



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Construcción de una página Web para estudiar decisiones
monetarias usando una función de utilidad aditiva y
multiplicativa, un caso de estudio

Tesis presentada al

Posgrado de Matemáticas

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

por

Martín Baruch Pérez Vidal

Asesorado por

Hortensia Josefina Reyes Cervantes

Puebla Pue.
22 de noviembre de 2022



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Construcción de una página Web para estudiar decisiones
monetarias usando una función de utilidad aditiva y
multiplicativa, un caso de estudio

Tesis presentada al

Posgrado de Matemáticas

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

por

Martín Baruch Pérez Vidal

Asesorado por

Hortensia Josefina Reyes Cervantes

Puebla Pue.

22 de noviembre de 2022

Título: Construcción de una página Web para estudiar decisiones monetarias usando una función de utilidad aditiva y multiplicativa, un caso de estudio

Estudiante: MARTÍN BARUCH PÉREZ VIDAL

COMITÉ

Bulmaro Juárez Hernández
Presidente

Cruz Suárez Hugo Adán
Secretario

Francisco Solano Tajonar
Sanabria
Vocal

Sergio Adán Juárez
Vocal

Hortensia Josefina Reyes
Cervantes
Asesor

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por coordinar el apoyo económico que hizo posible mis estudios de maestría.

A la sociedad mexicana, espero que el trabajo de tesis sea digno del apoyo económico y ayude a mejorar nuestra sociedad.

A mis profesores que me demostraron su calidad no sólo académica sino que también humana durante mi formación, especialmente a los Doctores Francisco Solano Tajonar Sanabria, Hugo Adán Cruz Suárez y Bulmaro Juárez Hernández por ser parte fundamental de mi formación en la maestría y por aportar sus valiosas observaciones para el mejoramiento de este trabajo, a la Dra. Hortensia Josefina Reyes Cervantes por su paciencia y dedicación al guiarme en el proceso de creación de este trabajo, y al MC. Sergio Adán Juárez por las incontables horas de plática y proyectos compartidas.

Y a mi familia por su apoyo incondicional, especialmente a Guada y a Julisan que me conocen como nadie.

Introducción

Este trabajo tiene como objetivo generar una página web que replica un experimento cuyo objetivo es investigar si la dinámica en la que se ve envuelto un agente económico cuando toma decisiones es relevante en la toma de dichas decisiones o si las decisiones dependen únicamente de variables que identifican al agente económico. Para ello, se hace uso de la teoría de decisiones de agentes económicos conocida como Economía de la Ergodicidad [20]. Considerar la dinámica en que se ve envuelta la decisión económica como parte fundamental del proceso de decisión puede ser importante desde varias perspectivas. Por ejemplo, puede ayudar a explicar por qué una decisión es abordada de manera diferente por alguien rico que por alguien pobre, esto podría ser base para un mejor diseño de políticas públicas relativas al combate contra la pobreza, además de que esta visión puede ayudar a comprender de mejor manera las condiciones materiales de los individuos y a evitar la emisión de juicios sesgados hacia la situación económica de las personas [1].

Otro ejemplo es que la cantidad de información que se requiere para poner en marcha modelos que tomen en cuenta esto es sustancialmente menor ya que no se requiere información de cada individuo por separado, lo cual hace viable modelos macroeconómicos desde el punto de vista práctico.

Estos ejemplos demuestran la importancia del caso de estudio presentado, además de que la teoría subyacente tiene múltiples aplicaciones en finanzas [20].

En [15] se realizó un experimento y varios análisis para poner a prueba la Economía de la Ergodicidad contra la Teoría de la Utilidad Esperada [5], en este artículo, los análisis realizados muestran evidencia a favor. Se tiene como objetivo crear una página web para replicar este experimento y uno de estos análisis, pero no sólo eso sino que también, almacenar variables que no fueron tomadas en el experimento y no dejar características propias de los individuos de lado por completo. Se desarrolló este producto tecnológico para recopilar una base de datos más completa, lo cual hace que el trabajo sea robusto desde el punto de vista la integración de una aplicación de las matemáticas. Cabe destacar que el trabajo involucró diferentes ramas de las matemáticas como sistemas dinámicos, teoría de la medida, procesos estocásticos y estadística, y también se ven involucrados temas de ciencias de la computación que han sido tendencia últimamente, bases de datos, ETL (Extract Transform and Load), aunado a esto, se utilizaron los lenguajes R, MySQL, HTML, JavaScript y PHP.

Índice general

Agradecimientos	I
Introducción	III
1. Antecedentes	1
2. Acerca de los modelos de decisión estudiados y el experimento propuesto	5
2.1. Modelo nulo interpelado por el experimento	5
2.1.1. Problemas de Decisión	5
2.2. Modelo alternativo que el experimento pretende respaldar	6
2.2.1. Sistemas dinámicos	6
2.2.2. Teoría ergódica	7
2.2.3. Economía de la ergodicidad	8
2.3. Experimento discriminante propuesto	10
3. Propuesta de sitio web para almacenar datos relativos a este experimento	11
3.1. Mapa del sitio	11
3.2. Base de datos	16
4. Métodos estadísticos para un ejemplo de análisis con los datos recabados	19
4.1. Estadística clásica	19
4.1.1. Intervalos de Confianza	19
4.2. Estadística Bayesiana	19
4.2.1. Estimación para una proporción	20
4.2.2. Factor de Bayes	21
5. Algunos resultados con los datos recabados	23
5.1. Exploración inicial de los datos	23
5.1.1. Datos de los usuarios	23
5.1.2. Datos de las sesiones	23
5.1.3. Datos de las decisiones tomadas	23
5.1.4. Algunas gráficas de dispersión	29
5.2. Resultados globales	29
5.2.1. Intervalos de confianza	29
5.2.2. Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logarítmica	31
5.2.3. Estimaciones bayesianas	32
5.2.4. Intervalos de credibilidad	33
5.2.5. Factor de Bayes	34
5.3. Resultados para la subpoblación de mujeres	34
5.3.1. Intervalos de confianza	34

5.3.2.	Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logaritmica	34
5.3.3.	Estimaciones bayesianas	34
5.3.4.	Intervalos de credibilidad	35
5.3.5.	Factor de Bayes	36
5.4.	Resultados para la subpoblación de hombres	36
5.4.1.	Intervalos de confianza	36
5.4.2.	Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logaritmica	37
5.4.3.	Estimaciones bayesianas	37
5.4.4.	Intervalos de credibilidad	37
5.4.5.	Factor de Bayes	38
5.5.	Observaciones de los análisis	39
6.	Conclusiones	41
A.	Documentación del portal web	43
A.1.	Materialize	43
A.2.	Códigos de los sitios del portal web	43
A.3.	Consultas realizadas a la base de datos	65
B.	Documentación de los códigos en R	69
	Bibliografía	73

Capítulo 1

Antecedentes

A lo largo de la historia se han desarrollado varios modelos que describen la toma de decisiones de un agente económico.

Por ejemplo, Cardano, dado su reconocida afición por el juego, escribió un libro que describía cómo aprender a jugar y cómo ganar apuestas, “Liber de Aleae” o “The book of Games of Chance”, contiene el primer estudio de los principios de la probabilidad. En este libro, Cardano afirma que una apuesta debería ser bien aceptada por adelantado si el monto pagado es menor que la Esperanza de lo que se iba a obtener [19], podríamos interpretar que Cardano afirmaba que alguien racional aceptaría la apuesta por ese precio.

En el caso ideal en el que siempre se apuesta la misma cantidad de unidades monetarias y está permitido apostar con capital que no se tiene, tenemos que esta estrategia da resultados.

Podríamos expresar el cambio en el capital de la siguiente manera

$$\Delta x = \begin{cases} +c, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}, \\ -c, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (1.1)$$

donde $c > 0$ y el capital al tiempo n está dado por $x_n = x_{n-1} + \Delta x$ con $x_0 > 0$ dado.

En este caso, de hecho, tenemos que $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta x}{\Delta t} = E[\Delta x]$ (cabe aclarar que $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_t - x_0}{t}$ mientras que la esperanza se toma) [20], de tal manera que la estrategia de Cardano sería la mejor a largo plazo.

Sin embargo, si expresamos el monto de la apuesta como un porcentaje del capital en la ronda anterior como a continuación

$$\Delta x = \begin{cases} +50 \%x, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}, \\ -40 \%x, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (1.2)$$

Tenemos que $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta x}{\Delta t} \neq E[\Delta x]$ [20], por lo cual la estrategia de Cardano podría no ser favorable, de hecho, se tiene que, en (2.2) $E[\Delta x] > 0$ pero cualquier trayectoria del capital bajo esta apuesta tiende a 0 [20], de tal manera que sería absurdo jugar en esta apuesta a largo plazo.

En [5] Daniel Bernoulli critica esta forma de tomar decisiones y argumenta que la misma decisión es vista de diferente manera por alguien pobre que por alguien rico y por lo tanto la manera de decidir propuesta por Cardano no debería ser aceptada como universal.

(...) cualquiera que considere el problema con perspicacia e interés notará que el concepto de valor que hemos usado en esta regla debe estar definido en una manera que hace el procedimiento completo aceptable sin contemplaciones. Para hacer esto, el valor de las cosas no debería estar basado en el precio, sino que en la utilidad que estas producen [5].

En este mismo artículo, Daniel Bernoulli propone que un riesgo sería aceptado si el cambio esperado en cierta función que describe la utilidad de la riqueza, $E[\Delta u(x)]$, fuera mayor que cero.

Sin embargo, él mismo asegura que raramente es plausible cualquier generalización precisa ya que la utilidad de las cosas puede cambiar con las circunstancias.

Daniel Bernoulli nos invita a centrar nuestra atención a la situación más común para la utilidad que una persona percibe de cierto bien específico.

Es fuertemente probable que cualquier incremento en la riqueza, sin importar lo insignificante que sea, producirá siempre un incremento en la utilidad, la cual es inversamente proporcional a la cantidad de bienes que la persona posee en ese momento [5].

Daniel Bernoulli prosigue con un análisis geométrico de las funciones de utilidad y obtiene que el método expuesto en [19] coincide con una función de utilidad lineal, $u(x) = x$. Además, obtiene una nueva función de utilidad que resulta de la misma definición de función de utilidad que él propone, esta nueva función de utilidad está dada por

$$du = \frac{bdx}{x}, \tag{1.3}$$

cuya solución general es

$$u(x) = b \ln x + k. \tag{1.4}$$

con $b, k \in \mathbb{R}$ y $x > 0$.

Algo que vale la pena destacar es que Bernoulli menciona en [5] que un promedio adecuado para medir el riesgo en el caso de una utilidad logarítmica es el promedio geométrico.

Finalmente, Daniel Bernoulli explica como esta nueva medida del riesgo produce diferentes decisiones con respecto a las que producía el modelo expuesto en [19].

Por ejemplo, alguien con una utilidad $u(x) = \ln x$, para la apuesta expresada en (2.2), tendría un cambio esperado en la utilidad

$$E[\Delta \ln x] = \frac{\ln 1.5 + \ln 0.6}{2} \approx -0.05 < 0. \tag{1.5}$$

Por lo cual una persona con esta función de utilidad no aceptaría la apuesta.

En la apuesta expresada en (2.2), sucede que

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta \ln x}{\Delta t} = E[\Delta \ln x]. \tag{1.6}$$

Es decir que este indicador es recurrente en el tiempo.

Esta teoría de decisiones tiene la desventaja de no ser útil en el sentido macroeconómico ya que al depender la elección completamente de una función $u(x)$ que depende a su vez exclusivamente de la psicología de cada persona, necesitaría una cantidad de información demasiado grande para abordar el comportamiento de la economía en general.

Una objeción que se le puede hacer tanto al modelo presentado en [5] como al modelo presentado en [19] es que no se justifica por qué se toma a la esperanza como elemento determinante para predecir la elección.

Por otra parte, en la mecánica estadística surge una herramienta conocida posteriormente como teoría ergódica. De estudios históricos revisados, parece que la primera vez que se hace referencia a esto es en [6], en este trabajo, Boltzmann llama Ergode a una distribución de sistemas físicos que comparten cierta magnitud característica que es recurrente en el tiempo.

En la actualidad, un observable es llamado ergódico si su promedio en distribución iguala a su promedio temporal (en un sentido casi seguro) [21].

Ole Peters retoma los modelos de decisión expuestos por Bernoulli y por Cardano y analiza el problema desde el punto de vista de la teoría ergódica.

Se hace hincapié en que un cambio esperado en la riqueza positivo produce una trayectoria de la riqueza que es favorable a largo plazo para una apuesta cuyos montos son constantes y no dependen de la riqueza poseída hasta ese momento (apuestas como la presentada en (2.1)), análogamente, ocurre lo propio para un cambio esperado en la riqueza negativo. Esto respaldaría el modelo de Cardano frente a la decisión de entrar a una apuesta o no, pero sólo para ciertos casos.

Sin embargo, para el caso en el que los montos de la apuesta son porcentajes de la riqueza poseída hasta ese momento (como en (2.2)), el procedimiento de Cardano no parece ser indicativo de lo que sucedería con la riqueza bajo cierta decisión, por lo cual podría producir “muy malas decisiones”. Por el contrario, la apuesta presentada (2.2) tiene cambio esperado en la riqueza positivo, pero tiende a 0 con seguridad.

Por otra parte, toda apuesta multiplicativa, es decir tal que los montos apostados sean un porcentaje de la riqueza poseída hasta el momento, como aquella expuesta en (2.2), satisface que si el cambio esperado en el logaritmo de la riqueza es positivo, entonces la riqueza se comportará de manera favorable a largo plazo, y recíprocamente si el cambio esperado en el logaritmo de la riqueza es negativo. Esto validaría el modelo de Bernoulli para cuando se toma $u(x) = \ln x$ y se tiene una apuesta que es multiplicativa, la explicación de estos fenómenos se da a través de la Teoría Ergódica [20].

En [20], se propone que las decisiones económicas están vinculadas a procesos estocásticos que son el resultado de una tasa de crecimiento más ruido blanco. La tasa de crecimiento resultaría ser un observable ergódico, por lo tanto su promedio temporal sería igual a su esperanza y esta última indicaría la tasa promedio, que se tendría a largo plazo. La toma de decisiones se puede modelar como aquella que maximiza el cambio esperado en la tasa de crecimiento. Este procedimiento de toma de decisiones parece tener sentido ya que implica que las personas maximicen la tasa de crecimiento de su riqueza a lo largo del tiempo. Esto representa una gran ventaja de esta teoría con respecto a los modelos de decisión presentados en [19] y [5] ya que en estos modelos no existe una justificación aparente del uso de la esperanza como elemento que predice la decisión.

Además de esto, este modelo es estrictamente “físico”, en el sentido de que no recurre al uso de una función de utilidad específica para cada individuo, lo cual representa muchas ventajas de este modelo sobre el de Bernoulli además de que la perspectiva física se puede aplicar para explicar los fenómenos que parecen ser excepciones para este modelo de decisión [20], el modelo de decisión presentado es llamado Economía de la Ergodicidad.

Un equipo de neurocientíficos en Copenhague propone un experimento para discriminar entre la Teoría del Cambio Esperado en la Utilidad y la Economía de la Ergodicidad [15]. En este artículo se explica cómo los participantes del experimento deciden entre pares de apuestas en cada ronda de juego, con los datos recabados se realiza un análisis estadístico bayesiano cuyos resultados indican si los participantes estaban decidiendo según el modelo presente en [5] o aquel presente en [20].

Sin embargo, en el experimento presentado en [15] no participaron “muchas” personas, además de que no se hizo un análisis de casos específicos, es decir que no se comprobó si el modelo funciona para sectores específicos, como aquellos con marginación social, carencias económicas, variaciones de la edad, el sexo, el tipo de trabajo, entre otras variables que pueden influir en las respuestas.

En este trabajo de tesis, se pretende crear una página Web para replicar el análisis presentado en [15], pero con variación en las condiciones experimentales, almacenando variables propias de los individuos.

Los objetivos específicos son:

- Crear una base de datos que recabe la información del experimento.
- Crear un portal web que sirva como interfaz para el llenado de la base de datos.
- Replicar análisis hechos sobre este experimento.
- Replicar estos análisis sobre subpoblaciones.

Capítulo 2

Acerca de los modelos de decisión estudiados y el experimento propuesto

2.1. Modelo nulo interpelado por el experimento

En este capítulo se presentan los elementos de la Teoría de la Utilidad Esperada.

2.1.1. Problemas de Decisión

La teoría expuesta en esta sección es recuperada de [4].

Definición 1. *Un problema de decisión está definido por un cuarteto $(\mathcal{E}, \mathcal{C}, \mathcal{A}, \leq)$, donde:*

- \mathcal{E} es un álgebra que contiene los eventos relevantes,
- \mathcal{C} es un conjunto que contiene todas las posibles consecuencias,
- \mathcal{A} es un conjunto de funciones que envía \mathcal{E} a conjuntos ordenados de \mathcal{C} , entendido como el conjunto de acciones.
- \leq es una relación de orden parcial entre algunos elementos de \mathcal{A} , interpretada como preferencia de una opción sobre otra.

□

Observación 1. *Si $a \in \mathcal{A}$ está dada por $a(E_j) = c_j$, $j \in J$, para algún conjunto adecuado de índices, J , entonces se suele usar la notación $a = \{c_j | E_j : j \in J\}$.*

Además existe una incrustación canónica de \mathcal{C} en \mathcal{A} , cada elemento $c \in \mathcal{C}$ puede ser identificado con la acción $\{c | \Omega\}$, es decir, la acción que a cada elemento de \mathcal{E} lo manda a c . El elemento $c \in \mathcal{C}$ está identificado con la acción $\{c | \Omega\}$, en este sentido es que se dice que hay un orden en \mathcal{C} , además de que este orden se define como total dada la acción y por lo tanto es total para todo el conjunto \mathcal{C} . Además la álgebra \mathcal{E} tiene asociada una medida de probabilidad.

Usualmente los elementos de \mathcal{C} están idéntificados con los números reales, sin embargo se puede estudiar el caso general en el cual solamente se puede asegurar que cada acción tiene, como imagen, subconjuntos ordenados de \mathcal{C} .

□

Criterio de la Utilidad Esperada

Definición 2. Dado un problema de decisión $(\mathcal{E}, \mathcal{C}, \mathcal{A}, \leq)$, una función $u : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}$ es llamada función de utilidad si es creciente con respecto al orden de \mathcal{C} heredado por \mathcal{A} .

Definición 3. Si u es una función de utilidad, entonces se define la utilidad esperada de $a = \{c_j | E_j : j \in J\} \in \mathcal{A}$ como

$$\bar{u}(a) := \sum_{j \in J} u(c_j)P(E_j) = E[u \circ a].$$

Proposición 1 (Criterio de la utilidad esperada). Para dos acciones a_1 y a_2 , se puede decir que a_2 es preferible sobre a_1 , denotado por $a_1 \preceq a_2$, si $\bar{u}(a_1) \leq \bar{u}(a_2)$.

Además, \preceq es un orden total sobre \mathcal{A} que extiende el orden original en \mathcal{A} . □

Esta proposición se sigue de que la utilidad esperada de las consecuencias vistas como acciones es igual a la utilidad de estas mismas consecuencias y la función de utilidad conserva este orden. Además se prueba que este criterio cumple los axiomas de coherencia para los problemas de decisión propuestos y desarrollados en [4].

El procedimiento propuesto por Bernoulli que se expone en el Capítulo 2 es un caso particular de un problema de decisión utilizando el criterio de la utilidad esperada.

2.2. Modelo alternativo que el experimento pretende respaldar

En este capítulo, se presentan los elementos de la teoría conocida como Economía de la Ergodicidad.

2.2.1. Sistemas dinámicos

El concepto de observable ergódico pertenece a la Teoría Ergódica, esta última está construida sobre sistemas dinámicos, por lo cual es necesario el concepto de Sistema Dinámico.

La teoría expuesta es recuperada de [24].

Definición 4. Sean Ω y M conjuntos no vacíos.

Sea $+$ una operación binaria definida en M y consideremos que $(M, +, 0)$ es un semigrupo conmutativo.

Sea $\{S(t)\}_{t \in M}$ una colección de operadores $S(t) : \Omega \rightarrow \Omega$.

Se dice que $(\Omega, M, \{S(t)\}_{t \in M})$ es un sistema dinámico si

- $S(t + s) = S(t)S(s)$ para cualesquiera $t, s \in M$,
- $S(0)$ es la identidad en Ω .

Una función $u : M \rightarrow \Omega$ es una trayectoria del sistema solamente si

- $u(t + s) = S(t)u(s) = S(s)u(t)$ para cualesquiera $t, s \in M$.

A continuación, se presentan algunas propiedades y conceptos básicos de los sistemas dinámicos.

Proposición 2. Sea $t \in M$ tal que existe su inverso. Entonces $S(t)$ es biyectiva y además

$$S(-t) = S(t)^{-1}.$$

Definición 5. Sea x_0 en Ω .

$$\bigcup_{t \in M} \{S(t)x_0\}$$

es llamado *órbita completa* de x_0 .

Definición 6. Sea $H \subset \Omega$. Se dice que H es totalmente invariante si $S(t)H \subset H$ para cualquier $t \in M$.

Estos conceptos se utilizan a continuación en la Teoría Ergódica y al final de la exposición de esta teoría se presenta un ejemplo que ilustra el uso de ambas teorías.

2.2.2. Teoría ergódica

Los conceptos expuestos con anterioridad se conjuntan en la teoría ergódica.

La teoría ergódica es el lenguaje con el que está escrito el elemento central de la teoría de decisiones que se expone en este trabajo. La teoría expuesta en esta sección es recuperada de [21].

A continuación, se construye el concepto de sistema dinámico que conserva la medida, este tipo de sistemas son los que se estudian en la Teoría Ergódica.

Definición 7. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida. Sea $T : \Omega \rightarrow \Omega$ biyectiva, medible y con inversa medible.

Se dice que T conserva la medida si $\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A)$ para cualquier $A \in \mathcal{A}$.

Definición 8. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida y sea $(\Omega, M, \{S(t)\}_{t \in M})$ un sistema dinámico.

Se dice que $(\Omega, \mathcal{A}, \mu, M, \{S(t)\}_{t \in M})$ es un sistema dinámico que conserva la medida si $S(t)$ conserva la medida para cualquier $t \in M$.

El siguiente concepto es central para el modelo de decisiones conocido como Economía de la Ergodicidad.

Definición 9. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P, M, \{S(t)\}_{t \in M})$ un sistema dinámico que conserva la medida con (Ω, \mathcal{A}, P) un espacio de probabilidad, consideremos que $M \subset \mathbb{R}$ y que μ es una medida sobre M .

Una función medible $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ es llamada *observable ergódico del sistema* si $\bar{f}(\omega) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int_0^N f(S(t)\omega) d\mu(t)$ existe casi seguramente y además

$$E[f] := \int f dP \stackrel{c.s.}{=} \bar{f}(\omega) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int_0^N f(S(t)\omega) d\mu(t).$$

$\bar{f}(\omega)$ es conocido como *promedio temporal* de f partiendo de ω .

A pesar de que los conceptos estén construidos en el marco más general de sistemas dinámicos que conservan la medida, el caso de estudio más usual es especificar que se trata de un proceso estocástico, por lo cual se presenta el siguiente ejemplo que traduce de manera canónica un proceso estocástico estacionario en un sistema dinámico que conserva la medida.

Ejemplo 1. [21] Sea (Ω, \mathcal{A}, P) un espacio de probabilidad y sea $\{X_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ una colección de variables aleatorias Borel-medibles sobre Ω que correspondan a un proceso estocástico estacionario.

Sea $\varphi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$ dada por $\varphi(\omega)_n = X_n(\omega)$.

Sea $\mu(B_1 \times B_2 \times \dots) := P(\varphi^{-1}(B_1 \times B_2 \times \dots)) = P(X_1^{-1}(B_1) \cap X_2^{-1}(B_2) \cap \dots)$ para B_1, B_2, \dots en los Borelianos de \mathbb{R} y extendamos μ a los Borelianos de $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$.

Sea $\sigma : \mathbb{R}^{\mathbb{Z}} \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$ dada por que $\sigma(x)_n = x_{n+1}$ para cualquier $x \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$.

Resulta que $(\mathbb{R}^{\mathbb{Z}}, \mathcal{B}(\mathbb{R}^{\mathbb{Z}}), \mu, \mathbb{Z}, \{\sigma^n\}_{n \in \mathbb{Z}})$ es un sistema dinámico que conserva la medida.

Para tomar promedios temporales en este sistema dinámico, se le suele asignar a \mathbb{Z} la medida del conteo. □

2.2.3. Economía de la ergodicidad

El modelo de decisiones estudiado en este trabajo recibe el nombre Economía de la Ergodicidad.

La teoría expuesta en esta sección es recuperada de [20]. Este modelo está basado en el entendimiento de la tasa de crecimiento.

Definición 10. Para un proceso (determinístico) de crecimiento $x(t)$, la tasa de crecimiento general es

$$g = \frac{\Delta v(x)}{\Delta t},$$

donde v es creciente y es tal que g es invariante con respecto a Δt . □

A continuación, se exponen los dos procesos de crecimiento más usuales así como su tasa de crecimiento general respectiva.

Ejemplo 2. Suponiendo que el proceso de crecimiento es de la forma $x(n) = x_0 + pn$ con x_0 y p constantes en \mathbb{R} , entonces

$$g = \frac{\Delta x}{\Delta n},$$

es la tasa de crecimiento general.

Ejemplo 3. Suponiendo que el proceso de crecimiento es de la forma $x(n) = x_0 p^n$ con x_0 y p constantes en \mathbb{R} , entonces

$$g = \frac{\Delta \ln x}{\Delta n},$$

es la tasa de crecimiento general.

Observación 2. Los procesos de crecimiento aleatorios pueden ser modelados por la siguiente ecuación diferencial estocástica

$$dv(x) = \gamma dt + dW(t),$$

donde $W(t)$ es el proceso de Wiener y γ es una constante en \mathbb{R} .

El proceso de crecimiento se encuentra al resolver para x .

- Si $v(x) = x$, entonces $x(t)$ es el movimiento Browniano.
- Si $v(x) = \ln x$, entonces $x(t)$ es el movimiento Browniano Geométrico.

En este caso, no hay una tasa de crecimiento general ya que el proceso es aleatorio, sin embargo, γ resulta ser un observable ergódico y puede ser entendido como sustituto de la tasa de crecimiento general [20].

Observación 3. Para este trabajo, se utiliza la versión discreta de esta ecuación, es decir,

$$\Delta v(x) = \gamma \Delta t + W,$$

donde

$$W = \begin{cases} +c, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}, \\ -c, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}. \end{cases}$$

con $c \geq 0$.

Acerca de los modelos de decisión estudiados y el experimento propuesto
2.2 Modelo alternativo que el experimento pretende respaldar

Observación 4. *El modelo propuesto por Ole Peters en [20] propone que los agentes económicos eligen la mejor tasa γ al tomar una decisión económica.*

Dado que γ es un observable ergódico, está justificado el uso de la esperanza de alguna función de x para predecir la decisión del agente.

2.3. Experimento discriminante propuesto

Los procedimientos descritos en esta sección fueron realizados en [15], donde se realizan experimentos para discernir entre los modelos tomados de [5] y [19], propuestos por Cardano y por Bernoulli respectivamente, y el modelo presentado en [20] propuesto por Ole Peters. Los análisis realizados arrojaron que la dinámica de los juegos llevados a cabo afectaba la función de utilidad de los sujetos de prueba y que estos cambios se aproximan mejor por este último modelo óptimo a través del tiempo que por los modelos clásicos de utilidad, su objetivo era investigar cómo los modelos de utilidad existentes se desarrollaban en comparación con este modelo temporalmente óptimo al explicar el comportamiento de las decisiones bajo cambios en la dinámica de juego, en un experimento que duró dos días, cada sujeto se enroló en un esquema de juego con dinámica aditiva o multiplicativa de acuerdo al día (relacionado con los procesos de crecimiento determinísticos presentados). Al inicio de cada día, los participantes fueron equipados con 1000 coronas danesas (1000 DKK), después de lo cual participaron en una sesión pasiva en la que tuvieron la oportunidad de aprender, mediante la observación, el efecto determinístico de imágenes presentadas en su riqueza en juego. Durante el día aditivo, las imágenes causaron cambios aditivos en la riqueza en juego, mientras que durante el día multiplicativo, las imágenes causaron cambios multiplicativos en la riqueza en juego. Diferentes imágenes fueron utilizadas para cada uno de los días y la asociación entre las imágenes y el cambio en la riqueza que producían fue aleatorizada entre cada uno de los sujetos. Después de observar repetidamente la relación entre las imágenes y el cambio en la riqueza, los participantes se enrolaron en una sesión activa durante la cual escogieron entre dos juegos compuestos por pares tomados del mismo conjunto de imágenes. Después de haber sido escogido el juego, cada una de las imágenes tenía el 50% de probabilidades de ser el resultado de éste, por 10 veces, cada vez que elegían. Tomaron decisiones como esta, repetidamente.

Capítulo 3

Propuesta de sitio web para almacenar datos relativos a este experimento

A continuación, se explica el diseño y la construcción de una infraestructura para realizar un experimento muy parecido al desarrollado en [15], dicha infraestructura consiste en un portal web cuyos componentes principales son:

- Formulario de registro de usuarios.
- Sitio de inicio de sesión de usuarios.
- Sitio en el que los usuarios aprenden el efecto de la aparición de ciertas imágenes sobre su puntaje.
- Sitio en el que los usuarios deciden entre pares de imágenes en cada ronda.
- Sitio que muestra los puntajes en cada una de las sesiones.

3.1. Mapa del sitio

En la dirección web control.fcfm.buap.mx/ergo/ se encuentra la página principal del portal web que se desarrolló para recolectar los datos y almacenarlos.

En la Figura 3.1, se presenta el mapa del sitio, en éste observamos, al inicio, la página principal control.fcfm.buap.mx/ergo/ que nos puede dirigir a dos páginas, control.fcfm.buap.mx/ergo/LogIn.php o a control.fcfm.buap.mx/SingUp.php, dependiendo si se desea hacer un registro de usuario o un inicio de sesión.

Ambas páginas nos dirigen hacia control.fcfm.buap.mx/prepasiva.php (Figura 3.5), en esta página se explica parte del funcionamiento de la dinámica en la que participará el usuario y sirve para dirigirlo de manera aleatoria hacia control.fcfm.buap.mx/ergo/pasivaM.php o hacia control.fcfm.buap.mx/pasivaA.php; [pasivaM.php](http://control.fcfm.buap.mx/ergo/pasivaM.php) corresponde a una dinámica de juego aditiva y [pasivaA.php](http://control.fcfm.buap.mx/ergo/pasivaA.php) corresponde a una dinámica de juego multiplicativa.

En estas últimas páginas (Figura 3.6) son en las cuales el usuario puede aprender el efecto de las imágenes en su puntaje para posteriormente ser dirigido a control.fcfm.buap.mx/ergo/ActivaM.php o a control.fcfm.buap.mx/ergo/ActivaA.php (Figura 3.7), según sea el caso, para tomar las decisiones correspondientes.

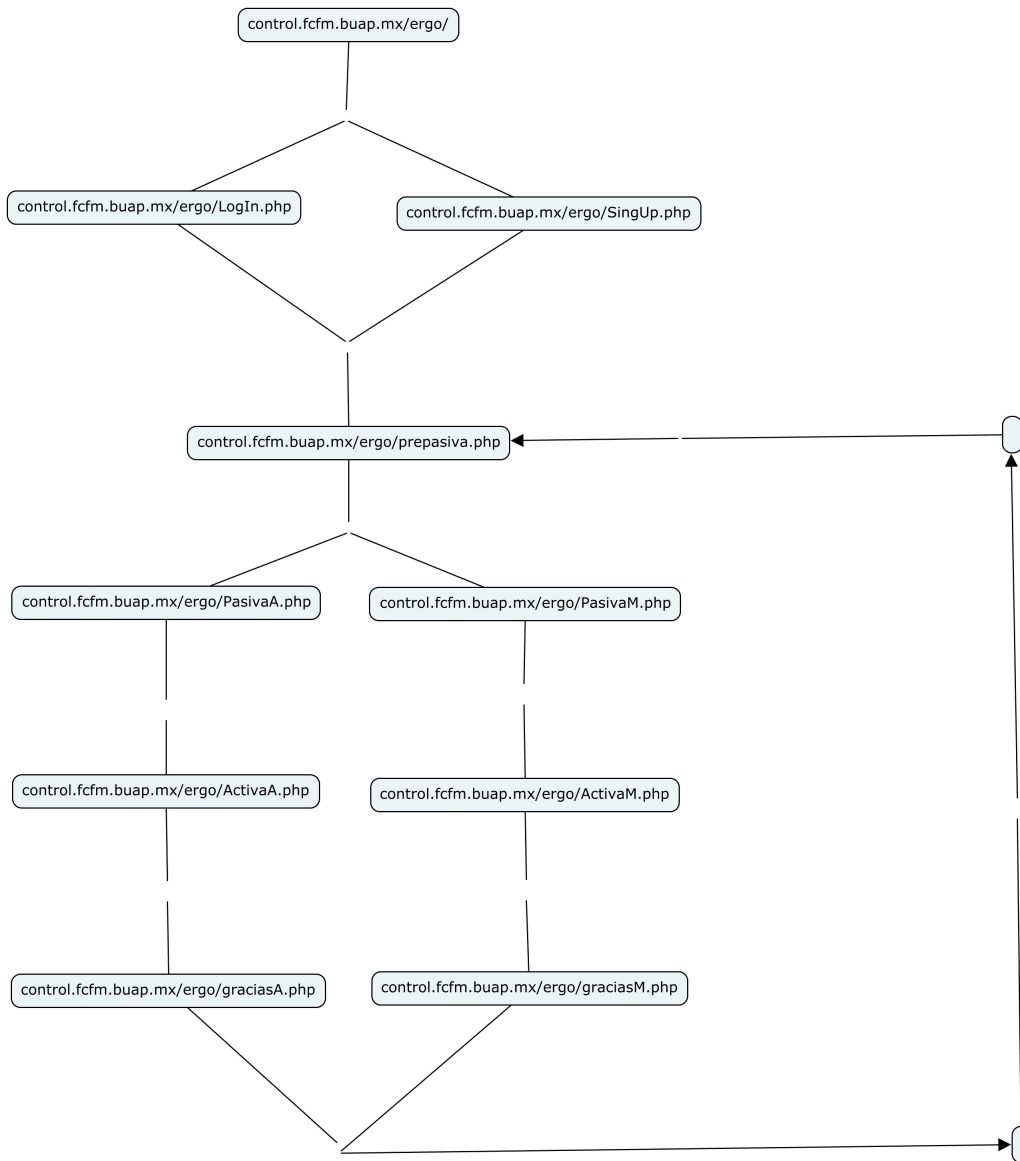


Figura 3.1: Mapa del portal control.fcfm.buap.mx/ergo/.

Propuesta de sitio web para almacenar datos relativos a este experimento
3.1 Mapa del sitio



Figura 3.2: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/index.html.

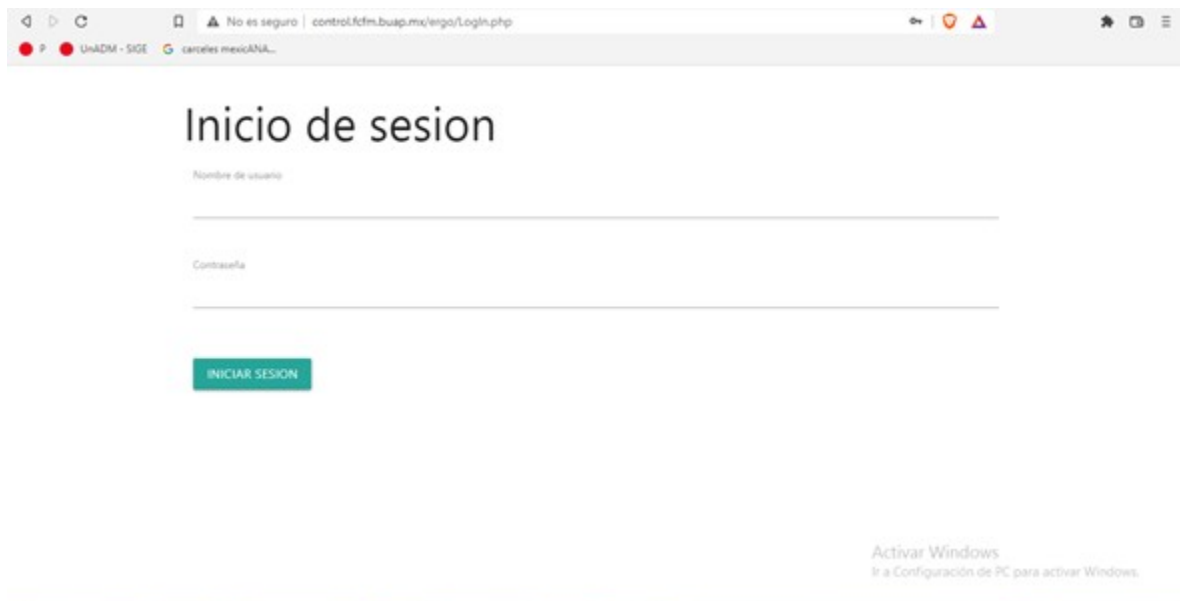


Figura 3.3: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/Login.php.

Propuesta de sitio web para almacenar datos relativos a este experimento
3.1 Mapa del sitio

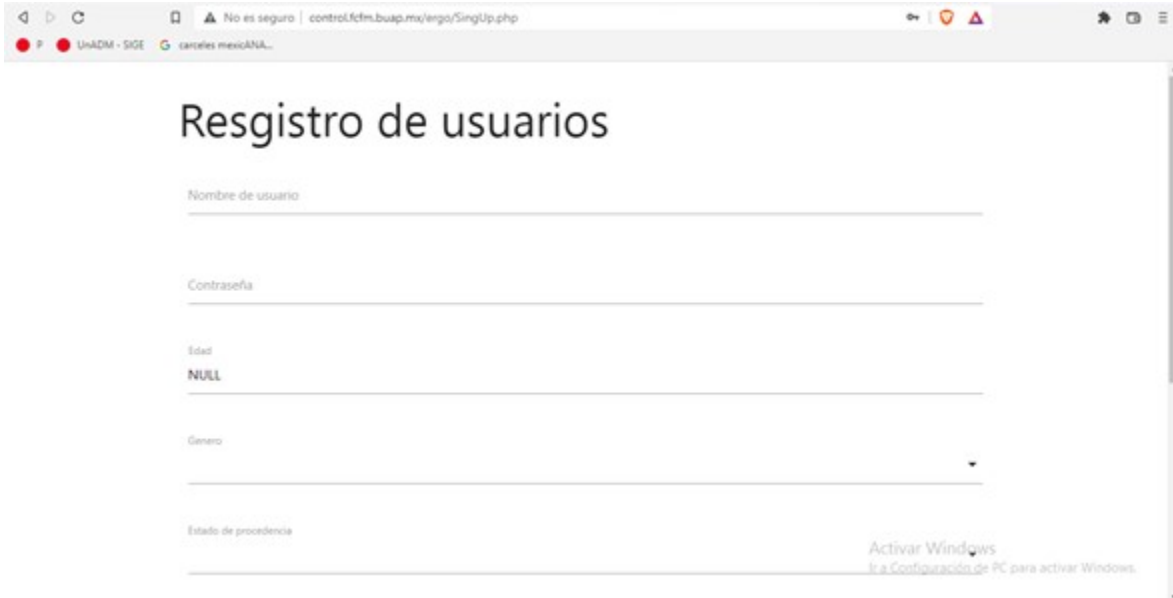


Figura 3.4: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/SingUp.php.

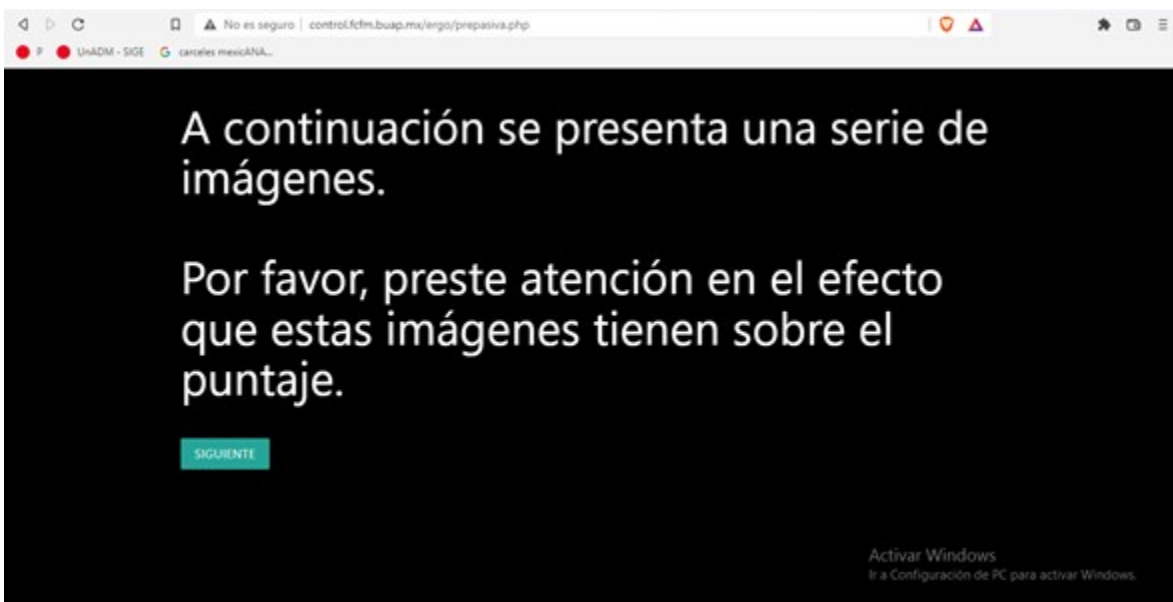


Figura 3.5: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/prepasiva.php.

Propuesta de sitio web para almacenar datos relativos a este experimento
3.1 Mapa del sitio

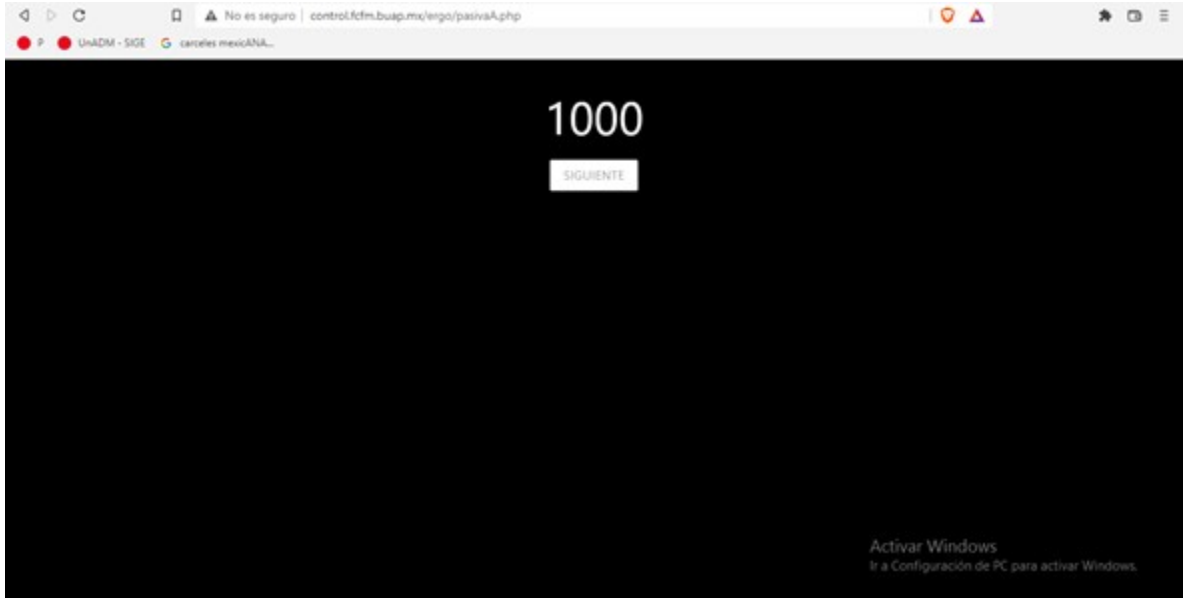


Figura 3.6: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/pasiva.php.

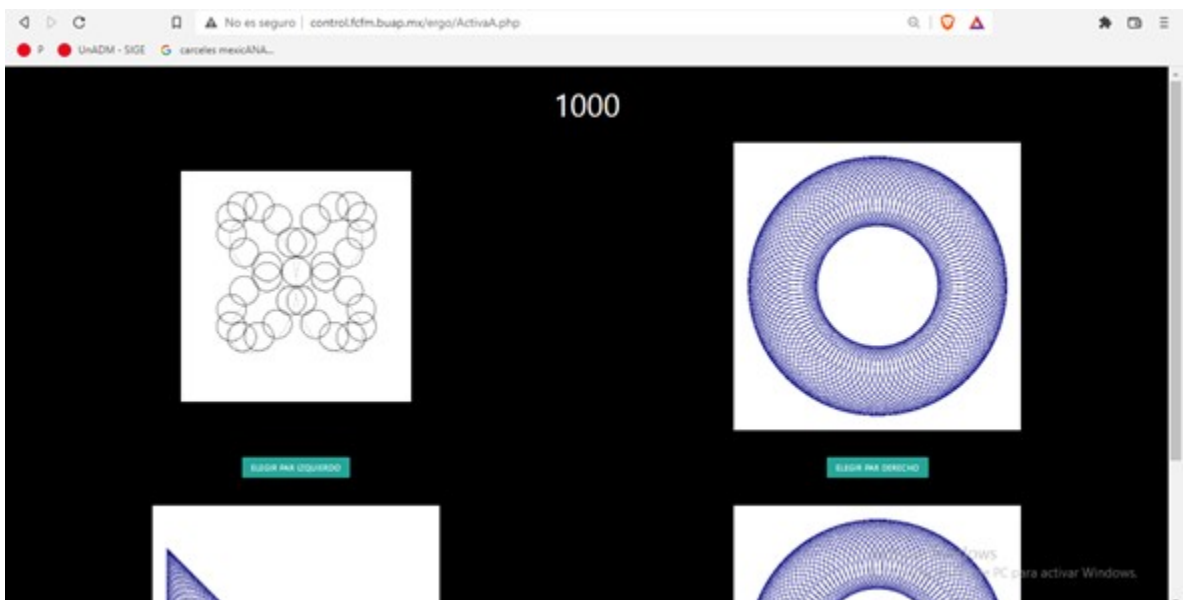


Figura 3.7: activa.



Figura 3.8: Sitio control.fcfm.buap.mx/ergo/gracias.php.

Finalmente, se redirige hacia control.fcfm.buap.mx/ergo/graciasM.php o hacia control.fcfm.buap.mx/ergo/graciasA.php (Figura 3.8), páginas en las cuales se le muestran los puntajes de otros usuarios y puede redirigirse hacia control.fcfm.buap.mx/ergo/prepasiva.php para participar nuevamente.

3.2. Base de datos

El portal web interactúa con una base de datos diseñada especialmente para él. Dicha base de datos está programada en lenguaje MySQL y está gestionada por el gestor de bases de datos Maria DB dentro del servidor.

En la Figura 3.9 se encuentra el diagrama relacional de la base de datos.

La tabla de usuarios contiene la información de los usuarios que se han registrado en el portal web, los campos *Genero*, *Pais*, *Estado*, *Ingreso Mensual*, *Grado de Estudios* y *Ocupación* contienen referencias a otras tablas en las cuales se almacenan estas opciones de información para el usuario, esto se hizo así con la finalidad de que la base de datos fuera más manejable por PHP.

Cada que se inicia una nueva ronda en el portal web, se inserta un registro en la tabla sesiones que contiene como un campo IDusuario, este dato está vinculado a la tabla usuarios.

En cada sesión, se realizan elecciones multiplicativas o aditivas, estos datos se registran en las tablas *eleccionesm* y *elecciones* respectivamente, estas elecciones corresponden a elegir el par de imágenes de la izquierda o bien el par de imágenes de la derecha, según se ha explicado con anterioridad.

Las tablas elecciones y eleccionesm toman como referencia los registros de las tablas montos_multiplicativos y montos_aditivos respectivamente, en estas tablas se guardan los posibles efectos en el puntaje del usuario para cada sesión y cada elección tomada.

Para recuperar los registros de la base de datos, se utilizan consultas formuladas en lenguaje MySQL, estas consultas son fundamentales para la coherencia de los datos, por lo cual se incluyen en el Apéndice.

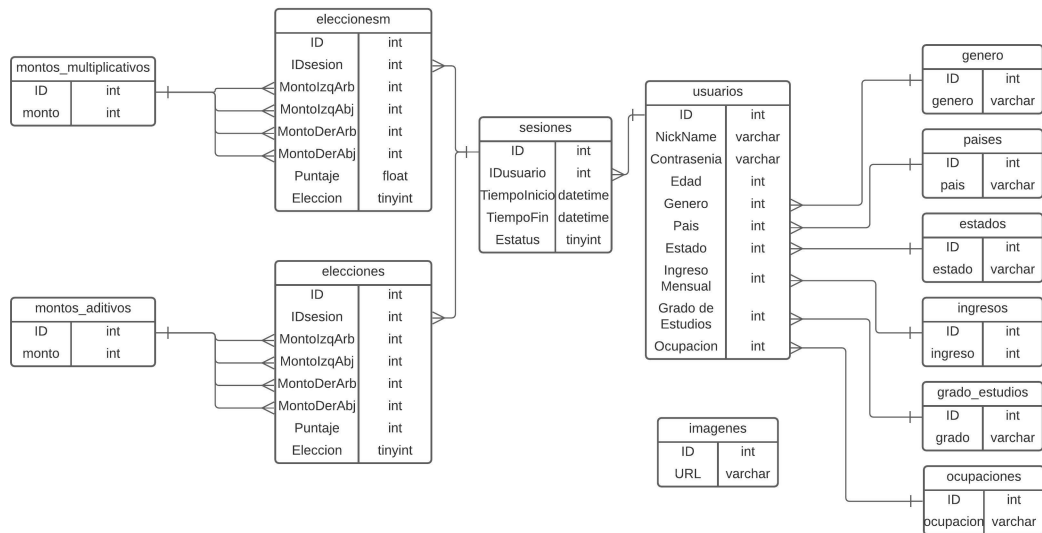


Figura 3.9: Diagrama relacional de la base de datos.

Capítulo 4

Métodos estadísticos para un ejemplo de análisis con los datos recabados

4.1. Estadística clásica

Los métodos estadísticos pueden ser revisados en [10], [16] o [17].

4.1.1. Intervalos de Confianza

Definición 11. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una población con densidad $f(\cdot, \theta)$. Sean T_1 y T_2 estimadores puntuales de θ tales que $T_1 \leq T_2$ y $P(T_1 \leq \theta \leq T_2) = 1 - \alpha$.

Al intervalo $[T_1, T_2]$ se le llamará intervalo de confianza del $100(1 - \alpha)\%$.

A $1 - \alpha$ se le llama nivel de confianza del intervalo y a α se le llama nivel de significancia del intervalo.

Intervalo de confianza para una proporción

Si se tiene una muestra aleatoria de tamaño $n \geq 1$, x_1, \dots, X_n y se está interesado en la proporción de esa muestra que cumple cierta característica de interés, entonces sea $X = \sum_{i=1}^n I_{\{X_i \in A\}}$ la cantidad de elementos de la muestra que satisfacen dicha característica y sea $\hat{p} = \frac{X}{n}$ una estimación puntual de la proporción poblacional.

Si n es grande, entonces $Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$, en donde p es la proporción poblacional, se distribuye aproximadamente como normal estándar.

Por lo tanto $(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$, en donde $z_{\frac{\alpha}{2}}$ es el percentil de tamaño $\frac{\alpha}{2}$ de la distribución normal estándar, es un intervalo de confianza con confianza cercana a $1 - \alpha$ para la proporción p .

4.2. Estadística Bayesiana

La teoría expuesta en el área de la estadística Bayesiana es recuperada de [14]. La siguiente observación resume la naturaleza de la estadística Bayesiana.

Observación 5. En estadística Bayesiana, se supone que los parámetros de las distribuciones involucradas siguen una distribución propuesta por el investigador.

La distribución que se supone que tiene el parámetro antes de realizar algún experimento es conocida como distribución a priori cuya densidad es denotada por $p(\theta)$.

Dado el valor de un parámetro, se supone que las observaciones siguen cierta verosimilitud con distribución $p(\mathbf{x}|\theta)$.

Se utiliza la relación $p(\theta|\mathbf{x}) \propto p(\mathbf{x}|\theta)p(\theta)$ para actualizar las creencias de la distribución de θ dado que se ha observado la muestra \mathbf{x} .

4.2.1. Estimación para una proporción

Si la creencia a priori acerca de una proporción, θ , se expresa mediante una distribución Beta con parámetros α y β , es decir que,

$$p(\theta) = \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)},$$

donde $\alpha, \beta > 0$, $0 \leq \theta \leq 1$ y $B(\alpha, \beta)$ está definida como

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 \theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1} d\theta.$$

Entonces la distribución a posteriori de la proporción queda expresada en términos prácticos, después de la recolección de una muestra.

Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria y sea $X = \sum_{k=1}^n I_{\{X_k \in A\}}$, entonces

$$p(X|\theta) = \binom{n}{X} \theta^X (1-\theta)^{n-X}.$$

De la relación $p(\theta|X) \propto p(X|\theta)p(\theta)$, se obtiene que $\theta|X$ tiene una distribución Beta con parámetros $\alpha + X$ y $\beta + n - X$ [25].

Esto se resume en el siguiente teorema.

Teorema 1. Si se tiene una distribución $B(\alpha, \beta)$ a priori para la proporción de elementos que pertenecen a A , θ , y además se tiene una muestra aleatoria X_1, \dots, X_n , entonces $\theta | \sum_{k=1}^n I_{\{X_k \in A\}}$

tiene una distribución $B(\alpha + \sum_{k=1}^n I_{\{X_k \in A\}}, \beta + n - \sum_{k=1}^n I_{\{X_k \in A\}})$.

Demostración 1. Sea $X = \sum_{k=1}^n I_{\{X_k \in A\}}$.

$X|\theta$ tiene una distribución binomial con parámetros n y θ .

Luego

$$\begin{aligned} p(\theta|X) &\propto p(X|\theta)p(\theta) \\ &= \binom{n}{X} \theta^X (1-\theta)^{n-X} \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \\ &\propto \theta^{\alpha+X-1} (1-\theta)^{\beta+n-X-1}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Esta última expresión corresponde a la distribución Beta con parámetros $\alpha + X$ y $\beta + n - X$, por lo tanto, $\theta|X$ se distribuye de esta manera. \square

factor de Bayes	Nivel de Evidencia
De 0 a 1	A favor de H_2
De 1 a $10^{\frac{1}{2}}$	Débil
De $10^{\frac{1}{2}}$ a 10	Sustancial
De 10 a $10^{\frac{3}{2}}$	Fuerte
De $10^{\frac{3}{2}}$ a 10^2	Muy fuerte
Mayor que 10^2	Decisiva

Tabla 4.1: Nivel de evidencia que proporciona el factor de Bayes [11].

4.2.2. Factor de Bayes

El factor de Bayes se toma como una medida de credibilidad de cierta hipótesis H_1 contra cierta hipótesis H_2 .

El factor de Bayes se define como

$$\frac{P(\mathbf{x}|H_1)}{P(\mathbf{x}|H_2)} = \frac{P(H_1|\mathbf{x}) P(H_2)}{P(H_2|\mathbf{x}) P(H_1)}.$$

El factor de Bayes puede interpretarse como la razón de qué tan creíble es la hipótesis H_1 en contraste con la hipótesis H_2 dados los datos, reducido por la razón de qué tan grande era la hipótesis 2 en contraste con la hipótesis 1 inicialmente.

Para calcular el factor de Bayes, se suele ocupar lo siguiente.

$$\begin{aligned} P(x|H_1) &= \frac{1}{P(H_1)} P(\mathbf{x}, H_1) \\ &= \frac{1}{P(H_1)} \int_{H_1} P(\mathbf{x}, \theta_1) d\theta_1 \\ &= \frac{1}{P(H_1)} \int_{H_1} P(x|\theta_1) P(\theta_1) d\theta_1. \end{aligned} \tag{4.2}$$

De tal manera que el factor de Bayes se puede calcular como

$$\frac{\int_{H_1} P(x|\theta_1) P(\theta_1) d\theta_1 P(H_2)}{\int_{H_2} P(x|\theta_2) P(\theta_2) d\theta_2 P(H_1)}.$$

Heurísticamente, se ha establecido el nivel de evidencia que el factor de Bayes proporciona, como se muestra en la Tabla 4.1, [11].

Capítulo 5

Algunos resultados con los datos recabados

En este capítulo se muestran los análisis correspondientes a los datos obtenidos por medio del portal web.

5.1. Exploración inicial de los datos

5.1.1. Datos de los usuarios

A continuación, se presentan las distribuciones de los datos relacionados con los participantes.

La Figura 5.1 muestra cómo se distribuyen las edades de los participantes que proporcionaron su edad.

La Figura 5.2 muestra la cantidad de mujeres y la cantidad de hombres que participaron.

La Figura 5.3 muestra la distribución de los estados de procedencia de los participantes.

La Figura 5.4 muestra la distribución del ingreso promedio mensual de los participantes.

La Figura 5.5 muestra la distribución del grado de estudios de los participantes.

La Figura 5.6 muestra la distribución de las ocupaciones de los participantes.

5.1.2. Datos de las sesiones

Cada sesión de juego fue guardada en la tabla “sesiones” cuyos campos son “ID”, “IDusuario”, “TiempoInicio”, “TiempoFin”, “Estatus”.

La figura 5.7 muestra la distribución de los tiempos que duró cada sesión de juego.

La figura 5.8 muestra la distribución de los estatus de las sesiones.

Los puntajes que el usuario va obteniendo se encuentran propiamente en las tablas “elecciones” y “eleccionesm” pero cada sesión tiene un puntaje final correspondiente.

La Figura 5.9 muestra la distribución de los puntajes obtenidos para cada sesión.

5.1.3. Datos de las decisiones tomadas

La principal información que proporciona la tabla “elecciones” es si se decidió por el par derecho o por el par izquierdo de imágenes para cada ocasión.

La Figura 5.10 muestra la distribución de las decisiones tomadas.

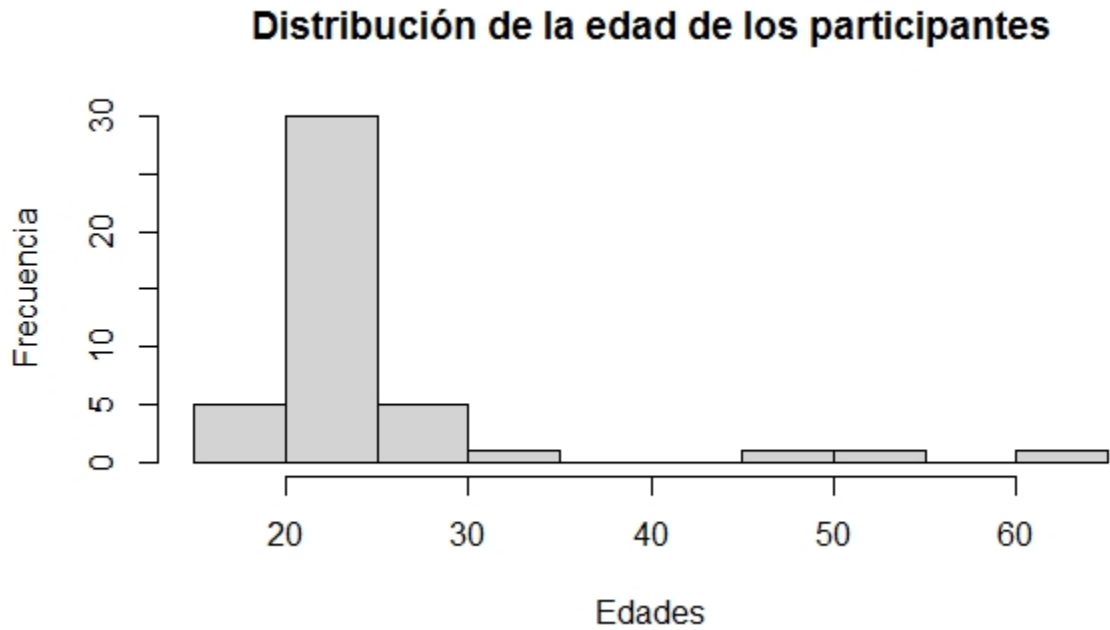


Figura 5.1: Edades de aquellos participantes que proporcionaron este dato.

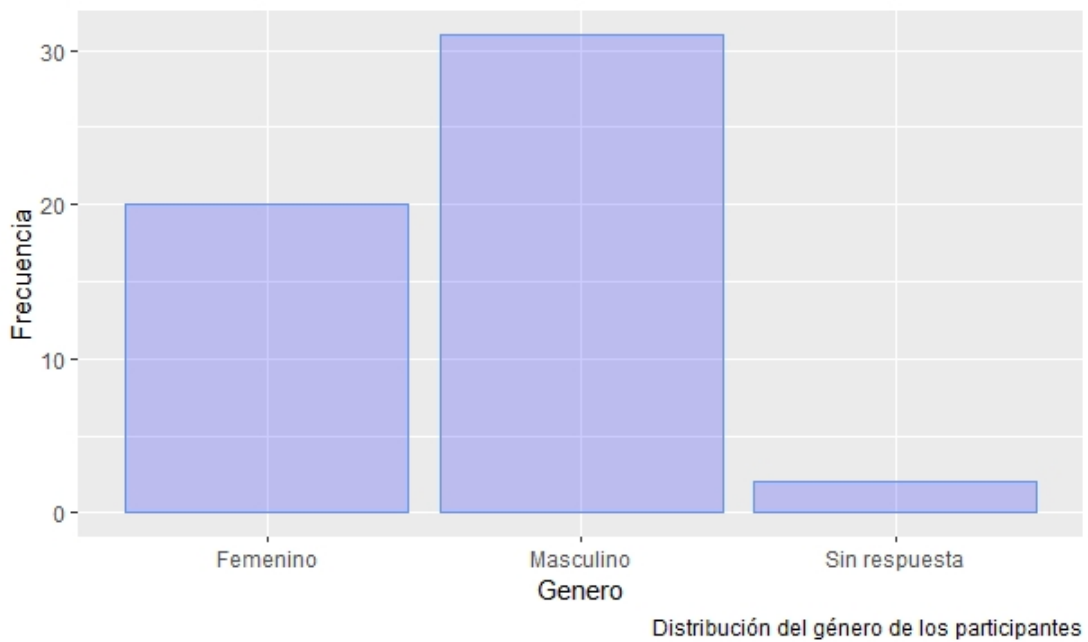


Figura 5.2: Género de los participante que proporcionaron este dato.

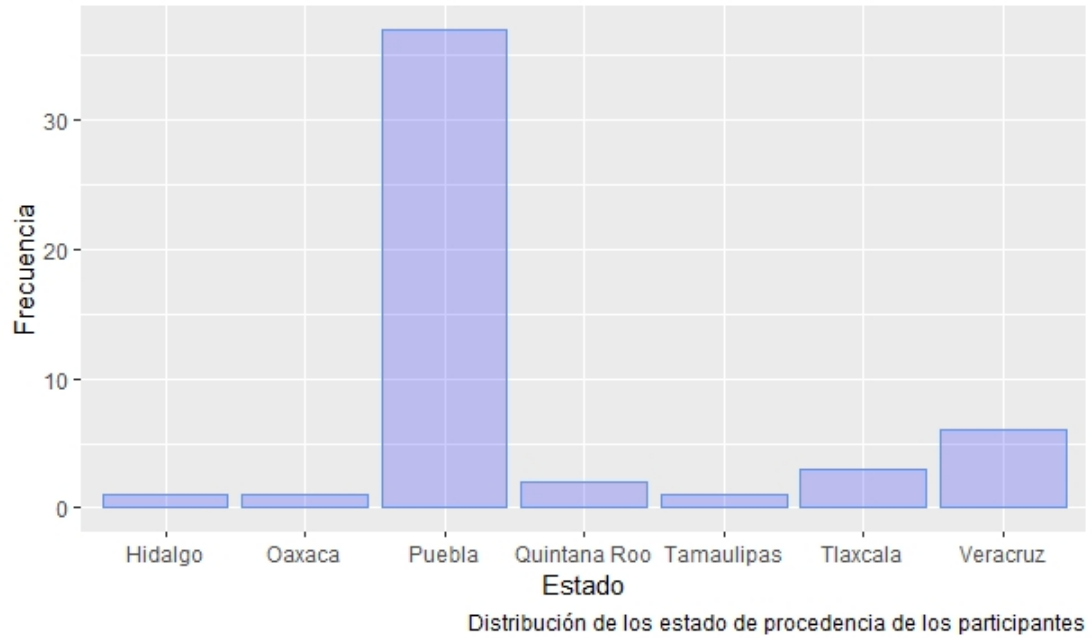


Figura 5.3: Estados de procedencia de los participantes que proporcionaron este dato.

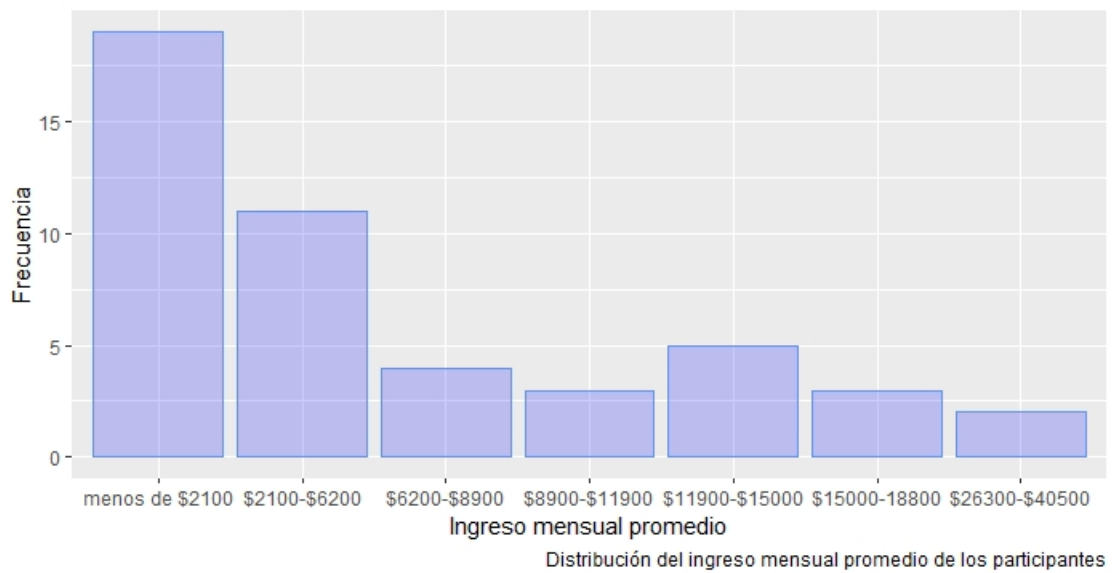


Figura 5.4: Ingreso mensual promedio de los participantes que proporcionaron este dato.

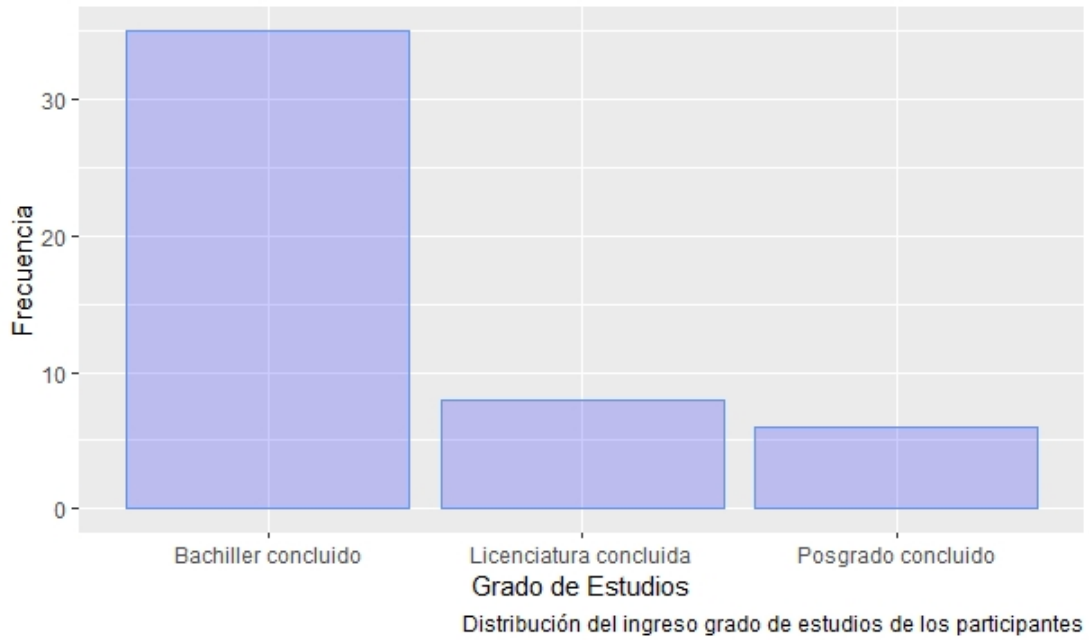


Figura 5.5: Grado de estudios de los participantes que proporcionaron este dato.

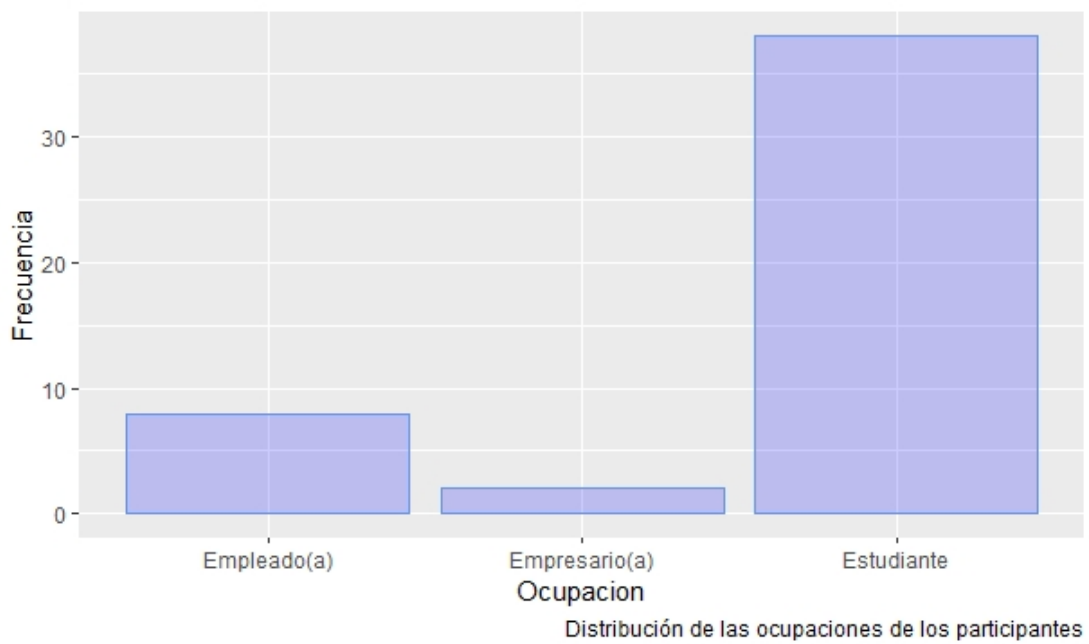


Figura 5.6: Ocupaciones de los participantes que proporcionaron este dato.

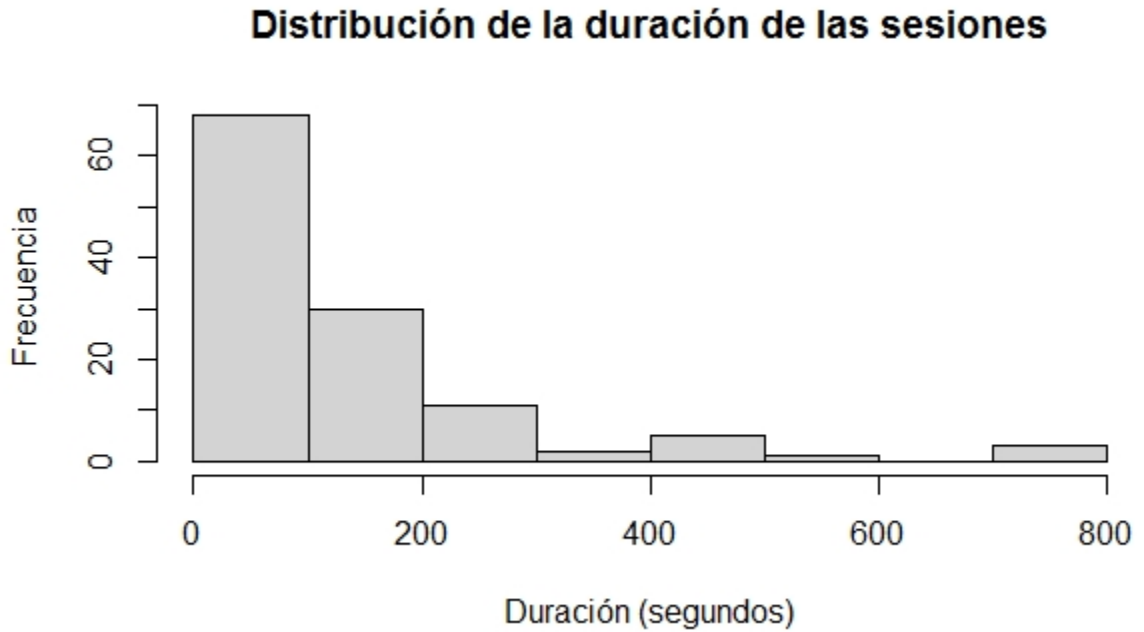


Figura 5.7: Distribución de los tiempos de juego de las distintas sesiones.

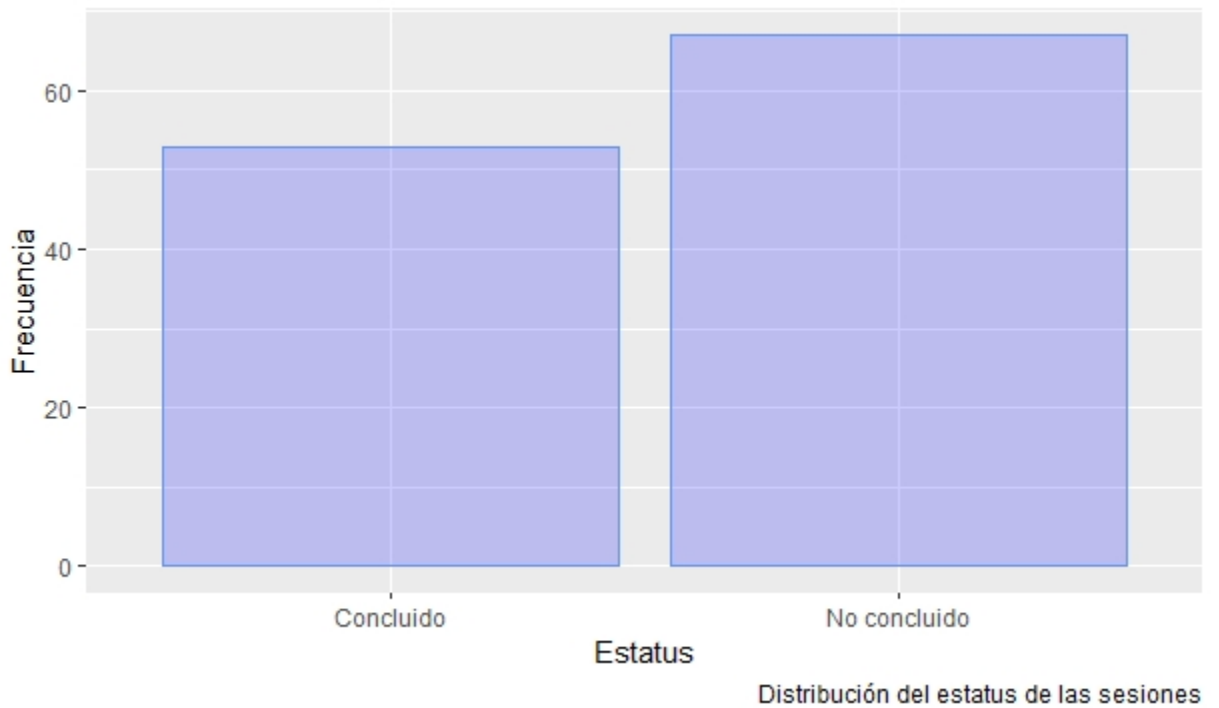


Figura 5.8: Distribución de los estatus de las sesiones.

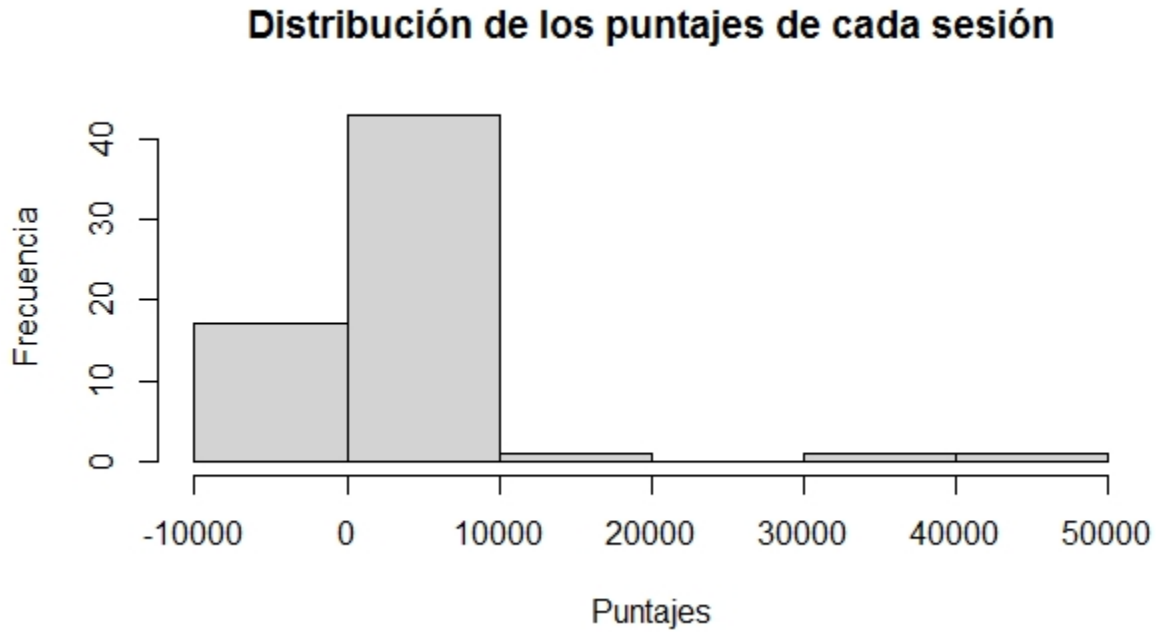


Figura 5.9: Distribución de los puntajes de cada sesión.



Figura 5.10: Distribución de las decisiones tomadas.

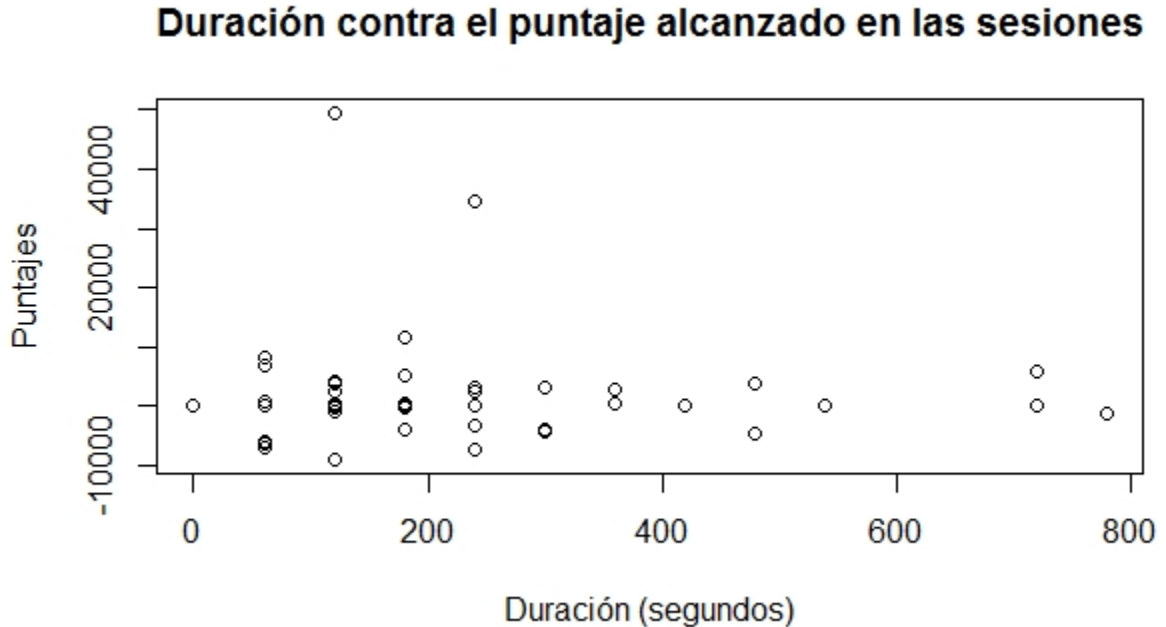


Figura 5.11: Gráfica de dispersión de la duración de las sesiones contra el puntaje alcanzado en ellas.

5.1.4. Algunas gráficas de dispersión

En la Figura 5.11 se muestra la gráfica de dispersión de la duración de las sesiones contra el puntaje alcanzado en ellas, el diagrama se realiza con la finalidad de buscar posibles correlaciones.

En la Figura 5.12 se muestra la gráfica de dispersión de la edad de los participantes contra los puntajes alcanzados en sus sesiones.

5.2. Resultados globales

5.2.1. Intervalos de confianza

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Para la dinámica de juego aditivo, el cambio en el puntaje se produce al añadir ciertas cantidades fijas al puntaje alcanzado hasta ese momento. Por ejemplo, si se tuviera cierto puntaje P y resultara un monto m , entonces el puntaje siguiente sería $P + m$.

Debido a esto, la esperanza en el cambio en el puntaje, dado que se inicia con un puntaje P y se elige un par de montos m_1 y m_2 que serán seleccionados aleatoriamente con probabilidad $\frac{1}{2}$, es $\frac{m_1+m_2}{2}$.

Por otra parte, la esperanza en el cambio del logaritmo del puntaje sería $\frac{\log(P+m_1)-\log(P)+\log(P+m_2)-\log(P)}{2}$.

Si comparamos la esperanza en el cambio del puntaje de dos parejas, una consistente de montos m_1 y m_2 (izquierda), y la otra consistente de montos m_3 y m_4 (derecha), entonces la esperanza del

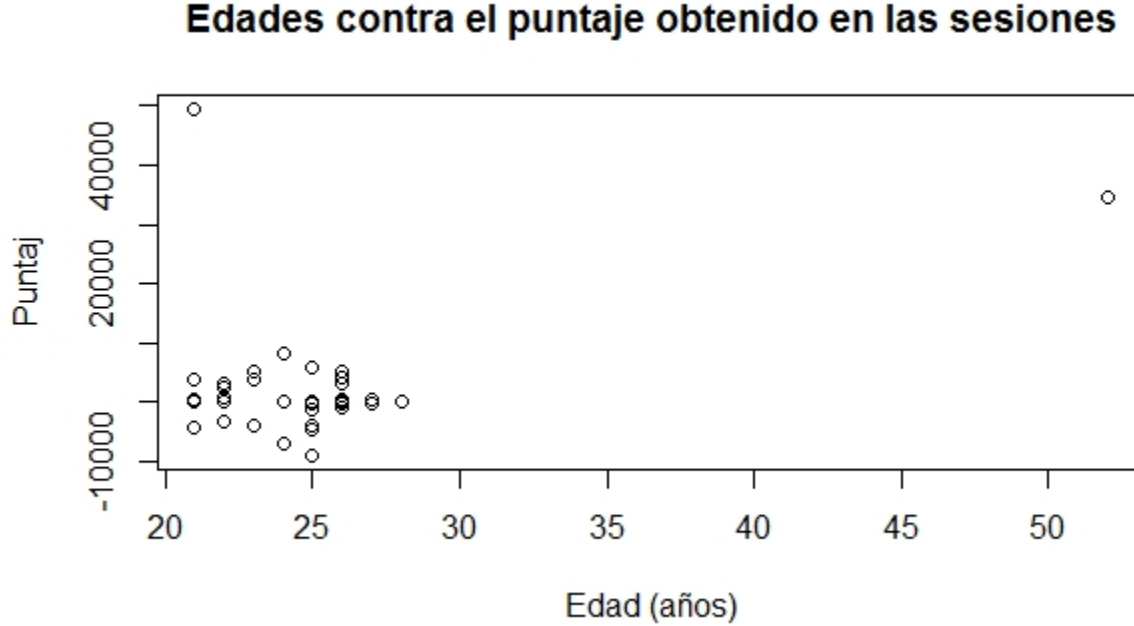


Figura 5.12: Edades de los participantes contra puntajes alcanzados en sus sesiones.

cambio en el puntaje de la pareja izquierda es menor que la esperanza del cambio en el puntaje de la pareja derecha si y sólo si

$$m_1 + m_2 < m_3 + m_4. \quad (5.1)$$

Por otra parte, para estas mismas dos parejas, la esperanza del cambio en el logaritmo del puntaje de la pareja izquierda es mayor que la esperanza del cambio en el logaritmo del puntaje de la pareja derecha, si y sólo si,

$$\log(P + m_1) - \log(P) + \log(P + m_2) - \log(P) > \log(P + m_3) - \log(P) + \log(P + m_4) - \log(P), \quad (5.2)$$

lo cual es equivalente a que

$$(P + m_1)(P + m_2) > (P + m_3)(P + m_4). \quad (5.3)$$

Una decisión de las tomadas en las sesiones aditivas que cumpla (5.1) y (5.3) es llamada decisión discriminante, también son llamadas así las decisiones que cumplan las desigualdades contrarias ya que una decisión tiene mayor utilidad lineal, pero la otra tiene mayor utilidad logarítmica, es decir que una decisión respaldaría una utilidad lineal y la otra, una utilidad logarítmica.

En el portal web, para las sesiones aditivas, se registraron 104 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 225 decisiones discriminantes en total, por lo tanto, se obtiene que el intervalo (0.3971, 0.5274) es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

Cuando la sesión es multiplicativa, el cambio en el puntaje se produce al añadir un porcentaje del puntaje actual. Es por esto que si se inicia en un puntaje P y resulta un monto m , entonces el siguiente puntaje será $P(1 + m)$.

Utilizando la simbología de la sección anterior, se tiene que la esperanza del cambio en el puntaje de la pareja izquierda es menor que la esperanza del cambio en el puntaje de la pareja derecha si y sólo si

$$m_1 + m_2 < m_3 + m_4. \quad (5.4)$$

Así mismo, la esperanza en el cambio del logaritmo del puntaje de la pareja izquierda es mayor que la esperanza del cambio en el logaritmo del puntaje de la pareja derecha si y sólo si

$$(1 + m_1)(1 + m_2) > (1 + m_3)(1 + m_4). \quad (5.5)$$

Una decisión de las tomadas en las sesiones multiplicativas que cumpla (5.4) y (5.5) es llamada decisión discriminante, también si cumple las desigualdades contrarias.

En el portal web, para las sesiones multiplicativas, se registraron 131 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 274 decisiones discriminantes en total, por lo tanto, se obtiene que el intervalo $(0.4189, 0.5372)$ es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

5.2.2. Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logarítmica

Supongamos que se toman dos muestras independientes de tamaño n_1 y n_2 y que X_1 y X_2 representan el número de observaciones que pertenecen a cierta clase de interés de las muestras 1 y 2 respectivamente.

Para n_1 y n_2 grandes, $\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1}$ y $\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2}$ se distribuyen aproximadamente como normales. Sean p_1 y p_2 las proporciones correspondientes a las poblaciones de estudio.

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}. \quad (5.6)$$

Se distribuye aproximadamente como normal estándar.

Si $p_1 = p = p_2$, entonces Z se expresa como

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}. \quad (5.7)$$

Se utiliza $\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$ para estimar la proporción común p , de tal manera que el estadístico de prueba es

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}. \quad (5.8)$$

Estamos interesados en probar el juego de hipótesis donde la hipótesis nula es $p_1 \geq p_2$ y la hipótesis alternativa es $p_1 < p_2$, esta hipótesis se rechaza con significancia cercana a α si $Z < z_\alpha$ en donde z_α es el cuantil de tamaño α de la distribución normal estándar.

Retomando lo expuesto en las dos secciones anteriores para la proporción de decisiones discriminantes en favor de la utilidad logarítmica, tenemos que

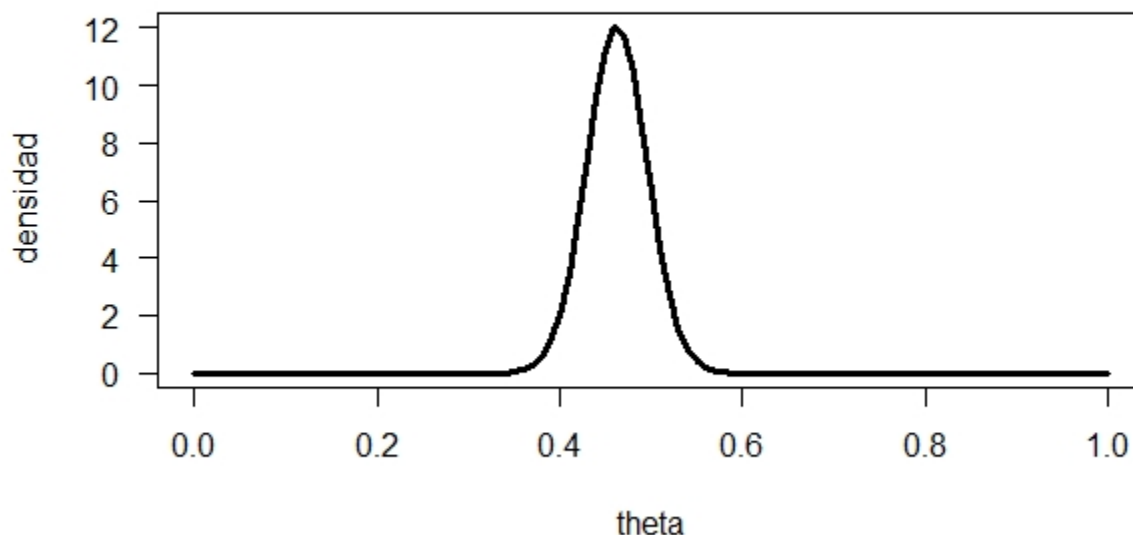


Figura 5.13: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones aditivas.

- $n_1 = 225$,
- $n_2 = 274$,
- $X_1 = 104$,
- $X_2 = 131$.

Entonces $Z = -0.3973$, mientras que $-z_{0.6517} = -0.39$. Por lo tanto, la hipótesis nula se puede rechazar con un p-valor de 0.35, lo cual no presenta significancia estadística.

5.2.3. Estimaciones bayesianas

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Para esta sección se retoman los datos expuestos en la Sección 5.2.1.

Se puede expresar la falta de conocimiento en la proporción, θ , afirmando que θ tiene una distribución, a priori, Beta con parámetros 1 y 1, lo cual es equivalente a decir que θ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(0, 1)$, a priori.

Tomando en cuenta los datos para la proporción obtenidos en la Sección 5.2.1, se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 105 y 122.

En la Figura 5.13 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

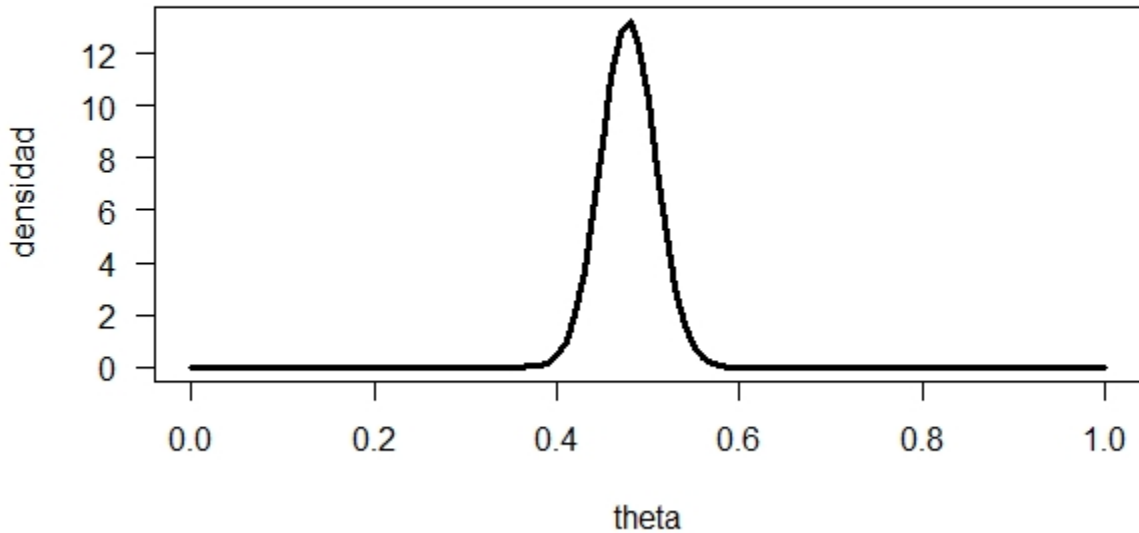


Figura 5.14: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones multiplicativas.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

Análogamente a la sección anterior, en esta sección se retoman los datos de la Sección 5.2.1.

De igual manera, se supone que la proporción tiene, a priori, una distribución no informativa, Beta con parámetros 1 y 1.

Tomando en cuenta los datos para la proporción obtenidos en la Sección 5.2.1, se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 132 y 144.

En la Figura 5.14 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

5.2.4. Intervalos de credibilidad

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva, se encuentra que $(0.0431, 0.493)$ es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.1$.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa, se encuentra que $(0.045, 0.506)$

es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.1$.

5.2.5. Factor de Bayes

El factor de Bayes de las hipótesis $p_1 \geq p_2$ contra $p_1 < p_2$ es 1.7597, por lo cual la evidencia en favor de la hipótesis alternativa es débil.

5.3. Resultados para la subpoblación de mujeres

5.3.1. Intervalos de confianza

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

En el portal web, para las sesiones aditivas, se registraron 34 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 72 decisiones discriminantes, por lo tanto, se obtiene que el intervalo (0.3369, 0.5875) es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

En el portal web, para las sesiones multiplicativas, se registraron 46 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 98 decisiones discriminantes, por lo tanto, se obtiene que el intervalo (0.3765, 0.5623) es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

5.3.2. Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logarítmica

- $n_1 = 72$,
- $n_2 = 98$,
- $X_1 = 34$,
- $X_2 = 46$.

Entonces $Z > 0$, lo cual implica que no se puede rechazar la hipótesis nula con ninguna significancia.

5.3.3. Estimaciones bayesianas

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Para esta sección se retoman los datos expuestos en la Sección 5.2.1.

Se puede expresar la falta de conocimiento en la proporción, θ , afirmando que θ tiene una distribución, a priori, Beta con parámetros 1 y 1, lo cual es equivalente a decir que θ tiene una distribución uniforme en el intervalo (0, 1), a priori.

Se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 35 y 39.

En la Figura 5.15 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

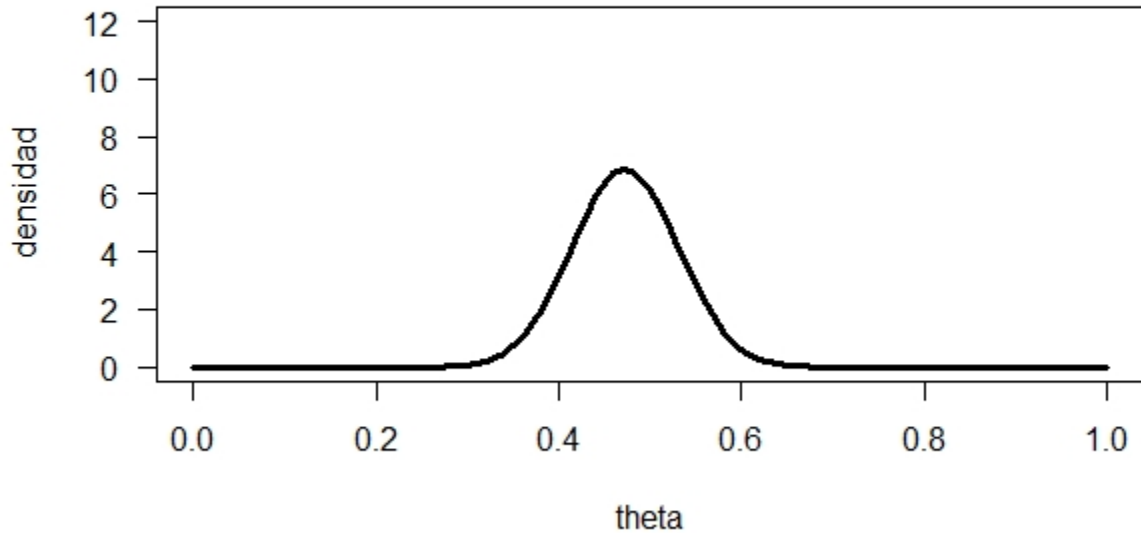


Figura 5.15: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones aditivas.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

De igual manera, se supone que la proporción tiene, a priori, una distribución no informativa, Beta con parámetros 1 y 1.

Se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 46 y 52.

En la Figura 5.16 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

5.3.4. Intervalos de credibilidad

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva, se encuentra que (0.361, 0.586) es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.05$.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa, se encuentra que (0.371, 0.568) es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.1$.

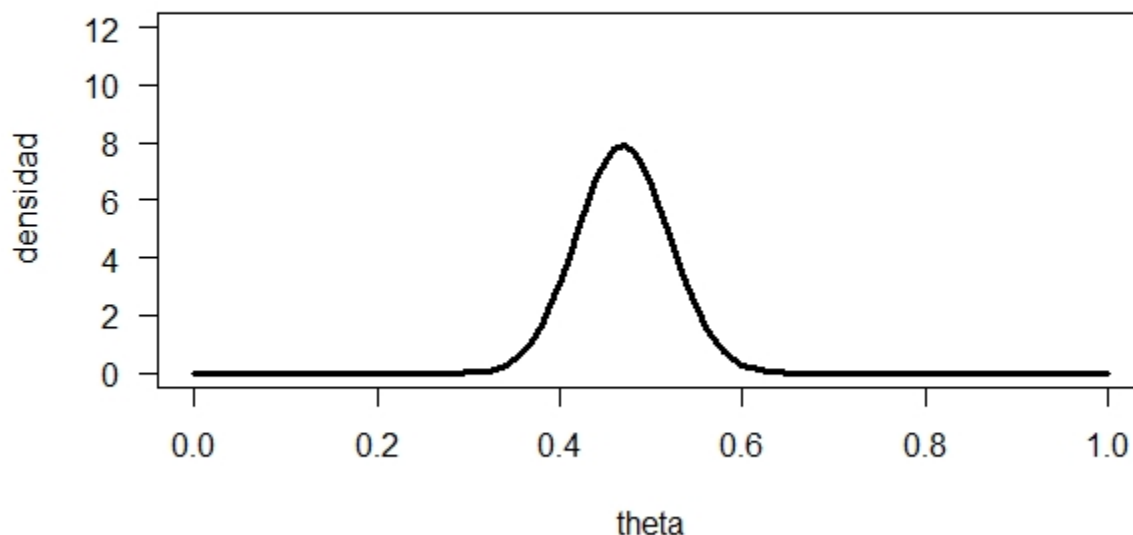


Figura 5.16: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones multiplicativas.

5.3.5. Factor de Bayes

Calculemos el factor de Bayes de las hipótesis $p_1 < p_2$ contra $p_1 \geq p_2$.

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{P(\mathbf{x}|p_1 < p_2)}{P(\mathbf{x}|p_1 \geq p_2)} \\
 &= \frac{\int_0^1 \int_0^y x^{34}(1-x)^{38}y^{46}(1-y)^{52} dx dy}{\int_0^1 \int_y^1 x^{34}(1-x)^{38}y^{46}(1-y)^{52} dx dy} \\
 &= 0.9409.
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Por lo cual la evidencia es a favor de $p_1 \geq p_2$.

5.4. Resultados para la subpoblación de hombres

5.4.1. Intervalos de confianza

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

En el portal web, para las sesiones aditivas, se registraron 66 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 137 decisiones discriminantes, por lo tanto, se obtiene que

el intervalo $(0.398, 0.5654)$ es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

En el portal web, para las sesiones multiplicativas, se registraron 77 decisiones discriminantes que respaldarían una utilidad logarítmica de 149 decisiones discriminantes, por lo tanto, se obtiene que el intervalo $(0.4818, 0.6423)$ es un intervalo de confianza con aproximadamente una confianza del 95 % para la proporción de decisiones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica.

5.4.2. Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones de decisiones discriminantes en favor de utilidad logarítmica

- $n_1 = 137$,
- $n_2 = 149$,
- $X_1 = 66$,
- $X_2 = 77$.

Entonces $Z = -0.5918$, mientras que $-z_{0.7224} = -0.59$. Por lo tanto, la hipótesis nula se puede rechazar con un p-valor de 0.28, lo cual no presenta significancia estadística.

5.4.3. Estimaciones bayesianas

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Se puede expresar la falta de conocimiento en la proporción, θ , afirmando que θ tiene una distribución, a priori, Beta con parámetros 1 y 1, lo cual es equivalente a decir que θ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(0, 1)$, a priori.

Se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 67 y 72.

En la Figura 5.17 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

De igual manera, se supone que la proporción tiene, a priori, una distribución no informativa, Beta con parámetros 1 y 1.

Se tiene que la distribución de la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa dada la muestra se distribuye como Beta con parámetros 78 y 73.

En la Figura 5.18 se muestra la distribución a posteriori de la proporción.

5.4.4. Intervalos de credibilidad

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego aditiva, se encuentra que $(0.399, 0.565)$ es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.05$.

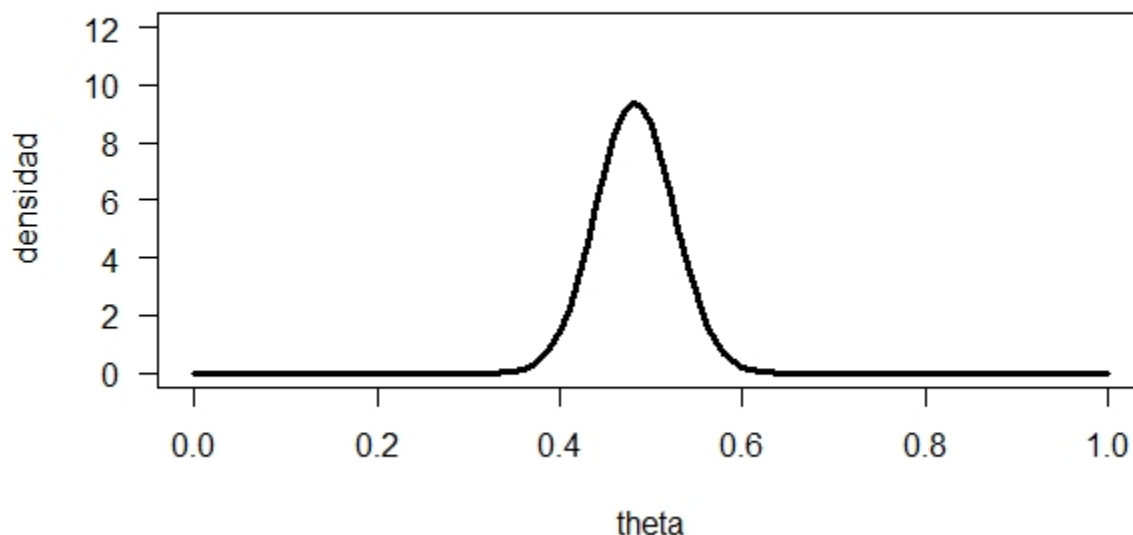


Figura 5.17: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones aditivas.

Para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa

Dada la distribución a posteriori hallada para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para la dinámica de juego multiplicativa, se encuentra que (0.437, 0.596) es un intervalo de credibilidad para esta proporción con $\alpha = 0.1$.

5.4.5. Factor de Bayes

Calculemos el factor de Bayes de las hipótesis $p_1 < p_2$ contra $p_1 \geq p_2$.

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{P(\mathbf{x}|p_1 < p_2)}{P(\mathbf{x}|p_1 \geq p_2)} \\
 &= \frac{\int_0^1 \int_0^y x^{66}(1-x)^{71}y^{77}(1-y)^{72} dx dy}{\int_0^1 \int_y^1 x^{66}(1-x)^{71}y^{77}(1-y)^{72} dx dy} \\
 &= 2.6009.
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

Por lo cual la evidencia a favor de $p_1 < p_2$ es débil.

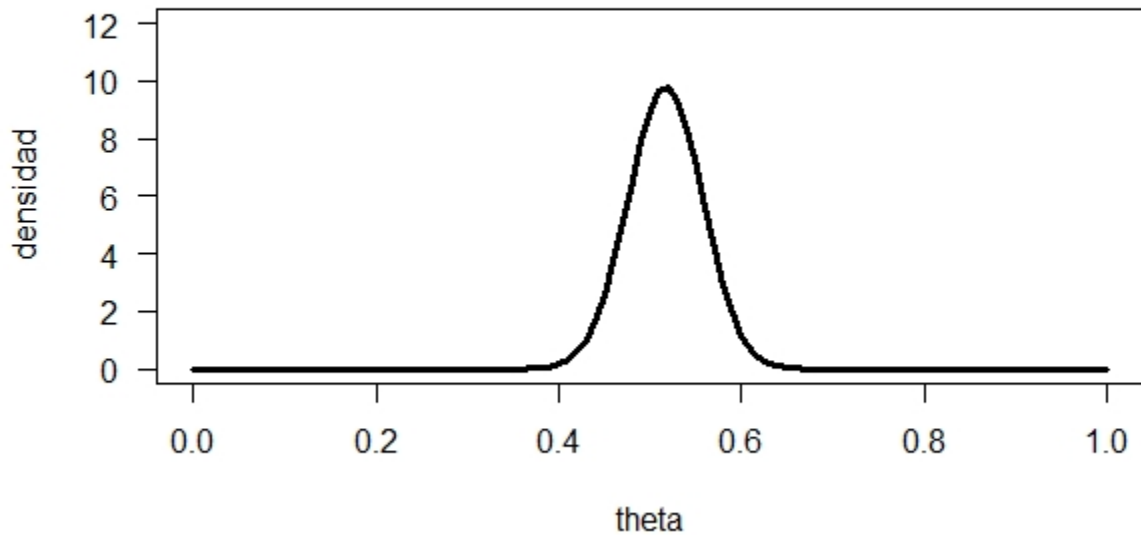


Figura 5.18: Distribución a posteriori para la proporción de elecciones discriminantes en favor de una utilidad logarítmica para las sesiones multiplicativas.

5.5. Observaciones de los análisis

En general, los análisis realizados no mostraron significancia estadística respecto al cambio de la proporción de decisiones que respaldan la utilidad logarítmica de la dinámica aditiva con respecto a la dinámica multiplicativa. Sin embargo, sí se descubrió esta tendencia, además de que se descubrió que la subpoblación de hombres reflejaba mejor esta tendencia.

Destaca el hecho de que el sitio web puede seguir siendo utilizado o modificado para seguir recabando información acerca del experimento e implementar otras pruebas estadísticas.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo, se expusieron los modelos de decisión conocidos como Utilidad Esperada y Economía de la Ergodicidad, también se recuperó un experimento propuesto para comparar entre los dos modelos. Para replicar estos experimentos, se realizó un desarrollo tecnológico que involucró el uso de herramientas tales como:

- MySQL,
- PHP,
- HTML,
- JavaScript.

Posteriormente se realizó extracción de los datos y análisis de los mismos con lenguaje R.

En los datos se observó la tendencia descubierta en el experimento original, sin embargo, no se encontró significancia estadística. Por otra parte, en el análisis hecho a las subpoblaciones de hombres y mujeres por separado, notamos que los datos pertenecientes al grupo de mujeres no se ajustaban al modelo, mientras que los datos pertenecientes al grupo de los hombres presentaban un mejor ajuste.

Creemos que la falta de significancia estadística puede deberse a la falta de un ambiente controlado para realizar el experimento, destacando el no uso de dinero real como factor que pudo ser clave para no encontrar significancia estadística. Sin embargo, los datos sí presentan la tendencia que el modelo predice.

Por otra parte, la página web sigue en línea y es capaz de seguir recuperando datos relativos a este experimento.

Surgen dos ramas principales del trabajo a futuro respecto a este tema. Por una parte, desde el punto de vista tecnológico, sería interesante implementar un modelo de machine learning con la base de datos creada, ya que las etiquetas para el modelo parecen ser claras, los datos de entrada para la red neuronal serían los datos que cada participante mientras que los datos de salida de la red serían las elecciones tomadas por cada participante. Por otra parte, desde el punto de vista de la teoría matemática, después de repetir varias veces análisis relativos a las distintas variables presentes en la base de datos, se podría proponer una generalización de la Economía de la Ergodicidad que incluya datos propios de cada participante en su formulación.

Apéndice A

Documentación del portal web

En este Apéndice, se presenta la documentación del portal web desarrollado para el trabajo de tesis.

A.1. Materialize

Se trabajo con repositorios creados por la organización Materialize, estos fueron de especial ayuda para crear el entorno visual de algunos de los sitios del portal web.

El portal de Materialize se encuentra en la dirección materializecss.com, en este portal se indica como incluir sus repositorios en el sitio web de interés.

A.2. Códigos de los sitios del portal web

A continuación se presentan los códigos en HTML y en PHP de los sitios que componen el portal web.

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/index.html

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="en">
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="/css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" me-
dia="screen,projection"/>
<link href="/css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body>
<nav class="light-blue lighten-1" role="navigation">
<div class="nav-wrapper container"><a id="logo-container"
href="https://www.buap.mx" target="_blank" class="brand-logo"></a>
<ul class="right hide-on-med-and-down">
```

```
<li><a href="https://conacyt.mx" target="_blank"></a></li>
</ul>
<ul id="nav-mobile" class="sidenav">
<li><a href="">Navbar Link</a></li>
</ul>
<a href="" data-target="nav-mobile" class="sidenav-trigger"><i class="material-
icons">menu</i></a>
</div>
</nav>
<div class="section no-pad-bot" id="index-banner">
<div class="container">
<br><br>
<h1 class="header center orange-text">Juego de Decisiones para Estudio Econoacu-
te;mico</h1>
<div class="row center">
<h5 class="header col s12 light">Sea bienvenido a este juego en donde eligiraacute; en-
tre dos apuestas cada vez.<br>Las decisiones seraacute;n guardadas para su posterior anaacute;
te;lisis.</h5>
</div>
<div class="row center">
<a href="/LogIn.php" id="download-button" class="btn-large waves-effect waves-light oran-
ge">Iniciar Sesioacute;n</a>
</div>
<div class= row center> <a href="/SingUp.php">Registrarse<a></div><br><br>
</div>
</div>
<footer class="page-footer orange">
<div class="container">
<div class="row">
<div class="col l6 s12">
<h5 class="white-text">Informacioacute;n</h5>
<p class="white-text">Esta aplicacioacute;n es parte de un trabajo de tesis de maestríaa
financiado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologiaca de Meacute;xico, y hospedado en
la Benemeacute;rita Universidad Autoacute;noma de Puebla. <br>Este trabajo estaacute; basado
en el articulo que se encuentra en la siguien direccioacute;n web: </p>
<a href="https://arxiv.org/abs/1906.04652" target=
"_blank">https://arxiv.org/abs/1906.04652</a></div>
<div class="col l3 s12">
<h5 class="white-text">Participantes</h5>
<ul>
<li>Adaacute;n Juaacute;rez Sergio</li>
<li>Peacute;rez Vidal Martiacute;n</li>
<li>Reyes Cervantes Hortensia</li>
<li>Rumbos Pellicer Beatriz</li>
</ul>
</div>
<div class="col l3 s12">
<h5 class="white-text">Rol</h5>
<ul>
<li>Director de Desarrollo Web</li>
<li>Candidato a Maestro</li>

```

```
<li>Directora de Tesis</li>
<li>Co-Directora de Tesis</li>
</ul>
</div>
</div>
</div>
<div class="footer-copyright">
<div class="container">
Plantilla hecha por <a class="orange-text text-lighten-3"href=
"http://materializecss.com"Materialize</a>
</div>
</div>
</footer>
<!-- Scripts-->
<script src="https://code.jquery.com/jquery-2.1.1.min.js"></script>
<script src="./js/materialize.js"></script>
<script src="./js/init.js"></script>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/SingUp.php

```
<?php session_start();?>
<!DOCTYPE html>
<?php include 'cnx.php'; ?>
<?php
function insertaSesion($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from sesiones");
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']>0)
$max=$row['M']+1;
else
$max=1;
$_SESSION['IDsesion']=$max;
$sql="insert into sesiones values(";
$sql=$max."";
$sql=""".$ID."";
$sql=""".$date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql=""".$date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql="0."";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
}
?>
<?php
if (isset($_POST['subgrabar'])) {
$res=mysqli_query($conectar, "BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from usuarios");
$row=mysqli_fetch_array($res);
```

```
$b=1;
while($row) {
if ($_POST['NickName']==$row['NickName'])
{
$b=0;
}
$row=mysqli_fetch_array($res);
}
if ($b) {
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from usuarios");
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']>0)
$max=$row['M']+1;
else
$max=1;
$_SESSION['ID']=$max;
$sql="insert into usuarios values(";
$sql=$max."";
$sql="''".$_POST['NickName'].''";
$sql="''".$_POST['password'].''";
$sql=$_POST['Edad'].''";
$sql=$_POST['genero'].''";
$sql="NULL,";
$sql=$_POST['estado'].''";
$sql=$_POST['Ingreso'].''";
$sql=$_POST['grado'].''";
$sql=$_POST['ocupacion'].''";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
insertaSesion($max);
header('Location:prepasiva.php');
exit;
}
}
?>
<html lang="en">
<head>
<script type="text/javascript">document.addEventListener('DOMContentLoaded', function() {
var elems = document.querySelectorAll('select');
var instances = M.FormSelect.init(elems, options);
});</script>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body>
```

```
<div class="container">
<?php
if (isset($_POST['subgrabar']))
echo "<h2>Usuario ya registrado</h2>";
else
echo "<h2>Resgistro de usuarios</h2>";
?>
<div class="row">
<form class="col s12" method=POST>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input id="NickName" type="text" class="validate" name="NickName">
<label class="active" for="NickName">Nombre de usuario</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input id="password" type="password" class="validate" name="password">
<label class="active" for="password">Contrasentilde;a</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input id="Edad" type="text" class="validate" name="Edad" value=NULL>
<label class="active" for="Edad">Edad</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<select name="genero">
<option value=NULL></option>
<?php
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from genero");
$row="algo";
$select0=NULL;
while($row)
{
$row=mysqli_fetch_array($res);
$select0.="<option value=".$row['ID']. ">".$row['genero']. "</option>";
}
echo $select0;
echo '</select>';
<label>Genero</label>
</div>
</div>';
echo '<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<select name="estado">
<option value=NULL></option>';
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
```

```
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from estados");
$row="algo";
$select2=NULL;
while($row)
{
$row=mysqli_fetch_array($res);
$select2.="<option value=".$row['ID']. ">". $row['estado']. "</option>";
}
echo $select2;
echo '</select>';
<label>Estado de procedencia</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<select name="Ingreso">
<option value=NULL></option>;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from ingresos");
$row="algo";
$select6=NULL;
while($row)
{
$row=mysqli_fetch_array($res);
$select6.="<option value=".$row['ID']. ">". $row['Ingreso']. "</option>";
}
echo $select6;
echo '</select>';
<label>Ingreso mensual</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<select name="grado">
<option value=NULL></option>;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from grado_estudios");
$row="algo";
$select3=NULL;
while($row)
{
$row=mysqli_fetch_array($res);
$select3.="<option value=".$row['ID']. ">". $row['grado']. "</option>";
}
echo $select3;
echo '</select>';
<label>Grado de Estudios</label>
</div>
</div>';
```

```
echo
'<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<select name="ocupacion">
<option value=NULL></option>;
$res=mysqli_query($conectar, "BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select * from ocupaciones");
$row="algo";
$select7=NULL;
while($row) {
$row=mysqli_fetch_array($res);
$select7.="<option value=".$row['ID']. ">".$row['ocupacion']. "</option>";
}
echo $select7;
echo
'</select>
<label>Ocupacion</label>
</div>
</div>';
echo '
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input class="btn waves-effect waves-light" value="registrarse" type="submit" na-
me="subgrabar">
</div>
</div>
</form>
</div>
</div>';
?>
<script type="text/javascript" src="js/materialize.min.js"></script>
<script src="https://code.jquery.com/jquery-3.2.1.min.js"></script>
<script>if (!window.jQuery) { document.write('<script src="bin/jquery-
3.2.1.min.js"><script>'); }
</script>
<script src="js/jquery.timeago.min.js"></script>
<script src="js/prism.js"></script>
<script src="js/lunr.min.js"></script>
<script src="js/search.js"></script>
<script src="js/materialize.js"></script>
<script src="js/init.js"></script>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/LogIn.php

```
<?php session_start();?>
<!DOCTYPE html>
<?php include 'cnx.php'; ?>
<?php
function insertaSesion($ID) {
global $conectar;
```

```
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from sesiones");
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']>0)
$max=$row['M']+1;
else
$max=1;
$_SESSION['IDsesion']=$max;
$sql="insert into sesiones values(";
$sql=$max."";
$sql="";$ID."";
$sql="";date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql="";date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql="0."";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
}
?>
<html lang="en">
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body>
<?php
echo '<div class="container">';
if (isset($_POST['subgrabar'])) {
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from usuarios";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
while ($row) {
echo $row['NickName']. " ". $row['Contrasenia'];
if($_POST['NickName']==$row['NickName'] and $_POST['password']==$row['Contrasenia'])
{
$ID=$row['ID'];
$_SESSION['ID']=$ID;
insertaSesion($ID);
$r=random_int(0, 1);
header('Location:prepasiva.php');
exit;
}
}
$row=mysqli_fetch_array($res);
}
```

```
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
echo '<div class="row"><h3>Usuario no registrado</h3></div>';
}
else {
echo '<h2>Inicio de sesion</h2>';
}
echo
' <div class="row">
<form class="col s12" method=POST>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input id="NickName" type="text" class="validate" name="NickName">
<label class="active" for="NickName">Nombre de usuario</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input id="password" type="password" class="validate" name="password">
<label class="active" for="password">Contrasentilde;a</label>
</div>
</div>
<div class="row">
<div class="input-field col s12">
<input class="btn waves-effect waves-light" value="iniciar sesion" type="submit" na-
me="subgrabar">
</div>
</div>
</form>
</div>
</div>';
?>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/prepasiva.php

```
<?php
session_start();
?>
<?php include 'cnx.php'?>
<?php
function insertaSesion($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from sesiones");
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']>0)
$max=$row['M']+1;
else
$max=1;
$_SESSION['IDsesion']=$max;
$sql="insert into sesiones values(";
```

```
$sql=$max."";
$sql=""$.ID."";
$sql=""$.date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql=""$.date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql="0."";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
}
?>
<DOCTYPE! HTML>
<html>
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body class="black">
<?php
if (isset($_POST['subgrabar'])) {
insertaSesion($_SESSION['ID']);
$r=random_int(0, 1);
if ($r==0)
header("Location:pasivaA.php");
else
header("Location:pasivaM.php");
}
?>
<div class="container">
<div class="row">
<h2 class="white-text">A continuación se presenta una serie de imágenes.</h2>
</div>
<div class="row">
<h2 class="white-text">Por favor, preste atención en el efecto que estas imágenes tienen sobre
el puntaje.</h2>
</div>
<form class="col s12" method=POST>
<div class="input-field col s12">
<input class="btn waves-effect waves-light" value="SIGUIENTE" type="submit" na-
me="subgrabar">
</div>
</form>
</div>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/pasivaA.php
<?php session_start();?>

```
<?php
include 'aleatoria.php';
function consultaImagen($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from imagenes where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['URL'];
return $res;
}
?>
<DOCTYPE! html>
<html>
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body class="black">
<div class="container">
<div class="center" id=cambiar>
</div>
</div>
<script type="text/javascript" src="pasivaA.js"></script>
<?php
$cadena="inicial(1000,[-60,-50,-40,-30,40,50,60,70,80,0],[';
$_SESSION['imgs']=aleatoriaA();
$s=sizeof($_SESSION['imgs']);
for ($k=0;$k<$s-1;$k++) {
$cadena.="".consultaImagen($_SESSION['imgs'][$k]).",";
}
$cadena.="".consultaImagen($_SESSION['imgs'][$s-1]).",";
$cadena.=")";
echo "<h2 class='white-text'>".$cadena.</h2>";
echo "<script>".$cadena.</script>";
echo "<h2 class='white-text'>".$cadena.</h2>";
?>
<script src="http://blog.ikhuerta.com/jsDownload/dollar_get.js" type="
pe="text/javascript"></script>
<script src="https://code.jquery.com/jquery-3.2.1.min.js"></script>
<script>if (!window.jQuery) { document.write('<script src="bin/jquery-
3.2.1.min.js"><script>'); }
</script>
<script src="js/jquery.timeago.min.js"></script>
<script src="js/prism.js"></script>
```

```
<script src="js/lunr.min.js"></script>
<script src="js/search.js"></script>
<script src="js/materialize.js"></script>
<script src="js/init.js"></script>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/pasivaM.php

```
<?php session_start();?>
<?php
include 'aleatoria.php';
function consultaImagen($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from imagenes where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['URL'];
return $res;
}
?>
<DOCTYPE! html>
<html>
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body class="black">
<div class="container">
<div class="center" id=cambiar>
</div>
</div>
<script type="text/javascript" src="pasivaM.js"></script>
<?php
$scadena="inicial(1000,[-6,-5,-4,-3,4,5,6,7,8,0],)";
$_SESSION['imgs']=aleatoriaA();
$s=sizeof($_SESSION['imgs']);
for ($k=0;$k<$s-1;$k++) {
$scadena.="".consultaImagen($_SESSION['imgs'][$k]).",";
}
$scadena.="".consultaImagen($_SESSION['imgs'][$s-1]).",";
$scadena.="0)";
echo "<h2 class='white-text'>".$scadena.</h2>";
echo "<script>".$scadena.</script>";
echo "<h2 class='white-text'>".$scadena.</h2>";
```

```
?>
<script src="http://blog.ikhuerta.com/jsDownload/dollar_get.js" type="text/javascript"></script>
<script src="https://code.jquery.com/jquery-3.2.1.min.js"></script>
<script>if (!window.jQuery) { document.write('<script src="bin/jquery-3.2.1.min.js"><script>'); }
</script>
<script src="js/jquery.timeago.min.js"></script>
<script src="js/prism.js"></script>
<script src="js/lunr.min.js"></script>
<script src="js/search.js"></script>
<script src="js/materialize.js"></script>
<script src="js/init.js"></script>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/ActivaA.php

```
<?php session_start();?>
<DOCTYPE! html>
<?php include 'cnx.php'; ?>
<?php
include'aleatoria.php';
$mons=array(18,19,20,21,22,23,24,25,26,27);
$imgs=$_SESSION['imgs'];
$arr=array(array(24,20,27,27),array(19,25,21,22),array(27,27,18,25),array(20,23,19,25),
array(25,19,27,27),array(26,18,20,23),array(27,27,23,20),array(26,18,21,22),array(21,22,27,27));
function consultaMontoA($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from montos_aditivos where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['monto'];
return $res;
}
function consultaImagen($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from imagenes where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['URL'];
return $res;
}
function tabla($arr,$cap) {
global $mons;
global $imgs;
for($k=0;$k<4;$k++) {
$nombre="monto".($k+1);
$$nombre=consultaMontoA($arr[$k]);
```

```
echo "<h2 class='white-text'>".$nombre.$nombre."</h2>";
$l=sizeof($mons);
for($j=0;$j<$l;$j++) {
if($mons[$j]==$arr[$k]) {
$nombre="imagen".($k+1);
$$nombre=consultaImagen($imgs[$j]);
break;
}
}
echo "<h2 class='white-text'>".$nombre.$nombre."</h2>";
}
$_SESSION['M1']=$arr[0];
$_SESSION['M2']=$arr[1];
$_SESSION['M3']=$arr[2];
$_SESSION['M4']=$arr[3];
echo "<h2 class=white-text>".$_SESSION['M1']."</h2>";
echo "
<table class='centered responsive-table' style='height:70
<tr><div class='center'><h2 class='white-text centered'>".$cap."</h2></div></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
<form class='col s12' method=POST>
<div class='input-field col s12'>
<input class='btn waves-effect waves-light' value='ELEGIR PAR IZQUIERDO' type='submit'
name='S1'>
</div>
</form>
</td>
<td>
<form class='col s12' method=POST>
<div class='input-field col s12'>
<input class='btn waves-effect waves-light' value='ELEGIR PAR DERECHO' type='submit'
name='S2'>
</div>
</form>
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>
";
}
function insertaDecision($M1,$M2,$M3,$M4,$c,$d) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
```

```
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from elecciones");
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']!=NULL) {
    $max=$row['M']+1;
}
else {
    $max=1;
}
$sql="insert into elecciones values(";
$sql=$max."";
$sql=$_SESSION['IDsesion']."";
$sql=$M1."";
$sql=$M2."";
$sql=$M3."";
$sql=$M4."";
$sql=$c."";
$sql=$d."";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
}
?>
<html>
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body class="black">
<?php
global $arr;
$ID=$_SESSION['ID'];
$l=count($arr);
if(!isset($_SESSION['counter'])||$_SESSION['counter']>=4){
    $_SESSION['counter']=0;
}
if($_SESSION['counter']>=$l) {
    $_SESSION['counter']=0;
}
echo "<h2 class=white-text>".$_SESSION['counter'].>hola</h2>";
echo "<h2 class=white-text>".$_SESSION['counter'].>hola</h2>";
if($_SESSION['counter']<$l) {
    if (isset($_POST['S1'])) {
        $d=0;
        insertaDecision($_SESSION['M1'],$_SESSION['M2'],$_SESSION['M3'],$_SESSION['M4'],
        $_SESSION['cap'],$d);
        $m1=consultaMontoA($_SESSION['M1']);
        $m2=consultaMontoA($_SESSION['M2']);
```

```
for($k=0;$k<10;$k++) {
$ran=random_int(0, 1);
if($ran==0) {
$inc=$m1;
echo "incremento: ".$inc."";
}
elseif($ran==1) {
$inc=$m2;
echo "incremento: ".$inc."";
}
$_SESSION['cap']+= $inc;
echo "<h2 class=white-text>incremento: ".$inc."</h2>";
}
$_SESSION['counter']+=1;
if($_SESSION['counter']>=$l) {
$res=mysqli_query($conectar,"BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar,"use juego1");
$sql="update sesiones set TiempoFin=";
$sql=""".date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql.="Estatus='1'";
$sql.="where ID=".$_SESSION['IDsesion'];
$res=mysqli_query($conectar,$sql);
$res=mysqli_query($conectar,"COMMIT");
header("location:graciasA.php");
}
tabla($arr[$_SESSION['counter']], $_SESSION['cap']);
}
elseif (isset($_POST['S2'])) {
$d=1;
insertaDecision($_SESSION['M1'],$_SESSION['M2'],$_SESSION['M3'],$_SESSION['M4'],
$_SESSION['cap'],$d);
$m1=consultaMontoA($_SESSION['M3']);
$m2=consultaMontoA($_SESSION['M4']);
for($k=0;$k<10;$k++) {
$ran=random_int(0, 1);
if($ran==0) {
$inc=$m1;
}
elseif($ran==1) {
$inc=$m2;
}
$_SESSION['cap']+= $inc;
echo "<h2 class=white-text>incremento: ".$inc."</h2>";
}
$_SESSION['counter']+=1;
if($_SESSION['counter']>=$l) {
$res=mysqli_query($conectar,"BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar,"use juego1");
$sql="update sesiones set TiempoFin=";
$sql=""".date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql.="Estatus='1'";
$sql.="where ID=".$_SESSION['IDsesion'];
```

```
$res=mysqli_query($conectar,$sql);
$res=mysqli_query($conectar,"COMMIT");
header("location:graciasA.php");
}
tabla($arr[$_SESSION['counter']],$_SESSION['cap']);
}
else {
$_SESSION['counter']=0;
$_SESSION['cap']=1000;
tabla($arr[$_SESSION['counter']],$_SESSION['cap']);
}
?>
</body>
</html>
```

```
Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/ActivaM.php <?php session_start();?>
<DOCTYPE! html>
<?php include 'cnx.php'; ?>
<?php
include'aleatoria.php';
$mons=array(5,6,7,8,9,10,11,12,13,14);
$imags=$_SESSION['imags'];
$arr=array(array(11,7,14,14),array(6,12,8,9),array(14,14,5,12),array(7,10,6,12),
array(12,6,14,14),array(13,5,7,10),array(14,14,10,7),array(13,5,8,9),array(8,9,14,14));
function consultaMontoM($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from montos_multiplicativos where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['monto'];
return $res;
}
function consultaImagen($ID) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$sql="select * from imagenes where ID=".$ID;
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$row=mysqli_fetch_array($res);
$res=$row['URL'];
return $res;
}
function tabla($arr,$cap) {
global $mons;
global $imags;
for($k=0;$k<4;$k++) {
$nombre="monto".($k+1);
$$nombre=consultaMontoM($arr[$k]);
echo "<h2 class='white-text'>".$nombre.$$nombre."</h2>";
$l=sizeof($mons);
```

```
for($j=0;$j<$l;$j++) {
if($mons[$j]==$arr[$k]) {
$nombre="imagen".($k+1);
$$nombre=consultaImagen($imgs[$j]);
break;
}
}
echo "<h2 class='white-text'>".$nombre.$$nombre."</h2>";
}
$_SESSION['M1']=$arr[0];
$_SESSION['M2']=$arr[1];
$_SESSION['M3']=$arr[2];
$_SESSION['M4']=$arr[3];
echo "<h2 class=white-text>".$_SESSION['M1']."</h2>";
echo "
<table class='responsive-table centered' style='height:70
<tr><div class='center'><h2 class='white-text centered'>.number_format($cap,2).
"</h2></div></tr>
<div class='row'><tr>
<td></td>
<td></td>
</tr></div>
<div class='row'><tr>
<td>
<form class='col s12' method=POST>
<div class='input-field col s12'>
<input class='btn waves-effect waves-light' value='ELEGIR PAR IZQUIERDO' type='submit'
name='S1'>
</div>
</form>
</td>
<td>
<form clas='col s12' method=POST>
<div class='input-field col s12'>
<input class='btn waves-effect waves-light' value='ELEGIR PAR DERECHO' type='submit'
name='S2'>
</div>
</form>
</td>
</tr></div>
<div class='row'><tr>
<td></td>
<td></td>
</tr></div>
</table>
";
}
function insertaDecision($M1,$M2,$M3,$M4,$c,$d) {
global $conectar;
$res=mysqli_query($conectar, 'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar, "use juego1");
$res=mysqli_query($conectar, "select max(ID) as M from eleccionesm");
```

```
$row=mysqli_fetch_array($res);
if ($row['M']!=NULL) {
$max=$row['M']+1;
}
else {
$max=1;
}
$sql="insert into eleccionesm values(";
$sql=$max."";
$sql=$_SESSION['IDsesion']."";
$sql=$M1."";
$sql=$M2."";
$sql=$M3."";
$sql=$M4."";
$sql=$c."";
$sql=$d."";
$res=mysqli_query($conectar, $sql);
$res=mysqli_query($conectar, 'COMMIT');
}
?>
<html>
<head>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8"/>
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1, maximum-
scale=1.0"/>
<title>Juego de Decisiones</title>
<!-- CSS -->
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body class="black">
<?php
global $arr;
$ID=$_SESSION['ID'];
$l=count($arr);
if(!isset($_SESSION['counter'])||$_SESSION['counter']>=4){
$_SESSION['counter']=0;
}
if($_SESSION['counter']>=$l) {
$_SESSION['counter']=0;
}
echo "<h2 class=white-text>".$_SESSION['counter'].>hola</h2>";
echo "<h2 class=white-text>".$_l.>hola</h2>";
if($_SESSION['counter']<$l) {
if (isset($_POST['S1'])) {
$d=0;
insertaDecision($_SESSION['M1'],$_SESSION['M2'],$_SESSION['M3'],$_SESSION['M4'],
$_SESSION['cap'],$d);
$m1=consultaMontoM($_SESSION['M1']);
$m2=consultaMontoM($_SESSION['M2']);
for($k=0;$k<10;$k++) {
```

```
$ran=random_int(0, 1);
if($ran==0) {
$inc=$m1;
echo "incremento: ".$inc."";
}
elseif($ran==1) {
$inc=$m2;
echo "incremento: ".$inc."";
}
$_SESSION['cap']*(1+$inc/100);
echo "<h2 class=white-text>incremento: ".$inc." %</h2>";
}
$_SESSION['counter']+=1;
if($_SESSION['counter']>=$l) {
$res=mysqli_query($conectar,"BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar,"use juego1");
$sql="update sesiones set TiempoFin=";
$sql.="".date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql.="Estatus='1'";
$sql.="where ID=".$_SESSION['IDsesion'];
$res=mysqli_query($conectar,$sql);
$res=mysqli_query($conectar,"COMMIT");
header("location:graciasM.php");
}
tabla($arr[$_SESSION['counter']],$_SESSION['cap']);
}
elseif (isset($_POST['S2'])) {
$d=1;
insertaDecision($_SESSION['M1'],$_SESSION['M2'],$_SESSION['M3'],$_SESSION['M4'],
$_SESSION['cap'],$d);
$m1=consultaMontoM($_SESSION['M3']);
$m2=consultaMontoM($_SESSION['M4']);
for($k=0;$k<10;$k++) {
$ran=random_int(0, 1);
if($ran==0) {
$inc=$m1;
}
elseif($ran==1) {
$inc=$m2;
}
$_SESSION['cap']*(1+$inc/100);
echo "<h2 class=white-text>incremento: ".$inc." %</h2>";
}
$_SESSION['counter']+=1;
if($_SESSION['counter']>=$l) {
$res=mysqli_query($conectar,"BEGIN WORK");
$res=mysqli_query($conectar,"use juego1");
$sql="update sesiones set TiempoFin=";
$sql.="".date("Y-m-d H:i:s")."";
$sql.="Estatus='1'";
$sql.="where ID=".$_SESSION['IDsesion'];
$res=mysqli_query($conectar,$sql);
```

```
$res=mysqli_query($conectar,"COMMIT");
header("location:graciasM.php");
}
tabla($arr[$_SESSION['counter']],$_SESSION['cap']);
}
else {
$_SESSION['counter']=0;
$_SESSION['cap']=1000;
tabla($arr[$_SESSION['counter']],$_SESSION['cap']);
}
?>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/graciasA.php

```
<?php
session_start();
include 'cnx.php';
?>
<!DOCTYPE HTML>
<html>
<head>
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body>
<div class="center">
<h1>
Puntaje final:
<?php
echo $_SESSION['cap'];
?>
</h1>
<table class="centered">
<tr><h1>Tabla de Records</h1></tr>
<tr>
<td>Posicion</td>
<td>Usuario</td>
<td>Puntaje</td>
</tr>
<?php
$res=mysqli_query($conectar,'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar,'use juego1');
$res=mysqli_query($conectar,'select * from (elecciones inner join sesiones on elecciones.IDsesion=sesiones.ID) inner join usuarios on usuarios.ID=sesiones.IDusuario where sesiones.ID=sesiones.ID and elecciones.ID=(select MAX(ID) from elecciones where IDsesion=sesiones.ID) order by elecciones.Puntaje desc');
$row=mysqli_fetch_array($res);
$c=1;
while($row){
echo "
```

```
<tr>
<td>".$.c."</td>
<td>".$row['NickName']."</td>
<td>".$row['Puntaje']."</td>
</tr>
";
$row=mysqli_fetch_array($res);
$c++;
}
$res=mysqli_query($conectar,'COMMIT');
?>
</table>
<h2>¿Podras mejorarlo?</h2>
<a href="/prepasiva.php" class="waves-effect waves-light btn">Volver a jugar<a>
</div>
</body>
</html>
```

Código de control.fcfm.buap.mx/ergo/graciasM.php

```
<?php
session_start();
include 'cnx.php';
?>
<!DOCTYPE HTML>
<html>
<head>
<link href="https://fonts.googleapis.com/icon?family=Material+Icons" rel="stylesheet">
<link href="css/materialize.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
<link href="css/style.css" type="text/css" rel="stylesheet" media="screen,projection"/>
</head>
<body>
<div class="center">
<h1>
Puntaje final:
<?php
echo $_SESSION['cap'];
?>
</h1>
<table class="centered">
<tr><h1>Tabla de Records</h1></tr>
<tr>
<td>Posicion</td>
<td>Usuario</td>
<td>Puntaje</td>
</tr>
<?php
$res=mysqli_query($conectar,'BEGIN WORK');
$res=mysqli_query($conectar,'use juego1');
$res=mysqli_query($conectar,'select * from (eleccionesm inner join sesiones on eleccionesm.IDsesion=sesiones.ID) inner join usuarios on usuarios.ID=sesiones.IDusuario where sesiones.ID=sesiones.ID and eleccionesm.ID=(select MAX(ID) from eleccionesm where IDsesion=sesiones.ID) order by eleccionesm.Puntaje desc');
```

```
$row=mysqli_fetch_array($res);
$c=1;
while($row){
echo "
<tr>
<td>".$c."</td>
<td>".$row['NickName']."</td>
<td>".$row['Puntaje']."</td>
</tr>
";
$row=mysqli_fetch_array($res);
$c++;
}
$res=mysqli_query($conectar,'COMMIT');
?>
</table>
<h1>¿Podras mejorarlo?</h1>
<a href="/prepasiva.php" class="waves-effect waves-light btn">Volver a jugar</a>
</div>
</body>
</html>
```

A.3. Consultas realizadas a la base de datos

Consulta para obtener las edades de los participantes

```
select Edad from usuarios
```

Consulta para obtener el genero de los participantes

```
select genero.genero from usuarios inner join genero on usuarios.Genero=genero.ID
```

Consulta para obtener el estado de procedencia de los participantes

```
select estados.estado from usuarios inner join estados on usuarios.Estado=estados.ID
```

Consulta para obtener el ingreso mensual promedio de los participantes

```
select ingresos.Ingreso from usuarios inner join ingresos on usuarios.'Ingreso Mensual'=ingresos.ID
```

Consulta para obtener el grado de estudios de los participantes

```
select grado_estudios.grado from usuarios inner join grado_estudios on usuarios.'Grado de Estudios'=grado_estudios.ID
```

Consulta para obtener la ocupación de los participantes

```
select ocupaciones.ocupacion from usuarios inner join ocupaciones on usuarios.Ocupacion=ocupaciones.ID
```

Consulta para obtener los tiempos de inicio y de fin de todas las sesiones

```
select TiempoInicio, TiempoFin from sesiones
```

Consulta para obtener los estatus de las sesiones de juego

```
select Estatus from sesiones
```

Consulta para obtener los puntajes obtenidos al final cada sesión select Puntaje from puntajesf

Consulta para obtener las elecciones tomadas

```
select Eleccion from elecciones;
select Eleccion from eleccionesm;
```

Consulta para obtener los puntajes obtenidos de cada sesión junto con el tiempo de inicio y de fin de dichas sesiones

```
select sesiones.TiempoInicio, sesiones.TiempoFin, puntajesf.Puntaje from sesiones inner join puntajesf on sesiones.ID=puntajesf.IDsesion
```

Consulta para obtener los puntajes obtenidos por sesión junto con la edad de los participantes correspondientes

```
select usuarios.Edad, puntajesf.Puntaje from usuarios inner join sesiones on sesiones.IDusuario=usuarios.ID inner join puntajesf on puntajesf.IDsesion=sesiones.ID
```

Consulta para obtener la cantidad de decisiones discriminantes en favor de utilidad logaritmica para las sesiones aditivas

```
select count(elecciones.'ID') from elecciones inner join montos_aditivos as m1 on elecciones.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_aditivos as m2 on elecciones.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_aditivos as m3 on elecciones.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_aditivos as m4 on elecciones.'Monto Der Abj'=m4.ID where (elecciones.Puntaje+m1.monto)*(elecciones.Puntaje+m2.monto)<(elecciones.Puntaje+m3.monto) * (elecciones.Puntaje+m4.monto) and m1.monto+m2.monto>m3.monto+m4.monto and elecciones.'Eleccion'=0;
```

```
select count(elecciones.'ID') from elecciones inner join montos_aditivos as m1 on elecciones.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_aditivos as m2 on elecciones.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_aditivos as m3 on elecciones.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_aditivos as m4 on elecciones.'Monto Der Abj'=m4.ID where (elecciones.Puntaje+m1.monto)*(elecciones.Puntaje+m2.monto)<(elecciones.Puntaje+m3.monto) * (elecciones.Puntaje+m4.monto) and m1.monto+m2.monto>m3.monto+m4.monto and elecciones.'Eleccion'=1;
```

```
select count(elecciones.'ID') from elecciones inner join montos_aditivos as m1 on elecciones.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_aditivos as m2 on elecciones.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_aditivos as m3 on elecciones.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_aditivos as m4 on elecciones.'Monto Der Abj'=m4.ID where (elecciones.Puntaje+m1.monto)*(elecciones.Puntaje+m2.monto)>(elecciones.Puntaje+m3.monto) * (elecciones.Puntaje+m4.monto) and m1.monto+m2.monto<m3.monto+m4.monto and elecciones.'Eleccion'=0;
```

```
select count(elecciones.'ID') from elecciones inner join montos_aditivos as m1 on elecciones.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_aditivos as m2 on elecciones.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_aditivos as m3 on elecciones.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_aditivos as m4 on elecciones.'Monto Der Abj'=m4.ID where (elecciones.Puntaje+m1.monto)*(elecciones.Puntaje+m2.monto)>(elecciones.Puntaje+m3.monto) * (elecciones.Puntaje+m4.monto) and m1.monto+m2.monto<m3.monto+m4.monto and elecciones.'Eleccion'=1;
```

Consulta para obtener la cantidad de decisiones discriminantes en favor de utilidad logaritmica para las sesiones multiplicativas

```
select count(eleccionesm.'ID') from eleccionesm inner join montos_multiplicativos as m1 on eleccionesm.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_multiplicativos as m2 on eleccionesm.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_multiplicativos as m3 on eleccionesm.'Monto Der
```

Arb'=m3.ID inner join montos_multiplicativos as m4 on eleccionesm.'Monto Der Abj'=m4.ID where $(1+m1.monto/100)*(1+m2.monto/100)<(1+m3.monto/100)*(1+m4.monto/100)$ and $m1.monto+m2.monto>m3.monto+m4.monto$ and eleccionesm.'Eleccion'=0;

select count(eleccionesm.'ID') from eleccionesm inner join montos_multiplicativos as m1 on eleccionesm.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_multiplicativos as m2 on eleccionesm.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_multiplicativos as m3 on eleccionesm.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_multiplicativos as m4 on eleccionesm.'Monto Der Abj'=m4.ID where $(1+m1.monto/100)*(1+m2.monto/100)<(1+m3.monto/100)*(1+m4.monto/100)$ and $m1.monto+m2.monto>m3.monto+m4.monto$ and eleccionesm.'Eleccion'=1;

select count(eleccionesm.'ID') from eleccionesm inner join montos_multiplicativos as m1 on eleccionesm.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_multiplicativos as m2 on eleccionesm.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_multiplicativos as m3 on eleccionesm.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_multiplicativos as m4 on eleccionesm.'Monto Der Abj'=m4.ID where $(1+m1.monto/100)*(1+m2.monto/100)>(1+m3.monto/100)*(1+m4.monto/100)$ and $m1.monto+m2.monto<m3.monto+m4.monto$ and eleccionesm.'Eleccion'=0;

select count(eleccionesm.'ID') from eleccionesm inner join montos_multiplicativos as m1 on eleccionesm.'Monto Izq Arb'=m1.ID inner join montos_multiplicativos as m2 on eleccionesm.'Monto Izq Abj'=m2.ID inner join montos_multiplicativos as m3 on eleccionesm.'Monto Der Arb'=m3.ID inner join montos_multiplicativos as m4 on eleccionesm.'Monto Der Abj'=m4.ID where $(1+m1.monto/100)*(1+m2.monto/100)>(1+m3.monto/100)*(1+m4.monto/100)$ and $m1.monto+m2.monto<m3.monto+m4.monto$ and eleccionesm.'Eleccion'=1;

Apéndice B

Documentación de los códigos en R

En este apéndice, se presentan los códigos que fueron introducidos a R para generar diferentes gráficas y análisis estadísticos.

Código que genera el histograma de las edades de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/edades_nonulas.csv")
edades=c()
for (e in datos[1]) {
  e=as.numeric(e)
  edades=c(edades,e)
}
hist(edades, main="Distribución de la edad de los participantes",
xlab="Edades",ylab="Frecuencia")
```

Código que genera el histograma del género de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/genero.csv")
qplot(Genero, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Genero",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución del género de los participantes",
main="Distribución del género de los participantes"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Femenino","Masculino"))
```

Código que genera el histograma del ingreso mensual promedio de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/ingresos.csv")
qplot(Ingreso, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Ingreso mensual promedio",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución del ingreso mensual promedio de los participantes"
) +
```

```
scale_x_discrete(labels=c("menos de $2100", "$2100-$6200", "$6200-$8900", "$11900-$15000", "$26300-$40500"))
```

Código que genera el histograma de los estados de procedencia de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/estados.csv")
qplot(Estado, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Estado",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución de los estado de procedencia de los participantes"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Hidalgo", "Puebla", "Tamaulipas", "Veracruz"))
```

Código que genera el histograma del nivel de estudios de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/estudios.csv")
qplot(Estudios, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Grado de Estudios",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución del ingreso grado de estudios de los participantes"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Bachiller concluido", "Licenciatura concluida", "Posgrado concluido"))
```

Código que genera el histograma de las ocupaciones de los participantes

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/ocupaciones.csv")
qplot(Ocupacion, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Ocupacion",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución de las ocupaciones de los participantes"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Empleado(a)", "Estudiante", "Empresario(a)"))
```

Código que genera el histograma de las duraciones de las sesiones

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/tiempos.csv")
inicio=c()
for (e in datos[1]) {
e=as_datetime(e,format=" %d/ %m/ %Y %H: %M")
inicio=c(inicio,e)
}
fin=c()
for (e in datos[2]) {
```

```
e=as_datetime(e,format="%d/%m/%Y %H:%M")
fin=c(fin,e)
}
tiempos=fin-inicio
hist(tiempos, main="Distribución de la duración de las sesiones", xlab="Duración (segundos)",ylab="Frecuencia")
```

Código que genera el histograma de los estatus de las sesiones

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/estatus.csv")
qplot(Estatus, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Estatus",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución del estatus de las sesiones",
main="Distribución del estatus de las sesiones"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Concluido","No concluido"))
```

Código que genera el histograma de los puntajes finales obtenidos en las sesiones

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/puntaje.csv")
puntajes=c()
for (e in datos[1]) {
e=as.numeric(e)
puntajes=c(puntajes,e)
}
hist(puntajes, main="Distribución de los puntajes de cada sesión",
xlab="Puntajes",ylab="Frecuencia")
```

Código que genera el histograma de las decisiones tomadas

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/elecciones.csv")
qplot(Eleccion, data=datos,
fill=I("blue"),
col=I("cornflowerblue"),
alpha=I(.2)) +
labs(
x = "Decisión",
y = "Frecuencia",
caption = "Distribución de las decisiones tomadas",
main="Distribución de las decisiones tomadas"
) +
scale_x_discrete(labels=c("Izquierda","Derecha"))
```

Código que genera la gráfica de dispersión de la duración de las sesiones contra el puntaje obtenido en ellas

```
datos=read.csv("C:/Users/JUL/Documents/codigos/TiemposPuntajes.csv")
puntajes=c()
for (e in datos[3]) {
e=as.numeric(e)
puntajes=c(puntajes,e)
```

```

}
inicio=c()
for (e in datos[1]) {
e=as_datetime(e,format="%d/%m/%Y %H:%M")
inicio=c(inicio,e)
}
fin=c()
for (e in datos[2]) {
e=as_datetime(e,format="%d/%m/%Y %H:%M")
fin=c(fin,e)
}
tiempos=fin-inicio
plot(tiempos,puntajes, main="Duración de las sesiones contra el puntaje alcanzado en las
sesiones", xlab="Duración (segundos)",ylab="Puntajes", col="black")

```

Código para hallar los extremos de un intervalo de credibilidad para una distribución Beta con parámetros a y b

```

f <- function(x){ (dbeta(x[2], a, b) - dbeta(x[1], a, b))^2 + (pbeta(x[2], a, b) - pbeta(x[1], a, b)
-1 + alfa)^2 }
res <- optim(c(a/(a+b), a/(a+b)), f)

```

Bibliografía

- [1] ADAMOU, A. BERMAN, Y., AND PETERS, O. *Wealth Inequality and the Ergodic Hypothesis: Evidence from the United States*. SSRN, 2020.
- [2] ADAMOU, A., BERMAN, Y., AND PETERS, O. *The Two Growth Rates of the Economy*.
- [3] ATKINSON, L., AND SURASKI, Z. *Core PHP Programming*. Prentice Hall, 2003.
- [4] BERNARDO, J. *Bayesian theory*. John Wiley and sons, 1994.
- [5] BERNOULLI, D. *Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*. *Econometrica*2, 1954.
- [6] BOLTZMANN, L. *Über die Eigenschaften monozyklischer und anderer damit verwandter Systeme*. Cambridge University Press, 2012.
- [7] BULGER, B., GREENSPAN, J., AND WALL, D. *MySQL/PHP Database Applications*. Wiley Pub, 2004.
- [8] DAVIS, M., AND PHILLIPS, J. *Learning PHP and MySQL*. O'Reilly Media, 2006.
- [9] DUBOIS, P. *MySQL*. Sams, 2003.
- [10] INFANTE, S., AND ZARATE, G. *Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinarios*. Trillas, 1990.
- [11] KASS, R., AND RAFTERY, A. *Bayes Factors*, vol. 90. 1995.
- [12] KENNEDY, B., AND MUSCIANO, C. *HTML: The Definitive Guide*. O'Reilly Media, 1998.
- [13] KLENKE, A. *Probability Theory A Comprehensive Course*. Springer, 2020.
- [14] LEE, P. *Bayesian statistics, an introduction*. John Wiley and sons, 1997.
- [15] MEDER, D., RABE, F., MORVILLE, T., MADSEN, K., KOUDAHL, M., DOLAN, R., SIEBNER, H., AND HULME, O. *Ergodicity-breaking reveals time optimal decision making in humans*, vol. 17. 2021.
- [16] MONTGOMERY, D., AND RUNGER, G. *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. John Wiley and sons, 2002.
- [17] MOOD, A., AND GRAYBILL, F. *Introduction to the Theory of statistics*. Mc Graw Hill book company, 1963.
- [18] NILSON, N. *Introduction to machine learning*. Stanford university, 1996.
- [19] ORE, O. *Cardano the Gambling Scholar*. Princeton Univ. Press, 1953.
- [20] PETERS, O. *The ergodicity problem in economics*, vol. 15. 2019.

- [21] PETERSEN, K. *Ergodic Theory*. Cambridge University Press, 1983.
- [22] POWERS, S. *Learning JavaScript*. O'Reilly Media, 2006.
- [23] QUIGLEY, H. *JavaScript by Example*. PrenticeHall, 2004.
- [24] TEMAM, R. *Infinite-dimensional dynamical systems*. Springer, 1997.
- [25] URIBE, G. *Introduction to Bayesian Statistics*. John Wiley and sons, 2007.
- [26] WILLIAMSON, H. *HTML master's reference*. Wiley Publishing, 2001.
- [27] WOOTTON, C. *Javascript Programmer's Reference*. Wrox Press, 2001.