
BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ciencias de la Electrónica

**“TEOREMA DE RECIPROCIDAD EN MEDICIONES
ALTAMENTE PRECISAS DE RESISTENCIA ELÉCTRICA”**

Tesis para obtener el grado de

Licenciado en Electrónica

Presenta

Manuel Alejandro Casco Galindo

Asesores

Dr. Valentín García Vázquez (IFUAP)

M.C. Jorge Alberto Polito Lucas (IFUAP)

Asesor Interno

Dr. José Antonio Dávila Pintle (FCE)

Noviembre 2019



Agradecimientos

Quiero agradecer a Dios por haberme dado a mi familia, a mis amigos y la oportunidad de terminar mis estudios a nivel Licenciatura.

Agradezco al Dr. Valentín porque aún sin conocerme ni saber nada de sobre mi me otorgó esa confianza y la oportunidad que tal vez no habría encontrado en algún otro profesor. También, por el apoyo otorgado y todas las enseñanzas durante estos meses de trabajo. Y por último, por haber cambiado para bien, mi vida personal y profesional. Sin usted no hubiera logrado este objetivo tan importante en mi vida, el cual, en un momento parecía lejano e imposible.

También, agradezco al M.C. Alberto Polito por la paciencia al momento de explicarme y enseñarme las cosas necesarias para realizar este trabajo de Tesis. También, por las enseñanzas y la amistad que hicimos a lo largo de esta Tesis. Espero seguir con esta amistad y trabajar en proyectos futuros.

Agradezco al equipo de tesistas LEMA 2019 y al Dr. Francisco Javier Flores Ruiz por haber hecho más ameno el trabajo. También, por las pláticas y los consejos realizados durante la estancia en el Laboratorio de Superconductividad y Magnetismo.

Por último, agradezco a los sinodales por sus acertadas correcciones para enriquecer este trabajo de tesis.

Dedicada a:

A mis padres, por todo el apoyo y la formación que me han dado. Mamá, gracias por todos los regaños que me han forjado y ser el hombre que ahora soy. Papá, sé que estarías orgulloso de mi. Logré la promesa que te hice y, aunque físicamente no estés para ver este logro, sé que sabrás que lo logré (aunque me haya tardado más de lo planeado). Deseo algún día poder llegar a ser el hombre que ustedes querían que fuera y espero siempre hacerlos sentir orgullosos de mí. GRACIAS.

A mis hermanos, por haber terminado una licenciatura antes que yo. Desde mi punto de vista, fue un reto hecho entre los tres. Y aunque a veces nos peleamos o hay días en los que quiera golpearlos, siempre contarán conmigo.

A mi novia, chango, muchísimas gracias por el apoyo moral incondicional en los momentos en los que pensaba en desertar. También, por la paciencia y el amor que me has dado durante estos 6 años de noviazgo. Estoy muy agradecido por haberte conocido y porque Dios te haya puesto en mi camino. También, por estos dos años cuidando a nuestro perrito Drakolin.

Al *Koala Crew*, mis amigos y compañeros durante la Licenciatura. Aunque hayan sido causantes de varios recursos, también fueron un gran apoyo y motivación para no desertar en esta carrera. Gracias por las risas, las pláticas, los momentos y por todo. #EsCarreraNoCarreritas. En especial a mi amigo *Jabón*, quien fue de gran apoyo no solo en la escuela sino también en la vida personal. Espero que nos sigamos frecuentando para continuar con esta amistad. Primera regla del club del recurso: NO decir que eres de recurso.

A la chica que publico en Facebook que el Dr. Valentín solicitaba tesis. Sin esa publicación, no hubiera tenido la oportunidad de realizar este trabajo de Tesis. "Las oportunidades no se presentan dos veces".

A todos los mencionados en este aparato, GRACIAS. Sin ustedes no hubiera llegado hasta aquí.

De mi (y seguramente de mi papá) para mí:

“Tantas veces te pedí una, desgraciado.

Vomité bilis por ti; se me ha caído el pelo por ti.

Tengo nervio por ti; voy al psiquiatra por ti.

Y hoy por fin apareces, maldita sea”

Índice

Resumen.....	3
Abstract.....	4
CAPÍTULO 1 Introducción.....	5
Objetivos.....	8
Objetivo general.....	8
Objetivos específicos.....	8
Estructura del trabajo de tesis.....	9
CAPÍTULO 2 Medición de resistencias de bajo nivel.....	10
2.1 Técnica de dos puntas.....	11
2.2 Técnica de cuatro puntas.....	12
2.3 Teorema de reciprocidad.....	15
2.4 Contactos óhmicos.....	16
2.5 Conclusión.....	17
CAPÍTULO 3 Arreglo experimental.....	18
3.1 Equipos utilizados para mediciones de bajo nivel.....	19
3.2 Sistema de enfriamiento.....	21
3.3 Equipo de vacío.....	22
3.4 Control.....	23
3.5 Muestra de prueba.....	26
3.6 Conclusión.....	28
CAPÍTULO 4 Resultados.....	29
4.1 Corriente fija.....	30
4.2 Variación de corriente.....	32
CAPÍTULO 5 La FEM fatale.....	34
5.1 Voltaje térmico.....	35
5.1.1 Métodos para eliminar el voltaje térmico.....	35
5.1.2 Método de inversión de corriente.....	35
5.3.2 Método delta.....	38
5.3.3 Método “Offset- compensated Ohms”.....	40
5.2 Configuraciones a utilizar.....	42

5.3 Corriente fija	43
5.4 Variación de corriente	45
CAPÍTULO 6 Variación en temperatura	47
6.1 Resultados variando la temperatura	48
CAPÍTULO 7 Resultados de resistencia	50
7.1 Resistencia a 0.7mA	51
7.2 Resistencia a diferentes temperaturas.....	53
CAPÍTULO 8 Conclusiones	54
Listado de Figuras	55
Referencias.....	58

Resumen

En este trabajo, se realizó un estudio del teorema de reciprocidad aplicado a la técnica de cuatro puntas. Se utilizaron películas delgadas de Niobio (Nb) como muestras de prueba. El teorema de reciprocidad señala que si se tiene un circuito (lineal e invariante en el tiempo) alimentado por una fuente (ya sea de corriente o de voltaje) y un voltímetro o amperímetro, según sea el caso, la fuente y el medidor pueden intercambiar de lugar sin provocar variaciones en las mediciones. En este trabajo, se utilizó una fuente de corriente para alimentar el circuito de cuatro puntas y un nanovoltímetro para realizar las mediciones eléctricas. Primero, se realizaron mediciones de voltaje a temperatura ambiente, la cual se mantuvo constante a 300.00 K. Posteriormente, se realizaron mediciones en función de la temperatura. Los resultados de las mediciones eléctricas se analizaron en curvas en función del tiempo y la temperatura, respectivamente.

Abstract

In this work I made a study of the Reciprocity Theorem in Niobium (Nb) thin films. The Reciprocity Theorem indicates that if you have a circuit (linear and invariant in time) powered by a source (of current or voltage) and a voltmeter or ammeter, according to the case, the source and the meter can exchange places without affecting in the response measurements. In this work, a current source was used to power the circuit and a nanovoltmeter to make voltage measurements. Voltage measurements were performed first at “room temperature”, which was kept constant at 300 K constant. Later measurements were made as a function of temperature. The results of the electrical measurements were analyzed either as a function of time or against temperature.

CAPÍTULO 1

Introducción

Una de las principales aplicaciones de la electrónica son los circuitos electrónicos. Un circuito electrónico puede tener diferentes formas. Una de éstas son las películas delgadas. Debido a que las películas delgadas han tomado gran importancia en el desarrollo de la tecnología actual, en este trabajo de tesis se utilizarán películas delgadas de Niobio (Nb).

Las películas delgadas han ido tomando gran importancia en varias ramas de la industria tales como electrónica, mecánica, óptica, transporte, etc. En algún momento de su construcción, requieren de la síntesis y apilamiento de pequeñas capas de materiales sólidos menores a una micra. A estas capas se les llama *películas delgadas*. Éstas tienen dos aplicaciones principales. La primera es optimizar las propiedades del material donde se depositan para darles nuevas propiedades. La segunda es la fabricación de dispositivos con propiedades específicas con poca o ninguna relación con el material donde se aplican. [1]

Algunas de las aplicaciones más relevantes de las películas delgadas en la electrónica y la industria son las siguientes:

- Fabricación de máquinas, motores y herramientas de corte, para aumentar su dureza y resistencia, evitar la corrosión y el deterioro térmico (brocas, fresas, engranajes, sierras, pistones, turbinas, etc.).
- Fabricación de dispositivos electrónicos de estado sólido (transistores, memorias, condensadores, resistores, superconductores, diodos, fotodiodos, etc.).
- La fabricación de celdas fotovoltaicas y colectores térmicos solares, para aprovechar la energía solar.
- En la fabricación de pantallas (monitores), para la comunicación visual.
- Fabricación de sensores (químicos, luminosos, acústicos, etc.), para modificar su sensibilidad, selectividad y velocidad de respuesta.

Para que una película delgada se considere circuito electrónico debe contener las siguientes mediciones básicas: Voltaje (V), Corriente (I) y Resistencia (R).

El voltaje V se define como la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos. Físicamente, es la energía potencial electrostática por unidad de carga. Su unidad de medida en el Sistema Internacional de Unidades (**SI**) es el Voltio o simplemente Volt. Por otra parte, la corriente eléctrica I se define como el flujo de carga eléctrica que recorre un material generado por una diferencia de potencial. Su unidad de

medida en el **SI** es Amperios o simplemente Amperes. La resistencia R , por su parte, es una propiedad de los materiales definida como la capacidad de oponerse al flujo de la corriente I [2]. Su unidad de medida en el **SI** es el Ohm.

Estas tres cantidades físicas han dado lugar a diversas técnicas de medición y teoremas. Como ejemplos tenemos ley de Ohm, técnica de cuatro puntas, el teorema de reciprocidad, etc. Cada una de éstas depende de ciertos factores para ser utilizadas. Las propiedades físicas de diversos materiales (eléctricas, ópticas, mecánicas, etc) cambian dependiendo del grosor de la película delgada creada de dicho material y del material en sí mismo. Por ejemplo, los metales tienden a incrementar su resistividad y resistencia cuando el espesor disminuye. En otras palabras, la conductividad eléctrica en películas delgadas de metales aumenta con el aumento del grosor de la película delgada [3].

Una de las herramientas más comunes para estudiar las propiedades eléctricas en películas delgadas es la técnica de cuatro puntas [4]. En esta técnica hace uso de cuatro terminales eléctricas independientes que se colocan en la superficie de la muestra a caracterizar [5]. Dos de estas terminales se usan como contactos de corriente I y las otras dos terminales se asignan como contactos de voltaje, donde se mide el voltaje V que arroja la muestra. Se han reportado experimentos de mediciones de resistencia eléctrica de materiales a temperaturas criogénicas [6]. También se han publicado trabajos a altas temperaturas [7].

Otra de las aplicaciones de la técnica de cuatro puntas es el poder estudiar la simetría en las mediciones de una muestra. Esta simetría es de gran importancia ya que pueden proporcionar una precisión experimental en las muestras y reducir en gran medida la cantidad de datos que se deben medir [8]. A esta simetría también se le conoce como teorema de reciprocidad. Este teorema establece que las mediciones de resistencia en una configuración con dos cables de corriente y dos cables de medición de voltaje es igual a la resistencia en la configuración donde los cables de corriente y voltaje se intercambian. La reciprocidad en la resistencia está directamente relacionada con la reflexión de la transmisión de cargas a través de ella [8]. También, la reciprocidad es una de las propiedades más útiles para la solución de problemas prácticos e investigaciones en la teoría de circuitos lineales, pasivos e invariantes en el tiempo.

Hasta nuestro conocimiento, no existe ningún trabajo en la literatura que reporte el teorema de reciprocidad aplicado al circuito de cuatro puntas para películas delgadas metálicas. Sólo encontramos un trabajo reportado, pero está aplicado a monocristales de $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ [9]. Por lo tanto, el tema presentado vale la pena estudiarlo debido a que es un estudio original para conocer la simetría en mediciones eléctricas en películas delgadas.

En primer lugar, en este trabajo de tesis se hablará sobre las técnicas que se utilizarán al momento de realizar las mediciones. También se explicará el por qué

se usará dicha técnica en comparación a las demás técnicas de medición tradicionales.

Debido a que las mediciones que se tomaron son de bajo nivel, es decir, valores del orden de 10^{-6} en Voltaje, el equipo a utilizar debe ser capaz de medir estos valores tan pequeños. Por otra parte, para evitar variaciones en las mediciones de temperatura, se realizarán en alto vacío. Por lo tanto, en el Capítulo 3 se detallarán los equipos utilizados durante las mediciones y se explicará el uso de cada uno de estos equipos en las mediciones.

Por último, para observar el teorema de reciprocidad, se presenta el análisis de las mediciones realizadas. Para este análisis se utilizaron tres pares de configuraciones disponibles y se realizaron variaciones en dos parámetros diferentes para observar el comportamiento del teorema de reciprocidad. Estos resultados se muestran en curvas de voltaje vs. corriente y voltaje vs. temperatura.

Objetivos

Objetivo general

Estudiar de manera experimental el comportamiento del teorema de reciprocidad en una película delgada en diferentes condiciones.

Objetivos específicos

1. Realizar mediciones eléctricas altamente precisas.
2. Utilizar películas delgadas de Niobio (Nb).
3. Realizar mediciones en condiciones de alto vacío.
4. Mantener la temperatura constante con variaciones menores a 0.01 K.
5. Realizar mediciones en alto vacío y a bajas temperaturas.

Estructura del trabajo de tesis

Este trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera.

En el Capítulo 1 se presentan los antecedentes y los objetivos (general y específicos) de este trabajo de tesis.

El Capítulo 2 se habla sobre las técnicas que se utilizaron para realizar las mediciones eléctricas de bajo nivel.

En el Capítulo 3 se habla sobre el equipo que se utilizó para poder realizar estas mediciones de bajo nivel a temperatura ambiente y a temperaturas criogénicas.

El Capítulo 4 muestra los resultados obtenidos de las mediciones realizadas a temperatura ambiente (300 Kelvin).

El Capítulo 5 muestra el voltaje térmico y los diferentes métodos para poder eliminarlos. También, muestra los resultados obtenidos aplicando el método de conmutación a una temperatura constante de 300.00 Kelvin.

El Capítulo 6 muestra los resultados obtenidos a diferentes temperaturas utilizando el método de conmutación.

En el Capítulo 7 se muestran los resultados de resistencia obtenidos a una temperatura constante de 300.00 Kelvin y en función de la temperatura (de 300 a 15 Kelvin).

El Capítulo 8 muestra las conclusiones del trabajo de tesis realizado.

CAPÍTULO 2

Medición de resistencias de bajo nivel

En este capítulo se describirán dos tipos de medición eléctrica, la técnica de dos puntas y técnica de cuatro puntas. Se mencionarán las fuentes típicas de error en mediciones eléctricas. Además, se analizarán los métodos empleados para eliminar estos factores externos.

2.1 Técnica de dos puntas

Normalmente, para la medición de la resistencia eléctrica en un material se utiliza un multímetro. La medición realizada con el multímetro emplea dos puntas o contactos eléctricos. Estos contactos son colocados sobre la superficie del material y después muestra la medición en la pantalla del multímetro, como se ve en la Figura 1. El multímetro hace circular una corriente (constante en el tiempo) I a través de la muestra, posteriormente, con los mismos cables se mide el voltaje (diferencia de potencial) V producido por la muestra como respuesta a la estimulación con la corriente [10]. De este modo, la resistencia eléctrica del circuito estará en términos de las dos cantidades antes medidas a través de la ley de Ohm $R=V/I$ [11].

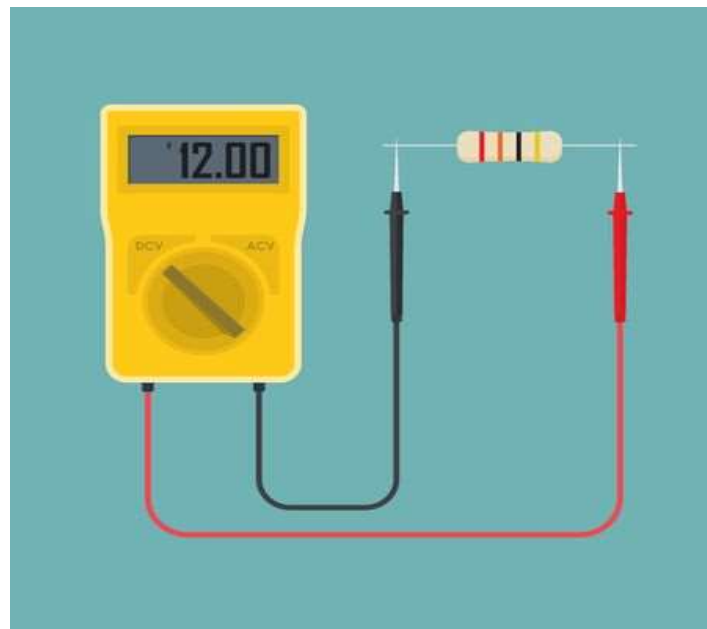


Figura 1. Representación de la técnica de dos puntas con un multímetro sobre una resistencia. [12]

A este método de medición se le conoce como técnica de dos puntas, y sólo es conveniente utilizarlo cuando las mediciones de resistencia eléctrica no son muy pequeñas, es decir, para resistencias eléctricas del orden de unos cuantos Ohms hasta mega Ohms [10]. Esto se debe a que a la medición obtenida por el multímetro se le suma la resistencia de los cables utilizados por el multímetro. Debido a que la resistencia de los cables es pequeña, en comparación con la señal obtenida de la muestra, esta resistencia puede ser despreciada en la medición final.

Esto cambia cuando se quiere realizar mediciones eléctricas de valores más pequeños, es decir, menores al orden de mili Ohms. Donde las mediciones sí se

ven afectadas por la resistencia de los cables. Para poder eliminar la resistencia que ofrecen los cables de medición se implementará la técnica de cuatro puntas.

2.2 Técnica de cuatro puntas

La técnica de cuatro puntas se ha convertido en una de las herramientas más comunes para la medición de las propiedades eléctricas de muestras en bulto y películas delgadas [13].

Esta técnica sirve para poder eliminar los efectos de los cables de medición. Por lo tanto, lo conveniente sería separar el medidor de voltaje del multímetro y colocarlo directamente sobre la superficie de la muestra. Esto no es posible en la práctica, pero se pueden tener dos equipos independientes que permitan realizar estas funciones. Estos equipos independientes son un medidor de voltaje y una fuente de corriente eléctrica [14].

Para esta técnica se necesitan de cuatro cables eléctricos independientes, soldados sobre la superficie de la muestra. Dos de estos cables son utilizados como contactos de corriente. La corriente utilizada I es previamente seleccionada por una fuente externa. Los otros dos cables restantes, son utilizados como contactos de voltaje, con los cuales se mide una caída de voltaje V . En la Figura 2 se muestra la técnica de cuatro puntas y la enumeración utilizada para estos contactos.

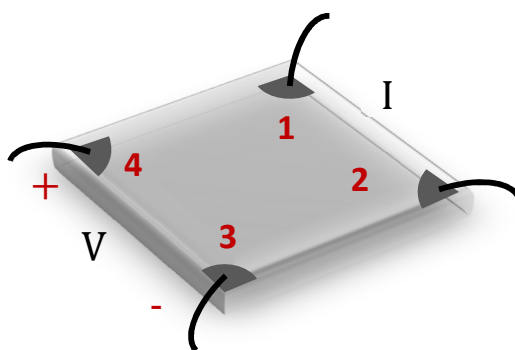


Figura 2. Técnica de cuatro puntas sobre la muestra. Los contactos se han enumerado de 1 a 4 en sentido horario comenzando por la parte superior derecha [15].

Por lo regular se utilizan alambres de cobre como contactos eléctricos. Los alambres de cobre también, presentan una resistencia eléctrica (al igual que las puntas utilizadas para medición en un multímetro). En la Tabla 1 se muestran los valores

característicos de resistencia eléctrica para los distintos calibres de alambres de cobre [16].

Tabla 1. Valores de resistencia para diferentes grosores de alambres de cobre de un centímetro de largo y una temperatura de 20 °C [16].

Calibre	Diámetro (mm)	Resistencia ($10^{-3} \Omega$)
10	2.588	0.0328
12	2.053	0.0521
14	1.628	0.0828
16	1.291	0.132
18	1.024	0.209
20	0.8118	0.333
22	0.6438	0.53
24	0.5106	0.842
26	0.4049	1.34
27	0.3606	1.69
28	0.3211	2.13
30	0.2546	3.39
32	0.2019	5.38
34	0.1601	8.56
36	0.127	13.6
40	0.07987	34.4

Ahora bien, para una mejor comparación entre la técnica de dos puntas y la técnica de cuatro puntas se utilizará el diagrama eléctrico mostrado en la Figura 3. En donde R_w es la resistencia del cable, R_c es la resistencia del contacto y R_{DUT} la resistencia del dispositivo bajo prueba (DUT por sus siglas en inglés *Device Under Test*).

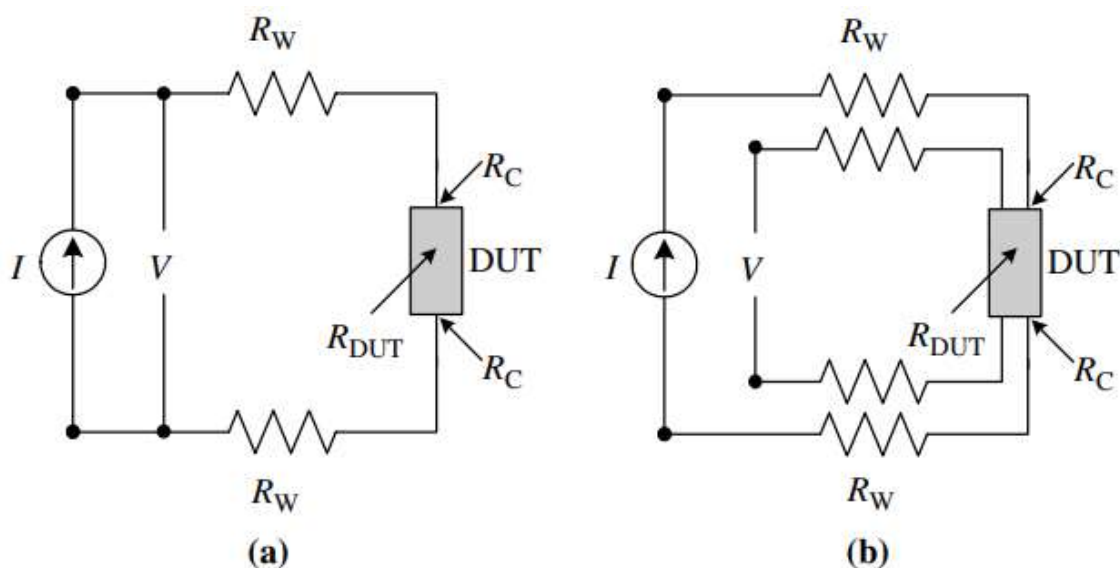


Figura 3. (a) Medición con técnica de dos puntas sobre una muestra. (b) Implementación de la técnica de cuatro puntas sobre la misma muestra [17].

De acuerdo a la Figura 3 (a) la resistencia total de la muestra utilizando la técnica de dos puntas queda de acuerdo a la ecuación (1). Por lo tanto, resulta imposible conocer el valor de la resistencia de la muestra.

$$R_T = \frac{V}{I} = 2R_W + 2R_C + R_{DUT}. \quad (1)$$

Ahora, para la Figura 3 (b) se agregan dos cables más para la medición de voltaje. Estas mediciones también contienen valores de R_W y R_C , pero la corriente que pasa a través de estos contactos es muy pequeña en comparación a la alta impedancia del voltímetro (alrededor de 10^{12} ohms). Por lo tanto, el voltaje que pasa a través de R_W y R_C es despreciable, por lo tanto, esencialmente el voltaje medido es el voltaje de la muestra.[17]

De esta forma, aplicando la técnica de cuatro puntas, se elimina la resistencia eléctrica presentada por los cables utilizados.

2.3 Teorema de reciprocidad

La reciprocidad es una de las propiedades más útiles al momento de solucionar problemas prácticos e investigaciones en la teoría de circuitos eléctricos lineales, pasivos e invariantes en el tiempo [18].

El enunciado del teorema de reciprocidad dice “la relación entre la transformada de Laplace de una respuesta ya sea de corriente o voltaje medida en un nodo de la red, y la excitación aplicada a otro nodo, permanece invariante a un cambio de posiciones entre el nodo de observación y el de excitación, siempre y cuando esta transformación no altere la estructura topológica de la red” [18].

El teorema de reciprocidad en la técnica de cuatro puntas se reportó por primera vez por M. Buttiker en 1986 [19]. Este teorema establece las relaciones de simetría que existen entre las mediciones de resistencia donde se intercambia los cables de corriente y voltaje. En otras palabras, el teorema de reciprocidad nos dice que la ubicación de la fuente y la medición de corriente resultante pueden ser intercambiadas sin que se registre un cambio en la corriente [20]. En la Figura 4 se presenta un ejemplo de la aplicación de este método. Los circuitos que cumplen esta propiedad se llaman *circuitos recíprocos*.

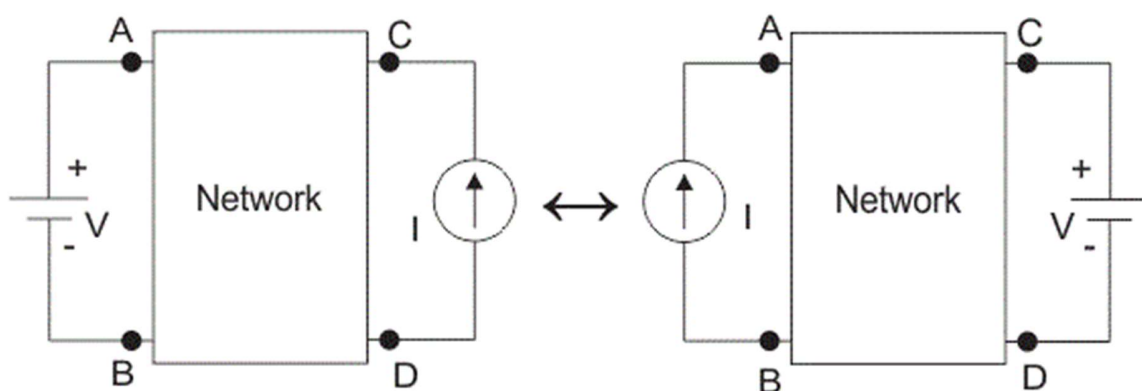


Figura 4. A la izquierda vemos una red con una fuente de voltaje entre los nodos A y B, y un amperímetro en los nodos C y D. Del lado derecho, vemos la misma red con el intercambio de lugar entre la fuente de voltaje y el amperímetro (Figura tomada de [21]).

El teorema de reciprocidad solo se puede aplicar de acuerdo a las siguientes restricciones [17]:

- Solo aplica para redes de una sola fuente independiente, por lo tanto, no es un teorema que se aplique al análisis de redes con distintas fuentes.
- La red es lineal e invariante con el tiempo.
- La red está inicialmente en reposo.

- La red no puede tener fuentes dependientes.

2.4 Contactos óhmicos.

Para asegurarnos que no exista una resistencia al momento de conectar el cable de prueba con la muestra, se debe garantizar que la unión alambre-pintura-muestra sea un contacto óhmico [22]. Para poder realizar un contacto óhmico, el área de contacto del alambre sobre la muestra debe ser de al menos un orden menor al área de la muestra [23]. En la Figura 5 se puede observar una de las muestras utilizadas, conectadas con los alambres mediante pintura de Plata.

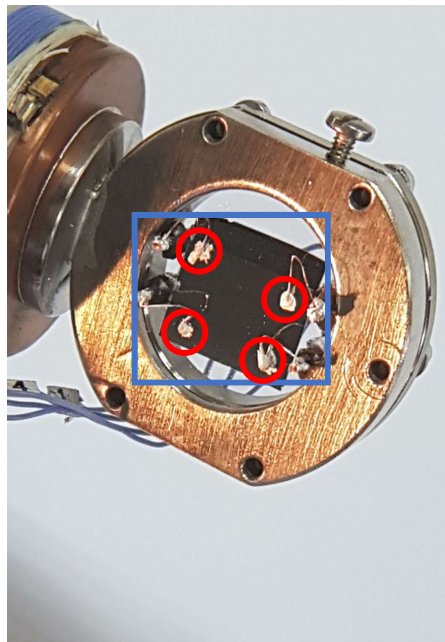


Figura 5. Dentro del cuadro azul se encuentra la película delgada de muestra. En los círculos rojos se observa los contactos entre alambre y la muestra mediante pintura de Plata.

Para comprobar el contacto óhmico entre el alambre y la muestra se realizó un barrido excitando la muestra con diferentes corrientes I . Las variaciones de la corriente fueron en pasos de 0.1 mA, empezando desde 0.1 hasta 1.5 mA. En la Figura 6 se muestra que los contactos realizados para estas mediciones son óhmicos, ya que al momento de graficar voltaje contra corriente se obtiene una recta con pendiente positiva, la cual nos indica que se cumple la ley de Ohm. Esto quiere decir que la resistencia eléctrica generada por el cable de medición, la pintura de

Plata y la muestra no presenta variaciones en la medición de voltaje. También, observamos la relación lineal que existe entre la corriente I y el voltaje de la muestra V_s [24].

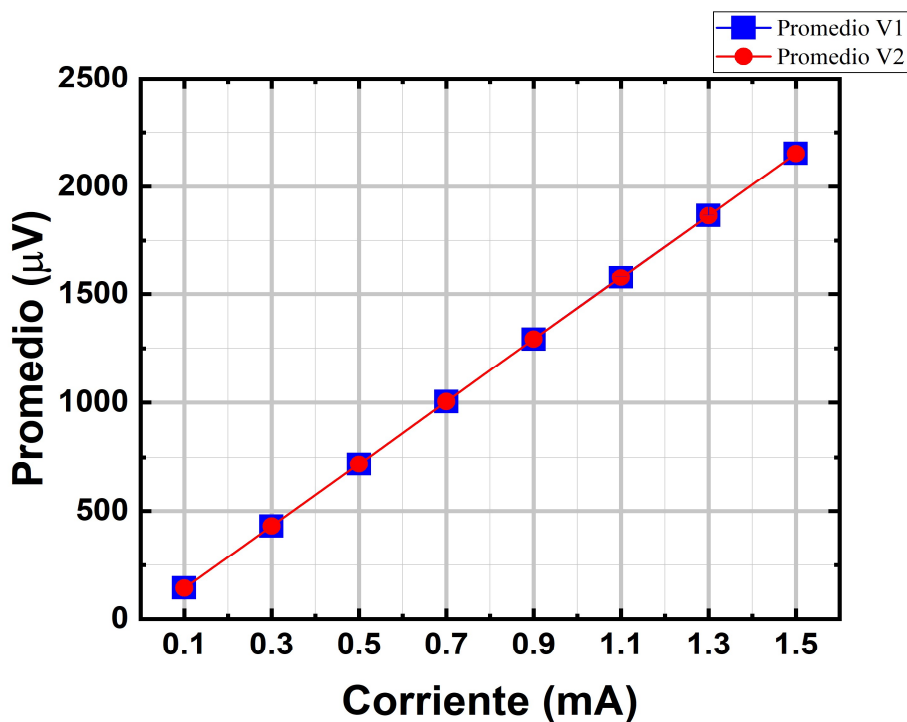


Figura 6. Se muestra la comprobación de contactos óhmicos para las diferentes corrientes a utilizar. Cada uno de los puntos es el promedio de 20 puntos tomados durante 8 minutos en cada una de las corrientes.

2.5 Conclusión

Debido a que la técnica de dos puntas no puede ser utilizada en valores de resistencia menores a un ohm por los errores que se presentan al realizar estas mediciones, se utilizó la técnica de cuatro puntas. Con la técnica de cuatro puntas se pudo eliminar analíticamente la resistencia eléctrica de los cables conectados a la muestra y de este modo tener mediciones más precisas. Del mismo modo, los contactos óhmicos servirán para comprobar un comportamiento lineal de la muestra y que la resistencia eléctrica generada por la unión cable – pintura – muestra no afecta las mediciones de voltaje. Por lo tanto, al emplear la técnica de cuatro puntas y realizar contactos óhmicos eliminamos factores de resistencia eléctrica que podrían causar variaciones en nuestras mediciones.

CAPÍTULO 3

Arreglo experimental

En este capítulo, se describen los equipos utilizados para hacer mediciones eléctricas de bajo nivel. Las mediciones están condicionadas para poder ser realizadas a bajas temperaturas (de 300.00 hasta 10 K). Se describe la forma en que se interconectan los equipos para poder implementar la técnica de cuatro puntas descrita en el Capítulo 1.

3.1 Equipos utilizados para mediciones de bajo nivel

Con la finalidad de implementar la técnica de cuatro puntas, se conectaron cuatro alambres muy delgados de cobre (de calibre 30 con un diámetro de 0.2546 mm) sobre la muestra de prueba. Dos de estos cables serán utilizados para suministrar corriente eléctrica a la muestra. Los otros dos alambres son utilizados para medir la diferencia de potencial generada por la muestra. Los alambres se sujetan a postes de instrumentación usando soldadura de Indio (In). El otro extremo de los alambres se sujeta a la muestra utilizando pintura de Plata. Con esto, se consigue lograr contactos eléctricos firmes [15].

Para excitar la muestra, se utiliza una fuente de corriente programable de marca Keithley modelo 220 (Ver Figura 7). Esta fuente, de acuerdo a la técnica de cuatro puntas, aplica una corriente I sobre la muestra en dos de las puntas. Esta corriente es continuamente medida por un picoamperímetro digital marca Keithley modelo 485 mostrado en la Figura 8. El picoamperímetro nos ayuda a verificar las variaciones de cada medición respecto al valor que se programa en la fuente de corriente. Estas variaciones llegan a ser de tan sólo 0.023%, el cual, comparado con la corriente suministrada, es un valor extraordinariamente bajo.



Figura 7. Fuente de corriente programable. Este instrumento cuenta con un rango de 0 a 10mA con una precisión del 0.05%.



Figura 8. Picoamperímetro digital de marca Keithley modelo 485. Este equipo es utilizado para medir que la corriente se mantenga constante. Tiene una resolución de 100nA.

Para la medición del voltaje de respuesta de la muestra se utiliza un nanovoltímetro digital. Este equipo es de la marca Hewlett-Packard modelo 34420A (Ver Figura 9). Éste nos permite detectar niveles muy bajos de voltaje, hasta 0.1nV con una exactitud del 0.0025%.

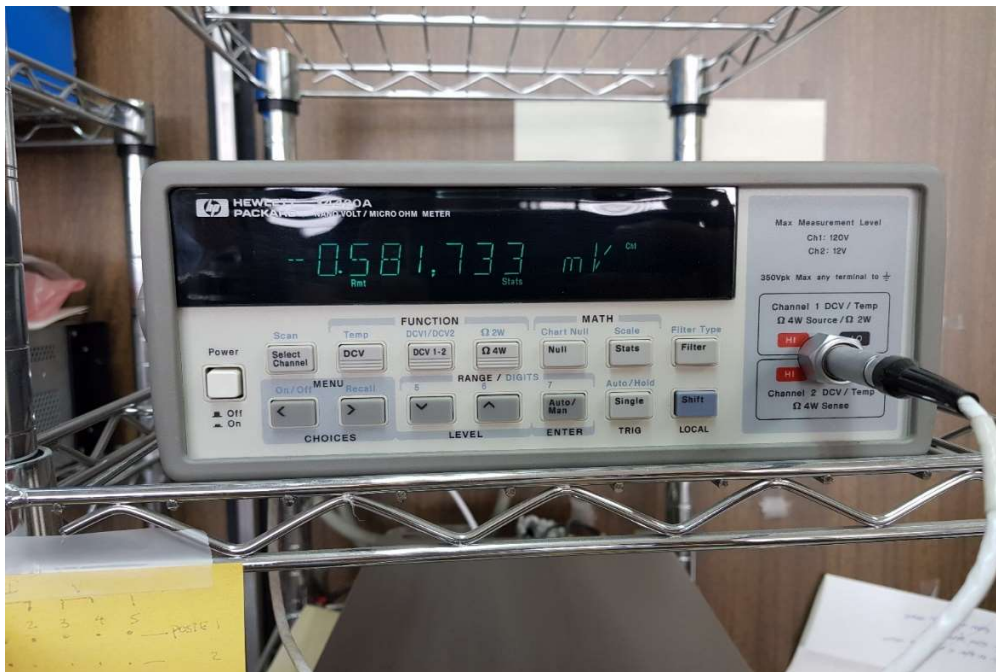


Figura 9. Voltímetro digital programable marca Hewlett-Packard modelo 34420A. Cuenta con 7 dígitos de resolución, lo cual nos permite detectar voltajes de bajo nivel, hasta 0.1nV.

Por otro lado, para poder realizar el intercambio de la fuente de corriente con el nanovoltímetro, se usó un conmutador digital. Éste se muestra en la Figura 10. El conmutador utilizado consiste en un sistema de conmutación marca Keithley modelo 7001. Este conmutador contiene una tarjeta Hall marca Keithley 7065, la cual nos permite cambiar de lugar la fuente de corriente por el medidor de voltaje y viceversa.



Figura 10. Conmutador digital. Este conmutador nos ayuda a seleccionar las diferentes configuraciones por la técnica de cuatro puntas.

3.2 Sistema de enfriamiento

Para realizar mediciones eléctricas a temperaturas criogénicas (por debajo de los 100 Kelvin), es necesario un refrigerador de Helio de ciclo cerrado. Se utiliza un sistema que consiste de un dilatador (expander) de marca APD modelo CSW-204SL-6.5. El dilatador cuenta con una cámara térmica conectada directo a un compresor de Helio marca APD modelo Displex DE-204SLA.

La refrigeración se hace cuando se descomprime gas de Helio a través de una manguera de alta presión. Después, siguiendo la expansión, la refrigeración se produce en el porta muestras del dilatador (ver Figura 11). Posteriormente, a través

de una segunda manguera el gas de Helio, se regresa al compresor para terminar el ciclo cerrado. Durante este proceso, no existe consumo de Helio; sólo se recircula. Un recirculador de agua marca Affinity modelo RAA-001C-CE01CB de 3KW es usado para remover el calor del compresor que se genera durante la operación del dilatador.

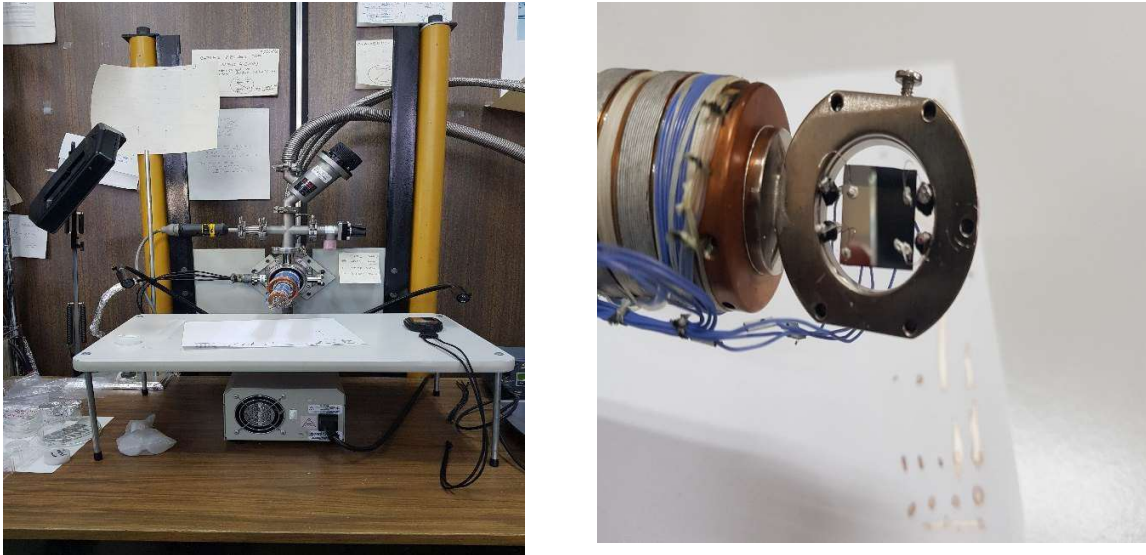


Figura 11. A la izquierda se muestra el dilatador. En la derecha película delgada cuadrada con los cuatro alambres conectados a la muestra con pintura de Plata.

El refrigerador de Helio de ciclo cerrado se utiliza para bajar la temperatura, desde temperatura ambiente hasta 10 K. La temperatura se mide a través de un sensor de diodo de Silicio DT-470-SD conectado cerca de la muestra. Este sensor ayuda a obtener lecturas con una precisión de 0.1 K en el intervalo de 100 a 350 K, y de 0.01 K en el intervalo de 10 a 100 K. Las lecturas de temperatura se realizan usando un controlador digital marca Lakeshore modelo 330.

3.3 Equipo de vacío

Todas las mediciones que aquí se reportan se hicieron en condiciones de alto vacío. Se utilizó la cámara térmica del dilatador para tal fin. El sistema de vacío está compuesto por una bomba mecánica, marca Alcatel modelo V7360, conectada en serie con una bomba de arrastre molecular, marca Alcatel modelo MDP 5011. El sistema de vacío está conectado al dilatador mediante una manguera de acero flexible, como se observa en la Figura 12. La conexión se hace usando un conector de vacío en cruz en el cual se conecta también una válvula manual de alto vacío,

un detector de bajas presiones, y una válvula para ventilado del dilatador a atmósfera.



Figura 12. Equipo de vacío. A la izquierda se observa la bomba de arrastre molecular. A la derecha, la bomba mecánica. Éstas están conectadas en serie.

El sistema de vacío permite monitorear la presión en la cámara en donde se conecta la muestra de prueba. El vacío obtenido es detecta con un sensor Pirani marca HPS modelo 103150010, el cual es monitoreado con un controlador marca HPS modelo 315. Con el sistema completo, bombas y sensores, se puede llegar a valores de presión de vacío menores a 1×10^{-4} Torr.

3.4 Control

El control del equipo de medición se realiza con una computadora. Los instrumentos mencionados anteriormente cuentan con una interface IEEE-488.2 (a excepción del controlador de presiones) y son controlados con una tarjeta de alto rendimiento marca HP modelo IB8234ID Plug&Play de 32 bits [25].

El software de control (software desarrollado por Dr. Valentín García Vázquez, Laboratorio de superconductividad y magnetismo, BUAP 2018) consiste en registrar primero la temperatura T del controlador de temperaturas. Después, se selecciona la polaridad de la corriente mediante el conmutador. Luego, se programa la fuente de corriente con el valor deseado. Después, se toma el valor de la corriente con el picoamperímetro. Luego, se lee el nuevo voltaje generado con el nanovoltímetro. Por último, se le ordena al conmutador cambiar la polaridad de la corriente y se vuelve a leer la temperatura, la corriente y el voltaje. Todos estos datos se van guardando continuamente en archivos en un disco duro [11]. La interfaz de este programa se muestra en la Figura 13.

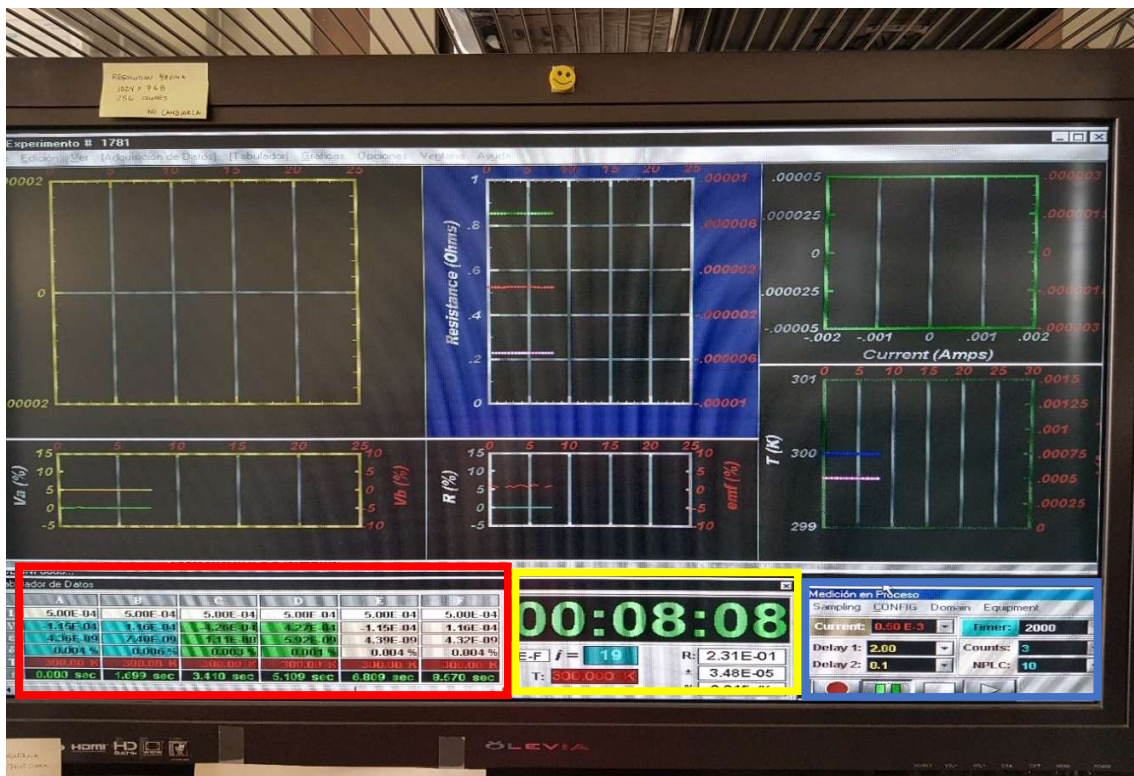


Figura 13. Interfaz con la que se programan los valores a utilizar sobre la muestra. En el recuadro rojo se muestra el valor de la configuración que se va midiendo. El tiempo que lleva tomando datos, así como el número de datos que lleva y la temperatura a la que se esta midiendo se observan en el recuadro amarillo. Y los parámetros (anteriormente mencionados) que se pueden programar se observan en el recuadro azul.

También, se cuenta con un programa (software desarrollado por Juan Carlos Pérez Hernández, Laboratorio de superconductividad y magnetismo, BUAP 2002) que nos permite saber si realmente existe contacto entre los alambres de cobre y la película delgada. Esto es debido a que los cables son muy delgados y la película delgada muy pequeña, por lo tanto, al momento de hacer la conexión no se puede observar

a simple vista si realmente se tiene contacto entre ellos. La interfaz de este programa se muestra en la Figura 14.

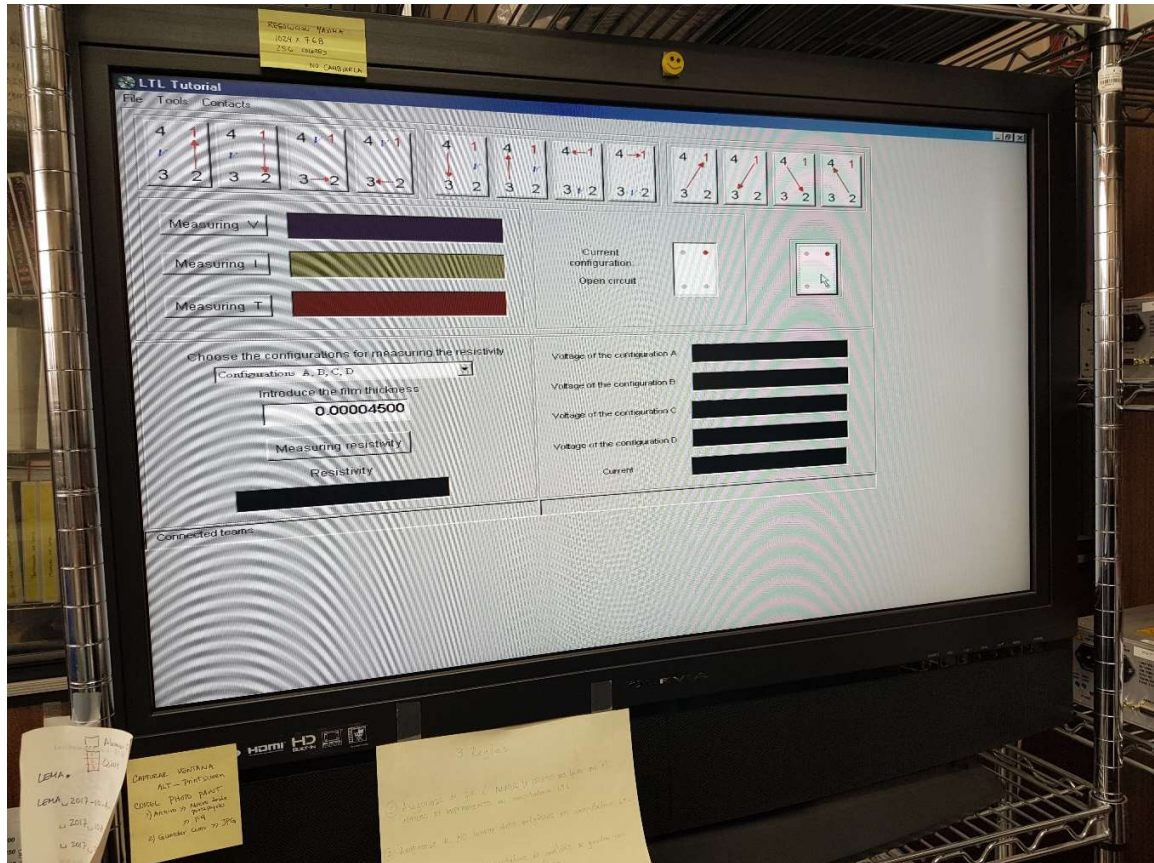


Figura 14. Interfaz del programa para verificar el contacto entre el alambre de cobre y la muestra a utilizar.

Para utilizar este programa se debe hacer lo siguiente.

1. Prender las fuentes y equipos de medición a utilizar.
2. Poner la muestra sobre el portamuestras.
3. Colocar los cables de Cobre sobre la muestra (con cuidado de no desoldarlos de los postes).
4. Colocar la fuente de corriente a un valor constante y en modo de salida.
5. Después seleccionar una configuración en la que se checará si hay contacto.
6. Después de revisar si hay o no contacto, abrir el circuito y probar con las demás configuraciones.
7. Al terminar se quita el modo de salida de la fuente de corriente.

Si al momento de seleccionar la configuración en la que se busca hacer contacto, el picoamperímetro no muestra la corriente que se programó anteriormente entonces no hay contacto. Por lo tanto, si el picoamperímetro muestra la corriente programada anteriormente significa que sí hay contacto entre el alambre y la muestra.

3.5 Muestra de prueba

La mayoría de las muestras utilizadas en esta tesis fueron depositadas por el M.C. Jorge Alberto Polito Lucas. Debido a que al momento en que se crecieron algunas de estas películas ayudé a tomar datos de los parámetros de crecimiento (potencia utilizada, presión de la cámara y tiempo de depósito). El M.C. Jorge Alberto Polito Lucas me permitió utilizar estas películas para la realización de la tesis. Por lo tanto, en este punto se describirá a grandes rasgos el equipo con el que se depositaron las muestras y los parámetros que se usaron para éstas.

El equipo en el que se crecieron las películas delgadas (también conocido como recubrimiento), es un sistema de alto vacío. El equipo utiliza una técnica de crecimiento llamada Magnetron sputtering DC. El funcionamiento de esta técnica se muestra en la Figura 15. Donde el material que se quiere depositar, en este caso Niobio, se le dice blanco y sirve como el cátodo de un circuito. El sustrato (material en el que se hará el recubrimiento) funciona como el ánodo del circuito. El blanco y el sustrato se encuentran dentro de una cámara de alto vacío. Después, en la cámara se introduce un gas, en este caso Argón (Ar). Luego, debido al flujo de electrones, provocados por el ánodo y el cátodo del circuito, uno de estos golpea un átomo de Argón arrancándole un electrón en su último nivel de valencia. Esto provoca que el átomo de Argón quede ionizado (cargado positivamente) y sea atraído hacia el cátodo del circuito. Esta atracción provoca un choque entre el átomo ionizado y el blanco. La energía con la que se realiza este choque provoca un desprendimiento de átomos de blanco, los cuales chocan contra el sustrato, generando así una película delgada o recubrimiento.

En general, el equipo que se encuentra en el laboratorio de superconductividad y magnetismo está formado por una gran cámara cilíndrica de 28" de diámetro y 15" de largo marca Kurt J. Lester, una cámara de cargado de la misma marca, paneles de control y un sistema criogénico de alto vacío. En la Figura 16 se muestra el equipo de crecimiento.

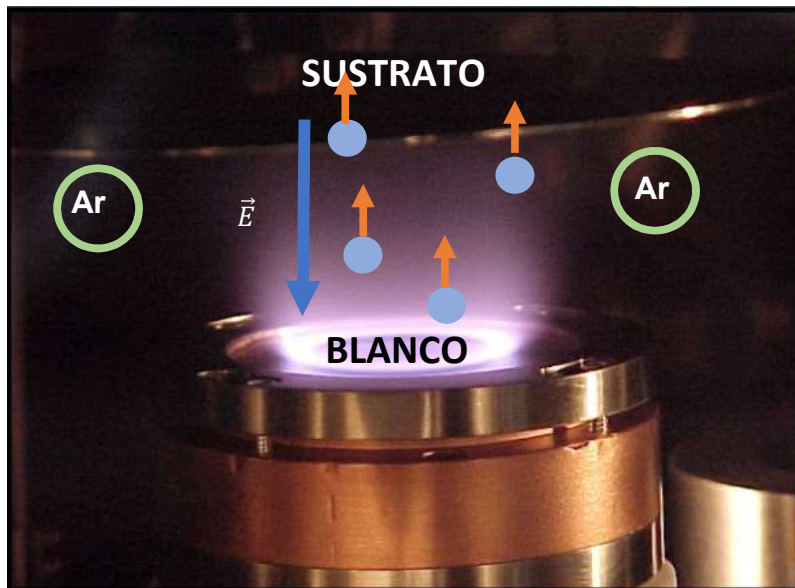


Figura 15. Se muestra el funcionamiento de la técnica de Magnetron sputtering DC donde los átomos de Argón se ionizan para después chocar contra el blanco y desprender átomos del mismo. Por último, estos átomos del blanco se adhieren al sustrato formando así un recubrimiento en el sustrato.



Figura 16. Vista frontal del equipo de crecimiento Magnetron sputtering DC. Laboratorio de Superconductividad y Magnetismo, Instituto de Física IFUAP. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Los parámetros que se utilizaron para realizar las películas delgadas de Niobio sobre Silicio <100> mediante la técnica de Magnetron sputtering.

Los depósitos se realizaron sobre sustratos de Silicio monocristalino con orientación <100>. La presión base de bombeo al 100% de conductancia fue de 2.0×10^{-8} Torr. Los depósitos se realizaron a una temperatura ambiente a una presión base de 1.0×10^{-7} Torr utilizando una conductancia de bombeo al 20% [15].

Las películas que se utilizaron para el estudio de esta tesis se realizaron manteniendo constantes los parámetros que se encuentran en la Tabla 2.

Tabla 2.- Parámetros de depósito utilizados para la fabricación de películas delgadas de Niobio sobre Silicio.

Sustrato	Silicio <100>
Potencia	100 ± 0.5 watts
Tiempo de pre-sputtering	10 minutos a 100 Watts
Temperatura del Sustrato	Temperatura ambiente (293 K)
Distancia blanco-sustrato	7.5 ± 0.2 centímetros

3.6 Conclusión.

Debido a que las mediciones eléctricas que se requerían para esta tesis eran de bajo nivel, el equipo descrito y utilizado se adecua a los requerimientos para dichas mediciones. El conjunto de estos equipos hace que las mediciones sean confiables y precisas. También, se debe de tener el cuidado y la precaución necesaria al momento de realizar estos experimentos, debido a que por un error de cálculo o distracción a la hora de programar los parámetros de medición éstos cambian completamente los resultados.

Se debe de tener un buen conocimiento sobre las técnicas y métodos que se utilizarán para saber qué y cómo es que se va a trabajar con el equipo con el que se cuenta.

CAPÍTULO 4

Resultados

En este capítulo se muestran los resultados que se obtuvieron después de realizar las mediciones eléctricas de bajo nivel. Estas mediciones se realizaron utilizando la técnica de cuatro puntas y manteniendo la corriente constante. Se usaron varios valores de corriente. Cada medición se hizo aproximadamente durante 8 minutos en los cuales se obtuvieron 20 datos de medición de voltaje.

4.1 Corriente fija

Utilizando la técnica de cuatro puntas, se realizaron mediciones de voltaje en una película delgada de Niobio sobre Silicio monocristalino <100>. Se usó una fuente de corriente de un lado del circuito y un nanovoltímetro del otro. En la Figura 17 se representa de forma esquemática la implementación de la técnica de cuatro puntas sobre una película delgada. En el esquema se muestra las dos diferentes mediciones de voltaje.

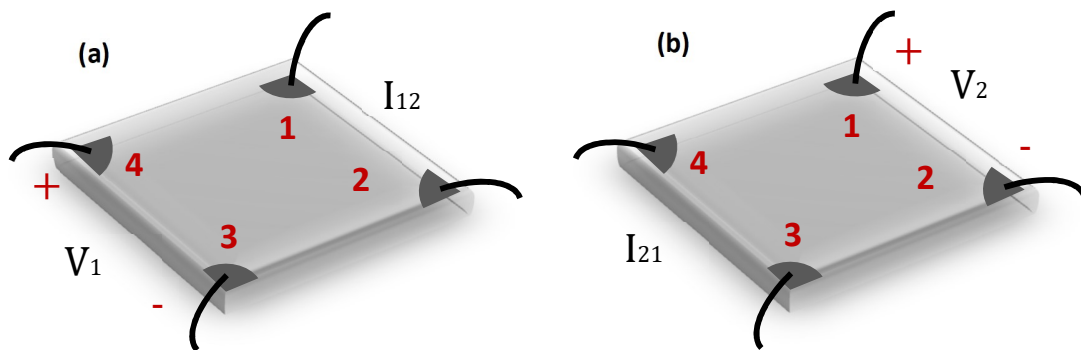


Figura 17. Esquema de una película delgada con implementación de la técnica de cuatro puntas. (a) Se muestra la forma en cómo se midió el voltaje V_1 . (b) Se realizó el intercambio entre la fuente de voltaje y el nanovoltímetro para tomar la medición del voltaje V_2 .

Los resultados de estas mediciones se presentan en la Figura 18. En la figura se muestran 20 mediciones tomadas durante 8 minutos manteniendo una corriente constante de 0.7 mA. Esto se hizo para los voltajes opuestos V_1 y V_2 . De acuerdo a los datos mostrados en la Figura 18, estas mediciones de voltaje son diferentes.

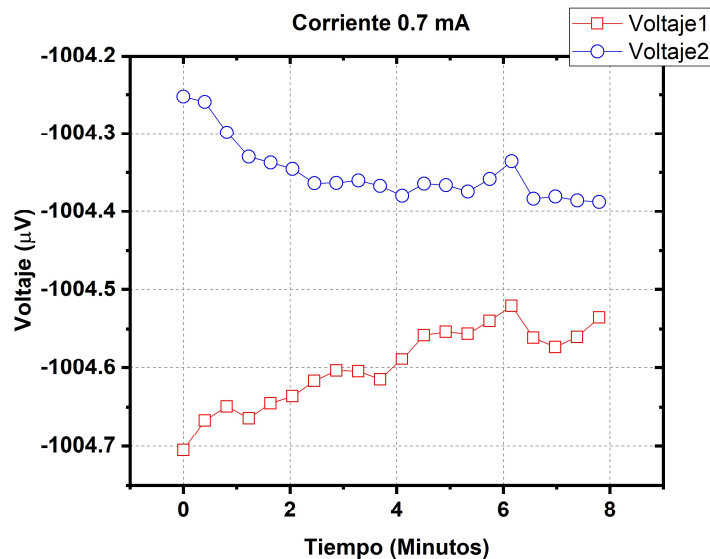


Figura 18. Comparativa de los voltajes V_1 y V_2 . Estos voltajes corresponden a circuitos recíprocos. Los cuales, de acuerdo al teorema de reciprocidad, deberían de ser iguales.

En estas mediciones de voltaje debería cumplirse el teorema de reciprocidad descrito en el Capítulo 2. Este teorema nos dice que, si se tiene una fuente de corriente alimentando un circuito de un lado y un medidor de voltaje del otro lado, estos pueden intercambiar de lugar sin alterar las mediciones en el voltímetro. En nuestro caso, las mediciones mostradas en la Figura 18 son diferentes. Podemos concluir entonces que el teorema de reciprocidad no se cumple.

Ahora bien, puede que la corriente que es utilizada al momento de realizar estas mediciones no sea la indicada para observar el cumplimiento del teorema de reciprocidad. Esto debido a que los elementos lineales tienen un límite de corriente, la cual si excede rompe la linealidad del circuito. Por lo tanto, dejaría de cumplirse una premisa del teorema de reciprocidad la cual dice que el circuito a analizar debe ser lineal. Por eso se procedió a repetir el experimento utilizando diferentes valores de corriente.

4.2 Variación de corriente.

Después de analizar el experimento anterior y el observar el no cumplimiento del teorema de reciprocidad, se llegó a la conclusión de que un factor podría ser la corriente que se estaba utilizando al momento de realizar las mediciones. Para comprobar esta hipótesis, se procedió a realizar mediciones usando diferentes corrientes. Estas corrientes se fueron cambiando en pasos de 0.2 mA, empezando en 0.1 hasta 1.5 mA. Se logró un total de 8 corrientes diferentes.

Para cada corriente utilizada, se hizo la medición de dos voltajes V_1 y V_2 . Las mediciones obtenidas para cada voltaje contienen un total de 20 datos. Para estas 20 mediciones se hizo un promedio y se calculó la barra de error correspondiente mediante la dispersión cuadrática media. Esto se hizo para las 8 corrientes diferentes. En la Tabla 3 se muestran los resultados. Se presentan las diferentes corrientes utilizadas, el promedio de los 20 puntos para cada voltaje V_1 y V_2 , y las barras de error correspondientes.

Tabla 3. Promedio y barras de error de los voltajes V_1 y V_2 para diferentes corrientes.

Corriente (mA)	V_1 Promedio (μV)	Barra de error (μV)	V_2 Promedio (μV)	Barra de error (μV)
0.1	143.31	0.02	143.10	0.02
0.3	430.38	0.02	430.15	0.01
0.5	717.40	0.02	717.20	0.01
0.7	1004.60	0.05	1004.35	0.04
0.9	1291.56	0.07	1291.40	0.05
1.1	1578.67	0.03	1578.54	0.04
1.3	1865.80	0.04	1865.70	0.05
1.5	2152.88	0.05	2152.80	0.08

Para comparar mejor los datos de la Tabla 3 se hizo una gráfica de los promedios de voltaje contra corriente. La Figura 19 muestra los resultados. Aparentemente, parece que sí se cumpliera el teorema de reciprocidad. Como función de la corriente, los dos voltajes se traslapan. Pero si se hace un acercamiento (ver el recuadro de la figura) para cualquiera de los puntos, se logra apreciar que existe una diferencia entre ellos. En el recuadro de la figura, se observa claramente que las barras de error no se traslapan. Esta falta de traslape es importante. Indica que los valores de voltaje medidos son diferentes. Así, podemos concluir que el teorema de reciprocidad sigue sin cumplirse. Entonces, la corriente no representa un factor importante para el cumplimiento de teorema de reciprocidad.

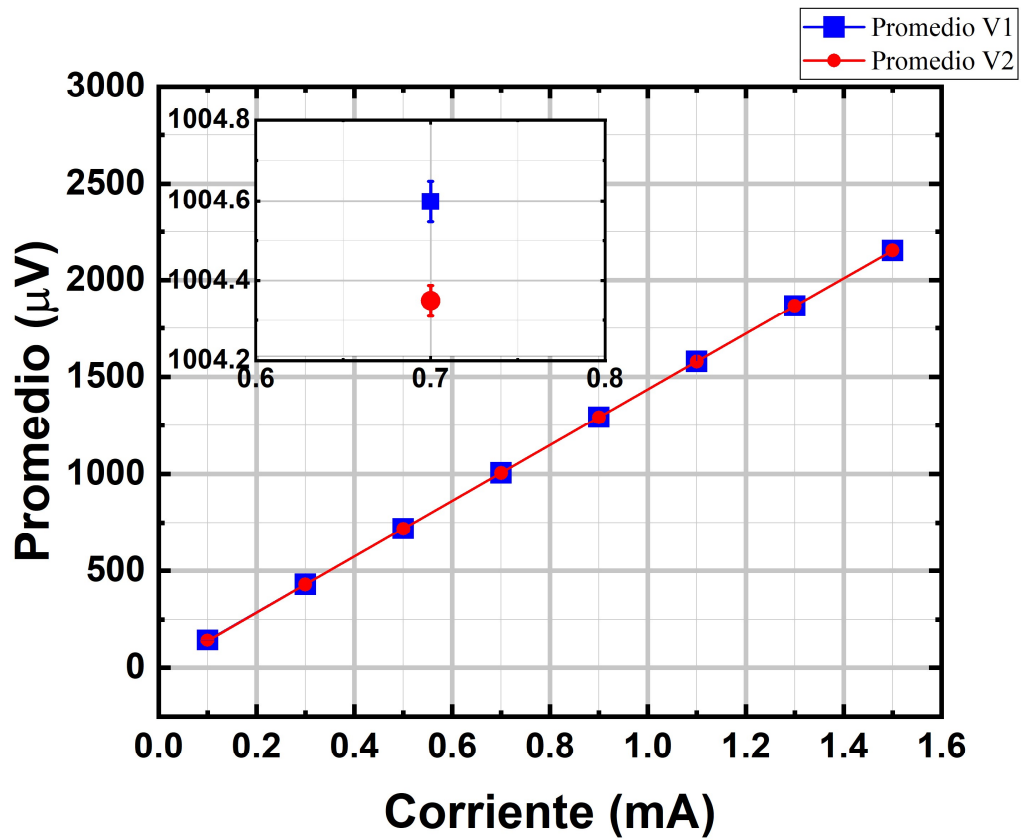


Figura 19. Voltajes para cada corriente utilizada. Cada uno de los puntos representa el promedio de 20 mediciones. Los voltajes V_1 y V_2 son “recíprocos”, es decir, para realizar la medición de estos voltajes se aplicó el intercambio de lugar entre la fuente de corriente y el nanovoltímetro. El recuadro en la parte superior izquierda representa una ampliación de uno de los puntos de la misma gráfica con la finalidad de apreciar mejor las barras de error.

CAPÍTULO 5

La FEM fatale

Este capítulo trata sobre un factor que no se estaba tomando en cuenta, el cual aparece por la unión de 2 o más metales y se conoce como voltaje térmico (también conocido como fem térmica). También se hablará sobre algunas técnicas para eliminar este voltaje. Por último, se muestran las gráficas de voltaje eliminando este voltaje térmico. Se espera que eliminando este factor se cumpla el teorema de reciprocidad.

5.1 Voltaje térmico

Uno de los factores que no se estaba tomando en cuenta al momento de realizar el análisis de las mediciones eléctricas del Capítulo 4, es el voltaje térmico. Este voltaje térmico aparece cuando se hace un contacto de dos o más materiales diferentes, lo cual provoca un pequeño voltaje térmico. En general este voltaje es muy pequeño en comparación con valores mayores a 1 Volt, por lo tanto, podría despreciarse. Pero debido a que los valores que se obtuvieron en estas mediciones son de microvolts (Ver Capítulo 4), el voltaje térmico llega a ser de un orden parecido al voltaje medido, en realidad lo que estamos midiendo es el voltaje de la muestra más el voltaje térmico.

5.1.1 Métodos para eliminar el voltaje térmico

Existen diferentes técnicas para eliminar estos voltajes térmicos. Las técnicas más comunes son *Método de inversión de corriente*, *Método delta* y *“Offset compensated Ohms”* [26]. Éstos tres métodos se adaptan a la técnica de cuatro puntas, descrita en el Capítulo 2. A continuación se describen estas técnicas.

5.1.2 Método de inversión de corriente.

También conocida como método de conmutación, consiste en tomar dos mediciones de voltaje. La primera medición se realiza mientras la corriente se suministra en una dirección. La segunda medición se realiza, después de cambiar la dirección de la corriente mediante las mismas puntas de la primera medición, en la Figura 20 se ilustra un ejemplo.

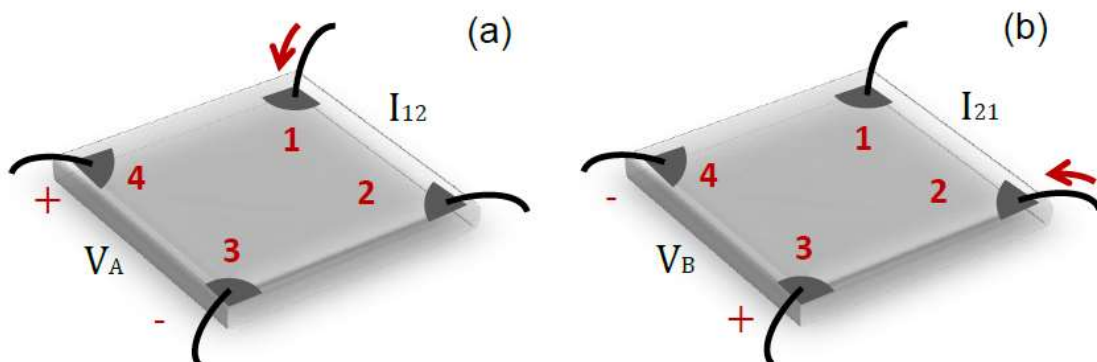


Figura 20. Descripción del método de inversión de corriente aplicado a técnica de cuatro puntas. En (a) se alimenta la muestra haciendo pasar corriente por el punto 1 y midiendo el voltaje en los puntos 4 y 3. En (b) se invierte la corriente, esto es, alimentando la muestra desde el punto 2 y midiendo el voltaje en los puntos 3 y 4 [15].

Durante las dos mediciones, para el método de conmutación, la magnitud de la corriente se mantiene fija en un solo valor. Esto nos permite reducir los errores experimentales durante el cálculo de la resistencia de la muestra. Por lo tanto, las mediciones de voltaje, en cada medición, nos quedan de acuerdo a las siguientes ecuaciones.

Para la primera medición obtenemos la ecuación (2)

$$V_A = V_S + V_{th} , \quad (2)$$

donde V_S es el voltaje de la muestra, V_A el voltaje tomado durante la primera medición y V_{th} es el voltaje térmico.

Ahora para la segunda medición, la ecuación es muy parecida, solo que ahora tenemos un voltaje V_B

$$V_B = -V_S + V_{th} . \quad (3)$$

Ahora, restando éstas dos ecuaciones nos quedan la siguiente ecuación

$$V_B - V_A = -V_S + V_{th} - (V_S + V_{th}) . \quad (4)$$

Entonces tenemos que

$$V_B - V_A = -V_S + V_{th} - V_S - V_{th} . \quad (5)$$

Ahora, debido a que los voltajes térmicos V_{th} tienen signos diferentes se cancelan, quedando así la siguiente ecuación

$$V_B - V_A = -2V_S . \quad (6)$$

Ahora, debido a que no se pueden tener valores de resistencia negativos utilizamos valor absoluto para el voltaje V_S . Por lo tanto, el voltaje de la muestra V_S queda de acuerdo a la ecuación (7)

$$\frac{V_B - V_A}{2} = |V_S| . \quad (7)$$

Ahora, para obtener el valor del voltaje térmico V_{th} se suman las ecuaciones (2) y (3)

$$V_B + V_A = -V_S + V_{th} + V_S + V_{th} . \quad (8)$$

De este modo los voltajes de la muestra V_S son de signos opuestos, por lo tanto se eliminan, quedando la ecuación (9)

$$V_B + V_A = 2V_{th} . \quad (9)$$

Ahora despejando para el voltaje térmico V_{th} obtenemos la ecuación (10).

$$V_{th} = \frac{V_B + V_A}{2} . \quad (10)$$

Por lo tanto, la resistencia de la muestra R_S se puede obtener a partir de la ley de Ohm utilizando la ecuación (7).

$$R_S = \frac{V_B - V_A}{2I} . \quad (11)$$

5.3.2 Método delta

El método delta es algo similar al método de conmutación, ya que también se debe alternar la polaridad de la fuente de corriente. Pero en este caso se realizan tres mediciones de voltaje para realizar un cálculo de resistencia. En la Figura 21 se explica de una mejor manera.

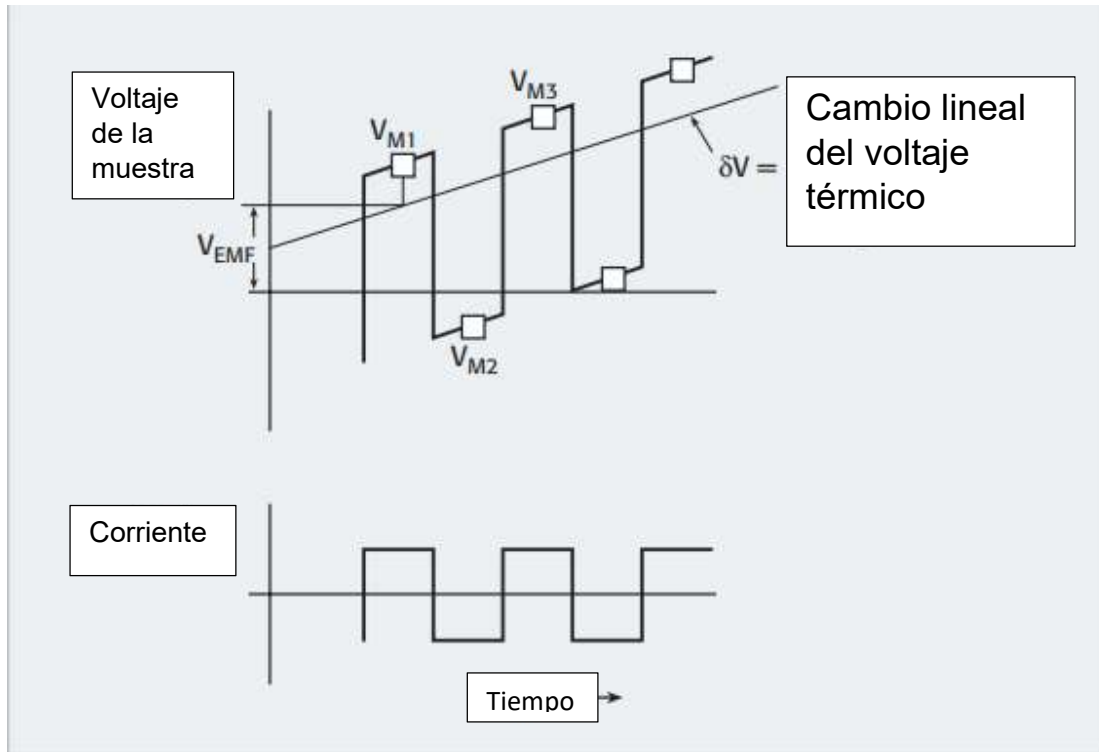


Figura 21. Se observa el voltaje obtenido en una muestra. El voltaje está en función del tiempo y con un cambio de polaridad en la corriente aplicada. Los voltajes $V_{M1}, V_{M2}, V_{M3}, etc.$ Son medidos cada que se cambia de polaridad. Cada medida de voltaje contiene un voltaje térmico constante V_{th} y un cambio de voltaje de offset ∂V . La derivada del voltaje térmico se puede aproximar, por periodos cortos, a una función lineal, entonces, el rango de cambio del voltaje en función del tiempo puede ser tratado como una constante [26]

Los primeros tres voltajes medidos quedan en función de las siguientes ecuaciones

$$V_{M1} = V_1 + V_{th} , \tag{12}$$

Donde V_{M1} es lo que se tomará como primer valor de voltaje y V_{th} es el voltaje térmico. Para la segunda medición V_{M2} obtenemos la ecuación (13) más un diferencial de voltaje. Los mismo para para V_{M3} en la ecuación (14).

$$V_{M2} = V_2 + V_{th} + \partial V , \tag{13}$$

$$V_{M3} = V_3 + V_{th} + \partial V . \tag{14}$$

Donde los voltajes V_{M1}, V_{M2}, V_{M3} son los voltajes medidos haciendo el cambio polaridad de la corriente aplicada. El voltaje V_{M1} es tomado en $t=0$. El voltaje V_{th} es el voltaje térmico constante y aparece desde que se mide el voltaje V_{M1} . Y ∂V es el cambio del voltaje térmico.

La cancelación del voltaje térmico V_{th} y el cambio del voltaje térmico ∂V se hace mediante cálculos matemáticos. Para esto, primero se toma la mitad de la diferencia de los dos primeros voltajes medidos y a este voltaje se le llama V_A y está dado por la siguiente ecuación

$$V_A = \frac{V_{M1} - V_{M2}}{2}. \quad (15)$$

Sustituyendo las ecuaciones (13) y (14), la ecuación (15) nos queda de la siguiente manera

$$V_A = \frac{(V_1 + V_{th}) - (V_2 + V_{th} + \partial V)}{2}, \quad (16)$$

$$V_A = \frac{(V_1 - V_2)}{2} - \frac{\partial V}{2}. \quad (17)$$

Después se aplica lo mismo para los valores de la ecuación (14) y (15), donde ahora el voltaje se llama V_B el cual queda dado por la siguiente ecuación

$$V_B = \frac{(V_3 - V_2)}{2} - \frac{\partial V}{2}. \quad (18)$$

Por lo tanto, el voltaje de la muestra queda dado como el promedio de los voltajes V_A y V_B

$$V_S = \frac{(V_A - V_B)}{2}, \quad (19)$$

$$V_s = \frac{(V_1 + V_3 - 2V_2)}{2}. \quad (20)$$

El método delta depende de la aproximación lineal de la derivada térmica, la cual debe verse en un corto periodo. La compensación exitosa del cambio de los voltajes termoeléctricos dicta que el tiempo de ciclo de medición debe ser más rápido que el tiempo térmico constante de la muestra [26]. Por lo tanto, para que este método pueda realizarse de manera adecuada se necesita de una fuente de corriente y un voltímetro de rápida medición.

5.3.3 Método “Offset- compensated Ohms”

Otro método para la cancelación de los voltajes térmicos, es el método de “*Offset-compensated Ohms*”. Donde se usa un micro-ohmetro y varios multímetros. Este método es similar al método de conmutación, solo que en este método las medidas son alternadas con una corriente fija y una corriente cero como se muestra en la Figura 22.

Durante la primera mitad del ciclo el voltaje medido de la muestra está dado por el voltaje de la resistencia y el voltaje térmico como en la siguiente ecuación

$$V_{M1} = V_{th} + IR. \quad (21)$$

Para la segunda mitad del ciclo, donde la corriente es cero, el voltaje medido queda expresado de la siguiente manera

$$V_{M2} = V_{th}. \quad (22)$$

Por lo tanto, como el voltaje térmico es medido con precisión durante el segundo ciclo, este voltaje se puede restar de la medición realizada en el primer ciclo, por lo que el voltaje de la muestra queda de la siguiente manera

$$V_M = V_{M1} - V_{M2}. \quad (23)$$

Ahora sustituyendo los valores de las ecuaciones (21) y (22), la ecuación (23) nos queda de la siguiente manera

$$V_M = (V_{th} + IR) - V_{th}. \quad (24)$$

Al final, el voltaje de la muestra queda dado por

$$V_M = IR. \quad (25)$$

Y la resistencia de la muestra

$$R_M = \frac{V_M}{I}. \quad (26)$$

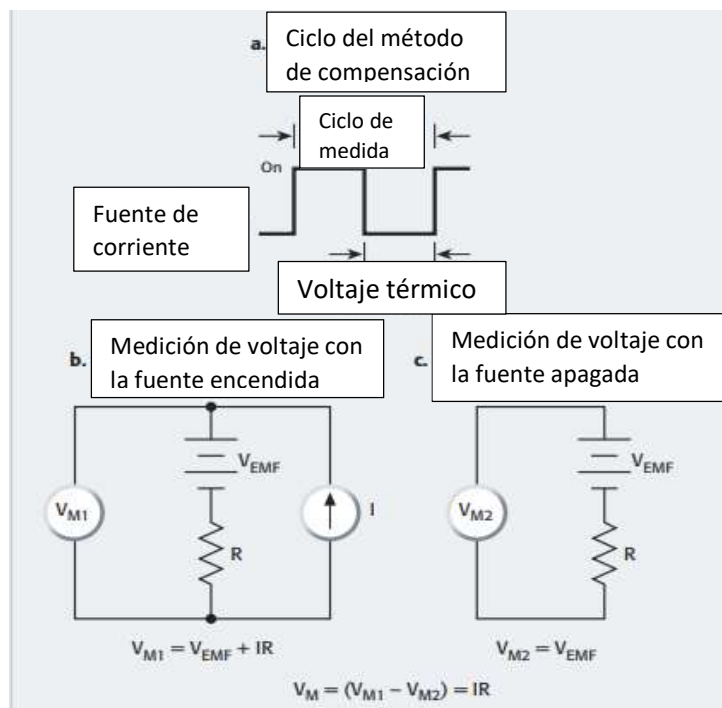


Figura 22. En la Figura (a) la fuente de corriente es aplicada a la resistencia empezando las mediciones durante una parte del ciclo. En la Figura (b) Cuando la fuente de corriente esta prendida, el voltaje medido es el voltaje de la resistencia más el voltaje térmico. Para la Figura (c) la corriente es cero para la segunda mitad del ciclo, y el voltaje medido sólo es el voltaje térmico presente en el circuito [26].

Ya que el voltímetro con el que se cuenta en el laboratorio de Superconductividad y Magnetismo no es tan rápido al momento de tomar mediciones, como lo pide el método delta, no fue posible aplicar este método.

Debido a que para los experimentos se utilizó una corriente constante en el tiempo, no se usó el método de “*Offset-compensated Ohms*”, ya que este método requiere de poner la fuente de corriente en ceros.

Por lo tanto, el método de conmutación es el que mejor se acopla al equipo con el que se cuenta en el laboratorio de Superconductividad y Magnetismo y a los experimentos realizados. Esto debido a que se cuenta con un conmutador digital, el cual estaba siendo utilizado para intercambiar de lugar la fuente de corriente con el medidor de voltaje.

5.2 Configuraciones a utilizar

El uso de la técnica de cuatro puntas y el método de conmutación permitió realizar un total de 12 configuraciones para las mediciones. La etiqueta de estas configuraciones fue el siguiente A, B, C, D, E, F, G, H, MA, MB, MC, MD. Estas configuraciones se observan en la Figura 23.

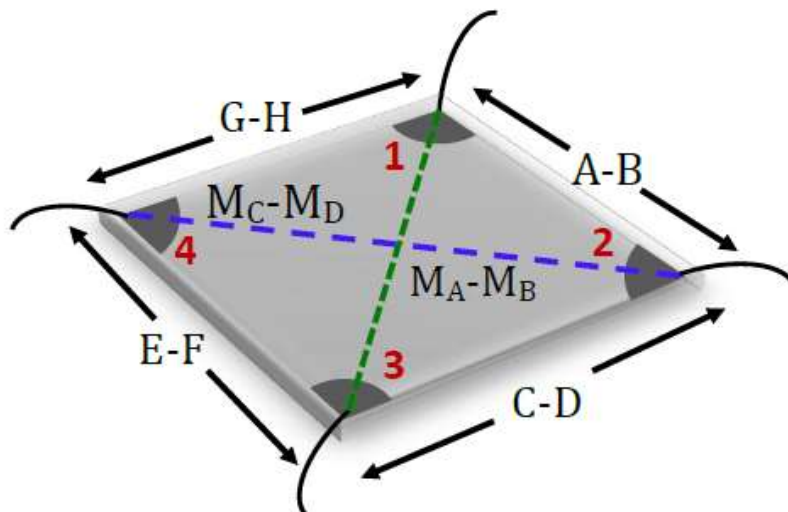


Figura 23. Numeración de los contactos eléctricos. Y etiquetas de las configuraciones a utilizar junto con la técnica de cuatro puntas. Imagen tomada de [15]

Una vez que se realizan los pares de configuraciones de la Figura 23. Estos pares se compararán con su par opuesto, haciendo así una “pareja de pares” los cuales son AB con EF, CD con GH y MAMB con MCMD.

Ahora bien, se espera que el teorema de reciprocidad se cumpla, aunque se realice un gran acercamiento en las gráficas.

5.3 Corriente fija

Por lo tanto, se volvieron a realizar las mediciones de voltajes ahora aplicando también el método de conmutación para eliminar el voltaje térmico. Como ya se había descartado que la corriente no era factor para el incumplimiento del teorema de reciprocidad, se volvió a trabajar con la primer corriente que se utilizó manteniéndola contante a 0.7mA.

En la Figura 24 se muestra los voltajes tomados para el primer par de configuraciones.

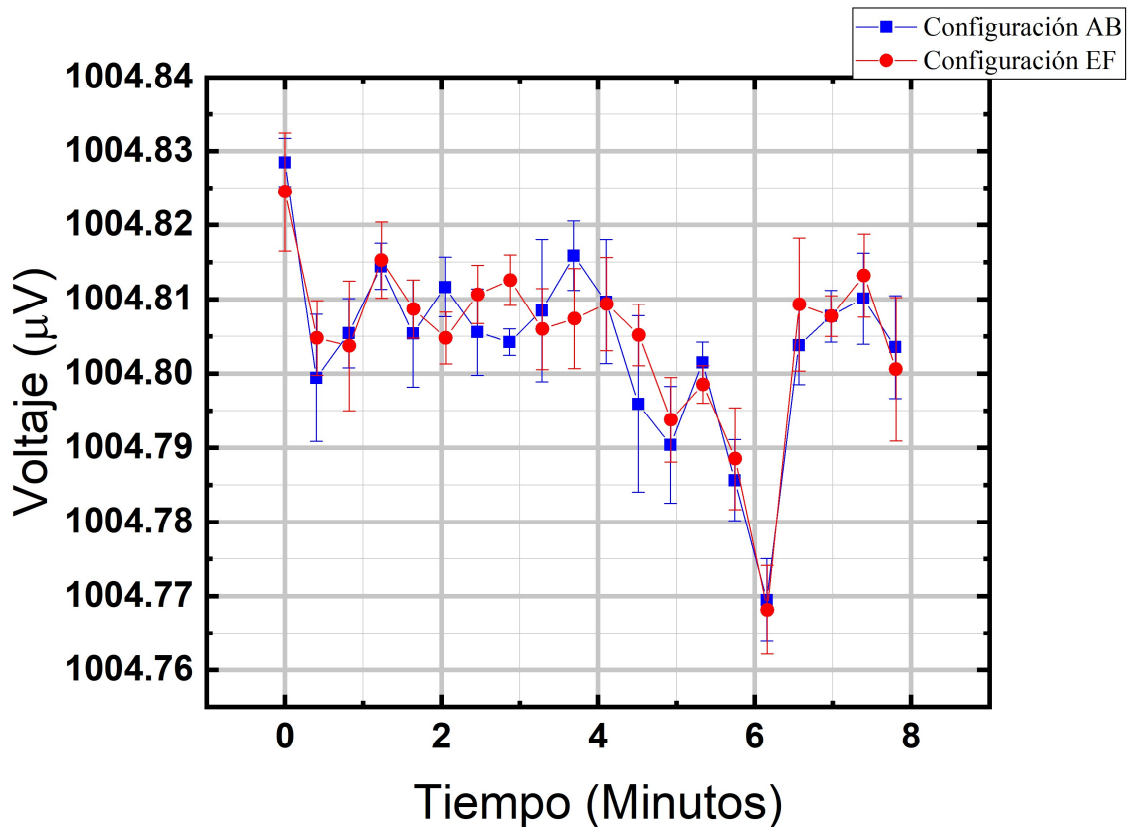


Figura 24. Los Delta V de color azul y círculos representan el voltaje de la muestra tomados de acuerdo a la Figura 3 siguiendo la ecuación 2. Para los Delta V de color rojo y cuadrados se hizo el intercambio entre la fuente de corriente y el nanovoltímetro. De misma manera se utilizó la ecuación 2 para obtener los valores de Delta V rojo.

En la Figura 24 se muestran las mediciones realizadas para el par de configuraciones AB y EF. Cada uno de los datos de la gráfica contiene barras de error, esto con el fin de saber si se pueden tomar como iguales o no. Entonces, por medio de las barras de error podemos observar el cumplimiento del teorema de reciprocidad en cada uno de los puntos.

Una vez que se observó el cumplimiento del teorema de reciprocidad en un par de configuraciones, lo que sigue es realizar el mismo análisis para las configuraciones restantes. Este análisis se muestra en la Figura 25.

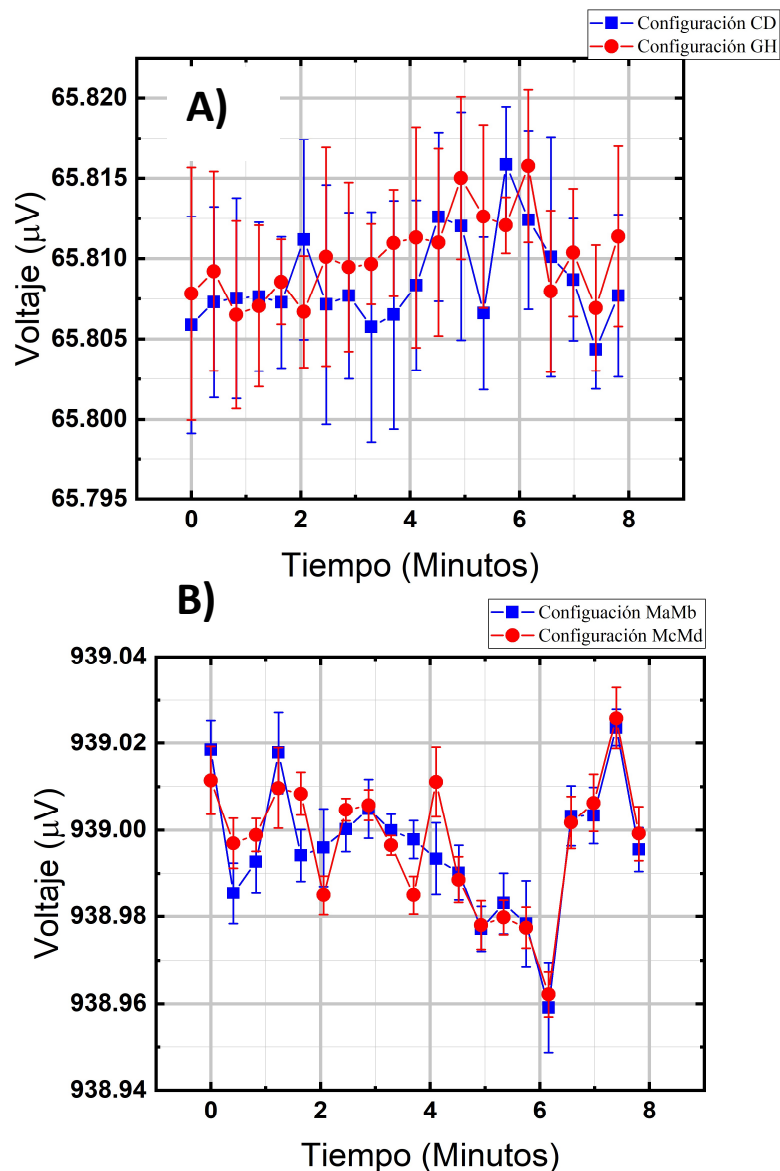


Figura 25. En la A) se observa el teorema de reciprocidad aplicado en las “parejas de pares” de las configuraciones CD-GH. En B) se muestra el teorema de reciprocidad en las configuraciones restantes.

5.4 Variación de corriente

Después de observar el cumplimiento del teorema de reciprocidad en las configuraciones posibles aplicando el método de conmutación combinado con la técnica de cuatro puntas, se hicieron mediciones variando la corriente. Esto con el fin de comprobar que se cumple el teorema de reciprocidad sin importar la corriente que se esté utilizando. Para esto se hicieron pruebas utilizando corrientes desde 0.1 mA hasta 1.5 mA con pasos de 0.2 mA. A manera de ejemplo solo se ilustrará un “par de pares” recíprocos, pero se realizaron las mediciones para todos los pares. Para cada una de las diferentes configuraciones se tomó un total de 20 datos en 8 minutos. De este total de datos se realizó un promedio y se calculó la desviación estándar de este promedio. Después siguiendo la ecuación (4) se eliminó el voltaje térmico para cada par de configuraciones. Por último, se comparó este nuevo valor obtenido con su par recíproco. En la Figura 26 se muestran los valores obtenidos para cada par de configuraciones y su recíproco.

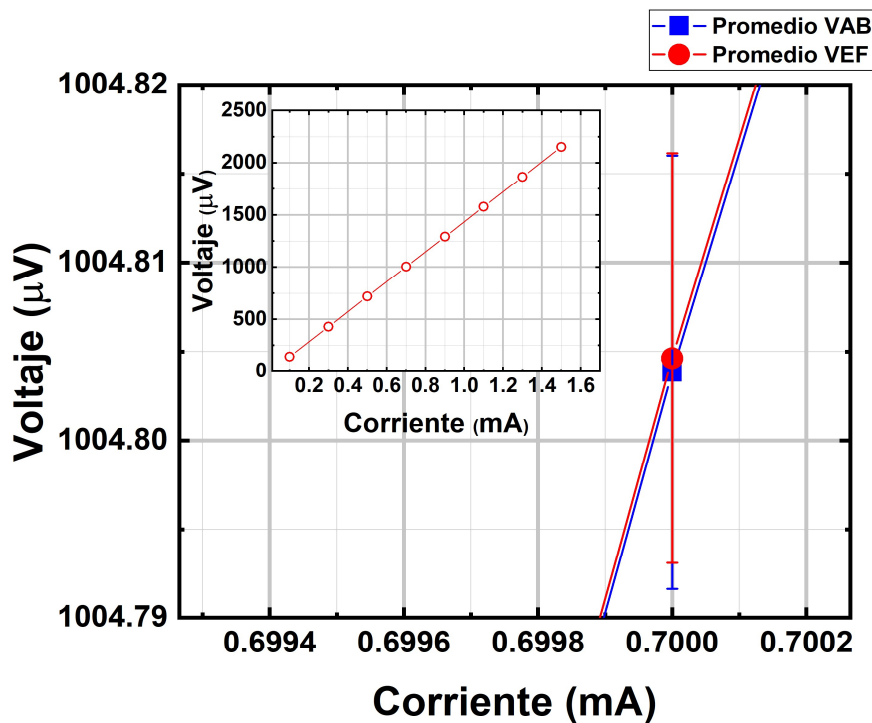


Figura 26. En recuadro se muestran los datos obtenidos para todas las corrientes utilizadas en las mediciones para este “par de pares”. A simple vista se observa el cumplimiento del teorema de reciprocidad, pero se hace un acercamiento para saber qué tan iguales se pueden tomar estos datos. En la gráfica grande se muestra un acercamiento al “par de pares” utilizados en la corriente de 0.7mA, se observa el cumplimiento del teorema de reciprocidad gracias a las barras de error utilizadas (líneas verticales).

En la Figura 26 se muestran los promedios obtenidos para este “par de pares” utilizados para todas las corrientes. Cada uno de estos puntos cuenta con una desviación estándar utilizada para obtener las barras de error. Haciendo uso de las barras de error podemos saber si estos puntos se pueden tomar como iguales. Debido a que incluso las barras de error se traslapan estos datos se toman como iguales, por lo tanto, se cumple el teorema de reciprocidad.

CAPÍTULO 6

Variación en temperatura

En este capítulo se estudiará el teorema de reciprocidad con una variación de temperatura. Se realizarán los experimentos a una sola corriente. La corriente utilizada para estos experimentos será de 1.0 mA. Se realizará esta variación de corriente debido a que lo reportado por diversos autores señalan el cumplimiento del teorema de reciprocidad aún a temperaturas criogénicas, es decir debajo de los 100 Kelvin.

6.1 Resultados variando la temperatura.

En la Figura 27 se muestran los resultados obtenidos después de realizar variaciones en la temperatura. Los resultados que se muestran son de todas las configuraciones de “pares de parejas” posibles los cuales, de acuerdo al capítulo anterior, deben ser recíprocos. Estos datos se tomaron durante el ascenso de la temperatura. El motivo de tomar los datos durante el ascenso y no durante el descenso es porque el tiempo que toma descender la temperatura (1 hora) es menor al tiempo que tarda en ascender (12 horas). Por lo tanto, en una hora descendiendo la temperatura es más difícil tener un dato preciso para un valor en específico de temperatura. Mientras que en las 12 horas que toma el proceso de ascenso de la temperatura es más fácil tener un valor preciso para un punto en específico de la temperatura. A medida de ejemplo se tomaron en cuenta sólo 7 valores de temperatura (300, 250, 200, 150, 100, 50, 15 K).

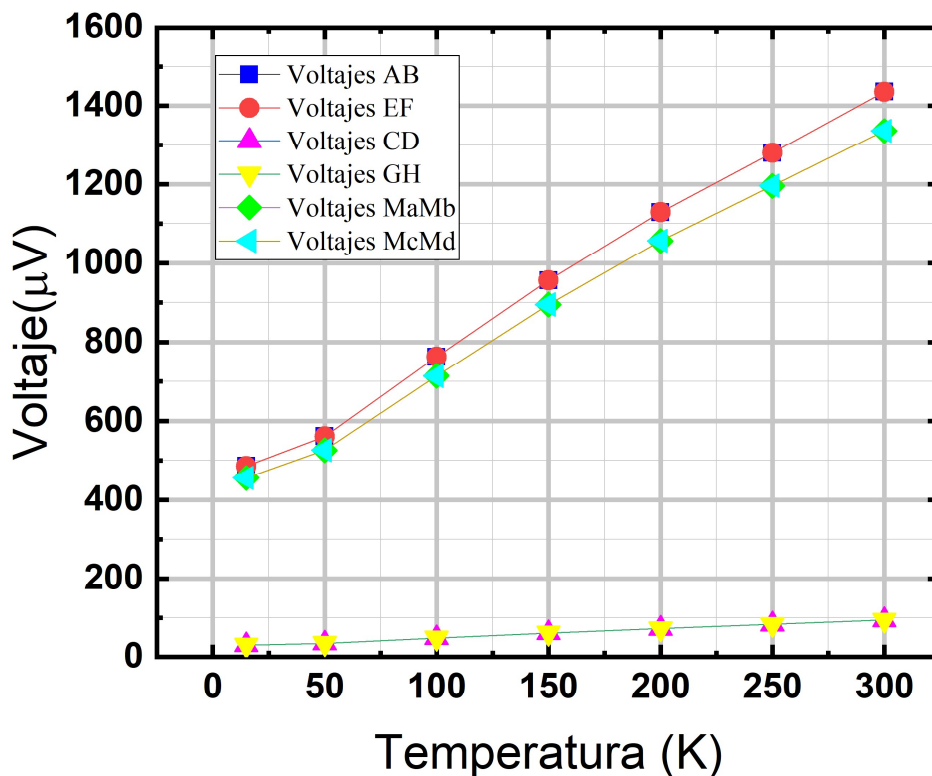


Figura 27. Se muestran los voltajes obtenidos para todas las configuraciones posibles en diferentes temperaturas (Kelvin).

De acuerdo con la Figura 27, podemos concluir que el teorema de reciprocidad en una película delgada de Niobio sobre Silicio a una corriente constante de 1.0 mA con variaciones en la temperatura se cumple.

CAPÍTULO 7

Resultados de resistencia

En este capítulo se aplica la ley de Ohm a los resultados de voltaje obtenidos en los Capítulo 5 y 6. Los resultados de resistencia se muestran en curvas de resistencia vs tiempo y resistencia vs temperatura. Estas variaciones de temperatura se harán debido a que la resistencia eléctrica es dependiente de la temperatura a la que se encuentra el material a estudiar.

7.1 Resistencia a 0.7mA

Como se habló en el Capítulo 1 la resistencia es una de las magnitudes físicas más importantes en los circuitos electrónicos. Por lo tanto, haciendo uso de la ley de Ohm se calculó la resistencia eléctrica de la película delgada. La ecuación para calcular la resistencia eléctrica en un material está dada por la siguiente ecuación 22

$$R = \frac{V}{I}. \quad (22)$$

Donde V , en este caso, es el voltaje de la muestra sin voltaje térmico. La corriente I , en este caso, sólo se utilizará 0.7 mA.

A fines de seguir con el estudio del teorema de reciprocidad, se hará la comparación de las resistencias obtenidas para los “pares de parejas” recíprocos. Los resultados de resistencia obtenidos se muestran en la Figura 28.

En la Figura 28 se muestra la comparación de resistencia para los pares AB y EF, los cuales, de acuerdo al Capítulo 5 son recíprocos. Para tener un mejor análisis de los resultados obtenidos, se utilizaron barras de error en cada uno de los puntos. Las barras de error funcionan para saber si estos valores de resistencia pueden ser tomados como iguales. En la Figura 28 se observa el traslape de los puntos y las barras de error, por lo tanto, para esta configuración si se cumple el teorema de reciprocidad en la resistencia.

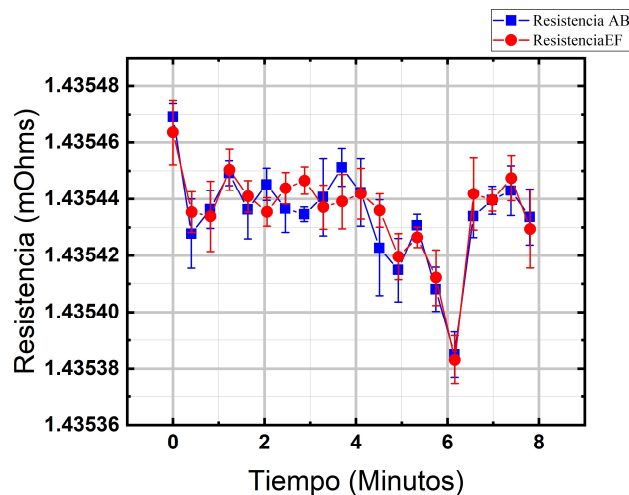


Figura 28. Se muestran los valores obtenidos mediante ley de Ohm para los “pares de parejas” ABEF. Estos “pares de parejas” (en voltaje) son recíprocos de acuerdo al Capítulo 5.

Se realizó el mismo análisis para los “pares de parejas” de configuraciones restantes (CD-GH y MaMb-McMd). Los resultados se muestran en la Figura 29.

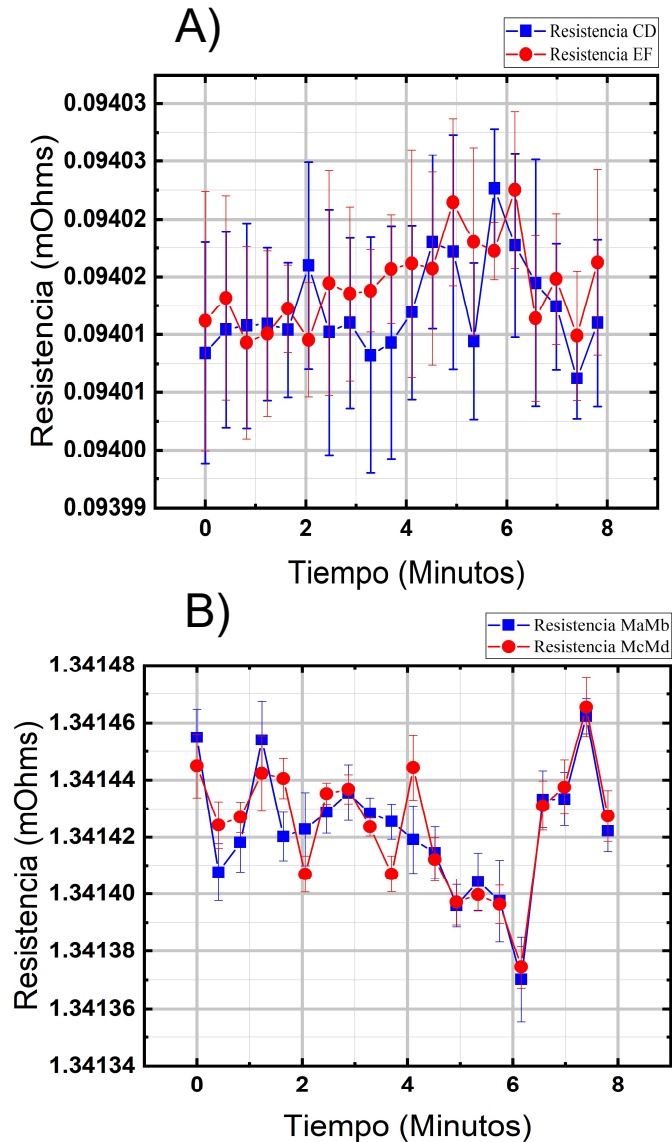


Figura 29. A) se muestran los valores de resistencia obtenidos para el par de parejas de configuraciones CD-GH. B) se muestra los valores de resistencia de MaMb-McMd.

En la Figura 29 observamos los resultados de resistencia obtenidos para los pares de configuraciones CD-GH y MaMb-McMd. En las dos configuraciones se puede observar el cumplimiento del teorema de reciprocidad debido al traslape de los puntos y sus barrar de error.

7.2 Resistencia a diferentes temperaturas

Debido a que la resistencia de un material es depende de la temperatura resulta interesante saber el comportamiento de la resistencia de una película delgada en descenso de temperatura, por lo tanto, la siguiente Figura 30 muestra los resultados obtenidos para la resistencia en función de la temperatura.

Para obtener los datos de resistencia de la Figura 30 se utilizó ley de Ohm y el promedio del voltaje obtenido en función de la temperatura del Capítulo 6. Podemos observar que la resistencia es directamente proporcional a la temperatura.

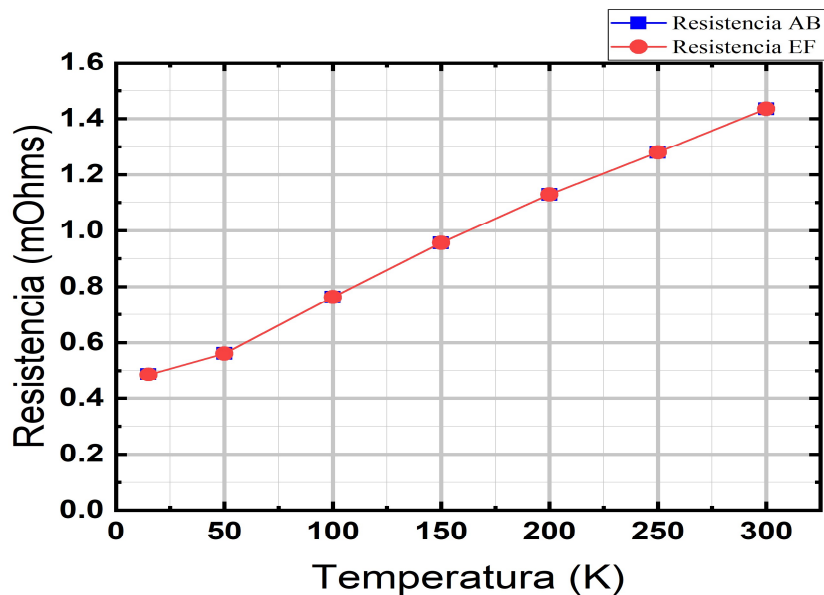


Figura 30. Se muestra la resistencia para una corriente de 1.0 mA para los pares de configuraciones AB y EF.

Debido al traslape de cada uno de los puntos obtenidos en la Figura 30 se observa el cumplimiento del teorema de reciprocidad para las diferentes temperaturas utilizadas.

CAPÍTULO 8

Conclusiones

Se pudieron realizar mediciones altamente precisas en condiciones de alto vacío para películas delgadas de Niobio.

El equipo de enfriamiento y el controlador de temperatura nos permitieron realizar mediciones a una temperatura ambiente (300 Kelvin) con variaciones menores a 0.01 Kelvin. También, se pudieron realizar mediciones eléctricas para temperaturas criogénicas ($T < 100$ K).

Se estudió el teorema de reciprocidad en una película delgada de Niobio utilizando la técnica de cuatro puntas, sin embargo, debido a factores externos no se cumplió con dicho teorema

Se analizó que los voltajes térmicos son de gran influencia en las mediciones realizadas. Estos voltajes térmicos provocan que se haga una suposición errónea del incumplimiento del teorema de reciprocidad. Esto se debe a que en realidad se incumplen con una o varias premisas del teorema de reciprocidad.

Se utilizó el método de conmutación para la eliminar el voltaje térmico de las mediciones. También, el método de conmutación junto con la técnica de cuatro puntas sirvió para poder realizar mediciones en tres pares de configuraciones diferentes.

Se comprobó el cumplimiento del teorema de reciprocidad utilizando diferentes corrientes (0.1 a 1.5 mA) al igual que en diferentes temperaturas (300 a 15 K) una vez que se eliminó la contribución del voltaje térmico

Listado de Figuras

Figura 1 Representación de la técnica de dos puntas con un multímetro sobre una resistencia. [4].

Figura 2 Técnica de cuatro puntas sobre la muestra. Los contactos se han enumerado de 1 a 4 en sentido horario comenzando por la parte superior derecha [7].

Figura 3. (a) Medición con técnica de dos puntas sobre una muestra. (b) Implementación de la técnica de cuatro puntas sobre la misma muestra [9].

Figura 4. A la izquierda vemos una red con una fuente de voltaje entre los nodos A y B, y un amperímetro en los nodos C y D. Del lado derecho, vemos la misma red con el intercambio de lugar entre la fuente de voltaje y el amperímetro (Figura tomada de [13]).

Figura 5. Dentro del cuadro azul se encuentra la película delgada de muestra. En los círculos rojos se observa los contactos entre alambre y la muestra mediante pintura de plata.

Figura 6. Se muestra la comprobación de contactos óhmicos para las diferentes corrientes a utilizar. Cada uno de los puntos es el promedio de 20 puntos tomados durante 8 minutos en cada una de las corrientes.

Figura 7. Fuente de corriente programable. Este instrumento cuenta con un rango de 0 a 10mA con una exactitud del 0.05%.

Figura 8. Picoamperímetro digital de marca Keithley modelo 485. Este equipo es utilizado para verificar que la corriente se mantenga constante. Tiene una resolución de 100nA.

Figura 9. Voltímetro digital programable marca Hewlett-Packard modelo 34420A. Cuenta con 7 dígitos de resolución, lo cual nos permite detectar voltajes de bajo nivel, hasta 0.1nV.

Figura 10. Conmutador digital. Este conmutador nos ayuda a seleccionar las diferentes configuraciones por la técnica de cuatro puntas.

Figura 11. (A) Dilatador. (B) Película delgada cuadrada con los cuatro alambres conectados a la muestra con pintura de Plata.

Figura 12. Equipo de vacío. A la izquierda se observa la bomba de arrastre molecular; a la derecha, la bomba mecánica. Éstas están conectadas en serie.

Figura 13. Interfaz con la que se programan los valores a utilizar sobre la muestra. En el recuadro rojo se muestra el valor de la configuración que se va midiendo. El tiempo que lleva tomando datos, así como el número de datos que lleva y la temperatura a la que se esta midiendo se observan en el recuadro amarillo. Y los parámetros (anteriormente mencionados) que se pueden programar se observan en el recuadro azul.

Figura 14. Interfaz del programa para verificar el contacto entre el alambre de Cobre y la muestra a utilizar.

Figura 35 Se muestra el funcionamiento de la técnica de Magnetron sputtering DC donde los átomos de Argón se ionizan para después chocar contra el blanco y desprender átomos del mismo. Por último, estos átomos del blanco se adhieren al sustrato formando así un recubrimiento en el sustrato

Figura 16. Vista frontal del equipo de crecimiento Magnetron sputterign DC. Laboratorio de Superconductividad y Magnetismo, Instituto de Física IFUAP. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Figura 17. Esquema de una película delgada con implementación de la técnica de cuatro puntas. (a) Se muestra la forma en cómo se midió el voltaje V_1 . (b) Se realizó el intercambio entre la fuente de voltaje y el nanovoltímetro para tomar la medición del voltaje V_2 .

Figura 18. Comparativa de los voltajes V_1 y V_2 . Estos voltajes corresponden a circuitos recíprocos. Por lo tanto, deberían de cumplir el teorema de reciprocidad.

Figura 19. Voltajes para cada corriente utilizada. Cada uno de los puntos representa el promedio de 20 mediciones. Los voltajes V_1 y V_2 son “recíprocos”, es decir, para realizar la medición de estos voltajes se aplicó el intercambio de lugar entre la fuente de corriente y el nanovoltímetro. El recuadro en la parte superior izquierda representa una amplificación de uno de los puntos de la misma gráfica con la finalidad de apreciar mejor las barras de error.

Figura 20. Descripción del método de inversión de corriente aplicado a técnica de cuatro puntas. En (a) se alimenta la muestra haciendo pasar corriente por el punto 1 y midiendo el voltaje en los puntos 4 y 3. En (b) se invierte la corriente, esto es, alimentando la muestra desde el punto 2 y midiendo el voltaje en los puntos 3 y 4 [21].

Figura 21. Se observa el voltaje obtenido en una muestra. El voltaje está en función del tiempo y con un cambio de polaridad en la corriente aplicada. Los voltajes V_{M1} , V_{M2} , V_{M3} , etc. Son medidos cada que se cambia de polaridad. Cada medida de voltaje contiene un voltaje térmico constante V_{th} y un cambio de voltaje de offset ∂V . La derivada del voltaje térmico se puede aproximar, por periodos cortos, a una función lineal, entonces, el rango de cambio del voltaje en función del tiempo puede ser tratado como una constante [20].

Figura 22. En la Figura (a) la fuente de corriente es aplicada a la resistencia empezando las mediciones durante una parte del ciclo. En la Figura (b) Cuando la fuente de corriente esta prendida, el voltaje medido es el voltaje de la resistencia más el voltaje térmico. Para la Figura (c) la corriente es cero para la segunda mitad del ciclo, y el voltaje medido sólo es el voltaje térmico presente en el circuito [20].

Figura 23. Numeración de los contactos eléctricos y de las configuraciones a utilizar junto con la técnica de cuatro puntas. Imagen tomada de [21].

Figura 24. Los Delta V de color azul y círculos representan el voltaje de la muestra tomados de acuerdo a la Figura 3 siguiendo la ecuación 1. Para los Delta V de color rojo y cuadrados se hizo el intercambio entre la fuente de corriente y el nanovoltímetro. De misma manera se utilizó la ecuación 2 para obtener los valores de Delta V rojo.

Figura 25. En la A) se observa el teorema de reciprocidad aplicado en las “parejas de pares” de las configuraciones CD-GH. En B) se muestra el teorema de reciprocidad en las configuraciones restantes.

Figura 26. En recuadro se muestran los datos obtenidos para todas las corrientes utilizadas en las mediciones para este “par de pares”. A simple vista se observa el cumplimiento del teorema de reciprocidad, pero se hace un acercamiento para saber qué tan iguales se pueden tomar estos datos. En la gráfica grande se muestra un acercamiento al “par de pares” utilizados en la corriente de 0.7mA, se observa el cumplimiento del teorema de reciprocidad gracias a las barras de error utilizadas (líneas verticales).

Figura 27. Se muestran los voltajes obtenidos para todas las configuraciones posibles en diferentes temperaturas (K).

Figura 28. Se muestran los valores obtenidos mediante ley de Ohm para los “pares de parejas” AB EF. Estos “pares de parejas” (en voltaje) son recíprocos de acuerdo al Capítulo 5.

Figura 29. A) se muestran los valores de resistencia obtenidos para el par de parejas de configuraciones CD-GH. B) se muestra los valores de resistencia de MaMb-McMd.

Figura 30. Se muestra la resistencia para una corriente de 1.0 mA para los pares de configuraciones AB y EF.

Referencias

- [1] J. P. Espinós, Aplicaciones tecnológicas de películas delgadas, Cuadernos de Divulgación Científica, Encuentros con la Ciencia, Vol. 2, 2010.
- [2] R. L. Boylestad, Introducción al Análisis de circuitos, ed. 10, 2003.
- [3] G. Panta & D. Subedi, Electrical characterization of aluminum (Al) thin films measurements by using four-point probe method. Kathmandu University Journal of Science, Engineering and Technology, Vol. 8. No. 2. 2012.
- [4] I. Miccoli, F. Elder, H. Pfnur & C. Tegenkamp, The 100th anniversary of the four-point probe technique: The role of probe geometries in isotropic and anisotropic systems. J. Phys. : Condens Matter 27. 2015
- [5] V. García, Biased four-point probe resistance, Review of scientific instruments, No. 88. 2017.
- [6] R. W. Germann & D.B Rogers, Four-probe device accurate measurement of temperature dependence of electrical resistivity on small, irregularly shaped single crystals with parallel sides. Review of Scientific Instruments. No. 37. 1966.
- [7] L. Abadía, F. Grasser, K. Khalouk, M. Mayoufi & J. G. Grasser, New experimental methodology, setup and LabView program for accurate absolute thermoelectric power and electrical resistivity measurements between 25 and 1600 K: Application to pure copper, platinum, tungsten and nickel at very high temperatures, Review of Scientific Instruments, No. 85, 2014.
- [8] M. Buttiker, Symmetry of electrical conduction, IBM Journal of Research and Development, Vol 32. 1988.
- [9] I. Janecek and P. Vasek, Reciprocity theorem in high temperature superconductors. University of Ostrava, Czech Republic. 2002.
- [10] Low level Measurements, 5th Ed. (Keithley Instruments Inc., Cleveland, OH., 1998), p. 3.
- [11] N. Pérez, Superconductividad Reentrante como Pseudo efecto. Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2004.
- [12] Multímetro, https://es.123rf.com/photo_87435248_mult%C3%ADmetro-digital-con-resistencia-ilustraci%C3%B3n-vectorial.html, consultado el día 10/08/2019.
- [13] I. Miccoli, F. Elder and C. Tegenkamp, The 100th anniversary of the four-point probe technique: The role probe geometries in isotropic and anisotropic systems, vol. 27, p. 22, 2015.

- [14] Switching Handbook, 3th ed. (Keithley Instruments Inc., Cleveland, OH., 1998), p.3.
- [15] J. Polito, Estudio de resistividad en películas delgadas mediante el método de Van der Pauw a bajas temperaturas, Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla 2019
- [16] David R. Lide Editor, CRC Handbook of Chemistry and physics, 75th Ed. (CRC Press Inc. Florida, 1995), p15.
- [17] D. K. Schroder, Semiconductor Material and device characterization, 3th ed., Wiley Interscience, 2006.
- [18] J. R. Gallego, Teoremas Fundamentales de Circuitos Eléctricos, Universidad Tecnológica de Preira, 2008.
- [19] M. Buttiker, Four-Terminal Phase-Coherent Conductance, Vol 57 No. 14., Octubre 1986.
- [20] R. Boylestad, Introducción al análisis de circuitos, 10ma ed., 2003. P. 356
- [21] <https://www.electrical4u.com/reciprocity-theorem>
- [22] D. S. Perloff, Four-point sheet resistance correction factors for thin rectangular samples, Solid State Electronics, vol. 20, p. 3, 1977.
- [23] Van Der Paw, A method of Measuring specific resistivity and hall effect of disc of arbitrary shape, J. L., vol. 13, p. 1, 1958.
- [24] C. Kittel, Introduction to solid state, 8th ed. 2005.
- [25] N. Pérez, A. Canizo y V. García, Sistema Automático para la obtención de perfiles de resistencia contra Temperatura en materiales Superconductores, Superficies y Vacío, vol. 8, p. 45 (1998).
- [26] D. Cigoy, Low Resistance Measurements, Keithley Instruments Inc.