Una generalización de los autómatas celulares

Alonso Castillo Ramírez iD

Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México.

*Email: alonso.castillor@academicos.udg.mx

17 de agosto de 2023

DOI: http://doi.org/10.5281/zenodo.8264337

Editado por: Jair de Jesús Pineda-Pineda (Postdoctoral del Instituto de Ciencias, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México).

Revisado por: Luguis De Los Santos Baños (CUCEI, Universidad de Guadalajara).

Colección de ESMOS

Resumen

Sea G un grupo y A un conjunto con al menos dos elementos. Un autómata celular sobre A^G [1] es una función $\tau : A^G \to A^G$ definida a través de un conjunto memoria finito $S \subseteq G$ y una función local $\mu : A^S \to A$. En esta plática presentaremos una generalización de esta definición [2] la cual nos permite considerar ϕ-autómatas celulares $\tau : A^G \to A^H$, donde H es otro grupo arbitrario y $\phi : H \to G$ es un homomorfismo de grupos. La definición clásica de autómata celular se recupera tomando $G= H$ y $\phi=$ id. Además, esta definición nos permite demostrar análogos a tres teoremas importantes de la teoría de los autómatas celulares clásicos: 1. *Teorema de Curtis-Hedlund generalizado*: Una función $\tau : A^G \to A^H$ es un ϕ-autómata

celular si y solo si τ es continua en las topologías prodiscretas y ϕ-equivariante (i.e. $h \cdot \tau(x) = \tau(\phi(h) \cdot x)$ para toda $x \in A^G$, $h \in H$). 2. *Teorema de composición*: Consideremos un ψ-autómata celular $\sigma : A^H \to A^K$ con conjunto memoria S y un ϕ-autómata celular $\tau : A^G \to A^H$ con conjunto memoria T. La composición $\sigma \circ \tau : A^G \to A^K$ es un $(\phi \circ \psi)$-autómata celular con conjunto memoria $\phi(S)T$. 3. *Teorema de invertibilidad*: Un ϕ-autómata celular $\tau : A^G \to A^H$ es invertible (en el sentido de que existe un homomorfismo de grupos $\psi : G \to H$ y un ψ-autómata celular $\sigma : A^H \to A^G$ tal que $\tau \circ \sigma = \mathrm{id}_{A^H}$ y $\sigma \circ \tau = \mathrm{id}_{A^G}$) si y sólo si τ es biyectivo.

Palabras clave: Autómatas celulares; función; homomorfismo de grupos; Teorema de *Curtis-Hedlund*; Teorema de composición; Teorema de invertibilidad.

https://sites.google.com/view/esmosbuap/esmos-2023/esmos-49

Referencias

[1] Ceccherini-Silberstein T., Coornaert M. Cellular Automata and Groups. Springer Monographs in Mathematics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

[2] Castillo-Ramirez A, Sanchez-Alvarez M, Vazquez-Aceves A, Zaldivar-Corichi A. A generalization of cellular automata over groups, Communications in Algebra. 2023; 51(7): 3114- 3123. https://doi.org/10.1080/00927872.2023.2177663

Esmos 49