



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Aspectos del vértice  $WW\gamma$  a orden de un lazo en el modelo  
estándar y en dimensiones extras

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Alfonso de Jesús Correa León

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
Junio de 2023





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Aspectos del vértice  $WW\gamma$  a orden de un lazo en el modelo  
estándar y en dimensiones extras

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Alfonso de Jesús Correa León

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
Junio de 2023



**Título:** Aspectos del vértice  $WW\gamma$  a orden de un lazo en el modelo estándar y en dimensiones extras

**Estudiante:** ALFONSO DE JESÚS CORREA LEÓN

COMITÉ

---

Dr. Héctor Novales Sánchez  
Presidente

---

Dra. Ana Aurelia Avilez López  
Secretario

---

Dr. Roberto Cartas Fuentes  
Vocal

---

Dr. Arturo Fernández Téllez  
Vocal

---

Dr. J. Jesús Toscano Chávez  
Asesor



# Agradecimientos

A mi madre y a mi padre por regar y nutrir, con paciencia y amor, la semilla de la curiosidad que sembraron en mí. Por alentarme y ayudarme siempre a dar la mejor versión de mí. Por haberme enseñado con su ejemplo a vivir la vida con pasión y entrega.

A mi asesor el Dr. J. Jesús Toscano, por darme la oportunidad de conocer lo fascinante y elegante que la física fundamental puede llegar a ser. Además de todo su tiempo, paciencia y apoyo brindado para poder realizar esta tesis.

A todas aquellas personas que me han enseñado a observar la vida con asombro y gratitud.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>XIII</b>
<b>Introducción</b>	<b>XV</b>
<b>1. El modelo estándar</b>	<b>1</b>
1.1. Mecanismo de Higgs . . . . .	1
1.1.1. Teorema de Goldstone . . . . .	3
1.1.2. Teoría de Norma . . . . .	7
1.2. Modelo Estándar . . . . .	12
1.2.1. Cromodinámica Cuántica (QCD) . . . . .	13
1.2.2. Teoría Electrodébil . . . . .	13
1.2.3. Sector de Higgs . . . . .	15
1.2.4. Sector de Yang-Mills . . . . .	19
1.2.5. Sector de Yukawa . . . . .	21
1.2.6. Sector de Corrientes . . . . .	24
<b>2. Propiedades electromagnéticas del bosón <math>W</math> en el Modelo Estándar</b>	<b>29</b>
2.1. Función Vértice . . . . .	30
2.2. Contribución Fermiónica . . . . .	30
2.2.1. Contribución del sector de corrientes de quarks . . . . .	32
2.2.2. Contribución del sector de corrientes de leptones . . . . .	35
2.3. Contribución del sector cinético de Higgs . . . . .	37
2.4. Contribución del sector de Yang-Mills . . . . .	39
<b>3. Teoría de Yang-Mills en Dimensiones Extras</b>	<b>45</b>
3.1. Antecedentes Históricos . . . . .	45
3.2. Introducción . . . . .	46
3.2.1. Notación . . . . .	47
3.2.2. Constantes de Movimiento del espacio-tiempo extendido . . . . .	48
3.3. Teorías de Yang-Mills con Dimensiones Extra . . . . .	48
3.3.1. Ocultamiento de la simetría . . . . .	49
3.3.2. Espectro de Masas . . . . .	55
3.3.3. La Norma Unitaria . . . . .	62
<b>4. Contribución de las excitaciones de Kaluza-Klein <math>H^{(m)}</math> al vértice <math>WW\gamma</math></b>	<b>65</b>
4.1. Introducción . . . . .	65
4.2. Contribuciones al factor de forma $\lambda_{ED}$ . . . . .	68
4.3. Contribuciones al factor de forma $\Delta\kappa_{ED}$ . . . . .	71
<b>5. Conclusiones</b>	<b>75</b>

<b>A. Reglas de Feynman</b>	<b>79</b>
A.1. Reglas de Feynman Sector Fermiónico . . . . .	79
A.2. Reglas de Feynman del Sector Bosónico . . . . .	80
<b>B. Derivadas de las funciones de Passarino Veltman</b>	<b>83</b>
B.1. Derivadas de funciones $B_0$ . . . . .	83
B.2. Derivadas de funciones $C_0$ . . . . .	85
<b>Bibliografía</b>	<b>89</b>

# Índice de figuras

1.1. Un ejemplo de rompimiento espontáneo de una simetría: el pandeo de una aguja. . . . .	2
1.2. El potencial (1.6) para (a) $m^2 > 0$ y (b) $m^2 < 0$ , con $N = 2$ . Es característico de una teoría que presenta rompimiento espontáneo de una simetría continua, y en la jerga de la física, es conocido como <i>sombrero Mexicano</i> . . . . .	4
3.1. Compactificación o enroscamiento de la $5^a$ dimensión a un círculo muy pequeño: Se realiza un mapeo invertible $\mathbb{R} \rightarrow S^1$ de la dimensión adicional; además de establecerse una relación de periodicidad. . . . .	45
3.2. Construcción del 1-Toro o círculo $S^1$ de radio $R_1$ , a partir de un segmento de recta. . . . .	57
3.3. Construcción de un 2-Toro, $T^2$ , a partir de un cuadrado. . . . .	58
3.4. Aplicar el grupo cíclico $Z_2$ a los elementos de $S^1$ nos lleva a una nueva variedad $\frac{S^1}{Z_2}$ , llamada <i>Orbifold</i> , en donde los puntos 0 y $\pi R_1$ son fijos ya que su antípoda son ellos mismos debido a la estructura periódica del círculo. . . . .	59



# Índice de tablas

1.1. Partículas del Modelo Estándar. . . . .	12
2.1. Contribución del sector de corrientes de quarks a los factores de forma $\Delta\kappa$ y $\lambda$ dados en unidades de $a = \alpha/4\pi$ . . . . .	35
2.2. Contribución del sector de corrientes leptónico a los factores de forma $\Delta\kappa$ y $\lambda$ dados en unidades de $a = \alpha/4\pi$ . . . . .	37
2.3. Contribución del sector de Yang-Mills y del sector cinético de Higgs a los factores de forma $\Delta\kappa$ y $\lambda$ dados en unidades de $a = \alpha/4\pi$ . . . . .	43
5.1. Contribución de cada partícula del Modelo Estándar usual a los factores de forma $\Delta\kappa$ y $\lambda$ dados en unidades de $a = \alpha/4\pi$ . . . . .	76



# Resumen

El contenido de esta tesis se divide en dos partes.

En la primera parte se revisan los conceptos teóricos que conforman la teoría del Modelo Estándar. Posteriormente se presenta una revisión de la corrección radiativa de orden de un lazo al vértice sobre capa de masa  $W^-W^+\gamma$ . Dichas correcciones están caracterizadas por los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$ , los cuales reciben contribuciones del sector de Yang-Mills, del sector cinético de Higgs y de los sectores de corrientes leptónico y de quarks, esto es, reciben contribuciones de todas las partículas conocidas. Se encuentran soluciones analíticas exactas para estos factores de forma y se evalúan numéricamente usando los datos experimentales sobre las masas de las diversas partículas y otros parámetros físicos. Se encuentra que la contribución dominante viene del sector de Yang-Mills, del quark top y del bosón de Higgs.

En la segunda parte se presenta una revisión de la teoría pura de Yang-Mills  $SU(N)$  con  $n$  dimensiones espaciales extras. Se discuten los conceptos de ocultamiento de una simetría, transformaciones canónicas, invariancias de norma y compactificación, los cuales son esenciales para pasar de la teoría gobernada por el grupo extendido  $ISO(1, 3 + n) \times SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  a la teoría efectiva gobernada por el grupo usual  $ISO(1, 3) \times SU(N, \mathcal{M}^4)$ . Con el conocimiento adquirido, se ilustran las técnicas de correcciones radiativas en dimensiones extras mediante el cálculo de la contribución del bosón de Higgs al vértice  $W^-W^+\gamma$ . Se muestra que la amplitud del diagrama en consideración es dada por el producto de dos sumas infinitas, una discreta y una continua,  $\sum \int d^D k$ . Se muestra la técnica que permite regularizar simultáneamente ambos tipos de sumas usando el esquema de regularización dimensional. Se muestra que es necesario realizar dos parametrizaciones de Feynman, una para la suma continua usual y otra para la suma discreta, de tal suerte que la amplitud queda expresada como el producto de una función gamma por una función de Epstein. Esta es la contribución original de este trabajo.

**Palabras clave:** *Correcciones Radiativas, Modelo Estándar, Vértice trilinear de bosones de norma, Rompimiento Espontáneo de una Simetría, Extensiones del Modelo Estándar, Dimensiones Extra Universales.*



# Introducción

A lo largo de la historia humana, el desarrollo del pensamiento filosófico y científico ha estado siempre acompañado de un cuestionamiento primordial: ¿De qué estamos hechos? En lo que concierne a la ciencias físicas, esta pregunta se puede reformular como: ¿cuál es la naturaleza del tejido más fundamental de este universo en el que habitamos? En el transcurso de las eras, muchos de nuestros antepasados se han aventurado a dar respuesta a esta incógnita, de acuerdo con su cultura y su cosmovisión. Desde la concepción de los griegos, de que los constituyentes más elementales del mundo y de las estrellas eran los sólidos perfectos, hasta la moderna noción del átomo y sus partículas fundamentales; podemos notar que estas distintas teorías e hipótesis tienen en común la creencia de que, si el universo está hecho de algo, más le vale a ese algo tener una estructura simple y bella. Esta carrera de lo elemental ha sido impulsada, en gran parte, por la intuición humana de que en cada estructura yace una infraestructura más simple aún que la anterior. Por medio del paso de las generaciones, el avance del formalismo matemático y físico, y la transferencia de estos conocimientos; el ser humano ha ido agudizando y perfeccionando esta intuición, esta sensibilidad por lo elegante, lo bello y lo simétrico.

Actualmente, la teoría que más éxito ha tenido en describir y predecir con un alto nivel de precisión, los fenómenos físicos que tienen lugar en las distancias más pequeñas que se han explorado hasta ahora, es el Modelo Estándar de partículas elementales. Esta teoría postula que todos los fenómenos físicos, a excepción de aquellos gravitatorios, pueden ser descritos mediante 3 fuerzas fundamentales, a saber: la fuerza fuerte, la fuerza débil y la fuerza electromagnética. Es una teoría cuántico relativista de campos caracterizada por una invariancia global bajo el grupo de Poincaré  $ISO(1, 3)$ ; que establece los principios de simetría que describen a la cinemática de la física: las traslaciones, las rotaciones y los boosts, pero no guarda una relación con las leyes de ninguna fuerza. También se caracteriza por una invariancia local bajo el grupo de norma del Modelo Estándar  $G_{SM}(\mathcal{M}^4) \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ , donde  $\mathcal{M}^4$  es la variedad soporte, es decir, el espacio-tiempo de Minkowski. De igual manera, estos grupos de Lie determinan las simetrías (ahora locales) que dan lugar a la dinámica de las fuerzas fuerte, débil y electromagnética, respectivamente. El desarrollo y sedimentación de este modelo, fue construyéndose durante varias décadas gracias a las diversas contribuciones de muchas personas, en donde la retroalimentación entre los progresos teóricos y experimentales, jugó un rol fundamental. Entre las últimas y más importantes contribuciones hechas al Modelo Estándar, se encuentran aquellas hechas por Salam, Glashow y Wienberg [1]-[3]. Quienes propusieron que, a una escala de energía mucho mayor a la escala de fermi  $v_{\mathcal{F}}$ , las fuerzas electromagnética y débil podrían ser unificadas bajo la descripción de una sola fuerza, la electrodébil, descrita por el grupo de norma  $\{SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)\}$ , con 4 bosones mediadores no masivos. Y que, a escalas del orden de  $v_{\mathcal{F}}$ , la simetría del grupo electrodébil es rota espontáneamente al grupo electromagnético. A esta escala de energía, la simetría del grupo  $SU_L(2)$  ya no es manifiesta explícitamente, lo que trae como consecuencia que los campos correspondientes a 3 conexiones (bosones) de este grupo, puedan introducirse en la teoría con un término de masa distinto de cero; todo esto sin arruinar la invariancia de norma original. Esto es posible gracias a un mecanismo que fue introducido por Englert y Higgs [4]-[6]. Por lo que la fuerza débil y la fuerza electromagnética actúan de forma separada a estas escalas comparables con  $v_{\mathcal{F}}$ , a través de 3 bosones masivos ( $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ ) de la simetría débil rota y un bosón sin masa (el fotón  $\gamma$ ) de

la simetría electromagnética. Este es el primer y más sencillo ejemplo de unificación en la física con un respaldo experimental consistente, en donde la noción de rompimiento espontáneo de una simetría, tiene una profunda importancia en el estudio teórico y el entendimiento de la física.

A pesar de lo útil y poderoso que ha sido el Modelo Estándar, aún existen fenómenos experimentales para los cuales este modelo falla en darles una explicación. Por esta razón, muchos esfuerzos han sido dirigidos en formular y construir nuevas teorías que vayan más allá del Modelo Estándar. Por una parte, para poder resolver estas incógnitas en donde el alcance del modelo actual se agota, y por otra, para poder vislumbrar el camino a seguir si es que nueva física es descubierta en los aceleradores en un futuro próximo. A estas teorías se les conoce como extensiones del Modelo Estándar, ya que siguen conteniendo a la teoría actual, pero proponen nuevas hipótesis y fundamentos para poder describir la física que no contempla dicho modelo.

Dentro de estas extensiones, existen teorías que consideran la posibilidad de que existan en nuestro universo más dimensiones de las 4 que se observan, una temporal y tres espaciales. Los trabajos de G. Nordström y T. Kaluza [7], [8], en donde intentaron unificar los campos gravitacional y electromagnético mediante el uso de una dimensión espacial extra, fueron pioneros en este ámbito. Más adelante, O. Klein [9] propuso que la compactificación de dichas dimensiones extra, podría explicar su no observabilidad a escala macroscópica. Posteriormente, el nacimiento de la teoría de cuerdas, sus subsiguientes avances y generalizaciones como una teoría del todo, han generado un gran interés y relevancia en las formulaciones donde se consideran dimensiones extras. Una compilación de los distintos progresos en el estudio de la teoría de cuerdas, supersimetría y supercuerdas, puede encontrarse en [10]. El interés en estudiar las implicaciones fenomenológicas de nuevos procesos físicos dados por dimensiones extra, aumentó después de que Antoniadis, Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali [11]-[13] argumentaran que dimensiones extra relativamente grandes podrían ser detectadas en la escala de TeVs. En estas teorías se asume que el espacio que observamos de 3 dimensiones es solo una parte de un espacio más grande de  $d$ -dimensiones, conocido como bulto, en donde tanto los campos de norma y de materia del Modelo Estándar, pueden propagarse; a estas teorías se les conoce como dimensiones extra universales [14]. Si estas dimensiones extra existen, deben ser de menor tamaño que las distancias más pequeñas exploradas hasta ahora. Así que se asume que dichas dimensiones extra están debidamente compactificadas en una variedad suficientemente pequeña de tamaño  $R$  [15]. A una escala de energía  $\Lambda$  mucho mayor que la escala de compactificación  $R^{-1}$  ( $\Lambda \gg R^{-1}$ ), se considera una teoría de campo definida en un espacio tiempo plano de  $d = 4 + n$  dimensiones:  $\mathcal{M}^d \equiv \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n = \mathcal{M}^{4+n}$ , que es el producto cartesiano del espacio tiempo usual de Minkowski  $\mathcal{M}^4$  con una variedad euclidiana  $n$ -dimensional  $\mathcal{N}^n$ , que representa una extensión espacial [16]. Los puntos de esta variedad extendida, se representan como  $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^{4+n}$ , con  $x \in \mathcal{M}^4$  y  $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$ . A esta escala  $\Lambda$ , las distancias exploradas son tan pequeñas comparadas con el tamaño de las dimensiones extras, que estas pueden considerarse como infinitas para todo propósito práctico. Así, a estas escalas de energía podemos asumir que nuestra teoría es invariante bajo el grupo extendido de Poincaré  $ISO(1, 3 + n)$ , con  $n$  el número de dimensiones extra. Además, el grupo de norma que describe la dinámica de nuestra teoría a estas energías, se define ahora en la variedad extendida  $\mathcal{M}^{4+n}$ . En el caso del Modelo Estándar extendido a dimensiones extra universales, el grupo de norma que rige la teoría extendida es  $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n}) \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^{4+n}) \times SU_L(2, \mathcal{M}^{4+n}) \times U_Y(1, \mathcal{M}^{4+n})$  [17]. A escalas de energía mucho más bajas, la compactificación de estas dimensiones extra se vuelve aparente, por lo que, para poder describir los fenómenos físicos, es necesario ocultar la simetría del bulto  $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$  en la simetría estándar  $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$  a través de mapeos canónicos que nos garanticen que no estamos pasando de una teoría a otra diferente, sino que estamos describiendo a la misma teoría pero en diferentes perspectivas. Cabe destacar que los grupos  $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})$  y  $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$  no difieren como grupos de Lie, ya que tienen el mismo número de generadores, pero sí como grupos de norma, pues el grupo extendido tiene un número mayor de conexiones debido a las dimensiones espaciales adicionales. Primero, es necesario mapear objetos covariantes de  $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$  en objetos covariantes de  $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$ , para poder ocultar la simetría extendida. El hecho de que  $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})$  tenga un mayor número

de conexiones que  $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$  implica que la diferencia aparezca como representaciones tensoriales de  $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$ . Esto hace necesario formular un mecanismo que nos permita dotar de masa a tales conexiones en el proceso de compactificación, de manera análoga al mecanismo de Englert-Higgs. La siguiente transformación necesaria para ocultar la simetría

$$\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\} \xrightarrow{R^{-1}} \{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\} \quad (1)$$

es altamente no trivial, ya que requiere remover de manera explícita de la teoría, toda dependencia en los campos de las coordenadas  $\bar{x}$  de la variedad compacta. Para lograr esto, los campos que se propagan en el bulto son expandidos en una serie n-dimensional de Fourier y posteriormente las coordenadas de la variedad compacta son integradas a nivel de la acción [18], eliminando así toda dependencia en los campos de las  $n$  dimensiones extra. Como consecuencia de esto, la información que estaba contenida en los grados de libertad que contaban estas coordenadas extra  $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$ , se encuentra ahora codificada en forma de campos con una torre infinita de estados de Kaluza-Klein definidos en la variedad estándar  $\mathcal{M}^4$ , donde las excitaciones individuales de Kaluza-Klein están numeradas por modos de Fourier. Al pasar a la teoría reducida  $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$ , estos campos de Kaluza-Klein son la única información restante de las dimensiones extra en nuestra teoría, por lo que podemos considerar a las contribuciones de estos campos en procesos perturbativos como el aporte neto de las dimensiones extra a la teoría estándar. Se hace la identificación de los estados no excitados o *modos cero* como los campos usuales del modelo estándar 4-dimensional.

Una forma de asegurar la existencia de estas dimensiones extra es a través de la observación directa de estas excitaciones de Kaluza-Klein en los aceleradores. Sin embargo, si estos estados no pueden ser producidos directamente en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés), sus efectos virtuales podrían ser detectados por medio de mediciones de alta precisión, como aquellas planeadas a realizar en el Colisionador Lineal Internacional (ILC) [19]. Las observables electrodébiles, que pueden ser medidas de forma muy precisa ya que tienen lugar a energías bajas, pueden brindar información útil de nuevas escalas físicas de energía que son muy pesadas para ser detectadas directamente. Es importante calcular las contribuciones a orden de un lazo, de estas nuevas partículas de Kaluza-Klein, a las observables del Modelo Estándar que eventualmente pueden ser sensibles a efectos de nueva física. Los procesos en el modelo estándar que tienen lugar a partir de primer orden, son los mejores candidatos para probar estas teorías, sin embargo, los efectos de estos estados de Kaluza-Klein en los vértices  $WWZ$  y  $WW\gamma$ , serán de interés experimental en el ILC. Por lo que vale la pena ahondar en el estudio teórico de estos vértices bajo nuevos modelos. El vértice  $WW\gamma$  ha sido motivo de varios estudios en el contexto de diversos modelos que van más allá del modelo estándar, no solo por su sensibilidad a efectos de nueva física, también existe un interés teórico en estudiar este vértice ya que puede ser útil para investigar el sector de norma del Modelo Estándar. Las contribuciones de un loop al vértice  $WW\gamma$ , que define las propiedades electromagnéticas del bosón  $W$ , han sido calculadas en el Modelo Estándar [20] así como en distintas extensiones de este, como lo son modelos con dos dobletes de Higgs [21], modelos supersimétricos [22]-[24], modelos 331 [25], [26], etc. Esta tesis se enfoca en estudiar las contribuciones al vértice  $WW\gamma$  dadas por estos campos de Kaluza-Klein, en el contexto de dimensiones extra universales, sin embargo, considerar las excitaciones de todos los campos del Modelo Estándar representa una tarea muy extensa para los fines de esta investigación, por lo que este trabajo consiste en un primer acercamiento al problema, y el panorama restante se reservará para una etapa posterior. Nos centraremos en calcular la contribución al vértice de las excitaciones de Kaluza-Klein correspondientes al bosón de Higgs ( $H^{(m)}$ ), con el objetivo de ilustrar y describir las sutilezas presentes en este tipo de cálculos con dimensiones extra universales, como lo es una segunda parametrización de Feynman y la aparición de la función zeta de Epstein.

El presente trabajo se encuentra estructurado de la siguiente manera: En el primer capítulo se estudia de manera general la teoría del Modelo Estándar. Primero, se describen fundamentos esenciales para construir la teoría, como lo son el Teorema de Goldstone y el mecanismo de Englert-Higgs. Y posteriormente se hace una breve descripción de cada sector del modelo, haciendo énfasis

en el sector de norma, que es central para el estudio del vértice de interés. En el capítulo dos, se calculan las propiedades electromagnéticas del bosón  $W$  en el Modelo Estándar. Se describe la estructura del vértice  $WW\gamma$ , seguido del cálculo de las contribuciones a un lazo dadas por todas las partículas del Modelo Estándar. Como una aportación secundaria de este trabajo, se presenta una revisión numérica de las cantidades estáticas del bosón  $W$ , introduciendo en los cálculos las masas de las diversas partículas que contribuyen al proceso. Esto es posible ya que todas las partículas del Modelo Estándar han sido descubiertas y sus masas han sido medidas. En el capítulo tres se analiza una teoría de Yang-Mills pura extendida a dimensiones extra, con el propósito de ilustrar las ideas centrales de dimensiones extra universales y las sutilezas que afloran en el sector de norma en este tipo de teorías. En el capítulo cuatro se presenta la principal aportación de esta tesis: la contribución a primer orden al vértice bajo estudio, dado por las excitaciones de Kaluza-Klein del campo de Higgs. En donde se introduce por primera vez una segunda parametrización de Feynman en la suma discreta de los momentos que se propagan en la variedad compacta. A su vez, se encuentra que el resultado puede ser expresado en términos de la función  $\ell$ -dimensional de Epstein. Se estudia también la dimensionalidad que debe tener la variedad compacta para asegurar que los factores de forma calculados sean convergentes, obteniendo resultados interesantes. Finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo en el último capítulo.

# Capítulo 1

## El modelo estándar

En este capítulo se discutirán brevemente cada uno de los sectores que conforman al Modelo Estándar de partículas elementales, así como algunos fundamentos teóricos esenciales que constituyen a la teoría.

### 1.1. Mecanismo de Higgs

El concepto de rompimiento espontáneo de una simetría es uno de los pilares centrales que yerguen la teoría del Modelo Estándar. Nos permite formular y describir, de manera elegante, la naturaleza sutil de algunos fenómenos físicos, centrales en la construcción de teorías unificadas.

Las teorías de campo son edificadas desde el formalismo de la mecánica, en donde las leyes físicas se derivan del principio de mínima acción [27]:

$$\delta S = \delta \int d^4x \mathcal{L}(\phi_a(x), \partial_\mu \phi_a(x)) = 0 \quad (1.1)$$

Al objeto  $\mathcal{L}$  se conoce como la densidad lagrangiana, y se construye de tal manera que refleje las transformaciones que dejan invariante al sistema, es decir, las simetrías de este. Cuando la lagrangiana es invariante bajo la acción de algún grupo de transformaciones continuas, este grupo de simetría da lugar a la conservación de cantidades físicas conocidas como las cargas de Noether. Podemos concluir entonces, que en el estudio de las teorías de campo, así como en otros escenarios físicos, las simetrías que presentan los sistemas juegan un papel primordial en su estudio.

De manera general, el rompimiento espontáneo de una simetría se basa en lo siguiente: Sea  $G$  un grupo de Lie y  $H$  un subgrupo no trivial de este. Podemos estudiar la acción de estos grupos a través de los  $d_G$  generadores de  $G$  y los  $d_H$  generadores de  $H$ , con  $d_H < d_G$ . Es posible dividir a los generadores de  $G$  en dos tipos. Sea  $\{T^a\}$  el conjunto de generadores de  $G$ , donde  $a$  es un índice general. Este puede ser dividido en dos conjuntos:  $\{T^{\hat{a}}\}$  con un número  $d_H$  de generadores, y  $\{T^{\hat{a}}\}$  con  $d_G - d_H$  generadores. Supongamos que tenemos una lagrangiana  $\mathcal{L}(\varphi_r, \partial_\mu \varphi_r)$  que depende sólo de campos escalares de Lorentz, dados en alguna representación no trivial de  $G$ . Esto significa que al aplicar cualquier transformación  $U \subset G$  en los campos

$$\varphi_r \rightarrow \varphi'_r = [U]_{rs} \varphi_s, \quad (1.2)$$

con  $\varphi_r$  las componentes del multiplete en la representación dada, las lagrangianas

$$\mathcal{L}(\varphi_r, \partial\varphi_r) \quad y \quad \mathcal{L}(\varphi'_r, \partial\varphi'_r) \quad (1.3)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**1.1. MECANISMO DE HIGGS**

---

son equivalentes. Lo que significa que, como la lagrangiana es invariante bajo  $G$ , también lo será bajo  $H$ . Por lo que el multiplete de campos  $\varphi_r$  de  $G$  puede ser arreglado en multipletes de campos  $\varphi_{\bar{s}}$  de  $H$ . Es decir, existe un mapeo de punto de  $G$  en  $H$ :

$$\begin{aligned} G &\rightarrow H \\ \{\varphi_r\} &\rightarrow \{\varphi_{\bar{s}}\} \\ \mathcal{L}(\varphi_r, \partial\varphi_r) &\rightarrow \mathcal{L}(\varphi_{\bar{s}}, \partial\varphi_{\bar{s}}) \end{aligned}$$

Este mapeo nos permite pasar de una teoría descrita por el grupo  $G$ , a una teoría equivalente pero ahora vista bajo la perspectiva del subgrupo  $H$ . Podemos asegurar la equivalencia de estas teorías elevando el mapeo al espacio fase para que este sea canónico. En la lagrangiana  $\mathcal{L}(\varphi_r, \partial\varphi_r)$ , la simetría  $G$  es manifiesta y la simetría de  $H$  está oculta. Después del mapeo, en la lagrangiana  $\mathcal{L}(\varphi_{\bar{s}}, \partial\varphi_{\bar{s}})$  la simetría  $H$  es manifiesta, pero la simetría  $G$  está oculta. Este ocultamiento de una simetría  $G$  en algún subgrupo  $H$  siempre puede realizarse, sin importar si existe un rompimiento espontáneo o no. Cuando la simetría es global, esto es, las transformaciones actúan en todos los puntos  $x$  del espacio, puede presentarse el fenómeno de rompimiento espontáneo de la simetría  $G$  en la simetría  $H$ , denotado por

$$G \rightarrow H \tag{1.4}$$

y se dice que el grupo  $G$  es roto espontáneamente en el subgrupo  $H$ .

El rompimiento espontáneo ocurre cuando el estado de mínima energía o estado de vacío no es invariante bajo el grupo de simetría  $G$ , sino que este lo transforma, generando así una degeneración de estos estados de mínima energía.

Pensemos, como un ejemplo simple pero no trivial, que tenemos una aguja y la estamos comprimiendo con una fuerza  $F$  sobre su eje (véase Fig. 1.1). La configuración que podríamos pensar que mantendrá el sistema, es aquella donde la aguja se mantiene en la configuración simétrica ( $x = y = 0$ ). Sin embargo, si la fuerza es muy grande ( $F > F_{critica}$ ), la aguja colapsará a un estado en el que esté curvada [28]. Esto sucede ya que el sistema tiene una menor energía cuando la aguja está pandeada, que cuando se encuentra en la configuración metaestable: alineada con el eje  $z$ . La simetría cilíndrica es rota por la aguja doblada; y al poder doblarse en cualquier dirección y tener el mismo estado de mínima energía; no podemos predecir en qué dirección se pandeará, ya que todas son equivalentes físicamente.

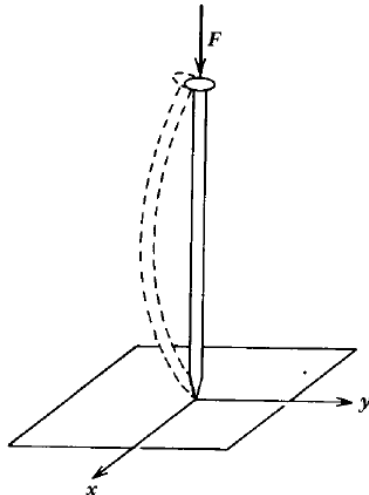


Figura 1.1: Un ejemplo de rompimiento espontáneo de una simetría: el pandeo de una aguja.

La esencia del rompimiento espontáneo de una simetría continua se sintetiza en lo que se conoce como el Teorema de Nambu-Goldstone [29]-[32] o simplemente Teorema de Goldstone. En donde los  $d_G - d_H$  generadores  $\{T^{\hat{a}}\}$  son rotos en el sentido que la simetría dada por ellos, se pierde en el estado base del sistema. Y los  $d_H$  generadores  $\{T^{\bar{a}}\}$  de  $H$  no son rotos en este sentido, ya que el estado base sí es invariante bajo este subgrupo. Profundicemos aún más en esta idea. De manera general, entendemos que los elementos del grupo  $G$  actúan sobre vectores en el espacio de configuración del sistema. Si se presenta un rompimiento espontáneo de la simetría  $G$  en  $H$ , significa que existe una superficie, de dimensión menor al espacio de configuraciones, que contendrá a los estados de mínima energía del sistema, equivalentes todos entre sí. El grupo  $G$  transformará a estos mínimos, pero los mantendrá en esta misma superficie; pero el grupo  $H$  los dejará invariantes. El sistema físico no puede evolucionar a partir de esta infinidad de mínimos en la superficie, se desarrollará a partir de un mínimo concreto, ¿a partir de cuál de éstos mínimos se desarrollará? Es aquí donde entra el requerimiento físico de romper al grupo  $G$  en algún subgrupo deseado  $H$ . Romper espontáneamente la simetría  $G$  en  $H$  significa que existe una dirección, en este espacio de configuraciones, que es dejada invariante por el subgrupo  $H$ , pero no por el grupo  $G$ . Es la existencia de esta dirección, invariante por  $H$ , la que determinará características fundamentales acerca de la dinámica de los grados de libertad del sistema y como estos se relacionan entre sí. La consecuencia de que la simetría  $G$  haya sido rota es la aparición de  $d_G - d_H$  campos escalares sin masa, llamados bosones de Goldstone; relacionados con los generadores rotos. Nos parece indispensable puntualizar sobre estos aspectos generales del rompimiento espontáneo, ya que esta noción nos será vital para ser capaces de contruir una teoría que considere dimensiones extras.

Más adelante, Higgs [5], [6] y Englert [4] extendieron estas ideas a las teorías con simetría local, donde propusieron un mecanismo que nos permite dotar de masa a algunos campos de norma del grupo de simetría, cuyo fundamento de partida es el rompimiento espontáneo.

A continuación, describiremos los aspectos generales de estas herramientas teóricas que nos permiten describir y explorar la naturaleza a escalas límite de distancia y energía. Comenzaremos por aterrizar estas nociones de rompimiento espontáneo a una teoría en concreto y estudiaremos sus consecuencias.

### 1.1.1. Teorema de Goldstone

Antes de enunciar el teorema de Goldstone, es necesario comprender el fenómeno de rompimiento espontáneo de una simetría continua, por lo que describiremos un ejemplo en concreto para ilustrar las ideas centrales. Consideremos por simplicidad, una densidad lagrangiana que describa un conjunto de  $N$  campos escalares reales  $\phi^i(x)$ :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi^i)^2 - V(\phi^i) \quad (1.5)$$

con

$$V(\phi^i) = \frac{1}{2} m^2 (\phi^i)^2 + \frac{\lambda}{4} [(\phi^i)^2]^2 \quad (1.6)$$

conocido en inglés como *linear sigma model* [33], en donde existe una suma implícita sobre el índice  $i$  en cada factor  $(\phi^i)^2$ , además  $\lambda > 0$ . La lagrangiana (1.5) es invariante bajo la simetría

$$\phi^i \rightarrow \phi'^i = R^{ij} \phi^j, \quad (1.7)$$

para cualquier matriz ortogonal  $R$  de tamaño  $N \times N$ . El grupo de transformaciones (1.7) es el grupo ortogonal de dimensión  $N$ , denotado como  $O(N)$ , que describe las transformaciones que preservan la distancia en un espacio euclidiano.

Si quisiéramos estudiar esta teoría en el formalismo cuántico, sería necesario establecer el estado de vacío de la teoría, el cual es único. Por lo que, a nivel clásico, nos interesa estudiar los estados

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

de mínima energía del sistema, así que es necesario determinar la configuración de campos que minimice el potencial escalar de la lagrangiana, es decir, el conjunto de campos  $\{\phi^k\}$  que satisfagan:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^k} = 0. \quad (1.8)$$

Para estudiar este sistema en general, es necesario considerar la posibilidad de que el coeficiente del término cuadrático en (1.6) sea positivo o negativo. Analicemos ambos casos:

**Caso no degenerado** ( $m^2 > 0$ ) :

Al derivar el potencial respecto a un campo arbitrario  $\phi_k$  e igualándolo a cero, se obtiene la siguiente condición:

$$\left[ m^2 + \lambda (\phi^i)^2 \right] \phi^k = 0, \quad (1.9)$$

donde la única solución es  $\phi^k = 0$  para todo  $k = 1, \dots, N$ . El estado vacío del sistema, corresponde a la única configuración donde todos los campos son cero, dando como resultado una teoría de  $N$  partículas con masa  $m$ , cuyo estado de mínima energía no presenta degeneración. El potencial de esta teoría toma la forma de un paraboloides, como se muestra en la Figura 1.2 (a). En este caso, no se presenta un rompimiento espontáneo de la simetría  $O(N)$ , por tanto, no es de nuestro interés.

**Caso degenerado** ( $m^2 < 0$ ) : Al estudiar los valores extremos de este potencial, encontramos un máximo local (véase la Fig. 1.2 (b)), cuando los  $N$  campos son cero:

$$V(\phi^i = 0) = 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (1.10)$$

Y un mínimo local, para cualquier vector constante  $(\phi_0^i)$  que satisfaga

$$(\phi_0^i)^2 = \frac{-m^2}{\lambda} \equiv v^2, \quad (1.11)$$

ya que

$$V(|\phi_0^i| = v) = -\frac{m^4}{4\lambda}. \quad (1.12)$$

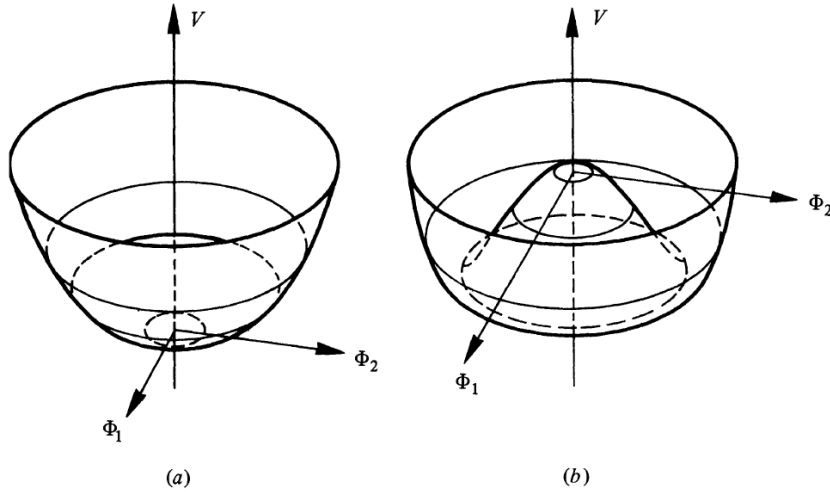


Figura 1.2: El potencial (1.6) para (a)  $m^2 > 0$  y (b)  $m^2 < 0$ , con  $N = 2$ . Es característico de una teoría que presenta rompimiento espontáneo de una simetría continua, y en la jerga de la física, es conocido como *sombrero Mexicano*.

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

La condición (1.11) determina únicamente la magnitud del vector  $(\phi_0^i)$ , pero su dirección es arbitraria, por lo que los estados de mínima energía definen una superficie esférica  $(N - 1)$ -dimensional de radio  $v$  en el espacio de los campos. Los valores que puede tomar la constante  $v$  se conocen como el valor esperado, de dichos campos, en el vacío. En este caso, el estado base del sistema clásico tiene una degeneración infinita, por lo que, escoger un único estado de vacío para el sistema podría parecer ambiguo. Podemos observar en la Figura 1.2 (b) que, para el caso de  $N = 2$ , esta infinidad de estados de mínima energía se encuentran a lo largo de un círculo equipotencial, ilustrados por la línea punteada, estos son los mínimos estables de la teoría sobre los cuales se debe estudiar al sistema y sus fluctuaciones. Para el caso general de  $N$  campos, la ecuación (1.11) establece una condición que fija un grado de libertad del sistema, el resultado es entonces una superficie hyperesférica de dimensión  $N - 1$ , donde yacen los estados de mínima energía. El estado particular que se escoja es arbitrario debido a que todos los puntos en esta superficie son equivalentes físicamente, al estar relacionados por transformaciones del grupo  $O(N)$ . Este fenómeno de rompimiento espontáneo de una simetría se presenta cuando el estado base del sistema no es invariante bajo el grupo de simetría global, en este caso  $O(N)$ , pero sí lo es bajo alguno de sus subgrupos. Para analizar el rompimiento espontáneo de la simetría  $O(N)$  en alguno de sus subgrupos, elegiremos un estado de vacío concreto, caracterizado por un vector constante  $\Phi_0$  en la superficie de la esfera. El criterio para escoger a este vector constante, lo determina el subgrupo de  $O(N)$  que no rompe la simetría del estado de vacío.

Estudiemos el rompimiento espontáneo

$$O(N) \rightarrow O(N - 1) \tag{1.13}$$

Una rotación en  $N$  dimensiones puede realizarse en cualquiera de los  $\frac{N(N-1)}{2}$  planos que se forman entre los ejes, por lo que el grupo  $O(N)$  tiene  $\frac{N(N-1)}{2}$  simetrías continuas, es decir,  $\frac{N(N-1)}{2}$  generadores, que denotaremos como  $\{T^a\}$  con  $a = 1, \dots, \frac{N(N-1)}{2}$ . El subgrupo  $O(N - 1)$  tiene, por ende,  $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$  generadores, que llamaremos  $\{T^{\bar{a}}\}$  donde  $\bar{a} = 1, \dots, \frac{(N-1)(N-2)}{2}$ . Podemos entonces dividir los generadores de  $O(N)$  en dos conjuntos:  $\{T^{\bar{a}}\}$  que son los generadores de  $O(N - 1)$ , y  $\{T^a\}$  que son los generadores de  $O(N)$  que no pertenecen a  $O(N - 1)$ . La condición para romper la simetría  $O(N)$ , manifiesta en la lagrangiana original (1.5), a la simetría de su subgrupo,  $O(N - 1)$ , es la siguiente:

El vector constante que escojamos,  $\Phi_0$ , debe ser dejado invariante bajo la acción del grupo  $O(N - 1)$ . Esto es, sea  $U \in O(N - 1)$ , entonces se cumple que

$$U\Phi_0 = \Phi_0, \tag{1.14}$$

y ya que podemos describir la acción del grupo mediante sus generadores, podemos parametrizar este elemento  $U$  como

$$U = e^{\alpha^{\bar{a}} T^{\bar{a}}}, \tag{1.15}$$

donde  $\alpha^{\bar{a}}$  son  $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$  parámetros constantes (globales) que, junto con los generadores del grupo, describen cualquier transformación en general. Se puede concluir de (1.14) y (1.15) que los generadores de  $O(N - 1)$  satisfacen:

$$T^{\bar{a}}\Phi_0 = 0, \tag{1.16}$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

para todo  $\bar{a} = 1, \dots, \frac{(N-1)(N-2)}{2}$ . Estas son las transformaciones continuas que dejan invariante al sistema, y en particular, al estado de mínima energía de este. Los generadores rotos  $\{T^{\bar{a}}\}$  son aquellos generadores de  $O(N)$  que sí transforman a  $\Phi_0$ :

$$T^{\bar{a}}\Phi_0 \neq 0 \quad (1.17)$$

Se dice que el grupo  $O(N)$  es roto espontáneamente en  $O(N-1)$  a la escala de energía  $v$ , en tanto que la dirección del vector  $\Phi_0$ , es invariante bajo el grupo  $O(N-1)$ . En otras palabras, que  $\Phi_0$  es aniquilado por los generadores  $\{T^{\bar{a}}\}$  de  $O(N-1)$ .

Proponemos al siguiente vector constante:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

donde el único valor diferente de cero se encuentra en la entrada correspondiente al  $N$ -ésimo campo.

El sistema físico y sus fluctuaciones cuánticas, deben ser estudiadas en el entorno del mínimo elegido, por lo que es necesario realizar el siguiente corrimiento:

$$\phi^i \rightarrow \phi^i + \Phi_0 = \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \vdots \\ \phi^{N-1} \\ \phi^N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \vdots \\ \phi^{N-1} \\ \phi^N + v \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Note que si definimos los campos como

$$\begin{aligned} \phi^i(x) &\equiv \pi^k(x), \quad k = 1, \dots, N-1 \\ \phi^N(x) &\equiv \sigma(x) + v \end{aligned} \quad (1.20)$$

Podemos reescribir la lagrangiana (1.5) en términos de los campos  $\pi^k$  y  $\sigma$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \pi^k)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{1}{2} (2\lambda v^2) \sigma^2 \\ & - \lambda v \sigma^3 - \lambda v (\pi^k)^2 \sigma - \frac{\lambda}{4} \sigma^4 - \frac{\lambda}{2} (\pi^k)^2 \sigma^2 - \frac{\lambda}{4} [(\pi^k)^2]^2. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Una vez descrito el sistema alrededor de este estado mínimo, la invariancia de la teoría bajo el grupo  $O(N)$  deja de manifestarse explícitamente y se despliega ahora la simetría bajo el subgrupo  $O(N-1)$ , el cual transforma los campos  $\pi$  entre ellos. Sucede además que, por cada generador roto de  $O(N)$  (aquellos que satisfacen (1.17)), aparece en nuestra teoría una partícula escalar sin masa, asociada con dicho generador. El resultado es una teoría con un campo  $\sigma$  masivo, y un conjunto de  $N-1$  campos  $\pi$  sin un término de masa en la lagrangiana (1.21).

La aparición de partículas no masivas cuando una simetría continua se rompe, es un resultado que se conoce como el teorema de Goldstone [31], [32]. Y a estas partículas  $\pi$  sin masa, presentes en la teoría, se les conoce como bosones de Goldstone. La teoría simétrica bajo  $O(N)$  tiene  $\frac{N(N-1)}{2}$  transformaciones de simetría continuas independientes. Después del rompimiento espontáneo de  $O(N)$  a  $O(N-1)$ , la teoría permanece aún con  $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$  simetrías continuas; las rotaciones de los campos  $\pi$ . El número de simetrías *rotas* es la diferencia  $N-1$ , que corresponde a las  $N-1$  rotaciones de  $O(N)$  que sí transforman a  $\Phi_0$ .

El teorema de Goldstone establece que, por cada simetría continua rota espontáneamente, la teoría debe contener una partícula sin masa.[33]

Podemos realizar oscilaciones pequeñas alrededor de cualquier punto de la esfera  $(N-1)$ -dimensional y descomponerlas en componentes radiales y tangenciales. Las oscilaciones a lo largo de las direcciones tangenciales tienen lugar en una superficie equipotencial, por lo que no cuestan energía al sistema, y por consecuencia, corresponden a partículas no masivas; que son los bosones de Goldstone  $\pi$ . Las partículas masivas describen oscilaciones en las direcciones radiales, en cuya dirección, las segundas derivadas del potencial en (1.21) son diferentes de cero.

### 1.1.2. Teoría de Norma

En la sección anterior revisamos una teoría invariante bajo un grupo de transformaciones globales, es decir, la misma transformación actúa en todos los puntos del espacio [34]. Estas tienen un carácter 'simultáneo' en la totalidad del sistema, no dependen en ninguna forma de las coordenadas en donde se apliquen. Si el grupo de simetría  $G$  es un grupo de Lie, podemos entender a estas transformaciones como:

$$\phi^i(x) \rightarrow \phi'^i(x) = e^{\alpha^a T^a} \phi^i(x) \quad (1.22)$$

donde  $\{T^a\}$  son los generadores del grupo, y los parámetros  $\alpha^a$  son constantes en todo el espacio. Cuando estos parámetros sí tienen una dependencia en las coordenadas, se dice que la teoría es invariante de forma local, esto es, diferentes transformaciones se llevan a cabo a diferentes puntos del espacio. Podemos imaginar como si en cada valor continuo que puede tomar  $x$ , existe una simetría global, que va cambiando de manera suave conforme cambia  $x$ . Veamos un ejemplo de cómo se construye una teoría de este tipo a partir de una invarianza global, así como también, estudiar qué ocurre cuando una simetría local es rota.

Pensemos en la siguiente lagrangiana escalar compleja:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) - \frac{1}{2} \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{1}{4} \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2 \quad (1.23)$$

con

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)] \\ \varphi^\dagger(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_1(x) - i\varphi_2(x)] \end{aligned} \quad (1.24)$$

donde  $\varphi_1(x)$  y  $\varphi_2(x)$  son campos reales, además  $x \equiv x_\mu$  es el 4-vector de posición en el espacio-tiempo de Minkowski. Podemos ver que esta lagrangiana es invariante bajo transformaciones globales de la forma

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = e^{i\alpha} \varphi(x). \quad (1.25)$$

Si ahora asumimos que este parámetro  $\alpha$  depende explícitamente de las coordenadas  $x$ , tenemos una transformación local

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = e^{i\alpha(x)}\varphi(x) \quad (1.26)$$

donde existe una ley de transformación diferente para cada punto  $x$ . Al querer dotar a la lagrangiana (1.23) con una invarianza local, nos encontramos con la dificultad de que el término que involucra la derivada  $\partial_\mu$  no es invariante bajo las transformaciones (1.26), debido a la dependencia en las coordenadas del factor  $\alpha(x)$ :

$$\partial_\mu (\varphi'(x)) = e^{i\alpha(x)}\partial_\mu\varphi(x) + ie^{i\alpha(x)}\varphi(x)\partial_\mu\alpha(x). \quad (1.27)$$

La derivada  $\partial_\mu$  compara el valor de  $\varphi(x)$  en dos puntos infinitesimalmente cerca en el espacio-tiempo, cada uno con leyes de transformación distintas según (1.26), por lo que, en este tipo de teorías, carece de una interpretación geométrica útil. La cantidad  $\partial_\mu\varphi(x)$  no es un objeto covariante bajo el grupo de transformaciones que define (1.26), que es el grupo unitario unidimensional  $U(1)$ . Para poder estudiar cómo cambia  $\varphi(x)$ , que obedece esta simetría que varía de punto a punto, debemos introducir algún factor que compense las diferencias de las fases en (1.26). Esto se logra mediante la definición de un nuevo tipo de derivada, llamada derivada covariante:

$$D_\mu\varphi(x) \equiv \partial_\mu - igA_\mu(x) \quad (1.28)$$

La derivada  $\partial_\mu$  genera un desplazamiento infinitesimal en las coordenadas ( $x_\mu \rightarrow x_\mu + \epsilon_\mu$ ), mientras que el segundo término  $-igA_\mu(x)$  describe la variación del campo  $\varphi$  bajo la transformación de norma infinitesimal correspondiente ( $\alpha(x_\mu) \rightarrow \alpha(x_\mu + \epsilon_\mu)$ ) [35]. La constante  $g$  se conoce como la constante de acoplamiento del grupo de norma y se introduce para describir los efectos de tal grupo en la dinámica del sistema. El campo vectorial  $A_\mu$ , conocido como conexión o campo de norma, se introduce como grados de libertad extra en la teoría para poder cuantificar dichas transformaciones de norma infinitesimales. La ley de transformación que debe cumplir  $A_\mu$ , bajo esta simetría local, tiene una forma muy especial:

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha(x) \quad (1.29)$$

A esta transformación (1.29), se le conoce como transformaciones de norma, ya que tiene una forma muy diferente a la ley de transformación covariante bajo  $U(1)$  (1.26). De esta forma se tiene que  $D_\mu\varphi(x)$  se transforma también covariantemente bajo  $U(1)$ .

$$\begin{aligned} (D_\mu\varphi(x))' &= \left[ \partial_\mu - ig \left( A_\mu(x) + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha(x) \right) \right] e^{i\alpha(x)}\varphi(x) \\ &= e^{i\alpha(x)} (\partial_\mu - igA_\mu(x)) \varphi(x) \\ &= e^{i\alpha(x)} D_\mu\varphi(x). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Podemos entonces construir una lagrangiana invariante localmente si sustituimos los términos que involucren derivadas ordinarias, por derivadas covariantes. Por lo tanto

$$\mathcal{L} = (D_\mu\varphi)^\dagger (D^\mu\varphi) - \frac{1}{2}\mu^2\varphi^\dagger\varphi - \frac{1}{4}\lambda(\varphi^\dagger\varphi)^2 \quad (1.31)$$

es invariante localmente bajo  $U(1)$  (1.26). Sin embargo, aún no hemos incluido los invariantes que involucren solamente al campo  $A_\mu$  y a sus derivadas, para obtener información acerca de la dinámica de estos campos de norma. Este término puede ser construido al calcular el conmutador de la derivada covariante:

$$[D_\mu, D_\nu]\varphi(x) = -ig(\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x))\varphi(x) \equiv -igF_{\mu\nu}(x)\varphi(x) \quad (1.32)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

donde la estructura  $F_{\mu\nu}$  se conoce como el tensor de curvatura y es el invariante que cuantifica la no conmutatividad entre dos derivadas covariantes aplicadas en direcciones diferentes. Como puede observarse,  $F_{\mu\nu}$  depende únicamente de las conexiones  $A_\mu$  y sus derivadas, y recordando que, dichas conexiones están ligadas con la forma en que actúan las transformaciones locales, la cantidad  $F_{\mu\nu}$  también suele ser nombrada como el tensor de fuerza del campo de norma. Si aplicamos la ley de transformación de los campos  $A_\mu$  (1.29), en (1.32) vemos que la curvatura también es invariante bajo transformaciones locales. De esta manera, la lagrangiana invariante de forma local construida a partir de (1.23) es:

$$\mathcal{L}_{SED} = (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{1}{4} \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (1.33)$$

Que es la lagrangiana que describe la teoría de la electrodinámica escalar.

La teoría (1.23), invariante bajo transformaciones globales (1.25), describe una teoría libre; no existen interacciones entre las partículas. Al demandar que nuestra teoría sea invariante bajo transformaciones locales de la forma (1.26), se hace necesaria la introducción de un nuevo campo  $A_\mu$ , el cual se acopla a  $\varphi$  mediante la derivada covariante; generando así una teoría con interacciones, una teoría dinámica. Es por esto que a los campos de norma se les atribuye la cualidad de 'portadores' de fuerza, ya que es sólo a través de ellos que los campos  $\varphi$  pueden interactuar.

Cuando consideramos que una teoría es invariante bajo transformaciones locales, los grados de libertad de esta están caracterizados por conexiones y representaciones tensoriales del grupo de norma. En física se conoce a estos campos como *campos de norma* y *campos de materia*, respectivamente. La simetría de norma únicamente permite términos de masa para aquellos campos que aparezcan como representaciones tensoriales del grupo de simetría, ya que si existieran términos de masa para los campos de norma

$$\frac{1}{2} m_A^2 A_\mu A^\mu, \quad (1.34)$$

se arruinaría la invariancia local en la teoría, así que desde la perspectiva del grupo de norma, estas conexiones están relacionadas forzosamente con partículas no masivas. Sin embargo, es posible dotar de masa a estas conexiones si consideramos que la teoría presenta rompimiento espontáneo del grupo de norma.

De la misma forma que en la sección anterior, si consideramos que  $\mu^2 < 0$  en (1.33), tenemos que el mínimo del potencial escalar

$$V_{SED}(\varphi) = \frac{1}{2} \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \frac{1}{4} \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2 \quad (1.35)$$

se cumple para

$$\varphi^\dagger(x) \varphi(x) = -\frac{\mu^2}{\lambda} \equiv v^2 \quad (1.36)$$

Es decir, tenemos una familia continua de estados de mínima energía de la forma

$$\varphi(x) = v e^{i\theta} \quad (1.37)$$

donde  $\theta$  parametriza a estos estados. Notamos que el potencial (1.35) es invariante también bajo el grupo de simetría global  $U(1)$ , a través del cual, el valor  $\theta$  cambia como  $\theta + \alpha$ ; así que estos estados de mínima energía están relacionados entre sí por la simetría global de  $U(1)$  [36]. Como ya hemos visto, escoger un estado particular de esta familia como el mínimo físico de la teoría, rompe la simetría del sistema. Elegimos a  $v$  como nuestro vacío físico, haciendo  $\theta = 0$  en (1.37):

$$\varphi_0 = v \quad (1.38)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.1. MECANISMO DE HIGGS

---

Entonces, podemos expresar a  $\varphi$  en coordenadas polares y realizar el corrimiento únicamente en la variable del módulo, definimos

$$\varphi(x) = (v + \rho(x))e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} \quad (1.39)$$

donde el vacío físico  $\varphi_0$  se tiene cuando los campos  $\rho(x)$  y  $\xi(x)$  son cero. Si expresamos ahora al potencial (1.35) en términos de estos nuevos campos se obtiene:

$$V(\varphi) = \lambda v^2 \rho^2 + \lambda v \rho^3 + \frac{\lambda}{4} \rho^4 \quad (1.40)$$

Podemos identificar que el campo  $\rho$  da lugar a una partícula con masa  $m_\rho = \sqrt{2\lambda}v$ . Además, como se rompió espontáneamente la simetría  $U(1)$ , identificamos al campo  $\xi$  como el bosón sin masa de Goldstone, ya que no está presente en el potencial (1.40).

Como la teoría es de norma, existe un nuevo ingrediente en nuestra teoría, que es la derivada covariante, la cual actúa a través de un campo de norma o conexión  $A_\mu$ , cuya existencia misma parte del postulado de que la teoría sea invariante de forma local. Al expandir el término cinético, una vez rota la simetría, obtenemos un resultado muy interesante:

$$\begin{aligned} (D_\mu \varphi(x))^\dagger (D^\mu \varphi(x)) &= \left[ (\partial_\mu - igA_\mu(x)) (v + \rho(x)) e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} \right]^\dagger \left[ (\partial^\mu - igA^\mu(x)) (v + \rho(x)) e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} \right] \\ &= \partial_\mu \rho(x) \partial^\mu \rho(x) + \left( 1 + \frac{\rho(x)}{v} \right)^2 \partial_\mu \xi(x) \partial^\mu \xi(x) \\ &\quad + 2vg \left( 1 + \frac{\rho(x)}{v} \right)^2 A_\mu(x) \partial^\mu \xi(x) + g^2 v^2 \left( 1 + \frac{\rho(x)}{v} \right)^2 A_\mu(x) A^\mu(x). \end{aligned} \quad (1.41)$$

Al expandir el último término obtenemos:

$$g^2 v^2 A_\mu(x) A^\mu(x). \quad (1.42)$$

Como resultado del rompimiento espontáneo del grupo de simetría local, la teoría es descrita por un campo de norma  $A_\mu$  con masa, además de un campo escalar  $\rho$  y el bosón de Goldstone  $\xi$ . No obstante, al tratarse de una lagrangiana invariante localmente, tenemos la libertad de transformar al campo  $\varphi$  por medio de una función arbitraria  $\alpha(x)$ , por lo que podemos escoger a esta función de tal manera que remueva de nuestra teoría toda dependencia de  $\xi$ . Si definimos

$$\begin{aligned} \varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = \mathcal{U}(x) &\equiv e^{i\frac{\xi(x)}{v}} \varphi(x) = v + \rho(x), \\ A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = B_\mu(x) &\equiv A_\mu(x) - \frac{1}{gv} \partial_\mu \xi(x) \end{aligned} \quad (1.43)$$

vemos que la naturaleza de las transformaciones de norma hacen posible que podamos eliminar al campo  $\xi$ , ya que antes de romper la teoría, esta ya era invariante bajo dicho tipo de transformaciones, por lo que el grado de libertad  $\xi$  corresponde en realidad a la libertad que tenemos de escoger cualquier  $\alpha(x)$  en (1.26) y que la teoría permanezca invariante. Es por esto que, cuando la simetría rota espontáneamente es de norma, al campo  $\xi$  se le conoce como un *pseudo*-bosón de Goldstone, ya que no es un campo físico. Establecer estos nuevos campos mediante una transformación de norma se le conoce como *fixar la norma* y a la elección particular en (1.43) se le conoce como la *norma unitaria*, ya que permite eliminar a los *pseudo*-bosones de Goldstone de la teoría. Una vez removido  $\xi$  de la teoría, podemos reescribir a la derivada covariante como sigue:

$$\begin{aligned}
D'_\mu \mathcal{U}(x) &= e^{i\frac{\xi(x)}{v}} D_\mu \varphi(x), \\
\Rightarrow D_\mu \varphi(x) &= e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} D'_\mu \mathcal{U}(x) \\
&= e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} (\partial_\mu - igB_\mu(x)) \mathcal{U}(x) \\
&= e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} (\partial_\mu \rho - igB_\mu(x)(v + \rho(x)))
\end{aligned}$$

Así que el término cinético toma la forma

$$\begin{aligned}
(D'_\mu \varphi_u)^\dagger (D'^\mu \varphi_u) &= (\partial_\mu \rho - igB_\mu(v + \rho))^\dagger (\partial^\mu \rho - igB^\mu(v + \rho)) \\
&= \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + g^2 (v + \rho)^2 B_\mu B^\mu
\end{aligned} \tag{1.44}$$

La curvatura como ya lo vimos, es invariante bajo cualquier transformación de norma, por lo que

$$F'_{\mu\nu} = (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu) = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = F_{\mu\nu} \tag{1.45}$$

Así que la lagrangiana (1.33), en la norma unitaria, tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{L}' = \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + g^2 v^2 B_\mu B^\mu + g^2 \rho (2v + \rho) B_\mu B^\mu - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \lambda v^2 \rho^2 - \lambda v \rho^3 - \frac{\lambda}{4} \rho^4 \tag{1.46}$$

Es claro que  $\mathcal{L}'$  es la densidad lagrangiana de una teoría con un bosón vectorial de masa  $m_B = \sqrt{2}gv$  y un campo escalar con masa  $m_\rho = \sqrt{2\lambda}v$  [37]. El campo  $\xi$  ha desaparecido de la teoría. Este hecho no tiene porqué inquietarnos si contamos los grados de libertad del sistema. Antes del rompimiento espontáneo,  $\mathcal{L}_{SED}$  tiene dos campos escalares  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  y un bosón vectorial sin masa  $A_\mu$  con dos estados de polarización transversales. Después de romper la simetría, tenemos un solo campo escalar  $\rho$  y un campo vectorial masivo, el cual tiene 3 estados de polarización: dos transversales y uno longitudinal. Este es el mecanismo de Higgs: el campo escalar  $\xi$  es absorbido por el campo de norma para convertirse en el grado de libertad correspondiente a su estado de polarización longitudinal; su masa. Al romper espontáneamente la simetría de norma  $U(1)$ , el campo de norma  $A_\mu$  adquiere masa, y el *pseudo*-bosón de goldstone desaparece de la teoría como grado de libertad. El hecho de que  $A_\mu$  aparezca ahora como un campo masivo no significa que este haya perdido su naturaleza de campo de norma, ya que bajo la perspectiva de  $U(1)$ , sigue siendo una conexión. En realidad, la lagrangiana (1.46) permanece invariante localmente bajo  $U(1)$ , ya que el mapeo (1.39) puede ser invertido, sólo que esta simetría ya no es manifiesta y se encuentra codificada en la forma que aparecen los campos y sus coeficientes.

En la teoría del Modelo Estándar, el grupo electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  se rompe espontáneamente al grupo electromagnético  $U(1)_Q$  a la escala de Fermi  $v_F$ , dotando de masa a los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z$ , mediadores de la interacción débil.

La interpretación física de este fenómeno tiene una implicación muy interesante y profunda: cuando probamos una teoría a escalas de energía menores o comparables a  $v_F$ , la fenomenología es descrita por el grupo  $U(1)_Q$ , pero cuando estamos trabajando a escalas de energía mucho más grandes que  $v_F$ , es necesario acudir al grupo más grande  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  para poder describir al sistema. De tal suerte que estos grupos de simetría actúan como ventanas energéticas que nos revelan diferentes procesos y fenómenos físicos a medida que vamos aumentando o disminuyendo la escala de energía. Más adelante, emplearemos este concepto para extender la teoría a dimensiones extras.

## 1.2. Modelo Estándar

En esta sección se presenta una pequeña descripción de los ingredientes fundamentales del Modelo Estándar. Posteriormente se discutirán los distintos sectores que conforman la teoría. Se prestará especial atención a aquellos sectores de la lagrangiana que sean relevantes al cálculo central de esta tesis.

Alrededor de 1950, Feynman [38], Tomonaga [39] y Schwinger [40] sentaron las bases de la electrodinámica cuántica, una teoría de norma abeliana cuyo grupo de simetría es  $U(1)$ . Posteriormente, Gell-Mann [41] y G. Zweig [42] propusieron de manera independiente al grupo no abeliano  $SU(3)$  como la estructura fundamental de las interacciones fuertes, dando lugar a la cromodinámica cuántica.

La pieza culminante de lo que ahora se conoce como el Modelo Estándar, la colocaron Salam [1], Glashow [2] y Wienberg [3] al unificar la fuerza débil y la fuerza electromagnética en una sola descripción, mediante una teoría no abeliana invariante bajo el grupo de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , que al ser roto espontáneamente al subgrupo  $U(1)_Q$  usando el mecanismo de Higgs, permite dotar de masa a los campos de norma mediadores de la interacción débil, haciéndola así una fuerza de corto alcance. Para ser exactos, todas las masas de las partículas hasta ahora conocidas son generadas mediante este mecanismo de Higgs; con la excepción, quizás, de las masas de los neutrinos, para las cuales el Modelo Estándar no provee explicación.

El Modelo Estándar es entonces, una teoría de norma cuyo grupo de simetría es  $G_{SM}(\mathcal{M}^4) \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ . Donde  $\mathcal{M}^4$  es el espacio-tiempo de Minkowski, que funge como la variedad soporte de la teoría. En lo posterior, se omitirá especificar la variedad soporte a menos que sea necesario. Las excitaciones cuánticas de los diferentes campos de materia (espinoriales, vectoriales, escalares) y de los campos de norma presentes en la teoría, dan lugar al espectro de partículas del modelo. Aquellas partículas provenientes de los campos de norma, actúan como mediadoras de 3 de las fuerzas fundamentales conocidas hasta ahora: la fuerza electromagnética, la fuerza débil y la fuerza fuerte. El grupo  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$  tiene  $(8+3+1=12)$  parámetros, es decir, doce bosones de norma: 8 *gluones*, 3 bosones débiles ( $W^\pm, Z$ ) y el *photón* ( $\gamma$ ). Más adelante veremos que, previo al rompimiento espontáneo de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  en  $U(1)_Q$ , el grupo electrodébil tiene 4 bosones de norma no masivos.

A continuación se enlista el contenido de partículas del modelo.

Partículas de materia		Primera Generación	Segunda Generación	Tercera Generación	Carga Eléctrica	Carga de Color	Espín
Quarks		Up ( $u$ )	Charm ( $c$ )	Top ( $t$ )	$+\frac{2}{3}$	r,g,b	$\frac{1}{2}$
		Down ( $d$ )	Strange ( $s$ )	Bottom ( $b$ )	$-\frac{1}{3}$	r,g,b	$\frac{1}{2}$
	Leptones	Electrón ( $e$ )	Muón ( $\mu$ )	Tau ( $\tau$ )	-1	0	$\frac{1}{2}$
		Neutrino-Electrón ( $\nu_e$ )	Neutrino-Muón ( $\nu_\mu$ )	Neutrino-Tau ( $\nu_\tau$ )	0	0	$\frac{1}{2}$
Partículas de norma (Portadoras de fuerza)	Interacción Fuerte	8 Gluones ( $g$ )			0	8 combinaciones color-anticolor	1
	Interacción Débil	$(W^+)$			+1	0	1
		$(W^-)$			-1	0	1
		$(Z)$			0	0	1
	Interacción Electromagnética	Fotón ( $\gamma$ )			0	0	1
	Bosón de Higgs ( $H$ )			0	0	0	

Tabla 1.1: Partículas del Modelo Estándar.

### 1.2.1. Cromodinámica Cuántica (QCD)

La interacción fuerte es descrita por una teoría de Yang-Mills del grupo  $SU(3)_C$ , donde el subíndice  $C$  hace referencia a las cargas de color. En la teoría hay ocho bosones de norma  $G_\mu^a$ ,  $a = 1, \dots, 8$ . Y un conjunto de campos llamados quarks, que son espinores de Dirac con un determinado sabor  $q$  y un índice de color  $c = r, g, b$ ; representado en la teoría por un triplete de  $SU(3)_C$ :

$$q = \begin{pmatrix} q_r \\ q_b \\ q_g \end{pmatrix}. \quad (1.47)$$

Cada componente representa uno de los tres colores en que puede estar un quark dado.

Al ser una teoría de Yang-Mills, la densidad lagrangiana de QCD está dada por [43] :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QCD} &= \sum_q \bar{q}(i\not{D}^c - m_q)q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + i \sum_{q,c,c'} \bar{q}_c \gamma^\mu (D_\mu^c)_{cc'} q_{c'} - \sum_{q,c} m_q \bar{q}_c q_c. \end{aligned} \quad (1.48)$$

La suma en  $a$  corre sobre los ocho índices de norma, la suma en  $c$  sobre los tres índices de color, y la suma en  $q$  sobre el número de sabores.

Los campos  $G_{\mu\nu}^a$  y  $D_\mu^c$  son las curvaturas y la derivada covariante con respecto a la simetría local  $SU(3)_C$  respectivamente:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (1.49a)$$

$$(D_\mu^c)_{cc'} = \delta_{cc'} \partial_\mu - ig_s \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{cc'} G_\mu^a, \quad (1.49b)$$

donde  $f^{abc}$  son las constantes de estructura del grupo  $SU(3)_C$  definidas por:

$$\begin{aligned} f^{123} &= 1, \\ f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} &= \frac{1}{2}, \\ f^{458} = f^{678} &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Los índices  $ijk$  son totalmente antisimétricos y las constantes, con aquellas combinaciones que no estan enlistadas, son cero. Las matrices  $\frac{\lambda^a}{2}$  son los generadores de  $SU(3)_C$  en la representación fundamental, conocidas como las matrices de Gell-Mann[41] y  $g_s$  es la constante de acoplamiento fuerte. Las  $m_q$  son las masas de los quarks, todos los colores tienen la misma masa; estas se generan via el mecanismo de Higgs en el sector de Yukawa de la teoría electrodébil.

### 1.2.2. Teoría Electrodébil

Una de las aplicaciones más importantes del rompimiento espontáneo de una simetría de norma es la teoría que describe las interacciones débiles y electromagnéticas [44]. Ya que a través del rompimiento espontáneo  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$  es posible dotar de masa a tres de las cuatro conexiones del grupo de norma, así como también a los leptones y quarks.

La teoría de las interacciones electrodébiles describe una fuerza quiral, esto es, una fuerza que distingue entre los estados de helicidad de los leptones y los quarks. De tal forma que los campos

de norma del grupo  $SU(2)_L$  se acomplan con diferente intensidad a los fermiones izquierdos y derechos, de aquí el subíndice  $L$ . Para mantener separadas las diferentes interacciones de la teoría, los leptones cargados, los leptones neutros y los quarks forman diferentes representaciones del grupo electrodébil.

### Campos Fermiónicos

Primero consideremos los campos leptónicos y los quarks, los cuales se clasifican en 3 familias, generaciones o sabores; cada generación se caracteriza por tener partículas más pesadas que las anteriores. Los leptones y quarks se introducen en la teoría como dobletes izquierdos y singletes derechos de  $SU(2)_L$  de la siguiente manera:

$$\text{Leptones: } \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L; \quad e_R, \mu_R, \tau_R \quad (1.51)$$

$$\text{Quarks: } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L; \quad \begin{array}{l} u_R \text{ y } d_R, \\ c_R \text{ y } s_R, \\ t_R \text{ y } b_R \end{array} \quad (1.52)$$

Para hacer más sencilla la notación, agrupamos a estos campos bajo un solo doblete izquierdo y un solo singlete derecho como sigue:

$$\text{Leptones: } L_i \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\ell_i} \\ \ell_i \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \nu_{\ell_i L} \\ \ell_{iL} \end{pmatrix}; \quad \ell_{iR} \quad (1.53)$$

$$\text{Quarks: } Q_i = \begin{pmatrix} U_i \\ D_i \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} U_{iL} \\ D_{iL} \end{pmatrix}; \quad U_{iR} \text{ y } D_{iR} \quad (1.54)$$

Donde  $\nu_{\ell_i} = \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}$ ,  $\ell_i = \{e, \mu, \tau\}$ ,  $U_i = \{u, c, t\}$  y  $D_i = \{d, s, b\}$ . El índice  $i = 1, 2, 3$  cuenta las familias. Para los objetivos de esta tesis, consideramos a las masas de los neutrinos iguales a cero, así que sólo los introducimos en la teoría como campos izquierdos. Cada componente de estos dobletes es un espinor de Lorentz. La quiralidad de estos campos se define a través de los proyectores izquierdo y derecho:

$$P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad (1.55)$$

$$P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (1.56)$$

Se tiene que cada espinor  $\psi_i$  está dado por elementos más fundamentales aún, sus componentes izquierda y derecha

$$\psi_{iL} = P_L \psi_i, \quad ; \quad \psi_{iR} = P_R \psi_i. \quad (1.57)$$

Este sector se caracteriza por una invarianza local bajo el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  que proporciona las observables de isospín débil e hipercarga, respectivamente. Bajo este grupo, los campos izquierdos y derechos se transforman de la siguiente manera [28]:

$$\begin{aligned} \chi_L &\rightarrow \chi'_L = e^{i\alpha^a(x)T^a + i\beta(x)Y} \chi_L \\ \psi_R &\rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)Y} \psi_R \end{aligned} \quad (1.58)$$

Aquí,  $\chi_L$  representa un doblete izquierdo y  $\psi_R$  un singlete derecho. Los operadores  $T^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ) y  $Y$  son los generadores de  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  respectivamente, estos proporcionan las observables de

isoespín débil ( $T^3$ ) e hypercarga ( $Y$ ). A una escala de energía  $v_{\mathcal{F}} = 246\text{GeV}$ , el grupo electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  es roto espontáneamente al grupo electromagnético  $U(1)_Q$ . De los 4 grados de libertad que representan los generadores  $\{T^a, Y\}$ , 3 de ellos son rotos espontáneamente. La simetría de algún subgrupo  $U(1)$  que no ha sido rota, da lugar al operador de carga eléctrica.

### Campos Bosónicos

El sector bosónico está conformado por los campos de norma del grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  y el bosón escalar de Higgs. Del grupo  $SU(2)_L$  se tienen 3 campos de norma  $W_\mu^i$ , con  $i = 1, 2, 3$ . Del grupo de hipercarga  $U(1)_Y$  se tiene una sola conexión, denotada por  $B_\mu$ . Se introduce en la teoría un doblete escalar complejo de  $SU(2)_L$ , conocido como doblete de Higgs:

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{G_W^\pm}{\sqrt{2}} \\ \frac{v+H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

Los campos  $G_W^\pm$  y  $G_Z$  son pseudobosones de Goldstone, grados de libertad que pueden ser incorporados como las componentes longitudinales de los bosones  $W_\mu^\pm$  y  $Z_\mu$  en la norma unitaria. Es el campo escalar  $H$  quien adquiere un valor esperado en el vacío diferente de cero en todo el espacio, dando lugar al rompimiento espontáneo  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ .

La teoría electrodébil consta de cuatro sectores, cada uno con un propósito bien definido. Los sectores se dividen en el sector de Yang-Mills, el sector de corrientes, el sector de Higgs y el sector de Yukawa. La lagrangiana entonces se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{YM} & \left. \begin{array}{l} \text{Sector de Yang-Mills:} \\ \text{Cinemática y dinámica de los Bosones de norma } W^\pm, Z, \gamma \end{array} \right\} \\ + \mathcal{L}_C & \left. \begin{array}{l} \text{Sector de Corrientes:} \\ \text{Cinemática de Fermiones y sus interacciones con } W^\pm, Z, \gamma \end{array} \right\} \\ + \mathcal{L}_H & \left. \begin{array}{l} \text{Sector de Higgs:} \\ \text{Masas y acoplamientos de Bosón de Higgs, } W^\pm, Z, \gamma \end{array} \right\} \\ + \mathcal{L}_{YK} & \left. \begin{array}{l} \text{Sector de Yukawa:} \\ \text{Masas de fermiones y sus acoplamientos con el Bosón de Higgs} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (1.60)$$

A continuación, se describirá brevemente cada sector.

#### 1.2.3. Sector de Higgs

Se introduce en la teoría un doblete escalar que se transforma en la representación fundamental de  $SU(2)_L$ :

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{G_W^\pm}{\sqrt{2}} \\ \frac{H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

El sector de Higgs está dado por la lagrangiana que describe a  $\phi$ :

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (1.62)$$

donde

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2(\phi^\dagger \phi) + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.63)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.2. MODELO ESTÁNDAR

---

es el potencial de Higgs, cuyo parámetro  $\mu^2 < 0$  rompe espontáneamente el estado de vacío de  $\phi$  a la escala de Fermi. Tenemos que la derivada covariante  $D_\mu$  asociada con el grupo electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  es:

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^i W_\mu^i - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.64)$$

donde  $T^i = \frac{\sigma^i}{2}$  son los generadores de  $SU(2)_L$  en la representación de menor dimensión, las matrices de Pauli; y  $\frac{Y}{2}$  es el generador del grupo de hipercarga  $U(1)_Y$ . Las constantes de acoplamiento de estos grupos son  $g$  y  $g'$ , respectivamente. El doblete de Higgs  $\phi$  tiene hipercarga  $Y$  uno, es decir

$$Y\phi = (+1)\phi \quad (1.65)$$

Como ya lo hemos visto, cuando el parámetro  $\mu^2$  es menor que cero, el mínimo estable de la teoría está dado para aquellos  $\phi_0$  que satisfagan:

$$\phi_0^\dagger \phi_0 = -\frac{1}{2} \frac{\mu^2}{\lambda} \equiv \frac{v_F^2}{2} \quad (1.66)$$

Esta condición del mínimo fija un valor esperado del vacío distinto de cero, para uno de los campos de la teoría. El estado de vacío deja de ser entonces invariante bajo el grupo de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , y pasa a ser invariante bajo algún subgrupo  $U(1)$  que corresponde a la dirección de aquel campo con valor esperado en el vacío diferente de cero. Esta dirección es arbitraria, así que consideremos, por sencillez, que la dirección que permanece invariante sea aquella del campo real  $H$ . Por lo que escogemos como nuestro vector constante a

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_F}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.67)$$

Así, la teoría física debe ser desarrollada al rededor de este mínimo elegido. Realizamos el siguiente corrimiento:

$$\phi \rightarrow \phi + \phi_0 \quad (1.68)$$

Estudiemos el sector cinético de  $\mathcal{L}_H$  después de hacer el corrimiento, enfocándonos en la parte que involucra solamente a  $\phi_0$ , vemos que

$$\begin{aligned} D_\mu \phi_0 &= -\left(ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i + ig' \frac{Y}{2} B_\mu\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_F}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= -\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) + ig \frac{\sigma^3}{2} W_\mu^3 + ig' \frac{Y}{2} B_\mu\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_F}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.69)$$

Donde se han definido los siguientes estados y operadores ortogonales:

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ W_\mu^- &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$\begin{aligned} \sigma^+ &\equiv \frac{1}{2}(\sigma^1 + i\sigma^2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^- &\equiv \frac{1}{2}(\sigma^1 - i\sigma^2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.71)$$

Usando estas definiciones y la relación (1.65) obtenemos

$$D_\mu \phi_0 = -\frac{igv_{\mathcal{F}}}{2} W_\mu^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{iv_{\mathcal{F}}}{2\sqrt{2}} (g' B_\mu - gW_\mu^3) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

De esta forma, el invariante cinético de  $\phi_0$  resulta ser:

$$(D_\mu \phi_0)^\dagger (D^\mu \phi_0) = \frac{g^2 v_{\mathcal{F}}^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v_{\mathcal{F}}^2}{8} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

Donde identificamos la masa de los bosones cargados  $W^\pm$  como  $m_W = \frac{gv_{\mathcal{F}}}{2}$ , que surgen como resultado de romper espontáneamente la simetría de norma. El mapeo hecho en (1.70) relaciona campos que se originalmente se transforman como campos de norma de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , en campos que se transforman ahora tensorialmente bajo algún subgrupo  $U(1)$  de este. Al romperse la simetría de norma, estos campos adquieren masa. El siguiente mapeo a realizar debe mapear las demás conexiones del grupo electrodébil en campos covariantes de la simetría restante. Al estar rotos 3 generadores de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , esperamos que, además de los bosones cargados  $W^\pm$  otra conexión más también adquiera masa; y nos quedemos únicamente con un campo de Gauge sin masa, correspondiente al subgrupo no roto. Requerimos entonces que la matriz de masa en (1.73) sea diagonalizada por tal mapeo: que nos lleve de la base de eigenestados de norma  $(W_\mu^3, B_\mu)$  a una base de eigenestados de masa. Definamos primero al ángulo de rotación débil:

$$\tan \theta_W \equiv \frac{g'}{g} \quad (1.74)$$

De esta forma (1.73) se puede expresar como

$$(D_\mu \phi_0)^\dagger (D^\mu \phi_0) = \frac{g^2 v_{\mathcal{F}}^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v_{\mathcal{F}}^2}{8c_W^2} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} c_W^2 & -s_W c_W \\ -s_W c_W & s_W^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (1.75)$$

Se encuentra que esta matriz es diagonalizada por la siguiente transformación ortogonal:

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.76)$$

De tal suerte que

$$\begin{aligned} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} c_W^2 & -s_W c_W \\ -s_W c_W & s_W^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} &= (Z_\mu, A_\mu) S^T \begin{pmatrix} c_W^2 & -s_W c_W \\ -s_W c_W & s_W^2 \end{pmatrix} S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \\ &= (Z_\mu, A_\mu) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.77)$$

Por lo que el invariante en esta base de eigenestados de masa es

$$(D_\mu \phi_0)^\dagger (D^\mu \phi_0) = \frac{g^2 v_{\mathcal{F}}^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v_{\mathcal{F}}^2}{8c_W^2} Z_\mu Z^\mu \quad (1.78)$$

Donde se identifica al bosón neutro  $Z$  con masa  $m_Z = \frac{m_W}{c_W}$ , que junto con los bosones  $W^\pm$ , contienen la información dinámica del grupo de simetría de la fuerza débil  $SU(2)_L$ . Notemos además que el mapeo (1.76) elimina el término de masa de  $A_\mu$ , concluimos que se trata entonces de la conexión de la simetría de norma no rota, el grupo electromagnético  $U(1)_Q$ .

Para determinar el generador del grupo electromagnético, recordemos que la simetría de norma remanente del sistema es aquella que deja invariante al estado base  $\phi_0$ . Usando (1.69) y (1.76) se obtiene

$$D_\mu = \partial_\mu - \left( \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ - W_\mu^- \sigma^-) + \frac{ig\sigma^3}{2} (c_W Z_\mu + s_W A_\mu) + ig' \frac{Y}{2} (-s_W Z_\mu + c_W A_\mu) \right) \quad (1.79)$$

De la definición (1.74) se obtiene  $g'$  en términos de  $g$  y  $\theta_W$ :

$$g' = \frac{s_W}{c_W} g. \quad (1.80)$$

Usando este resultado se llega a lo siguiente:

$$D_\mu = \partial_\mu - \left( \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ - W_\mu^- \sigma^-) + igc_W \left( \frac{\sigma^3}{2} - \frac{s_W^2 Y}{c_W^2} \frac{Y}{2} \right) Z_\mu + igs_W \left( \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \right) A_\mu \right) \quad (1.81)$$

Al prestar atención al coeficiente que acompaña al campo de norma electromagnético  $A_\mu$ , notamos que

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \right) \phi_0 &= \frac{1}{2} \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_F}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_F}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (1.82)$$

Por lo que se establece al generador del grupo  $U(1)_Q$  como

$$Q \equiv \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \quad (1.83)$$

ya que es aquel que aniquila a  $\phi_0$ , tal como se estableció en (1.16).

De los 4 generadores del grupo electrodébil  $\{\frac{\sigma^i}{2}, \frac{Y}{2}\}$ , tenemos que 3 combinaciones lineales de estos determinan los generadores rotos del sistema:

$$\begin{aligned} \sigma^+ &= \frac{1}{2} (\sigma^1 + i\sigma^2) \\ \sigma^- &= \frac{1}{2} (\sigma^1 - i\sigma^2) \\ \sigma^0 &\equiv \frac{\sigma^3}{2} - \frac{s_W^2 Y}{c_W^2} \frac{Y}{2} \end{aligned} \quad (1.84)$$

Y la simetría residual del grupo electromagnético está dada por (1.83), que representa el operador de carga eléctrica.

El mapeo canónico hecho para ocultar la simetría electrodébil en la simetría electromagnética es:

$$\text{Conexiones de } SU(2)_L \times U(1)_Y \left. \begin{matrix} W_\mu^i \\ B_\mu \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} W_\mu^\pm & \text{Se transforman covariantemente bajo } U(1)_Q \\ Z_\mu & \text{Se transforma como escalar de } U(1)_Q \\ A_\mu & \text{Conexión de } U(1)_Q \end{matrix} \right. \quad (1.85)$$

La derivada covariante bajo la perspectiva de  $U(1)_Q$  es:

$$D_\mu = \partial_\mu - ieQA_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ - W_\mu^- \sigma^-) - igc_W \left( \frac{\sigma^3}{2} - \frac{s_W^2 Y}{c_W^2} \frac{Y}{2} \right) Z_\mu \quad (1.86)$$

donde se define la carga eléctrica como

$$e \equiv g s_W. \quad (1.87)$$

Recordemos que como estamos tratando con una teoría con simetría de norma dada por  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , el doblete de Higgs se transforma de la siguiente manera:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha^i(x)\frac{\sigma^i}{2} + i\beta(x)\frac{Y}{2}} \phi \quad (1.88)$$

Y bajo este tipo de transformaciones locales, la teoría física es invariante. Tenemos entonces la libertad de escoger una transformación de norma particular que nos permita eliminar a los *pseudo*-bosones de Goldstone de la teoría. Primero reparametrizemos a  $\phi$  de la forma que sigue:

$$\phi \equiv U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_{\mathcal{F}} + H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}; \quad \text{con} \quad U(x) = e^{i\frac{\xi^a(x)}{v_{\mathcal{F}}}\sigma^a} \quad (1.89)$$

donde el índice  $a$  cuenta a los 3 generadores rotos:  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  y  $\sigma^0$ ; y los campos  $G_W^\pm$  y  $G_Z$  se sustituyen por 3 campos reales  $\xi^a$  que son ortogonales a  $H$ . La norma unitaria la establece una transformación no estándar; aquellas transformaciones que involucran sólo los generadores rotos de la teoría. Definimos un nuevo doblete por medio de la siguiente transformación de norma:

$$\phi_u \equiv e^{-i\frac{\xi^a(x)}{v_{\mathcal{F}}}\sigma^a} \phi = U^{-1}(x)U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_{\mathcal{F}} + H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_{\mathcal{F}} + H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.90)$$

En la norma unitaria tenemos que la derivada covariante, actuando sobre el doblete de Higgs, toma la forma

$$D_\mu \phi_u = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial_\mu H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - \frac{ig}{2}(v_{\mathcal{F}} + H)W_\mu^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{ig}{2\sqrt{2}c_W}(v_{\mathcal{F}} + H)Z_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.91)$$

Y el potencial de Higgs se convierte en

$$V = \lambda v_{\mathcal{F}}^2 H^2 + \lambda v_{\mathcal{F}} H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (1.92)$$

Por lo que el sector de Higgs, bajo la perspectiva del grupo  $U(1)_Q$  es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H = & \frac{1}{2}(\partial^\mu H)(\partial_\mu H) - \frac{1}{2}m_H^2 H^2 + m_W^2 \left(1 + \frac{gH}{2m_W}\right)^2 W^{-\mu}W_\mu^+ \\ & + \frac{1}{2}m_Z^2 \left(1 + \frac{gH}{2c_W m_Z}\right)^2 Z_\mu Z^\mu - \sqrt{\frac{\lambda}{2}}m_H H^3 - \frac{\lambda}{4}H^4 \end{aligned} \quad (1.93)$$

donde podemos distinguir las masas del bosón de Higgs  $m_H = \sqrt{2\lambda}v_{\mathcal{F}}$  y de los bosones débiles  $m_W = \frac{gv_{\mathcal{F}}}{2}$  y  $m_Z = \frac{gv_{\mathcal{F}}}{2c_W}$ . Notamos además que este sector nos proporciona la regla de Feynman para el acoplamiento  $WWH$ .

#### 1.2.4. Sector de Yang-Mills

Este sector es conformado por las curvaturas de  $SU(2)_L$ ,  $W_{\mu\nu}^i$ , y la curvatura del grupo de hipercarga  $U(1)_Y$ ,  $B_{\mu\nu}$ . La densidad lagrangiana manifiestamente invariante bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  es

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (1.94)$$

donde se definen a las curvaturas de Yang-Mills de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 W_{\mu\nu} &= \frac{\sigma^i}{2} W_{\mu\nu}^i \\
 &= \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + g[W_\mu, W_\nu] \\
 &= \frac{\sigma^i}{2} (\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu) + gW_\mu^j W_\nu^k \left[ \frac{\sigma^j}{2}, \frac{\sigma^k}{2} \right] \\
 &= \frac{\sigma^i}{2} (\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu) + gW_\mu^j W_\nu^k \epsilon^{jki} \frac{\sigma^i}{2},
 \end{aligned} \tag{1.95}$$

$$\Rightarrow W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + g\epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$$

y

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{1.96}$$

Así que la lagrangiana se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \tag{1.97}$$

Para pasar a la perspectiva del grupo  $U(1)_Q$ , se usan aquellos mapeos que nos llevan de la base de eigenestados de norma  $(W_\mu^i, B_\mu)$ , a la base de eigenestados de masa  $(W_\mu^\pm, Z_\mu, A_\mu)$ . Que son los mapeos (1.70) y (1.76).

Para simplificar el cálculo definamos las siguientes estructuras:

$$\begin{aligned}
 \hat{W}_{\mu\nu}^+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2) \\
 \hat{W}_{\mu\nu}^- &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu\nu}^1 + iW_{\mu\nu}^2)
 \end{aligned} \tag{1.98}$$

Se encuentra que, en términos de los eigenestados de masa, estas curvaturas toman la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \hat{W}_{\mu\nu}^+ &= W_{\mu\nu}^+ + ie(W_\mu^+ A_\nu - W_\nu^+ A_\mu) + igc_W (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu) \\
 \hat{W}_{\mu\nu}^- &= W_{\mu\nu}^- - ie(W_\mu^- A_\nu - W_\nu^- A_\mu) - igc_W (W_\mu^- Z_\nu - W_\nu^- Z_\mu)
 \end{aligned} \tag{1.99}$$

con

$$W_{\mu\nu}^\pm \equiv \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm. \tag{1.100}$$

Para la curvatura  $W_{\mu\nu}^3$  se tiene

$$W_{\mu\nu}^3 = s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu} + ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-). \tag{1.101}$$

Y para la curvatura de hipercarga se obtiene

$$B_{\mu\nu} = c_W F_{\mu\nu} - s_W Z_{\mu\nu}, \tag{1.102}$$

donde se han usado las siguientes definiciones

$$\begin{aligned}
 F_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \\
 Z_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu.
 \end{aligned} \tag{1.103}$$

La lagrangiana (1.97) puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^1 W^{1\mu\nu} + W_{\mu\nu}^2 W^{2\mu\nu}) - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.104)$$

al introducir las definiciones hechas anteriormente se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & -\frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}(\hat{W}_{\mu\nu}^+ + \hat{W}_{\mu\nu}^-)(\hat{W}^{+\mu\nu} + \hat{W}^{-\mu\nu}) - \frac{1}{2}(\hat{W}_{\mu\nu}^+ - \hat{W}_{\mu\nu}^-)(\hat{W}^{+\mu\nu} - \hat{W}^{-\mu\nu})\right] \\ & - \frac{1}{4}\left[s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu} + ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-)\right]\left[s_W F^{\mu\nu} + c_W Z^{\mu\nu} + ig(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu})\right] \\ & - \frac{1}{4}(c_W F_{\mu\nu} - s_W Z_{\mu\nu})(c_W F^{\mu\nu} - s_W Z^{\mu\nu}) \end{aligned} \quad (1.105)$$

Después de un poco de algebra, la lagrangiana invariante de forma local bajo  $U(1)_Q$  es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & - ie\left[(W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu})A^\mu + F_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu}\right] \\ & - igc_W\left[(W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu})Z^\mu + Z_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu}\right] \\ & - e^2(W_\mu^- A_\nu - W_\nu^- A_\mu)W^{+\mu}A^\nu - g^2c_W^2(W_\mu^- Z_\nu - W_\nu^- Z_\mu)W^{+\mu}Z^\nu \\ & - \frac{egc_W}{2}\left[(W_\mu^- A_\nu - W_\nu^- A_\mu)(W^{+\mu}Z^\nu - W^{+\nu}Z^\mu) + (W_\mu^- Z_\nu - W_\nu^- Z_\mu)(W^{+\mu}A^\nu - W^{+\nu}A^\mu)\right] \\ & + \frac{g^2}{4}(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}) \end{aligned} \quad (1.106)$$

donde podemos observar que se generan las interacciones  $WW\gamma$ ,  $WWZ$ ,  $WW\gamma\gamma$ ,  $WW\gamma Z$  y  $WWWW$ , que son necesarios para calcular las contribuciones del sector bosónico al vértice de interés.

### 1.2.5. Sector de Yukawa

Por medio del mecanismo de Higgs, este sector provee las masas de los fermiones: los leptones cargados y los quarks. Podemos dividir a la lagrangiana en dos partes:

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_Y^\ell + \mathcal{L}_Y^q \quad (1.107)$$

donde  $\mathcal{L}_Y^\ell$  y  $\mathcal{L}_Y^q$  son los sectores de Yukawa leptónicos y de quarks respectivamente. Comencemos por describir al sector leptónico.

#### Sector de Yukawa Leptónico

La simetría electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  prohíbe un término de masa explícito para los leptones, ya que las componentes derecha e izquierda de estos se transforman de manera distinta bajo el grupo de norma. Dicho término de masa estaría construido de ambas componentes

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L), \quad (1.108)$$

para algún leptón masivo  $\psi$ , violando la simetría del grupo [45]. Sin embargo, la simetría electrodébil permite la introducción de un término de interacción entre las componentes izquierda y derecha de los leptones con el doblete escalar de Higgs, conocidas como las interacciones de Yukawa:

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -Y_{ij}^\ell \bar{L}_i \phi \ell_{jR} + h.c. \quad (1.109)$$

Las constantes de Yukawa  $Y_{ij}^\ell$  son completamente generales, de tal suerte que no pueden ser determinadas dentro del Modelo Estándar [27]. Podemos notar que las interacciones de Yukawa están dadas de tal manera que forman escalares bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , por lo que respetan la simetría de norma. Al considerar que el potencial de  $\phi$  presenta un rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, es posible dotar de masa a los fermiones mediante estas interacciones de Yukawa. Si consideremos que el vacío del campo  $\phi$  rompe espontáneamente la simetría de norma, de (1.109) se obtiene lo siguiente en la norma unitaria:

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -\frac{v_{\mathcal{F}} Y_{ij}^\ell}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_{iL} \ell_{jR} - \frac{Y_{ij}^\ell}{\sqrt{2}} H \bar{\ell}_{iL} \ell_{jR} + h.c. \quad (1.110)$$

donde podemos vislumbrar un término de masas para los leptones de la forma (1.108), por ejemplo, para el electrón ( $i = 1$ ):

$$-\frac{v_{\mathcal{F}}}{\sqrt{2}} (Y_{ee} \bar{e}_L e_R + Y_{ee}^* \bar{e}_R e_L) \quad (1.111)$$

Es interesante como la masa del electrón y los demás leptones es proporcional a la escala de Fermi, como en el caso de los bosones débiles y el bosón de Higgs [27]. Para establecer las masas físicas en la lagrangiana, es necesario diagonalizar la matriz  $Y_{ij}$ . Se puede demostrar que cualquier matriz puede ser diagonalizada a través de una transformación biunitaria [37]. Este resultado del álgebra lineal establece que para cualquier matriz  $M$ , existen matrices unitarias  $S$  y  $T$  tales que

$$S^\dagger M T = M_{diag} \quad (1.112)$$

donde  $M_{diag}$  es una matriz real y diagonal. Podemos expresar la matriz  $M$  como el producto de una matriz hermitiana ( $H$ ) y una matriz unitaria ( $U$ )

$$M = H U. \quad (1.113)$$

Por otra parte, la matriz  $H$  puede ser diagonalizada a su vez por una transformación unitaria

$$S^\dagger H S. \quad (1.114)$$

Si tomamos  $T = U^\dagger S$ , tenemos

$$S^\dagger M U^\dagger S = S^\dagger (H U) U^\dagger S = S^\dagger H S \quad (1.115)$$

que es una matriz diagonal con eigenvalores reales.

Sea

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} \quad (1.116)$$

un vector en el espacio de sabor, la lagrangiana (1.110) puede escribirse como:

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -\bar{\mathcal{E}}_L \hat{M}_\ell \mathcal{E}_R - \frac{H}{v_{\mathcal{F}}} \bar{\mathcal{E}}_L \hat{M}_\ell \mathcal{E}_R + h.c. \quad (1.117)$$

con

$$[\hat{M}_\ell]_{ij} = \frac{v_{\mathcal{F}}}{\sqrt{2}} Y_{ij}. \quad (1.118)$$

Los eigenestados de norma y los eigenestados de masa se relacionan por medio de una transformación biunitaria

$$\begin{aligned}\mathcal{E}'_L &= S^\dagger \mathcal{E}_L \\ \mathcal{E}'_R &= T^\dagger \mathcal{E}_R.\end{aligned}\tag{1.119}$$

Así, la lagrangiana toma la forma

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -\left(1 + \frac{H}{v_F}\right) \bar{\mathcal{E}}'_L M_\ell \mathcal{E}'_R + h.c.\tag{1.120}$$

donde

$$M_\ell = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}.\tag{1.121}$$

Usando las propiedades de los proyectores de quiralidad y omitiendo las comillas, se tiene que el sector de Yukawa leptónico puede escribirse como:

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -\left(1 + \frac{gH}{2m_W}\right) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} m_\ell \bar{\ell} \ell.\tag{1.122}$$

### Sector de Yukawa de Quarks

De manera similar a los leptones, las componentes derecha e izquierda de los quarks se acoplan al doblete de Higgs como sigue:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y^q &= -Y_{ij}^D \bar{Q}_i \phi D_{jR} + h.c. \\ &\quad -Y_{ij}^U \bar{Q}_i \tilde{\phi} U_{jR} + h.c.\end{aligned}\tag{1.123}$$

donde

$$\tilde{\phi} \equiv i\sigma^2 \phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v_F + H - iG_Z}{\sqrt{2}} \\ -\frac{G_W^+ + iG_W^-}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},\tag{1.124}$$

es un doblete de  $SU_L(2)$  con  $Y = -1$ . Si escogemos la norma unitaria, esto se convierte en

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \frac{v_F + H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}.\tag{1.125}$$

Además tenemos una matriz general de Yukawa para cada tipo de quark; Up ( $U_i$ ) y Down ( $D_i$ ). Definimos un vector en el espacio de sabor para cada tipo de quark:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathcal{U} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}\tag{1.126}$$

En términos de estos vectores y en la norma unitaria tenemos

$$\mathcal{L}_Y^q = -\left(1 + \frac{H}{v_F}\right) (\bar{\mathcal{D}}_L \hat{M}_D \mathcal{D}_R + \bar{\mathcal{U}}_L \hat{M}_U \mathcal{U}_R) + h.c.\tag{1.127}$$

En este caso, para diagonalizar a las dos matrices de masa, debemos usar una transformación biunitaria para cada tipo de quarks

$$\begin{cases} \mathcal{U}'_L &= S_U^\dagger \mathcal{U}_L \\ \mathcal{U}'_R &= T_U^\dagger \mathcal{U}_R \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathcal{D}'_L &= S_D^\dagger \mathcal{D}_L \\ \mathcal{D}'_R &= T_D^\dagger \mathcal{D}_R \end{cases}\tag{1.128}$$

estos mapeos unitarios diagonalizan las matrices  $\hat{M}_U$  y  $\hat{M}_D$  respectivamente. Al reunir a las componentes quirales de ambos tipos de quarks, se obtiene

$$\mathcal{L}_Y^q = -\left(1 + \frac{gH}{2m_W}\right) \sum_{q=u,d,c,s,t,b} m_q \bar{q}q. \quad (1.129)$$

### 1.2.6. Sector de Corrientes

Este sector describe la cinemática de los fermiones, así como sus interacciones con los bosones de norma del grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . De igual manera que el sector anterior, podemos dividir al sector de corrientes en un sector de corrientes leptónico ( $\mathcal{L}_c^\ell$ ) y un sector de corrientes de quarks ( $\mathcal{L}_c^q$ )

$$\mathcal{L}_c = \mathcal{L}_c^\ell + \mathcal{L}_c^q. \quad (1.130)$$

#### Sector de corrientes leptónico

La densidad lagrangiana está dada por:

$$\mathcal{L}_c^\ell = i\bar{L}_i \not{D}^L L_i + i\bar{\ell}_{iR} \not{D}^R \ell_{iR}. \quad (1.131)$$

Para denotar que la derivada covariante actúa de diferente manera según las distintas representaciones del grupo de norma, se agregan los superíndices  $L$  y  $R$  en la notación. Para los leptones izquierdos, que se transforman como doblete bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , se tiene

$$\not{D}^L = \gamma^\mu \left( \partial_\mu - igW_\mu^i \frac{\sigma^i}{2} - ig' B_\mu \frac{Y}{2} \right); \quad (1.132)$$

en esta representación,

$$\frac{Y}{2} L_i = -\frac{1}{2} L_i. \quad (1.133)$$

Para los leptones derechos, que son escalares bajo el grupo electrodébil, la derivada actúa en esta representación como

$$\not{D}^R = \gamma^\mu \left( \partial_\mu - ig' B_\mu \frac{Y}{2} \right), \quad (1.134)$$

en este caso

$$\frac{Y}{2} \ell_{iR} = (-1) \ell_{iR}. \quad (1.135)$$

Estas asignaciones de hypercarga se hacen a las componentes izquierda y derecha de los 3 sabores de leptones ( $i = 1, 2, 3$ ) de manera que (1.83) reproduzca la carga eléctrica de estos.

Del sector de Higgs, recordamos que una vez rota la simetría electrodébil, la derivada covariante puede expresarse en la visión del grupo electromagnético como sigue:

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ - W_\mu^- \sigma^-) - igc_W \left( \frac{\sigma^3}{2} - \frac{s_W^2}{c_W^2} \frac{Y}{2} \right) Z_\mu - ieQA_\mu \quad (1.136)$$

Al aplicar esta derivada al doblete izquierdo  $L_i$ , se obtiene

$$D_\mu L_i = \begin{pmatrix} \partial_\mu \nu_{\ell i L} \\ \partial_\mu \ell_{i L} \end{pmatrix} - \frac{ig}{\sqrt{2}} \left[ W_\mu^+ \begin{pmatrix} \ell_{i L} \\ 0 \end{pmatrix} + W_\mu^- \begin{pmatrix} 0 \\ \nu_{\ell i L} \end{pmatrix} \right] - \frac{ig}{2c_W} \begin{pmatrix} \nu_{\ell i L} \\ -c_{2W} \ell_{i L} \end{pmatrix} Z_\mu - ieA_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ \ell_{i L} \end{pmatrix}. \quad (1.137)$$

Cuando la derivada actúa en los campos derechos, usando el hecho que

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu \quad (1.138)$$

se encuentra

$$D_\mu \ell_{iR} = \partial_\mu \ell_{iR} - ig \frac{s_W^2}{c_W} Z_\mu \ell_{iR} + ie A_\mu \ell_{iR}. \quad (1.139)$$

Por lo que, en la perspectiva de  $U(1)_Q$ , el sector de corrientes leptónico toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^\ell &= i(\bar{\ell}_{iL} \not{\partial} \ell_{iL} + \bar{\ell}_{iR} \not{\partial} \ell_{iR}) + i\bar{\nu}_{\ell iL} \not{\partial} \nu_{\ell iL} \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu}_{\ell iL} \gamma^\mu \ell_{iL} + W_\mu^- \bar{\ell}_{iL} \gamma^\mu \nu_{\ell iL}) \\ &+ \frac{g}{2c_W} Z_\mu \bar{\ell}_{iR} \gamma^\mu \ell_{iR} - \frac{g c_{2W}}{2c_W} Z_\mu \bar{\ell}_{iL} \gamma^\mu \ell_{iL} \\ &+ \frac{g s_W^2}{c_W} Z_\mu \bar{\ell}_{iR} \gamma^\mu \ell_{iR} - e A_\mu (\bar{\ell}_{iL} \gamma^\mu \ell_{iL} + \bar{\ell}_{iR} \gamma^\mu \ell_{iR}) \end{aligned} \quad (1.140)$$

En términos de los vectores en el espacio de sabor

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, \quad \mathcal{N} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (1.141)$$

el sector de corrientes leptónico se expresa como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^\ell &= i\bar{\mathcal{E}}_L \not{\partial} \mathcal{E}_L + i\bar{\mathcal{E}}_R \not{\partial} \mathcal{E}_R + i\bar{\mathcal{N}}_L \not{\partial} \mathcal{N}_L \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\mathcal{N}}_L \gamma^\mu \mathcal{E}_L + W_\mu^- \bar{\mathcal{E}}_L \gamma^\mu \mathcal{N}_L) \\ &+ \frac{g}{2c_W} Z_\mu (\bar{\mathcal{N}}_L \gamma^\mu \mathcal{N}_L - c_{2W} \bar{\mathcal{E}}_L \gamma^\mu \mathcal{E}_L + 2s_W^2 \bar{\mathcal{E}}_R \gamma^\mu \mathcal{E}_R) \\ &- e A_\mu (\bar{\mathcal{E}}_L \gamma^\mu \mathcal{E}_L + \bar{\mathcal{E}}_R \gamma^\mu \mathcal{E}_R) \end{aligned} \quad (1.142)$$

Es necesario usar las mismas transformaciones unitarias hechas en el sector de Yukawa para transformar a los leptones cargados de la base de eigenestados de norma a aquella de eigenestados de masa. Podemos usar estas mismas transformaciones para los neutrinos:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_L &= S^\dagger \mathcal{E}_L \\ \mathcal{E}'_R &= T^\dagger \mathcal{E}_R \\ \mathcal{N}'_L &= S^\dagger \mathcal{N}_L \end{aligned} \quad (1.143)$$

Podemos notar que al pasar a la base de eigenestados de masa, la lagrangiana (1.142) permanece invariante, ya que tanto  $\not{\partial}$  como  $\gamma^\mu$ , pueden conmutar con las matrices unitarias de (1.143) ya que actúan en espacios diferentes. Observamos también que es en este sector donde se generan las corrientes cargadas: interacciones del bosón  $W_\mu^\pm$  con un leptón y un neutrino del mismo sabor ( $W \nu_{\ell i} \ell_i$ ). Y las corrientes neutras del fotón  $A_\mu$  con dos leptones cargados ( $\gamma \bar{\ell}_i \ell_i$ ), así como del bosón  $Z_\mu$  con dos neutrinos y con dos leptones cargados; todos estos del mismo sabor. A excepción de las interacciones del  $Z_\mu$ , todos estos acoplamientos son de nuestro interés para el cálculo posterior.

### Sector de corrientes de Quarks

La lagrangiana de este sector es

$$\mathcal{L}_c^q = i\bar{Q}_i \not{D}^L Q_i + i\bar{U}_{iR} \not{D}^R U_{iR} + i\bar{D}_{iR} \not{D}^R D_{iR}. \quad (1.144)$$

donde la derivada que actúa en los dobletes izquierdos es la misma que en el caso leptónico, con la única diferencia de que los dobletes izquierdos de quarks tienen una asignación distinta de hypercarga

$$\frac{Y}{2} Q_i = \frac{1}{6} Q_i. \quad (1.145)$$

Con esto tenemos que

$$\begin{aligned} D_\mu Q_i &= \begin{pmatrix} \partial_\mu U_{iL} \\ \partial_\mu D_{iL} \end{pmatrix} - \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \begin{pmatrix} D_{iL} \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^- \begin{pmatrix} 0 \\ U_{iL} \end{pmatrix} \\ &- \frac{ig}{2c_W} Z_\mu \begin{pmatrix} 1 - 2Q_U s_W^2 & 0 \\ 0 & -(1 + 2Q_D s_W^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{iL} \\ D_{iL} \end{pmatrix} - ieA_\mu \begin{pmatrix} Q_U U_{iL} \\ Q_D D_{iL} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.146)$$

donde las cargas eléctricas de los quarks de tipo Up y Down son  $Q_U = \frac{2}{3}$  y  $Q_D = -\frac{1}{3}$ , respectivamente. Para los campos derechos la derivada covariante actúa como sigue:

$$D_\mu^R = \partial_\mu - \left( -ig \frac{s_W^2}{c_W} Z_\mu + ieA_\mu \right) \frac{Y}{2} \quad (1.147)$$

en este caso, los quarks derechos de tipo Up y Down tienen las siguientes asignaciones de hypercarga:

$$\begin{aligned} \frac{Y}{2} U_{iR} &= \frac{2}{3} U_{iR} \\ \frac{Y}{2} D_{iR} &= -\frac{1}{3} D_{iR}. \end{aligned} \quad (1.148)$$

Por lo que

$$\begin{aligned} D_\mu U_{iR} &= \partial_\mu U_{iR} - \left( -ig \frac{s_W^2}{c_W} Z_\mu + ieA_\mu \right) Q_U U_{iR} \\ D_\mu D_{iR} &= \partial_\mu D_{iR} - \left( -ig \frac{s_W^2}{c_W} Z_\mu + ieA_\mu \right) Q_D D_{iR}. \end{aligned} \quad (1.149)$$

Con estos resultados podemos expresar al sector de corrientes de quarks en el enfoque del grupo electromagnético

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^q &= i\bar{U}_{iL} \not{\partial} U_{iL} + i\bar{D}_{iL} \not{\partial} D_{iL} + \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{U}_{iL} \gamma^\mu D_{iL} + W_\mu^- \bar{D}_{iL} \gamma^\mu U_{iL}] \\ &+ \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{U}_{iL} \gamma^\mu (1 - 2Q_U s_W^2) U_{iL} - \bar{D}_{iL} \gamma^\mu (1 + 2Q_D s_W^2) D_{iL}] \\ &+ eA(Q_U \bar{U}_{iL} \gamma^\mu U_{iL} + Q_D \bar{D}_{iL} \gamma^\mu D_{iL}) \\ &+ i\bar{U}_{iR} \not{\partial} U_{iR} - \frac{gs_W^2}{c_W} Q_U Z_\mu \bar{U}_{iR} \gamma^\mu U_{iR} + eQ_U A_\mu \bar{U}_{iR} \gamma^\mu U_{iR} \\ &+ i\bar{D}_{iR} \not{\partial} D_{iR} - \frac{gs_W^2}{c_W} Q_D Z_\mu \bar{D}_{iR} \gamma^\mu D_{iR} + eQ_D A_\mu \bar{D}_{iR} \gamma^\mu D_{iR} \end{aligned} \quad (1.150)$$

En términos de los vectores de sabor

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathcal{U} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \quad (1.151)$$

se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^q &= i\bar{U}_L \not{\partial} U_L + i\bar{U}_R \not{\partial} U_R + i\bar{D}_L \not{\partial} D_L + i\bar{D}_R \not{\partial} D_R \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{U}_L \gamma^\mu D_L + W_\mu^- \bar{D}_L \gamma^\mu U_L) \\ &+ \frac{g}{2c_W} Z_\mu [(1 - 2Q_U s_W^2) \bar{U}_L \gamma^\mu U_L - 2Q_U s_W^2 \bar{U}_R \gamma^\mu U_R \\ &- (1 + 2Q_D s_W^2) \bar{D}_L \gamma^\mu D_L - 2Q_D s_W^2 \bar{D}_R \gamma^\mu D_R] \\ &+ eA(Q_U \bar{U}_L \gamma^\mu U_L + Q_U \bar{U}_R \gamma^\mu U_R + Q_D \bar{D}_L \gamma^\mu D_L + Q_D \bar{D}_R \gamma^\mu D_R) \end{aligned} \quad (1.152)$$

Usando las transformaciones unitarias del sector de Yukawa (1.128), podemos traducir esta expresión en términos de la base de eigenestados de masa. Notamos que los términos cinéticos y las corrientes neutras, mediadas por  $A_\mu$  y  $Z_\mu$ , permanecen invariantes después de pasar de una base a la otra. Sin embargo, lo mismo no ocurre para las corrientes cargadas, mediadas por los bosones débiles cargados  $W_\mu^\pm$ , ya que estos se acoplan con un quark de cada tipo [46]:

$$\begin{aligned} \bar{U}_L \gamma^\mu D_L &= \bar{U}'_L S_U^\dagger \gamma^\mu S_D D'_L \\ &= \bar{U}'_L \gamma^\mu (S_U^\dagger S_D) D'_L \\ &= \bar{U}'_L \gamma^\mu V_{CKM} D'_L \end{aligned} \quad (1.153)$$

donde a  $V_{CKM} = S_U^\dagger S_D$  se le conoce como la matriz de *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa*, la cual describe las transiciones de una familia de quarks a otra [27], es decir, da lugar al cambio de sabor.

La lagrangiana del sector de corrientes de quarks, invariante explícitamente bajo  $U(1)_Q$  es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^q &= i\bar{U}_i \not{\partial} U_i + i\bar{D}_i \not{\partial} D_i + \frac{g}{\sqrt{2}} [(V_{CKM})_{ij} W_\mu^+ \bar{U}_i \gamma^\mu P_L D_j + h.c.] \\ &+ \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{U}_i \gamma^\mu (g_V^U - g_A^U \gamma^5) U_i + \bar{D}_i \gamma^\mu (g_V^D - g_A^D \gamma^5) D_i] \\ &+ eA_\mu (Q_U \bar{U}_i \gamma^\mu U_i + Q_D \bar{D}_i \gamma^\mu D_i), \end{aligned} \quad (1.154)$$

donde

$$\begin{cases} g_V^U = \frac{1}{2} - 2Q_U s_W^2 \\ g_A^U = \frac{1}{2} \end{cases}, \quad \begin{cases} g_V^D = -\frac{1}{2} - 2Q_D s_W^2 \\ g_A^D = -\frac{1}{2} \end{cases}. \quad (1.155)$$

Las corrientes cargadas de este sector, así como las corrientes neutras mediadas por  $A_\mu$ , serán de nuestro interés para el cálculo de este trabajo.



## Capítulo 2

# Propiedades electromagnéticas del bosón $W$ en el Modelo Estándar

Los trabajos de Weinberg [3] se destacan por haber unificado la interacción débil con la electromagnética, proponiendo un modelo con ruptura espontánea de una simetría de norma. Donde es a través del mecanismo de Kibble-Higgs [5] que se generan las masas de los fermiones y bosones, así como los acoplamientos entre estas partículas con el campo escalar de Higgs. Sus investigaciones ganaron interés después de que t' Hooft [47] y Lee [48] demostraran que este tipo de teorías, que presentan una ruptura espontánea de una simetría local, son renormalizables. Para asegurar que el modelo de Weinberg diera lugar a una teoría predictiva, era necesario realizar cálculos de procesos electrodébiles para asegurar que los resultados sean pues, finitos. El vértice  $WW\gamma$  ha servido como un laboratorio para poner a prueba la estructura no abeliana del sector electrodébil del Modelo Estándar, así como a distintas extensiones de este [21]-[26]. Bardeen [20] junto con colaboradores, estudiaron las propiedades estáticas de los bosones  $W^\pm$ : su momento magnético anómalo, así como su momento cuadrupolar anómalo; y encontraron que ambas cantidades son finitas.

Para tratar con las integrales divergentes que tienen lugar a un lazo, se utiliza el esquema de regularización dimensional propuesto por t' Hooft y Veltman [49]. En donde se calculan las amplitudes de Feynman asumiendo que las integrales están definidas en un espacio de  $D$  dimensiones:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - \Delta)^N} \rightarrow \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - \Delta)^N} \quad (2.1)$$

De esta manera, es posible realizar la integral haciendo uso de parametrización de Feynman, además de la función Gamma y Beta [33]:

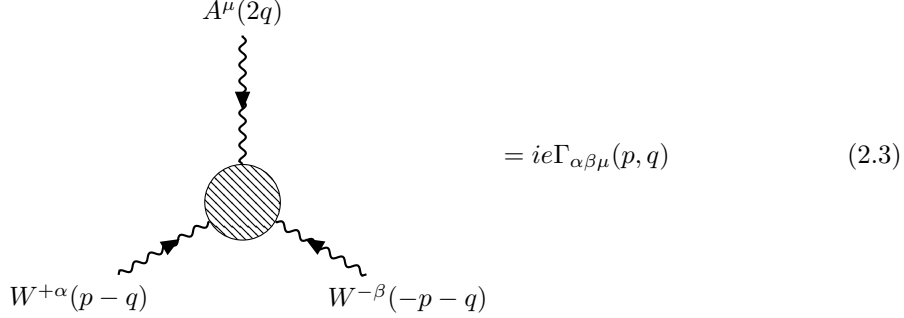
$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - \Delta)^N} = \frac{(-1)^{N-i} \Gamma(N - \frac{D}{2})}{(4\pi)^{\frac{D}{2}} \Gamma(N)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{N - \frac{D}{2}} \quad (2.2)$$

Donde  $D$  es ahora una variable que puede tomar valores complejos, por lo que, cuando tomamos el límite  $D \rightarrow 4$ , las divergencias presentes para  $N = 1, 2$ , se presentan ahora como polos de la función  $\Gamma(z)$ . Y para los casos  $N = 3, 4, \dots$ , la integral converge. Recordemos que la función  $\Gamma(z)$  es la continuación analítica de  $\Gamma(N) = (N - 1)!$  Por otra parte, se usó una definición de la matriz  $\gamma^5$  en  $D$  dimensiones que anticonmuta con todas las matrices  $\gamma^\mu$  [20].

En este capítulo se presentan las contribuciones de cada familia del Modelo Estándar al momento magnético anómalo y al momento cuadrupolar anómalo del bosón  $W^\pm$ .

## 2.1. Función Vértice

Conviene definir la función vértice usando la siguiente notación y convenciones:



$$= ie\Gamma_{\alpha\beta\mu}(p, q) \quad (2.3)$$

Donde  $\Gamma_{\alpha\beta\mu}(p, q)$  es la función de Green amputada del proceso, las patas externas se incluyen por claridad. Considerando las tres partículas en la capa de masa, la cinemática del proceso es:

Bosones  $W^\pm$

$$\left. \begin{array}{l} (p-q)_\alpha = 0 \\ (p+q)_\beta = 0 \end{array} \right\} \leftarrow \text{Condiciones de transversalidad,}$$

$$\left. \begin{array}{l} (p-q)^2 = m_W^2 \\ (p+q)^2 = m_W^2 \end{array} \right\} \leftarrow \text{Condición de capa de masa.}$$

El fotón real implica

$$q_\mu = 0 \leftarrow \text{Transversalidad,}$$

$$q^2 = 0 \leftarrow \text{Capa de masa.}$$

Sean  $\epsilon_\mu, \epsilon_\alpha, \epsilon_\beta$  los 4-vectores de polarización del fotón y de los bosones  $W$  incidente y saliente respectivamente. La amplitud entonces tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{M} = ie\Gamma_{\alpha\beta\mu}(p, q)\epsilon^\alpha\epsilon^\beta\epsilon^\mu. \quad (2.4)$$

Donde la estructura del vértice es [20]

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}(p, q) = \mathcal{A}[2p_\mu g_{\alpha\beta} + (q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})] + 2\Delta\kappa(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}) + \frac{4\lambda}{m_W^2}p_\mu q_\alpha q_\beta \quad (2.5)$$

A nivel de árbol  $\mathcal{A} = 1$ , además  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  son cero. Los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  surgen a partir de un lazo. Estos factores definen los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico del bosón de norma  $W^\pm$  como sigue:

$$\mu_W = \frac{e}{2m_W}(2 + \Delta\kappa)$$

$$Q_W = -\frac{e}{m_W}(1 + \Delta\kappa + \lambda). \quad (2.6)$$

## 2.2. Contribución Fermiónica

Del sector de corrientes leptónico (1.142) y de quarks (1.154) se obtienen las interacciones entre los fermiones y los bosones de norma. Las reglas de Feynman que se desprenden del lagrangiano se

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.2. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

---

enlistan en el Apéndice A. La contribución leptónica está dada por los siguientes diagramas:

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } e \text{ loop, } \nu_e \text{ bottom} \\ \text{Diagram 2: } \mu \text{ loop, } \nu_\mu \text{ bottom} \\ \text{Diagram 3: } \tau \text{ loop, } \nu_\tau \text{ bottom} \end{array} + \dots \\
 & \qquad \qquad \qquad A^\mu(2q) \\
 & = \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \begin{array}{c} \text{Diagram } \ell \text{ loop, } \nu_\ell \text{ bottom} \\ W^{+\alpha}(p-q) \quad W^{-\beta}(-p-q) \end{array}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

La contribución de los quarks es

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } u \text{ loop, } d \text{ bottom} \\ \text{Diagram 2: } d \text{ loop, } u \text{ bottom} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Diagram 3: } c \text{ loop, } s \text{ bottom} \\ \text{Diagram 4: } s \text{ loop, } c \text{ bottom} \end{array} \right) \\
 & + \left( \begin{array}{c} \text{Diagram 5: } t \text{ loop, } b \text{ bottom} \\ \text{Diagram 6: } b \text{ loop, } t \text{ bottom} \end{array} \right) \\
 & = \sum_{\text{familias}} \left( \begin{array}{c} \text{Diagram 7: } U \text{ loop, } D \text{ bottom} \\ \text{Diagram 8: } D \text{ loop, } U \text{ bottom} \end{array} \right)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Pero cabe notar que en el caso de los loops donde circulan quarks, no es necesario calcular ambos diagramas, ya que la amplitud de uno se puede obtener de la amplitud del otro con unos

simples cambios:

$$\begin{array}{c} \text{wavy} \\ \uparrow \\ \text{U} \quad \text{U} \\ \triangle \\ \text{D} \\ \downarrow \\ \text{wavy} \end{array} = \left( \begin{array}{c} \text{wavy} \\ \uparrow \\ \text{D} \quad \text{D} \\ \triangle \\ \text{U} \\ \downarrow \\ \text{wavy} \end{array} \right) \Big|_{(m_U \leftrightarrow m_D, Q_D \leftrightarrow Q_U)}$$

De hecho, también podemos obtener de este diagrama las contribuciones leptónicas haciendo  $m_D \rightarrow m_\ell$ ,  $m_U = 0$  y  $Q_D = Q_\ell$ .

El diagrama a calcular es entonces el siguiente,

$$\begin{array}{c} A^\mu(2q) \\ \downarrow \\ \text{wavy} \\ \uparrow \\ \text{D} \quad \text{D} \\ \triangle \\ \text{U} \\ \downarrow \\ \text{wavy} \\ \text{W}^{+\alpha}(p-q) \quad \text{W}^{-\beta}(-p-q) \end{array} \quad (2.9)$$

### 2.2.1. Contribución del sector de corrientes de quarks

A continuación se presentan las expresiones obtenidas para los factores de forma  $\lambda_Q$  y  $\Delta\kappa_Q$  del diagrama anterior, en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman [50], [51]  $B_0(0, m_U^2, m_U^2)$ ,  $B_0(0, m_D^2, m_D^2)$ ,  $B_0(4q^2, m_D^2, m_D^2)$ ,  $B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2)$  y  $C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_D^2, m_D^2, m_U^2)$  con ayuda del software FeynCalc [52], [53]. El esquema utilizado en la descomposición de Passarino-Veltman consiste en invertir una matriz cuyo determinante se hace cero en la capa de masa  $q^2 = 0$ , por lo que se toma una  $q^2 \neq 0$  a lo largo del cálculo y se hace cero cuidadosamente al obtener las expresiones finales. Tomando en cuenta esto se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \lambda_Q &= \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\alpha Q_D}{32\pi s_W^2} \left[ \lambda_{Q1} + \lambda_{Q2} \right] \\ &= \frac{\alpha Q_D}{32\pi s_W^2} \left[ \lim_{q^2 \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q^2(q^2 + m_W^2)} \hat{\lambda}_{Q1} \right) + \lambda_{Q2} \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde el factor  $\lambda_{Q1}$  se indetermina en  $q^2 = 0$ , y en  $\lambda_{Q2}$  se puede hacer directamente  $q^2 = 0$  sin presentarse alguna indeterminación. Estos factores están dados por

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.2. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

---

$$\begin{aligned}
\hat{\lambda}_{Q1} = & \frac{-(D-1)m_D^4 - 2m_D^2((D-1)m_U^2 + (D-3)m_W^2) + (D-1)(m_U^2 - m_W^2)^2}{(D-2)(D-1)} B_0(4q^2, m_D^2, m_D^2) \\
& - \frac{(D-3)(m_D^4 - 2m_D^2 m_U^2 + m_U^4 - m_W^4)}{D-2} B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2) \\
& + \frac{2m_D^2((D-1)m_D^2 - (D-1)m_U^2 - (D-3)m_W^2)}{(D-2)(D-1)} B_0(0, m_D^2, m_D^2) \\
& - \frac{2m_U^2(m_D^2 - m_U^2 + m_W^2)}{D-2} B_0(0, m_D^2, m_D^2) \\
& + \frac{m_D^6 - m_D^4(3m_U^2 + m_W^2) + m_D^2(3m_U^4 - 2m_U^2 m_W^2 - m_W^4) - (m_U^2 - m_W^2)^3}{D-2} C_0(4q^2, \dots, m_U^2)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{Q2} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)m_W^4(m_D^4 - 2m_D^2(m_U^2 + m_W^2) + (m_U^2 - m_W^2)^2)} \left\{ \left( 2(D^2 + 1)m_D^8 \right. \right. \\
& - m_D^6(6(D^2 + 1)m_U^2 + (6D^2 + D - 3)m_W^2) + m_D^4(6(D^2 + 1)m_U^4 + (12D^2 - 21D + 1)m_U^2 m_W^2 \\
& + (6D^2 + D - 7)m_W^4) - m_D^2(2(D^2 + 1)m_U^6 + 3(2D^2 - 7D + 1)m_U^4 m_W^2 + 2(3D^2 - 21D \\
& + 28)m_U^2 m_W^4 + (2D^2 - D + 3)m_W^6) + m_W^2(m_U^2 - m_W^2)^2((D-1)m_U^2 - (D-5)m_W^2) \Big) B_0(0, m_D^2, m_D^2) \\
& + \left( (-3D^2 + 3D + 2)m_D^8 + m_D^6(4(3D^2 - 3D - 2)m_U^2 + (8D^2 - 5D - 11)m_W^2) \right. \\
& + m_D^4(-6(3D^2 - 3D - 2)m_U^4 + (-16D^2 + 23D + 1)m_U^2 m_W^2 + (-4D^2 - 15D + 31)m_W^4) \\
& + m_D^2(4(3D^2 - 3D - 2)m_U^6 + (8D^2 - 31D + 31)m_U^4 m_W^2 + (-4D^2 + 33D - 37)m_W^6 \\
& + 2(D + 3)m_U^2 m_W^4) - (m_U^2 - m_W^2)((3D^2 - 3D - 2)m_U^6 + (3D^2 - 16D + 19)m_U^4 m_W^2 \\
& - (D^2 - 3D + 8)m_U^2 m_W^4 + (3D^2 - 16D + 15)m_W^6) \Big) B_0(m_W^2, m_D^2, m_U^2) \\
& + 2 \left( -(D^2 + 1)m_D^6 + m_D^4(3(D^2 + 1)m_U^2 + (D^2 + 2D + 3)m_W^2) + m_D^2(-3(D^2 + 1)m_U^4 \right. \\
& - 2m_U^2(D^2 - 4D + 5)m_U^2 m_W^2 + (D^2 - 8D + 1)m_W^4) + (m_U^2 - m_W^2)((D^2 + 1)m_U^4 \\
& + 2(D^2 - 5D + 4)m_U^2 m_W^2 + (D^2 - 6D + 3)m_W^4) \Big) B_0(0, m_U^2, m_U^2) \\
& - 2 \left( (-m_D^2 + m_U^2 + m_W^2)(D(m_D^2 - m_U^2 + m_W^2)(-m_D^2 + m_U^2 + m_W^2)^2 - m_W^2(m_D^4 + 6m_D^2(m_U^2 - m_W^2) \right. \\
& \left. \left. - 7m_U^4 + 2m_U^2 m_W^2 + 5m_W^4)) \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

En donde  $C_0(4q^2, \dots, m_U^2) = C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_D^2, m_D^2, m_U^2)$ . Además se ha tomado  $q^2 = 0$  en  $\lambda_{Q2}$ . Notamos que el término  $\lambda_{Q1}$  se indetermina al evaluar la condición de capa de masa del fotón,  $q^2 = 0$ . Para tratar con ésta indeterminación, es necesario hacer uso de la regla de L' Hôpital para calcular el límite cuando  $q^2 \rightarrow 0$ ; como se muestra en [54]. Debemos asegurarnos que  $\hat{\lambda}_{Q1}$  tienda a cero cuando  $q^2 \rightarrow 0$ . Para ver que dicha condición se satisfaga, se hace uso de las identidades dadas por G.Stuart y A.Góngora [55] para expresar la función  $C_0$  en términos de funciones  $B_0$ . Cuando  $q^2$  tiende a cero, se tiene lo siguiente para  $\hat{\lambda}_{Q1}$

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \hat{\lambda}_{Q1} = \frac{(m_D^2 - m_U^2 + m_W^2)(-m_D^2 + m_U^2 + m_W^2)}{(D-2)} ((D-4)B_0(m_W^2, m_D^2, m_U^2) + 2) \tag{2.13}$$

El cual claramente se hace cero al hacer  $D = 4 - 2\epsilon$  y al considerar la solución para la función  $B_0(m_W^2, m_D^2, m_U^2) = \frac{1}{\epsilon} + F(m_W^2, m_D^2, m_U^2)$ , cuya forma explícita se dará más adelante. Una vez que nos hemos cerciorado que se puede aplicar el teorema de L' Hôpital, es necesario derivar

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR  
2.2. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA**

---

las funciones de Passarino-Veltman respecto a  $q^2$ . Para esto se utilizan las soluciones de dichas funciones dadas en [56] para las  $B_0$  y parametrización de Feynman para la  $C_0$ ; se derivan respecto de  $q^2 = 0$  y luego se toma el límite cuando  $q^2 \rightarrow 0$ . Debido a que las derivadas de las funciones de Passarino-Veltman no dependerán de  $D$ , se puede tomar  $D = 4$  en los coeficientes de las funciones presentes en  $\hat{\lambda}_{Q1}$ , que dependen de  $q^2$ . La derivada del denominador de  $\lambda_{Q1}$  respecto a  $q^2$  cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es  $m_W^2$ , por lo que al utilizar el teorema de L' Hôpital se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \lambda_{Q1} = & \left\{ \frac{1}{6m_W^2} \left( -3m_D^4 - 2m_D^2(-3m_U^2 - m_W^2) - 3(m_U^2 - m_W^2)^2 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_D^2, m_D^2)}{dq^2} \right. \\ & + \frac{1}{2m_W^2} \left( -m_D^4 + 2m_D^2 m_U^2 - m_U^4 + m_W^4 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2)}{dq^2} \\ & + \frac{1}{2m_W^2} \left( m_D^6 - m_D^4(3m_U^2 + m_W^2) + m_D^2(3m_U^4 - 2m_U^2 m_W^2 - m_W^4) \right. \\ & \left. - (m_U^2 - m_W^2)^3 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, m_U^2)}{dq^2} \left. \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Las derivadas utilizadas se muestran en el Apéndice B.

Para el factor  $\Delta\kappa_Q$ , no se presentan indeterminaciones al evaluar  $q^2 = 0$ . Se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_Q = & \frac{\alpha Q_D}{16\pi s_W^2 (D-2)(D-1)m_W^4 (m_D^4 - 2m_D^2(m_U^2 + m_W^2) + (m_U^2 - m_W^2)^2)} \left\{ -2m_D^2 \left( 2D^2 m_W^2 (m_D^4 \right. \right. \\ & - 2m_D^2 m_W^2 - m_U^4 - 2m_U^2 m_W^2 + m_W^4) + D(3m_D^6 - m_D^4(9m_U^2 + 17m_W^2) + m_D^2(9m_U^4 + 10m_U^2 m_W^2 \\ & + 25m_W^4) - 3m_U^6 + 7m_U^4 m_W^2 + 19m_U^2 m_W^4 - 11m_W^6) + 4m_W^2(3m_D^4 - 2m_D^2(2m_U^2 + 3m_W^2) + m_U^4 \\ & \left. \left. - 6m_U^2 m_W^2 + 3m_W^4) \right) B_0(0, m_D^2, m_D^2) \right. \\ & + \left( 4m_D^6((D^2 - 10D + 12)m_W^2 + (12 - 9D)m_U^2) + m_D^4(-4(D^2 - 12D + 14)m_U^2 m_W^2 - 2(4D^2 \right. \\ & - 27D + 32)m_W^4 + 18(3D - 4)m_U^4) - 4m_D^2((D^2 - 6D + 8)m_U^4 m_W^2 + (D^2 - 4D + 6)m_U^2 m_W^4 \\ & - (D^2 - 6D + 8)m_W^6 + 3(3D - 4)m_U^6) + (m_U^2 - m_W^2)((4D^2 - 23D + 28)m_U^4 m_W^2 + 3(3D - 4)m_U^6 \\ & + 3(D - 4)m_U^2 m_W^4 - (D - 4)m_W^6) + 3(3D - 4)m_D^8) B_0(m_W^2, m_D^2, m_U^2) \\ & + 2m_U^2 \left( 2D^2 m_W^2 (m_D^2 - m_U^2)(m_D^2 + m_U^2 - m_W^2) + D(3m_D^6 - m_D^4(9m_U^2 + 11m_W^2) + m_D^2(9m_U^4 \right. \\ & - 2m_U^2 m_W^2 + 7m_W^4) - 3m_U^6 + 13m_U^4 m_W^2 - 11m_U^2 m_W^4 + m_W^6) + 4m_W^2(m_D^2(2m_U^2 + m_W^2) - 2m_U^4 \\ & \left. \left. + 3m_U^2 m_W^2 - m_W^4) \right) B_0(0, m_U^2, m_U^2) \right. \\ & - 2 \left( (-m_D^2 + m_U^2 + m_W^2)(m_D^4((9 - 2D)m_W^2 + 9m_U^2) + m_D^2((2D - 5)m_W^4 - 9m_U^4 + 2m_U^2 m_W^2) \right. \\ & \left. \left. + (m_U^2 - m_W^2)(2(D - 4)m_U^2 m_W^2 + 3m_U^4 + m_W^4) - 3m_D^6) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Una vez obtenidos estos resultados en términos de funciones  $B_0$ , podemos evaluar numéricamente a estas expresiones usando las soluciones de esta función escalar [50], [51]. Recordemos que la función  $B_0$  tiene la siguiente forma

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} \quad (2.16)$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.2. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

---

Vemos que cuando  $D \rightarrow 4$ , la integral diverge logarítmicamente. Sin embargo, es posible aislar esta divergencia en un solo término al tomar una nueva variable  $\epsilon = 2 - \frac{D}{2}$ . Usando las soluciones obtenidas por H.H Patel [56], [57], que utiliza esta definición de  $\epsilon$ , esta función  $B_0$  toma la siguiente forma

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \Lambda(p^2, m_1^2, m_2^2) + \log\left(\frac{4\pi\mu^2}{m_2^2}\right) - \frac{(m_1^2 - m_2^2 + p^2) \log\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)}{2p^2} + 2 \quad (2.17)$$

Donde  $\Lambda(p^2, m_1^2, m_2^2)$  es una función definida en [57].

Notamos que la divergencia presente en la integral se manifiesta como un polo para  $\epsilon \rightarrow 0$ . Sin embargo, al sustituir este resultado en los factores de forma, el resultado final es completamente independiente de  $\frac{1}{\epsilon}$ , de  $\gamma_E$  y de  $\mu^2$ . Esto quiere decir que la forma en la que están dados los coeficientes de las funciones  $B_0$  es tal que el factor  $\frac{1}{\epsilon}$ , que encripta la divergencia, se cancela exactamente. De esta manera obtenemos factores de forma finitos, tal como los resultados reportados por Bardeen y colaboradores [20].

Del Particle Data Group [58] se obtuvieron las masas de los quarks, así como de los fermiones cargados. Cada factor se multiplica por 3, ya que cada quark que circula en el loop puede estar en cualquiera de los 3 colores. Sustituyendo las masas en los resultados anteriores, obtenemos las contribuciones numéricas de los quarks a los factores de forma  $\lambda$  y  $\Delta\kappa$ . Los resultados están dados en unidades de  $a = \frac{\alpha}{4\pi}$ , donde  $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi}$ .

Partícula	$\Delta\kappa/a$	$\lambda/a$
$u$ $m_u = 2.3 \text{ MeV}$	1.62179	-2.16239
$d$ $m_d = 4.8 \text{ MeV}$	-0.810897	1.0812
$c$ $m_c = 1.275 \text{ GeV}$	1.62067	-2.17347
$s$ $m_s = 95 \text{ MeV}$	-0.811506	1.08166
$t$ $m_t = 173.5 \text{ GeV}$	3.44384	0.127212
$b$ $m_b = 4.65 \text{ MeV}$	1.12661	-0.210473

Tabla 2.1: Contribución del sector de corrientes de quarks a los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  dados en unidades de  $a = \alpha/4\pi$ .

### 2.2.2. Contribución del sector de corrientes de leptones

En el caso de las contribuciones hechas por los 3 leptones cargados y sus respectivos neutrinos, se toma la masa de estos últimos como cero. Haciendo  $m_U = 0$  en el diagrama (2.9), y  $Q_D = Q_\ell = -1$ , se obtienen los factores de forma deseados. De igual forma que en el caso de los quarks, el factor  $\lambda_\ell$  presenta un término que se indefine en la capa de masa, por lo que hay que proceder de la misma forma que en el cálculo anterior haciendo uso del teorema de L' Hôpital. Veremos que esto se repite para el resto de las contribuciones. Se tiene entonces el siguiente factor  $\lambda_\ell$  para los leptones

$$\begin{aligned} \lambda_\ell &= \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\alpha}{32\pi s_W^2} \left[ \lambda_{\ell 1} + \lambda_{\ell 2} \right] \\ &= \frac{\alpha}{32\pi s_W^2} \left[ \lim_{q^2 \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q^2(q^2 + m_W^2)} \hat{\lambda}_{\ell 1} \right) + \lambda_{\ell 2} \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR  
2.2. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA**

---

Donde  $\lambda_{\ell 1}$  es el término que se indetermina al evaluar  $q^2 = 0$  y  $\lambda_{\ell 2}$  es el término que no presenta indeterminación. Estos términos están dados como sigue

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_{\ell 1} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)} \left\{ \left( (D-1)m_D^4 - 2(D-3)m_D^2 m_W^2 + (D-1)m_W^4 \right) B_0(4q^2, m_D^2, m_D^2) \right. \\ & + \left( (D-1)(D-3)(m_D^4 - m_W^4) \right) B_0(m_W^2 + q^2, 0, m_D^2) \\ & + \left( 2(D-3)m_D^2 m_W^2 - 2(D-1)m_D^4 \right) B_0(0, m_D^2, m_D^2) \\ & \left. + \left( (D-1)(m_W^2 - m_D^2)(m_D^4 - m_W^4) \right) C_0(4q^2, \dots, 0) \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\ell 2} = & \frac{1}{m_W^4 (D-2)(D-1)} \left\{ - \left( 2(D^2+1)m_D^4 - (2D^2+D-7)m_D^2 m_W^2 - (D-5)m_W^4 \right) B_0(0, m_D^2, m_D^2) \right. \\ & - \left( (-3D^2+3D+2)m_D^4 + (2D^2+D-7)m_D^2 m_W^2 + (3D^2-16D+15)m_W^4 \right) B_0(m_W^2, 0, m_D^2) \\ & \left. - 2 \left( D^2(m_D^4 - m_W^4) - D(m_D^4 + m_D^2 m_W^2 - 6m_W^4) + m_W^2(m_D^2 - 5m_W^2) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Aquí  $m_D^2$  representa la masa de los leptones, además,  $C_0(4q^2, \dots, 0) = C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_D^2, m_D^2, 0)$ . Cuando  $q^2 \rightarrow 0$ , el factor  $\hat{\lambda}_{\ell 1}$  toma la siguiente forma

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \hat{\lambda}_{\ell 1} = \frac{(m_D^4 - m_W^4)}{(D-2)} \left( (D-4)B_0(m_W^2, 0, m_D^2) + 2 \right) \quad (2.21)$$

Por lo que se puede usar la regla de L' Hôpital como en la sección anterior. El límite de  $\lambda_{\ell 1}$  cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es:

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \lambda_{\ell 1} = & \left\{ \frac{1}{6m_W^2} \left( 3m_D^4 - 2m_D^2 m_W^2 + 3m_W^4 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_D^2, m_D^2)}{dq^2} \right. \\ & + \frac{1}{2m_W^2} \left( m_D^4 - m_W^4 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, 0, m_D^2)}{dq^2} \\ & \left. - \frac{1}{2m_W^2} \left( (m_D^2 - m_W^2)^2 (m_D^2 + m_W^2) \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, 0)}{dq^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

De igual forma, estas derivadas aquí mencionadas se encuentran en el Apéndice B.

Para el factor de forma  $\Delta\kappa_\ell$ , no se presentan divergencias para  $q^2 = 0$ .

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_\ell = & \frac{\alpha}{16\pi s_W^2 (D-2)(D-1)m_W^4} \left\{ + 2m_D^2 \left( 2D^2 m_W^2 + 3Dm_D^2 - 11Dm_W^2 + 12m_W^2 \right) B_0(0, m_D^2, m_D^2) \right. \\ & - \left( 2(2D^2 - 11D + 12)m_D^2 m_W^2 + 3(3D-4)m_D^4 + (D-4)m_W^4 \right) B_0(m_W^2, 0, m_D^2) \\ & \left. + \left( 4(D^2 - 4D + 3)m_D^2 m_W^2 + 6(D-1)m_D^4 - 2(D-1)m_W^4 \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.23)$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.3. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR CINÉTICO DE HIGGS

---

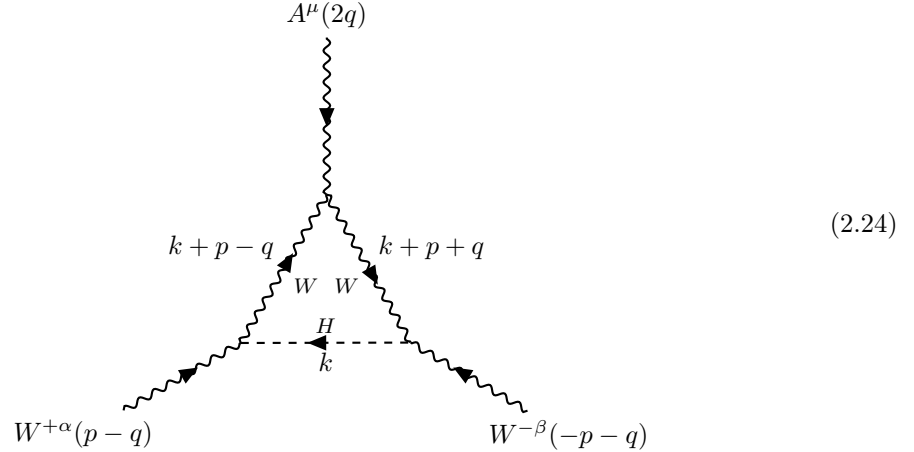
Del Particle Datta Group [58] se tomaron las masas de los leptones para calcular numéricamente estos factores. Las masas de los neutrinos se tomaron como cero. Los factores  $\Delta\kappa_\ell$  y  $\lambda_\ell$  presentados a continuación están dados en unidades de  $a = \frac{\alpha}{4\pi}$ .

Partícula	$\Delta\kappa/a$	$\lambda/a$
$e$ $m_e = 0.51 \text{ MeV}$	-0.810897	1.0812
$\mu$ $m_\mu = 105.65 \text{ MeV}$	-0.810893	1.08126
$\tau$ $m_\tau = 1776.82 \text{ MeV}$	-0.809701	1.09089

Tabla 2.2: Contribución del sector de corrientes leptónico a los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  dados en unidades de  $a = \alpha/4\pi$ .

### 2.3. Contribución del sector cinético de Higgs

Del sector de Higgs (1.93) se desprende la interacción  $WWH$ , la cual determina la contribución del Higgs en este proceso a través del siguiente diagrama



La contribución al factor de forma  $\lambda_H$  de este diagrama presenta las mismas sutilezas en la capa de masa que en los casos anteriores:

$$\begin{aligned}
 \lambda_H &= \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\alpha}{64\pi s_W^2} \left[ \lambda_{H1} + \lambda_{H2} \right] \\
 &= \frac{\alpha}{64\pi s_W^2} \left[ \lim_{q^2 \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q^2(q^2 + m_W^2)} \hat{\lambda}_{H1} \right) + \lambda_{H2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

Donde  $\lambda_{H1}$  es el término que se indetermina en  $q^2 = 0$ , y en  $\lambda_{H2}$  esto no ocurre.

Dichos términos están dados por

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.3. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR CINÉTICO DE HIGGS

---

$$\begin{aligned}
\hat{\lambda}_{H1} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)} \left\{ \left( (D-1)m_H^4 - 4(D-1)m_H^2 m_W^2 + 4m_W^4 \right) B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2) \right. \\
& + \left( (D^2 - 4D + 3)m_H^2(m_H^2 - 2m_W^2) \right) B_0(m_W^2 + q^2, m_H^2, m_W^2) \\
& + \left( -2Dm_H^4 + 4Dm_H^2 m_W^2 + 2m_H^4 - 4m_H^2 m_W^2 \right) B_0(0, m_H^2, m_H^2) \\
& + \left( 2Dm_H^2 m_W^2 - 2m_H^2 m_W^2 - 4m_W^4 \right) B_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
& \left. + \left( Dm_H^6 - 6Dm_H^4 m_W^2 + 8Dm_H^2 m_W^4 - m_H^6 + 6m_H^4 m_W^2 - 8m_H^2 m_W^4 \right) C_0(4q^2, \dots, m_H^2) \right\}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{H2} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)m_W^4(m_H^2 - 4m_W^2)} \left\{ -m_W^2 \left( (-2D^2 + D - 3)m_H^4 + 2(9D + 5)m_H^2 m_W^2 \right. \right. \\
& + 24(D-3)m_W^4 \left. \right) B_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
& + \left( (D^2 + 7D - 10)m_H^6 - 2(5D^2 - 56D + 67)m_H^2 m_W^4 + 8(D^2 - 4D + 3)m_W^6 \right. \\
& + (77 - 61D)m_H^4 m_W^2 \left. \right) B_0(m_W^2, m_H^2, m_W^2) \\
& - 2 \left( (D^2 + 1)m_H^6 - 2(D^2 + 5D - 2)m_H^4 m_W^2 + 12(D-1)m_H^2 m_W^4 \right) B_0(0, m_H^2, m_H^2) \\
& \left. - 2m_H^2 \left( (D+2)m_H^4 - (2D+19)m_H^2 m_W^2 + 24m_W^4 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Donde  $C_0(4q^2, \dots, m_H^2) = C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2, m_W^2, m_H^2)$ . En este factor también es necesario encontrar el límite cuando  $q^2 \rightarrow 0$  de  $\lambda_{H1}$ , haciendo uso del teorema de L' Hôpital y las derivadas de las funciones escalares de Passarino-Veltman. Para verificar que podemos utilizar este teorema, hacemos  $q^2 = 0$  en  $\hat{\lambda}_{H1}$  y se obtiene

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \hat{\lambda}_{H1} = \frac{(m_H^2)(m_H^2 - 2m_W^2)}{(D-2)} \left( (D-4)B_0(m_W^2, m_H^2, m_W^2) + 2 \right) \tag{2.28}$$

Que se hace cero cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ . El límite de  $\lambda_{H1}$  cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es:

$$\begin{aligned}
\lim_{q^2 \rightarrow 0} \lambda_{H1} = & \left\{ \frac{1}{6m_W^2} \left( 3m_H^4 - 12m_H^2 m_W^2 + 4m_W^4 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_W^2, m_W^2)}{dq^2} \right. \\
& + \frac{1}{2m_W^2} \left( m_H^2(m_H^2 - 2m_W^2) \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_H^2, m_W^2)}{dq^2} \\
& \left. + \frac{1}{2m_W^2} \left( m_H^6 - 6m_H^4 m_W^2 + 8m_H^2 m_W^4 \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, m_H^2)}{dq^2} \right\}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Dichas derivadas las encontramos en el Apéndice B.

Para el factor  $\Delta\kappa_H$  tampoco se presentan indeterminaciones para  $q^2 = 0$ , se obtiene

$$\begin{aligned}
 \Delta\kappa_H = & \frac{\alpha}{32\pi s_W^2 (D-2)(D-1)m_W^4(m_H^2 - 4m_W^2)} \left\{ -2m_W^2 \left( 16D^2m_W^4 + 3Dm_H^4 - 10Dm_H^2m_W^2 \right. \right. \\
 & - 56Dm_W^4 - 8m_H^2m_W^2 + 64m_W^4 \left. \right) \text{B}_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
 & - \left( 16(D^2 + 2D - 6)m_H^2m_W^4 - 32(D^2 - 3D + 2)m_W^6 + 3(3D - 4)m_H^6 \right. \\
 & \left. + 8(10 - 7D)m_H^4m_W^2 \right) \text{B}_0(m_W^2, m_H^2, m_W^2) \\
 & + 2m_H^2 \left( 8D^2m_W^4 + D(3m_H^4 - 16m_H^2m_W^2 - 8m_W^4) + 4m_H^2m_W^2 \right) \text{B}_0(0, m_H^2, m_H^2) \\
 & \left. + 2(D-1)m_H^2 \left( 8Dm_W^4 + 3m_H^4 - 16m_H^2m_W^2 \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Los resultados numéricos de estos factores se presentan en la siguiente sección.

## 2.4. Contribución del sector de Yang-Mills

Las interacciones que surgen del sector de Yang-Mills, desde la perspectiva del grupo electromagnético  $U_Q(1)$  (1.106), involucran a los 4 bosones de norma de la teoría. Los acoplamientos de interés para este procesos son  $WW\gamma$ ,  $WWZ$ ,  $WW\gamma\gamma$ ,  $WW\gamma Z$  y  $WWWW$ ; los cuales dan lugar a una contribución del sector dada por la suma de los siguientes diagramas:

$$\tag{2.31}$$

$$\tag{2.32}$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.4. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

---

(2.33)

(2.34)

En donde  $V$  representa uno de los dos bosones neutros en la teoría, el fotón ( $\gamma$ ), o el bosón débil neutro ( $Z$ ). Solo los diagramas de triángulo (2.31) contribuyen al factor  $\lambda$ . Tales contribuciones para  $V = \gamma, Z$ , son:

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma &= \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\alpha}{8\pi} \left[ \lambda_{\gamma 1} + \lambda_{\gamma 2} \right] \\ &= \frac{\alpha}{8\pi} \left[ \lim_{q^2 \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q^2(q^2 + m_W^2)} \hat{\lambda}_{\gamma 1} \right) + \lambda_{\gamma 2} \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \lambda_Z &= \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\alpha c_W^2}{64\pi s_W^2} \left[ \lambda_{Z 1} + \lambda_{Z 2} \right] \\ &= \frac{\alpha c_W^2}{64\pi s_W^2} \left[ \lim_{q^2 \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q^2(q^2 + m_W^2)} \hat{\lambda}_{Z 1} \right) + \lambda_{Z 2} \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

Con  $\lambda_{\gamma 1}$  y  $\lambda_{Z 1}$  los factores que se indeterminan al evaluar  $q^2 = 0$  y  $\lambda_{\gamma 2}$  junto con  $\lambda_{Z 2}$  son aquellos términos que no se indeterminan. Estos factores están dados de la siguiente manera:

$$\hat{\lambda}_{\gamma 1} = \frac{2m_W^4}{D-1} \left\{ B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2) - B_0(0, m_W^2, m_W^2) \right\} \quad (2.37)$$

$$\lambda_{\gamma 2} = -\frac{D-3}{D-1} \left\{ (D-4)B_0(0, m_W^2, m_W^2) + 2(D-1) \right\} \quad (2.38)$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.4. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

---

$$\begin{aligned}
\hat{\lambda}_{Z1} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)m_W^2} \left\{ \left( (4(D-2)m_W^2 + m_Z^2)(-4(D-1)m_W^2 m_Z^2 + (D-1)m_Z^4 \right. \right. \\
& + 4m_W^4) \Big) B_0(4q^2, m_W^2, m_Z^2) \\
& + \left( (D-1)(D-3)m_Z^2(m_Z^2 - 2m_W^2)(4(D-2)m_W^2 + m_Z^2) \right) B_0(m_W^2 + q^2, m_Z^2, m_Z^2) \\
& - \left( 2(D-1)m_Z^2(m_Z^2 - 2m_W^2)(4(D-2)m_W^2 + m_Z^2) \right) B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) \\
& + \left( (4(D-2)m_W^2 + m_Z^2)(2(D-1)m_W^2 m_Z^2 - 4m_W^4) \right) B_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
& \left. + \left( (D-1)m_Z^2(m_Z^2 - 4m_W^2)(m_Z^2 - 2m_W^2)(4(D-2)m_W^2 + m_Z^2) \right) C_0(4q^2, \dots, m_Z^2) \right\} \quad (2.39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{Z2} = & \frac{1}{(D-2)(D-1)m_W^6(4m_W^2 - m_Z^2)} \left\{ - \left( -96(D^2 - 5D + 6)m_W^8 + 8(-9D^2 + 10D + 19)m_W^6 m_Z^2 \right. \right. \\
& + (2D^2 - D + 3)m_W^2 m_Z^6 + 2(4D^3 - 10D^2 + D - 17)m_W^4 m_Z^4) B_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
& - \left( 32D^3 m_W^8 + 24D^3 m_W^6 m_Z^2 - 48D^3 m_W^4 m_Z^4 + 12D^3 m_W^2 m_Z^6 - 192D^2 m_W^8 + 72D^2 m_W^6 m_Z^2 \right. \\
& + 94D^2 m_W^4 m_Z^4 - 38D^2 m_W^2 m_Z^6 + D^2 m_Z^8 + 352D m_W^8 - 488D m_W^6 m_Z^2 + 176D m_W^4 m_Z^4 - 35D m_W^2 m_Z^6 \\
& + 7D m_Z^8 - 192m_W^8 + 520m_W^6 m_Z^2 - 318m_W^4 m_Z^4 + 85m_W^2 m_Z^6 - 10m_Z^8) B_0(m_W^2, m_Z^2, m_W^2) \\
& + \left( 2m_Z^2(48(D^2 - 3D + 2)m_W^6 + (D^2 + 1)m_Z^6 - 4(2D^3 + 6D^2 - 27D + 11)m_W^4 m_Z^2 + 2(2D^3 - 5D^2 \right. \\
& - 3D - 2)m_W^2 m_Z^4) \Big) B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) \\
& - \left( 16D^3 m_W^4 m_Z^4 - 8D^3 m_W^2 m_Z^6 - 64D^2 m_W^6 m_Z^2 + 8D^2 m_W^4 m_Z^4 + 28D^2 m_W^2 m_Z^6 - 2D^2 m_Z^8 + 160D m_W^6 m_Z^2 \right. \\
& \left. \left. - 160D m_W^4 m_Z^4 + 14D m_W^2 m_Z^6 - 2D m_Z^8 - 96m_W^6 m_Z^2 + 136m_W^4 m_Z^4 - 34m_W^2 m_Z^6 + 4m_Z^8 \right) \right\} \quad (2.40)
\end{aligned}$$

Donde se ha utilizado la siguiente identidad en  $\lambda_{\gamma 2}$ :

$$B_0(m_W^2, 0, m_W^2) = 2 + B_0(0, m_W^2, m_W^2). \quad (2.41)$$

Además  $C_0(4q^2, \dots, m_Z^2) = C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2, m_W^2, m_Z^2)$ . Es evidente que  $\hat{\lambda}_{\gamma 1}$  se hace cero cuando  $q^2 = 0$ , por lo que podemos utilizar L' Hôpital. Para ver que también podemos aplicar esto en  $\hat{\lambda}_{Z1}$ , hacemos  $q^2 = 0$ :

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \hat{\lambda}_{Z1} = \frac{m_Z^2(m_Z^2 - 2m_W^2)(4(D-2)m_W^2 + m_Z^2)}{(D-2)m_W^2} \left( (D-4)B_0(m_W^2, m_Z^2, m_W^2) + 2 \right) \quad (2.42)$$

Que se hace cero cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ . El limite de los factores  $\hat{\lambda}_{\gamma 1}$  y  $\hat{\lambda}_{Z1}$  cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es

$$\begin{aligned}
\lim_{q^2 \rightarrow 0} \lambda_{\gamma 1} &= \frac{1}{m_W^2} \left\{ \frac{2m_W^4}{D-1} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_W^2, m_W^2)}{dq^2} \right\} \\
&= \frac{1}{m_W^2} \left\{ \frac{2m_W^4}{D-1} \left( \frac{2}{3m_W^2} \right) \right\} \\
&= \frac{4}{3(D-1)} \quad (2.43)
\end{aligned}$$

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.4. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

---

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \lambda_{Z1} = & \left\{ \frac{1}{6m_W^2} \left( (-8m_W^2 - m_Z^2)(-4m_W^4 + 12m_W^2 m_Z^2 - 3m_Z^4) \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_W^2, m_Z^2)}{dq^2} \right. \\ & + \frac{1}{2m_W^2} \left( m_Z^2(m_Z^2 - 2m_W^2)(8m_W^2 + m_Z^2) \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_Z^2, m_W^2)}{dq^2} \\ & \left. + \frac{1}{2m_W^2} \left( (8m_W^2 + m_Z^2)(8m_W^4 m_Z^2 - 6m_W^2 m_Z^4 + m_Z^6) \right) \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, m_Z^2)}{dq^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.44)$$

En el caso de  $\lambda_{\gamma 2}$  podemos hacer  $D = 4 - 2\epsilon$  y sustituimos a  $B_0(0, m_W^2, m_W^2)$  por su solución explícita para obtener una contribución independiente de las masas.

$$B_0(0, m_W^2, m_W^2) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) - \log\left(\frac{m_W}{\mu^2}\right) \quad (2.45)$$

Haciendo esto se tiene

$$\lambda_\gamma = \frac{\alpha}{4\pi} \left( -\frac{4}{9} \right). \quad (2.46)$$

Pasamos ahora a la contribución de estos diagramas al factor  $\Delta\kappa$ . Todos los diagramas contribuyen a este factor y por cada diagrama se obtiene una contribución divergente al factor de forma. Sin embargo, es remarcable observar que las contribuciones divergentes dadas por la suma de los tres primeros diagramas (2.31), (2.32) y (2.33), para cada caso  $V = \gamma, Z$ , se cancelan exactamente con la divergencia presente en el cuarto diagrama (2.34), donde solo circulan bosones  $W^\pm$  en el loop. Al sumar los tres primeros diagramas ((2.31), (2.32) y (2.33)), cuando circulan fotones virtuales, la contribución de estos es proporcional a la constante de acoplamiento  $e^2$ , que podemos expresar como  $g^2 s_W^2$ . Cuando en estos mismos diagramas, circulan bosones  $Z$ , la suma de los 3 diagramas nos da una contribución proporcional al factor de forma  $g^2 c_W^2$ . La contribución que nos da el cuarto diagrama, es proporcional a  $g^2$ , y podemos descomponer este factor de forma como  $g^2 = g^2 s_W^2 + g^2 c_W^2$ . Al sumar esta contribución con el resto, se obtienen factores de forma finitos:

$$g^2 s_W^2 \sum_{i=1}^3 \Delta\kappa_{i,\gamma} + g^2 c_W^2 \sum_{i=1}^3 \Delta\kappa_{i,Z} + (g^2 s_W^2 + g^2 c_W^2) \Delta\kappa_{4,W} = \Delta\kappa_\gamma + \Delta\kappa_Z. \quad (2.47)$$

Donde los factores  $\Delta\kappa_{i,\gamma}$  y  $\Delta\kappa_{i,Z}$  son las contribuciones dadas por los tres primeros diagramas cuando  $V = \gamma, Z$ , respectivamente; los cuales son todos divergentes. Al sumar la contribución dada por el cuarto diagrama  $\Delta\kappa_{4,W}$ , también divergente, donde se ha descompuesto la constante  $g^2 = g^2 s_W^2 + g^2 c_W^2$ , se obtienen dos factores de forma finitos: uno correspondiente a la circulación de fotones,  $\Delta\kappa_\gamma$ , y otro correspondiente a la circulación de bosones  $Z$ ,  $\Delta\kappa_Z$ . De igual forma que en las secciones anteriores, no se presentan indeterminaciones al evaluar  $q^2 = 0$ . Estos factores finitos que se obtuvieron son:

$$\Delta\kappa_\gamma = -\frac{\alpha}{2\pi(D-1)} \left( (D-4)B_0(0, m_W^2, m_W^2) + 4(D-1) \right) \quad (2.48)$$

donde también se utilizó la identidad (2.41). Si utilizamos la solución explícita (2.45), volvemos a obtener un factor independiente de las masas; cuyos valores junto con  $\lambda_\gamma$ , coinciden con aquellos encontrados por Bardeen y colaboradores [20],

$$\Delta\kappa_\gamma = \frac{\alpha}{4\pi} \left( -\frac{20}{3} \right). \quad (2.49)$$

Para  $\Delta\kappa_Z$  se obtiene

**CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL BOSÓN  $W$  EN  
EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.4. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

---

$$\begin{aligned}
\Delta\kappa_Z = & \frac{\alpha c_W^2}{32\pi s_W^2 (D-2)(D-1)m_W^6} \left\{ \left( 2m_Z^2(-24(D^2 - 3D + 2)m_W^4 + 4(5D^2 - 13D + 5)m_W^2 m_Z^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + 3Dm_Z^4 \right) B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) \right. \\
& + \left( 2(8(D^2 - 4)m_W^6 - 2(10D^2 - 23D + 4)m_W^4 m_Z^2 - 3Dm_W^2 m_Z^4) \right) B_0(0, m_W^2, m_W^2) \\
& + \left( -32D^2 m_W^6 + 112D^2 m_W^4 m_Z^2 - 52D^2 m_W^2 m_Z^4 + 96Dm_W^6 - 384Dm_W^4 m_Z^2 + 188Dm_W^2 m_Z^4 \right. \\
& \left. - 9Dm_Z^6 - 64m_W^6 + 320m_W^4 m_Z^2 - 160m_W^2 m_Z^4 + 12m_Z^6 \right) B_0(m_W^2, m_Z^2, m_W^2) \\
& + \left( -48D^2 m_W^4 m_Z^2 + 40D^2 m_W^2 m_Z^4 + 144Dm_W^4 m_Z^2 - 128Dm_W^2 m_Z^4 + 6Dm_Z^6 - 96m_W^4 m_Z^2 \right. \\
& \left. \left. + 88m_W^2 m_Z^4 - 6m_Z^6 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.50}$$

De la misma forma que en las secciones anteriores, las derivadas de las funciones PaVe que se utilizaron, se presentan en el Apéndice B. Al introducir las masas que se han medido para los bosones de norma y de Higgs  $\{\gamma, Z, W^\pm, H\}$  [59] obtenemos las siguientes contribuciones, dadas en unidades de  $a = \frac{\alpha}{4\pi}$ .

Contribución	$\Delta\kappa/a$	$\lambda/a$
$\{W^\pm, \gamma\}$ $m_W = 80.38 \text{ GeV}; m_\gamma = 0$	$-\frac{20}{3}$	$-\frac{4}{9}$
$\{W^\pm, Z\}$ $m_Z = 91.18 \text{ GeV}$	1.76163	-0.66209
$H$ $m_H = 125.10 \text{ GeV}$	-2.93792	-0.0647176

Tabla 2.3: Contribución del sector de Yang-Mills y del sector cinético de Higgs a los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  dados en unidades de  $a = \alpha/4\pi$ .

A lo largo de este capítulo se utilizó  $c_W^2 = (m_Z^2/m_W^2)$  y  $s_W^2 = 1 - c_W^2$  como valores del ángulo de mezcla débil. Estas relaciones se desprenden del sector cinético de Higgs una vez rota la simetría electrodébil (1.93). Los programas de Mathematica que se utilizaron para calcular las correcciones radiativas a estos vértices, así como los resultados analíticos y numéricos de los factores de forma, se pueden encontrar en el siguiente repositorio: <https://github.com/ponchistrismegistus/WGammaVertex.git>. Donde se utilizaron los complementos FeynCalc [52], [53], además del Paquete X [56], [57].



## Capítulo 3

# Teoría de Yang-Mills en Dimensiones Extras

### 3.1. Antecedentes Históricos

La iniciativa de modelar las leyes de la física, haciendo uso de más de 4 dimensiones, comenzó con el trabajo de Nördstorm en 1914 [7], quien utilizó un 5-vector para describir las interacciones electromagnéticas y las gravitacionales bajo una sola descripción unificada. En 1921, Kaluza [8] retoma esta idea para ahora proponer una teoría tensorial de la gravedad en 5 dimensiones. Sin embargo, ambos autores asumían que los campos no dependían de la coordenada extra para poder explicar su no observabilidad. Para resolver este problema, Klein [9] propuso en 1926 que dicha dimensión extra se encuentra compactificada en un círculo  $S^1$  muy pequeño de radio  $R$  (Ver Fig. 3.1), y además es periódica.

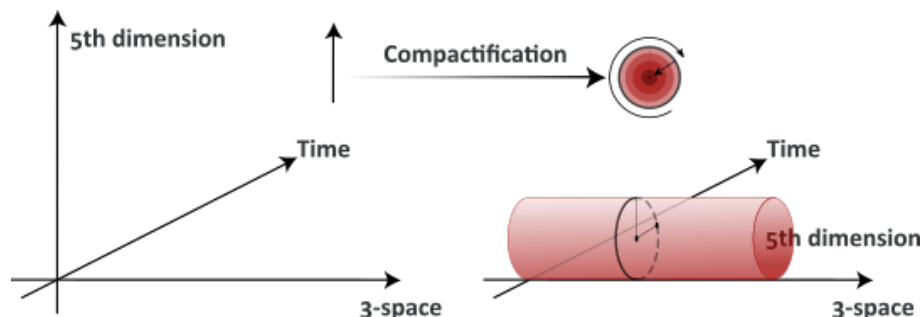


Figura 3.1: Compactificación o enrollamiento de la 5ª dimensión a un círculo muy pequeño: Se realiza un mapeo invertible  $\mathbb{R} \rightarrow S^1$  de la dimensión adicional; además de establecerse una relación de periodicidad.

Posteriormente, con el nacimiento de la teoría de cuerdas [60]-[66], se le dió una gran relevancia a las formulaciones hechas con dimensiones extra. Esta primera versión requería de 26 dimensiones para asegurar predictividad [67]. La añadidura de los Fermiones en la teoría de cuerdas [68], [69], junto con la recién propuesta teoría de supersimetría [70]; fueron dos elementos clave para que la teoría de supercuerdas se estableciera como una potencial teoría cuántica de la gravedad. La introducción del mecanismo de Green-Schwarz [71] para eliminar las anomalías cuánticas presentes en teoría de cuerdas, dió paso a la primera revolución de supercuerdas, en donde se dieron a conocer 5 formulaciones consistentes de supercuerdas [72]-[75]. Además de establecerse una conexión,

mediante compactificación, entre supercuerdas en una variedad de 6 dimensiones de Calabi-Yau [76]; y una teoría supersimétrica de 4 dimensiones [77]. La segunda revolución de supercuerdas surgió con la propuesta de E. Witten [78], quien estableció que las 5 teorías anteriores eran límites de la teoría- $M$  que propuso, que consta de una teoría unificada en 11 dimensiones. Posteriormente, la existencia de las  $D$ -branas propuesta por J. Polchinski [79] para fundamentar la dualidad de cuerdas, fué un evento remarcable. También se demostró que supergravedad en 11 dimensiones también era un límite, de bajas energías, de la teoría- $M$  [80], [81]. La correspondencia ADS/CFT [82], que establece una dualidad entre teorías de gravedad en 5 dimensiones; con teorías de norma en 4 dimensiones, fué un hallazgo con implicaciones profundas y ventajas prácticas en física no-perturbativa. Con todo esto, lo que se quiere dar a entender es que con el nacimiento de la teoría de cuerdas, la física teórica ha abrazado a estas formulaciones que ocupan dimensiones extra.

La teoría aquí desarrollada se basa en los trabajos de Appelquist, Cheng y Dobrescu [14]; en donde se define una teoría con la estructura del Modelo Estándar en 4 dimensiones, pero ahora en un espacio-tiempo con dimensiones extra compactas, donde todas las variables dinámicas son libres de propagarse, dando lugar a una torre infinita de Kaluza-Klein por cada campo definido en dimensiones extra. Estos modelos se conocen como Dimensiones Extra Universales, en las que la conservación del momento extra dimensional, da como resultado (después de integrar las coordenadas extra) una teoría efectiva de Kaluza-Klein en 4 dimensiones; en donde la paridad es preservada. Como consecuencia, los efectos de los modos de Kaluza-Klein en las observables 4-dimensionales, surgen por primera vez a un loop. Una de las más atractivas características de Dimensiones Extra Universales es que se añaden pocos parámetros a la teoría estándar: la escala de compactificación  $R^{-1}$  y el número de dimensiones extra  $n$ . Aún más, se han propuesto como candidatos de materia oscura a los primeros modos excitados de Kaluza-Klein del fotón o del neutrino [83]-[86], todo esto basándose en las nociones de Dimensiones Extra Universales.

## 3.2. Introducción

El presente capítulo desarrollaremos una teoría de Yang-Mills pura extendida a dimensiones extras, para ilustrar las ideas centrales y sutilezas presentes al construir este tipo de teorías. Para esto tomamos como punto de partida el trabajo que lleva por título “Symmetry in the extra-dimensional Yang-Mills theory and its Kaluza-Klein effective description” [16], en donde se desarrolla esta misma teoría de Yang-Mills pura en dimensiones extras y se ahonda en sus consecuencias. Estos formalismos que nos permiten lidiar con dimensiones extras se han extendido aún más allá, en el contexto del Modelo Estándar, ahora con dimensiones extra en [17]. Los primeros pasos dados en esta construcción de teorías con dimensiones extra se publicaron por el mismo grupo de autores en [18], en donde se estudian los efectos a orden de un lazo debidos a una dimensión extra universal en una teoría  $\lambda\phi^4$ . Posteriormente se extendió al Modelo Estándar con una dimensión extra añadida en [87]. Además de que se han estudiado los efectos de una dimensión universal extra en el vértice central de esta tesis [15]. Las nociones centrales del proceso de ocultamiento de una simetría y el papel fundamental que juegan las transformaciones canónicas se discuten en [88], además, en [89] se extienden estas ideas para teorías de Yang-Mills con un número arbitrario de dimensiones extra. Aplicaciones en el contexto del Modelo Estándar donde se tratan aspectos de renormalización en un sentido moderno han sido explorados en [90], [91]. Diversas aplicaciones fenomenológicas han sido estudiadas en este contexto de dimensiones extra universales en [10], [92], [93], por mencionar sólo algunas.

La teoría de Dimensiones Extra Universales aquí presentada, consiste en una teoría efectiva que es válida a cierta escala de energía  $\Lambda$ , que se considera mucho mayor que la escala de energía de compactificación  $R^{-1}$ , que es el inverso del radio promedio  $R$  de las dimensiones extra ( $\Lambda \gg R^{-1}$ ). Las distancias exploradas por esta teoría (del orden de  $\Lambda^{-1}$ ) son tan pequeñas comparadas con  $R$ , que estas dimensiones extra pueden considerarse como infinitas. A estas altas escalas de energía (o pequeñas escalas de distancia), se asume que la teoría es gobernada por el grupo extendido de

Poincaré  $ISO(1, 3 + n)$ , donde  $n$  es el número de dimensiones extras. Así mismo, la dinámica de la teoría es determinada por el grupo de norma extendido a la variedad soporte espacio-temporal  $\mathcal{M}^{4+n} = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$ , donde  $\mathcal{M}^4$  es la variedad usual de Minkowski y  $\mathcal{N}^n$  es una variedad Euclidiana de dimension  $n$  que representa una extensión espacial [16]. El grupo que describe la dinámica de la teoría es el grupo de norma extendido  $SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$ . Cabe señalar que el grupo de norma extendido  $SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  y el grupo de norma usual  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , no difieren como grupos de Lie, ya que tienen el mismo número de generadores ( $N^2 - 1$ ), pero sí difieren como grupos de norma, ya que tienen un número diferente de conexiones ( $4 + n$  y  $4$  respectivamente). Para poder describir los fenómenos físicos a escalas por debajo de la escala de compactificación  $R^{-1}$ , es necesario ocultar la simetría extendida  $ISO(1, 3 + n) \times SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  en la simetría usual  $ISO(1, 3) \times SU(N, \mathcal{M}^4)$ . A tal proceso nos referiremos como el protocolo o mecanismo de compactificación; el cual consiste de varios pasos de un caracter de ninguna manera trivial. El primer paso radica en definir mapeos canónicos que relacionen objetos covariantes de  $ISO(1, 3 + n) \times SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  en objetos covariantes de  $ISO(1, 3) \times SU(N, \mathcal{M}^4)$ . Para el paso siguiente, resaltamos que, como el número de conexiones de  $SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  es mayor al de  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , la diferencia aparecerá como representaciones tensoriales del grupo de norma usual (una vez realizado el primer paso). Así que, desde la perspectiva de  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , estas  $n$  conexiones pueden ser dotadas de masa. Es necesario dotar a estas conexiones de masa a la escala de compactificación  $R^{-1}$ , ya que estos nuevos efectos físicos, debidos a las dimensiones extra, deben desacoplarse para energías muy por debajo de esta escala de compactificación; de acuerdo con el Teorema de Desacoplamiento de Appelquist-Carazzone [94]. Esto indica que, dentro de este protocolo de compactificación, debe existir una manera de generar las masas de dichas conexiones; de manera análoga al Mecanismo de Higgs. Como se verá a continuación, lo mismo que ocurre para teorías que presentan ruptura espontánea de una simetría, también sucede en este mecanismo de compactificación. El ocultamiento de una simetría de norma se manifiesta a través de dos tipos de transformaciones de gauge: Las transformaciones de norma estándar (SGT), del grupo  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , y un conjunto de transformaciones de norma no estándar (NSTG). Las NSTG son aquellas transformaciones del grupo extendido que no pertenecen al grupo usual. El último, y más trascendente paso de este protocolo, consiste en ocultar todo papel de las coordenadas extra de  $\mathcal{N}^n$  de la teoría; esto da lugar a la introducción de un número infinito de campos producidos por los mapeos canónicos. Estos campos se conocen como torres de Kaluza-Klein, y podemos identificar a algunas de estas torres con campos de norma estándar de  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , ya que no reciben masa a través del mecanismo de compactificación, mientras que el resto de torres sí recibe masa por medio de este protocolo. A lo largo de este desarrollo, se establecerán paralelismos del mecanismo de compactificación con el de Englert-Higgs, para remarcar las similitudes y diferencias que comparten.

En este capítulo comenzaremos por analizar el álgebra del grupo extendido de Poincaré  $ISO(1, 3 + n)$  y sus subrupos  $ISO(1, 3)$  y  $ISO(n)$ , además del rol de estos grupos en las constantes de movimiento del sistema. Posteriormente se estudiarán los formalismos conceptuales y técnicos que sustentan a una teoría de Yang-Mills pura, extendida a dimensiones extras. Tomando como punto de partida una curvatura extendida que define a una teoría pura de Yang Mills en donde, vista desde el grupo extendido, no existen campos masivos en la teoría, pero una vez que pasamos a la visión del grupo usual 4-dimensional, aparecen campos de norma masivos, sus respectivos pseudo bosones de Goldstone, así como campos escalares masivos. Por último, se presentan las conclusiones y aspectos más importantes de la teoría, así como los paralelismos existentes entre Dimensiones Extra Universales y el mecanismo de Englert-Higgs.

### 3.2.1. Notación

Denotaremos a los puntos del espacio tiempo extendido como  $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^{4+n}$ , donde  $x \in \mathcal{M}^4$  y  $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$ . Los índices de Lorentz serán denotados por letras mayúsculas:

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

$$\begin{aligned} M, N, \dots &= 0, 1, 2, 3, 5, 6, \dots \\ &= \mu, \bar{\mu} \end{aligned} \tag{3.1}$$

con  $\mu = 0, 1, 2, 3$  y  $\bar{\mu} = 5, 6, \dots, n+4$ . No se utiliza la etiqueta 4, ya que es costumbre reservarla para la coordenada temporal, que se denota por 0. Las conexiones y las curvaturas de  $SU(N, \mathcal{M}^{4+n})$  tienen entonces la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) &\rightarrow \text{Campo de norma de Yang-Mills} \\ \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) &\rightarrow \text{Curvaturas de Yang-Mills} \end{aligned} \tag{3.2}$$

### 3.2.2. Constantes de Movimiento del espacio-tiempo extendido

En un espacio tiempo de  $d$  dimensiones, con  $d = 4 + n$ , el grupo de Poincaré  $ISO(1, d - 1)$  se define a través de sus generadores, que en total son  $\frac{1}{2}d(d + 1)$ . De los cuales,  $d$  de ellos pertenecen al grupo de las Traslaciones  $T(1, d - 1)$  y los denotaremos como  $P_M$ . Los  $\frac{1}{2}d(d - 1)$  generadores restantes, denotados por  $J_{MN}$ , son los generadores del grupo de Lorentz  $SO(1, d - 1)$ . Estos generadores satisfacen el siguiente álgebra de Poincaré:

$$\begin{aligned} [P_M, P_N] &= 0 \\ [J_{MN}, P_R] &= i(g_{MR}P_N - g_{NR}P_M) \\ [J_{MN}, J_{RS}] &= i(g_{MR}J_{NS} - g_{MS}J_{NR} - g_{NR}J_{MS} + g_{NS}J_{MR}). \end{aligned} \tag{3.3}$$

Podemos identificar que en esta álgebra yacen dos subálgebras. Una corresponde al álgebra del grupo usual de Poincaré  $ISO(1, 3)$ :

$$\begin{aligned} [P_\mu, P_\nu] &= 0 \\ [J_{\mu\nu}, P_\rho] &= i(g_{\mu\rho}P_\nu - g_{\nu\rho}P_\mu) \\ [J_{\mu\nu}, J_{\rho\sigma}] &= i(g_{\mu\rho}J_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}J_{\nu\rho} - g_{\nu\rho}J_{\mu\sigma} + g_{\nu\sigma}J_{\mu\rho}). \end{aligned} \tag{3.4}$$

mientras que la otra está asociada con el grupo ortogonal inhomogéneo en  $n$  dimensiones  $ISO(n)$ :

$$\begin{aligned} [P_{\bar{\mu}}, P_{\bar{\nu}}] &= 0 \\ [J_{\bar{\mu}\bar{\nu}}, P_{\bar{\rho}}] &= i(\delta_{\bar{\mu}\bar{\rho}}P_{\bar{\nu}} - \delta_{\bar{\nu}\bar{\rho}}P_{\bar{\mu}}) \\ [J_{\bar{\mu}\bar{\nu}}, J_{\bar{\rho}\bar{\sigma}}] &= i(\delta_{\bar{\mu}\bar{\rho}}J_{\bar{\nu}\bar{\sigma}} - \delta_{\bar{\mu}\bar{\sigma}}J_{\bar{\nu}\bar{\rho}} - \delta_{\bar{\nu}\bar{\rho}}J_{\bar{\mu}\bar{\sigma}} + \delta_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}J_{\bar{\mu}\bar{\rho}}). \end{aligned} \tag{3.5}$$

Si identificamos a  $P_0$  como el Hamiltoniano del sistema, vemos que  $P_\mu, P_{\bar{\mu}}, J_{ij}$  y  $J_{\bar{\mu}\bar{\nu}}$  son todas constantes de movimiento. Esto implica que todos los generadores del grupo inhomogéneo  $ISO(n)$  son constantes de movimiento; este hecho juega un papel central para generar el espectro de masas de Kaluza-Klein. Más adelante veremos que el invariante de Casimir  $P_{\bar{\mu}}P^{\bar{\mu}}$  nos permite definir un conjunto completo de funciones ortogonales que determina: 1) un mapeo canónico para pasar de la perspectiva de dimensiones extra a cuatro dimensiones, y 2) un espectro de masas para los modos de Kaluza-Klein que respeta el Teorema de Desacoplamiento. Cabe resaltar que los generadores de boost,  $J_{0i}$  y  $J_{0\bar{\mu}}$ , no representan cantidades conservadas.

## 3.3. Teorías de Yang-Mills con Dimensiones Extra

Partimos definiendo una teoría efectiva de campos de norma gobernada por los grupos de simetría extendidos  $\{ISO(1, 3+n), SU(N, \mathcal{M}^d)\}$ , y cuyos parámetros de norma están definidos en

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

la variedad extendida  $\mathcal{M}^d$ . Se asume que la acción de la teoría consiste en una funcional que actúa sobre los campos de norma. Se tiene que la teoría no es renormalizable en el sentido de Dyson [95], [96], por lo que la acción se considerará como una serie infinita de términos invariantes de Lorentz y de Norma cuya dimensión canónica va creciendo en cada término de la serie; esto es:

$$S_{eff}[\mathcal{A}_\mu^a] = \int d^4 x d^n \bar{x} \mathcal{L}_{4+n}(\mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{D}_A^a \mathcal{F}_{MN}^a, \dots), \quad (3.6)$$

donde

$$\mathcal{L}_{4+n} = -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{F}_a^{MN} + \sum_{\mathbf{d}} \frac{\lambda_{\mathbf{d}}}{\Lambda^{\mathbf{d}}} \mathcal{L}^{\mathbf{d}+d}(\mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{D}_A^a \mathcal{F}_{MN}^a, \dots) \quad (3.7)$$

con la curvatura  $d$ -dimensional dada por:

$$\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) = \partial_M \mathcal{A}_N^a(x, \bar{x}) - \partial_N \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) + g_{4+n} f^{abc} \mathcal{A}_M^b(x, \bar{x}) \mathcal{A}_N^c(x, \bar{x}). \quad (3.8)$$

En esta última expresión,  $g_{4+n}$  y  $f^{abc}$  son la constante de acoplamiento y las constantes de estructura del grupo extendido de norma,  $SU(N, \mathcal{M}^d)$ . Bajo este grupo, las conexiones y curvaturas extradimensionales se transforman como sigue:

$$\delta \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) = \mathcal{D}_M^{ab} \alpha^b(x, \bar{x}), \quad (3.9a)$$

$$\delta \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) = g_{4+n} f^{abc} \mathcal{F}_{MN}^b(x, \bar{x}) \alpha^c(x, \bar{x}) \quad (3.9b)$$

donde las funciones  $\alpha^a(x, \bar{x})$  son los parámetros del grupo de norma y  $\mathcal{D}_M^{ab} = \delta^{ab} \partial_M - g_{4+n} f^{abc} \mathcal{A}_M^c(x, \bar{x})$  es la derivada covariante en la representación adjunta de  $SU(N, \mathcal{M}^d)$ . El primer término de (3.7) corresponde a la versión en  $d$  dimensiones del lagrangiano usual de Yang-Mills en 4 dimensiones. El siguiente término,  $\mathcal{L}^{\mathbf{d}+d}$ , corresponde a invariantes de Lorentz y de norma de dimensión canónica mayor que  $d$ , que se conforman de las curvaturas extendidas y sus derivadas covariantes. Estos términos de dimensión mayor que  $d$ , multiplicados por constantes desconocidas  $\lambda^{\mathbf{d}}$  se encuentran suprimidos por potencias negativas de la escala de energía  $\Lambda$ , la cual se asume que es mucho mayor a la escala en que esta teoría es válida. Cabe notar que el primer término de (3.7) no depende de esta escala  $\Lambda$ , por lo que más adelante veremos que este término es clave para pasar a la descripción del grupo usual  $\{ISO(1, 3), SU(N, \mathcal{M}^4)\}$ .

### 3.3.1. Ocultamiento de la simetría

Para obtener la descripción en cuatro dimensiones de una teoría de Yang-Mills extra dimensional, es necesario definir mapeos que nos permitan decender del régimen de altas energías donde es válida la descripción de  $\{ISO(1, 3+n), SU(N, \mathcal{M}^d)\}$ ; a una descripción de energías más bajas donde la compactificación de las dimensiones extra es aparente, por lo que es necesario recurrir a la simetría usual  $\{ISO(1, 3), SU(N, \mathcal{M}^4)\}$ .

Antes de proceder, es importante recalcar que los grupos  $SO(n)$  y  $SO(1, 3)$  son subgrupos de  $SO(1, 3+n)$ . Además de que los campos de norma  $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$  ( $M = 0, 1, 2, 3; 5, \dots, d \equiv \mu; \bar{\mu}$ ) que son vectores de  $SO(1, 3+n)$  pueden verse como un 4-vector  $\mathcal{A}_\mu^a$  de  $SO(1, 3)$  y como  $n$  escalares de  $SO(1, 3)$  denotados por  $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a$ . A su vez, podemos pensar que las 4 componentes de  $\mathcal{A}_\mu^a$  son escalares de  $SO(n)$ , y  $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a$  representa un  $n$ -vector de  $SO(n)$ .

El presente análisis se realizará sobre el primer término del lagrangiano (3.7), ya que los términos siguientes de la serie son suprimidos por potencias inversas de la escala de energía a la cual es válida esta teoría;  $\Lambda$ . Este término define la siguiente acción

$$S[\mathcal{A}_M^a] = -\frac{1}{4} \int d^4 x d^n \bar{x} \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{MN}(x, \bar{x}). \quad (3.10)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

Comenzaremos por ocultar la simetría del grupo de Poincaré extendido  $ISO(1, 3 + n)$  al grupo 4-dimensional inhomógeno de Lorentz  $ISO(1, 3)$ . Realizamos un mapeo que relacione objetos covariantes de  $SO(1, 3 + n)$  a objetos covariantes de sus subgrupos  $\{SO(1, 3), SO(n)\}$ :

$$\begin{aligned} SO(1, 3 + n) &\mapsto \{SO(1, 3), SO(n)\} \\ \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) &\mapsto \{\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}), \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x})\}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Este mapeo transforma la curvatura extendida en

$$\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\} \quad (3.12)$$

Donde  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})$ ,  $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$  se transforman como 2-tensor, 1-tensor y 0-tensor bajo el grupo  $SO(1, 3)$ ; y como 0-tensor, 1-tensor y 2-tensor bajo  $SO(n)$ , respectivamente.

Los mapeos (3.11) y (3.12) transforman la acción (3.10) en

$$\begin{aligned} S[\mathcal{A}_\mu^a, \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a] = &-\frac{1}{4} \int d^4x d^n\bar{x} [\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\mu\nu}(x, \bar{x}) + 2\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\mu\bar{\nu}}(x, \bar{x}) \\ &+ \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\bar{\mu}\bar{\nu}}(x, \bar{x})] \end{aligned} \quad (3.13)$$

La cual es manifiestamente invariante bajo los grupos  $SO(1, 3)$  y  $SO(n)$ . Sin embargo, la simetría extendida  $SO(1, 3 + n)$  no ha desaparecido ya que podemos regresar trivialmente a la acción (3.10). Es importante observar que el mapeo (3.11) dividió al campo de norma extendido  $\mathcal{A}_M^a$  en dos campos  $\mathcal{A}_\mu^a$  y  $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a$ ; Mientras que a la curvatura extendida  $\mathcal{F}_{MN}^a$  en 3 tensores diferentes:  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})$ ,  $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$ . Lo cual quiere decirnos que la acción (3.13) sigue estando gobernada por la simetría de norma extendida  $SU(N, \mathcal{M}^d)$ .

Para poder abandonar completamente la perspectiva del grupo de norma extendido, es necesario eliminar de la teoría todo rastro de las coordenadas extra  $\bar{x}$ . Este paso es altamente no trivial, ya que tales coordenadas representan etiquetas continuas que cuentan grados de libertad. Para poder eliminar todo rol dinámico del grupo  $SO(n)$ , asumamos que se ha llevado a cabo un esquema de compactificación de la variedad  $\mathcal{N}^n$ , y sea  $\{f^{(m)}(\bar{x})\}$  un conjunto completo de funciones ortogonales definidas en la variedad compacta. De esta manera los campos resultantes del mapeo (3.11), así como los parámetros de norma, pueden descomponerse en esta base mediante una serie general de Fourier como sigue

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) A_\mu^{(m)a}(x), \quad (3.14a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x), \quad (3.14b)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) \alpha^{(m)a}(x), \quad (3.14c)$$

expresiones análogas definen los mapeos para los momentos canónicos  $\Pi_\mu^a$  y  $\Pi_{\bar{\mu}}^a$  de los campos de norma  $\mathcal{A}_\mu^a$  y  $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a$ , respectivamente. La notación  $\sum_{(m)}$ , representa la suma general de los modos de Fourier; esta se define en el Capítulo 4. En los mapeos (3.14), los grados de libertad que cuentan las etiquetas continuas  $\bar{x}$ , se traducen ahora en los campos infinitos  $A_\mu^{(m)a}$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ , mientras que las funciones base  $f^{(m)}(\bar{x})$  no representan grados de libertad. Los mapeos (3.14) pueden ser revertidos si se asume que el conjunto  $\{f^{(m)}(\bar{x})\}$  está normalizado

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

$$A_\mu^{(m)a}(x) = \int d^n \bar{x} f^{(m)}(\bar{x}) \mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}), \quad (3.15a)$$

$$A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) = \int d^n \bar{x} f^{(m)}(\bar{x}) \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}). \quad (3.15b)$$

Haciendo uso de la ortonormalidad del conjunto  $\{f^{(m)}(\bar{x})\}$ , podemos ver que los mapeos (3.14) son canónicos, ya que los paréntesis de Poisson fundamentales de los campos de norma en la variedad extendida

$$\{\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}), \Pi_\nu^b(x', \bar{x}')\} = \delta_{ab} \delta_{\mu\nu} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta(\bar{x} - \bar{x}'), \quad (3.16a)$$

$$\{\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}), \Pi_{\bar{\nu}}^b(x', \bar{x}')\} = \delta_{ab} \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta(\bar{x} - \bar{x}'). \quad (3.16b)$$

se transforman en

$$\{A_\mu^{(m)a}(x), \pi_\nu^{(n)b}(x')\} = \delta_{ab} \delta_{\mu\nu} \delta^{(m)(n)} \delta(\vec{x} - \vec{x}'), \quad (3.17a)$$

$$\{A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x), \pi_{\bar{\nu}}^{(n)b}(x')\} = \delta_{ab} \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} \delta^{(m)(n)} \delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (3.17b)$$

Donde se define el siguiente producto de deltas de Kronecker

$$\delta^{(m)(n)} = \delta_{m_1 n_1} \delta_{m_2 n_2} \cdots \delta_{m_n n_n}. \quad (3.18)$$

Cabe resaltar que los mapeos (3.14) mantienen su carácter canónico sin importar el esquema de compactificación elegido o la geometría de la variedad; ya que sólo nos hemos valido de la completitud del conjunto de funciones  $\{f^{(m)}(\bar{x})\}$ .

Este segundo mapeo mantiene la naturaleza covariante del primer mapeo (3.11), ya que podemos establecer que los campos  $A_\mu^{(m)a}(x)$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)$ , definidos en la variedad 4-dimensional, se transforman como un vector y  $n$  escalares de  $SO(1, 3)$  respectivamente. Sin embargo, para poder proceder con el análisis, es necesario determinar como estos nuevos campos se transforman bajo el grupo usual de norma  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ . Vemos que el mapeo (3.11) divide en dos la variación del campo  $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$  dada por (3.9) en

$$\delta \mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = \mathcal{D}_\mu^{ab} \alpha^b(x, \bar{x}) \quad (3.19a)$$

$$\delta \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{ab} \alpha^b(x, \bar{x}) \quad (3.19b)$$

Antes de proceder con el análisis, notamos que la función constante  $f^{(0)}$  puede considerarse como un elemento más del conjunto base  $\{f^{(m)}(\bar{x})\}$ , con la única pero fundamental diferencia de que la función constante es el único elemento de esta base que no depende de las particularidades de la variedad compacta. Por lo que a partir de ahora, el conjunto de funciones base de la variedad euclidiana será  $\{f^{(0)}, f^{(m)}(\bar{x})\}$ ; esto quiere decir que el mapeo (3.14) toma la siguiente forma

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = f^{(0)} A_\mu^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) A_\mu^{(m)a}(x), \quad (3.20a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = f^{(0)} A_{\bar{\mu}}^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x), \quad (3.20b)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x}) = f^{(0)} \alpha^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f^{(m)}(\bar{x}) \alpha^{(m)a}(x), \quad (3.20c)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

Tomando esto en consideración, y usando el hecho de que la base  $\{f^{(0)}, f^{(\underline{m})}(\bar{x})\}$  es ortogonal, las variaciones dadas por (3.19) se descomponen en:

$$\delta A_{\mu}^{(0)a}(x) = \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ab} \alpha^{(0)b}(x) + g f^{abc} \sum_{(\underline{m})} A_{\mu}^{(\underline{m})b}(x) \alpha^{(\underline{m})c}(x), \quad (3.21a)$$

$$\delta A_{\mu}^{(\underline{m})a}(x) = g f^{abc} A_{\mu}^{(\underline{m})b}(x) \alpha^{(0)c}(x) + \sum_{(\underline{r})} \mathcal{D}_{\mu}^{(\underline{mr})ab} \alpha^{(\underline{r})b}(x), \quad (3.21b)$$

$$\begin{aligned} \delta A_{\bar{\mu}}^{(0)a}(x) &= g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(0)b}(x) \alpha^{(0)c}(x) + g f^{abc} \sum_{(\underline{m})} A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})b}(x) \alpha^{(\underline{m})c}(x) \\ &+ \sum_{(\underline{m})} \left[ \int d^n \bar{x} f^{(0)} \partial_{\bar{\mu}} f^{(\underline{m})}(\bar{x}) \right] \alpha^{(\underline{m})a}(x), \end{aligned} \quad (3.21c)$$

$$\begin{aligned} \delta A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}(x) &= g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})b}(x) \alpha^{(0)c}(x) + g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(0)b}(x) \alpha^{(\underline{m})c}(x) \\ &- \sum_{(\underline{r})} \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(\underline{mr})ab} \alpha^{(\underline{r})b}(x), \end{aligned} \quad (3.21d)$$

con

$$\mathcal{D}_{\mu}^{(\underline{mr})ab} = \delta^{(\underline{mr})ab} \mathcal{D}^{(0)ab} - g f^{abc} \sum_{(\underline{s})} \Delta_{(\underline{mrs})} A_{\mu}^{(\underline{s})c}, \quad (3.22a)$$

$$\mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(\underline{mr})ab} = -\delta^{ab} \int d^n \bar{x} f^{(\underline{m})}(\bar{x}) \partial_{\bar{\mu}} f^{(\underline{r})}(\bar{x}) + g f^{abc} \sum_{(\underline{s})} \Delta_{(\underline{mrs})} A_{\bar{\mu}}^{(\underline{s})c}, \quad (3.22b)$$

donde hemos identificado a  $\mathcal{D}^{(0)ab} = \delta^{ab} \partial_{\mu} - g f^{abc} A_{\mu}^{(0)c}$  como la derivada covariante de  $SU(N, \mathcal{M}^4)$  en la representación adjunta. Para poder hacer esta identificación, la constante de acoplamiento en el espacio  $4 + n$  dimensional ha sido reescalada para poder identificar a la constante adimensional usual:

$$g = f^{(0)} g_{(4+n)}. \quad (3.23)$$

Esta relación es de suma importancia ya que nos permite aterrizar a la teoría usual 4-dimensional de Yang-Mills.

El símbolo  $\Delta_{(\underline{mrs})}$  se ha definido como:

$$\Delta_{(\underline{mrs})} = \frac{1}{f^{(0)}} \int d^n \bar{x} f^{(\underline{m})}(\bar{x}) f^{(\underline{r})}(\bar{x}) f^{(\underline{s})}(\bar{x}). \quad (3.24)$$

Esta cantidad será analizada con más precisión posteriormente. En las expresiones anteriores se ha establecido que los modos cero de los campos y los parámetros de norma (por ejemplo  $A_{\mu}^{(0)a}$ ) son las componentes a lo largo del elemento base  $f^{(0)}$ ; y los modos excitados (por ejemplo  $A_{\mu}^{(\underline{m})a}$ ) son las componentes a lo largo de los demás elementos de la base  $f^{(\underline{m})}(\bar{x})$ .

De manera análoga al mecanismo de Englert-Higgs, queremos pasar de una teoría simétrica bajo el grupo extendido  $SU(N, \mathcal{M}^d)$ , a una teoría donde sea explícita la invariancia bajo algún subgrupo de este; en nuestro caso este grupo es  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ . El paso a seguir es encontrar aquellas transformaciones de  $SU(N, \mathcal{M}^d)$  que definan a nuestro subgrupo de interés. Esta identificación se logra considerando que los modos cero de los parámetros de norma de la teoría extendida  $\alpha^{(0)}(\bar{x})$  son los parámetros de norma que definen la teoría usual invariante bajo  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ . Por lo que, al tomar igual a cero los parámetros excitados ( $\alpha^{(\underline{m})}(\bar{x}) = 0$ ), las variaciones (3.21) toman la siguiente forma

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

$$\delta A_\mu^{(0)a}(x) = \mathcal{D}_\mu^{(0)ab} \alpha^{(0)b}(x), \quad (3.25a)$$

$$\delta A_\mu^{(m)a}(x) = g f^{abc} A_\mu^{(m)b}(x) \alpha^{(0)c}(x), \quad (3.25b)$$

$$\delta A_{\bar{\mu}}^{(0)a}(x) = g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(0)b}(x) \alpha^{(0)c}(x), \quad (3.25c)$$

$$\delta A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) = g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(m)b}(x) \alpha^{(0)c}(x). \quad (3.25d)$$

A estas transformaciones definidas por  $\alpha^{(0)}(\bar{x})$  las llamaremos Transformaciones de Norma Estándar (ó SGT por sus siglas en inglés); las cuales nos indican que  $A_\mu^{(0)a}(x)$  se transforma como una conexión, mientras que el resto de los campos  $A_\mu^{(m)a}(x)$ ,  $A_{\bar{\mu}}^{(0)a}(x)$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)$  se transforman como campos de materia bajo el grupo usual  $SU(N, \mathcal{M}^4)$  en la representación adjunta.

Hasta este momento no hemos tomado en cuenta el hecho de que en la teoría pura 4-dimensional de Yang-Mills no existen campos escalares, ya que la teoría está conformada únicamente de campos de norma. Por lo que la existencia de los campos escalares  $A_\mu^{(0)a}(x)$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)$  bajo  $SO(1, 3)$  debe ser consecuencia de que estamos considerando la existencia de  $n$  dimensiones extra. Debido a esto, debemos satisfacer el requerimiento físico de recuperar la teoría usual de Yang-Mills en el límite  $R \rightarrow 0$  (a escalas de energía mucho menores que  $R^{-1}$ ; o equivalentemente, a distancias demasiado grandes tales que el tamaño promedio de la variedad compacta es imperceptible). En otras palabras, los efectos de nueva física deben desacoplarse, tal como lo establece el teorema de desacoplamiento [94]. Para poder justificar este desacoplamiento, resaltamos la introducción de la función constante  $f^{(0)}$ , que aparentemente podría parecer trivial, sin embargo esta función es la única que no depende en ninguna forma de la geometría de la dimensión compacta. De este hecho se infiere que cualquier campo que no cuente con un análogo en la teoría 4-dimensional, no tiene componente a lo largo de esta función clave  $f^{(0)}$ . Más aún, del hecho de que la función constante sea trivialmente par bajo el intercambio  $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$ , nos sugiere que debemos dividir al conjunto completo de funciones ortonormales en dos conjuntos independientes: uno que contiene a las funciones par  $\{f_E^{(0)}, f_E^{(m)}(\bar{x})\}$ , y otro que contenga a las funciones impares  $\{f_O^{(m)}(\bar{x})\}$ . Con esto postulamos que cualquier campo con contraparte estándar es par bajo la reflexión  $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$ , mientras que aquellos que carezcan de un análogo 4-dimensional son impares bajo este intercambio. Con esta implementación, los mapeos (3.20) se convierten en:

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} A_\mu^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) A_\mu^{(m)a}(x), \quad (3.26a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_O^{(m)}(\bar{x}) A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x), \quad (3.26b)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \alpha^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) \alpha^{(m)a}(x). \quad (3.26c)$$

Además, esta asunción elimina las ecuaciones (3.21c) y (3.25c), y reduce a (3.21d) en

$$\delta A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) = g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(m)b}(x) \alpha^{(0)c}(x) - \sum_{(x)} \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ab} \alpha^{(x)b}(x), \quad (3.27)$$

donde las cantidades (3.22) se convierten en

$$\mathcal{D}_\mu^{(mr)ab} = \delta^{(mr)} \mathcal{D}^{(0)ab} - g f^{abc} \sum_{(s)} \Delta_{(mrs)} A_\mu^{(s)c}, \quad (3.28a)$$

$$\mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ab} = -\delta^{ab} p_{\bar{\mu}}^{(mr)} + g f^{abc} \sum_{(s)} \Delta'_{(mrs)} A_{\bar{\mu}}^{(s)c}, \quad (3.28b)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

donde se ha definido

$$p_{\bar{\mu}}^{(mr)} = \int d^n \bar{x} f_O^{(m)}(\bar{x}) \partial_{\bar{\mu}} f_E^{(r)}(\bar{x}). \quad (3.29)$$

Observe que el símbolo definido en (3.24) se divide en dos debido a la existencia de dos conjuntos independientes de funciones, uno par y el otro impar:

$$\Delta_{(mrs)} = \frac{1}{f^{(0)}} \int d^n \bar{x} f_E^{(m)}(\bar{x}) f_E^{(r)}(\bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{x}), \quad (3.30a)$$

$$\Delta'_{(mrs)} = \frac{1}{f^{(0)}} \int d^n \bar{x} f_O^{(m)}(\bar{x}) f_O^{(r)}(\bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{x}). \quad (3.30b)$$

De estas definiciones podemos ver que la cantidad  $\Delta_{(mrs)}$  es simétrica bajo el intercambio de cualquiera de sus índices de Fourier  $\underline{m}$ ,  $\underline{r}$  o  $\underline{s}$ ; mientras que  $\Delta'_{(mrs)}$  sólo es simétrica bajo el intercambio de sus primeros índices  $\underline{m}$  o  $\underline{r}$ . Para poder determinar estas cantidades, necesitamos primero definir cuales son estas funciones  $f^{(m)}(\bar{x})$  que conforman al conjunto completo.

Para establecer cómo se transforman los campos  $A_{\mu}^{(0)a}(x)$ ,  $A_{\mu}^{(m)a}(x)$ , y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)$  bajo el grupo estándar  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , tomamos como cero a los parámetros excitados  $\alpha^{(m)a}(x)$ . Pero tales parámetros también definen transformaciones de norma para estos campos, sólo que no bajo el grupo de simetría usual (cuya invariancia es ahora explícita después de los mapeos canónicos), sino que bajo la simetría extendida  $SU(N, \mathcal{M}^d)$  ahora oculta. Esto no debe asombrarnos, ya que esta es la naturaleza de una teoría donde se ha implementado un ocultamiento de una simetría de norma. Cuando queremos pasar de una teoría gobernada por un grupo de Lie  $G$ , a la misma teoría donde sea explícita la invariancia bajo algún subgrupo  $H \in G$ ; existen parámetros de norma que definen transformaciones del grupo  $G$  que no pertenecen al subgrupo  $H$ . En nuestro caso, los grupos  $SU(N, \mathcal{M}^4)$  y  $SU(N, \mathcal{M}^d)$  son idénticos como grupos de Lie, pero difieren como grupos de Norma. En ambos casos, la existencia de estos parámetros adicionales a la simetría explícita, nos indica la existencia de un grupo de norma más “grande” que se encuentra oculto. Es importante recalcar que la simetría original extendida  $SU(N, \mathcal{M}^d)$  no se ha anulado, ya que el álgebra que satisface constricciones que definen a la teoría están dadas en términos de los Paréntesis de Poisson fundamentales (3.16), los cuales son preservados por los mapeos canónicos (3.11), (3.26a) y (3.26b). Una consecuencia de esto es que los campos  $A_{\mu}^{(m)a}(x)$  no pierden su naturaleza de campos de norma, sólo que vistos bajo el lente de la teoría 4-dimensional, estos se transforman como campos de materia.

Los parámetros excitados  $\alpha^{(m)a}(x)$  definen las Transformaciones de Norma No Estándar (NSGT) como sigue:

$$\delta_{ns} A_{\mu}^{(0)a}(x) = g f^{abc} \sum_{(m)} A_{\mu}^{(m)b}(x) \alpha^{(m)c}(x), \quad (3.31a)$$

$$\delta_{ns} A_{\mu}^{(m)a}(x) = \sum_{(r)} \mathcal{D}_{\mu}^{(mr)ab} \alpha^{(r)b}(x), \quad (3.31b)$$

$$\delta_{ns} A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) = - \sum_{(r)} \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ab} \alpha^{(r)b}(x). \quad (3.31c)$$

Estos parámetros excitados  $\alpha^{(m)a}(x)$  son de suma importancia para poder cuantizar la teoría tal como lo establecen H. Novales y J. Toscano en [97], tomando como base el formalismo BRST [98], [99].

Hasta ahora hemos tenido éxito ocultando la simetría extendida  $\{ISO(1, 3+n), SU(N, \mathcal{M}^d)\}$  en la simetría 4-dimensional usual  $\{ISO(1, 3), SU(N, \mathcal{M}^4)\}$ : Las  $4+n$  conexiones originales  $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

han sido mapeadas al conjunto infinito de campos  $\{A_\mu^{(0)a}, A_\mu^{(m)a}, A_{\bar{\mu}}^{(m)a}\}$  con la ayuda de los mapeos canónicos (3.11), (3.26a) y (3.26b). Hemos encontrado que los campos  $A_\mu^{(0)a}$  corresponden a las 4 conexiones del grupo de norma estándar  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , mientras que los campos  $\{A_\mu^{(m)a}, A_{\bar{\mu}}^{(m)a}\}$ , a los cuales nos referiremos como excitaciones de Kaluza-Klein de  $A_\mu^{(0)a}$ , se transforman como campos de materia en la representación adjunta del grupo usual. De manera análoga al mecanismo de Englert-Higgs, cuando pasamos de la perspectiva de un grupo  $G$  cuyas conexiones son  $A_\mu^a$ , a un subgrupo  $H$  de este, con un número menor de conexiones  $A_{\bar{\mu}}^{\bar{a}}$ ; el resto de conexiones  $A_\mu^{\hat{a}}$  de  $G$  se transforman como campos de materia bajo  $H$  y pueden ser dotados de masa. En nuestro caso los campos  $\{A_\mu^{(m)a}, A_{\bar{\mu}}^{(m)a}\}$  se transforman como campos de materia bajo  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ , así que pueden ser dotadas de masa. Sin embargo recordemos que debe existir una relación uno-a-uno entre los parámetros de norma de una teoría con las conexiones de esta. Por lo que es inmediato concluir que la única posibilidad para cumplir este requerimiento es:

$$\alpha^{(0)a}(x) \leftrightarrow A_\mu^{(0)a} \quad (3.32a)$$

$$\alpha^{(m)a}(x) \leftrightarrow A_{\bar{\mu}}^{(m)a} \quad (3.32b)$$

Por lo que los campos  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$  no son campos de norma; tal como se esperaba. A continuación analizaremos el mecanismo análogo al de Englert-Higgs, que nos permite dotar de masa a estas excitaciones de Kaluza-Klein.

### 3.3.2. Espectro de Masas

Hasta ahora hemos definido el mecanismo para ocultar la simetría extendida  $SU(N, \mathcal{M}^d)$ , cuya invarianza es explícita en (3.10); a una teoría manifiestamente invariante bajo  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ ; con la ayuda de los mapeos (3.11) y (3.26). Aunque no hemos visto como se ve la acción original después de aplicar estos mapeos canónicos; así como tampoco conocemos aún el mecanismo para poder dotar de masa a los campos de norma  $A_\mu^{(m)a}$  así como a los escalares  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ . Veamos a continuación como este mecanismo se encuentra arraigado en la estructura de la teoría misma. Para ver esto, notamos que las curvaturas  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})$ ,  $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$  son pares, impares y pares respecto al intercambio  $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$ , respectivamente. Por lo que pueden ser descompuestas de la siguiente forma:

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a}(x), \quad (3.33a)$$

$$\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_O^{(m)}(\bar{x}) \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a}(x), \quad (3.33b)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x). \quad (3.33c)$$

Una vez integradas las coordenadas extra  $\bar{x}$ , obtenemos un lagrangiano efectivo dado por

$$\mathcal{L}_{eff}^{YM} = \mathcal{L}_{VV}^{YM} + \mathcal{L}_{VS}^{YM} + \mathcal{L}_{SS}^{YM}, \quad (3.34)$$

donde estos sectores se distinguen por contener interacciones de tipo *Vector-Vector*, *Vector-Escalar* y *Escalar-Escalar*; respectivamente:

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

$$\mathcal{L}_{VV}^{YM} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a}(x)\mathcal{F}_a^{(0)\mu\nu}(x) - \frac{1}{4}\sum_{(m)}\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a}(x)\mathcal{F}_a^{(m)\mu\nu}(x), \quad (3.35a)$$

$$\mathcal{L}_{VS}^{YM} = \frac{1}{2}\sum_{(m)}\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a}(x)\mathcal{F}_{\bar{\nu}}^{(m)a\mu}(x), \quad (3.35b)$$

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)a}(x)\mathcal{F}_a^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) - \frac{1}{4}\sum_{(m)}\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a}(x)\mathcal{F}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x). \quad (3.35c)$$

Los lagrangianos (3.35b) y (3.35c) tienen la forma de un sector cinético escalar y un potencial escalar, respectivamente. Esto nos señala que las masas de los campos de norma  $A_\mu^{(m)a}$  y los escalares  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$  pueden ser generadas por los lagrangianos (3.35b) y (3.35c), respectivamente. Podemos inferir esto ya que en el mecanismo de Englert-Higgs, es en el sector cinético del campo escalar donde surge la masa de ciertas conexiones, y en el potencial escalar surge la masa del campo escalar. Para ver con más claridad que los lagrangianos anteriores tienen esta forma, veamos que las 1-formas y 0-formas que definen a estas curvaturas tienen términos lineales en dichos campos:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a}(x) &= \mathcal{D}_\mu^{(0)ab}A_{\bar{\nu}}^{(m)b}(x) - \sum_{(r)}A_\mu^{(r)a}(x)\int d^n\bar{x}f_O^{(r)}(\bar{x})\partial_{\bar{\nu}}f_E^{(r)}(\bar{x}) \\ &\quad + gf^{abc}\sum_{(rs)}\Delta'_{(rsm)}A_\mu^{(r)b}(x)A_{\bar{\nu}}^{(s)c}(x), \end{aligned} \quad (3.36a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) &= \sum_{(r)}A_{\bar{\alpha}}^{(r)a}(x)\int d^n\bar{x}f_E^{(m)}(\bar{x})\left[\delta_{\bar{\alpha}\bar{\nu}}\partial_{\bar{\mu}}f_O^{(r)}(\bar{x}) - \delta_{\bar{\alpha}\bar{\mu}}\partial_{\bar{\nu}}f_O^{(r)}(\bar{x})\right] \\ &\quad + gf^{abc}\sum_{(rs)}\Delta'_{(rsm)}A_{\bar{\mu}}^{(r)b}(x)A_{\bar{\nu}}^{(s)c}(x), \end{aligned} \quad (3.36b)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) = gf^{abc}\sum_{(m)}A_{\bar{\mu}}^{(m)b}(x)A_{\bar{\nu}}^{(m)c}(x). \quad (3.37)$$

Al desarrollar estas curvaturas (3.36a) y (3.36b), manifiestamente invariantes bajo la simetría usual, se nos revela un aspecto muy importante. Primero notemos que, las funciones  $\partial_{\bar{\mu}}f_E^{(m)}(\bar{x})$  y  $\partial_{\bar{\mu}}f_O^{(m)}(\bar{x})$  son impar y par, respectivamente. Este hecho garantiza la existencia de los términos de masa para los campos  $A_\mu^{(m)a}$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ , además de darnos un indicio de como definir a estos conjuntos de funciones ortonormales  $\{f_E^{(0)}, f_E^{(m)}(\bar{x})\}$  y  $\{f_O^{(m)}(\bar{x})\}$ .

Para generar este conjunto completo de funciones base, necesitamos de alguna observable relacionada con las dimensiones extra. Es decir, requerimos de un operador Hermitiano que genere una base ortogonal asociada a un conjunto real de eigenvalores. Como se muestra en las ecuaciones (3.4) y (3.5), disponemos de  $\frac{n+1}{2}$  invariantes de Casimir para elegir del grupo inhomogéneo  $ISO(n)$ , ya que todos sus generadores son constantes de movimiento. Como se mencionó, el invariante predilecto será aquel asociado con el subgrupo de traslaciones en las dimensiones extra  $T(n)$ , dado por  $\bar{P}^2 = P_{\bar{\mu}}P_{\bar{\mu}}$ . De tal forma que, si  $\{|\bar{p}\rangle\}$  es la base de kets generada por  $P_{\bar{\mu}}$ , entonces

$$P_{\bar{\mu}}|\bar{p}\rangle = p_{\bar{\mu}}|\bar{p}\rangle. \quad (3.38)$$

Estos kets también son eigenkets de  $\bar{P}^2$

$$\bar{P}^2|\bar{p}\rangle = P_{\bar{\mu}}P_{\bar{\mu}}|\bar{p}\rangle = p_{\bar{\mu}}p_{\bar{\mu}}|\bar{p}\rangle = \bar{p}^2|\bar{p}\rangle. \quad (3.39)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

Al proyectar en la base de las coordenadas  $\{\bar{x}\}$ , se tiene

$$\langle \bar{x} | \bar{P}^2 | \bar{p} \rangle = \bar{p}^2 \langle \bar{x} | \bar{p} \rangle \quad (3.40)$$

Pero sobre la base de coordenadas, el operador de momento tiene un carácter de operador diferencial:

$$P_{\bar{\mu}} \rightarrow -i\partial_{\bar{\mu}}, \quad (3.41)$$

por consecuencia se obtiene

$$(\bar{\Delta} + \bar{p}^2) f(\bar{x}) = 0 \quad (3.42)$$

donde  $\bar{\Delta} \equiv \partial_{\bar{\mu}}\partial_{\bar{\mu}}$  y  $f(\bar{x}) = \langle \bar{x} | \bar{p} \rangle$ . Es claro que las soluciones para esta ecuación son ondas planas de la forma

$$f(\bar{x}) \sim e^{\pm i\bar{p}\cdot\bar{x}} \quad (3.43)$$

En un espacio infinito, el espectro desplegado por  $p_{\bar{\mu}}$  es continuo, pero como la variedad  $\mathcal{N}^n$  es compacta, este genera un espectro discreto de momentos; de manera análoga a una partícula confinada en una caja, en donde el momento toma valores discretos debido a las condiciones de frontera. Es ahora momento de definir la geometría de nuestra variedad compacta.

### Compactificación

En un primer acercamiento, consideramos a un  $n$ -toro como el punto de partida para construir nuestra variedad compacta. Iniciemos esta construcción con una sola dimensión adicional ( $n = 1$ ). El 1-toro es la variedad  $S^1$  (círculo) que se obtiene identificando las fronteras de un segmento de línea,  $[0, 2\pi R_1]$ , como un solo punto.

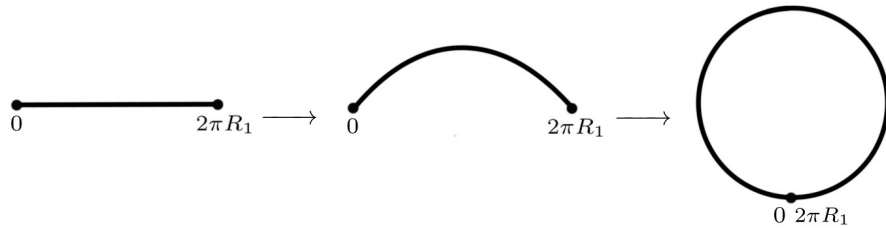


Figura 3.2: Construcción del 1-Toro o círculo  $S^1$  de radio  $R_1$ , a partir de un segmento de recta.

El 2 toro  $T^2$  proviene entonces de identificar los lados opuestos de un cuadrado de lado  $2\pi R$  [100].

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

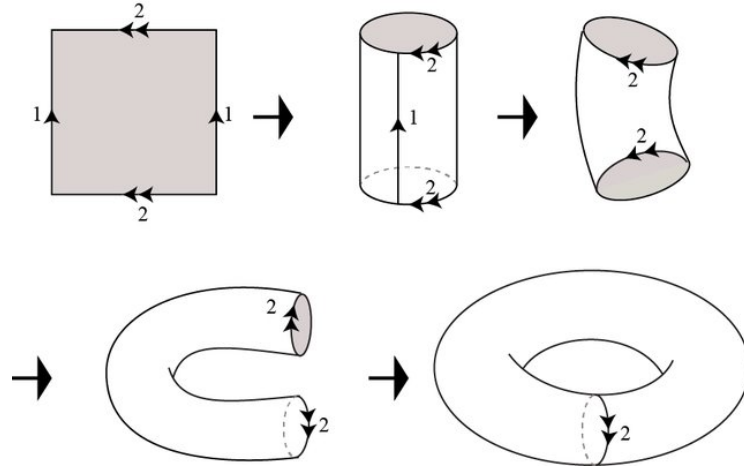


Figura 3.3: Construcción de un 2-Toro,  $T^2$ , a partir de un cuadrado.

Esto es equivalente a tomar el producto directo de dos círculos  $S^1$

$$T^2 = S^1 \times S^1. \quad (3.44)$$

Por lo que el  $n$ -toro proviene de identificar las fronteras de un  $n$ -cubo; o equivalentemente, el producto directo de  $n$  copias de  $S^1$ ,

$$T^n = \underbrace{S^1 \times \dots \times S^1}_{n\text{-veces}}. \quad (3.45)$$

Estudiemos los requisitos físicos a considerar en la estructura de estas geometrías: periodicidad y paridad.

Para el caso más simple,  $n = 1$ , la geometría de la variedad impone la siguiente condición de periodicidad para sus elementos  $\bar{x}_1 \in S^1$ :

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_1 + 2\pi R_1. \quad (3.46)$$

Esta propiedad periódica es intrínseca a la variedad que hemos escogido, sin embargo, no nos es suficiente para construir nuestra teoría; ya que la variedad por sí misma carece de una estructura de paridad. Físicamente esta paridad nos es crucial, ya que es a través de ella que discernimos si un campo extradimensional tiene contraparte estándar o no. Para poder realizar esta distinción, debemos aplicarle a  $S^1$  la acción del grupo cíclico  $Z_2$ . Esto nos conduce a otra variedad  $\frac{S^1}{Z_2}$ , llamada *Orbifold*. La acción de  $Z_2$  asigna a cada elemento  $\bar{x}_1 \in S^1$  su antípoda  $-\bar{x}_1$ . Esto, anudado a la propiedad periódica del círculo, establece que los puntos  $0$  y  $\pi R_1$  son fijos en el Orbifold. Al actuar  $Z_2$  en los elementos del círculo  $S^1$ , pasamos al segmento de recta  $[0, \pi R_1]$  que conforma la variedad Orbifold:

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

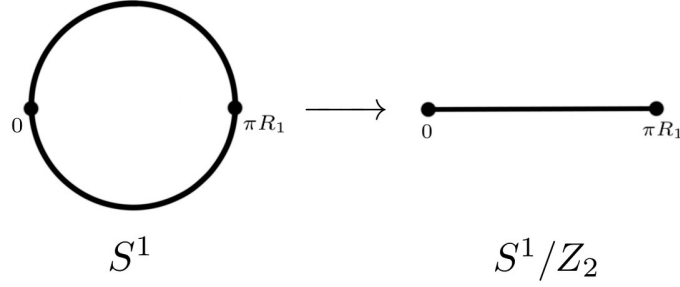


Figura 3.4: Aplicar el grupo cíclico  $Z_2$  a los elementos de  $S^1$  nos lleva a una nueva variedad  $\frac{S^1}{Z_2}$ , llamada *Orbifold*, en donde los puntos  $0$  y  $\pi R_1$  son fijos ya que su antípoda son ellos mismos debido a la estructura periódica del círculo.

Los campos de nuestra teoría deben cumplir con la condición de periodicidad

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_1 + 2\pi R_1, \quad (3.47)$$

y tener paridad definida bajo la acción de  $Z_2$

$$\bar{x}_1 \Rightarrow -\bar{x}_1. \quad (3.48)$$

Este proceso de compactificación Orbifold es equivalente a imponer las siguientes condiciones de frontera sobre nuestro conjunto de funciones base:

$$f_O^{(m)}(\bar{x}) \Big|_{\partial D} = 0 \quad \leftarrow \text{Condiciones de frontera de Dirichlet}, \quad (3.49)$$

$$\partial_{\bar{\mu}} f_E^{(m)}(\bar{x}) \Big|_{\partial D} = 0 \quad \leftarrow \text{Condiciones de frontera de Neumann}. \quad (3.50)$$

Las soluciones de la ecuación diferencial (3.42) son de la forma  $e^{\pm i\bar{p} \cdot \bar{x}}$ , de modo que pueden expresarse también como una combinación lineal de senos y cosenos; por lo que tomamos a las funciones impares y pares como sigue

$$f_O^{(m)}(\bar{x}_1) = f_O^{(m)}(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1) = \sin(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1) \quad (3.51)$$

$$f_E^{(m)}(\bar{x}_1) = f_E^{(m)}(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1) = \cos(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1) \quad (3.52)$$

Luego, la condición de Dirichlet sobre  $f_O^{(m)}(\bar{x}_1)$  en la frontera de la variedad Orbifold ( $\bar{x}_1 = \pi R_1$ ) implica

$$\sin(\bar{p}_1 \cdot \pi R_1) = 0 \implies \bar{p}_1 = \frac{m}{R_1}, \text{ con } m = 1, 2, \dots, \quad (3.53)$$

donde  $m$  es el índice de Fourier para la única entrada en este caso de  $n = 1$ . Esto hace que la condición de Neumann se cumpla, ya que

$$\partial_{\bar{\mu}} f_E^{(m)}(\bar{x}_1) = \partial_{\bar{\mu}} (\cos(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1)) = -\bar{p}_1 \sin(\bar{p}_1 \cdot \bar{x}_1). \quad (3.54)$$

Para una variedad compacta con  $n$  dimensiones consideramos  $n$  copias del Orbifold  $\frac{S^1}{Z_2}$ , todas con el mismo radio  $R_1 = R_2 \cdots = R_n = R$ , por simplicidad.

$$\mathcal{N}^n = \underbrace{\frac{S^1}{Z_2} \times \cdots \times \frac{S^1}{Z_2}}_{n\text{-veces}}. \quad (3.55)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

en otras palabras, la variedad conformada por el  $n$ - cubo formado por el producto directo de los  $n$  segmentos de recta  $[0, \pi R]$ .

En este caso general de  $n$  dimensiones, las funciones base son senos y cosenos  $n$ -dimensionales:

$$f_O^{(m)}(\bar{x}) = f_O^{(m)}(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}) = \sin(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}) \quad (3.56)$$

$$f_E^{(m)}(\bar{x}) = f_E^{(m)}(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}) = \cos(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}) \quad (3.57)$$

donde las condiciones de frontera impuestas sobre estas funciones nos llevan a un espectro discreto de momentos de la siguiente forma [101]:

$$\bar{p}^{(m)} = \left( \frac{m_1}{R_1}, \dots, \frac{m_n}{R_n} \right). \quad (3.58)$$

Con esto en mente, definimos la siguiente cantidad

$$m_{(m)}^2 \equiv \bar{p}_{\bar{\mu}}^{(m)} \bar{p}_{\bar{\mu}}^{(m)} = \sum_{k=1}^n \left( \frac{m_k}{R_k} \right)^2. \quad (3.59)$$

la cual caracteriza el espectro de eigenvalores de  $\bar{P}^2$ . Ya que estamos considerando a todos los radios como iguales, tenemos  $m_{(m)}^2 = R^{-2} \underline{m}^2$ . Donde  $\underline{m}^2 = m_1^2 + \dots + m_n^2$  es cualquier combinación permitida de los índices de Fourier. Vale la pena resaltar que la función constante  $f_E^{(0)} = \langle \bar{x} | p_{\bar{\mu}} = 0 \rangle$  corresponde a la función de onda asociada con el estado base. El hecho de que el eigenvalor de  $f_E^{(0)}$  sea cero, implica que los campos usuales no reciben masa a la escala  $R^{-1}$ .

Con las funciones (3.57) y (3.56) en mano, podemos reescribir las curvaturas (3.36a) y (3.36b) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) &= \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(0)ab} A_{\bar{\nu}}^{(m)b}(x) + p_{\bar{\nu}}^{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) \\ &\quad + g f^{abc} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} A_{\bar{\mu}}^{(r)b}(x) A_{\bar{\nu}}^{(s)c}(x), \end{aligned} \quad (3.60a)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) = p_{\bar{\mu}}^{(m)} A_{\bar{\nu}}^{(m)a}(x) - p_{\bar{\nu}}^{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) + g f^{abc} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} A_{\bar{\mu}}^{(r)b}(x) A_{\bar{\nu}}^{(s)c}(x), \quad (3.60b)$$

donde

$$p_{\bar{\mu}}^{(m)} = \sum_{\alpha=1}^n \frac{m_{\alpha}}{R_{\alpha}} \delta_{\bar{\mu}4+\alpha}. \quad (3.61)$$

Por otra parte, los 2-tensores en (3.35), que definen al sector *Vector-Vector* están dadas por

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) = F_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) + g f^{abc} \sum_{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)b}(x) A_{\bar{\nu}}^{(m)c}(x), \quad (3.62a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) &= \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(0)ab} A_{\bar{\nu}}^{(m)b}(x) - \mathcal{D}_{\bar{\nu}}^{(0)ab} A_{\bar{\mu}}^{(m)b}(x) \\ &\quad + g f^{abc} \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} A_{\bar{\mu}}^{(r)b}(x) A_{\bar{\nu}}^{(s)c}(x), \end{aligned} \quad (3.62b)$$

con

$$F_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) = \partial_{\bar{\mu}} A_{\bar{\nu}}^{(0)a}(x) - \partial_{\bar{\nu}} A_{\bar{\mu}}^{(0)a}(x) + g f^{abc} A_{\bar{\mu}}^{(0)b}(x) A_{\bar{\nu}}^{(0)c}(x), \quad (3.63)$$

las componentes de la curvatura del grupo de norma usual  $SU(N, \mathcal{M}^4)$ .

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

Como se mencionó anteriormente, las masas de los campos de norma  $A_{\mu}^{(\underline{m})a}(x)$  surgen del sector cinético escalar que describe la lagrangiana  $\mathcal{L}_{VS}^{YM}$  en (3.35b). Tomando en cuenta la forma de la curvatura  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{m})a}(x)$  en (3.60a), una vez realizado el proceso de compactificación, dicha lagrangiana pasa a ser

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VS}^{YM} = \sum_{(\underline{m})} & \left[ \frac{1}{2} \left( \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ab} A_{\nu}^{(\underline{m})b} \right) \left( \mathcal{D}^{(0)ac\mu} A_{\nu}^{(\underline{m})c} \right) + p_{\nu}^{(\underline{m})} A^{(\underline{m})a\mu} \left( \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ab} A_{\nu}^{(\underline{m})b} \right) + \frac{1}{2} m_{(\underline{m})}^2 A_{\mu}^{(\underline{m})a} A^{(\underline{m})a\mu} \right] \\ & + g f^{abc} \sum_{(\underline{mrs})} \Delta'_{(\underline{rsm})} \left[ \left( \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ad} A_{\nu}^{(\underline{m})d} \right) A^{(\underline{r})b\mu} A_{\nu}^{(\underline{s})c} + \frac{g}{2} f^{ade} \sum_{(\underline{pq})} \Delta'_{(\underline{pqm})} A_{\mu}^{(\underline{r})b} A_{\nu}^{(\underline{s})c} A^{(\underline{p})d\mu} A_{\nu}^{(\underline{q})e} \right] \end{aligned} \quad (3.64)$$

Hemos omitido la dependencia en los puntos del espacio tiempo usual,  $x$ , para no saturar la expresión. Justo como se mencionó, esta lagrangiana tiene gran semejanza con aquella que surge del sector cinético de Higgs.

Por otro lado, vemos que tomando en cuenta el 0-tensor  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{m})a}(x)$  en (3.60b), una vez determinada la variedad compacta, el sector  $\mathcal{L}_{SS}^{YM}$  en (3.35) toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SS}^{YM} = & - \sum_{(\underline{m})} \left\{ \frac{1}{2} A_{\mu}^{(\underline{m})a} \mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})} A_{\nu}^{(\underline{m})a} + g p_{\mu}^{(\underline{m})} \sum_{(\underline{rs})} \Delta'_{(\underline{rsm})} \left( f^{abc} A_{\nu}^{(\underline{m})a} A_{\mu}^{(\underline{r})b} A_{\nu}^{(\underline{s})c} \right) \right. \\ & + \frac{g^2}{4} \sum_{(\underline{r})} \left[ \left( f^{eab} A_{\mu}^{(\underline{m})a} A_{\nu}^{(\underline{m})b} \right) \left( f^{ecd} A_{\mu}^{(\underline{r})c} A_{\nu}^{(\underline{r})d} \right) \right. \\ & \left. \left. + \sum_{(\underline{spq})} \Delta'_{(\underline{rsm})} \Delta'_{(\underline{pqm})} \left( f^{eab} A_{\mu}^{(\underline{r})a} A_{\nu}^{(\underline{s})b} \right) \left( f^{ecd} A_{\mu}^{(\underline{p})c} A_{\nu}^{(\underline{q})d} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.65)$$

donde la matriz de masa  $\mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})}$  está dada por

$$\mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})} = m_{(\underline{m})}^2 \delta_{\mu\nu} - p_{\mu}^{(\underline{m})} p_{\nu}^{(\underline{m})}. \quad (3.66)$$

Esta matriz de masa, determinada en su totalidad por la invarianza de norma de la teoría extendida (3.10), da lugar a un campo escalar sin masa. Esto se observa directamente al tomar la traza de dicha matriz:

$$\delta^{\mu\nu} \mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})} = (n-1) m_{(\underline{m})}^2, \quad (3.67)$$

donde se usó el hecho de que  $\delta^{\mu\nu} \delta_{\mu\nu} = n$ . Analizemos el significado de esta traza: Del total de las  $(2^n - 1)n$  excitaciones de Kaluza-Klein de escalares  $A_{\mu}^{(\underline{m})a}$  (cuyo número está determinado por las distintas sumas de Fourier sobre las posibles combinaciones de los índices  $(\underline{m})$  [89]), existen  $(2^n - 1)$  torres de pseudo bosones de Golstone, los cuales denotaremos por  $A_G^{(\underline{m})a}$ ; y  $(2^n - 1)(n - 1)$  torres de campos escalares físicos todos degenerados en masa, a los cuales nos referimos como  $A_{\bar{n}}^{(\underline{m})a}$ , con  $\bar{n} = 1, \dots, n - 1$ . Podemos relacionar a estos pseudo bosones de Golstone con los vectores de norma  $A_{\mu}^{(\underline{m})a}$  que también adquieren masa bajo este proceso de compactificación. Notemos que la relación es 1 a 1.

La matriz  $\mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})}$  puede ser diagonalizada mediante una transformación ortogonal:

$$\mathfrak{M}_{\mu\nu}^{(\underline{m})} = \mathcal{R}_{\mu\bar{\mu}'}^{(\underline{m})} \mathfrak{M}_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}^{(\underline{m})} \mathcal{R}_{\bar{\nu}'\nu}^{(\underline{m})}, \quad (3.68)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

con  $\mathfrak{M}_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}^{(m)} = \text{diag}(m_{(m)}^2, m_{(m)}^2, \dots, m_{(m)}^2, 0)$ .

La matriz ortogonal  $\mathcal{R}^{(m)}$  nos lleva de la base eigenestados de masa, a la base eigenestados de norma. Es decir transforma a los campos eigenestados de masa

$$A_{\bar{\mu}'}^{(m)a} = \left( A_{\bar{n}}^{(m)a}, A_G^{(m)a} \right), \quad \bar{n} = 1, \dots, n-1 \quad (3.69)$$

en los campos eigenestados de norma  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ . Esto es

$$A_{\bar{\mu}}^{(m)a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} A_{\bar{\mu}'}^{(m)a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)a} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} A_G^{(m)a}, \quad (3.70)$$

donde

$$\mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} \quad \wedge \quad \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = \delta_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}. \quad (3.71)$$

Debido a que  $\mathcal{R}^{(m)}$  es una matriz ortogonal cuyas columnas están dadas por los eigenkets, se sigue la siguiente identidad

$$p_{\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = m_{(m)} \delta_{\bar{\nu}'G}, \quad (3.72)$$

de donde se infiere que

$$\mathcal{R}_{\bar{\nu}G}^{(m)} = \frac{p_{\bar{\nu}}^{(m)}}{m_{(m)}}. \quad (3.73)$$

Notamos que ninguna de las curvaturas  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)}$  se transforman covariantemente bajo  $\mathcal{R}^{(m)}$ , por lo que, una vez expresada en términos de eigenestados de masa, la lagrangiana (3.65) depende explícitamente de  $\mathcal{R}$ . Por lo que

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM} = - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} m_{(m)}^2 A_{\bar{n}}^{(m)a} A_{\bar{n}}^{(m)a} + \dots \right\}, \quad (3.74)$$

donde los demás términos tienen la misma estructura de (3.65) con la diferencia de que por cada escalar  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ , aparece su respectiva transformación  $\mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} A_{\bar{\mu}'}^{(m)a}$ .

Vale la pena recalcar que las masas de los vectores  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$  y los escalares  $A_{\bar{n}}^{(m)a}$  surgen de las curvaturas  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x)$  y  $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x)$  respectivamente, las cuales surgen de la curvatura extendida  $\mathcal{F}_{MN}^{(m)a}(x, \bar{x})$ , cuya estructura está determinada en su totalidad por la invarianza de norma. Por esta razón podemos referirnos a estas masas como 'masas de norma'.

### 3.3.3. La Norma Unitaria

Los campos escalar sin masa  $A_G^{(m)a}$  se identifican como pseudo bosones de Goldstone en el sentido que pueden ser removidos de la teoría mediante una NSGT específica. Los grados de libertad que representan estos pseudo bosones de Goldstone se incorporan como los estados de polarización longitudinales de los campos vectoriales masivos  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ . La transformación de norma no estándar (NSGT) que hace esto posible es aquella cuyos parámetros infinitesimales están dados por

$$\alpha^{(m)a} = \frac{A_G^{(m)a}}{m_{(m)}} \quad (3.75)$$

Apliquemos esta transformación en (3.31b) y (3.31c), tomando en cuenta que la cantidad  $\mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ab}$  se ve modificada como

$$\mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ab} = \delta^{ab} \delta^{(mr)} p_{\bar{\mu}}^{(r)} + g f^{abc} \sum_{(s)} \Delta'_{(mrs)} A_{\bar{\mu}}^{(m)c} \quad (3.76)$$

**CAPÍTULO 3. TEORÍA DE YANG-MILLS EN DIMENSIONES EXTRAS**  
**3.3. TEORÍAS DE YANG-MILLS CON DIMENSIONES EXTRA**

---

al tomar en cuenta las funciones definidas por (3.57) y (3.56). Considerando las transformaciones (3.70) y (3.73), esta NSGT específica nos lleva a un nuevo conjunto de campos dados por

$$A'_{\mu}{}^{(m)a} = A_{\mu}{}^{(m)a} + \frac{\partial A_G^{(m)a}}{m_{(m)}} \quad (3.77a)$$

$$A'_{\bar{n}}{}^{(m)a} = A_{\bar{n}}{}^{(m)a} \quad (3.77b)$$

$$A'_G{}^{(m)a} = 0. \quad (3.77c)$$

Mediante esta elección de parámetros excitados  $\alpha^{(m)a}$ , una vez se ha pasado a los campos eigenestados de masa, los pseudo bosones de Goldstone  $A'_G{}^{(m)a}$  desaparecen de la teoría.



## Capítulo 4

# Contribución de las excitaciones de Kaluza-Klein $H^{(m)}$ al vértice $WW\gamma$

### 4.1. Introducción

La realización del cálculo que se presenta en este capítulo, fué posible gracias al trabajo titulado “The Standard Model in extra dimensions and its Kaluza-Klein effective Lagrangian” [17], del cual se obtuvieron las reglas de Feynman y los propagadores necesarios para llevar a cabo el cálculo.

En la extensión del Modelo Estándar con Dimensiones Extra Universales, el doblete de Higgs se asume como un campo par bajo la reflexión  $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$  en las dimensiones extras:

$$\Phi(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \Phi^{(0)}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(x) \phi^{(m)}(x) \quad (4.1)$$

De forma explícita

$$\Phi^{(0)}(x) = \begin{pmatrix} G_W^{(0)\pm} \\ v + H^{(0)} - iG_Z^{(0)} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

y

$$\Phi^{(m)}(x) = \begin{pmatrix} G_W^{(m)\pm} \\ H^{(m)} - iG_Z^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

donde  $H^{(0)}$  es el campo usual de Higgs;  $G_W^{(0)\pm}$  y  $G_Z^{(0)}$  son los pseudo bosones de Goldstone en la teoría usual que son absorbidos como los estados de polarización longitudinal de los bosones  $W^{(0)\pm}$  y  $Z^{(0)}$  usuales, respectivamente, mediante el mecanismo de Englert-Higgs. El campo  $H^{(m)}$  es la excitación de Kaluza-Klein del Higgs usual, y las excitaciones  $G_W^{(m)\pm}$  y  $G_Z^{(m)}$  son los pseudo bosones de Goldstone que se acoplan con las excitaciones vectoriales  $W_\mu^{(m)\pm}$  y  $Z_\mu^{(m)}$ , que adquieren masa mediante el mecanismo de Kaluza-Klein. Además, es posible remover los campos  $G_W^{(m)\pm}$  y  $G_Z^{(m)}$  mediante la norma unitaria, definida por una NSGT particular. A diferencia del caso estudiado en la Sección anterior, donde tenemos una teoría de Yang Mills pura, se encontró que por cada excitación vectorial de Kaluza-Klein,  $A_\mu^{(m)a}$ , existen  $n - 1$  campos escalares con masa y un pseudo bosón de Goldstone  $A_G^{(m)a}$  asociado con dicha excitación de norma  $A_\mu^{(m)a}$ . En el caso del Modelo Estándar extendido a Dimensiones Extra Universales, como se ha introducido un doblete de Higgs, por cada excitación vectorial de los bosones de norma  $W_\mu^{(m)\pm}$  y  $Z_\mu^{(m)}$ , tenemos  $n$  campos escalares

## CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

### $H^{(M)}$ AL VÉRTICE $WW\gamma$

#### 4.1. INTRODUCCIÓN

masivos  $W_n^{(m)\pm}$  y  $Z_n^{(m)}$ , respectivamente, y un bosón de Goldstone que surge del doblete de Higgs  $G_W^{(m)\pm}$  y  $G_Z^{(m)}$ , respectivamente.

Las interacciones de nuestro interés para el estudio del vértice  $WW\gamma$  en Dimensiones Extra, son aquellas que involucran a los siguientes acoplamientos:

$$W^{(m)\pm}W^{(m)\mp}A^{(0)} \quad (4.4a)$$

$$W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}H^{(m)} \quad (4.4b)$$

El acoplamiento (4.4a), surge del sector de Yang-Mills de la Lagrangiana extendida, en específico del sector *Vector-Vector*,  $\mathcal{L}_{v-v}^{EW}$  [17]. La lagrangiana correspondiente es

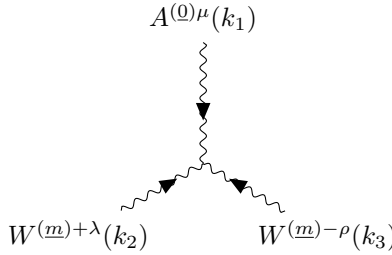
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(m)}W^{(m)}A^{(0)}} = ig \sum_{(m)} & \left[ (W_{\mu\nu}^{(m)-}W^{(m)+\mu} - W_{\mu\nu}^{(m)+}W^{(m)-\nu})W^{(0)3\mu} \right. \\ & \left. - W_{\mu\nu}^{(0)3}W^{(m)-\mu}W^{(m)+\nu} \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^{(m)\pm} = \partial_\mu W_\nu^{(m)\pm} - \partial_\nu W_\mu^{(m)\pm} \quad (4.6a)$$

$$W_{\mu\nu}^{(0)3} = \partial_\mu W_\nu^{(0)3} - \partial_\nu W_\mu^{(0)3}. \quad (4.6b)$$

La regla de Feynman que surge de este Lagrangiano es:

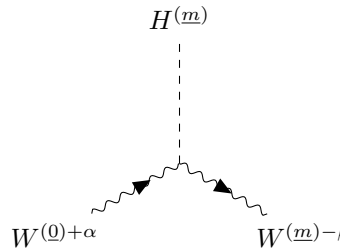


$$= -ie [(k_1 - k_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (k_3 - k_1)_\nu g_{\lambda\mu}] \quad (4.7)$$

Por otra parte, el acoplamiento (4.4b), surge del sector cinético de Higgs, específicamente del sector *Vector-Escalar*,  $\mathcal{L}_{v-s, HK}^{EW}$  [17]. La lagrangiana correspondiente es

$$\mathcal{L}_{W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}H^{(m)}} = gm_{W^{(0)}} \sum_{(m)} H^{(m)} (W_\mu^{(0)+}W^{(m)-\mu} + W_\mu^{(0)-}W^{(m)+\mu}) \quad (4.8)$$

La regla de Feynman determinada por este Lagrangiano es:



$$= igm_{W^{(0)}} g_{\alpha\beta} \quad (4.9)$$

Vemos que no existe cambio alguno respecto a las reglas de Feynman del Modelo Estándar usual, lo único que sí cambia son los propagadores:

$$\mu \sim \begin{array}{c} W^{(m)+} \\ \text{---} \\ k \end{array} \nu = \frac{-i}{k^2 - m_{W^{(m)}}^2} \left[ g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{m_{W^{(m)}}^2} \right], \quad (4.10a)$$

$$\text{---} \begin{array}{c} H^{(m)} \\ \text{---} \\ k \end{array} = \frac{i}{k^2 - m_{H^{(m)}}^2}, \quad (4.10b)$$

donde

$$m_{W^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2, \quad (4.11a)$$

$$m_{H^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2 + m_{H^{(0)}}^2. \quad (4.11b)$$

El diagrama a calcular es el siguiente

$$\sum_{(m)} \begin{array}{c} A^{(0)\mu} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \begin{array}{c} W^{(m)+} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \begin{array}{c} W^{(0)+\alpha} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ H^{(m)} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \begin{array}{c} W^{(m)+} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ W^{(0)-\beta} \end{array} \end{array} \end{array} \end{array} \quad (4.12)$$

Integrando sobre el momento  $k^\nu$  que circula en el loop, se obtiene la siguiente función vértice, donde se ha utilizado Parametrización de Feynman:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta\mu} = & \frac{g^2 m_{W^{(0)}}^2 (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{16\pi^2} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \left[ \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \cdot \left( -2(x+y-1)p^\mu g^{\alpha\beta} \right. \right. \\ & + \frac{2(m_{W^{(0)}}^2 y(x+y-1)^2 - (y-2)m_{W^{(m)}}^2)}{m_{W^{(m)}}^2} q^\beta g^{\alpha\mu} - \frac{2(m_{W^{(0)}}^2 x(x+y-1)^2 - (x-2)m_{W^{(m)}}^2)}{m_{W^{(m)}}^2} q^\alpha g^{\beta\mu} \\ & - \frac{8xy(x+y-1)}{m_{W^{(m)}}^2} p^\mu q^\alpha q^\beta \left. \right) \\ & + \int d^D k \frac{k^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \left( \frac{2(x+y-1)}{Dm_{W^{(m)}}^2} p^\mu g^{\alpha\beta} + \frac{2(Dy-2)}{Dm_{W^{(m)}}^2} q^\beta g^{\alpha\mu} \right. \\ & \left. \left. + \frac{2(-D(2x+y-1) + x+y+1)}{Dm_{W^{(m)}}^2} q^\alpha g^{\beta\mu} \right) \right] \quad (4.13) \end{aligned}$$

De esta función vértice se desprenden los siguientes factores de forma

$$\lambda_{H^{ED}} = \frac{g^2 m_{W^{(0)}}^2 (4\pi)^{2-\frac{D}{2}}}{16\pi^2} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \left( -\frac{2m_{W^{(0)}}^2 xy(x+y-1)}{m_{W^{(m)}}^2} \right) \quad (4.14)$$

## CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

### 4.2. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA $\lambda_{ED}$

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_{HED} = & \frac{g^2 m_{W^{(0)}}^2 (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{16\pi^2} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \left[ \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \left( \frac{m_{W^{(0)}}^2 y(x+y-1)^2}{m_{W^{(m)}}^2} + 2x+y \right) \right. \\ & \left. + \int d^D k \frac{k^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \left( \frac{((D-2)y - 2x)}{D m_{W^{(m)}}^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

Donde se ha usado la siguiente notación para la integral paramétrica

$$\mathcal{I}_P \equiv \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy, \quad (4.16)$$

y se definió la siguiente cantidad en la integral de momentos

$$\begin{aligned} \Delta_{H^{(m)}}^2 &= m_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2 (1-x-y) + m_{W^{(0)}}^2 (x+y)^2 \\ &\equiv m_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Recordemos de la sección anterior, que la cantidad  $m_{(m)}$  está dada por el momento en la variedad compacta, el cual es discreto, de la siguiente manera:

$$m_{(m)}^2 = \left( \frac{\underline{m}}{R} \right)^2 = p_{(m)}^2 = p_{(m)} \cdot p_{(m)} \quad (4.18)$$

Donde

$$\underline{m}^2 = \underline{m}_1^2 + \dots + \underline{m}_n^2 \quad (4.19)$$

es la suma de las distintas combinaciones de los índices de Fourier.

## 4.2. Contribuciones al factor de forma $\lambda_{ED}$

Comenzaremos por estudiar la expresión (4.14), que define al factor de forma  $\lambda_H^{ED}$  dado por las excitaciones de Kaluza Klein del Higgs, hasta llegar a sus últimas consecuencias; para así analizar el resultado obtenido.

Podemos escribir al factor  $\lambda_H^{ED}$  como sigue:

$$\lambda_H^{ED} = (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \frac{\mathcal{I}_P f_\lambda(x,y) \Gamma(3)}{m_{W^{(m)}}^2 i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.20)$$

donde

$$f_\lambda(x,y) = -\frac{g^2 m_{W^{(0)}}^4}{16\pi^2} 2xy(x+y-1) \quad (4.21)$$

Usando el siguiente resultado para la integral de momentos en  $D$  dimensiones [33]:

$$\frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} = -\Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) (\Delta_{H^{(m)}}^2)^{-(3-\frac{D}{2})}, \quad (4.22)$$

podemos reescribir al factor  $\lambda_H^{ED}$  de la siguiente manera, si además tomamos en cuenta la definición de  $m_{W^{(m)}}^2$  dada por (4.11a):

$$\begin{aligned} \lambda_H^{ED} &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_\lambda(x,y) \frac{\Gamma(3 - \frac{D}{2})}{m_{W^{(m)}}^2 (\Delta_{H^{(m)}}^2)^{3-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_\lambda(x,y) \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \frac{1}{(m_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2)(m_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2)^{3-\frac{D}{2}}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN**

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.2. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\lambda_{ED}$

Una vez hecho esto, es imposible no notar el parecido que tiene el denominador de esta expresión con un producto de propagadores de Feynman. Y este hecho se hace aún más evidente si sustituimos a  $m_{(m)}^2$  con  $k_{(m)}^2$ , que es el momento discretizado en la variedad compacta. Como estamos tratando con un momento que recorre todos los valores discretos que puede tomar, hacemos uso de la letra  $k$ , en lugar de  $p$ . Se tiene entonces

$$\lambda_H^{ED} = -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \frac{1}{[k_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2][k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2]^{3-\frac{D}{2}}} \quad (4.24)$$

Al vislumbrar esta estructura, es difícil resistirse a realizar una Segunda Parametrización de Feynman [102]. Para esto, hacemos uso del resultado obtenido por U-R Kim y colaboradores [103], para llevar a cabo la parametrización sobre  $n$  propagadores, cada uno con una distinta potencia  $\alpha_i$ , donde esta puede ser cualquier número complejo en general que satisfaga  $\Re(\alpha_i) > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ :

$$\frac{1}{A_1^{\alpha_1} \dots A_n^{\alpha_n}} = \frac{\Gamma(\alpha_1 \dots \alpha_n)}{\Gamma(\alpha_1) \dots \Gamma(\alpha_n)} \int_0^1 dx_1 \dots \int_0^1 dx_n \frac{\delta(1 - \sum_{k=1}^n x_k) x_1^{\alpha_1-1} \dots x_n^{\alpha_n-1}}{(\sum_{k=1}^n x_k A_k)^{\sum_{k=1}^n \alpha_k}} \quad (4.25)$$

Usando este resultado, identificamos las potencias de los propagadores como  $\alpha_1 = 1$  y  $\alpha_2 = 3 - \frac{D}{2}$ , por lo que se tiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{[k_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2][k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2]^{3-\frac{D}{2}}} &= \frac{\Gamma(1 + 3 - \frac{D}{2})}{\Gamma(1)\Gamma(3 - \frac{D}{2})} \\ &\cdot \int_0^1 dz \frac{z^{2-\frac{D}{2}}}{(z[k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2] + (1-z)[k_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2])^{1+3-\frac{D}{2}}} \\ &= \frac{\Gamma(4 - \frac{D}{2})}{\Gamma(3 - \frac{D}{2})} \int_0^1 dz \frac{z^{2-\frac{D}{2}}}{[k_{(m)}^2 + \Delta_H^2]^{4-\frac{D}{2}}}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde se ha definido

$$\Delta_H^2 = m_{W^{(0)}}^2 + (\Delta_{H^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)z.$$

Notamos que la primera función gamma que se introdujo usando (4.22), se cancela una vez realizada la segunda parametrización de Feynman

$$\begin{aligned} \lambda_H^{ED} &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \frac{\Gamma(4 - \frac{D}{2})}{\Gamma(3 - \frac{D}{2})} \int_0^1 dz \frac{z^{2-\frac{D}{2}}}{[k_{(m)}^2 + \Delta_H^2]^{4-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{2-\frac{D}{2}} \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \sum_{(m)} \frac{1}{[k_{(m)}^2 + \Delta_H^2]^{4-\frac{D}{2}}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Ahora bien, enunciemos la definición del símbolo  $\sum_{(m)}$  que hemos venido utilizando para la descomposición general de Fourier. Es una notación reducida para indicar sumas infinitas de la forma:

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.2. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\lambda_{ED}$

$$\begin{aligned}
 \sum_{\underline{(m)}} T^{(\underline{m})} &= \sum_{m_1=1}^{\infty} T^{(m_1,0,\dots,0)} + \sum_{m_2=1}^{\infty} T^{(0,m_2,0,\dots,0)} + \dots + \sum_{m_n=1}^{\infty} T^{(0,\dots,0,m_n)} \\
 &+ \sum_{m_1,m_2=1}^{\infty} T^{(m_1,m_2,0,\dots,0)} + \sum_{m_2,m_3=1}^{\infty} T^{(0,m_2,m_3,\dots,0)} + \dots + \sum_{m_{n-1},m_n=1}^{\infty} T^{(0,\dots,m_{n-1},m_n)} \\
 &\vdots \\
 &+ \sum_{m_1,\dots,m_n=1}^{\infty} T^{(m_1,m_2,\dots,m_n)}
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Dado que no es relevante la posición en cada celda, sino el número de ellas que son ocupadas, podemos utilizar al coeficiente binomial para reescribir esta suma como sigue

$$\sum_{\underline{(m)}} = \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1,\dots,m_\ell)=1}^{\infty} \tag{4.29}$$

Por lo que podemos expresar al factor de forma como

$$\lambda_H^{ED} = -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{2-\frac{D}{2}} \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1,\dots,m_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{[k_{\underline{(m)}}^2 + \Delta_H^2]^{4-\frac{D}{2}}} \tag{4.30}$$

Podemos simplificar aún más esta expresión tomando prestada artillería pesada de la rama de teoría de números; en particular de las sumas infinitas y sus continuaciones analíticas. En específico, la función zeta multidimensional inhomogénea de Epstein [104]-[107], definida como

$$E_\ell^{c^2}(s; a_1, \dots, a_\ell) = \sum_{(n_1,\dots,n_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{(a_1 n_1^2 + \dots + a_\ell n_\ell^2 + c^2)^s}$$

con  $c^2 > 0$  y válida para  $\Re(s) > \frac{\ell}{2}$ . Vemos que para el caso  $a_1 = \dots = a_\ell = 1$ , podemos reproducir la última suma en (4.30). Para ver esto con más facilidad, factoricemos un factor de  $R^{-2}$  del denominador de (4.30); recordando que  $k_{\underline{(m)}}^2 = \frac{m^2}{R^2} = \frac{m_1^2 + \dots + m_n^2}{R^2}$ . Entonces,

$$\begin{aligned}
 \lambda_H^{ED} &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{2-\frac{D}{2}} \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \\
 &\sum_{(m_1,\dots,m_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{[k_{\underline{(m)}}^2 + \Delta_H^2]^{4-\frac{D}{2}}} \\
 &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{-(4-\frac{D}{2})} \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \\
 &\sum_{(m_1,\dots,m_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{(m_1^2 + \dots + m_\ell^2 + c_H^2)^{4-\frac{D}{2}}}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

donde se ha definido

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.3. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\Delta\kappa_{ED}$

$$c_H^2 = \frac{\Delta_H^2}{R^{-2}} \quad (4.32)$$

además de haber omitido la línea inferior " \_ " de los índices de Fourier  $m_i^2$  para una notación más limpia. Usando entonces la definición de la función zeta de Epstein  $\ell$ -dimensional inhomogénea, tenemos

$$\lambda_H^{ED} = -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{-(4-\frac{D}{2})} \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} E_\ell^{c_H^2} \left(4 - \frac{D}{2}\right). \quad (4.33)$$

Haciendo un cambio de variable, definiendo  $\epsilon = 4 - D$ , obtenemos la forma final de nuestro factor de forma  $\lambda_H^{ED}$ , dado por las excitaciones de Kaluza Klein del Higgs,  $H^{(m)}$ , sobre el vértice  $WW\gamma$ , como prosigue:

$$\lambda_H^{ED} = - \left(\frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{\frac{\epsilon}{2}} (R^{-2})^{-2} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma\left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right) E_\ell^{c_H^2} \left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right). \quad (4.34)$$

La función  $\ell$ -dimensional de Epstein tiene polos en  $s = \frac{\ell}{2}, \frac{\ell-1}{2}, \dots, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$ , excepto cero [106]-[108]. Entonces, cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ , la función  $E_\ell^{c_H^2} \left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right)$  tiene polos para  $\frac{\ell}{2}, \frac{\ell-1}{2}, \dots = 2$ . Por lo tanto diverge para  $\ell = 4, 5, 6, \dots$ , pero es finita para  $\ell = 1, 2, 3$ .

### 4.3. Contribuciones al factor de forma $\Delta\kappa_{ED}$

Con estas herramientas a la mano, procedemos a estudiar al factor  $\Delta\kappa_H^{ED}$ . Vemos de (4.15), que este factor puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\Delta\kappa_{HED} = \frac{g^2 m_{W^{(0)}}^2}{16\pi^2} \{ \mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} \} \quad (4.35)$$

donde

$$\mathcal{A} = (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \frac{\mathcal{I}_P f_{\mathcal{A}}(x, y) \Gamma(3)}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{1}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.36)$$

y la función  $f_{\mathcal{A}}(x, y)$  se define como

$$f_{\mathcal{A}}(x, y) = m_{W^{(0)}}^2 y(x + y - 1)^2. \quad (4.37)$$

$$\mathcal{B} = (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.38)$$

con la función  $f_{\mathcal{B}}(x, y)$  definida como

$$f_{\mathcal{B}}(x, y) = 2x + y. \quad (4.39)$$

Y

$$\mathcal{C} = (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \frac{\mathcal{I}_P f_{\mathcal{C}}(x, y) \Gamma(3)}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{1}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{k^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.40)$$

con

$$f_{\mathcal{C}}(x, y) = \frac{1}{D} ((D - 2)y - 2x). \quad (4.41)$$

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.3. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\Delta\kappa_{ED}$

Notamos que el término  $\mathcal{A}$  es similar al factor  $\lambda_H^{ED}$  dado por (4.34), por lo que el análisis es análogo. Se obtiene

$$\mathcal{A} = - \left( \frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2} \right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{A}}(x, y) \int_0^1 dz z^{\frac{\epsilon}{2}} (R^{-2})^{-2} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma \left( 2 + \frac{\epsilon}{2} \right) E_{\ell}^{c_H^2} \left( 2 + \frac{\epsilon}{2} \right) \quad (4.42)$$

De la misma forma que en lo hallado para  $\lambda_H^{ED}$  en (4.34), esta parte del factor  $\Delta\kappa_{HED}$  diverge para  $\ell = 4, 5, 6, \dots$ , pero es finita para  $\ell = 1, 2, 3$ .

Para el factor  $\mathcal{B}$ , usando (4.22), se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) \left( -\Gamma \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \right) (\Delta_{H^{(m)}}^2)^{-(3-\frac{D}{2})} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \sum_{(m)} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) \frac{\Gamma(3-\frac{D}{2})}{(\Delta_{H^{(m)}}^2)^{3-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) \Gamma \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \sum_{(m)} \frac{1}{[k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(m)}}^2]^{3-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) \Gamma \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_{\ell})=1}^{\infty} \frac{1}{[k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(m)}}^2]^{3-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) (R^{-2})^{-(3-\frac{D}{2})} \Gamma \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_{\ell})=1}^{\infty} \frac{1}{(m_1^2 + \dots + m_{\ell}^2 + c_H^2)^{3-\frac{D}{2}}} \\ &= -(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) (R^{-2})^{-(3-\frac{D}{2})} \Gamma \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} E_{\ell}^{c_H^2} \left( 3 - \frac{D}{2} \right) \end{aligned}$$

Notamos que en este caso no fué necesario realizar una segunda Parametrización de Feynman. En términos de  $\epsilon = 4 - D$ , se obtiene

$$\mathcal{B} = - \left( \frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2} \right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_{\mathcal{B}}(x, y) (R^{-2})^{-1} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma \left( 1 + \frac{\epsilon}{2} \right) E_{\ell}^{c_H^2} \left( 1 + \frac{\epsilon}{2} \right), \quad (4.43)$$

el cual es divergente para  $\ell = 2, 3, \dots$ . Y sólo converge en el caso  $\ell = 1$ , que corresponde a una sola dimensión adicional.

Para el término  $\mathcal{C}$ , podemos hacer la siguiente descomposición sumando un cero especial en el numerador de la integral

$$\mathcal{C} = \sum_{(m)} \frac{\Gamma(3) \mathcal{I}_P f_{\mathcal{C}}(x, y) (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{1}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{k^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.44a)$$

$$= \mathcal{I}_P f_{\mathcal{C}}(x, y) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_{\ell})=1}^{\infty} \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2 + \Delta_{H^{(m)}}^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \quad (4.44b)$$

$$= \mathcal{I}_P f_{\mathcal{C}}(x, y) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_{\ell})=1}^{\infty} \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \left[ \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^2} + \int d^D k \frac{\Delta_{H^{(m)}}^2}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} \right], \quad (4.44c)$$

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.3. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\Delta_{\kappa ED}$

haciendo uso del resultado (4.22), se tiene que la segunda integral en (4.44c) es

$$\frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \Delta_{H^{(m)}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^3} = -1$$

Por otra parte, al realizar la integral paramétrica de  $f_C(x, y)$  se obtiene

$$\frac{(D-4)}{6Dm_{W^{(m)}}^2},$$

con esto se tiene que

$$\mathcal{I}_P f_C(x, y) = 0, \quad \text{cuando } \epsilon \rightarrow 0 \quad (4.45)$$

por lo que esta segunda integral en (4.44c) no contribuye al resultado final. Utilizaremos ahora el siguiente resultado para la integral de momentos en  $D$  dimensiones [33]

$$\frac{\Gamma(2)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^2} = \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) (\Delta_{H^{(m)}}^2)^{-(2-\frac{D}{2})} \quad (4.46)$$

Entonces

$$\mathcal{C} = \mathcal{I}_P f_C(x, y) \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{m_{W^{(m)}}^2} \frac{\Gamma(3)}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{H^{(m)}}^2)^2} \quad (4.47a)$$

$$= \mathcal{I}_P f_C(x, y) \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{\Delta_{H^{(m)}}^2}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}}}{m_{W^{(m)}}^2} \quad (4.47b)$$

$$= 2\mathcal{I}_P f_C(x, y) (4\pi\mu^2)^{\frac{\epsilon}{2}} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \frac{1}{(k_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2)(k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2)^{\frac{\epsilon}{2}}} \quad (4.47c)$$

Al pasar de (4.47a) a (4.47b), se ha tomado  $\epsilon = 4 - D$ . En este caso vemos que no es posible usar la parametrización de Feynman general dada por (4.25), ya que el exponente  $\frac{\epsilon}{2} \rightarrow 0$ , por lo que su parte real tiende a cero también; rompiendo así la condición  $\Re(\alpha_i) > 0$ , que es necesaria para utilizar esta expresión. Usemos el hecho de que  $\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{R^2} \ll 1$  para buscar una alternativa.

Considere el desarrollo en serie de potencias del término

$$\begin{aligned} (k_{(m)}^2 + \Delta_{H^{(0)}}^2)^{-\frac{\epsilon}{2}} &= (k_{(m)}^2)^{-\frac{\epsilon}{2}} \left(1 + \frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{k_{(m)}^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \\ &= (k_{(m)}^2)^{-\frac{\epsilon}{2}} \left[1 + \frac{\epsilon}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j} \left(\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{k_{(m)}^2}\right)^j + \mathcal{O}(\epsilon^2)\right] \end{aligned} \quad (4.48)$$

Introduciendo este resultado en (4.47c), expandiendo a la función Gamma como  $\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \dots$ , y empleando además el hecho de que  $\mathcal{I}_P f_C(x, y) = 0$ , se llega al siguiente resultado

$$\mathcal{C} = 2\mathcal{I}_P f_C(x, y) (4\pi\mu^2)^{\frac{\epsilon}{2}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j} (\Delta_{H^{(0)}}^2)^j \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{(k_{(m)}^2 + m_{W^{(0)}}^2)(k_{(m)}^2)^{j+\frac{\epsilon}{2}}} \quad (4.49)$$

En donde se han omitido términos de orden superior en  $\epsilon$ . Ahora sí podemos valerlos de una segunda parametrización de Feynman (4.25), ya que  $\Re(j + \frac{\epsilon}{2}) > 0$ . Tenemos entonces

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN DE LAS EXCITACIONES DE KALUZA-KLEIN

$H^{(M)}$  AL VÉRTICE  $WW\gamma$

4.3. CONTRIBUCIONES AL FACTOR DE FORMA  $\Delta\kappa_{ED}$

$$C = 2\mathcal{I}_P f_C(x, y) (4\pi\mu^2)^{\frac{\epsilon}{2}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \Gamma(1+j+\frac{\epsilon}{2})}{j \Gamma(j+\frac{\epsilon}{2})} (\Delta_{H^{(0)}}^2)^j \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \int_0^1 dz \frac{1}{[k_{(m)}^2 + zm_{W^{(0)}}^2]^{1+j+\frac{\epsilon}{2}}} \quad (4.50)$$

Utilizando las propiedades de la función Gamma, que es la continuación analítica del Factorial; además de factorizar un factor de  $R^{-2}$  del denominador para reducir la función zeta de Epstein, tenemos

$$C = 2\mathcal{I}_P f_C(x, y) \int_0^1 dz \left(\frac{1}{R^{-2}}\right) \left(\frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j} \left(j + \frac{\epsilon}{2}\right) \cdot \left(\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{R^{-2}}\right)^j \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{(m_1, \dots, m_\ell)=1}^{\infty} \frac{1}{\left(m^2 + z \frac{m_{W^{(0)}}^2}{R^{-2}}\right)^{1+j+\frac{\epsilon}{2}}} \quad (4.51)$$

Si definimos  $c_{W^{(0)}}^2 \equiv z \frac{m_{W^{(0)}}^2}{R^{-2}}$ , tenemos que esta parte del factor de forma  $\Delta\kappa_H^{ED}$  puede ser expresado como

$$C = \frac{2}{R^{-2}} \left(\frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_C(x, y) \int_0^1 dz \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j (j + \frac{\epsilon}{2})}{j} \left(\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{R^{-2}}\right)^j \cdot \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} E_\ell^{c_{W^{(0)}}^2} \left(1 + j + \frac{\epsilon}{2}\right) \quad (4.52)$$

donde el factor  $\Delta_{H^{(0)}}^2$  se define de la misma manera que en (4.17). Para fines prácticos, sólo el primer término de la serie infinita es relevante, ya que  $\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{R^{-2}} \ll 1$ , con lo que se obtiene

$$C = -\frac{2}{R^{-2}} \left(\frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_C(x, y) \int_0^1 dz \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{\Delta_{H^{(0)}}^2}{R^{-2}}\right) \cdot \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} E_\ell^{c_{W^{(0)}}^2} \left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right) \quad (4.53)$$

Vemos que para  $j = 1$ , la función zeta de Epstein converge para  $\ell = 1, 2, 3$ , pero diverge para  $\ell = 4, 5, 6, \dots$

De (4.34), se observa que el factor de forma  $\lambda_H^{ED}$  es finito si se consideran hasta  $n = 3$  dimensiones extras. Para el factor  $\Delta\kappa_H^{ED}$ , a pesar de que las partes  $\mathcal{A}$  (4.42) y  $\mathcal{C}$  (4.53) también sean finitas hasta  $n = 3$ ; se tiene que en la parte  $\mathcal{B}$  (4.43), la función de Epstein que se obtiene sólo converge para  $n = 1$ . Por lo que sólo podemos asegurar que este factor de forma será finito para  $n = 1$ .

No se presentan resultados numéricos para este factor, ya que es necesario considerar las contribuciones a estos factores de forma del resto de los sectores. Asunto que se dejará pendiente para un trabajo a futuro.

## Capítulo 5

# Conclusiones

En esta tesis se revisaron los conceptos fundamentales que constituyen al Modelo Estándar. Se encontró vital importancia en la noción de ocultamiento de una simetría; ya que nos permite ver a la física bajo el grupo electromagnético  $U_Q(1)$ , cuando estamos debajo de la escala de Fermi; y mediante el grupo electrodébil  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , cuando nos situamos por encima de dicha escala. ¿Cómo se llevó a cabo este ocultamiento? Ni más ni menos que con un mapeo canónico. Tal mapeo nos permite traducir la física de un grupo a otro sin perder la esencia de la teoría: la invarianza de norma bajo el grupo electrodébil. Se halló que es mediante este ocultamiento de simetría, que el mecanismo de Higgs entra en juego, dotando de masa a todas las partículas del modelo, cuando la simetría electrodébil es rota espontáneamente.

Como una aplicación de esta teoría, se revisó uno de los cálculos clásicos del modelo: La contribución, a orden de un lazo, de todas las partículas al vértice  $W^+W^-\gamma$ ; del cual se extrajeron las soluciones analíticas exactas para los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$ , que definen al momento cuadrupolar eléctrico y al momento dipolar magnético del bosón  $W^\pm$ . Como una contribución de este trabajo, se evaluaron las soluciones exactas y se presentaron los resultados numéricos, que se muestran a continuación.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

Partícula	Masa	$\Delta\kappa/a$	$\lambda/a$
$e$	$0.51 \text{ MeV}$	$-0.810897$	$1.0812$
$\mu$	$105.65 \text{ MeV}$	$-0.810893$	$1.08126$
$\tau$	$1776.82 \text{ MeV}$	$-0.809701$	$1.09089$
$u$	$2.3 \text{ MeV}$	$1.62179$	$-2.16239$
$d$	$4.8 \text{ MeV}$	$-0.810897$	$1.0812$
$c$	$1.275 \text{ GeV}$	$1.62067$	$-2.17347$
$s$	$95 \text{ MeV}$	$-0.811506$	$1.08166$
$t$	$173.5 \text{ GeV}$	$3.44384$	$0.127212$
$b$	$4.65 \text{ MeV}$	$1.12661$	$-0.210473$
$\gamma$ $W^\pm$ $Z$	$80.38 \text{ GeV}$ $91.18 \text{ GeV}$	$-4.90503$	$-1.10653$
$H$	$125.10 \text{ GeV}$	$-2.93792$	$-0.0647176$

Tabla 5.1: Contribución de cada partícula del Modelo Estándar usual a los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$  dados en unidades de  $a = \alpha/4\pi$ .

En donde se aprecia que la contribución dominante viene del sector de Yang-Mills, del quark top y del bosón de Higgs.

Una parte importante de esta tesis se dedicó además a estudiar una teoría de Yang-Mills pura, extendida a dimensiones extra universales. Se discutió el paralelismo que existe entre el mecanismo de Higgs y el protocolo de compactificación. Los aspectos más relevantes que resultaron de este análisis son los siguientes:

- Primero se mapearon canónicamente objetos covariantes del grupo de Lorentz extendido, en objetos covariantes del grupo de Lorentz usual.

$$SO(1, 3 + n) \longrightarrow SO(1, 3) \tag{5.1}$$

$$\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}), \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x})\} \quad (5.2a)$$

$$\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\} \quad (5.2b)$$

- En un segundo paso, se eliminó el carácter dinámico del grupo  $ISO(n)$ . Para esto, se asumió un conjunto completo de funciones  $\{f^{(m)}\}$  definidas en la variedad compacta, y se descompuso a los campos  $\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x})$ ,  $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x})$  y a los parámetros  $\alpha^a(x, \bar{x})$  en esta base de Fourier. Es a través de este mapeo, que los grados de libertad que cuentan las coordenadas  $\bar{x}$ , se esconden ahora en las torres infinitas  $A_\mu^{(m)a}(x)$ ,  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)$  y  $\alpha^{(m)a}(x)$ . Este mapeo es inequívocamente canónico, pues conserva los paréntesis de Poisson fundamentales de la teoría.
- Para recuperar la teoría usual 4-dimensional en el límite de grandes distancias, se postuló que la función constante  $f^{(0)}$  esté dentro del conjunto completo de funciones. Más aún, todo campo que no tenga un análogo en la teoría 4-dimensional, no posee componentes a lo largo de  $f^{(0)}$ , pues esta función es la única completamente independiente de los detalles geométricos de la variedad compacta.
- Esta proposición nos condujo a dividir al conjunto completo de funciones en dos: uno de funciones pares  $\{f_E^{(0)}, f_E^{(m)}\}$  y otro de impares  $\{f_O^{(m)}\}$ . Los campos que sí tengan una contraparte 4-dimensional estarán dados en términos de funciones pares y lo contrario para los que no.
- Como consecuencia de esto, se identifica a los campos  $A_\mu^{(0)a}$  como las conexiones del grupo 4-dimensional y a  $\alpha^{(0)a}$  como sus parámetros de norma; que determinan las SGT. Identificamos, además, a las excitaciones vectoriales  $A_\mu^{(m)a}$  como las conexiones restantes del grupo extendido y a  $\alpha^{(m)a}$  como sus parámetros de norma, que definen las NSGT. La relación de estos últimos es uno a uno. Los escalares  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$  no son campos de norma.
- Se introducen estas expansiones de Fourier en la curvatura, y se integran las coordenadas extra  $\bar{x}$ , para obtener 3 sectores remarcables: Un sector *Vector-Vector*, un *Vector-Escalar* y un *Escalar-Escalar*. El segundo es el homólogo de un sector cinético de Higgs, ya que es aquí donde surge el término de masa para las conexiones  $A_\mu^{(m)a}$ . Y el tercero es el equivalente a un potencial de Higgs, pues en este se origina la masa de los escalares  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ .
- La discusión llevada hasta este punto es completamente general, pues no se ha asumido nada sobre la geometría de la variedad compacta. Para satisfacer paridad, se introduce un producto directo de  $n$  copias del Orbifold  $S^1/Z^2$  como variedad compacta.
- Para definir las masas se postuló a la observable  $\bar{P}^2 = P_{\bar{\mu}}P_{\bar{\mu}}$  para generar dicho conjunto completo de funciones. Esto resulta en un espectro discretizado de momentos, además, se hace evidente que el mecanismo para dotar de masa a los campos  $A_\mu^{(m)a}$  y  $A_{\bar{\mu}}^{(m)a}$  está contenido en el mecanismo de compactificación en sí. Se encuentra que por cada excitación vectorial  $A_\mu^{(m)a}$ , existe un pseudo bosón de Goldstone  $A_G^{(m)a}$ ; además de  $n - 1$  escalares  $A_{\bar{n}}^{(m)a}$ .

La contribución más importante de esta tesis es aplicar todo este conocimiento para calcular los factores de forma  $\Delta\kappa$  y  $\lambda$ ; dados por las excitaciones de Kaluza-Klein del Higgs sobre el vértice  $W^+W^-\gamma$ . El propósito de esto es mostrar como realizar cálculos a orden de un lazo en dimensiones extra.

En general, una amplitud  $\Pi^{ED}$  será proporcional a dos sumas infinitas: Una continua y una discreta. La primera sobre el momento que circula en el loop y la segunda sobre todos los índices

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

---

de Fourier. Ambas pueden ser tratadas simultáneamente con regularización dimensional. La suma continúa se resuelve con la función Gamma. Se tiene entonces

$$\Pi^{ED} \propto \sum_{(m)} \Gamma\left(N - 2 + \frac{\epsilon}{2}\right) (\Delta_{ED}^2)^{-(N-2+\frac{\epsilon}{2})} \quad (5.3)$$

Se encuentra que el denominador puede expresarse como  $\Delta_{ED}^2 = k_{(m)}^2 + \Delta_{4D}^2$ , y en algunos casos, esto abre la oportunidad de aplicar una segunda parametrización de Feynman. La naturaleza de los índices de Fourier nos permite expresar la suma discreta como una función  $l$ -dimensional inhomogénea de Epstein; de la cual podemos usar sus resultados bien estudiados. Como desenlace, encontramos que los resultados se expresan como un producto de estas dos funciones vitales: la función Gamma y la función de Epstein, como se ve en el resultado obtenido para  $\lambda_H^{ED}$ :

$$\lambda_H^{ED} = - \left(\frac{R^{-2}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} \mathcal{I}_P f_\lambda(x, y) \int_0^1 dz z^{\frac{\epsilon}{2}} (R^{-2})^{-2} \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \Gamma\left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right) E_\ell^{c_H^2} \left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right). \quad (5.4)$$

Es muy interesante notar que ambas funciones no pueden ser divergentes simultáneamente.

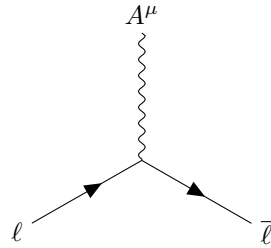
Para poder concluir con resultados numéricos, es necesario considerar el resto de las contribuciones al vértice; dadas por las torres vectoriales  $W_\mu^{(m)\pm}$ ,  $Z_\mu^{(m)}$ , sus escalares  $W_{\tilde{n}}^{(m)\pm}$ ,  $Z_{\tilde{n}}^{(m)}$  y el resto de los sectores del Modelo Estándar extendido. Este cometido se dejará para un trabajo a futuro.

# Apéndice A

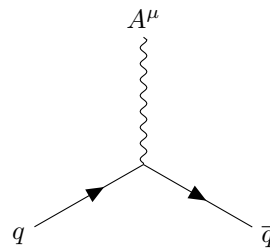
## Reglas de Feynman

### A.1. Reglas de Feynman Sector Fermiónico

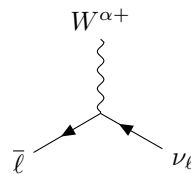
De los lagrangianos del sector de corrientes leptónico 1.142 y del sector de corrientes de quarks 1.154 se deducen las siguientes reglas de Feynman necesarias para el cálculo.

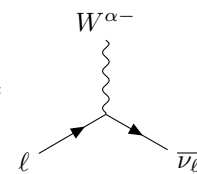


$$= ieQ_\ell \gamma_\mu, \quad Q_\ell = -1 \text{ para } e, \mu, \tau. \quad (\text{A.1})$$



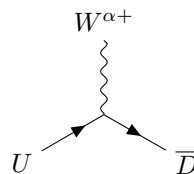
$$= ieQ_q \gamma_\mu, \quad Q_q = \frac{2}{3} \text{ para } q=U \text{ y } Q_q = -\frac{1}{3} \text{ para } q=D. \quad (\text{A.2})$$

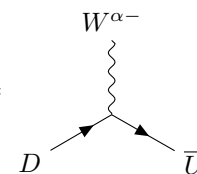


$$= \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\alpha P_L =$$


$$, \quad (\text{A.3})$$

donde  $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$  es el operador de proyección izquierda.

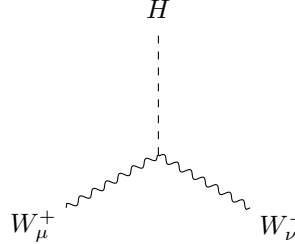


$$= \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\alpha P_L =$$


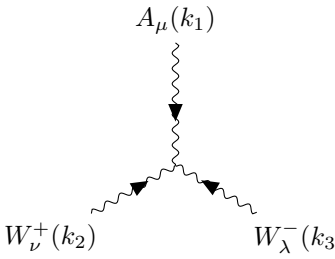
$$. \quad (\text{A.4})$$

## A.2. Reglas de Feynman del Sector Bosónico

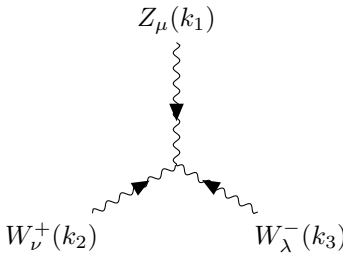
La contribución de los bosones de norma  $W^\pm$ ,  $Z$  y el bosón de Higgs  $H$ , se da por medio de las interacciones del sector de Higgs 1.93 y del sector de Yang-Mills 1.106; de donde se obtienen las siguientes reglas de Feynman.



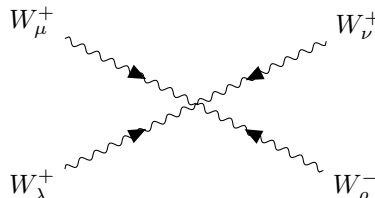
$$= ig m_W g_{\mu\nu} \quad (\text{A.5})$$



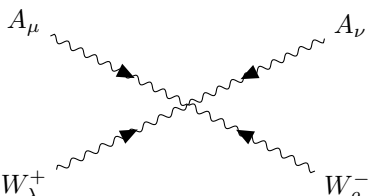
$$= -ie [(k_1 - k_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (k_3 - k_1)_\nu g_{\lambda\mu}] \quad (\text{A.6})$$



$$= -ig \cos\theta_w [(k_1 - k_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (k_3 - k_1)_\nu g_{\lambda\mu}] \quad (\text{A.7})$$



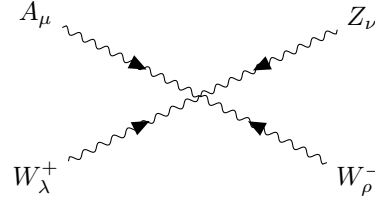
$$= ig^2 S_{\mu\nu,\lambda\rho} \quad (\text{A.8})$$



$$= -ie^2 S_{\mu\nu,\lambda\rho} \quad (\text{A.9})$$

**APÉNDICE A. REGLAS DE FEYNMAN**  
**A.2. REGLAS DE FEYNMAN DEL SECTOR BOSÓNICO**

---



$$= -ieg \cos\theta_w S_{\mu\nu,\lambda\rho} \quad (\text{A.10})$$

Donde  $S_{\mu\nu,\lambda\rho} = 2g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}$ .

Las reglas de Feynman utilizadas en esta tesis se tomaron de [37].



## Apéndice B

# Derivadas de las funciones de Passarino Veltman

### B.1. Derivadas de funciones $B_0$

Con ayuda del Paquete X [56], en donde se toma la convención  $D = 4 - 2\epsilon$ , se obtienen las soluciones de las funciones  $B_0$  de interés. Con ayuda del software Mathematica, se derivan estas funciones respecto a  $q^2$  y después se toma cuidadosamente el límite cuando  $q^2 \rightarrow 0$ .

La solución de la función  $B_0(4q^2, m_D^2, m_D^2)$  es:

$$B_0(4q^2, m_D^2, m_D^2) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) - \log\left(\frac{m_D^2}{\mu^2}\right) + \frac{\sqrt{q^2(4q^2 - 4m_D^2)}}{2q^2} \log\left(\frac{2\sqrt{q^2(4q^2 - 4m_D^2)} + 2m_D^2 - 4q^2}{2m_D^2}\right) + 2, \quad (\text{B.1})$$

Se tiene que,

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(4q^2, m_D^2, m_D^2)}{dq^2} = \frac{2}{3m_D^2}. \quad (\text{B.2})$$

El cual concuerda con el resultado encontrado por Stuart y colaboradores [109]. Esta derivada se emplea en el sector de corrientes de quarks, de leptones, de Higgs y de Yang-Mills.

La solución de la función  $B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2)$  es

$$B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) - \log\left(\frac{m_U^2}{\mu^2}\right) - \frac{m_D^2 - m_U^2 + m_W^2 + q^2}{2(m_W^2 + q^2)} \log\left(\frac{m_D^2}{m_U^2}\right) + \frac{\sqrt{\mathcal{R}}}{m_W^2 + q^2} \log\left(\frac{\sqrt{\mathcal{R}} + m_D^2 + m_U^2 - m_W^2 - q^2}{2m_D m_U}\right) + 2, \quad (\text{B.3})$$

donde  $\mathcal{R} = m_D^4 - 2m_D^2 m_U^2 - 2m_D^2 m_W^2 - 2m_D^2 q^2 + m_U^4 - 2m_U^2 m_W^2 - 2m_U^2 q^2 + m_W^4 + 2m_W^2 q^2 + q^4$ .

**APÉNDICE B. DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE PASSARINO VELTMAN**  
**B.1. DERIVADAS DE FUNCIONES B<sub>0</sub>**

---

El límite de su derivada respecto a  $q^2$ , cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, m_U^2)}{dq^2} &= \frac{m_D^2 - m_U^2}{2m_W^4} \log\left(\frac{m_D^2}{m_U^2}\right) - \frac{1}{m_W^2} \\ &\quad - \left( \frac{m_D^4 - m_D^2(2m_U^2 + m_W^2) + m_U^4 - m_U^2 m_W^2}{m_W^4 \sqrt{\mathcal{S}}} \right) \\ &\quad \cdot \log\left(\frac{\sqrt{\mathcal{S}} + m_D^2 + m_U^2 - m_W^2}{2m_D m_U}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

donde  $\mathcal{S} = m_D^4 - 2m_D^2(m_U^2 + m_W^2) + (m_U^2 - m_W^2)^2$ . Esta derivada se emplea únicamente en el sector de corrientes de quarks.

La solución de la función  $B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, 0)$  es la siguiente

$$\begin{aligned} B_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, 0) &= \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) - \log\left(\frac{m_D^2}{\mu^2}\right) \\ &\quad + \frac{-m_D^2 + m_W^2 + q^2}{m_W^2 + q^2} \log\left(\frac{m_D^2}{m_D^2 - m_W^2 - q^2}\right) + 2 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Su derivada respecto a  $q^2$  cuando  $q^2 \rightarrow 0$  es

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_D^2, 0)}{dq^2} = \frac{1}{m_W^4} \left( m_D^2 \log\left(\frac{m_D^2}{m_D^2 - m_W^2}\right) - m_W^2 \right), \quad (\text{B.6})$$

Esta se emplea únicamente en el sector de corrientes leptónico.

Para la última función  $B_0(m_W^2 + q^2, m_H^2, m_W^2)$ , la solución es

$$\begin{aligned} B_0(m_W^2 + q^2, m_H^2, m_W^2) &= \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) - \log\left(\frac{m_H^2}{\mu^2}\right) \\ &\quad + \frac{m_H^2 - 2m_W^2 - q^2}{2(m_W^2 + q^2)} \log\left(\frac{m_H^2}{m_W^2}\right) \\ &\quad + \left( \frac{\sqrt{m_H^4 - 4m_H^2 m_W^2 - 2m_H^2 q^2 + q^4}}{m_W^2 + q^2} \right) \\ &\quad \cdot \log\left(\frac{\sqrt{m_H^4 - 4m_H^2 m_W^2 - 2m_H^2 q^2 + q^4} + m_H^2 - q^2}{2m_H m_W}\right) + 2 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Se tiene entonces que

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dB_0(m_W^2 + q^2, m_H^2, m_W^2)}{dq^2} &= \frac{m_H^2 - m_W^2}{2m_W^4} \log\left(\frac{m_H^2}{m_W^2}\right) \\ &\quad - \frac{m_H^4 - 3m_H^2 m_W^2}{m_W^4 \sqrt{m_H^4 - 4m_H^2 m_W^2}} \log\left(\frac{\sqrt{m_H^4 - 4m_H^2 m_W^2} + m_H^2}{2m_H m_W}\right) - \frac{1}{m_W^2}, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Esta derivada se utiliza en el sector cinético de Higgs y en la contribución del bosón neutro  $Z$ .

## B.2. Derivadas de funciones $C_0$

Para lidiar con las derivadas de las funciones  $C_0$  se emplea parametrización de Feynman [102], posteriormente se calcula la derivada respecto de  $q^2$  y finalmente se toma el límite cuando  $q^2 \rightarrow 0$ .

La función  $C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_D^2, m_D^2, m_U^2)$  se puede parametrizar como sigue

$$\begin{aligned}
 C_0(4q^2, \dots, m_U^2) &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^4k \frac{1}{[(k-p-q)^2 - m_D^2][(k-p+q)^2 - m_D^2][k^2 - m_U^2]} \\
 &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{i\pi^2} \int d^4k \left\{ [(k-p-q)^2 - m_D^2]x + [(k-p+q)^2 - m_D^2]y \right. \\
 &\quad \left. + [k^2 - m_U^2](1-x-y) \right\}^{-3} \\
 &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{i\pi^2} \int d^4k \frac{1}{[(k-\ell)^2 - \Delta_1^2]^3}
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

donde  $\ell = p(x+y) + q(x-y)$  y  $\Delta_1^2 = m_W^2[(x+y)^2 - (x+y)] + q^2[(x-y)^2 - (x+y)] + m_D^2(x+y) + m_U^2(1-x-y)$ . Haciendo el cambio de variable  $k \rightarrow k + \ell$ , y usando la siguiente fórmula [33]

$$\frac{\Gamma(3)}{i\pi^2} \int d^4k \frac{1}{(k^2 - \Delta_1^2)^3} = -\frac{1}{\Delta_1^2}, \tag{B.10}$$

se tiene

$$C_0(4q^2, \dots, m_U^2) = - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{\Delta_1^2} \tag{B.11}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
 \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, m_U^2)}{dq^2} &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{[(x-y)^2 - (x+y)]}{(m_W^2[(x+y)^2 - (x+y)] + m_D^2(x+y) + m_U^2(1-x-y))^2} \\
 &= \frac{1}{m_W^4} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{[(x-y)^2 - (x+y)]}{((x+y)^2 - (x+y) + \delta(x+y) + \nu(1-x-y))^2} \\
 &\equiv \frac{1}{m_W^4} \mathcal{I}_1
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

donde se hizo  $\delta = m_D^2/m_W^2$  y  $\nu = m_U^2/m_W^2$ . Con ayuda de Mathematica se realiza esta integral

$$\begin{aligned}
 \mathcal{I}_1 &= -\frac{1}{6\delta Q^{\frac{3}{2}}} \left\{ \delta Q^{\frac{3}{2}} \log(\nu) + \sqrt{Q} \left( \delta(-Q) \log(\delta) - 2(\delta^2 - \delta\nu + \delta + 2\nu - 2) \right) \right. \\
 &\quad - 2\delta \left( \delta^3 - 3\delta^2(\nu+1) + 3\delta(\nu^2 - 5) - (\nu-1)^3 \right) \tan^{-1} \left( \frac{\delta - \nu + 1}{\sqrt{Q}} \right) \\
 &\quad - 4\delta \left( 9\delta - 3\nu - 1 \right) \tan^{-1} \left( \frac{\delta - \nu + 1}{\sqrt{Q}} \right) \\
 &\quad \left. + 2\delta \left( \delta^3 - 3\delta^2(\nu+1) + 3\delta(\nu^2 + 1) - \nu^3 + 3\nu^2 - 9\nu - 1 \right) \tan^{-1} \left( \frac{\delta - \nu - 1}{\sqrt{Q}} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

**APÉNDICE B. DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE PASSARINO VELTMAN**  
**B.2. DERIVADAS DE FUNCIONES  $C_0$**

donde  $\mathcal{Q} = -\delta^2 + 2\delta(\nu + 1) - (\nu - 1)^2$ . Esta integral únicamente se emplea en el sector de corrientes de quarks.

Para la función  $C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_D^2, m_D^2, 0)$  utilizada en la contribución leptónica, se tiene la misma parametrización de Feynman que en el caso anterior, pero con  $m_U^2 = 0$ . Por lo tanto se tiene

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, 0)}{dq^2} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{[(x-y)^2 - (x+y)]}{(m_W^2[(x+y)^2 - (x+y)] + m_D^2(x+y))^2} \quad (\text{B.14})$$

Usando Mathematica se obtiene

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, 0)}{dq^2} = & -\frac{1}{3m_D^2 m_W^4 (m_D^2 - m_W^2)} \left\{ m_W^2 (-(m_D^2 + 2m_W^2)) \right. \\ & \left. + (m_D^4 - m_D^2 m_W^2) \log(m_D^2) + (m_D^2 m_W^2 - m_D^4) \log(m_D^2 - m_W^2) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

La última función empleada,  $C_0(4q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2 + q^2, m_W^2, m_W^2, m_H^2)$  se puede parametrizar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} C_0(4q^2, \dots, m_H^2) &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^4 k \frac{1}{[(k-p-q)^2 - m_W^2][(k-p+q)^2 - m_W^2][k^2 - m_H^2]} \\ &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{i\pi^2} \int d^4 k \left\{ [(k-p-q)^2 - m_W^2]x + [(k-p+q)^2 - m_W^2]y \right. \\ &\quad \left. + [k^2 - m_H^2](1-x-y) \right\}^{-3} \\ &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{i\pi^2} \int d^4 k \frac{1}{[(k-\ell)^2 - \Delta_2^2]^3} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

donde  $\ell = p(x+y) + q(x-y)$  y  $\Delta_2^2 = m_W^2(x+y)^2 + q^2[(x-y)^2 - (x+y)] + m_H^2(1-x-y)$ . Haciendo el cambio de variable  $k \rightarrow k + \ell$ , y usando nuevamente el resultado (B.10), se tiene

$$C_0(4q^2, \dots, m_H^2) = - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{\Delta_2^2}, \quad (\text{B.17})$$

por lo tanto,

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{dC_0(4q^2, \dots, m_H^2)}{dq^2} &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{[(x-y)^2 - (x+y)]}{(m_W^2(x+y)^2 + m_H^2(1-x-y))^2} \\ &= \frac{16}{m_H^4} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{[(x-y)^2 - (x+y)]}{(\tau(x+y)^2 + 4(1-x-y))^2} \cdot \\ &\equiv \frac{16}{m_H^4} \mathcal{I}_2 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Donde se tomó  $\tau = 4\frac{m_W^2}{m_H^2}$ . Usando Mathematica obtenemos la solución a esta integral

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_2 = \frac{1}{12(\tau-1)^{\frac{3}{2}}\tau^2} & \left\{ (-3\tau^2 + 6\tau - 4) \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{\tau-1}} \right) \right. \\ & + (-3\tau^2 + 6\tau - 4) \tan^{-1} \left( \frac{\tau-2}{2\sqrt{\tau-1}} \right) \\ & \left. + \sqrt{\tau-1} (\tau - 2\tau \log(4) + 2(\tau-1) \log(\tau) + \log(16)) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$



# Bibliografía

- [1] A. Salam y J. C. Ward, «Weak and electromagnetic interactions», *Il Nuovo Cimento*, vol. 11, n.º 4, págs. 568-577, feb. de 1959. DOI: [10.1007/BF02726525](https://doi.org/10.1007/BF02726525).
- [2] S. L. Glashow, «The renormalizability of vector meson interactions», *Nuclear Physics*, vol. 10, págs. 107-117, 1959, ISSN: 0029-5582. DOI: [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(59\)90196-8](https://doi.org/10.1016/0029-5582(59)90196-8). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029558259901968>.
- [3] S. Weinberg, «A Model of Leptons», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 19, págs. 1264-1266, 21 nov. de 1967. DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.19.1264>.
- [4] F. Englert y R. Brout, «Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, págs. 321-323, 9 ago. de 1964. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.321](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.321). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.321>.
- [5] P. W. Higgs, «Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, págs. 508-509, 16 oct. de 1964. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.508](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.508). dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.508>.
- [6] P. W. Higgs, «Broken symmetries, massless particles and gauge fields», *Phys. Lett.*, vol. 12, págs. 132-133, 1964. DOI: [10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9). dirección: <https://cds.cern.ch/record/641590>.
- [7] G. Nordstrom, «On the possibility of unifying the electromagnetic and the gravitational fields», *Phys. Z.*, vol. 15, págs. 504-506, 1914. arXiv: [physics/0702221](https://arxiv.org/abs/physics/0702221).
- [8] T. KALUZA, «On the Unification Problem in Physics», *International Journal of Modern Physics D*, vol. 27, n.º 14, pág. 1870001, 2018. DOI: [10.1142/S0218271818700017](https://doi.org/10.1142/S0218271818700017). eprint: <https://doi.org/10.1142/S0218271818700017>. dirección: <https://doi.org/10.1142/S0218271818700017>.
- [9] O. Klein, «Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie», *Zeitschrift für Physik*, vol. 37, n.º 12, págs. 895-906, dic. de 1926, ISSN: 0044-3328. DOI: [10.1007/BF01397481](https://doi.org/10.1007/BF01397481). dirección: <https://doi.org/10.1007/BF01397481>.
- [10] J. Montaña, H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, «Effects of universal extra dimensions on top-quark electromagnetic interactions», *J. Phys. G*, vol. 47, n.º 1, pág. 015002, 2019. DOI: [10.1088/1361-6471/ab4d93](https://doi.org/10.1088/1361-6471/ab4d93). arXiv: [1908.06226 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1908.06226).
- [11] I. Antoniadis, «A Possible new dimension at a few TeV», *Phys. Lett. B*, vol. 246, págs. 377-384, 1990. DOI: [10.1016/0370-2693\(90\)90617-F](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90617-F).
- [12] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos y G. Dvali, «The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter», *Physics Letters B*, vol. 429, n.º 3, págs. 263-272, 1998, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(98\)00466-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00466-3). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269398004663>.

- [13] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos y G. Dvali, «New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a TeV», *Physics Letters B*, vol. 436, n.º 3, págs. 257-263, 1998, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(98\)00860-0](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00860-0). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269398008600>.
- [14] T. Appelquist, H.-C. Cheng y B. Dobrescu, «Bounds on Universal Extra Dimensions», *Physical Review D*, vol. 64, dic. de 2000. DOI: 10.1103/PhysRevD.64.035002.
- [15] A. Flores-Tlalpa, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, F. Zavaleta y J. J. Toscano, «One-loop effects of extra dimensions on the WWY and WWZ vertices», *Physical Review D*, vol. 83, ago. de 2010. DOI: 10.1103/PhysRevD.83.016011.
- [16] I. García-Jiménez, A. Granados-González, G. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez y J. Toscano, «Symmetry in the extra-dimensional Yang-Mills theory and its Kaluza-Klein effective description», ene. de 2018.
- [17] I. García-Jiménez, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, *The Standard Model in extra dimensions and its Kaluza-Klein effective Lagrangian*. DOI: 10.48550/ARXIV.1603.03128. dirección: <https://arxiv.org/abs/1603.03128>.
- [18] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, G. Nápoles-Cañedo y J. J. Toscano, «One-Loop order effects from one extra universal dimension on  $\lambda\varphi^4$  theory», *Journal of Physics Communications*, vol. 4, pág. 115004, nov. de 2020. DOI: 10.1088/2399-6528/abc9a6.
- [19] G. W. *et al*, «Physics interplay of the LHC and the ILC», English, *Physics Reports*, vol. 426, n.º 2-6, págs. 47-358, abr. de 2006, ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.12.003.
- [20] W. A. Bardeen, R. Gastmans y B. Lautrup, «STATIC QUANTITIES IN WEINBERG'S MODEL OF WEAK AND ELECTROMAGNETIC INTERACTIONS.», *Nucl. Phys. B* 46: No. 1, 319-31(1972)., ene. de 1972. DOI: 10.1016/0550-3213(72)90218-0. dirección: <https://www.osti.gov/biblio/4629084>.
- [21] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett y T. G. Rizzo, «Anomalous magnetic and quadrupole moments of the W boson in the two-Higgs-doublet model», *Phys. Rev. D*, vol. 36, págs. 859-862, 3 ago. de 1987. DOI: 10.1103/PhysRevD.36.859. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.36.859>.
- [22] C. L. Bilchak, R. Gastmans y A. Van Proeyen, «Static quantities in supersymmetry», *Nuclear Physics B*, vol. 273, n.º 1, págs. 46-74, ago. de 1986. DOI: 10.1016/0550-3213(86)90040-4.
- [23] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett y T. G. Rizzo, «Anomalous moments of W bosons in broken-supersymmetric models», *Phys. Rev. D*, vol. 38, págs. 860-864, 3 ago. de 1988. DOI: 10.1103/PhysRevD.38.860. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.38.860>.
- [24] A. Lahanas y V. Spanos, «Static quantities of the W boson in the MSSM», *Physics Letters B*, vol. 334, n.º 3-4, págs. 378-390, ago. de 1994. DOI: 10.1016/0370-2693(94)90703-x.
- [25] G. Tavares-Velasco y J. J. Toscano, «Bilepton gauge boson contribution to the static electromagnetic properties of the W boson in the minimal 3-3-1 model», *Phys. Rev. D*, vol. 65, pág. 013005, 1 dic. de 2001. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.013005. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.65.013005>.
- [26] J. L. García-Luna, G. Tavares-Velasco y J. J. Toscano, «Static quantities of the W boson in the  $SU_L(3) \times U_X(1)$  model with right-handed neutrinos», *Phys. Rev. D*, vol. 69, pág. 093005, 9 mayo de 2004. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.093005. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.69.093005>.

- [27] T. Morii, C. S. Lim y S. N. Mukherjee, *The Physics of the Standard Model and Beyond*. WORLD SCIENTIFIC, 2004. DOI: 10.1142/4655. eprint: <https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/4655>. dirección: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/4655>.
- [28] F. Halzen y A. D. Martin, *QUARKS AND LEPTONS: AN INTRODUCTORY COURSE IN MODERN PARTICLE PHYSICS*. 1984, ISBN: 978-0-471-88741-6.
- [29] Y. Nambu y G. Jona-Lasinio, «Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I», *Phys. Rev.*, vol. 122, págs. 345-358, 1 abr. de 1961. DOI: 10.1103/PhysRev.122.345. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.122.345>.
- [30] Y. Nambu, «Axial Vector Current Conservation in Weak Interactions», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 4, págs. 380-382, 7 abr. de 1960. DOI: 10.1103/PhysRevLett.4.380. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.4.380>.
- [31] J. Goldstone, «Field theories with "superconductor" solutions», *Nuovo Cimento*, vol. 19, págs. 154-164, ago. de 1960. DOI: 10.1007/BF02812722. dirección: <http://cds.cern.ch/record/343400>.
- [32] J. Goldstone, A. Salam y S. Weinberg, «Broken Symmetries», *Physical Review*, vol. 127, n.º 3, págs. 965-970, ago. de 1962. DOI: 10.1103/PhysRev.127.965.
- [33] M. E. Peskin y D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*. Boulder, CO: Westview, 1995, Includes exercises. dirección: <https://cds.cern.ch/record/257493>.
- [34] I. J. R. Aitchison y A. J. G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics: A Practical Introduction, Volume 1 : From Relativistic Quantum Mechanics to QED, Fourth Edition*. Taylor & Francis, 2013, ISBN: 9781315275253. DOI: 10.1201/b13717.
- [35] B. de Wit, «Introduction to gauge theories and the Standard Model», The video was digitized from its original recording as part of the CERN Digital Memory project, CERN, Geneva: CERN, oct. de 1995, Transparencias, 3 DVD video, 3 VHS video. dirección: <https://cds.cern.ch/record/292286>.
- [36] M. Srednicki, *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 2007. DOI: 10.1017/CB09780511813917.
- [37] T.-P. Cheng, L.-F. Li y D. Gross, «Gauge Theory of Elementary Particle Physics», *Physics Today - PHYS TODAY*, vol. 38, dic. de 1985. DOI: 10.1063/1.2814821.
- [38] R. P. Feynman, «Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics», *Phys. Rev.*, vol. 76, págs. 769-789, 6 sep. de 1949. DOI: 10.1103/PhysRev.76.769. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.76.769>.
- [39] S. Tomonaga, «On a relativistically invariant formulation of the quantum theory of wave fields», *Prog. Theor. Phys.*, vol. 1, págs. 27-42, 1946. DOI: 10.1143/PTP.1.27.
- [40] J. Schwinger, «On Quantum-Electrodynamics and the Magnetic Moment of the Electron», *Phys. Rev.*, vol. 73, págs. 416-417, 4 feb. de 1948. DOI: 10.1103/PhysRev.73.416. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.73.416>.
- [41] M. Gell-Mann, «The Eightfold Way: A Theory of strong interaction symmetry», mar. de 1961. DOI: 10.2172/4008239.
- [42] G. Zweig, «An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2», en *DEVELOPMENTS IN THE QUARK THEORY OF HADRONS. VOL. 1. 1964 - 1978*, D. B. Lichtenberg y S. P. Rosen, eds. feb. de 1964, págs. 22-101.
- [43] K. Sundermeyer, *Symmetries in Fundamental Physics*. Switzerland: Springer International Publishing, 2014, ISBN: 978-3-319-06580-9. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06581-6>.

- [44] S. Weinberg, *The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications*. Cambridge University Press, ago. de 2013, ISBN: 9781139644174.
- [45] A. Dobado, A. Gómez-Nicola, A. L. Maroto y J. R. Peláez, *Effective Lagrangians for the Standard Model*. Springer Berlin, Heidelberg, 1997. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-59191-4>.
- [46] M. D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge University Press, 2013. DOI: 10.1017/9781139540940.
- [47] G. Hooft, «Renormalizable Lagrangians for massive Yang-Mills fields», *Nuclear Physics B*, vol. 35, n.º 1, págs. 167-188, 1971, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(71\)90139-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90139-8). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321371901398>.
- [48] B. W. Lee, «Renormalizable Massive Vector-Meson Theory-Perturbation Theory of the Higgs Phenomenon», *Phys. Rev. D*, vol. 5, págs. 823-835, 4 feb. de 1972. DOI: 10.1103/PhysRevD.5.823. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.5.823>.
- [49] G. 't Hooft y M. J. G. Veltman, «Regularization and Renormalization of Gauge Fields», *Nucl. Phys. B*, vol. 44, págs. 189-213, 1972. DOI: 10.1016/0550-3213(72)90279-9.
- [50] G. Passarino y M. Veltman, «One-loop corrections for  $e^+e^-$  annihilation into  $\mu^+\mu^-$  in the Weinberg model», *Nuclear Physics B*, vol. 160, n.º 1, págs. 151-207, 1979, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(79\)90234-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90234-7). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321379902347>.
- [51] G. 't Hooft y M. J. G. Veltman, «Scalar One Loop Integrals», *Nucl. Phys. B*, vol. 153, págs. 365-401, 1979. DOI: 10.1016/0550-3213(79)90605-9.
- [52] R. Mertig, M. Böhm y A. Denner, «Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes», *Computer Physics Communications*, vol. 64, n.º 3, págs. 345-359, 1991, ISSN: 0010-4655. DOI: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(91\)90130-D](https://doi.org/10.1016/0010-4655(91)90130-D). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/001046559190130D>.
- [53] V. Shtabovenko, R. Mertig y F. Orellana, «FeynCalc 9.3: New features and improvements», *Computer Physics Communications*, vol. 256, pág. 107478, nov. de 2020. DOI: 10.1016/j.cpc.2020.107478.
- [54] G. Tavares-Velasco y J. J. Toscano, «Bilepton gauge boson contribution to the static electromagnetic properties of the W boson in the minimal 3-3-1 model», *Phys. Rev. D*, vol. 65, pág. 013005, 1 dic. de 2001. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.013005. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.65.013005>.
- [55] R. G. Stuart y A. Gongora, «Algebraic Reduction of One Loop Feynman Diagrams to Scalar Integrals. 2.», *Comput. Phys. Commun.*, vol. 56, págs. 337-350, 1990. DOI: 10.1016/0010-4655(90)90019-W.
- [56] H. H. Patel, «Package -X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals», *Computer Physics Communications*, vol. 218, págs. 66-70, sep. de 2017. DOI: 10.1016/j.cpc.2017.04.015. dirección: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.04.015>.
- [57] V. Shtabovenko, «FeynHelpers: Connecting FeynCalc to FIRE and Package-X», *Computer Physics Communications*, vol. 218, págs. 48-65, sep. de 2017. DOI: 10.1016/j.cpc.2017.04.014.
- [58] J. Beringer, J. -.-F. Argüin, R. M. Barnett y col., «Review of Particle Physics», *Phys. Rev. D*, vol. 86, pág. 010001, 1 jul. de 2012. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.010001. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.010001>.

- [59] M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa y col., «Review of Particle Physics», *Phys. Rev. D*, vol. 98, pág. 030001, 3 ago. de 2018. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>.
- [60] G. Veneziano, «Construction of a crossing-symmetric, Regge behaved amplitude for linearly rising trajectories», *Nuovo Cimento*, vol. 57, págs. 190-197, 1968. DOI: 10.1007/BF02824451. dirección: <http://cds.cern.ch/record/390478>.
- [61] H. B. Nielsen, «An Almost Physical Interpretation of the Dual N-Point Function», *Nordita Report*, 1969.
- [62] Z. Koba y H. B. Nielsen, «Manifestly crossing-invariant parametrization of n-meson amplitude», *Nuclear Physics B*, vol. 12, n.º 3, págs. 517-536, 1969, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(69\)90071-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(69)90071-6). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321369900716>.
- [63] Z. Koba y H. Nielsen, «Reaction amplitude for n-mesons a generalization of the Veneziano-Bardakçi-Ruegg-Virasoro model», *Nuclear Physics B*, vol. 10, n.º 4, págs. 633-655, 1969, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(69\)90331-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(69)90331-9). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321369903319>.
- [64] Y. Nambu, «QUARK MODEL AND THE FACTORIZATION OF THE VENEZIANO AMPLITUDE.», pp 269-78 of *Symmetries and Quark Models. /Chand, Ramesh (ed.). New York Gordon and Breach, Science Publishers, Inc. (1970).*, ene. de 1970. dirección: <https://www.osti.gov/biblio/4118139>.
- [65] L. Susskind, «Structure of Hadrons Implied by Duality», *Phys. Rev. D*, vol. 1, págs. 1182-1186, 4 feb. de 1970. DOI: 10.1103/PhysRevD.1.1182. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.1.1182>.
- [66] L. Susskind, «Dual symmetric theory of hadrons. 1.», *Nuovo Cim. A*, vol. 69, págs. 457-496, 1970. DOI: 10.1007/BF02726485.
- [67] C. Lovelace, «Pomeron form factors and dual Regge cuts», *Physics Letters B*, vol. 34, n.º 6, págs. 500-506, 1971, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(71\)90665-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(71)90665-4). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269371906654>.
- [68] P. Ramond, «Dual Theory for Free Fermions», *Phys. Rev. D*, vol. 3, págs. 2415-2418, 10 mayo de 1971. DOI: 10.1103/PhysRevD.3.2415. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.3.2415>.
- [69] J. Wess y B. Zumino, «Supergauge transformations in four dimensions», *Nuclear Physics B*, vol. 70, n.º 1, págs. 39-50, 1974, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(74\)90355-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(74)90355-1). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321374903551>.
- [70] J. Scherk y J. H. Schwarz, «Dual models for non-hadrons», *Nuclear Physics B*, vol. 81, n.º 1, págs. 118-144, 1974, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(74\)90010-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(74)90010-8). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321374900108>.
- [71] M. B. Green y J. H. Schwarz, «Anomaly cancellations in supersymmetric D = 10 gauge theory and superstring theory», *Physics Letters B*, vol. 149, n.º 1, págs. 117-122, 1984, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(84\)91565-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)91565-X). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938491565X>.
- [72] M. B. Green y J. H. Schwarz, «Supersymmetrical string theories», *Physics Letters B*, vol. 109, n.º 6, págs. 444-448, 1982, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)91110-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)91110-8). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269382911108>.

- [73] D. J. Gross, J. A. Harvey, E. Martinec y R. Rohm, «Heterotic String», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 54, págs. 502-505, 6 feb. de 1985. DOI: 10.1103/PhysRevLett.54.502. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.54.502>.
- [74] D. J. Gross, J. A. Harvey, E. Martinec y R. Rohm, «Heterotic string theory (I). The free heterotic string», *Nuclear Physics B*, vol. 256, págs. 253-284, 1985, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(85\)90394-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90394-3). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321385903943>.
- [75] D. J. Gross, J. A. Harvey, E. Martinec y R. Rohm, «Heterotic string theory: (II). The interacting heterotic string», *Nuclear Physics B*, vol. 267, n.º 1, págs. 75-124, 1986, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(86\)90146-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(86)90146-X). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032138690146X>.
- [76] S.-T. Yau, «On the ricci curvature of a compact kähler manifold and the complex monge-ampère equation, I», *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 31, n.º 3, págs. 339-411, 1978. DOI: 10.1002/cpa.3160310304.
- [77] P. Candelas, G. T. Horowitz, A. Strominger y E. Witten, «Vacuum configurations for superstrings», *Nuclear Physics B*, vol. 258, págs. 46-74, 1985, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(85\)90602-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90602-9). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321385906029>.
- [78] E. Witten, «String theory dynamics in various dimensions», *Nuclear Physics B*, vol. 443, n.º 1, págs. 85-126, 1995, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(95\)00158-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00158-0). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321395001580>.
- [79] J. Polchinski, «Dirichlet Branes and Ramond-Ramond Charges», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, págs. 4724-4727, 26 dic. de 1995. DOI: 10.1103/PhysRevLett.75.4724. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.4724>.
- [80] P. Hořava y E. Witten, «Heterotic and Type I string dynamics from eleven dimensions», *Nuclear Physics B*, vol. 460, n.º 3, págs. 506-524, 1996, ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(95\)00621-4](https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00621-4). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321395006214>.
- [81] P. Horava y E. Witten, «Eleven-dimensional supergravity on a manifold with boundary», *Nucl. Phys. B*, vol. 475, págs. 94-114, 1996. DOI: 10.1016/0550-3213(96)00308-2. arXiv: hep-th/9603142.
- [82] J. M. Maldacena, «The Large N limit of superconformal field theories and supergravity», *Adv. Theor. Math. Phys.*, vol. 2, págs. 231-252, 1998. DOI: 10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1. arXiv: hep-th/9711200.
- [83] H.-C. Cheng, K. T. Matchev y M. Schmaltz, «Bosonic supersymmetry? Getting fooled at the CERN LHC», *Physical Review D*, vol. 66, n.º 5, sep. de 2002. DOI: 10.1103/physrevd.66.056006.
- [84] K. R. Dienes, E. Dudas y T. Gherghetta, «Grand unification at intermediate mass scales through extra dimensions», *Nuclear Physics B*, vol. 537, n.º 1-3, págs. 47-108, ene. de 1999. DOI: 10.1016/S0550-3213(98)00669-5.
- [85] G. Servant y T. M. P. Tait, «Elastic scattering and direct detection of Kaluza-Klein dark matter», *New Journal of Physics*, vol. 4, págs. 99-99, dic. de 2002. DOI: 10.1088/1367-2630/4/1/399.
- [86] —, «Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate?», *Nuclear Physics B*, vol. 650, n.º 1-2, págs. 391-419, feb. de 2003. DOI: 10.1016/S0550-3213(02)01012-X.

- [87] A. Cordero-Cid, M. Gómez-Bock, H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, *The Standard Model with one universal extra dimension*, 2012. arXiv: 1108.2926 [hep-ph].
- [88] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, «Hidden symmetries induced by a canonical transformation and gauge structure of compactified Yang-Mills theories», *Physical Review D*, vol. 88, n.º 3, ago. de 2013. DOI: 10.1103/physrevd.88.036015. dirección: <https://doi.org/10.1103/physrevd.88.036015>.
- [89] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. N. Sánchez y J. J. Toscano, «Yang-Mills theories with an arbitrary number of compactified extra dimensions», *Physical Review D*, vol. 89, n.º 11, jun. de 2014. DOI: 10.1103/physrevd.89.116015.
- [90] I. García-Jiménez, J. Montaña, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano y E. S. Tututi, *Diphoton Higgs signal strength in universal extra dimensions*, 2020. arXiv: 1705.02637 [hep-ph].
- [91] M. Huerta-Leal, H. Novales-Sánchez y J. Toscano, «Gauge-invariant approach to the beta function in Yang-Mills theories with universal extra dimensions», *Physical Review D*, vol. 101, n.º 9, mayo de 2020. DOI: 10.1103/physrevd.101.095038. dirección: <https://doi.org/10.1103/physrevd.101.095038>.
- [92] C. M. Farrera, A. Granados-González, H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, *Quark-flavor-changing Higgs decays from a universal extra dimension*, 2020. arXiv: 2003.05571 [hep-ph].
- [93] E. Martínez-Pascual, G. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, A. Sierra-Martínez y J. Toscano, «Implications of extra dimensions on the effective charge and the beta function in quantum electrodynamics», *Physical Review D*, vol. 101, n.º 3, feb. de 2020. DOI: 10.1103/physrevd.101.035034. dirección: <https://doi.org/10.1103/physrevd.101.035034>.
- [94] T. Appelquist y J. Carazzone, «Infrared singularities and massive fields», *Phys. Rev. D*, vol. 11, págs. 2856-2861, 10 mayo de 1975. DOI: 10.1103/PhysRevD.11.2856. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.11.2856>.
- [95] F. J. Dyson, «The Radiation Theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman», *Phys. Rev.*, vol. 75, págs. 486-502, 3 feb. de 1949. DOI: 10.1103/PhysRev.75.486. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.75.486>.
- [96] F. J. Dyson, «The  $S$  Matrix in Quantum Electrodynamics», *Phys. Rev.*, vol. 75, págs. 1736-1755, 11 jun. de 1949. DOI: 10.1103/PhysRev.75.1736. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.75.1736>.
- [97] H. N. Sánchez y J. J. Toscano, «Gauge invariance and quantization of Yang-Mills theories in extra dimensions», *Physical Review D*, vol. 82, n.º 11, dic. de 2010. DOI: 10.1103/physrevd.82.116012. dirección: <https://doi.org/10.1103/physrevd.82.116012>.
- [98] C. Becchi, A. Rouet y R. Stora, «Renormalization of the Abelian Higgs-Kibble Model», *Commun. Math. Phys.*, vol. 42, págs. 127-162, 1975. DOI: 10.1007/BF01614158.
- [99] I. V. Tyutin, «Gauge Invariance in Field Theory and Statistical Physics in Operator Formalism», 1975. arXiv: 0812.0580 [hep-th].
- [100] S. Potoczak, «Survey of Graph Embeddings into Compact Surfaces», ago. de 2014.
- [101] H. Novales-Sánchez y J. J. Toscano, *The role of hidden symmetries and Kaluza-Klein mass generation in extra-dimensional gauge theories*, 2018. arXiv: 1801.05712 [hep-th].
- [102] R. P. Feynman, «Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics», *Phys. Rev.*, vol. 76, págs. 769-789, 6 sep. de 1949. DOI: 10.1103/PhysRev.76.769. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.76.769>.

- [103] U.-R. Kim, S. Cho y J. Lee, «The art of Schwinger and Feynman parametrizations», *Journal of the Korean Physical Society*, mar. de 2023, ISSN: 1976-8524. DOI: 10.1007/s40042-023-00764-3. dirección: <https://doi.org/10.1007/s40042-023-00764-3>.
- [104] P. Epstein, «Zur Theorie allgemeiner Zetafunktionen», *Mathematische Annalen*, vol. 56, n.º 4, págs. 615-644, dic. de 1903, ISSN: 1432-1807. DOI: 10.1007/BF01444309. dirección: <https://doi.org/10.1007/BF01444309>.
- [105] P. Epstein, «Zur Theorie allgemeiner Zetafunktionen. II», *Mathematische Annalen*, vol. 63, n.º 2, págs. 205-216, jun. de 1906, ISSN: 1432-1807. DOI: 10.1007/BF01449900. dirección: <https://doi.org/10.1007/BF01449900>.
- [106] K. Kirsten, «Inhomogeneous multidimensional Epstein zeta functions», *J. Math. Phys.*, vol. 32, págs. 3008-3014, 1991. DOI: 10.1063/1.529045.
- [107] K. Kirsten, «Generalized multidimensional Epstein zeta functions», *J. Math. Phys.*, vol. 35, págs. 459-470, 1994. DOI: 10.1063/1.530793.
- [108] E. Elizalde y A. Romeo, «Epstein-function analysis of the Casimir effect at finite temperature for massive fields», *International Journal of Modern Physics A; (United States)*, vol. 7:229, nov. de 1992, ISSN: 0217-751X. DOI: 10.1142/S0217751X92003379. dirección: <https://www.osti.gov/biblio/7159010>.
- [109] G. Devaraj y R. G. Stuart, «Reduction of one loop tensor form-factors to scalar integrals: A General scheme», *Nucl. Phys. B*, vol. 519, págs. 483-513, 1998. DOI: 10.1016/S0550-3213(98)00035-2. arXiv: hep-ph/9704308.