative phase existing between the field components with the amplitudes of fields E_{1y} and E_{2y} , with which the NQAM method is implemented in PAM modality. It is possible to demonstrate that by appropriately substituting the angles σ and α given in Eqs. (4) and (5) into $A_x = A \cos \sigma$ and Eq. (12), the amplitudes A_x , A_{1y} and A_{2y} can be

described by,

$$A_x(\psi, \varepsilon) = A \frac{1}{2} \sqrt{2 + 2 \cos(2\psi) \cos(2\varepsilon)}, \quad (13a)$$

$$A_{1y}(\psi, \varepsilon) = A \frac{\sin \alpha_2 \sin(2\psi) \cos(2\varepsilon) - \cos \alpha_2 \sin(2\varepsilon)}{\sin \Delta\alpha_y \sqrt{2 + 2 \cos(2\psi) \cos(2\varepsilon)}}, \quad (13b)$$

$$A_{2y}(\psi, \varepsilon) = -A \frac{\sin \alpha_1 \sin(2\psi) \cos(2\varepsilon) - \cos \alpha_1 \sin(2\varepsilon)}{\sin \Delta\alpha_y \sqrt{2 + 2 \cos(2\psi) \cos(2\varepsilon)}}, \quad (13c)$$

which directly relate the characteristics of the polarization ellipse with the amplitude of the optical fields. Therefore, any polarization state could be reached by the amplitude-only modulation of the waves E_x , E_{1y} , and E_{2y} . In order to prove the validity of Eqs. (13a), (13b) and (13c) the linear and circular polarization cases will be analyzed.

In circular polarization, for right-handed or left-handed rotation, the ellipticity angle must be $\varepsilon = \pm \pi/4$; by substituting these angles in Eqs. (13a), (13b) and (13c), the following is obtained:

$$A_x = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad A_{1y} = \mp A \frac{\cos(\Delta\alpha_y + \alpha_1)}{\sqrt{2} \sin \Delta\alpha_y}, \quad A_{2y} = \pm A \frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{2} \sin \Delta\alpha_y}, \quad (14)$$

and by substituting A_{1y} and A_{2y} from Eq. (14) into Eqs. (9a) and (11b), it is possible to demonstrate that $A_y = A/\sqrt{2}$ and $\alpha = \pm \pi/2$ are the very well-known conditions for this case.

In linear polarization, the ellipticity angle must be zero, then by substituting $\varepsilon = 0$ in Eqs. (13a), (13b) and (13c), the following is obtained:

$$\begin{aligned} A_x(\psi) &= A \cos \psi, & A_{1y}(\psi) &= A \frac{\sin(\Delta\alpha_y + \alpha_1)}{\sin \Delta\alpha_y} \sin \psi, \\ A_{2y}(\psi) &= -A \frac{\sin \alpha_1}{\sin \Delta\alpha_y} \sin \psi, \end{aligned} \quad (15)$$

Again, by substituting A_{1y} and A_{2y} from Eq. (15) into Eqs. (9a) and (11b), it is possible to demonstrate that $A_y = A \sin \psi$ and $\alpha = 0$, which now depends on ψ ; they are the very well-known conditions for the linear polarization.

The method proposed here explicates how to produce polarized light starting from unpolarized light; the schema depicted in Fig. 4 shows this fact. The unpolarized light passes through a polarizer oriented at $\pi/4$, to be divided after in its two orthogonal components by a polarized beamsplitter. The horizontal component is modulated in amplitude-only by the filter AF_x and it is used as the beam E_x , while a beamsplitter divides the vertical component. The two resulting beams are attenuated by the amplitude filters AF_{1y} and AF_{2y} to produce the desired values of A_{1y} and A_{2y} for E_{1y} and E_{2y} , respectively; their phase difference $\Delta\alpha_y \in (0, \pi)$ can

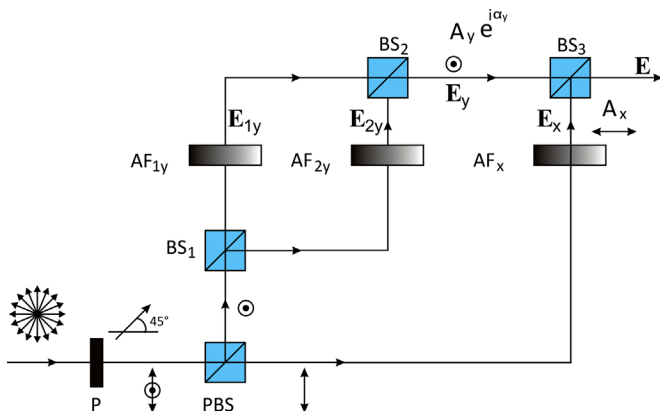


Fig. 4. Schema for creating polarized light by wave amplitude modulation: P—polarizer, PBS—polarized beamsplitter, BS—beamsplitter, and AF—amplitude filter.

be obtained by a retarder plate, or a phase step, or by adjusting the optical-path in an experimental situation [18]. The beams E_{1y} and E_{2y} are added by a second beamsplitter to produce the beam E_y , which results to be modulated in amplitude and phase. Finally, with a third beamsplitter the beams E_x and E_y are added. Thus an elliptically polarized beam by amplitude-only modulation represented in Eqs. (1) and (2) is obtained. On the other hand, the amplitude variations could be carried out by using neutral density filters or also by the diffraction orders from a grating as for example a Ronchi ruling, where each order is attenuated in accordance with the sinc function [19,20]. Also it can be done by means of variable beamsplitters, with spatial light modulators, or also by electro-optic modulators [21,22].

5. Numerical simulations

In order to prove the viability of the present proposal, a numerical simulation shown in Fig. 5 was done assuming $A = 1$, $\alpha_x = \pi/18$, $\alpha_{1y} = \pi/4$, and $\alpha_{2y} = \pi/2$, therefore $\Delta\alpha_y = \pi/4$, $\alpha_1 = 7\pi/36$, and $\alpha_2 = \pi/2$. Fig. 5(a1) shows several polarization ellipses with the same right-handed rotation and the same geometry indicated with $\varepsilon = \pi/6$, but with different tilts. The bars placed at their middle indicate the amplitude values that were generated with; they were computed from a family of the ellipses obtained by substituting $\varepsilon = \pi/6$ in Eqs. (13a), (13b) and (13c), that is

$$A_x(\psi) = \sqrt{2 + \cos(2\psi)}/2, \quad (16a)$$

$$A_{1y}(\psi) = \frac{\sin \alpha_2 \sin(2\psi) - \sqrt{3} \cos \alpha_2}{2 \sin \Delta\alpha_y \sqrt{2 + \cos(2\psi)}}, \quad (16b)$$

$$A_{2y}(\psi) = -\frac{\sin \alpha_1 \sin(2\psi) - \sqrt{3} \cos \alpha_1}{2 \sin \Delta\alpha_y \sqrt{2 + \cos(2\psi)}}. \quad (16c)$$

The values of $\psi = \pm \pi/2, \pm 2\pi/5, \pm 3\pi/10, \pm \pi/5, \pm \pi/10, 0$ placed at their lower right corner indicate the corresponding tilt angles. These same angles are shown in Fig. 5(a2), where the three amplitudes are plotted for all the possible values of ψ (see Eq. (10)). The interjections indicate the corresponding amplitude value for this particular case.

On the contrary, Fig. 5(b1) shows several polarization ellipses with different ellipticity angles but with the same tilt, equal to $\psi = \pi/4$. By substituting this angle in Eqs. (13a), (13b) and (13c), the family of ellipses in this case can be obtained from

$$A_x(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad A_{1y}(\varepsilon) = \frac{\sin(\alpha_2 - 2\varepsilon)}{\sqrt{2} \sin \Delta\alpha_y}, \quad A_{2y}(\varepsilon) = -\frac{\sin(\alpha_1 - 2\varepsilon)}{\sqrt{2} \sin \Delta\alpha_y}, \quad (17)$$

the values of $\varepsilon = -\pi/4, \pm \pi/5, \pm 3\pi/20, \pm \pi/10, \pm \pi/20, 0$ indicated in the lower right corner of each one gives an appropriate value for each amplitude which are illustrated with bars. These values are indicated with the interjections in Fig. 5(b2), where the amplitudes are plotted within all the possible ranges.

6. Conclusion and remarks

In this paper, we have theoretically presented a general discussion about a technique to generate homogeneously polarized light, which was based on the amplitude-only variations of three independent beams. One was polarized on the x -direction and the others were polarized on the y -direction in order to obtain the two components of the field. It was demonstrated that with the last two beams in non-quadrature a resulting beam was obtained, which was modulated in amplitude and phase by amplitude-only modulation of each individual beam, being possible to modulate the amplitude and phase of a vertical component of the field, and

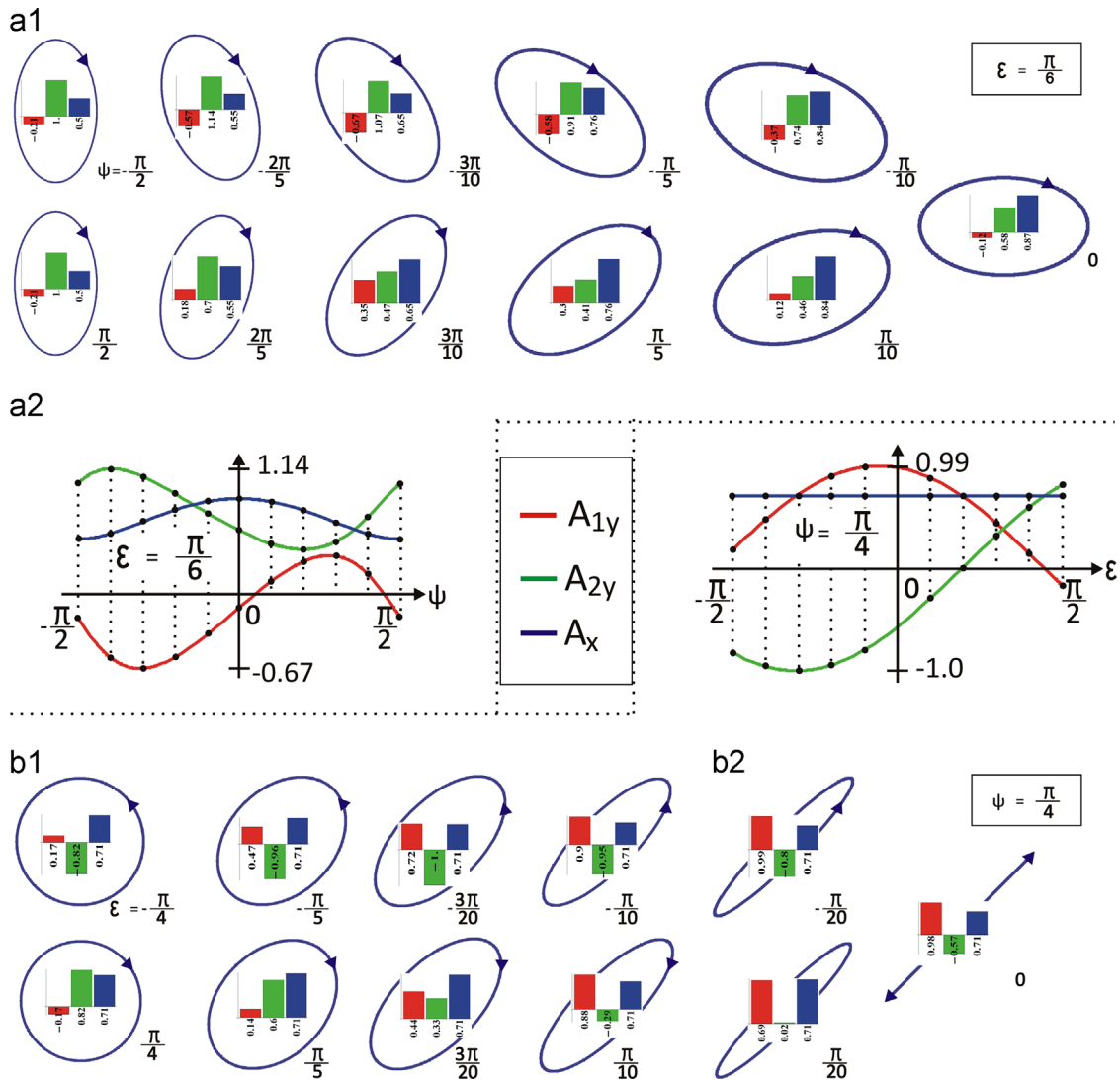


Fig. 5. Several polarization ellipses obtained by the amplitude modulation of three beams indicated with bar levels in the middle of them, for $\Delta\alpha_y = \pi/4$: (a) the same ellipticity angle $\epsilon = \pi/6$ and different tilt and (b) different ellipticity angle and the same tilt $\psi = \pi/6$.

therefore any relation of amplitudes and phase difference between two components were obtained. An example for amplitude-only and also for phase-only modulation was discussed. We think that the method presented here can also be used to generate vector fields or higher-order optical-polarization whether a spatial modulation in the initial amplitudes of the fields were possible, which will be a task in the near future.

The method described in this paper was based on considering adiffractive monochromatic plane waves with total coherence, ignoring diffraction and coherence effects. If these effects are presented the phase difference between the reference waves will change in both spatial and temporal domains. We have in mind that the method such as it was presented would lose approximation by any effect that might change the phase difference between the two references, including coherence and diffraction. So a more generalized study has to be done taking into account the case of diffractionless limit and quasi-coherence fields in order to carry out the principle presented in this paper. In other words, because of the changes in the phase differences between the two references, a study on the tolerance in the amplitude and phase modulation needs to be carried out.

Acknowledgments

This work was partially supported by Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (México) under Grant 166742 and by Vice-rectoría de Investigación y Estudios de Posgrado of Benemérita Universidad Autónoma de Puebla under Grant MEFC-EXC13-I. G.P. Lemus-Alonso, J.R. Kantun-Montiel, and U. Rivera-Ortega appreciate the scholarship from Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (México) under Grants 237311, 237307 and 209494. Authors thank N. Keranen for her advice on wording.

References

- [1] Wang HT, Wang Li Y, Chen J, Guo CS, Ding JA. A new type of vector fields with hybrid states of polarization. *Opt Express* 2010;18:10786–95.
- [2] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009;1:1–57.
- [3] Pedrotti FL, Pedrotti LS. *Introduction to optics*. New Jersey, 1993, Prentice Hall; 298–301.
- [4] Hecht E. *Polarization in: optics*, 2006, San Francisco, CA: Pearson Education; 325–379.

- [5] Zhang YJ, Bai JP. Improving the recording ability of a near-field optical storage system by higher-order radially polarized beams. *Opt Express* 2009;17:3698–706.
- [6] Shurcliff William A, Ballard Stanley S. *Luz polarizada*. 1st ed. Editorial Reverté Mexicana, S.A.; 1968 ([in Spanish]).
- [7] Kawauchi H, Yonezawa K, Kozawa Y, Sato S. Calculation of optical trapping forces on a dielectric sphere in the ray optics regime produced by a radially polarized laser beam. *Opt Lett* 2007;32(13):1839–41.
- [8] Novotny L, Beversluis MR, Youngworth KS, Brown TG. Longitudinal field modes probed by single molecules. *Phys Rev Lett* 2001;86:5251.
- [9] Stover JC. *Optical scattering*. Bellingham, Washington, United States, 1995, SPIE Optical Engineering Press; 1995.
- [10] Collett E. *Field guide to polarization*. Bellingham, Washington, United States: SPIE Field Guides; 2005.
- [11] Stalder M, Schadt M. Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters. *Opt Lett* 1996;21:1948–50.
- [12] Milione G, Evans S, Nolan DA, Alfano RR. Higher order Pancharatnam–Berry phase and the angular momentum of light. *Phys Rev Lett* 2012;108:190401.
- [13] Meneses-Fabian C, Rivera-Ortega U. Polarized light by quadrature amplitude modulation. *Opt Laser Eng* 2013;51:417–20.
- [14] Meneses-Fabian C, Rivera-Ortega U. Phase-shifting interferometry by amplitude modulation. In: Padron Ivan, editor. *Interferometry—research and applications in science and technology*. Croatia: InTech; 2012. p. 171–94.
- [15] Meneses-Fabian C, Rivera-Ortega U. Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation: general case. *Opt Laser Eng* 2012;50:905–9.
- [16] Meneses-Fabian C, Rivera-Ortega U. Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation. *Opt Lett* 2011;36:2417–9.
- [17] Milione G, Evans S, Nolan DA, Alfano RR. Higher-order poincaré sphere, stokes parameters, and the angular momentum of light. *Phys Rev Lett* 2011;107:053601.
- [18] Bruning JH, Herriot DR, Gallaguer JE, Rosenfeld DP, White AD, Brangaccio DJ. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Appl Opt* 1974;13:2693–703.
- [19] James JF. *A student's guide to Fourier transform*. New York: Cambridge University Press; 2006.
- [20] Martinez Ade M, Moreno Sanchez M. Phasor analysis of binary diffraction gratings with different fill factors. *Eur J Phys* 2007;28:805–16.
- [21] Osten W, Kohler C, Liesener J. Evaluation and application of spatial light modulators for optical metrology. *Opt Pura Appl* 2005;38:71–81.
- [22] van Putten EG, Vellekoop IM, Mosk AP. Spatial amplitude and phase modulation using commercial twisted nematic LCDs. *Appl Opt* 2008;47:2076–81.