



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Método teórico alternativo para hallar
haces difractados en hologramas de
polarización

Tesis Presentada al

Colegio de Física

como requisito para la obtención del grado de

Licenciada en Física

por

Maricruz Castillo García

asesorada por

Dra. M^a. del Rosario Pastrana Sánchez

Puebla, Pue.

Junio 2016

Método teórico alternativo para hallar haces difractados en hologramas de polarización

Tesis

Maricruz Castillo García

M^a. del Rosario Pastrana Sánchez



Título: Método teórico alternativo para hallar haces difractados en hologramas de polarización

Estudiante: Maricruz Castillo García

JURADO

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez
Presidente

Dr. Cruz Meneses Fabián
Secretario

Dr. Gustavo Rodríguez Zurita
Vocal

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero
Suplente

Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez
Asesor

Índice general

Introducción	I
Objetivos	I
1. Representación matemática de luz polarizada	1
1.1. Polarización	1
1.1.1. Polarización lineal	3
1.1.2. Polarización circular	5
1.1.3. Polarización elíptica	7
1.2. Parámetros de Stokes	9
1.3. Formalismo de Jones	12
1.3.1. Vectores de Jones	13
1.3.2. Matrices de Jones	18
2. Holografía	21
2.1. Interferencia	21

2.2. Holografía	27
2.3. Holografía de polarización	28
2.3.1. Holografía de polarización en materiales anisotropicos	30
2.3.2. Matriz de transmitancia y Matrices de Jones para medios fotoanisotrópicos	31
3. Transmisión de hologramas de polarización	39
3.1. Ondas planas con polarización lineal paralela	40
3.1.1. Etapa de grabación del holograma de polarización (PH)	40
3.1.2. Proceso de reconstrucción del PH con un haz con polarización vertical	46
3.1.3. Reconstrucción del PH con un haz con polarización horizontal .	49
3.2. Ondas planas polarizadas a $\pm 45^\circ$	52
3.2.1. Etapa de grabación del holograma de polarización	53
3.2.2. Etapa de reconstrucción	60
4. Conclusiones	75
Bibliografía	76
A. Haces polarizados horizontalmente	81
A.0.3. Proceso de reconstrucción del PH con un haz con polarización vertical	85

A.0.4. Reconstrucción del **PH** con un haz con polarización horizontal . 87

B. Patrones de de polarización 91

Índice de figuras

1.1. Onda plana \vec{E} incidiendo en ($z = 0$)	2
1.2. Superposición de ondas ortogonales, con desfases	3
1.3. Campo linealmente polarizado y ángulo de inclinación del \vec{E} y \vec{B}	4
1.4. Polarización circular. Giro derecho.	6
1.5. Polarización circular. Giro izquierdo.	6
1.6. Luz elíptica.	8
1.7. Luz elíptica con giro izquierdo	16
1.8. Luz elíptica con giro derecho	17
1.9. Luz elíptica con giro izquierdo	17
1.10. Luz elíptica con giro derecho	18
1.11. Esquema de operación de un rotador	19
2.1. Gráfica del mecanismo de interferencia de los haces de luz	22
2.2. Irradiancia total como función de la posición (patrón de interferencia)	26

2.3. Osciladores distribuidos aleatoriamente y orientados a diferentes ángulos con respecto a \vec{E}	30
3.1. Superposición de dos haces linealmente polarizados	41
3.2. Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización vertical . .	42
3.3. Lectura del PH con un haz linealmente polarizado con orientación vertical	46
3.4. Patrón de polarización del campo difractado Ec. (3.36)	48
3.5. Iluminando el PH con un haz polarizado linealmente con orientación horizontal	49
3.6. Patrón de polarización del campo difractado	50
3.7. Superposición de dos haces linealmente polarizados a $+45^\circ$ y -45° . . .	52
3.8. Patrón de polarización del campo incidente	54
3.9. Patrón de polarización para el haz de orden cero	62
3.10. Patrón de polarización del campo difractado	64
3.11. Patrón de polarización para los órdenes ± 2	66
3.12. Patrón de polarización de los haces de orden ± 3	67
3.13. Etapa de reconstrucción	68
3.14. Patrón de polarización del haz de orden cero	69
3.15. Patrón de polarización de los haces de orden ± 1	70
3.16. Patrón de polarización para los órdenes ± 2	71
3.17. Patrón de polarización de los haces de orden ± 3	73

A.1. Superposición de dos haces linealmente polarizados	82
A.2. Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización horizontal .	82
A.3. Patrón de polarización del campo difractado	86
A.4. Patrón de polarización del campo difractado	88
B.1. Patrón de polarización del campo la Ec.(B.1)	98
B.2. Patrón de polarización del campo difractado $E_{\pm 1}$, obtenido con la Tabla (B.2)	98
B.3. Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización vertical . .	98
B.4. Patrón de polarización del campo difractado representado por Ec. (B.3)	98

Introducción

La holografía de polarización está basada en el carácter vectorial de la interferencia que se produce cuando se superponen dos ondas con distinta polarización, dando como resultado un patrón de interferencia modulado en polarización [1]. Para grabar hologramas de polarización se requiere de medios sensitivos a la polarización de la luz, que son conocidos como materiales fotoanisotrópicos [7-16]. En tales materiales, se pueden fotoinducir anisotropías ópticas lineales o circulares que dependen del estado de polarización de la luz incidente, los hologramas de polarización (**PHs**, polarization holograms) resultantes exhiben propiedades únicas con respecto a la eficiencia de difracción y los estados de polarización de los haces difractados [8-10].

Un elemento importante para el análisis de los estados de polarización es la matriz de transmisión, la cual describe al holograma de polarización. De acuerdo a las referencias [1,2], hay al menos dos formas de expresar o desarrollar dicha matriz. Una de ellas consiste en emplear el desarrollo en serie de funciones Bessel de las exponenciales complejas de la matriz de Jones, que describen el holograma de transmisión [1]; otra forma de expresar al holograma es empleando desarrollos en series de Fourier en las componentes que se encuentran en la diagonal de la matriz de transmisión (transmisividades de polarización) [2].

En este trabajo se planea desarrollar teóricamente los resultados presentados por

Yatagai et. al. en [2], mediante la utilización de los desarrollos de Nikolova y las series de funciones Bessel. Teniendo como finalidad probar teóricamente si los haces difractados conservan las propiedades que encontró Yatagai en sus desarrollos, es decir, se desea observar si los haces difractados conservan el estado de polarización del haz de reconstrucción en la configuración de haces paralelos y si los haces difractados de orden par mantienen la polarización de haz de reconstrucción, mientras que los de orden impar obtienen una polarización perpendicular a la onda de reconstrucción que es el caso del holograma formado por haces a $\pm 45^\circ$.

Objetivos

Objetivo general

En este trabajo se presenta un tratamiento teórico para describir a la matriz de transmisión que representa al holograma de polarización, utilizando series Bessel. A partir de esta matriz se estudian los hologramas de polarización y se hallan los haces difractados.

Objetivos específicos

1. Describir la matriz de transmisión utilizando desarrollos en series de funciones Bessel, para las exponenciales de la matriz de Jones.
2. Emplear dicho tratamiento para el desarrollo de dos configuraciones para los hologramas de polarización, hallar las expresiones para los haces difractados y comparar los resultados obtenidos, con los desarrollos realizados por Yatagai T., Ochiai T. y Barada.
3. Comparar con lo que se ha reportado en la literatura para observar las ventajas y desventajas del método.

Capítulo 1

Representación matemática de luz polarizada

1.1. Polarización

En esta sección se utilizará el tratamiento vectorial para la descripción matemática de las ondas electromagnéticas, lo que permitirá describir adecuadamente las propiedades de polarización de la luz. Después se formulara una descripción complementaria de la polarización en términos de los parámetros de Stokes. De esta manera se introducirán las condiciones suficientes para el formalismo de Jones.

Considérese a la luz como una onda electromagnética que posee campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{B} , ortogonales entre sí. Dado que en la mayoría de los casos, la detección de luz se lleva a cabo con ayuda de detectores que responden a las fuerzas eléctricas sobre los electrones de los materiales pero no a las fuerzas magnéticas, se considerara el caso de los campos eléctricos. El comportamiento de los vectores \vec{E} y \vec{B} con respecto al tiempo y la posición se describe en términos de

la polarización de la onda [3], de manera que el campo eléctrico de una onda que se propaga a lo largo de la dirección z y con dirección x , se puede escribir como:

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \quad (1.1)$$

donde \hat{i} representa al vector unitario en la dirección x , $\omega = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular, $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$, es el número de onda (con λ la longitud de onda de la luz), ε denota la fase inicial arbitraria y E_{0x} la amplitud.

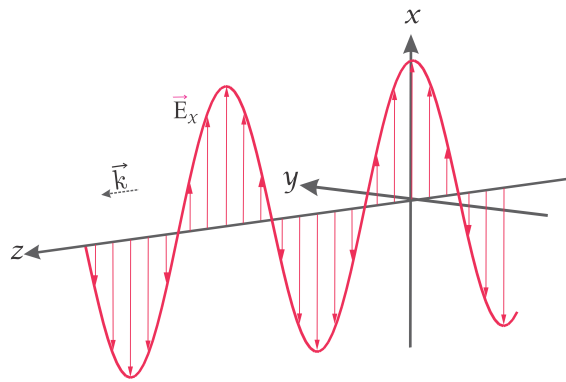


Figura 1.1: Onda plana \vec{E} incidiendo en ($z = 0$)

Esta ecuación particular, representa una onda plana polarizada en el plano xz , es decir, luz cuya orientación del campo eléctrico es constante, aunque su magnitud y signo varían con el tiempo. En este caso, el campo eléctrico o la perturbación óptica reside en lo que se conoce como el plano de vibración. Ese plano fijo contiene tanto a \vec{E} como a \vec{k} , el vector de campo eléctrico y el vector de propagación en la dirección del movimiento respectivamente.

1.1.1. Polarización lineal

El campo eléctrico resultante de dos ondas planas polarizadas ortogonalmente, combinadas con diferentes amplitudes y fases, determina el estado completo de polarización de la onda compuesta [3,4].

Considerando una vibración cosenoidal eléctrica con componentes ortogonales $\vec{E}_x(z, t)$ y $\vec{E}_y(z, t)$, tales que

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t + \alpha_x), \quad (1.2)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j}E_{0y} \cos(kz - \omega t + \alpha_y). \quad (1.3)$$

Aquí \hat{i} , \hat{j} representan los vectores unitarios en las direcciones x y y , respectivamente, α_x y α_y son las diferencias de fase de las ondas, ambas viajando en la dirección z .

Se puede representar la perturbación óptica resultante $\vec{E}(z, t)$ como la suma vectorial de estas dos ondas perpendiculares

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t) \quad (1.4)$$

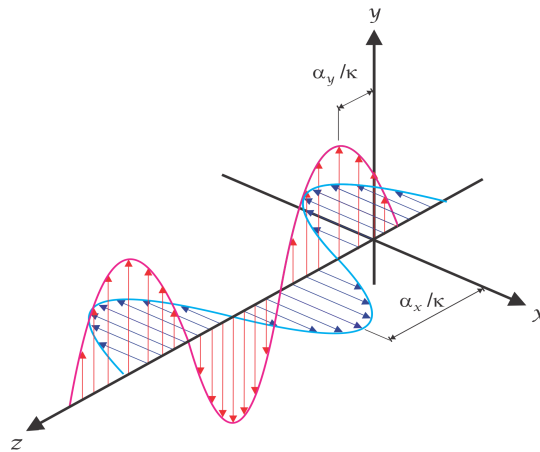


Figura 1.2: Superposición de ondas ortogonales, con desfases α_x/k y α_y/k .

**CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ
POLARIZADA**
1.1. POLARIZACIÓN

En las ecuaciones (1.2) y (1.3), si $\alpha_y > \alpha_x$, E_x queda detrás de E_y naturalmente; si $\alpha_y < \alpha_x$ E_x precede a E_y . Cuando ambos haces se encuentran en fase, es decir si $\alpha_y = \alpha_x$, la onda resultante es polarizada linealmente,

$$\vec{E}(z, t) = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t + \alpha_y). \quad (1.5)$$

Además, \vec{E} permanece en un sólo plano inclinado ahora respecto al eje x por el ángulo α_a , tal que $\tan(\alpha_a) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$, como se muestra en la figura 1.3. y [7].

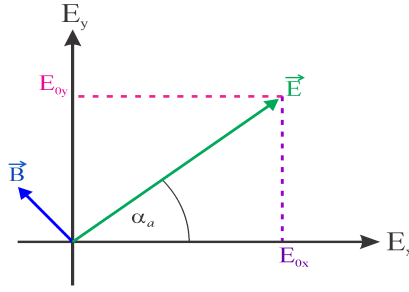


Figura 1.3: Campo linealmente polarizado y ángulo de inclinación del \vec{E} y \vec{B}

Considerando que las componentes de una onda monocromática pueden ser expresadas en términos de exponenciales complejas [4]:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \hat{i}E_{0x}e^{-i(kz-\omega t+\alpha_x)} + \hat{j}E_{0y}e^{-i(kz-\omega t+\alpha_y)}. \quad (1.6)$$

Particularmente, si $\alpha_y = \alpha_x$, la superposición de los haces es

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) e^{-i(kz-\omega t+\alpha_y)}. \quad (1.7)$$

En la ecuación anterior el factor $\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}$ determina la polarización u orientación de la onda, donde la parte real de la Ec. (1.7) es igual a la ecuación (1.5).

Por otra parte, tomando el caso en que las ondas están desfasadas 180° , la onda

resultante es polarizada linealmente y se puede escribir de la siguiente manera:

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t + \alpha_y). \quad (1.8)$$

Siendo α_b el ángulo de inclinación del vector resultante,

$$\tan(\alpha_b) = \frac{-E_{0y}}{E_{0x}} \quad (1.9)$$

1.1.2. Polarización circular

Si ambas componentes tienen igual amplitud, es decir, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y además, su diferencia de fase relativa es $\alpha_y = \alpha_x \pm \frac{\pi}{2}$, se obtiene

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \hat{i}E_0 \cos(kz - \omega t + \alpha_x) + \hat{j}E_0 \cos(kz - \omega t + \alpha_x \pm \frac{\pi}{2}) \quad (1.10)$$

$$= E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t + \alpha_x) \mp \hat{j} \sin(kz - \omega t + \alpha_x)] \quad (1.11)$$

Notar que la amplitud escalar de \vec{E} dada por $(\vec{E} \cdot \vec{E})^{1/2} = E_0^2$ es una constante, pero la dirección de \vec{E} es variable con el tiempo y no está restringida, como antes, a un solo plano.

Por lo que $E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$, es la ecuación paramétrica de una circunferencia. En notación compleja el campo resultante es

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} \mp \hat{j}E_{0y}) e^{-i(kz - \omega t)} \quad (1.12)$$

Suponiendo $\alpha_y = \alpha_x - \frac{\pi}{2}$ y escogiendo un punto arbitrario z_0 , observese la variación en el tiempo para $t = 0$:

$$\vec{E}_x(z_0, 0) = \hat{i}E_x \cos(kz_0 + \alpha_x), \quad \vec{E}_y(z_0, 0) = \hat{j}E_y \sin(kz_0 + \alpha_x). \quad (1.13)$$

**CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ
POLARIZADA**
1.1. POLARIZACIÓN

Seguidamente observese también como se comporta en $t = kz_0/\omega$ y $\alpha_x = 0$,

$$\vec{E}_x(z_0, \frac{kz_0}{\omega}) = \hat{i}E_x \cos(0) = \hat{i}E_x \quad y \quad \vec{E}_y(z_0, \frac{kz_0}{\omega}) = \hat{j}E_y \sin(0) = 0. \quad (1.14)$$

El vector de campo eléctrico resultante \vec{E} gira en sentido a las agujas del reloj con una frecuencia angular ω , por lo tanto tal onda tiene polarización circular a derechas (\mathcal{R}).

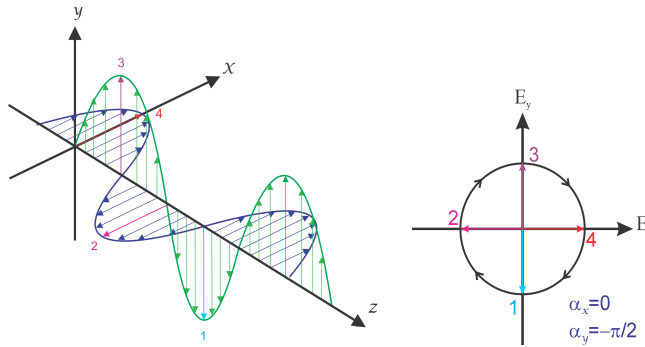


Figura 1.4: Polarización circular. Giro derecho.

Por otra parte [1], si $\alpha_y = \alpha_x + \frac{\pi}{2}$

$$\vec{E} = E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (1.15)$$

Haciendo un razonamiento análogo se ve que la onda tiene polarización a izquierdas (\mathcal{L}), Fig(1.5).

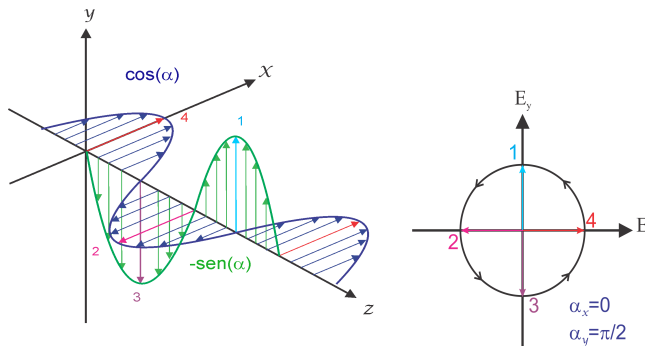


Figura 1.5: Polarización circular. Giro izquierdo.

Si se suma la onda que tiene polarización a izquierdas a la onda con polarización a derechas se obtiene una perturbación linealmente polarizada con una amplitud constante de $2E_0\hat{i}$, esto es

$$\vec{E} = 2E_0\hat{i} \cos(kz - \omega t) \quad (1.16)$$

1.1.3. Polarización elíptica

La luz polarizada elípticamente contiene tanto el caso de luz polarizada linealmente como el de luz con polarización circular. El vector del campo eléctrico gira cambiando su magnitud, por lo que el extremo de \vec{E} trazará una elipse, en un plano fijo perpendicular a \vec{k} , se puede escribir una expresión para ésta curva [3,5], considerando las ecuaciones

$$E_x = E_{ox} \cos(kz - \omega t + \alpha_x) \implies \frac{E_x}{E_{ox}} = \cos(kz - \omega t + \alpha_x) \quad (1.17)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(kz - \omega t + \alpha_y) \quad (1.18)$$

$$E_y = E_{oy} [\cos(kz - \omega t + \alpha_x) \cos(\alpha_y - \alpha_x) - \text{sen}(kz - \omega t + \alpha_x) \text{sen}(\alpha_y - \alpha_x)] \quad (1.19)$$

$$\implies \frac{E_y}{E_{oy}} = \cos(kz - \omega t + \alpha_x) \cos(\varepsilon) - \text{sen}(kz - \omega t + \alpha_x) \text{sen}(\varepsilon) \quad (1.20)$$

con $\varepsilon = \alpha_y - \alpha_x$

$$\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos(\varepsilon) = -\text{sen}(kz - \omega t + \alpha_x) \text{sen}(\varepsilon) \quad (1.21)$$

Por otra parte

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 = \cos^2(kz - \omega t + \alpha_x) \implies 1 - \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 = \text{sen}^2(kz - \omega t + \alpha_x) \quad (1.22)$$

**CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ
POLARIZADA**
1.1. POLARIZACIÓN

Esta relación permite reducir la ecuación anterior

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos(\varepsilon)\right)^2 = \left(1 - \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2\right) \text{sen}^2(\varepsilon) \quad (1.23)$$

Por lo tanto

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\cos(\varepsilon) = \text{sen}^2(\varepsilon) \quad (1.24)$$

El vector resultante gira cambiando su magnitud, no depende ni de la posición ni del tiempo y representa la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el sistema coordenado (E_x, E_y) tal que el valor de α se puede obtener de la ecuación

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos(\varepsilon)}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}, \quad -\pi \leq 2\alpha \leq \pi \quad (1.25)$$

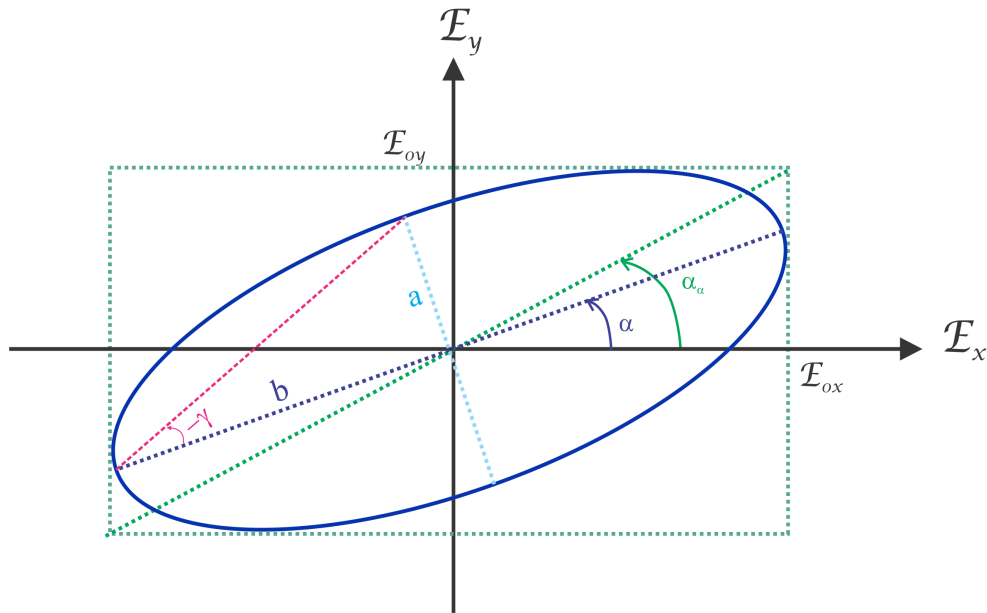


Figura 1.6: Luz elíptica.

La elipticidad e de la elipse se define como la relación de la longitud del semieje

menor a la del semieje mayor [6],

$$e = a/b = \tan |\gamma|, \quad -\pi/4 \leq \gamma \leq \pi/4; \quad (1.26)$$

γ se denomina como el ángulo de la elipticidad y α el ángulo de inclinación de la elipse.

1.2. Parámetros de Stokes

Hasta ahora únicamente se ha considerado la descripción de la luz polarizada en términos del campo eléctrico de la onda, pero este es difícil de detectar. Por lo que, sería favorable formular una descripción alternativa de la polarización en términos de observables convenientes, esto es, de irradiancia.

La representación moderna de la luz polarizada surge del ingenioso trabajo de G. C. Stokes quien presento cuatro cantidades que son funciones solamente de las observables de la onda electromagnética y que se denominan ahora parámetros de Stokes [1] y [3,4].

El estado de polarización de un haz de luz (bien sea natural, total o parcialmente polarizado) se puede describir en términos de estas cantidades que pueden medirse observacionalmente, utilizando las ecuaciones (1.2) y (1.3).

La definición operacional de los parámetros de Stokes se deduce de las relaciones

$$S_0 = \langle E_x^2(t) \rangle + \langle E_y^2(t) \rangle \quad (1.27)$$

$$S_1 = \langle E_x^2(t) \rangle - \langle E_y^2(t) \rangle \quad (1.28)$$

$$S_2 = 2 \langle E_x(t) \rangle \langle E_y(t) \rangle \cos(\alpha_y(t) - \alpha_x(t)) \quad (1.29)$$

$$S_3 = 2 \langle E_x(t) \rangle \langle E_y(t) \rangle \text{sen}(\alpha_y(t) - \alpha_x(t)) \quad (1.30)$$

$$(1.31)$$

CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ POLARIZADA

1.2. PARÁMETROS DE STOKES

Obsérvese que S_0 es simplemente la irradiancia incidente; mientras que S_1 , S_2 y S_3 especifican el estado de polarización [3]. Entonces S_1 refleja una tendencia de la polarización para asemejarse a un estado con polarización horizontal (entonces $S_1 > 0$) o a uno vertical (en cuyo caso $S_1 < 0$). Cuando el haz no muestra ninguna orientación preferencial con respecto a estos ejes ($S_1 = 0$) por lo que puede ser elíptico, con orientación a $\pm 45^\circ$, circular o no polarizado. De manera parecida, S_2 implica la tendencia de la luz a asemejarse a un estado de polarización lineal orientado bien sea en la dirección $+45^\circ$ (cuando $S_2 > 0$) o en la dirección -45° (cuando $S_2 < 0$) o en ninguna de las dos ($S_2 = 0$). De la misma forma, S_3 revela una tendencia del haz a tener polarización circular con sentido a derechas ($S_3 > 0$), sentido izquierdas ($S_3 < 0$) o ninguno de los dos ($S_3 = 0$).

Otra representación de los parámetros de Stokes es presentada en la Ref. [1]

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^* \quad (1.32)$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^* \quad (1.33)$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_x^* E_y \quad (1.34)$$

$$S_3 = i(E_x E_y^* - E_x^* E_y) \quad (1.35)$$

A menudo es conveniente normalizar los parámetros de Stokes dividiendo cada uno de ellos por el valor S_0 . Esto tiene el efecto de usar un haz incidente de irradiancia unitaria.

Es interesante observar que estos mismos resultados se pueden obtener promediando en el tiempo la ecuación general para luz elíptica. Aquí E_x y E_y representan las amplitudes de las componentes.

La ecuación que describe polarización elíptica es

$$\frac{\langle E_y^2 \rangle}{E_{oy}^2} + \frac{\langle E_x^2 \rangle}{E_{ox}^2} - 2 \frac{\langle E_y(t) \rangle \langle E_x(t) \rangle}{E_{oy} E_{ox}} \cos(\varepsilon) = \text{sen}^2(\varepsilon) \quad (1.36)$$

CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ POLARIZADA

1.2. PARÁMETROS DE STOKES

Multiplicando ambos lados de la ecuación por $4E_{ox}^2 E_{oy}^2$ y reorganizando, se obtiene

$$4E_{oy}^2 \langle E_x^2(t) \rangle + 4E_{ox}^2 \langle E_y^2(t) \rangle - 8E_{ox}E_{oy} \langle E_x(t)E_y(t) \rangle \cos \varepsilon = (2E_{ox}E_{oy} \sin \varepsilon)^2 \quad (1.37)$$

Dado que los valores promedio están dados por

$$\langle E_i(t)E_j(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_i(t)E_j(t)dt \quad \text{con } i, j = x, y \quad (1.38)$$

$$\langle E_x^2(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{ox}^2, \quad \langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{oy}^2, \quad \langle E_x(t)E_y(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{ox}E_{oy} \cos \varepsilon$$

Sustituyendo estas cantidades en la ecuación (1.36) y simplificando, se tiene

$$(E_{ox}^2 + E_{oy}^2)^2 - (E_{ox}^2 - E_{oy}^2)^2 - (2E_{ox}E_{oy} \cos \varepsilon)^2 = (2E_{ox}E_{oy} \sin \varepsilon)^2 \quad (1.39)$$

Reescribiendo la ecuación en función de los parametros de Stokes

$$S_0^2 - S_1^2 - S_2^2 = S_3^2 \quad (1.40)$$

Por lo que la luz completamente polarizada se denota por la ecuación

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (1.41)$$

Los parámetros de Stokes de un haz de luz polarizado parcialmente obedecen la siguiente condición

$$S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (1.42)$$

entonces se observa que la onda de luz no es totalmente polarizada.

El grado de polarización ρ se determina por la relación siguiente [1], donde $\rho \leq 1$

$$\rho = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2/S_0^2 \quad (1.43)$$

Esta representación permite el uso de una notación matricial compacta cuando se habla del paso de una onda de luz a través de elementos ópticos anisótropos.

1.3. Formalismo de Jones

Otra representación de la luz polarizada que complementa la de los parámetros de Stokes, fue inventada en 1941 por el físico norteamericano R. Clark Jones un tratamiento comúnmente llamado cálculos de la matriz de Jones [3-6]. La técnica que desarrolló tiene la ventaja de facilitar el tratamiento de problemas complicados de polarización, además de aplicarse a haces coherentes siendo, al mismo tiempo muy concisa. Sin embargo es aplicable solamente a ondas polarizadas.

Los cálculos de la matriz de Jones involucran cantidades complejas contenidas en matrices, inicialmente desarrollan las matrices columna o vectores de Jones para representar la luz en varios modos de polarización. Posteriormente se examinan algunos elementos físicos que producen luz polarizada y se describirán mediante la representación de matrices de dimensión 2x2 que funcionan como operadores matemáticos sobre los vectores de Jones.

La elección más apropiada para resolver problemas de superposición de amplitudes es el formalismo de Jones, para problemas que involucran superposición de intensidad es más conveniente el formalismo equivalente de la matriz de Mueller.

Considere para hallar la intensidad del campo que uno debe multiplicar por su transpuesta compleja del vector de Jones que representa al campo.

1.3.1. Vectores de Jones

Tomando en cuenta que las componentes de una onda monocromática pueden ser expresadas de la siguiente forma, en términos de exponenciales complejas

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \hat{i}E_{0x}e^{i(kz-\omega t+\alpha_x)} + \hat{j}E_{0y}e^{i(kz-\omega t+\alpha_y)} \quad (1.44)$$

donde E_x y E_y son las componentes escalares instantáneas de \vec{E} .

Obviamente, conociendo \vec{E} , se conoce todo acerca del estado de polarización. Y si conserva la información de fase, se pueden manejar ondas coherentes.

En una forma equivalente \vec{E} puede ser ordenado en una matriz columna 2×1 , llamada la matriz columna de Jones o vector de Jones [3,5]:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}E_{0x}e^{i(kz-\omega t+\alpha_x)} \\ \hat{j}E_{0y}e^{i(kz-\omega t+\alpha_y)} \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

El propagador $kz - \omega t$ es ahora suprimido, así la ecuación anterior se reduce a

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i(\alpha_x)} \\ E_{0y}e^{i(\alpha_y)} \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

El lado derecho de la ecuación anterior representa el vector de Jones para la luz polarizada elípticamente. La intensidad total del campo puede ser obtenida por la siguiente multiplicación de matrices

$$I = \begin{pmatrix} E_x^* & E_y^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = E^\dagger \times E \quad (1.47)$$

$$I = E_x^*E_x + E_y^*E_y = E_0^2 \quad (1.48)$$

CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ POLARIZADA

1.3. FORMALISMO DE JONES

Es habitual establecer $E_0^2 = 1$ con lo cual se dice que el vector de Jones es normalizado.

La condición para normalizar puede entonces ser escrita como

$$E^\dagger \times E = 1 \quad (1.49)$$

Se determinara la forma particular de los vectores de Jones para los siguientes estados de polarización.

En esta notación se supone $\vec{E}_y = 0$, entonces la luz polarizada horizontalmente es representada por

$$\vec{E}_h = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\alpha_x} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

De la condición de normalización se ha suprimido el termino $e^{i\alpha_x}$ porque es unimodular, el vector normalizado para luz linealmente polarizada es expresado como

$$\vec{E}_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

Se puede representar a la luz polarizada verticalmente por

$$\vec{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0x}e^{i\alpha_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

notar que el vector de Jones es normalizado.

Para luz polarizada a $+45^\circ$ se cumple que $E_x = E_y$, por tanto $I = 2E_{0x}^2 = 1$

$$\vec{E}_{+45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ POLARIZADA

1.3. FORMALISMO DE JONES

y luz polarizada a -45° se tiene $E_x = -E_y$ entonces $I = 2E_{0x}^2 = 1$

$$\vec{E}_{-45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

Para el caso de luz polarizada a un ángulo a , el vector de Jones es representado como

$$\vec{E}_a = \begin{pmatrix} \cos(a) \\ \text{sen}(a) \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

Aquí a es definido como $a = \arctan(E_y/E_x)$.

Ahora se deduce el vector de Jones para luz circular a izquierdas \mathcal{L} , con $E_{0x} = E_{0y}$, la componente y adelanta la componente x en 90° , entonces

$$\vec{E}_{\mathcal{L}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

y para luz circular a derechas \mathcal{R} $E_{0x} = E_{0y}$ y $\alpha_y - \alpha_x = -90^\circ$, por lo que

$$\vec{E}_{\mathcal{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

La representación en formalismo Jones para luz polarizada elípticamente es

$$\vec{E}_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} E_a + E_b \\ i(E_a - E_b) \end{pmatrix} \quad (1.58)$$

o puede ser obtenida por

$$\vec{E}_{\mathcal{E}} = E_a \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + E_b \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

**CAPÍTULO 1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LUZ
POLARIZADA**

1.3. FORMALISMO DE JONES

donde se representa la superposición de dos haces con polarizaciones circulares opuestas y amplitudes diferentes.

Note que se tiene polarización elíptica a izquierdas si

$$\vec{E}_{\mathcal{L}} = \begin{pmatrix} E_a \\ iE_b \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

o a derechas cuando

$$\vec{E}_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} E_a \\ -iE_b \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

Otras representaciones para polarización elíptica dependiendo de los ejes de la elipse se muestran en seguida:

Polarización elíptica a izquierdas, con $\Delta\phi = \alpha_y - \alpha_x = (m + 1/2)\pi$

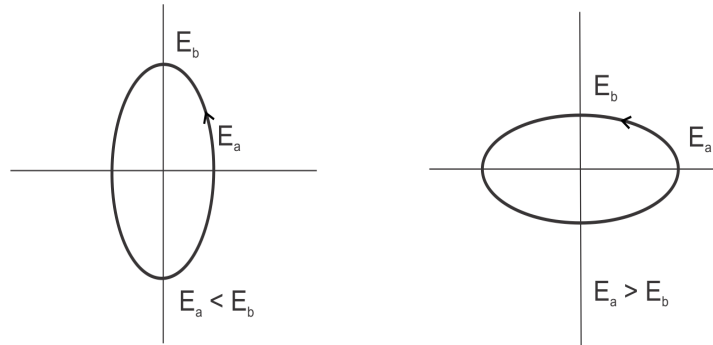


Figura 1.7: Luz elíptica con giro izquierdo

$$E_{\mathcal{L}} = \frac{1}{\sqrt{E_a^2 + E_b^2}} \begin{pmatrix} E_a \\ iE_b \end{pmatrix} \quad (1.62)$$

Polarización elíptica a derechas, con $\Delta\phi = \alpha_y - \alpha_x = (m + 1/2)\pi$

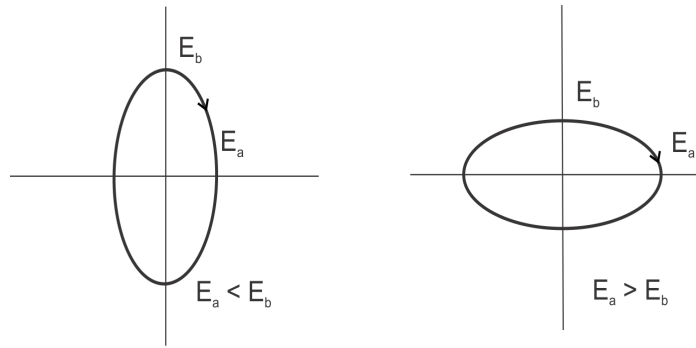


Figura 1.8: Luz elíptica con giro derecho

$$E_{\mathcal{R}} = \frac{1}{\sqrt{E_a^2 + E_b^2}} \begin{pmatrix} E_a \\ -iE_b \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

Las figuras (1.7) y (1.8) muestran estados de polarización elíptica alineados a los ejes coordenados.

Polarización elíptica a izquierdas, con $\Delta\phi \neq m\pi, (m + 1/2)\pi$

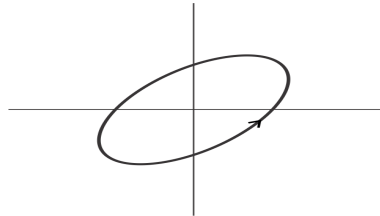


Figura 1.9: Luz elíptica con giro izquierdo

$$E_{\mathcal{L}} = \frac{1}{\sqrt{E_a^2 + E_b^2 + E_c^2}} \begin{pmatrix} E_a \\ E_b + iE_c \end{pmatrix} \quad (1.64)$$

Polarización elíptica a derechas, con $\Delta\phi \neq m\pi, (m + 1/2)\pi$

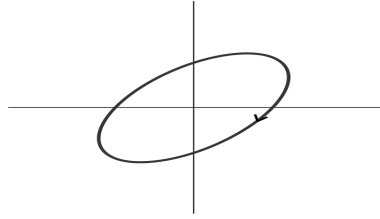


Figura 1.10: Luz elíptica con giro derecho

$$E_{\mathcal{R}} = \frac{1}{\sqrt{E_a^2 + E_b^2 + E_c^2}} \begin{pmatrix} E_a \\ E_b - iE_c \end{pmatrix} \quad (1.65)$$

En las figuras (1.9) y (1.10) se presentan dos casos mas de polarización elíptica, pero con una rotación respecto a los ejes coordenados.

Se enfatiza que el formalismo de Jones es aplicable solamente a ondas polarizadas y que cada uno de los vectores de Jones satisface la condición de normalización.

1.3.2. Matrices de Jones

En esta sección se desarrollara una de las matrices fundamentales en el formalismo de Jones [5].

Una onda transmitida puede representarse con el formalismo de Jones como un haz incidente polarizado \vec{E}_i que atraviesa un elemento óptico del que sale como un nuevo vector \vec{E}_t . El elemento óptico transforma \vec{E}_i en \vec{E}_t , un proceso que puede describirse matemáticamente usando una matriz de 2 X 2.

$$\vec{E}_t = M\vec{E}_i \quad (1.66)$$

donde M es nombrada la matriz de Jones. Sus elementos a_{ij} son generalmente complejos, además dependen de los parámetros ópticos del material como; absorción, dicroísmo, birrefringencia y espesor. De igual manera dependen de la longitud de onda y la elección del sistema de coordenadas.

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (1.67)$$

En general los elementos ópticos representados por las matrices de Jones son conectados al eje óptico del elemento correspondiente y no necesitan ser rotados.

Se observara un rotador si un elemento óptico se hace girar alrededor del eje óptico por el ángulo θ .

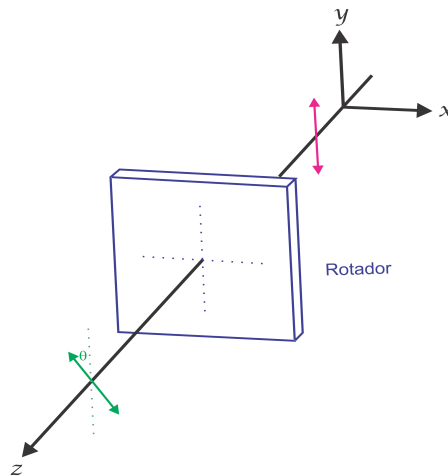


Figura 1.11: Esquema de operación de un rotador

Cuando es necesario escribir los elementos ópticos en un sistema rotado con respecto al eje de los elementos, es utilizada la transformación

$$M(\theta) = R(\theta)M(\theta)R(-\theta) \quad (1.68)$$

La matriz de Jones para el elemento de rotación $M(\theta)$, se construye a partir de la matriz sin rotar $M(\theta)$, por la transformación anterior.

Por otra parte la matriz de Jones para rotar un estado de polarización de transformación reversa es dada por

$$M(\theta) = R(\theta)M(\theta)R(-\theta) \tag{1.69}$$

donde $R(\theta)$ es la matriz de giro para pasar al sistema de ejes del elemento óptico o matriz de transformación de coordenadas

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \tag{1.70}$$

En resumen esta descripción matemática alternativa nos permite desarrollar un procedimiento simple y elegante para predecir los efectos de sistemas complejos de elementos polarizadores en el estado final de una onda emergente. Ya que las matemáticas, escritas en forma compactada de matrices, solamente requerirán del cálculo simple de esas matrices.

Capítulo 2

Holografía

En este capítulo primeramente se revisaran los principios de interferencia y holografía, para posteriormente extenderlos al principio de holografía de polarización. Para ello será necesario estudiar el almacenamiento holográfico en medios anisotrópicos, con el fin de modelar la reacción del material fotosensible que se produce al irradiar con luz polarizada [7,16].

Basandose en cada uno de estos conceptos se estudiaran los desarrollos teóricos alternativos de la matriz de transmitancia [1], para el análisis y estudio de Hogramas de polarización.

2.1. Interferencia

La teoría ondulatoria de la naturaleza electromagnética de la luz proporciona una base natural como punto de salida, que obedece al importante principio de superposición, la intensidad del campo eléctrico resultante I , en un punto en el espacio donde dos o más ondas de luz se superponen, es igual a la suma vectorial de las perturbaciones

constitutivas individuales. Por lo tanto, la interferencia óptica equivale a la interacción de dos o más ondas de luz que producen una irradiancia resultante que se desvía de la suma de las irradiancias componentes. En la superposición de ondas con igual amplitud, dirección y frecuencia, los patrones de interferencia de la onda resultante dependerán de la diferencia de fase. La interferencia será destructiva, si se encuentran desfasadas 180° o un múltiplo impar de π , de manera que al superponerse dan una irradiancia cero (irradiancia mínima) Fig. (2.1a). Se tiene interferencia constructiva si las ondas que interfieren están en fase (desfase de 0°) y pueden tener un patrón de irradiancia máximo, aquí la onda resultante tendrá la misma dirección, la misma frecuencia y su amplitud será el doble Fig. (2.1b). Otra forma de tener interferencia constructiva es con ondas con diferente fase Fig. (2.1c).

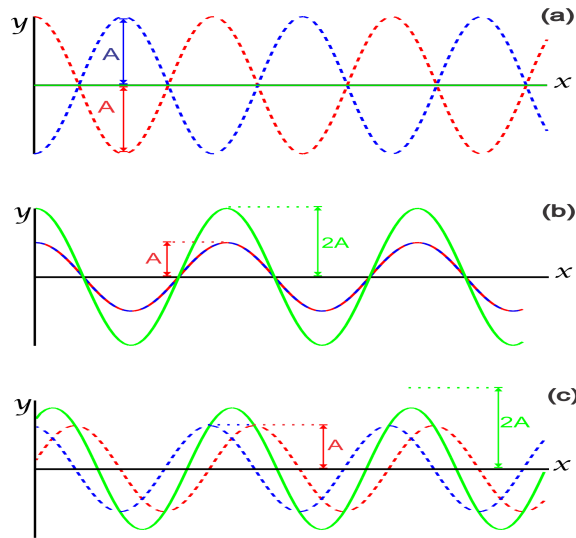


Figura 2.1: Gráfica del mecanismo de interferencia de los haces de luz

Se expresan, las ecuaciones básicas de interferencia dentro del contexto del modelo escalar, para continuar posteriormente con las condiciones del tratamiento vectorial [3].

De acuerdo con el principio de superposición, la intensidad del campo eléctrico \vec{E} , en un punto en el espacio, procedente de los campos separados $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \dots$ de varias

fuentes, viene dado por

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (2.1)$$

Dado que el campo luminoso \vec{E} , varia en el tiempo a una velocidad muy rápida aproximadamente de $4,3 \times 10^{14} \text{Hz}$ a $7,5 \times 10^{14} \text{Hz}$, resulta mejor plantear el estudio de la interferencia recurriendo a la irradiancia.

Por el momento, se consideran solamente ondas linealmente polarizadas cuya forma es

$$\vec{E}_1(r, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_x) \quad (2.2)$$

$$\vec{E}_2(r, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_y) \quad (2.3)$$

Las expresiones para representar a dos haces, escritos en forma compleja, son

$$\vec{E}_1 = E_{01} e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_x)} \quad y \quad (2.4)$$

$$\vec{E}_2 = E_{02} e^{-i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_y)} \quad (2.5)$$

con $\omega = 2\pi\nu$ es la frecuencia temporal angular, $k = \left| \vec{k}_1 \right| = \left| \vec{k}_2 \right|$ el vector de propagación del campo eléctrico, con α_1 y α_2 las fases arbitrarias de la ondas, E_{01} y E_{02} sus amplitudes.

En la región donde se superponen dichas perturbaciones el campo eléctrico resultante es

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (2.6)$$

El perfil de intensidad para esté campo es dado por [17]:

$$I = \epsilon\nu \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle_T \approx \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle_T \simeq \left| \vec{E} \right|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E} \quad (2.7)$$

habiendo despreciando el factor $\frac{1}{2}\epsilon v$.

Donde $\langle \vec{E}^2 \rangle_T$ expresa el promedio temporal de la intensidad del campo eléctrico al cuadrado o $\langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle_T$, entonces

$$\vec{E} \cdot \vec{E} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2, \quad (2.8)$$

tomando el promedio temporal de ambos lados de la Ec. (2.8), la irradiancia pasa a ser

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} = \langle \vec{E}_1^2 \rangle_T + \langle \vec{E}_2^2 \rangle_T + 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle_T, \quad (2.9)$$

$2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle_T$ es el término de interferencia

$$I = I_1 + I_2 + 2Re \left(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* \right), \quad (2.10)$$

sustituyendo en la ecuación (2.10) las relaciones (2.4) y (2.5) se obtiene para I una expresión independiente del tiempo:

$$I = I_1 + I_2 + 2Re \left((E_{01} \cdot E_{02}) \left(e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_x)} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha_y)} \right) \right) \quad (2.11)$$

$$= I_1 + I_2 + 2Re \left((E_{01} \cdot E_{02}) \left(e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} e^{-i(\alpha_x - \alpha_y)} \right) \right) \quad (2.12)$$

$$= I_1 + I_2 + 2Re \left((E_{01} \cdot E_{02}) \left(e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}} e^{-i\varepsilon} \right) \right) \quad (2.13)$$

donde $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ y $\varepsilon = \alpha_x - \alpha_y$ la diferencia de fase entre los haces.

El término de interferencia depende del producto entre los valores $(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*)$. Por lo cual, dicho término depende de los estados de polarización de los haces. Por ejemplo, si los estados de polarización fueran ortogonales, $(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*) = 0$, el término de interferencia sería nulo, por lo que se tiene una irradiancia total $I = I_1 + I_2$ igual a

la suma de las intensidades de cada haz. Este caso surge si los estados de polarización son lineales y además, son mutuamente perpendiculares. También aparece cuando los estados de polarización son circulares, pero de giros opuestos. Esta propiedad es importante porque puede indicar si dos disturbios dados son ortogonales entre sí.

Características del patrón.

Al mostrar una distribución de irradiancia periódica, se puede definir un período espacial de interferencia Λ [17]. Dado que \vec{K} es una frecuencia angular espacial, se debe tener la relación $\vec{K} = 2\pi/\Lambda$ de la cual se obtiene

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} \text{sen}(\theta) \quad (2.14)$$

donde θ es el ángulo entre las ondas

$$si \quad \Lambda = \frac{\lambda}{2 \text{sen}(\theta)} \quad (2.15)$$

Destacaran dos casos extremos para Λ según el valor de θ : cuando $\theta = 0$ las ondas serán colineales, $\Lambda \rightarrow \infty$ que denota un campo uniformemente iluminado. Si $\theta = 90^\circ$ las ondas estan en contrapropagación, $\Lambda = \lambda/2$ asi que el valor de Λ es inversamente proporcional al $\text{sen}(\theta)$ y varía entre ∞ y un mínimo de $\lambda/2$.

Cuando se tiene el caso de campos paralelos, la irradiancia se reduce al caso

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E_{01}^2}{2} + \left(\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* \right) \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} + \varepsilon) + \frac{E_{02}^2}{2}, \quad (2.16)$$

con $\delta = \vec{K} \cdot \vec{r} + \varepsilon$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta). \quad (2.17)$$

El término coseno en la ecuación anterior contiene la parte de interferencia, y por lo tanto la información de la fase.

En varios puntos en el espacio, la irradiancia resultante puede ser mayor, menor e igual a $I_1 + I_2$ dependiendo del valor I_{12} , es decir, dependiendo de δ .

Un máximo en irradiancia se obtiene cuando $\cos(\delta) = 1$, osea en $\delta = 0 \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

$$I_{\text{máx}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.18)$$

en este caso la interferencia es constructiva total y las perturbaciones están en fase (el desfase entre las ondas es un múltiplo de 2π). Pero cuando $0 < \cos(\delta) < 1$ las ondas están fuera de fase, $I_1 + I_2 < I < I_{\text{máx}}$ y el resultado se denomina interferencia constructiva. Con $\delta = \pi/2$ los haces están desfasados 90° en $I = I_1 + I_2$.

Para interferencia destructiva $0 > \cos(\delta) > -1$, $I_1 + I_2 > I > I_{\text{mín}}$. Por lo que la interferencia destructiva total, se produce con $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \dots$

$$I_{\text{mín}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.19)$$

El caso general se ilustra en la siguiente figura, donde los valores de irradiancia se encuentran entre un mínimo dado por $I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ y un máximo dado por $I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$. Dentro de dicho rango, los valores siguen una regla cosinusoidal de período espacial Λ .

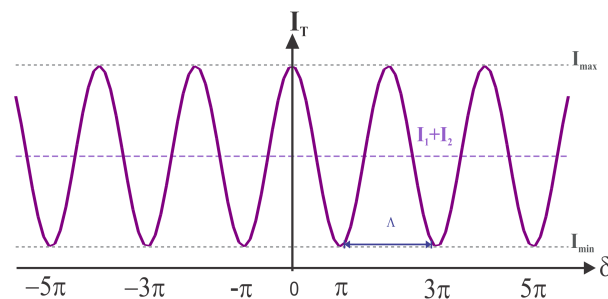


Figura 2.2: Irradiancia total como función de la posición (patrón de interferencia)

2.2. Holografía

El holograma fue inventado en el año de 1947, cuando el científico Dennis Gabor, elaboró la teoría de la holografía mientras trabajaba en el desarrollo de una técnica para mejorar la resolución de un microscopio de electrones [3]. Gabor encontró una nueva forma de procesar la información que proporcionaba una reproducción completa del campo luminoso que inundaba al objeto, esto significa que la imagen tenía una perspectiva tridimensional.

La holografía surge como un proceso de formación de imágenes sin lentes, el método consistía en dos pasos, el primero era el registro, en una placa fotográfica, de un patrón de interferencia generado por la interacción de luz cuasimonocromática reflejada por un objeto y una onda de referencia coherente. Gabor denominó a la distribución de irradiancia grabada en la placa, holograma. Él acuñó este término de los vocablos en griego **holos** que significa completo y **grama** que significa mensaje o trazo, el punto clave es que el holograma contiene, por medio de la configuración de franjas, la información correspondiente tanto a la amplitud como a la fase de la onda esparcida por el objeto y por lo tanto contiene toda la información sobre el objeto en el término de interferencia.

El segundo paso del procedimiento fue la reconstrucción del campo óptico o imagen que resulta de la difracción de un haz coherente por una transparencia, ahora el holograma revelado sirve como un elemento de difracción para la etapa de reconstrucción. Desafortunadamente, la imagen que se generó no era muy clara, debido a la falta de una fuente de luz coherente.

En la fabricación de un holograma, no se utiliza ninguna lente, y la presencia del haz de referencia es esencial. Por lo que la luz debe tener coherencia temporal suficiente para que las diferencias de camino entre los dos haces no superen la longitud

de coherencia de la luz; también debe poseer suficiente coherencia espacial de manera que el haz sea coherente a través de esa porción del frente de onda necesario para abarcar la escena. Por supuesto, el sistema holográfico debe estar libre de vibraciones dentro de una fracción de la longitud de onda de la luz durante la exposición, una condición que se satisface fácilmente cuando se utilizan pulsos de alta potencia de láser de muy corta duración para congelar el movimiento indeseable [5].

2.3. Holografía de polarización

Existen varios métodos teóricos basados en la teoría escalar de la luz que han sido utilizados para el estudio (del registro y la iluminación) de hologramas convencionales, dichos métodos únicamente reproducen las siguientes características del campo de objeto, como son la amplitud escalar, la fase y la longitud de onda. Sin embargo son en una manera incompletos, en la medida que no permiten la reconstrucción de otra característica importante del campo como es su polarización [12].

Además se pierde la información referente a la componente ortogonal [1], dado que la única información grabada está contenida en el patrón de irradiancia generado por la onda de referencia y la componente paralela de la onda de señal.

En 1972 Sh. D. Kakichashvili [12,13] desarrollo un método teórico completo en donde ya se incluía a la polarización. El propuso hacer uso del hecho de que la interferencia tiene carácter vectorial. Entonces la holografía de polarización está basada en el carácter vectorial de la interferencia que se produce cuando se superponen dos ondas polarizadas asimétricamente, dando como resultado un patrón de interferencia modulado en polarización, que se encuentra en función de la diferencia de fase entre las dos ondas.

Es adoptado el término **interferencia** para referirse en general a la superposición de dos ondas, incluso cuando no existe una modulación de intensidad.

Para grabar hologramas de polarización (**PHs**, polarization holograms) se observa que es necesario utilizar un material de registro que tenga una respuesta diferente cuando se exponga a luz con diferentes estados de polarización [7-16]. Ya que los materiales holográficos convencionales son sensibles únicamente a la intensidad de luz, de tal forma que al exponerlos a algún estado de polarización, estos terminarían oscureciéndose uniformemente o blanqueándose y no habría difracción de ellos en la etapa de reconstrucción.

Como ya se menciono se requiere de medios sensitivos a la polarización de la luz, materiales capaces de grabar la información acerca de la polarización, que son conocidos como materiales fotoanisotrópicos. Cuando estos se exponen a luz polarizada se vuelven ópticamente anisotrópicos y su anisotropía está de acuerdo con el tipo y la dirección de polarización de la luz.

El fenómeno de la anisotropía fotoinducida fue observado por primera vez por Weigert F. en 1919.

Además en estos materiales la modulación de polarización en el patrón de interferencia puede ser codificada como modulación periódica de la anisotropía inducida en las constantes ópticas.

Se pueden fotoinducir anisotropías ópticas lineales o circulares que dependen del estado de polarización de la luz incidente, por lo que los hologramas de polarización resultantes, exhiben propiedades únicas con respecto a la eficiencia de difracción y los estados de polarización de los haces difractados [7, 17].

2.3.1. Holografía de polarización en materiales anisotropicos

Como ya se mencionó se considera que la información óptica se graba en un medio sensible a la polarización, para ello se estudia el almacenamiento holográfico en medios con fotoanisotropía lineal.

La anisotropía fotoinducida, que se presenta al irradiar el material con luz polarizada [1], causa un cambio en las constantes ópticas del material, es decir, el índice de refracción n y /o el coeficiente de extinción a .

Se considera que la absorción de luz en ellos se debe a las moléculas o los centros que son osciladores lineales [11]. Se supone también que antes de la iluminación, estos osciladores lineales están distribuidos al azar en todas las direcciones, de tal forma que el material es macroscópicamente isotrópico.

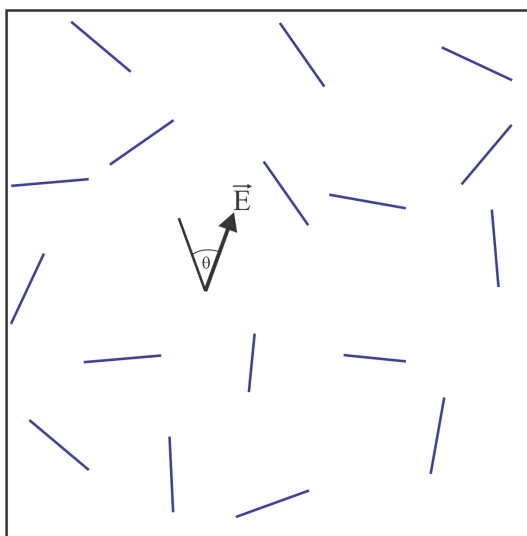


Figura 2.3: Osciladores distribuidos aleatoriamente y orientados a diferentes ángulos con respecto a \vec{E}

La absorción de luz polarizada para cada oscilador dependerá de su orientación espacial con respecto a la orientación de \vec{E} de la luz incidente y será proporcional al $\cos^2(\theta)$, donde θ es el ángulo (que hace la molécula) entre \vec{E} y la dirección del oscilador. La luz polarizada linealmente será absorbida en su mayoría por los osciladores

orientados en direcciones cercanas a la dirección del campo eléctrico , ya que presentan la probabilidad mas grande de excitación. Los cambios fotoinducidos para luz polarizada a lo largo de \vec{E} y perpendicular a \vec{E} serán diferentes. Esto significa que n y a se vuelven anisotrópicos, es decir, sus propiedades ópticas no son las mismas en todas las direcciones lo que implica que después de la exposición holográfica, la absorción en el material dependa de la polarización de la luz incidente. Se llama dicroísmo a la dependencia en la absorción de luz polarizada y la dependencia con el índice de refracción es denominada birrefringencia.

2.3.2. Matriz de transmitancia y Matrices de Jones para medios fotoanisotrópicos

Para el estudio de holografía de polarización se añaden las siguientes matrices para materiales fotoanisotrópicos, empleando el formalismo de Jones, lo que permitira establecer la pauta para estudiar el formalismo de la matriz de transmitancia [1].

La matriz de Jones de un polarizador dicroico se expresa como

$$\begin{pmatrix} \exp(-a_1 d) & 0 \\ 0 & \exp(-a_2 d) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

donde

$$a_1 = \frac{4\pi k_{\parallel}}{\lambda}; \quad a_2 = \frac{4\pi k_{\perp}}{\lambda} \quad (2.21)$$

Denotando a los coeficientes de absorción para las componentes de luz polarizadas paralela k_{\parallel} y ortogonal k_{\perp} , al eje de transmitancia del polarizador, a_1 y a_2 como los correspondientes coeficientes de extinción; donde la diferencia $a_1 - a_2$ determina el

dicroísmo del elemento de polarización.

La matriz de Jones siguiente, representa un material transparente birrefringente con su sistema de coordenadas conectado a su eje óptico :

$$\begin{pmatrix} \exp(-i\varphi_1) & 0 \\ 0 & \exp(-i\varphi_2) \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

donde

$$\varphi_1 = \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi n_2 d}{\lambda}. \quad (2.23)$$

Aquí n_1 y n_2 son los índices de refracción para los dos eigenmodos que se propagan en el material.

Si el material anisotrópico posee ambos dicroísmo y birrefringencia, la matriz de Jones que describe al material es

$$\begin{pmatrix} \exp(-a_1 d) \exp(-i\varphi_1) & 0 \\ 0 & \exp(-a_2 d) \exp(-i\varphi_2) \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Para modelar la reacción del material fotosensible en el estado de polarización local de la luz, se utilizara el modelo de la matriz de transmitancia.

Los materiales que poseen distintos índices de refracción dependiendo de la dirección de oscilación del campo se denominan birrefringentes. Un material birrefringente uniaxial posee una dirección, denominada eje óptico, en la cual el campo eléctrico que oscila en dicha dirección percibe un índice de refracción n_e llamado extraordinario. A su vez, un campo eléctrico que oscila en un plano perpendicular al eje óptico percibe un índice de refracción n_o llamado ordinario. La diferencia entre el índice de refracción extraordinario y el índice de refracción ordinario ($n_e - n_o$) se denomina birrefringencia

del medio. Si $n_e < n_o$ el material posee birrefringencia negativa, mientras que si $n_e > n_o$ se dice que el medio posee birrefringencia positiva.

El retraso anisotrópico en fase o la fase anisotrópica $\Delta\Phi$ se define como:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_e - n_o). \quad (2.25)$$

El signo de la fase anisotrópica $\Delta\Phi$ depende de las magnitudes de n_e y n_o .

En lo que concierne a anisotropía fotoinducida se puede definir el índice de refracción $n_{||}$, para luz polarizada paralela a la polarización de la luz incidente polarizada linealmente, la cual induce un eje óptico y n_{\perp} para luz con polarización ortogonal.

La fase de lo que llamaremos fotoanisotropía inducida estará dada por

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_{||} - n_{\perp}) \quad (2.26)$$

En este caso se graba en un material con únicamente fotoanisotropía lineal, asumiendo que el índice de refracción del material cambia como resultado de la iluminación; el índice de refracción después de la exposición se puede escribir $n = n_0 + n_1$, donde n_0 es el índice de refracción antes de la exposición y n_1 es el tensor de cambios fotoinducidos:

$$n_1 = \begin{vmatrix} \Delta n_{||} & 0 \\ 0 & \Delta n_{\perp} \end{vmatrix} \quad (2.27)$$

donde $\Delta n_{||}$, Δn_{\perp} son los cambios inducidos correspondientes a las direcciones paralela y perpendicular a la polarización de la luz.

Por otra parte $\Delta n = n_{||} - n_{\perp}$ caracteriza a la birrefringencia fotoinducida en el material y $\bar{n} = \frac{\Delta n_{||} + \Delta n_{\perp}}{2}$ es el promedio de cambios fotoinducidos.

Entonces n_1 puede ser escrito como

$$n_1 = \begin{vmatrix} \bar{n} + \Delta n/2 & 0 \\ 0 & \bar{n} - \Delta n/2 \end{vmatrix} \quad (2.28)$$

Es usual asumir que los cambios fotoinducidos Δn_{\parallel} y Δn_{\perp} son proporcionales a la intensidad de la luz I y a los coeficientes de fotorespuesta para las direcciones paralela k_{\parallel} y ortogonal k_{\perp} tal que

$$\Delta n_{\parallel} = k_{\parallel} I \quad y \quad \Delta n_{\perp} = k_{\perp} I \quad (2.29)$$

Además, Δn_{\parallel} y Δn_{\perp} pueden ser positivos o negativos dependiendo del material y el fotoproceso que tome lugar en él.

El tensor de cambios fotoinducidos para un medio con birrefringencia lineal puede ser escrito en función de S_0 , S_1 y S_2 que son los primeros parámetros de Stokes, estos parámetros pueden ser calculados por medio de las componentes del campo resultante, como se vio en el Capítulo 1.

Sea $S = (k_{\parallel} + k_{\perp})/2$ el coeficiente de respuesta escalar que es proporcional al promedio de los coeficientes de fotorespuesta del material y $L = (k_{\parallel} - k_{\perp})/2$ el coeficiente de anisotropía lineal, descrito también en función de los coeficientes de fotorespuesta [1].

$$n_1 = \begin{bmatrix} SS_0 + LS_1 & LS_2 \\ LS_2 & SS_0 - LS_1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

En el caso general la extinción óptica del material fotoanisotrópico también varía después de la iluminación, pero en este trabajo se va a considerar que no varía. Si la luz excitada está polarizada linealmente el coeficiente de extinción a se convierte en anisotrópico, entonces se induce dicroísmo lineal.

Por analogía, podemos presentar la anisotropía fotoinducida en a como $a = a_0 + a_1$,

donde a_0 es la extinción antes de la exposición y a_1 el tensor de cambios fotoinducidos. Por lo tanto escribimos a_1 como

$$a_1 = \begin{pmatrix} S_e S_0 + L_e S_1 & L_e S_2 \\ L_e S_2 & S_e S_0 - L_e S_1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

donde S_e representa el coeficiente de respuesta escalar y L_e el coeficiente de anisotropía lineal, para el tensor de cambios fotoinducidos en el coeficiente de extinción a .

Durante el almacenamiento holográfico el material de registro se expone a un campo de luz modulado espacialmente, producido por la interferencia entre una onda de señal con una onda de referencia. Generalmente este patrón de interferencia tiene tanto modulación en intensidad; como en polarización. Y como solo se tratan materiales con fotoanisotropía lineal, esto significa que S_0 , S_1 y S_2 son funciones de las coordenadas en el plano del eje óptico (x, y) :

$$S_0 = S_0(x, y), \quad S_1 = S_1(x, y); \quad S_2 = S_2(x, y)$$

Por lo tanto, los componentes de los tensores n_1 y a_1 son también funciones de las coordenadas:

$$n_1 = n_1(x, y) \quad y \quad a_1 = a_1(x, y).$$

Cuando es considerado un medio con birrefringencia circular, aparece explícitamente en el tensor de cambios fotoinducidos la dependencia del cuarto parámetro de Stokes S_3 .

En este trabajo se adopta el formalismo Jones para describir la generación y la difracción de los hologramas de polarización, que son grabados en un material con solamente anisotropía lineal fotoinducida, es decir se discutirán sólo materiales con modulación de fase $\Delta\Phi$. Asumiendo que únicamente el índice de refracción del material

de grabado, cambia como resultado de la iluminación.

En general la matriz de Jones que describe la transmisión de la rejilla en un medio con birrefringencia lineal de acuerdo con la Ref. [1] se puede escribir como:

$$T = \exp \left\{ \frac{i2\pi d}{\lambda} (n_0 + n_1) \right\} \quad (2.32)$$

$$T = \exp \left\{ \frac{i2\pi d}{\lambda} n_0 \right\} \times \exp \left\{ \frac{i2\pi d}{\lambda} n_1 \right\} \quad (2.33)$$

donde λ es la longitud de onda del haz del láser de grabación; d es el grosor de holograma; n_0 es el índice de refracción antes de la exposición y n_1 el tensor de cambios fotoinducidos como ya se mencionó anteriormente.

Si la matriz de transmitancia es diagonal, entonces su exponencial se obtiene tomando las exponenciales de cada uno de los elementos de la diagonal principal.

Es decir si una matriz es diagonal:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Se aplicara la propiedad

$$\exp \{A\} = \begin{pmatrix} \exp \{a_{11}\} & 0 & 0 \\ 0 & \exp \{a_{22}\} & 0 \\ 0 & 0 & \exp \{a_{33}\} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

La matriz de Jones que representa la transmitancia en un medio con birrefringencia

lineal y circular, se determina utilizando

$$T = \exp \{iKz\}, \quad \text{con} \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{n} + \Delta K \quad (2.36)$$

ΔK denota tanto a la birrefringencia lineal Δn_{lin} como a la birrefringencia circular Δn_{cir}

$$\Delta K = \begin{vmatrix} \Delta n_{lin} & -i\Delta n_{cir} \\ i\Delta n_{cir} & -\Delta n_{lin} \end{vmatrix} \quad (2.37)$$

Aquí $\Delta n_{lin} = n_{\parallel} - n_{\perp} = 2(S_1^2 + S_2^2)^{1/2}$ y $\Delta n_{cir} = n_l - n_r = 2S_3$, entonces se puede reescribir ΔK en términos de los parámetros de Stokes:

$$\Delta K = \begin{vmatrix} 2(S_1^2 + S_2^2)^{1/2} & -i2S_3 \\ i2S_3 & -2(S_1^2 + S_2^2)^{1/2} \end{vmatrix} \quad (2.38)$$

Un medio de grabación adecuado puede registrar esta anisotropía modulada espacialmente, teniendo como resultado un holograma polarización.

Con el fin de estudiar las propiedades de los hologramas de polarización en materiales fotoanisotrópicos hay que tener en cuenta que las constantes ópticas del material de grabación son tensores y las componentes de estos tensores están moduladas periódicamente.

Capítulo 3

Transmisión de hologramas de polarización

En este capítulo en general se estudiará la transmisión de hologramas de polarización en materiales con fotoanisotropía lineal, para esto se adopta el formalismo de Jones para describir la generación y la difracción de los hologramas de polarización, que son grabados en un material con solamente anisotropía lineal fotoinducida y se trabajara con las configuraciones de haces polarizados paralelamente y para haces con polarización a $\pm 45^\circ$, con la finalidad de analizar las propiedades de los haces difractados y observar si conservan algunas de las propiedades mencionadas por Yatagai en [2].

Durante el almacenamiento holográfico el material de registro se expone a un campo de luz modulado espacialmente, que proviene de la interferencia entre una onda de señal con una onda de referencia, en el caso general éste patrón de interferencia tiene tanto modulación en intensidad como en polarización. El **PH** es reconstruido por la iluminación con una onda de reconstrucción.

Por lo tanto, la superposición de los dos haces expresados por vectores bidimensionales [2], está representada por

$$U(x, z) = U_S(x, z) + U_R(x, z) \quad (3.1)$$

donde U_S y U_R son los haces de señal y de referencia respectivamente.

Se considera el caso de interferencia de dos ondas planas con la misma amplitud, tal que

$$U_S = A \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} (x \sin(\theta) + z \cos(\theta)) \right\} \quad (3.2)$$

$$U_R = A \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} (-x \sin(\theta) + z \cos(\theta)) \right\} \quad (3.3)$$

donde A es la amplitud de las ondas planas y θ el ángulo de incidencia del haz de señal.

Para simplificar, el ángulo de incidencia del haz de referencia se define como $-\theta$. Esto significa que el ángulo entre los haces de señal y de referencia es 2θ .

3.1. Ondas planas con polarización lineal paralela

3.1.1. Etapa de grabación del holograma de polarización (PH)

Si ambos haces U_S y U_R tienen el mismo estado de polarización s con azimut a 90°

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**
3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

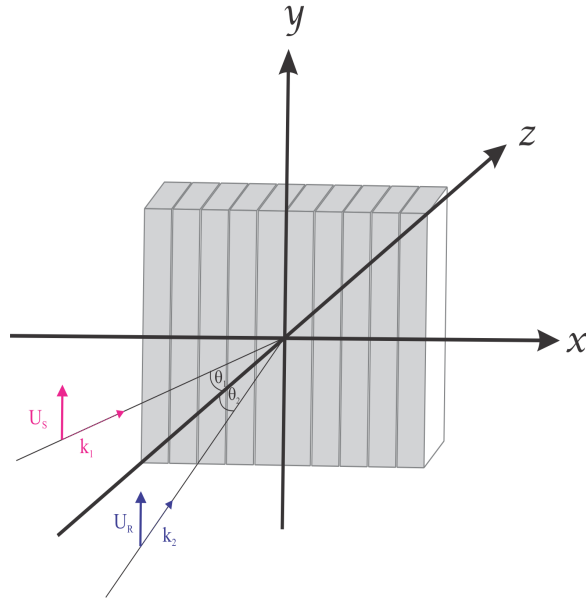


Figura 3.1: Superposición de dos haces linealmente polarizados

El campo de interferencia es descrito por el vector de Jones:

$$U = \begin{pmatrix} 0 \\ U_S + U_R \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$U = \begin{pmatrix} 0 \\ Ae^{i2\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos}(\theta)} + Ae^{-i2\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos}(\theta)} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Por lo tanto U , puede escribirse como

$$U = \begin{pmatrix} 0 \\ 2Ae^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos}(\theta)} \text{cos}(\delta) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

con $\delta = \frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}$

Se observa que el campo resultante esta polarizado verticalmente.

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

Empleando la Ec. (3.6) se obtiene la imagen proyectada del patrón de polarización, Fig. (3.2), desarrollado en el anexo B y que es equivalente a la presentada en [8] y depende de la diferencia de fase.

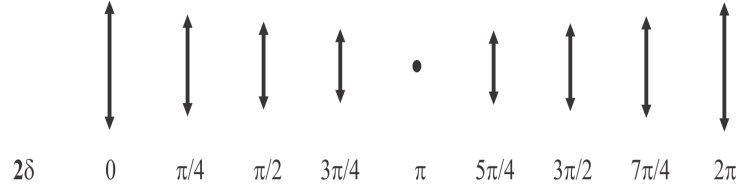


Figura 3.2: Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización vertical

El perfil de intensidad asociado puede ser descrito como:

$$I \simeq |U|^2 = \begin{pmatrix} 0, & U_S^* + U_R^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_S + U_R \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$= (U_S U_S^* + U_R U_R^* + U_S U_R^* + U_R U_S^*) \quad (3.8)$$

$$= A^2 e^0 + A^2 e^{-\frac{i4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^0 + A^2 e^{\frac{i4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2 e^0 \quad (3.9)$$

$$= 2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \quad (3.10)$$

definiendo $\Lambda = \frac{\lambda}{2\text{sen}(\theta)}$ como la periodicidad espacial del patrón de interferencia y λ es la longitud de onda del haz incidente en el holograma.

$$I \simeq 2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right) = 4A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right) \quad (3.11)$$

Utilizando la propiedad

$$\cos^2\left(2\pi \frac{x}{\Lambda} \text{sen}(\theta)\right) = \frac{1}{2} \left(\cos\left(4\pi \frac{x}{\Lambda} \text{sen}(\theta)\right) + 1 \right). \quad (3.12)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

La Ec. (3.11) se reduce a

$$I = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (3.13)$$

Ya que la matriz de transmitancia \mathbf{T} está dada por la Ec. (2.32) y a su vez ésta se encuentra en función de los 3 primeros parámetros de Stokes. Se deduciran inicialmente estas cantidades usando Ecs. (1.31-1.34):

$$S_0 = U_x U_x^* + U_y U_y^* \quad (3.14)$$

$$= 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \left[e^{-i \frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i \frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} \right] \quad (3.15)$$

$$\therefore S_0 = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (3.16)$$

$$S_1 = U_x U_x^* - U_y U_y^* \quad (3.17)$$

$$\therefore S_1 = -4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (3.18)$$

$$S_2 = U_x U_y^* + U_x^* U_y \quad (3.19)$$

$$\therefore S_2 = 0 \quad (3.20)$$

$$S_3 = i(U_x U_y^* - U_x^* U_y) \quad (3.21)$$

$$\therefore S_3 = 0 \quad (3.22)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

Como se hizo notar en el capítulo 1, el estado de polarización de una onda se puede describir en términos de los parámetros de Stokes utilizando las ecuaciones (3.16, 3.18) y (3.20). En conclusión el campo de salida para este caso es completamente polarizado dado que cumple la ecuación (1.40).

Entonces se escribe el tensor de cambios fotoinducidos n_1 , sustituyendo los parámetros de Stokes, con ayuda de la Ec.(2.30)

$$n_1 = \begin{pmatrix} 4A^2 S \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) - 4A^2 L \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) & 0 \\ 0 & 4A^2 S \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) + 4A^2 L \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

y a su vez se deduce la matriz de Jones que describe la transmisión de ésta. De acuerdo con la Ec. (2.32),

$$\mathbf{T} = e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} n_0} \times \begin{pmatrix} \exp \left\{ (S - L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \right\} & 0 \\ 0 & \exp \left\{ (S + L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \right\} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

considerando $\varphi_0 = \frac{2\pi d}{\lambda} n_0$ y $\delta = \frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}$, se simplifica la matriz de transmisión, de manera que

$$\mathbf{T} = e^{i\varphi_0} \begin{pmatrix} \exp \left\{ (S - L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 (\delta) \right\} & 0 \\ 0 & \exp \left\{ (S + L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 (\delta) \right\} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Reescribiendo la matriz anterior en función de los cambios fotoinducidos respecto a las direcciones paralela $\Delta\varphi_{\parallel} = \frac{2\pi d}{\lambda} \Delta n_{\parallel}$ y perpendicular $\Delta\varphi_{\perp} = \frac{2\pi d}{\lambda} \Delta n_{\perp}$, con ayuda de la Ecs. (2.26) y (2.28), se obtiene $\Delta\varphi_{\parallel} = \frac{2\pi d}{\lambda} (S + L)$ y $\Delta\varphi_{\perp} = \frac{2\pi d}{\lambda} (S - L)$

$$\mathbf{T} = Cte \times \begin{pmatrix} \exp \{ i4A^2 \Delta\varphi_{\perp} \cos^2 (\delta) \} & 0 \\ 0 & \exp \{ i4A^2 \Delta\varphi_{\parallel} \cos^2 (\delta) \} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

Puesto que los elementos sobre la diagonal de la matriz \mathbf{T} son diferentes, la eficiencia de difracción será dependiente de la polarización del haz de reconstrucción.

Se expresa la Ec. (3.26) como el producto de dos matrices con la ayuda de la propiedad dada por la Ec. (3.12)

$$= \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos(2\delta)\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos(2\delta)\} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Para analizar las características de los haces difractados se aplica el desarrollo en serie de funciones de Bessel a las exponenciales: $\exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos(2\delta)\}$ y $\exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos(2\delta)\}$.

Utilizando la identidad de Jacobi Anger [18, 19]:

$$\exp\{iz \cos(\alpha)\} = J_0\{z\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n J_n\{z\} \cos(n\alpha) \quad (3.28)$$

y para simplificar los cálculos se toma $2\delta = \alpha$ y $2A^2\Delta\varphi_{\parallel} = z$ o $2A^2\Delta\varphi_{\perp} = z$ respectivamente.

Esta identidad representa la expansión de ondas planas dentro de una serie de ondas cilíndricas, donde $J_n\{z\}$ son las funciones de Bessel de primera clase y la n denota los órdenes de las funciones de Bessel y a su vez el número de orden de los haces difractados.

Sin embargo únicamente se determinara una primera aproximación, tomando $n = 1$. Para pequeños valores de modulación de fase, se puede considerar $J_1(\Delta\varphi) \approx \Delta\varphi$, entonces se obtiene \mathbf{T} para los órdenes ± 1 , como en la Ref.[1]

$$\mathbf{T}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos\left(\frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda}\right) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos\left(\frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda}\right) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**
3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

Utilizando la aproximación anterior, el holograma de polarización (**PH**) puede ser representado por

$$\mathbf{PH} = \mathbf{T} \tag{3.30}$$

3.1.2. Proceso de reconstrucción del PH con un haz con polarización vertical

El azimut de polarización de la polarización- p se define como 0° , entonces el eje principal de la anisotropía óptica fotoinducida por la polarización- s es 90° . Cuando se utiliza un haz de referencia p o s polarizado para iluminar el **PH** se modula la amplitud y la fase del haz; entonces las características de difracción del **PH** se expresan por el campo de salida. Si se desea estudiar las propiedades de las ondas difractadas en los diferentes órdenes, primero se debe multiplicar el vector de Jones de la onda reconstrucción por la matriz de transmitancia.

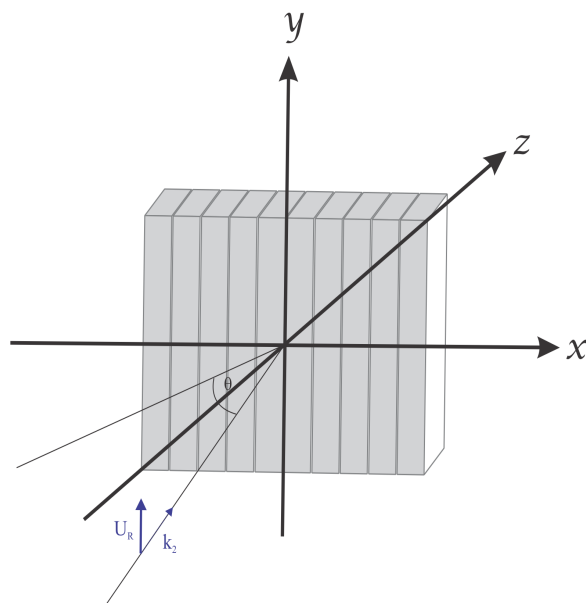


Figura 3.3: Lectura del **PH** con un haz linealmente polarizado con orientación vertical

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

Leyendo o reconstruyendo el **PH** en este caso por $\mathbf{T}_{\pm 1} = \mathbf{T}_1^{vp}$, con una onda de reconstrucción U_R con polarización $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vertical o azimut a 90° . Donde \mathbf{T}_1^{vp} es la matriz de transmitancia de orden 1 (generada por la superposición de haces paralelos con polarización vertical).

Entonces se obtiene la siguiente información acerca de los haces difractados ± 1

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \mathbf{T}_1^{vp} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$= \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_\perp\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_\parallel\} \end{pmatrix} \times \quad (3.32)$$

$$\begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_\perp \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_\parallel \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0 \\ i2A^2\Delta\varphi_\parallel \exp\{i2A^2\Delta\varphi_\parallel\} U_R \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\right) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ i2A^2 U_R \Delta\varphi_\parallel e^{i2A^2\Delta\varphi_\parallel} \frac{1}{2} \left(e^{\{i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} + e^{\{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} \right) \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2 \Delta\varphi_\parallel e^{i2A^2\Delta\varphi_\parallel} \left(A e^{i2\frac{\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} e^{i2\frac{\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} + A e^{i2\frac{\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{i2\frac{\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} e^{\{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} \right) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2 \Delta\varphi_\parallel e^{i2A^2\Delta\varphi_\parallel} \left(U_S + e^{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

La reconstrucción del haz objeto original se obtiene en forma de los órdenes de difracción ± 1 , aquí el campo de salida conserva la polarización del haz de reconstrucción como ya se había obtenido en [2] y proporciona información de la suma de los haces de grabación. Solo que el haz de señal es modulado en amplitud por un factor de $iA^2\Delta\varphi_{\parallel}$ y en fase por $2A^2\Delta\varphi_{\parallel}$, mientras que el haz de referencia aparece modulado en amplitud por $iA^2\Delta\varphi_{\parallel}$ y en fase $(2A^2\Delta\varphi_{\parallel} - \frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda})$.

El patrón de polarización del campo difractado que denota a los órdenes ± 1 en función de la diferencia de fase es también desarrollado a detalle en el anexo 2

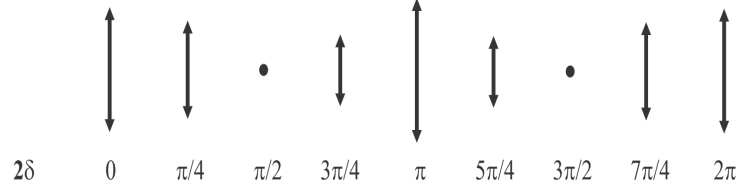


Figura 3.4: Patrón de polarización del campo difractado Ec. (3.36)

La distribución de la irradiancia cosenoidal del campo difractado

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \left(0, -iA^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{-i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}(U_S^* + e^{i2\delta}U_R^*) \right) \times \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}(U_S + e^{-i2\delta}U_R) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$= -i^2 (A^2\Delta\varphi_{\parallel})^2 (A^2e^0e^0 + A^2e^{i4\delta} + A^2e^{-i4\delta} + A^2e^0e^0) \quad (3.38)$$

$$= A^4 (\Delta\varphi_{\parallel})^2 (2A^2 + 2A^2 \cos(4\delta)) \quad (3.39)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\parallel})^2 \cos^2(2\delta) \quad (3.40)$$

3.1.3. Reconstrucción del PH con un haz con polarización horizontal

De manera análoga para la iluminación del **PH**, presentado por la Ec. (3.26), el vector de Jones que representará la onda de reconstrucción es $\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$, es decir, tiene polarización horizontal o azimut a 0° ; por lo tanto se obtendrá información de los haces difractados de orden ± 1 .

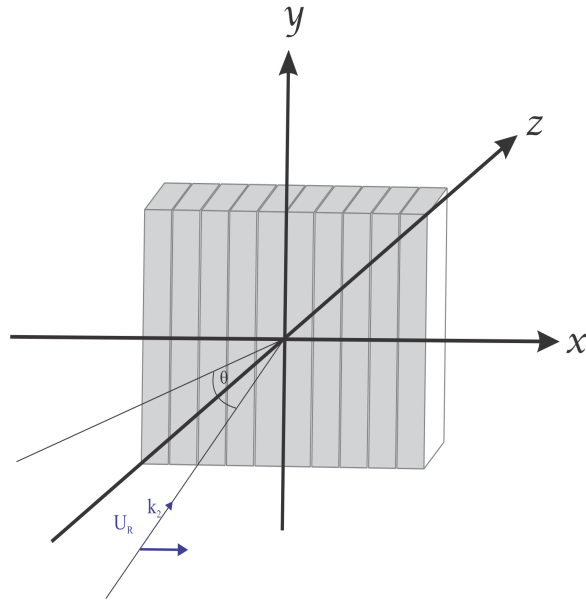


Figura 3.5: Iluminando el **PH** con un haz polarizado linealmente con orientación horizontal

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \mathbf{T}_{\pm 1} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$$= \left[\begin{pmatrix} \exp \{i2A^2 \Delta \varphi_{\perp}\} & 0 \\ 0 & \exp \{i2A^2 \Delta \varphi_{\parallel}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i2A^2 \Delta \varphi_{\perp} \cos \left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) & 0 \\ 0 & i2A^2 \Delta \varphi_{\parallel} \cos \left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

$$= \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} \cos\left\{4\pi\frac{x}{\lambda}\sin(\theta)\right\}U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

$$= \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} \left(Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x\sin(\theta))}e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)}e^{i4\pi\frac{x}{\lambda}\sin\theta} + Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x\sin(\theta))}e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)}e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\sin(\theta)} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

$$= \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} \left(Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(x\sin(\theta))}e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)} + Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x\sin(\theta))}e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)}e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\sin(\theta)} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} (U_S + e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\sin(\theta)}U_R) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

El campo de salida que muestra los haces difractados de orden ± 1 , proporciona información de la suma de los haces de grabación, los cuales se encuentran modulados en amplitud por un factor de $iA^2\Delta\varphi_{\perp}$, mientras que el haz de referencia aparece modulado en fase por un factor $(2A^2\Delta\varphi_{\perp} - \frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda})$ y el haz de señal es modulado en fase por $i2A^2\Delta\varphi_{\perp}$.

También es posible concluir que los haces difractados de orden ± 1 tienen la misma polarización que el haz de reconstrucción, un resultado también mostrado en [2], como se puede ver en el siguiente esquema

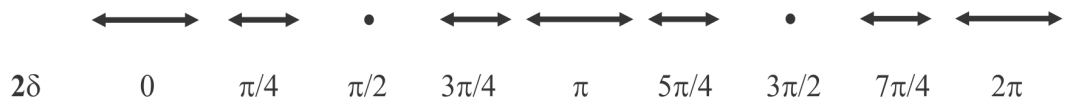


Figura 3.6: Patrón de polarización del campo difractado

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.1. ONDAS PLANAS CON POLARIZACIÓN LINEAL PARALELA

El perfil de intensidad del campo difractado es

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} -iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{-i2A^2\Delta\varphi_{\perp}}(U_S^* + e^{i2\delta}U_R^*), & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}}(U_S + e^{-i2\delta}U_R) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

$$= -i^2 (A^2\Delta\varphi_{\perp})^2 \left(A^2e^0e^0 + A^2e^{\frac{i8\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^{-i\frac{8\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^0e^0 \right) \quad (3.48)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\perp})^2 \cos^2(2\delta) \quad (3.49)$$

En resumen los resultados teóricos que se presentan en este trabajo muestran un desarrollo claro y elegante en cuanto a la descripción de los hologramas de polarización.

A continuación se muestran los resultados obtenidos mediante desarrollo en series de Bessel (siguiendo la metodología de Nikolova) y en desarrollos de Fourier (mostrados por Yatagai) y sintetizados en forma de tablas, para su fácil comparación.

Resultados obtenidos

$$\text{Matriz: } \mathbf{T}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \end{pmatrix}$$

Haz de reconstrucción	Campo difractado
$\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$	$\mathbf{E}_{\pm 1} = iA^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}(U_S + e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}(\theta)}U_R) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{E}_{\pm 1} = iA^2\Delta\varphi_{\perp}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}}(U_S + e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}(\theta)}U_R) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Tabla 3.1: Etapa de Reconstrucción

Resultados de Yatagai

$$\text{Matriz: } \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(1,m)} \exp\{i\frac{2m\pi x}{\Lambda}\} & 0 \\ 0 & \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(2,m)} \exp\{i\frac{2m\pi x}{\Lambda}\} \end{pmatrix}$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Haz de reconstrucción	Campo difractado
$\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(2,m)} e^{\frac{i2m\pi x \sin(\theta)}{\lambda}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(1,m)} e^{\frac{i2m\pi x \sin(\theta)}{\lambda}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Tabla 3.2: Etapa de Reconstrucción

3.2. Ondas planas polarizadas a $\pm 45^\circ$

Usando el formalismo de Jones se pueden expresar haces que se encuentran a $\pm 45^\circ$ que es el otro caso presentado en el artículo [2]. Tomando a conveniencia un sistema (x, y) rotado 45° con respecto al plano de incidencia, eje x .

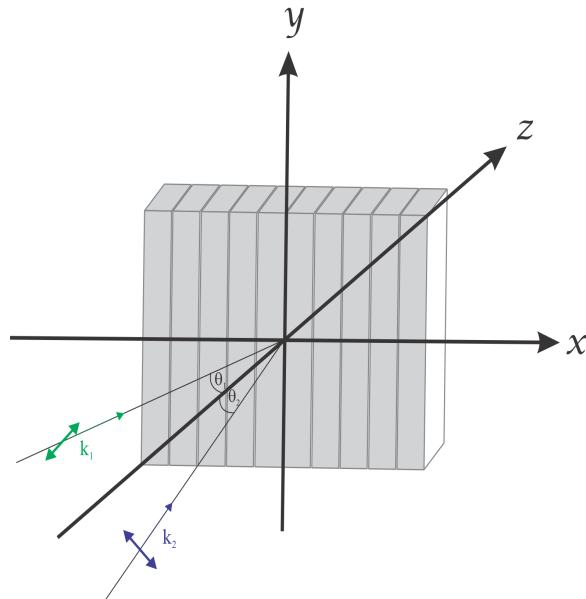


Figura 3.7: Superposición de dos haces linealmente polarizados a $+45^\circ$ y -45°

Las componentes de polarización lineal $+45^\circ$ y -45° se expresan, respectivamente, por $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ polarización lineal a 45° desde el eje x , llamada típicamente **diagonal**

$L + 45$ y $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ polarización lineal a -45° desde el eje x , llamada típicamente **anti-diagonal** $L - 45$.

3.2.1. Etapa de grabación del holograma de polarización

Siguiendo el proceso visto previamente se tiene que el campo total en este caso puede ser escrito como:

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} U_S \\ U_S \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} U_R \\ -U_R \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A \exp\{ \frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta) + \frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta) \} \\ A \exp\{ \frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta) + \frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta) \} \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A \exp\{ \frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta)) + \frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta) \} \\ -A \exp\{ \frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta)) + \frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta) \} \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} + A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} \\ A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} - A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} \left(e^{\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} + e^{-\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} \right) \\ A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \text{cos}(\theta)} \left(e^{\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} - e^{-\frac{i2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} \right) \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

$$= \frac{2A}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos}(\theta)} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)\right) \\ e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos}(\theta)} \left(i \text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)\right) \right) \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

$$\therefore U = \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \text{cos} \theta} \begin{pmatrix} \cos(\delta) \\ i \text{sen}(\delta) \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

La onda descrita por el vector de Jones (3.55) en general es elípticamente polarizada a izquierdas, dado que cumple la Ec. (1.59).

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Y su irradiancia será

$$\mathbf{I} = \frac{2A}{\sqrt{2}} \left(e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta), e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} (-i \sin(\delta)) \right) \times \frac{2A}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \\ e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} i \sin(\delta) \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

$$\therefore \mathbf{I} = 2A^2 (\cos^2(\delta) + \sin^2(\delta)) = 2A^2 \quad (3.57)$$

Observe que el campo tiene una intensidad constante. Con esta geometría de grabación se obtienen hologramas de **polarización pura**; no hay modulación de intensidad, independientemente del valor del ángulo de grabación y su patrón de modulación de polarización es equivalente al ilustrado en la Ref. [16]

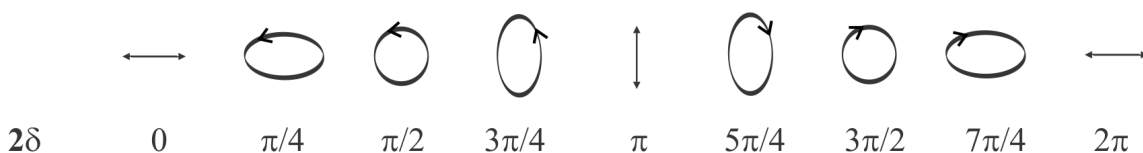


Figura 3.8: Patrón de polarización del campo incidente

Por otra parte se obtienen los primeros 3 parámetros de Stokes para después construir la matriz de transmitancia.

$$S_0 = U_x U_x^* + U_y U_y^* \quad (3.58)$$

$$= \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \right)$$

$$+ \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} i \sin(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} (-i \sin(\delta)) \right) \quad (3.59)$$

$$= 2A^2 (\cos^2(\delta) + \sin^2(\delta)) \quad (3.60)$$

$$\therefore S_0 = 2A^2 \quad (3.61)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$\begin{aligned}
 S_1 &= U_x U_x^* - U_y U_y^* \\
 &= \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \right) \\
 &\quad - \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} i \sin(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} (-i \sin(\delta)) \right) \tag{3.62}
 \end{aligned}$$

$$= 2A^2 (\cos^2(\delta) - \sin^2(\delta)) \tag{3.63}$$

$$\therefore S_1 = 2A^2 \cos\left(\frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda}\right) \tag{3.64}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= U_x U_y^* + U_x^* U_y \\
 &= \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} (-i \sin(\delta)) \right) \\
 &\quad + \frac{2A}{\sqrt{2}} e^{-i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos(\delta) \left(\frac{2A}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} i \sin(\delta) \right) \tag{3.65}
 \end{aligned}$$

$$= -2A^2 i \cos(\delta) \sin(\delta) + 2A^2 i \cos(\delta) \sin(\delta) \tag{3.66}$$

$$\therefore S_2 = 0 \tag{3.67}$$

Por lo que n_1 el tensor de cambios fotoinducidos, dado por la Ec. (2.30) queda representado por

$$n_1 = \begin{pmatrix} 2A^2 S + 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right) & 0 \\ 0 & 2A^2 S - 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right) \end{pmatrix} \tag{3.68}$$

La matriz que describe la transmisión se deduce de la Ec.(2.32) y tiene la forma

$$\mathbf{T}_{\pm 45^\circ} = e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} n_0} \begin{pmatrix} e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 S} e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 S} e^{-\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)} \end{pmatrix} \tag{3.69}$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$\mathbf{T}_{\pm 45^\circ} = e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} n_0} e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 S} \begin{pmatrix} \exp\left\{\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)\right\} & 0 \\ 0 & \exp\left\{-\frac{i2\pi d}{\lambda} 2A^2 L \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)\right\} \end{pmatrix} \quad (3.70)$$

considerando $\Delta\varphi = \frac{\pi d}{\lambda} \Delta n = \frac{2\pi d}{\lambda} L$ y $\varphi_s = \frac{2\pi d}{\lambda} S$ se puede reescribir a $\mathbf{T}_{\pm 45^\circ}$ como

$$\mathbf{T}_{\pm 45^\circ}(x', y') = e^{i\varphi_0} e^{i2A^2 \varphi_s} \begin{pmatrix} e^{i2A^2 \Delta\varphi \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)} & 0 \\ 0 & e^{-i2A^2 \Delta\varphi \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)} \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

Esta matriz simboliza al holograma de polarización en un sistema (x', y') rotado, cuyos elementos de la diagonal de la matriz se pueden asociar con las funciones:

$$\mathbf{T}_{-45^\circ}(x', y') = e^{-i2A^2 \Delta\varphi \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)} \text{ y } \mathbf{T}_{+45^\circ}(x', y') = e^{i2A^2 \Delta\varphi \cos\left(4\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\theta)\right)}.$$

Para obtener $\mathbf{T}_{\pm 45^\circ}$ en el sistema (x, y) , se tiene que utilizar la transformación dada por la Ec. (1.65), girando el elemento óptico alrededor del eje un ángulo $\frac{\pi}{4}$. La matriz que describe la transmitancia a través de la rejilla es

$$\mathbf{T}_{\pm 45^\circ}(x, y) = R\left(\frac{\pi}{4}\right) \mathbf{T}_{\pm 45^\circ}(x', y') R\left(-\frac{\pi}{4}\right) \quad (3.72)$$

donde $R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & -\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix}$ es la matriz de rotación o de transformación de coordenadas, obtenida con la Ec. (1.66)

$$\mathbf{T}(x, y) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & -\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{+45^\circ} & 0 \\ 0 & T_{-45^\circ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ -\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} & -\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} \\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ -\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix} \quad (3.74)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} + \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} \\ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} & \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{+45^\circ} + \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)T_{-45^\circ} \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Sustituyendo $\cos^2(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} = \sin^2(\frac{\pi}{4})$ y $\cos(\frac{\pi}{4}) \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}T_{-45^\circ} + \frac{1}{2}T_{+45^\circ} & \frac{1}{2}T_{45^\circ} - \frac{1}{2}T_{-45^\circ} \\ \frac{1}{2}T_{+45^\circ} - \frac{1}{2}T_{-45^\circ} & \frac{1}{2}T_{-45^\circ} + \frac{1}{2}T_{+45^\circ} \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

$$\therefore \mathbf{T}(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} T_{+45^\circ} + T_{-45^\circ} & T_{+45^\circ} - T_{-45^\circ} \\ T_{+45^\circ} - T_{-45^\circ} & T_{+45^\circ} + T_{-45^\circ} \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

Se obtiene la matriz de transmitancia del **PH**, como ya se había obtenido en [2].

Regresando a las variables anteriores, con \mathbf{T}_{+45° y \mathbf{T}_{-45°

$$\mathbf{T}(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \left(e^{i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} + e^{-i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) & \left(e^{i\Delta\varphi \cos(2\delta)} - e^{-i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) \\ \left(e^{i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} - e^{-i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) & \left(e^{i\Delta\varphi \cos(2\delta)} + e^{-i2A^2\Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

$$\mathbf{T}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}A & \frac{1}{2}B \\ \frac{1}{2}B & \frac{1}{2}A \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

Para analizar las características de los haces difractados es aplicada la expansión en funciones de Bessel para expandir las exponenciales siguientes: $e^{-i2A^2\Delta\varphi \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \sin\theta)}$ y $e^{i2A^2\Delta\varphi \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \sin\theta)}$. Utilizando la identidad de Jacobi Anger Ec. (3.28), donde $\beta = \frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda}$ y $z = 2A^2\Delta\varphi$:

$$\begin{aligned} \exp \{ iz \cos(\beta) \} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (i)^n J_n \{ z \} e^{in\beta} \\ &= J_0 \{ z \} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n J_n \{ z \} \cos(n\beta) \end{aligned} \quad (3.80)$$

de forma similar

$$\exp \{ -iz \cos(\beta) \} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n \{ z \} e^{in\beta}$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$= J_0\{z\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n\{z\} \cos(n\beta) \quad (3.81)$$

por lo que

$$\begin{aligned} A &= \left(e^{i2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)} + e^{-i2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) \\ &= \left(J_0\{z\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n J_n\{z\} \cos(n\beta) \right) + \left(J_0\{z\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n\{z\} \cos(n\beta) \right) \\ &= 2 \left(J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \right) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$= 2(J_0\{z\} + 0 - 2J_2\{z\} \cos(2\beta) + 0 + 2J_4\{z\} \cos(4\beta) + \dots) \quad (3.83)$$

Para la otra entrada de la matriz se tiene que

$$\begin{aligned} B &= \left(e^{i2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)} - e^{-i2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)} \right) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n J_n\{z\} \cos(n\beta) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n\{z\} \cos(n\beta) \\ &= 2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \right) \end{aligned} \quad (3.84)$$

$$= 2(2iJ_1\{z\} \cos(\beta) + 0 - 2iJ_3\{z\} \cos(3\beta) + \dots) \quad (3.85)$$

Sustituyendo en la Ec.(3.79)

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) & \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \\ \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) & J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \end{pmatrix} \quad (3.86)$$

$$= \begin{pmatrix} J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) & 0 \\ 0 & J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \end{pmatrix}$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \\ \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.87)$$

Además \mathbf{T} puede ser expresada en series de matrices como

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \dots, \quad (3.88)$$

que es la representación de la matriz de transmitancia en funciones Bessel.

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = & \begin{pmatrix} J_0\{2A^2\Delta\varphi\} & 0 \\ 0 & J_0\{2A^2\Delta\varphi\} \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} 0 & i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \\ i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \\ 0 & -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} 0 & -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \\ -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \end{pmatrix} + \dots \end{aligned} \quad (3.89)$$

Observe que

$$\mathbf{PH} = \mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_{\pm 1} + \mathbf{T}_{\pm 2} + \dots, \quad (3.90)$$

donde \mathbf{T}_0 se determina a partir del haz de orden 0, representado por la función Bessel de orden 0; $\mathbf{T}_{\pm 1}$ determina los haces de orden ± 1 y $\mathbf{T}_{\pm 2}$ los de orden ± 2 y así sucesivamente.

3.2.2. Etapa de reconstrucción

Para estudiar las propiedades de las ondas difractadas en los diferentes órdenes, primero se debe multiplicar el vector de Jones de la onda de reconstrucción (\mathbf{R}') por la matriz \mathbf{T} . De manera que los primeros órdenes de difracción están dados por $\mathbf{E} = \mathbf{E}_j = \mathbf{T}_j \mathbf{R}'$, con $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Cuando se utiliza un haz de reconstrucción $\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$ con polarización horizontal y propagándose en la dirección U_R , como en la figura 3.5, para iluminar el holograma de polarización generado por la matriz de transmisión \mathbf{T} , se expresan las características de difracción mediante el campo de salida:

$$\mathbf{E} = \left[\begin{pmatrix} \frac{A}{2} & 0 \\ 0 & \frac{A}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{B}{2} \\ \frac{B}{2} & 0 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.91)$$

$$= \begin{pmatrix} U_R \times (J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n)) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \times \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

$$\therefore \mathbf{E} = \left[\begin{pmatrix} J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \right] \quad (3.93)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

El poder describir de esta forma el campo difractado, permite observar fácilmente como se conserva el estado de polarización horizontal $\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$ del haz de reconstrucción para los órdenes pares, sin embargo, el estado de polarización de los haces difractados de los órdenes impares es ortogonal al estado de polarización del haz de reconstrucción como en la Ref. [2].

La ecuación (3.78) se puede expresar como:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \cos(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) & 2i \operatorname{sen}(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \\ 2i \operatorname{sen}(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) & 2 \cos(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

De manera que

$$\mathbf{E} = \mathbf{T} \times \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} U_R \cos(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \\ iU_R \operatorname{sen}(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \end{pmatrix} \quad (3.96)$$

Por otra parte la irradiancia del campo de salida \mathbf{E} es

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} U_R^* \cos(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)), & -iU_R^* \operatorname{sen}(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} U_R \cos(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \\ iU_R \operatorname{sen}(2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)) \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

$$= A^2 \cos^2 \{2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)\} + A^2 \operatorname{sen}^2 \{2A^2 \Delta\varphi \cos(2\delta)\} \quad (3.98)$$

$$\therefore \mathbf{I} = A^2 \quad (3.99)$$

No es posible obtener un diagrama general de los patrones de polarización para este

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

campo. Sin embargo si desea observar a detalle otras características de cada uno de los haces difractados se puede utilizar el desarrollo en serie de las funciones de Bessel de las exponenciales complejas.

El campo difractado de orden cero es

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{T}_0 \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.100)$$

$$= \begin{pmatrix} J_0\{2A^2\Delta\varphi\} & 0 \\ 0 & J_0\{2A^2\Delta\varphi\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

$$= J_0\{2A^2\Delta\varphi\} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

El haz de orden 0 , representado por \mathbf{E}_0 es el haz no difractado y conserva la polarización del haz de reconstrucción.

La intensidad correspondiente es

$$\mathbf{I}_0 = \begin{pmatrix} J_0\{2A^2\Delta\varphi\} A e^{i2\frac{\pi x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{-i2\pi\frac{z}{\lambda} \cos\theta}, & 0 \end{pmatrix} \times \quad (3.103)$$

$$\begin{pmatrix} J_0\{2A^2\Delta\varphi\} A e^{-i2\frac{\pi x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{i2\pi\frac{z}{\lambda} \cos\theta} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \mathbf{I}_0 = A^2 J_0^2 \{2A^2\Delta\varphi\} \quad (3.104)$$



Figura 3.9: Patrón de polarización para el haz de orden cero

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Por otra parte el campo de salida para el órdenes ± 1 es dado por

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \mathbf{T}_1 \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 & i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \\ i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.106)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta)U_R \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \times A \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta)) + \frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta) \right\} \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ i2J_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left[\frac{1}{2} \left(e^{i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + e^{-i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} \right) \right] \times A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} \end{pmatrix} \quad (3.108)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} e^{i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} e^{-i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} \right) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} + A e^{\frac{i2\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} e^{-i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} \right) \end{pmatrix} \quad (3.109)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S + e^{-i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.110)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Note que se obtiene información de la suma de ambos haces, estos se encuentran modulados en amplitud por un factor de $iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\}$, mientras que el haz de referencia es el único que aparece modulado en fase por $-\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)$. Además es posible observar claramente su estado de polarización (vertical), que en este caso es ortogonal a la del haz de reconstrucción.

El patrón de polarización para los órdenes ± 1 en función de la diferencia de fase es

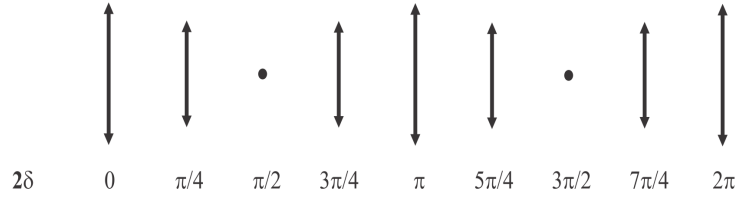


Figura 3.10: Patrón de polarización del campo difractado

Aquí la irradiancia para $\mathbf{I}_{\pm 1}$ será

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0, & -iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S^* + e^{i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R^* \right) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S + e^{-i\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.111)$$

$$= J_1^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(A^2 e^0 + A^2 e^{i\frac{8\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2 e^{-i\frac{8\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2 e^0 \right) \quad (3.112)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = J_1^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{8\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \right) \quad (3.113)$$

Haciendo un desarrollo análogo para los haces de orden ± 2 ,

$$\mathbf{E}_{\pm 2} = \mathbf{T}_2 \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.114)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$= \begin{pmatrix} -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \\ 0 & -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.115)$$

$$= \begin{pmatrix} -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta)U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.116)$$

$$= \begin{pmatrix} -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} \right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(Ae^{i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} \right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta}U_S + e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta}U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.117)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 2} = \begin{pmatrix} -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta}U_S + e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta}U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.118)$$

En este campo también se obtiene información de los haces de grabación del **PH**, tanto U_R como U_S son modulados en amplitud por un factor de $-J_2\{2A^2\Delta\varphi\}$, es decir, se encuentran fuera de fase (sus amplitudes son determinadas por el segundo orden la función de Bessel) pero en fase U_S es modulado por un factor de $4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta$ y $8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta$ es el factor que modula la fase de U_R .

La irradiancia de este campo es

$$\mathbf{I}_{\pm 2} = \begin{pmatrix} -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_S^* + e^{i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_R^* \right), & 0 \\ -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_S + e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \times \quad (3.119)$$

$$= J_2^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(A^2e^0 + A^2e^{i\frac{16\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^{-i\frac{16\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^0 \right) \quad (3.120)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 2} = J_2^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{16\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \right) \quad (3.121)$$

En la siguiente figura se presenta el patrón de polarización para los órdenes ± 2



Figura 3.11: Patrón de polarización para los órdenes ± 2

$\mathbf{E}_{\pm 3}$ ejemplifica a los órdenes ± 3

$$\mathbf{E}_{\pm 3} = \mathbf{T}_3 \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.122)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta) \\ -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.123)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta)U_R \end{pmatrix} \quad (3.124)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ -iJ_3\{z\} \left(Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} \right) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ -iJ_3\{z\} \left(Ae^{i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} \right) \end{pmatrix} \\
 \therefore \mathbf{E}_{\pm 3} &= \begin{pmatrix} 0 \\ -iJ_3\{z\} \left(e^{i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} U_S + e^{-i12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.125)
 \end{aligned}$$

El campo difractado $\mathbf{E}_{\pm 3}$ proporciona información de los haces de grabación ambos modulados en amplitud por un factor de $-iJ_3\{2A^2\Delta\varphi\}$ (sus amplitudes son determinadas por el tercer orden de la función de Bessel) pero en fase U_S es modulado por un factor de $8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta$ y $12\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta$ es el factor que modula la fase para U_R .

Seguidamente se presenta el patrón de polarización para $\mathbf{E}_{\pm 3}$

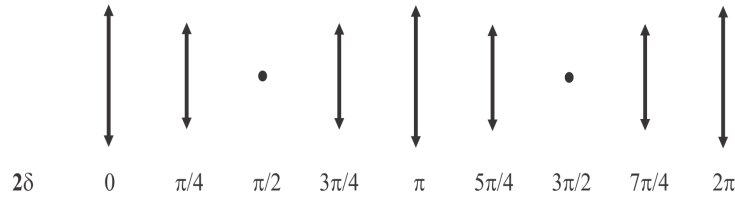


Figura 3.12: Patrón de polarización de los haces de orden ± 3

La intensidad de este campo es

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_{\pm 3} &= \begin{pmatrix} 0, & iJ_3\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} U_S^* + e^{i\frac{12\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R^* \right) \end{pmatrix} \times \\
 &\begin{pmatrix} 0 \\ -iJ_3\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta} U_S + e^{-i\frac{12\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.126)
 \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$= J_3^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(A^2e^0 + A^2e^{\frac{i24\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^{\frac{-i24\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} + A^2e^0 \right) \quad (3.127)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 3} = J_3^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{24\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \right) \quad (3.128)$$



Figura 3.13: Etapa de reconstrucción

En el diagrama anterior se muestra la configuración para los haces difractados

Por otra parte si se utiliza para la etapa de reconstrucción un haz $\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$ con polarización vertical y con amplitud U_R , como en el diagrama de la Fig. (3.3).

El campo difractado \mathbf{E}_0 es

$$\mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} J_0\{2A^2\Delta\varphi\} & 0 \\ 0 & J_0\{2A^2\Delta\varphi\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (3.129)$$

$$\therefore \mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ J_0\{2A^2\Delta\varphi\}U_R \end{pmatrix} \quad (3.130)$$

CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE POLARIZACIÓN

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Una vez mas el haz de orden 0 constituye al haz no difractado, como el observado en la Ec.(3.98), sin embargo, su estado polarización ahora es vertical.

Cuya intensidad esta dada por

$$\mathbf{I}_0 = \begin{pmatrix} 0, & J_0 \{2A^2 \Delta\varphi\} A e^{i2\frac{\pi x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{-i2\pi\frac{z}{\lambda} \text{cos} \theta} \\ & \begin{pmatrix} 0 \\ J_0 \{2A^2 \Delta\varphi\} A e^{-i2\frac{\pi x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} e^{i2\pi\frac{z}{\lambda} \text{cos} \theta} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \times \quad (3.131)$$

$$\therefore \mathbf{I}_0 = A^2 J_0^2 \{2A^2 \Delta\varphi\} \quad (3.132)$$

Patrón de polarización que personaliza al haz no difractado

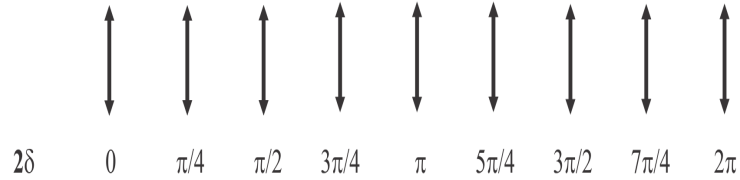


Figura 3.14: Patrón de polarización del haz de orden cero

Para el haz de orden ± 1 se tiene que el campo difractado es

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 & i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta) \\ i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (3.133)$$

$$= \begin{pmatrix} i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} \cos(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen} \theta) U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.134)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

$$= \begin{pmatrix} iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x\text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)} e^{i\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}} + Ae^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x\text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z\cos(\theta)} e^{-i\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.135)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S + e^{-i\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.136)$$

Aquí los haces de grabación del **PH** se encuentran modulados en amplitud por $iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\}$, pero unicamente U_R se encuentra modulado en fase por $-\left(\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)$ y es equivalente al campo presentado por la Ec. (3.105), es decir, muestra una polarización ortogonal al haz de reconstrucción $\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$.

Patrón de polarización generado por un haz de reconstrucción con polarización vertical

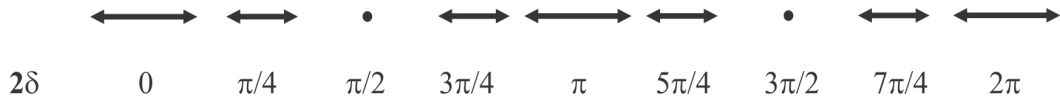


Figura 3.15: Patrón de polarización de los haces de orden ± 1

La intensidad correspondiente es

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} -iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S^* + e^{i\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R^* \right), & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} iJ_1\{2A^2\Delta\varphi\} \left(U_S + e^{-i\frac{4\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}} U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.137)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = J_1^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{8\pi x\text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \right) \quad (3.138)$$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Se analiza el campo difractado para los órdenes ± 2

$$\mathbf{E}_{\pm 2} = \begin{pmatrix} -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) & 0 \\ 0 & -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (3.139)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -2J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \cos(8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta)U_R \end{pmatrix} \quad (3.140)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(Ae^{i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} \right) \end{pmatrix} \quad (3.141)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} U_S + e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen } \theta} U_R \right) \end{pmatrix} \quad (3.142)$$

El haz difractado $\mathbf{E}_{\pm 2}$ posee información de los haces U_R y U_S , ambos modulados en amplitud y en fase como el mostrado en la Ec. (3.113). Y conserva el estado de polarización de la onda de reconstrucción.

Se tiene el patrón de polarización para los haces de orden ± 2

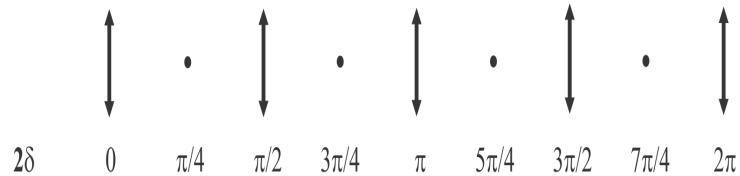


Figura 3.16: Patrón de polarización para los órdenes ± 2

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Además se obtiene su perfil de irradiancia

$$\mathbf{I}_{\pm 2} = \begin{pmatrix} 0, & -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_S^* + e^{i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_R^* \right) \\ 0 \\ -J_2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(e^{i4\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_S + e^{-i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_R \right) \end{pmatrix} \times \quad (3.143)$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 2} = J_2^2\{2A^2\Delta\varphi\} \left(2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{16\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \right) \quad (3.144)$$

Ahora el campo de salida para los órdenes ± 3 será

$$\mathbf{E}_{\pm 3} = \begin{pmatrix} 0 & -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta) \\ -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (3.145)$$

$$= \begin{pmatrix} -i2J_3\{z\} \cos(12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta)U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.146)$$

$$= \begin{pmatrix} -iJ_3\{z\} \left(Ae^{i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta} + Ae^{-i\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{-i12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.147)$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 3} = \begin{pmatrix} -iJ_3\{z\} \left(e^{i8\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_S + e^{-i12\pi\frac{x}{\lambda}\text{sen}\theta}U_R \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.148)$$

El campo $\mathbf{E}_{\pm 3}$, tiene las mismas características de difracción que el campo presentado en la Ec. (3.125) respecto a la diferencia en fase y amplitud, pero difieren en el estado de polarización, el cual es ortogonal al campo $\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$.

Se obtiene el patrón de polarización para los haces de orden ± 3 , reconstruyendo con

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

un haz polarizado verticalmente

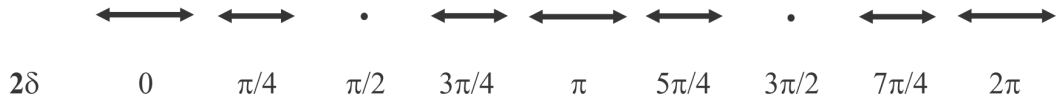


Figura 3.17: Patrón de polarización de los haces de orden ± 3

Su intensidad se describe por

$$\mathbf{I}_{\pm 3} = J_3^2 \{ 2A^2 \Delta\varphi \} \left(2A^2 + 2A^2 \cos \left(\frac{24\pi x \sin(\theta)}{\lambda} \right) \right) \quad (3.149)$$

A continuación se muestran los resultados obtenidos por ambos métodos y sintetizados en forma de tablas, para su fácil comparación.

En donde es posible diferenciar a cada uno de los haces difractados como órdenes pares e impares y positivos o negativos.

Resultados obtenidos

Matriz:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) & \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \\ \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) & J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \end{pmatrix}$$

Haz de reconstrucción	Campo difractado
$\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} U_R \times \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n) \\ U_R \times (J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n)) \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} U_R \times (J_0\{z\} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n + (-i)^n)) \\ U_R \times \sum_{n=1}^{\infty} J_n\{z\} \cos(n\beta) ((i)^n - (-i)^n) \end{pmatrix}$

**CAPÍTULO 3. TRANSMISIÓN DE HOLOGRAMAS DE
POLARIZACIÓN**

3.2. ONDAS PLANAS POLARIZADAS A $\pm 45^\circ$

Resultados de Yatagai

Matriz:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m)} \exp \left\{ i \frac{2(2m-1)\pi x}{\Lambda} \right\} & \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m+1)} \exp \left\{ i \frac{2(2m+1)\pi x}{\Lambda} \right\} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m+1)} \exp \left\{ i \frac{2(2m+1)\pi x}{\Lambda} \right\} & \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m)} \exp \left\{ i \frac{2(2m-1)\pi x}{\Lambda} \right\} \end{pmatrix}$$

Haz de reconstrucción	Campo difractado
$\begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m+1)} \exp \left\{ i \frac{2(2m+1)\pi x}{\Lambda} \right\} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m)} \exp \left\{ i \frac{2(2m-1)\pi x}{\Lambda} \right\} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m)} \exp \left\{ i \frac{2(2m-1)\pi x}{\Lambda} \right\} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{(3,2m+1)} \exp \left\{ i \frac{2(2m+1)\pi x}{\Lambda} \right\} \end{pmatrix}$

Capítulo 4

Conclusiones

Durante la difracción de la rejilla registrada por dos haces de polarización lineal con configuración paralela vertical, se obtuvieron los órdenes ± 1 , cuando se iluminaron los hologramas con la onda de reconstrucción se observó que los haces difractados conservan el mismo estado de polarización que el del haz de reconstrucción como ya lo habían reportado Yatagai et al.

Adicionalmente se obtuvo información de los haces difractados en relación a la modulación en amplitud y fase con respecto de los haces de grabación; a su vez se encontró que los haces de orden $+1$ y -1 se modulan por el mismo factor de amplitud, pero existe una diferencia de -2δ en la fase entre dichos haces, como se observa en las Ecs. (3.36) y (3.46). Estas dos características se pudieron notar debido a las cualidades de las funciones Bessel, que permiten caracterizar totalmente a cada uno de los órdenes difractados.

Las propiedades que se están mencionando también se observaron para la configuración de haces con polarización horizontal.

En general para las configuraciones de haces paralelos se encontraron dos propiedades importantes que no han sido reportadas; una referente a los cambios fotoinducidos

en la irradiancia y la otra propiedad es respecto a la conmutación de los cambios fotoinducidos en las matrices de transmitancia T_1^{vp} y T_1^{hp} .

En la rejilla generada por ondas planas polarizadas a $\pm 45^\circ$, se obtiene que en las Ecs. (3.87) y (3.94) se pueden diferenciar los haces pares de impares, de la matriz de transmitancia. Con ayuda de este desarrollos se encontró que los órdenes pares conservan el estado de polarización del haz de reconstrucción, sin embargo los órdenes impares poseen una polarización ortogonal al haz de lectura. Por otra parte con el desarrollo en series Bessel no únicamente se puede conocer el estado de polarización de cada uno de los haces difractados, si no de igual manera se obtiene su diferencia en fase y amplitud con respecto a los haces de grabado. Encontrándose que en los haces difractados que poseen el mismo orden pero con signo opuesto, existe una diferencia de fase de -2δ entre uno y otro; además ambos mantienen la misma modulación en amplitud.

Por otra parte entre los órdenes positivos de cada uno de los haces difractados se mantiene una relación con respecto a la diferencia en fase que es de 2δ , recíprocamente esto sucede para los órdenes negativos. Además la diferencia en amplitud no es la misma para cada orden, es directamente proporcional al orden de la función Bessel.

Bibliografía

- [1] Nikolova L. and Ramanujam P. S., *Polarization Holography*; Cambridge University Press (2009).
- [2] Yatagi T., Ochiai T., and Barada D., *Encryption based on vector wave holography*, J. Opt., **14** 9, (2012) 094005.
- [3] Eugene, H., Alfred, Z., *Óptica*. Addisson Wesley Iberoamericana, Madrid (2000).
- [4] Collet E., *Polarized light*. Optical Engineering, (1993).
- [5] Pedrotti, F. L. and Pedrotti L. S, *Introduction to optics 2nd Edition. I*; Editorial Prentice Hall (1993).
- [6] Rodríguez-Zurita G., Pastrana R., Ochoa O., *Polarización y celdas con cristales líquidos nemáticos (Polarización de onda y vectores propios de celdas de cristales líquidos nemáticos)*, Editorial Académica Española (2014).
- [7] Kilosanidze-B. and Kakauridze-G., *Polarization-holographic gratings for analysis of light. 1. Analysis of completely polarized light* Appl. Opt. **46**, 1040-1049 (2007).
- [8] Ruiz U., Paglius P., Provenzano C., Volke-Sepúlveda K., and Cipparrone G., *Polarization holograms allow highly efficient generation of complex light beams*, Opt. Express **21**, 7505-7510 (2013).

- [9] Cloutier S. G., *Polarization holography: orthogonal plane-polarized beam configuration with circular vectorial photoinduced anisotropy*, J. Phys. D:Appl. Phys. **38** 3371-3375 (2005) S228S234.
- [10] Martinez-Ponce G. and Solano C., *Induced and form birefringence in high-frequency polarization gratings*, Appl. Opt. **91**(14) (2001).
- [11] Solano C., *Absorción selectiva como responsable del dicroísmo inducido en polímeros coloreados*; Rev. Mex. Fis., **33**(4), 530541 (1988).
- [12] Kakichashvili S. D., *Method for phase polarization recording of holograms*, Sov. J. Quantum Electron. **4**, 795-798, (1974).
- [13] Kakichashvili S. D., *Polarization-holographic recording in the general case of a reaction of a photoanisotropic medium*, Sov J. Quantum Electron, **43** (10), 1317-1319 (1983).
- [14] Kakichashvili S. D., *Polarization Holographic Elements*, Szklarska-DL tentative. International Society for Optics and Photonics, 101-108 (1991).
- [15] Kilosanidze-B. and Kakauridze-G., *Polarization-holographic diffraction element for complete analysis of light* **7358**, 1 (2009).
- [16] Zharkova G. M., Petrov A. P., Streltsov S. A. and Khachatryan V. M., *Polarization Holographic Gratings Formed on Polymer Dispersed Liquid Crystals, Holography Different Fields of Application, Dr. Freddy Monroy (Ed.)*, ISBN: 978-953307635-5, InTech.
- [17] Rodríguez-Zurita G., *Apuntes de Interferometría Óptica Contemporánea*, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Posgrado en Física Aplicada. Laboratorio de Interferometría. Puebla-México.

- [18] Abramowitz M., Stegun, I. A. (1964). *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables (Vol. 55)*. Courier Corporation (1964).
- [19] Dattol G.i, Torre A., Lorenzutta S., *theory of multivariable bessel fuctions and elliptic modular functions*; LE MATEMATICHE; **53**, 387-399 (1998).

Apéndice A

Haces polarizados horizontalmente

En esta sección se realizara la configuración complementaria para ondas planas con polarización lineal paralela, para ello se analiza la superposición de haces polarizados horizontalmente.

Ahora el vector de Jones que muestra la superposición de los haces U_S y U_R ambos con polarización horizontal o azimut a 0° es dado por

$$U = \begin{pmatrix} U_S + U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$U = \begin{pmatrix} 2Ae^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \cos\left(\frac{2\pi x \sin(\theta)}{\lambda}\right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

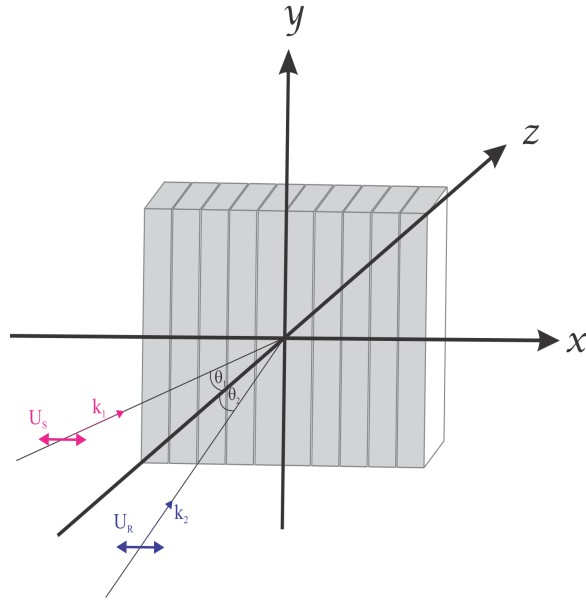


Figura A.1: Superposición de dos haces linealmente polarizados

El patrón de polarización Fig. (A.2) interpreta al campo generado por la Ec. (A.2)

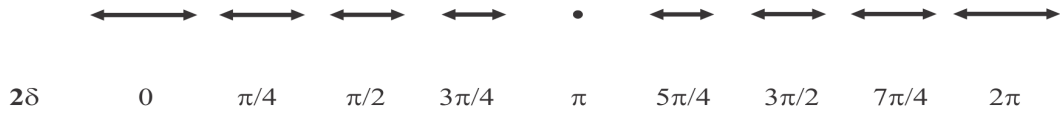


Figura A.2: Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización horizontal

Donde su perfil de intensidad es dado por

$$I = \begin{pmatrix} U_S^* + U_R^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_S + U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$I = 2A^2 + 2A^2 \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \quad (\text{A.4})$$

APÉNDICE A. HACES POLARIZADOS HORIZONTALMENTE

que puede expresarse como

$$I = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (\text{A.5})$$

Se hallarán los tres primeros parámetros de Stokes, para deducir posteriormente la matriz de transmitancia para este campo, entonces

$$S_0 = U_x U_x^* + U_y U_y^* \quad (\text{A.6})$$

$$= 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \left[e^{-i \frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} e^{i \frac{2\pi z \cos(\theta)}{\lambda}} \right] \quad (\text{A.7})$$

$$\therefore S_0 = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$S_1 = U_x U_x^* - U_y U_y^* \quad (\text{A.9})$$

$$\therefore S_1 = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \operatorname{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$S_2 = U_x U_y^* + U_x^* U_y \quad (\text{A.11})$$

$$\therefore S_2 = 0 \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo los parámetros de Stokes en la Ec. (2.30), se obtiene el tensor de cambios fotoinducidos n_1 .

$$n_1 = \begin{pmatrix} 4A^2 S \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) + 4A^2 L \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) & 0 \\ 0 & 4A^2 S \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) - 4A^2 L \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

La matriz de transmitancia para esta rejilla, utilizando la Ec. (2.32) es

$$\mathbf{T} = e^{\frac{i2\pi d}{\lambda} n_0} \times \begin{pmatrix} \exp \left\{ (S+L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \right\} & 0 \\ 0 & \exp \left\{ (S-L) \frac{i2\pi d}{\lambda} 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \right\} \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Suponiendo $\varphi_0 = \frac{2\pi d}{\lambda} n_0$ y $\delta = \frac{2\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}$, se transcribe \mathbf{T} como

$$\mathbf{T} = e^{i\varphi_0} e^{\left(\frac{i2\pi d}{\lambda} S 4A^2 \cos^2(\delta) \right)} \times \begin{pmatrix} \exp \left\{ \frac{i2\pi d}{\lambda} L 4A^2 \cos^2(\delta) \right\} & 0 \\ 0 & \exp \left\{ -\frac{i2\pi d}{\lambda} L 4A^2 \cos^2(\delta) \right\} \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

De forma similar al tratamiento de la Ec. (3.26), escribiendo la matriz transmisión en función de los cambios fotoinducidos $\Delta\varphi_{\parallel}$ y $\Delta\varphi_{\perp}$. Y utilizando la Ec. (3.12) se obtiene

$$= \begin{pmatrix} \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\parallel} \} & 0 \\ 0 & \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\perp} \} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\parallel} \cos(2\delta) \} & 0 \\ 0 & \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\perp} \cos(2\delta) \} \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Usando la aproximación $J_1(\Delta\varphi) \approx \Delta\varphi$, en la segunda matriz de la Ec. (A.16), se puede reescribir la matriz de transmitancia de una forma adecuada para analizar las características de los haces difractados de órdenes ± 1 .

$$\mathbf{T}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\parallel} \} & 0 \\ 0 & \exp \{ i2A^2 \Delta\varphi_{\perp} \} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i2A^2 \Delta\varphi_{\parallel} \cos \left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) & 0 \\ 0 & i2A^2 \Delta\varphi_{\perp} \cos \left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

A.0.3. Proceso de reconstrucción del PH con un haz con polarización vertical

Como se menciona anteriormente las características de difracción del **PH** se expresan por el campo de salida.

Se ilumina el **PH** = \mathbf{T}_1^{hp} con un haz linealmente polarizado con orientación vertical $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, como en la Fig. (3.3). \mathbf{T}_1^{hp} es la matriz de transmitancia de orden 1 (generada por la superposición de haces paralelos con polarización horizontal).

Por lo que el campo de salida para los haces difractados ± 1 es

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \mathbf{T}_1^{hp} \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$= \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} \end{pmatrix} \times \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0 \\ i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} U_R \cos\left(4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\right) \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ i2A^2U_R\Delta\varphi_{\perp} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} \frac{1}{2} \left(e^{\{i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} + e^{\{-i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2\Delta\varphi_{\perp} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} \left(A e^{i2\frac{\pi}{\lambda} x \text{sen}(\theta)} e^{i2\frac{\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} + A e^{i2\frac{\pi}{\lambda} (-x \text{sen}(\theta))} e^{i2\frac{\pi}{\lambda} z \cos(\theta)} e^{\{-i4\pi\frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\}} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

APÉNDICE A. HACES POLARIZADOS HORIZONTALMENTE

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2\Delta\varphi_{\perp} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} (U_S + e^{-i4\pi\frac{x}{\lambda}\sin(\theta)}U_R) \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Se conserva la polarización del haz de reconstrucción y el campo difractado proporciona información de la suma de los haces de grabación, solo que el haz de señal es modulado en amplitud por un factor de $iA^2\Delta\varphi_{\perp}$ y en fase por $2A^2\Delta\varphi_{\perp}$, mientras que el haz de referencia aparece modulado en amplitud por $iA^2\Delta\varphi_{\perp}$ y en fase $(2A^2\Delta\varphi_{\perp} - \frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda})$.

El patrón de polarización del campo difractado en función de la diferencia de fase es

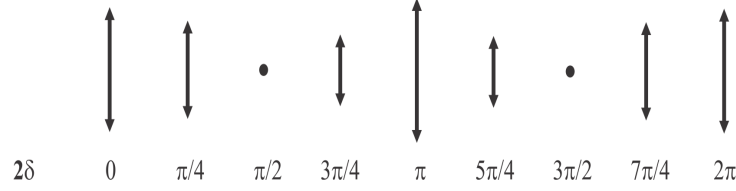


Figura A.3: Patrón de polarización del campo difractado

La irradiancia del campo difractado es

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0, & -iA^2\Delta\varphi_{\perp} e^{-i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} (U_S^* + e^{i2\delta}U_R^*) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ iA^2\Delta\varphi_{\perp} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}} (U_S + e^{-i2\delta}U_R) \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$= -i^2 (A^2\Delta\varphi_{\perp})^2 (A^2e^0e^0 + A^2e^{i4\delta} + A^2e^{-i4\delta} + A^2e^0e^0) \quad (\text{A.25})$$

$$= A^4 (\Delta\varphi_{\perp})^2 (2A^2 + 2A^2 \cos(4\delta)) \quad (\text{A.26})$$

$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\perp})^2 \cos^2(2\delta) \quad (\text{A.27})$$

A.0.4. Reconstrucción del PH con un haz con polarización horizontal

Por otra parte si se utiliza una onda de reconstrucción con polarización horizontal $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ como se muestra en Fig. (3.5), el campo de salida será

$$\mathbf{E}_{\pm 1} = \mathbf{T}_1^{hp} \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.28})$$

$$= \left[\begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos\left(\frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right) \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.29})$$

$$= \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}} \cos\left\{4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)\right\} U_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$$= \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\parallel} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}} \left(A e^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z \cos(\theta)} e^{i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} + A e^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z \cos(\theta)} e^{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.31})$$

$$= \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\parallel} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}} \left(A e^{\frac{i2\pi}{\lambda}(x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z \cos(\theta)} + A e^{\frac{i2\pi}{\lambda}(-x \text{sen}(\theta))} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}z \cos(\theta)} e^{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.32})$$

$$\therefore \mathbf{E}_{\pm 1} = \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\parallel} e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}} (U_S + e^{-i4\pi \frac{x}{\lambda} \text{sen}(\theta)} U_R) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.33})$$

APÉNDICE A. HACES POLARIZADOS HORIZONTALMENTE

$\mathbf{E}_{\pm 1}$ caracteriza a los haces difractados de orden ± 1 , el haz de señal y el haz de referencia se modulan en amplitud por un factor de $iA^2\Delta\varphi_{\parallel}$, mientras que U_R aparece modulado en fase por un factor $(2A^2\Delta\varphi_{\parallel} - \frac{4\pi x \text{sen}(\theta)}{\lambda})$ y U_S es modulado en fase por $i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}$.

También se concluye que los haces difractados de orden ± 1 tienen la misma polarización que el haz de reconstrucción, un resultado también mostrado en [2], como se ve en el siguiente esquema

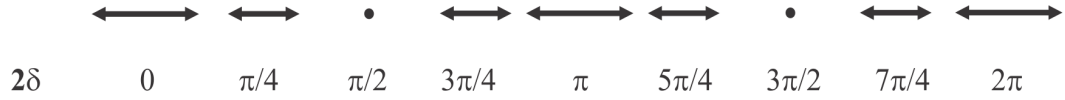


Figura A.4: Patrón de polarización del campo difractado

El perfil de intensidad del campo difractado es

$$\mathbf{I}_{\pm 1} = \left(-iA^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{-i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}(U_S^* + e^{i2\delta}U_R^*), 0 \right) \begin{pmatrix} iA^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}(U_S + e^{-i2\delta}U_R) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.34})$$

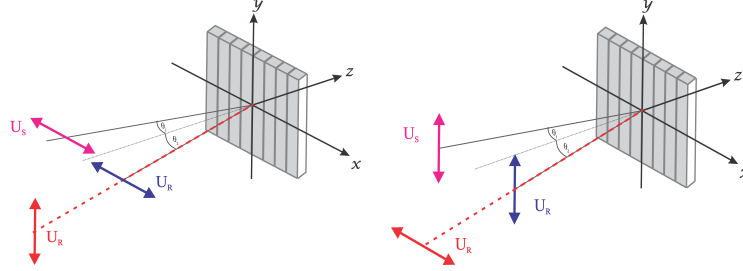
$$\therefore \mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\parallel})^2 \cos^2(2\delta) \quad (\text{A.35})$$

En general para las configuraciones de haces paralelos se encontraron dos propiedades importantes que no han sido reportadas; una referente a los cambios fotoinducidos en la irradiancia y la otra propiedad es respecto a la conmutación de los cambios fotoinducidos en las matrices de transmitancia T_1^{vp} y T_1^{hp} .

Se observa que para ambas configuraciones se obtiene el mismo patrón de irradiancia $\mathbf{I}_{\pm 1}$, en las Ecs. (3.49) y (A.27) donde se empleó un haz de reconstrucción que tiene un estado de polarización perpendicular respecto a los haces de grabación. De hecho en

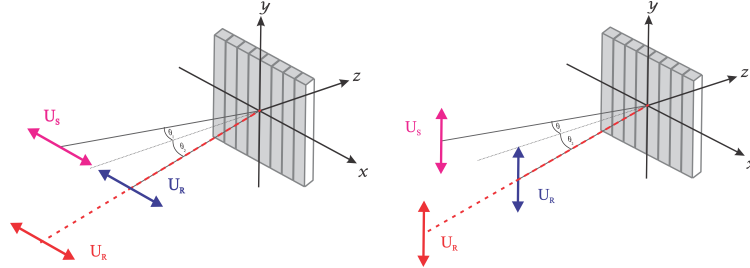
APÉNDICE A. HACES POLARIZADOS HORIZONTALMENTE

la ecuación de intensidad, aparece el factor de cambios fotoinducidos $\Delta\varphi_{\perp}$.



$$\mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\perp})^2 \cos^2(2\delta)$$

Y en las ecuaciones (3.40) y (A.35), la intensidad muestra el factor de cambios inducidos $\Delta\varphi_{\parallel}$, esto sucede cuando el haz de reconstrucción tiene la misma polarización que el campo de entrada, es decir:



$$\mathbf{I}_{\pm 1} = 4A^6 (\Delta\varphi_{\parallel})^2 \cos^2(2\delta)$$

Por lo tanto únicamente con la información de la irradiancia no sería posible distinguir entre una y otra rejilla, de las mostradas en cada par de imágenes.

Por otra parte el estado de polarización del haz reconstruido a partir de \mathbf{T}_1^{vp} se expresa por las ecuaciones (3.31) y (A.41) y para \mathbf{T}_1^{hp} por las ecuaciones (A.18) y (A.28).

Así que, se comprueba que se utilizaron los haces mas adecuados para la reconstrucción

en la Ref. [2]. Ya que cuando se utiliza otro haz polarizado como el haz de iluminación, las rejillas holográficas no retienen el estado de polarización como se determina en la Ref. [1].

Se muestra que la única diferencia entre las matrices de transmitancia de \mathbf{T}_1^{vp} y \mathbf{T}_1^{hp} representadas por las ecuaciones (3.27) y (A.17) es que los términos de los cambios fotoinducidos $\Delta\varphi_{\parallel}$ y $\Delta\varphi_{\perp}$ que están sobre la diagonal conmutan en \mathbf{T}_1^{vp} para formar a \mathbf{T}_1^{hp} , se hará notar esto a continuación:

Superposición de haces polarizados verticalmente

$$\mathbf{T}_{\pm 1}^{vp} = \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos(2\delta) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos(2\delta) \end{pmatrix}$$

Superposición de haces polarizados horizontalmente

$$\mathbf{T}_{\pm 1}^{hp} = \begin{pmatrix} \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}\} & 0 \\ 0 & \exp\{i2A^2\Delta\varphi_{\perp}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i2A^2\Delta\varphi_{\parallel} \cos(2\delta) & 0 \\ 0 & i2A^2\Delta\varphi_{\perp} \cos(2\delta) \end{pmatrix}$$

Apéndice B

Patrones de de polarización

El patrón de polarización se puede deducir tanto para el campo de entrada como para el campo de salida. A continuación se desarrollaran algunos patrones de polarización de los campos presentados en este trabajo

Ahora se ejemplificara el caso dado por la Ec. (3.55) que es el campo de entrada para la configuración de haces a $\pm 45^\circ$:

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} \cos(\delta) \\ i\sin(\delta) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

este posee una polarización elíptica a izquierdas como lo indica la Ec. (1.60).

Con esto se pretende observar los diferentes estados de polarización dependiendo el valor del ángulo de grabación. Por lo que se va a variar el valor para δ , desde $\delta = 0$ a $\delta = \pi$, o de 2δ , desde $2\delta = 0$ a $2\delta = 2\pi$.

$$2\delta = 0$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Se obtiene una polarización horizontal, la cual se muestra en la Ec. (1.51)

$$2\delta = \frac{\pi}{4}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 0,923 \\ i(0,38) \end{pmatrix}$$

De la Ec. (1.62) con $E_a > E_b$, se concluye que la polarización es elíptica a izquierdas

$$2\delta = \frac{\pi}{2}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta}(0,707) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

El estado de polarización es circular a izquierdas por la Ec. (1.56)

$$2\delta = \frac{3\pi}{4}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 0,38 \\ i(0,923) \end{pmatrix}$$

Aquí la polarización es elíptica a izquierdas de la Ec. (1.62) con $E_a < E_b$

$$2\delta = \pi$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} (-i) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cuyo estado de polarización es vertical y es dado la Ec. (1.52)

$$2\delta = \frac{5\pi}{4}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -0,38 \\ i(0,923) \end{pmatrix}$$

Se tiene polarización elíptica a derechas de la Ec. (1.63) con $E_a < E_b$

$$2\delta = \frac{3\pi}{2}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta}(0,707) \begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix}$$

Se observa su estado de polarización con la Ec. (1.57) que es circular a derechas

$$2\delta = \frac{7\pi}{4}$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -0,923 \\ i(0,38) \end{pmatrix}$$

Dado que se cumple la Ec. (1.63) con $E_a > E_b$, se obtiene polarización elíptica a derechas de

$$2\delta = 2\pi$$

$$U = \sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Entonces en 2π la polarización es horizontal, esto se deduce con ayuda de la Ec. (1.51)

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

Se presenta la información del campo que caracteriza la superposición de dos haces polarizados a $\pm 45^\circ$ en forma de tabla

2δ	campo (U)	Tipo de polarización
0	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	Horizontal
$\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 0,923 \\ i(0,38) \end{pmatrix}$	Elíptica a izquierdas con $E_a > E_b$
$\frac{\pi}{2}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta}(0,707) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	Circular a izquierdas
$\frac{3\pi}{4}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} 0,38 \\ i(0,923) \end{pmatrix}$	Elíptica a izquierdas con $E_a < E_b$
π	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} (-i) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{5\pi}{4}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -0,38 \\ i(0,923) \end{pmatrix}$	Elíptica a derechas con $E_a < E_b$
$\frac{3\pi}{2}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta}(0,707) \begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix}$	Circular a derechas
$\frac{7\pi}{4}$	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -0,923 \\ i(0,38) \end{pmatrix}$	Elíptica a derechas con $E_a > E_b$
2π	$\sqrt{2}Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos\theta} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	Horizontal

Tabla B.1: Estados de polarización en la configuración de haces a $\pm 45^\circ$

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

En el proceso de reconstrucción del **PH** que simboliza a la configuración de haces a $\pm 45^\circ$; se obtienen cada uno de los haces difractados, pero aquí únicamente se analizan los haces de orden ± 1 , denotados por el campo $E_{\pm 1}$, tal que

$$E_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} e^{-i\delta} \cos(2\delta) \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

En esta tabla se desarrolla $E_{\pm 1}$ en función del valor del ángulo de grabación

2δ	campo ($E_{\pm 1}$)	Tipo de polarización
0	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{4}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 (0,923 - i0,382) \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{2}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ninguna
$\frac{3\pi}{4}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 (0,382 - i0,923) \end{pmatrix}$	Vertical
π	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$	vertical
$\frac{5\pi}{4}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 (0,38 - i0,923) \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{3\pi}{2}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ninguna
$\frac{7\pi}{4}$	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 (0,923 - i0,382) \end{pmatrix}$	Vertical
2π	$i2J_1 \{2A^2 \Delta\varphi\} e^{i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	Vertical

Tabla B.2: Estados de polarización del campo difractado $E_{\pm 1}$

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

Por otra parte se deducirá el patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización vertical, donde el campo generado por esta disposición es

$$U = \begin{pmatrix} 0 \\ 2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)}\cos(\delta) \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

En la siguiente tabla se representa el patrón de polarización del campo anterior en función de la diferencia de fase.

2δ	campo (U)	Tipo de polarización
0	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{4}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0,923 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{2}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0,707 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{3\pi}{4}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0,382 \end{pmatrix}$	Vertical
π	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ninguna
$\frac{5\pi}{4}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -0,382 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{3\pi}{2}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -0,707 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{7\pi}{4}$	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -0,923 \end{pmatrix}$	Vertical
2π	$2Ae^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Vertical

Tabla B.3: Estados de polarización para el campo formado con polarización vertical

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

El campo siguiente interpreta la reconstrucción del haz objeto original que se obtiene en forma de los órdenes de difracción ± 1

$$E_{\pm 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)}e^{-i\delta}\cos(2\delta) \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Con la Tabla (B.4) se desarrolla el patrón de polarización para este campo difractado

2δ	campo ($E_{\pm 1}$)	Tipo de polarización
0	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{4}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2(0,923 - i0,382) \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{\pi}{2}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ninguna
$\frac{3\pi}{4}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2(0,382 - i0,923) \end{pmatrix}$	Vertical
π	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$	vertical
$\frac{5\pi}{4}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2(0,38 - i0,923) \end{pmatrix}$	Vertical
$\frac{3\pi}{2}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ninguna
$\frac{7\pi}{4}$	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2(0,923 - i0,382) \end{pmatrix}$	Vertical
2π	$iA^3\Delta\varphi_{\parallel}e^{i2A^2\Delta\varphi_{\parallel}}e^{i2\pi\frac{z}{\lambda}\cos(\theta)} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	Vertical

Tabla B.4: Estados de polarización del campo difractado

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

La forma grafica de los estados de polarización, resumidos en las tablas (B.1 - B.4) se exhibe con los siguientes patrones

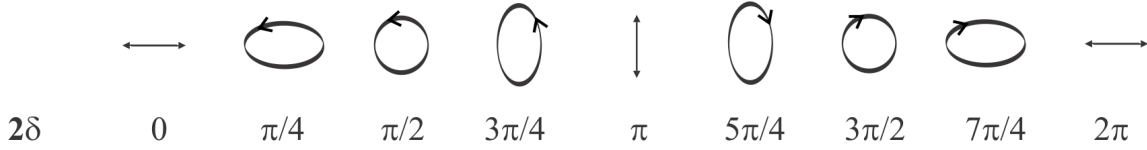


Figura B.1: Patrón de polarización del campo la Ec.(B.1)

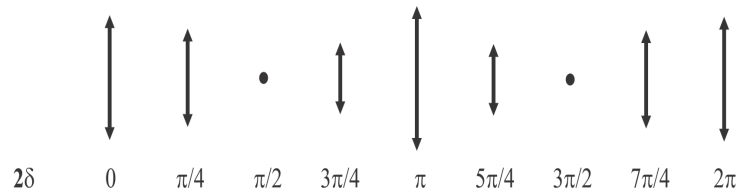


Figura B.2: Patrón de polarización del campo difractado $E_{\pm 1}$, obtenido con la Tabla (B.2)

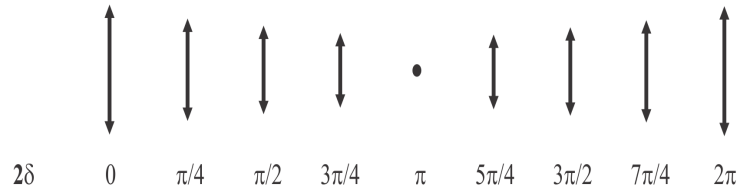


Figura B.3: Patrón de polarización cuando U_S y U_R tienen polarización vertical

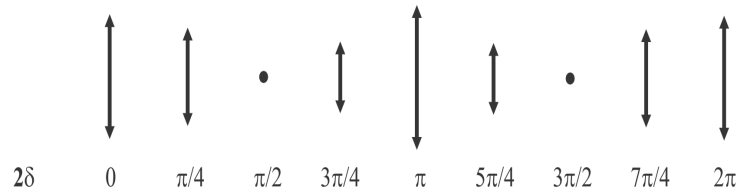
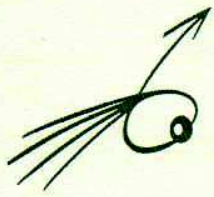


Figura B.4: Patrón de polarización del campo difractado representado por Ec. (B.3)

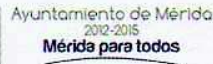
Se observa que las figuras (B.2) y (B.4) son idénticas en la representación como patrón de polarización, sin embargo, se debe aclarar que en magnitud son distintas. Dado que

APÉNDICE B. PATRONES DE DE POLARIZACIÓN

los vectores que simbolizan la polarización de las ecuaciones (B.2) y (B.4), son iguales en el estado de polarización pero poseen constantes diferentes como puede percibirse en las tablas.



LA SOCIEDAD MEXICANA DE FÍSICA



Agradece la asistencia y participación de:

MARICRUZ CASTILLO GARCIA

FCFM-BUAP

en el

LVIII Congreso Nacional de Física y Congreso Latinoamericano de Física 2015

del 5 al 9 de octubre de 2015
Hoteles Fiesta Americana y Holiday Inn
Mérida, Yucatán

Dra. Estela Susana Lizano Soberón

Presidenta de la SMF

**I-CILCA**Primer Congreso Internacional
"Luz, Ciencia y Arte"**09 - 13 Noviembre 2015**Complejo Cultural Universitario, Puebla, Méx.
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico - MatemáticasINTERNATIONAL
YEAR OF LIGHT
2015

Holografía escalar con materiales fotoanisotrópicos

Maricruz Castillo-García*¹, Areli Montes-Pérez¹, Rosario Pastrana-Sánchez¹

¹FCFM, BUAP

*Expositor, Contacto: pastrana@cfm.buap.mx

La holografía escalar se presenta cuando interfieren dos haces que tienen el mismo estado de polarización. El resultado es un patrón modulado en intensidad solamente, sin modulación en polarización. Para tener modulación en polarización se requiere superponer dos ondas con distinta polarización, lo que se conoce como holografía vectorial. Para grabar hologramas de polarización se requiere de medios sensitivos a la polarización de la luz, conocidos como materiales fotoanisotrópicos. Si se emplea un material de grabado fotoanisotrópico, en el caso de superposición de haces con polarización paralela, las rejillas holográficas son también anisotrópicas, lo que permite en ciertos casos, retener el estado de polarización de la onda de reconstrucción [1]. En este trabajo se probó el método desarrollado por Nikolova para holografía escalar con un material fotoanisotrópico, pero se empleó otro tipo de polarización y también otras amplitudes para los haces de señal y de referencia. Se utilizó el formalismo de Jones para la generación y difracción de los hologramas de polarización y las expresiones de los haces difractados se comparan con lo obtenido por Nikolova. Agradecimiento al apoyo recibido por parte del proyecto VIEP-BUAP 2015. [1] L. Nikolova and P. S. Ramanujam, Polarization Holography, (Cambridge University Press, 2009)

Imprimir