



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

La estructura del vacío en modelos extendidos

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Jorge León Silverio

Asesorado por

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz (FCFM - BUAP)

Dr. Mario Aldair Pérez de León (FCFM - UAS)

Puebla Pue.  
Junio de 2024





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

La estructura del vacío en modelos extendidos

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Jorge León Silverio

Asesorado por

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz (FCFM - BUAP)

Dr. Mario Aldair Pérez de León (FCFM - UAS)

Puebla Pue.  
Junio de 2024



**Título:** La estructura del vacío en modelos extendidos

**Estudiante:** JORGE LEÓN SILVERIO

COMITÉ

---

Dra. Ana Aurelia Avilez López (FCFM-BUAP)  
Presidente

---

Dr. Marco Antonio Arroyo Ureña (FCFM-BUAP)  
Secretario

---

Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán (FCE-BUAP)  
Vocal

---

Dr. Sebastian Rosado Navarro (CIEC-BUAP)  
Suplente

---

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz (FCFM - BUAP)  
Dr. Mario Aldair Pérez de León (FCFM - UAS)  
Asesores



# Declaración

Declaro que esta disertación no incluye ningún trabajo copiado o plagiado y que se ha otorgado el crédito apropiado dentro de esta tesis donde se ha hecho referencia al trabajo de otros. Además, declaro que he desarrollado esta disertación completamente por esfuerzo propio, bajo la guía de mis supervisores, el Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz y el Dr. Mario Aldair Pérez de León. Ninguna parte del trabajo presentado en esta disertación ha sido utilizada para obtener ningún otro grado de calificación en esta u otra universidad o instituto de aprendizaje. Si se encontrara lo contrario, seré responsable.



# Dedicatoria

A mi familia y mis seres queridos.

*“La vida solo se entiende mirando el pasado, pero se debe vivir hacia adelante”*

Soren Kierkegaard



# Agradecimientos

Gracias a mis padres por regalarme la vida y por enseñarme lo que realmente es bello de ella. Su historia y sus ideales están grabados en mi ser con un bolígrafo afilado.

A mi hermano, feliz al vivir, sencillo como la madera, tranquilo como llano, profundo como cenote. Permanece íntegro aunque viva rodeado de gloria y esplendor, nunca pierde la paz. Gracias por darme la guía y el consejo del hombre sabio al niño confundido.

A mi hermana, mujer del sufrimiento, de donde nació lo férreo. De lo férreo, tu llave de luz ha nacido. Diana, es tuya la puerta y el camino. La verdad ha nacido contigo, de tu sangre. Gracias por ser el soporte y mi ideal de persona.

Gracias al Dr. Lorenzo y al Dr. Mario Aldair por darme la oportunidad de trabajar con ustedes. Ustedes han sido modelos e inspiración para mí durante estos años. Gracias a Jonathan, Pablo, Kevin, Carlos, Víctor, Joshua, César y Armando por ser mis compañeros de estudio. Ustedes me han ayudado en el crecimiento de mi ser y persona.

Gracias a la Dra. Ana por ser mi presidenta y por su buena voluntad hacia mi persona. Gracias al Dr. Marco y al Dr. Sebastián por sus interesantes pláticas y puntos de vista acerca de mi trabajo. Especial agradecimiento a la Dra. Olga por abrirme las puertas, darme trabajo y por la clara atención al detalle en este trabajo. Usted ha sido un punto de inflexión en esta etapa de mi vida.

Por último, agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas por ser mi segunda casa y por haberme ayudado a descubrir mi pasión.



# Índice general

<b>Declaración</b>	<b>v</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>vii</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xv</b>
<b>Introducción</b>	<b>xvii</b>
<b>1. Modelo Estándar (SM)</b>	<b>1</b>
1.1. Partículas fundamentales . . . . .	1
1.1.1. Fermiones . . . . .	1
1.1.2. Bosones de norma . . . . .	2
1.1.3. El bosón de Higgs . . . . .	2
1.2. El lagrangiano del SM ( $\mathcal{L}_{SM}$ ) . . . . .	3
1.2.1. Sector cinético $\mathcal{L}_{\text{cinético}}$ . . . . .	4
1.2.2. Sector de masas fermiónico $\mathcal{L}_{m_\psi}$ . . . . .	4
1.2.3. Sector de Yukawa $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ . . . . .	5
1.2.4. El potencial escalar $\mathcal{L}_\phi$ . . . . .	5
1.3. Interacciones del Higgs en el SM . . . . .	6
<b>2. El mecanismo de Higgs del Modelo Estándar</b>	<b>9</b>
2.1. Ruptura espontánea de la simetría . . . . .	9
2.1.1. Rompimiento de una simetría global . . . . .	9
2.2. Teorema de Goldstone y Matrices de Masa . . . . .	11
2.2.1. Rompimiento de una simetría de norma . . . . .	12
2.3. El mecanismo de Higgs . . . . .	13
<b>3. El sector de Higgs con multipletes del <math>SU(2)_L \times U(1)_Y</math></b>	<b>15</b>
3.1. Isospín e hipercarga . . . . .	15
3.2. Teoría Electro-Débil . . . . .	16
3.2.1. Fermiones en la teoría Electro-Débil . . . . .	19
3.3. El modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM) . . . . .	20
3.4. El triplete de Higgs con hipercarga igual a cero (HTM0) . . . . .	23
3.5. Rompiendo la carga eléctrica en modelos de extensión . . . . .	26
3.5.1. Rompimiento de carga eléctrica para el 2HDM . . . . .	27
3.5.2. Estudiando el estado del vacío del 2HDM . . . . .	27

<b>4. Un modelo con tripletes y el vacío</b>	<b>31</b>
4.1. El Modelo Georgi-Machaceck (GM) . . . . .	31
4.2. Rompiendo carga eléctrica con en el modelo de Georgi Machaceck . . . . .	32
4.3. Estudiando estado del vacío del modelo de Georgi-Machaceck . . . . .	33
4.3.1. Vacío custodial . . . . .	35
4.3.2. Vacío degenerado . . . . .	36
4.3.3. Vacío con rompimiento de carga eléctrica . . . . .	38
<b>5. Conclusiones</b>	<b>43</b>
<b>A. Quiralidad del campo de Dirac</b>	<b>45</b>
<b>B. Condiciones de mínimo del potencial GM</b>	<b>47</b>
<b>C. Conversiones de unidades</b>	<b>51</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>53</b>

# Índice de figuras

1.1. Interacciones de las partículas del SM . . . . .	3
1.2. Reglas de Feynman para las interacciones del Higgs [6]. . . . .	7
2.1. Ruptura espontánea de la simetría de rotación de un clavo . . . . .	9
2.2. Potenciales para los casos $\mu^2 > 0$ y $\mu^2 < 0$ . . . . .	10
3.1. Representación del pión como un multiplexe de isospín $I = 1$ . . . . .	16
3.2. Relaciones entre las constantes de acoplamiento $(g, g')$ y la carga eléctrica $e$ . . . . .	18
3.3. Relaciones entre los VEV's del 2HDM con respecto del ángulo $\beta$ . . . . .	22
3.4. Mapa de contorno del parámetro $\rho$ del HDM0 . . . . .	26
3.5. Diagrama de fase de $\lambda_4$ y $\lambda_5$ para el 2HDM [16]. . . . .	29
4.1. Descomposición de un bi-doblete y un bi-triplete en la simetría $SU(2)_V$ . . . . .	36
4.2. Diagrama del espacio fase para $\lambda_3$ y $\lambda'_5$ para el rompimiento de carga eléctrica. . . . .	41
4.3. Mapa de contorno del parámetro $\rho$ para el caso 3C en el modelo GM. . . . .	41
4.4. Mapa de contorno de la masa del fotón para el caso 3C en el modelo GM. . . . .	42



# Resumen

En este trabajo se presenta una revisión general del Modelo Estándar, con un énfasis particular en el mecanismo de Higgs. Se analiza la ruptura espontánea de simetrías globales y locales, lo que conduce al teorema de Goldstone y al mecanismo de Higgs, respectivamente. Se examina en detalle la teoría electro-débil, con especial atención al sector de Higgs del Modelo Estándar y sus extensiones. Los modelos de extensión estudiados incluyen el modelo de dos dobletes de Higgs, el modelo de un doblete más un triplete real y, finalmente, el modelo de Georgi-Machacek.

En el caso del modelo de Georgi-Machacek, se investiga la posibilidad de una ruptura espontánea de CP mediante la adición de fases complejas al vacío original, así como la ruptura de carga eléctrica añadiendo valores de expectación del vacío en las partes cargadas de los multipletes de Higgs. Se determinan las condiciones de mínimo de estos vacíos junto con sus matrices de masas, y se examina la posibilidad de alinear estos vacíos utilizando los valores propios de las matrices de masa, teniendo en cuenta que deben ser mayores o iguales a cero.



# Introducción

Muchos estudios de fenómenos físicos se basan en la suposición de la conservación de una cantidad física, comúnmente la energía y el momento, y en ciertos contextos, la masa. Dependiendo del caso de estudio, pueden ser otras cantidades como el producto punto de dos vectores bajo una rotación.

La física de partículas se ha beneficiado de estos principios, ya que mediante la teoría de grupos se ha logrado establecer una conexión entre estas cantidades conservadas y las simetrías. Uno de los descubrimientos más importantes es el mecanismo de Higgs, el cual nos ha enseñado que las cantidades conservadas localmente no necesariamente se conservan globalmente. Un ejemplo de esta afirmación es que, después de la ruptura espontánea de la simetría electro-débil, el isospín y la hipercarga ya no son cantidades conservadas y solo se conserva la carga eléctrica [7].

Siguiendo esta línea de pensamiento, una pregunta natural sería: ¿cuántas simetrías podrían romperse con el mecanismo de Higgs? Un ejemplo de esto es el modelo de Lee (1973) [12], en el cual se estudia el modelo de dos dobletes de Higgs (o por sus siglas en inglés 2HDM), con ruptura espontánea de carga-paridad (CP) y ruptura espontánea de carga eléctrica [16]. La ruptura de la carga eléctrica en el sector de Higgs conduce a la violación de la conservación de la carga eléctrica en dicho sector. Usualmente, esta característica no es conveniente, ya que existe evidencia experimental de que la carga eléctrica se conserva, lo que llevaría a un fotón masivo. Otro obstáculo sería la cuantización de la carga eléctrica en múltiplos de un tercio de la carga del electrón, ya que la definición del operador de carga eléctrica está estrechamente ligada al isospín y a la hipercarga.

A pesar de los inconvenientes señalados, los sectores de Higgs extendidos exhiben una estructura de vacío interesante. Al retroceder en el tiempo, es decir, al ir a temperaturas más altas, la estructura puede cambiar y mostrar patrones de fase relacionados con los respectivos mínimos del potencial. Estudiar la estructura del vacío puede brindarnos conocimientos indirectos sobre la física más allá del Modelo Estándar y la evolución del Universo.

Esta tesis se compone de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta una introducción al Modelo Estándar. El segundo capítulo revisará a fondo la ruptura espontánea de simetrías locales y de norma. En el tercer capítulo se revisarán diferentes patrones de ruptura espontánea de la simetría para modelos con sectores de Higgs extendidos: el modelo de dos dobletes (2HDM) [7] y el de un doblete más un triplete real (HTM0) [3]. Como último capítulo, se hace un estudio del modelo de Georgi-Machacek (GM) [4] para revisar qué patrones de ruptura espontánea de la simetría se tienen. Se encuentra que este modelo permite vacíos que no preservan la simetría custodial, lo que conduce a varios patrones de ruptura de simetría y potencialmente a bosones de Goldstone adicionales. Se estudia el vacío original del modelo GM junto con un estado degenerado de este y tres vacíos que rompen carga eléctrica.



# Capítulo 1

## Modelo Estándar (SM)

En este capítulo, presentamos el lagrangiano del Modelo Estándar (SM) y revisamos con particular interés las interacciones del bosón de Higgs. El extenso estudio del lagrangiano del SM se encuentra en la literatura en muchas referencias, por lo tanto, nos limitaremos a la derivación de puntos esenciales. Se presenta especial atención en aquellos aspectos que están relacionados con nuestro trabajo. Sugerimos que se revisen [1–3] y [7].

Gracias a los esfuerzos teóricos y experimentales, ahora tenemos una teoría que explica la constitución y las interacciones de la naturaleza a su nivel más fundamental: el SM, que está basado en los siguientes principios:

- Las partículas fundamentales son quarks y leptones, que aparecen en tres familias. Los quarks se encuentran en los hadrones como el protón, neutrón y piones. Los leptones son el electrón, muón y tau, acompañados por sus respectivos neutrinos.
- Las interacciones de los quarks y leptones cumplen el principio de norma. Las fuerzas son mediadas por bosones de norma y están asociadas a simetrías.
- La masa de los bosones de norma ( $W^\pm$ ,  $Z^0$ ) y fermiones es consecuencia de sus interacciones con el vacío. Este proceso se conoce como el mecanismo de Higgs.

El mecanismo de Higgs, también conocido como el mecanismo de Brout-Englert-Higgs (BEH), fue implementado por Weinberg en un modelo propuesto por Glashow, que estaba basado en el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  [7].

### 1.1. Partículas fundamentales

Las partículas fundamentales son las partículas más pequeñas que componen la materia. Los quarks y leptones se conocen como fermiones, tienen espín semientero y son los constituyentes básicos de la materia. Estos cumplen el principio de exclusión de Pauli y obedecen la estadística de Fermi-Dirac. Los bosones son partículas con espín entero y son los portadores de las fuerzas fundamentales; estos obedecen la estadística de Bose-Einstein.

#### 1.1.1. Fermiones

Existen doce fermiones: seis quarks y seis leptones. Sus interacciones están mediadas por los bosones de norma. La diferencia entre quarks y leptones es que los quarks tienen una carga de color, lo cual hace que, además de su carga eléctrica y su isospín, experimenten una interacción fuerte.

*Tabla 1.1: Datos sobre leptones*

Leptones				
Generación	Nombre	Símbolo	Carga eléctrica	Masa (GeV)
Primera	Electrón	$e^-$	-1	0.0005
generación	Neutrino electrónico	$\nu_e$	0	$< 10^{-9}$
Segunda	Muón	$\mu$	-1	0.106
generación	Neutrino muónico	$\nu_\mu$	0	$< 10^{-9}$
Tercera	Tau	$\tau$	-1	1.78
generación	Neutrino tauónico	$\nu_\tau$	0	$< 10^{-9}$

Los leptones se pueden encontrar fuera del núcleo atómico, no experimentan la fuerza nuclear fuerte y estos pueden ser descritos por la Teoría Electro-Débil.

*Tabla 1.2: Datos sobre quarks*

Quarks				
Generación	Nombre	Símbolo	Carga eléctrica	Masa (GeV)
Primera	Down	$d$	-1/3	0.005
generación	Up	$u$	+2/3	0.003
Segunda	Strange	$s$	-1/3	0.1
generación	Charm	$c$	+2/3	1.3
Tercera	Bottom	$b$	-1/3	4.5
generación	Top	$t$	+2/3	174

Los quarks interactúan a través de la fuerza nuclear fuerte, y se encuentran en el núcleo atómico; es raro observarlos libres en la naturaleza. Pueden ser descritos mediante la Cromodinámica Cuántica.

La dinámica de los doce fermiones está descrita por la ecuación de Dirac. Es importante mencionar que esta ecuación dicta la existencia de antipartículas con la misma masa pero con carga eléctrica opuesta.

### 1.1.2. Bosones de norma

Los bosones de norma del Modelo Estándar son el fotón, los gluones, y los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ , todos ellos tienen espín 1. Los fotones actúan como portadores de la fuerza electromagnética. Los gluones son los portadores de la fuerza fuerte. Los bosones  $W^\pm$  y  $Z$  son los portadores de la fuerza débil.

*Tabla 1.3: Datos sobre los bosones de norma*

Fuerza	Rango	Bosón	Símbolo	Masa (GeV)
Electromagnética	Largo alcance	Fotón	$\gamma$	0
Fuerte	Corto alcance ( $10^{-16}$ cm)	Gluones	$g$	80.4
Débil	Corto alcance ( $10^{-13}$ cm)	Bosones $W^\pm$ /Bosón $Z^0$	$W^\pm/Z$	91.2

### 1.1.3. El bosón de Higgs

El bosón de Higgs juega un papel importante en el Modelo Estándar. La diferencia con los bosones de norma es que el bosón de Higgs tiene espín 0, lo cual hace que sea la única partícula escalar descubierta hasta la fecha. Tiene una masa de aproximadamente 125 GeV. El bosón de Higgs se entiende como una excitación del campo de Higgs y explica el mecanismo por el cual las partículas adquieren masa (BEH). Este se explica a detalle en la sección 2.

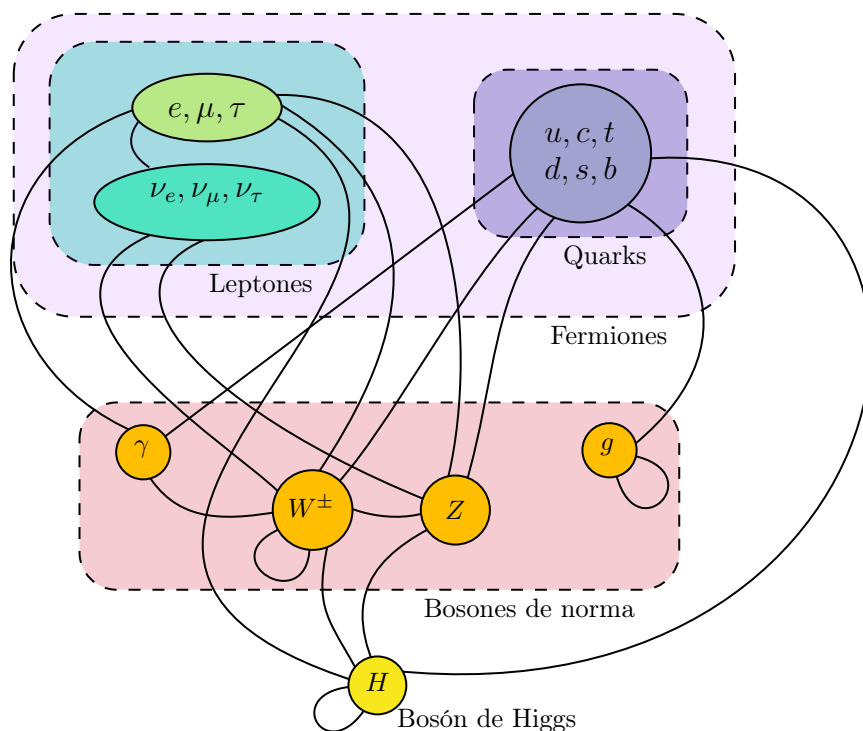


Figura 1.1: Interacciones de las partículas del SM

## 1.2. El lagrangiano del SM ( $\mathcal{L}_{SM}$ ).

Para estudiar a fondo el lagrangiano del SM sugerimos leer [1, 2] y [8]. La simetría local o de norma del SM es:

$$G = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (1.1)$$

que rompe espontáneamente a

$$G \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{EM}, \quad (Q_{EM} = T_3 + \frac{Y}{2}). \quad (1.2)$$

Existen tres generaciones de fermiones, cada una compuesta por cinco representaciones de  $G$

$$Q_{Li}(3, 2)_{+1/6}, \quad U_{Ri}(3, 1)_{+2/3}, \quad D_{Ri}(3, 1)_{-1/3}, \quad L_{Li}(1, 2)_{-1/2}, \quad E_{Ri}(1, 1)_{-1} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.3)$$

y un único campo escalar

$$\phi(1, 2)_{+1/2}. \quad (1.4)$$

El lagrangiano renormalizable mas general con campos escalares y fermiones se puede escribir como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{cinético}} + \mathcal{L}_{m_\psi} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_\phi. \quad (1.5)$$

$\mathcal{L}_{\text{cinético}}$  describe la propagación libre en el espacio-tiempo, así como las interacciones de los bosones de norma.  $\mathcal{L}_{m_\psi}$  representa los términos de masa de los fermiones,  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  representa las interacciones de Yukawa y,  $\mathcal{L}_\phi$  como el potencial de Higgs escalar.

### 1.2.1. Sector cinético $\mathcal{L}_{\text{cinético}}$

El sector cinético esta compuesto por los campos fermiónicos  $Q_{Li}, U_{Ri}, D_{Ri}, L_{Li}$  (1.3),  $E_{Ri}$  y un campo escalar  $\phi$  (1.4), sujeto a una simetría (1.1) y que conduce a un rompimiento espontáneo de la simetría (1.2). El lagrangiano cinético  $\mathcal{L}_{\text{cinético}}$  se expresa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{cinético}} = & -\frac{1}{4}G_a^{\mu\nu}G_{a\mu\nu} - \frac{1}{4}W_b^{\mu\nu}W_{b\mu\nu} - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \\ & - i\overline{Q_{Li}}\not{D}Q_{Li} - i\overline{U_{Ri}}\not{D}U_{Ri} - i\overline{D_{Ri}}\not{D}D_{Ri} - i\overline{L_{Li}}\not{D}L_{Li} - i\overline{E_{Ri}}\not{D}E_{Ri} \\ & - (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi), \quad (a = 1, 2, \dots, 8, \quad b = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (1.6)$$

donde  $G_a^{\mu\nu}$  es el tensor de intensidad de campo de color del grupo  $SU(3)_C$ ,  $W_b^{\mu\nu}$  es el tensor de intensidad de campo del grupo  $SU(2)_L$ ,  $B^{\mu\nu}$  es el tensor de intensidad de campo del grupo  $U(1)_Y$ ,  $D_\mu$  como derivada covariante y  $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$  con  $\gamma^\mu$  como las matrices de Dirac. Este lagrangiano conserva CP. La derivada covariante se define es

$$D^\mu = \partial^\mu + ig_s G_a^\mu L_a + ig W_b^\mu T_b + ig' Y B^\mu, \quad (1.7)$$

donde  $L_a$  son los generadores de  $SU(3)_C$  conocidos como las matrices de Gell-Mann  $3 \times 3 \frac{1}{2}\lambda_a$  para tripletes y 0 para singletes.  $T_b$  son los generadores de  $SU(2)_L$  conocidos como las matrices de Pauli  $2 \times 2 \frac{1}{2}\tau_b$  para dobletes, 0 para singletes.  $Y$  es la hipercarga y es el generador de  $U(1)_Y$ . Las derivadas covariantes actuando sobre los campos fermiónicos y bosones son:

$$\begin{aligned} D^\mu\phi &= \left( \partial^\mu + \frac{i}{2}gW_b^\mu\tau_b + \frac{i}{2}g'B^\mu \right)\phi, \\ D^\mu Q_{Li} &= \left( \partial^\mu + \frac{i}{2}g_s G_a^\mu\lambda_a + \frac{i}{2}gW_b^\mu\tau_b + \frac{i}{6}g'B^\mu \right)Q_{Li}, \\ D^\mu U_{Ri} &= \left( \partial^\mu + \frac{i}{2}g_s G_a^\mu\lambda_a + \frac{2i}{3}g'B^\mu \right)U_{Ri}, \\ D^\mu D_{Ri} &= \left( \partial^\mu + \frac{i}{2}g_s G_a^\mu\lambda_a - \frac{i}{3}g'B^\mu \right)D_{Ri}, \\ D^\mu L_{Li} &= \left( \partial^\mu + \frac{i}{2}gW_b^\mu\tau_b - \frac{i}{2}g'B^\mu \right)L_{Li}, \\ D^\mu E_{Ri} &= (\partial^\mu - ig'B^\mu)E_{Ri}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Las correspondientes tensores de intensidad campo están dadas como:

$$\begin{aligned} G_a^{\mu\nu} &= \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f_{abc} G_b^\mu G_c^\nu, \\ W_a^{\mu\nu} &= \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g\epsilon_{abc} W_b^\mu W_c^\nu, \\ B^{\mu\nu} &= \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu. \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde  $g_s$ ,  $g'$  y  $g$  son las correspondientes constantes de acoplamiento;  $f_{abc}$  y  $\epsilon_{abc}$  son las constantes de estructura fina de los grupos  $SU(3)_C$  y  $SU(2)_L$  respectivamente.

### 1.2.2. Sector de masas fermiónico $\mathcal{L}_{m_\psi}$

En el SM no existen términos de masa para los fermiones, estos adquieren masa por medio del Mecanismo de Higgs. No se pueden asignar términos de masa de Dirac gracias a que los fermiones no están ligados a representaciones quirales. Tampoco se pueden asignar términos de masa de Majorana ya que la hipercarga  $Y \neq 0$  (sugerimos ver el apéndice A). Podemos concluir que:

$$\mathcal{L}_{m_\psi} = 0. \quad (1.10)$$

### 1.2.3. Sector de Yukawa $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$

El lagrangiano de Yukawa,  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  se expresa como sigue:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = Y_{ij}^d \overline{Q_{Li}} \phi D_{Rj} + Y_{ij}^u \overline{Q_{Li}} \tilde{\phi} U_{Rj} + Y_{ij}^e L_{Li} \phi E_{Rj} + h.c \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1.11)$$

donde  $\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^\dagger$ , y  $Y^f$  son matrices generales de acoplamientos adimensionales ( $3 \times 3$ ). Esta parte del lagrangiano es, en general, dependiente del sabor, (es decir,  $Y^f \neq \mathbb{1}$ ) y viola CP. Después de la ruptura espontánea de la simetría, todos los fermiones del SM adquieren masa,  $m_f = Y_{ij}^f (v/2)$ . El lagrangiano de Yukawa contiene todas las interacciones del Higgs con los fermiones las cuales son proporcionales a la masa del fermión ( $g_{hff} \rightarrow m_f/v$ ). En cada caso debemos utilizar una transformación bi-unitaria

$$Y^e \rightarrow \hat{Y}_e = U_{eL} Y^e U_{eR}^\dagger, \quad (1.12)$$

para poder cambiar a una base donde  $Y^e$  sea diagonal y real

$$\hat{Y}_e = \text{diag}(y_e, y_\nu, y_\tau). \quad (1.13)$$

Esta base esta definida por la ecuación (1.12), denotamos las componentes de los dobletes de leptones  $SU(2)$  y los singletes de leptones  $SU(2)$ ,

$$L_{Li} : \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}; \quad E_{Ri} : e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R; \quad (1.14)$$

Lo mismo sucede para los quarks del tipo up y down.

$$Y^u \rightarrow \hat{Y}_u = U_{uL} Y^u U_{uR}^\dagger, \quad Y^d \rightarrow U_{dL} Y^d U_{dR}^\dagger. \quad (1.15)$$

Les corresponden bases donde  $\hat{Y}_u$  y  $\hat{Y}_d$  sean diagonales y reales:

$$\hat{Y}_u = \text{diag}(y_u, y_c, y_t), \quad \hat{Y}_d = \text{diag}(y_d, y_s, y_b), \quad (1.16)$$

y sus respectivos dobletes y singletes son:

$$D_{Li} : \begin{pmatrix} u_L \\ d_{uL} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c_L \\ d_{cL} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t_L \\ d_{tL} \end{pmatrix}; \quad U_{Ri} : u_R, \quad c_R, \quad t_R; \quad (1.17)$$

$$U_{Li} : \begin{pmatrix} u_{dL} \\ d_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{sL} \\ s_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{bL} \\ b_L \end{pmatrix}; \quad D_{Ri} : d_R, \quad s_R, \quad b_R.$$

### 1.2.4. El potencial escalar $\mathcal{L}_\phi$

El potencial escalar del SM es la pieza angular en la ruptura espontánea de la simetría electro-debíl, ya que mediante su minimizacion uno obtiene los campos físicos de los bosones escalares [7], está definido como

$$\mathcal{L}_\phi = -\mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.18)$$

el cual conserva CP. Se elige  $\mu^2 < 0$  (así  $\mu$  es completamente imaginario) y  $\lambda > 0$ , así llegamos al rompimiento espontáneo de la simetría, definimos:

$$v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}, \quad (1.19)$$

donde  $v$  es el valor de expectación del vacío. Lo anterior se puede obtener formalmente minimizando el potencial respectivo. Podemos reescribir la ecuación (1.18) como

$$\mathcal{L}_\phi = -\lambda \left( \phi^\dagger \phi - \frac{v^2}{2} \right). \quad (1.20)$$

Este potencial (1.20) implica que el campo escalar adquiere un valor expectación en el vacío (VEV),  $|\langle \phi \rangle| = v/\sqrt{2}$ . Este VEV rompe la simetría  $SU(2) \times U(1)$  a un subgrupo  $U(1)$ . Esto significa que hay una (y solo una) combinación lineal de generadores que aniquila el vacío. El subgrupo no roto se identifica con  $U(1)_{EM}$  y su generador es:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.21)$$

esto último será retomado más adelante, pues es de nuestro interés.

### 1.3. Interacciones del Higgs en el SM

El bosón de Higgs tiene auto-interacciones, interacciones débiles e interacciones de Yukawa, sugerimos revisar atentamente [6]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H = & \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 - \frac{m_h^2}{2v} h^3 - \frac{m_h^2}{8v^2} h^4 \\ & + m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} \left( \frac{2h}{v} + \frac{h^2}{v^2} \right) + m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \frac{1}{2} \left( \frac{2h}{v} + \frac{h^2}{v^2} \right) \\ & - \frac{h}{v} (m_e \bar{e}_L e_R + m_\mu \bar{\mu}_L \mu_R + m_\tau \bar{\tau}_L \tau_R \\ & + m_u \bar{u}_L u_R + m_c \bar{c}_L c_R + m_t \bar{t}_L t_R + m_d \bar{d}_L d_R + m_s \bar{s}_L s_R + m_b \bar{b}_L b_R + h.c), \end{aligned} \quad (1.22)$$

donde  $h$  es el bosón de Higgs. Los acoplamientos de Yukawa determinan tanto la masa como los acoplamientos de los fermiones con el Higgs. Esto implica que el Higgs se acopla diagonalmente a los quarks y leptones cargados. Una derivación formal, partiendo en la base de una interacción arbitraria es la siguiente:

$$\begin{aligned} h \bar{D}_L Y^d D_R &= h \bar{D}_L (V_{dL}^\dagger V_{dL}) Y^d (V_{dR}^\dagger V_{dR}) D_R \\ &= h (\bar{D}_L V_{dL}^\dagger) (V_{dL} Y^d V_{dR}^\dagger) (V_{dR} D_R) \\ &= h (\bar{d}_L \bar{s}_L \bar{b}_L) \hat{Y}^d (d_R s_R b_R)^T. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Las reglas de Feynman en el lagrangiano (1.22), brindan las auto interacciones del Higgs, así como las interacciones del Higgs con los bosones de norma, quarks y leptones cargados:

$$g_{hhh} = 3!i \frac{m_h^2}{2v} = 3i \frac{m_h^2}{v}, \quad g_{hhhh} = 4!i \frac{m_h^2}{8v^2} = 3i \frac{m_h^2}{v^2}, \quad (1.24)$$

$$g_{hVV} = -2i \frac{m_V^2}{v}, \quad g_{hhVV} = -2i \frac{m_h^2}{v^2}, \quad (1.25)$$

$$g_{hf\bar{f}} = i \frac{m_f}{v}, \quad (1.26)$$

donde  $V$  son los bosones  $W^\pm$  o  $Z^0$ ,  $m_V$  como la masa de los bosones de norma.  $v = 2m_W/g$ , y  $m_W = m_Z \cos \theta_W$ .

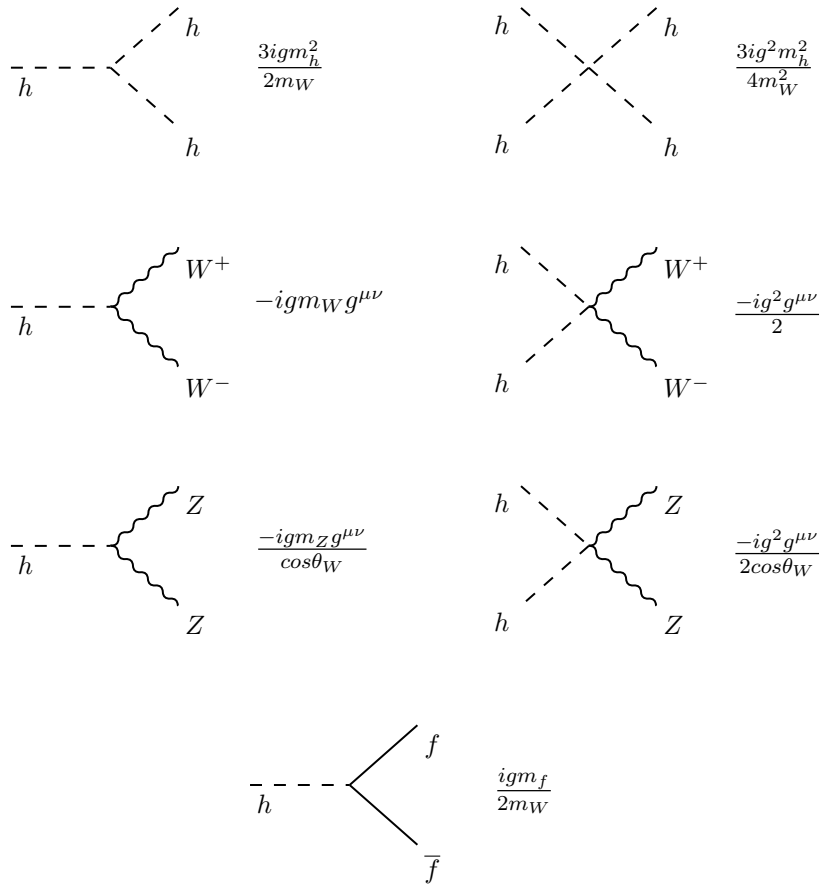


Figura 1.2: Reglas de Feynman para las interacciones del Higgs [6].

### Aspectos importantes del bosón de Higgs

- Las constantes de acoplamiento del Higgs con fermiones ( $g_{h,ff}$ ) son directamente proporcionales a la masa de los fermiones. Esto significa que, mientras mayor sea la masa del fermión, mayor será el valor de la constante de acoplamiento.
- El bosón de Higgs no tiene un acoplamiento a nivel árbol con los gluones. La desintegración en gluones finales se produce a través de diagramas tipo bucle. La contribución dominante proviene del quark top.
- Las posibles desintegraciones a nivel árbol del bosón de Higgs, si son cinemáticamente posibles, son:  $h \rightarrow f\bar{f}$ ,  $h \rightarrow WW$ ,  $h \rightarrow ZZ$  y  $h \rightarrow \gamma\gamma$ .

En el siguiente capítulo revisaremos a fondo el fenómeno de la ruptura espontánea de la simetría. Veremos ejemplos de la ruptura espontánea de una simetría global y una simetría local. También analizaremos en detalle el teorema de Goldstone y el mecanismo de Higgs.



## Capítulo 2

# El mecanismo de Higgs del Modelo Estándar

En este capítulo vamos a revisar el fenómeno de la ruptura espontánea de la simetría. Exploraremos la ruptura de la simetría global y la ruptura de una simetría local. Revisaremos el teorema de Goldstone y, finalmente, el mecanismo de Higgs.

### 2.1. Ruptura espontánea de la simetría

La ruptura espontánea de la simetría es un fenómeno en el que un sistema físico que tiene una simetría subyacente se comporta como si no la tuviera. Esto ocurre porque el estado fundamental del sistema no es invariante bajo la simetría.

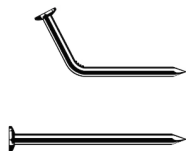


Figura 2.1: Ruptura espontánea de la simetría de rotación de un clavo

Decimos que el clavo tiene una simetría de rotación bajo su eje axial; sin embargo, cuando aplicamos una fuerza suficiente como para doblar el clavo, esta simetría se romperá, ya que el clavo ahora tendrá una posición preferida.

En lo que nos concierne, una simetría es rota espontáneamente si el lagrangiano de un sistema es invariante ante simetrías donde el estado base no es invariante. El término “espontánea” viene del hecho de que el sistema físico tiende espontáneamente a un estado fundamental. Esta ruptura espontánea de la simetría lleva al mínimo estado de energía (el vacío). Presentamos un pequeño ejemplo en 9.

#### 2.1.1. Rompimiento de una simetría global

Para estudiar el rompimiento de una simetría global sugerimos revisar [1, 2]. Consideremos una densidad lagrangiana con un campo escalar complejo  $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ , donde  $\phi$  es función del espacio tiempo;

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu \phi)^* (\partial_\mu \phi) - V(\phi), \quad (2.1)$$

con un potencial de forma:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2. \quad (2.2)$$

Este Lagrangiano tiene una simetría global  $U(1)$  que describe, rotaciones en un plano complejo. Esto significa que este lagrangiano es invariante ante transformaciones del tipo:

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = e^{i\theta} \phi.$$

Las constantes  $\mu^2$  y  $\lambda$  deben ser reales y  $\lambda$  positiva, para hacer que la energía total este acotada por debajo <sup>1</sup>. Para analizar la dinámica del sistema descrito por el lagrangiano, debemos encontrar los mínimos en el potencial y escoger uno que corresponda al vacío (mínimo de energía).

Requerimos que el vacío sea invariante ante transformaciones de Lorentz y translaciones, esto implica que debe ser constante en este estado. De acuerdo con el parámetro  $\mu^2$ , pueden ocurrir dos casos, véase en la figura 2.2. Cuando  $\mu^2 > 0$ , el mínimo es alcanzado cuando  $\phi = 0$ . Cuando  $\mu^2 < 0$ , el mínimo de energía corresponde a un único valor de  $\phi$ . El campo adquiere un valor de expectación del vacío (VEV) y el mínimo se encuentra cuando

$$|\phi_0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.3)$$

este estado es degenerado ya que el mínimo puede vivir en un círculo de plano complejo  $(\phi_1, \phi_2)$ :

$$\phi_0 = e^{i\theta} \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (2.4)$$

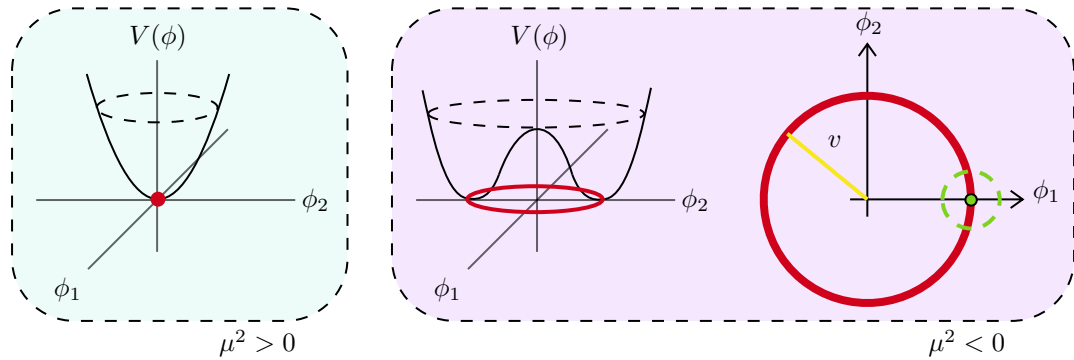


Figura 2.2: Potenciales para los casos  $\mu^2 > 0$  y  $\mu^2 < 0$ .

Hemos encontrado que existen una infinita cantidad de vacíos (soluciones). El hecho que el lagrangiano sea invariante ante rotaciones en el campo complejo de  $(\phi_1, \phi_2)$ , hace que podamos escoger una parametrización que nos resulte conveniente. Escogemos  $\theta = 0$ :

$$\phi_{\min} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (2.5)$$

podremos decir de esta manera que el mínimo del potencial es:

$$V_{\min} = V(\phi_{\min}) = \frac{-\lambda v^4}{4} < 0, \quad (2.6)$$

cuando el campo complejo  $\phi$  cumple la ecuación  $\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2$  que como es sabido representa la ecuación de una circunferencia.

La teoría cuántica de campos demanda que el vacío sea único, porque necesitamos perturbar un único punto. Necesitamos escoger un punto de esta circunferencia y estudiar el potencial alrededor de este. Decimos que se rompe la simetría cuando escogemos este punto. Por simplicidad expandimos en  $v$  y parametrizamos  $\phi$  usando dos campos reales,  $\sigma(x)$  y  $\pi(x)$ :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma(x) + i\pi(x)). \quad (2.7)$$

<sup>1</sup>Si el potencial no fuera acotado por debajo, se destruirían partículas de manera indefinida al disminuir la energía del campo.

al expandir el lagrangiano alrededor de este mínimo obtenemos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\sigma\partial_\mu\sigma - \lambda v^2\sigma^2 + \frac{1}{2}\partial^\mu\pi\partial_\mu\pi - \lambda v\sigma^3 - \lambda v\sigma\pi^2 - \frac{1}{4}\lambda(\sigma^2 + \pi^2)^2 + \frac{v^4\lambda}{4}. \quad (2.8)$$

Donde los campos cumplen la ecuación de Klein-Gordon. El campo  $\sigma$  es masivo ( $m_\sigma^2 = 2\lambda v^2$ ) y el  $\pi$  no es masivo. Decimos que el lagrangiano ya no es invariante bajo el grupo  $U(1)$ , se ha roto la simetría global.

## 2.2. Teorema de Goldstone y Matrices de Masa

Para estudiar el teorema de Goldstone sugerimos revisar [1,2]. El teorema de Goldstone tiene dos consecuencias importantes para simetrías globales rotas.

### Teorema de Goldstone para simetrías globales

- El lagrangiano se mantiene invariante, pero, el estado de mínima energía, el vacío, no.
- La ruptura espontánea de simetrías globales continuas conduce a la aparición de partículas sin masa.

### Matrices de masa

Una forma más didáctica de entender el teorema de Goldstone 11 es considerando una teoría clásica con campos escalares  $\phi_i$ , que se arreglan de la forma  $\phi^2 = \frac{1}{n}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \dots + \phi_n^2)$ , con un lagrangiano de la forma:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{cinético}} - V(\phi), \quad (2.9)$$

donde  $\langle\phi_i\rangle$  minimizan  $V(\phi)$ :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial\phi_i}\right)_{\phi_i=\langle\phi_i\rangle} = 0. \quad (2.10)$$

Estos campos definen el vacío. Si expandimos  $V$  al rededor de este mínimo, obtenemos

$$V(\phi) = V(\langle\phi\rangle) + \frac{1}{2}(\phi - \langle\phi\rangle)_i(\phi - \langle\phi\rangle)_j \left(\frac{\partial^2 V}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\right)_{\phi_i=\langle\phi_i\rangle} + \dots, \quad (2.11)$$

El termino cuadrático se le conoce como matriz de masa

$$M_{ij}^2 = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\right)_{\phi_i=\langle\phi_i\rangle}. \quad (2.12)$$

Esta matriz de masa es simétrica porque las derivadas parciales pueden conmutar. Sus valores propios son las masas de los campos y siempre son positivos o cero gracias a que  $\langle\phi_i\rangle$  son los mínimos. Cada simetría rota en  $\mathcal{L}$  lleva a un valor propio igual a cero en esta matriz de masa. Retomando el ejemplo anterior 9 para el caso  $\mu^2 < 0$  la matriz de masa es:

$$M_{ij}^2 = \begin{pmatrix} -2\mu^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda v^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Los valores propios de esta matriz son  $2\lambda v^2 = m_\sigma^2$  que corresponde a la masa del campo escalar  $\sigma$  y  $0 = m_\pi^2$  que corresponde a la masa del campo escalar  $\pi$ .

### 2.2.1. Rompimiento de una simetría de norma

Para estudiar a fondo el rompimiento de una simetría de norma sugerimos revizar [1,2]. Ahora analizaremos el caso en que una simetría local (o de norma), bajo el grupo  $U(1)$  se rompe espontáneamente. Consideremos una densidad lagrangiana con un campo escalar complejo  $\phi$  y un de campo de norma  $A_\mu$ :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi). \quad (2.14)$$

El tensor del campo de norma esta dado por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (2.15)$$

La derivada ordinaria se ha promovido a una derivada covariante

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu, \quad (2.16)$$

y el potencial es el mismo que (2.2). Las respectivas transformaciones del campo escalar  $\phi$  y campo de norma  $A_\mu$  son:

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = e^{-i\alpha(x)}\phi, \quad A_\mu \rightarrow \tilde{A}_\mu = A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x), \quad (2.17)$$

donde  $\alpha(x)$  es una función arbitraria en el espacio tiempo. Para estudiar el rompimiento espontáneo de la simetría analizaremos el caso  $\mu^2 < 0$  donde  $\phi$  adquiere un valor de expectación del vacío (2.5). Como en el ejemplo 9 nos interesa escoger un mínimo, desarrollar una vecindad al rededor de este mínimo y estudiar el lagrangiano en esta vecindad. El campo complejo puede ser parametrizado en la forma

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma(x) + i\pi(x)) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma'(x))e^{i\frac{\pi(x)}{v}}, \quad (2.18)$$

gracias a que  $\alpha(x)$  es arbitraria, escogemos  $\alpha(x) = \frac{\pi(x)}{v}$ , a esto se le conoce como fijar la norma unitaria.

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = e^{-i\frac{\pi(x)}{v}}\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma(x)) \quad A_\mu \rightarrow \tilde{A}_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev}\partial_\mu\pi(x)e \quad (2.19)$$

esto implica que habrá cambios en los siguientes términos:

$$\begin{aligned} D_\mu\phi &\rightarrow \tilde{D}_\mu\tilde{\phi} = (\partial_\mu - ie\tilde{A}_\mu)e^{-i\frac{\pi(x)}{v}}\phi = (\partial_\mu - ieB_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma(x)), \\ F_{\mu\nu} &\rightarrow \tilde{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\tilde{A}_\nu - \partial_\nu\tilde{A}_\mu = B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (2.20)$$

No es necesario considerar la transformación y emplear  $A^\mu$ , podemos emplear  $\tilde{A}^\mu$  en lo que sigue y la renombramos como  $B_\mu$ . El termino cinético del campo escalar se reescribe de la forma:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} &= B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \\ (\tilde{D}_\mu\tilde{\phi})^*(\tilde{D}^\mu\tilde{\phi}) &= \frac{1}{2}((\partial_\mu\sigma)(\partial^\mu\sigma) + e^2(v + \sigma)^2B_\mu B^\mu), \\ V(\tilde{\phi}) &= \lambda v^2\sigma^2 + \lambda v\sigma^3 + \frac{1}{4}\lambda\sigma^4 - \frac{v^2\lambda}{4}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

el nuevo lagrangiano está dado como:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)(\partial^\mu\sigma) - \lambda v^2\sigma^2 + \frac{1}{2}e^2(v + \sigma)^2B_\mu B^\mu - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \lambda v\sigma^3 - \frac{1}{4}\lambda\sigma^4 + \frac{v^4\lambda}{4} \quad (2.22)$$

El campo escalar es masivo con  $m_\sigma^2 = 2v\lambda$  (conocido como el bosón de Higgs). El campo de norma es masivo con  $m_B^2 = e^2v^2$ .

Empezamos con un lagrangiano invariante de norma con los campos  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  y  $A_\mu$ . Tras el rompimiento espontáneo de la simetría, se generaron campos de masa (campos físicos)  $\sigma$  y  $B_\mu$ . Notamos que el campo  $\pi$  desapareció y, en su lugar, se generó un término de masa para el campo de norma  $B_\mu$ . Se dice que el bosón  $\pi$  (conocido como pseudo-bosón de Goldstone) fue absorbido por el campo de norma para adquirir masa. A este proceso se le conoce como el mecanismo de Higgs.

## 2.3. El mecanismo de Higgs

El mecanismo de Higgs dicta que por cada generador del grupo de norma roto se genera un término de masa para un bosón de norma. Este fue propuesto en 1962 por Anderson. La versión relativista fue desarrollada en 1964 por diversos autores como Brout, Englert, Ginzburg, Guralnik, Hagen, Kibble y Landau. Quien se llevó el mayor reconocimiento fue Higgs. Steven Weinberg construyó un modelo con simetría de norma bajo el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  y representa la unión de dos fenómenos físicos que parecen dispares: la teoría electro-débil. Posteriormente, Glashow, junto a Iliopoulos y Maiani, demostró que al añadir el quark charm a los quarks preexistentes (up, down y strange), la teoría se amplía a los hadrones. Para profundizar más en estos temas, sugerimos leer los trabajos [5] y [7]

En el siguiente capítulo revisaremos distintos tipos de modelos en los cuales se utiliza el mecanismo de Higgs: la teoría electro-débil, el modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM) y el modelo de un triplete de Higgs con hipercarga igual a cero (HTM0).



## Capítulo 3

# El sector de Higgs con multipletes del $SU(2)_L \times U(1)_Y$

La intención de este capítulo es enseñar diferentes patrones de ruptura espontánea de la simetría en modelos con más de un doblete escalar: el modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM) y el modelo de un triplete de Higgs con hipercarga igual a cero (HTM0), utilizando la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Para ese propósito, revisaremos el isospín y la hipercarga como números cuánticos que serán de importancia para construir el operador de carga eléctrica. Se revisará la teoría Electro-Débil [8] y los modelos con más de un doblete de Higgs.

### 3.1. Isospín e hipercarga

Antes de pasar a la teoría Electro-Débil es necesario definir el operador de carga eléctrica en términos del isospín y la hipercarga [8]. En orden de cumplir esto trabajaremos con un ejemplo simple. Definimos un triplete de piones:

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

que es una representación de  $SU(2)$ , podemos comunicar los estados del pión mediante operadores de subida y bajada del isospín tomando en cuenta los generadores del grupo en una representación tridimensional:

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Los valores propios de la matriz  $T_3$  nos dice que los posibles valores del isospín son -1, 0 y 1. Los operadores de subida y de bajada son representados de manera gráfica en la Figura 3.1:

$$I_{\pm} = T_1 \pm iT_2. \quad (3.3)$$

donde  $I_{\pm}$  es el operador de subida y bajada que comunica los estados del isospín,

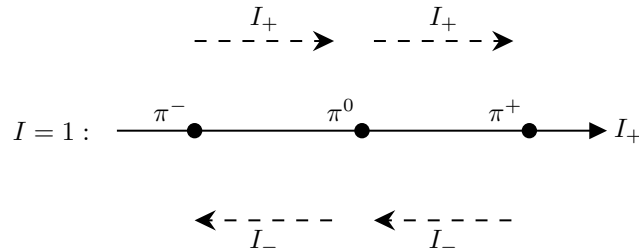


Figura 3.1: Representación del pión como un multiplete de isospín  $I = 1$ .

En el contexto de los hadrones estos se pueden organizar en términos de su isospín, extrañeza y su número bariónico, por lo que es necesario utilizar el grupo  $SU(3)$ . La relación Gell-Mann–Nishijima puede ser escrita como:

$$Q = I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2}, \quad (3.4)$$

donde  $Q$  es el operador de carga eléctrica,  $I_3$  como el la matriz  $T_3$ ,  $B$  es el número barionico y  $S$  el número de extrañeza. Es practico definir una nueva variable llamada hipercarga:

$$Y = B + S. \quad (3.5)$$

Si asumimos que el número bariónico se conserva entonces la hipercarga y la extrañeza serían lo mismo, por lo que la carga eléctrica puede ser escrita como:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y. \quad (3.6)$$

Si seguimos estudiando esto llegaremos al famoso “Eightfold Way”. Esto era solo para expresar que el isospín se obtiene de los valores propios de los generadores y que la carga eléctrica puede ser representada por el isospín y la hipercarga [8].

## 3.2. Teoría Electro-Débil

La teoría Electro-Débil busca unificar dos fuerzas, la electromagnética y la fuerza débil. Para que la teoría sea renormalizable se necesita postular la existencia de bosones de norma asociados a las corrientes débiles al igual que el campo electromagnético se relaciona con la corriente eléctrica.

En la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  no abeliana, se necesitan generar las masas de los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ , mientras que el campo del fotón  $A$  permanece sin masa (sugerimos revisar [1] y [8]). Para lograr esto consideramos un doblete definido como:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

el cual forma parte de una representación del grupo  $SU(2)$ . Introducimos una simetría, adicional  $U(1)$  y le asignamos una hipercarga  $Y = 1$ . El campo  $\phi^+$  denota un campo escalar complejo con carga, mientras que el campo  $\phi^0$  denota un campo escalar complejo con carga nula que adquiere un valor de expectación del vacío no nulo (VEV). Tomamos en cuenta una densidad lagrangiana con la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi), \quad (3.8)$$

el potencial y la derivada covariante tiene la forma:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (3.9)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a T_a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu. \quad (3.10)$$

Seguindo los ejemplos 2.1.1 y 2.2.1, es necesario que  $\lambda > 0$  para que la energía esté acotada por debajo y habrá un rompimiento espontáneo de la simetría para el caso donde  $\mu^2 < 0$ , donde se romperá la simetría de la forma:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}. \quad (3.11)$$

El grupo  $U(1)_{EM}$  representa el grupo de norma correspondiente a las interacciones electromagnéticas. Para obtener el espectro de masas al romper esta simetría expresamos el campo de Higgs como un elemento de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  tal que el mínimo del doblete de Higgs sea recuperado, este es la fijación de la norma unitaria y se revisa en un ejemplo en la sección 2.2.1, esto es,

$$\phi = \left( \frac{\pi_1 + i\pi_2}{\sqrt{2}(v + h(x)) + \pi_3} \right) = \exp \left( \frac{i\pi_a T^a}{v} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad a = 1, 2, 3. \quad (3.12)$$

Los campos  $\pi_i$  son los respectivos bosones de Goldstone que le darán masa a los bosones de norma. Gracias a qué estamos considerando una simetría de norma podemos remover algunos grados de libertad al tomar la norma unitaria

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

El VEV del doblete nos permite ver qué generadores del grupo se rompen. Diremos que los generadores del grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  se rompen si no dejan invariante al vacío. Así,

$$\begin{aligned} T_1 \langle \phi \rangle &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, & T_2 \langle \phi \rangle &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{-i}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \\ T_3 \langle \phi \rangle &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, & Y \langle \phi \rangle &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

El generador que deja invariante al vacío es  $Y$ . Se han roto 3 generadores y por ende se le asignarán masas a tres bosones de norma como lo dicta el mecanismo de Higgs. Podemos construir el operador de carga eléctrica tomando en cuenta que su autovalor debe ser cero:

$$Q \langle \phi \rangle = (T_3 + \frac{1}{2} Y) \langle \phi \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = 0. \quad (3.15)$$

Es decir que el generador  $Q$  se puede asociar a un grupo  $U(1)$  que cumpla

$$e^{i\theta Q} \langle \phi \rangle = \langle \phi \rangle, \quad (3.16)$$

donde  $\theta$  rota a este objeto en un subespacio de simetría residual. El correspondiente bosón de norma a esta simetría es el fotón  $A_\mu$  como veremos en el estudio de la derivada covariante. Aplicamos la derivada covariante sobre el doblete escalar:

$$\begin{aligned} D_\mu \phi &= \left( \partial_\mu + igW_\mu^a T_a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \phi \\ &= \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \partial_\mu + gW_\mu^3 + g'B_\mu & gW_\mu^1 - igW_\mu^2 \\ gW_\mu^1 + igW_\mu^2 & \partial_\mu - gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

donde  $g$  y  $g'$  corresponden a la constante de acoplamiento de  $SU(2)$  y  $U(1)$  respectivamente, los productos  $W_\mu^a T_a = W_\mu^1 T_1 + W_\mu^2 T_2 + W_\mu^3 T_3$  y  $Y B_\mu = \mathbb{1}_{2 \times 2} B_\mu$ . Note que se ha reescrito la derivada covariante

como un solo operador actuando sobre el doblete. Los términos de masa de los bosones de norma provienen del cuadrado de la derivada covariante, que es la interacción del Higgs con el término cinético,

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = (\partial_\mu h)^2 + \frac{(v+h)^2}{8} ((g^2(W_\mu^1)^2 + g'^2(W_\mu^2)^2 + (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2). \quad (3.18)$$

Podemos definir nuevos campos de norma:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2), \quad Z_\mu = \frac{(gW_\mu^3 - g'B_\mu)}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad A_\mu = \frac{(g'W_\mu^3 + gB_\mu)}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (3.19)$$

$$\Rightarrow (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = (\partial_\mu h)^2 + \frac{(v+h)^2}{8} (2g^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu). \quad (3.20)$$

Para obtener las masas de los bosones de norma tomamos en cuenta el VEV,  $v$ :

$$\begin{aligned} (D_\mu \langle \phi \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi \rangle) &= \frac{v^2}{4} g^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{v^2}{8} (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu \\ &= m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} m_A^2 A_\mu A^\mu. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Podemos decir que las masas cuadráticas de los bosones de norma son [15]:

$$m_W^2 = \frac{v^2 g^2}{4}, \quad m_Z^2 = \frac{v^2 (g^2 + g'^2)}{4}, \quad m_A^2 = 0. \quad (3.22)$$

Como habíamos dicho antes tres bosones de norma adquirieron masa, los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ , mientras que el fotón  $A$  se mantiene sin masa. Podemos relacionar la carga eléctrica con las constantes de acoplamiento  $g$  y  $g'$  como se ve en la Figura 3.2.

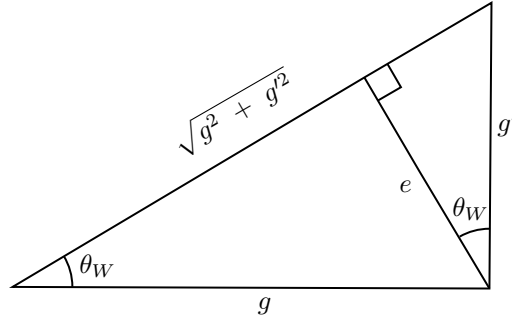


Figura 3.2: Relaciones entre las constantes de acoplamiento ( $g$ ,  $g'$ ) y la carga eléctrica  $e$ .

La carga eléctrica es  $e = gg' / \sqrt{g^2 + g'^2} = g \sin \theta_W$ , donde  $\theta_W$  es el ángulo de mezcla débil, conocido como el ángulo de Weinberg. Podemos reescribir los campos de norma neutros como:

$$\begin{aligned} A_\mu &= \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3, \\ Z_\mu &= -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Estas expresiones resultan de gran importancia, pues relacionan las masas de los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z^0$  de la siguiente manera:

$$m_W = m_Z \cos \theta_W, \quad (3.24)$$

definimos la variable denominada el parámetro  $\rho$

$$\rho \equiv \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W}, \quad (3.25)$$

que tiene que ser igual a 1 a nivel árbol. Finalmente definimos la constante de Fermi como  $G_F = (\sqrt{2}/2v^2)$ . El valor aceptado de  $v$  es alrededor de 246 GeV. Por otro lado, tomando en cuenta el potencial (3.9) y el campo (3.13) podemos reescribir el potencial:

$$V(\phi) = -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2 h^2 + \lambda v h^3 + \frac{1}{4}\lambda h^4, \quad (3.26)$$

donde la masa cuadrática del bosón de Higgs está dada como  $m_H^2 = 2v^2\lambda$ . Tomando en cuenta las transformaciones de los campos de Goldstone y el bosón de Higgs ( $\pi_1 = G^+$ ,  $\pi_2 = G^-$ ,  $\pi_3 = G^0$ ),

$$G^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 \pm i\phi_2), \quad G^0 = \phi_4, \quad h = \phi_3 - v, \quad (3.27)$$

la respectiva matriz de masa es

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\lambda v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Con tres valores valores nulos correspondientes a campos Goldstone y un valor propio igual  $2\lambda v^2$  correspondiente a un campo masivo que es el bosón de Higgs.

### 3.2.1. Fermiones en la teoría Electro-Débil

Al introducir el campo del Higgs hemos podido generar masas para los bosones de norma. Lo mismo puede pasar para los leptones tomando en cuenta un término de Yukawa invariante de norma que tiene la forma:

$$\mathcal{L}_e = -\lambda_e(\bar{L}_e\phi R_e + \bar{R}_e\phi^\dagger L_e) = -\lambda_e\left(\begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R \left( (\phi^+)^* \quad (\phi^0)^* \right) \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \right), \quad (3.29)$$

donde  $\lambda_e$  es la constante de acoplamiento. Es importante remarcar que  $\bar{L}_e\phi R_e$  es invariante ante transformaciones  $SU(2)_L$  al igual que su hermitico conjugado  $(\bar{L}_e\phi R_e)^\dagger = \bar{R}_e\phi^\dagger L_e$ . Podemos decir que  $\mathcal{L}_e$  general que es invariante para el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Como en el caso de los bosones de norma elegimos el vacío para obtener las masa.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e|_{\phi=\langle\phi\rangle} &= -\lambda_e(\bar{L}_e\langle\phi\rangle R_e + \bar{R}_e\langle\phi^\dagger\rangle L_e) = -\lambda_e\left(\begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}\right) \\ &= -\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}}(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = -\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}}(\bar{e}e) = -m_e(\bar{e}e). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Similarmente podemos obtener los términos de masas para el muón y el tau. Los términos de masa para los leptones son:

$$m_e = \frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}}, \quad m_\mu = \frac{\lambda_\mu v}{\sqrt{2}}, \quad m_\tau = \frac{\lambda_\tau v}{\sqrt{2}}. \quad (3.31)$$

Las respectivas constantes de acoplamiento ( $\lambda_e, \lambda_\mu, \lambda_\tau$ ) son calculadas a partir de los valores experimentales de las masas. En el caso del electrón tenemos que:

$$\lambda_e = \frac{m_e \sqrt{2}}{v} = \frac{\sqrt{2} g m_e}{2 m_W} = \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{m_W}. \quad (3.32)$$

Volviendo al lagrangiano tenemos que las interacciones del bosón de Higgs con el electrón son dadas de la forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_e &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{m_W} (\bar{L}_e \phi R_e + \bar{R}_e \phi^\dagger L_e) = -\frac{g}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{m_W} \left( (\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{e}_L) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \right), \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{m_W} \frac{(v+h)}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R \bar{e}_L) = -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} h \bar{e} e,\end{aligned}\tag{3.33}$$

donde las reglas de Feynman corresponden a (1.26). Para los quarks es un poco diferente. el lagrangiano de Yukawa para el doblete de quarks up y down

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{u,d} &= \lambda_u \bar{L}_u \tilde{\phi} R_u - \lambda_d \bar{L}_u \phi R_d + h.c. \\ &= \lambda_u (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R - \lambda_d (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \bar{d}_R + h.c.,\end{aligned}\tag{3.34}$$

donde

$$\tilde{\phi} = -i\tau_2 \phi = \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix}.\tag{3.35}$$

Tomando en cuenta el estado del vacío podemos obtener las masas de los quarks:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{u,d} &= \lambda_u (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -(v+h) \\ 0 \end{pmatrix} u_R - \lambda_d (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \bar{d}_R + h.c. \\ &= -\frac{v+h}{\sqrt{2}} (\lambda_u \bar{u}_L u_R + \lambda_d \bar{d}_L d_R) + h.c. = -\lambda_u \frac{v+h}{\sqrt{2}} (\bar{u}u) - \lambda_d \frac{v+h}{\sqrt{2}} (\bar{d}d) \\ &= -m_u \bar{u}u - m_d \bar{d}d - \frac{m_u}{v} h \bar{u}u - \frac{m_d}{v} h \bar{d}d.\end{aligned}\tag{3.36}$$

Las respectivas  $\lambda_u$  y  $\lambda_d$  son las constantes de acoplamiento. Las reglas de Feynman son (1.26). En general podemos decir que para los fermiones el lagrangiano de Yukawa es el del SM (1.11).

### 3.3. El modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM)

Al modelo de dos dobletes de Higgs, (2HDM por sus siglas en ingles), se le conoce como la extensión del SM más simple, si quiere ver más detallado el 2HDM sugerimos revisar [7]. Consiste en ampliar el sector de Higgs utilizando dos dobletes de campo escalar. Sea  $\phi_1$  y  $\phi_2$  dobletes de campo escalar complejo del grupo  $SU(2)_L$  con hipercarga  $Y = 1$ ;

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_5 + i\phi_6 \\ \phi_7 + i\phi_8 \end{pmatrix},\tag{3.37}$$

donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son dos dobletes escalares. Estudiaremos el lagrangiano de la forma

$$\mathcal{L}_{2\text{HDM}} = \sum_{i=1,2} (D^\mu \phi_i)^\dagger (D_\mu \phi_i) - V(\phi_1, \phi_2).\tag{3.38}$$

El potencial más general invariante de norma que existe esta definido como:

$$\begin{aligned}V(\phi_1, \phi_2) &= m_{11}^2 \phi_1^\dagger \phi_1 + m_{22}^2 \phi_2^\dagger \phi_2 + (m_{12}^2 \phi_1^\dagger \phi_2 + h.c.) \\ &+ \frac{1}{2} \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_3 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_2^\dagger \phi_2) + \lambda_4 (\phi_1^\dagger \phi_2) (\phi_2^\dagger \phi_1) \\ &+ \left[ \frac{1}{2} \lambda_5 (\phi_1^\dagger \phi_2)^2 + [\lambda_6 (\phi_1^\dagger \phi_1) + \lambda_7 (\phi_2^\dagger \phi_2)] (\phi_1^\dagger \phi_2) + h.c. \right].\end{aligned}\tag{3.39}$$

En muchos casos de estudio los términos proporcionales a  $\lambda_6$  y  $\lambda_7$  son iguales a cero. Esto sucede si  $\phi_1 \rightarrow -\phi_1$  (una simetría en  $Z_2$ ). Esta simetría requiere que  $m_{12} = 0$ . Existen términos que pueden ser complejos, los cuales son  $m_{1,2}^2$ ,  $\lambda_5, \lambda_6$  y  $\lambda_7$ , esto puede llevar a violación de CP [12]. Este potencial será el responsable de la ruptura espontánea de la simetría en el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Para este ejemplo consideraremos que todas estas variables son reales. Nos interesa saber cuáles son las condiciones de mínimo del potencial. Para esto necesitamos escoger un vacío. Proponemos un estado del vacío:

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

donde  $v_1$  y  $v_2$  son los valores de expectación del vacío (VEV) que son constantes reales y positivas. El término cinético tendrá la forma:

$$\begin{aligned} D_\mu \langle \phi_i \rangle &= \left( \partial_\mu + igW_\mu^a T_a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \langle \phi_i \rangle \\ &= \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \partial_\mu + gW_\mu^3 + g'B_\mu & gW_\mu^1 - igW_\mu^2 \\ gW_\mu^1 + igW_\mu^2 & \partial_\mu - gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_i \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde  $g$  y  $g'$  corresponden a la constante de acoplamiento de  $SU(2)$  y  $U(1)$ . Los productos  $W_\mu^a T_a = W_\mu^1 T_1 + W_\mu^2 T_2 + W_\mu^3 T_3$  y  $Y B_\mu = \mathbb{1}_{2 \times 2} B_\mu$ . Reescribimos la derivada covariante como un solo operador actuando sobre los dobletes. Los términos de masa de los bosones de norma provienen del cuadrado de la derivada covariante:

$$(D_\mu \langle \phi_i \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_i \rangle) = \frac{v_i^2}{8} ((g^2 (W_\mu^1)^2 + g^2 (W_\mu^2)^2 + (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2). \quad (3.42)$$

Podemos decir que

$$\begin{aligned} \sum_{i=1,2} (D_\mu \langle \phi_i \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_i \rangle) &= \frac{v_1^2 + v_2^2}{8} (2g^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu) \\ &= \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} g^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{v_1^2 + v_2^2}{8} (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu \\ &= m_w^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Los términos de masa cuadráticos de los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z^0$  son:

$$m_W^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} g^2, \quad m_Z^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} (g^2 + g'^2). \quad (3.44)$$

Uno de los requisitos de la teoría es que la constante  $\rho$  (3.25), sea igual a uno a nivel árbol.

$$\rho \equiv \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1. \quad (3.45)$$

Podemos reasignar algunas condiciones como:

$$v \equiv \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \approx 246 \text{ GeV}, \quad \tan \beta \equiv \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.46)$$

Esta representación tiene algunas consecuencias interesantes ya que si imponemos que  $\tan \beta \geq 0$  obtenemos que  $0 \leq \beta \leq \pi/2$  y podríamos definir los VEV's como  $v_1 \equiv v \cos \beta$  y  $v_2 \equiv v \sin \beta$  (visto en la Figura 3.3).

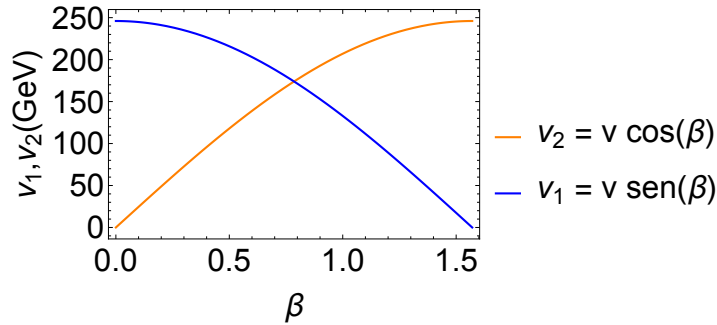


Figura 3.3: Relaciones entre los VEV's del 2HDM con respecto del ángulo  $\beta$ .

Podemos ver que mientras la energía de  $v_1$  va incrementándose el ángulo  $\beta$  va disminuyendo rápidamente. Lo siguiente que nos concierne estudiar el mínimo del potencial (3.40):

$$\begin{aligned}
 V_{\min} = V(\langle\phi_1\rangle, \langle\phi_2\rangle) &= \frac{1}{2}m_{11}^2v_1^2 + \frac{1}{2}m_{22}^2v_2^2 + m_{12}^2v_1v_2 \\
 &+ \frac{1}{8}\lambda_1v_1^4 + \frac{1}{8}\lambda_2v_2^4 + \frac{1}{4}\lambda_3v_1^2v_2^2 + \frac{1}{4}\lambda_4v_1^2v_2^2, \\
 &+ \frac{1}{4}\lambda_5v_1^2v_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_6v_1^3v_2 + \frac{1}{2}\lambda_7v_1v_2^3.
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Las condiciones de mínimo son las mismas que en (2.10).

$$\begin{aligned}
 m_{11}^2 - \frac{v_2}{v_1}m_{12}^2 + \frac{1}{2}v_1^2\lambda_1 + \frac{1}{2}v_1^2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + \frac{3}{2}v_1v_2\lambda_6 + \frac{1}{2}\frac{v_2^3}{v_1}\lambda_7 &= 0, \\
 m_{22}^2 - \frac{v_1}{v_2}m_{12}^2 + \frac{1}{2}v_2^2\lambda_2 + \frac{1}{2}v_2^2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + \frac{3}{2}v_1v_2\lambda_7 + \frac{1}{2}\frac{v_1^3}{v_2}\lambda_6 &= 0.
 \end{aligned}$$

Podemos utilizar una nueva reescribir variables,  $\tilde{\lambda}_3 = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5$  y utilizar las funciones trigonométricas vistas anteriormente:  $\tan \beta = t_\beta$ ,  $\cos \beta = c_\beta$ ,  $\text{sen } \beta = s_\beta$ . Las relaciones de mínimo son como [7]:

$$m_{11}^2 - t_\beta m_{12}^2 + \frac{1}{2}v^2 c_\beta^2 (\lambda_1 + 3\lambda_6 t_\beta + \tilde{\lambda}_3 t_\beta^2 + \lambda_7 t_\beta^3) = 0, \tag{3.48}$$

$$m_{22}^2 - t_\beta^{-1} m_{12}^2 + \frac{1}{2}v^2 s_\beta^2 (\lambda_2 + 3\lambda_7 t_\beta^{-1} + \tilde{\lambda}_3 t_\beta^{-2} + \lambda_6 t_\beta^{-3}) = 0. \tag{3.49}$$

Ahora que conocemos las condiciones de mínimo podemos asignar un punto en el espacio en este potencial y expandirlo. Expresamos los dobletes  $\phi_1$  y  $\phi_2$  en términos de la base del Higgs:

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + h + iG^0) \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 + H + iA) \end{pmatrix}. \tag{3.50}$$

Podemos sustituirlo en el potencial (3.39), minimizar y encontrar la matriz de masa. Esta matriz de masa es cuadrada ( $6 \times 6$ ),

$$M_{6 \times 6}^2 = \begin{pmatrix} M_H^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_A^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_{H^\pm}^2 \end{pmatrix}. \tag{3.51}$$

Las matrices de masas siguientes se pueden expresar como:

$$M_A^2 = \left( m_{12}^2 - \frac{1}{2}v^2(2\lambda_5 s_\beta c_\beta + \lambda_6 c_\beta^2 + \lambda_7 s_\beta^2) \right) \begin{pmatrix} t_\beta & -1 \\ -1 & t_\beta \end{pmatrix}, \quad (3.52)$$

$$M_{H^\pm}^2 = \left( m_{12}^2 - \frac{1}{2}v^2(\lambda_4 s_\beta c_\beta + \lambda_5 s_\beta c_\beta + \lambda_6 c_\beta^2 + \lambda_7 s_\beta^2) \right) \begin{pmatrix} t_\beta & -1 \\ -1 & t_\beta \end{pmatrix}, \quad (3.53)$$

$$M_H^2 = m_{12}^2 \begin{pmatrix} t_\beta & -1 \\ -1 & t_\beta \end{pmatrix} + \frac{1}{2}v^2 s_\beta c_\beta \begin{pmatrix} 2\lambda_1 t_\beta^{-1} + 3\lambda_6 - \lambda_7 t_\beta^2 & 2\lambda_3 + 3(\lambda_6 t_\beta^{-1} + \lambda_7 t_\beta) \\ 2\lambda_3 + 3(\lambda_6 t_\beta^{-1} + \lambda_7 t_\beta) & 2\lambda_2 t_\beta + 3\lambda_7 - \lambda_6 t_\beta^2 \end{pmatrix}. \quad (3.54)$$

La matriz  $M_A^2$  tiene dos valores propios, uno es igual a cero y otro corresponde al término de masa del bosón  $A$ .  $M_{H^\pm}^2$  tiene dos valores propios, uno igual a cero y otro correspondiente a los bosones cargados  $H^\pm$ ;

$$m_A^2 = \frac{m_{12}^2}{s_\beta c_\beta} - \frac{1}{2}v^2(2\lambda_5 + \lambda_6 t_\beta^{-1} + \lambda_7 t_\beta), \quad (3.55)$$

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{m_{12}^2}{s_\beta c_\beta} - \frac{1}{2}v^2(\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 t_\beta^{-1} + \lambda_7 t_\beta), \quad (3.56)$$

podemos reescribir los factores  $m_A^2$  y  $m_{H^\pm}^2$  de tal manera que:

$$m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + \frac{1}{2}v^2(\lambda_5 - \lambda_4). \quad (3.57)$$

Utilizando estas, las condiciones de mínimo (3.48),(3.49), y utilizando (3.57) podemos reescribir la matriz de masa  $M_H^2$  como se expresa a continuación:

$$M_H^2 = m_A^2 \begin{pmatrix} s_\beta^2 & -s_\beta c_\beta \\ -s_\beta c_\beta & c_\beta^2 \end{pmatrix} + v^2 \begin{pmatrix} \lambda_1 c_\beta^2 + 2\lambda_6 c_\beta s_\beta + \lambda_5 s_\beta^2 & (\lambda_3 + \lambda_4)s_\beta c_\beta + \lambda_6 c_\beta^2 + \lambda_7 s_\beta^2 \\ (\lambda_3 + \lambda_4)s_\beta c_\beta + \lambda_6 c_\beta^2 + \lambda_7 s_\beta^2 & \lambda_2 s_\beta^2 + 2\lambda_7 c_\beta s_\beta + \lambda_5 c_\beta^2 \end{pmatrix}. \quad (3.58)$$

Los valores de esta matriz darán masa a los bosones  $h$  y  $H$ :

$$m_{H,h}^2 = \frac{1}{2} \left( \text{Tr}[M_H^2] \pm \sqrt{(\text{Tr}[M_H^2])^2 - 4 \det[M_H^2]} \right). \quad (3.59)$$

Los valores propios cumplen la relación  $m_h \leq m_H$ . Los ángulos de mezcla están dados por las ecuaciones

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \frac{2(M_H^2)_{12}}{\sqrt{(\text{Tr}[M_H^2])^2 - 4 \det[M_H^2]}}, \\ \cos 2\alpha &= \frac{(M_H^2)_{11} - (M_H^2)_{22}}{\sqrt{(\text{Tr}[M_H^2])^2 - 4 \det[M_H^2]}}, \end{aligned} \quad (3.60)$$

donde el ángulo de mezcla cumple que

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = R(\alpha) \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad R(\alpha) M_H^2 R^T(\alpha) = \begin{pmatrix} m_H^2 & 0 \\ 0 & m_h^2 \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

La fenomenología del 2HDM es muy extensa por lo que nos detendremos con los cálculos hasta aquí.

### 3.4. El triplete de Higgs con hipercarga igual a cero (HTM0)

El modelo triplete de Higgs con una hipercarga  $Y_\Delta = 0$  puede ser implementado en el SM añadiendo un campo escalar sin color  $\Delta$ , así transformándolo en un triplete en  $SU(2)_L$  con una hipercarga  $Y_\Delta = 0$

[3]. Definimos la carga eléctrica como  $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$  donde  $I$  denota el valor de isospín y  $Y$  el de la hipercarga, así nosotros escribimos los dobletes de Higgs en componentes

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta^0 & \sqrt{2}\delta^+ \\ \sqrt{2}\delta^- & -\delta^0 \end{pmatrix} \quad y \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (3.62)$$

con

$$\phi^0 = \frac{1}{2}(v_d + h_1 + iz_1) \quad y \quad \delta^0 = v_t + h_2, \quad (3.63)$$

donde  $h_1$ ,  $z_1$ , y  $h_2$  son las componenetes reales de los campos escalares  $\phi^0$  y  $\delta^0$ . Los VEV's de el doblete y triplete son  $v_d$  y  $v_t$  las derivadas covariantes se definen como:

$$D_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + [igT_a W_\mu^a H, \Delta], \quad D_\mu \phi = \partial_\mu \phi + igW_\mu^a T_a \phi + ig' \frac{1}{2} B_\mu \phi, \quad (3.64)$$

donde podemos considerar los VEV's  $v_d$  y  $v_t$  positivos reales. De esta manera definimos el lagrangiano como

$$\mathcal{L}_{\text{HTM0}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + Tr(D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta) - V(\phi, \Delta) + L_{\text{Yukawa}}, \quad (3.65)$$

y el potencial escalar es

$$\begin{aligned} V(\phi, \Delta) = & -m_h^2 \phi^\dagger \phi + \frac{1}{4} \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 - M_\Delta^2 Tr(\Delta^\dagger \Delta) + \mu \phi^\dagger \Delta \phi \\ & + \lambda_1 (\phi^\dagger \phi) Tr(\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_2 (Tr(\Delta^\dagger \Delta))^2 + \lambda_3 Tr((\Delta^\dagger \Delta))^2 + \lambda_4 \phi^\dagger \Delta^\dagger \Delta \phi. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Considerando ruptura espontánea de la simetría entonces los valores esperados de  $\langle \Delta \rangle$  y de  $\langle \phi \rangle$  serán:

$$\langle \Delta \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_t & 0 \\ 0 & v_t \end{pmatrix} \quad y \quad \langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_d}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (3.67)$$

Si minimizamos el potencial utilizando estos valores esperados obtenemos que

$$\begin{aligned} V_{\min} = V(\langle \phi \rangle, \langle \Delta \rangle) = & -\frac{1}{2} m_h^2 v_d^2 + \frac{1}{16} \lambda v_d^4 - \frac{1}{2} M_\Delta^2 v_t^2 - \frac{1}{4} \mu v_d^2 v_t, \\ & + \frac{1}{4} \lambda_1 v_d^2 v_t^2 + \frac{1}{4} \lambda_2 v_t^4 + \frac{1}{8} \lambda_3 v_t^4 + \frac{1}{8} \lambda_4 v_d^2 v_t^2. \end{aligned} \quad (3.68)$$

Las condiciones de mínimos son

$$M_\Delta^2 = \frac{\lambda_a}{2} v_d^2 - \frac{\mu}{4} \frac{v_d^2}{v_t} + \lambda_b v_t^2, \quad (3.69)$$

$$m_h^2 = \frac{\lambda}{4} v_d^2 - \frac{\mu}{2} v_t + \frac{\lambda_a}{2} v_t^2. \quad (3.70)$$

$\lambda_a = \lambda_1 + \frac{\lambda_2}{2}$  y  $\lambda_b = \lambda_2 + \frac{\lambda_3}{2}$ . La matriz de masa  $\mathcal{M}_{7 \times 7}$  (vease en [3]) esta compuesta por tres matrices de masa  $M_\pm^2$ ,  $M^2$  en su diagonal son definidas y un valor propio nulo correspondiente a un bosón tipo Goldstone:

$$M_\pm^2 = \begin{pmatrix} v_t & v_d/2 \\ v_d/2 & v_d^2/4v_t \end{pmatrix}, \quad (3.71)$$

$$M^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v_d^2 & \frac{v_d(-\mu+2\lambda v_t)}{2\sqrt{2}} \\ \frac{v_d(-\mu+2\lambda v_t)}{2\sqrt{2}} & \frac{\mu v_d^2 + 8\lambda_b v_t^3}{8v_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}. \quad (3.72)$$

La matriz de masa cargada está diagonalizada por una matriz de rotación  $R_{\theta_\pm}$ , donde  $\theta_\pm$  es el ángulo de rotación en el sector cargado mientras que la matriz de masa neutra esta diagonalizada por una matriz

de rotación  $\mathcal{R}_\alpha$  en el sector no cargado. Los términos de masa de estos campos están dados por los valores propios de estas matrices

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{v_d^2 + 4v_t^2}{4v_t} \mu, \quad m_{G^\pm}^2 = 0, \quad (3.73)$$

$$m_{h^0}^2 = \frac{1}{2}[A + C - \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}], \quad m_{H^0}^2 = \frac{1}{2}[A + C + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}]. \quad (3.74)$$

y sus respectivos estados propios como

$$\begin{aligned} G^\pm &= \phi^\pm \cos \theta_\pm + \delta^\pm \sin \theta_\pm, & h &= h_1 \cos \alpha + h_2 \sin \alpha, \\ H^\pm &= -\phi^\pm \sin \theta_\pm + \delta^\pm \cos \theta_\pm, & H &= -h_1 \sin \alpha + h_2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

En el SM se asegura que la constante  $\rho$  (3.25) sea igual a uno a nivel árbol. En el modelo HTM0 esto no ocurre ya que existe una contribución extra a la masa de los bosones  $W^\pm$ . Las masas de los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z^0$  están dados como:

$$\begin{aligned} (D_\mu \langle \phi \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi \rangle) + Tr(D_\mu \langle \Delta \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \Delta \rangle) &= \begin{pmatrix} g'B_\mu + gW_\mu^3 & gW_\mu^1 - igW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + igW_\mu^2 & g'B_\mu - gW_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_d}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &+ \left[ \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_t & 0 \\ 0 & v_t \end{pmatrix} \right] \\ &= g^2 \frac{v_d^2 + 4v_t^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 + g'^2}{8} v_d^2 Z_\mu Z^\mu \\ &= m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu, \end{aligned} \quad (3.75)$$

las masas cuadráticas de los bosones de norma tienen la forma:

$$m_W^2 = g^2 \frac{v_d^2 + 4v_t^2}{4}, \quad m_Z^2 = \frac{g^2 + g'^2}{4} v_d^2, \quad (3.76)$$

el parámetro  $\rho$  para el HTM0 modificado tiene la forma

$$\rho = \frac{v_d^2 + 4v_t^2}{v_d^2}. \quad (3.77)$$

Las masas y propiedades de los decaimientos de los bosones electro débiles y los datos de baja energía se pueden utilizar para buscar nueva física en el SM. Habíamos dicho que  $\rho$  debería ser igual a uno a nivel árbol, en búsqueda de nueva física esto no es necesario podemos utilizar el parámetro  $\rho_0$  experimental, medido por el Particle Data Group [15]:

$$\rho_0 = 1.00038 \pm 0.00020, \quad (3.78)$$

donde obtenemos cotas superiores para los VEV's correspondientes al doblete y al triplete utilizando  $\sqrt{v_d^2 + 4v_t^2} \equiv 246$  GeV.

$$0 < v_t \lesssim 3 \text{ GeV}, \quad 245.98 \text{ GeV} \lesssim v_d \lesssim 246.13 \text{ GeV}. \quad (3.79)$$

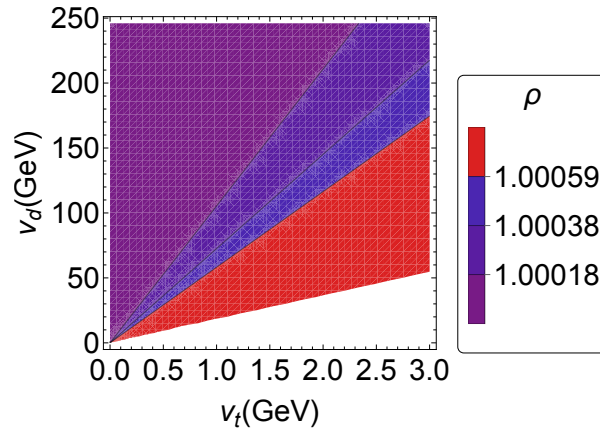


Figura 3.4: Mapa de contorno del parámetro  $\rho$  del HTM0

El mapa de contorno nos muestra en que áreas la función  $\rho$  puede vivir. Esto nos sirve para que nosotros podamos restringir los parámetros  $v_d$  y  $v_t$ . Las constantes de acoplamiento del Higgs y del Higgs pesado con respecto de los bosones de normas son:

$$\begin{aligned} g_{WW h} &= \frac{g^2}{2}(v_d \cos \alpha + 4v_t \sin \alpha) \\ &= \frac{g^2 \sqrt{v_d^2 + 4v_t^2}}{2\epsilon} (\cos \theta_{\pm} \cos \alpha - 2 \sin \theta_{\pm} \sin \alpha), \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} g_{WW H} &= \frac{g^2}{2}(-v_d \sin \alpha + 4v_t \cos \alpha) \\ &= \frac{-g^2 \sqrt{v_d^2 + 4v_t^2}}{2\epsilon} (\cos \theta_{\pm} \cos \alpha + 2 \sin \theta_{\pm} \sin \alpha) \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} g_{ZZ h} &= \frac{g^2 + g'^2}{4} v_d \cos \alpha \\ &= \frac{(g^2 + g'^2) \sqrt{v_d^2 + 4v_t^2}}{4\epsilon} (\cos \alpha \cos \theta_{\pm}), \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} g_{ZZ H} &= \frac{g^2 + g'^2}{4} v_d \sin \alpha \\ &= \frac{(g^2 + g'^2) \sqrt{v_d^2 + 4v_t^2}}{4\epsilon} (-\sin \alpha \cos \theta_{\pm}), \end{aligned} \quad (3.83)$$

donde  $\epsilon = \pm$ ,  $\alpha$  como el ángulo de mezcla de la matriz (3.72) y  $\theta_{\pm}$  como el ángulo de mezcla de la matriz (3.71)

### 3.5. Rompiendo la carga eléctrica en modelos de extensión

A lo largo de este capítulo los modelos de extensión vistos tienen en común que se han introducido nuevos campos, primero utilizando un doblete extra y en un segundo paso utilizando un triplete real. Ahora veremos como estos modelos podrían romper la carga eléctrica. Estas teorías tienen límites bien definidos y obtienen una masa para un fotón en reposo. Para romper la carga eléctrica nosotros utilizaremos que el operador de carga eléctrica  $Q$  actuando sobre el estado del vacío sea diferente a cero:

$$Q\langle\phi\rangle \neq 0. \quad (3.84)$$

### 3.5.1. Rompimiento de carga eléctrica para el 2HDM

Consideramos dos dobletes de campo complejo con un estado del vacío, el cual tiene un VEV en la parte cargada del campo. Para romper carga eléctrica utilizaremos un VEV en la parte cargada,

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.85)$$

tomando en cuenta este estado del vacío nosotros podemos calcular la masa de los bosones de norma  $W^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) y  $B$ :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1,2} (D_\mu \langle \phi_i \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_i \rangle) &= \frac{1}{2} \left( \frac{g^2(v_1^2 + v_2^2)}{4} (W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) + \frac{g^2(v_1^2 + v_2^2)}{4} W_\mu^3 W^{3\mu} \right. \\ &\quad \left. + \frac{g'^2}{4} (v_1^2 + v_2^2) B^\mu B_\mu - \frac{1}{2} g g' (v_1^2 - v_2^2) B_\mu W^{3\mu} \right). \end{aligned} \quad (3.86)$$

En este caso los estados propios de  $W_\mu^1$  y  $W_\mu^2$  serán los mismos que en el 2HDM:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm W_\mu^2), \quad m_W^2 = \frac{g^2}{4} (v_1^2 + v_2^2), \quad (3.87)$$

la matriz de masa para los bosones de norma  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$  es:

$$\mathcal{M}_{Z,\gamma}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} g^2(v_1^2 + v_2^2) & -g g' (v_1^2 - v_2^2) \\ -g g' (v_1^2 - v_2^2) & g'^2 (v_1^2 + v_2^2) \end{pmatrix}, \quad (3.88)$$

con sus valores propios los cuales son las masas de los bosones de norma:

$$m_{Z,\gamma}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} (g^2 + g'^2) \pm \sqrt{\left( \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} (g^2 + g'^2) \right)^2 - 16 v_1^2 v_2^2 g^2 g'^2} \right). \quad (3.89)$$

Algo interesante es pensar que si el SM se recupera entonces el coeficiente  $t_\beta \ll 1$ . Esto hará que el valor de  $v_2$  sea extremadamente pequeño y podremos realizar una expansión de serie de Taylor alrededor de este:

$$\sqrt{a + bx + cx^2} \approx \sqrt{a} + \frac{b}{2\sqrt{a}} x + \mathcal{O}(x^2). \quad (3.90)$$

De esta manera podemos identificar las masas de los bosones  $Z_\mu$  y  $A_\mu$ , la cual se parece a la del SM.

$$\begin{aligned} m_Z^2 &= \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} (g^2 + g'^2) - v_2^2 \frac{g g'}{g^2 + g'^2}, \\ m_\gamma^2 &= v_2^2 \frac{g g'}{g^2 + g'^2}. \end{aligned} \quad (3.91)$$

Estas masas para las corrientes neutras se obtienen al tomar los resultados de (3.89) y hacer una expansión en serie de Taylor al rededor del  $v_2$ . Este es un ejemplo para mostrar que la masa los bosones de norma en modelos con ruptura espontánea de carga eléctrica conservan similitudes con el modelo original.

### 3.5.2. Estudiando el estado del vacío del 2HDM

En esta parte revisamos [16]. El estado del vacío más general que puede romper la carga eléctrica para el 2HDM es

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ e^{i\alpha} v_2 \end{pmatrix}, \quad (3.92)$$

donde  $u, v_1, v_2$  y  $\alpha$  son reales. Para ver las regiones donde el fotón se mantiene sin masa, necesitamos donde el potencial corresponde a  $u = 0$ . El potencial que nosotros vamos a estudiar es el (3.39) con las condiciones  $m_{12}^2 = \lambda_6 = \lambda_7 = 0$ ,

$$V(\phi_1, \phi_2) = m_{11}^2 \phi_1^\dagger \phi_1 + m_{22}^2 \phi_2^\dagger \phi_2 + \frac{1}{2} \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_3 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_2^\dagger \phi_2) + \lambda_4 (\phi_1^\dagger \phi_2) (\phi_2^\dagger \phi_1) + \left( \frac{1}{2} \lambda_5 (\phi_1^\dagger \phi_2)^2 + h.c. \right). \quad (3.93)$$

Este potencial es invariante ante transformaciones de  $Z_2$ :  $\phi_1 \rightarrow \phi_1, \phi_2 \rightarrow -\phi_2$ . Este es acotado por debajo si se cumplen  $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$  y  $\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 \geq (\lambda_1 \lambda_2)^{1/2}$ . El potencial tiene que satisfacer condiciones de mínimo  $\frac{\partial V}{\partial \phi_i} |_{\langle \phi_i \rangle} = 0$ . Podremos tener tres vacíos en donde las condiciones de mínimo se satisfacen:

$$\begin{aligned} (i) \quad \langle \phi_1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, & \langle \phi_2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}, \\ (ii) \quad \langle \phi_1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, & \langle \phi_2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ iv_2 \end{pmatrix}, \\ (iii) \quad \langle \phi_1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, & \langle \phi_2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

En el caso (i) recuperaríamos el estado del vacío del 2HDM. Las masas de los bosones deben permanecer mayores iguales a cero, estas nos darán nuevas condiciones que tienen que cumplir las  $\lambda$ :

$$m_A^2 = -(v_1^2 + v_2^2) \lambda_5, \quad (3.94)$$

$$m_{H^\pm}^2 = -\frac{1}{2} (v_1^2 + v_2^2) (\lambda_4 + \lambda_5), \quad (3.95)$$

$$m_{H,h}^2 = v_1^2 \lambda_1 + v_2^2 \lambda_2 \pm \sqrt{v_1^4 \lambda_1^2 + v_2^4 \lambda_2^2 + 2v_1^2 v_2^2 (-\lambda_1 \lambda_2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2)}. \quad (3.96)$$

Las masas cuadráticas respectivas a  $m_{H,h}^2$  son estrictamente positivas gracias a las condiciones que mantienen al potencial acotado por debajo. Para mantener  $m_{H^\pm}^2$  y  $m_A^2$  positivas, obtendremos dos condiciones  $\lambda_4 + \lambda_5 \geq 0, \lambda_5 \geq 0$ . En el caso (ii) puede ser reducido al caso (i) cuando aproximamos  $\lambda_5 \rightarrow -\lambda_5$  obteniendo las mismas masas cuadráticas de (3.94), (3.95), (3.96). Las condiciones de mínimo para ese caso son  $\lambda_4 - \lambda_5 \geq 0, -\lambda_5 \geq 0$ . Finalmente, el caso (iii) corresponde a la región donde el fotón tiene masa. Para ver las restricciones de esta región nos centraremos en las matrices de masa  $M_{17}^2$  y  $M_{28}^2$ :

$$M_{17}^2 = (\lambda_4 + \lambda_5) \begin{pmatrix} u^2 & uv_1 \\ uv_1 & v_1^2 \end{pmatrix}, \quad M_{28}^2 = (\lambda_4 - \lambda_5) \begin{pmatrix} u^2 & -uv_1 \\ -uv_1 & v_1^2 \end{pmatrix}, \quad (3.97)$$

los valores propios deben ser positivos. Las condiciones son  $\lambda_4 + \lambda_5 \geq 0$  y  $\lambda_4 - \lambda_5 \geq 0$ .

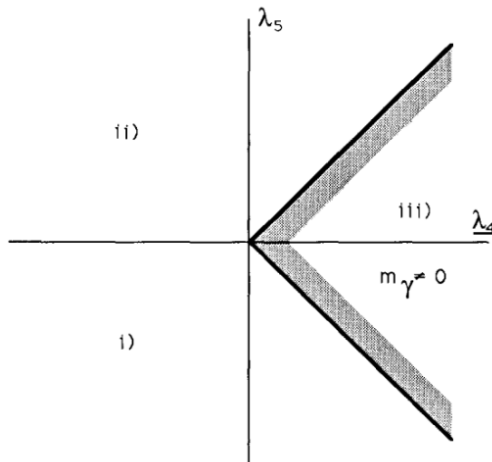


Figura 3.5: Diagrama de fase de  $\lambda_4$  y  $\lambda_5$  para el 2HDM [16].

Este diagrama de fase entre las variables  $\lambda_4$  y  $\lambda_5$  muestra que las regiones donde el potencial es minimizado.

En el siguiente capítulo exploraremos el modelo de Georgi-Machacek con la meta de encontrar si puede tener la ruptura espontánea de CP y ruptura espontánea de carga eléctrica.



## Capítulo 4

# Un modelo con tripletes y el vacío

Como hemos visto en el capítulo anterior se han postulado diversos modelos que agregan escalares adicionales al sector de Higgs (doblete y triplete). En este capítulo estudiaremos un caso particular con dos tripletes, conocido como el modelo de Georgi-Machaceck. Este modelo puede reproducir exitosamente los resultados del SM gracias a una simetría custodial. En este capítulo discutiremos la estructura del vacío para este modelo.

Esta es una primera inmersión para corroborar si este modelo puede tener una ruptura espontánea de CP y carga eléctrica. Veremos que los modelos que rompen espontáneamente carga eléctrica violan la simetría custodial y que la masa de los bosones  $W^\pm$  no son necesariamente iguales. Futuros trabajos se encargaran de revisar si estos vacíos pueden ser implementados en modelos cosmológicos.

### 4.1. El Modelo Georgi-Machaceck (GM)

El modelo de Georgi-Machaceck (GM) consiste en un doblete  $\phi$  con hipercarga  $Y = 1$ , un triplete real  $\xi$  con hipercarga  $Y = 0$ , y un triplete complejo  $\chi$  con hipercarga  $Y = 2$ . Este modelo es invariante ante una simetría  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  que después de la ruptura espontánea de la simetría preservara una simetría custodial  $SU(2)_V$  [4].

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{pmatrix} \phi^{0*} & \phi^+ \\ -\phi^{+*} & \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 - i\phi_2 & \phi_3 + i\phi_4 \\ -\phi_3 + i\phi_4 & \phi_1 + i\phi_2 \end{pmatrix}, \\ \Delta &= \begin{pmatrix} \chi^{0*} & \xi^+ & \chi^{++} \\ -\chi^{+*} & \xi^0 & \chi^+ \\ \chi^{++*} & -\xi^{+*} & \chi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_9 - i\phi_{10} & \phi_7 + i\phi_8 & \phi_{13} + i\phi_{14} \\ -\phi_{11} + i\phi_{12} & \phi_5 + i\phi_6 & \phi_{11} + i\phi_{12} \\ \phi_{13} - i\phi_{14} & -\phi_7 + i\phi_8 & \phi_9 + i\phi_{10} \end{pmatrix}, \\ \phi^0 &\rightarrow \frac{v_\phi}{\sqrt{2}} + \frac{\phi_r^0 + i\phi_i^0}{\sqrt{2}}, \quad \chi \rightarrow v_\chi + \frac{\chi_r^0 + i\chi_i^0}{\sqrt{2}}, \quad \xi^0 \rightarrow v_\xi + \xi^0, \quad \phi_6 \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde  $\Phi$  es una representación de  $SU(2)_L$  y  $\Delta$  es una representación de  $SU(2)_R \times SU(2)_L$ , donde las derivadas covariantes son

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi + i\frac{g}{2}\tau_a W_\mu^a \Phi - i\frac{g'}{2}\tau_3 B_\mu \Phi, \quad D_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + igT_a W_\mu^a \Delta - ig'B_\mu \Delta T_3. \quad (4.2)$$

En este modelo la representación de los generadores  $SU(2)$  son  $\tau_a = \sigma_a/2$ , donde  $\sigma_a$  son las matrices de Pauli. Los generadores para el bi-triplete son

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

donde el término cinético es

$$\mathcal{L}_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \text{Tr}[(D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi)] + \frac{1}{2} \text{Tr}[(D^\mu \Delta)^\dagger (D_\mu \Delta)] \quad (4.4)$$

y el potencial más general invariante bajo  $SU(2)_R \times SU(2)_L$  es

$$\begin{aligned} V(\Phi, \Delta) = & \frac{m_1^2}{2} \text{Tr}[\Phi^\dagger \Phi] + \frac{m_2^2}{2} \text{Tr}[\Delta^\dagger \Delta] + \lambda_1 (\text{Tr}[\Phi^\dagger \Phi])^2 + \lambda_2 (\text{Tr}[\Delta^\dagger \Delta])^2 + \lambda_3 \text{Tr}[(\Delta^\dagger \Delta)^2] \\ & + \lambda_4 \text{Tr}[\Phi^\dagger \Phi] \text{Tr}[\Delta^\dagger \Delta] + \lambda_5 \text{Tr} \left[ \Phi^\dagger \frac{\tau^a}{2} \Phi \frac{\tau^b}{2} \right] \text{Tr}[\Delta^\dagger T^a \Delta T^b] + \mu_1 \text{Tr} \left[ \Phi^\dagger \frac{\tau^a}{2} \Phi \frac{\tau^b}{2} \right] (P^\dagger \Delta P)_{ab} \\ & + \mu_2 \text{Tr}[\Delta^\dagger T^a \Delta T^b] (P^\dagger \Delta P)_{ab}, \quad a, b = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Tomando en cuenta la ruptura espontánea de la simetría podemos obtener los términos de interacción de los bosones de norma electro-débiles.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{cin}} \approx & (g^2 + g'^2) v_\chi^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) v_\phi^2 Z_\mu Z^\mu \\ & + g^2 v_\xi^2 W_\mu^- W_\mu^+ + g^2 v_\chi^2 W_\mu^- W_\mu^+ + \frac{1}{4} g^2 v_\phi^2 W_\mu^- W_\mu^+, \end{aligned}$$

donde las masas de los bosones de norma son:

$$m_W^2 = \frac{1}{4} g^2 (4v_\xi^2 + 4v_\chi^2 + v_\phi^2), \quad m_Z^2 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) (8v_\chi^2 + v_\phi^2), \quad (4.6)$$

siendo  $v_\phi$ ,  $v_\chi$  y  $v_\xi$  los VEV's. Podemos definir el parámetro  $\rho$  y, gracias a la alineación de vacío se satisface que  $v_\xi = v_\chi$  debido a la simetría custodial, este satisface que  $\rho_{\text{tree}} = 1$  a nivel árbol:

$$\rho_{\text{tree}} = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_w} = \frac{4v_\xi^2 + 4v_\chi^2 + v_\phi^2}{8v_\chi^2 + v_\phi^2} = 1 \quad (4.7)$$

donde  $v_\phi^2 + 8v_\xi^2 \equiv v^2 \approx (246 \text{ GeV})^2$  y los ángulo de mezcla para este estado del vacío se definen como:

$$c_H \equiv \cos \theta_H = \frac{v_\phi}{v}, \quad s_H \equiv \sin \theta_H = \frac{2\sqrt{2}v_\xi}{v}. \quad (4.8)$$

## 4.2. Rompiendo carga eléctrica con en el modelo de Georgi Machaceck

Para poder romper carga eléctrica construiremos un estado del vacío donde pondremos VEV's en las partes cargadas de los campos de los tripletes.

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\phi & 0 \\ 0 & v_\phi \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle = \begin{pmatrix} 0 & u_\xi & 0 \\ -u_\chi & 0 & u_\chi \\ 0 & -u_\xi & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

$v_\phi$  es el VEV del bi-doblete,  $u_\xi$  y  $u_\chi$  son los VEV's del triplete real y complejo que rompen espontáneamente carga eléctrica. Expresamos la parte cinética del lagrangiano para este vacío:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{cin}}(\langle \Phi \rangle, \langle \Delta \rangle) = & \frac{1}{8} g'^2 (8u_\chi^2 + v_\phi^2) B^\mu B_\mu - \frac{1}{4} g g' v_\phi^2 B^\mu W_\mu^3 + \frac{1}{8} g^2 (8u_\xi^2 + v_\phi^2) W^{3\mu} W_\mu^3 \\ & + \frac{1}{8} g^2 (8u_\chi^2 + v_\phi^2) W^{1\mu} W_\mu^1 + \frac{1}{8} g^2 (8u_\chi^2 + 8u_\xi^2 + v_\phi^2) W^{2\mu} W_\mu^2. \end{aligned}$$

Las matrices de masa para los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$  son:

$$M_{W^\pm}^2 = \begin{pmatrix} 2g^2 u_\chi^2 + \frac{1}{4}g^2 v_\phi^2 & 0 \\ 0 & 2g^2 u_\chi^2 + 2g^2 u_\xi^2 + \frac{1}{4}g^2 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

$$M_{Z,\gamma}^2 = \begin{pmatrix} 2g^2 u_\xi^2 + \frac{1}{4}g^2 v_\phi^2 & -\frac{1}{4}gg'v_\phi^2 \\ -\frac{1}{4}gg'v_\phi^2 & 2g'^2 u_\chi^2 + \frac{1}{4}g'^2 v_\phi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

De (4.10) podemos ver que la ruptura de carga eléctrica tiene como consecuencia que la masa de los bosones  $W^\pm$  no sean iguales. Si nosotros quisiéramos que los bosones  $W^\pm$  tengan la misma masa tendríamos que tomar  $u_\xi^2 = 0$ . Las masas de los bosones son

$$m_W^2 = \frac{1}{4}g^2(8u_\chi^2 + v_\phi^2), \quad (4.12)$$

$$m_{Z,\gamma}^2 = \frac{1}{8} \left( (g^2 + g'^2)v_\phi^2 + 8g^2 u_\xi^2 \pm \sqrt{(8g'^2 u_\chi^2 + (g^2 + g'^2)v_\phi^2)^2 - 32g^2 g'^2 u_\chi^2 v_\phi^2} \right). \quad (4.13)$$

A fin de que las masas del bosón  $Z^0$  y del fotón sean tipo SM ( $m_Z^{\text{SM}} = \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)v_\phi^2$ ,  $m_\gamma^{\text{SM}} = 0$ ), podemos realizar una expansión alrededor de  $u_\chi$ .

$$m_Z^2 \approx \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)v_\phi^2 + g^2 \left( 1 + \frac{g'^2 - g^2}{(g^2 + g'^2)} \right) u_\chi^2, \quad (4.14)$$

$$m_\gamma^2 \approx g^2 \left( 1 + \frac{g^2 - g'^2}{(g^2 + g'^2)v_\phi^2} \right) u_\chi^2. \quad (4.15)$$

Obtendremos la mismas masas del SM si consideramos  $u_\chi \rightarrow 0$ .

### 4.3. Estudiando estado del vacío del modelo de Georgi-Machaceck

En primer lugar, vamos a definir el potencial con el que vamos a trabajar. Requerimos que este cumpla con las simetrías  $\Phi \rightarrow \Phi$  y  $\Delta \rightarrow -\Delta$ . Esta imposición nos lleva a eliminar los términos cúbicos, se impone que  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ . Se tiene que cumplir que el potencial esté acotado por debajo, las condiciones que seguiremos son [4]:

$$\begin{aligned} \lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > \begin{cases} -\lambda_3/3 & \text{cuando } \lambda_3 \geq 0 \\ -\lambda_3 & \text{cuando } \lambda_3 < 0 \end{cases} \\ \lambda_4 > \begin{cases} -\lambda_5/2 - 2\sqrt{\lambda_1(\lambda_3/3 + \lambda_2)} & \text{cuando } \lambda_5 \geq 0, \lambda_3 \geq 0 \\ -\omega_+(\zeta)\lambda_5 - 2\sqrt{\lambda_1(\zeta\lambda_3 + \lambda_2)} & \text{cuando } \lambda_5 \geq 0, \lambda_3 < 0 \\ -\omega_-(\zeta)\lambda_5 - 2\sqrt{\lambda_1(\zeta\lambda_3 + \lambda_2)} & \text{cuando } \lambda_5 < 0 \end{cases} \\ \omega_\pm(\zeta) = \frac{1}{6}(1 - B) \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(1 - B)\left(\frac{1}{2} + B\right)}, \quad B = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\zeta - \frac{1}{3}\right)}, \end{aligned}$$

donde  $\zeta \in [\frac{1}{3}, 1]$  y  $B \in [0, 1]$ . Este potencial fue propuesto por Chanowitz y Golden [17], puede preservar  $\rho = 1$  a nivel árbol y ofrece posibilidades para que la masa de los bosones  $W^\pm$  sea dominante.

$$\begin{aligned}
 V(\Phi, \Delta) = & \frac{m_1^2}{2} Tr[\Phi^\dagger \Phi] + \frac{m_2^2}{2} Tr[\Delta^\dagger \Delta] + \lambda_1 (Tr[\Phi^\dagger \Phi])^2 + \lambda_2 (Tr[\Delta^\dagger \Delta])^2 + \lambda_3 Tr[(\Delta^\dagger \Delta)^2] \\
 & + \lambda_4 Tr[\Phi^\dagger \Phi] Tr[\Delta^\dagger \Delta] + \lambda_5 Tr \left[ \Phi^\dagger \frac{\tau^a}{2} \Phi \frac{\tau^b}{2} \right] Tr[\Delta^\dagger T^a \Delta T^b].
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Debido a la estructura del potencial nuestra configuración de campos tomaremos las constantes de acoplamiento como reales. El estado del vacío más general que nosotros podemos tener es:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\phi & 0 \\ 0 & v_\phi \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\beta} v_\chi & u_\xi & 0 \\ -u_\chi & e^{i\alpha} v_\xi & u_\chi \\ 0 & -u_\xi & e^{i\beta} v_\chi \end{pmatrix}. \tag{4.17}$$

Las interacciones de los bosones de Higgs no conservan carga eléctrica. Pero las interacciones de los bosones de norma con los fermiones y con ellos mismos si debe conservar la carga eléctrica. Esto se podrá lograr si la matriz de masa de los bosones de norma se separan en dos matrices de masa para las corrientes cargadas y las corrientes neutras. Las matrices de masa de los bosones de norma son:

$$M_V^2 = \begin{pmatrix} M_W^2 & \varpi^\top \\ \varpi & M_Z^2 \end{pmatrix}, \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
 M_W^2 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{4}g^2 (8u_\chi^2 + 4v_\xi^2 + 4v_\chi^2 + v_\phi^2) & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}g^2 (8u_\xi^2 + 8u_\chi^2 + 4v_\xi^2 + 4v_\chi^2 + v_\phi^2) \end{pmatrix}, \\
 M_{Z,\gamma}^2 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{4}g^2 (8u_\xi^2 + 8v_\chi^2 + v_\phi^2) & -\frac{1}{4}gg' (8v_\chi^2 + v_\phi^2) \\ -\frac{1}{4}gg' (8v_\chi^2 + v_\phi^2) & \frac{1}{4}g'^2 (8u_\chi^2 + 8v_\chi^2 + v_\phi^2) \end{pmatrix}, \\
 \varpi &= \begin{pmatrix} \sqrt{2}g^2 (\cos(\alpha)u_\xi v_\xi - \cos(\beta)u_\chi v_\chi) & -\sqrt{2}g^2 \sin(\beta)u_\chi v_\chi \\ 2\sqrt{2}gg' \cos(\beta)u_\chi v_\chi & 2\sqrt{2}gg' \sin(\beta)u_\chi v_\chi \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Para separar esta matriz de masa en dos matrices para las corrientes cargadas  $W^\pm$  y las corrientes neutras  $Z^0$ , A se necesitan cumplir las siguientes condiciones:

$$(\sin \beta)u_\chi v_\chi = 0, \quad (\cos \beta)u_\chi v_\chi = 0, \quad (\cos \alpha)u_\xi v_\xi = 0. \tag{4.20}$$

Si tomamos en cuenta estas restricciones junto con las condiciones de mínimo (ver apéndice B) podemos obtener tres estados del vacío:

$$i) \quad \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\phi & 0 \\ 0 & v_\phi \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle = \begin{pmatrix} v_\xi & 0 & 0 \\ 0 & v_\xi & 0 \\ 0 & 0 & v_\xi \end{pmatrix}, \tag{4.21}$$

$$ii) \quad \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\phi & 0 \\ 0 & v_\phi \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\beta} v_\xi & 0 & 0 \\ 0 & v_\xi & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\beta} v_\xi \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 \rightarrow 0, \tag{4.22}$$

$$iii) \quad \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\phi & 0 \\ 0 & v_\phi \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle = \begin{pmatrix} 0 & u_\xi & 0 \\ -u_\chi & 0 & u_\chi \\ 0 & -u_\xi & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.23}$$

### 4.3.1. Vacío custodial

El caso (i) corresponde al estado del vacío del modelo GM. Provee una solución elegante donde se respeta la conservación de carga eléctrica y los VEV's de los campos neutros son proporcionales. Esta condición preserva la simetría custodial y mantiene la estructura de la matriz de masa de los bosones de norma. También preserva el ángulo de Weinberg. Las condiciones de mínimos son:

$$\begin{aligned} m_1^2 &= -3(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\xi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \\ m_2^2 &= -4(3\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 - (2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi^2. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Presentamos las matrices de masa en el siguiente orden: Una matriz de masa general para los 15 campos donde los colores representan la descomposición de esta matriz en matrices más simples y las mismas matrices más simples adjuntando una etiqueta que señala sus respectivos campos:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 4\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8\lambda_5 v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 8(\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 16\lambda_2 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 - 2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2\sqrt{2}v_\phi v_\xi & 2\sqrt{2}v_\phi v_\xi & 0 & 0 & 16\lambda_2 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 16(\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 - 2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 - 2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_2 v_\xi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_3 v_\xi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.25)$$

$$M_{1,5,9}^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 & 2\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 4\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi \\ 2\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & -\lambda_5 v_\phi^2 + 8(\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_2 v_\xi^2 \\ 4\sqrt{2}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & \lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_2 v_\xi^2 & -\lambda_5 v_\phi^2 + 16(2\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

$$M_{2,10}^2 = \begin{pmatrix} -8\lambda_5 v_\xi^2 & 2\sqrt{2}\lambda_5 v_\phi v_\xi \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 v_\phi v_\xi & -\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

$$M_{3,7,11}^2 = \begin{pmatrix} -8\lambda_5 v_\xi^2 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi \\ 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & -2\lambda_5 v_\phi^2 + 8\lambda_3 v_\xi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 v_\xi^2 \\ 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 v_\xi^2 & -2\lambda_5 v_\phi^2 + 8\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.28)$$

$$M_{4,8,12}^2 = \begin{pmatrix} -8\lambda_5 v_\xi^2 & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & 2\lambda_5 v_\phi v_\xi \\ 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & -2\lambda_5 v_\phi^2 + 8\lambda_3 v_\xi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 v_\xi^2 \\ 2\lambda_5 v_\phi v_\xi & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 v_\xi^2 & -2\lambda_5 v_\phi^2 + 8\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.29)$$

$$M_{13,14}^2 = \begin{pmatrix} -3\lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \\ 0 & -3\lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

Los campos físicos pueden ser organizados por transformaciones que sean invariantes ante la simetría custodial  $SU(2)_V$  vistos en la Figura 4.2. Los campos de Higgs se pueden ordenar de la utilizando (4.8):

$$\begin{aligned} H_1^0 &= \phi_r^0, & G^\pm &= c_H \phi^\pm + s_H \frac{\chi^\pm + \xi^\pm}{\sqrt{2}}, & H_3^\pm &= -s_H \phi^\pm + c_H \frac{\chi^\pm + \xi^\pm}{\sqrt{2}}, \\ H_1'^0 &= \frac{1}{\sqrt{3}}\xi^0 + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_r^0, & G^0 &= c_H \phi_i^0 + s_H \chi_i^0, & H_3^0 &= -s_H \phi_i^0 + c_H \chi_i^0, \\ H_5^0 &= \sqrt{\frac{2}{3}}\xi^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_r^0, & H_5^\pm &= \frac{\chi^\pm - \xi^\pm}{\sqrt{2}}, & H_5^{\pm\pm} &= \chi^{\pm\pm}. \end{aligned}$$

$SU(2)_L \times SU(2)_R$	$\rightarrow$	$SU(2)_V$
$\Phi : 2 \otimes 2$	$\rightarrow$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
$\Delta : 3 \otimes 3$	$\rightarrow$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \oplus 5$
		$\begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} G^\pm \\ G^0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} H_5^{\pm\pm} \\ H_5^\pm \\ H_5^0 \end{pmatrix}$ $\quad \quad \quad \begin{pmatrix} H_3^\pm \\ H_3^0 \end{pmatrix}$

Figura 4.1: Descomposición de un bi-doblete y un bi-triplete en la simetría  $SU(2)_V$ .

La matriz de masa para los singletes serán

$$M_{h,H}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_1 v_\phi^2 & 2\sqrt{3}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi \\ 2\sqrt{3}(2\lambda_4 + \lambda_5)v_\phi v_\xi & 8(\lambda_3 + \lambda_2)v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

El caso dos corresponde a un espacio degenerado en el vacío, las masas cuadradas de los campos son:

$$\begin{aligned} m_{h,H}^2 &= 4(3\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 + 4\lambda_1 v_\phi^2 \\ &\mp 2\sqrt{4(3\lambda_2 + \lambda_3)^2 v_\xi^4 + (-8\lambda_1(3\lambda_2 + \lambda_3) + 3(2\lambda_4 + \lambda_5)^2)v_\xi^2 v_\phi^2 + 4\lambda_1^2 v_\phi^4}, \\ m_3^2 &= -\frac{1}{2}\lambda_5(v_\phi^2 + 8v_\xi^2), \\ m_5^2 &= \frac{1}{2}(-3\lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_3 v_\xi^2), \end{aligned} \quad (4.32)$$

Los parámetros del potencial en este vacío estarán acotados como:

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_4 > -\omega_-(\zeta)\lambda_5 - 2\sqrt{\lambda_1(\zeta\lambda_3 + \lambda_2)}, \quad \lambda_5 \leq 0. \quad (4.33)$$

### 4.3.2. Vacío degenerado

El caso (ii) corresponde a un intento para que el modelo GM rompa espontáneamente CP. Cuando consideramos el vacío (4.21), obtenemos que el potencial es completamente real. Las condiciones de mínimo para este vacío son:

$$m_1^2 = -(6\lambda_4 + \lambda_5 + 2\lambda_5 \cos \beta)v_\xi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad m_1^2 = -6\lambda_4 v_\xi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad (4.34)$$

$$m_2^2 = -4(3\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 - 2\lambda_4 v_\phi^2, \quad \rightarrow \quad m_2^2 = -4(3\lambda_2 + \lambda_3)v_\xi^2 - 2\lambda_4 v_\phi^2, \quad (4.35)$$

$$\lambda_5 = -(\sec \beta(m_2^2 + (12\lambda_2 + 4\lambda_3)v_\xi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2))/v_\phi^2, \quad \lambda_5 = 0. \quad (4.36)$$

Debido a que  $\lambda_5$  se vuelve cero, nuestras esperanzas de que este modelo pueda romper CP espontáneamente se desvanecen [10]. Los términos correspondientes a la violación de CP son vistos en [13]. Si nosotros quisiéramos poder romper CP espontáneamente se necesita violar la simetría custodial  $SU(2)_V$  y necesitaríamos un término que mezcle los campos de la forma:

$$\phi^\dagger \chi \xi \tilde{\phi} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \frac{v_\phi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ e^{i\beta} v_\chi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{v_\xi}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & -\frac{v_\xi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{v_\phi}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{8}} e^{i\beta} v_\phi^2 v_\chi v_\xi. \quad (4.37)$$

Es importante notar que para poder utilizar este término tendríamos que tomar en cuenta el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . En [14] se explora la ruptura espontánea de CP para potenciales tres o seis campos

de Higgs que caen a representaciones irreducibles de tripletes. Creemos que es interesante estudiar estos potenciales.

Presentamos las matrices de masa en el siguiente orden: Una matriz de masa general para los 15 campos donde los colores representan la descomposición de esta matriz en matrices más simples y las mismas matrices más simples adjuntando una etiqueta que señala sus respectivos campos:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 8\sqrt{2}\lambda_4 \cos(\beta) v_\xi v_\phi & 8\sqrt{2}\lambda_4 \sin(\beta) v_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 8(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_2 \cos(\beta) v_\xi^2 & 16\lambda_2 \sin(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 \cos(\beta) v_\xi^2 & -8\lambda_3 \sin(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 \cos(\beta) v_\xi^2 & 8\lambda_3 \sin(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 \cos(\beta) v_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_2 \cos(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) \cos^2(\beta) v_\xi^2 & 8(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin(2\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 \sin(\beta) v_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_2 \sin(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 8(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin(2\beta) v_\xi^2 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin^2(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 \cos(\beta) v_\xi^2 & 8\lambda_3 \sin(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 \sin(\beta) v_\xi^2 & -8\lambda_3 \cos(\beta) v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.38)$$

$$M_{1,5,9,10}^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 8\sqrt{2}\lambda_4 \cos \beta v_\xi v_\phi & 8\sqrt{2}\lambda_4 \sin \beta v_\xi v_\phi \\ 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 8(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 & 16\lambda_2 \cos \beta v_\xi^2 & 16\lambda_2 \sin \beta v_\xi^2 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 \cos \beta v_\xi v_\phi & 16\lambda_2 \cos \beta v_\xi^2 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) \cos^2 \beta v_\xi^2 & 8(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin 2\beta v_\xi^2 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 \sin \beta v_\xi v_\phi & 16\lambda_2 \sin \beta v_\xi^2 & 8(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin 2\beta v_\xi^2 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) \sin^2 \beta v_\xi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

$$M_{7,8,11,12}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & -8\lambda_3 \cos \beta v_\xi^2 & -8\lambda_3 \sin \beta v_\xi^2 \\ 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 8\lambda_3 \sin \beta v_\xi^2 & -8\lambda_3 \cos \beta v_\xi^2 \\ -8\lambda_3 \cos \beta v_\xi^2 & 8\lambda_3 \sin \beta v_\xi^2 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \\ -8\lambda_3 \sin \beta v_\xi^2 & -8\lambda_3 \cos \beta v_\xi^2 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.40)$$

$$M_{13,14}^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \\ 0 & 16\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

Gracias a que los valores propios de las matrices son estrictamente positivos podemos restringir los valores de las constantes del potencial como:

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > -\frac{\lambda_3}{3}, \quad \lambda_3 > 0, \quad \lambda_4 > -2\sqrt{\lambda_1 \left( \frac{\lambda_3}{4} + \lambda_2 \right)}. \quad (4.42)$$

Un ejemplo sencillo tomaremos el parámetro  $\beta \rightarrow \pi/2$ ,

$$\begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 0 & 8\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi \\ 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 8(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 & 0 & 16\lambda_2 v_\xi^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 16\lambda_2 v_\xi^2 & 0 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 \end{pmatrix}_{1,5,9,10}^{\text{VD}, \beta \rightarrow \pi/2} \quad (4.43)$$

$$\text{vs.} \quad \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 8\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi \\ 4\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 8(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 & 16\lambda_2 v_\xi^2 \\ 8\sqrt{2}\lambda_4 v_\xi v_\phi & 16\lambda_2 v_\xi^2 & 16(2\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 \end{pmatrix}_{1,5,9}^{\text{VC}, \lambda_5 \rightarrow 0},$$

$$\begin{pmatrix} 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 \\ 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \\ 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 \\ -8\lambda_3 v_\xi^2 & 0 & 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}_{7,8,11,12}^{\text{VD}, \beta \rightarrow \pi/2} \quad (4.44)$$

$$\text{vs.} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 8\lambda_3 v_\xi^2 & -8\lambda_3 v_\xi^2 \\ 0 & -8\lambda_3 v_\xi^2 & 8\lambda_3 v_\xi^2 \end{pmatrix}_{3,7,11/4,8,12}^{\text{VC}, \lambda_5 \rightarrow 0}.$$

La condición que los vacíos tengan la misma información en ciertos puntos del espacio se le llama alineación del vacío. Podemos utilizar una transformación de norma (gauge) para obtener nuevamente la simetría custodial,

$$\exp[iT_L^3\theta_L^3] \Delta \exp[-iT_R^3\theta_R^3], \quad \beta = -\theta_L^3 + \theta_R^3 + 2\pi z, \quad z \in \mathbb{Z}, \quad (4.45)$$

$$\chi^0 \rightarrow e^{-i(\theta_L^3 - \theta_R^3)} \chi^0, \quad \chi^+ \rightarrow e^{i\theta_R^3} \chi^+, \quad \chi^{++} \rightarrow e^{i(\theta_L^3 + \theta_R^3)} \chi^{++}, \quad (4.46)$$

$$\xi^0 \rightarrow \xi^0, \quad \xi^+ \rightarrow e^{i\theta_L^3} \xi^+. \quad (4.47)$$

Gracias a que la información de las matrices de los campos  $\phi_{13}$  y  $\phi_{14}$  es la misma que en el vacío custodial cuando  $\lambda_5 \rightarrow 0$ , podemos poner otra condición para los ángulos  $\theta_{L,R}^3$ ,

$$\theta_R^3 + \theta_L^3 = 0. \quad (4.48)$$

Esta manera podemos decir que el vacío degenerado también respeta la simetría custodial. Las masas de los singletes están dados por la matriz de masa:

$$M_{h,H}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_1 v_\phi^2 & 4\sqrt{3}\lambda_4 v_\phi v_\xi \\ 4\sqrt{3}\lambda_4 v_\phi v_\xi & 8(\lambda_3 + \lambda_2) v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.49)$$

### 4.3.3. Vacío con rompimiento de carga eléctrica

El caso (iii) corresponde a un intento para que el modelo GM rompa espontáneamente carga eléctrica. Existen tres vacíos que rompen carga eléctrica vistos en [9]. Las condiciones de mínimo son:

$$m_1^2 = -4\lambda_4 u_\xi^2 - 2\lambda_5 u_\xi u_\chi - 4\lambda_4 u_\chi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad (4.50)$$

$$16(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^3 + \lambda_5 u_\chi v_\phi^2 + 2u_\xi(m_2^2 + 8\lambda_2 u_\chi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2) = 0, \quad (4.51)$$

$$16(\lambda_2 + \lambda_3) u_\chi^3 + \lambda_5 u_\xi v_\phi^2 + 2u_\chi(m_2^2 + 8\lambda_2 u_\xi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2) = 0. \quad (4.52)$$

Las tres posibles combinaciones que podemos tomar son:

$$\text{Caso 1C} \quad u_\xi \rightarrow u_\chi, \quad \text{Caso 2C} \quad u_\xi \rightarrow -u_\chi, \quad \text{Caso 3C} \quad u_\chi u_\xi \rightarrow \frac{\lambda_5 v_\phi^2}{16\lambda_3}. \quad (4.53)$$

#### Caso 1C

Las condiciones para que el vacío donde  $u_\xi = u_\chi$  se cumpla son :

$$m_1^2 = -2(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad (4.54)$$

$$m_2^2 = -8(2\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \frac{1}{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) v_\phi^2. \quad (4.55)$$

Presentamos las matrices de masa en el siguiente orden: Una matriz de masa general para los 15 campos donde los colores representan la descomposición de esta matriz en matrices más simples y las mismas matrices más simples adjuntando una etiqueta que señala sus respectivos campos:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_5 u_\xi^2 - \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & -16\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.56)$$

$$M_{1,7,11}^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.57)$$

$$M_{2,8,12}^2 = \begin{pmatrix} -8\lambda_5 u_\xi^2 & -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & -\lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & -\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.58)$$

$$M_{3,5,9,13}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 0 & 8\lambda_3 u_\xi^2 - \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 u_\xi^2 & 8\lambda_3 u_\xi^2 \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 u_\xi^2 & 0 & -16\lambda_3 u_\xi^2 \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 8\lambda_3 u_\xi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & -2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.59)$$

$$M_{4,14}^2 = \begin{pmatrix} -8\lambda_5 u_\xi^2 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & -2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}. \quad (4.60)$$

En este caso hay 4 bosones de Goldstone y 5 pseudo-bosones de Goldstone.

### Caso 2C

Las condiciones de mínimo para el vacío  $u_\xi = -u_\chi$  son:

$$m_1^2 = -2(4\lambda_4 - \lambda_5)u_\xi^2 - 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad (4.61)$$

$$m_2^2 = -8(2\lambda_2 + \lambda_3)u_\xi^2 - \frac{1}{2}(4\lambda_4 - \lambda_5)v_\phi^2. \quad (4.62)$$

Presentamos las matrices de masa en el siguiente orden: Una matriz de masa general para los 15 campos donde los colores representan la descomposición de esta matriz en matrices más simples y las mismas matrices más simples adjuntando una etiqueta que señala sus respectivos campos:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8\lambda_5 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 u_\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 u_\xi^2 \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & 0 \\ 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8\lambda_3 u_\xi^2 & 0 & \lambda_5 v_\phi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.63)$$

$$M_{1,7,11}^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 \\ 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.64)$$

$$M_{2,8,12}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_5 u_\xi^2 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.65)$$

$$M_{4,10}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_5 u_\xi^2 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

$$M_{5,9,13}^2 = \begin{pmatrix} 8\lambda_3 u_\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & -8\lambda_3 u_\xi^2 \\ 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 2\lambda_5 v_\phi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 \\ -8\lambda_3 u_\xi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.67)$$

En este caso hay 4 bosones de Goldstone y 6 pseudo-bosones de Goldstone.

### Caso 3C

Las condiciones de mínimo para el vacío donde  $u_\xi = \frac{\lambda_5 v_\phi^2}{16\lambda_3 u_\chi}$  son:

$$m_1^2 = -4\lambda_4 u_\xi^2 - 2\lambda_5 u_\xi u_\chi + 4\lambda_4 u_\chi^2 + 4\lambda_1 v_\phi^2 \qquad m_1^2 = -4\lambda_4 u_\xi^2 - 2\lambda_5 u_\xi u_\chi + 4\lambda_4 u_\chi^2 + 4\lambda_1 v_\phi^2, \quad (4.68)$$

$$m_2^2 = -8(\lambda_2 + \lambda_3)u_\chi^2 - 8(\lambda_2 + \lambda_3)u_\xi^2 - 2\lambda_4 v_\phi^2 \qquad \rightarrow \qquad m_2^2 = -8(\lambda_2 + \lambda_3)u_\chi^2 - 8(\lambda_2 + \lambda_3)u_\xi^2 - 2\lambda_4 v_\phi^2, \quad (4.69)$$

$$\lambda_5 = -\frac{2u_\xi (m_2^2 + 8\lambda_2 u_\xi^2 + 8\lambda_3 u_\xi^2 + 8\lambda_2 u_\chi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2)}{u_\chi v_\phi^2} \qquad \lambda_5 = \frac{16\lambda_3 u_\xi u_\chi}{v_\phi^2}. \quad (4.70)$$

Omitimos la matriz de masa de todos los campos para este caso debido a su tamaño, nos centramos en las matrices correspondientes a la mezcla de los campos.

$$M_{3,5,9,13}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & -\frac{(\lambda_5 v_\phi^2 - 16\lambda_3 u_\chi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} & -8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & -8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} & -\frac{(16\lambda_3 u_\chi^2 + \lambda_5 v_\phi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} \end{pmatrix},$$

$$M_{4,10,14}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_5^2 v_\phi^2}{2\lambda_3} & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} - 2u_\chi v_\phi \right) & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} - 2u_\chi v_\phi \right) & -\frac{(\lambda_5 v_\phi^2 - 16\lambda_3 u_\chi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} & 8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & 8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} & -\frac{(16\lambda_3 u_\chi^2 + \lambda_5 v_\phi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} \end{pmatrix}.$$

En este caso hay 4 bosones de Goldstone y 6 pseudo-bosones de Goldstone.

### Análisis cuantitativo de los vacíos que rompen carga eléctrica

Tomando en consideración los valores propios de las matrices  $M_{1,7,11}^{2,C1}$ ,  $M_{1,7,11}^{2,C2}$  y  $M_{2,8,12}^{2,C3}$  deben ser estrictamente mayores iguales a cero podemos hacer un diagrama del espacio fase con las siguientes restricciones:

$$C1: \lambda_3 - \lambda'_5 \geq 0, \quad C2: \lambda_3 + \lambda'_5 \geq 0, \quad C3: \lambda_3^2 \geq \left(1 + \frac{8u_\chi^2}{v_\phi^2}\right) \lambda_5'^2, \quad \lambda'_5 = \frac{v_\phi^2}{16u_\chi^2} \lambda_5. \quad (4.71)$$

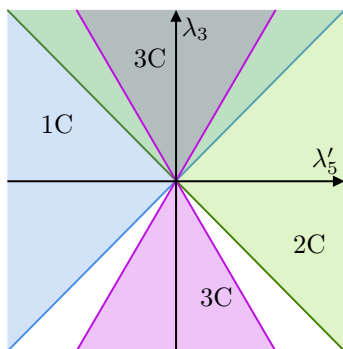


Figura 4.2: Diagrama del espacio fase para  $\lambda_3$  y  $\lambda'_5$  para el rompimiento de carga eléctrica.

Este diagrama del espacio fase nos dice dónde podrían existir los casos donde se rompe carga eléctrica. Se puede apreciar que la región donde esto se cumple es donde se superponen todos estos. De hecho existe una alineación de todos estos vacíos cuando consideramos  $\lambda_5 = 0$ . Recordando los resultados vistos en la sección 4.2 se encontró que los modelos con ruptura de carga eléctrica tienen como característica que los bosones de norma  $W^\pm$  obtengan masas diferentes. Esto se puede evitar si  $u_\xi = 0$ . El único caso de ruptura de carga eléctrica que puede cumplir eso es el 3C, eso conlleva a que  $\lambda_5$  sea igual a cero.

Tomando en cuenta los resultados vistos (4.12) y (4.13) podemos hacer una expansión en serie de Taylor alrededor de  $u_\chi$  y representar así la constante electro-débil  $\rho$  para el caso 3C:

$$\rho_{3C} \approx 1 + 7.5 \frac{u_\chi^2}{v_\phi^2}, \quad u_\chi \lesssim 2.163 \text{ GeV}, \quad v_\phi \lesssim 246.13 \text{ GeV}. \quad (4.72)$$

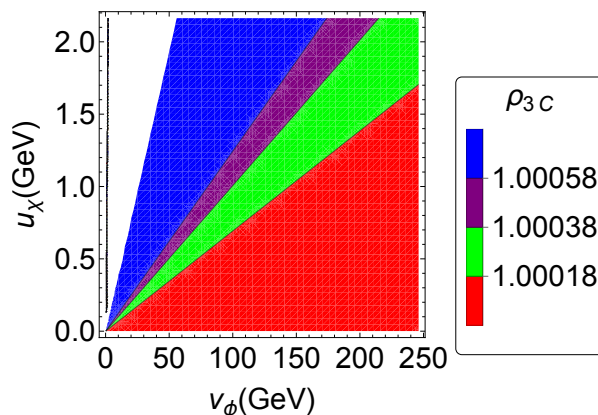


Figura 4.3: Mapa de contorno del parámetro  $\rho$  para el caso 3C en el modelo GM.

La masa del fotón  $m_\gamma^{3C}$  es del orden de  $10^{-1} \text{ GeV}$  sólo tomando las cotas del SM. Podemos tomar una cota aún más interesante, por ejemplo  $m_\gamma \lesssim 6 \times 10^{-16} \text{ eV}$ , el cual es el límite de la masa del fotón que aparece cuando uno considera el campo electromagnético de Júpiter [18].

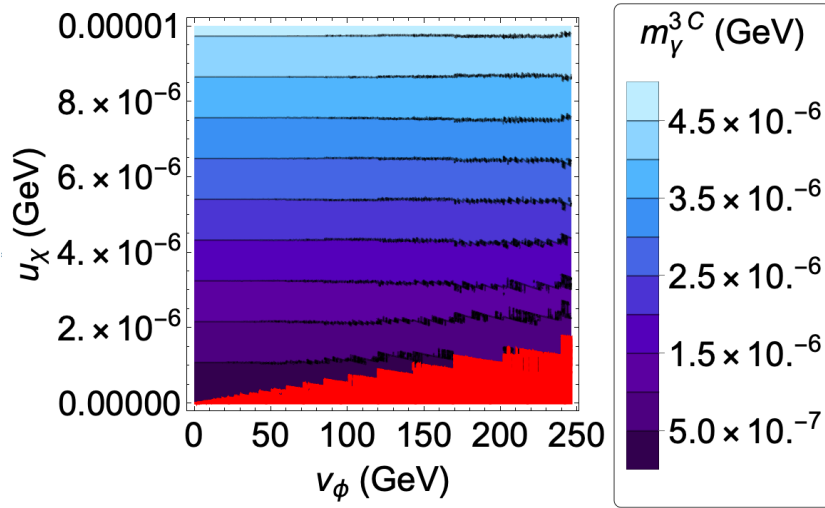


Figura 4.4: Mapa de contorno de la masa del fotón para el caso 3C en el modelo GM.

En el mapa de contorno de la Figura 4.4 se muestra la masa del fotón con respecto de  $u_\chi$  y  $v_\phi$ . El área roja marcada representa la restricción  $m_\gamma \lesssim 6 \times 10^{-16}$  eV. De esta manera las cotas respectivas de los valores de expectación del vacío que esta restricción arroja son:

$$u_\chi \lesssim 1.28944 \text{ KeV}, \quad v_\phi \lesssim 246.13 \text{ GeV}.$$

Creemos que un estudio del modelo GM tendría un mayor interés si existiera un estado de vacío el cual pudiera violar espontáneamente CP. Si existe un vacío el cual viole espontáneamente CP, este violaría la simetría custodial.

## Capítulo 5

# Conclusiones

Hemos analizado modelos que extienden el sector de Higgs, como el 2HDM, HTM0 y el modelo GM. En este último, estudiamos cinco tipos de vacíos. El primer vacío respeta la simetría custodial  $SU(2)_V$  y presenta tres bosones de Goldstone. El segundo vacío resultó ser un estado degenerado que no permitió la ruptura espontánea de CP. Este se alinea con el primer vacío mediante una transformación de norma  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  y posee seis bosones pseudo-Goldstone.

Los siguientes tres vacíos implican una ruptura espontánea de la carga eléctrica, lo que conlleva la violación de la conservación de carga eléctrica y, como consecuencia, el fotón adquiere masa. Estos vacíos violan la simetría  $SU(2)_V$  y no pueden alinearse con los dos primeros vacíos. El primer caso de ruptura de carga eléctrica tiene cinco bosones pseudo-Goldstone, el segundo tiene seis, y en ambos casos, las masas de los bosones  $W^\pm$  son diferentes. El tercer caso, que también presenta seis bosones pseudo-Goldstone, es el único donde los bosones de norma  $W^\pm$  obtienen masas iguales, implicando que el parámetro  $\lambda_5 \rightarrow 0$ . Los tres vacíos que pueden romper la carga eléctrica se alinean bajo esta condición. También se observó que, al utilizar las cotas de  $\rho$  del ME, la masa del fotón es del orden de  $10^{-1}\text{GeV}$  y utilizando la cota vista en [18] el VEV del bi-triplete es del orden de 1 GeV.

Estamos seguros de que un estudio más interesante consistiría en utilizar términos  $\phi^\dagger \chi \xi \tilde{\phi}$  correspondientes a una simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  para ver si los vacíos correspondientes a la ruptura espontánea de CP pueden alinearse con los vacíos de ruptura espontánea de carga eléctrica. Hasta el momento, hemos observado que los vacíos que respetan la simetría custodial y los que violan la carga eléctrica se repelen.



# Apéndice A

## Quiralidad del campo de Dirac

Consideramos el lagrangiano de Dirac

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\psi)\psi, \quad (\text{A.1})$$

donde obtendremos la ecuación de Dirac utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\psi)\psi = 0. \quad (\text{A.2})$$

Descomponiendo el campo en sus componentes quirales

$$\psi = \psi_R + \psi_L, \quad (\text{A.3})$$

donde sus componentes quirales tienen transformaciones de la forma

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi, \quad \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad (\text{A.4})$$

y sus campos conjugados

$$\bar{\psi}_R = \bar{\psi}\frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad \bar{\psi}_L = \bar{\psi}\frac{1}{2}(1 + \gamma_5). \quad (\text{A.5})$$

Tomando en cuenta estas transformaciones se puede reescribir el lagrangiano de la manera siguiente:

$$\mathcal{L} = \psi_R i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R + \psi_L i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L - m_\psi(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R). \quad (\text{A.6})$$

La parte cinética del lagrangiano es la suma de los términos que involucran separadamente las componentes quirales derecho e izquierdo. El término de masa del fermión se origina de una interacción que transforma electrones de helicidad negativa o izquierda en fermiones de helicidad positiva o derecha y al revés. Un neutrino sin masa, como en el Modelo Estándar, no sufre una interacción que induzca tal cambio de helicidad negativa a helicidad positiva, por lo que el neutrino sigue siendo de helicidad negativa.



## Apéndice B

# Condiciones de mínimo del potencial GM

Las condiciones de mínimo para el potencial visto en 4.15 con el estado del vacío de 4.16.

$$\sqrt{2}v_\phi \left( m_1^2 + 4\lambda_4 \left( u_\xi^2 + u_\chi^2 + \frac{1}{2}v_\xi^2 + v_\chi^2 \right) + \lambda_5(2u_\chi u_\xi + 2\cos\gamma \cos\beta v_\xi v_\chi + v_\chi^2) \right) = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$2\sqrt{2} \lambda_5 \cos\alpha \sin\beta v_\xi v_\phi v_\chi = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$2\lambda_5 \cos\beta (u_\xi + u_\chi) v_\phi v_\chi = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$2\lambda_5 \sin\beta (u_\xi - u_\chi) v_\phi v_\chi = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$4(\lambda_2 + \lambda_3) \cos\alpha v_\xi^3 - \cos\beta (8\lambda_3 u_\xi u_\chi - \lambda_5 v_\phi^2) v_\chi + \cos\alpha v_\xi (m_2^2 + 8(\lambda_2 + \lambda_3)(u_\xi^2 + u_\chi^2) + 2\lambda_4 v_\phi^2 + 8\lambda_2 v_\chi^2) = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$16(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^3 + u_\chi (\lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 \cos\alpha \cos\beta v_\xi v_\chi) + 2u_\xi (m_2^2 + 8\lambda_2 u_\chi^2 + 4(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2 + 8\lambda_2 v_\chi^2 + 4\lambda_3 v_\chi^2) = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$8\lambda_3 \cos\alpha \sin\beta u_\chi v_\xi v_\chi = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$-8\lambda_3 \cos\alpha u_\xi u_\chi v_\xi + \lambda_5 \cos\alpha v_\xi v_\phi^2 + 8(2\lambda_2 + \lambda_3) \cos\beta u_\xi^2 v_\chi + 8\lambda_2 \cos\beta v_\xi^2 v_\chi + \cos\beta v_\chi (2m_2^2 + 8(2\lambda_2 + \lambda_3)(u_\chi^2 + v_\chi^2) + (4\lambda_4 + \lambda_5) v_\phi^2) = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\sin\beta v_\chi (2m_2^2 + 8(2\lambda_2 + \lambda_3)(u_\xi^2 + u_\chi^2) + 8\lambda_2 v_\xi^2 + 4\lambda_4 v_\phi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 + 16\lambda_2 v_\chi^2 + 8\lambda_3 v_\chi^2) = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$16(\lambda_2 + \lambda_3) u_\chi^3 + u_\xi (\lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 \cos\alpha \cos\beta v_\xi v_\chi) + 2u_\chi (m_2^2 + 8\lambda_2 u_\xi^2 + 4(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2 + (8\lambda_2 + 4\lambda_3) v_\chi^2) = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$-8\lambda_3 \cos\alpha \sin\beta u_\xi v_\xi v_\chi = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$8\lambda_3 (\cos\alpha u_\xi u_\chi v_\xi - \cos\beta u_\xi^2 v_\chi - \cos\beta u_\chi^2 v_\chi) = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$8\lambda_3 \sin\beta (-u_\xi^2 + u_\chi^2) v_\chi = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\sin\alpha v_\xi (m_2^2 + 8(\lambda_2 + \lambda_3)(u_\xi^2 + u_\chi^2) + 4(\lambda_2 + \lambda_3) v_\xi^2 + 2\lambda_4 v_\phi^2 + 8\lambda_2 v_\chi^2) = 0 \quad (\text{B.14})$$

Ahora veremos como son los valores propios de los distintos tipos de vacíos que estudiamos.

### Vacío custodial

Presentamos los valores propios de las matrices de masa del vacío custodial en forma de tabla. La primera columna muestra la matriz, la segunda columna muestra los valores propios de la matriz y la tercera columna muestra los campos físicos correspondientes a la matriz.

Matriz	Valores propios	Campos físicos correspondientes
$M_{1,5,9}^{2, VC}$	$2m_h^2, 2m_H^2, 16\lambda_3 v_\chi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2$	$h, H, H_5^0$
$M_{2,10}^{2, VC}$	$0, -8\lambda_5 v_\chi^2 - \lambda_5 v_\phi^2$	$G^0, H_3^0$
$M_{3,7,11}^{2, VC}$	$0, 16\lambda_3 v_\chi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2, -8\lambda_5 v_\chi^2 - \lambda_5 v_\phi^2$	$G^\pm, H_3^\pm, H_5^\pm$
$M_{4,8,12}^{2, VC}$	$0, 16\lambda_3 v_\chi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2, -8\lambda_5 v_\chi^2 - \lambda_5 v_\phi^2$	$G^\pm, H_3^\pm, H_5^\pm$
$M_{13,14}^{2, VC}$	$16\lambda_3 v_\chi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2, 16\lambda_3 v_\chi^2 - 3\lambda_5 v_\phi^2$	$H_5^{\pm\pm}$

### Vacío degenerado

Presentamos los valores propios de las matrices de masa del vacío degenerado en forma de tabla. La primera columna muestra la matriz, la segunda columna muestra los valores propios de la matriz y la tercera columna muestra los campos físicos correspondientes a la matriz.

Matriz	Valores propios	Campos físicos correspondientes
$M_{1,5,9,10}^{2, VD}$	$0, 2m_h^2, 2m_H^2, 16\lambda_3 v_\chi^2$	$A_3^0, h, H, H_5^0$
$M_{7,8,11,12}^{2, VD}$	$0, 0, 16\lambda_3 v_\xi^2, 16\lambda_3 v_\xi^2$	$A_3^\pm, H_5^\pm$
$M_{13,14}^{2, VD}$	$16\lambda_3 v_\chi^2, 16\lambda_3 v_\chi^2$	$H_5^{\pm\pm}$

### Vacíos que rompen carga eléctrica

Para los vacíos que rompen carga eléctrica la dinámica sera un poco diferente ya que no es tan claro cual es el grupo residual después de la ruptura espontánea de la simetría. Presentamos la matriz de masa respectiva junto a sus valores propios.

$$\begin{pmatrix} a & b & -a \\ -a & a & b \\ b & -a & a \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Vacío} \\ \\ \text{Campos} \end{matrix} : b, \frac{1}{2} \left( 3a - b - \sqrt{-3(a+b)^2} \right), \frac{1}{2} \left( 3a - b + \sqrt{-3(a+b)^2} \right). \begin{matrix} \\ \\ \text{Valores propios} \end{matrix}$$

Todas las matrices de masa son simétricas por lo que sus valores propios siempre serán reales, en algunos casos la estos son muy extensos. Para estos casos solo mostraremos el polinomio característico:

$$\begin{pmatrix} a & b & 2b \\ b & c & d \\ 2b & d & e \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Vacío} \\ \\ \text{campos} \end{matrix} : -4b^2c + 4b^2d - ad^2 - b^2e + ace \\ + (-ac - ae + 5b^2 - ce + d^2)\lambda + (a + c + e)\lambda^2 - \lambda^3 = 0$$

**Vacío 1C**

$$\begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 + \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32\lambda_2 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 - \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{1,7,11}^{1C} : \\
 32\lambda_3 u_\xi^2 - 2\lambda_5 v_\phi^2, \\
 32\lambda_2 u_\xi^2 + 16\lambda_3 u_\xi^2 - 4\sqrt{16(2\lambda_2 + \lambda_3)^2 u_\xi^4 + ((4\lambda_4 + \lambda_5)^2 - 16\lambda_1(2\lambda_2 + \lambda_3)) u_\xi^2 v_\phi^2 + 4\lambda_1^2 v_\phi^4 + 8\lambda_1 v_\phi^2}, \\
 4\left(8\lambda_2 u_\xi^2 + 4\lambda_3 u_\xi^2 + \sqrt{16(2\lambda_2 + \lambda_3)^2 u_\xi^4 + ((4\lambda_4 + \lambda_5)^2 - 16\lambda_1(2\lambda_2 + \lambda_3)) u_\xi^2 v_\phi^2 + 4\lambda_1^2 v_\phi^4 + 2\lambda_1 v_\phi^2}\right) \\
 \begin{pmatrix} -8\lambda_5 u_\xi^2 & -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5(-v_\phi^2) & \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5(-v_\phi^2) \end{pmatrix}_{2,8,12}^{1C} : 0, \quad 0, \quad -2\lambda_5(4u_\xi^2 + v_\phi^2) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 0 & 8\lambda_3 u_\xi^2 - \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 u_\xi^2 & 8\lambda_3 u_\xi^2 \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 - 8\lambda_3 u_\xi^2 & 0 & -16\lambda_3 u_\xi^2 \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 8\lambda_3 u_\xi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & -2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{3,5,19,13}^{1C} : \\
 -32\lambda_5^2 x^2 u_\xi^2 v_\phi^2 - 48\lambda_5^3 x u_\xi^2 v_\phi^4 + 32\lambda_3 \lambda_5^2 x u_\xi^2 v_\phi^4 + 768\lambda_3 \lambda_5^2 x u_\xi^4 v_\phi^2 - 8\lambda_3 x^3 u_\xi^2 - 384\lambda_3^2 x^2 u_\xi^4 \\
 + \frac{5}{2}\lambda_5 x^3 v_\phi^2 - 2\lambda_5^3 x v_\phi^6 + x^4 = 0 \\
 \begin{pmatrix} -8\lambda_5 u_\xi^2 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & -2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{4,14}^{1C} : 0, \quad 2\lambda_5(-4u_\xi^2 - v_\phi^2)
 \end{pmatrix}$$

**Vacío 2C**

$$\begin{pmatrix} 16\lambda_1 v_\phi^2 & 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}(4\lambda_4 - \lambda_5) u_\xi v_\phi & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 \\ 2\sqrt{2}(\lambda_5 - 4\lambda_4) u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 - 32\lambda_2 u_\xi^2 & 32(\lambda_2 + \lambda_3) u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{1,7,11}^{2C} : \\
 32\lambda_3 u_\xi^2 + 2\lambda_5 v_\phi^2, \\
 32\lambda_2 u_\xi^2 + 16\lambda_3 u_\xi^2 - 4\sqrt{16(2\lambda_2 + \lambda_3)^2 u_\xi^4 + ((\lambda_5 - 4\lambda_4)^2 - 16\lambda_1(2\lambda_2 + \lambda_3)) u_\xi^2 v_\phi^2 + 4\lambda_1^2 v_\phi^4 + 8\lambda_1 v_\phi^2}, \\
 4\left(8\lambda_2 u_\xi^2 + 4\lambda_3 u_\xi^2 + \sqrt{16(2\lambda_2 + \lambda_3)^2 u_\xi^4 + ((\lambda_5 - 4\lambda_4)^2 - 16\lambda_1(2\lambda_2 + \lambda_3)) u_\xi^2 v_\phi^2 + 4\lambda_1^2 v_\phi^4 + 2\lambda_1 v_\phi^2}\right) \\
 \begin{pmatrix} 8\lambda_5 u_\xi^2 & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 \\ 2\sqrt{2}\lambda_5 u_\xi v_\phi & \lambda_5 v_\phi^2 & \lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{2,8,12}^{2C} : 0, \quad 0, \quad 2\lambda_5(4u_\xi^2 + v_\phi^2) \\
 \begin{pmatrix} 8\lambda_5 u_\xi^2 & 4\lambda_5 u_\xi v_\phi \\ 4\lambda_5 u_\xi v_\phi & 2\lambda_5 v_\phi^2 \end{pmatrix}_{4,10}^{2C} : 0, \quad 2\lambda_5(4u_\xi^2 + v_\phi^2) \\
 \begin{pmatrix} 8\lambda_3 u_\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & -8\lambda_3 u_\xi^2 \\ 8\lambda_3 u_\xi^2 + \lambda_5 v_\phi^2 & 2\lambda_5 v_\phi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 \\ -8\lambda_3 u_\xi^2 & -16\lambda_3 u_\xi^2 & 0 \end{pmatrix}_{4,10}^{2C} : 0, \\
 \frac{1}{4}\left(16\lambda_3 u_\xi^2 \pm \sqrt{6144\lambda_3^2 u_\xi^4 + (16\lambda_3 u_\xi^2 + 5\lambda_5 v_\phi^2)^2 + 5\lambda_5 v_\phi^2}\right)
 \end{pmatrix}$$

## Vacío 3C

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{ccc} 16\lambda_1 v_\phi^2 & \frac{\lambda_5 v_\phi (4\lambda_3 u_\chi^2 + \lambda_4 v_\phi^2)}{\sqrt{2}\lambda_3 u_\chi} & \frac{v_\phi \left( 64\lambda_4 u_\chi^2 + \frac{\lambda_5^2 v_\phi^2}{\lambda_3} \right)}{4\sqrt{2}u_\chi} \\ \frac{\lambda_5 v_\phi (4\lambda_3 u_\chi^2 + \lambda_4 v_\phi^2)}{\sqrt{2}\lambda_3 u_\chi} & \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)\lambda_5^2 v_\phi^4}{8\lambda_3^2 u_\chi^2} - 16\lambda_3 u_\chi^2 & \frac{(2\lambda_2 + \lambda_3)\lambda_5 v_\phi^2}{\lambda_3} \\ \frac{v_\phi \left( 64\lambda_4 u_\chi^2 + \frac{\lambda_5^2 v_\phi^2}{\lambda_3} \right)}{4\sqrt{2}u_\chi} & \frac{(2\lambda_2 + \lambda_3)\lambda_5 v_\phi^2}{\lambda_3} & 32(\lambda_2 + \lambda_3)u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{16\lambda_3 u_\chi^2} \end{array} \right)_{1,7,11}^{3C} : \\
 & - \frac{\lambda_5^6 v_\phi^{10}}{256\lambda_3^3 u_\chi^4} - \frac{\lambda_2 \lambda_5^6 v_\phi^{10}}{256\lambda_3^4 u_\chi^4} + \frac{\lambda_4^2 \lambda_5^4 v_\phi^{10}}{32\lambda_3^3 u_\chi^4} - \frac{\lambda_1 \lambda_5^4 v_\phi^{10}}{8\lambda_3^2 u_\chi^4} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_5^4 v_\phi^{10}}{8\lambda_3^3 u_\chi^4} - 8192\lambda_1 \lambda_3^2 u_\chi^4 v_\phi^2 + 2048\lambda_3 \lambda_4^2 u_\chi^4 v_\phi^2 \\
 & - 256\lambda_2 \lambda_5^2 u_\chi^4 v_\phi^2 - 256\lambda_3 \lambda_5^2 u_\chi^4 v_\phi^2 - 8192\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 u_\chi^4 v_\phi^2 + \frac{\lambda_5^2 x^2 v_\phi^4}{16\lambda_3 u_\chi^2} + \frac{\lambda_2 \lambda_5^2 x^2 v_\phi^4}{8\lambda_3^2 u_\chi^2} + \frac{\lambda_5^4 x v_\phi^8}{128\lambda_3^2 u_\chi^4} + \frac{\lambda_2 \lambda_5^4 x v_\phi^8}{128\lambda_3^3 u_\chi^4} \\
 & + \frac{\lambda_5^4 x v_\phi^6}{32\lambda_3^2 u_\chi^2} + \frac{\lambda_4^2 \lambda_5^2 x v_\phi^6}{2\lambda_3^2 u_\chi^2} - \frac{\lambda_1 \lambda_5^2 x v_\phi^6}{\lambda_3 u_\chi^2} - \frac{2\lambda_1 \lambda_2 \lambda_5^2 x v_\phi^6}{\lambda_3^2 u_\chi^2} + 128\lambda_4^2 x u_\chi^2 v_\phi^2 + 8\lambda_5^2 x u_\chi^2 v_\phi^2 - 512\lambda_1 \lambda_2 x u_\chi^2 v_\phi^2 \\
 & - 256\lambda_1 \lambda_3 x u_\chi^2 v_\phi^2 + 32\lambda_2 x^2 u_\chi^2 + 16\lambda_3 x^2 u_\chi^2 + 512\lambda_3^2 x u_\chi^4 + 512\lambda_2 \lambda_3 x u_\chi^4 + \frac{2\lambda_5^4 v_\phi^6}{\lambda_3} + \frac{2\lambda_2 \lambda_5^4 v_\phi^6}{\lambda_3^2} - \frac{16\lambda_4^2 \lambda_5^2 v_\phi^6}{\lambda_3} \\
 & + 64\lambda_1 \lambda_5^2 v_\phi^6 + \frac{64\lambda_1 \lambda_2 \lambda_5^2 v_\phi^6}{\lambda_3} + 16\lambda_1 x^2 v_\phi^2 - 4\lambda_5^2 x v_\phi^4 + \frac{8\lambda_4 \lambda_5^2 x v_\phi^4}{\lambda_3} - \frac{4\lambda_2 \lambda_5^2 x v_\phi^4}{\lambda_3} - x^3 = 0 \\
 & \left( \begin{array}{ccc} -\frac{\lambda_5^2 v_\phi^2}{2\lambda_3} & -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\chi v_\phi & \frac{\lambda_5^2 v_\phi^3}{4\sqrt{2}\lambda_3 u_\chi} \\ -2\sqrt{2}\lambda_5 u_\chi v_\phi & -16\lambda_3 u_\chi^2 & \frac{\lambda_5 v_\phi^2}{\lambda_5 v_\phi^2} \\ \frac{\lambda_5^2 v_\phi^3}{4\sqrt{2}\lambda_3 u_\chi} & \lambda_5 v_\phi^2 & -\frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{16\lambda_3 u_\chi^2} \end{array} \right)_{2,8,12}^{3C} : 0, \quad 0, \quad -\frac{256\lambda_3^2 u_\chi^2 + \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{u_\chi^2} + 8\lambda_5^2 v_\phi^2}{16\lambda_3} \\
 & \left( \begin{array}{ccc} 0 & 0 & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & -\frac{(\lambda_5 v_\phi^2 - 16\lambda_3 u_\chi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & \frac{1}{2}\lambda_5 v_\phi^2 & -8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} \end{array} \right)_{3,5,9,13}^{3C} : 0, \quad 0, \\
 & - \frac{256\lambda_3^8 u_\chi^9 + \lambda_3^6 \lambda_5^2 u_\chi^5 v_\phi^4}{32\lambda_3^7 u_\chi^7} \\
 & \pm \frac{\sqrt{\lambda_3^{12} u_\chi^{10} \left( 65536\lambda_3^4 u_\chi^8 + 8192\lambda_3^2 \lambda_5^2 u_\chi^6 v_\phi^2 + 1024\lambda_3 \lambda_5^2 (2\lambda_3 + \lambda_5) u_\chi^4 v_\phi^4 + 32\lambda_5^4 u_\chi^2 v_\phi^6 + \lambda_5^4 v_\phi^8 \right)}}{32\lambda_3^7 u_\chi^7} \\
 & \left( \begin{array}{ccc} -\frac{\lambda_5^2 v_\phi^2}{2\lambda_3} & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} - 2u_\chi v_\phi \right) & \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} - 2u_\chi v_\phi \right) & -\frac{(\lambda_5 v_\phi^2 - 16\lambda_3 u_\chi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} & 8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} \\ \lambda_5 \left( \frac{\lambda_5 v_\phi^3}{8\lambda_3 u_\chi} + 2u_\chi v_\phi \right) & 8\lambda_3 u_\chi^2 - \frac{\lambda_5^2 v_\phi^4}{32\lambda_3 u_\chi^2} & -\frac{(16\lambda_3 u_\chi^2 + \lambda_5 v_\phi^2)^2}{32\lambda_3 u_\chi^2} \end{array} \right)_{4,10,14}^{3C} : 0, \quad 0, \\
 & - \frac{256\lambda_3^2 u_\chi^4 + 8\lambda_5^2 u_\chi^2 v_\phi^2 + \lambda_5^2 v_\phi^4}{16\lambda_3 u_\chi^2}
 \end{aligned}$$

# Apéndice C

## Conversiones de unidades

Para poder tener una descripción cuantitativa de observables físicas es necesario escoger las unidades y las constantes que vamos a utilizar. En este caso nosotros utilizamos el sistema MKSA (metro, kilogramo, segundo, amperio), donde el metro se utiliza como unidad de longitud, kilogramos como unidad de masa, segundo como unidad temporal y amperio como unidad de corriente. En el caso del estudio de la física de altas energías estas unidades son inconvenientes de utilizar ya que las cantidades de las partículas subatómicas generalmente son cantidades muy pequeñas, se utiliza otra convención que veremos mas adelante.

Primeramente definiremos algunas cantidades físicas que son usadas comúnmente en física de partículas. La constante de Planck y la velocidad de la luz en el vacío son:

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ JHz}^{-1} \quad y \quad c = 299792458 \text{ ms}^{-1}. \quad (\text{C.1})$$

Para la energía utilizaremos el electro-volt (eV). Para la longitud utilizaremos el femtometro (fm  $10^{-15}\text{m}$ ). La constante de Planck reducida es

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054571817 \dots \times 10^{-34} \text{ J s} = 6.582119569 \dots \times 10^{-22} \text{ MeV s}, \quad (\text{C.2})$$

y multiplicando por  $c$  tenemos:

$$\hbar c = 197.326980459 \dots \text{ MeV fm}. \quad (\text{C.3})$$

Nuestras observables pueden ser medidas mediante las unidades del sistema MKSA o podemos utilizar un nueva colección de unidades como (GeV,  $\hbar$ ,  $c$ ,  $e$ ). Esta colección de unidades previene el computo de exponentes grandes. Un ejemplo es el barn.

$$1 \text{ barn} = 1 \text{ b} \equiv 10^{-28} \text{ m}^2. \quad (\text{C.4})$$

### Unidades naturales

Las constantes antes mencionadas son útiles para estudiar partículas subatómicas, pero podemos utilizar las unidades naturales para que algunos cálculos matemáticos se hagan mas simples. De manera "natural", podemos elegir el sistema de unidades de Planck, de modo que dos constantes fundamentales posean los siguientes valores :

$$c \equiv 1 \quad \equiv \hbar = 1. \quad (\text{C.5})$$

Implica que la energía, el momento y la masa tienen las mismas unidades, nos deja con la carga eléctrica y una elección libre para una de las tres unidades de longitud, tiempo o masa. Las unidades de elección

suelen ser las de energía y carga. Esto no significa que las constantes  $c$  y  $\hbar$  han desaparecido, si no que se recuperaran al final de los cálculos para ser comparados con el experimento.

Cantidad	MKSA	GeV, $\hbar$ , $c$ , $e$	Conversión unidades naturales a MKSA
Masa	kg	$\text{Gev}/c^2$	$1\text{GeV} = 1.7826619 \times 10^{-27}\text{kg}$
Longitud	m	$(\text{Gev}/\hbar c)$	$1\text{GeV}^{-1} = 1.9732698 \times 10^{-27}\text{m}$
Tiempo	s	$(\text{Gev}/\hbar)^{-1}$	$1\text{GeV}^{-1} = 6.5821196 \times 10^{-25}\text{s}$
Energía	$\text{kg m}^2 / \text{s}^2$	$\text{Gev}$	$1\text{GeV} = 1.602176634 \times 10^{-10}\text{J}$
Momento	$\text{kg m} / \text{s}$	$\text{Gev}/c$	$1\text{GeV} = 5.3442860 \times 10^{-19}\text{kg m} / \text{s}$
Fuerza	$\text{kg m} / \text{s}^2$	$\text{Gev}^2/\hbar c$	$1\text{GeV}^2 = 8.1193997 \times 10^5\text{N}$
Sección eficaz (área)	$\text{m}^2$	$(\text{Gev}/\hbar c)^{-2}$	$1\text{GeV}^{-2} = 0.3893794\text{mb}$
Carga eléctrica	$\text{C} = \text{A s}$	$e$	$e = 1.602 \dots \times 10^{-19}\text{C}$
Campo eléctrico	$\text{V}/\text{m}$	$\text{Gev}^2/e\hbar c$	$1\text{GeV}^2 = 5.0677307 \times 10^{24}\text{V} / \text{m}$
Campo magnético	$\text{T} = \text{kg} / \text{As}^2$	$\text{Gev}^2/e\hbar c^2$	$1\text{GeV}^2 = 1.6904130 \times 10^{16}\text{T}$

Tabla C.1: Conversión de unidades para cantidades físicas

# Bibliografía

- [1] Schwartz, M. D. (2013). Quantum field Theory and the standard model. <https://doi.org/10.1017/9781139540940>
- [2] Peskin, M. E., & Schroeder, D. V. (2018). An introduction to quantum field theory. En CRC Press eBooks. <https://doi.org/10.1201/9780429503559>
- [3] Chabab, M., Peyranère, M. C., & Rahili, L. (2018). Probing the Higgs sector of  $Y = 0$  Higgs triplet model at LHC. *The European Physical Journal C*, 78(10). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6339-2>
- [4] Georgi, H., & Macháček, M. (1985). Doubly charged Higgs Bosons. *Nuclear Physics B*, 262(3), 463-477. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(85\)90325-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90325-6)
- [5] Jegerlehner, F. (2023b). Is the Higgs boson the master of the universe? arXiv (Cornell University). <https://doi.org/10.48550/arxiv.2305.01326>
- [6] Gunion, J. F. (2018). The Higgs Hunter's Guide. En CRC Press eBooks. <https://doi.org/10.1201/9780429496448>
- [7] Díaz-Cruz, J. L. (2019). The Higgs profile in the standard model and beyond. *Revista Mexicana De Fisica*, 65(5 Sept-Oct), 419-439. <https://doi.org/10.31349/revmexfis.65.419>
- [8] Chalbaud, E., & Galviz, D. (2024). Lectures on theoretical particle physics. *Lectures on Theoretical Physics*. <https://www.physicslatam.com/tpp>
- [9] Azevedo D., Ferreira, P., Logan H. E., & Santos R. Vacuum structure of the  $Z_2$  symmetric Georgi-Machacek model. [https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP03\(2021\)221](https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP03(2021)221)
- [10] Ferreira P., Gonçálves B. & Joaquim F. The hidden side of scalar-triplet models with spontaneous CP violation. [https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP05\(2022\)105](https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP05(2022)105)
- [11] Jangid, S., & Okada, H. (2023). Exploring CP -violation in  $Y=0$  inert triplet with real singlet. *Physical Review*, 108(5). <https://doi.org/10.1103/physrevd.108.055025>
- [12] G.C. Branco, L. Lavoura and J.P. Silva, *CP Violation* (Oxford University Press, Oxford, England, 1999).
- [13] Chen, T., Chiang, C., & Yagyu, K. (2023). CP violation in a model with Higgs triplets. *the Journal of High Energy Physics (Online)*, 2023(6). [https://doi.org/10.1007/jhep06\(2023\)069](https://doi.org/10.1007/jhep06(2023)069)
- [14] De Medeiros Varzielas, I., King, S. F., Luhn, C., & Neder, T. (2017). Spontaneous CP violation in multi-Higgs potentials with triplets of  $\Delta(3n_2)$  and  $\Delta(6n_2)$ . *the Journal of High Energy Physics (Online)*, 2017(11). [https://doi.org/10.1007/jhep11\(2017\)136](https://doi.org/10.1007/jhep11(2017)136)
- [15] P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2020, 083C01 (2020).

- [16] Díaz-Cruz, J. L., & Méndez, A. (1992). Vacuum alignment in multi-scalar models. *Nuclear Physics. B*, 380(1-2), 39-50. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(92\)90514-c](https://doi.org/10.1016/0550-3213(92)90514-c)
- [17] M. S. Chanowitz and M. Golden, *Phys. Lett. B* **165**, 105-108 (1985) doi:10.1016/0370-2693(85)90700-2
- [18] Smith, E. J., Davis, L., Jones, D. E., Coleman, P. J., Colburn, D. S., Dyal, P., & Sonett, C. P. (1975). Jupiter's Magnetic Field. Magnetosphere, and Interaction with the Solar Wind: Pioneer 11. *Science*, 188(4187), 451-455. <https://doi.org/10.1126/science.188.4187.451>