



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA,
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN

**OBTENCIÓN DEL MODELADO DINÁMICO Y
CONTROL DE UN SISTEMA MECATRÓNICO QUE
EMULA EL MOVIMIENTO DEL CUELLO DE LOS
SERES HUMANOS**

T E S I S

PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA,
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN

PRESENTA

ING. ABRIL DONAHI CASTRO SÁNCHEZ*

DIRECTORES DE TESIS

**DRA. MARÍA AURORA DIOZCORA VARGAS TREVIÑO
(FCE-BUAP)**

DRA. AMPARO DORA PALOMINO MERINO (FCE-BUAP)

DR. JESÚS LÓPEZ GÓMEZ (DAIA-UJAT)

Puebla, Puebla, Agosto 2025.

*Becario SECIHTI

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA, OPCIÓN EN
AUTOMATIZACIÓN



Obtención del modelado dinámico y control de un sistema mecatrónico que emula el movimiento del cuello de los seres humanos

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE
**Maestra en Ciencias de la Electrónica, Opción en
Automatización**

Alumna: Ing. Abril Donahi Castro Sánchez*

Directores de Tesis: Dra. María Aurora Diozcora Vargas Treviño (FCE-BUAP)
Dra. Amparo Dora Palomino Merino (FCE-BUAP)
Dr. Jesús López Gómez (DAIA-UJAT)

Puebla, México
Agosto 2025

*Becario SECIHTI

Dedicatoria

*Me enorgullecen muchas cosas en la vida,
pero ninguna tanto como ser hija de mis padres,
Angélica y Pedro.*

A Hano, Happy y Alfredo.


Agradecimientos

Agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, en especial a la Facultad de Ciencias de la Electrónica, por ser la institución que me formó con rigor, compromiso y visión científica. Extiendo este agradecimiento al Programa de Maestría en Ciencias de la Electrónica, con opción en Automatización, por permitirme desarrollar este proyecto de investigación, así como por brindarme las herramientas y el entorno académico necesarios para mi crecimiento profesional.

Mi más sincero reconocimiento a mis directores de tesis, la Dra. María Aurora Diozcora Vargas Treviño, la Dra. Amparo Dora Palomino Merino y el Dr. Jesús López Gómez, por su guía, experiencia y su acompañamiento con compromiso en este camino de formación.

Agradezco también al jurado revisor conformado por la Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán, el Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández y el Dr. José Jacobo Oliveros Oliveros, por su tiempo, disposición y aportes críticos que contribuyeron al fortalecimiento de este trabajo académico.

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), por el apoyo brindado mediante la beca que hizo posible la realización de estos estudios de posgrado.

Y finalmente a mis padres, y a mi hermano: los quiero con todo mi corazón. Les debo todo lo que soy, gracias por su ejemplo y por estar siempre .

Resumen

Esta tesis presenta la actualización y el modelado dinámico de un sistema mecatrónico de tres grados de libertad que emula los movimientos del cuello humano. A partir de un prototipo previo, se implementan mejoras mecánicas y electrónicas con el objetivo de optimizar su funcionamiento. En la parte mecánica, se incorporan cadenas de arrastre para el guiado ordenado del cableado y se reorganiza el sistema para garantizar el aislamiento entre señales de alta y baja potencia. Asimismo, se reemplazan los sensores de fin de carrera mecánicos por sensores magnéticos tipo Hall, se realiza un recableado completo y se construye una estructura acrílica que permite una mejor fijación y distribución de los componentes electrónicos. Adicionalmente, se ajustan los componentes mecánicos del sistema con el objetivo de reducir al mínimo el juego mecánico, mejorando así la repetibilidad de los movimientos.

En el aspecto electrónico, se reparan los módulos de puente H, se reemplaza la fuente de alimentación y se integra una tarjeta de expansión de pines a la FPGA, lo que facilita la conexión del módulo Wi-Fi y la organización de las señales de control.

También se utilizan motores de corriente directa Pololu con encoder, los cuales se caracterizan experimentalmente con el fin de obtener una respuesta lo más lineal posible en su comportamiento. Esta caracterización permite identificar la frecuencia de operación ideal para su uso en el sistema mecatrónico, lo que contribuye a mejorar la precisión del control.

El modelo dinámico se desarrolla a partir del análisis de la cinemática directa de cada grado de libertad, seguido de un estudio de parámetros agrupados para cada componente mecánico, considerando las energías cinética, potencial y disipativa. Con esta información, se formula un conjunto de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento del sistema mediante la aplicación de la ecuación de movimiento de Lagrange. El modelo se implementa en simulaciones y se compara con resultados experimentales obtenidos del robot, alcanzando una coincidencia promedio del 90 %, lo que respalda la validez del modelo propuesto y refleja el desempeño funcional del sistema mecatrónico.

Índice general

Dedicatoria	III
Agradecimientos	IV
Resumen	v
Introducción	xv
1. Fundamentos del sistema mecatrónico	1
1.1. Movimientos de la cabeza humana sobre la columna	1
1.1.1. Movimientos de flexión-extensión	2
1.1.2. Movimientos de inclinación lateral	3
1.1.3. Movimientos de rotación	4
1.2. Arquitectura general del sistema mecatrónico	6
1.2.1. Tarjeta de desarrollo FPGA	8
1.2.2. Módulo Wi-Fi	9
1.2.3. Motor de corriente directa con encoder implementado	10
1.3. Conclusiones	11
2. Descripción del sistema mecánico	12
2.1. Primer grado de libertad	13
2.2. Segundo grado de libertad	15
2.3. Tercer grado de libertad	17
2.4. Tensores de banda	19
2.5. Fines de carrera	19
2.6. Aislamiento de señales	20
2.7. Conclusiones	21
3. Modelo dinámico	22
3.1. Cinemática directa	23
3.2. Símbología y diagramas de parámetros agrupados	26
3.3. Ecuación de Movimiento de Lagrange	32
3.4. Representación en espacio de estados	36
3.4.1. Representación en espacio de estados del primer grado de libertad	37

ÍNDICE GENERAL

3.4.2.	Representación en espacio de estados del segundo grado de libertad	40
3.4.3.	Representación en espacio de estados del tercer grado de libertad	43
3.5.	Simulaciones del modelo dinámico	45
3.5.1.	Simulación del primer grado de libertad	46
3.5.2.	Simulación del segundo grado de libertad	49
3.5.3.	Simulación del tercer grado de libertad	51
3.6.	Conclusiones	53
4.	Electrónica del sistema mecatrónico	54
4.1.	Estado inicial de la electrónica	55
4.2.	Proceso de actualización	55
4.2.1.	Integración del módulo Wi-Fi	56
4.2.2.	Mantenimiento de puentes H	58
4.2.3.	Acoplamiento de señales de FDC	63
4.2.4.	Construcción de estructura acrílica	64
4.3.	Caracterización de motores	66
4.3.1.	Motor 1: Movimiento flexión-extensión	67
4.3.2.	Motor 2: Movimiento bilateral	71
4.3.3.	Motor 3: Movimiento rotacional	73
4.4.	Conclusiones	74
5.	Firmware	75
5.1.	Configuración del módulo Wi-Fi	78
5.2.	Decoder	79
5.3.	Generador de PWM	83
5.4.	Conclusiones	85
6.	Software de usuario	86
6.1.	Compilador de Lenguaje D	86
6.2.	Interfaz de usuario: Programa micro BUAP propósito general	87
6.3.	Digitalización	89
6.3.1.	Efecto de Muestreo	90
6.3.2.	Filtro pasa-bajas	92
6.4.	Cuantificación de la velocidad angular en función de la posición angular: Filtro MT	93
6.5.	Lenguaje D	95
6.6.	Conclusiones	95
7.	Resultados experimentales	97
7.1.	Resultados experimentales del primer grado de libertad con control de posición	98
7.2.	Resultados experimentales del segundo grado de libertad con control de posición	100

ÍNDICE GENERAL

7.3. Resultados experimentales del tercer grado de libertad con control de posición	103
7.4. Métrica de comparación para evaluación de datos	105
7.5. Conclusiones	108
Conclusiones generales	109
Bibliografía	111
Anexos	114

Índice de figuras

1.	Robot ASIMO en el programa “Live with Kelly and Michael” en el año 2014 [5].	XVI
2.	Robot NAO desarrollado por la compañía Aldebaran [6].	XVI
3.	Robot Sophia haciendo su presentación en el programa estadounidense “The Tonight Show Starring Jimmy Fallon.” en el año 2018 [8].	XVI
4.	Robot humanoide “Ameca” [11].	XVII
5.	Robot humanoide “Mesmer” de “Engineered Arts” [12].	XVII
1.1.	Raquis cervical [13].	2
1.2.	Movimiento de flexión y extensión del cuello.	3
1.3.	Movimiento lateral de la cabeza.	4
1.4.	Movimiento rotacional de la cabeza.	4
1.5.	Movimiento de A) Flexión y B) Extensión.	5
1.6.	Movimiento bilateral de la cabeza.	5
1.7.	Movimiento rotacional del cuello.	6
1.8.	Diagrama a bloques general del control del robot de 3 grados de libertad.	7
1.9.	Vista general del sistema mecatrónico implementado. Se observa la estructura mecánica del robot, junto con la electrónica conectada para su operación.	7
1.10.	Tarjeta de desarrollo DE0-CV [15].	8
1.11.	Módulo de comunicación inalámbrica Wifly.	9
1.12.	Comunicación serial entre dispositivos a través de señal Rx y Tx.	10
1.13.	Motor Pololu serie 37D con encoder.	10
2.1.	Vista general de la estructura mecánica del robot con sus dimensiones principales.	12
2.2.	Estructura mecánica correspondiente al primer grado de libertad, que permite el movimiento de flexión-extensión.	13
2.3.	Elementos mecánicos que intervienen en el movimiento del primer grado de libertad.	13
2.4.	Estructura mecánica correspondiente al segundo grado de libertad.	15
2.5.	Elementos mecánicos que intervienen en el movimiento del segundo grado de libertad.	15
2.6.	Estructura mecánica correspondiente al tercer grado de libertad.	17

ÍNDICE DE FIGURAS

2.7.	Mecanismo respectivo al tercer grado de libertad.	17
2.8.	Tensor en una banda de transmisión.	19
2.9.	Final de carrera con Microswitch (Izquierda). Final de carrera con interruptor magnético Hall (Derecha).	20
2.10.	Aislamiento de señales con portador de cable de cadena de arrastre sujetas a base de madera.	21
3.1.	Estructura mecánica del robot, donde es posible visualizar los tres grados de libertad.	22
3.2.	Movimiento de flexión-extensión (Vista lateral del mecanismo del robot).	23
3.3.	a) Movimiento de inclinación lateral derecha de 15°. b) Movimiento de inclinación lateral izquierda de 15° (Vista frontal del mecanismo del robot).	24
3.4.	Posición del centro de masa de la cabeza con respecto al eje del motor 3 (Vista lateral y vista frontal).	25
3.5.	Diagrama a bloques general del robot de tres grados de libertad.	28
3.6.	Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del primer grado de libertad.	30
3.7.	Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del segundo grado de libertad.	30
3.8.	Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del tercer grado de libertad.	31
3.9.	Lazo cerrado de control de posición con retroalimentación de posición y de velocidad.	45
3.10.	Simulación del control de posición del primer grado de libertad.	48
3.11.	Velocidad del primer grado de libertad.	48
3.12.	Simulación del control de posición del segundo grado de libertad.	49
3.13.	Velocidad del segundo grado de libertad.	49
3.14.	Simulación del control de posición del tercer grado de libertad.	52
3.15.	Simulación de la velocidad del tercer grado de libertad.	52
4.1.	Electrónica del sistema mecatrónico.	54
4.2.	Electrónica inicial del sistema mecatrónico.	55
4.3.	Conexión de pines correspondientes entre la FPGA y la tarjeta hija.	56
4.4.	Conexión entre la tarjeta hija de expansión de puertos con la FPGA.	57
4.5.	Circuito electrónico del Puente H.	58
4.6.	Primer lazo analizado del Puente H.	59
4.7.	Segundo lazo analizado del Puente H.	60
4.8.	Ejemplo de la placa del puente H correspondiente al motor 2, vista desde ambos lados.	61
4.9.	Descripción de entradas y salidas del Puente H.	62
4.10.	Implementación de compuertas lógicas como protección en etapa de potencia.	63

ÍNDICE DE FIGURAS

4.11. Conexión de fines de carrera para acoplamiento de señal de entrada a FPGA.	64
4.12. Cambio de fuente de poder, debido a la ubicación del ventilador.	65
4.13. Comportamiento deseado del torque del motor [24].	67
4.14. Respuesta del motor 1, respecto a la variación de voltaje.	68
4.15. Respuesta del motor 1 a una frecuencia de 340Hz.	70
4.16. Respuesta del motor 1 a una frecuencia de 6.1kHz.	71
4.17. Respuesta del motor 2 a una frecuencia de 15kHz.	72
4.18. Respuesta del motor 3 a una frecuencia de 5.5kHz.	74
5.1. Diagrama general del firmware para llevar a cabo el control del robot. .	76
5.2. Ventana de configuración del módulo WIFI con Teraterm.	79
5.3. Diagrama de tiempos de la señal producida en el encoder cuando se mueve el motor.	80
5.4. Diagrama de tiempos, donde se muestra la recuperación de la señal de reloj a partir de las señales A y B de un encoder.	81
5.5. Circuito para recuperación del Reloj.	82
5.6. Diagrama de estados de encoder.	83
5.7. Diagrama propuesto de PWM.	84
5.8. Diagrama de tiempos del PWM.	84
6.1. Compilador de lenguaje de programación de alto nivel a lenguaje máquina. .	87
6.2. Interfaz de usuario en LabVIEW.	88
6.3. Pestañana de ejecución de programa, subpestaña de modificación de parámetros.	88
6.4. Pestaña de ejecución de programa, subpestaña de lectura de datos. . . .	89
6.5. Muestreo de una señal $f(t)$	90
6.6. Transformada de Fourier de $f(t)$ y $\text{Comb}(t)$	91
6.7. Resultados de la convolución entre $F(w)$ con el peine de Dirac $\text{Comb}(w)$ [29].	91
6.8. Grafica de ganancia de filtro pasa bajas.	92
6.9. Filtrado de la señal recuperada.	93
6.10. Cuantificación de la velocidad.	94
6.11. Instrucciones disponibles para programación de microprocesador [31]. .	96
7.1. Diagrama del sistema de control.	97
7.2. Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del primer grado de libertad.	98
7.3. Error de seguimiento en la posición del primer grado de libertad.	99
7.4. Gráfica de velocidad del primer grado de libertad (simulación vs experimental).	99
7.5. Torque suministrado al primer grado de libertad.	100
7.6. Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del segundo grado de libertad.	101

ÍNDICE DE FIGURAS

7.7. Error de seguimiento en la posición del segundo grado de libertad. . . .	101
7.8. Gráfica de velocidad del segundo grado de libertad (simulación vs experimental).	102
7.9. Torque suministrado al segundo grado de libertad.	102
7.10. Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del tercer grado de libertad.	103
7.11. Error de seguimiento en la posición del tercer grado de libertad. . . .	104
7.12. Gráfica de velocidad del tercer grado de libertad (simulación vs experimental).	104
7.13. Torque suministrado al tercer grado de libertad.	105

Índice de tablas

1.1. Rangos de movimiento del robot.	6
1.2. Características principales de la tarjeta de desarrollo DE0-CV [15].	9
1.3. Características del motor Pololu 37D.	10
2.1. Lista de piezas que conforman el primer grado de libertad.	14
2.2. Lista de piezas que conforman el segundo grado de libertad.	16
2.3. Lista de piezas que conforman al tercer grado de libertad.	18
3.1. Simbología de parámetros agrupados.	27
3.2. Constantes utilizadas para el desarrollo del modelo dinámico.	29
3.3. Vectores de posiciones y velocidades de cada grado de libertad.	32
3.4. Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del primer grado de libertad.	39
3.5. Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del segundo grado de libertad.	42
3.6. Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del tercer grado de libertad.	44
3.7. Parámetros ajustados para el primer grado de libertad.	47
3.8. Parámetros ajustados para el segundo grado de libertad.	50
3.9. Parámetros sintonizados para el tercer grado de libertad.	51
4.1. Parámetros sintonizados para el tercer grado de libertad.	57
4.2. Respuesta del circuito de protección del puente H.	63
4.3. Respuesta del circuito de protección del puente H.	65
4.4. Datos de la corriente y torque del motor 1 para diferentes voltajes.	68
4.5. Datos de la respuesta del motor 1 a una frecuencia de 340Hz.	69
4.6. Datos de la respuesta del motor 1 a una frecuencia de 6.1kHz.	70
4.7. Respuesta a una frecuencia de 15kHz.	72
4.8. Datos de la respuesta del motor 3 a una frecuencia de 5.5kHz.	73
5.1. Acceso a recursos de entrada – salida en puertos de microprocesador.	77
5.2. Distribución de pines de entrada-salida del FPGA.	78
5.3. Posibles estados de las señales de salida del encoder del motor.	81

ÍNDICE DE TABLAS

7.1. Porcentaje de similitud de cada grado de libertad.	107
---	-----

Introducción

La robótica ha evolucionado significativamente desde su concepción inicial, convirtiéndose en una disciplina clave para el desarrollo de sistemas capaces de ejecutar tareas humanas de manera autónoma y precisa. El término “*Robot*” fue introducido en 1921 por Karel Čapek en su obra R.U.R. (*Rossum’s Universal Robots*) [1], y desde entonces, el concepto ha avanzado en paralelo con el desarrollo de tecnologías en mecánica, electrónica, computación y control automático [2].

Uno de los principales objetivos de la robótica humanoide es la emulación de movimientos complejos, no sólo replicando la apariencia humana, sino también reproduciendo sus funciones motoras de forma realista. Según Siciliano y Khatib [3], los robots humanoides buscan imitar capacidades de locomoción, manipulación y percepción, enfrentando desafíos en precisión y control.

Particularmente, los movimientos de la cabeza humana: flexión, extensión, inclinación lateral y rotación, representan una dificultad relevante en la ingeniería robótica. Para reproducir estos desplazamientos se requieren mecanismos ligeros, resistentes y estrategias de control que permitan coordinar múltiples grados de libertad de manera estable y precisa [2].

La necesidad de lograr interacciones más naturales entre humanos y robots ha impulsado la creación de plataformas humanoides avanzadas. Algunos ejemplos representativos son:

ASIMO (Advanced Step in Innovative Mobility), desarrollado por Honda en el año 2000, fue uno de los primeros robots capaces de caminar de manera autónoma, subir escaleras y realizar tareas básicas de manipulación [4]. Este robot, que se muestra en la Figura 1, cuenta con 34 grados de libertad y combina visión, reconocimiento de voz y navegación autónoma.

INTRODUCCIÓN

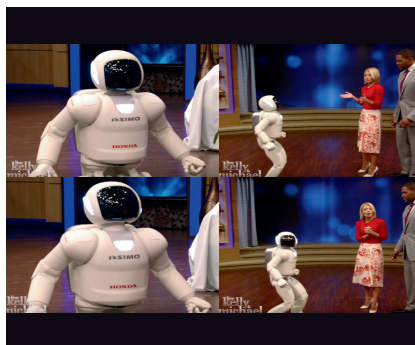


Figura 1: Robot ASIMO en el programa “Live with Kelly and Michael” en el año 2014 [5].

NAO, creado por Aldebaran Robotics en 2006, es un robot humanoide de pequeño tamaño diseñado para educación e investigación. Con 25 grados de libertad, NAO es capaz de realizar movimientos complejos, reconocer rostros y objetos, y aprender comportamientos a través de programación (Figura 2) [6].

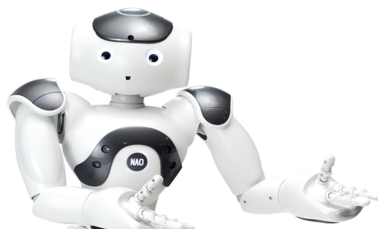


Figura 2: Robot NAO desarrollado por la compañía Aldebaran [6].

Sophia, desarrollada por Hanson Robotics en 2016, destaca por su capacidad de expresión facial y conversación mediante procesamiento de lenguaje natural [7], como se muestra en la Figura 3.

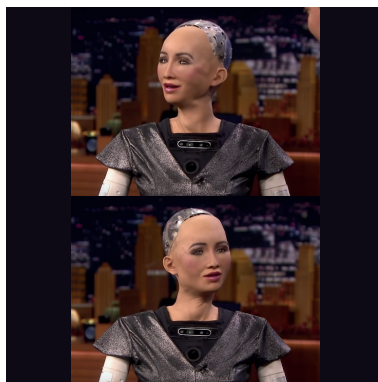


Figura 3: Robot Sophia haciendo su presentación en el programa estadounidense "The Tonight Show Starring Jimmy Fallon." en el año 2018 [8].

INTRODUCCIÓN

Algunos proyectos de robótica más actualizados son:

Ameca(Figura 4), diseñado específicamente como una plataforma de desarrollo para el futuro de la robótica, es una plataforma humanoide ideal para la interacción robot-humano [10].

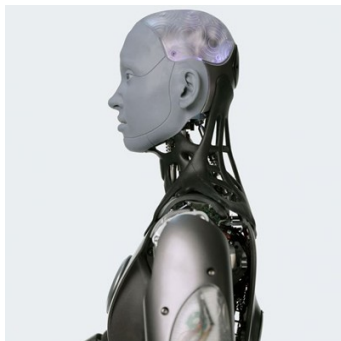


Figura 4: Robot humanoide “Ameca” [11].

Mesmer es un sistema de Engineered Arts para la construcción de robots humanos realistas. Cada robot es diseñado y construido a partir de un escaneo 3D de personas reales, lo que permite imitar convincentemente la estructura ósea, la textura de la piel y las expresiones humanas [12], como se muestra en la Figura 5.



Figura 5: Robot humanoide “Mesmer” de “Engineered Arts” [12].

A pesar de los avances notables en la robótica humanoide, los ejemplos mencionados —ASIMO, NAO, Sophia, Ameca y Mesmer— comparten una característica clave: están diseñados para facilitar la interacción humano-robot, integrando múltiples sensores, actuadores y sistemas de control para simular comportamientos sociales

INTRODUCCIÓN

y capacidades cognitivas. Algunos de estos sistemas, como Sophia, han comenzado a mostrar movimientos de cabeza más fluidos, especialmente en contextos controlados de exhibición o demostración. Sin embargo, aún es posible observar que, en ciertas situaciones, estos movimientos presentan comportamientos algo bruscos o mecánicos, lo cual sugiere una falta de continuidad dinámica realista. En general, se percibe que el modelado de la región cervical no ha sido una prioridad central en el diseño estructural y de control, en comparación con otras funciones como el reconocimiento facial, la locomoción o la generación de lenguaje.

Esta situación pone en evidencia una limitación persistente en el desarrollo de robots humanoides: la ausencia de plataformas especializadas que permitan estudiar de manera aislada y rigurosa los movimientos complejos de la cabeza, con el fin de validar modelos dinámicos detallados y diseñar estrategias de control más precisas.

La robótica humanoide enfrenta actualmente desafíos importantes en la emulación precisa de los movimientos complejos de la cabeza humana. A pesar de los avances en locomoción e interacción social, replicar fielmente movimientos articulares específicos como la flexión, extensión, inclinación lateral y rotación de la cabeza sigue siendo una tarea limitada por dificultades mecánicas y de control [9].

La falta de plataformas enfocadas en el estudio aislado de estos movimientos impide validar modelos dinámicos detallados y desarrollar estrategias de control de alta precisión. La necesidad de contar con sistemas experimentales específicos que permitan investigar, modelar y controlar este tipo de desplazamientos es, por tanto, un área activa de investigación.

El desarrollo de un sistema mecatrónico de tres grados de libertad, que permita emular y analizar de forma precisa los movimientos principales de la cabeza humana, representa una contribución importante en el campo de la robótica biomimética.

Seguidamente, se presentan tanto el objetivo general como los objetivos particulares planteados para el desarrollo de este tema de tesis.

Objetivo general

Obtención del modelo dinámico bajo la metodología de parámetros agrupados y proponer un controlador para un sistema mecatrónico que emula el movimiento del cuello de los seres humanos.

Objetivos particulares

- Estudiar el análisis de parámetros agrupados
- Estudiar la electrónica del prototipo
- Adecuar la electrónica del sistema mecatrónico para tener el sistema funcional
- Obtener el modelo dinámico del sistema mecatrónico bajo la metodología de

INTRODUCCIÓN

parámetros agrupados

- Simular el modelo dinámico
- Implementar un controlador para el sistema mecatrónico
- Realizar pruebas experimentales del sistema diseñado
- Publicar los resultados
- Escribir el documento de tesis

Estructura del documento

La presente tesis se estructura en siete capítulos que abarcan desde el análisis funcional del sistema hasta su validación experimental. Inicialmente, se estudia el movimiento de la cabeza humana, tomando como referencia los desplazamientos de flexión-extensión, inclinación lateral y rotación, los cuales sirven de base para el diseño de un robot de tres grados de libertad.

Se describe la estructura mecánica del sistema, incluyendo los elementos que componen cada articulación y los mecanismos auxiliares. Luego, se desarrolla el modelo dinámico del robot y se realizan simulaciones con parámetros ajustados para aproximar trayectorias deseadas.

Posteriormente, se revisa la electrónica y se documentan las adecuaciones implementadas para restablecer su funcionamiento. Se describe el firmware programado en FPGA y el entorno de software desarrollado en LabVIEW, utilizado para configurar, monitorear y almacenar datos del sistema. Finalmente, se presentan los resultados experimentales, comparando la respuesta real del robot con las simulaciones para evaluar el desempeño del modelo y del controlador.

La tesis concluye con una síntesis de los principales aportes y propuestas para futuras mejoras, junto con la bibliografía que respalda el trabajo realizado.

Capítulo 1

Fundamentos del sistema mecatrónico

El movimiento de la cabeza humana, facilitado por la estructura del cuello, puede describirse principalmente por tres movimientos principales: flexión-extensión (Figura 1.2), inclinación lateral (Figura 1.3) y rotación (Figura 1.4). Estos movimientos permiten al ser humano orientarse, mantener el equilibrio, observar el entorno, además de otras tareas cotidianas.

El presente trabajo busca replicar estos movimientos empleando un robot de 3 grados de libertad disponible en el Laboratorio de Robótica y Control de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Este capítulo expone una revisión de los fundamentos del movimiento de la cabeza, así como una descripción general del sistema desarrollado para emular el movimiento del cuello de los seres humanos.

1.1. Movimientos de la cabeza humana sobre la columna

Esta sección describe los rangos de movimiento principales de la cabeza humana y las estructuras óseas y musculares que los permiten, con el fin de establecer los criterios para el diseño del sistema mecatrónico.

Desde el punto de vista biomecánico, los tres principales movimientos de la cabeza humana están determinados por la interacción entre la región cervical de la columna vertebral y el cráneo, en específico por las primeras vértebras. De acuerdo con Kapandji [13], la articulación atlanto-occipital genera la flexión-extensión de la cabeza, mientras que la atlanto – axoidea es responsable del movimiento rotacional. En cambio, para

la inclinación lateral se involucran las vértebras cervicales inferiores.

Considerando la Figura 1.1, el raquis cervical se compone de:

1. Raquis cervical superior o raquis suboccipital, que contiene la primera vértebra cervical o atlas, y la segunda vértebra cervical o axis.
2. Raquis cervical inferior, extendido desde la meseta inferior del axis hasta la meseta superior de la primera vértebra torácica.

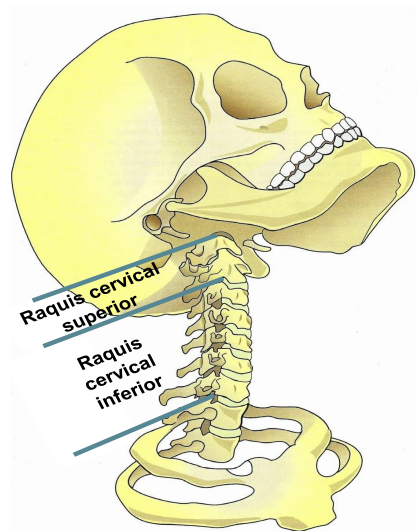


Figura 1.1: Raquis cervical [13].

Las articulaciones del raquis cervical inferior poseen dos tipos de movimientos: movimientos de flexión-extensión; y movimientos mixtos de inclinación-rotación, pero no movimientos puros de rotación ni de inclinación.

Funcionalmente las dos partes del raquis cervical se complementan entre sí para realizar movimientos puros de flexión-extensión, inclinación y rotacional de la cabeza [13].

Una vez comprendida la mecánica ósea de los movimientos cervicales, es necesario identificar los grupos musculares que los ejecutan.

1.1.1. Movimientos de flexión-extensión

Mecanismo articular

Estos movimientos están limitados por la tensión de los ligamentos. Gracias a la participación de la columna cervical completa, el mentón puede llegar a contactar con la escotadura yugular del manubrio esternal (flexión) y la frente puede ponerse horizontal (extensión) (Figura 1.2).

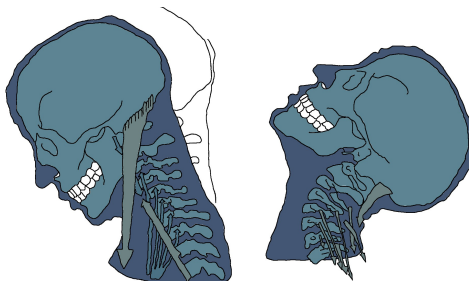


Figura 1.2: Movimiento de flexión y extensión del cuello.

Acción de los músculos

En los movimientos participan tres tipos de músculos: flexores, extensores y complementarios.

1. Músculos flexores: son el esternocleidomastoideo, el recto lateral de la cabeza y el recto anterior de la cabeza. Están situados en un plano anterior y anterolateral en relación con la columna vertebral.
2. Músculos extensores: son el trapecio, el esplenio de la cabeza, el recto posterior mayor de la cabeza y el recto posterior menor de la cabeza (músculos suboccipitales).
3. Músculos complementarios: actúan sobre las vértebras cervicales; son el largo del cuello y los escalenos para la flexión, y los músculos erectores de la columna, para la extensión.

Debe señalarse el potente dominio de los músculos de la extensión: la posición del centro de gravedad por delante del eje de la columna cervical facilita los movimientos de flexión [14].

1.1.2. Movimientos de inclinación lateral

Mecanismo articular

El movimiento de inclinación lateral de la cabeza se realiza principalmente en la articulación atlanto-occipital, la cual permite una ligera inclinación hacia los lados (Figura 1.3). En este gesto, el cóndilo occipital se desliza sobre la cavidad glenoidea del atlas, produciendo la inclinación. La articulación atlanto-axoidea, por su parte, tiene una participación mínima, ya que está más especializada en los movimientos de rotación axial de la cabeza.

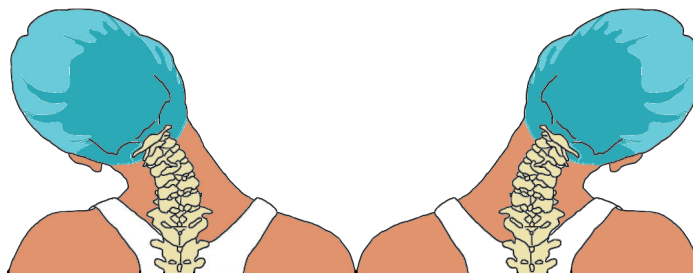


Figura 1.3: Movimiento lateral de la cabeza.

Acción de los músculos

Estos movimientos son producidos por la contracción lateral del esternocleidomastoideo (el más potente), del recto lateral de la cabeza, del oblicuo mayor de la cabeza y del oblicuo menor de la cabeza, del esplenio de la cabeza y de los músculos semiespinoso y longísimo de la cabeza. Existen músculos complementarios que actúan sobre la columna cervical: escalenos, intertransversos y elevador de la escápula [14].

1.1.3. Movimientos de rotación

Mecanismo articular

Intervienen las articulaciones atlanto-axoidea mediana y laterales. El occipital y el atlas solidarios giran en torno a la apófisis odontoides del axis “como una rueda alrededor de su eje”. El eje queda inmóvil. A los lados, las masas laterales del atlas se deslizan sobre las superficies axoideas, en dirección anteroposterior, pero en sentido inverso.

Las superficies son convexas, y este deslizamiento está acompañado por un descenso del atlas (2mm como máximo). Esto le confiere al movimiento de rotación un carácter de movimiento de expresión (Figura 1.4). La rotación del atlas está limitada especialmente por los ligamentos entre la apófisis odontoides y el occipital.



Figura 1.4: Movimiento rotacional de la cabeza.

CAPÍTULO 1 . FUNDAMENTOS DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Acción de los músculos

Los músculos rotadores de la cabeza son, de cada lado, rotadores a la derecha o a la izquierda. Algunos son homolaterales, otros, contralaterales y otros complementarios.

1. Músculos homolaterales: son el esplenio de la cabeza, el esplenio del cuello, el recto posterior mayor de la cabeza, el oblicuo mayor de la cabeza y el recto anterior.
2. Músculos contralaterales: son el trapecio, el semiespinoso de la cabeza y, sobre todo, el músculo esternocleidomastoideo.
3. Músculos complementarios: actúan sobre las vértebras cervicales. Los erectores de la columna (porción cervical) ejercen una acción homolateral; los escalenos y los transverso-espinosos, una acción contralateral [14].

En conclusión, según Kapandji [13], los rangos fisiológicos de la cabeza en un individuo sano oscilan entre los 100° y 110° para el movimiento de flexión-extensión, como se muestra en la (Figura 1.5).

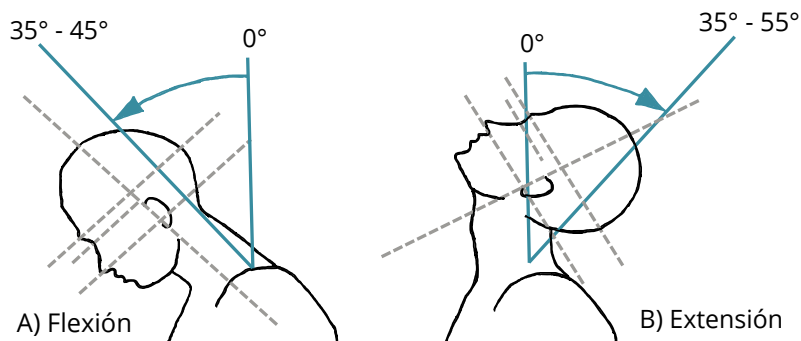


Figura 1.5: Movimiento de A) Flexión y B) Extensión.

El movimiento de inclinación lateral (Figura 1.6) permite a un ser humano sano inclinar la cabeza hasta 45° hacia cada lado.

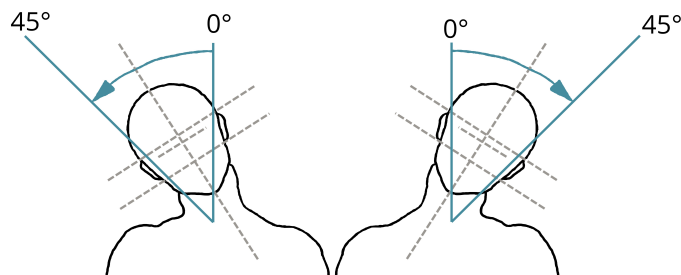


Figura 1.6: Movimiento bilateral de la cabeza.

Por último, el movimiento rotacional imita el movimiento de giro de la cabeza

CAPÍTULO 1 . FUNDAMENTOS DEL SISTEMA MECATRÓNICO

(Figura 1.7) permitiendo un ángulo de rotación de 60° a 80° hacia cada lado.

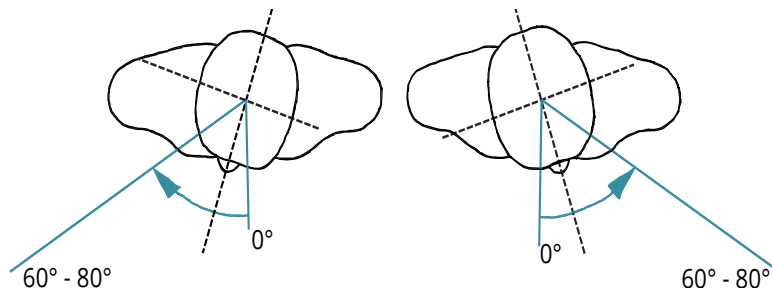


Figura 1.7: Movimiento rotacional del cuello.

Con base en estos valores, el diseño del sistema mecatrónico se estructuró para emular de forma controlada estos rangos articulares, considerando sensores de fin de carrera ya integrados, los cuales limitan los movimientos dentro de márgenes seguros.

Tipo de movimiento	Rango de movimiento
Flexión	30°
Extensión	30°
Bilateral	15° (por lado)
Rotacional	60° (por lado)

Tabla 1.1: Rangos de movimiento del robot.

En la Tabla 1.1 se describen los rangos máximos alcanzados por el sistema mecatrónico. Si bien estos son ligeramente inferiores a los rangos fisiológicos, fueron definidos intencionalmente por razones de seguridad, manteniendo un comportamiento funcional adecuado.

1.2. Arquitectura general del sistema mecatrónico

Tras establecer los movimientos del cuello que se desean emular, se requiere definir los componentes involucrados en el sistema mecatrónico a cargo de reproducirlos. En la Figura 1.8 se muestra el diagrama general del funcionamiento del robot de 3 grados de libertad, incluyendo sus bloques principales. Además, se menciona brevemente la interacción entre estos módulos.

CAPÍTULO 1 . FUNDAMENTOS DEL SISTEMA MECATRÓNICO

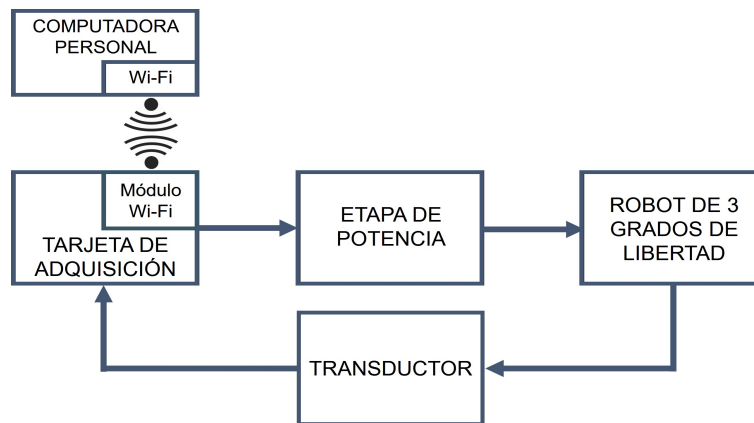


Figura 1.8: Diagrama a bloques general del control del robot de 3 grados de libertad.

Una vez definido el diagrama a bloques del funcionamiento general del robot, resulta pertinente mostrar una vista del sistema mecatrónico completo. En la Figura 1.9 se presenta una imagen del robot, donde se observa la integración de la estructura mecánica con los componentes electrónicos encargados del control y la alimentación del sistema.

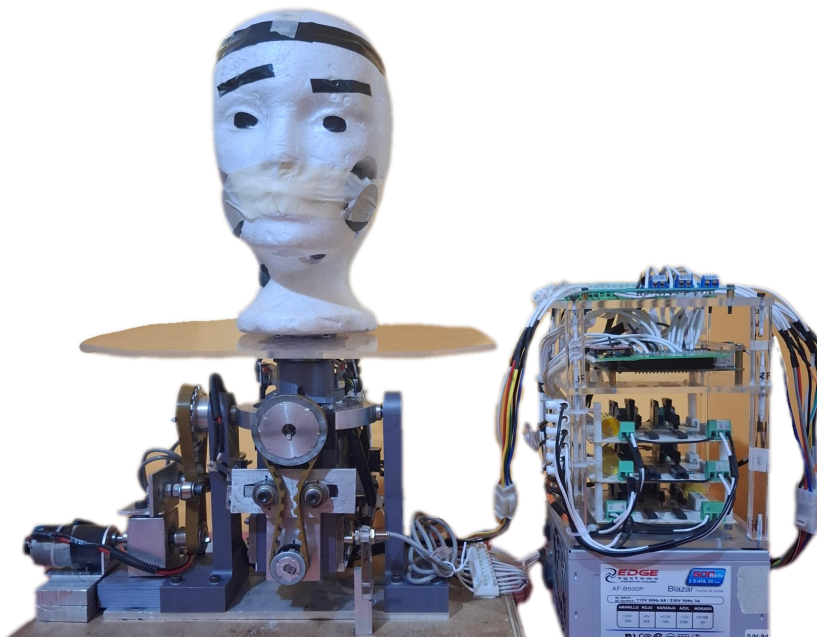


Figura 1.9: Vista general del sistema mecatrónico implementado. Se observa la estructura mecánica del robot, junto con la electrónica conectada para su operación.

El sistema utiliza motores de corriente directa con encoders que permiten la retroalimentación de la posición. El sistema de control es implementado en una tarjeta

CAPÍTULO 1 . FUNDAMENTOS DEL SISTEMA MECATRÓNICO

de desarrollo FPGA que emula en su electrónica un microprocesador desarrollado previamente, las señales de control son amplificadas con el hardware propuesto (etapa de potencia). La etapa de potencia determina el momento y la dirección del accionamiento de cada motor, conforme a la señal de control. Retomando el codificador de giro y dirección, éstas señales son devueltas al procesador que calcula la posición instantánea del robot, este elemento (transductor) es el encargado de retroalimentar el lazo de control.

Se utiliza un equipo adicional (una computadora personal como interfaz de usuario) para interactuar con el sistema de control y poder determinar parámetros deseados para lograr el objetivo, estos van desde ganancias requeridas por el controlador, así como posiciones deseadas.

1.2.1. Tarjeta de desarrollo FPGA

La tarjeta de desarrollo implementada para controlar el robot de 3 grados de libertad es una FPGA DE0-CV (Figura 1.10) perteneciente a la Familia Cyclone 5. Las características principales se muestran en la Tabla 1.2.

La FPGA es un dispositivo de compuertas lógicas programables que permite desarrollar procesos combinatoriales o secuenciales [15], y la ventaja radica en la capacidad de implementar módulos de propósito específico y ejecutar varios de estos módulos en paralelo, lo que ofrece control en tiempo real.

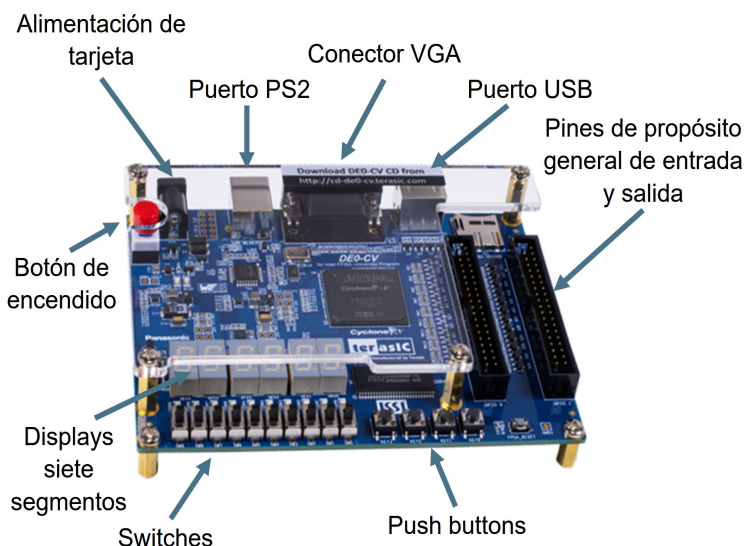


Figura 1.10: Tarjeta de desarrollo DE0-CV [15].

Procesador	Cyclone V 5CEBA4F23C7N de Altera
Elementos lógicos disponibles	49000
Memoria SDRAM	64MB, en grupos de 16 bits.
Pines de propósito general	2 peinetas de 40 pines: 36 pines de entrada y salida, 2 de alimentación (3,3V y 5V) y 2 de tierra (GND).
Periféricos genéricos de entrada y salida	4 push buttons, 10 dip switches, 10 leds, 6 displays siete segmentos.

Tabla 1.2: Características principales de la tarjeta de desarrollo DE0-CV [15].

1.2.2. Módulo Wi-Fi

El microprocesador emulado dentro de la FPGA tiene la capacidad de comunicarse con otros dispositivos mediante comunicación Wi-Fi. Dicho módulo es capaz de administrar los comandos necesarios para comunicar el microprocesador con el módulo de conexión inalámbrica llamada “wifly”, mismo que incorpora el circuito integrado RN-XV, capaz de lograr toda la comunicación por este protocolo (Figura 1.11) [16].

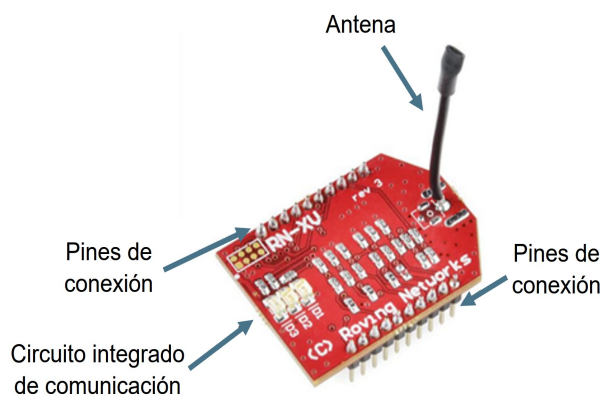


Figura 1.11: Módulo de comunicación inalámbrica Wifly.

Para la comunicación entre el microcontrolador y el módulo de comunicación inalámbrica utilizado en este proyecto, se emplea el protocolo de comunicación serial UART. Este protocolo permite el intercambio de datos entre dos dispositivos mediante dos líneas: RX (recepción) y TX (transmisión), donde la línea TX de un dispositivo se conecta a la RX del otro, estableciendo una comunicación bidireccional eficiente y sencilla (véase Figura 1.12).

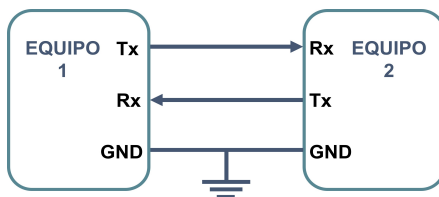


Figura 1.12: Comunicación serial entre dispositivos a través de señal Rx y Tx.

1.2.3. Motor de corriente directa con encoder implementado

El motor implementado es de la marca Pololu, modelo 37Dx73L (Figura 1.13); Tiene un voltaje típico de operación, posee una caja de reducción con relación 131.25:1, además tiene integrado un encoder de cuadratura que provee una resolución de 64 puntos por revolución del motor, es decir: genera un conteo de 8400 pulsos por revolución al final de la caja de reducción. Las especificaciones [17] del motor están ubicadas en la Tabla 1.3.

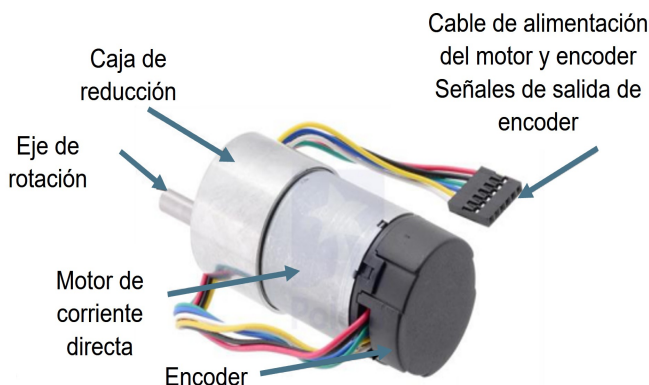


Figura 1.13: Motor Pololu serie 37D con encoder.

Dimensiones	37 mm diámetro x 72,5 mm largo
Peso	235 g
Diámetro eje	6 mm
Reducción de caja	131.25:1
Velocidad sin carga a 12V	80 RPM
Corriente sin carga a 12V	300 mA
Corriente en paro a 12 V	5 A
Par en paro a 12V	1.76 Nm

Tabla 1.3: Características del motor Pololu 37D.

1.3. Conclusiones

En este capítulo se describieron los tres movimientos principales de la cabeza humana: flexión-extensión, inclinación lateral y rotacional. A partir de estos movimientos y sus rangos permitidos, se definieron los límites de operación del robot de tres grados de libertad, con el objetivo de emular dichos movimientos de forma controlada y segura.

Asimismo, se presentó la arquitectura general del sistema mecatrónico, la cual permite comprender el funcionamiento global del robot y, con base en ello, diagnosticar y corregir fallas en cada una de sus etapas. Este análisis estructural fue fundamental para restablecer la funcionalidad del sistema. En el siguiente capítulo se detalla la estructura mecánica específica de cada articulación del sistema.

Capítulo 2

Descripción del sistema mecánico

El diseño mecánico del sistema descrito en este capítulo, corresponde a una configuración previamente implementada [18], con algunas mejoras implementadas. Aquí se documenta la configuración del sistema empleado como base para el modelo dinámico.

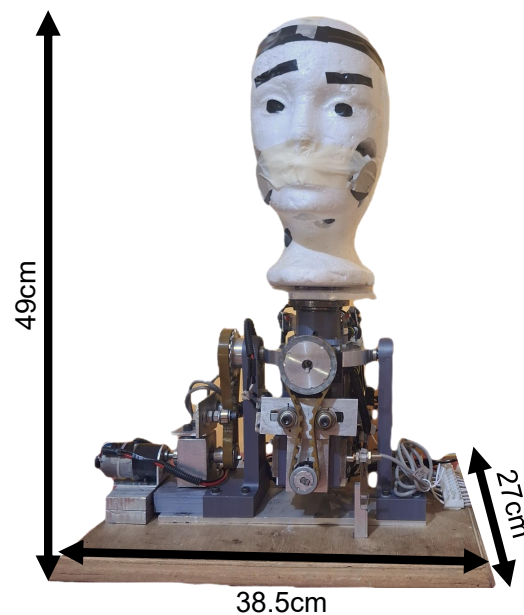


Figura 2.1: Vista general de la estructura mecánica del robot con sus dimensiones principales.

La Figura 2.1 muestra la estructura mecánica general del robot, el cual posee tres grados de libertad, cada uno asociado a un eje de movimiento específico. En cuanto a sus dimensiones, el robot tiene una altura de 38cm sin la cabeza, y alcanza los 49cm con la cabeza instalada. La base de madera que lo sostiene mide 38.5 cm de largo por 27cm de ancho. El peso total del mecanismo es de 8.310kg. En lo que sigue, se detalla

CAPÍTULO 2 . DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA MECÁNICO

la configuración mecánica de cada grado de libertad, junto con los elementos y piezas que los conforman.

2.1. Primer grado de libertad

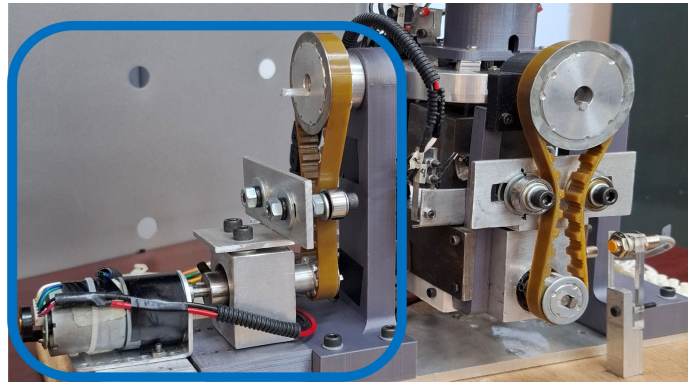


Figura 2.2: Estructura mecánica correspondiente al primer grado de libertad, que permite el movimiento de flexión-extensión.

El primer grado de libertad imita el movimiento de flexión-extensión, el cual es generado por la mecánica que se muestra en la Figura 2.3, que consta de una base con un par de soportes base (A) adaptados sobre una lámina de aluminio y sujetos a una tabla que sostiene al sistema mecatrónico.

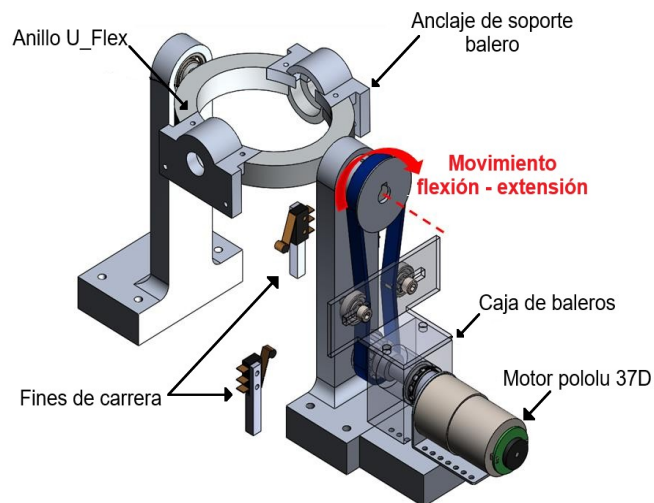


Figura 2.3: Elementos mecánicos que intervienen en el movimiento del primer grado de libertad.

CAPÍTULO 2 . DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA MECÁNICO

Dentro del poste base se encuentra acoplado un par de baleros que facilitan el movimiento del eje rotativo, el cual toma la forma de un anillo ovalado irregular denominado anillo U_Flex. El movimiento de este eje es generado por un motor de corriente directa acoplado a una polea, la cual transmite su energía a una segunda polea mediante una banda dentada. Ambas poleas presentan una relación de transmisión 2:1 y están diseñadas con dentadura bajo el estándar T10, lo que contribuye a reducir parcialmente el error de posición. Adicionalmente, se complementa con dos tensores que ajustan la banda para mejorar la precisión durante los cambios de posición. La lista completa de los componentes utilizados en este sistema se presenta en la Tabla 2.1

Pieza	Unidades
Soporte base	2
Base de motor y Polea	1
Pololu L Bracket	1
Balero FAG 6000	4
Motor Pololu 37D encoder	1
Polea T10 para motor	1
Caja de balero en base	1
Cople del motor	1

Tabla 2.1: Lista de piezas que conforman el primer grado de libertad.

A continuación, se describe el sistema de detección de límite de movimiento para este grado de libertad.

Fin de carrera para el primer grado de libertad

El primer par de fines de carrera se encuentran implementados en la base del robot. Estos se colocan de forma vertical, sujetos a un perfil de aluminio y acrílico. El sistema utiliza un interruptor magnético tipo Hall, el cual se activa cuando el robot gira y el imán fijado al primer par de contrapesos se alinea con dicho sensor. La ubicación del perfil que sostiene el interruptor ha sido diseñada de manera que limite el movimiento de flexión-extensión a 30° por lado, garantizando así la protección del mecanismo y el control preciso del rango de movimiento.

2.2. Segundo grado de libertad

El segundo grado de libertad emula el acercamiento y alejamiento de la cabeza hacia los hombros, es decir, reproduce el movimiento de inclinación lateral bilateral. El mecanismo correspondiente se muestra en la Figura 2.4.

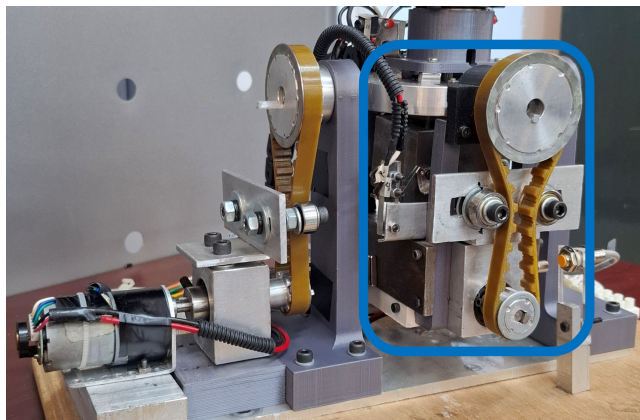


Figura 2.4: Estructura mecánica correspondiente al segundo grado de libertad.

La posición del mecanismo del segundo grado de libertad está rotada 90° respecto a la primera articulación e incorpora un motor de corriente directa que actúa sobre el soporte de rotación. Este soporte está fijado a un anillo ovalado, anclado a los soportes base (A). El motor se ubica debajo del anillo rotacional y se fija a la base mediante un soporte estándar de la marca Pololu, ayudado por dos contrapesos sujetos al anillo. El diseño detallado se muestra en la Figura 2.5.

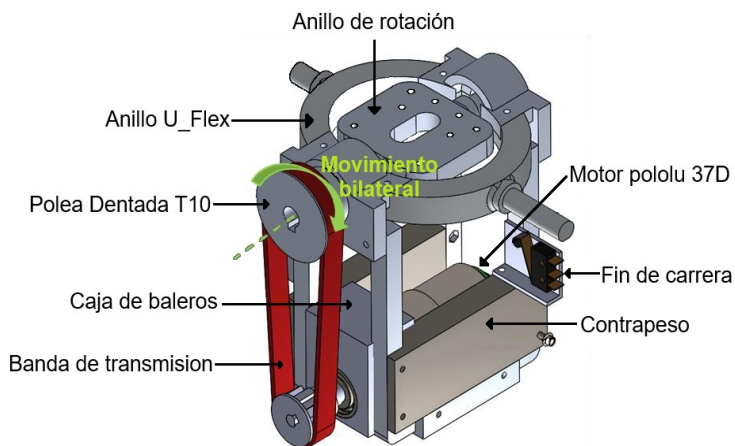


Figura 2.5: Elementos mecánicos que intervienen en el movimiento del segundo grado de libertad.

CAPÍTULO 2 . DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA MECÁNICO

Análogo al primer grado de libertad, se transmite el torque producido a la polea a través de un cople mecánico con su respectiva caja de baleros. Nuevamente la polea es acoplada a otra polea a través de una banda dentada para generar una relación de ganancia 2:1. Finalmente, la segunda polea está conectada al soporte de rotación y con ello se logra que éste se mueva. Debido a que es necesario controlar el movimiento de la cabeza, se ha añadido un elemento de carga a la altura del segundo motor de corriente directa, este elemento funge como contrapeso. La Tabla 2.2 indica los elementos del segundo grado de libertad.

Pieza	Unidades
Soporte rotación	1
Cople-eje-cabeza	1
Tapa balero	1
Balero axial SKF 51105	1
Motor Pololu 37D encoder	1
Cubierta encoder	1
Balero FAG 6000	1
Contrapeso lateral 1	1
Contrapeso lateral 2	1
Contrapeso frontal	1
Polea T10 para motor	1

Tabla 2.2: Lista de piezas que conforman el segundo grado de libertad.

Además del sistema mecánico que compone este segundo grado de libertad, es necesario considerar el mecanismo de detección de límites de movimiento que garantiza un funcionamiento seguro y controlado del robot.

Fin de carrera para el segundo grado de libertad

El movimiento bilateral es uno de los más limitados en el robot, restringiéndose a 15° por lado, lo que representa una apertura total de 30°. La colocación de los fines de carrera se realiza en puntos estratégicos que permiten que este movimiento ocurra de forma independiente de otras articulaciones.

El contrapeso del primer elemento móvil facilita la ubicación del sensor, mientras que el segundo contrapeso se encarga de activar el fin de carrera, asegurando un control preciso del rango de movimiento.

2.3. Tercer grado de libertad

Por último, el tercer grado de libertad imita el movimiento rotacional y está acoplado al soporte de rotación del segundo grado de libertad. En la Figura 2.5 se muestra el robot, destacando el mecanismo correspondiente a este tercer grado de libertad.

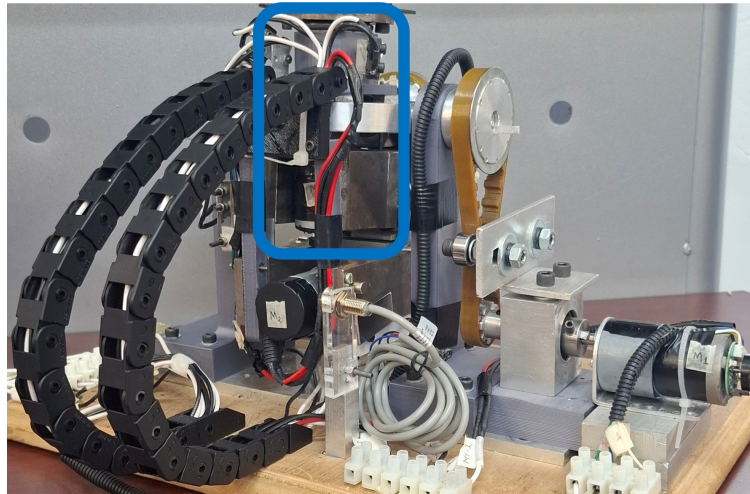


Figura 2.6: Estructura mecánica correspondiente al tercer grado de libertad.

El sistema tiene acoplado un motor de corriente directa, cuyo giro realiza la rotación del robot (Figura 2.7).

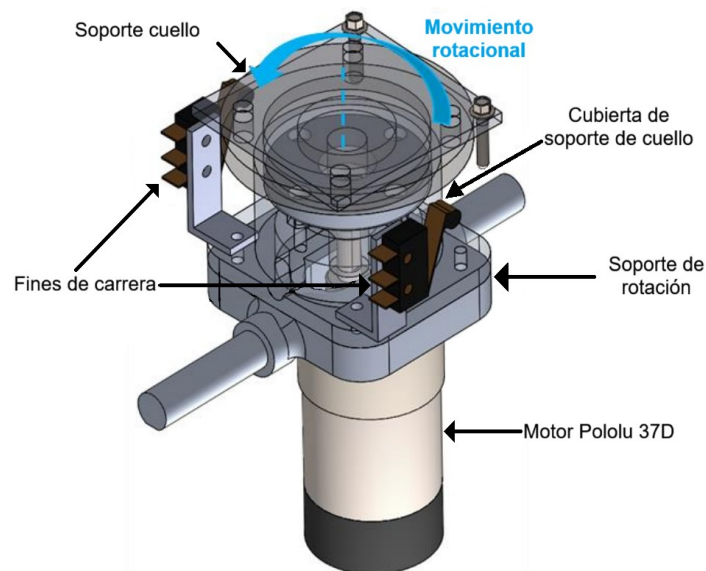


Figura 2.7: Mecanismo respectivo al tercer grado de libertad.

CAPÍTULO 2 . DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA MECÁNICO

Por un lado, el motor se fija directamente al soporte de rotación mediante tornillos, por otro lado, el motor cuenta con un acoplamiento que incluye un vástago y, en su extremo, una base para sujetar la cabeza como actuador final del robot. Este elemento se denomina “soporte cuello” y se refuerza con la implementación de una cubierta para dicho soporte. Los elementos del tercer grado de libertad se enlistan en la Tabla 2.3.

Pieza	Unidades
Soporte cuello	1
Cubierta de soporte cuello	1
Tapa de cubierta de soporte cuello	1
Balero axial SKF 51105	1
Motor Pololu 37D encoder	1
Cubierta encoder	1
Balero FAG 6000	1

Tabla 2.3: Lista de piezas que conforman al tercer grado de libertad.

Del mismo modo que en los grados de libertad anteriores, el tercer grado de libertad cuenta con un sistema de detección de límite de movilidad.

Fin de carrera para el tercer grado de libertad

En este caso, el motor genera el movimiento de un elemento tubular acoplado a la base de la cabeza, lo que permite su rotación. Para limitar este movimiento a $\pm 60^\circ$, se tienen instalados fines de carrera directamente sobre el eje de rotación, ya que este conserva la referencia de dicho grado de libertad. Los topes están montados sobre un perfil en ángulo tipo L, diseñado específicamente para permitir la movilidad del sistema sin generar interferencias mecánicas.

En términos generales, el primer grado de libertad realiza un movimiento hacia adelante y hacia atrás (flexión-extensión), el segundo grado de libertad permite un movimiento lateral acercando y alejando la cabeza de los hombros (movimiento bilateral), mientras que el tercer grado de libertad genera un movimiento rotacional alrededor de su propio eje, manteniendo constante el ángulo entre la cabeza y los hombros.

Además de los elementos principales que generan el movimiento, se integran componentes auxiliares como tensores de banda, que mejoran la precisión y estabilidad del sistema durante su operación.

2.4. Tensores de banda

El robot de tres grados de libertad tiene dos bandas de transmisión con relación 2:1, es decir que existen dos poleas acopladas a través de una banda dentada de hule. Un tensor genera una tensión uniforme en la banda dentada. La Figura 2.8 muestra el sistema tensor previamente implementado en el robot, el cual consiste en una “L” de aluminio perforada en dos lados, donde se montan un par de tornillos que sostienen baleros utilizados como tensores para las bandas dentadas. Como parte del trabajo realizado, se procedió a ajustar adecuadamente la tensión de las bandas, mejorando así la precisión en la transmisión de movimiento y reduciendo el error de la posición del actuador final.

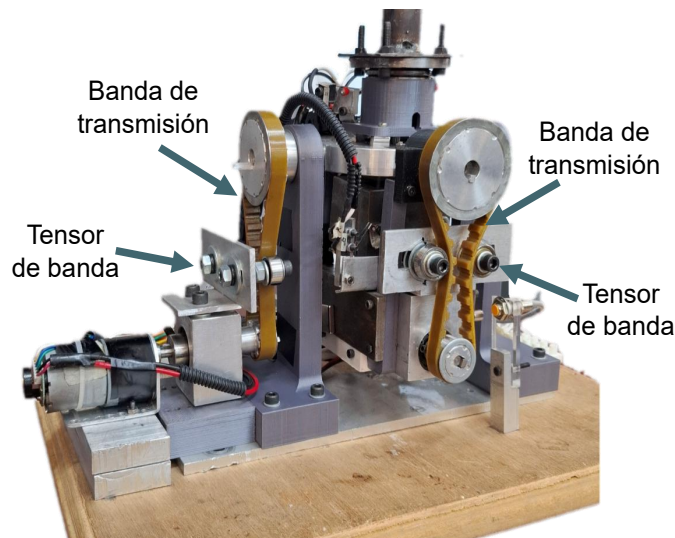


Figura 2.8: Tensor en una banda de transmisión.

2.5. Fines de carrera

En resumen, el robot cuenta con dos finales de carrera instalados en cada uno de sus ejes. Estos dispositivos fueron implementados para delimitar el área de trabajo y prevenir daños en la estructura del robot, funcionando como un mecanismo de paro de emergencia en caso de fallos en el sistema de control. Originalmente, los fines de carrera instalados eran de tipo mecánico, lo que generaba un desgaste significativo con el uso continuo. Este desgaste frecuente provocaba fallos recurrentes, requiriendo mantenimiento constante. Por esta razón, se sustituyeron los switches mecánicos por interruptores magnéticos Hall (Figura 2.9), que ofrecen mayor durabilidad, fiabilidad y resistencia al desgaste, optimizando así el desempeño y mantenimiento del sistema.

CAPÍTULO 2 . DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA MECÁNICO

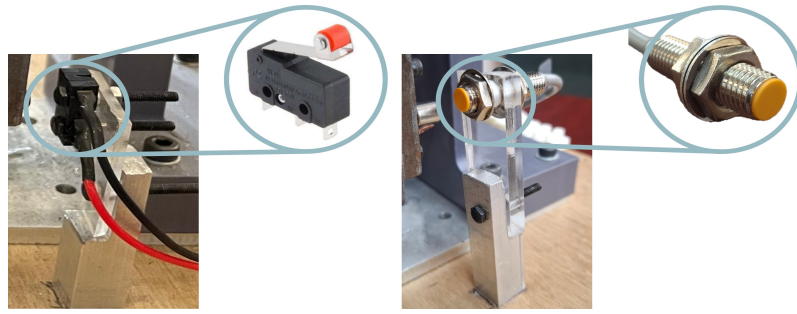


Figura 2.9: Final de carrera con Microswitch (Izquierda). Final de carrera con interruptor magnético Hall (Derecha).

Estos nuevos sensores ofrecen una respuesta más rápida y precisa, mejorando la seguridad y eficiencia del sistema al eliminar componentes móviles propensos al desgaste. Este cambio reduce significativamente los riesgos asociados a la operación del robot.

2.6. Aislamiento de señales

Uno de los principales problemas identificados en el robot fue la desconexión de los cables provocada por el movimiento de la estructura. Para mitigar esta situación, se implementaron cadenas de arrastre en la parte posterior del robot, logrando así evitar las desconexiones y garantizar una mayor sujeción de los cables durante el desplazamiento del robot de tres grados de libertad. Adicionalmente, se realizó un rediseño del cableado correspondiente a las conexiones de los motores y de los sensores de fin de carrera.

Dado que en el sistema se manejan diferentes niveles de tensión, se procedió a organizar el cableado separándolo de acuerdo con el tipo de señal (alta potencia y baja potencia) con el propósito de minimizar posibles interferencias electromagnéticas.

Las cadenas de arrastre de material plástico y con dimensiones de 10 x 20 mm, fueron fijadas a la base de madera que soporta el sistema mecatrónico y a la parte posterior de la estructura del robot. Tal implementación, ilustrada en la Figura 2.10, contribuyó de manera efectiva a la optimización del desempeño del robot de tres grados de libertad.

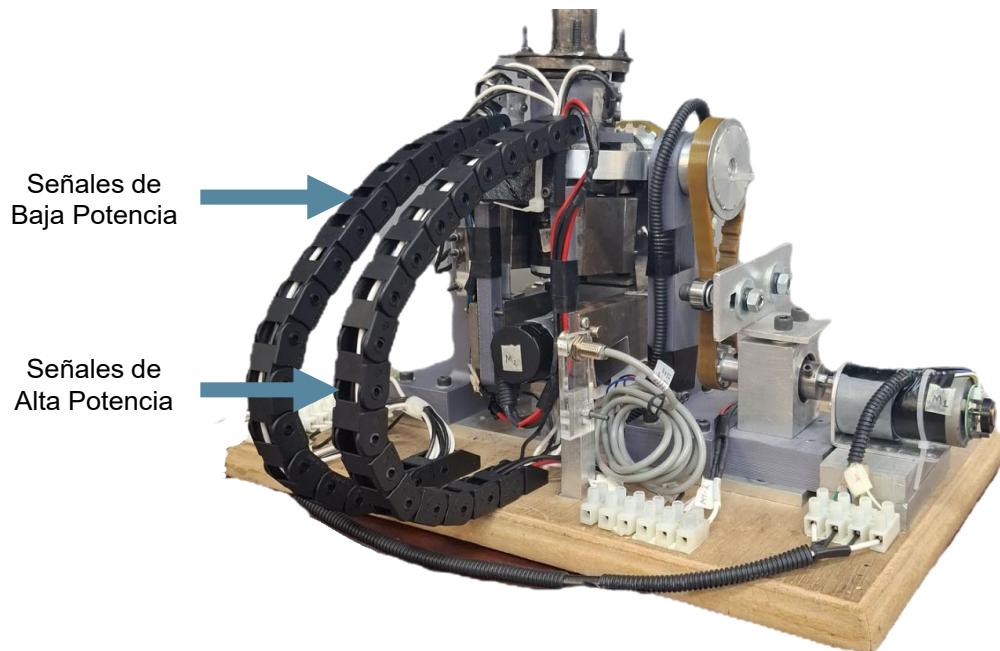


Figura 2.10: Aislamiento de señales con portador de cable de cadena de arrastre sujetas a base de madera.

2.7. Conclusiones

En este capítulo se presentó la estructura mecánica del robot de tres grados de libertad. Se describieron las configuraciones mecánicas de cada articulación y los demás dispositivos como tensores de banda y fines de carrera. También se abordaron las mejoras realizadas para reducir el desgaste, como el reemplazo de microswitch mecánicos por interruptores magnéticos Hall y la implementación de aislamiento en el cableado.

Uno de los problemas principales detectados fue la desconexión de cables debido al movimiento de la estructura, por lo que se instalaron cadenas de arrastre en la parte posterior del robot para proteger y sujetar adecuadamente los cables durante el desplazamiento.

De manera general, se realizaron ajustes mecánicos generales para disminuir el juego en componentes con holguras.

Capítulo 3

Módulo dinámico

Para iniciar el análisis dinámico del sistema, se examinó la estructura mecánica del robot de 3 grados de libertad, el primer paso consiste en obtener la cinemática directa. En la Figura 3.1 se ilustra la dirección del movimiento generado por los motores del robot. El mecanismo está equipado con tres motores, cada uno asociado a un grado de libertad, los cuales son responsables de ejecutar los movimientos requeridos para el funcionamiento del sistema.

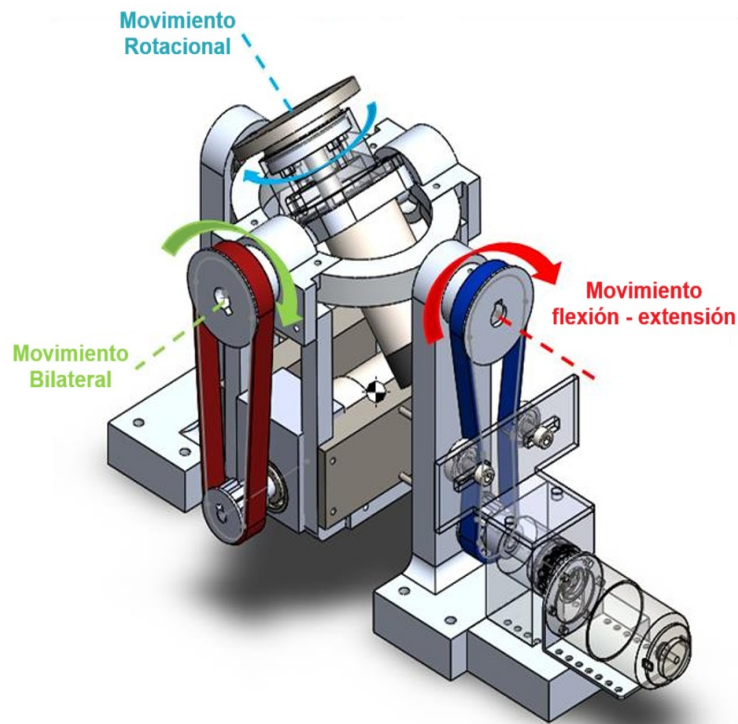


Figura 3.1: Estructura mecánica del robot, donde es posible visualizar los tres grados de libertad.

3.1. Cinemática directa

La cinemática directa estudia el movimiento de sistemas mecánicos sin considerar las fuerzas que lo generan, diferenciándose de los modelos dinámicos al no involucrar ecuaciones diferenciales. En robots manipuladores, este análisis se enfoca en determinar la posición de sus componentes desde un punto de referencia, como el centro de masa, expresada en coordenadas angulares [19]. En este caso, la cinemática directa permite calcular el posicionamiento de un servomecanismo en un espacio tridimensional.

Cuando el robot realiza un movimiento de flexión, acercando la barbilla al pecho, alcanza un ángulo máximo de movilidad de 25° . En esta posición, el centro de masa de la cabeza forma un ángulo aproximado de 43.73° con respecto al eje vertical del mecanismo. Por otro lado, durante el movimiento de extensión, llevando la cabeza hacia atrás, el rango de movilidad se extiende hasta 35° , tal como se muestra en la Figura 3.2.

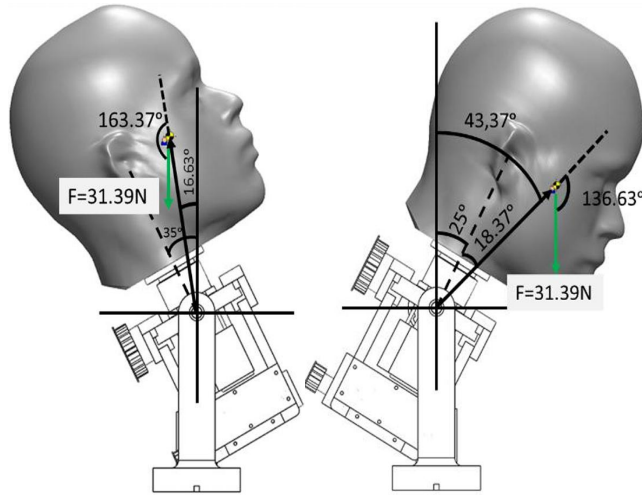


Figura 3.2: Movimiento de flexión-extensión (Vista lateral del mecanismo del robot).

De esta manera, se plantea representar la trayectoria del centro de masa utilizando las siguientes coordenadas generalizadas:

$$x_1 = l_1 \text{sen}(\theta_{h1}), \quad (3.1)$$

$$y_1 = l_1 \text{cos}(\theta_{h1}), \quad (3.2)$$

donde l_1 representa la distancia desde el origen hasta el centro de masa del robot, θ_{h1} es la posición angular del centro de masa con respecto a la horizontal, observada

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

lateralmente como se muestra en la figura anterior.

Posteriormente, se determinan las velocidades asociadas, utilizando θ_{h1} como variable principal, estos es,

$$\dot{x}_1 = l_1 \cos(\theta_{h1}) \dot{\theta}_{h1}, \quad (3.3)$$

$$\dot{y}_1 = -l_1 \sin(\theta_{h1}) \dot{\theta}_{h1}. \quad (3.4)$$

Se muestra en la Figura 3.3 el movimiento bilateral, en el cual la oreja se acerca al hombro, alcanzando un ángulo máximo de 15° con respecto al eje vertical de la posición inicial del mecanismo.

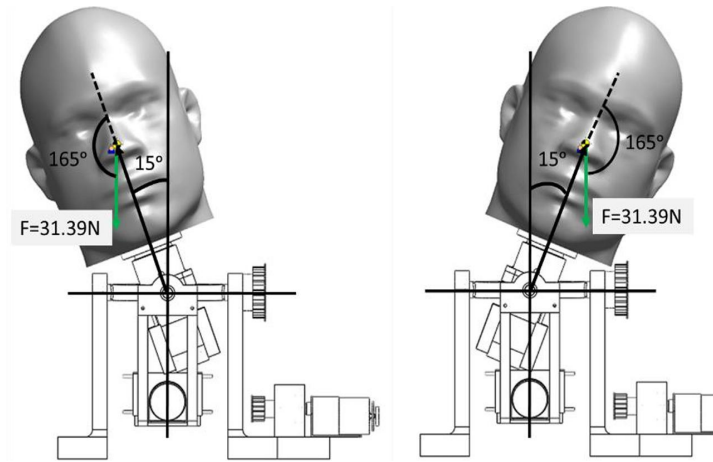


Figura 3.3: a) Movimiento de inclinación lateral derecha de 15° . b) Movimiento de inclinación lateral izquierda de 15° (Vista frontal del mecanismo del robot).

De este modo, se propone representar la trayectoria del centro de masa para el segundo grado de libertad utilizando las siguientes coordenadas generalizadas:

$$x_2 = l_1 \sin(\theta_{h2}), \quad (3.5)$$

$$y_2 = l_1 \cos(\theta_{h2}), \quad (3.6)$$

en esta representación, l_1 corresponde a la distancia desde el origen hasta el centro de masa del robot, mientras que θ_{h2} representa la posición angular del centro de masa con respecto a la horizontal, observada desde una perspectiva frontal del mecanismo del robot.

Se determinan las velocidades correspondientes utilizando θ_{h2} como variable prin-

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

cipal; dichas velocidades son:

$$\dot{x}_2 = l_1 \cos(\theta_{h2}) \dot{\theta}_{h2}, \quad (3.7)$$

$$\dot{y}_2 = -l_1 \sin(\theta_{h2}) \dot{\theta}_{h2}. \quad (3.8)$$

Para el movimiento rotacional, el rango máximo alcanza 60° hacia cada lado, considerando que el centro de masa de la cabeza presenta un desfase aproximado de 18.37° con respecto al eje del motor 3, como se muestra en la Figura 3.4.

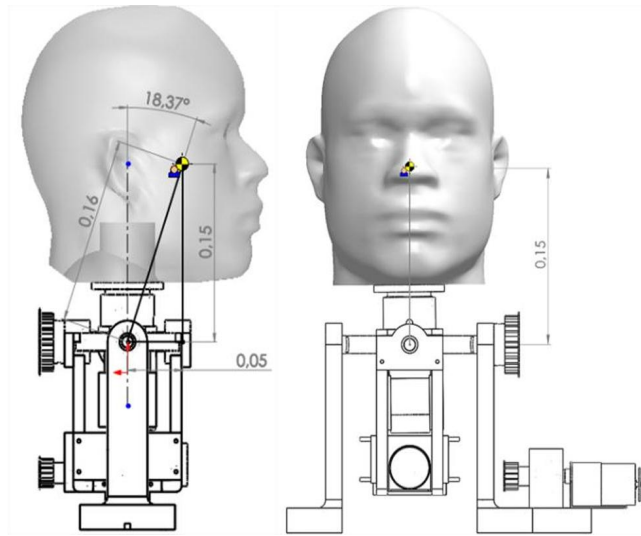


Figura 3.4: Posición del centro de masa de la cabeza con respecto al eje del motor 3 (Vista lateral y vista frontal).

Se eligen las siguientes coordenadas generalizadas:

$$x_3 = l_1 \cos(\varphi) \cos(\theta_{c3}), \quad (3.9)$$

$$y_3 = l_1 \cos(\varphi) \sin(\theta_{c3}), \quad (3.10)$$

$$z_3 = l_1 \sin(\varphi), \quad (3.11)$$

en esta descripción, l_1 define la distancia desde el origen hasta el centro de masa del robot. Asimismo, θ_{c3} indica la posición angular, respecto a que, rota sobre su mismo eje vertical, mientras que φ representa un ángulo constante de inclinación.

Seguidamente, se determinan las velocidades correspondientes utilizando θ_{c3} como

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

variable principal, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\dot{x}_3 = -l_1 \cos(\varphi) \operatorname{sen}(\theta_{c3}) \dot{\theta}_{c3}, \quad (3.12)$$

$$\dot{y}_3 = l_1 \cos(\varphi) \operatorname{cos}(\theta_{c3}) \dot{\theta}_{c3}, \quad (3.13)$$

$$\dot{z}_3 = 0. \quad (3.14)$$

Conociendo las ecuaciones que describen el movimiento del sistema, se calcula la energía cinética empleando la Ecuación (3.15):

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v^T \cdot v). \quad (3.15)$$

Utilizando dicha ecuación, y de acuerdo con las velocidades previamente determinadas para cada grado de libertad, se calculan las energías cinéticas correspondientes:

$$E_{c1} = \frac{1}{2}m \left[\left(l_1 \operatorname{cos}(\theta_{h1} + \alpha) \dot{\theta}_{h1} \right)^2 + \left(l_1 \operatorname{sen}(\theta_{h1} + \alpha) \dot{\theta}_{h1} \right)^2 \right], \quad (3.16)$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2}m \left[\left(l_1 \operatorname{cos}(\theta_{h2}) \dot{\theta}_{h2} \right)^2 + \left(l_1 \operatorname{sen}(\theta_{h2}) \dot{\theta}_{h2} \right)^2 \right], \quad (3.17)$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2}m (l_1)^2 (\operatorname{cos}(\varphi))^2 (\dot{\theta}_{c3})^2. \quad (3.18)$$

Cabe destacar que, como antecedente de este estudio, se tomó en consideración el análisis del centro de masa compuesto (CMC) realizado en una tesis previa [20], en la cual se estableció que el sistema mantiene un punto de rotación común para todos los grados de libertad, manteniendo constante la distancia entre el origen de referencia y el centro de masa.

Este análisis fue corroborado y validado en el presente trabajo para el correcto funcionamiento del sistema durante sus movimientos.

3.2. Símbología y diagramas de parámetros agrupados

Una vez realizado el análisis de la cinemática directa, se procedió con el estudio individual de cada componente involucrado en la mecánica de los tres grados de libertad del sistema. La Tabla 3.1 contiene las representaciones gráficas utilizadas para facilitar el desarrollo y la comprensión del análisis mecánico del robot.

Bajo la técnica de modelado basada en componentes discretos, el sistema dinámico

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

se descompuso en elementos idealizados, agrupados según la función energética que desempeñan dentro del sistema. En este trabajo se consideraron principalmente: los componentes de almacenamiento de energía, como la inercia y los resortes torsionales; y los componentes de disipación de energía, representados por los amortiguadores torsionales.

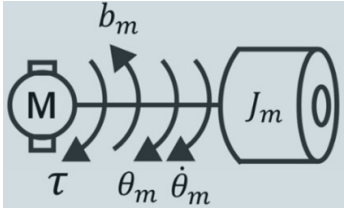
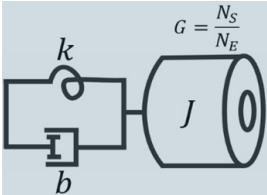
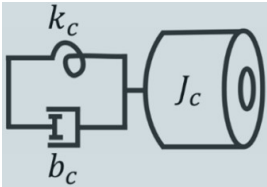
Diagrama del Motor	Parámetros
	<p>M = Motor</p> <p>τ = Torque entregado por el motor</p> <p>b_m = Coeficiente de amortiguamiento torsional del motor</p> <p>θ_m = Desplazamiento angular del eje</p> <p>$\dot{\theta}_m$ = Velocidad angular del eje</p> <p>J_m = Momento de inercia del motor</p>
Diagrama del Reductor	Parámetros
	<p>k = Rigidez torsional del reductor</p> <p>b = Coeficiente de amortiguamiento torsional del reductor</p> <p>G = Ganancia del reductor</p> <p>N_S = Número de dientes de la rueda dentada de salida</p> <p>N_E = Número de dientes de la rueda dentada de entrada</p> <p>J = Inercia del conjunto</p>
Diagrama del Cople	Parámetros
	<p>k_c = Rigidez torsional del cople</p> <p>b_c = Coeficiente de amortiguamiento torsional del cople</p> <p>J_c = Momento de inercia del cople</p>

Tabla 3.1: Simbología de parámetros agrupados.

Este análisis de parámetros agrupados se realiza utilizando la simbología y los diagramas descritos posteriormente, los cuales se integran de manera organizada en el esquema del robot mostrado en la Figura 3.5.

Esta representación permite construir un modelo dinámico, que resulta eficaz tanto para el análisis del comportamiento del sistema como para el diseño y la implementación de estrategias de control.

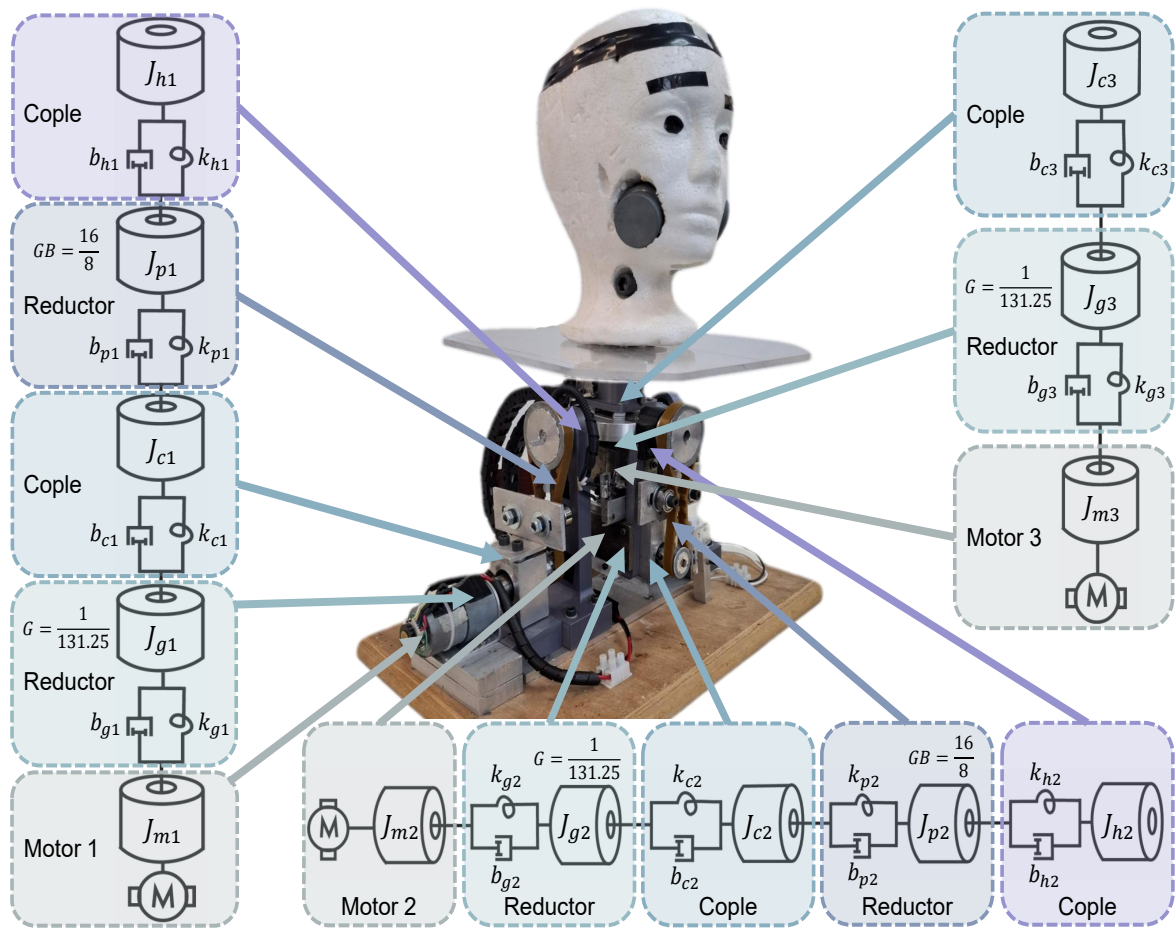


Figura 3.5: Diagrama a bloques general del robot de tres grados de libertad.

Representados los elementos que integran cada grado de libertad, se realiza el cálculo de las energías cinética, potencial y disipativas asociadas al sistema. Antes de iniciar este análisis, es esencial definir las variables y constantes utilizadas, las cuales se especifican en la Tabla 3.2 a partir de la figura anterior.

El modelo dinámico de este mecanismo se obtiene mediante el análisis individual de cada grado de libertad. Esto es posible debido a la estructura del sistema. Cabe destacar que, debido a esta independencia, el sistema no se modela como un sistema multivariable, sino como un conjunto de sistemas monovariantes.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Constantes	Descripción
J_{m1}, J_{m2}, J_{m3}	Inercia del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{g1}, J_{g2}, J_{g3}	Inercia del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{c1}, J_{c2}, J_{c3}	Inercia del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{p1}, J_{p2}	Inercia del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{h1}, J_{h2}	Inercia del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
k_{g1}, k_{g2}, k_{g3}	Rigidez del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{c1}, k_{c2}, k_{c3}	Rigidez del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{p1}, k_{p2}	Rigidez del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{h1}, k_{h2}	Rigidez del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
b_{m1}, b_{m2}, b_{m3}	Coefficiente de fricción del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{g1}, b_{g2}, b_{g3}	Coefficiente de fricción del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{c1}, b_{c2}, b_{c3}	Coefficiente de fricción del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{p1}, b_{p2}	Coefficiente de fricción del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{h1}, b_{h2}	Coefficiente de fricción del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
G	Ganancia del reductor [u.a.]
G_B	Ganancia del segundo reductor [u.a.]
m	Masa de la cabeza [kg]
l_1	Distancia del origen al centro de masa [m]

Tabla 3.2: Constantes utilizadas para el desarrollo del modelo dinámico.

De acuerdo con la estructura del primer grado de libertad, se describen sus componentes según el diagrama de la Figura 3.6.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

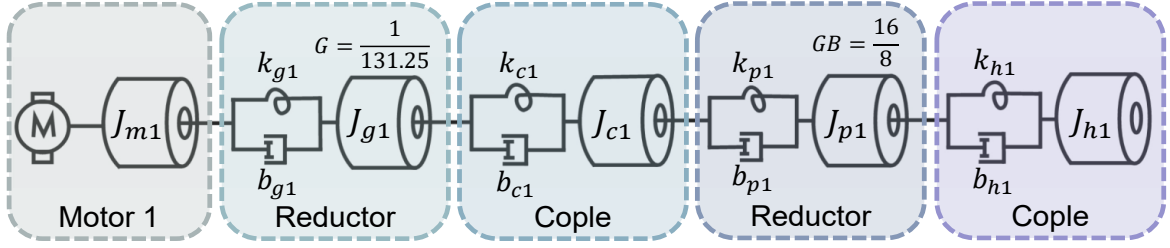


Figura 3.6: Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del primer grado de libertad.

A partir del diagrama anterior del primer grado de libertad, fue posible determinar las expresiones correspondientes a la energía cinética, la energía potencial, la disipación de energía y los trabajos virtuales asociados al sistema, los cuales se detallan a continuación:

$$E_{c1} = \frac{1}{2}J_{m1}(\dot{\theta}_{m1})^2 + \frac{1}{2}J_{g1}(\dot{\theta}_{g1})^2 + \frac{1}{2}J_{c1}(\dot{\theta}_{c1})^2 + \frac{1}{2}J_{p1}(\dot{\theta}_{p1})^2 + \frac{1}{2}J_{h1}(\dot{\theta}_{h1})^2 + \frac{1}{2}m \left[(l_1 \cos(\theta_{h1})\dot{\theta}_{h1})^2 + (l_1 \sin(\theta_{h1})\dot{\theta}_{h1})^2 \right], \quad (3.19)$$

$$E_{p1} = \frac{1}{2}k_{g1}(\theta_{m1} - G\theta_{g1})^2 + \frac{1}{2}k_{c1}(\theta_{g1} - \theta_{c1})^2 + \frac{1}{2}k_{p1}(\theta_{c1} - \theta_{p1})^2 + \frac{1}{2}k_{h1}(G_B\theta_{p1} - \theta_{h1})^2 + mgl_1(1 - \cos(\theta_{h1})), \quad (3.20)$$

$$E_{d1} = \frac{1}{2}b_{m1}(\dot{\theta}_{m1})^2 + \frac{1}{2}b_{g1}(G\dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{m1})^2 + \frac{1}{2}b_{c1}(\dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{g1})^2 + \frac{1}{2}b_{p1}(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1})^2 + \frac{1}{2}b_{h1}(\dot{\theta}_{h1} - G_B\dot{\theta}_{p1})^2, \quad (3.21)$$

$$\delta w_1 = \tau_{m1} \delta\theta_{m1}, \quad (3.22)$$

donde E_{c1} representa la energía cinética, E_{p1} corresponde a la energía potencial, E_{d1} es la energía disipativa, y δw_1 denota los trabajos virtuales asociados al sistema.

Para el segundo grado de libertad, los componentes mecánicos que lo conforman son los siguientes mostrados en el diagrama de la Figura 3.7:

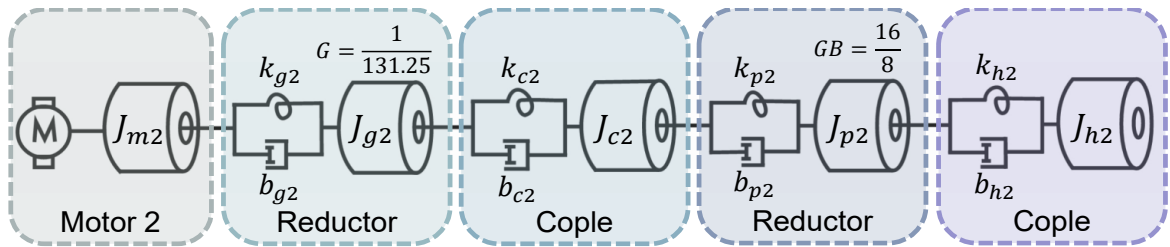


Figura 3.7: Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del segundo grado de libertad.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Con base en la estructura mecánica del segundo grado de libertad, se obtienen las siguientes ecuaciones que describen las energías presentes en el sistema:

$$E_{c2} = \frac{1}{2}J_{m2}(\dot{\theta}_{m2})^2 + \frac{1}{2}J_{g2}(\dot{\theta}_{g2})^2 + \frac{1}{2}J_{c2}(\dot{\theta}_{c2})^2 + \frac{1}{2}J_{p2}(\dot{\theta}_{p2})^2 + \frac{1}{2}J_{h2}(\dot{\theta}_{h2})^2 + \frac{1}{2}m \left[(l_1 \cos(\theta_{h2})\dot{\theta}_{h2})^2 + (l_1 \sin(\theta_{h2})\dot{\theta}_{h2})^2 \right], \quad (3.23)$$

$$E_{p2} = \frac{1}{2}k_{g2}(\theta_{m2} - G\theta_{g2})^2 + \frac{1}{2}k_{c2}(\theta_{g2} - \theta_{c2})^2 + \frac{1}{2}k_{p2}(\theta_{c2} - \theta_{p2})^2 + \frac{1}{2}k_{h2}(G_B\theta_{p2} - \theta_{h2})^2 + mgl_1(1 - \cos(\theta_{h2})), \quad (3.24)$$

$$E_{d2} = \frac{1}{2}b_{m2}(\dot{\theta}_{m2})^2 + \frac{1}{2}b_{g2}(G\dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{m2})^2 + \frac{1}{2}b_{c2}(\dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{g2})^2 + \frac{1}{2}b_{p2}(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2})^2 + \frac{1}{2}b_{h2}(\dot{\theta}_{h2} - G_B\dot{\theta}_{p2})^2, \quad (3.25)$$

$$\delta w_2 = \tau_{m2} \delta\theta_{m2}, \quad (3.26)$$

donde E_{c2} representa la energía cinética, E_{p2} corresponde a la energía potencial, E_{d2} es la energía disipativa, y δw_2 denota los trabajos virtuales asociados al sistema.

Por último, los componentes que conforman al tercer grado de libertad son los siguientes que se ilustran en la Figura 3.8:

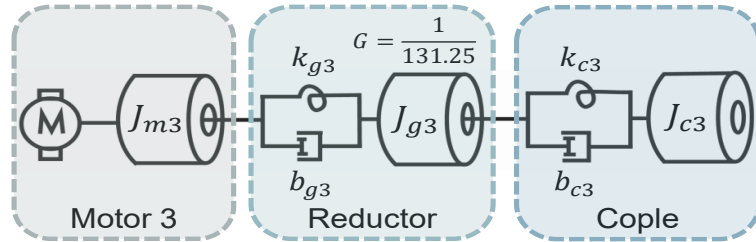


Figura 3.8: Diagrama a bloques representando la estructura mecánica del tercer grado de libertad.

De acuerdo con el diagrama anterior, se obtienen las ecuaciones de las energías presentes en el sistema conforme a la estructura mecánica del tercer grado de libertad;

$$E_{c3} = \frac{1}{2}J_{m3}(\dot{\theta}_{m3})^2 + \frac{1}{2}J_{g3}(\dot{\theta}_{g3})^2 + \frac{1}{2}J_{c3}(\dot{\theta}_{c3})^2 + \frac{1}{2}m(l_1)^2(\cos(\varphi))^2(\dot{\theta}_{c3})^2, \quad (3.27)$$

$$E_{p3} = \frac{1}{2}k_{g3}(\theta_{m3} - G\theta_{g3})^2 + \frac{1}{2}k_{c3}(\theta_{g3} - \theta_{c3})^2 + mgl_1 \sin(\varphi), \quad (3.28)$$

$$E_{d3} = \frac{1}{2}b_{m3}(\dot{\theta}_{m3})^2 + \frac{1}{2}b_{g3}(G\dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{m3})^2 + \frac{1}{2}b_{c3}(\dot{\theta}_{c3} - \dot{\theta}_{g3})^2, \quad (3.29)$$

$$\delta w_3 = \tau_{m3} \delta\theta_{m3}, \quad (3.30)$$

donde E_{c3} representa la energía cinética, E_{p3} corresponde a la energía potencial, E_{d3} es la energía disipativa, y δw_3 denota los trabajos virtuales asociados al sistema.

3.3. Ecuación de Movimiento de Lagrange

A partir del desarrollo de las energías de Euler, se aplica la ecuación de movimiento generalizada de Lagrange para formular el modelo matemático que caracteriza al sistema. Este procedimiento facilita la obtención de la ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico de cada componente agrupado del sistema [21].

Ecuación de Movimiento Generalizada de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial \delta w}{\partial \delta q} - F_s, \quad (3.31)$$

donde E_c representa la energía cinética del sistema, E_p corresponde a la energía potencial, E_d denota la energía disipativa, y δw es el trabajo virtual asociado al sistema agrupado. Por otro lado, F_s representa los torques requeridos por las fuerzas de fricción externas (fenómenos de fricción presentes en el sistema).

Tras calcular las energías totales del sistema, se aplica la Ecuación (3.31) para obtener el modelo dinámico, utilizando los vectores de posición y velocidad correspondientes a cada grado de libertad, como se detalla a continuación en la Tabla 3.3.

Vectores	Descripción
$q = [\theta_{m1}, \theta_{g1}, \theta_{c1}, \theta_{p1}, \theta_{h1}]$	Posiciones del primer grado de libertad
$\dot{q} = [\dot{\theta}_{m1}, \dot{\theta}_{g1}, \dot{\theta}_{c1}, \dot{\theta}_{p1}, \dot{\theta}_{h1}]$	Velocidades del primer grado de libertad
$q = [\theta_{m2}, \theta_{g2}, \theta_{c2}, \theta_{p2}, \theta_{h2}]$	Posiciones del segundo grado de libertad
$\dot{q} = [\dot{\theta}_{m2}, \dot{\theta}_{g2}, \dot{\theta}_{c2}, \dot{\theta}_{p2}, \dot{\theta}_{h2}]$	Velocidades del segundo grado de libertad
$q = [\theta_{m3}, \theta_{g3}, \theta_{c3}]$	Posiciones del tercer grado de libertad
$\dot{q} = [\dot{\theta}_{m3}, \dot{\theta}_{g3}, \dot{\theta}_{c3}]$	Velocidades del tercer grado de libertad

Tabla 3.3: Vectores de posiciones y velocidades de cada grado de libertad.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Para el primer grado de libertad se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\tau_{m1} = J_{m1}\ddot{\theta}_{m1} + k_{g1}(\theta_{m1} - G\theta_{g1}) + b_{m1}\dot{\theta}_{m1} - b_{g1}(G\dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{m1}), \quad (3.32)$$

$$0 = J_{g1}\ddot{\theta}_{g1} - Gk_{g1}(\theta_{m1} - G\theta_{g1}) + k_{c1}(\theta_{g1} - \theta_{c1}) + Gb_{g1}(G\dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{m1}) - b_{c1}(\dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{g1}), \quad (3.33)$$

$$0 = J_{c1}\ddot{\theta}_{c1} - k_{c1}(\theta_{g1} - \theta_{c1}) + k_{p1}(\theta_{c1} - \theta_{p1}) + b_{c1}(\dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{g1}) - b_{p1}(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1}), \quad (3.34)$$

$$0 = J_{p1}\ddot{\theta}_{p1} - k_{p1}(\theta_{c1} - \theta_{p1}) + G_Bk_{h1}(G_B\theta_{p1} - \theta_{h1}) + b_{p1}(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1}) - G_Bb_{h1}(\dot{\theta}_{h1} - G_B\dot{\theta}_{p1}), \quad (3.35)$$

$$0 = (J_{h1} + m(l_1)^2)\ddot{\theta}_{h1} - k_{h1}(G_B\theta_{p1} - \theta_{h1}) + b_{h1}(\dot{\theta}_{h1} - G_B\dot{\theta}_{p1}) + mgl_1 \text{sen } \theta_{h1}. \quad (3.36)$$

Para simplificar la notación y mejorar la claridad en la interpretación de las ecuaciones dinámicas correspondientes al primer grado de libertad, se definen variables que representan las diferencias angulares entre los distintos elementos acoplados y sus velocidades relativas. Esto evita la repetición de expresiones largas como $(\theta_{m1} - G\theta_{g1})$ o $(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1})$, facilitando su comprensión.

Las diferencias se indexan con el sufijo “1” para indicar que pertenecen al primer grado de libertad, como sigue:

$$\theta_{mg,1} = \theta_{m1} - G\theta_{g1}, \quad \dot{\theta}_{mg,1} = \dot{\theta}_{m1} - G\dot{\theta}_{g1}, \quad (3.37)$$

$$\theta_{gc,1} = \theta_{g1} - \theta_{c1}, \quad \dot{\theta}_{gc,1} = \dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{c1}, \quad (3.38)$$

$$\theta_{cp,1} = \theta_{c1} - \theta_{p1}, \quad \dot{\theta}_{cp,1} = \dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{p1}, \quad (3.39)$$

$$\theta_{ph,1} = G_B\theta_{p1} - \theta_{h1}, \quad \dot{\theta}_{ph,1} = G_B\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{h1}. \quad (3.40)$$

Con estas definiciones, las ecuaciones (3.32)-(3.36) se reescriben de forma más compacta como:

$$\tau_{m1} = J_{m1}\ddot{\theta}_{m1} + k_{g1}\theta_{mg,1} + b_{m1}\dot{\theta}_{m1} - b_{g1}(-\dot{\theta}_{mg,1}), \quad (3.41)$$

$$0 = J_{g1}\ddot{\theta}_{g1} - Gk_{g1}\theta_{mg,1} + k_{c1}\theta_{gc,1} + Gb_{g1}(-\dot{\theta}_{mg,1}) - b_{c1}(-\dot{\theta}_{gc,1}), \quad (3.42)$$

$$0 = J_{c1}\ddot{\theta}_{c1} - k_{c1}\theta_{gc,1} + k_{p1}\theta_{cp,1} + b_{c1}(-\dot{\theta}_{gc,1}) - b_{p1}(-\dot{\theta}_{cp,1}), \quad (3.43)$$

$$0 = J_{p1}\ddot{\theta}_{p1} - k_{p1}\theta_{cp,1} + G_Bk_{h1}\theta_{ph,1} + b_{p1}(-\dot{\theta}_{cp,1}) - G_Bb_{h1}(-\dot{\theta}_{ph,1}), \quad (3.44)$$

$$0 = (J_{h1} + ml_1^2)\ddot{\theta}_{h1} - k_{h1}\theta_{ph,1} + b_{h1}(-\dot{\theta}_{ph,1}) + mgl_1 \text{sen } \theta_{h1}. \quad (3.45)$$

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Para el segundo grado de libertad se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\tau_{m2} = J_{m2}\ddot{\theta}_{m2} + k_{g2}(\theta_{m2} - G\theta_{g2}) + b_{m2}\dot{\theta}_{m2} - b_{g2}(G\dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{m2}), \quad (3.46)$$

$$0 = J_{g2}\ddot{\theta}_{g2} - Gk_{g2}(\theta_{m2} - G\theta_{g2}) + k_{c2}(\theta_{g2} - \theta_{c2}) + Gb_{g2}(G\dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{m2}) - b_{c2}(\dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{g2}), \quad (3.47)$$

$$0 = J_{c2}\ddot{\theta}_{c2} - k_{c2}(\theta_{g2} - \theta_{c2}) + k_{p2}(\theta_{c2} - \theta_{p2}) + b_{c2}(\dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{g2}) - b_{p2}(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2}), \quad (3.48)$$

$$0 = J_{p2}\ddot{\theta}_{p2} - k_{p2}(\theta_{c2} - \theta_{p2}) + G_Bk_{h2}(G_B\theta_{p2} - \theta_{h2}) + b_{p2}(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2}) - G_Bb_{h2}(\dot{\theta}_{h2} - G_B\dot{\theta}_{p2}), \quad (3.49)$$

$$0 = (J_{h2} + m(l_1)^2)\ddot{\theta}_{h2} - k_{h2}(G_B\theta_{p2} - \theta_{h2}) + b_{h2}(\dot{\theta}_{h2} - G_B\dot{\theta}_{p2}) + mgl_1 \text{sen } \theta_{h2}. \quad (3.50)$$

Para simplificar la escritura y la interpretación de las ecuaciones dinámicas correspondientes al segundo grado de libertad, se definen nuevas variables que representan las diferencias angulares entre los elementos acoplados y sus respectivas velocidades angulares relativas. De esta manera, se evita la repetición de expresiones largas como $(\theta_{m2} - G\theta_{g2})$ o $(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2})$.

Las diferencias se indexan con el sufijo “2” para indicar que pertenecen al segundo grado de libertad, como se muestran a continuación:

$$\theta_{mg,2} = \theta_{m2} - G\theta_{g2}, \quad \dot{\theta}_{mg,2} = \dot{\theta}_{m2} - G\dot{\theta}_{g2}, \quad (3.51)$$

$$\theta_{gc,2} = \theta_{g2} - \theta_{c2}, \quad \dot{\theta}_{gc,2} = \dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{c2}, \quad (3.52)$$

$$\theta_{cp,2} = \theta_{c2} - \theta_{p2}, \quad \dot{\theta}_{cp,2} = \dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{p2}, \quad (3.53)$$

$$\theta_{ph,2} = G_B\theta_{p2} - \theta_{h2}, \quad \dot{\theta}_{ph,2} = G_B\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{h2}. \quad (3.54)$$

Con estas definiciones, las ecuaciones (3.46)-(3.50) se reescriben como:

$$\tau_{m2} = J_{m2}\ddot{\theta}_{m2} + k_{g2}\theta_{mg,2} + b_{m2}\dot{\theta}_{m2} - b_{g2}(-\dot{\theta}_{mg,2}), \quad (3.55)$$

$$0 = J_{g2}\ddot{\theta}_{g2} - Gk_{g2}\theta_{mg,2} + k_{c2}\theta_{gc,2} + Gb_{g2}(-\dot{\theta}_{mg,2}) - b_{c2}(-\dot{\theta}_{gc,2}), \quad (3.56)$$

$$0 = J_{c2}\ddot{\theta}_{c2} - k_{c2}\theta_{gc,2} + k_{p2}\theta_{cp,2} + b_{c2}(-\dot{\theta}_{gc,2}) - b_{p2}(-\dot{\theta}_{cp,2}), \quad (3.57)$$

$$0 = J_{p2}\ddot{\theta}_{p2} - k_{p2}\theta_{cp,2} + G_Bk_{h2}\theta_{ph,2} + b_{p2}(-\dot{\theta}_{cp,2}) - G_Bb_{h2}(-\dot{\theta}_{ph,2}), \quad (3.58)$$

$$0 = (J_{h2} + ml_1^2)\ddot{\theta}_{h2} - k_{h2}\theta_{ph,2} + b_{h2}(-\dot{\theta}_{ph,2}) + mgl_1 \text{sen } \theta_{h2}. \quad (3.59)$$

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Por último, para el tercer grado de libertad se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\tau_{m3} = J_{m3}\ddot{\theta}_{m3} + k_{g3}(\theta_{m3} - G\theta_{g3}) + b_{m3}\dot{\theta}_{m3} - b_{g3}(G\dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{m3}), \quad (3.60)$$

$$0 = J_{g3}\ddot{\theta}_{g3} - Gk_{g3}(\theta_{m3} - G\theta_{g3}) + k_{c3}(\theta_{g3} - \theta_{c3}) + Gb_{g3}(G\dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{m3}) - b_{c3}(\dot{\theta}_{c3} - \dot{\theta}_{g3}), \quad (3.61)$$

$$0 = \left(J_{c3} + m(l_1)^2 \cos^2 \varphi \right) \ddot{\theta}_{c3} - k_{c3}(\theta_{g3} - \theta_{c3}) + b_{c3}(\dot{\theta}_{c3} - \dot{\theta}_{g3}). \quad (3.62)$$

Con el objetivo de simplificar la notación y resaltar las relaciones angulares relativas entre los componentes del tercer grado de libertad, se definen las siguientes variables intermedias:

$$\theta_{mg,3} = \theta_{m3} - G\theta_{g3}, \quad \dot{\theta}_{mg,3} = \dot{\theta}_{m3} - G\dot{\theta}_{g3}, \quad (3.63)$$

$$\theta_{gc,3} = \theta_{g3} - \theta_{c3}, \quad \dot{\theta}_{gc,3} = \dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{c3}. \quad (3.64)$$

De esta manera, el modelo dinámico presentado en las ecuaciones (3.60)-(3.62) puede reescribirse de forma más compacta como:

$$\tau_{m3} = J_{m3}\ddot{\theta}_{m3} + k_{g3}\theta_{mg,3} + b_{m3}\dot{\theta}_{m3} + b_{g3}\dot{\theta}_{mg,3}, \quad (3.65)$$

$$0 = J_{g3}\ddot{\theta}_{g3} - Gk_{g3}\theta_{mg,3} + k_{c3}\theta_{gc,3} - Gb_{g3}\dot{\theta}_{mg,3} + b_{c3}\dot{\theta}_{gc,3}, \quad (3.66)$$

$$0 = \left(J_{c3} + m(l_1)^2 \cos^2 \varphi \right) \ddot{\theta}_{c3} - k_{c3}\theta_{gc,3} - b_{c3}\dot{\theta}_{gc,3}. \quad (3.67)$$

En este formato, los términos repetitivos que representan desplazamientos y velocidades relativas se expresan mediante $\theta_{mg,3}$ y $\theta_{gc,3}$, lo cual reduce la complejidad visual de las ecuaciones.

Tras haber desarrollado las ecuaciones dinámicas detalladamente, se presentan las versiones compactas de cada uno de los modelos correspondientes a los distintos grados de libertad. Estas representaciones condensan las expresiones anteriores mediante variables intermedias que simplifican los términos repetitivos, facilitando su manejo y comprensión.

El modelo compacto resultante, obtenido a partir del análisis dinámico del sistema, se presenta a continuación para cada uno de los tres grados de libertad considerados.

Primer grado de libertad

$$\tau_{m1} = J_{m1}\ddot{\theta}_{m1} + k_{g1}\theta_{mg,1} + b_{m1}\dot{\theta}_{m1} + b_{g1}\dot{\theta}_{mg,1}, \quad (3.41)$$

$$0 = J_{g1}\ddot{\theta}_{g1} - Gk_{g1}\theta_{mg,1} + k_{c1}\theta_{gc,1} - Gb_{g1}\dot{\theta}_{mg,1} - b_{c1}\dot{\theta}_{gc,1}, \quad (3.42)$$

$$0 = J_{c1}\ddot{\theta}_{c1} - k_{c1}\theta_{gc,1} + k_{p1}\theta_{cp,1} + b_{c1}\dot{\theta}_{gc,1} - b_{p1}\dot{\theta}_{cp,1}, \quad (3.43)$$

$$0 = J_{p1}\ddot{\theta}_{p1} - k_{p1}\theta_{cp,1} + G_Bk_{h1}\theta_{ph,1} + b_{p1}\dot{\theta}_{cp,1} - G_Bb_{h1}\dot{\theta}_{ph,1}, \quad (3.44)$$

$$0 = (J_{h1} + ml_1^2)\ddot{\theta}_{h1} - k_{h1}\theta_{ph,1} + b_{h1}\dot{\theta}_{ph,1} + mgl_1 \sin \theta_{h1}. \quad (3.45)$$

Segundo grado de libertad

$$\tau_{m2} = J_{m2}\ddot{\theta}_{m2} + k_{g2}\theta_{mg,2} + b_{m2}\dot{\theta}_{m2} + b_{g2}\dot{\theta}_{mg,2}, \quad (3.55)$$

$$0 = J_{g2}\ddot{\theta}_{g2} - Gk_{g2}\theta_{mg,2} + k_{c2}\theta_{gc,2} - Gb_{g2}\dot{\theta}_{mg,2} - b_{c2}\dot{\theta}_{gc,2}, \quad (3.56)$$

$$0 = J_{c2}\ddot{\theta}_{c2} - k_{c2}\theta_{gc,2} + k_{p2}\theta_{cp,2} + b_{c2}\dot{\theta}_{gc,2} - b_{p2}\dot{\theta}_{cp,2}, \quad (3.57)$$

$$0 = J_{p2}\ddot{\theta}_{p2} - k_{p2}\theta_{cp,2} + G_Bk_{h2}\theta_{ph,2} + b_{p2}\dot{\theta}_{cp,2} - G_Bb_{h2}\dot{\theta}_{ph,2}, \quad (3.58)$$

$$0 = (J_{h2} + ml_2^2)\ddot{\theta}_{h2} - k_{h2}\theta_{ph,2} + b_{h2}\dot{\theta}_{ph,2} + mgl_2 \sin \theta_{h2}. \quad (3.59)$$

Tercer grado de libertad

$$\tau_{m3} = J_{m3}\ddot{\theta}_{m3} + k_{g3}\theta_{mg,3} + b_{m3}\dot{\theta}_{m3} + b_{g3}\dot{\theta}_{mg,3}, \quad (3.65)$$

$$0 = J_{g3}\ddot{\theta}_{g3} - Gk_{g3}\theta_{mg,3} + k_{c3}\theta_{gc,3} - Gb_{g3}\dot{\theta}_{mg,3} - b_{c3}\dot{\theta}_{gc,3}, \quad (3.66)$$

$$0 = (J_{c3} + ml_1^2 \cos^2 \varphi) \ddot{\theta}_{c3} - k_{c3}\theta_{gc,3} - b_{c3}\dot{\theta}_{gc,3}. \quad (3.67)$$

Posteriormente, se introduce una representación alternativa y compacta del modelo dinámico en espacio de estados.

Esta representación no parte directamente de la notación simplificada anterior, sino que retoma las variables originales para definir el vector de estados, garantizando así una separación clara y adecuada de las variables para el análisis dinámico y la simulación.

3.4. Representación en espacio de estados

Se obtendrán las representaciones matriciales correspondientes a los tres grados de libertad del sistema.

La primera representación matricial se derivará a partir de la ecuación dinámica general que describe los modelos dinámicos de segundo orden, la cual se presenta a

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

continuación:

$$M\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + k\theta = \tau, \quad (3.68)$$

en esta ecuación, M representa la matriz de inercias, b corresponde a la matriz de coeficientes de fricción y k denota la matriz de rigidez del sistema. Además, los vectores involucrados incluyen $\ddot{\theta}$, que representa el vector de aceleraciones; $\dot{\theta}$, que corresponde al vector de velocidades; y θ , que describe el vector de posiciones.

3.4.1. Representación en espacio de estados del primer grado de libertad

Se inicia con el análisis del primer grado de libertad, considerando las Ecuaciones (3.32)-(3.36). A partir de estas, se obtiene la representación matricial de la ecuación dinámica general, la cual describe el modelo dinámico de segundo orden para este primer grado de libertad:

La matriz de inercias se define como:

$$M = \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{p1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{h1} + m(l_1)^2 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

El término de fricción $b(\dot{\theta})$ corresponde a:

$$\begin{bmatrix} b_{m1}\dot{\theta}_{m1} - b_{g1}(G\dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{m1}) \\ Gb_{g1}(G\dot{\theta}_{g1} - \dot{\theta}_{m1}) - b_{c1}(\dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{g1}) \\ b_{c1}(\dot{\theta}_{c1} - \dot{\theta}_{g1}) - b_{p1}(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1}) \\ b_{p1}(\dot{\theta}_{p1} - \dot{\theta}_{c1}) - G_B b_{h1}(\dot{\theta}_{h1} - G_B \dot{\theta}_{p1}) \\ b_{h1}(\dot{\theta}_{h1} - G_B \dot{\theta}_{p1}) \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

El vector de rigidez $k(\theta)$ se expresa como:

$$\begin{bmatrix} k_{g1}(\theta_{m1} - G\theta_{g1}) \\ -Gk_{g1}(\theta_{m1} - G\theta_{g1}) + k_{c1}(\theta_{g1} - \theta_{c1}) \\ -k_{c1}(\theta_{g1} - \theta_{c1}) + k_{p1}(\theta_{c1} - \theta_{p1}) \\ -k_{p1}(\theta_{c1} - \theta_{p1}) + G_B k_{h1}(G_B \theta_{p1} - \theta_{h1}) \\ -k_{h1}(G_B \theta_{p1} - \theta_{h1}) + mgl_1 \sin \theta_{h1} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

De este modo, se obtiene una formulación compacta que caracteriza el modelo dinámico acoplado correspondiente al primer grado de libertad. Esta expresión incor-

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

para las contribuciones de inercia, fricción y rigidez, las cuales están representadas mediante relaciones no lineales que dependen de las variables de posición y velocidad del sistema.

La ecuación dinámica asociada a este primer grado de libertad se presenta a continuación en su forma matricial expandida, como sigue:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{bmatrix} J_{m1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{p1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{h1} + m(l_1)^2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de inercia } M} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{m1} \\ \ddot{\theta}_{g1} \\ \ddot{\theta}_{c1} \\ \ddot{\theta}_{p1} \\ \ddot{\theta}_{h1} \end{bmatrix} \\
 & + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{m1} + b_{g1} & -Gb_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ -Gb_{g1} & G^2b_{g1} + b_{c1} & -b_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & -b_{c1} & b_{c1} + b_{p1} & -b_{p1} & 0 \\ 0 & 0 & -b_{p1} & b_{p1} + G_Bb_{h1} & -G_Bb_{h1} \\ 0 & 0 & 0 & -G_Bb_{h1} & b_{h1} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de fricción } b} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{m1} \\ \dot{\theta}_{g1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{\theta}_{p1} \\ \dot{\theta}_{h1} \end{bmatrix} \\
 & + \underbrace{\begin{bmatrix} k_{g1} & -Gk_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ -Gk_{g1} & G^2k_{g1} + k_{c1} & -k_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{c1} & k_{c1} + k_{p1} & -k_{p1} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{p1} & k_{p1} + (G_B)^2k_{h1} & -G_Bk_{h1} \\ 0 & 0 & 0 & -G_Bk_{h1} & k_{h1} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rigidez } k} \begin{bmatrix} \theta_{m1} \\ \theta_{g1} \\ \theta_{c1} \\ \theta_{p1} \\ \theta_{h1} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ mgl_1 \sin(\theta_{h1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{m1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.72}
 \end{aligned}$$

Luego, se realiza un cambio de variable para expresar el sistema en espacio de estados, definido de la siguiente manera en la Tabla 3.4:

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Variables de estado	
$x_1 = \theta_{m1}$	$\dot{x}_1 = \dot{\theta}_{m1} = x_6$
$x_2 = \theta_{g1}$	$\dot{x}_2 = \dot{\theta}_{g1} = x_7$
$x_3 = \theta_{c1}$	$\dot{x}_3 = \dot{\theta}_{c1} = x_8$
$x_4 = \theta_{p1}$	$\dot{x}_4 = \dot{\theta}_{p1} = x_9$
$x_5 = \theta_{h1}$	$\dot{x}_5 = \dot{\theta}_{h1} = x_{10}$
$x_6 = \dot{\theta}_{m1}$	$\dot{x}_6 = \ddot{\theta}_{m1}$
$x_7 = \dot{\theta}_{g1}$	$\dot{x}_7 = \ddot{\theta}_{g1}$
$x_8 = \dot{\theta}_{c1}$	$\dot{x}_8 = \ddot{\theta}_{c1}$
$x_9 = \dot{\theta}_{p1}$	$\dot{x}_9 = \ddot{\theta}_{p1}$
$x_{10} = \dot{\theta}_{h1}$	$\dot{x}_{10} = \ddot{\theta}_{h1}$

Tabla 3.4: Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del primer grado de libertad.

Tras realizar el cambio de variables para definir el conjunto de variables de estado, se expresa el modelo dinámico del primer grado de libertad mediante ecuaciones equivalentes a la representación en espacio de estados;

$$\dot{x}_1 = x_6, \quad (3.73)$$

$$\dot{x}_2 = x_7, \quad (3.74)$$

$$\dot{x}_3 = x_8, \quad (3.75)$$

$$\dot{x}_4 = x_9, \quad (3.76)$$

$$\dot{x}_5 = x_{10}, \quad (3.77)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{\tau_{m1} - k_{g1}(x_1 - Gx_2) - b_{m1}x_6 + b_{g1}(Gx_7 - x_6)}{J_{m1}}, \quad (3.78)$$

$$\dot{x}_7 = \frac{Gk_{g1}(x_1 - Gx_2) - k_{c1}(x_2 - x_3) - Gb_{g1}(Gx_7 - x_6) + b_{c1}(x_8 - x_7)}{J_{g1}}, \quad (3.79)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{k_{c1}(x_2 - x_3) - k_{p1}(x_3 - x_4) - b_{c1}(x_8 - x_7) + b_{p1}(x_9 - x_8)}{J_{c1}}, \quad (3.80)$$

$$\dot{x}_9 = \frac{k_{p1}(x_3 - x_4) - G_B k_{h1}(G_B x_4 - x_5) - b_{p1}(x_9 - x_8) + G_B b_{h1}(x_{10} - G_B x_9)}{J_{p1}}, \quad (3.81)$$

$$\dot{x}_{10} = \frac{k_{h1}(G_B x_4 - x_5) - b_{h1}(x_{10} - G_B x_9) - mgl_1 \text{sen}(x_5)}{J_{h1} + m(l_1)^2}. \quad (3.82)$$

3.4.2. Representación en espacio de estados del segundo grado de libertad

Seguidamente, se obtiene la representación matricial del segundo grado de libertad, partiendo de las Ecuaciones (3.46)-(3.50).

La matriz de inercias se define como:

$$M = \begin{bmatrix} J_{m2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{h2} + m(l_1)^2 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

El término de fricción $b(\dot{\theta})$ corresponde a:

$$\begin{bmatrix} b_{m2}\dot{\theta}_{m2} - b_{g2}(G\dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{m2}) \\ Gb_{g2}(G\dot{\theta}_{g2} - \dot{\theta}_{m2}) - b_{c2}(\dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{g2}) \\ b_{c2}(\dot{\theta}_{c2} - \dot{\theta}_{g2}) - b_{p2}(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2}) \\ b_{p2}(\dot{\theta}_{p2} - \dot{\theta}_{c2}) - G_B b_{h2}(\dot{\theta}_{h2} - G_B \dot{\theta}_{p2}) \\ b_{h2}(\dot{\theta}_{h2} - G_B \dot{\theta}_{p2}) \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

El vector de rigidez $k(\theta)$ se expresa como:

$$\begin{bmatrix} k_{g2}(\theta_{m2} - G\theta_{g2}) \\ -Gk_{g2}(\theta_{m2} - G\theta_{g2}) + k_{c2}(\theta_{g2} - \theta_{c2}) \\ -k_{c2}(\theta_{g2} - \theta_{c2}) + k_{p2}(\theta_{c2} - \theta_{p2}) \\ -k_{p2}(\theta_{c2} - \theta_{p2}) + G_B k_{h2}(G_B \theta_{p2} - \theta_{h2}) \\ -k_{h2}(G_B \theta_{p2} - \theta_{h2}) + mgl_1 \sin \theta_{h2} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Es así, como se obtiene una expresión compacta que describe el modelo dinámico acoplado del sistema correspondiente al segundo grado de libertad, integrando inercia, fricción y rigidez.

A continuación, se presenta la ecuación dinámica correspondiente al segundo grado de libertad, expresada en su forma matricial expandida, con el propósito de visualizar de manera clara la estructura del modelo y las relaciones entre los distintos componentes que intervienen en el comportamiento del sistema:

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{bmatrix} J_{m2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{h2} + m(l_1)^2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de inercia } M} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{m2} \\ \ddot{\theta}_{g2} \\ \ddot{\theta}_{c2} \\ \ddot{\theta}_{p2} \\ \ddot{\theta}_{h2} \end{bmatrix} \\
 & + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{m2} + b_{g2} & -Gb_{g2} & 0 & 0 & 0 \\ -Gb_{g2} & G^2b_{g2} + b_{c2} & -b_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & -b_{c2} & b_{c2} + b_{p2} & -b_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & -b_{p2} & b_{p2} + G_B b_{h2} & -G_B b_{h2} \\ 0 & 0 & 0 & -G_B b_{h2} & b_{h2} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de fricción } b} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{m2} \\ \dot{\theta}_{g2} \\ \dot{\theta}_{c2} \\ \dot{\theta}_{p2} \\ \dot{\theta}_{h2} \end{bmatrix} \\
 & + \underbrace{\begin{bmatrix} k_{g2} & -Gk_{g2} & 0 & 0 & 0 \\ -Gk_{g2} & G^2k_{g2} + k_{c2} & -k_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{c2} & k_{c2} + k_{p2} & -k_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{p2} & k_{p2} + (G_B)^2 k_{h2} & -G_B k_{h2} \\ 0 & 0 & 0 & -G_B k_{h2} & k_{h2} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rigidez } k} \begin{bmatrix} \theta_{m2} \\ \theta_{g2} \\ \theta_{c2} \\ \theta_{p2} \\ \theta_{h2} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ mgl_1 \text{sen}(\theta_{h2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{m2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.86}
 \end{aligned}$$

Posteriormente, se lleva a cabo un cambio de variable con el objetivo de reescribir el sistema dinámico en su representación en espacio de estados. Este cambio permite transformar las ecuaciones diferenciales originales en un sistema de ecuaciones de primer orden, facilitando su análisis y simulación. Las nuevas variables utilizadas en esta representación se definen en la Tabla 3.5.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Variables de estado	
$x_1 = \theta_{m2}$	$\dot{x}_1 = \dot{\theta}_{m2} = x_6$
$x_2 = \theta_{g2}$	$\dot{x}_2 = \dot{\theta}_{g2} = x_7$
$x_3 = \theta_{c2}$	$\dot{x}_3 = \dot{\theta}_{c2} = x_8$
$x_4 = \theta_{p2}$	$\dot{x}_4 = \dot{\theta}_{p2} = x_9$
$x_5 = \theta_{h2}$	$\dot{x}_5 = \dot{\theta}_{h2} = x_{10}$
$x_6 = \dot{\theta}_{m2}$	$\dot{x}_6 = \ddot{\theta}_{m2}$
$x_7 = \dot{\theta}_{g2}$	$\dot{x}_7 = \ddot{\theta}_{g2}$
$x_8 = \dot{\theta}_{c2}$	$\dot{x}_8 = \ddot{\theta}_{c2}$
$x_9 = \dot{\theta}_{p2}$	$\dot{x}_9 = \ddot{\theta}_{p2}$
$x_{10} = \dot{\theta}_{h2}$	$\dot{x}_{10} = \ddot{\theta}_{h2}$

Tabla 3.5: Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del segundo grado de libertad.

Definido el conjunto de variables de estado mediante el cambio de variables, se expresa el modelo dinámico del segundo grado de libertad como un sistema de ecuaciones en espacio de estados;

$$\dot{x}_1 = x_6, \quad (3.87)$$

$$\dot{x}_2 = x_7, \quad (3.88)$$

$$\dot{x}_3 = x_8, \quad (3.89)$$

$$\dot{x}_4 = x_9, \quad (3.90)$$

$$\dot{x}_5 = x_{10}, \quad (3.91)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{\tau_{m2} - k_{g2}(x_1 - Gx_2) - b_{m2}x_6 + b_{g2}(Gx_7 - x_6)}{J_{m2}}, \quad (3.92)$$

$$\dot{x}_7 = \frac{Gk_{g2}(x_1 - Gx_2) - k_{c2}(x_2 - x_3) - Gb_{g2}(Gx_7 - x_6) + b_{c2}(x_8 - x_7)}{J_{g2}}, \quad (3.93)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{k_{c2}(x_2 - x_3) - k_{p2}(x_3 - x_4) - b_{c2}(x_8 - x_7) + b_{p2}(x_9 - x_8)}{J_{c2}}, \quad (3.94)$$

$$\dot{x}_9 = \frac{k_{p2}(x_3 - x_4) - G_B k_{h2}(G_B x_4 - x_5) - b_{p2}(x_9 - x_8) + G_B b_{h2}(x_{10} - G_B x_9)}{J_{p2}}, \quad (3.95)$$

$$\dot{x}_{10} = \frac{k_{h2}(G_B x_4 - x_5) - b_{h2}(x_{10} - G_B x_9) - mgl_1 \text{sen}(x_5)}{J_{h2} + m(l_1)^2}. \quad (3.96)$$

3.4.3. Representación en espacio de estados del tercer grado de libertad

Por último, se lleva a cabo el análisis del tercer grado de libertad, considerando las ecuaciones (3.60)–(3.62). A partir de estas, se obtiene la representación matricial de la ecuación dinámica general que describe el modelo dinámico para el tercer grado de libertad. La matriz de inercias se define de la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} J_{m3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{c3} + m(l_1)^2(\cos \varphi)^2 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

El término de fricción $b(\dot{\theta})$ corresponde a:

$$\begin{bmatrix} b_{m3}\dot{\theta}_{m3} - b_{g3}(G\dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{m3}) \\ Gb_{g3}(G\dot{\theta}_{g3} - \dot{\theta}_{m3}) - b_{c3}(\dot{\theta}_{c3} - \dot{\theta}_{g3}) \\ b_{c3}(\dot{\theta}_{c3} - \dot{\theta}_{g3}) \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

El vector de rigidez $k(\theta)$ se expresa como:

$$\begin{bmatrix} k_{g3}(\theta_{m3} - G\theta_{g3}) \\ -Gk_{g3}(\theta_{m3} - G\theta_{g3}) + k_{c3}(\theta_{g3} - \theta_{c3}) \\ -k_{c3}(\theta_{g3} - \theta_{c3}) \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Por consiguiente se obtiene una expresión que describe el modelo dinámico del tercer grado de libertad, integrando inercias, fricciones y rigidez.

La ecuación dinámica del sistema para el tercer grado de libertad es la siguiente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} J_{m3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{g3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{c3} + m(l_1)^2(\cos \varphi)^2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de inercia } M} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{m3} \\ \ddot{\theta}_{g3} \\ \ddot{\theta}_{c3} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{m3} + b_{g3} & -Gb_{g3} & 0 \\ -Gb_{g3} & G^2b_{g3} + b_{c3} & -b_{c3} \\ 0 & -b_{c3} & b_{c3} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de fricción } b} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{m3} \\ \dot{\theta}_{g3} \\ \dot{\theta}_{c3} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_{g3} & -Gk_{g3} & 0 \\ -Gk_{g3} & G^2k_{g3} + k_{c3} & -k_{c3} \\ 0 & -k_{c3} & k_{c3} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rigidez } k} \begin{bmatrix} \theta_{m3} \\ \theta_{g3} \\ \theta_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{m3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Después, se realiza un cambio de variable para expresar el sistema en espacio de estados, definido de la siguiente manera en la Tabla 3.6:

Variables de estado	
$x_1 = \theta_{m3}$	$\dot{x}_1 = \dot{\theta}_{m3} = x_4$
$x_2 = \theta_{g3}$	$\dot{x}_2 = \dot{\theta}_{g3} = x_5$
$x_3 = \theta_{c3}$	$\dot{x}_3 = \dot{\theta}_{c3} = x_6$
$x_4 = \dot{\theta}_{m3}$	$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}_{m3}$
$x_5 = \dot{\theta}_{g3}$	$\dot{x}_5 = \ddot{\theta}_{g3}$
$x_6 = \dot{\theta}_{c3}$	$\dot{x}_6 = \ddot{\theta}_{c3}$

Tabla 3.6: Cambio de variable para el modelo dinámico de segundo orden del tercer grado de libertad.

A continuación, se detallan las ecuaciones diferenciales resultantes de la representación en espacio de estados para el tercer grado de libertad;

$$\dot{x}_1 = x_4, \quad (3.101)$$

$$\dot{x}_2 = x_5, \quad (3.102)$$

$$\dot{x}_3 = x_6, \quad (3.103)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\tau_{m3} - k_{g3}(x_1 - Gx_2) - b_{m3}x_4 + b_{g3}(Gx_5 - x_4)}{J_{m3}}, \quad (3.104)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{Gk_{g3}(x_1 - Gx_2) - k_{c3}(x_2 - x_3) - Gb_{g3}(Gx_5 - x_4) + b_{c3}(x_6 - x_5)}{J_{g3}}, \quad (3.105)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{k_{c3}(x_2 - x_3) - b_{c3}(x_6 - x_5)}{J_{c3} + m(l_1)^2(\cos(\varphi))^2}. \quad (3.106)$$

$$(3.107)$$

Planteado el modelo dinámico en espacio de estados, se procede a validar su comportamiento mediante simulaciones para cada grado de libertad.

Esta representación no solo resulta más clara desde el punto de vista visual y estructural, sino que también permitió una reducción significativa en los tiempos de simulación, optimizando considerablemente el proceso de validación del modelo.

3.5. Simulaciones del modelo dinámico

Se ha elegido el software Matlab para simular el comportamiento del modelo dinámico implementando un control de posición. El control de posición es una de las estrategias fundamentales en sistemas mecatrónicos y robóticos, permitiendo que un actuador alcance y mantenga una posición deseada con la menor desviación posible [22].

Para el robot de tres grados de libertad, el control de posición consiste en comparar continuamente la posición actual del sistema con una señal de referencia, generando una acción de control que minimiza la diferencia entre la posición deseada y la posición real.

A continuación, se presenta el control de posición proporcional-derivativo del robot, basado en una tangente hiperbólica, lo que permite mantener la acción de control dentro de límites seguros para evitar sobrecargar los motores y garantizar un torque adecuado.

El diagrama a bloques de la Figura 3.9 muestra la lógica utilizada para el cierre de los lazos de control del sistema, permitiendo visualizar la relación entre los distintos componentes y su interacción en la regulación del sistema.

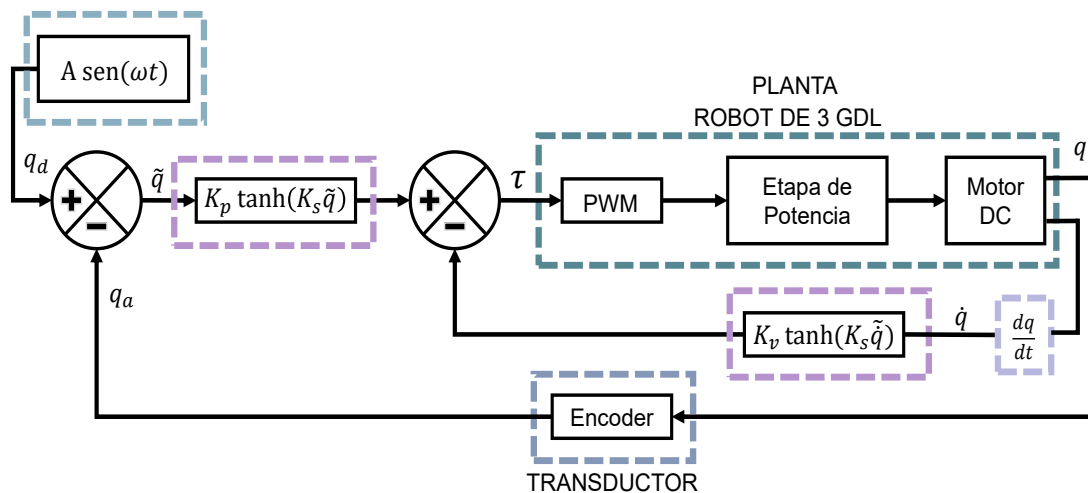


Figura 3.9: Lazo cerrado de control de posición con retroalimentación de posición y de velocidad.

En el diagrama de bloques anterior se observa la retroalimentación de posición y velocidad del robot de tres grados de libertad, con lo que se obtiene la siguiente ley

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

de control:

$$\tau = K_p \tanh(K_s \tilde{q}) - K_v \tanh(K_s \dot{\tilde{q}}), \quad (3.108)$$

donde K_p representa la ganancia proporcional, K_v corresponde a la ganancia derivativa, y K_s es la pendiente asociada a la función tangente hiperbólica, la cual modula la no linealidad del control. La variable \tilde{q} denota el error de posición, definido como $\tilde{q} = q_d - q_a$, donde q_d es la posición deseada y q_a la posición actual. Por su parte, $\dot{\tilde{q}}$ representa el error de velocidad, es decir, la diferencia entre la velocidad deseada y la velocidad actual.

Antes de realizar la simulación del modelo dinámico del robot, se tomaron como base los parámetros propuestos en [23], a partir de estos valores iniciales, se realizó un proceso de sintonización de ciertos parámetros con el objetivo de mejorar la respuesta del sistema.

Entre los parámetros ajustados se encuentran las ganancias del controlador, así como valores asociados a la fricción viscosa, la inercia y la rigidez del sistema. Los ajustes se realizaron iterativamente durante las simulaciones, analizando la respuesta del sistema ante diferentes configuraciones.

Una vez definidos los parámetros del modelo y realizada la sintonización correspondiente, se simuló el comportamiento del robot con el control de posición implementado. La referencia aplicada en cada grado de libertad fue una señal senoidal, y se empleó un controlador PD con función tangente hiperbólica [19], adaptado a las características dinámicas de cada articulación.

En cada simulación se presentan las gráficas de posición y velocidad angular, además, se especifican los parámetros sintonizados para cada caso.

3.5.1. Simulación del primer grado de libertad

Este grado de libertad corresponde al movimiento de flexión y extensión. Se aplicó una señal senoidal con un rango de $\pm 30^\circ$, con una duración de 20 segundos por ciclo.

La ley de control proporcional-derivativa (PD) con función tangente hiperbólica fue sintonizada con una ganancia proporcional de $K_p = 0.75$ y una ganancia derivativa de $K_v = 0.06$, las cuales permitieron obtener un balance adecuado para la estabilidad en el control del sistema.

Además, se ajustaron algunos parámetros del modelo dinámico para lograr una mayor aproximación al comportamiento deseado. La Tabla 3.7 muestra los valores utilizados en la simulación.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

Constantes	Valor	Descripción
J_{m1}	0.000001965	Inercia del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{g1}	0.00000125	Inercia del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{c1}	0.0000045	Inercia del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{p1}	0.000001359701	Inercia del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{h1}	0.000274605	Inercia del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
k_{g1}	116200.45	Rigidez del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{c1}	8500	Rigidez del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{p1}	2463183.2	Rigidez del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{h1}	477665	Rigidez del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
b_{m1}	0.0015	Coefficiente de fricción del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{g1}	0.002	Coefficiente de fricción del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{c1}	0.002	Coefficiente de fricción del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{p1}	0.002	Coefficiente de fricción del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{h1}	0.004	Coefficiente de fricción del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
G	131.25	Ganancia del reductor [u.a.]
G_B	2	Ganancia del segundo reductor [u.a.]
m	2	Masa de la cabeza [kg]
l_1	0.16	Distancia del origen al centro de masa [m]

Tabla 3.7: Parámetros ajustados para el primer grado de libertad.

Con estos parámetros, se implementó la simulación del movimiento de flexión-extensión, correspondiente al primer grado de libertad.

La Figura 3.10 muestra el desempeño del sistema ante una señal de referencia periódica, entendida como la trayectoria deseada que el controlador debe seguir y que se repite de manera regular en el tiempo. En este caso, como se mencionó previamente, corresponde a una señal senoidal con amplitud de 60° (equivalente a un rango de

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

movimiento de $\pm 60^\circ$) y un periodo de 20 segundos por ciclo. La respuesta presenta buena correspondencia con la entrada deseada, y la gráfica corresponde únicamente a la respuesta simulada del modelo dinámico.

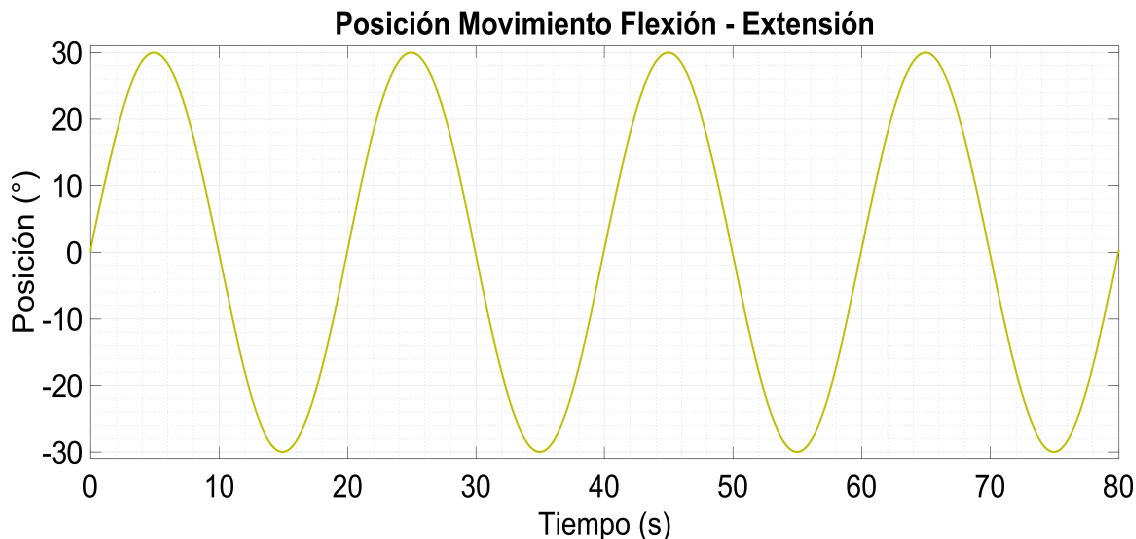


Figura 3.10: Simulación del control de posición del primer grado de libertad.

En la Figura 3.11 se observa cómo la acción derivativa del controlador contribuye a regular los cambios de velocidad de forma progresiva, evitando respuestas impulsivas. La velocidad angular sigue una tendencia periódica con transiciones suaves, lo que valida el correcto funcionamiento de la estructura PD frente a entradas senoidales.

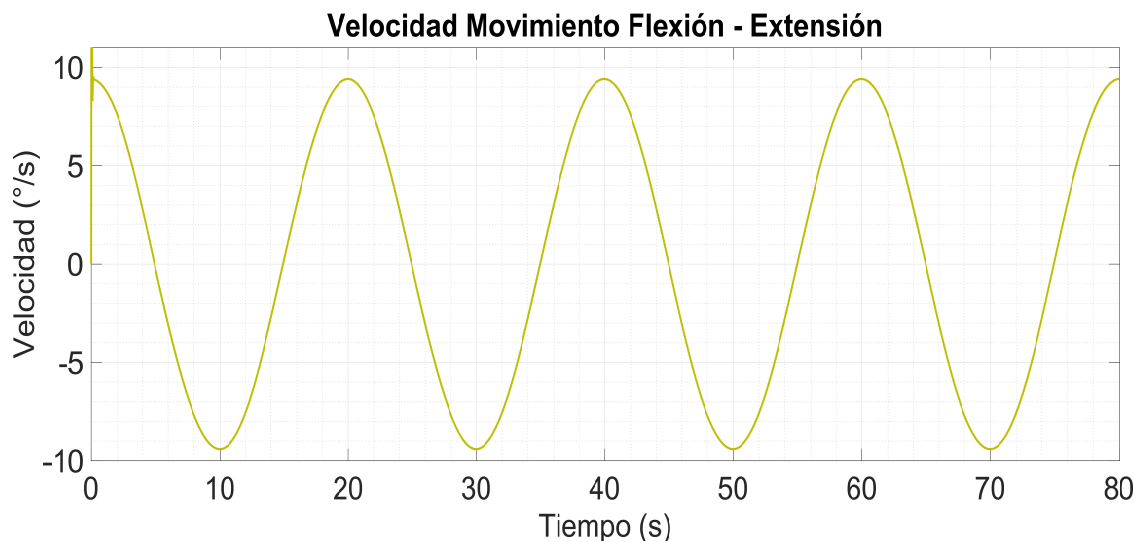


Figura 3.11: Velocidad del primer grado de libertad.

3.5.2. Simulación del segundo grado de libertad

Este grado de libertad describe un movimiento bilateral con un rango de $\pm 15^\circ$, generado mediante una señal senoidal de periodo 15 segundos por ciclo. La ley de control proporcional-derivativa (PD) con función tangente hiperbólica fue sintonizada con una ganancia proporcional $K_p = 0.18$ y una ganancia derivativa $K_v = 0.06$.

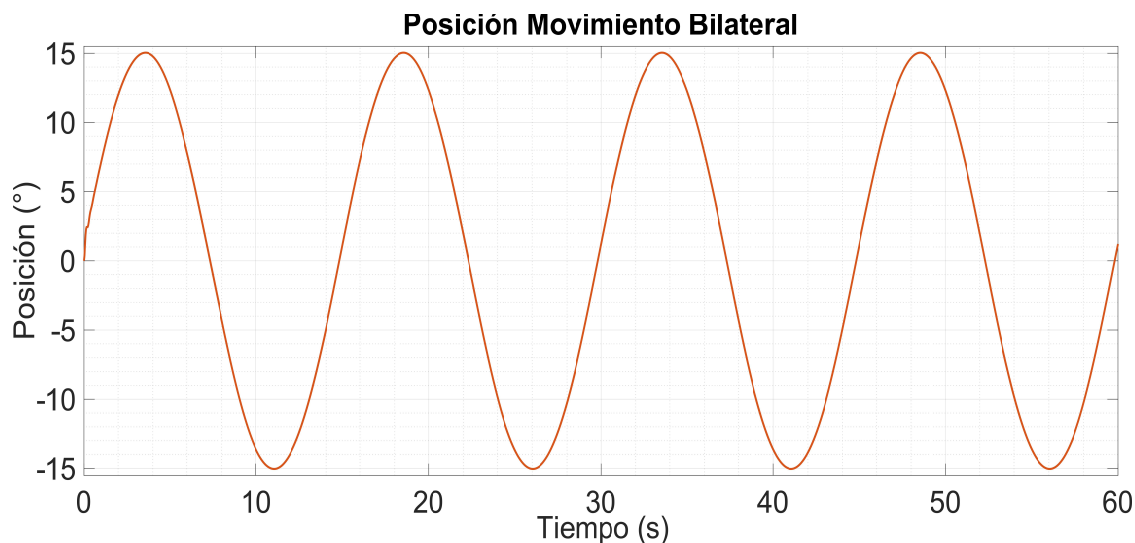


Figura 3.12: Simulación del control de posición del segundo grado de libertad.

La respuesta de posición de la Figura 3.12, obtenida mediante simulación del modelo dinámico, sigue adecuadamente la señal deseada, mostrando un comportamiento estable a lo largo de los ciclos simulados.

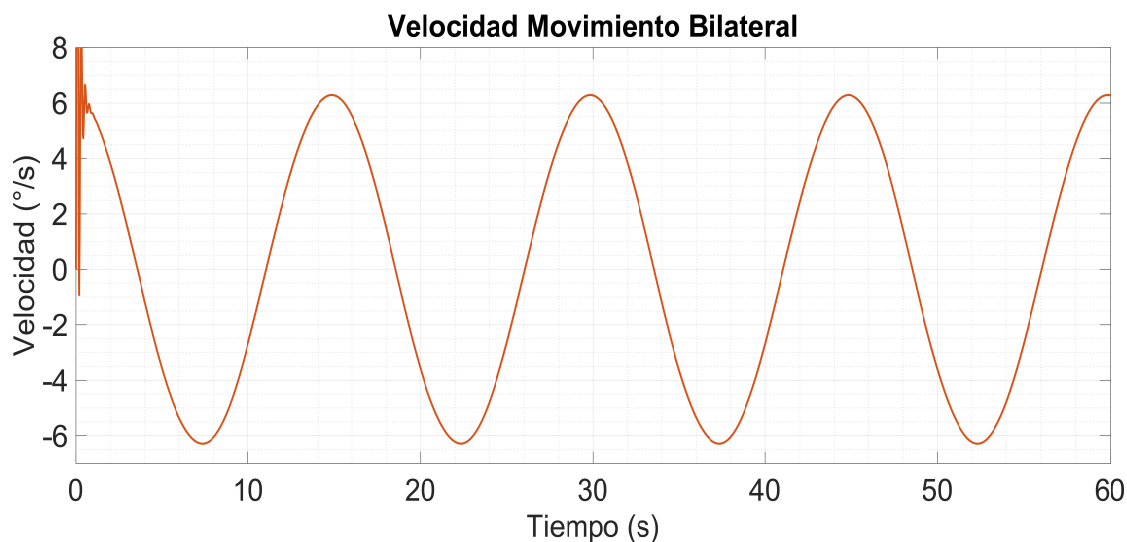


Figura 3.13: Velocidad del segundo grado de libertad.

CAPÍTULO 3 . MÓDELO DINÁMICO

De acuerdo con la velocidad angular obtenida en la Figura 3.13, la respuesta simulada del modelo dinámico presenta un comportamiento periódico, sin fluctuaciones bruscas ni irregularidades.

Adicionalmente, algunos parámetros del modelo dinámico fueron sintonizados, estos valores ajustados se muestran en la Tabla 3.8.

Constantes	Valor	Descripción
J_{m2}	0.000001965	Inercia del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{g2}	0.00000125	Inercia del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{c2}	0.0000045	Inercia del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{p2}	0.000001359701	Inercia del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{h2}	0.000274605	Inercia del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
k_{g2}	116200.45	Rigidez del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{c2}	8500	Rigidez del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{p2}	2463183.2	Rigidez del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{h2}	477665	Rigidez del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
b_{m2}	0.001	Coefficiente de fricción del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{g2}	0.002	Coefficiente de fricción del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{c2}	0.002	Coefficiente de fricción del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{p2}	0.002	Coefficiente de fricción del segundo reductor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{h2}	0.01	Coefficiente de fricción del segundo cople $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
G	131.25	Ganancia del reductor [u.a.]
G_B	2	Ganancia del segundo reductor [u.a.]
m	2	Masa de la cabeza [kg]
l_1	0.16	Distancia del origen al centro de masa [m]

Tabla 3.8: Parámetros ajustados para el segundo grado de libertad.

3.5.3. Simulación del tercer grado de libertad

El tercer grado de libertad corresponde al movimiento rotacional del cuello. De igual manera, se aplicó una señal senoidal con un rango de movimiento de $\pm 58^\circ$.

La ley de control proporcional-derivativa (PD) con función tangente hiperbólica fue sintonizada con una ganancia proporcional $K_p = 0.08$ y una ganancia derivativa $K_v = 0.06$.

Los parámetros del modelo también se ajustaron, como se indica en la Tabla 3.9.

Constantes	Valor	Descripción
J_{m3}	0.000001965	Inercia del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{g3}	0.00000125	Inercia del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
J_{c3}	0.0000045	Inercia del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}}\right]$
k_{g3}	116200.45	Rigidez del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
k_{c3}	2500	Rigidez del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{rad}}\right]$
b_{m3}	0.0015	Coefficiente de fricción del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{g3}	0.00025	Coefficiente de fricción del reductor del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
b_{c3}	0.00025	Coefficiente de fricción del cople del motor $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}\cdot\text{rad}}\right]$
G	131.25	Ganancia del reductor [u.a.]
m	2	Masa de la cabeza [kg]
l_1	0.16	Distancia del origen al centro de masa [m]

Tabla 3.9: Parámetros sintonizados para el tercer grado de libertad.

Para evaluar el desempeño del sistema de control propuesto, se realizaron las simulaciones respectivas al movimiento rotacional.

La respuesta de posición simulada en la Figura 3.14 sigue con precisión la señal de referencia senoidal aplicada, de amplitud $\pm 58^\circ$ y periodo de 20 segundos por ciclo, manteniéndose dentro del rango de movimiento deseado. Esto indica una sintonización acertada del controlador.

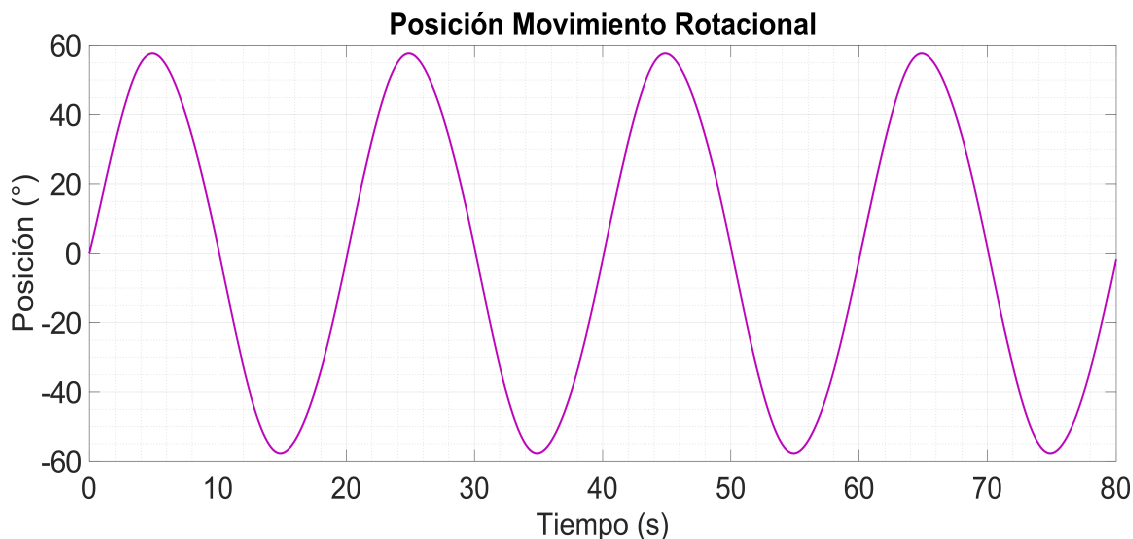


Figura 3.14: Simulación del control de posición del tercer grado de libertad.

La gráfica de velocidad de la Figura 3.15 muestra un comportamiento suave, lo cual sugiere que la sintonización adecuada de los parámetros dinámicos del sistema y de las ganancias del controlador de posición ha permitido una respuesta estable.

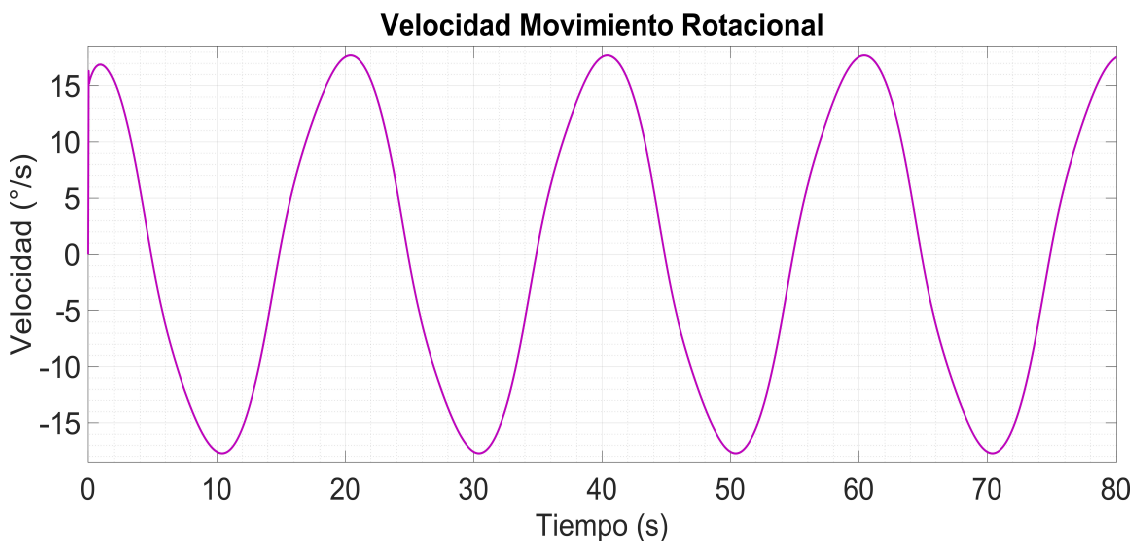


Figura 3.15: Simulación de la velocidad del tercer grado de libertad.

3.6. Conclusiones

En las gráficas presentadas para cada uno de los tres grados de libertad, se puede observar que el sistema logra un seguimiento adecuado de la señal senoidal de referencia en términos de posición. Los controladores fueron sintonizados para alcanzar los rangos de movimiento deseados, que corresponden a aproximadamente $\pm 30^\circ$ para el primer grado de libertad (flexión-extensión), $\pm 15^\circ$ para el segundo (bilateral) y $\pm 58^\circ$ para el tercero (rotacional). Estos rangos fueron definidos con base en los requerimientos funcionales del robot y se mantuvieron consistentes durante la simulación.

Los resultados muestran que, con las ganancias PD adecuadas y los parámetros dinámicos ajustados, la trayectoria deseada se sigue con una buena precisión en todos los casos.

Este proceso de simulación y sintonización sirvió como base para la implementación experimental, garantizando que la estrategia de control se encuentre correctamente afinada antes de su validación práctica.

Capítulo 4

Electrónica del sistema mecatrónico

La estructura electrónica del robot se organiza en diferentes niveles (Figura 4.1), comenzando con una fuente de alimentación encargada de suministrar energía a todos los componentes electrónicos del sistema. En el nivel siguiente, se encuentra la etapa de potencia, compuesta por tres puentes H. Posteriormente se ubica la tarjeta de desarrollo implementada, que es una FPGA DE0-CV, que integra un módulo Wi-Fi, permitiendo el envío y la recepción de señales destinadas para el control del robot.

Todos estos elementos están distribuidos de manera ordenada en niveles y montados sobre una estructura de acrílico, diseñada para ofrecer protección y garantizar la seguridad durante el transporte de la electrónica. Esta estructura tiene unas dimensiones aproximadas de 29cm de altura, 14cm de ancho y 15.5cm de profundidad, y un peso total de 1.985kg.

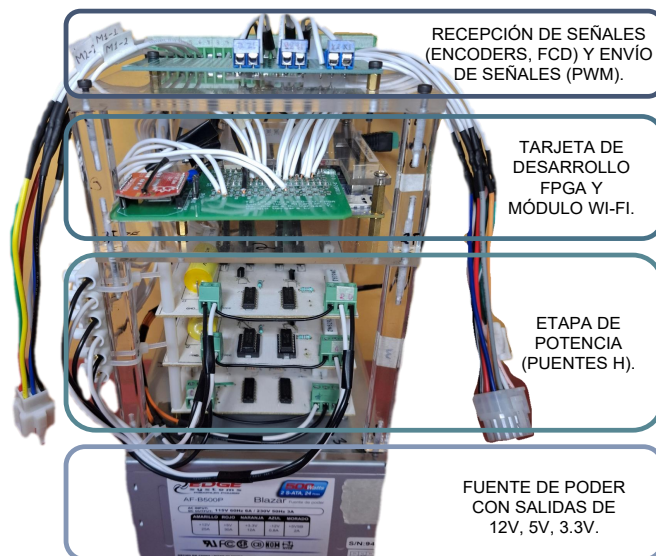


Figura 4.1: Electrónica del sistema mecatrónico.

4.1. Estado inicial de la electrónica

La configuración inicial de la electrónica del sistema mecatrónico estaba compuesta por una tarjeta destinada al acoplamiento de señales provenientes de los fines de carrera hacia la FPGA, además de incluir un espacio de conexión para el módulo Wi-Fi y una clema para concentrar las señales PWM generadas por los tres puentes H de la etapa de potencia, ubicada en un nivel inferior a la FPGA.

Tal como se muestra en la Figura 4.2, la estructura presentaba diversas deficiencias, entre ellas un cableado realizado con jumpers frágiles, lo que provocaba desconexiones frecuentes o falsos contactos durante el transporte. Adicionalmente, la etapa de potencia mostraba fallos en su funcionamiento, y la fuente de alimentación estaba físicamente separada de la estructura principal, complicando su manejo y transporte. Estas condiciones reflejaban la necesidad de realizar ajustes significativos en la estructura electrónica.

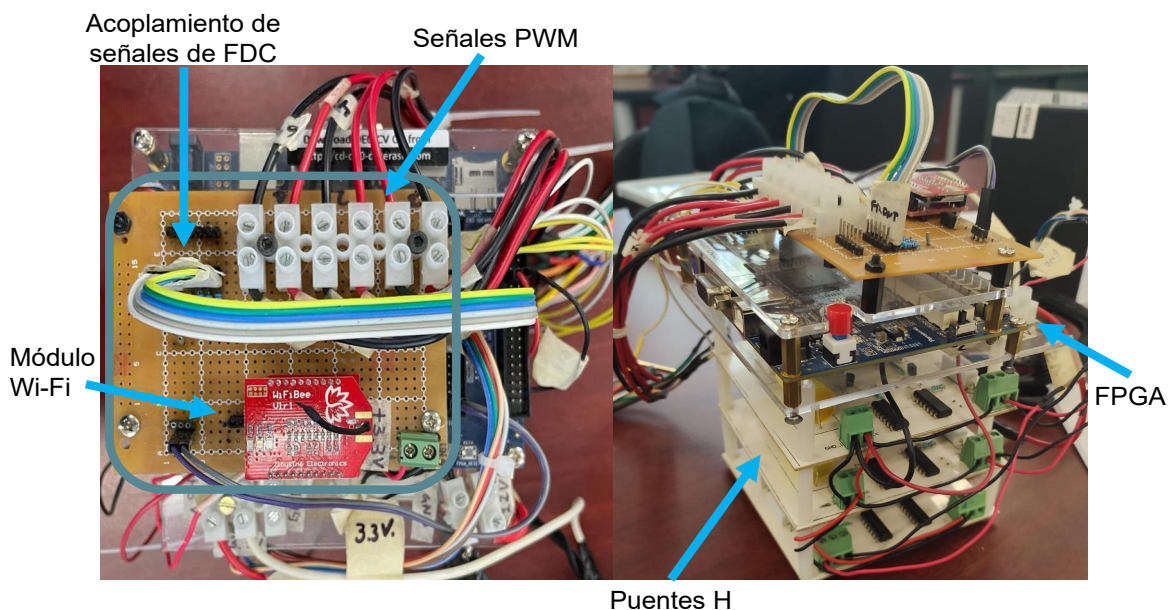


Figura 4.2: Electrónica inicial del sistema mecatrónico.

4.2. Proceso de actualización

Con base en lo anteriormente expuesto, se propone llevar a cabo mejoras en la estructura electrónica inicial. Estas mejoras incluyen la reorganización y optimización de las conexiones eléctricas mediante un recableado completo, así como ajustes generales destinados a mejorar el desempeño del sistema.

4.2.1. Integración del módulo Wi-Fi

El proceso de integración del módulo Wi-Fi a la FPGA se llevó a cabo utilizando una tarjeta hija de expansión de puertos, diseñada para fijar de manera segura el módulo Wi-Fi y garantizar la estabilidad de las conexiones provenientes de la FPGA.

Como paso inicial en la preparación de la tarjeta hija, se instaló en su parte inferior un plano de tierra, que consiste en una pequeña lámina de cobre, con el objetivo de minimizar posibles interferencias en el módulo Wi-Fi. Posteriormente, se procedió a soldar las conexiones necesarias de la FPGA, siguiendo el mapeo de las entradas y salidas correspondientes a ocupar de la tarjeta hija (Figura 4.3).

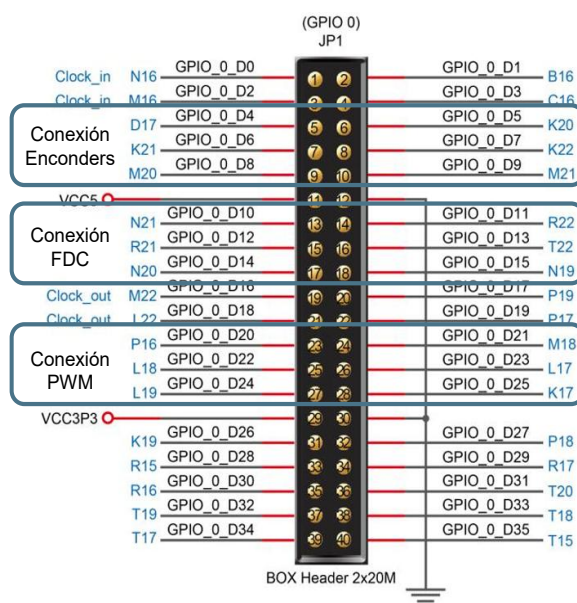


Figura 4.3: Conexión de pines correspondientes entre la FPGA y la tarjeta hija.

Finalmente, el módulo Wi-Fi se fijó cuidadosamente a la tarjeta hija, asegurando su estabilidad para evitar desconexiones o fallos en la comunicación con la FPGA, como se puede ver en la Figura 4.4.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

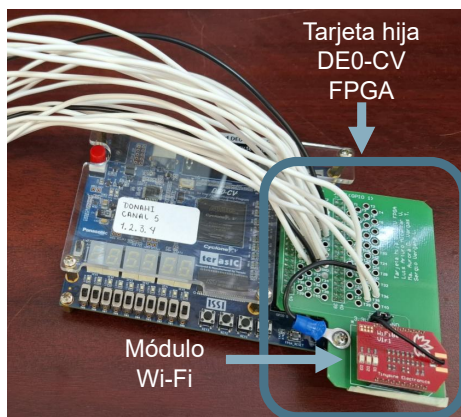


Figura 4.4: Conexión entre la tarjeta hija de expansión de puertos con la FPGA.

En resumen, la Tabla 4.1 presenta un desglose completo de todas las conexiones realizadas hacia la FPGA.

Descripción	Tipo	Pin de acceso a FPGA	
Encoder del motor 1	Entrada	M20	M21
Encoder del motor 2	Entrada	K21	K22
Encoder del motor 3	Entrada	D17	K20
Fin de carrera 1a	Entrada	N21	
Fin de carrera 1b	Entrada	R22	
Fin de carrera 2a	Entrada	R21	
Fin de carrera 2b	Entrada	T22	
Fin de carrera 3a	Entrada	N20	
Fin de carrera 3b	Entrada	N19	
PWM para motor 1	Salida	M18	P16
PWM para motor 2	Salida	L17	L18
PWM para motor 3	Salida	K17	L19
Conexiones del módulo Wi-Fi			
Pin WIFLY EZX-ad	Descripción	Pin FPGA	Descripción
1	VCC	GPIO_0_29	VCC3P3
10	GND	GPIO_0_30	GND
2	TX	T17	RX
3	RX	T15	TX
8	VCC	GPI1_0_29	VCC3P3

Tabla 4.1: Parámetros sintonizados para el tercer grado de libertad.

Integrado el módulo Wi-Fi, se revisaron los componentes de la etapa de potencia, en especial de los puentes H.

4.2.2. Mantenimiento de puentes H

El puente H, responsable del control de los motores de corriente directa, permite establecer la dirección de giro. Cada motor cuenta con su propia placa de puente H, y se evaluaron estas debido a fallas detectadas.

El circuito, ilustrado en la Figura 4.5, utiliza transistores TIP35C, TIP36C (potencia), 2N2222 (alta ganancia), TIP31C y TIP32C (ganancia media). Diseñado para operar con señales de 3.3V y corrientes menores a 1mA, adaptadas a las características de la FPGA. Además, cuenta con dos entradas (A y B) que determinan el flujo de corriente. Al habilitar A (HAB_A), se activan transistores PNP (Q2, Q4) y NPN (Q5, Q7), permitiendo un flujo en una dirección. Si se habilita B (HAB_B), los transistores activados (Q1, Q3 y Q6, Q8) invierten la corriente en el motor. Este diseño garantiza un control bidireccional eficiente.

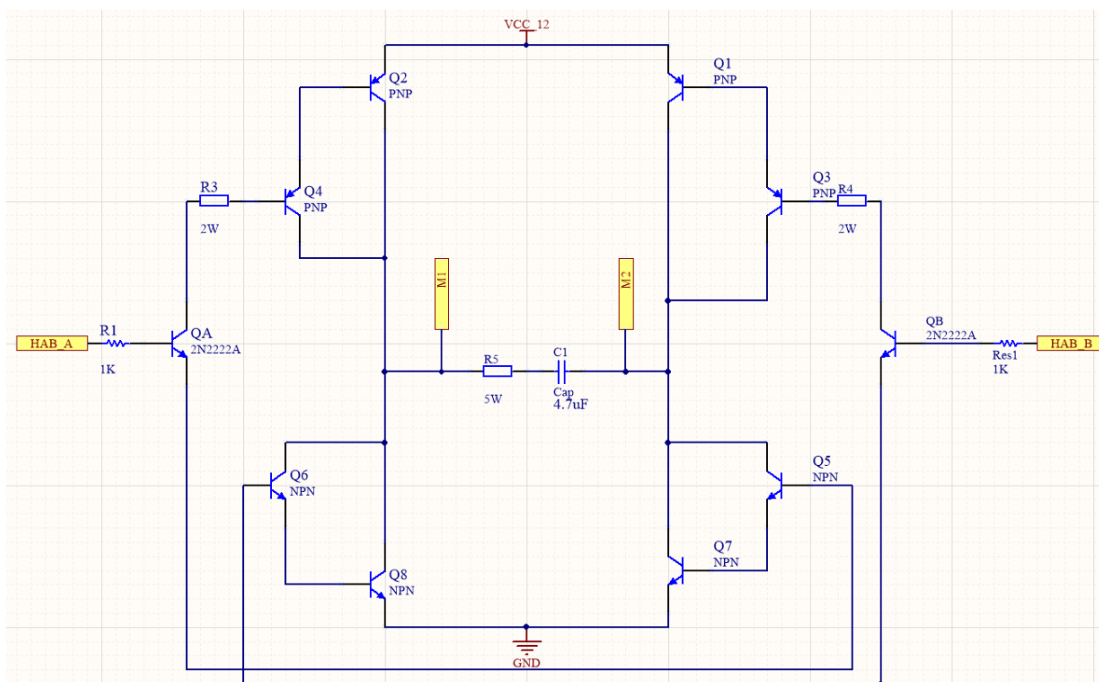


Figura 4.5: Circuito electrónico del Puente H.

Se inicia con el análisis del funcionamiento de este circuito electrónico. Para el primer lazo del circuito, tal como se ilustra en la Figura 4.6, se establece lo siguiente:

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

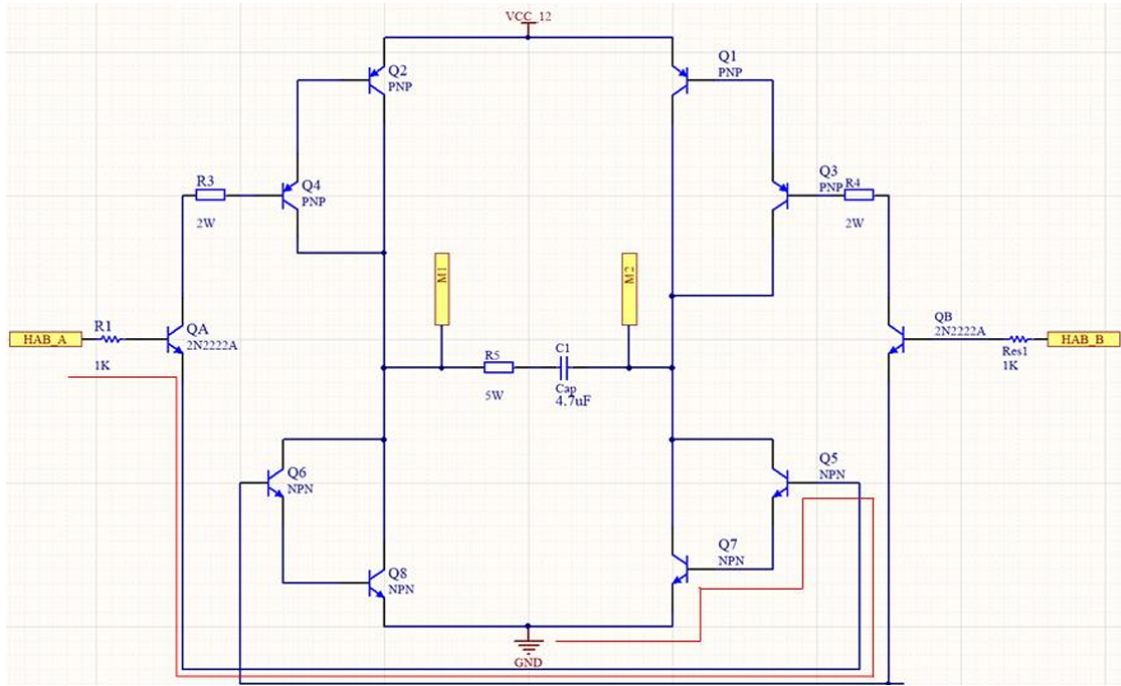


Figura 4.6: Primer lazo analizado del Puente H.

Esta parte del circuito tiene tres transistores: 2N2222, TIP35 Y TIP41. La ganancia total de los transistores (de acuerdo con su hoja de datos) es de:

$$\beta_{ATotal} = (\beta_{A2N2222})(\beta_{ATIP35})(\beta_{ATIP41}) = (100)(40)(30) = 120000. \quad (4.1)$$

Para garantizar la saturación, se recomienda optar por una ganancia forzada diez veces menor a la ganancia total de los transistores:

$$\beta_F \ll \beta_{ATotal} = 12000. \quad (4.2)$$

Considerando que la corriente del motor:

$$I_c = I_{motor} = 10A. \quad (4.3)$$

Ahora es posible calcular la corriente de la base del transistor 2N2222, como sigue:

$$\beta_F = \frac{I_c}{I_b}, \quad (4.4)$$

se despeja I_b :

$$I_b = \frac{I_c}{\beta_F} = \frac{10}{12000} = 833\mu.A \quad (4.5)$$

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Entonces la resistencia requerida en la base del transistor 2N2222 es calculado como la diferencia de voltaje de suministro por la FPGA menos el voltaje requerido entre todos los transistores alimentados, 2.1V por la suma de los diodos de silicio de los tres transistores, este valor dividido entre la corriente necesaria:

$$R_1 = \frac{V_{FPGA} - 0.7V - 0.7V - 0.7V}{I_b} = \frac{3.3V - 2.1V}{833\mu A} = 1.44K\Omega. \quad (4.6)$$

Luego para calcular las resistencias R_3 y R_4 , se toma en cuenta únicamente los dos transistores que lo siguen, como se muestra en la Figura 4.7, es decir, Q2 y Q4, con complemento en Q5 y Q7.

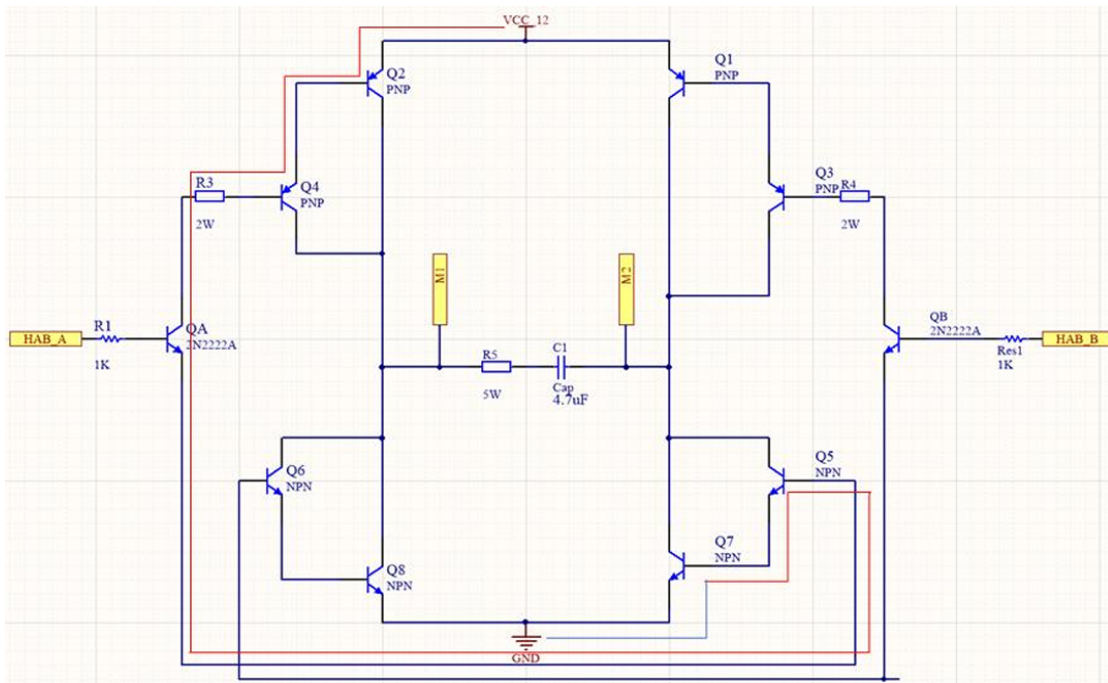


Figura 4.7: Segundo lazo analizado del Puente H.

Como R_3 es utilizado para actuar Q2 y Q4, se calcula la ganancia total de los transistores sobre estos:

$$\beta_{ATotal2} = (\beta_{ATIP35})(\beta_{ATIP41}) = (40)(30) = 1200. \quad (4.7)$$

Y para la ganancia forzada diez veces menor a la ganancia total de los transistores:

$$\beta_{F2} \ll \beta_{ATotal2} = 120. \quad (4.8)$$

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Por lo tanto, la corriente que debe fluir en la base del transistor Q4 se obtiene mediante:

$$I_{b2} = \frac{I_c}{\beta_{F2}} = \frac{10}{120} = 83\text{mA}. \quad (4.9)$$

Por último, la resistencia requerida es la diferencia de voltaje sobre la corriente requerida, es decir, el voltaje de entrada 12V menos la caída de voltaje en los cuatro transistores de 0.7V menos el voltaje de caída en el colector-emisor del 2N2222, la cual es aproximadamente de 0.2V para dispositivos funcionando en modo saturación, obteniendo:

$$R_3 = \frac{12\text{V} - 0.7\text{V} - 0.7\text{V} - 0.7\text{V} - 0.7\text{V} - 0.2\text{V}}{83\text{mA}} = \frac{9\text{V}}{83\text{mA}} = 109.75\Omega. \quad (4.10)$$

Y para R_4 se sigue el mismo procedimiento, obteniendo el valor de $R_4 = 109.75\Omega$.

Tras concluir el análisis del diseño del circuito del puente H, se determinó que éste había sido correctamente diseñado y que, en teoría, debería operar de manera adecuada. Por lo tanto, se descartaron errores en el diseño y se procedió a una evaluación individual de cada placa (Figura 4.8, donde se muestra un ejemplo de la placa correspondiente al motor 2 desde ambos lados) para identificar posibles fallas.

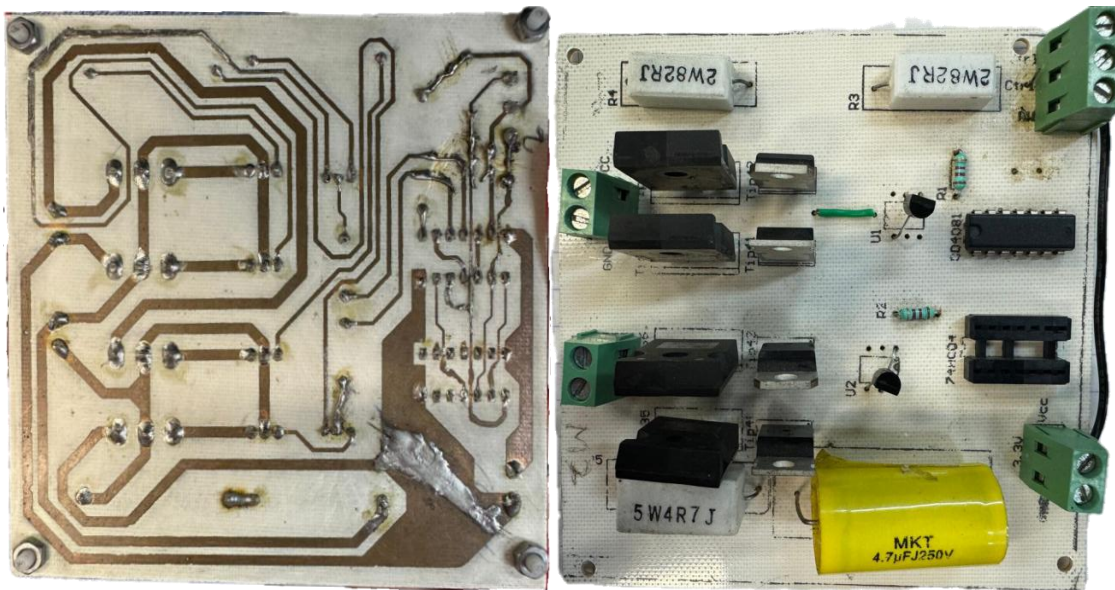


Figura 4.8: Ejemplo de la placa del puente H correspondiente al motor 2, vista desde ambos lados.

Durante esta evaluación, se detectaron varios problemas: en los dos primeros puentes H no se lograba cambiar la dirección de giro al activarlos, mientras que en el tercer

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

puente H la salida no proporcionaba el voltaje adecuado.

Identificadas las fallas, se realizó un diagnóstico detallado de las entradas y salidas de cada componente, analizando su comportamiento bajo distintas condiciones de conexión. Este análisis reveló que algunos componentes presentaban daños y que existían contactos deficientes ocasionados por el deterioro de las pistas debido al uso prolongado.

Para solucionar estos problemas, se reemplazaron los componentes defectuosos y se reforzaron las pistas del circuito.

Finalmente, se llevaron a cabo las pruebas pertinentes para verificar el correcto funcionamiento del puente H. Estas pruebas consistieron en la aplicación de señales de activación en los habilitadores A y B. Después, se establecieron las conexiones necesarias descritas en la Figura 4.9, se conectó un motor Pololu 37D con el propósito de analizar su desempeño.

Los resultados demostraron que el control de giro opera de manera adecuada, permitiendo el cambio de dirección del motor en función de la señal de activación habilitada.

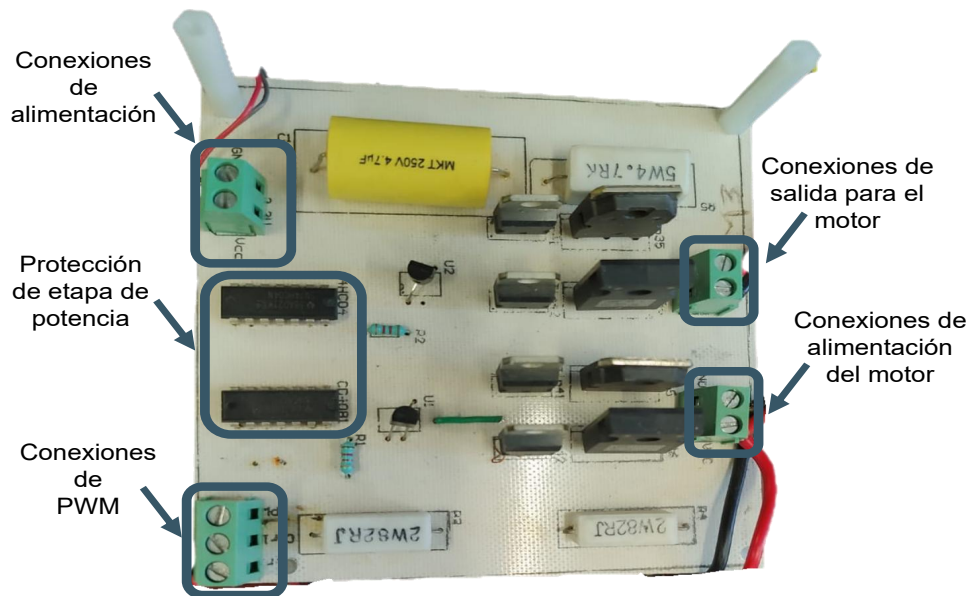


Figura 4.9: Descripción de entradas y salidas del Puente H.

El sistema cuenta con un circuito de protección diseñado para prevenir daños en caso de activación simultánea de ambas entradas del puente H, lo cual podría generar un cortocircuito y comprometer tanto el sistema electrónico como el motor. Este mecanismo se basa en un circuito lógico que utiliza una compuerta XOR, la cual

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

activa la salida “HAB” únicamente cuando una de las señales PWM de la FPGA (A o B) está en alto y la otra en bajo.

La salida “HAB” se retroalimenta hacia una compuerta AND junto con las señales PWM de la FPGA, permitiendo que solo se active el habilitador correspondiente (HAB_A o HAB_B) cuando se cumple la lógica del circuito. Este diseño asegura que el puente H se active únicamente bajo condiciones seguras, garantizando la protección del sistema, como se especifica en la Tabla 4.2. En cualquier otra condición, el puente H permanecerá inactivo.

A	B	HAB_A	HAB_B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Tabla 4.2: Respuesta del circuito de protección del puente H.

El circuito de la Figura 4.10 se compone por un circuito integrado SN74LS386AN (compuerta XOR) y un circuito integrado SN74LS08N (compuerta AND).

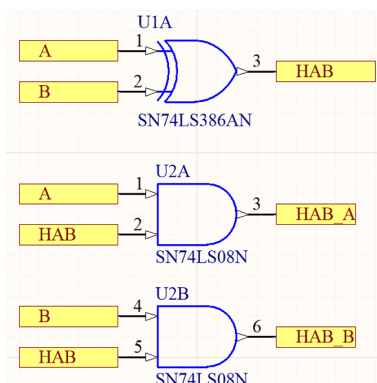


Figura 4.10: Implementación de compuertas lógicas como protección en etapa de potencia.

4.2.3. Acoplamiento de señales de FDC

Debido al cambio de los sensores de fines de carrera por interruptores magnéticos Hall, es necesario acoplar las señales en una tarjeta nueva para permitir que el FPGA detecte las señales, como en la Figura 4.11.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

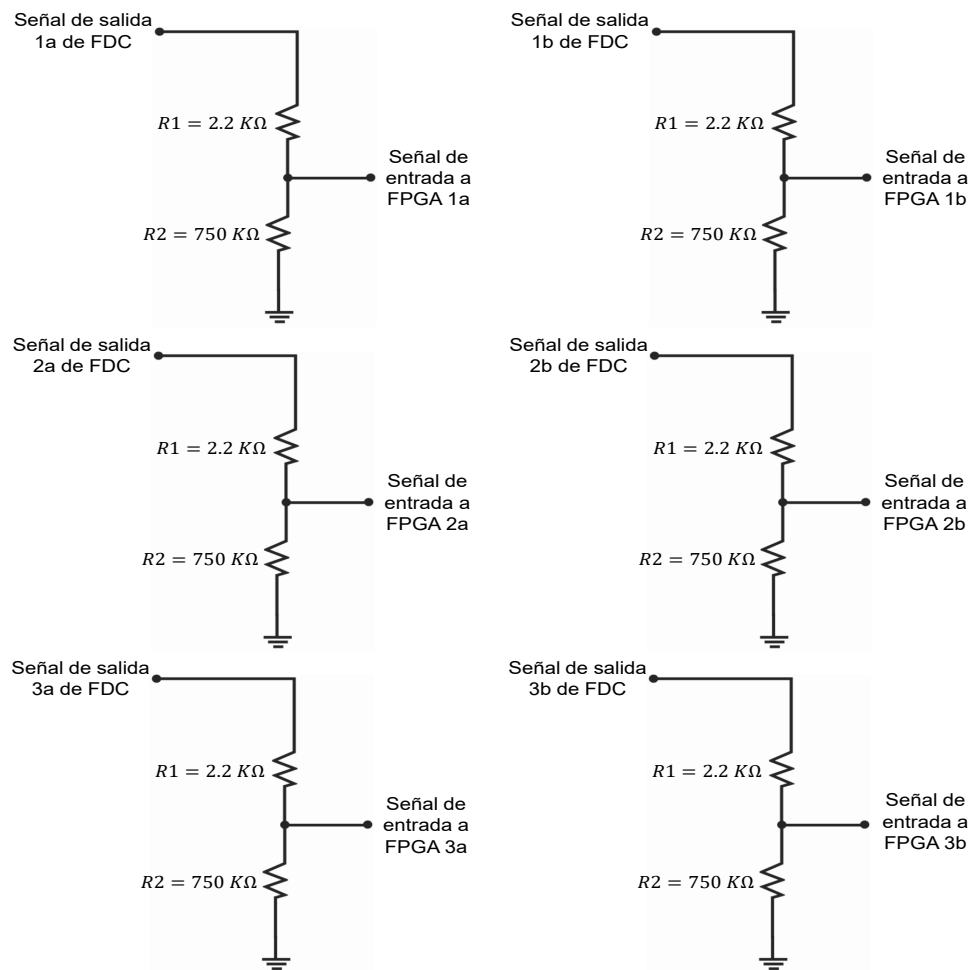


Figura 4.11: Conexión de fines de carrera para acoplamiento de señal de entrada a FPGA.

Lo que significa usar divisores de voltaje para que a la salida se tenga una señal de salida de 3.3V, partiendo de una alimentación de 12V a los interruptores, ya que estos funcionan en un rango de alimentación de 6 a 36V.

Para concluir con las mejoras de la electrónica, se diseñó una estructura física para organizar todos los elementos.

4.2.4. Construcción de estructura acrílica

Para la construcción de la estructura de acrílico mostrada en la Figura 4.1, se inició con el corte y perforación de placas y barras de este material, empleando un taladro de banco para garantizar precisión en las uniones. En cada esquina de las placas se realizaron perforaciones, seguidas de la rosca correspondiente mediante el uso de un machuelo, lo que permitió una integración sólida y segura de los componentes.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Posteriormente, se efectuó un ajuste en la fuente de poder, dado que su ventilador original quedaba obstruido por la estructura, ya que se encontraba en la parte inferior de la fuente de poder, lo que comprometía la ventilación. Para resolver esta limitación, se realizó el cambio por una nueva fuente de poder con las mismas características, con la diferencia que el ventilador se encuentra a un costado de la fuente, como se ilustra en la Figura 4.12.

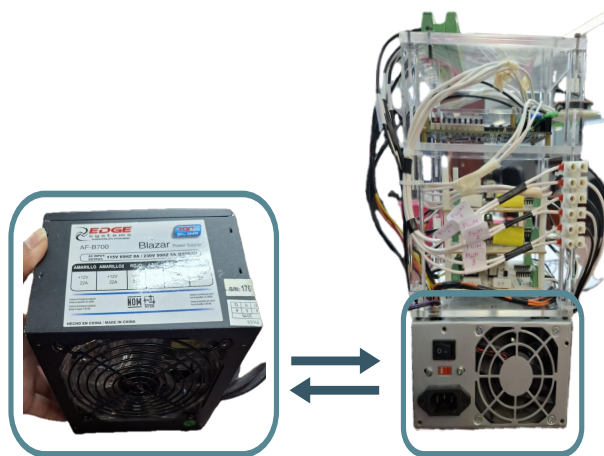


Figura 4.12: Cambio de fuente de poder, debido a la ubicación del ventilador.

La estructura de acrílico no solo brinda protección y seguridad a los componentes electrónicos del sistema mecatrónico, sino que también mejora su portabilidad al garantizar que todos los elementos queden firmemente sujetos, evitando desconexiones accidentales. Asimismo, se integró una clema que centraliza las señales de envío y recepción de la FPGA. Dichas señales fueron organizadas estratégicamente según su potencia (alta o baja) para minimizar interferencias, optimizando la funcionalidad y eficiencia del sistema. Los materiales utilizados en esta construcción se detallan en la Tabla 4.3.

Material	Piezas
Placas de acrílico de ¼ pulgada	3
Barras de acrílico de ½ pulgada	8
Tornillos M3	10
Opresor M3	4
Banco de terminales (2 filas x 24 tornillos)	1
Jack para alimentación de FPGA	1

Tabla 4.3: Respuesta del circuito de protección del puente H.

4.3. Caracterización de motores

Para emplear los motores de corriente directa con una configuración de casi transmisión directa, es necesario caracterizarlos de manera que presenten un comportamiento lo más lineal posible entre la señal de entrada (PWM) y la respuesta del motor (torque).

- Primero: determinar el torque máximo del motor variando el voltaje de alimentación sin exceder el límite recomendado en la hoja de datos, ya conociendo el voltaje nominal del motor.
- Segundo: calcular la mitad del torque máximo mediante una señal PWM al 50 % del ciclo de trabajo, utilizando un programa que genere la señal con frecuencia variable desde 50Hz hasta la establecida por el usuario.
- Tercero: seleccionar las frecuencias que se aproximen más al valor calculado de la mitad del torque máximo obtenido en el paso anterior.
- Cuarto: en cada una de las frecuencias seleccionadas variar el ciclo de trabajo del 10 % al 90 % de su rango, sin cambiar la alimentación del motor y utilizando el voltaje correspondiente al torque máximo. Se determina el torque del motor para cada variación del PWM y se grafica la respuesta del motor usando los datos obtenidos.
- Quinto: Finalmente, se analizan las gráficas obtenidas para determinar la ecuación de la curva característica. Se selecciona la frecuencia que genere una respuesta lo más lineal posible para el motor [24,25].

La gráfica resultante se debe asemejar a la Figura 4.13, la cual representa el comportamiento deseado del torque del motor para el ciclo de trabajo de operación de los motores de corriente directa.

Siguiendo el procedimiento establecido, se realizaron pruebas individuales en cada motor para evaluar su comportamiento. Para ello, cada motor fue retirado de la plataforma del robot y conectado a su respectivo puente H. Adicionalmente, los motores se montaron en una plataforma de prueba, donde se ensambló una polea en el eje, la cual se conectó a un dinamómetro mediante una cuerda, permitiendo medir la carga aplicada.

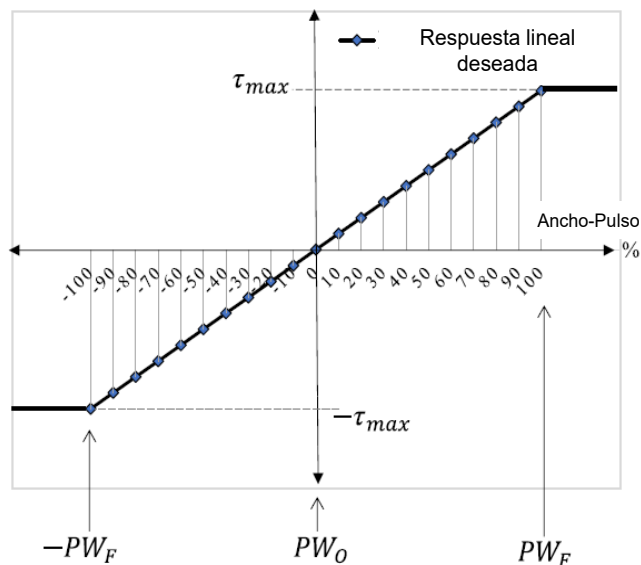


Figura 4.13: Comportamiento deseado del torque del motor [24].

4.3.1. Motor 1: Movimiento flexión-extensión

Como se mencionó anteriormente, inicialmente se llevó a cabo una variación de voltaje para calcular el torque generado por cada motor. Este cálculo se realizó utilizando los datos obtenidos del dinamómetro, que proporciona la fuerza medida, la cual se multiplica por la aceleración gravitacional y el radio de la polea acoplada al eje del motor, es decir:

$$\tau = F \cdot d = m \cdot g \cdot d. \tag{4.11}$$

En la Ecuación (4.11), m es la masa medida por el dinamómetro (kg), g la aceleración gravitacional ($9.81 \frac{m}{s^2}$), y d el radio de la polea (0.018m).

De este modo, la Tabla 4.4 presenta la respuesta del motor al someterlo a diferentes valores de voltaje de entrada.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Voltaje (V)	Corriente (A)	Peso (kg)	Torque (Nm)
0	0	0	0
1	0.34	0.78	0.1377324
2	0.86	2.75	0.485595
3	1.32	4.72	0.8334576
4	1.84	6.81	1.2025098
5	2.34	9.3	1.642194
6	2.75	11.5	2.03067
7	3.16	13.48	2.3802984
8	3.52	14.1	2.489778
9	4.71	15.3	2.701674
10	3.98	16.76	2.9594808
11	4.29	17.5	3.09015
12	5.58	17.6	3.107808

Tabla 4.4: Datos de la corriente y torque del motor 1 para diferentes voltajes.

Con los datos obtenidos, se generó una representación gráfica para el motor 1, mostrando su respuesta en términos de voltaje frente a torque. Esta visualización, presentada en la Figura 4.14, permite evaluar el comportamiento del motor bajo diferentes condiciones variación de voltaje.

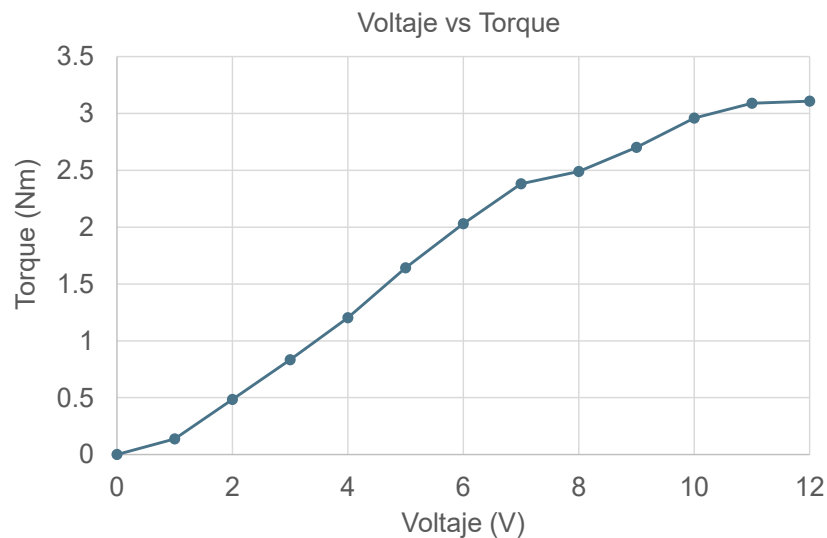


Figura 4.14: Respuesta del motor 1, respecto a la variación de voltaje.

Con los datos obtenidos anteriormente, se llevó a cabo el cálculo necesario para

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

establecer la mitad del torque máximo generado por el motor al operar con un ciclo de trabajo del 50 %. Se aplicó una variación de frecuencias con el objetivo de identificar aquellas que se aproximarán más al torque máximo del motor 1.

Se seleccionaron las frecuencias de 340Hz y 6.1kHz, ya que fueron las más cercanas a la mitad del torque original. A continuación, se presenta la Tabla 4.5, que contiene los datos registrados al variar el ciclo de trabajo del PWM y el torque.

Frecuencia 340Hz			
%CT	Corriente (A)	Peso (kg)	Torque (Nm)
0	0	0	0
10	0.1	0	0
20	0.3	1.95	0.344331
30	0.62	4.882	0.8617104
40	0.98	6.71	1.1848518
50	1.51	8.86	1.5644988
60	1.79	10.11	1.7852238
70	3.24	12.09	2.13485224
80	2.71	13.57	2.3961906
90	4.5	15.6	2.754648
100	5.08	19.54	3.4503732

Tabla 4.5: Datos de la respuesta del motor 1 a una frecuencia de 340Hz.

A partir de los datos registrados de la respuesta del motor 1 a una frecuencia de 340Hz, la gráfica presentada en la Figura 4.15 ilustra la relación entre el ciclo de trabajo del PWM y el torque generado, proporcionando una representación precisa del comportamiento del motor bajo estas condiciones específicas.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

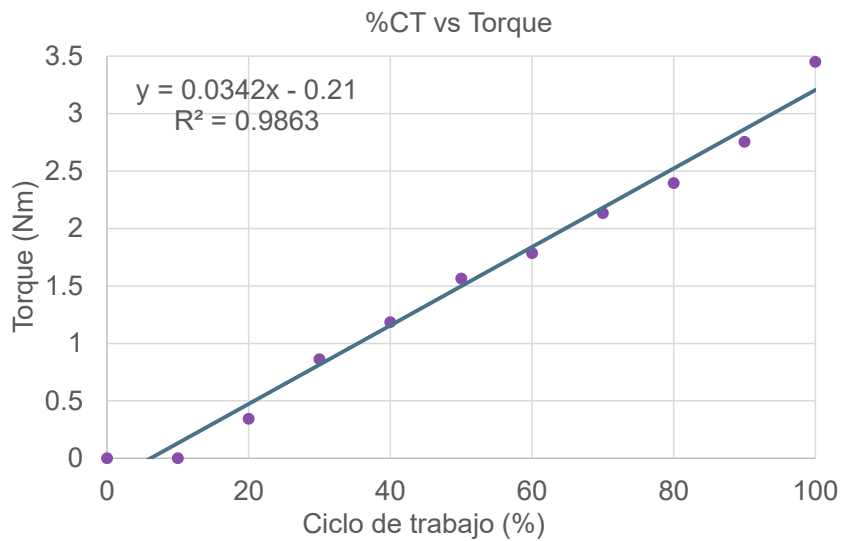


Figura 4.15: Respuesta del motor 1 a una frecuencia de 340Hz.

Seguidamente, se presentan los datos correspondientes a la frecuencia de 6.1kHz en la Tabla 4.6.

Frecuencia 6.1kHz			
%CT	Corriente (A)	Peso (kg)	Torque (Nm)
0	0	0	0
10	0.28	1.69	0.2984202
20	1.52	4.06	0.7169148
30	0.76	5.94	1.0488852
40	1.02	7.29	1.2872682
50	1.36	9.65	1.703997
60	1.83	11.3	1.995354
70	2.52	13.08	2.3096664
80	3.81	15.33	2.7069714
90	5.4	17.57	3.1025106
100	6.68	19.65	3.469797

Tabla 4.6: Datos de la respuesta del motor 1 a una frecuencia de 6.1kHz.

De igual forma, se presenta la respuesta del motor con los datos registrados en la anterior tabla, en una gráfica que muestra la relación entre el ciclo de trabajo del PWM y el torque (Figura 4.16).

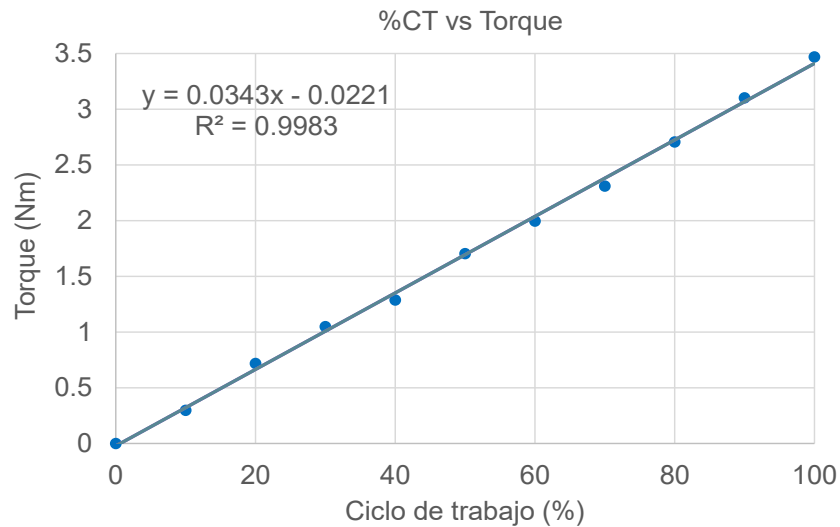


Figura 4.16: Respuesta del motor 1 a una frecuencia de 6.1kHz.

Como etapa final del análisis, se selecciona la frecuencia de operación de 6.1kHz, ya que, de las dos frecuencias evaluadas, es la que genera la respuesta más lineal del motor. En esta condición, el comportamiento del motor (representado por puntos azules) se aproxima mediante un ajuste lineal calculado con el método de mínimos cuadrados, obteniendo la ecuación característica y el coeficiente de determinación R^2 , el cual cuantifica la calidad del ajuste.

En conclusión, la gráfica asociada a la respuesta del motor 1 muestra un valor de $R^2 = 0.9983$, lo que indica que el ajuste lineal explica el 99.83 % de la variabilidad de los datos experimentales, es decir, que el comportamiento del motor se aproxima notablemente a una respuesta lineal.

Repitiendo el procedimiento realizado en detalle para el motor 1, para los motores 2 y 3 se presentan únicamente los resultados correspondientes a la frecuencia seleccionada.

4.3.2. Motor 2: Movimiento bilateral

El motor 2 opera con un voltaje de alimentación de 12V y, siguiendo el mismo procedimiento descrito previamente, se selecciona una frecuencia de operación de 15kHz por ser la que genera la respuesta más lineal. En esta frecuencia, se realiza un ajuste lineal mediante el método de mínimos cuadrados para obtener la ecuación característica que describe el comportamiento del motor. Los datos que muestran la respuesta del motor 2 se presentan en la Tabla 4.7.

CAPÍTULO 4 . ELECTRÓNICA DEL SISTEMA MECATRÓNICO

Frecuencia 15kHz			
%CT	Corriente (A)	Peso (kg)	Torque (Nm)
0	0	0	0
10	0.39	3.06	0.5403348
20	0.6	5.85	1.032993
30	1.01	7.78	1.3737924
40	1.45	9.45	1.668681
50	1.95	11	1.94238
60	2.56	12.5	2.20725
70	3.37	14.55	2.569239
80	4.11	17.3	3.054834
90	4.99	19.7	3.478626
100	5.54	20.86	3.6834588

Tabla 4.7: Respuesta a una frecuencia de 15kHz.

A partir de los datos obtenidos, se genera la gráfica presentada en la Figura 4.17, la cual evidencia una respuesta lineal por parte del motor 2. En dicha gráfica, los puntos representan las mediciones experimentales, y el ajuste lineal realizado muestra cómo los datos se ajustan a un comportamiento lineal.

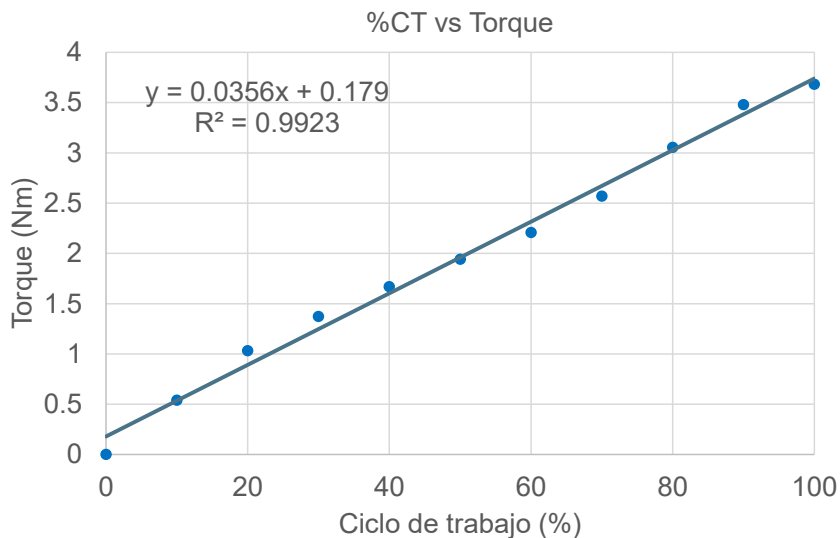


Figura 4.17: Respuesta del motor 2 a una frecuencia de 15kHz.

Se concluye que, para el motor 2, el valor de $R^2 = 0.9923$ indica que el ajuste lineal explica el 99.23 % de la variabilidad de los datos experimentales, lo que evidencia un

comportamiento casi lineal consistente con su ecuación característica.

4.3.3. Motor 3: Movimiento rotacional

El motor 3 funciona con un voltaje de alimentación de 12V a una frecuencia de operación definida en 5.5KHz. Los resultados que describen la respuesta del motor 3 se encuentran en la Tabla 4.8.

Frecuencia 5.5kHz			
%CT	Corriente (A)	Peso (kg)	Torque (Nm)
0	0	0	0
10	0.28	1.76	0.3107808
20	0.5	4.35	0.768123
30	0.71	5.71	1.0082718
40	0.96	7	1.23606
50	1.29	9.29	1.6404282
60	1.75	10.81	1.9088298
70	2.4	12.05	2.127789
80	3.72	14.72	2.5992576
90	5	18.03	3.18373746
100	5.16	20.5	3.61989

Tabla 4.8: Datos de la respuesta del motor 3 a una frecuencia de 5.5kHz.

La gráfica presentada en la Figura 4.18 corresponde al motor 3 y muestra que su respuesta es casi lineal. En ella, los puntos azules representan las mediciones experimentales de la respuesta del motor, mientras que el ajuste lineal realizado mediante el método de mínimos cuadrados permite visualizar un comportamiento lineal. Esta representación facilita la interpretación del desempeño del motor 3.

Por último, el motor 3 presenta un $R^2 = 0.9868$, mostrando que el ajuste lineal explica el 98.68 % de la variabilidad de los datos, evidenciando también una respuesta cercana a lineal.

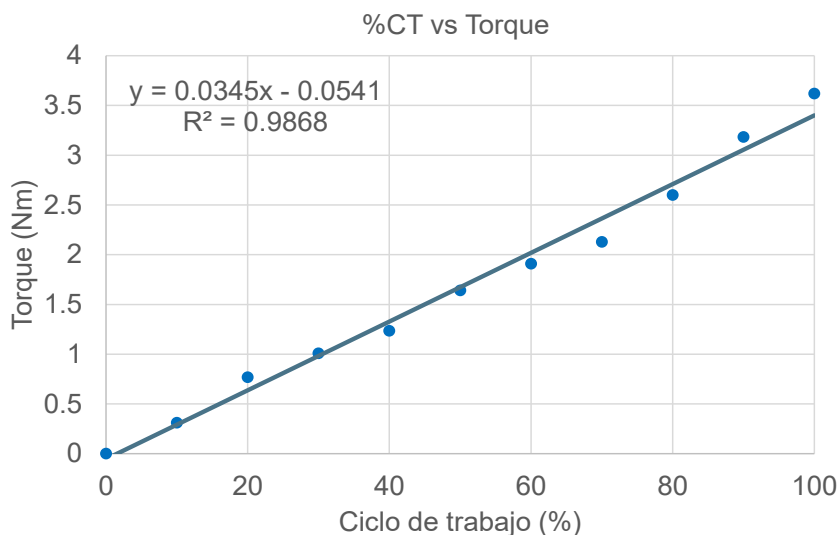


Figura 4.18: Respuesta del motor 3 a una frecuencia de 5.5kHz.

En todos los casos, los valores de R^2 se encuentran en un rango de 0 a 1, donde un valor más próximo a 1 implica que la caracterización realizada permite a los motores emular satisfactoriamente un comportamiento lineal deseado.

4.4. Conclusiones

En este capítulo se abordó el sistema electrónico del robot, iniciando con una descripción de su configuración inicial, la cual presentaba múltiples deficiencias estructurales y de conexión. A partir de este diagnóstico, se realizaron diversas mejoras orientadas a la confiabilidad y portabilidad del sistema.

Entre las acciones destacadas se encuentran la integración del módulo Wi-Fi a través de una tarjeta de expansión, la revisión de la etapa de potencia, es decir, el mantenimiento de los módulos de puente H y la construcción de una estructura acrílica para proteger y organizar los elementos electrónicos. Además, se caracterizaron los motores Pololu 37D empleados en cada articulación, encontrando su frecuencia ideal de operación de cada motor para un funcionamiento lo más lineal posible.

Estas mejoras consolidaron el funcionamiento del sistema y prepararon la plataforma para la etapa de implementación de control.

Capítulo 5

Firmware

El firmware es el hardware descrito dentro de la FPGA, desarrollado en el software Quartus II, que cuenta con un protocolo de comunicación Wi-Fi, encargado de enlazar la comunicación entre la FPGA y una computadora. El microprocesador está diseñado con base en una estructura MIPS (Microprocessor without Interlocked Pipeline Stages) que tiene un procesador de 32 registros de 32 bits con arquitectura RISC (Reduced Instruction Set Computer) [26].

Dicho firmware tiene bloques que permiten al robot de 3 grados de libertad un correcto funcionamiento, a continuación, se describen los más importantes.

- Administrador de Wifi. Permite al FPGA comunicarse con protocolo serial al módulo WiFly, el cual conecta de forma inalámbrica con la computadora. De esta forma se tiene comunicación entre la computadora y la tarjeta del robot por medio del software de control.
- Administrador SDRAM. Es un bloque de control de memoria que permite enviar comandos para escribir y leer datos de 32 bits en forma paralela. Recibe y procesa los datos que recibe del Wi-Fi.
- Decodificador de señales. Procesa las señales provenientes de los encoder. Las señales A y B, provenientes de los encoder tienen un desfase de 90° , en dichas señales se tiene la información de la dirección y el sentido. En Firmware tiene un bloque para decodificar este tipo de señales donde se lleva a cabo el conteo de pulsos y determinar en qué posición se encuentra, también se puede determinar si gira en sentido horario o antihorario.
- Fines de carrera. Se encargan de leer las señales provenientes de los interruptores magnéticos Hall, que se encuentran en cada eje. Este bloque hace que si por alguna razón el control tuviera una falla este corta el voltaje a los motores.
- Generadores PWM. El Firmware genera la señal de PWM y controla la velocidad

CAPÍTULO 5 . FIRMWARE

Para tener acceso a los bloques integrados se presenta la Tabla 5.1 donde se enlistan los puertos de entrada y salida utilizados en este proyecto, en primer lugar, se leen los encoders en el puerto de entrada PT2, PT3 y PT4, el bit 32 no tiene valor y los bits 31 a 1 dan como respuesta el valor de conteo generado por el encoder, con ello es posible determinar la posición del motor.

Por su lado, el puerto de salida PT2 nos permite habilitar los fines de carrera en los bits 6 a 1, donde el bit más significativo corresponde al fin de carrera 3b y el bit menos significativo habilita o deshabilita el fin de carrera 1a. Los bits 31 a 7 permiten otras funciones que no son de nuestro interés, por lo que no importa qué datos se mandan en estos.

Finalmente, el puerto de escritura PT1 permite habilitar los PWM: el bit 32 no es utilizado; los bits 31 a 26 es un bus de 6 bits que indican el PWM que se utilizará, siendo PWM1 a PWM5; el bit 25 indica la dirección de giro del motor, es decir: si irá a la derecha (habilitado) o a la izquierda (deshabilitado); los bits 24 a 11 generan un bus de 14 bits y éste es utilizado para indicar el periodo que tiene la señal PWM a habilitar; los bits 10 a 1 generan un bus de 10 bits que permite indicar el ancho de pulso de la señal PWM a habilitar, el rango de operación es de 0 a 1000 donde 0 es un 0% de ciclo de trabajo y 1000 indica un ciclo de trabajo del 100%.

Puerto de entrada-salida	Descripción registro 32 bits				
LPOR PT2-4 Rx	No usar PT2-4 [32]	Posición del Encoder PT2-4 [31..1]			
EPOR Rx PT2	No usar PT2 [32..7]	Fines de Carrera PT2 [6..1]			
EPOR PT1 Rx	No usar PT1 [32]	3-5 (PWM3-5, PT1 [31..26])	Dirección Giro PT1[25]	DELTAT PT1[24-11]	AP PT1[10-1]

Tabla 5.1: Acceso a recursos de entrada – salida en puertos de microprocesador.

Se observa en la Tabla 5.2 la distribución de los pines de entrada y salida que utiliza el robot, es así entonces, como el microprocesador recibe tres señales que envían los encoders de cada motor, además de las señales de 6 fines de carrera (2 fines de carrera por cada grado). Y de igual forma el microprocesador envía tres señales de PWM.

Nombre de señal	Tipo de señal	Descripción
Encoder PT2	Entrada	Encoder del motor 1
Encoder PT3	Entrada	Encoder del motor 2
Encoder PT4	Entrada	Encoder del motor 3
Fin de carrera 1a	Entrada	FDC 1a: Flexión
Fin de carrera 1b	Entrada	FDC 1b: Extensión
Fin de carrera 2a	Entrada	FDC 2a: Izquierda
Fin de carrera 2b	Entrada	FDC 2b: Derecha
Fin de carrera 3a	Entrada	FDC 3a: Izquierda
Fin de carrera 3b	Entrada	FDC 3b: Derecha
PWM3	Salida	PWM del motor 1
PWM4	Salida	PWM del motor 2
PWM5	Salida	PWM del motor 3

Tabla 5.2: Distribución de pines de entrada-salida del FPGA.

Definidos los bloques del firmware, se comenzó a configurar el módulo Wi-Fi para establecer la comunicación con la computadora.

5.1. Configuración del módulo Wi-Fi

Para usar el módulo Wi-Fi fue necesario configurarlo a los parámetros de operación del módulo IP serial del procesador, estos consisten en:

- Velocidad de transferencia (baudios): 460800
- Tamaño de palabra: 5

Los demás parámetros (canal de operación, frecuencia, etc) pueden mantenerse con los valores de fábrica.

Después para la configuración, se usó el programa “Teraterm”, y una vez abierto, es necesario indicar la dirección IP del módulo (1.2.3.4 para este dispositivo), seleccionar servicio Telnet e indicar el puerto TCP 2000 (Figura 5.2).

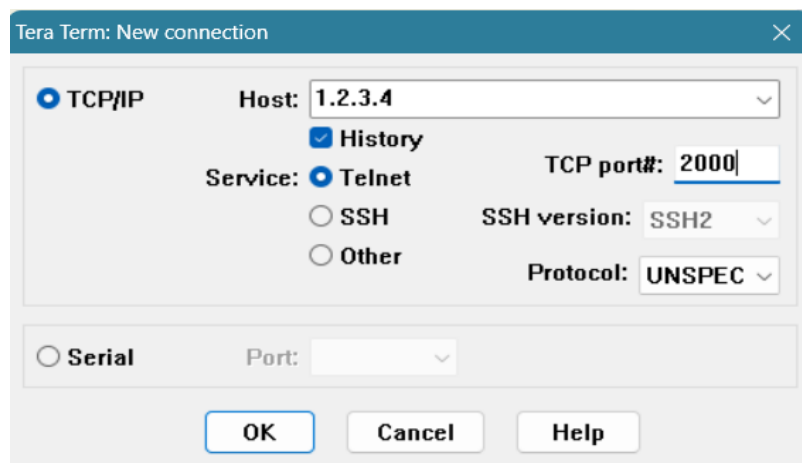


Figura 5.2: Ventana de configuración del módulo WIFI con Teraterm.

Es así como se habilitará la ventana de comandos de la terminal lo que significa que el dispositivo se encuentra en comunicación con la computadora, posteriormente es necesario añadir los comandos correspondientes, estos se enlistan a continuación:

- **\$\$\$**: Este comando nos permite entrar a modo configuración, al dar click “enter”, recibimos el mensaje “CMD”.
- **set uart baudrate 460800**: Con este comando cambiaremos la velocidad de transferencia de datos serial a 460800 baudios por segundo, el haber ejecutado este comando adecuadamente devuelve “AOK” como respuesta.
- **set comm size 5**: De esta forma se cambia el tamaño de la palabra a 5 palabras de 8 bits a transferir por paquete, de igual forma se recibe “AOK” como respuesta si se configura adecuadamente.
- **save**: Este comando guarda los cambios hechos en la configuración del módulo.
- **Reboot**: Finalmente, se reinicia el dispositivo con este comando y así salir de modo programación, con ello será suficiente la configuración del dispositivo para operar con el microprocesador.

Una vez terminadas las modificaciones, el programa nos indicará que la comunicación ha sido exitosa.

5.2. Decoder

Además de establecer la comunicación, el sistema requiere interpretar las señales provenientes de los encoders. Para ello, se cuenta con un decodificar de señales de cuadratura.

CAPÍTULO 5 . FIRMWARE

Los encoder son sensores que generan señales digitales en respuesta al movimiento. Están disponibles en dos tipos, uno que responde a la rotación y otro que responde al movimiento lineal. Cuando son usados en conjunto con dispositivos mecánicos tales como engranes, ruedas de medición o flechas de motores, estos pueden ser utilizados para medir movimiento lineal, velocidad o posición, en nuestro caso utilizaremos encoder del tipo incremental [18].

El decodificador es capaz de interpretar la información que otorga los encoders que vienen empotrados en los motores de corriente directa. La Figura 5.3 muestra la información o señal que se genera cuando el motor gira en un sentido: se genera lo que conocemos como “señal de cuadratura” es decir, dos señales con ondas cuadradas, desfasada una de otra 90° . Llamemos las señales de salida del encoder “Fase A” y “Fase B”, cuando el motor gira en un sentido, asumimos que la señal adelantada es “A”, en caso contrario, la señal que va por delante es “B” [27].

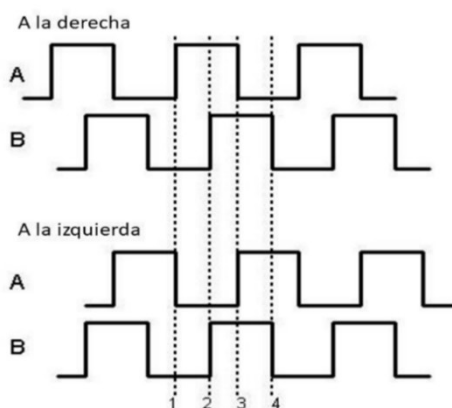


Figura 5.3: Diagrama de tiempos de la señal producida en el encoder cuando se mueve el motor.

La secuencia de valores lógicos generados por las señales A y B son las mostradas en la Tabla 5.3, donde se asume que si los estados lógicos resultantes en la prueba son ascendentes (y del estado lógico 4 pasa a estado lógico 1) el motor gira en un sentido, mientras que si la secuencia resultante corresponde a los estados lógicos descendientes (y del estado lógico 1 pasa al estado lógico 4) se infiere que el motor está girando en sentido contrario.

Estado lógico	Señal A	Señal B
1	0	0
2	1	0
3	1	1
4	0	1

Tabla 5.3: Posibles estados de las señales de salida del encoder del motor.

La frecuencia de estas señales puede variar según la velocidad del motor, pero siempre conservan la misma relación de 90° , esto nos permite traducir estos datos; sin embargo, se necesita un complemento con la programación que traduzca las señales a la distancia recorrida.

La primera parte es conseguir un ciclo de muestreo que nos permita recuperar los datos en cualquier instante, esto dado que si se llega a perder información de cualquiera de los 2 canales, la información recolectada está errónea y dado que no se mide más información tendremos una implementación errónea.

Para generar el ciclo de muestreo de manera que nunca se pueda perder la información hay que cumplir 2 cosas. La primera es que sea lo suficientemente rápido para que no importe si el motor se encuentra en su velocidad máxima se siga recolectando, también que pueda tomar un mínimo de 4 mediciones por ciclo.

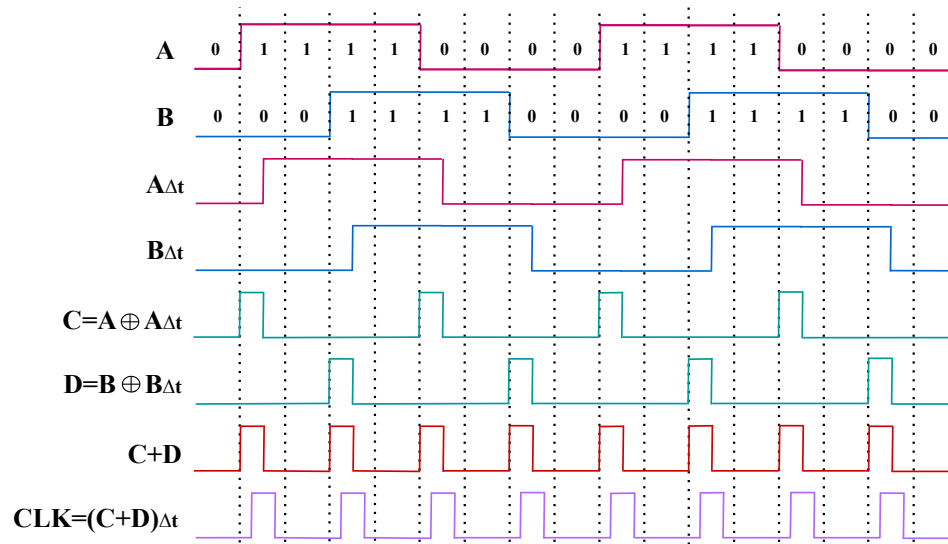


Figura 5.4: Diagrama de tiempos, donde se muestra la recuperación de la señal de reloj a partir de las señales A y B de un encoder.

En la figura anterior se pueden observar los pasos para obtener el reloj, primero

CAPÍTULO 5 . FIRMWARE

se tomarán en paralelo los datos de entrada A y B. Se generará un retraso a través de 3 flip-flop, a partir de este punto llamaremos a estas señales $A\Delta t$ y $B\Delta t$. Se realiza una operación de XOR con sus originales respectivamente, es decir, A con $A\Delta t$, y B con $B\Delta t$, cuyos resultados serán denominados C y D, se suman ambos resultados C y D, además se realiza un último atraso multiplicando por Δt .

El Δt se obtiene con el tiempo mínimo, y se consigue por medio de la frecuencia máxima del motor el cual proviene de la velocidad máxima del motor según la siguiente ecuación:

$$Frecuencia_{AB} = NV \cdot V_{max}, \quad (5.1)$$

donde NV corresponde a la cantidad de eventos necesarios de A y B para que se realice un periodo, y V_{max} como la velocidad máxima del motor. Tomando en cuenta que, la frecuencia es la inversa del periodo:

$$T_{min} = \frac{1}{Frecuencia_{AB}}. \quad (5.2)$$

Ya con el tiempo mínimo se obtiene Δt a partir de un octavo de este, como se indica:

$$\Delta t = \frac{1}{8} \cdot T_{min}. \quad (5.3)$$

En la Figura 5.5 se observa el circuito para obtener el reloj para poder recuperar la información.

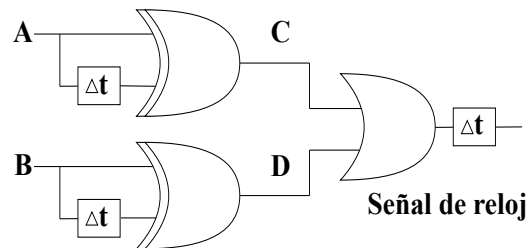


Figura 5.5: Circuito para recuperación del Reloj.

La razón de los flip-flop es para que nunca haya un momento en el cual la señal pase sin atraso pues ha habido casos en el que se logra sintonizarse con 2 flip-flop pero con 3 es imposible. Por otro lado, el que Δt sea un octavo de la mínima es para que tenga el tamaño máximo para suceder en cada una de las medidas de A y B a pesar del retraso.

Si se trata de un motor con caja de engranajes es necesario tomar en cuenta la transformación para los cálculos siendo la salida tras esta la contada para los cálculos.

Una vez recibida la información, es necesario interpretarla, por lo que se desarrolla un programa que registre los pasos que realiza el motor y acumule estos valores. De esta manera, al finalizar el proceso, se conoce el número total de pasos ejecutados y, por tanto, el movimiento realizado. Esto se representa en el diagrama de estados del encoder, mostrado en la Figura 5.6.

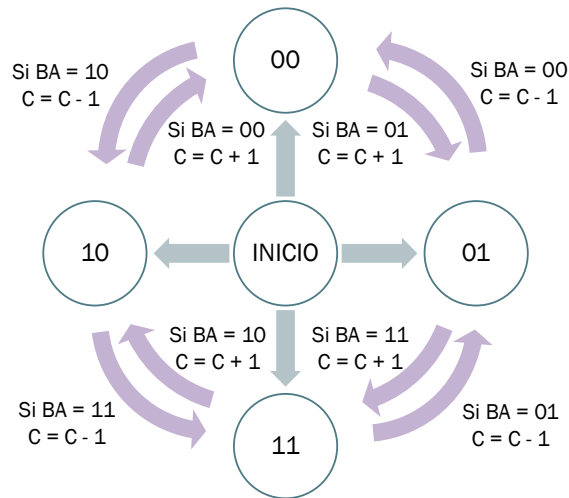


Figura 5.6: Diagrama de estados de encoder.

Posteriormente es necesario controlar la velocidad del motor correspondiente mediante señales de PWM generadas por la FPGA.

5.3. Generador de PWM

Los tiempos usados en el generador de PWM, son determinados por medio de contadores que miden el tiempo en términos de ciclos de reloj del dispositivo usado. En este caso usaremos una FPGA con una frecuencia de trabajo de 100MHz.

Para la construcción del bloque de PWM hay que determinar la entrada y salida que se usaran, en este caso se tiene como entradas: el periodo de operación, aunque una vez seleccionado el periodo ya no va a cambiar, si queremos que sea un parámetro que podamos ajustar a conveniencia, este periodo se obtiene por medio de contar N_{CLK} ciclos de reloj respecto al periodo de la señal de reloj del FPGA, en nuestro caso es de 10ns, debido a que la frecuencia del reloj del FPGA es de 100MHz, ver Ecuación (5.4).

El ancho del pulso también será un grupo de bits de entrada, estará determinado por N_{AP} , ver Ecuación (5.6) y otro bit de entrada es dirección que indica la dirección de giro del motor. Como salidas tendremos PWM_D y PWM_I , cada salida está en función

de la dirección de giro requerida. Para ello se propone el siguiente bloque Figura 5.7:

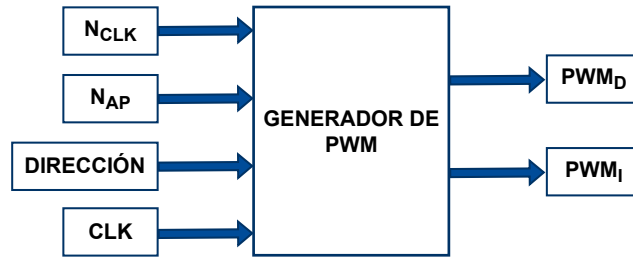


Figura 5.7: Diagrama propuesto de PWM.

En el cual se tienen las siguientes variables que se obtienen a continuación:

$$N_{CLK} = \frac{T_{PWM}}{T_{CLK}}, \quad (5.4)$$

donde N_{CLK} es el número de ciclos que corresponde a un periodo del PWM, T_{PWM} representa el periodo del PWM (Figura 5.8), T_{CLK} es el periodo del reloj del FPGA.

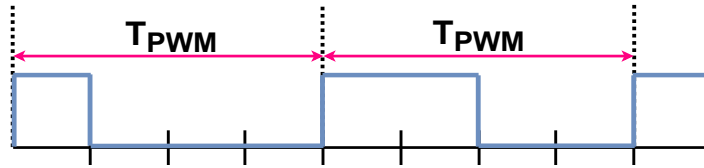


Figura 5.8: Diagrama de tiempos del PWM.

Posteriormente para establecer al ancho de pulso, se tiene la Ecuación (5.5):

$$\Delta AP = \frac{T_{PWM}}{N_{AP_{max}}}, \quad (5.5)$$

donde ΔAP representa el paso mínimo para establecer el ancho de pulso, que se obtiene dividiendo el periodo del PWM (T_{PWM}) entre el número máximo de particiones deseadas ($N_{AP_{max}}$), que en este caso será de 1000.

Por último, el ancho de pulso se obtiene con la Ecuación (5.6):

$$N_{AP} = \frac{AP}{\Delta AP}, \quad (5.6)$$

donde: N_{AP} es el número que representa el ancho de pulso solicitado, AP es el tiempo que el pulso estará en alto y es el número que corresponde a la partición mínima del periodo del PWM y la dirección es determinada por el controlador.

5.4. Conclusiones

Se presentó la estructura del firmware implementado en la FPGA, responsable de gestionar la comunicación, el control y la interpretación de señales dentro del sistema mecatrónico.

Estos bloques, desarrollados previamente en Quartus II, permiten ejecutar las tareas fundamentales del sistema embebido, asegurando el funcionamiento sincronizado del robot de tres grados de libertad. La correcta integración de estos elementos garantiza la ejecución fluida de las rutinas de control descritas en los capítulos posteriores.

La configuración del módulo Wi-Fi, la decodificación de señales y la generación de PWM constituyen un sistema funcional que facilita la implementación del modelo dinámico y del controlador en tiempo real, base para los resultados experimentales que se presentan más adelante.

Capítulo 6

Software de usuario

En este capítulo se presenta el software de usuario empleado para la configuración, adquisición de datos y control del robot de tres grados de libertad. Este entorno, previamente desarrollado, constituye la herramienta principal para la interacción entre el usuario y el sistema mecatrónico, permitiendo cargar el programa a la tarjeta de control, modificar parámetros del controlador y supervisar el comportamiento del robot.

Si bien el software ya se encontraba disponible, fue necesario familiarizarse con su funcionamiento y aprender su correcta utilización para el proyecto. En esta sección se documentan sus características esenciales y las principales funciones que ofrece. Con ello, el usuario dispone de una herramienta integral que combina la configuración de parámetros y el control del robot, todo en un mismo entorno de operación.

6.1. Compilador de Lenguaje D

El usuario manipula los parámetros del robot por medio de una interfaz en LabVIEW, en esta se manipulan parámetros del sistema como las posiciones deseadas y las ganancias de ajuste de los controles usados en cada eje del mecanismo. Previamente, se tienen desarrollados dos softwares de usuario:

- Compilador de código de bajo nivel.
- Interfaz de usuario.

El microprocesador cuenta con un compilador que traduce instrucciones de alto nivel a lenguaje máquina, permitiendo que el procesador las interprete y ejecute. Este compilador, desarrollado en LabVIEW (Figura 6.1), procesa archivos de texto con instrucciones de alto nivel, genera un archivo con las instrucciones en lenguaje máquina y lo prepara para su transferencia y ejecución en el procesador a través de

la interfaz de usuario.

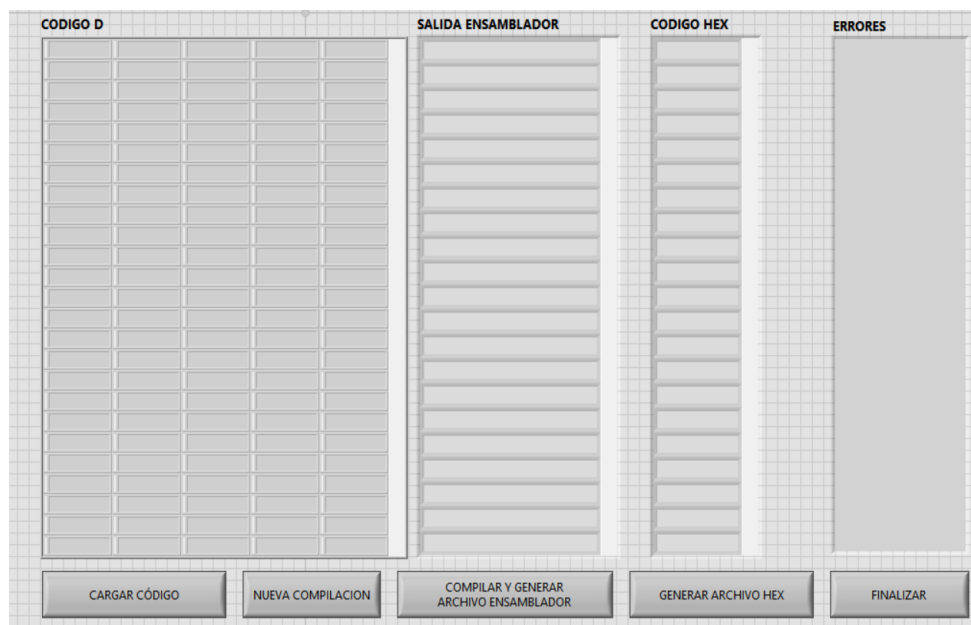


Figura 6.1: Compilador de lenguaje de programación de alto nivel a lenguaje máquina.

6.2. Interfaz de usuario: Programa micro BUAP propósito general

La comunicación con el sistema embebido se realiza vía Wi-Fi utilizando un protocolo TCP desarrollado previamente en LabVIEW. Este protocolo permite conectar la interfaz de usuario con el sistema, configurando la dirección IP, el puerto y el tiempo de espera, con el sistema embebido actuando como servidor.

La interfaz de usuario, también desarrollada y proporcionada previamente (Figura 6.2), facilita la transferencia del lenguaje máquina en formato hexadecimal desde la computadora al sistema embebido. Esta herramienta incluye un botón de descarga, indicadores del estado de transferencia, vectores de depuración, un cuadro para reportar errores en mensajes y demás pestañas para su uso. El enfoque se centró en aprender y utilizar este recurso, aprovechando su diseño para optimizar la interacción y el control del sistema.

CAPÍTULO 6 . SOFTWARE DE USUARIO



Figura 6.2: Interfaz de usuario en LabVIEW.

La pestaña de ejecución del programa, ilustrada en la Figura 6.3, cuenta con tres subpestañas adicionales que organizan las funciones del sistema. La primera subpestaña permite configurar y enviar diversos parámetros a la memoria RAM, como las ganancias de control correspondientes a cada grado de libertad (K_p y K_s), la compensación gravitacional y las posiciones deseadas para las articulaciones. Estos parámetros son clave para ajustar los lazos de control y optimizar el desempeño del sistema.

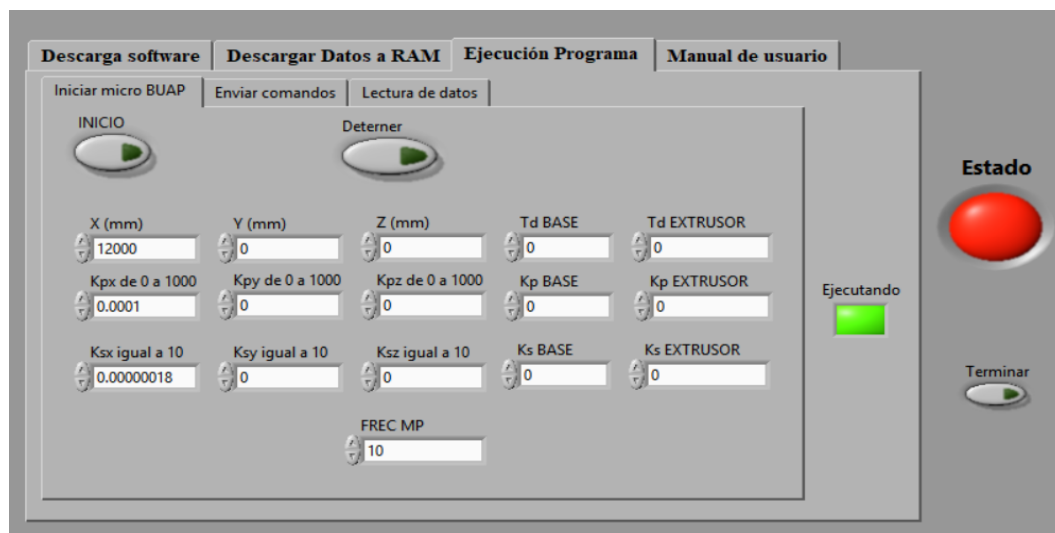


Figura 6.3: Pestañana de ejecución de programa, subpestaña de modificación de parámetros.

Además, esta pestaña de ejecución de datos contiene botones para iniciar y dete-

ner la ejecución del software, así como un indicador de estado del microprocesador, diseñado para monitorear su actividad durante la ejecución. Estas funciones aseguran un control eficiente y un seguimiento continuo del comportamiento del sistema embebido.

La última subpestaña, denominada “Lectura de datos” (Figura 6.4), permite visualizar la información recibida desde el procesador en la computadora. Estos datos, programados previamente en el software cargado al procesador, pueden incluir flancos de operación, posiciones articulares e intervalos de tiempo de ejecución, según las necesidades del usuario.

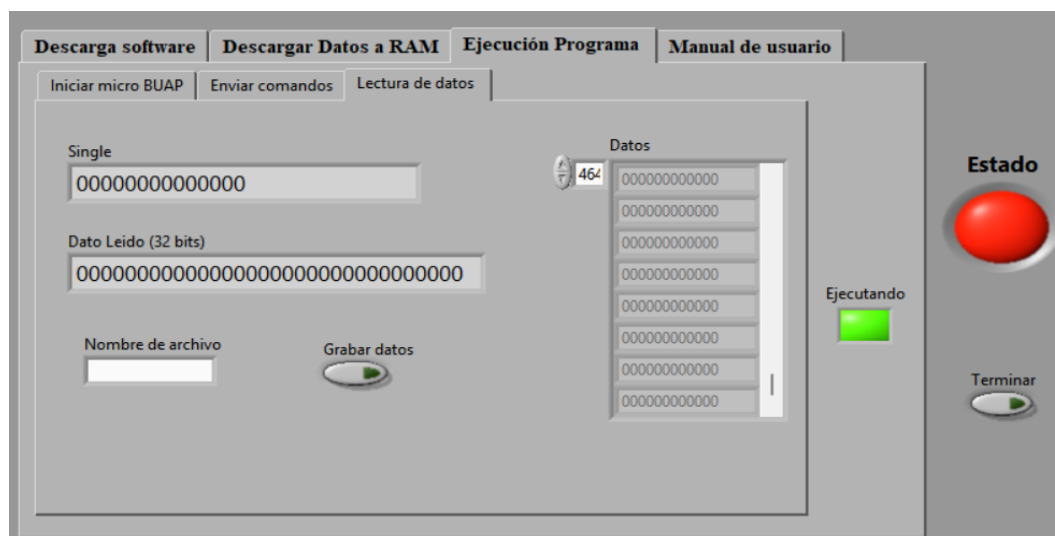


Figura 6.4: Pestaña de ejecución de programa, subpestaña de lectura de datos.

Adicionalmente, tiene implementado una función para almacenar los datos recibidos. Esta funcionalidad permite generar un archivo de texto con extensión “.DAT”, donde cada línea corresponde a una lectura capturada por la interfaz. Debido a que los datos se transfieren desde el procesador en formato entero y se visualizan en formato flotante en la computadora, es necesario acondicionar la información para garantizar su correcta legibilidad.

6.3. Digitalización

El proceso de digitalización se refiere a la conversión de información analógica, la cual se presenta en forma continua, a un formato digital, en el cual los datos se presentan en valores discretos, usualmente valores binarios (ceros y unos), este proceso implica varios pasos fundamentales, como son el muestreo y la cuantificación.

6.3.1. Efecto de Muestreo

Es el proceso por el cual la señal analógica se mide a intervalos regulares de tiempo. La tasa de muestreo determina con qué frecuencia se toman estas muestras. Cuanto mayor sea la frecuencia de muestreo, mayor será la precisión de la representación digital, ya que se capturan más detalles de la señal analógica original [28].

El muestreo de la función $f(t)$ matemáticamente se puede expresar con la siguiente ecuación:

$$f_m(t) = f(t)Comb(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nT). \quad (6.1)$$

La ecuación anterior la podemos representar gráficamente como se observa en la Figura 6.5:

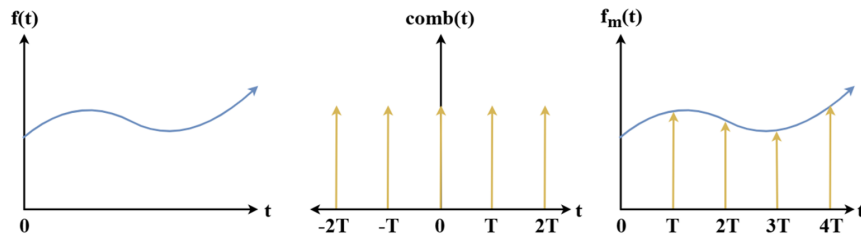


Figura 6.5: Muestreo de una señal $f(t)$.

De acuerdo con las propiedades de la transformada de Fourier la multiplicación de dos funciones en el tiempo es igual a la convolución de sus transformadas de Fourier en frecuencia [28]:

$$F(\omega) * \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(T)Comb(\omega - T) dT, \quad (6.2)$$

con

$$\mathcal{F}[Comb(t)] = \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) \quad (6.3)$$

y

$$\mathcal{F}[f(t)] = \mathcal{F}(\omega). \quad (6.4)$$

La representación gráfica de las transformadas de Fourier tanto para $f(t)$ como para el peine de Dirac $Comb(t)$, se muestran la Figura 6.6:

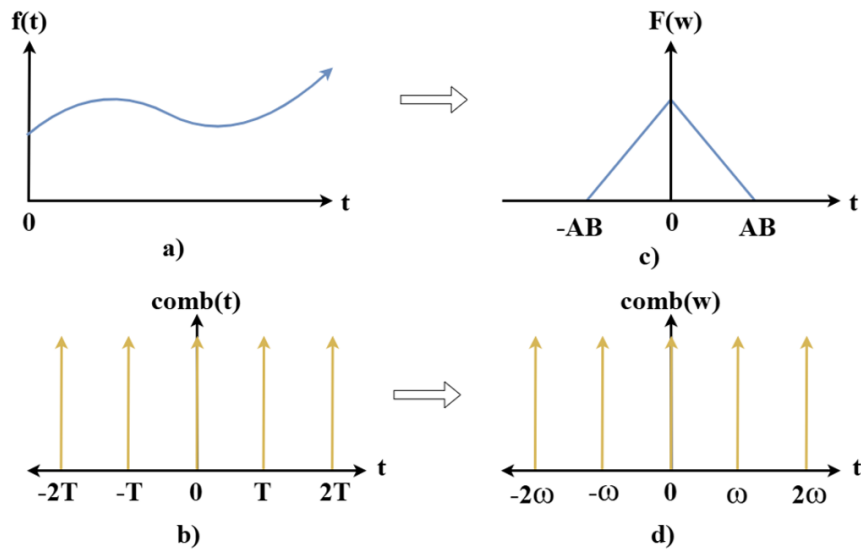


Figura 6.6: Transformada de Fourier de $f(t)$ y $\text{Comb}(t)$.

La convolución puede presentar tres diferentes resultados según el valor del Ancho de Banda (AB) de la señal $f(t)$ respecto de la frecuencia de muestreo (ω_0), los tres posibles resultados muestran en la Figura 6.7:

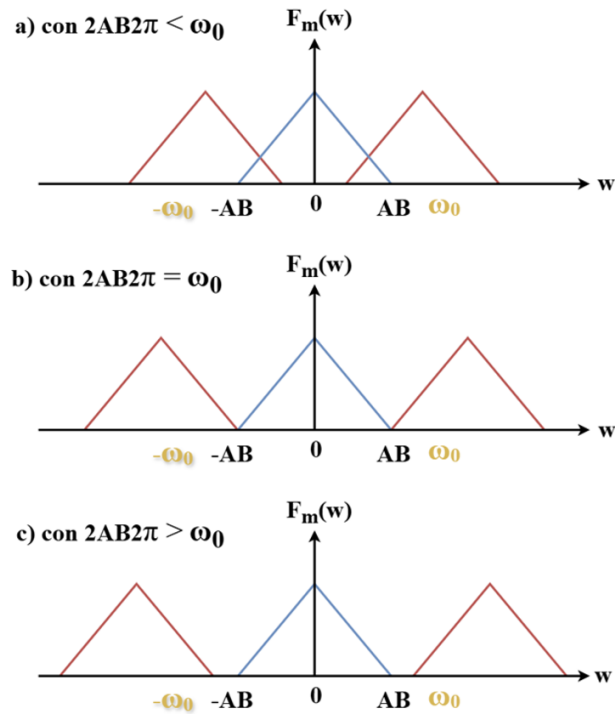


Figura 6.7: Resultados de la convolución entre $F_m(\omega)$ con el peine de Dirac $\text{Comb}(\omega)$ [29].

CAPÍTULO 6 . SOFTWARE DE USUARIO

En el caso (a) de la Figura 6.7 la información se pierde al encontrarse traslapadas los espectros $F(\omega)$ y no hay forma de recuperar la señal $f(t)$.

En el caso (b) de la Figura 6.7, la información se puede recuperar únicamente empleando un filtro pasa bajas ideal que recupere únicamente el espectro $F(\omega)$ centrado en $\omega = 0$.

En el caso (c) de la Figura 6.7, se puede recuperar la información con un filtro pasa bajas normal. siempre y cuando solo se conserve el espectro $F(\omega)$ central y elimine los demás espectros no deseados [29].

Por lo anterior, podemos decir que el muestreo genera espectros no deseados en el dominio de la frecuencia, estos espectros pueden ser eliminados por medio de un filtro pasa bajas.

6.3.2. Filtro pasa-bajas

Los filtros son dispositivos diseñados para permitir el paso de señales dentro de un rango de frecuencias específico, mientras atenúan aquellas que no se encuentran en dicho rango. Además, estos dispositivos pueden alterar tanto la amplitud como la fase de la señal de entrada.

En este sistema, se utiliza un filtro pasa-bajas dentro del programa, el cual se encarga de eliminar componentes no deseadas del espectro de la señal muestreada. Este filtro permite capturar los datos a intervalos regulares, reduciendo el ruido y mejorando la calidad de la señal utilizada para el cálculo de la velocidad angular. Cabe destacar que este filtro forma parte del procesamiento ya implementado y no fue desarrollado en este trabajo.

El proceso de muestreo puede generar espectros indeseados en el dominio de la frecuencia, los cuales pueden ser eliminados mediante el uso de un filtro pasa-bajas. Este tipo de filtro permite el paso de señales con frecuencias bajas hasta un límite determinado, bloqueando frecuencias superiores, como se ilustra en la Figura 6.8.

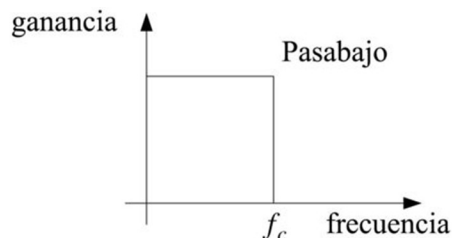


Figura 6.8: Grafica de ganancia de filtro pasa bajas.

Como el espectro de nuestra señal muestreada se va repitiendo cada cierto tiempo,

para recuperar la señal original sin que esas repeticiones tengan efecto, se utiliza un filtro pasa-bajas que se diseña de tal forma que solo deje pasar el espectro de la señal original y no las repeticiones, como se muestra en la Figura 6.9. De esta forma, es posible recuperar la información siempre que se conserve únicamente el espectro $F(w)$ central y se eliminen los demás espectros no deseados.

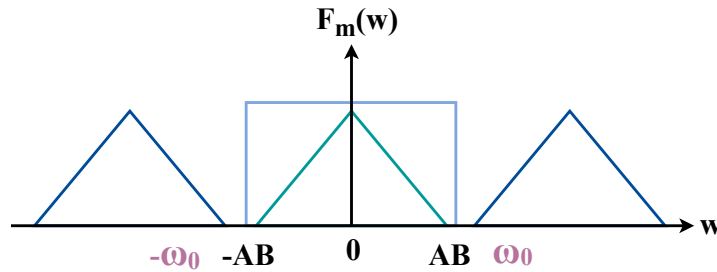


Figura 6.9: Filtrado de la señal recuperada.

6.4. Cuantificación de la velocidad angular en función de la posición angular: Filtro MT

El proceso de cuantificación de la velocidad consiste en obtener los datos de la velocidad del sistema, considerando los tiempos en los que toma las muestras el FPGA.

Cuando se muestrea y cuantifica una señal, no solo se pierde información en términos de cantidad de datos, sino que también puede perderse precisión temporal, es decir, el momento exacto en que ocurre un cambio en la señal.

Por ejemplo, si los datos de posición provienen de un sensor (como un encoder) que no está sincronizado con el reloj del sistema digital para medir la posición del robot, puede haber desfases entre el instante real en que ocurre el cambio y el momento en que se registra. Si intentamos calcular la velocidad angular pueden surgir errores debido a que:

- La señal de posición puede haber cambiado justo antes o después de que se guardó el dato, lo que introduce imprecisión.
- Si el robot se mueve muy lentamente, es posible que la posición no cambie entre dos muestras, aunque sí haya un movimiento real. Esto lleva a obtener falsos ceros en la velocidad estimada.

Para solucionar esto, se propone utilizar el método MT, que combina dos enfoques [30]:

- El método M, que calcula la velocidad como la diferencia entre posiciones en un

intervalo de tiempo.

- El método T, que mide el tiempo exacto entre cambios de posición usando un reloj auxiliar, logrando mayor precisión temporal.

Al combinar ambos (método MT), se puede obtener una estimación más precisa de la velocidad angular, reduciendo el error por cuantificación y desfase temporal en el muestreo.

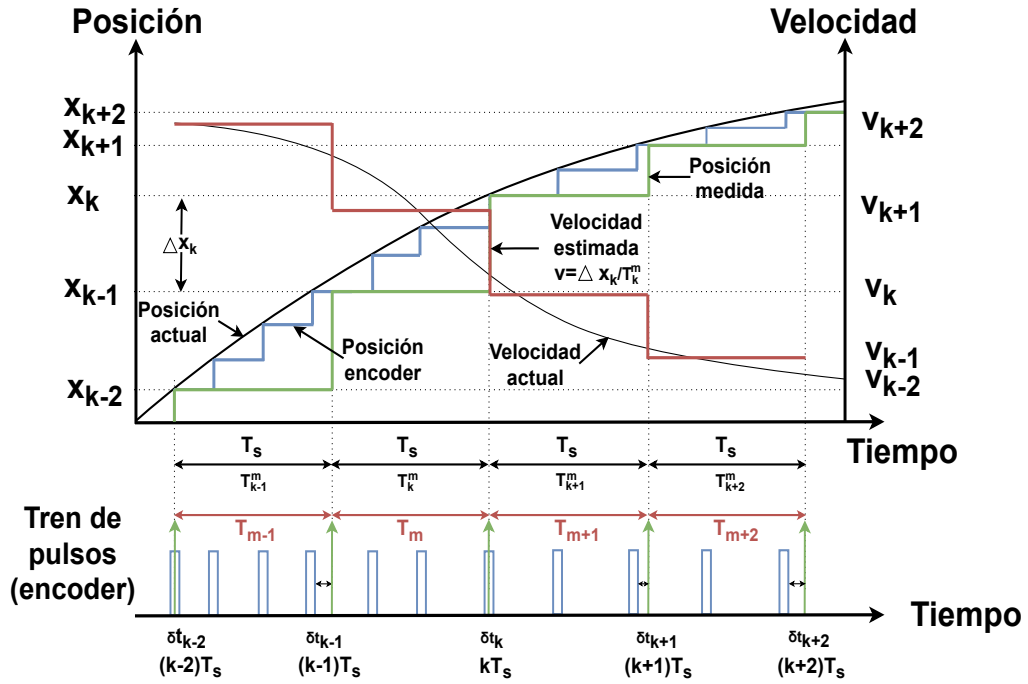


Figura 6.10: Cuantificación de la velocidad.

Para ello se aplica la siguiente formula:

$$V_m^{MT} = \frac{\alpha_k - \alpha_{k-1}}{T_s + \delta t_k - \delta t_{k-1}}, \quad (6.5)$$

donde, α_k es la posición actual, α_{k-1} la posición anterior, T_s representa el tiempo de muestreo, mientras que δt_k y δt_{k-1} son los retardos de pulso actual y anterior, respectivamente.

6.5. Lenguaje D

El microprocesador emulado en la tarjeta de desarrollo FPGA cuenta con una ALU (Unidad Aritmética Lógica) capaz de realizar funciones matemáticas básicas, trigonométricas, comparaciones (IF, WHILE, FOR), operaciones bit a bit (AND, OR), entre otras. Las instrucciones disponibles están detalladas en la Figura 6.11.

El lenguaje de programación es similar a “C”, pero está orientado a registros, operando mediante apuntadores en la memoria RAM. Permite realizar operaciones como sumas, productos y funciones trigonométricas, almacenando los resultados en registros específicos. Los argumentos de las operaciones pueden ser números naturales o registros.

Para acceder a la memoria RAM, se implementan las instrucciones LRAM (lectura) y ERAM (escritura). El procesador opera nativamente en punto flotante, ejecutando cálculos y comparaciones en este formato, aunque también admite conversiones entre punto flotante y enteros cuando es necesario [31].

6.6. Conclusiones

En este capítulo se presentó el software previamente desarrollado en LabVIEW para el control, configuración y adquisición de datos del sistema mecatrónico. Se describieron dos herramientas principales: un compilador que traduce instrucciones de alto nivel a lenguaje máquina, y una interfaz gráfica que permite la manipulación de parámetros de control, visualización y almacenamiento de datos.

La interfaz de usuario fue proporcionada previamente, sin embargo, fue necesario estudiar su estructura y funcionamiento. La principal aportación en esta etapa consistió en la elaboración del código de control utilizando las instrucciones y sintaxis propias del lenguaje D, con lo cual se estableció la comunicación entre la computadora y el sistema embebido.

Adicionalmente, se implementaron e integraron filtros digitales diseñados específicamente para el presente trabajo, con el objetivo de procesar las señales de los encoders y obtener la estimación de la velocidad angular de cada articulación. Estas herramientas permiten ajustar en tiempo real los parámetros de control y forman parte esencial del sistema de validación experimental que se presenta en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 6 . SOFTWARE DE USUARIO

Instrucciones y sintaxis del Lenguaje D				
IF	R	>,<=<	R o N	
Código para realizar si la condición es cierta				
ENDIF				
WHILE	R	>,<=<	R o N	
Código para realizar repetidamente si la condición es cierta				
ENDWHILE				
FOR	N (VALOR DE INICIO)	N (VALOR DE AUMENTO)	N (VALOR FINAL)	
Código para realizar repetidamente				
ENDFOR				
DELAY				
R	=	N		
R	=	R	+	R o N
R	=	R	-	R o N
R	=	R	*	R o N
R	=	R	/	R o N
R	=	R o N	^	R o N
R	=	LN	R o N	
R	=	EXP	R o N	
R	=	SQRT	R o N	
R	=	SIN	R o N	
R	=	COS	R o N	
R	=	TAN	R o N	
R	=	CSC	R o N	
R	=	SEC	R o N	
R	=	COT	R o N	
R	=	SINH	R o N	
R	=	COSH	R o N	
R	=	TANH	R o N	
R	=	CSCH	R o N	
R	=	SECH	R o N	
R	=	COTH	R o N	
R	=	ARCSIN	R o N	
R	=	ARCCOS	R o N	
R	=	ARCTAN	R o N	
LRAM	DIRECCIÓN	R		
ERAM	R	DIRECCIÓN		
LPOR	P	R		
EPOR	R	P		

Figura 6.11: Instrucciones disponibles para programación de microprocesador [31].

Capítulo 7

Resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados de las pruebas experimentales realizadas en el robot de tres grados de libertad, con el objetivo de validar el desempeño del controlador de posición desarrollado en simulación.

Se implementó en el sistema físico la misma ley de control PD con función tangente hiperbólica y parámetros previamente sintonizados, lo que permitió comparar directamente la respuesta simulada con la experimental.

Las pruebas experimentales se realizaron mediante un lazo cerrado de control, cuyo ciclo se ilustra en la Figura 7.1. En cada iteración, se lee la posición actual del robot y la referencia deseada, se calcula el error de posición y velocidad, y se aplica la ley de control PD para generar las señales PWM que activan los motores, garantizando así el seguimiento continuo de la trayectoria deseada.

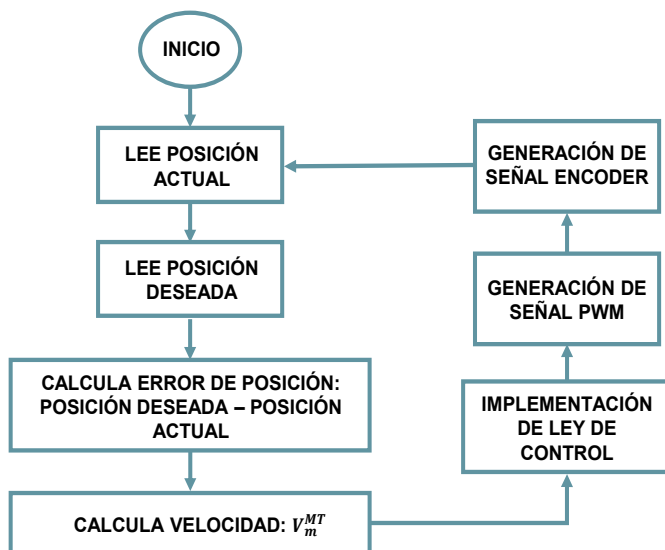


Figura 7.1: Diagrama del sistema de control.

Posteriormente, se presentan y analizan los resultados obtenidos para cada articulación, mostrando comparaciones entre la simulación y la implementación real en términos de posición y velocidad angular. Además, se incluye la respuesta del torque medida durante la ejecución del control en el sistema físico, proporcionando una visión completa del desempeño del robot bajo las condiciones experimentales.

7.1. Resultados experimentales del primer grado de libertad con control de posición

El primer conjunto de resultados corresponde a la implementación del control de posición aplicado al primer grado de libertad. A continuación, se presentan las gráficas comparativas entre los datos experimentales y los resultados de simulación, tanto para la señal de posición como para la velocidad angular, en un rango de movimiento de $\pm 30^\circ$. El sistema realiza ciclos de movimiento de 20 segundos de duración, y en las gráficas se muestran cuatro ciclos completos.

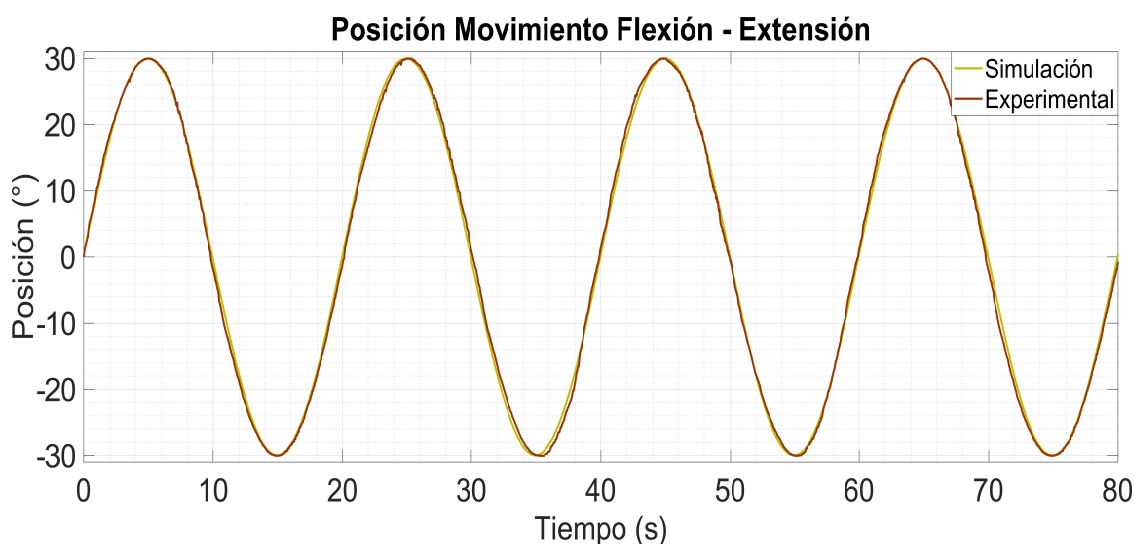


Figura 7.2: Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del primer grado de libertad.

La Figura 7.2 muestra un seguimiento adecuado de la señal deseada, con un índice de coincidencia del 92 %, lo cual indica una buena correlación entre el modelo simulado y el comportamiento real del sistema.

Para complementar el análisis, se presenta la gráfica del error de seguimiento en posición (Figura 7.3), calculado como la diferencia entre la señal simulada y la

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

señal experimental. Aunque visualmente el error puede parecer elevado, es importante destacar que su magnitud real se mantiene dentro de un rango menor aproximado de $\pm 1.5^\circ$. Esta percepción se debe a que la escala del eje vertical se ha ajustado para resaltar el comportamiento dinámico del error. La gráfica mantiene el mismo tamaño que las anteriores con el objetivo de facilitar la comparación visual.

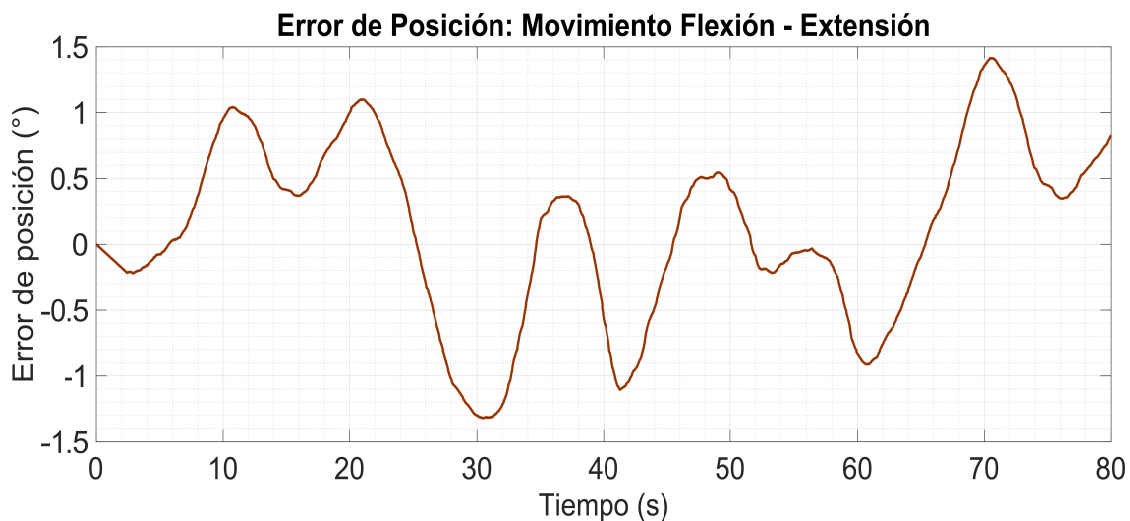


Figura 7.3: Error de seguimiento en la posición del primer grado de libertad.

Posteriormente, se compara la velocidad angular obtenida por simulación con la experimental durante la ejecución del mismo movimiento. La Figura 7.4 muestra esta comparación, evidenciando la correspondencia entre ambos resultados.

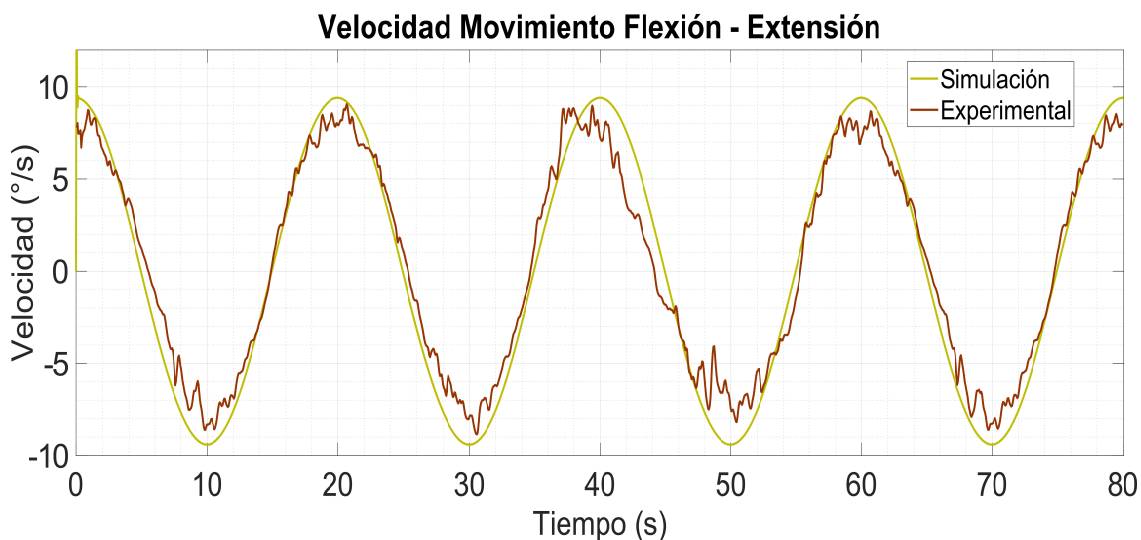


Figura 7.4: Gráfica de velocidad del primer grado de libertad (simulación vs experimental).

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

La velocidad presenta una tendencia coherente con la simulación, aunque se identifican ligeras discrepancias atribuibles a factores como fricción no modelada, retardos en el sistema de adquisición de datos o perturbaciones externas presentes en la implementación física.

Finalmente, se presenta el torque aplicado para generar el movimiento del primer grado de libertad. En este caso, se muestran únicamente los datos experimentales en la Figura 7.5, ya que el objetivo es analizar la demanda real del sistema bajo la implementación física del control.

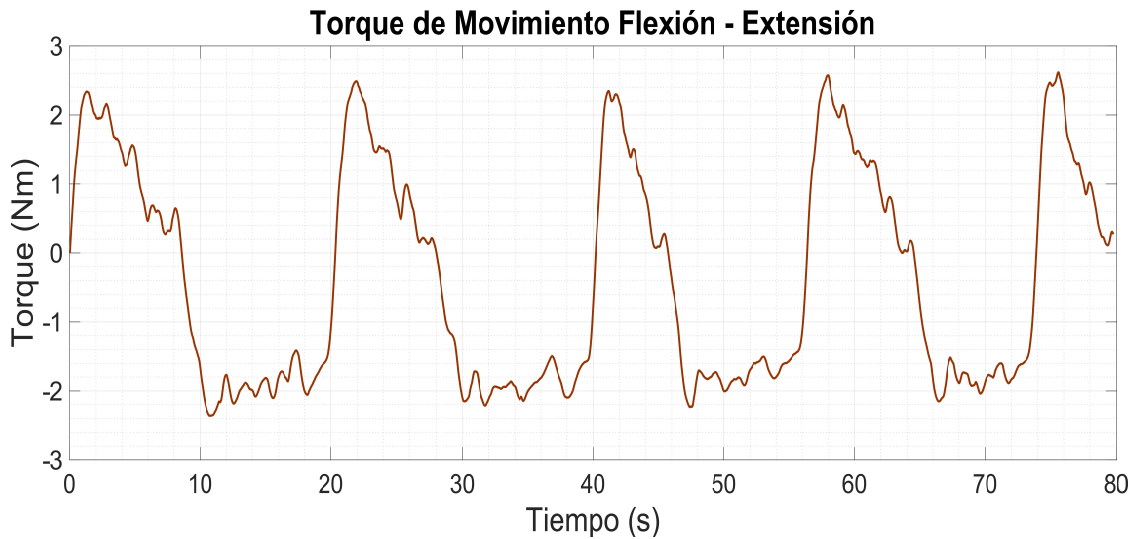


Figura 7.5: Torque suministrado al primer grado de libertad.

7.2. Resultados experimentales del segundo grado de libertad con control de posición

En seguida, se presenta la comparación entre la posición angular obtenida en simulación y la respuesta experimental del segundo grado de libertad como se presenta en la Figura 7.6. La señal de referencia consistió en una función senoidal con un rango de $\pm 15^\circ$, donde cada ciclo tuvo una duración aproximada de 15 segundos.

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

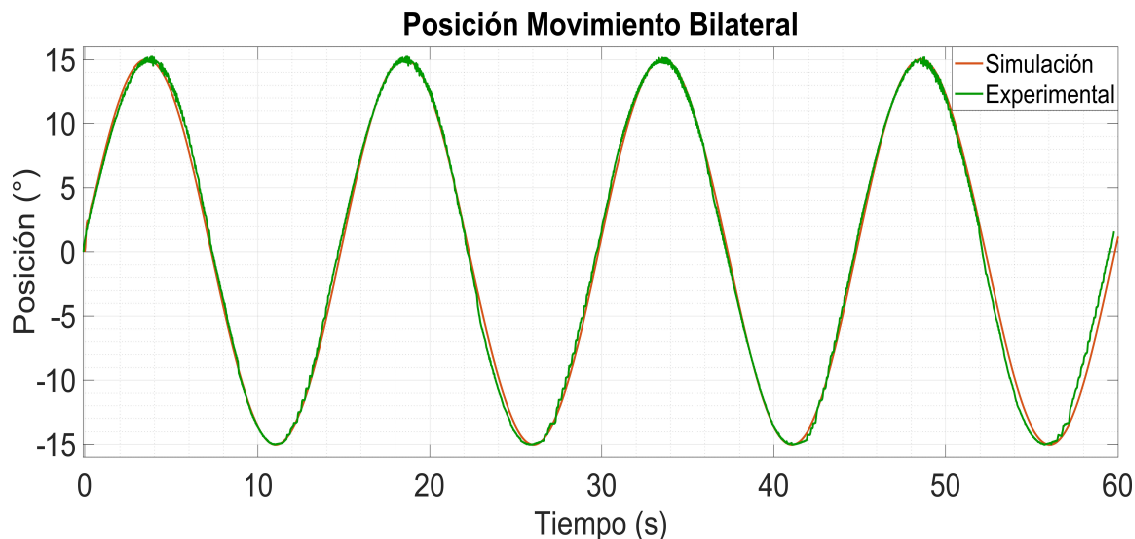


Figura 7.6: Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del segundo grado de libertad.

El sistema logró un seguimiento estable de la señal de referencia, con un índice de coincidencia del 89 % entre la posición simulada y la experimental. Este resultado refleja un control eficiente y una adecuada sintonización de parámetros para este eje.

Para complementar el análisis anterior, se incluye la gráfica del error de posición de la Figura 7.7, calculado como la diferencia entre la señal simulada y la respuesta experimental. Aunque visualmente el error puede parecer significativo, su magnitud real se mantiene en un rango inferior a $\pm 2^\circ$, lo cual indica un desempeño aceptable del sistema. La escala vertical de la gráfica ha sido ajustada para una mejor visualización.



Figura 7.7: Error de seguimiento en la posición del segundo grado de libertad.

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

Más adelante, se muestra en la Figura 7.8 la comparación de la velocidad angular obtenida por simulación y en la prueba física.

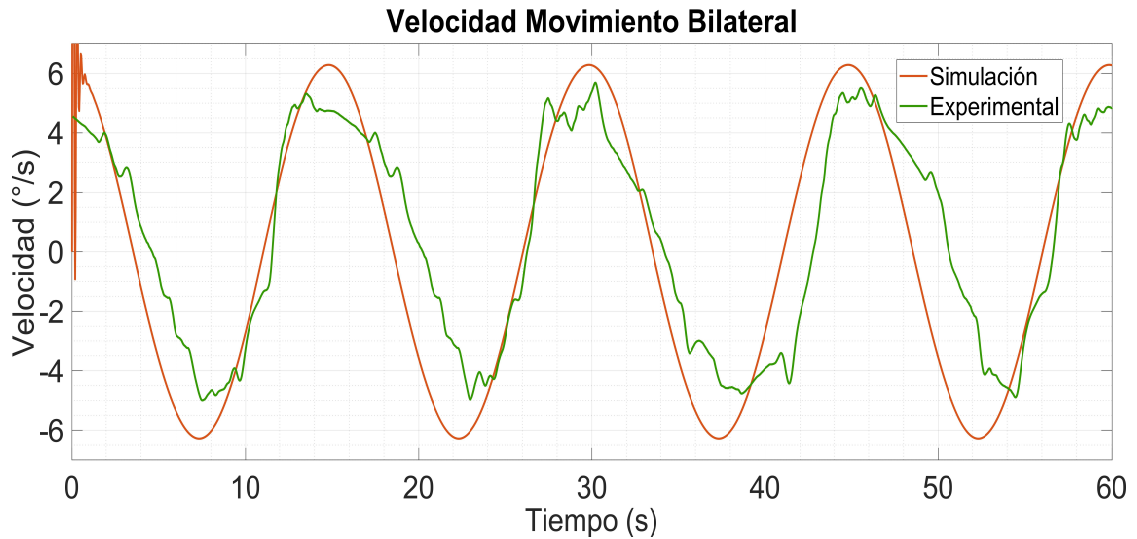


Figura 7.8: Gráfica de velocidad del segundo grado de libertad (simulación vs experimental).

Se observa un comportamiento general similar al previsto, con ligeras desviaciones atribuibles a fenómenos dinámicos no modelados, como la fricción, el retardo en la medición o pequeñas perturbaciones externas.

Finalmente, se muestra el torque registrado experimentalmente (Figura 7.9) durante la operación del segundo grado de libertad. Esta señal proporciona información sobre la demanda real del actuador durante la ejecución del control.

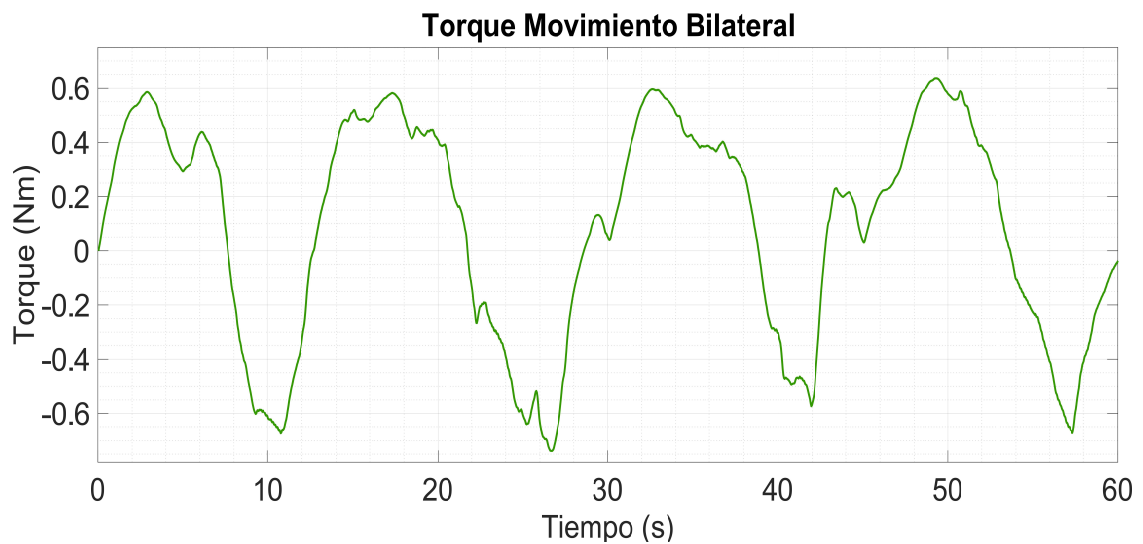


Figura 7.9: Torque suministrado al segundo grado de libertad.

7.3. Resultados experimentales del tercer grado de libertad con control de posición

La Figura 7.10 muestra la comparación entre la posición angular simulada y la respuesta experimental del tercer grado de libertad. La señal de referencia consistió en una función senoidal con un rango de movimiento de $\pm 58^\circ$.

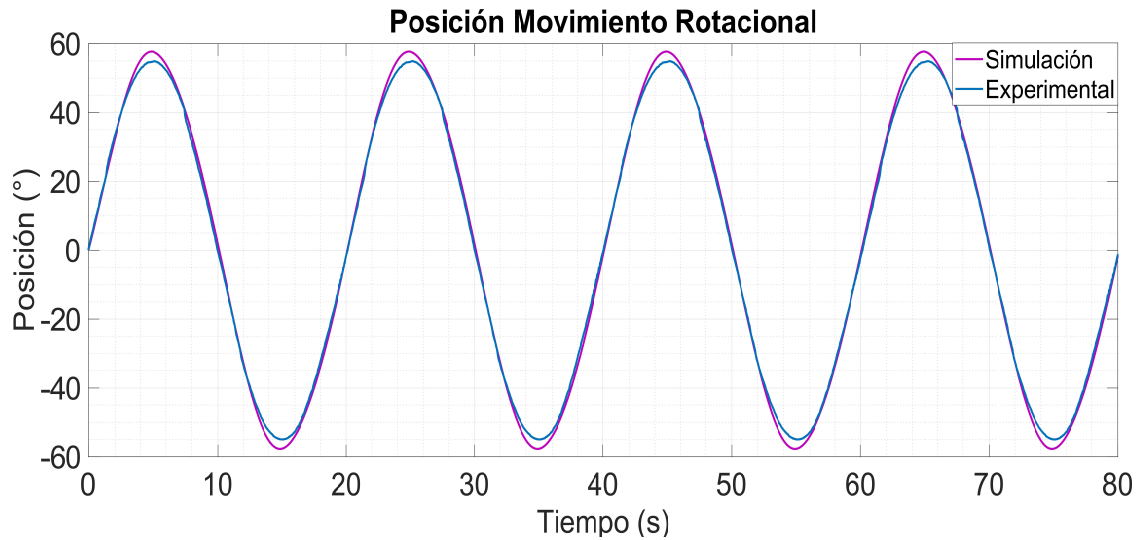


Figura 7.10: Gráfica comparativa posición simulación vs posición experimental del tercer grado de libertad.

Como se observa, el sistema logra un seguimiento adecuado de la trayectoria deseada, con un índice de coincidencia del 87 %.

Para complementar este análisis, se presenta la gráfica del error de posición (Figura 7.11), calculado como la diferencia entre la señal simulada y la experimental. Aunque la escala de la gráfica puede dar la impresión de un error considerable, el margen real se mantiene dentro de $\pm 3.5^\circ$, demostrando así un desempeño aceptable del control aplicado.

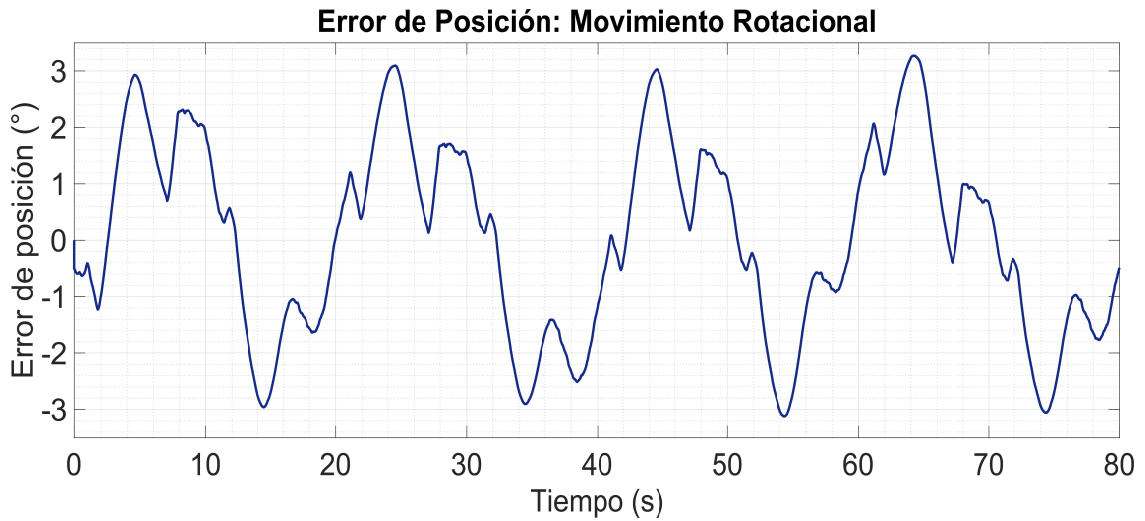


Figura 7.11: Error de seguimiento en la posición del tercer grado de libertad.

La Figura 7.12 presenta la comparación entre la velocidad angular simulada y la experimental, asociada al tercer grado de libertad.

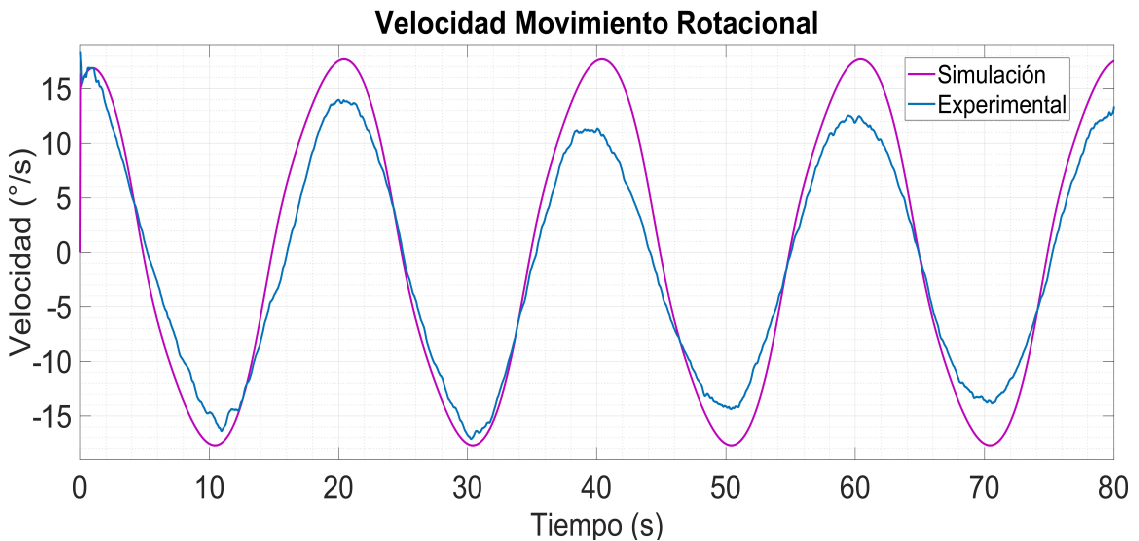


Figura 7.12: Gráfica de velocidad del tercer grado de libertad (simulación vs experimental).

La velocidad presenta un comportamiento acorde con el previsto en la simulación, con algunas diferencias atribuibles a efectos no modelados tales como fricción y ruido en la señal.

Finalmente, se muestra el torque requerido por el actuador para lograr el movimiento del tercer grado de libertad (Figura 7.13). En este caso, se presentan únicamente los datos experimentales, dado que el objetivo es evaluar la demanda real del

sistema físico bajo la implementación del control.

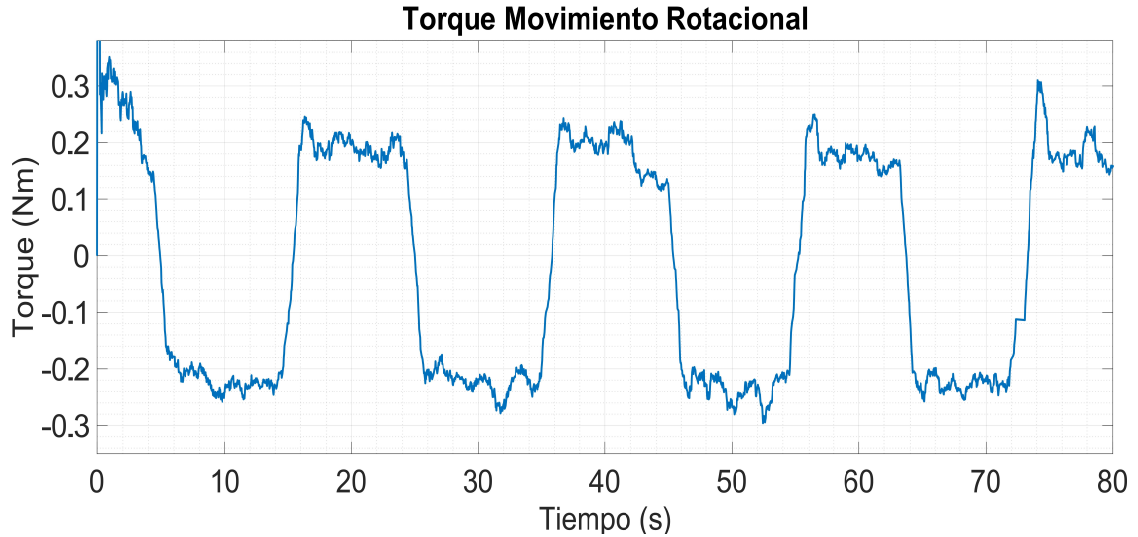


Figura 7.13: Torque suministrado al tercer grado de libertad.

7.4. Métrica de comparación para evaluación de datos

Para cuantificar la similitud entre las señales de posición experimental y simulada en cada grado de libertad, se emplearon dos métricas de evaluación complementarias. A continuación se describen ambas métricas, sus fundamentos y formulaciones matemáticas.

Métrica *metr2ev*

La métrica *metr2ev* fue tomada de [32,33] y considera la similitud entre dos señales en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Esta métrica evalúa la coincidencia global entre dos señales a través de los siguientes pasos:

La Ecuación (7.1) calcula la similitud en el dominio del tiempo, comparando la suma total de ambas señales y normalizándola por la suma de sus valores absolutos. La variable a toma valores entre 0 y 1, donde valores cercanos a 1 indican mayor similitud,

$$a = 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N y_i \right|}{\left| \sum_{i=1}^N (|x_i| + |y_i|) \right|}. \quad (7.1)$$

Las ecuaciones (7.2) y (7.3) transforman las señales al dominio de la frecuencia

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

mediante la transformada discreta del coseno tipo II:

$$X = \text{DCT}_{\text{II}}(x), \quad (7.2)$$

$$Y = \text{DCT}_{\text{II}}(y). \quad (7.3)$$

Las ecuaciones (7.4) y (7.5) normalizan los espectros de frecuencia dividiendo cada uno por su valor máximo, permitiendo una comparación equilibrada entre ambas señales, como sigue:

$$X_n = \frac{X}{\text{máx}(X)}, \quad (7.4)$$

$$Y_n = \frac{Y}{\text{máx}(Y)}. \quad (7.5)$$

La Ecuación (7.6) calcula la similitud en el dominio de la frecuencia:

$$b = 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^N |X_{n_i} - Y_{n_i}| \right|}{\left| \sum_{i=1}^N (|X_{n_i}| + |Y_{n_i}|) \right|}. \quad (7.6)$$

Finalmente, la métrica *metr2ev* se obtiene combinando ambos coeficientes y ajustándolos con una potencia:

$$\text{metr2ev} = z = (ab)^{0.4}, \quad (7.7)$$

el valor z varía entre 0 y 1, donde valores cercanos a 1 indican una alta similitud global entre las señales.

Métrica RMSE

Como complemento, se empleó también el *Error Cuadrático Medio (Root Mean Square Error, RMSE)*, una métrica clásica y ampliamente usada para evaluar diferencias promedio entre señales en ingeniería y modelado [34]. El RMSE se define como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}, \quad (7.8)$$

donde x_i y y_i representan los valores de las señales experimental y simulada en el instante i , respectivamente, y N es el número total de muestras.

El RMSE ofrece un error absoluto expresado en las unidades físicas de la señal

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

(por ejemplo, grados), siendo valores cercanos a cero indicativos de alta similitud.

Para facilitar la interpretación, se normalizó el RMSE respecto a la amplitud máxima experimental A_{\max} y se presentó como porcentaje de similitud:

$$\text{Similitud}_{RMSE} = \left(1 - \frac{RMSE}{A_{\max}}\right) \times 100. \quad (7.9)$$

Resultados

De esta forma, la métrica *metr2ev* y la similitud basada en RMSE se calcularon para cada grado de libertad. Los resultados se resumen en la Tabla 7.1, donde 100 % representa una coincidencia total y 0 % una ausencia completa de similitud entre las señales simulada y experimental de los datos obtenidos en la posición.

Grado de libertad	metr2ev	RMSE
1°	92 %	94 %
2°	89 %	90 %
3°	87 %	89 %

Tabla 7.1: Porcentaje de similitud de cada grado de libertad.

La comparación de resultados con ambas métricas permite evaluar de forma más completa la similitud entre las señales experimental y simulada de posición en cada grado de libertad. La métrica *metr2ev* ofrece la ventaja de integrar información tanto del dominio del tiempo como del dominio de la frecuencia, lo que le permite detectar coincidencias generales en el comportamiento de las señales, aún con pequeños desfases o variaciones puntuales. Sin embargo, esta característica también puede ser una limitación si se busca identificar diferencias muy puntuales, ya que estas podrían quedar atenuadas en la evaluación. Por su parte, el RMSE compara la coincidencia punto a punto en el tiempo, siendo muy sensible a cambios de fase o a la presencia de ruido. El hecho de que ambas métricas arrojen valores cercanos al 90 % indica que el modelo no solo replica con precisión la evolución temporal de la señal, sino que también reproduce fielmente su estructura espectral, lo que refuerza su validez desde dos enfoques de análisis complementarios.

7.5. Conclusiones

En este capítulo se validó el desempeño del sistema de control implementado mediante pruebas experimentales realizadas en el prototipo físico del robot de tres grados de libertad. Se aplicaron señales de referencia senoidales independientes a cada articulación y se compararon las respuestas experimentales con las simuladas, tanto en posición como en velocidad angular.

Los resultados mostraron un seguimiento preciso en las tres articulaciones, con porcentajes de similitud superiores o igual al 87% en todos los casos. El controlador PD con función tangente hiperbólica logró mantener una posición casi deseada, incluso frente a las perturbaciones presentes en el entorno físico. Las diferencias observadas en velocidad se atribuyen principalmente a fricciones o juego mecánico.

El análisis del torque registrado en cada eje permitió verificar que las demandas del sistema no superan los límites operativos del hardware, asegurando la integridad mecánica del robot durante el control. En conjunto, estos resultados validan tanto la fidelidad del modelo dinámico como la efectividad del controlador propuesto bajo condiciones reales de operación.

Conclusiones generales

En este trabajo de tesis se puso en operación un sistema mecatrónico de tres grados de libertad capaz de emular los movimientos principales del cuello humano, integrando mejoras sustanciales tanto en el diseño mecánico como en la arquitectura electrónica. Las acciones implementadas estuvieron orientadas a optimizar la estabilidad, la organización estructural y la calidad del control del sistema. Estas modificaciones permitieron incrementar notablemente la repetibilidad de los movimientos durante las pruebas experimentales.

Como parte fundamental del proceso de mejora, se caracterizaron los motores Pololu 37D utilizados en cada articulación, lo cual permitió determinar su frecuencia de operación óptima y lograr una respuesta prácticamente lineal. Paralelamente, se actualizó por completo la arquitectura electrónica, lo que mejoró significativamente la confiabilidad del sistema en condiciones reales de operación.

La metodología empleada para la obtención del modelo dinámico, basada en el análisis de parámetros agrupados de cada componente mecánico, permitió generar un modelo robusto. Si bien no se incorporaron en esta etapa elementos como el modelado de fricción ni técnicas de identificación paramétrica, el desempeño alcanzado fue notable, lo que respalda la validez del enfoque utilizado y abre una vía clara para futuras mejoras orientadas a una representación más precisa del sistema.

Los resultados experimentales fueron satisfactorios, con un seguimiento preciso de las trayectorias de referencia. Se alcanzaron niveles de similitud del 92 % en el primer grado de libertad (flexión-extensión), 89 % en el segundo (inclinación lateral) y 87 % en el tercero (rotación). Además, los errores de posición se mantuvieron dentro de márgenes aceptables: un máximo de 1.5 grados en el primer eje, hasta 2 grados en el segundo (con un mínimo cercano a 1 grado) y no más de 3.5 grados en el tercero. Estos resultados reflejan un desempeño sobresaliente tanto del modelo dinámico como del controlador PD implementado.

Finalmente, la incorporación de sensores magnéticos de fin de carrera y el acondicionamiento del sistema electrónico contribuyeron a consolidar un robot funcional,

CAPÍTULO 7 . RESULTADOS EXPERIMENTALES

seguro y estable. En conjunto, todas estas acciones permitieron validar con éxito la precisión del modelo dinámico, la eficacia del sistema de control y el desempeño general del robot.

Como trabajo futuro, se propone la incorporación de modelos de fricción y la aplicación de técnicas de inteligencia artificial para la identificación paramétrica, con el objetivo de optimizar aún más la dinámica y precisión del sistema bajo distintas condiciones de operación.

Bibliografía

- [1] K. Čapek, *R.U.R. (Rossum's Universal Robots)*, Praga: Aventinum, 1921.
- [2] Universidad ORT Uruguay, "Qué es la robótica y cuáles son sus usos", 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.ort.edu.uy/noticia/102735/que-es-la-robotica-y-cuales-son-sus-usos> [Accedido: 20-nov-2023].
- [3] B. Siciliano y O. Khatib (eds.), *Springer Handbook of Robotics*, 2^a ed., Springer, 2016. [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1>.
- [4] American Honda Motor Co. Inc., "ASIMO by Honda". [En línea]. Disponible en: <https://global.honda/products/mobility/asimo.html> [Accedido: 20-nov-2023].
- [5] YouTube, "ASIMO on Live with Kelly and Michael", 2014. [En línea]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=asimo-live-kelly> [Accedido: 20-nov-2023].
- [6] United Robotics Group (antes Aldebaran), "NAO robot". [En línea]. Disponible en: <https://www.unitedrobotics.group/nao> [Accedido: 20-nov-2023].
- [7] Hanson Robotics, "Sophia the Robot". [En línea]. Disponible en: <https://www.hansonrobotics.com/sophia> [Accedido: 20-nov-2023].
- [8] The Tonight Show Starring Jimmy Fallon, "Sophia the Robot and Jimmy Sing a Duet of 'Say Something'", YouTube, 21-nov-2018. [Vídeo en línea]. Disponible en: <https://youtu.be/G-zyT1ZQYpE>. [Consultado: 20-nov-2023].
- [9] M. Greshko, "Esta es Sophia, el robot con un aspecto casi humano", National Geographic, 21-mayo-2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.nationalgeographic.es/ciencia/2018/05/esta-es-sophia-el-robot-con-un-aspecto-casi-humano>. [Consultado: 20-nov-2023].
- [10] Engineered Arts, (2023, Junio 20). "Ameca", Engineered Arts. [Internet]. Disponible en <https://www.engineeredarts.co.uk/robot/ameca/>. [Consultado: Noviembre 20, 2023]
- [11] Engineered Arts, (2023, Junio 20). "Ameca Profile", Engineered Arts. [Internet]. Disponible en https://www.engineeredarts.co.uk/wp-content/uploads/2021/12/Ameca_profile_4-586x586.jpg. [Consultado: Noviembre 20, 2023]
- [12] Engineered Arts, (2023, Junio 20). "Mesmer", Engineered Arts. [Internet]. Dis-

BIBLIOGRAFÍA

- ponible en <https://www.engineeredarts.co.uk/robot/mesmer/>. [Consultado: Noviembre 20, 2023]
- [13] A. I. Kapandji, *Fisiología articular: esquemas comentados de mecánica humana*, Tomo III, 6^a ed., Médica Panamericana, 2010.
 - [14] A. R. L. Michael Laterjet, *Anatomía humana*, 4^a ed., Médica Panamericana, 2007.
 - [15] Terasic Inc., “DE0-CV Board (Cyclone V FPGA)”, 2015. [En línea]. Disponible en: <https://www.terasic.com.tw/cgi-bin/page/archive.pl?Language=English&CategoryNo=167&No=921> [Accedido: 16-may-2025].
 - [16] Microchip Technology Inc., “RN-XV 802.11 b/g Wireless LAN Module, Data Sheet”, Microchip Technology, versión 1.03, 14-sep-2012. [En línea]. Disponible en: <https://ww1.microchip.com/downloads/aemDocuments/documents/OTH/ProductDocuments/DataSheets/70005171B.pdf> [Accedido: 16-may-2025].
 - [17] Pololu Corporation, “37D Metal Gearmotor w/Encoder”, 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.pololu.com/product/2825> [Accedido: 16-may-2025].
 - [18] E. Pastor Torres, *Implementación y control de un emulador de cuello humano*, Tesis de Maestría, BUAP, Puebla, 2020.
 - [19] F. R. Cortés, *Robótica: Control de Robots Manipuladores*, 1^a ed., Puebla: Alfaomega, 2011.
 - [20] F. J. L. Cortés, *Desarrollo de un sistema mecatrónico para robot humanoide que permite emular el movimiento del cuello de los seres humanos*, Tesis de Maestría, BUAP, Puebla, 2017.
 - [21] B. C. Fabien, *Analytical System Dynamics: Modeling and Simulation*, Springer, 2009.
 - [22] M. W. Spong, S. Hutchinson, y M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, John Wiley & Sons, 2006.
 - [23] C. E. Márquez-García et al., “FPGA-based accuracy mechatronics of a feed-drive system with ball screw,” en Proc. 18th Int. Conf. Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Ciudad de México, México, 10–12 nov. 2021.
 - [24] J. Lopez-Gomez et al., “Influence of PWM Torque Control Frequency in DC Motors by Means of an Optimum Design Method,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 80691–80706, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2990158.
 - [25] M. C. García López, *Control de seguimiento de trayectoria y contorneado basado en el modelo de fricción para un sistema CNC de feed-drive*, Tesis de Maestría, BUAP, Puebla, 2016.
 - [26] J. F. Pintor Michimani, *Desarrollo e instrumentación de un escaner 3D*, Tesis de Maestría, BUAP, Puebla, 2024.
 - [27] OneIMS, “Quadrature Encoder Overview”, Dynapar, Jul. 25, 2019. [En línea]. Disponible en: https://www.dynapar.com/technology/encoder_basics/quadrature_encoder/. [Consultado: nov. 20, 2023].
 - [28] C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku. *Fundamentos de circuitos eléctricos 3 Edición*.

BIBLIOGRAFÍA

- Mc Graw Hill, 2006.
- [29] Alcantar Vergara L. A., *Modelado y control de un robot cartesiano de dos grados de libertad realizando estudios de Jerk*, Tesis de Maestría, BUAP, 2023.
- [30] A. Hace and M. Čurkovič, “Accurate FPGA-Based Velocity Measurement with an Incremental Encoder by a Fast Generalized Method”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 6, pp. 5101–5109, Jun. 2018, doi: 10.1109/TIE.2017.2782227.
- [31] D. M. González Arriaga, M. A. D. Vargas Treviño y S. Vergara Limón, “Lenguaje D”, *Programas de computación, Registro Público del Derecho de Autor*, núm. 03-2021-120110454200-01, 2021.
- [32] C. L. Carreón-Díaz de León et al., “Parameter Identification of a Robot Arm Manipulator Based on a Convolutional Neural Network”, *IEEE Access*, vol. 10, pp. 55002–55017, May 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3177209.
- [33] C. L. Carreón Díaz de León, *Desarrollo de una Red Neuronal Convolutiva para la identificación Paramétrica de un Robot*, Tesis doctoral, BUAP, México, 2023.
- [34] T. O. Hodson, “Root-mean-square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): when to use them or not”, *Geoscientific Model Development*, vol. 15, pp. 5481–5487, 2022, doi: 10.5194/gmd-15-5481-2022.
- [35] C. L. Carreón Díaz de León, *Diseño y construcción de un cuadricóptero guiado por control inalámbrico*, Tesis de Maestría, BUAP, México, 2019.
- [36] Kelly R., Santibañez V. *Robótica Automática*. Pearson Educación. (2003)
- [37] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, *Tratamiento digital de señales*, 4 Edición, Pearson Prentice Hall, 2007.
- [38] C. O. J. Alexander et al., “Fundamentos y aplicación del muestreo en señales ubicadas en las bandas altas del espectro”, *Scientia Et Technica*, 2008, XIV(39), pp. 37–42. ISSN: 0122-1701. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84920503008>

Anexos

Constancia de participación en evento académico

ACADEMIA JOURNALS
OPUS PRO SCIENTIA ET STUDIO

Congreso Internacional de Investigación
Academia Journals Los Mochis 2025
Construyendo Legados, Innovando el
Futuro: Excelencia en Empresas Familiares

**CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN
ACADEMIA JOURNALS LOS MOCHIS 2025**
Construyendo Legados. Innovando el Futuro. Excelencia en Empresas Familiares

CERTIFICADO

otorgado a

**Ing. Abril Donahi Castro Sánchez
Dra. María Aurora Diozcora Vargas Treviño
Dr. Sergio Vergara Limon
Dra. Amparo Dora Palomino Merino**

por su artículo titulado

Diseño e Instrumentación de un Robot Esférico que Emula los Movimientos del Cuello Humano en Plataforma FPGA
(Artículo No. LSM029)

La ponencia correspondiente fue presentada en el Congreso Internacional de Investigación Academia Journals Los Mochis 2025, *Construyendo Legados, Innovando el Futuro: Excelencia en Empresas Familiares*, desarrollado el 27 de febrero de 2025, con sede en el Centro de Innovación y Educación Los Mochis. El evento fue presentado en colaboración con eminentes investigadores de Los Mochis. El artículo está incluido en las siguientes publicaciones: (1) en el portal de Internet AcademiaJournals.com, con ISSN 1946-5351 online, Vol. 17, No. 01, 2025 e indexación en la base de datos *Fuente Académica Plus de EBSCOHOST*, Massachusetts, Estados Unidos y (2) en libros ebook digitales compilados por área temática, con números ISBN online*. Se tiene acceso libre a todas las publicaciones del congreso en el portal de internet de Academia Journals.

Los organizadores del congreso reconocen la participación de los autores en el congreso, agradeciendo sus contribuciones.

DR. RAFAEL MORAS, P.E.
Director General
Academia Journals

CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN ACADEMIA JOURNALS LOS MOCHIS 2025

* Construyendo Legados Innovando el Futuro en las Ciencias Administrativas - Los Mochis 2025 979-8-89020-109-6
Construyendo Legados Innovando el Futuro en las Ciencias de la Salud - Los Mochis 2025 979-8-89020-110-2
Construyendo Legados Innovando el Futuro en las Matemáticas y Ciencias Naturales - Los Mochis 2025 979-8-89020-111-9
Construyendo Legados Innovando el Futuro en las Ciencias de la Educación - Los Mochis 2025 979-8-89020-112-6
Construyendo Legados Innovando el Futuro en las Humanidades y Ciencias Sociales - Los Mochis 2025 979-8-89020-113-3
Construyendo Legados Innovando el Futuro en la Ingeniería - Los Mochis 2025 979-8-89020-114-0

<https://www.academiajournals.com/losmochis>

Artículo de divulgación

Artículos del Congreso Internacional de
Investigación Academia Journals Los Mochis 2025 © Academia Journals 2025

Los Mochis, Sinaloa, México
27 febrero, 2025

Diseño e Instrumentación de un Robot Esférico que Emula los Movimientos del Cuello Humano en Plataforma FPGA

Ing. Abril Donahi Castro Sánchez¹, Dra. María Aurora Diozcora Vargas Treviño²,
Dr. Sergio Vergara Limon³, Dr. Jesús López Gómez⁴ y Dra. Amparo Dora Palomino Merino⁵.

Resumen— Este artículo presenta la actualización de la electrónica y mecánica de un robot esférico de tres grados de libertad, diseñado para emular los movimientos del cuello humano. Se realizaron mejoras en el diseño mecánico y una nueva estructura electrónica con amplias ventajas para optimizar su funcionamiento. La electrónica se basa en una FPGA Cyclone V, configurada con un procesador embebido para ejecutar algoritmos de control en tiempo real, asegurando un desempeño confiable.

Palabras clave— Diseño, instrumentación, Robot esférico, FPGA.

Introducción

La robótica está experimentando un cambio significativo, ampliando sus horizontes más allá de los entornos industriales para adentrarse en áreas donde los robots interactúan directamente con los seres humanos. Esta expansión plantea nuevos desafíos que prometen transformar la forma en que los robots ayudan, sirven y colaboran con las personas, impactando de manera creciente nuestras vidas cotidianas.

Aparte de su aplicación en dispositivos físicos, los avances en robótica están abriendo nuevas posibilidades en campos como la biomecánica, la neurociencia, la animación, la cirugía y la interacción con sensores. Estos descubrimientos no solo enriquecen el conocimiento en robótica, sino que también generan nuevas áreas de exploración en otras disciplinas, contribuyendo al progreso mutuo.

En definitiva, las innovaciones más sorprendentes surgen cuando se combinan diferentes ramas del conocimiento, demostrando que la colaboración entre disciplinas acelera y enriquece el desarrollo de la robótica.

Descripción del Método

Antecedentes

En los últimos años, la robótica ha dado lugar a la construcción de máquinas capaces de llevar a cabo tareas repetitivas o complejas de forma automática. En 2004, Honda presentó ASIMO, el primer robot autónomo capaz de caminar, considerado el primer humanoide que pudo interactuar con la sociedad. Diseñado para realizar tareas domésticas y asistir a personas discapacitadas, ASIMO cuenta con 34 grados de libertad que emitan las articulaciones humanas para un movimiento flexible.

En 2011, NAO fue el primer robot autónomo diseñado específicamente para interactuar con los sensores humanos. Creado por Aldebaran Robotics, NAO puede reconocer rostros, hablar y jugar. Su software “Choregraphe” proporciona una interfaz drag-and-drop, donde los usuarios pueden ensamblar bloques preconstruidos para crear mejoras en el comportamiento de robot.

En 2016, el robot Sophia creado por Hanson Robotics se convirtió en el primer humanoide capaz de hablar y responder preguntas. Diseñada para asistir a personas con discapacidad, Sophia es el robot más avanzado de Hanson Robotics. Este robot ha sido utilizado como plataforma para la investigación.

¹ Ing. Abril Donahi Castro Sánchez es Alumna de la Maestría en Ciencias de la Electrónica Opción Automatización en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México. es223470640@alm.buap.mx (autor correspondiente)

² La Dra. María Aurora Diozcora Vargas Treviño es Profesora de la Maestría en Ciencias de la Electrónica Opción en Automatización en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México. aurora.vargas@correo.buap.mx

³ El Dr. Sergio Vergara Limon es Profesor de la Maestría en Ciencias de la Electrónica Opción Automatización en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México. sergio.vergara@correo.buap.mx

⁴ El Dr. Jesús López Gómez es Profesor de la División Académica de Ingeniería y Arquitectura en la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco (DAIA-UJAT), Tabasco, México. jlg06599@docente.ujat.mx

⁵ La Dra. Amparo Dora Palomino Merino es Profesora de la Maestría en Ciencias de la Electrónica Opción en Automatización en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México. amparo.palomino@correo.buap.mx

Diseño de la mecánica del prototipo

El robot esférico desarrollado en la Maestría de Ciencias de la Electrónica con Opción en Automatización de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla está conformado por tres grados de libertad, cada uno representa un movimiento independiente, replicando los movimientos del cuello humano: flexión-extensión (primer grado de libertad), inclinación lateral (segundo grado de libertad) y rotación (tercer grado de libertad).

El movimiento de flexión-extensión es generado por el mecanismo correspondiente al primer grado de libertad, este sistema incluye un anillo ovalado (anillo U_flex) que actúa como eje rotativo, montado sobre una base con dos soportes (A) fijados a una lámina de aluminio, la cual está anclada a una plataforma que soporta todo el prototipo.

La operación de este grado de libertad es mediante un motor de corriente directa equipado con un codificador de posición. Este motor se conecta a una caja de baleros y transmite su energía a través de una polea primaria, la cual, mediante una banda, acciona una segunda polea, como se ilustra en la Figura 1.

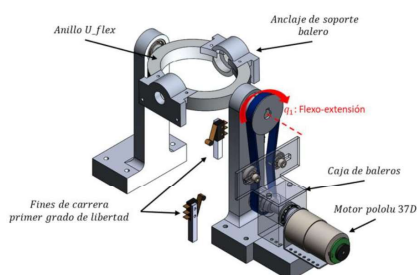


Figura 1. Mecanismo correspondiente al primer grado de libertad.

El segundo grado de libertad permite el movimiento de inclinación lateral de la cabeza hacia los hombros. Este sistema se compone de un soporte de rotación fijado al anillo ovalado (anillo U_flex) y anclado a los soportes base (A).

El motor asociado a este grado de libertad se ubica debajo del anillo rotacional y está asegurado con dos contrapesos en el exterior del anillo ovalado (anillo U_flex). Este motor está montado en un soporte estándar, proporcionando rigidez estructural al conjunto. De manera análoga al primer grado de libertad, el torque producido por el motor se transmite a una polea mediante una banda conectada al soporte de rotación. Revisar Figura 2.

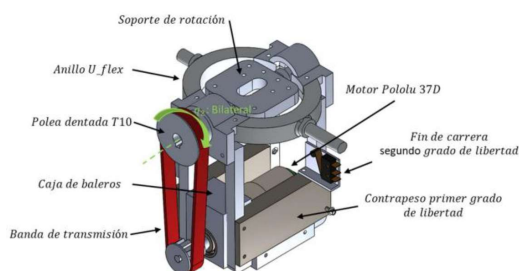


Figura 2. Mecanismo correspondiente al segundo grado de libertad.

El tercer grado de libertad reproduce el movimiento rotacional, y está integrado sobre la estructura rotativa del segundo grado de libertad. El sistema se compone de la conexión del tercer motor al soporte de rotación. En el lado opuesto del motor, un conjunto mecánico incluye un vástago que finaliza en una plataforma diseñada para sujetar la cabeza, funcionando como el actuador principal del robot. Este elemento se denomina "soporte cuello", como se muestra en la Figura 3.

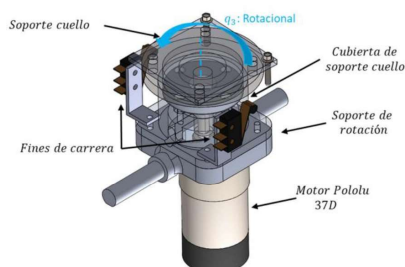


Figura 3. Mecanismo correspondiente al tercer grado de libertad.

Cabe señalar que las bandas de transmisión tienen una relación 2:1, es decir, que existen dos poleas acopladas a través de una banda dentada de hule, y a su vez estas son ajustada por dos tensores cada una, los cuales generan una tensión uniforme en la banda.

Aislamiento de señales

Por otra parte, para evitar desconexiones e interferencias en los cables, se separaron los cables según el tipo de señal, clasificándolos en alta potencia y baja potencia. Esta diferenciación optimizó la distribución del cableado y redujo el riesgo de interferencias electromagnéticas que podrían afectar el desempeño del robot. Para llevar a cabo esta organización, se emplearon cadenas plásticas para guiar y sujetar los cables, evitando su entrecruzamiento. Como resultado se logró una mayor estabilidad en las conexiones eléctricas, lo que disminuyó la probabilidad de fallos en la comunicación e interrupciones en el funcionamiento del robot. La implementación de observa en la Figura 4.

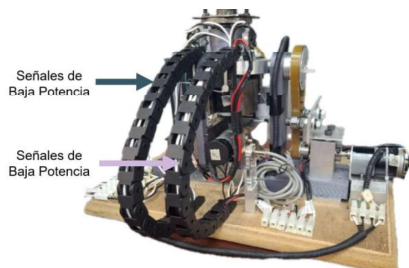


Figura 4. Aislamiento de señales con portador de cable de cadena de arrastre.

Fines de carrera

Para limitar el movimiento de los tres grados de libertad, el robot cuenta con dos finales de carrera instalados en cada uno de sus ejes, con el propósito de delimitar el área de trabajo del robot y prevenir daños en la estructura de este, actuando como un mecanismo de paro de emergencia para garantizar la seguridad del sistema. Inicialmente, los fines de carrera implementados eran de tipo mecánico; sin embargo, el uso continuo generaba un desgaste significativo, lo que producía fallos recurrentes debido a roturas, requiriendo mantenimiento contante para su correcto funcionamiento.

Para mitigar estos problemas, se reemplazaron los fines de carrera de tipo mecánico por sensores magnéticos Hall (Figura 5). Dado el cambio fue necesario adaptar las señales para su correcta detección por la FPGA, los seis sensores magnéticos operan con una alimentación de 6V a 36V, mientras que la FPGA acepta señales de entrada de 3.3V. Para compatibilizar las señales, se implementaron seis divisores de voltaje que reducen la señal de salida de 12V a un nivel adecuado para la FPGA. Consultar Figura 6. Esta mejora permitió optimizar la seguridad y eficiencia del robot, eliminando componentes propensos al desgaste y proporcionando una respuesta más rápida y precisa.



Figura 5. Interruptor magnético Hall.

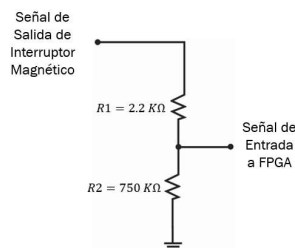


Figura 6. Circuito de acoplamiento de señales de entrada a FPGA.

Electrónica del prototipo

La estructura electrónica del robot se organiza en diferentes niveles (Figura 7), comenzando con una fuente de alimentación encargada de suministrar energía a todos los componentes electrónicos del sistema. En el siguiente nivel, se encuentra la etapa de potencia, compuesta por tres puentes H. Posteriormente se ubica la tarjeta de desarrollo FPGA DE0-CV, que integra un módulo Wi-Fi, permitiendo el envío y recepción de señales destinadas para el control del robot. Además, en la parte superior de la estructura se encuentra una clema que centraliza todas las señales hacia y desde el robot, lo que simplifica significativamente las conexiones y mejora la accesibilidad para tareas de mantenimiento o configuración.

Todos estos elementos están distribuidos de manera ordenada en niveles y montados sobre una estructura de acrílico, diseñada para ofrecer protección y garantizar la seguridad durante el transporte del prototipo.

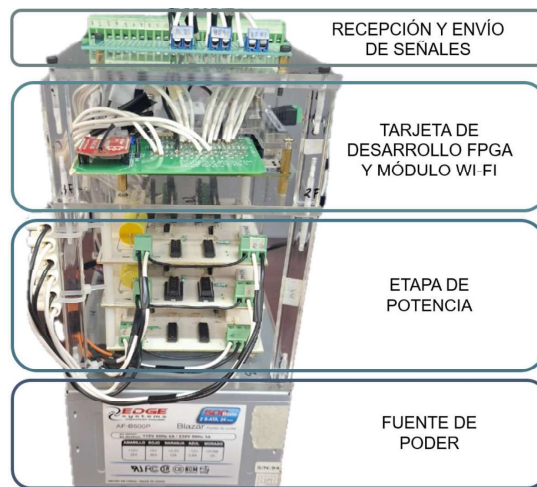


Figura 7. Electrónica del prototipo.

La integración del módulo Wi-Fi en la FPGA se realizó mediante una tarjeta de expansión de puertos, diseñada para un montaje seguro y mejor estabilidad de las conexiones provenientes de la FPGA. Para una correcta comunicación, se soldaron las conexiones requeridas siguiendo el mapeo de entradas y salidas definido para la tarjeta de expansión.

El proceso de conexión se basó en la especificación de los pines de la FPGA, asegurando una correspondencia precisa entre las terminales del módulo Wi-Fi y los puntos de acceso de la FPGA. En el Cuadro 1 se presenta un desglose detallado de todas las conexiones establecidas, conforme a la hoja de especificaciones de los pines de acceso.

Descripción	Tipo	Pin de acceso a FPGA	
Encoder del motor 1	Entrada	M20	M21
Encoder del motor 2	Entrada	K21	K22
Encoder del motor 3	Entrada	D17	K20
Fin de carrera 1a	Entrada	N21	
Fin de carrera 1b	Entrada	R22	
Fin de carrera 2a	Entrada	R21	
Fin de carrera 2b	Entrada	T22	
Fin de carrera 3a	Entrada	N20	
Fin de carrera 3b	Entrada	N19	
PWM para motor 1	Salida	M18	P16
PWM para motor 2	Salida	L17	L18
PWM para motor 3	Salida	K17	L19
Conexiones del Módulo Wi-Fi			
Pin WIFLY EZX-ad	Descripción	Pin FPGA	Descripción
1	VCC	GPIO 0 29	VCC3P3
10	GND	GPIO 0 30	GND
2	TX	T17	RX
3	RX	T15	TX

Cuadro 1. Pines de conexión de la FPGA.

Diseño electrónico en plataforma FPGA

El robot esférico incorpora un sistema embebido basado en la FPGA Cyclone V 5CEBA4F23C7N de Altera, que garantiza un control eficiente y adaptable. La actuación se lleva a cabo mediante motores de corriente directa con codificadores de giro y dirección para retroalimentación de posición, operando como sistemas de transmisión directa que suministran el par necesario para movimientos precisos. El control se implementa en la FPGA, que emula un microprocesador, que está diseñado con base en una estructura MIPS (Microprocessor without Interlocked Pipeline Stages) que tiene un procesador de 32 registros de 32 bits con arquitectura RISC (Reduced Instruction Set Computer). Mientras que las señales de control se amplifican a través de una etapa de potencia para accionar los motores. Los codificadores envían señales al procesador para calcular la posición instantánea del robot, asegurando el cierre del lazo del control. Además, una computadora personal se utiliza como interfaz de usuario para ajustar parámetros como ganancias del controlador y posiciones deseadas. Consultar Figura 8.

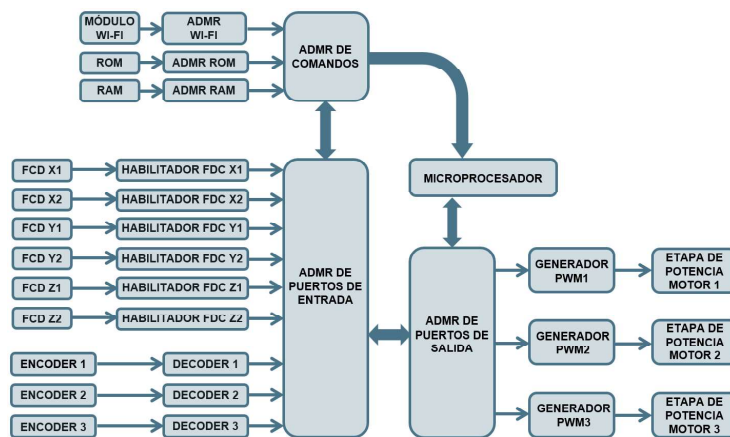


Figura 8. Diagrama general del sistema embebido.

Comentarios Finales*Resultados del movimiento del robot*

Para validar el desempeño de las modificaciones en el diseño mecánico y electrónico, se implementó una prueba de control de posición, basado en la Ecuación 1:

$$\tau = k_p \tanh(k_s e) \quad (1)$$

donde:

τ representa el torque,

k_p es la ganancia proporcional,

k_s es la ganancia de ajuste para el error,

e es el error de posición.

La Figura 9 muestra la respuesta del sistema ante una referencia de 180° para el tercer grado de libertad, observándose que el robot alcanza la posición deseada. Asimismo, en la Figura 10, el sistema inicialmente se dirige a una referencia de 45° y posteriormente retorna a 0° (tomando en cuenta 2.5ms aproximadamente entre muestra).

Estos resultados corresponden a las pruebas iniciales realizadas tras los ajustes en la mecánica y electrónica, con el objetivo de verificar el correcto funcionamiento del sistema.

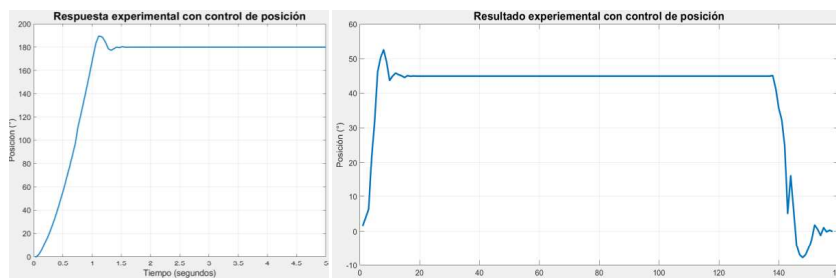


Figura 9. Control de posición a 180° .

Figura 10. Control de posición a 45° .

Conclusiones

Las mejoras implementadas en la estructura electrónica y mecánica optimizaron el desempeño del robot. La reorganización del cableado redujo interferencias, mientras que la sustitución de los fines de carrera mecánicos por sensores magnéticos Hall mejoró la precisión y seguridad. La integración del módulo Wi-Fi facilitó una conexión estable y la construcción de una estructura acrílica mejoró la funcionalidad y portabilidad del sistema. Las pruebas realizadas validan la efectividad de las modificaciones, destacando el impacto positivo en la operación del robot. En conjunto, estas mejoras permiten que el robot esférico de tres grados de libertad opere satisfaciendo los requerimientos para emular el movimiento del cuello humano.

Referencias

- S. Kajita, S., Hirukawa, H., Harada, K., & Yokoi, K. (2014). *Introduction to humanoid robotics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-54536-8>
- American Honda Motor Co., Inc. (2023). *ASIMO by Honda The world's most advanced humanoid robot*. <https://asimo.honda.com/asimo-specs/>
- United Robotics Group. (2023). *Inspire minds, empower innovation*. <https://unitedrobotics.group/en/robots/nao>
- Hanson Robotics. "Sophia". [En línea]. 2023. Disponible en: <https://www.hansonrobotics.com/sophia/>
- Pastor Torres, E. (2020). *Implementación y control de un emulador de cuello* (Tesis de Maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.