



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Violación CP en Vértices Trilineales con Bosones de Norma
Neutros en Colisionadores Lineales

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Lic. Héctor Daniel Morales Ochoa

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
2023



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Violación CP en Vértices Trilineales con Bosones de Norma
Neutros en Colisionadores Lineales

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Lic. Héctor Daniel Morales Ochoa

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
2023

Título: Violación CP en Vértices Trilineales con Bosones de Norma Neutros en Colisionadores Lineales

Estudiante: LIC. HÉCTOR DANIEL MORALES OCHOA

COMITÉ

Dr. Héctor Novales Sánchez
Presidente

Dr. Cupatitzio Ramírez Romero
Secretario

Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez
Vocal

Dr. Arturo Fernández Téllez
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Índice general

1. Introducción	3
2. El Modelo Estándar	5
2.1. Teoría de campos de norma	6
2.2. Ruptura Espontánea de Simetrías	9
2.2.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global	9
2.2.2. Mecanismo de Englert-Higgs	10
2.3. Modelo Electrodébil	11
2.3.1. Sectores de Yang-Mills y Escalar	11
2.3.2. Fermiones en el Modelo Estándar	12
2.3.3. Sectores de Yukawa y de las corrientes	13
2.3.4. Rompimiento de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$	14
2.4. Simetría CP	17
2.4.1. Conservación de la simetría CP	18
2.4.2. Violación CP en el MEE	19
3. Vértices Trilineales de Bosones de Norma Neutros en el contexto de Teorías Efectivas	21
3.1. Introducción a Teorías Efectivas	21
3.1.1. Lagrangianos Efectivos	22
3.1.2. Expansión a Bajas Energías	22
3.1.3. El Teorema de Desacoplamiento	23
3.2. Acoplamientos Trilineales de Bosones de Norma Neutros	25
3.2.1. Operadores Invariantes de Norma	25
3.3. TNGBCs en el formalismo de $U(1)_{em}$	29
4. Violación CP en el vértice $ZZ\gamma$ en la reacción $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$	33
4.1. Cálculo simbólico en CalcHEP	33
4.1.1. Generación de diagramas de Feynman	34
4.1.2. Campos <i>fanstasma</i> y la técnica de diagramas al cuadrado para la norma de t'Hooft-Feynman	34
4.2. Descripción del paquete de integración Monte Carlo	36
4.3. Cálculo del proceso $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$	37
4.4. Resultados del cálculo numérico	39
4.4.1. Resultados con contribuciones <i>CP-odd</i> y <i>CP-even</i> separadas	39
4.4.2. Resultados con contribuciones <i>CP-odd</i> y <i>CP-even</i> simultáneas	41
5. Conclusiones y Perspectivas	45
A. Diagramas de Feynman para el cálculo de $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$	47

Resumen

Se presenta un análisis de distribuciones cinemáticas de cantidades que nos permitan vislumbrar nuevas fuentes de Violación CP en experimentos de colisionadores lineales e^-e^+ , en concreto a través de la reacción $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$. Estos cálculos se han realizado añadiendo contribuciones efectivas al Modelo Estándar Electrodébil que induzcan acoplamientos trilineales con bosones de norma neutros. El estudio de nuevas fuentes de violación de la simetría CP es de interés dentro del contexto de búsqueda de nueva física que nos permita aproximarnos a una solución al problema de la bariogénesis. En el MEE, los acoplamientos trilineales con bosones de norma neutros se pueden generar mediante un lazo de fermiones, aunque los efectos de violación de CP aparecen hasta el nivel de dos lazos y por ende se encuentran extremadamente suprimidos dentro del marco de esta teoría. Debido a esto es que se ha recurrido al uso de teorías efectivas, así como el empleo de recursos de software para el cálculo numérico de las secciones eficaces totales y diferenciales, lo cual nos ha permitido obtener distribuciones cinemáticas con visibles evidencias de nuevos efectos de violación de CP. A partir de estos resultados se discuten brevemente algunos cortes cinemáticos. Como perspectiva del trabajo se tiene el análisis de una simulación más realista para determinar la factibilidad de medir experimentalmente algún resultado en concordancia con lo presentado aquí.

Capítulo 1

Introducción

La física de las partículas elementales es, hasta ahora, la mejor respuesta a una pregunta que la humanidad comenzó a formularse desde tiempos de la antigua Grecia: ¿de qué se compone la materia que nos conforma y nos rodea? El Modelo Estándar de las Interacciones Electrodébiles y Fuertes (muchas veces referido simplemente por las siglas en inglés SM de *Standard Model* ó, en español, ME por Modelo Estándar) en la actualidad provee el marco teórico más exitoso para el estudio de las partículas elementales y sus interacciones o fuerzas. Esta teoría es, precisamente, el *estándar* para los modelos en los que concebimos que la materia se compone de fermiones, de los cuales dentro del SM se predicen 12, divididos en dos subcategorías: leptones y quarks. Los fermiones interactúan mediante campos cuánticos de los cuales ellos mismos son la fuente, pues el SM se define en el marco de la teoría cuántica de campos. Además, las interacciones fermiónicas son mediadas por partículas vectoriales o escalares, llamadas bosones. El Modelo Estándar comprende la descripción de las interacciones electromagnética, nuclear débil y nuclear fuerte; es una teoría con una estructura matemática elegante, basada en el principio de simetría de norma.

Las formulaciones de la física de partículas no solamente nos hablan de partículas de materia, también apuntan a la existencia de entes *opuestos* a cada una de las partículas fermiónicas. Estos entes han sido denominados *anti-partículas* y conforman lo que conocemos como anti-materia. La existencia de las anti-partículas es un hecho que goza de sobrado sustento experimental. Si en el universo abundara la misma cantidad de anti-materia como de materia, la realidad física como la concebimos no sería posible: las partículas y anti-partículas se aniquilarían entre sí dejando radiación como único rastro e impidiendo que alguna vez ocurriera la generación de materia bariónica. La pregunta es, pues, ¿por qué existe más materia que anti-materia?, ¿qué ocurrió en la juventud de nuestro Universo que provocara una asimetría en la producción de materia y anti-materia?; esto se conoce como el Problema de la *Bariogénesis*. Se han propuesto algunas condiciones necesarias para que la generación de materia y anti-materia ocurra a ritmos distintos. Entre estas condiciones se encuentra la Violación de la Simetría CP (simetría de paridad y de carga), o simplemente como Violación de CP. Sin embargo, el SM no ofrece suficientes fuentes de Violación CP para resolver el Problema de la Bariogénesis.

En la actualidad, todas las partículas postuladas por el SM han sido halladas. Además, el Modelo Estándar es un remarcable logro en la historia de la humanidad, pues esta teoría ha predicho con increíble precisión una gran cantidad de mediciones experimentales. Haciendo innegable el gran éxito de esta teoría, no sólo gracias a su exactitud predictiva, también por los revolucionarios descubrimientos teóricos y experimentales que han rodeado su historia. Sin embargo, la física de partículas actual presenta problemas que no encuentran solución dentro de esta teoría pues sobrepasan los límites del modelo. Más allá del SM nos aguardan fascinantes descubrimientos que requieren el estudio de nueva física, entre estos descubrimientos algunos tendrán su origen a partir de la búsqueda de nuevas fuentes de violación de CP.

Por esto es importante explorar la posibilidad de la presencia de nuevas fuentes de Violación CP a

través de diversos modelos de extensión, los cuales den lugar a este tipo de efectos. A este respecto, es de suma importancia la búsqueda de observables o interacciones que podrían ser sensibles a nuevos efectos de Violación CP. Es así como llegamos a hablar acerca de los acoplamientos trilineales con bosones de norma neutros ZZV ($V = \gamma, Z$). Cabe destacar que estos acoplamientos no se pueden inducir a nivel de árbol en ninguna teoría renormalizable. En el SM, estos acoplamientos trilineales con bosones de norma neutros se pueden generar mediante un lazo de fermiones, aunque los efectos de violación CP aparecen hasta el nivel de dos lazos y, por ende, se encuentran extremadamente suprimidos dentro del marco de esta teoría. Sin embargo, también es posible estudiar las contribuciones de este tipo de vértices a través de teorías efectivas en búsqueda de efectos que serían susceptibles a ser detectadas en los colisionadores de partículas. Por estas razones, el estudio de este tipo de vértices es importante, pues permitiría poner a prueba detalladamente el sector de norma del SM y verificar la existencia de fuentes alternativas de Violación CP.

Es en este contexto que surgen las motivaciones del presente trabajo. Pues se han estudiado los acoplamientos trilineales con bosones de norma neutros (TNGBCs) en el marco de teorías efectivas para extraer reglas de Feynman aplicables en el cálculo del proceso $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$, el cual ha sido poco estudiado. Se ha llegado a resultados prometedores en forma de distribuciones cinemáticas obtenidas mediante cálculo numérico, que a través de los cortes cinemáticos adecuados ofrecen una ventana a algunas posibilidades para que los experimentos de colisiones de tipo e^-e^+ puedan encontrar fehacientes pruebas de nuevas fuentes de violación CP.

Capítulo 2

El Modelo Estándar

Nuestras observaciones de los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza nos han traído a la conclusión de que existen, al menos, cuatro interacciones fundamentales diferentes que ocurren entre los componentes fundamentales de la materia. Para cada una de estas fuerzas, en principio, existe una teoría física correspondiente. El término "intensidad" en la tabla (2.1) es, de varias for-

Fuerza	Intensidad por orden de magnitud	Teoría	Partícula mediadora
Interacción fuerte	10	Cromodinámica	Gluón
Electromagnetismo	10^{-2}	Electrodinámica	Fotón
Interacción débil	10^{-13}	Flavordinámica	W y Z
Gravedad	10^{-42}	Geometrodinámica	Gravitón

Tabla 2.1: Fuerzas fundamentales de la naturaleza

mas, ambiguo. Pues depende de la naturaleza de la fuente y la distancia respecto a la misma. Los números presentados en la tabla sirven únicamente al propósito de comparar las magnitudes de intensidad entre las cuatro fuerzas.

El Modelo Estándar de las Interacciones Fundamentales [1–3] (ME por Modelo Estándar, o más frecuentemente referido por sus siglas en inglés como SM) es una teoría cuántica de campos renormalizable que describe detalladamente el comportamiento de tres de estas cuatro fuerzas, así como la interacción entre las partículas de materia debidas a dichas fuerzas. Las interacciones consideradas dentro del SM son la interacción *electrodébil* y la interacción fuerte. El SM trata a las fuerzas débil y electromagnética como distintas manifestaciones de una sola fuerza. Cada una de estas fuerzas es mediada por el intercambio de una partícula. Las partículas mediadoras transmiten las fuerzas entre las partículas de materia.

Una de las características más importantes del SM, es que tanto las fuerzas electrodébiles como la fuerte se introducen como interacciones de norma [4]. Es decir, las fuerzas dentro de la teoría se introducen como simetrías definidas como transformaciones que dejan invariante a la acción. Es importante mencionar que dichas simetrías se caracterizan a través de teoría de grupos.

En cuanto a la materia, en el SM se describe a través de campos fermiónicos, los cuales se clasifican en tres familias o generaciones. Cada familia fermiónica posee dos leptones y dos quarks. Los leptones se caracterizan por no ser sensibles a la interacción fuerte; en cada familia fermiónica hay un leptón con carga eléctrica acompañado de un neutrino correspondiente. En total existen tres leptones cargados eléctricamente: el electrón (e), el muón (μ) y el tau (τ), y por cada leptón hay un sabor distinto de neutrino (ν_e , ν_μ , ν_τ). Por otra parte, en cada familia fermiónica hay dos quarks de sabor distinto, uno de tipo up, con carga eléctrica de $2/3e$, y otro de tipo down, de carga eléctrica de $-1/3e$; siendo e la carga elemental. Se tienen seis sabores de quarks: *up*, *down*,

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.1. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

charm, strange, top y *bottom*. Los quarks poseen carga de color, lo que da lugar interacciones de tipo fuerte entre ellos. Los quarks pueden presentar un tipo de carga de color (llámese rojo, verde o azul). Además, son los componentes de los hadrones (partículas que poseen estructura interna) y no es posible observar experimentalmente un quark fuera de la estructura hadrónica, esto es conocido como confinamiento [8]. Los hadrones a su vez se clasifican en bariones (como el protón y el neutrón), que están formados por 3 quarks o 3 antiquarks; y mesones, que están compuestos de un quark y un antiquark.

Notación	Familia del electrón	Familia del muón	Familia del tau	Carga eléctrica
$\mathcal{L}$	$\mathcal{E}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{T}$	-1
	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}$	0
$\mathcal{Q}$	$\mathcal{U}$	$\mathcal{C}$	$\mathcal{T}$	2/3
	$\mathcal{D}$	$\mathcal{S}$	$\mathcal{B}$	-1/3

Tabla 2.2: Fermiones del SM organizados por familias.

Además, las partículas antes mencionadas son acompañadas por sus correspondientes antipartículas, las cuales poseen la misma masa pero carga opuesta. En la tabla (2.2), se muestran los fermiones organizados por familias o generaciones, separados en leptones y quarks. El índice α etiqueta la carga de color. Cabe mencionar que, respecto al tema de las antipartículas, los neutrinos son un caso especial: en teorías dirigidas a describir física más allá del SM se considera que los neutrinos tienen masa y se introducen también campos espinores de Majorana; lo que, en resumen, quiere decir que los neutrinos son sus propias antipartículas en esas teorías.

2.1. Teoría de campos de norma

Las formulaciones más estudiadas en la física de partículas se definen en el marco de la teoría cuántica de campos [6]. Una teoría física dada es determinada por dos elementos principales: *variables dinámicas* y *simetrías*. Las variables dinámicas son los campos dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo, estas definen los grados de libertad y están asociadas a las partículas elementales. Por otra parte, las simetrías se definen como transformaciones caracterizadas a través de teoría de grupos, las cuales dejan invariante a la acción [7].

Entre los *grupos de simetría* más importantes se encuentran los *grupos de norma*. La *simetría de norma* se refiere a transformaciones que relacionan a descripciones de un sistema físico dado que son matemáticamente diferentes, pero que producen los mismos resultados físicos. Esto implica que existe una libertad en la teoría para trabajar con alguna norma en específico a elección, puramente por practicidad. La simetría de norma es un concepto profundo, de gran interés en importantes formulaciones físicas, como lo es la teoría electromagnética, donde distinguimos transformaciones de norma que conectan entre sí a potenciales electromagnéticos matemáticamente distintos, pero que nos arrojan las mismas ecuaciones de Maxwell.

Estudiemos brevemente en esta sección la Teoría de Campos de Norma en el marco del ejemplo de la teoría electromagnética.

Partamos de inicio con la densidad Lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m\mathbb{1}) \psi, \quad (2.1)$$

siendo ψ un espinor de Dirac, γ^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) las conocidas matrices gamma de Dirac y $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$. La densidad Lagrangiana (2.1) es invariante bajo la transformación

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-i\alpha} \psi(x), \quad (2.2)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.1. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

con α una fase constante. El hecho de la invariancia se hace evidente al aplicar la transformación sobre $\bar{\psi}$, tenemos

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{+i\alpha} \bar{\psi}(x),$$

eliminando entre sí las exponenciales.

Supongamos un conjunto G de simetrías independientes del sistema. Si G genera una estructura algebraica de grupo, se dice que hay un grupo de simetría. La transformación dada por los elementos U de G puede ser global o local. Se habla de una simetría global cuando la transformación que se aplica es idéntica en todos los puntos del espacio-tiempo, mientras que una simetría local es aquella en que dicha transformación es distinta para cada punto del espacio-tiempo. Y en general, las simetrías de una Lagrangiana están asociadas a leyes de conservación [9].

La transformación antes definida (2.2) forma un grupo $U(1)$ y es una transformación global. En el ME los campos contienen una simetría interna abstracta conocida como invariancia de norma. Esto quiere decir que la densidad Lagrangiana que describe dichos campos es invariante bajo la acción de un grupo de Lie aplicado sobre las componentes del campo. Un campo de norma asociado a una teoría de norma es precisamente el mediador de la interacción física entre diferentes campos fermiónicos, es decir, un bosón de norma. De esta forma, la simetría de norma permite describir las interacciones entre las partículas y estas surgen como algo necesario de la teoría.

Una densidad lagrangiana para la ecuación de Dirac con un campo electromagnético es dada por

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} [\gamma^\mu i \partial_\mu - m \mathbb{1}] \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - (J^\mu + q \bar{\psi} \gamma^\mu \psi) A_\mu, \quad (2.3)$$

con $J^\mu = (\rho, \vec{J})$ la cuadri-densidad de corriente, $A^\mu = (\phi, \vec{A})$ los potenciales electromagnéticos y el tensor antisimétrico $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Esta Lagrangiana también es invariante bajo la transformación (2.2) con α una constante. Haciendo la carga del electrón $q = -e$ y m la masa del electrón, la Lagrangiana (2.3) es, después de la cuantización, la Lagrangiana de Electrodinámica Cuántica espinorial.

La conexión A_μ no es única en el sentido de que se obtendrían de ella los mismos campos físicos eléctrico y magnético bajo una transformación de norma

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \chi(x), \quad (2.4)$$

donde $\chi(x)$ es una transformación arbitraria del espacio-tiempo.

Si el espinor ψ es una solución a la ecuación de Dirac con potencial A_μ , la solución correspondiente en la norma con potencial A'_μ está dada por

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-iq\chi} \psi. \quad (2.5)$$

Las transformaciones (2.4) y (2.5) conforman una transformación general de norma de tipo local. Podemos ver a esta transformación desde otro punto de vista: La Lagrangiana (2.3) es invariante bajo la transformación $U(1)$ global (2.2); así podemos pedir que la Lagrangiana sea invariante bajo una transformación similar pero local, dada por (2.5), lo cual nos forzará a introducir un campo de norma $A_\mu(x)$, con la cualidad de que se transforme como (2.4) para cancelar los términos adicionales y mantener la Lagrangiana invariante.

Desde este punto de vista, el campo electromagnético aparece como una consecuencia de la invariancia de la Lagrangiana bajo una transformación de simetría local.

Al hablar del ME hemos de introducir dos grupos, los cuales están asociados a las transformaciones de norma. Estos son el grupo abeliano $U(N)$, conformado por matrices unitarias de dimensión N , y el grupo no abeliano $SU(N)$, el cual también se compone de matrices unitarias de dimensión N pero su determinante debe ser igual a 1.

En el grupo $U(1)$, como ya se ha visto, las matrices de transformación se expresan en general como

$$U = e^{i\theta} \quad (2.6)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.1. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

siendo θ un parámetro real que nos da la evolución asociada al grupo. Por otro lado, las matrices de transformación para $SU(N)$ están dadas como

$$U = e^{iT_\alpha \theta^\alpha} \quad (2.7)$$

donde las funciones θ^α representan los parámetros de evolución del espacio-tiempo, los cuales pueden ser constantes o dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo, mientras que T_α son los generadores del grupo. Los generadores deben satisfacer el álgebra de Lie

$$[t_\alpha, t_\beta] = 2iC_{\alpha\beta\gamma}t_\gamma \quad (2.8)$$

para $T_\alpha = \frac{t_\alpha}{2}$ y $C_{\alpha\beta\gamma}$ son las constantes de estructura del álgebra correspondiente.

Por cada generador del grupo es necesario introducir un campo de norma; los cuales, a su vez, están asociados a los bosones mediadores de fuerzas. Para hablar de una interacción en la teoría hemos de imponer la condición de que la Lagrangiana tenga invarianza de norma ante las transformaciones de un grupo de simetría. En otras palabras, cada interacción está asociada a un grupo de simetría y a un conjunto de campos de norma.

El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetría $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, el cual describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética mediante el intercambio de sendos campos de norma.

Grupo	Número de Generadores	Conexión
$U(1)$	1	A_μ
$SU(2)$	3	$W^\pm, Z$
$SU(3)$	8	G_μ^α

Tabla 2.3: Grupos de norma y conexiones en el Modelo Estándar

El estudio de la interacción débil, fuerza fundamental responsable de fenómenos relacionados a la descomposición radiactiva, se remonta a inicios de la década de 1930 con la teoría de Fermi del decaimiento beta, publicada en 1933. Mientras la teoría para describir interacciones débiles siguió en desarrollo durante las décadas posteriores al trabajo de Fermi, se esperaba que, al igual que la gravitación clásica y el electromagnetismo, esta fuerza respetara conservación de paridad.

Sin embargo, a mediados de la década de 1950, guiados por algunas evidencias experimentales acerca de dos partículas en ese entonces denominadas como θ y τ , Chen Ning Yang y Tsung-Dao Lee sugirieron que la interacción débil podría violar paridad; lo cual fue descubierto experimentalmente pocos años más tarde por Chien Shiung Wu y sus colaboradores.

En 1957, en base a las importantes aportaciones a la teoría alcanzadas esa década, Robert Marshak, George Sudarshan y posteriormente Richard Feynman y Murray Gell-Mann propusieron un vector-axial lagrangiano para las interacciones débiles. En esta teoría, la fuerza débil actúa solo en las partículas levógiras. Dado que la reflexión de una partícula levógira es una partícula dextrógira, esto explica la violación de paridad.

Finalmente, a finales de la década de 1960 se propuso la teoría electrodébil, la cual comprende una explicación amplia y satisfactoria de la interacción débil como un campo de Yang-Mills asociado a un grupo de norma $SU(2)$.

El trabajo de Chen Ning Yang y Robert Mills, publicado en 1954, surge como una generalización de QED, que es una teoría con invarianza de norma bajo el grupo de norma $U(1)$. La teoría de Yang-Mills plantea la extensión de los grupos de norma mediante campos bosónicos que deben ser no masivos para poder mantener la invarianza de norma. Debido a esto, la teoría fue inicialmente criticada e ignorada. Más tarde la teoría sería retomada al ser introducido el concepto del rompimiento de simetría y las partículas adquiriendo su masa a través de estos mecanismos.

2.2. Ruptura Espontánea de Simetrías

Asumiendo una lagrangiana simétrica $\mathcal{L}_0$ respecto a un grupo de simetría, el concepto de Ruptura Espontánea de la Simetría se entiende como un proceso mediante el cual el sistema descrito por $\mathcal{L}_0$ cae en un estado vacío que no es simétrico. En otras palabras, si el estado fundamental de un sistema es menos simétrico que las ecuaciones que lo rigen, la simetría es rota al acceder a este estado de mínima energía.

Como ya se mencionó, los términos de masa, como en la Interacción Débil por ejemplo, violan invariancia de norma; el concepto de rompimiento espontáneo de la simetría es fundamental en el Modelo Estándar pues es a través de estos mecanismos de rompimiento que es posible generar bosones vectoriales masivos, como el $W^\pm$ y Z^0 , sin destruir la simetría de norma de toda la teoría.

2.2.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global

Para llevar a cabo este mecanismo, se introduce un campo escalar complejo $\Phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$, cuya lagrangiana es

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (2.9)$$

donde

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [\Phi^\dagger \Phi - \phi_0^2]^2 \quad (2.10)$$

y ϕ_0 y m son parámetros reales.

El mínimo de energía en V es obtenido con Φ constante e independiente del espacio-tiempo, pero tal que

$$\Phi^\dagger \Phi = |\Phi|^2 = \phi_0^2 \quad (2.11)$$

Tal mínimo está localizado en el círculo $|\Phi| = \phi_0$ en el espacio (ϕ_1, ϕ_2) , así que el número de posibles estados de vacío es infinito.

La lagrangiana (2.9) es simétrica bajo una transformación global de $U(1)$:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\alpha} \Phi \quad (2.12)$$

para cualquier parámetro α real. Efectuando una transformación de acuerdo a la ecuación (2.12), tenemos

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= \phi_1 \cos \alpha + \phi_2 \sin \alpha \\ \phi'_2 &= -\phi_1 \sin \alpha + \phi_2 \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.13)$$

Esta transformación rota el estado en torno a un círculo $|\Phi|^2 = cte$ en el espacio (ϕ_1, ϕ_2) . Si elegimos una dirección en particular en el espacio (ϕ_1, ϕ_2) , tal que Φ sea real y elegimos el estado fundamental como $(\phi_0, 0)$, se ha efectuado la ruptura de la simetría bajo $U(1)$.

Expandimos alrededor del estado base $(\phi_0, 0)$, haciendo

$$\Phi = \phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + i\rho)$$

la densidad lagrangiana se convierte en

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho - \frac{m^2}{2\phi_0^2} \left[\sqrt{2}\phi_0 \xi + \frac{\xi^2}{2} + \frac{\rho^2}{2} \right]^2. \quad (2.14)$$

En lugar de un campo complejo Φ , tenemos ahora dos campos escalares reales acoplados ξ y ρ . Escribimos

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Lib} + \mathcal{L}_{Aco}$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.2. RUPTURA ESPONTÁNEA DE SIMETRÍAS

donde $\mathcal{L}_{Lib}$ representa a las partículas libres y contiene todos los términos cuadráticos de $\mathcal{L}$. Podemos considerar

$$\mathcal{L}_{Lib} = \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi - m^2 \xi^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho \quad (2.15)$$

pues, para pequeñas oscilaciones estos son los términos que dominan. El resto de la densidad lagrangiana $\mathcal{L}_{Aco}$ corresponde a interacciones entre partículas y correcciones de orden superior a sus movimientos.

El término cuadrático $-m^2 \xi^2$ en (2.15) es tal que ξ corresponde a un campo escalar de espín cero y masa $\sqrt{2}m$. En caso del campo ρ no existe tal término cuadrático, este corresponde a un campo escalar de espín cero y sin masa. El procedimiento que nos llevó a la aparición de este campo escalar se conoce como mecanismo de Nambu-Golstone y solo es válido para teorías con simetría global [10].

2.2.2. Mecanismo de Englert-Higgs

El paso natural para generalizar el resultado de la sección anterior es buscar el rompimiento de una simetría local en lugar de una global. Sea este el caso de una lagrangiana de campo complejo escalar Φ invariante ante transformaciones locales bajo $U(1)$ dada por

$$\mathcal{L} = D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (2.16)$$

cuya derivada covariante está definida como $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$ y utilizaremos el potencial de la ecuación (2.10).

Esta lagrangiana es invariante bajo transformaciones de norma locales de $U(1)$

$$\begin{aligned} \Phi(x) &\rightarrow \Phi'(x) = e^{-iq\theta(x)} \Phi \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x), \end{aligned} \quad (2.17)$$

con $\theta = \theta(x)$ dependiente del espacio-tiempo.

Un mínimo de energía se obtiene cuando A_μ desvanece y Φ es una constante definida como un punto en el círculo $|\Phi| = \phi_0$.

Dado $\Phi(x)$, siempre podemos elegir $\theta(x)$ tal que el campo $\Phi'(x)$ sea real. Esto rompería la simetría de norma, pues no podremos continuar haciendo transformaciones de norma. Sea este $\Phi'(x)$ tal que

$$\Phi'(x) = \phi_0 + \frac{H(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.18)$$

siendo $H(x)$ una función real de x .

Realizando esta transformación, nos resulta la siguiente lagrangiana

Una vez más, separamos en dos partes la lagrangiana para tener mejor claridad

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \left[(\partial_\mu - iqA'_\mu) \left(\phi_0 + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] \left[(\partial^\mu + iqA'^\mu) \left(\phi_0 + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2\phi_0^2} \left(\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Lib} + \mathcal{L}_{Aco} \quad (2.20)$$

eliminando las primas en el campo de norma, las expresiones más explícitas de ambas partes resultan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Lib} &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - m^2 H^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + q^2 \phi_0^2 A_\mu A^\mu, \\ \mathcal{L}_{Aco} &= q^2 A_\mu A^\mu \left(\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{2} \right) - \frac{m^2 H^2}{2\phi_0^2} \left(\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{4} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Antes del rompimiento de la simetría teníamos un campo escalar complejo $\Phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$ y un

campo vectorial A_μ con dos estados de polarización. En la expresión para $\mathcal{L}_{Lib}$ tenemos un solo campo escalar $H(x)$ correspondiente a un bosón sin espín de masa $\sqrt{2}m$, y un campo vectorial A_μ , correspondiente a un bosón vectorial de masa $\sqrt{2}q\phi_0$. Este mecanismo para la introducción de masa en la teoría fue propuesto por Englert y Higgs, publicado en 1964 [11,12].

2.3. Modelo Electrodébil

En 1961, Sheldon Lee Glashow, con la intención de unificar las interacciones débil y electromagnética en un solo sistema teórico, propone a ambas fuerzas como distintas manifestaciones de una interacción más fundamental llamada interacción **electrodébil**. En ese entonces, esto pareció una afirmación atrevida, en primera lugar por la enorme diferencia en la magnitud de fuerza entre estas dos interacciones. Sin embargo, Glashow y otros más reconocieron que esto se debe a que la interacción débil es mediada por bosones muy masivos. Basándose en los trabajos de Glashow, en 1967 y 1968, Steven Weinberg y Abdus Salam formularon de manera independiente una teoría que emplea el mecanismo de Higgs para dotar de masa no sólo a los mediadores de la interacción débil, sino también a fermiones.

Este modelo de Glashow-Weinberg-Salam es más conocido como Modelo Estándar de las interacciones fundamentales. Una subteoría del Modelo Estándar es el *Modelo Estándar Electrodébil* (MEE), se trata de una teoría de norma no abeliana con invarianza local ante el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. El MEE ha sido ampliamente exitoso debido a la precisión con que se obtienen predicciones que concuerdan con los datos experimentales.

Las variables dinámicas, asociadas a los campos, dentro del MEE involucran a 4 campos vectoriales, 4 campos escalares y 12 campos espinoriales de Dirac. En este modelo, las fuerzas electromagnética y débil no pueden ser descritas por separado ya que actúan sobre los mismos campos fermiónicos, por ello el grupo de norma que describe la interacción electrodébil es $SU(2)_L \times U(1)_Y$, el cual es el mínimo grupo de norma posible que permite describir lo que ocurre en la naturaleza. Además, como es de esperarse, el modelo se define en el espaciotiempo 4-dimensional de Minkowsky y es invariante bajo el grupo de Poincaré $ISO(1,3)$.

En el contexto de la teoría de campos clásica, el MEE es caracterizado por una Lagrangiana $\mathcal{L}_{MEE}$, la cual se exige sea invariante ante transformaciones locales bajo el grupo de norma antes mencionado. La Lagrangiana $\mathcal{L}_{MEE}$ se escribe como la suma

$$\mathcal{L}_{MEE} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_Y,$$

donde los términos $\mathcal{L}_{YM}$, $\mathcal{L}_S$, $\mathcal{L}_C$ y $\mathcal{L}_Y$ reciben, respectivamente, los nombres de sector de Yang-Mills, sector escalar, sector de las corrientes y sector de Yukawa. A lo largo de esta sección estudiaremos brevemente estos sectores.

De inicio, la descripción de la interacción electrodébil de leptones y quarks involucra bosones de norma sin masa, para posteriormente llevar a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría mediante un campo de Higgs. Así, se obtiene una Lagrangiana que se puede asociar a bosones masivos, pero ya no será invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Cabe mencionar que durante el rompimiento espontáneo de la simetría hay que cuidar que el fotón se mantenga sin masa y sólo los bosones $W^\pm$ y Z adquieran masa. Para este propósito, la Lagrangiana debe mantener invarianza de norma bajo el grupo $U(1)$.

2.3.1. Sectores de Yang-Mills y Escalar

El sector de Yang-Mills también es conocido como *sector de norma*. Las variables dinámicas que definen este sector son las conexiones de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, también llamadas campos de norma. El requerimiento de invarianza de norma para la teoría introduce estas conexiones, que en este caso se trata de 3 campos vectoriales $\mathcal{W}_\mu^j$ (con $j = 1, 2, 3$) para $SU(2)_L$ y el campo vectorial

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.3. MODELO ELECTRODÉBIL

B_μ para $U(1)_Y$. Al llevar estos campos por una transformación de norma, tenemos

$$\mathcal{W}_\mu^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \rightarrow \mathcal{W}_\mu'^j = U(x) \left[\mathcal{W}_\mu^j(x) \frac{\sigma^j}{2} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu \right] U^\dagger(x), \quad (2.22)$$

$$B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + \frac{1}{g_1} \partial_\mu \alpha(x), \quad (2.23)$$

con σ^j las matrices de Pauli. Los factores g_2 y g_1 son números reales, conocidos como las constantes de acoplamiento de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. Encontramos también a la matriz

$$U(x) = \exp \left[i \alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \right],$$

unitaria, dada en términos de los generadores de $SU(2)_L$, $\frac{\sigma^j}{2}$, y de las funciones arbitrarias $\alpha^j(x)$ conocidas como parámetros de norma.

Mediante los campos, definimos también las curvaturas de Yang-Mills, definidas como

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^j = \partial_\mu \mathcal{W}_\nu^j - \partial_\nu \mathcal{W}_\mu^j + g_2 \epsilon^{jkl} \mathcal{W}_\mu^k \mathcal{W}_\nu^l, \quad (2.24)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.25)$$

La simetría de norma impone la necesidad de definir la derivada covariante del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, la cual se expresa como

$$D_\mu = \partial_\mu \mathbb{1} - i g_2 \mathcal{W}_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} - i g_1 B_\mu \frac{Y}{2} \mathbb{1}, \quad (2.26)$$

siendo Y la hipercarga asociada al objeto sobre el cual opera la derivada covariante.

Ahora, el sector escalar $\mathcal{L}_S$ involucra también los campos de norma que hemos introducido, así como un par de campos escalares complejos en un doblete de $SU(2)_L$, definido

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

el cual tiene hipercarga. Con Y_Φ $\phi_1(x)$ y $\phi_2(x)$ campos complejos dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo. Este doblete complejo se transforma bajo el grupo de norma como

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = \exp \left[i \frac{Y_\Phi}{2} \alpha(x) \right] U(x) \Phi(x).$$

Dadas estas definiciones, escribimos los sectores de Yang-Mills y escalar como

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} \mathcal{W}^{j\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}, \quad (2.28)$$

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi, \Phi^\dagger). \quad (2.29)$$

Nos hemos asegurado que ambos sectores sean invariantes de norma.

2.3.2. Fermiones en el Modelo Estándar

Actualmente conocemos 12 partículas elementales, las cuales son fermiónicas y se dividen en dos clases: *leptones* y *quarks*. Los leptones son el electrón, el muón, el tau y sus respectivos neutrinos. Los quarks que conocemos llevan los nombres en inglés up, down, charm, strange, top y bottom. En el MEE, los campos fermiónicos se introducen a la teoría como espinores de Dirac. Un resultado

muy importante a tener en cuenta para un espinor cualquiera de Dirac, $\psi(x)$, nos dice que $\psi(x)$ puede ser expresado como la suma de dos espinores de Dirac quirales. Veamos

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \gamma_5)\psi + \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \gamma_5)\psi \\ &= P_L\psi + P_R\psi \\ &= \psi_L + \psi_R,\end{aligned}$$

donde se han definido los operadores de proyección quiral $P_L \equiv \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \gamma_5)$ y $P_R \equiv \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \gamma_5)$. Llamamos a ψ_R un espinor quiral derecho y a ψ_L un espinor quiral izquierdo.

En el MEE, los campos quirales izquierdos se definen como parte de dobletes de $SU(2)_L$ con hipercarga Y_L . Por otro lado, los campos derechos se introducen inicialmente como singletes de $SU(2)_L$ con hipercarga Y_R . Así, en el MEE organizamos los campos quirales izquierdos en 6 dobletes como sigue

$$L_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha,L} \\ \ell_{\alpha,L} \end{pmatrix}, \quad Q_\alpha = \begin{pmatrix} u_{\beta,L} \\ d_{\beta,L} \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

donde los índices griegos α y β se conocen como índices de sabor, estos corren sobre los valores $\alpha = e, \mu, \tau$ y $\beta = u, c, t$. Por otra parte, tenemos 9 singletes derechos

$$\ell_{\alpha,R}, \quad u_{\beta,R}, \quad d_{\beta,R}. \quad (2.31)$$

Cabe hacer la aclaración de que en el MEE no se incluyen campos neutrinos quirales derechos. La evidencia experimental sugiere que para los leptones sólo la parte izquierda es sensible a la interacción débil. Dado que los neutrinos únicamente interactúan mediante esta fuerza fundamental, los campos neutrinos quirales derechos estarían asociados a estados de partículas que nunca han sido medidos.

Veamos las leyes de transformación bajo el grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para los objetos que hemos introducido. Los dobletes se transforman análogos al doblete escalar que discutimos previamente

$$L_\alpha \rightarrow L'_\alpha = \exp \left[i \frac{Y_L^\ell}{2} \alpha(x) \right] U(x) L_\alpha, \quad (2.32)$$

$$Q_\beta \rightarrow Q'_\beta = \exp \left[i \frac{Y_L^q}{2} \alpha(x) \right] U(x) Q_\beta. \quad (2.33)$$

Los singletes de un grupo de norma son estructuras que permanecen invariantes bajo las transformaciones propias del grupo. Así, los singletes derechos de $SU(2)_L$ tienen las leyes de transformación

$$\ell_{\alpha,R} \rightarrow \ell'_{\alpha,R} = \exp \left[i \frac{Y_R^\ell}{2} \alpha(x) \right] \ell_{\alpha,R}, \quad (2.34)$$

$$u_{\beta,R} \rightarrow u'_{\beta,R} = \exp \left[i \frac{Y_R^u}{2} \alpha(x) \right] u_{\beta,R}, \quad (2.35)$$

$$d_{\beta,R} \rightarrow d'_{\beta,R} = \exp \left[i \frac{Y_R^d}{2} \alpha(x) \right] d_{\beta,R}, \quad (2.36)$$

2.3.3. Sectores de Yukawa y de las corrientes

Una vez que hemos definido las variables fermiónicas y sus leyes de transformación, nos hace falta introducir un ingrediente más para construir las Lagrangianas de los sectores de Yukawa y de las Corrientes. Dicho esto, definimos el doblete de $SU(2)_L$

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^*,$$

con hipercarga $-Y_\Phi$, siendo σ^2 la segunda matriz de Pauli.

Con todos estos objetos definidos, usando criterios de simetría de norma, planteamos las densidades Lagrangianas invariantes bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ de Yukawa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \sum_{\alpha, \alpha'} [-\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^\ell \overline{L}_{\alpha,L} \Phi \ell_{\alpha',R} - \mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^{\ell*} \overline{\ell}_{\alpha',R} \Phi^\dagger L_{\alpha,L}] \\ & + \sum_{\beta, \beta'} [-\mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u \overline{Q}_{\beta,L} \tilde{\Phi} u_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{u*} \overline{u}_{\beta',R} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\beta,L} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d \overline{Q}_{\beta,L} \tilde{\Phi} d_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{d*} \overline{d}_{\beta',R} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\beta,L}], \end{aligned} \quad (2.37)$$

y de las Corrientes

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C = & \sum_{\alpha} [\overline{L}_{\alpha,L} i\gamma^\mu D_\mu L_{\alpha,L} + \overline{\ell}_{\alpha,R} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{\alpha,R}] \\ & + \sum_{\beta} [\overline{Q}_{\beta,L} i\gamma^\mu D_\mu Q_{\beta,L} + \overline{u}_{\beta,R} i\gamma^\mu D_\mu u_{\beta,R} + \overline{d}_{\beta,R} i\gamma^\mu D_\mu d_{\beta,R}], \end{aligned} \quad (2.38)$$

con $\alpha, \alpha' = e, \mu, \tau$ y $\beta, \beta' = u, c, t$. Hemos introducido las constantes de Yukawa $\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^\ell, \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u, \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d$, las cuales son las entradas de las matrices de Yukawa.

Finalmente, cabe recalcar que las siguientes relaciones entre hipercargas deben satisfacerse

$$Y_\Phi - Y_L^\ell + Y_R^\ell = 0 \quad (2.39)$$

$$Y_\Phi + Y_L^q - Y_R^u = 0 \quad (2.40)$$

$$Y_\Phi - Y_L^q + Y_R^d = 0. \quad (2.41)$$

2.3.4. Rompimiento de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Iniciemos hablando exclusivamente de los sectores de Yang-Mills y escalar. Al término $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ en la Lagrangiana del sector escalar (2.29) se le conoce con el nombre de potencial escalar. Es una función del doblete Φ , expresada concretamente como

$$V(\Phi, \Phi^\dagger) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.42)$$

siendo μ^2 un número positivo con unidades de masa al cuadrado, y λ una cantidad positiva adimensional. Este potencial escalar se minimiza en un conjunto degenerado de puntos, los que denominaremos Φ_0 , los cuales satisfacen la ecuación

$$|\Phi|^2 = \frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2},$$

describiendo una hiper-esfera de radio $v/\sqrt{2}$ que vive en un espacio de 4 dimensiones. Los puntos que constituyen esta hiper-esfera se conocen como estados de vacío, o estados base, y se conectan entre sí mediante transformaciones de norma. Esto implica que tenemos una libertad de elegir la norma, por lo que optamos por la configuración de mínimo potencial, dada por

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

A la cual se llega a través de implementar la transformación

$$\Phi = \Phi_0 + \xi, \text{ con } \xi = \begin{pmatrix} G_W^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (H(x) + iG_Z(x)) \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.3. MODELO ELECTRODÉBIL

que está en términos del campo escalar complejo G_W^+ y de los campos escalares reales H y G_Z . Acompañamos esta transformación con el cambio de base

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathcal{W}_\mu^1 - i\mathcal{W}_\mu^2), \quad (2.44)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathcal{W}_\mu^1 + i\mathcal{W}_\mu^2). \quad (2.45)$$

A partir de estas conexiones definimos los tensores

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^\pm &= \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm, \\ W_{\mu\nu}^3 &= \partial_\mu \mathcal{W}_\nu^3 - \partial_\nu \mathcal{W}_\mu^3. \end{aligned}$$

E identificamos las masas $m_W = g_2 v/2$, para los campos vectoriales complejos W_μ^+ y W_μ^- , $m_H = \sqrt{2\lambda v^2}$ para el campo escalar H y se define $m_Z = v\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}/2$. Al sustituir (2.45) y (??) en la suma Lagrangiana $\mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S$, tendremos algunos elementos que pueden ser escritos en términos de un producto matricial que involucra la matriz hermitiana

$$G = \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2 Y_\Phi g_1 \\ -g_2 Y_\Phi g_1 & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix},$$

con eigenvalores reales m_Z y 0. Aprovechando la hermiticidad de G , existe una matriz ortogonal de diagonalización P , la cual nos lleva a

$$P^T G P = \begin{pmatrix} m_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

Para ver la forma explícita de P , se parametriza mediante un ángulo de rotación θ_W , conocido generalmente como *ángulo de mezcla débil*, o simplemente ángulo débil. Así,

$$P = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

donde, de hecho, identificamos $\sin \theta_W = (Y_\Phi g_1) [g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2]^{-1/2}$ y $\cos \theta_W = g_2 [g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2]^{-1/2}$. El cambio de base que acompaña esta diagonalización, nos permite definir los *eigencampos de masa*

$$Z_\mu = \cos \theta_W \mathcal{W}_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \quad (2.48)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W \mathcal{W}_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu. \quad (2.49)$$

Con estos eigencampos de masa definimos los tensores antisimétricos $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ y $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Y esto nos permite escribir la suma de los sectores de Yang-Mills y escalar como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S &= -\frac{1}{2} W^{+\mu\nu} W_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} - \frac{1}{4} Z^{\mu\nu} Z_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \\ &\quad + \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 + \partial_\mu G_W^- \partial^\mu G_W^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu G_Z \partial^\mu G_Z \\ &\quad + im_W (W^{-\mu} \partial_\mu G_W^+ - W^{+\mu} \partial_\mu G_W^-) + m_Z Z^\mu \partial_\mu G_Z + \dots, \end{aligned} \quad (2.50)$$

donde efectivamente m_Z es la masa del campo vectorial Z_μ . En contraste, el campo A_μ , se ha mantenido sin masa y es el que interpretamos como el campo electromagnético.

El proceso que se ha llevado a cabo es precisamente el mecanismo de Englert-Higgs. Este proceso nos ha dado dos campos complejos W_μ^+ y W_μ^- , ambos con masa m_W , y los campos vectoriales Z_μ y A_μ , con masas m_Z y nula, respectivamente. Además, el campo escalar H masivo, conocido

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR

2.3. MODELO ELECTRODÉBIL

como *campo de Higgs* y los campos pseudobosones de Goldstone G_W^+ , G_W^- y G_Z , los cuales son escalares y sin masa. Estos pseudobosones de Goldstone no son físicos, pues su aparición en la teoría depende de la elección de la norma. Precisamente, la llamada *norma unitaria* elimina de la teoría estos pseudobosones, lo cual implica que no se pueden asociar a partículas medibles experimentalmente.

Este mecanismo también nos permite generar masas para los campos fermiónicos. Estos términos de masa surgen en el sector de Yukawa pues, al tener dependencia del doblete escalar Φ , este sector es afectado directamente por la implementación del mecanismo. Al aplicar la transformación previamente discutida, ahora sobre la Lagrangiana del sector de Yukawa (2.37), esta queda escrita en términos de las matrices columna

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \ell_{e,L} \\ \ell_{\mu,L} \\ \ell_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u_L = \begin{pmatrix} u_{u,L} \\ u_{c,L} \\ u_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d_L = \begin{pmatrix} d_{u,L} \\ d_{c,L} \\ d_{t,L} \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

$$\ell_R = \begin{pmatrix} \ell_{e,R} \\ \ell_{\mu,R} \\ \ell_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u_R = \begin{pmatrix} u_{u,R} \\ u_{c,R} \\ u_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d_R = \begin{pmatrix} d_{u,R} \\ d_{c,R} \\ d_{t,R} \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

que están conformadas por los campos espinores quirales izquierdos y derechos, definidas en el *espacio de sabor*. Las matrices de Yukawa, $\mathcal{Y}^\ell$, $\mathcal{Y}^u$, $\mathcal{Y}^d$, las cuales mencionamos en la sección previa, son generales, y no hay argumentos que nos indiquen que sean de inicio diagonales. Debido a esto, después de llevar a cabo la transformación del mecanismo de Englert-Higgs, la Lagrangiana del sector de Yukawa incluye términos con mezclas de espinores. Las matrices de Yukawa se diagonalizan a través de transformaciones biunitarias, las cuales se caracterizan por pares de matrices unitarias de tamaño 3×3 , las cuales denotaremos por V_L^ℓ , V_R^ℓ , V_L^u , V_R^u , V_L^d y V_R^d . Al implementar las diagonalizaciones se obtiene

$$V_L^{\ell\dagger} \mathcal{Y}^\ell V_R^\ell = \mathcal{Y}_D^\ell, \quad V_L^{u\dagger} \mathcal{Y}^u V_R^u = \mathcal{Y}_D^u, \quad V_L^{d\dagger} \mathcal{Y}^d V_R^d = \mathcal{Y}_D^d, \quad (2.53)$$

con $\mathcal{Y}_D^\ell$, $\mathcal{Y}_D^u$ y $\mathcal{Y}_D^d$ diagonales, reales y con elementos estrictamente positivos.

Notemos que al haber aplicado las diagonalizaciones (2.53), hemos también inducido transformaciones de cambio de base para los espinores quirales izquierdos y derechos, las cuales arrojan en el espacio de sabor a las matrices columna

$$\ell'_L = \begin{pmatrix} \ell'_{e,L} \\ \ell'_{\mu,L} \\ \ell'_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u'_L = \begin{pmatrix} u'_{u,L} \\ u'_{c,L} \\ u'_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d'_L = \begin{pmatrix} d'_{u,L} \\ d'_{s,L} \\ d'_{b,L} \end{pmatrix}, \quad (2.54)$$

$$\ell'_R = \begin{pmatrix} \ell'_{e,R} \\ \ell'_{\mu,R} \\ \ell'_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u'_R = \begin{pmatrix} u'_{u,R} \\ u'_{c,R} \\ u'_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d'_R = \begin{pmatrix} d'_{u,R} \\ d'_{s,R} \\ d'_{b,R} \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Recordando que los espinores de Dirac de quiralidad indefinida $\psi(x)$ se escriben como la suma de espinores quirales como $\psi = \psi_L + \psi_R$, podemos escribir la Lagrangiana de Yukawa en términos de espinores de quiralidad indefinida como

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha} m_{\alpha} \bar{\ell}_{\alpha} \ell_{\alpha} - \sum_{\beta} m_{\beta} \bar{u}_{\beta} u_{\beta} - \sum_{\gamma} m_{\gamma} \bar{d}_{\gamma} d_{\gamma} + \dots, \quad (2.56)$$

donde sólo mostramos los términos cuadráticos para hacer énfasis en la generación de masa para los fermiones. En la Lagrangiana (2.56), las sumas tienen índices de sabor que corren sobre las etiquetas $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$, $\gamma = d, s, b$. Las masas se han definido de la siguiente manera

$$m_{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^\ell)_{\alpha\alpha}, \quad m_{\beta} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^u)_{\beta\beta}, \quad m_{\gamma} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^d)_{\gamma\gamma}. \quad (2.57)$$

Se dice que estos campos de Dirac son eigencampos de masa.

Vale la pena hacer énfasis en que los campos neutrinos han permanecido sin masa en el MEE, lo cual se debe a que no se introdujeron para ellos campos quirales derechos.

Análogamente, los términos Lagrangianos que conforman al sector de las Corrientes pueden ser expresados como productos matriciales en el espacio del sabor, para lo cual será necesario definir una matriz columna de 3 componentes espinoriales ν_L . De igual manera este sector se ve afectado por las diagonalizaciones biunitarias de las matrices de Yukawa que acabamos de discutir. Cabe hacer la aclaración de que ν_L también sufre un cambio de base por la matriz $V_L^{\ell\dagger}$, que es la misma que cambia de base al vector de campos leptónicos cargados de quiralidad izquierda. En el contexto de los cambios de base involucrados, en el sector de corrientes surge una matriz κ , de tamaño 3×3 , definida por el producto

$$\kappa = V_L^{u\dagger} V_L^d, \quad (2.58)$$

y recibe el nombre de *matrix de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa*. La importancia de esta matriz radica en que es la única fuente de violación de la simetría CP en la teoría.

Consideremos las relaciones para las hipercargas (2.39-2.41) y fijamos la hipercarga del doblete escalar Φ a $Y_\Phi = 1$. Así, los términos Lagrangianos que definen al sector de las Corrientes resultan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C = & \sum_{\alpha} [\bar{\nu}_{\alpha,L} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_{\alpha,L} + \frac{g_2}{2c_W} Z_\mu \bar{\nu}_{\alpha,L} \gamma^\mu \nu_{\alpha,L} + \bar{\ell}_\alpha i\gamma^\mu \partial_\mu \ell_\alpha + N_\ell q A_\mu \bar{\ell}_\alpha \gamma^\mu \ell_\alpha \\ & + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \bar{\ell}_\alpha \gamma^\mu [(-1 - 4N_\ell s_W^2)\mathbb{1} + \gamma_5] \ell_\alpha + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \ell_\alpha + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{\ell}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\alpha] \\ & + \sum_{\beta} [\bar{u}_\beta i\gamma^\mu \partial_\mu u_\beta + N_u q A_\mu \bar{u}_\beta \gamma^\mu u_\beta + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \bar{u}_\beta \gamma^\mu [(1 - 4N_u s_W^2)\mathbb{1} - \gamma_5] u_\beta] \\ & + \sum_{\gamma} [\bar{d}_\gamma i\gamma^\mu \partial_\mu d_\gamma + N_d q A_\mu \bar{d}_\gamma \gamma^\mu d_\gamma + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \bar{d}_\gamma \gamma^\mu [(-1 - 4N_d s_W^2)\mathbb{1} - \gamma_5] d_\gamma] \\ & + \sum_{\beta} \sum_{\gamma} [\frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma} W_\mu^+ \bar{u}_\beta \gamma^\mu P_L d_\gamma + \frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma}^* W_\mu^- \bar{d}_\gamma \gamma^\mu P_L u_\beta], \quad (2.59) \end{aligned}$$

con $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$ y $\gamma = d, s, b$. Se ha empleado la notación $s_W = \sin\theta_W$ y $c_W = \cos\theta_W$. Se ha identificado

$$q = g_2 s_W,$$

la carga eléctrica elemental positiva. Además, se han definido las cantidades

$$\begin{aligned} N_\ell &= \frac{1}{2}(-1 + Y_L^\ell) = -1, \\ N_u &= \frac{1}{2}(1 + Y_L^q) = \frac{2}{3}, \\ N_d &= \frac{1}{2}(-1 + Y_L^q) = -\frac{1}{3}, \end{aligned}$$

mediante las cuales determinamos las cargas eléctricas de los leptones cargados y de los quarks como $q_j = qN_j$, ($j = \ell, u, d$).

En la Lagrangiana (2.59) encontramos términos de tipo $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$; los que se encuentran acompañados de los campos vectoriales neutros Z_μ y A_μ se conocen como *términos de corrientes neutras*, mientras que los acompañados por los campos complejos W_μ^+ y W_μ^- los llamamos *términos de corrientes cargadas*.

2.4. Simetría CP

La *simetría CP*, como uno sospecharía dado el nombre, se basa en la composición de las simetrías discretas C y P . La *simetría C*, o simetría de carga, afirma que las leyes de la física serían las mismas

si pudieramos intercambiar las partículas por otras que serían idénticas salvo un cambio relativo de signo en su carga. La *simetría P*, o simetría de paridad, nos dice que las leyes de la física permanecerían sin alteraciones bajo inversiones especulares.

En general, el MEE no posee simetría *P*, pues solo las componentes izquierdas de los leptones se acoplan a los campos de norma $SU(2)_L$, W_μ^j . Y de hecho, la teoría tampoco posee simetría *C*. Sin embargo, la mayor parte de la teoría exhibe simetría bajo la operación combinada de transformaciones de tipo *C* y *P*. Esta simetría implica que la física de partículas descritas en un sistema *derecho* de coordenadas es la misma física que describiría anti-partículas en un sistema *izquierdo* de coordenadas.

Considerando espinores de quiralidad definida ψ_L y ψ_R , estos se transforman bajo una operación de conjugación de carga y paridad (*CP*) como

$$\psi_L^{CP} = -i\sigma^2\psi_L^*, \quad \psi_R^{CP} = i\sigma^2\psi_R^*$$

con σ^2 la segunda matriz de Pauli.

El resto de los componentes en la teoría se transforman de la siguiente manera [9]:

- Los dobletes escalares

$$\Phi^{CP} = \begin{pmatrix} \phi_1^{CP} \\ \phi_2^{CP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix}$$

- Las componentes de los eigencampos de masa

$$\begin{aligned} W_0^{\pm CP} &= -W_0^\mp, \quad W_j^{\pm CP} = W_j^\mp, \\ Z_0^{CP} &= -Z_0, \quad Z_j^{CP} = Z_j, \\ A_0^{CP} &= -A_0, \quad A_j^{CP} = A_j, \end{aligned}$$

con $j = 1, 2, 3$.

- Las derivadas espaciales de los campos se reemplazan por sus negativos.

2.4.1. Conservación de la simetría CP

Mostrar que la densidad Lagrangiana completa es invariante bajo una operación de transformación *CP* sería un proceso largo y requeriría bastante cuidado. En esta sección se muestra, de manera ilustrativa, la simetría de algunos términos ante esta transformación.

Del sector de las Corrientes (2.38), extraemos los siguientes términos

$$l = \sum_\alpha \overline{\ell_{\alpha,R}} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{\alpha,R}, \quad (2.60)$$

con $\alpha = e, \mu, \tau$. En la representación quiral, definiendo σ^0 como la matrix identidad 2×2 , podemos reescribir l como sigue

$$\begin{aligned} l &= \sum_\alpha \begin{pmatrix} 0 & \ell_{\alpha,R}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^0 \\ \sigma^0 & 0 \end{pmatrix} i \left[\begin{pmatrix} 0 & \sigma^0 \\ \sigma^0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ D_\mu \ell_{\alpha,R} \end{pmatrix} \\ &= \sum_\alpha \left[\ell_{\alpha,R}^\dagger i\sigma^0 D_\mu \ell_{\alpha,R} + \ell_{\alpha,R}^\dagger i\sigma^j D_\mu \ell_{\alpha,R} \right] = \sum_\alpha \ell_{\alpha,R}^\dagger i\sigma^\mu \left(\partial_\mu \mathbb{1} - \frac{ig_1 Y}{2} B_\mu \mathbb{1} \right) \ell_{\alpha,R}. \end{aligned}$$

Llevando l bajo una transformación de *CP*, tenemos

$$\begin{aligned} l^{CP} &= \sum_\alpha (i\sigma^2 \ell_{\alpha,R}^*)^\dagger i\sigma^\mu \left[(\partial_0 - \partial_j) \mathbb{1} - \frac{ig_1 Y}{2} (-B_0 + B_j) \mathbb{1} \right] (i\sigma^2 \ell_{\alpha,R}^*) \\ &= \sum_\alpha \ell_{\alpha,R}^T i(\sigma^\mu)^T \left[\partial_\mu \mathbb{1} + \frac{ig_1 Y}{2} B_\mu \mathbb{1} \right] \ell_{\alpha,R}^*. \quad (2.61) \end{aligned}$$

Podemos sumar los términos de superficie $\sum_{\alpha} -i\partial_{\mu} [\ell_{\alpha,R}^T (\sigma^{\mu})^T \ell_{\alpha,R}^*]$, y empleando regla de Leibniz, tenemos

$$\ell^{CP} = \sum_{\alpha} \left[-i(\partial_{\mu} \ell_{\alpha,R}^T)(\sigma^{\mu})^T \ell_{\alpha,R}^* - \frac{g_1 Y}{2} B_{\mu} \ell_{\alpha,R}^T (\sigma^{\mu})^T \ell_{\alpha,R}^* \right] \quad (2.62)$$

Transponiendo este resultado

$$\sum_{\alpha} \left[i\ell_{\alpha,R}^{\dagger} \sigma^{\mu} (\partial_{\mu} \ell_{\alpha,R}) + \frac{g_1 Y}{2} B_{\mu} \ell_{\alpha,R}^{\dagger} \sigma^{\mu} \ell_{\alpha,R} \right] = \sum_{\alpha} \ell_{\alpha,R}^{\dagger} i\sigma^{\mu} \left[\partial_{\mu} \mathbb{1} - i\frac{g_1 Y}{2} B_{\mu} \mathbb{1} \right] \ell_{\alpha,R}, \quad (2.63)$$

hemos recuperado l .

2.4.2. Violación CP en el MEE

Regresemos nuestra atención a los términos que contienen la matriz CKM (Cabibbo–Kobayashi–Maskawa), κ , en el sector de las Corrientes (2.59)

$$\mathcal{L}_{FC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \sum_{\beta,\gamma} [\kappa_{\beta\gamma} W_{\mu}^{+} \bar{u}_{\beta} \gamma^{\mu} P_L d_{\gamma} + \kappa_{\beta\gamma}^{*} W_{\mu}^{-} \bar{d}_{\gamma} \gamma^{\mu} P_L u_{\beta}], \quad (2.64)$$

con $\beta = u, c, t$ y $\gamma = d, s, b$. Esta matriz acopla quarks de distintos sabores, por esto también suele referirse a ella como *matriz de mezcla de quarks*. Y de hecho, los términos que conforman la expresión (2.64) se conocen como *corrientes cargadas con cambio de sabor*, resumido generalmente por sus siglas en inglés FCCC (*Flavor Changing Charged Currents*).

Como se mencionó previamente, κ es una matriz unitaria de tamaño 3×3 . Los elementos de esta matriz no son determinados dentro de la teoría; de hecho, son parámetros a determinar por la vía experimental. En general, una matriz unitaria de tamaño $n \times n$ es especificada por n^2 parámetros, así que en apariencia tendríamos 9 parámetros que deberían ser medidos experimentalmente. Sin embargo, cinco de estos parámetros pueden ser absorbidos por los campos de quarks. Al rotar las fases complejas de los campos u y d es posible reducir el número de parámetros independientes [13]

$$n^2 \rightarrow n^2 - (2n - 1) = (n - 1)^2. \quad (2.65)$$

Para $n = 3$, tenemos cuatro parámetros independientes que parametrizamos por medio de tres ángulos $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ y una fase δ . La matriz CKM puede ser escrita como

$$\kappa = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 c_1 & c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 c_1 & s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (2.66)$$

donde $s_i = \sin\theta_i$ y $c_i = \cos\theta_i$ ($i = 1, 2, 3$). Por lo tanto, las FCCC tienen un acoplamiento complejo debido a la fase δ que aparece en la matriz CKM.

La discusión a continuación consiste en probar que, si la matriz CKM no es completamente real, entonces el MEE no posee simetría CP.

Tal como hicimos en la sección anterior para l , los términos en (2.64) pueden ser escritos como

$$l_{FC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \sum_{\beta,\gamma} [\kappa_{\beta\gamma} W_{\mu}^{+} u_{\beta,L}^{\dagger} \tilde{\sigma}^{\mu} d_{\gamma,L} + \kappa_{\beta\gamma}^{*} W_{\mu}^{-} d_{\gamma,L}^{\dagger} \tilde{\sigma}^{\mu} u_{\beta,L}], \quad (2.67)$$

donde se ha definido $\tilde{\sigma}^{\mu} = (\sigma^0 \quad -\sigma^1 \quad -\sigma^2 \quad -\sigma^3)$. Reemplazando los campos por sus transformaciones bajo CP, tenemos

$$l_{FC}^{CP} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \sum_{\beta,\gamma} [-\kappa_{\beta\gamma} W_{\mu}^{-} u_{\beta,L}^T (\tilde{\sigma}^{\mu})^T d_{\gamma,L}^{*} - \kappa_{\beta\gamma}^{*} W_{\mu}^{+} d_{\gamma,L}^T (\tilde{\sigma}^{\mu})^T u_{\beta,L}^{*}]. \quad (2.68)$$

Al aplicar transposición a l_{FC}^{CP} , se introduce un signo menos debido a la anticonmutación de los campos fermiónicos, obteniendo

$$l_{FC}^{CP} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \sum_{\beta, \gamma} [\kappa_{\beta\gamma} W_{\mu}^{-} d_{\gamma, L}^{\dagger} \tilde{\sigma}^{\mu} u_{\beta, L} + \kappa_{\beta\gamma}^{*} W_{\mu}^{+} u_{\beta, L}^{\dagger} \tilde{\sigma}^{\mu} d_{\gamma, L}], \quad (2.69)$$

que es precisamente idéntica a la expresión en (2.67) si y sólo si $\kappa_{\beta\gamma}$ es real para todos los índices β y γ .

La violación CP fue observada por primera vez en 1964 en el decaimiento de los mesones neutrales K . Los estados definidos, en términos de quarks, son $K^0(d\bar{s})$ y $\bar{K}^0(\bar{d}s)$. Estos mesones se producen fácilmente por la interacción fuerte. Sin la interacción débil, los mesones K^0 y $\bar{K}^0$ tendrían masas iguales y serían estables. La interacción débil es, por tanto, responsable de su inestabilidad y la violación CP se hace manifiesta en las diferencias entre las tasas de decaimiento de los procesos $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ y $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. Esta diferencia ocurre, sobre todo, en perturbaciones a segundo orden en teoría de interacción débil, y es un fenómeno conocido como violación CP directa.

Capítulo 3

Vértices Trilineales de Bosones de Norma Neutros en el contexto de Teorías Efectivas

El Modelo Estándar no predice suficientes efectos de violación CP para explicar la asimetría entre materia y antimateria existente en el Universo. De hecho, una de las condiciones propuestas por Sakharov para explicar la asimetría bariónica está relacionada a tener más fuentes de violación CP . En consecuencia, es necesario encontrar otras fuentes de contribuciones a este fenómeno. Tales efectos pueden surgir de los Acoplamientos de Vértices Trilineales de Bosones de Norma Neutros o TNGBCs, por sus siglas en inglés *Trilinear Neutral Gauge Boson Couplings*, de ahí la importancia en su estudio.

En el SM, las TNGBCs se anulan a nivel de árbol en el ME, o en cualquiera de sus extensiones renormalizables. Por otro lado, estos acoplamientos se generan a nivel de un lazo por un triángulo de fermiones, pero están muy suprimidos incluso en la presencia de una cuarta familia fermiónica [17]. De aquí se sigue que sea conveniente llevar a cabo un estudio de las TNGBCs que sea independiente de algún modelo, usando el método de Lagrangianos Efectivos para parametrizar contribuciones anómalas. En esta aproximación, existen dos esquemas con buenas motivaciones para parametrizar efectos virtuales de física más allá de la escala de Fermi mediante operadores efectivos construidos a partir de los campos del SM: los escenarios desacoplante y no-desacoplante; los cuales, en general, son los dos esquemas bajo los que podemos hablar de Teorías Efectivas de acuerdo con el Teorema de Desacoplamiento.

3.1. Introducción a Teorías Efectivas

En física, es habitual separar los fenómenos a estudiar en dos categorías: *bajas energías* y *altas energías*. Estas etiquetas son altamente subjetivas. Dentro del contexto de la física de partículas, al hablar de *bajas energías* nos referimos a distancias relativamente grandes; mientras que con *altas energías* nos referimos a distancias más cortas. Para cada uno de estos contextos de energía tenemos teorías que, en general, son distintas entre sí. Nos es posible conectar entre sí una teoría de alta energía con una de baja energía; por ejemplo, mediante el rompimiento de simetrías.

En física de partículas, nuestra mejor teoría hasta el momento es el Modelo Estándar. Esta teoría es muy poderosa, pues ha demostrado poseer una increíble precisión al enfrentarse a las pruebas experimentales. Sin embargo, es bien sabido que no es una teoría completa, sabemos que existe física más allá del ME. Debido a esto, se plantean extensiones del Modelo Estándar, también conocidas como *Modelos de Extensión*, los cuales agregan nuevas simetrías y variables dinámicas

CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS

3.1. INTRODUCCIÓN A TEORÍAS EFECTIVAS

al modelo y, en ciertos límites, deben devolvernos al ME original.

Otra forma de añadir correcciones provocadas por una teoría de mayor energía es por medio de las llamadas *Teorías Efectivas*, las cuales son particularmente relevantes en el presente trabajo.

3.1.1. Lagrangianos Efectivos

El objetivo de las Lagrangiana efectivas, o EL (por Effective Lagrangians) es describir la dinámica a bajas energías de los modos ligeros de algún sistema físico. Es decir, en la Lagrangiana efectiva se han removido los modos pesados de una teoría más fundamental. A pesar de que los modos pesados no aparecerán explícitamente en la teoría, sus contribuciones estarán incluidas a través de parámetros de la teoría efectiva. Es decir, los parámetros de la teoría efectiva pueden ser descritos a través de parámetros de la teoría más fundamental.

A pesar de esto, incluso si no conocemos la teoría más fundamental subyacente a nuestra teoría efectiva, las EL puede ser obtenidas de manera fenomenológica, determinando su forma en base a consideraciones de simetría obtenidas de la limitada información que se pueda tener sobre el fenómeno que se desea escribir. Así, los valores de los parámetros se obtendrían ajustándose a resultados experimentales.

Las EL es que suelen ser *no renormalizables*. De un modo simplificado, puede decirse que una Lagrangiana, $\mathcal{L}$, es renormalizable de acuerdo al criterio de unidades de masa

- Si las unidades de masa de $\mathcal{L}$, definida en un espacio-tiempo de 4 dimensiones, es ≤ 4 , entonces $\mathcal{L}$ es renormalizable.
- Por el contrario, si las unidades de algún término de $\mathcal{L}$ tiene unidades > 4 , entonces se dice que $\mathcal{L}$ es no renormalizable.

Es común que en cálculos con diagramas que incluyan lazos se encuentren divergencias que no puedan ser absorbidas por los parámetros de la Lagrangiana ni por renormalización de los campos. Al trabajar con EL, se suelen introducir términos de dimensiones superiores, con sus correspondientes parámetros, para absorber las divergencias. Dichos parámetros, o acoplamientos, deben ser encontrados ya sea de manera experimental, o por una teoría más fundamental.

Cabe mencionar que, a altas energías, las predicciones obtenidas mediante Lagrangianas efectivas suelen entrar en conflicto con la unitariedad. La unitariedad sería recuperada si los modos pesados fueran reintroducidos explícitamente a la teoría, lo cual no siempre es deseable o posible; ya que podemos no conocer la teoría más fundamental o porque los cálculos podrían volverse demasiado complicados. En cualquier caso, existen distintos procesos que pueden restaurar la unitariedad [13].

3.1.2. Expansión a Bajas Energías

Sea una Lagrangiana $\mathcal{L}(\phi, \Phi)$ donde ϕ y Φ se refieren a los modos ligero y pesados, respectivamente. La forma más general de obtener una teoría efectiva a partir de la Lagrangiana se conoce como *integración de modos pesados*. Esta aproximación, en principio, puede realizarse en cualquier caso, pero en la práctica los cálculos pueden volverse demasiado intrincados en casos que sean físicamente interesantes. Sin embargo, como ya se ha mencionado, es posible obtener información acerca de la forma general de la acción efectiva a bajas energía mediante consideraciones de simetría. Es gracias a esto último que las EL se han vuelto una poderosa herramienta fenomenológica de uso frecuente.

Existe otro método general que posibilita encontrar una Lagrangiana efectiva $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ como una expansión en derivadas de los campos ligeros sobre algún parámetro dimensional M . Considerando funciones de Green en el espacio de los momentos, esto corresponde a una expansión en potencias de $\frac{p}{M}$, donde p es algún cuadrimomento externo. Por lo tanto, si estamos interesados en la dinámica a bajas energías de los modos ligeros, este tipo de expansiones ofrece una forma sistemática y útil

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.1. INTRODUCCIÓN A TEORÍAS EFECTIVAS

de obtener una acción efectiva de bajas energías.

Para ilustrar estas ideas, consideremos un modelo simple descrito por la Lagrangiana

$$\mathcal{L}(\phi, \Phi) = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V(\phi) + \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} M^2 \Phi^2 + \frac{\alpha}{2} \phi^2 \Phi^2, \quad (3.1)$$

mediante la cual obtenemos la acción

$$S[\phi, \Phi] = \int dx \mathcal{L}(\phi, \Phi) = S[\phi] + S_\Phi[\phi, \Phi], \quad (3.2)$$

siendo $S[\phi]$ independiente del modo pesado Φ .

En lo consecutivo tomaremos el límite con $M \gg m$ para obtener la expansión en derivadas de la acción efectiva $\Gamma_{\text{eff}}[\phi]$, la cual está definida como

$$e^{i\Gamma_{\text{eff}}[\phi]} = \int d\Phi e^{iS[\phi, \Phi]} = e^{iS[\phi]} \int d\Phi e^{iS_\Phi[\phi, \Phi]}, \quad (3.3)$$

con $\int d\Phi$ una integral sobre configuraciones de campo. Notemos que $\Gamma_{\text{eff}}[\phi]$ sólo depende de los campos ligeros, pero gracias a la integración funcional, incluye los efectos cuánticos generados por el modo pesado Φ .

La integral funcional anterior puede realizarse como una generalización continua de una integral Gaussiana, de donde obtenemos

$$e^{i\Gamma_{\text{eff}}[\phi]} = e^{iS[\phi]} \left(\det \{ \partial_\mu \partial^\mu + M^2 + \alpha + \phi(x) \} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.4)$$

Introducimos el resultado en logaritmos para eliminar las exponenciales y, empleando la fórmula de Jacobi $\log \det \{A\} = \text{Tr} \log \{A\}$, obtenemos

$$\Gamma_{\text{eff}}[\phi] = S[\phi] + \frac{i}{2} \text{Tr} \{ 1 - (\partial_\mu \partial^\mu + M^2)^{-1} \alpha \phi^2 \}. \quad (3.5)$$

Se tiene el desarrollo en serie de potencias para un logaritmo de la forma $\log \{1 - z\} = -\sum_{k=1}^{\infty} z^k / k$. Así, tenemos la acción efectiva

$$\Gamma_{\text{eff}}[\phi] = S[\phi] - \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \text{Tr} \{ (\partial_\mu \partial^\mu + M^2)^{-1} \alpha \phi^2 \}^k, \quad (3.6)$$

donde los términos de la suma se conocen como *efectos de física pesada*.

En general, de una acción efectiva como (3.6), se puede extraer una Lagrangiana efectiva de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_\phi + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\xi_{2l}}{M^{2l}} \phi^2 (\partial^2)^l \phi^2,$$

con ξ_{2l} constantes de acoplamiento proporcionales a α^2 . Cabe aclarar que, aunque $\mathcal{L}_\phi$ es renormalizable, pues sus términos están en unidades de masa con dimensión ≤ 4 , los términos de la suma son no-renormalizables.

Si para una teoría, en el límite $M \rightarrow \infty$, la Lagrangiana efectiva es $\lim_{M \rightarrow \infty} \mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_\phi$, se dice que la teoría pesada es *desacoplante*.

3.1.3. El Teorema de Desacoplamiento

Podemos decir que al hablar de una teoría *desacoplante*, nos referimos a que la física de baja energía es *ciega* ante efectos de la física de alta energía. En una teoría con partículas ligeras y una partícula pesada de masa M ; el teorema puede resumirse a que, bajo ciertas condiciones, los efectos

CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS

3.1. INTRODUCCIÓN A TEORÍAS EFECTIVAS

de la partícula pesada solo aparecen en la física de las partículas ligeras a través de correcciones proporcionales a potencias negativas de M o a través de renormalización.

De forma más precisa, consideremos una teoría con un campo ligero ϕ , de masa m , y un campo pesado Φ , de masa M . Denotemos por

$$\Gamma^{(n)}(g, m, M, \mu; k_1, \dots, k_n),$$

al vértice con n partículas ligeras de cuadrimomento k_i , con g representando las diferentes constantes de acoplamiento del modelo y μ es la escala de renormalización. Este vértice se deriva de la acción clásica $S[\phi, \Phi]$.

Introducimos también la acción $\tilde{S}[\phi]$, que es obtenida de $S[\phi, \Phi]$ al omitir los términos que contienen el campo pesado y reemplazar los parámetros originales m y g por $\tilde{m}$ y $\tilde{g}$, respectivamente. Así, representamos el vértice de n partículas ligeras derivado de $\tilde{S}[\phi]$ por

$$\tilde{\Gamma}^{(n)}(\tilde{g}, \tilde{m}, \mu; k_1, \dots, k_n).$$

Asumiendo que los propagadores, acoplamientos y masas están definidos en un esquema de renormalización independiente de la masa, el enunciado más preciso del Teorema de Desacoplamiento nos dice que, a todos los ordenes de teoría de perturbaciones, $\Gamma^{(n)}(g, m, M, \mu; k_1, \dots, k_n)$ es dado por $\tilde{\Gamma}^{(n)}(\tilde{g}, \tilde{m}, \mu; k_1, \dots, k_n)$ hasta correcciones de orden $1/M$, donde las nuevas constantes de acoplamiento, masa y escala de los campos son ciertas funciones $\tilde{g} = \tilde{g}(g, M, \mu)$, $\tilde{m} = \tilde{m}(g, m, M, \mu)$ y $Z = Z(g, M, \mu)$. Así, podemos escribir

$$\Gamma^{(n)}(g, m, M, \mu; k_1, \dots, k_n) = Z^{n/2}(g, M, \mu) \tilde{\Gamma}^{(n)}(\tilde{g}(g, M, \mu), \tilde{m}(g, m, M, \mu), \mu; k_1, \dots, k_n) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{M}\right) \quad (3.7)$$

donde la forma específica de las funciones antes mencionadas dependerá de los detalles en las prescripciones de renormalización.

La validez del Teorema de Desacoplamiento requiere algunas condiciones sobre la acción original $S[\phi, \Phi]$. En particular, la acción original debe ser renormalizable.

Una Teoría Efectiva puede ser estudiada bajo dos esquemas: el escenario *desacoplante* y el escenario *no-desacoplante*. En el escenario desacoplante se asume que el espectro de las partículas ligeras incluye al boson de Higgs físico del ME. Por otra parte, en el escenario no-desacoplante la parametrización de efectos de nueva física surge bajo la suposición de que los bosones de Higgs son modos pesados. En este segundo esquema, el sector escalar se compone solamente de bosones de Goldstone los cuales se transforman de manera no-lineal bajo el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. A pesar de que en el escenario no-desacoplante es posible introducir campos escalares ligeros, estos no serían propiamente bosones de Higgs ya que sus acoplamientos con el resto de partículas no estarían en concordancia con el mecanismo de Higgs. De esta manera, podríamos pensar en el escenario no-desacoplante como parametrizaciones con teorías efectivas de física desconocida que desobedezca el mecanismo de Higgs.

La remarcable concordancia entre el Modelo Estándar y los datos experimentales sugiere que la escala de energía Λ que estaría asociada a interacciones de nueva física debería ser grande comparada con la escala electrodébil $v = 246 \text{ GeV}$. Las técnicas con Lagrangianos efectivos han sido ampliamente utilizadas para inferir la existencia de nuevas partículas tan pesadas como la escala Λ a través de sus efectos virtuales. Debido al Teorema de Desacoplamiento, sabemos que los efectos de los modos pesados no afectarían de manera dramática los procesos de bajas energías; sin embargo, cualquier nuevo efecto, a pesar de qué tan pequeño sea, puede tener resultados significativos sobre los acoplamientos que están ausentes o altamente suprimidos en el ME. Los acoplamientos entre bosones de norma electrodébiles constituyen, de hecho, cantidades sensibles para sondear interacciones no consideradas en el Modelo Estándar.

3.2. Acoplamientos Trilineales de Bosones de Norma Neutros

En las teorías fenomenológicas, las densidades Lagrangianas no poseen simplemente estructuras arbitrarias de los campos. Los campos se transforman de formas bien definidas bajo algún grupo de simetría interno, y la Lagrangiana consiste de alguna parte invariante bajo este grupo y un sector de rompimiento de simetría. Así, aunque podamos no conocer la estructura de física más allá del Modelo Estándar que induzca TNGBCs, sabemos que los efectos a baja energía de una teoría completa a mayor energía pueden estudiarse a través de una Lagrangiana Efectiva.

Se puede comenzar el estudio de TNGBCs con una lista de los operadores efectivos que inducen estos acoplamientos al orden más bajo en ambas realizaciones (desacoplante y no desacoplante) de la simetría de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$. No todos los operadores que pueden ser construidos respetando las simetrías de Lorentz y electrodébil son independientes, dado que existe cierta clase de transformaciones generales que permite eliminar algunos de ellos sin afectar a los elementos de la matriz S [18]. Al clasificar estos operadores, se encuentran algunos que contienen derivadas a mayor orden y cuya estructura covariante recuerda a ecuaciones de movimiento conocidas, también existen operadores cuyos términos son proporcionales a la parte escalar del bosón Z. Se ha probado en la literatura que ambos tipos de estructuras pueden ser eliminadas en favor de otros operadores ya presentes en el lagrangiano efectivo [19] (dicho procedimiento es válido únicamente a primer orden de los parámetros efectivos desconocidos de la teoría, tal como cualquier lagrangiano efectivo se asume que describa los efectos de física bien comportada en esta aproximación). En consecuencia, después de llevar a cabo dicha transformación, las ecuaciones de movimiento pueden ser utilizadas para eliminar cualquier estructura redundante, expresando los operadores respectivos en términos de otros. Todo este proceso no afecta a los elementos de la matriz S. Para presentar todos los operadores independientes, se clasificarán de acuerdo al siguiente criterio: aquellos que no se pueden reducir valiéndose de las ecuaciones de movimiento (irreducibles) y el resto (reducibles). Para efectos de este estudio, nos centraremos únicamente en los casos con operadores irreducibles.

3.2.1. Operadores Invariantes de Norma

El objetivo inicial de esta sección es construir una base de operadores independientes para cierto número de dimensiones. Para esto hay que considerar algunos aspectos relacionados a la independencia de la matriz S bajo transformaciones que la dejen invariante, como lo que se mencionó previamente. Las consideraciones de estas transformaciones nos permitirán catalogar los operadores que induzcan TNGBCs como reducibles o irreducibles.

Cualquier invariante de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ que involucre solo campos bosónicos pueden construirse a través de las estructuras covariantes $B_{\mu\nu}$, $\mathbf{W}_{\mu\nu} = 1/2 \sigma^i W_{\mu\nu}^i$, Φ y $D_\mu \Phi$, con la derivada covariante definida como

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \mathbf{W}_\mu - ig' B_\mu,$$

y Φ el doblete de Higgs. Empleando estas estructuras básicas, podemos construir operadores invariantes de $SU(2)_L \times U(1)_Y$, covariantes de Lorentz, de dimensión dos hasta cinco que se muestran a continuación [15]

$$B_{\mu\nu}, \Phi^\dagger \Phi, \Phi^\dagger D_\mu \Phi, \Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} \Phi, B_{\mu\nu} B^{\lambda\rho}, \text{Tr} [\mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\lambda\rho}], \Phi^\dagger (D_\mu D_\nu + D_\nu D_\mu) \Phi, \Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi. \quad (3.8)$$

Es de destacar que a partir de esta colección de operadores, podríamos generar un conjunto más al operar cada una de las expresiones listadas con una derivada ordinaria. Cualquier operador bosónico no-renormalizable puede construirse si se eligen las combinaciones apropiadas de estas estructuras para crear escalares de Lorentz.

En principio, las combinaciones que pueden dar lugar a TNGBCs pueden involucrar los 4-vectores A_μ y Z_μ junto con los tensores antisimétricos $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ y $Z_{\mu\nu}$. Debido a simetría de norma $U(1)_{\text{em}}$, el campo electromagnético puede aparecer únicamente como A_μ a través de la

CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS

3.2. ACOPLAMIENTOS TRILINEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS

derivada covariante correspondiente operando sobre campos cargados. Por lo tanto, el fotón debe aparecer en cualquier término que contenga al campo tensorial $F_{\mu\nu}$. Debido a la antisimetría de $F_{\mu\nu}$ y $Z_{\mu\nu}$, no es posible generar TNGBCs utilizando únicamente estas estructuras, sería necesario tener a nuestra disposición 3 tensores antisimétricos. De aquí se sigue la ausencia del vértice $\gamma\gamma\gamma$ en este esquema invariante de norma.

En el escenario lineal, el mecanismo de Higgs juega un rol especial, pues la presencia del Higgs aumenta la dimensión a la que podemos generar los operadores que nos interesan, en comparación con el caso no lineal en que este campo está ausente. En el escenario desacoplante, tenemos que las TNGBCs se generan por medio de operadores de dimensión ocho.

Operadores CP-impares

Iniciamos por los operadores impares bajo una transformación CP, de acuerdo con las leyes de transformación en [9]. Estos operadores tienen la forma general $\mathcal{O}_i \partial^\rho \mathcal{O}_j$, con $\mathcal{O}_i$ una de las estructuras invariantes bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ listadas en la ecuación (3.8).

$$\mathcal{O}_{\text{WW}1} = i2\partial^\lambda (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) \text{Tr} [\mathbf{W}^{\mu\nu} \mathbf{W}_{\lambda\nu}] + h.c., \quad (3.9)$$

$$\mathcal{O}_{\text{WB}1} = i (\Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi) \partial^\lambda B^{\mu\nu} + h.c., \quad (3.10)$$

$$\mathcal{O}_{\text{WB}2} = i (\Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi) \partial^\mu B^{\lambda\nu} + h.c., \quad (3.11)$$

$$\mathcal{O}_{\text{BB}1} = i (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) B_{\lambda\nu} \partial^\lambda B^{\mu\nu} + h.c., \quad (3.12)$$

Además de los operadores listados, es inmediato construir otros adicionales que sean de la forma $(\partial^\rho \mathcal{O}_i) \mathcal{O}_j$, que también se categorizarían como irreducibles. Sin embargo, no son independientes, pues se relacionan a los operadores originales a través de términos de superficie.

Ahora, comentemos qué sucede con los operadores previamente listados después del rompimiento espontáneo de simetría (SSB). Después de descomponer los operadores en términos de los campos eigenestados de masa, de la forma como se discutió en el capítulo anterior, obtenemos estructuras de Lorentz correspondientes con TNGBCs y debemos identificar cuáles son independientes, pues varias de ellas se relacionan entre sí a través de términos de superficie o de algunas manipulaciones de sus índices de Lorentz. Por una parte, el cuadri-vector Z_μ emerge del término $(\Phi^\dagger D_\mu \Phi)$. Mientras que los tensores antisimétricos $F_{\mu\nu}$ y $Z_{\mu\nu}$ aparecen a través de las relaciones

$$B_{\mu\nu} = c_w F_{\mu\nu} - s_w Z_{\mu\nu},$$

$$W_{\mu\nu}^3 = s_w F_{\mu\nu} + c_w Z_{\mu\nu} + ig (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-),$$

con $s_w = \sin\theta_w$, $c_w = \cos\theta_w$, y θ_w el ángulo de mezcla débil. Los acoplamientos ZZZ , $ZZ\gamma$ y $Z\gamma\gamma$ pueden ser descritos a través de las siguientes estructuras de Lorentz

$$\mathcal{L}_{ZZZ}^{CP\text{-odd}} = f_1^{ZZZ} Z_\lambda Z_{\mu\nu} \partial^\lambda Z^{\mu\nu} + f_2^{ZZZ} Z_{\mu\nu} Z^{\lambda\nu} \partial_\lambda Z^\mu, \quad (3.13)$$

$$\mathcal{L}_{ZZ\gamma}^{CP\text{-odd}} = f_1^{ZZ\gamma} Z^{\mu\nu} F_{\lambda\nu} \partial^\lambda Z_\mu + f_2^{ZZ\gamma} Z_\lambda Z_{\mu\nu} \partial^\lambda F^{\mu\nu} + f_3^{ZZ\gamma} Z_\lambda F_{\mu\nu} \partial^\lambda Z^{\mu\nu}, \quad (3.14)$$

$$\mathcal{L}_{Z\gamma\gamma}^{CP\text{-odd}} = f_1^{Z\gamma\gamma} F^{\mu\nu} F_{\lambda\nu} \partial^\lambda Z_\mu + f_2^{Z\gamma\gamma} Z_\lambda F_{\mu\nu} \partial^\lambda F^{\mu\nu}, \quad (3.15)$$

las definiciones de los coeficientes f_i^{ZVV} , $V = Z, \gamma$, están descritas en [15], pero en general dependen de c_w , s_w y de una cantidad ϵ_i que definimos como $\epsilon_i = (m_Z/\Lambda)^4 \alpha_i$, α_i un coeficiente arbitrario asociado a cada operador en este esquema de Lagrangiana Efectiva.

Considerando el caso más general con los tres bosones fuera de capa de masa, y tomando los momentos de los tres bosones como entrantes, las partes CP-impares de las funciones vértice se enlistan a continuación.

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.2. ACOPLAMIENTOS TRILINEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS

Vértice $Z_{\alpha_1}(k_1)Z_{\alpha_2}(k_2)Z_{\alpha_3}(k)$:

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{ZZZ}(k_1, k_2, k) = \sum_{i=1}^2 f_i^{ZZZ} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{i-ZZZ}(k_1, k_2, k), \quad (3.16)$$

con

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{1-ZZZ}(k_1, k_2, k) &= 2k_{1\alpha_1}(k_{2\alpha_3}k_{\alpha_2} - k_2 \cdot k g_{\alpha_2\alpha_3}) \\ &+ 2k_{2\alpha_2}(k_{1\alpha_3}k_{\alpha_1} - k_1 \cdot k g_{\alpha_3\alpha_1}) + 2k_{\alpha_3}(k_{1\alpha_3}k_{2\alpha_1} - k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_1\alpha_2}), \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{1-ZZZ}(k_1, k_2, k) &= k_{1\alpha_2}(k_2 \cdot k g_{\alpha_1\alpha_3} - k_{\alpha_1}k_{2\alpha_3}) + k_{1\alpha_3}(k_2 \cdot k g_{\alpha_1\alpha_2} - k_{2\alpha_1}k_{\alpha_2}) \\ &+ k_{2\alpha_1}(k_1 \cdot k g_{\alpha_2\alpha_3} - k_{1\alpha_3}k_{3\alpha_2}) + k_{2\alpha_3}(k_1 \cdot k g_{\alpha_1\alpha_2} - k_{\alpha_1}k_{1\alpha_2}) \\ &+ k_{3\alpha_1}(k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_2\alpha_3} - k_{1\alpha_2}k_{2\alpha_3}) + k_{\alpha_2}(k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_2\alpha_3} - k_{1\alpha_3}k_{2\alpha_1}). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Vértice $Z_{\alpha_1}(k_1)Z_{\alpha_2}(k_2)A_{\alpha}(k)$:

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = \sum_{i=1}^3 f_i^{ZZ\gamma} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{i-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k), \quad (3.19)$$

con

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{1-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{1\alpha_2}(k_2 \cdot k g_{\alpha_1\alpha} - k_{2\alpha}k_{\alpha_1}) + k_{2\alpha_1}(k_1 \cdot k g_{\alpha_2\alpha} - k_{1\alpha}k_{\alpha_2}), \quad (3.20)$$

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{2-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{\alpha_1}(k_2 \cdot k g_{\alpha_2\alpha} - k_{2\alpha}k_{\alpha_2}) + k_{\alpha_2}(k_1 \cdot k g_{\alpha_1\alpha} - k_{1\alpha}k_{\alpha_1}), \quad (3.21)$$

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{3-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{1\alpha_2}(k_1 \cdot k g_{\alpha_1\alpha} - k_{1\alpha}k_{\alpha_1}) + k_{2\alpha_1}(k_2 \cdot k g_{\alpha_2\alpha} - k_{2\alpha}k_{\alpha_2}). \quad (3.22)$$

Vértice $A_{\alpha_1}(k_1)A_{\alpha_2}(k_2)Z_{\alpha}(k)$:

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = \sum_{i=1}^2 f_i^{Z\gamma\gamma} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{i-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k), \quad (3.23)$$

con

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{1-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) &= k_1 \cdot k (k_{2\alpha}g_{\alpha_1\alpha_2} - k_{2\alpha_1}g_{\alpha_2\alpha}) + k_2 \cdot k (k_{1\alpha}g_{\alpha_1\alpha_2} - k_{1\alpha_2}g_{\alpha_1\alpha}) \\ &+ k_{\alpha_1}(k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_2\alpha} - k_{1\alpha_2}k_{2\alpha}) + k_{\alpha_2}(k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_1\alpha} - k_{2\alpha_1}k_{1\alpha}), \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{2-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{\alpha}(k_{1\alpha_2}k_{2\alpha_1} - k_1 \cdot k_2 g_{\alpha_1\alpha_2}). \quad (3.25)$$

Operadores CP-pares

Los operadores de este tipo podemos obtenerlos de los operadores CP-impares que acabamos de analizar si reemplazamos en ellos los tensores de intensidad de campo con sus respectivos duales, es decir, $\mathbf{W}_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\mathbf{W}^{\lambda\rho}$, $\bar{B}_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}B^{\lambda\rho}$. Notemos que en los operadores CP-impares, los tensores $\mathbf{W}$ solo están contraídos por uno de sus índices, lo que nos lleva a dos combinaciones independientes utilizando el tensor dual, de manera que obtenemos ahora siete

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.2. ACOPLAMIENTOS TRILINEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS

operadores independientes que son CP-pares

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}W1} = i2\partial^\lambda (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) \text{Tr} \left[\widetilde{\mathbf{W}}^{\mu\nu} \mathbf{W}_{\lambda\nu} \right] + h.c., \quad (3.26)$$

$$\mathcal{O}_{W\widetilde{W}1} = i2\partial^\lambda (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) \text{Tr} \left[\mathbf{W}^{\mu\nu} \widetilde{\mathbf{W}}_{\lambda\nu} \right] + h.c., \quad (3.27)$$

$$\mathcal{O}_{W\widetilde{B}1} = i (\Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi) \partial^\lambda \widetilde{B}^{\mu\nu} + h.c., \quad (3.28)$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}B2} = i (\Phi^\dagger \widetilde{\mathbf{W}}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi) \partial^\mu B^{\lambda\nu} + h.c., \quad (3.29)$$

$$\mathcal{O}_{W\widetilde{B}2} = i (\Phi^\dagger \mathbf{W}_{\mu\nu} D_\lambda \Phi) \partial^\mu \widetilde{B}^{\lambda\nu} + h.c., \quad (3.30)$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}B1} = i (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) \widetilde{B}_{\lambda\nu} \partial^\lambda B^{\mu\nu} + h.c., \quad (3.31)$$

$$\mathcal{O}_{B\widetilde{B}1} = i (\Phi^\dagger D_\mu \Phi) B_{\lambda\nu} \partial^\lambda \widetilde{B}^{\mu\nu} + h.c. \quad (3.32)$$

A partir de estos operadores, se encuentra que los acoplamientos ZZZ , $ZZ\gamma$ y $Z\gamma\gamma$ están caracterizados por las siguientes estructuras independientes de Lorentz

$$\mathcal{L}_{ZZZ}^{CP-even} = g_1^{ZZZ} Z_\lambda Z_{\mu\nu} \partial^\lambda \widetilde{Z}^{\mu\nu} + g_2^{ZZZ} Z_\lambda Z_{\mu\nu} \partial^\mu \widetilde{Z}^{\lambda\nu}, \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZZ\gamma}^{CP-even} = & g_1^{ZZ\gamma} \widetilde{F}_{\mu\nu} Z^{\lambda\nu} \partial_\lambda Z^\mu + g_2^{ZZ\gamma} \widetilde{Z}_{\mu\nu} F^{\lambda\nu} \partial_\lambda Z^\mu + \\ & g_3^{ZZ\gamma} \widetilde{Z}_{\lambda\nu} F^{\mu\nu} \partial^\lambda Z_\mu + g_4^{ZZ\gamma} Z^\lambda F^{\mu\nu} \partial_\mu \widetilde{Z}_{\lambda\nu} + g_5^{ZZ\gamma} Z^\lambda Z^{\mu\nu} \partial_\mu \widetilde{F}_{\lambda\nu}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\mathcal{L}_{Z\gamma\gamma}^{CP-even} = g_1^{Z\gamma\gamma} \partial_\lambda Z^\mu \widetilde{F}_{\mu\nu} F^{\lambda\nu} + g_2^{Z\gamma\gamma} \partial_\lambda Z^\mu \widetilde{F}^{\lambda\nu} F_{\mu\nu} + g_3^{Z\gamma\gamma} Z_\lambda F_{\mu\nu} \partial^\mu \widetilde{F}^{\lambda\nu}. \quad (3.35)$$

De nuevo, las definiciones de los coeficientes g_i^{ZVV} , $V = Z, \gamma$, están descritas en [15]. En general, al igual que los coeficientes del caso CP-impar, dependen de c_w , s_w y ϵ_i . Siguiendo las mismas convenciones establecidas previamente, veamos las secciones CP-pares de las funciones vértice

Vértice $Z_{\alpha_1}(k_1)Z_{\alpha_2}(k_2)Z_{\alpha_3}(k_3)$:

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{ZZZ}(k_1, k_2, k_3) = \sum_{i=1}^2 g_i^{ZZZ} \widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{i-ZZZ}(k_1, k_2, k_3), \quad (3.36)$$

con

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{1-ZZZ}(k_1, k_2, k_3) = k_{1\alpha_1} \epsilon_{\alpha_2\alpha_3\mu\nu} k_2^\mu k_3^\nu + k_{2\alpha_2} \epsilon_{\alpha_1\alpha_3\mu\nu} k_1^\mu k_3^\nu + k_{3\alpha_3} \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{2-ZZZ}(k_1, k_2, k_3) = & -\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{1-ZZZ}(k_1, k_2, k_3) + k_1 \cdot k_2 \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\mu} (k_1 - k_2)^\mu \\ & + k_1 \cdot k_3 \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\mu} (k_3 - k_1)^\mu + k_2 \cdot k_3 \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\mu} (k_2 - k_3)^\mu. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Vértice $Z_{\alpha_1}(k_1)Z_{\alpha_2}(k_2)A_\alpha(k)$:

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = \sum_{i=1}^5 g_i^{ZZ\gamma} \widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{i-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k), \quad (3.39)$$

con

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{1-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{1\alpha_2} \epsilon_{\alpha\alpha_1\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu - k_{2\alpha_1} \epsilon_{\alpha\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.40)$$

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{2-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_1 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_2^\mu - k_2 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_1^\mu - k_\alpha \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.41)$$

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{3-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{\alpha_2} \epsilon_{\alpha\alpha_1\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu - k_{\alpha_1} \epsilon_{\alpha\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.42)$$

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{4-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_2 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_2^\mu - k_1 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_1^\mu - k_\alpha \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.43)$$

$$\widetilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{5-ZZ\gamma}(k_1, k_2, k) = k_{\alpha_2} \epsilon_{\alpha\alpha_1\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu - k_{\alpha_1} \epsilon_{\alpha\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu + k \cdot (k_1 - k_2) \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k^\mu. \quad (3.44)$$

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.3. TNGBCS EN EL FORMALISMO DE $U(1)_{\text{EM}}$

Vértice $A_{\alpha_1}(k_1)A_{\alpha_2}(k_2)Z_{\alpha}(k)$:

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = \sum_{i=1}^3 g_i^{Z\gamma\gamma} \tilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{i-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k), \quad (3.45)$$

con

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{1-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = k_2 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_1^\mu - k_1 \cdot k \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\alpha\mu} k_2^\mu + k_{\alpha_2} \epsilon_{\alpha\alpha_1\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu - k_{\alpha_1} \epsilon_{\alpha\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.46)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{2-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = -k_{\alpha} \epsilon_{\alpha_1\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu, \quad (3.47)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha_1\alpha_2\alpha}^{3-Z\gamma\gamma}(k_1, k_2, k) = k_1 \cdot k_2 \epsilon_{\alpha\alpha_1\alpha_2\mu} (k_1 - k_2)^\mu + k_{1\alpha_2} \epsilon_{\alpha\alpha_1\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu - k_{2\alpha_1} \epsilon_{\alpha\alpha_2\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu. \quad (3.48)$$

Notemos que, tanto para las partes CP-pares como CP-impares de las funciones vértice, estas se anulan considerando las 3 partículas en capa de masa. Además, todas son simétricas bajo el intercambio de partículas idénticas, de acuerdo con la simetría de Bose.

3.3. TNGBCs en el formalismo de $U(1)_{\text{em}}$

En la literatura, también se suelen parametrizar los efectos de nueva física inducidos por TNGBCs mediante ciertas estructuras derivadas de la invariancia bajo el grupo de norma $U(1)_{\text{em}}$, covariancia de Lorentz y simetría de Bose. Esto corresponde al llamado *marco* de $U(1)_{\text{em}}$ [20]. Los coeficientes que acompañan a dichas estructuras de Lorentz se toman como factores de forma, los cuales en realidad constan de nuestra ignorancia acerca de la dinámica subyacente a los TNGBCs. En general, estos factores de forma dependen de los momentos al cuadrado de las partículas involucradas. Además, dado que la dependencia de los factores de forma respecto a los momentos al cuadrado es desconocida de forma explícita, es necesario hacer suposiciones para describir su comportamiento.

Consideremos el vértice $V_{1\alpha}(q_1)V_{2\beta}(q_2)V_{3\mu}(P)$, con $V_i \equiv \gamma, Z$ y asumiendo condiciones cinemáticas $q_1 + q_2 + P = 0$. Partiendo de la estructura tensorial más general para una función vértice de tres puntos con conservación de CP, la cual podemos escribir como [21]

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2; P) = \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} (\mathcal{A}_1 q_1^\eta + \mathcal{A}_2 q_2^\eta) + \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{A}_3 q_{1\mu} + \mathcal{A}_4 q_{2\mu}) \\ + \epsilon_{\alpha\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{A}_5 q_{1\beta} + \mathcal{A}_6 q_{2\beta}) + \epsilon_{\beta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{A}_7 q_{1\alpha} + \mathcal{A}_8 q_{2\alpha}), \quad (3.49)$$

con $\mathcal{A}_i \equiv \mathcal{A}_i(q_1, q_2)$. Nos es posible eliminar algunos términos considerando la inexistencia de un tensor de quinto rango que sea totalmente antisimétrico, resultado conocido como identidad de Schouten. De manera que se elige eliminar los factores de forma $\mathcal{A}_5$ y $\mathcal{A}_8$.

Por otro lado, por simetría de Bose, la función vértice (3.49) debe permanecer invariante bajo el cambio $q_1 \leftrightarrow q_2$, $\alpha \leftrightarrow \beta$. De manera que podemos relacionar por pares los factores de forma,

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{\text{Bose}}(q_1, q_2; P) = \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} (\mathcal{B}_1 q_1^\eta - \bar{\mathcal{B}}_1 q_2^\eta) \\ + \epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_2 q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta - \bar{\mathcal{B}}_2 \delta_\beta^\theta q_{1\alpha}) + \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_3 q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu}), \quad (3.50)$$

donde $\mathcal{B}_i \equiv \mathcal{B}_i(q_1, q_2)$ y $\bar{\mathcal{B}}_i \equiv \mathcal{B}_i(q_2, q_1)$. Es de notar que debido a invariancia de norma podremos eliminar algunos parámetros más al considerar casos más concretos de los bosones de norma V_1 , V_2 y V_3 .

Se comprueba fácilmente simetría de Bose en la ecuación (3.50), lo cual se muestra a continuación término a término

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} (\mathcal{B}_1 q_1^\eta - \bar{\mathcal{B}}_1 q_2^\eta) \rightarrow \epsilon_{\beta\alpha\mu\eta} (\bar{\mathcal{B}}_1 q_2^\eta - \mathcal{B}_1 q_1^\eta) \\ & = -\epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} (\bar{\mathcal{B}}_1 q_2^\eta - \mathcal{B}_1 q_1^\eta) = \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} (\mathcal{B}_1 q_1^\eta - \bar{\mathcal{B}}_1 q_2^\eta) \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.3. TNGBCS EN EL FORMALISMO DE $U(1)_{\text{EM}}$

$$\begin{aligned}
& \blacksquare \epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_2 q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta - \bar{\mathcal{B}}_2 \delta_\beta^\theta q_{1\alpha}) \rightarrow \epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_2^\rho q_1^\eta (\bar{\mathcal{B}}_2 q_{1\alpha} \delta_\beta^\theta - \mathcal{B}_2 \delta_\alpha^\theta q_{2\beta}) \quad , \\
& \quad = \epsilon_{\theta\mu\eta\rho} q_1^\rho q_2^\eta (\bar{\mathcal{B}}_2 \delta_\beta^\theta q_{1\alpha} - \mathcal{B}_2 q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta) = -\epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\bar{\mathcal{B}}_2 \delta_\beta^\theta q_{1\alpha} - \mathcal{B}_2 q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta) \\
& \quad = \epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_2 q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta - \bar{\mathcal{B}}_2 \delta_\beta^\theta q_{1\alpha}) \\
& \blacksquare \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_3 q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu}) \rightarrow \epsilon_{\beta\alpha\rho\eta} q_2^\rho q_1^\eta (\bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu} + \mathcal{B}_3 q_{1\mu}) \quad . \\
& \quad = -\epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_3 q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu}) = -\epsilon_{\alpha\beta\eta\rho} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_3 q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu}) \\
& \quad = \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta (\mathcal{B}_3 q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 q_{2\mu})
\end{aligned}$$

Como un ejemplo concreto, a partir de la ecuación (3.50), estudiemos qué ocurre para el vértice $ZZ\gamma$ de manera ilustrativa.

La condición de invariancia de norma está dada por la siguiente identidad de Ward

$$P^\mu \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{ZZ\gamma} = 0. \quad (3.51)$$

Veamos qué resultados obtenemos a partir de la condición (3.51)

$$\begin{aligned}
0 = \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} [\mathcal{B}_1 (q_1 + q_2)^\mu q_1^\eta - \bar{\mathcal{B}}_1 (q_1 + q_2)^\mu q_2^\eta] \\
+ \epsilon_{\theta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta [\mathcal{B}_2 (q_1 + q_2)^\mu q_{2\beta} \delta_\alpha^\theta - \bar{\mathcal{B}}_2 (q_1 + q_2)^\mu \delta_\beta^\theta q_{1\alpha}] \\
+ \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta [\mathcal{B}_3 (q_1 + q_2)^\mu q_{1\mu} + \bar{\mathcal{B}}_3 (q_1 + q_2)^\mu q_{2\mu}].
\end{aligned}$$

Los términos con $\mathcal{B}_2$ y $\bar{\mathcal{B}}_2$, así como la mitad de los términos con $\mathcal{B}_1$ y $\bar{\mathcal{B}}_1$, se eliminan debido a la antisimetría del tensor de Levi-Civita $\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho}$. Así, tenemos

$$0 = \epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} [\mathcal{B}_1 q_2^\mu q_1^\eta - \bar{\mathcal{B}}_1 q_1^\mu q_2^\eta] + \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta [\mathcal{B}_3 q_1 \cdot (q_1 + q_2) + \bar{\mathcal{B}}_3 q_2 \cdot (q_1 + q_2)].$$

Trabajando sobre los índices de Lorentz y renombrando algunos de ellos, llegamos a

$$0 = \epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} p_1^\rho p_2^\eta [-\mathcal{B}_1 - \bar{\mathcal{B}}_1 + \mathcal{B}_3 q_1 \cdot (q_1 + q_2) + \bar{\mathcal{B}}_3 q_2 \cdot (q_1 + q_2)], \quad (3.52)$$

o bien, debido a que $\epsilon_{\alpha\beta\rho\eta} p_1^\rho p_2^\eta$ no puede ser exactamente cero a menos que p_1^μ o p_2^μ sean nulos (caso que carecería de sentido considerar en nuestra discusión), tenemos

$$\mathcal{B}_1 + \bar{\mathcal{B}}_1 - \mathcal{B}_3 (q_1^2 + q_1 \cdot q_2) - \bar{\mathcal{B}}_3 (q_2^2 + q_1 \cdot q_2) = 0. \quad (3.53)$$

Asumiendo el fotón en capa de masa, $q_2^2 = -q_1^2$, esto se reduce a

$$\mathcal{B}_1 + \bar{\mathcal{B}}_1 = (\mathcal{B}_3 - \bar{\mathcal{B}}_3) (q_1^2 + q_1 \cdot q_2).$$

Definimos

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_{1A} &= \frac{\mathcal{B}_1 - \bar{\mathcal{B}}_1}{2}, \quad \mathcal{B}_{3A} = \frac{\mathcal{B}_3 - \bar{\mathcal{B}}_3}{2}, \\
\mathcal{B}_{1S} &= \frac{\mathcal{B}_1 + \bar{\mathcal{B}}_1}{2}.
\end{aligned}$$

Entonces tenemos la función vértice de la siguiente forma

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{ZZ^*\gamma}(q_1, q_2, P) = -\epsilon_{\alpha\beta\mu\eta} P^\eta \left[\mathcal{B}_{1A} + 2\mathcal{B}_{1S} \frac{q_1^2 + q_2^2}{q_1^2 - q_2^2} \right] + \mathcal{B}_{3A} \epsilon_{\alpha\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta q_{1\beta} + \mathcal{B}_{3A} \epsilon_{\beta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta q_{1\alpha},$$

donde también se ha empleado identidad de Schouten.

Esta última ecuación podemos escribirla como

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{ZZ^*\gamma}(q_1, q_2, P) = i \frac{m_Z^2 - q_2^2}{m_Z^2} \left\{ h_3^Z \epsilon_{\beta\alpha\mu\eta} P^\mu + \frac{h_4^Z}{m_Z^4} [q_{2\alpha} \epsilon_{\beta\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta + q_{1\beta} \epsilon_{\alpha\mu\rho\eta} q_1^\rho q_2^\eta] \right\}. \quad (3.54)$$

**CAPÍTULO 3. VÉRTICES TRILIEALES DE BOSONES DE NORMA NEUTROS
EN EL CONTEXTO DE TEORÍAS EFECTIVAS**
3.3. TNGBCS EN EL FORMALISMO DE $U(1)_{\text{EM}}$

Hasta ahora hemos considerado solo la parte CP-par, pero bajo este mismo esquema obtenemos en general las siguientes estructuras de Lorentz que inducen TNGBCs con uno solo de los bosones fuera de capa de masa [14]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZV^*\gamma} = \frac{e}{m_Z^2} & \left\{ - [h_1^\gamma (\partial^\alpha F_{\alpha\mu}) + h_1^Z (\partial^\alpha Z_{\alpha\mu})] Z_\beta F^{\mu\beta} \right. \\ & - \frac{1}{m_Z^2} (h_2^\gamma (\partial_\alpha \partial_\beta \partial^\rho F_{\rho\mu}) + h_2^Z [\partial_\alpha \partial_\beta (\partial^2 + m_Z^2) Z_\mu]) Z^\alpha F^{\mu\beta} - [h_3^\gamma (\partial_\beta F^{\beta\mu}) + h_3^Z (\partial_\beta Z^{\beta\mu})] Z^\alpha \tilde{F}_{\mu\alpha} \\ & \left. + \frac{1}{2m_Z^2} (h_4 (\partial^2 \partial^\beta F^{\mu\alpha}) + h_4^Z [(\partial^2 + m_Z^2) \partial^\beta Z^{\mu\alpha}]) Z_\beta \tilde{F}_{\mu\alpha} \right\}, \quad (3.55) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{ZZV^*} = \frac{e}{m_Z^2} \left(- [f_4^\gamma (\partial_\mu F^{\mu\beta}) + f_4^Z (\partial_\mu Z^{\mu\beta})] Z_\alpha (\partial^\alpha Z_\beta) + [f_5^\gamma (\partial^\alpha F_{\alpha\mu}) + f_5^Z (\partial^\alpha Z_{\alpha\mu})] \tilde{Z}^{\mu\beta} Z_\beta \right), \quad (3.56)$$

con $\tilde{V}_{\mu\nu}$ los tensores duales que se habían definido previamente. Los operadores asociados con $h_{2,4}^V$ tienen dimensión ocho, mientras que el resto son operadores de dimensión 6. Los factores de forma $h_{1,2}^V$ y f_4^V son CP- impares, mientras que $h_{3,4}^V$ y f_5^V son CP- pares. A partir de este par de Lagrangianas, obtenemos las funciones vértice $ie\Gamma_{ZV_i V_j}^{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2, P)$ para los acoplamientos $ZV^*\gamma$ y ZZV^* que son recurrentes en la literatura [14, 16]

$$\begin{aligned} \Gamma_{ZV^*\gamma}^{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2, P) = i \frac{q_2^2 - m_V^2}{m_Z^2} & \left\{ h_1^V (P^\beta g^{\alpha\mu} - P^\alpha g^{\beta\mu}) \right. \\ & \left. + \frac{h_2^V}{m_Z^2} q_2^\alpha ((P \cdot q_2) g^{\beta\mu} - P^\beta q_2^\beta) - h_3^V \epsilon^{\beta\alpha\mu\rho} q_{2\rho} - \frac{h_4^V}{m_Z^2} q_2^\alpha \epsilon^{\beta\mu\rho\sigma} q_{2\rho} P_\sigma \right\}, \quad (3.57) \end{aligned}$$

$$\Gamma_{ZZV^*}^{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2, P) = i \frac{P^2 - m_V^2}{m_Z^2} (f_4^V (P^\alpha g^{\mu\beta} + P^\beta g^{\mu\alpha}) - f_5^V \epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} (q_1 - q_2)_\rho), \quad (3.58)$$

con m_V la masa del bosón de norma V fuera de capa de masa. El factor $(q_2^2 - m_Z^2)$ es una consecuencia de la simetría de Bose y es, de hecho, donde podemos observar de forma inmediata que las contribuciones de estos vértices se anulan completamente al considerar los tres bosones en capa de masa.

Las cotas reportadas actualmente para los factores de forma f_4^V y f_5^V ($V = Z, \gamma$) fueron obtenidas por la colaboración CMS a una energía de centro de masa de $\sqrt{s} = 13$ TeV [22]:

$$-0,00066 < f_4^Z < 0,0006, \quad (3.59)$$

$$-0,00055 < f_5^Z < 0,00075, \quad (3.60)$$

$$-0,00078 < f_4^\gamma < 0,00071, \quad (3.61)$$

$$-0,00068 < f_5^\gamma < 0,00075. \quad (3.62)$$

Estas cotas coinciden en orden de magnitud con las predicciones del Modelo Estándar para los factores de forma que conservan la simetría CP [20].

Capítulo 4

Violación CP en el vértice $ZZ\gamma$ en la reacción $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$

El objetivo de este capítulo es estudiar la reacción

$$e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z, \quad (4.1)$$

considerando las contribuciones del SM, posteriormente añadiendo contribuciones de vértices efectivos discutidos en el capítulo anterior, obteniendo distribuciones cinemáticas para observables medibles a nivel experimental. Debido al número de diagramas de Feynman involucrados en el cálculo, su realización a mano sería muy extensa. Para obtener los resultados se empleó cálculo numérico por medio de un generador de eventos *Vegas* Monte Carlo con el software CalcHEP [23]. Comenzamos esta sección con una descripción breve del funcionamiento de la rutina *Vegas* Monte Carlo, a continuación se realiza una descripción del cálculo por este método del proceso $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$, se mostrarán gráficas de los resultados para las distribuciones cinemáticas obtenidas y se discutirá brevemente acerca de los resultados y posibles cortes cinemáticos.

Las distribuciones cinemáticas sensibles a efectos de violación de CP que se han encontrado son útiles para hacer un análisis cualitativo de resultados que podrían encontrarse por la vía experimental. El estudio experimental de la dinámica de bosones de norma electrodébiles es (y será en futuros experimentos) una tarea importante en colisionadores de tipo e^+e^- . Los acoplamientos tri-lineales de bosones de norma neutros definen cargas electrodébiles, así como los momentos dipolar magnético y cuadripolar eléctrico de los bosones $W^\pm$ [24]. Cualquier desviación en los valores de los parámetros predichos en el Modelo Estándar, destruiría las cancelaciones de unitariedad de las teorías de norma; y estos efectos se magnificarían al incrementar la energía. En este escenario, la importancia del estudio de la dinámica de TNGBCs en colisionadores lineales ofrece la oportunidad de indagar sobre la ingerencia que tendría en las mediciones los efectos de violación CP.

4.1. Cálculo simbólico en CalcHEP

La conexión entre la teoría y los resultados de distribuciones cinemáticas que serán presentados en este capítulo puede separarse en etapas: Se comienza por construir un modelo, en este caso la teoría efectiva que fue discutida en el capítulo anterior. A partir de la teoría se establecen las reglas de Feynman, que serán utilizadas en los cálculos correspondientes a cada diagrama de Feynman, los cuales representan las contribuciones a la amplitud del proceso que se estudiará y con ellos se determinarán los elementos de la matriz S . Después viene el cálculo de dichos elementos, lo cual está relacionado a la sección eficaz diferencial. Posteriormente, con el paquete de integración Monte Carlo que nos ofrece CalcHEP se realiza el cálculo numérico de la sección eficaz total y se

obtienen los histogramas de distribuciones cinemáticas, que en este caso han arrojado resultados con apreciables evidencias de violación de la simetría CP.

En esta sección discutiremos brevemente algunos conceptos relevantes durante la sesión de cálculo simbólico de CalcHEP, la cual inicia con la introducción del proceso a estudiar y concluye con el cálculo de los elementos de la matriz S mediante los daigramas de Feynman del proceso introducido.

4.1.1. Generación de diagramas de Feynman

A partir de un proceso introducido, el programa CalcHEP genera los diagramas de Feynman que representan las distintas contribuciones. Para efectos de la eficiencia del código generado por el programa, este hace diversas consideraciones al momento de generar los diagramas que intervendrán en el proceso.

CalcHEP produce solamente un diagrama representativo cuando se trata de conjuntos de diagramas que pueden obtenerse al reemplazar partículas salientes idénticas. Esto se debe a que, al inicio, el programa no asigna los momentos a los elementos del diagrama.

En esta etapa, el programa no genera diagramas relacionados a bosones *ghost*. Estos campos se obtienen en el proceso en que el programa eleva al cuadrado las contribuciones de los diagramas. Cada contribución de *diagrama al cuadrado* que contiene bosones de norma dan lugar a diagramas que contengan *ghosts* de Faded-Popov y bosones de Goldstone de acuerdo a las reglas de Feynman. Sean A y B dos diagramas de Feynman construídos por el programa CalcHEP, se calculan las representaciones gráficas de AB^* . Es decir, no se construyen AB^* y BA^* a la vez, sino solo el primero y la contribución al cuadrado se obtiene mediante

$$2\text{Re}(AB^*). \quad (4.2)$$

Cada diagrama al cuadrado que arroja el programa en forma de representación gráfica es una representación de un conjunto de diagramas para los que las partículas físicas son reemplazadas por sus *ghosts* asociados, bosones de Goldstone y/o cualquier otro campo auxiliar en todas las formas que sean permitidas por las reglas de Feynman establecidas para el modelo.

4.1.2. Campos *fanstasma* y la técnica de diagramas al cuadrado para la norma de t'Hooft-Feynman

El propagador para un bosón vectorial masivo en la norma unitaria esta dado por

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m^2}{m^2 - k^2}, \quad (4.3)$$

donde $(g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m^2)$ elimina las polarizaciones que no son físicas, dejando únicamente las polarizaciones que sí lo son. Desafortunadamente, el término $k_\mu k_\nu / m^2$ implica un crecimiento cuadrático de la amplitud a altas energías, lo que, de no cancelarse, derivaría en problemas de violación de unitariedad.

Resolver este problema para los campos vectoriales requiere de teorías de norma cuyas simetrías de norma nos lleven a cancelaciones entre diagramas que causen complicaciones conforme crezca la energía. Sin embargo, para efectos del empleo de un programa numérico como CalcHEP, es importante recordar que los cálculos numéricos poseen precisión finita. Es decir, que si la cancelación es muy grande, a pesar de que pueda ser una cancelación perfecta en la teoría, la aritmética de precisión finita que emplea un programa numérico puede llevar a tener únicamente cancelaciones parciales, por lo que se obtendrían resultados incorrectos. Además, de los cálculos simbólicos se suelen obtener expresiones complicadas al aparecer términos que se cancelen mutuamente.

Por otra parte, como sabemos, podemos aprovechar la ambigüedad en los términos de norma de

CAPÍTULO 4. VIOLACIÓN CP EN EL VÉRTICE $ZZ\gamma$ EN LA REACCIÓN

$$E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$$

4.1. CÁLCULO SIMBÓLICO EN CALCHEP

las reglas de Feynman para las teorías de norma. Así, podemos cambiar a la norma de t'Hooft-Feynman, donde el propagador para partículas vectoriales toma la forma

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \frac{g_{\mu\nu}}{m^2 - k^2}, \quad (4.4)$$

donde el término que causaba las complicaciones, $k_\mu k_\nu / m^2$, está ahora ausente.

El precio a pagar por esta solución es la aparición de tres partículas no físicas en el modelo: dos fantasmas de Faddéyev-Popov y un bosón de Goldstone; las tres con propagadores escalares. El propagador dado en (4.4) no es ortogonal al estado de polarización temporal

$$e^0 = \frac{k}{m}. \quad (4.5)$$

El principio de invariancia de norma garantiza que la expresión para la amplitud debe ser la misma para cualquier norma si solo se consideran partículas físicas en los estados de entrada y salida.

Por lo general, la norma de t'Hooft-Feynman resuelve problemas de cancelación para estados internos. Consideremos unas breves cuestiones para procesos con partículas vectoriales masivas entrantes o salientes. Como sabemos, cada diagrama se multiplica por los vectores de polarización de bosón vectorial, (e^1, e^2, e^3) , los cuales constituyen una base ortonormal en el espacio ortogonal al bosón vectorial de momento k . Los dos primeros vectores se asocian a polarizaciones espaciales transversales y el tercero corresponde a polarización longitudinal. Al incluir polarizaciones no físicas en los estados entrantes y salientes y cancelarlos con *ghosts* y bosones de Goldstone, consideramos estos estados como nuevas polarizaciones similares a la polarización temporal.

Al sumar las contribuciones de los estados y polarizaciones no físicas a los elementos de matriz cuadrada, estos se eliminan. Es decir,

$$\sum_{i \in S_{fis}} A_i A_i^* = \sum_{i \in S_{todo}} \sigma(i) A_i A_i^*, \quad (4.6)$$

donde sumamos sobre polarizaciones, A_i es la amplitud del proceso, S_{fis} es el conjunto de estados de polarización físicos, S_{todo} es el conjunto completo de polarizaciones físicas, no físicas y estados no físicos, y $\sigma(i) = \pm 1$ dependiendo de la signatura de la métrica del espacio de Hilbert.

CalcHEP calcula contribuciones de diagramas al cuadrado y las suma sobre polarizaciones

$$\sum_{i \in S_{todo}} A_i^k A_i^{*l}, \quad (4.7)$$

donde A^k y A^l son las amplitudes de dos diagramas de Feynman del conjunto que interviene en un proceso dado.

Como resultado de considerar todos los estados, se obtiene un conjunto grande de diagramas. Sin embargo, muchos de los diagramas que consideran estados no físicos tienen la misma topología y denominadores idénticos. Los numeradores de estos diagramas son polinomios de productos escalares entre momentos y las potencias de dichos polinomios son las mismas para cada diagrama al expandir términos. Como resultado, debemos esperar que después de sumarse juntos, las expresiones totales son aproximadamente las mismas de cada expresión individual. CalcHEP toma ventaja de esta situación y al sumar las expresiones de los diagramas escribe solo un código numérico para cada conjunto.

Las cancelaciones al sumar contribuciones de diagramas es un punto esencial, tanto en cálculo simbólico como numérico, pues una pequeña variación en las contribuciones puede llevar a errores significativos. La cancelación de divergencias ultravioleta que se originan de propagadores de vectores masivos se resuelve dentro de los algoritmos de CalcHEP mediante el uso de la norma de t'Hooft-Feynman en el cálculo de los elementos de matriz cuadrada.

4.2. Descripción del paquete de integración Monte Carlo

Esta sección contiene una descripción muy breve de las bases matemáticas detras del funcionamiento del programa *Vegas* Monte Carlo que se emplea en la paquetería de software CalcHEP [23] para realizar cálculos numéricos. El método Monte Carlo reduce la tarea de evaluar integrales a una tarea de calcular valores medios. Así pues, CalcHEP emplea esta rutina para calcular las integrales necesarias para obtener las secciones eficaces totales.

Para ilustrar la operación de *Vegas*, comencemos por considerar una función de n variables, $f(\mathbf{x})$. Sea I la integral de $f(\mathbf{x})$ sobre un volumen Ω

$$I = \int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}).$$

Si seleccionamos M puntos $\mathbf{x}$ aleatoriamente de una distribución $p(\mathbf{x})$ de puntos en Ω , se puede probar que un modo de aproximarnos a la integral es

$$S^{(1)} = \frac{1}{M} \sum_x \frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \rightarrow I \text{ si } M \rightarrow \infty, \quad (4.8)$$

donde la función de densidad de probabilidad $p(\mathbf{x})$ está normalizada a la unidad.

Se espera que $S^{(1)}$ obtenga valores que fluctuen al rededor del valor de I al elegir distintos conjuntos de puntos aleatorios M . La variancia para esas fluctuaciones está dada por

$$\sigma^2 = \frac{1}{M} \left[\int_{\Omega} d\mathbf{x} \frac{f^2(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} - \left(\int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}) \right)^2 \right]. \quad (4.9)$$

Si M es grande, podemos aproximar la variancia como

$$\sigma^2 \simeq \frac{S^{(2)} - (S^{(1)})^2}{M - 1}, \quad (4.10)$$

donde

$$S^{(2)} = \frac{1}{M} \sum_x \left(\frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \right)^2. \quad (4.11)$$

La desviación estándar σ nos indica la presición de la estimación de I por $S^{(1)}$. Para disminuir la desviación estándar del cálculo Monte Carlo, *Vegas* utiliza dos técnicas: el *muestreo de importancia* y el *muestreo estratificado*.

La técnica de muestreo de importancia se basa hallar un mínimo de la variancia al hacer pruebas con distintas funciones de densidad $p(\mathbf{x})$. La solución general a este problema se obtiene al hacer la elección apropiada para la función de densidad, la cual se demuestra es

$$p(\mathbf{x}) = |f(\mathbf{x})| / \int_{\Omega} d\mathbf{x} |f(\mathbf{x})|. \quad (4.12)$$

Sin embargo, esta solución general no es tan útil pues nos regresa al problema de evaluar una integral sobre $f(\mathbf{x})$ y añade la necesidad de tener un generador de puntos de muestreo para funciones de densidad complicadas.

Para evitar estas complicaciones, *Vegas* busca la función de densidad con una forma basada en la factorización

$$p(\mathbf{x}) = p_1(x_1)p_2(x_2)\dots p_n(x_n). \quad (4.13)$$

Para la primera iteración, *Vegas* emplea $p_i(x) = 1$. *Vegas* es un programa adaptativo, así que la información sobre $f(x)$ obtenida durante la primer iteración se utiliza para refinar la función de densidad. En general, la rutina realiza un gran número de iteraciones, mejorando la función de densidad en cada una de ellas.

De esta forma, los parámetros que utiliza *Vegas* para su funcionamiento son:

- N_{sess} el número de iteraciones.
- N_{call} el número de llamados de integración para una iteración.

La idea del método de muestreo estratificado es dividir el volumen de integración en un número grande de sub-volúmenes y calcular por separado las integrales en cada sub-volumen. Este método produce una incertidumbre menor comparada con la utilización directa del método de Monte Carlo, pues en esta situación la incertidumbre es causada únicamente por la variancia dentro de los sub-volumenes, mientras que la variancia del integrando de un sub-volumen a otro no contribuye a la incertidumbre.

El método de muestreo estratificado es utilizado para estimar la integral en todas las iteraciones de la rutina. Entre mayor sea el número elegido para N_{call} , menor será el tamaño de los sub-volumenes y, en consecuencia, es más satisfactorio el trabajo del muestreo estratificado.

Vegas corre un número N_{sess} de sesiones. Después de cada sesión, *Vegas*, mejora la configuración de sub-volúmenes (o *grid*) para hacer más eficiente la convergencia de la integral. El número de sesiones que corre la rutina es controlada por el usuario; entre mayor sea este número será más probable que *Vegas* encuentre una grid que cumpla satisfactoriamente con los requerimientos.

Durante cada sesión, la rutina calcula el integrando N_{call} número de veces. Este número de llamados también es controlado por el usuario; mayores valores de N_{call} generalmente dan como resultado mejores estimaciones de la integral y permiten al programa mejores adaptaciones de la grid, a costo de un mayor uso de recursos computacionales.

Durante la integración, CalcHEP nos muestra el *estatus* de cada sesión junto con la estimación obtenida de la integral para la sección eficaz total y el estimado de incertidumbre de la estimación obtenida. Cuando la rutina termina, el programa nos arroja una estimación total de ambas cantidades, considerando los resultados de cada sesión. El manual de usuario de CalcHEP recomienda considerar los resultados como válidos cuando la incertidumbre sea de aproximadamente 1%, o menor, para cada sesión individual.

Además, durante la ejecución de las sesiones de la rutina *Vegas*, se pueden generar distribuciones cinemáticas especificadas por el usuario, ya sea considerando variables cinemáticas pre-definidas o nuevas introducidas por el usuario. Los histogramas de distribución cinemática obtenidos se exportan en tablas de datos para su graficación y análisis.

4.3. Cálculo del proceso $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$

En esta sección se describe el cálculo del proceso mediante el cuál estamos buscando efectos de violación CP que podrían ser medidos en experimentos de colisiones e^-e^+ . En este caso, para la reacción

$$e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$$

se considerarán contribuciones del Modelo Estándar Electrodébil y se añaden dos contribuciones de teoría efectiva, para las cuales se contemplan las funciones vértice más generales. Se realizó el cálculo con las reglas de Feynman para un TNBGC con los tres bosones vectoriales $ZZ\gamma$ fuera de capa de masa, (3.23, 3.39).

Los diagramas de Feynman cuyas contribuciones se han considerado para efectuar los cálculos se encuentran en el Apéndice A.

Una vez introducidos los diagramas que se considerarán, a través de las reglas de Feynman se obtienen las contribuciones a la amplitud de cada una. Para ejemplificar, consideremos el diagrama (A.1a), del cual derivan dos contribuciones

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1aZ} = & \frac{-ig^3}{\cos^3\theta_W} \left[\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha(g_V^f - g_A^f\gamma_5)v(p_4) \right] \frac{g^{\alpha\beta}}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon} \\ & \times \left[\bar{v}(p_2)\gamma_\gamma(g_V^f - g_A^f\gamma_5) \frac{k' + m_e}{k'^2 - m_e^2 + i\epsilon} \gamma_\beta(g_V^f - g_A^f\gamma_5)u(p_1) \right] \varepsilon^{*\gamma}(p_5), \quad (4.14) \end{aligned}$$

CAPÍTULO 4. VIOLACIÓN CP EN EL VÉRTICE $ZZ\gamma$ EN LA REACCIÓN

$$E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$$

4.3. CÁLCULO DEL PROCESO $E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1a\gamma} = & \frac{-ie^2 Q_f^2 g}{\cos\theta_W} [\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha v(p_4)] \frac{g^{\alpha\beta}}{k^2 + i\epsilon} \\ & \times \left[\bar{v}(p_2)\gamma_\gamma (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \frac{k' + m_e}{k'^2 - m_e^2 + i\epsilon} \gamma_\beta u(p_1) \right] \varepsilon^{*\gamma}(p_5), \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde la notación de los momentos que se ha empleado es p_1 y p_2 para los e^- , e^+ entrantes, respectivamente; p_3 , p_4 y p_5 para e^- , e^+ y Z salientes, respectivamente. Para cada uno del resto de diagramas se generan también las contribuciones a la amplitud total.

Por otra parte, se tienen las contribuciones que emanan de los diagramas que contienen al vértice efectivo (A.3a y A.3b). Para el diagrama A.3a, tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{3a} = & \frac{-ie^2 Q_f g}{\cos\theta_W} \left[\bar{v}(p_2)\gamma_\beta (g_V^f - g_A^f \gamma_5) v(p_4) \right] \frac{g^{\beta\mu}}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon} \Gamma_{\mu\nu\gamma}(k, k', p_5) \frac{g^{\nu\alpha}}{k^2 + i\epsilon} \\ & \times [\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha u(p_1)] \varepsilon^{*\gamma}(p_5), \end{aligned} \quad (4.16)$$

y una contribución similar para el diagrama A.3b, donde $\Gamma_{\mu\nu\gamma}(k, k', p_5)$ representa las reglas de Feynman para los tres bosones de norma fuera de capa de masa (3.23, 3.39) o las reglas para un solo bosón fuera de capa de masa (3.57, 3.58).

Mediante el programa CalcHEP se realiza el cálculo simbólico para los elementos de la amplitud al cuadrado. Esto se realiza, de acuerdo con lo discutido previamente en este capítulo, en concordancia a la ecuación (4.6) y el resto de elementos se obtienen en el código interno del programa de acuerdo a la expresión (4.2). En el caso de este proceso, el programa ha obtenido 171 términos para la amplitud al cuadrado.

Posterior a esto, se ha efectuado la rutina de cálculo numérico como se ha descrito en la sección 4.2. El cálculo numérico se ha efectuado en tres escenarios distintos para la obtención de los resultados que se discutirán más adelante

1. Considerando solo las contribuciones que emergen del MEE.
2. Considerando las contribuciones del MEE y los dos vértices efectivos. Tomando en cuenta, para estos últimos, las reglas de Feynman para los tres bosones del TNGBC fuera de capa de masa. En este escenario, a su vez, se calcularon resultados que solo consideran la parte CP-par del vértice efectivo, resultados que solo consideraron la parte CP-impar del vértice efectivo y resultados que toman en cuenta el vértice efectivo con ambas partes.
3. Dadas las consideraciones anteriores, se realizaron cálculos para tres valores de las cotas (3.59-3.62): uno más cercano a la cota inferior, uno en el punto medio y finalmente uno cercano a la cota superior.

Durante la ejecución de la rutina *Vegas*, se generan distribuciones cinemáticas para las variables cinemáticas elegidas por el usuario. Para los cálculos del proceso que se estudió, se reportarán resultados obtenidos con las siguientes variables cinemáticas para analizar sus resultados

- Coseno del ángulo entre el momento p_1 de e^- entrante y los momentos p_3 , p_4 , p_5 de e^- , e^+ y Z salientes, respectivamente.
- Momento transversal de los momentos salientes p_{Ti} , $i = 3, 4, 5$.

Se calcularon otras variables cinemáticas, como la energía de cada partícula emitida, sin obtener resultados interesantes para el enfoque del trabajo. En la sección siguiente se muestran y analizan los histogramas de distribuciones cinemáticas que se han calculado.

4.4. Resultados del cálculo numérico

El cálculo numérico se ha efectuado considerando una energía del centro de masa de 500 GeV . Los histogramas que consideran únicamente las contribuciones del MEE se obtuvieron a partir del modelo *default* que contiene el programa. Estos resultados se han obtenido para comparación con el modelo efectivo que añade TNGBCs al MEE, discutido en el capítulo anterior.

Para sumar las contribuciones de los TNGBCs efectivos, se ha creado un modelo nuevo en CalcHEP con parámetros que agruparemos, para efectos descriptivos, como $f_{\text{CP-odd}}$ para los factores de forma que violan CP y $f_{\text{CP-even}}$ para los factores de forma que conservan la simetría CP. La agrupación genérica $f_{\text{CP-odd}}$ comprende los $f_i^{ZZ\gamma}$ de la ecuación (3.19). Mientras que $f_{\text{CP-even}}$ lo empleamos para hacer referencia a $g_i^{ZZ\gamma}$ de la ecuación (3.39). Así, los resultados los agruparemos de la siguiente manera dada la descripción de la dada en la sección previa:

- Resultados *CP-odd*: Tomando los factores de forma $f_{\text{CP-even}} = 0$ y dando a los factores de forma $f_{\text{CP-odd}}$ valores numéricos de acuerdo a las cotas (3.59-3.62).
- Resultados *CP-even*: Tomando los factores de forma $f_{\text{CP-odd}} = 0$ y dando a los factores de forma $f_{\text{CP-even}}$ valores numéricos de acuerdo a las cotas (3.59-3.62).
- Resultados *SM + ZZ γ* : Empleando las cotas como los valores numéricos para los factores de forma de las funciones vértice completas.

Los histogramas de distribuciones cinemáticas que se obtienen como resultados del cálculo se han guardado en tablas de datos, los cuales se han graficado mediante algunas librerías de Python. Para suavizar las curvas se ha empleado el algoritmo de aproximación con polinomios de Savitzky-Golay de la librería SciPy.

4.4.1. Resultados con contribuciones *CP-odd* y *CP-even* separadas

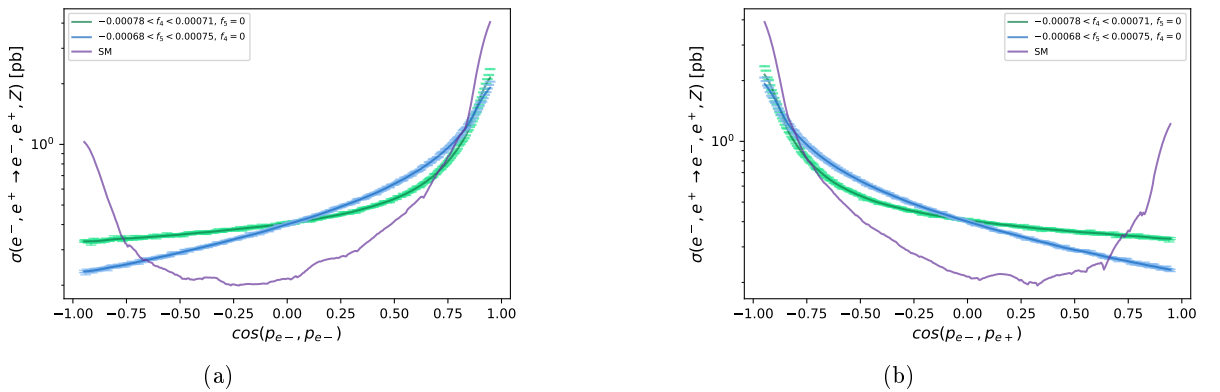


Figura 4.1: Distribución cinemática del Coseno entre p_1 llevado por e^- entrante y (4.1a) p_3 llevado por e^- saliente; (4.1b) p_4 llevado por e^+ saliente.

En la figura 4.1 se aprecian diferencias en los comportamientos de las curvas de las contribuciones de los vértices en algunas zonas de la distribución. Aproximadamente, $|\cos(e^-, e^\mp)| < 0.75$ las contribuciones de TNGBCs dominan sobre aquellas del MEE. Notemos que en $\cos(e^-, e^\mp) = 0$ se intercambia de paridad CP la curva que domina sobre las demás. Ambos resultados se observan espejados uno respecto al otro.

En lo que respecta a cosenos entre momentos, el resultado cualitativamente más interesante se

CAPÍTULO 4. VIOLACIÓN CP EN EL VÉRTICE $ZZ\gamma$ EN LA REACCIÓN

$$E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$$

4.4. RESULTADOS DEL CÁLCULO NUMÉRICO

observa en la distribución 4.2, pues para $|\cos(e^-, Z)| < 0,56$ hay una asimetría muy perceptible en los comportamientos de las contribuciones del vértice efectivo, que además dominan por sobre las del MEE.

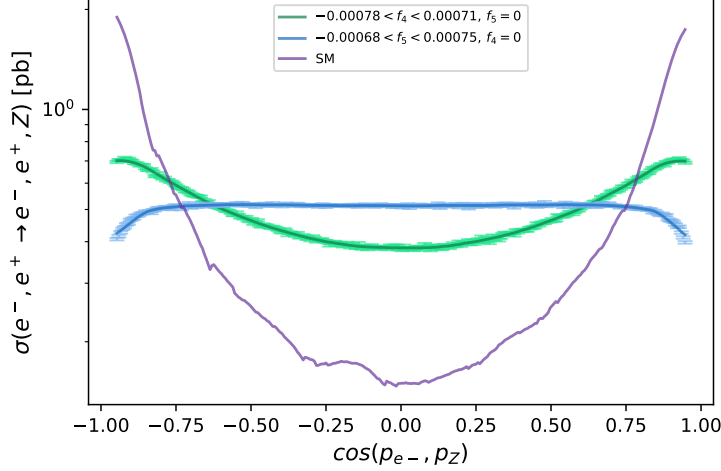


Figura 4.2: Distribución cinemática del coseno entre p_1 llevado por e^- entrante y p_5 llevado por Z .

Por otra parte, los resultados para las distribuciones cinemáticas de los momentos transversales p_T de las partículas salientes también han arrojado resultados interesantes. Las distribuciones para $p_T(e^-)$ y $p_T(e^+)$ son idénticas, y nuevamente los resultados que cualitativamente demuestran una mayor presencia de rompimiento de simetría CP tienen que ver con el bosón Z emitido en la reacción. En las distribuciones cinemáticas de las figuras (4.3a) y (4.3b) notamos que las contribuciones no-estándar dominan a partir de $p_T(e^\mp) = 120 \text{ GeV}$. Las contribuciones CP-pares dominan una zona muy pequeña, $120 \text{ GeV} < p_T(e^\mp) < 150 \text{ GeV}$, mientras que las contribuciones CP-impares son las mayores desde 150 GeV y hasta poco antes de los 250 GeV .

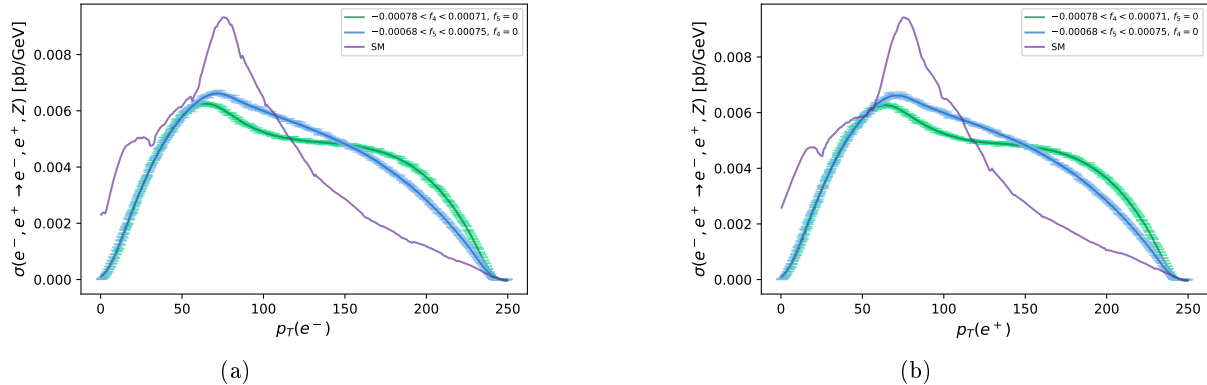


Figura 4.3: Distribuciones cinemáticas de (4.3a) el momento transversal $p_T(e^-)$, (4.3b) el momento transversal $p_T(e^+)$

La distribución cinemática en la figura (4.4) también nos permite sugerir cortes cinemáticos

CAPÍTULO 4. VIOLACIÓN CP EN EL VÉRTICE $ZZ\gamma$ EN LA REACCIÓN

$$E^-E^+ \rightarrow E^-E^+Z$$

4.4. RESULTADOS DEL CÁLCULO NUMÉRICO

interesantes. Las contribuciones CP-impares dominan sobre las otras dos en la región $100 \text{ GeV} < p_T(Z) < 150 \text{ GeV}$. Mientras que las CP-pares superan en la región $150 \text{ GeV} < p_T(Z) < 230 \text{ GeV}$.

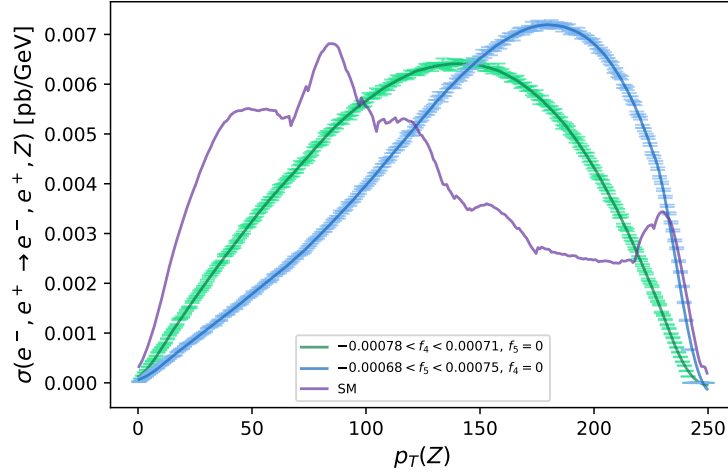


Figura 4.4: Distribución cinemática del momento transversal $p_T(Z)$.

4.4.2. Resultados con contribuciones $CP\text{-odd}$ y $CP\text{-even}$ simultáneas

En esta última sección se muestran los resultados que se obtienen al considerar no-nulos ambos tipos de factores de forma. Para comparar los resultados, estos también se muestran junto con las curvas obtenidas para los cálculos en los que solo interviene el MEE.

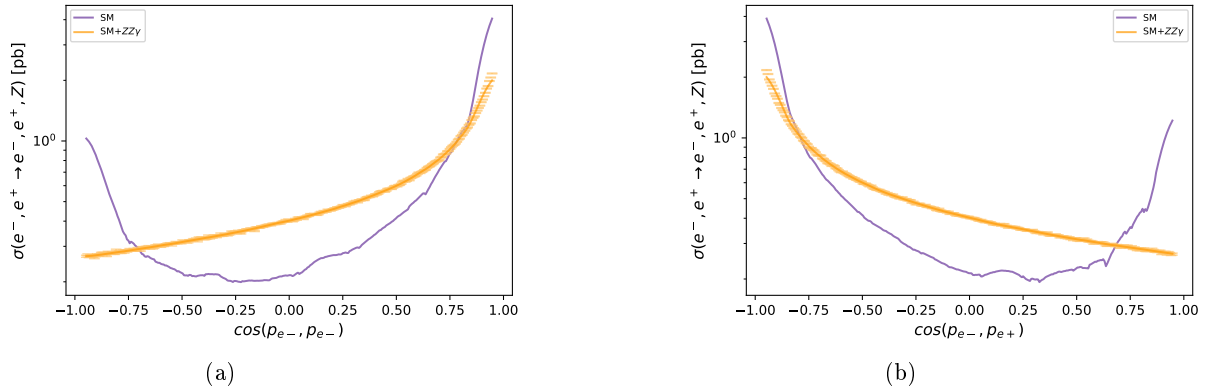


Figura 4.5: Distribuciones cinemáticas del Coseno entre p_1 llevado por e^- entrante y (4.5a) p_3 llevado por e^- saliente; (4.5b) p_4 llevado por e^+ saliente.

En general, las curvas provenientes de las contribuciones de TNGBCs funcionan como una especie de promedio de las contribuciones como se mostraron en la sección previa. En las distribuciones (4.5a) y (4.5b) tenemos que las nuevas contribuciones son dominantes en la misma región, $|\cos(e^-, e^\pm)| < 0,75$ y, por las distribuciones cinemáticas previas, conocemos la zona en que cada una de ellas tiene una contribución mayor.

CAPÍTULO 4. VIOLACIÓN CP EN EL VÉRTICE $ZZ\gamma$ EN LA REACCIÓN

$$E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$$

4.4. RESULTADOS DEL CÁLCULO NUMÉRICO

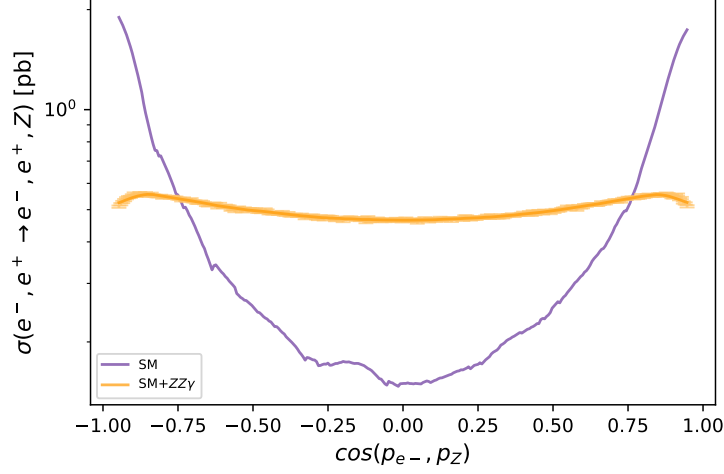


Figura 4.6: Distribución cinemática del coseno entre p_1 llevado por e^- entrante y p_5 llevado por Z .

La contribución de TNGBCs a distribución cinemática para $\cos(p_{e^-}, p_Z)$ tiene una forma más parecida a la distribución que sólo considera los acoplamientos CP-impares, pero los valores de la sección eficaz diferencial σ son más similares a aquellos que resultantes de solo considerar los acoplamientos CP-pares.

En lo que respecta a los resultados con los momentos transversales $p_T(e^-)$ y $p_T(e^+)$, las curvas son más bien similares a las obtenidas con los acoplamientos CP-impares. La distribución cinemática para el momento transversal $p_T(Z)$ es más similar a la generada al emplear únicamente la parte par de los acoplamientos, pero con el punto máximo de la curva recorrido hacia la izquierda.

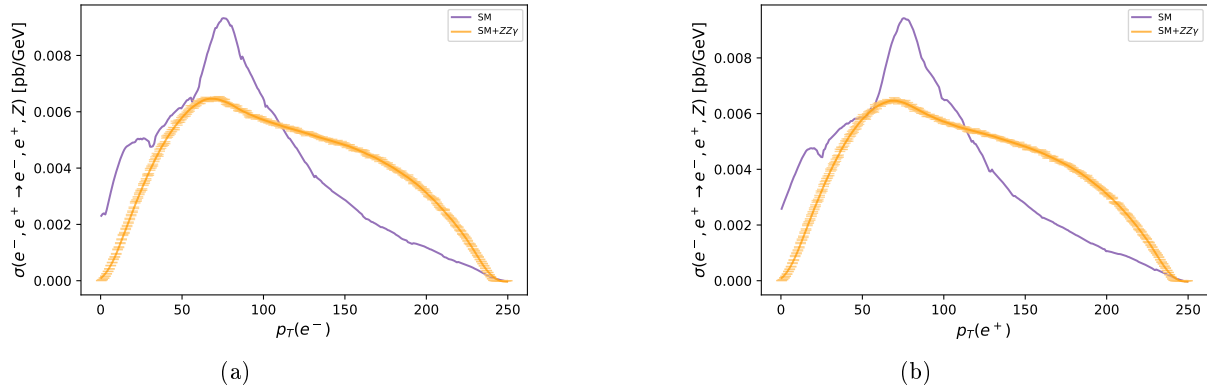


Figura 4.7: Distribuciones cinemáticas de (4.3a) el momento transversal $p_T(e^-)$, (4.3b) el momento transversal $p_T(e^+)$

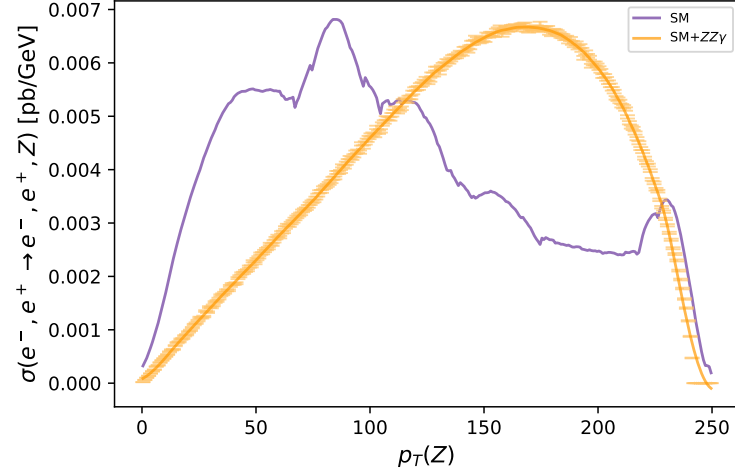


Figura 4.8: Distribución cinemática del momento transversal $p_T(Z)$.

Capítulo 5

Conclusiones y Perspectivas

En este trabajo se ha planteado la posibilidad de hallar evidencias de nuevas fuentes de violación de CP al incluir interacciones efectivas que describan TNGBCs y nos permitan añadir contribuciones a la reacción $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$ adicionales a las surgidas del MEE.

Se ha realizado el análisis de distribuciones cinemáticas mediante el software CalcHEP. Los resultados nos han permitido sugerir cortes cinemáticos que permitan descartar el ruido de fondo proveniente del MEE, así como resultados poco interesantes para los objetivos que se persiguen. El análisis cualitativo de las distribuciones cinemáticas que se ha presentado deja ver prometedoras probabilidades de hallar evidencias de violación CP al estudiar la reacción presentada. Para establecer mejor la posibilidad de observar los efectos que buscamos, sería deseable añadir a la discusión detalles relacionados propiamente al funcionamiento de experimentos de colisiones e^-e^+ que se encuentren en operaciones actualmente o detalles acerca de posibles futuros experimentos. De acuerdo a lo anterior, se procede a enlistar algunas perspectivas puntuales con respecto a este trabajo:

- Un estudio con mayor detalle acerca de los pormenores de las teorías efectivas relacionadas a TNGBCs, para dar un tratamiento con mayor precisión a los factores de forma que intervienen en las funciones vértice empleadas como reglas de Feynman.
- Una revisión más profunda de la bibliografía en búsqueda de cotas para los mismos acoplamientos de las funciones vértice.
- Investigación detallada acerca del funcionamiento de presentes y futuros experimentos de colisionadores lineales; así como de los resultados que se han obtenido en este tipo de experimentos, para hacer una comparación a fondo entre los resultados de los cálculos y evidencia experimental existente o esperada para el futuro.

Finalmente, podemos decir que, basados en los resultados presentados en este trabajo, se resalta la importancia de los colisionadores lineales en las investigaciones respecto a nuevas fuentes de violación CP. Actualmente se encuentra en operación el experimento SuperKEKB en la región de Kanto en Japón, el cual es un experimento de colisionador de tipo e^-e^+ , este opera a una energía de centro de masa de $10,58 \text{ GeV}$ [25]. Es decir, se encuentra operando a una energía que dista de la energía de centro de masa considerada en este trabajo, la cual se tomó de 500 GeV . Sin embargo, existen estudios previos realizados a la espera de colisionadores lineales futuros que operen a energías que rondan incluso los TeV [26], por lo que nuestra elección de la energía de centro de masa no es desproporcionado.

Para detallar un poco más al respecto de esto último, la siguiente tabla muestra información a grandes rasgos acerca de algunos experimentos de colisionadores lineales; tanto pasados, en operación, como experimentos que se han propuesto para el futuro

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

	SLC	SuperKEKB	ILC	CLIC
Operación	Terminado	En operación	Propuesto	Propuesto
Energía de centro de masa E [GeV]	92	10.58	500-1000	500-3000
Luminosidad L [$10^{33} cm^{-2} s^{-1}$]	0.003	24.0	20	21

Hasta ahora, el colisionador de leptones más poderoso que se ha construido fue el LEP de CERN, el cual fue un acelerador de tipo circular que alcanzó una energía de centro de masa de 209 GeV . Es decir, aún habrá que esperar a que se realicen experimentos futuros para poner a prueba la replicabilidad de los resultados mostrados.

En cualquier caso, el análisis de una simulación más realista es necesario para determinar la factibilidad de replicar o comprobar experimentalmente alguno de los resultados presentados en este trabajo.

Apéndice A

Diagramas de Feynman para el cálculo de $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+Z$

A continuación se muestran los diagramas de Feynman cuyas contribuciones se han considerado para los cálculos descritos en la sección 4.3. Cada diagrama representa, en realidad, dos diagramas que mantienen la misma topología pero se intercambian los bosones de norma neutros Z y γ internos.

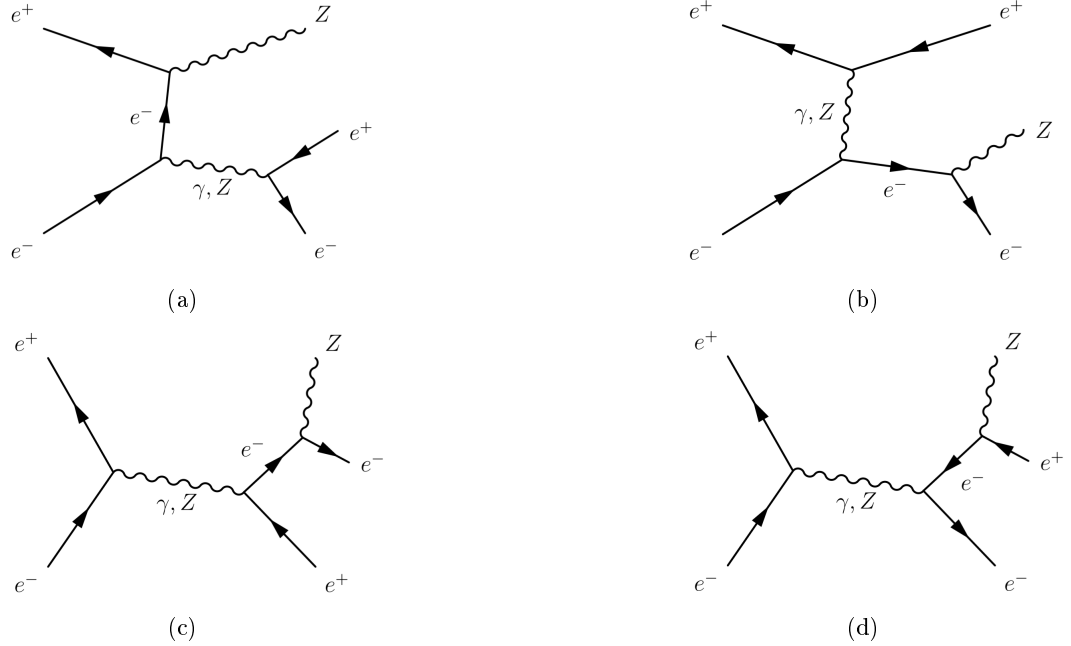


Figura A.1: Diagramas de Contribuciones del MEE 1

APÉNDICE A. DIAGRAMAS DE FEYNMAN PARA EL CÁLCULO DE
 $E^- E^+ \rightarrow E^- E^+ Z$

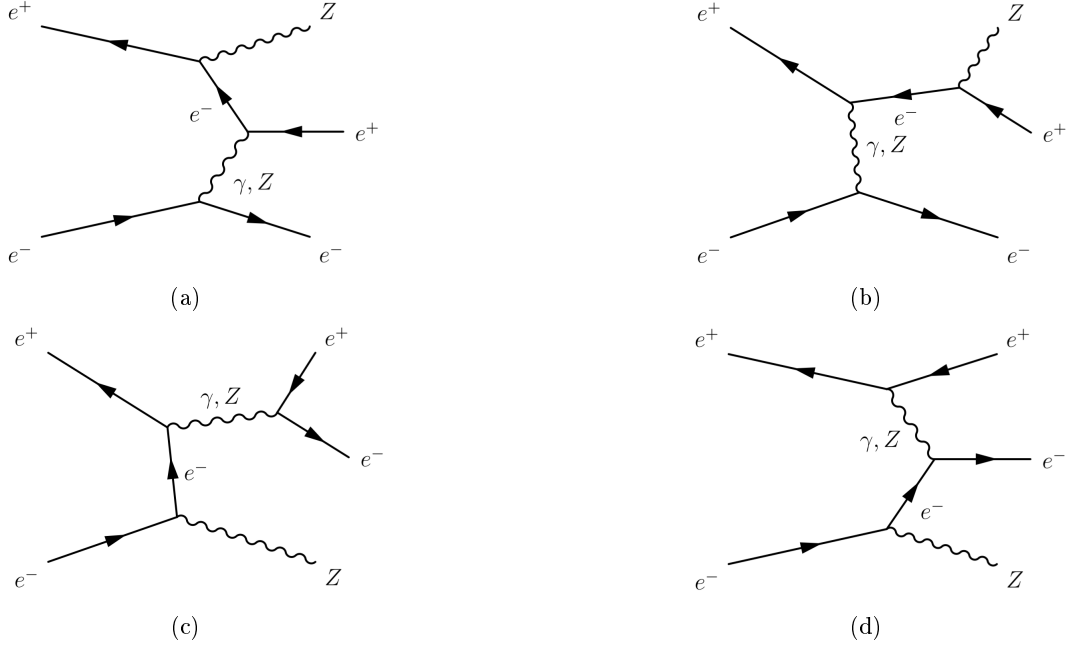


Figura A.2: Diagramas de Contribuciones del MEE 2

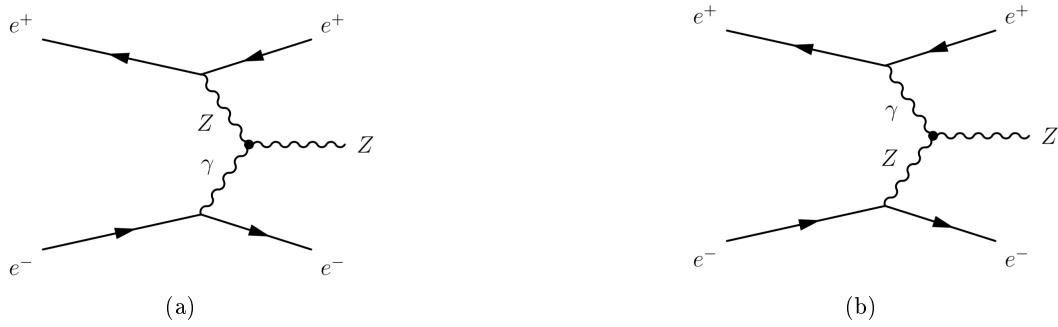


Figura A.3: Diagramas de Contribuciones Efectivas

Bibliografía

- [1] S. L. GLASHOW, *Partial-symmetries of weak interactions*. Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).
- [2] S. WEINBERG, *A Model of Leptons*. Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [3] A. SALAM, "*Weak and electromagnetic interactions*", in *Elementary particle theory: relativistic groups and analyticity*, N. Svartholm, ed., p. 367. Almqvist & Wiksell, 1968.
- [4] C. N. YANG; R. L. MILLS, *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*. Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [5] D. GRIFFITHS; *Introduction to Elementary Particles*. Wiley-vch; Segunda edición; 2008.
- [6] M.E. PESKIN; D.V. SCHROEDER *An Introduction to Quantum Field Theory*. Perseus Books, Reading, 1995.
- [7] J. J. SAKURAI; J. NAPOLITANO; *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 2011.
- [8] F. HALZEN; A. D. MARTIN; *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley and Sons; 1984.
- [9] W. N. COTTINGHAM; D. A. GREENWOOD; *An introduction to the Standard Model of Particle Physics*. Cambridge University Press, 2007.
- [10] P. H. FRAMPTON; *Gauge field theories*. Wiley-vch; Tercera edición; 2008.
- [11] F. ENGLERT; R. BROUT, *Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons*. Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964).
- [12] P. W. HIGGS, *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).
- [13] A. DOBADO; A. GÓMEZ-NICOLA, *Effective Lagrangians for the Standard Model*. Springer, 1997.
- [14] A. MOYOTL; G. TAVARES-VELASCO; J. J. TOSCANO Phys. Rev. D **91**, 093005 (2015). doi: 10.1103/PhysRevD.91.093005
- [15] F. LARIOS; M.A. PÉREZ; G. TAVARES-VELASCO; J. J. TOSCANO Phys. Rev. D **63**, 11 (2001). doi: 10.1103/physrevd.63.113014
- [16] A. I. HERNÁNDEZ-JUÁREZ; A. MOYOTL; G. TAVARES-VELASCO The European Physical Journal C **81**, 4 (2021). doi: 10.1140/epjc/s10052-021-09093-w
- [17] J. M. HERNÁNDEZ, M. A. PÉREZ, G. TAVARES-VELASCO, AND J. J. TOSCANO Phys. Rev. D **60**, 013004 (1999). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.013004>

- [18] S. COLEMAN, J. WESS, B. ZUMINO Phys. Rev. **177**, 5 (1969). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.177.2239>
- [19] M. B. EINHORN, J. WUDKA Phys. Rev. D **55**, 5 (1997). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.55.3219>
- [20] G. J. GOUNARIS, J. LAYSSAC, F. M. RENARD Phys. Rev. D **61**, 7 (2000). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.61.073013>
- [21] D. CHOUDHURY, S. DUTTA, S. RAKSHIT Int. J. Mod. Phys. A **16**, 4891 (2001). doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/0011205>
- [22] A. M. SIRUNYAN, A. TUMASYAN, W. ADAM Eur. Phys. J. C **81** (3), 200 (2021). doi: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08817-8>
- [23] A.PUKHOV, A.BELYAEV, N.CHRISTENSEN (2012) *CalcHEP Calculator for High Energy Physics A package for the evaluation of Feynman diagrams, integration over multi-particle phase space, and event generation*. [Online]. Disponible en: https://theory.sinp.msu.ru/~pukhov/CALCHEP/calchep_man_3.3.6.pdf
- [24] E. ACCOMANDO, ET AL. Phys.Rept. **299**, 1-78 (1998). doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9705442>
- [25] J. MICHAEL RONEY JPS Conf. Proc. **37**, 020503 (2022). doi: <https://doi.org/10.7566/JPSCP.37.020503>
- [26] S. KANEMURA, K. MATSUDA, T. OTA, ET AL. Phys. Lett. B **599** 83–91 (2004). doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/0406316>