



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

**Facultad de Ingeniería  
Colegio de Ingeniería Civil**

## **“ANÁLISIS DE PARÁMETROS CAÓTICOS EN REGISTROS ACELEROMÉTRICOS EN LA CIUDAD DE PUEBLA EN TERRENO FIRME”**

Tesis presentada para obtener el grado de

**LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL**

Presenta:

**John Rafael Rojas Rubio**

Director de tesis:

**M. I. Edgar Iram Villagrán Arroyo**

Co Asesora de tesis:

**M.I. Ana Elena Posada Sánchez**

Puebla, Pue.

Octubre 2023

**BUAP**

# OFICIO DE AUTORIZACIÓN



**BUAP**

Oficio No. SAC/1522/2023

**C. John Rafael Rojas Rubio, -201405843-  
Pasante de la Licenciatura en Ingeniería  
Civil  
Presente.**

En atención al Tema de Tesis que puso Usted a consideración de la Coordinación de Área y de esta Secretaría Académica en coordinación con la Dirección de ésta Facultad de Ingeniería, dentro del marco de Titulación por Examen Profesional en línea, como medio de Titulación se dio revisión y se ha autorizado el tema denominado:

**"ANÁLISIS DE PARÁMETROS CAÓTICOS EN REGISTROS ACELEROMÉTRICOS EN LA CIUDAD DE PUEBLA EN TERRENO FIRME"**

Por lo anterior hago de su conocimiento que se asigna como Asesor de tema al Mtro. Edgar Iram Villagrán Arroyo y la Mtra. Ana Elena Posada Sánchez como Co Asesora.

Sin más por el momento, le envío la seguridad de mi consideración más distinguida.

Atentamente

"Pensar bien, para vivir mejor"

H. Puebla de Z. a 15 de agosto de 2023

M. I. Angel Cecilio Guerrero Zamora  
Director



M'ACGZ /barv  
C.c.p. Interesado  
C.c.p. Archivo

Facultad  
de Ingeniería

Bldv. Valsequillo y Av. San Claudio  
s/n, edif. ING 4, Col. San Manuel,  
Ciudad Universitaria,  
Puebla, Pue. C.P. 72570  
01 (222) 229 55 00 Ext. 7610

## OFICIO DE IMPRESIÓN

M. I. Ángel Cecilio Guerrero Zamora  
Director de la Facultad de Ingeniería  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
P r e s e n t e.

El que suscribe: M.I. Edgar Iram Villagrán Arroyo, asesor del tema de tesis:

"ANÁLISIS DE PARÁMETROS CAÓTICOS EN REGISTROS ACELEROMÉTRICOS EN LA CIUDAD DE PUEBLA EN TERRENO FIRME"

Presentada por el C. John Rafael Rojas Rubio, pasante del Colegio de Ingeniería Civil, y en atención al oficio No. SAC/1522/2023 con fecha de emisión 15 de agosto de 2023, me permito informar a Usted que después de haber revisado cuidadosamente el contenido temático, metodología, redacción y ortografía de la tesis correspondiente, no tengo inconveniente en autorizar la impresión del mismo.

Sin otro particular, le reitero la seguridad de mi más atenta y distinguida consideración.

Atentamente  
"Pensar bien, para vivir mejor"  
H. Puebla de Z. a 05 de septiembre de 2023



Mtro. Edgar Iram Villagrán Arroyo  
Asesor de Tema

M'EIVA/BARV  
C.c.p. Interesado  
C.c.p. Archivo

## **AGRADECIMIENTOS**

Les doy las gracias a mis padres por todos sus esfuerzos, sacrificios, por todo el apoyo brindado a lo largo de mi vida y por darme la oportunidad de estudiar.

A mi hermana por su respaldo y cariño.

A mi compañero Luis Alberto Mendoza Luna por su ayuda en la revisión de este trabajo.

Al Ph.D. Juan Pablo Hidalgo Toxqui y Dr. José Camargo Pérez por su tiempo, constante supervisión y apoyo en la redacción de esta tesis.

A mis asesores M.I. Edgar Iram Villagrán Arroyo y M.I. Ana Elena Posada Sánchez por su dedicación, paciencia, tiempo y correcciones precisas en la realización de esta investigación.

## RESUMEN

La teoría del caos plantea que las series de tiempo que a simple vista lucen aleatorias pueden provenir de sistemas deterministas. Esta ha sido usada en diversos campos como lo son la física, la matemática, la biología, la medicina, la economía y la lingüística, por mencionar algunos. Por lo tanto, en el presente trabajo de investigación se tuvo como finalidad el análisis de registros acelerométricos captados en terreno firme, provenientes de la estación sismológica Lomas del Mármol, ubicada en la ciudad de Puebla, a través del cálculo de parámetros de la teoría del caos. Estos proporcionan información sobre el fenómeno a estudiar como la sensibilidad a las condiciones iniciales (el cual es el principal indicador del caos), el grado de complejidad geométrica del atractor reconstruido y el grado de desorden del acelerograma. Para ello se realizaron los procedimientos de información mutua y autocorrelación, así como el cálculo de la dimensión de correlación ( $D_2$ ), la entropía de correlación ( $K_2$ ) y el máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ ), los cuales son conocidos como invariantes dinámicas. Por último, se obtuvo el atractor reconstruido para cada registro. Los resultados obtenidos de las invariantes dinámicas indican la presencia de caos en los registros acelerométricos.

## ABSTRAC

Chaos theory posits that time series that appear random can come from deterministic systems. This has been used in various fields such as physics, mathematics, biology, medicine, economics, and linguistics, to name a few. Therefore, the purpose of this research work was the analysis of accelerometric records captured on firm ground, from the Lomas del Mármol seismological station, located in the city of Puebla, through the calculation of parameters of the theory of chaos. These provide information about the phenomenon to be studied, such as the sensitivity to the initial conditions (which is the main indicator of chaos), the degree of geometric complexity of the reconstructed attractor and the degree of disorder of the accelerogram. For this, the mutual information and autocorrelation procedures were carried out, as well as the calculation of correlation

dimension ( $D_2$ ), correlation entropy ( $K_2$ ) and the maximum exponent of Lyapunov ( $\lambda_1$ ), which are known as dynamic invariants. Finally, the reconstructed attractor was obtained for each record. The results obtained from the dynamic invariants indicate the presence of chaos in the accelerometric records.

# ÍNDICE

<b>OFICIO DE AUTORIZACIÓN.....</b>	<b>B</b>
<b>OFICIO DE IMPRESIÓN .....</b>	<b>A</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>B</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>C</b>
<b>ÍNDICE .....</b>	<b>E</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>G</b>
<b>CAPÍTULO 1.- ANTECEDENTES.....</b>	<b>1</b>
1.1.- HISTORIA DEL CAOS DETERMINISTA .....	1
1.2.- SISMOS Y EL ANÁLISIS NO LINEAL DE SERIES DE TIEMPO .....	3
<b>CAPÍTULO 2.- MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>4</b>
2.1.- CORRECCIÓN DE LÍNEA BASE .....	4
2.2.- FILTRADO DE LAS SEÑALES .....	4
2.3.- INTENSIDAD DE ARIAS .....	5
2.4.- FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN.....	5
2.5.- INFORMACIÓN MUTUA .....	7
2.6.- PROMEDIO DE FALSOS VECINOS.....	8
2.7.- DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN .....	10
2.8.- ENTROPÍA EN SERIES DE TIEMPO.....	13
2.9.- EXPONENTE DE LYAPUNOV .....	17
2.10.- METODOLOGÍA.....	18
<b>CAPÍTULO 3.- ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO NO LINEAL EN ACELEROGRAMAS .....</b>	<b>21</b>
3.1.- SELECCIÓN DE ESTACIÓN Y SEÑALES.....	21
3.2.- TRATAMIENTO PRELIMINAR.....	23
3.3.- ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO NO LINEAL .....	23
3.3.1.- AUTOCORRELACIÓN.....	23
3.3.2.- INFORMACIÓN MUTUA .....	24
3.3.3.- PROMEDIO DE FALSOS VECINOS .....	24
3.3.4.- DIMENSIÓN Y ENTROPÍA DE CORRELACIÓN .....	25
<b>CAPÍTULO 4.- RESULTADOS Y DISCUSIONES .....</b>	<b>26</b>

4.1.- RESULTADOS.....	26
4.1.1.- AUTOCORRELACIÓN.....	26
4.1.2.- INFORMACIÓN MUTUA .....	27
4.1.3.- PROMEDIO DE FALSOS VECINOS .....	29
4.1.4.- ATRACTOR RECONSTRUIDO .....	30
4.1.5.- DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN.....	31
4.1.6.- ENTROPÍA DE CORRELACIÓN.....	33
4.1.7.- MÁXIMO EXPONENTE DE LYAPUNOV.....	33
4.2.- DISCUSIONES.....	34
4.2.1.- TIEMPO DE RETARDO ÓPTIMO .....	34
4.2.2.- PROMEDIOS DE FALSOS VECINOS .....	35
4.2.3.- INVARIANTES DINÁMICAS .....	36
4.2.4.- APLICACIONES FUTURAS.....	37
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>38</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>40</b>
<b>ANEXO I.- RESULTADOS DE PROMEDIO DE FALSOS VECINOS.....</b>	<b>I</b>
<b>ANEXO II.- RESULTADOS DE DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN.....</b>	<b>V</b>
<b>ANEXO III.- RESULTADOS DE ENTROPÍA DE CORRELACIÓN .....</b>	<b>IX</b>
<b>ANEXO VI. - ATRACTORES RECONSTRUIDOS.....</b>	<b>XIII</b>

# INTRODUCCIÓN

## Planteamiento del problema

En ingeniería sísmica los registros acelerométricos han sido considerados como fenómenos aleatorios. Esto ocurre debido a la alta complejidad de los registros acelerométricos en el dominio del tiempo. Por lo tanto, es usual su estudio en el dominio de las frecuencias.

Por otro lado, desde el año 1980 se desarrolló una nueva teoría conocida como teoría de sistemas dinámicos no lineales (Bradley & Kantz, 2015), esta teoría introduce el concepto de sistemas caóticos. Estos presentan una característica importante, la cual es que, a pesar de tener un comportamiento en el dominio del tiempo aparentemente aleatorio, es conocido que estas series de tiempo son generadas a través de ecuaciones puramente deterministas.

Junto con la teoría del caos determinista se aplicó un nuevo concepto conocido como el espacio de fases, en el cual es posible la visualización de la dinámica del fenómeno a analizar. En el caso de los sistemas caóticos, lo que parece ser aleatorio en el dominio del tiempo, en el espacio de fases, eventualmente, revela un comportamiento determinista.

Teniendo el concepto de caos determinista y de espacio de fases en mente, es justificable pensar en la aplicación de estas herramientas a los registros acelerométricos en busca de un panorama completo acerca de este tipo de series de tiempo. Este análisis ya ha sido llevado a cabo por Yang et. al. (2012) para 24 eventos captados durante el gran terremoto de Chi-Chi ocurrido en Taiwán el 21 de septiembre de 1999. De ese trabajo se concluye que los registros acelerométricos estudiados presentan un comportamiento caótico. Otros autores como Huang & Turcotte (1990) y Shalaleh & Assadollah (2009) también han realizado investigaciones al respecto. Por lo tanto, en esta investigación se busca aplicar los métodos de sistemas dinámicos no lineales a registros acelerométricos

obtenidos en territorio nacional, para ser específicos, los registrados por la estación Lomas del Mármol, ubicada en la ciudad de Puebla, que se caracteriza por captar eventos en terreno rocoso. Esto con la intención de contestar la siguiente pregunta:

¿Las series de tiempo de registros acelerométricos en terreno firme de Puebla presentarán un comportamiento caótico?

### **Justificación de la investigación**

La teoría de sistemas dinámicos no lineales ofrece una nueva variedad de herramientas las cuales nos pueden ayudar a caracterizar de manera adecuada los registros acelerométricos. Esta caracterización puede ser útil, en un futuro, para su posterior clasificación y comparación con otros registros acelerométricos provenientes de estaciones sísmicas distribuidas por el país.

El análisis de series de tiempo no lineal, a pesar de haber sido desarrollado en 1980 (Bradley & Kantz, 2015), tiene muy pocas incursiones en la ingeniería sísmica. Por lo tanto, se pretende dar a conocer este tipo de información que sea de utilidad a investigaciones futuras, no sólo de las propiedades de los registros, sino también de la respuesta de las estructuras sometidas a movimientos sísmicos.

### **Objetivo de la investigación**

#### Objetivo general

Caracterizar los registros acelerométricos obtenidos de la estación Lomas del Mármol a partir de parámetros representativos (invariantes dinámicas) utilizando análisis de series de tiempo no lineal.

#### Objetivos específicos

- Comparación de resultados con otros sistemas ya comprobados como caóticos.
- Comparación de resultados con el trabajo de Yang et. al. (2012).

- Formular un punto de vista diferente a la metodología actual en el análisis sísmico.
- Determinar la seguridad de una estructura a través de la creación simultánea de dos atractores, uno para el sitio y otro para la estructura.

### **Hipótesis**

Los registros acelerográficos de los eventos sísmicos obtenidos en la estación Lomas del Mármol presentan un comportamiento aparentemente caótico, ya que satisfacen los parámetros indicadores del mismo.

### **Contenido**

En el CAPÍTULO 1.- se muestra una perspectiva histórica de cómo la teoría del Caos fue desarrollada a través de los años, además de la influencia que tuvo en varias ramas de la ciencia y al final se menciona cómo la teoría del caos ha sido aplicada en el análisis de sismos. En el CAPÍTULO 2.- se abordan los métodos utilizados en el tratamiento previo de los registros acelerométricos, así como también, los fundamentos teóricos y las fórmulas empleadas para calcular las invariantes dinámicas que permiten identificar comportamiento caótico en dichos registros. En el CAPÍTULO 3.- se describe la estación de la cual provienen los registros acelerométricos empleados, además de una breve explicación de los programas y funciones utilizadas para su análisis de propiedades caóticas. Por último, en el CAPÍTULO 4.- se presentan los resultados del análisis caótico, al igual que las discusiones provenientes de estos.

# CAPÍTULO 1.- ANTECEDENTES

## 1.1.- Historia del caos determinista

A pesar de que el Caos se formalizó como idea científica hace 40 años, sus orígenes en realidad son más lejanos, desde los tiempos de Issac Newton. En 1666, a la edad de 24 años Newton inventa el Cálculo, desarrolla las ecuaciones diferenciales, descubre las leyes del movimiento, así como la ley de gravitación universal y, al usarlos en conjunto, fue capaz de explicar el movimiento planetario descrito anteriormente por Johannes Kepler. Para lograr esto Newton resolvió el problema de los dos cuerpos, el cual consiste en calcular cómo la gravedad del Sol afecta el movimiento de la Tierra o de cualquier otro planeta. Sin embargo, el problema surgió al incluir otro cuerpo, por ejemplo, el Sol, la Tierra y la Luna. En este caso Newton no pudo llegar a una solución, así como tampoco generaciones posteriores de físicos y matemáticos. Después de décadas de esfuerzo, se llegó a la conclusión de que el problema de los tres cuerpos no tenía solución analítica, en el sentido de obtener una forma explícita que describiera el movimiento de los tres cuerpos (Strogatz, 2015).

En 1889 Henri Poincaré, al intentar resolver el problema de los tres cuerpos, introdujo un nuevo punto de vista el cual se centró en una aproximación geométrica, opuesta al procedimiento analítico del Cálculo. Esta aproximación geométrica se basa en el espacio de fases, con el cual Poincaré también vislumbró lo que en la actualidad se conoce como Caos, en el cual un sistema determinista exhibe comportamiento aperiódico que depende de manera sensible de las condiciones iniciales, haciendo que la predicción a largo plazo sea imposible (Strogatz, 2015).

A pesar de esto, ningún avance significativo referente al fenómeno del caos es registrado hasta la primera mitad de siglo XX.

En 1950 se inventó la computadora como las conocemos hoy en día, marcando un punto de inflexión en el desarrollo de la teoría del caos. La computadora sirvió como un laboratorio en el cual fue posible experimentar con las ecuaciones de una manera en la que no se había podido hacer antes, permitiendo observar ciertos comportamientos de los sistemas no lineales. En 1963 el meteorólogo del MIT Edward Lorenz, al crear un modelo computacional idealizado de las corrientes de convección en la atmósfera, detectó movimiento caótico en atractores extraños. Lorenz encontró que la solución a sus ecuaciones jamás alcanzaba el equilibrio o un estado periódico, en su lugar oscilaban de manera aperiódica (Strogatz, 2015). También se percató de que, al realizar las simulaciones desde dos condiciones iniciales casi idénticas, se obtenían resultados completamente diferentes. Esta sensibilidad a las condiciones iniciales significaba que las corrientes de convección en la atmósfera, así como cualquier otro sistema caótico, era inherentemente impredecible, pues pequeños errores al medir el estado del sistema serían amplificados causando que no haya posibilidad alguna de hacer predicciones confiables. Por otro lado, Lorenz también demostró que existía estructura en el Caos, pues cuando se grafican las soluciones a sus ecuaciones en el espacio de fases de tres dimensiones, estas conforman un arreglo de puntos con forma parecida a la de una mariposa (Strogatz, 2008).

La investigación de Lorenz tuvo pocas repercusiones hasta la década de los 70, tiempo en el cual el Caos presentó sus mayores avances. En 1971, los matemáticos David Ruelle y Floris Takens propusieron una nueva teoría sobre el inicio de la turbulencia en fluidos, basándose en consideraciones abstractas acerca de los atractores extraños (Strogatz, 2015). Para 1975 el biólogo teórico Robert May encontró el Caos en mapas iterativos, utilizando un modelo simplificado de poblaciones biológicas. El físico Mitchell Feigenbaum, en 1978, descubrió que sistemas completamente diferentes pueden volverse caóticos tomando un camino similar; esta idea es conocida como universalidad en la ruta de la duplicación del periodo hacia el Caos. Experimentalistas como Gollub, Libchaber, Swinney, Linsay, Moon, y Westervelt experimentaron con estas nuevas ideas del Caos en fluidos, reacciones químicas, circuitos eléctricos, osciladores mecánicos y semiconductores (Strogatz, 2015). Finalmente, en 2001, la misión de la NASA, Génesis,

uso las llamadas “super autopistas interplanetarias” descubiertas a través de la teoría del caos.

## **1.2.- Sismos y el análisis no lineal de series de tiempo**

El Caos determinista ha sido aplicado en diversos campos como lo son la física, la matemática, la biología, la medicina, la economía y la lingüística, por mencionar algunos. Esto se debe, en parte, a la variedad de métodos desarrollados para estudiar series de tiempo.

La versatilidad del Caos ha permitido que sus métodos puedan ser utilizados en el estudio de los sismos. Huang & Turcotte (1990) utilizaron un modelo de masa resorte para analizar el comportamiento dinámico inducido por las heterogeneidades de la zona de falla. El modelo consistió en dos bloques deslizantes acoplados entre sí y a un impulsor de velocidad constante mediante resortes elásticos. Al experimentar con este modelo se apreció que el comportamiento de este es similar al del mapa logístico, en cuanto a fases de transición hacia el Caos se refiere. Por su parte Shalaleh & Noorzad (2009) investigaron los sismos ocurridos en la región de Tabriz en Irán, creando una serie de tiempo de la magnitud del evento por mes desde 1949 a 2007, en la cual se encontró que el máximo exponente de Lyapunov es positivo. Recientemente en Yang *et.al.* (2012) se seleccionaron 24 registros generados por el gran sismo de Chi-Chi ocurrido en Taiwán el 21 de septiembre de 1999, estos fueron analizados mediante métodos cuantitativos para identificar el Caos; de sus conclusiones se destaca la presencia de Caos en dichos registros.

En México la aplicación del análisis no lineal de series de tiempo a acelerogramas ha tenido poco impacto. En el trabajo de Villagrán, *et.al.* (2011) se estudiaron acelerogramas provenientes de diferentes eventos sísmicos captados por una sola estación, en este caso la estación SCT de la Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes (RAII-UNAM, 2018). Los resultados mostraron indicios de comportamiento Caótico. Aun así, es importante analizar un número más amplio de acelerogramas para calcular sus invariantes dinámicas.

# CAPÍTULO 2.- MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordan la teoría y las fórmulas utilizadas con las cuales se obtuvieron e interpretaron los resultados mostrados en el CAPÍTULO 4.-.

## 2.1.- Corrección de línea base

Dentro del tratamiento preliminar de registros acelerométricos, la corrección de línea base es el primer paso que usualmente se aplica a las señales sísmicas, ya que por lo general existen pequeños corrimientos con respecto a la línea de ceros para la aceleración. Este error puede ocurrir porque el acelerógrafo no esté perfectamente nivelado en su emplazamiento, o bien porque el sistema de registro provoque una deriva de los datos respecto a la línea base (Giner Caturla, 2011). Estos errores, aunque indistinguibles para la aceleración, se vuelven significativos en las relaciones de velocidad y desplazamiento después de realizada la integración numérica del acelerograma.

Una forma simple de realizar esta corrección es tomar el promedio de todas las aceleraciones y después restar esta constante a todo el acelerograma.

## 2.2.- Filtrado de las señales

Los registros acelerométricos, por lo general, se encuentran contaminados por ruido, el cual puede ser causado por fenómenos naturales ajenos al sismo o por el tratamiento de los datos (Giner Caturla, 2011). El ruido puede ser de dos tipos:

- Ruido de alta frecuencia: se encuentra por encima de la banda de frecuencias deseadas.
- Ruido de baja frecuencia: se encuentra por debajo de la banda de frecuencias deseadas. Este afecta la forma general de la señal ya que son las bajas frecuencias las que dan forma al registro.

Debido a que estas frecuencias no pertenecen al fenómeno físico es necesario eliminarlas. Para este proceso se pueden utilizar distintos filtros:

- Pasa baja: elimina las frecuencias altas.
- Pasa alta: elimina las frecuencias bajas

- Pasa banda: elimina tanto frecuencias altas como bajas simultáneamente

El filtrado de la señal se realiza en el dominio de la frecuencia, multiplicando el espectro de Fourier de la señal por una función, la cual representa el tipo de filtrado y reduce el valor de la amplitud del espectro de Fourier para las frecuencias no deseadas.

### 2.3.- Intensidad de Arias

La intensidad de Arias, propuesta por el investigador chileno Arturo Arias en 1970, es una medida de la energía del sismo (Giner Caturla, 2011). Su expresión es la siguiente.

$$I_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^t a^2(t) dt \quad \text{Ec. 2-1}$$

Donde:

$I_A$ : es la intensidad de Arias

$g$ : es la aceleración de la gravedad.

$a(t)$ : son las aceleraciones del sismo.

$t$ : representa el tiempo

Esta cantidad sirve para determinar la fase intensa o significativa de un sismo, que está representada por el tiempo comprendido entre el 5 y 95% de la intensidad de Arias acumulada.

### 2.4.- Función de Autocorrelación

La autocorrelación es una estadística adimensional que refleja la medida en que una variable se relaciona consigo misma. En otras palabras, mide el grado de correlación entre los valores  $x_t$  y  $x_{t+\tau}$  de una serie de tiempo (Williams, 1997).

Para llevar a cabo el cálculo de autocorrelación se necesita conocer el valor de la autocovarianza y la varianza.

La autocovarianza es una medida, en unidades cuadradas, del grado en que una característica (temperatura, frecuencia cardiaca, etc.) varía consigo misma (Williams, 1997). Es una forma de evaluar conjuntamente las diferencias o desviaciones entre los valores de cada una de las dos series de tiempo (una inalterada, la otra retardada) y el valor de la media aritmética. Puede expresarse de la siguiente manera:

$$\text{autocovarianza} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}) \quad \text{Ec. 2-2}$$

Donde:

$N$ : número total de datos u observaciones.

$\tau$ : retardo o número de intervalos entre puntos u observaciones.

$\bar{x}$ : la media aritmética.

$x_t$ : valor de la variable  $x$  en el tiempo u observación  $t$ .

Por su parte la varianza se define como:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 \quad \text{Ec. 2-3}$$

Donde:

$N$ : número total de datos u observaciones.

$\bar{x}$ : la media aritmética.

$x_t$ : valor de la variable  $x$  en el tiempo u observación  $t$ .

Matemáticamente, la autocorrelación para un retardo específico (coeficiente de autocorrelación  $R_\tau$  para un retardo  $\tau$ ) es simplemente la relación entre la autocovarianza y la varianza. Esta división ocasiona que la autocovarianza sea adimensional y estandarizada.

$$R_\tau = \frac{\sum_{t=1}^{N-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad \text{Ec. 2-4}$$

Donde:

$N$ : número total de datos u observaciones.

$\tau$ : retardo o número de intervalos entre puntos u observaciones.

$\bar{x}$ : la media aritmética.

$x_t$ : valor de la variable  $x$  en el tiempo u observación  $t$ .

Por lo tanto, el coeficiente de autocorrelación  $R_\tau$  puede variar entre +1 y -1, en donde:

- +1 surge cuando dos series de tiempo son exactos duplicados. En otras palabras, ambas series de tiempo se encuentran una encima de la otra

- -1 significa que ambas series de tiempo son el perfecto reflejo una de otra
- El coeficiente es cero cuando no existe ninguna correlación entre las dos series de tiempo

Por último, es usual realizar el cálculo del coeficiente de autocorrelación para distintos retardos, lo cual da origen al correlograma.

## 2.5.- Información mutua

La información mutua es la reducción en la incertidumbre que un valor de un sistema tiene como resultado al conocer el valor de otro sistema. Dichos sistemas pueden estar relacionados o no. Otras interpretaciones de la información mutua (Williams, 1997) son que es una medida de:

- El promedio de información contenido en un sistema acerca de otro.
- El grado de asociación entre dos procesos o variables.
- La cantidad de información que se obtiene de una medida acerca de una medida posterior de la misma variable.

Por lo general, la información mutua se expresa en una ecuación condensada en términos de probabilidades. En Kodba, Perc & Marhl (2005) se presenta la información mutua entre  $x_t$  y  $x_{t+\tau}$  en función del tiempo de retardo  $\tau$ . El primer paso para calcular la información mutua entre estos puntos es, teniendo una serie de tiempo de la forma  $\{x_0, x_1, \dots, x_t, \dots, x_n\}$ , encontrar valor mínimo ( $x_{min}$ ) y el máximo ( $x_{max}$ ) de la secuencia. El valor absoluto de la diferencia  $|x_{max} - x_{min}|$  es segmentado en  $j$  partes iguales. Por último, se calcula la expresión.

$$I(\tau) = - \sum_{h=1}^j \sum_{k=1}^j P_{h,k}(\tau) \ln \frac{P_{h,k}(\tau)}{P_h P_k} \quad \text{Ec. 2-5}$$

Donde:

$j$ : Un número entero lo suficientemente grande

$\tau$ : retardo o número de intervalos entre puntos u observaciones.

$P_h$ : Es la probabilidad de que la variable  $x_t$  asuma un valor en el contenedor  $h$ -ésimo.

$P_k$ : Es la probabilidad de que la variable  $x_t$  asuma un valor en el contenedor  $k$ -ésimo.

$P_{h,k}(\tau)$ : Es la probabilidad conjunta de que  $x_t$  se encuentre en el contenedor  $h$  y  $x_{t+\tau}$  se encuentre en el contenedor  $k$ .

El primer mínimo de  $I(\tau) x_{t+\tau}$  agrega la mayor cantidad de información nueva a la información que ya poseemos al conocer  $x_t$ , sin perder por completo la correlación que existe entre ambos (Kodba, Perc, & Marhl, 2005). Por lo tanto, el primer mínimo de  $I(\tau)$  es la opción óptima para el tiempo de retardo.

## 2.6.- Promedio de falsos vecinos

Dos puntos dentro de un pseudo espacio de fases  $y_i$  y  $y_j$ , formalmente conocidos como vectores reconstruidos, que se encuentran juntos o que son vecinos pueden ser verdaderos o falsos. Estos dos puntos son considerados falsos vecinos si para dimensiones bajas estos se encuentran relativamente cerca, pero al ir incrementando las dimensiones comienzan a separarse de manera notable, por el contrario, si la distancia entre los dos puntos permanece constante a pesar del incremento en las dimensiones, se dice que son vecinos verdaderos (Williams, 1997). Esto sucede ya que, al ir incrementado el número de dimensiones, se le permite al atractor desenvolverse hasta alcanzar el número de dimensiones del pseudo espacio de fase en el que reside (Bradley, 2019), por lo tanto, los puntos dentro del pseudo espacio de fases que conforman al atractor alcanzan su posición verdadera.

La idea anterior fundamenta el método de falsos vecinos más cercanos, sin embargo, Cao (1997) menciona que tiene ciertas debilidades ante series de tiempo reales, por lo que desarrolló el método de promedio de falsos vecinos o método modificado de falsos vecinos más cercanos, con la intención de compensar los defectos que el método de falsos vecinos más cercanos tiene al calcular la mínima dimensión de incrustación para una serie de tiempo. Actualmente, este método es usado como una manera cualitativa de determinar las propiedades caóticas de una serie de tiempo (Yang et al. 2012).

Según Cao (1997) el promedio de falsos vecinos tiene las siguientes ventajas:

- No contiene parámetros subjetivos excepto por el tiempo de retardo para la incrustación.
- No depende fuertemente de la cantidad de puntos existentes.

- Puede distinguir señales determinísticas de aleatorias.
- Trabaja bien con series de tiempo provenientes de atractores de altas dimensiones.
- Es computacionalmente eficiente.

En este método se calculan las cantidades  $E_{1(m)}$  y  $E_{2(m)}$ . La primera determina la mínima dimensión de incrustación y se define como:

$$E_{1(m)} = \frac{E_{(m+1)}}{E_{(m)}} \quad \text{Ec. 2-6}$$

En donde:

$m$ : es la dimensión de incrustación

El valor de  $E_{(m)}$  por su parte queda definido como:

$$E_{(m)} = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} a(i, m). \quad \text{Ec. 2-7}$$

En donde:

$N$ : es el número total de puntos de la serie de tiempo.

$\tau$ : es el tiempo de retardo

La Ec. 2-7 representa la media para todos los  $a(i, m)$ , esta a su vez se expresa como:

$$a(i, m) = \frac{\|y_i(m+1) - y_{n(i,m)}(m+1)\|}{\|y_i(m) - y_{n(i,m)}(m)\|} \quad \text{Ec. 2-8}$$

En donde:

$$i = 1, 2, \dots, N - m\tau$$

$y_i(m)$ : es el  $i$ -enésimo vector reconstruido con una dimensión de incrustación de  $m$ .

$y_i(m+1)$ : es el  $i$ -enésimo vector reconstruido con una dimensión de incrustación de  $m+1$ .

$n(i, m)$ : es un entero que cumple  $1 \leq n(i, m) \leq N - m\tau$  tal que  $y_{n(i,m)}(m)$  es un vecino cercano a  $y_i(m)$ .

$y_{n(i,m)}(m)$ : vecino cercano a  $y_i(m)$ .

$\|\cdot\|$ : es la norma utilizada para medir la distancia entre puntos en el pseudo espacio de fases reconstruido de  $m$ -dimensiones.

De acuerdo con Cao (1997), el valor de  $E_{1(m)}$  deja de cambiar cuando  $m$  es más grande que algún valor  $m_0$  si el sistema proviene de un atractor, por lo tanto  $m_0 + 1$  es la mínima dimensión de incrustación que se busca.

Por su parte  $E_{2(m)}$  es útil para distinguir señales deterministas de señales aleatorias (Cao, 1997). Se define como:

$$E_{2(m)} = \frac{E_{(m+1)}^*}{E_{(m)}^*} \quad \text{Ec. 2-9}$$

En donde  $E_{(m)}^*$  se expresa de la siguiente manera:

$$E_{(m)}^* = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} |x_{i+m\tau} - x_{n(i,m)+m\tau}| \quad \text{Ec. 2-10}$$

Donde:

$x_i$ : es el valor  $i$ -enésimo de la serie de tiempo.

$n(i, m)$ : tiene el mismo significado que en la Ec. 2-8

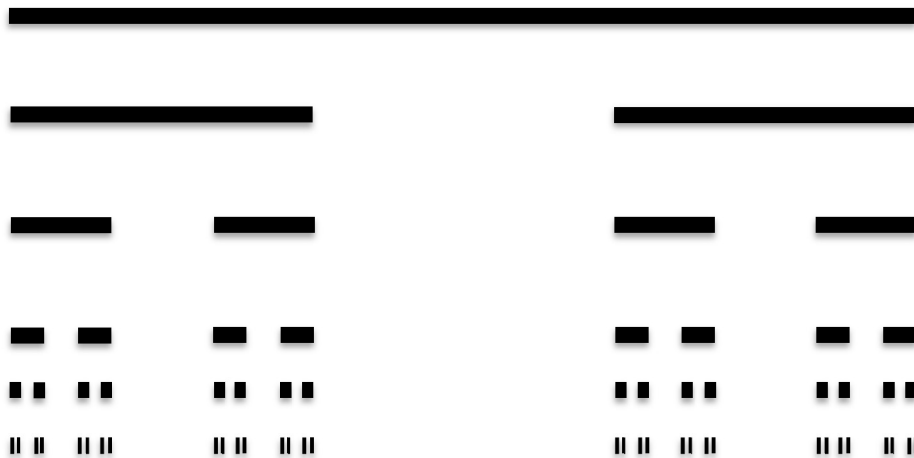
Cao (1997) considera que para datos aleatorios (ya que en estos los valores futuros son independientes de los pasados),  $E_{2(m)}$  es igual a 1 para cada  $m$ , por el contrario, para datos deterministas,  $E_{2(m)}$  se encuentra relacionado con  $m$ , como resultado, no puede ser una constante para todos los  $m$ , en otras palabras, debe existir algunas  $m$  tal que  $E_{2(m)} \neq 1$ .

## 2.7.- Dimensión de correlación

La dimensión de correlación pertenece a un grupo de dimensiones conocidas como dimensiones fractales, las cuales son usadas para describir objetos que se encuentran entre dimensiones enteras (Bradley, 2019). Por ejemplo, se conoce que un punto y una línea poseen dimensiones de 0 y 1 respectivamente, pero en otras figuras como el conjunto de Cantor de tercio medio (que se crea dividiendo una línea en tercios, eliminando el tercio

medio y repitiendo indefinidamente los dos pasos anteriores con las líneas restantes, tal como se observa en Figura 2-1), se puede decir que, si bien la mínima dimensión que necesita es de uno, este nuevo objeto no es una línea, por lo tanto, no se extrae ninguna información relevante. En este caso, se introduce la dimensión de capacidad (la cual, al igual que la dimensión de correlación, pertenece a las dimensiones fractales), en la que el cálculo para objetos como lo son las líneas o cuadrados arroja valores de uno y dos, respectivamente, como dimensiones, pero para el conjunto de Cantor del tercio medio se obtiene una dimensión de 0.63 (el hecho de que el número no sea un entero es lo que le da el nombre de dimensiones fractales o no enteras), indicando que se encuentra entre un punto y una línea, e incluso con esta dimensión es posible distinguirlo del conjunto de Cantor del quinto medio (Bradley, 2019).

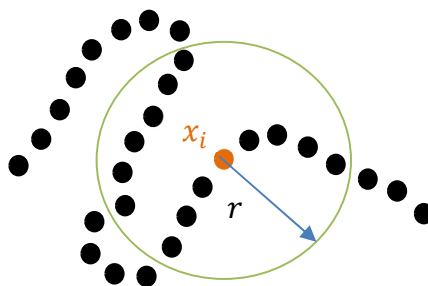
Es importante destacar que el anterior razonamiento es la base de las dimensiones fractales.



**Figura 2-1 Construcción del conjunto de Cantor de tercio medio (Braun, 2003).**

Por su parte, la dimensión de correlación es la más popular de las dimensiones fractales actualmente usadas. Los principios generales de esta fueron desarrollados por Grassberger & Procaccia (1983b). La dimensión de correlación sondea el atractor a una escala mucho más fina que la dimensión de información (otro tipo de dimensión fractal), también es más fácil y rápida de calcular. Al igual que la dimensión de información, tiene en cuenta la frecuencia con la que el sistema visita diferentes zonas del espacio de fases. La mayoría de las otras dimensiones implican mover un dispositivo de medición en

longitudes incrementales iguales sobre el atractor (equivalente a colocar una cuadrícula uniforme sobre él). Por el contrario, la dimensión de correlación implica ubicar sistemáticamente el dispositivo en cada punto de referencia, a su vez. El procedimiento generalmente comienza incrustando los datos en un pseudo espacio de fase bidimensional. Para un radio  $r$  dado, se cuenta el número de puntos dentro de la distancia  $r$  desde el punto de referencia como se ve en la Figura 2-2. Después de hacer eso para cada punto de la trayectoria, se suman los recuentos y se normaliza la suma. Produciendo la llamada suma de correlación (Williams, 1997).



**Figura 2-2 Localización de puntos dentro de un radio  $r$  para un punto de referencia  $x_i$ .**

La expresión para calcular la suma de correlación es la siguiente (en este caso  $N(N - 1)$  se expresa como  $N^2$  ya que se analiza para  $N$  infinitamente largo (Williams, 1997)):

$$C_{2,m}(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G(r - |x_i - x_j|) \quad \text{Ec. 2-11}$$

Donde:

$C_{2,m}(r)$ : el valor de la suma de correlación para la dimensión  $m$

$N$ : número total de puntos (vectores reconstruidos)

$x_i$ : es conocido como el punto de referencia, sobre el cual se centra el instrumento de medición

$x_j$ : cualquier otro punto sobre la trayectoria.

$|x_i - x_j|$ : la distancia absoluta.

$r$ : la longitud del instrumento de medición.

$G$ : es la función de Heaviside la cual

Si  $r - |x_i - x_j|$  es positivo, el punto  $x_j$  es contado. Para todos estos casos se le asigna el valor de 1 a la expresión  $G(r - |x_i - x_j|)$ .

Si  $r - |x_i - x_j|$  es negativo, el punto  $x_j$  se encuentra más allá de la longitud del instrumento de medición. Para todos estos casos se le asigna el valor de 0 a la expresión  $G(r - |x_i - x_j|)$

$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N$ : estos dos signos juntos significan, que se posiciona en  $x_i$  y se suman los resultados de  $G(r - |x_i - x_j|)$  para todos los puntos  $x_j$ , después se realiza el mismo procedimiento para el siguiente punto  $x_i$  hasta completar el número total de  $N$  puntos.

Luego se repite ese procedimiento para obtener sumas de correlación para valores cada vez más grandes de  $r$ . Un diagrama bilogarítmico de la suma de correlación versus  $r$  (para esa dimensión de incrustación en particular) generalmente muestra una región central recta o casi recta. La pendiente de ese segmento recto es la dimensión de correlación. El siguiente paso es repetir todo el procedimiento para dimensiones de incrustación cada vez mayores. Para datos caóticos, la dimensión de correlación aumenta inicialmente con la dimensión de incrustación pero, eventualmente (al menos en el caso ideal), se acerca asintóticamente a un valor final verdadero (Williams, 1997).

## 2.8.- Entropía en series de tiempo

La noción de entropía se emplea en física, matemáticas, economía, ciencias de la computación, literatura, ciencias de la tierra, biología, y otros campos. Consecuentemente, el término entropía tiene distintas interpretaciones o significados, en Williams (1997) se describen 12 interpretaciones de la entropía, las cuales se encuentran resumidas en la Tabla 2-1.

**Tabla 2-1 Casos extremos u opuestos de entropía (Williams, 1997) .**

	<b>Alta entropía</b>	<b>Baja entropía</b>
1	Gran proporción de energía inaccesible para realizar un trabajo.	Pequeña proporción de energía inaccesible para realizar un trabajo.
2	Desorden, desorganización, completamente mezclado.	Orden, alto grado de organización, clasificación o separación meticulosa.
3	Eventos igualmente probables, baja probabilidad de seleccionar un evento.	Resultados predeterminados, alta probabilidad de seleccionar un evento.
4	Distribución uniforme.	Distribución desigual.
5	Gran incertidumbre.	Alta certeza, gran confiabilidad.
6	Aleatoriedad o resultados impredecibles	No aleatoriedad, pronóstico preciso.
7	Libertad (gran variedad) de elegir, muchos resultados posibles.	Elección estrictamente restringida, pocos resultados posibles.
8	Gran diversidad.	Pequeña diversidad.
9	Alto grado de sorpresa.	Pequeño o sin ningún grado de sorpresa.
10	Mucha información.	Poca información.
11	Gran cantidad de información usada para especificar el estado de un sistema.	Pequeña cantidad de información usada para especificar el estado de un sistema.
12	Alta precisión de datos	Baja precisión de datos.

Históricamente, Ludwig Boltzmann fue de los primeros en desarrollar una medida estadística o probabilística de la entropía (su ecuación se relaciona con la definición 2 en la Tabla 2-1). Posteriormente, a finales de 1940, Claude Shannon creó en gran medida la entonces nueva disciplina de la teoría de la información (Williams, 1997). Al considerar probabilidades, Shannon obtuvo la Ec. 2-12.

$$I_w = - \sum_{i=1}^{N_s} P_i \log P_i \quad \text{Ec. 2-12}$$

Esta ecuación es casi igual a la de Boltzmann, aunque la de Shannon puede ser aplicada en distintos campos y a distintos tipos de probabilidades. Shannon dijo que su ecuación en realidad medía información, elección o incertidumbre. Sin embargo, decidió llamarlo “entropía” porque su ecuación era esencialmente idéntica a la de Boltzmann. La teoría del caos trata a la entropía y a la información como el mismo concepto (Williams, 1997). Por tal motivo la Ec. 2-12 se reescribe como:

$$H_w = \sum_{i=1}^{N_s} P_i \log(1/P_i)$$

Ec. 2-13

Donde:

$H_w$ : Entropía de la información.

$P_i$ : La probabilidad de esa clase.

$\log(1/P_i)$ : la información de cada clase

$N_s$ : Numero de posibles estados u opciones.

La entropía de la información no depende del todo de los valores reales de las variables, en su lugar, es sólo una estadística que caracteriza un conjunto de probabilidades. Por lo tanto, sin importar qué tipo de probabilidades se usen en ella, no puede identificar por su propia cuenta el caos. Sin embargo, la Ec. 2-13 forma las bases de la entropía de Kolmogorov-Sinai, la cual por lo menos teóricamente es capaz de identificar el caos.

La entropía de Kolmogorov-Sinai (entropía K-S) tiene las siguientes tres características:

- La entropía K-S ( $H_{KS}$ ) utiliza probabilidades de secuencia, que son las probabilidades de que el sistema siga cada una de las rutas posibles que terminan en un momento determinado.
- La característica distintiva de un régimen dinámico es la tasa de entropía, la cual se calcula dividiendo la entropía entre su tiempo asociado dando origen a la tasa promedio de entropía (o promedio de entropía por unidad de tiempo).
- La entropía K-S para sistemas discretos utiliza dos límites, que son, la tasa de entropía mientras el tiempo tiende a infinito y el tamaño de clase  $\varepsilon$  (la longitud del instrumento de medición) tiende a cero. (Williams, 1997).

Al aplicar estas tres características tenemos:

$$H_{KS} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \sum_{i=1}^{N_r} P_s \log(1/P_s) \right] / \text{tiempo} \quad \text{Ec. 2-14}$$

Donde:

$\varepsilon$ : Tamaño de la clase.

$P_s$ : Probabilidades de secuencia.

$N_r$ : Numero de posibles rutas representadas en los datos.

La anterior ecuación presenta complicaciones en la práctica ya que, en la mayoría de los casos, requiere bases de datos que contengan millones de elementos. Consecuentemente, se han propuesto otras maneras de estimar la entropía K-S. En Grassberger & Procaccia (1983a) se muestra que es posible obtener un límite inferior de la entropía K-S, conocido como entropía de correlación  $K_2$ , el cual se puede obtener directamente de la suma de correlación. De manera que:

$$K_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{r \rightarrow 0} K_{2,m}(r) \quad \text{Ec. 2-15}$$

Donde  $K_{2,m}(r)$  es:

$$K_{2,m}(r) = \frac{1}{\tau} \ln \frac{C_{2,m}(r)}{C_{2,m+1}(r)} \quad \text{Ec. 2-16}$$

Donde:

$r$ : Tamaño de compartimiento o del instrumento de medición.

$m$ : dimensión de incrustación.

$\tau$ : tiempo de retardo.

$C_{2,m}(r)$ : suma de correlación para la dimensión  $m$

$C_{2,m+1}(r)$ : suma de correlación para la dimensión inmediatamente posterior a la dimensión de incrustación  $m$ .

Al calcular de esta manera la entropía K-S se evitan tiempos de cómputo extremadamente largos.

La entropía K-S mide la cantidad promedio de nueva información o conocimiento obtenido por medida o por unidad de tiempo. También se puede decir que es la tasa a la

cual la predictibilidad se pierde. Estas y otras interpretaciones proceden de la Tabla 2-1. Por último, la entropía K-S es cero para datos provenientes de un sistema determinista que no es caótico, es positiva y constante para un sistema caótico y es infinita para procesos aleatorios. (Williams, 1997).

## 2.9.- Exponente de Lyapunov

La característica más notable del caos es la impredecibilidad del sistema a futuro, a pesar de que dicho sistema sea determinista (Kantz & Schreiber, 2003). En otras palabras, los sistemas caóticos son sensibles a las condiciones iniciales. Esto significa que la distancia  $\delta_n$  en el espacio de fases de dos trayectorias que inicialmente están cerca una de la otra aumentará con el tiempo (al menos en promedio), lo cual conlleva a una divergencia de las trayectorias (tal como se muestra en la Figura 2-3). Usualmente esta divergencia puede ser descrita por una ley exponencial, es decir:

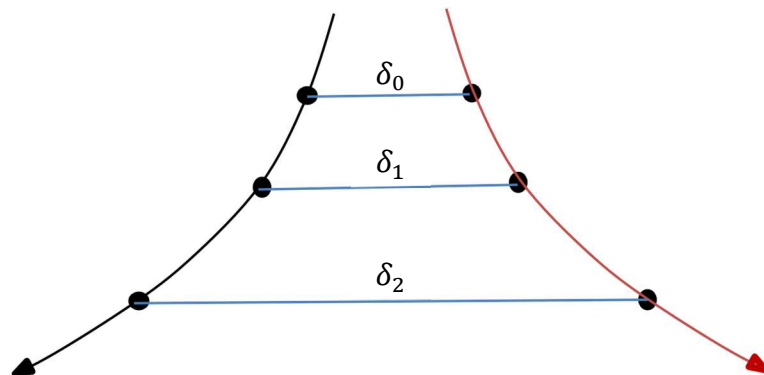
$$\delta_n \approx \delta_0 e^{\lambda n} \quad \text{Ec. 2-17}$$

Donde:

$n$ : número de iteración

$\delta_n$ : distancia entre las dos trayectorias en la iteración  $n$ .

$\lambda$ : exponente de Lyapunov.



**Figura 2-3 Divergencia de dos trayectorias cercanas en el espacio de fases.**

Si el exponente de Lyapunov es positivo, esto significa una divergencia exponencial de las trayectorias inicialmente cercanas y, por lo tanto, caos. Naturalmente, esta divergencia ocurre durante un tiempo definido, de lo contrario las trayectorias saldrían de los límites del atractor (Kantz & Schreiber, 2003).

En sistemas disipativos se pueden encontrar exponentes de Lyapunov negativos, los cuales reflejan la existencia de puntos fijos estables. Dos trayectorias que son atraídas hacia un punto fijo se acercan entre sí de una manera exponencial. Si el movimiento cae en un ciclo límite (otra forma de atractor), estas dos trayectorias sólo se pueden acercar o separar más lentamente que de la forma exponencial. En este caso, el exponente de Lyapunov es cero y el movimiento es llamado establemente marginal (Kantz & Schreiber, 2003). Cuando el exponente de Lyapunov es infinito se considera que el sistema está gobernado por el ruido aleatorio. En la Tabla 2-2 se muestra un resumen.

**Tabla 2-2 Posibles tipos de movimiento y su correspondiente exponente de Lyapunov (Kantz & Schreiber, 2003).**

<b>Tipo de movimiento</b>	<b>Exponente de Lyapunov.</b>
Punto fijo estable	$\lambda < 0$
Ciclo límite estable	$\lambda = 0$
Caos	$0 < \lambda < \infty$
Ruido	$\lambda = \infty$

## **2.10.- Metodología**

En la Figura 2-4 se pueden apreciar los pasos que se siguieron para llevar a cabo el análisis de series de tiempo no lineal en los registros acelerométricos. La metodología por seguir puede ser dividida en dos partes. La primera consiste en utilizar métodos de tratamiento de señales los cuales ayudan a tener una serie que describa adecuadamente el fenómeno a estudiar. Los métodos que se emplean son los siguientes:

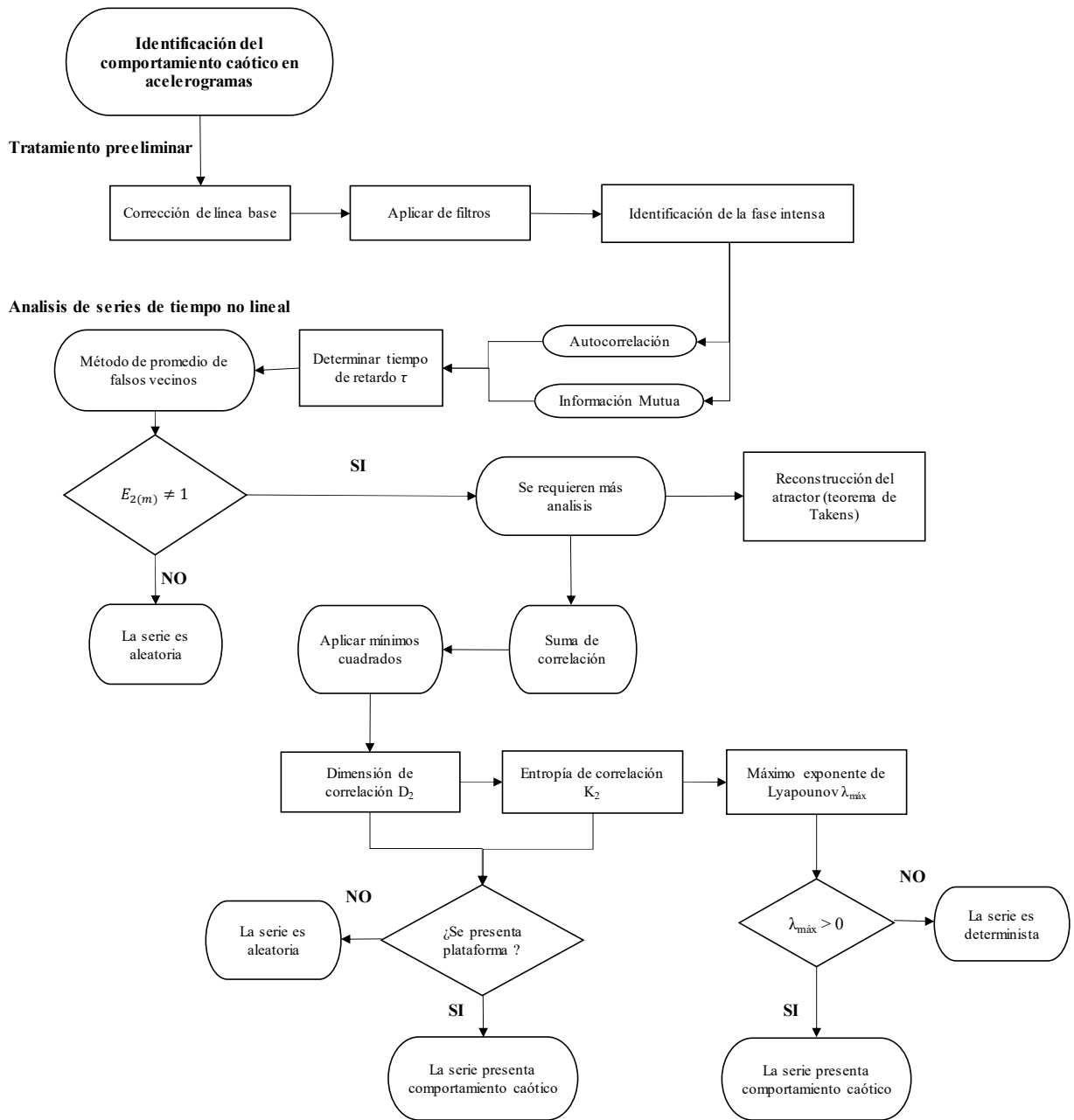
1. Corrección de línea base: se aplica con el objetivo de que los valores de aceleración oscilen alrededor de 0.
2. Filtrado de la señal: es utilizado para eliminar las frecuencias que no corresponden al sismo como tal. Para los registros analizados en este

trabajo se seleccionó el filtro Butterworth pasa banda, ya que este elimina tanto frecuencias bajas como altas.

3. Identificación de la fase intensa: Es la parte del sismo que se encuentra entre el 5 y 95% de la intensidad de Arias, de manera que los datos que se encuentran fuera de este rango son descartados con el fin de trabajar sólo con la parte más significativa del sismo y ahorrar tiempo de cálculo en los posteriores procedimientos.

En la segunda parte se utilizan las herramientas proporcionadas por el análisis de series de tiempo no lineal, las cuales son:

1. Tiempo de retardo optimo ( $\tau$ ): este es identificado a través de la función de autocorrelación o con información mutua.
2. Promedio de falsos vecinos: la principal utilidad de este método es la de identificar si se está trabajando con una señal aleatoria, en el caso contrario, se prosigue a calcular las invariantes dinámicas.
3. Suma de correlación ( $C_2$ ): Los datos obtenidos por este procedimiento son utilizados como datos de entrada para los siguientes dos puntos.
4. Dimensión de correlación ( $D_2$ ): la presencia de una plataforma en las relaciones de las pendientes locales de las sumas de correlación indica que la señal presenta un comportamiento caótico.
5. Entropía de correlación ( $K_2$ ): Al igual que en el anterior punto la presencia de una plataforma, indica que la señal presenta un comportamiento caótico.
6. Máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ ): el cálculo de este valor indica en caso de ser positivo que la señal es caótica, por el contrario, si es negativo la señal puede ser considerada puramente determinista.

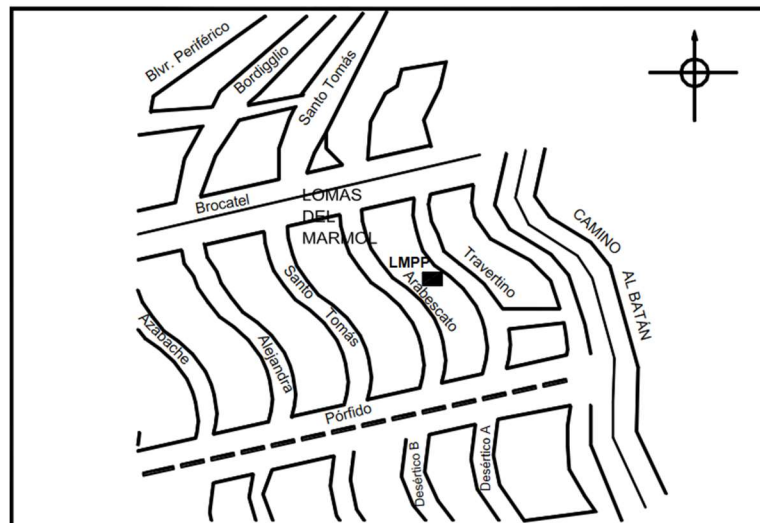


**Figura 2-4 Diagrama de flujo utilizado para determinar presencia de caos en registros acelerométricos.**

# CAPÍTULO 3.- ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO NO LINEAL EN ACELEROGRAMAS

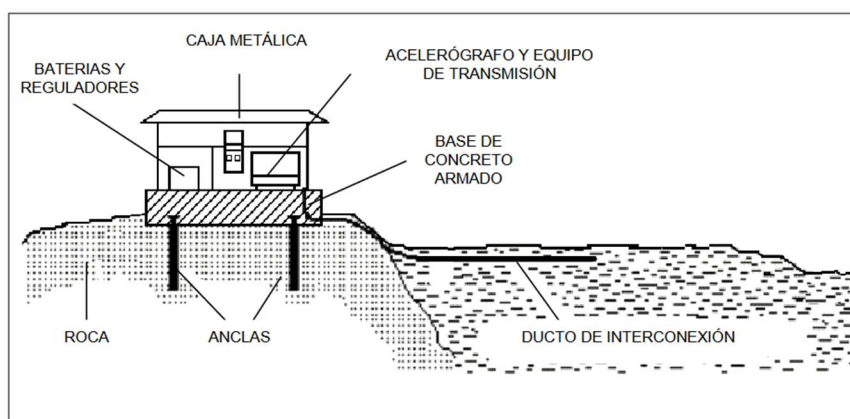
## 3.1.- Selección de estación y señales

Para este trabajo se escogió la estación sismológica Lomas del Mármol ubicada en la ciudad de Puebla (ver Figura 3-1), la cual esta desplantada directamente sobre roca, como se muestra en la Figura 3-2. Se busco esta característica en cuanto al terreno ya que se quería estudiar registros en terreno firme.



**Figura 3-1** Localización de la estación Lomas del Mármol (RACP-II/BUAP-10, 2011).

Esta estación fue colocada en el año 2001 como parte de la red acelerógrafos de la ciudad de Puebla. Esta es de tipo superficial, alimentada de energía eléctrica por medio de una celda solar, con la caja metálica y sus anclajes ahogados es un dado de concreto (RACP-II/BUAP-10, 2011). El acelerógrafo utilizado es un ETNA serie 1329 de tipo digital, el cual tiene una tasa de registro de 200 muestras por segundo.



**Figura 3-2 Tipo de instalación de la estación Lomas del Mármol (RACP-II/BUAP-10, 2011).**

De la estación se seleccionaron 16 eventos sísmicos, sus características se encuentran en la Tabla 3-1. Estos registros fueron obtenidos de la Base de datos de registros acelerográficos de la RAII-UNAM (RAII-UNAM, 2018). Los registros seleccionados fueron aquellos de magnitud 5 o mayor, ocurridos del 2011 en adelante. De estos se decidió trabajar sólo con las direcciones horizontales N00W y N90W.

**Tabla 3-1 Características de los 16 registros seleccionados de la estación Lomas del Mármol.**

Evento	Fecha	Magnitud Mw	Profundidad (km)	Archivo
11-1	2011-02-25	6	135	LMPP1102.251
11-2	2011-04-07	6.7	167	LMPP1104.071
11-3	2011-05-05	5.5	11	LMPP1105.051
11-4	2011-12-11	6.5	58	LMPP1112.111
12-1	2012-03-20	7.4	16	LMPP1203.201
12-2	2012-04-02	6	10	LMPP1204.021
12-3	2012-09-22	5.4	2	LMPP1209.221
12-4	2012-11-07	7.3	16	LMPP1211.071
12-5	2012-11-15	6.1	40	LMPP1211.151
13-1	2013-06-16	5.8	60	LMPP1306.161
14-1	2014-05-24	5.7	18	LMPP1405.241
14-2	2014-07-29	6.4	117	LMPP1407.291
15-1	2015-03-20	5.4	61	LMPP1503.201
17-1	2017-09-08	8.2	45.9	LMPP1709.081
17-2	2017-09-19	7.1	38.5	LMPP1709.191
17-3	2017-09-23	6.1	22	LMPP1709.231

## **3.2.- Tratamiento preliminar**

Como se describe en la sección 2.10.-, es necesario llevar a cabo un tratamiento preliminar de los registros acelerométricos antes de aplicar las herramientas del análisis de series de tiempo no lineal. Esto con la intención de evitar anomalías en los resultados.

Parte del tratamiento preliminar consistió en aplicar corrección de línea base y el filtrado de las señales. La corrección de línea base de tipo Normal fue lineal sin pendiente con todos los puntos del registro, en tanto que, el filtrado de la señal se eligió de tipo Butterworth pasa banda de orden 4 con frecuencia mínima y máxima de 0.08 y 25 Hz, respectivamente, esto debido a que este rango de frecuencias es el captado por los aparatos.

La corrección de línea base y el filtrado de tipo pasa banda se realizaron utilizando el software Degtra (Ordaz & Montoya, 2013). Para la corrección de línea base de tipo normal se cargó por separado cada uno de los archivos. Por su parte, para filtrado pasa banda se decidió utilizar la opción de procesamiento masivo.

La selección de la fase intensa de la señal fue la última parte del tratamiento preliminar. Esta fase intensa se determinó a través de la intensidad Arias descrita en la sección 2.3.-. El cálculo se llevó a cabo en Matlab, donde primero se obtuvo la intensidad de Arias acumulada, que posteriormente fue normalizada dividiéndola entre el valor total de la intensidad de Arias. Por último, de esta serie de datos normalizados se seleccionó la parte de la señal comprendida entre el 5 y 95% la cual es conocida como fase intensa, siendo esta la que se utilizó en los cálculos siguientes.

## **3.3.- Análisis de series de tiempo no lineal**

### **3.3.1.- Autocorrelación**

El tiempo de autocorrelación se determinó usando la función *delay.accorr* de la librería *NoLiTSA* para Python (Mannattil, 2018). Los parámetros que se modificaron fueron los siguientes:

- $x$ : en este caso la señal, la cual fue normalizada con el objetivo de poder comparar resultados (esta normalización se realizó mediante función *utils.rescale* proveniente de la misma librería).
- *maxtau*: el cual es el número máximo de retardos calculados, para este caso se consideró que 200 es más que suficiente para apreciar el correlograma.

Por último, el tiempo de autocorrelación es seleccionado como el retardo ( $\tau$ ) en el cual la autocorrelación es menor o igual a  $1/e$ .

### 3.3.2.- Información mutua

La información mutua se determinó usando la función *delay.dim* de la librería *NoLiTSA* para Python (Mannattil, 2018). Los parámetros que se utilizaron fueron los siguientes:

- $x$ : los mismos valores utilizados para la función *delay.accorr*.
- *maxtau*: los mismos valores utilizados para la función *delay.accorr*.
- *bins*: es el número de secciones para calcular el histograma, para el cual se seleccionó 100

### 3.3.3.- Promedio de falsos vecinos

La relación de falsos vecinos se calculó usando la función *dimension.afn* de la librería *NoLiTSA* para Python (Mannattil, 2018). Los parámetros son los siguientes.

- $x$ : los mismos valores utilizados para la función *delay.accorr*.
- *dim*: para el cálculo se utilizó dimensiones de 1 a 20
- *tau*: en este trabajo se utilizó el tiempo de autocorrelación obtenido por *delay.accorr* obtenido para cada señal.
- *maxnum*: el máximo número de vecinos cercanos que deben ser encontrados para un punto. En este caso se decidió que 100 eran suficientes

### 3.3.4.- Dimensión y entropía de correlación

Para la dimensión y entropía de correlación se usó el programa *d2* de la paquetería *TISEAN* (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999). Como el programa carece de interfaz gráfica se utilizó el símbolo de sistema de Windows, o CMD, para escribir los comandos. Los parámetros que cambiaron fueron:

-d#: es el retardo para los vectores de retardo, en este trabajo se seleccionó al tiempo de autocorrelación calculado a través de *delay.accorr* para cada señal

-M#,#: el primer espacio es para el numero de componentes o número de columnas en el archivo a leer, en este caso solo existe una columna. El segundo espacio es para la máxima dimensión de incrustación para la cual se realizaron los cálculos, en este caso, Williams (1997) sugiere utilizar 10 como máxima dimensión de incrustación.

-N#: es el número máximo de pares para usar. Se coloco 0 para utilizar todos los pares posibles.

-E: se colocó este parámetro para que el programa normalizara los datos.

-o: se utilizó para que el programa generara los archivos [.c2][.d2][.h2] los cuales contienen los datos de la suma, dimensión y entropía de correlación respectivamente.

# CAPÍTULO 4.- RESULTADOS Y DISCUSIONES

## 4.1.- Resultados

En la siguiente sección se muestran los resultados obtenidos después de aplicar la metodología descrita en la sección 2.10.- a los 16 sismos seleccionados de la estación Lomas del Mármol.

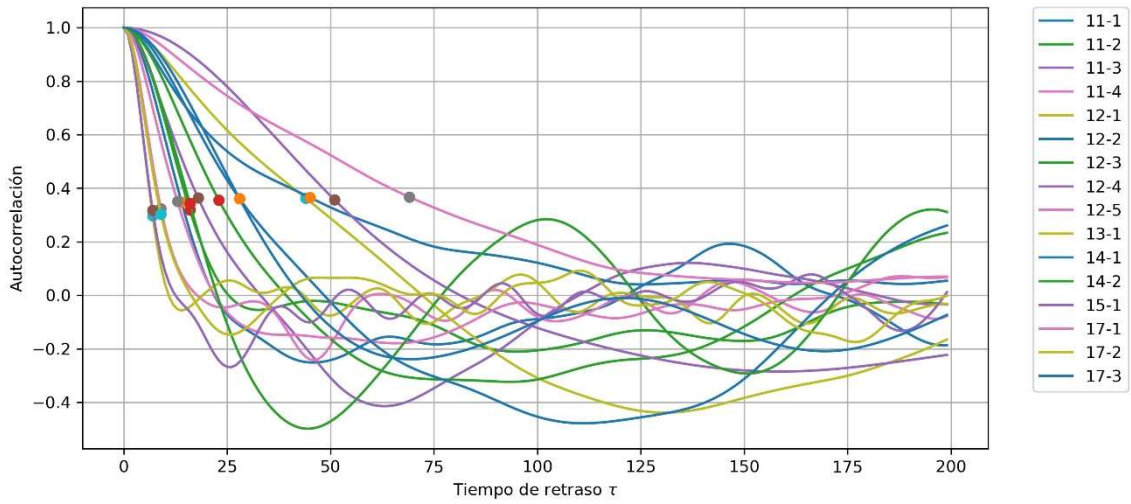
El análisis de series de tiempo no lineal comienza con la reconstrucción del atractor. Tal como se menciona en el CAPÍTULO 2.- se requiere definir dos parámetros: el tiempo de retardo ( $\tau$ ) y la dimensión de incrustación ( $m$ ).

El tiempo de retardo ( $\tau$ ) puede ser estimado por medio de la función de autocorrelación o a través del método de información mutua. En las siguientes dos subsecciones se presentan los resultados para ambos casos respectivamente.

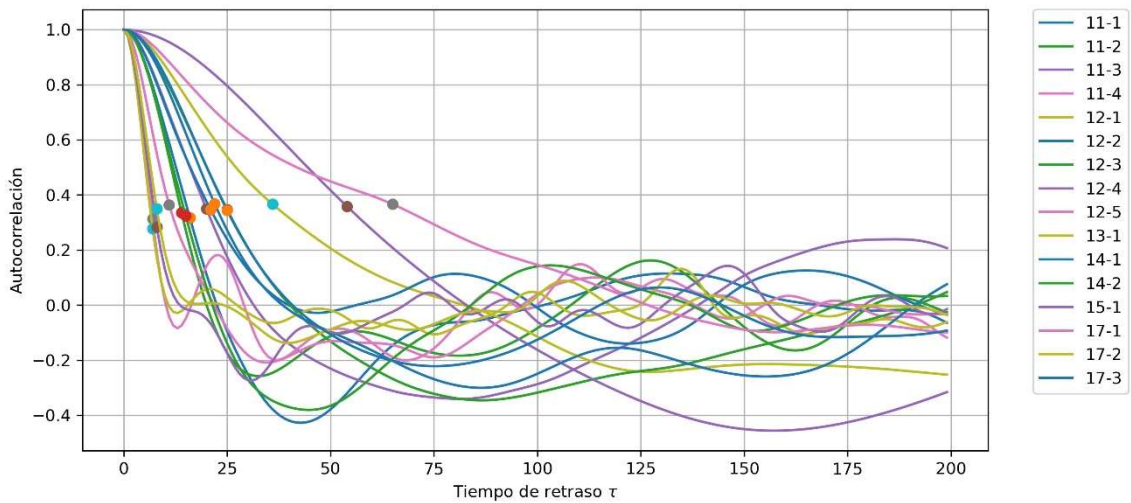
### 4.1.1.- Autocorrelación

En las Figura 4-1 y Figura 4-2 se muestran los correlogramas para los registros acelerométricos en las direcciones horizontales N00W y N90W respectivamente. El tiempo de retardo óptimo en este caso se determina como el denominado tiempo de autocorrelación, de acuerdo con la sección 2.4.-, ocurre cuando la función de autocorrelación obtiene un valor menor o igual a  $1/e$ . En los correlogramas este valor es representado por un punto para cada registro acelerométrico.

En la Figura 4-1 se puede observar que el tiempo de autocorrelación oscila entre 7 y 28, con excepción de las señales 12-1, 12-2, 12-4 y 17-1 las cuales tienen un valor de 44, 45, 51 y 69, respectivamente. Por su parte, en la Figura 4-2, los tiempos de autocorrelación se encuentran entre 7 y 25, exceptuando las señales 12-1, 12-4 y 17-1 que presentan valores de 36, 54 y 65 respectivamente, lo cual nos indica que la señal 12-2 es la única que no se encuentra presente en este conjunto.



**Figura 4-1 Correlogramas de los registros de Lomas del Mármol en la dirección horizontal N00W**



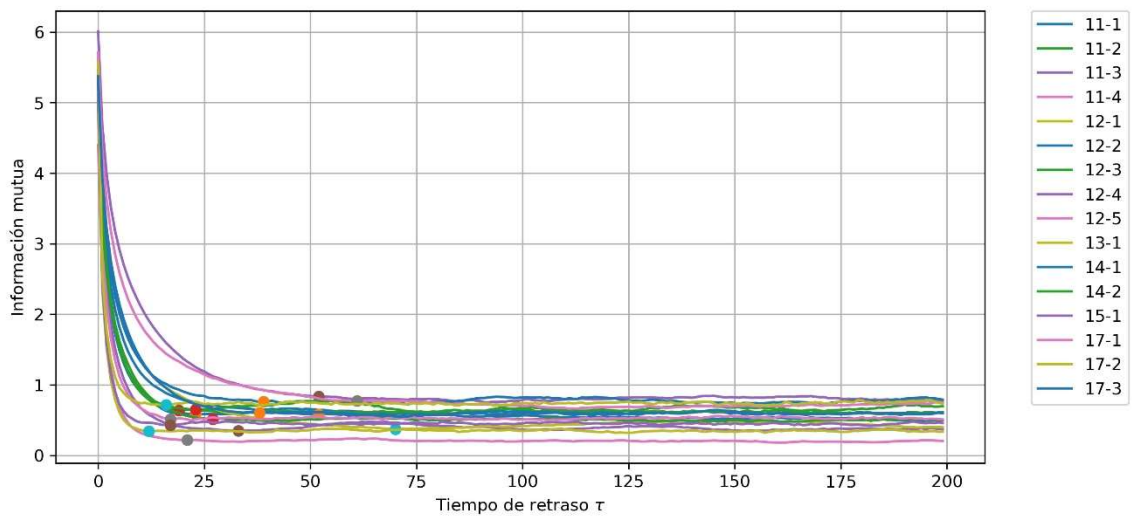
**Figura 4-2 Correlogramas de los registros de Lomas del Mármol en la dirección horizontal N90W**

#### 4.1.2.- Información mutua

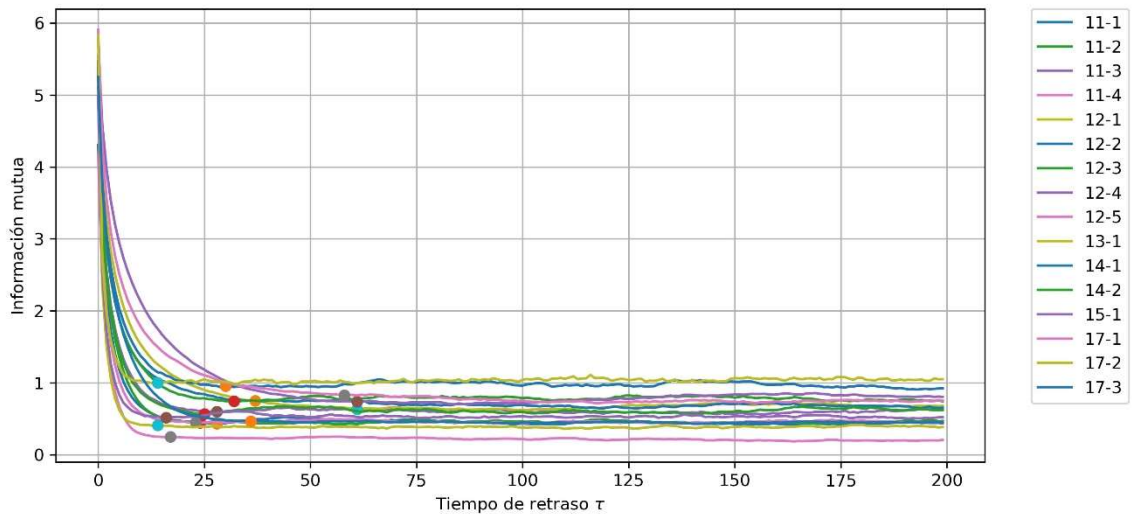
En las Figura 4-3 y Figura 4-4 se observan las relaciones obtenidas con el método de información mutua. El tiempo de retardo óptimo (representado por un punto), en este caso, se define como el primer mínimo que ocurre dentro de esta función. Al igual que en los correlogramas anteriormente mostrados, se puede identificar que los valores de tiempo de retardo para las direcciones horizontales N00W y N90W se encuentran entre los rangos

de 12 a 39 y 14 a 37, respectivamente, a excepción de las señales 12-1, 12-2, 12-4 y 17-1, las cuales se encuentran entre 52 y 70 (para la dirección horizontal N00W), y las señales 12-1, 12-4 y 17-1 para la dirección horizontal N90W, las cuales se encuentran entre 61 y 58.

Por otra parte, la información mutua presenta un comportamiento prácticamente lineal, con mínimos y máximos poco distinguibles en ambas figuras (Figura 4-3 y Figura 4-4), esto después del tiempo de retardo de aproximadamente 15.



**Figura 4-3** Función de información mutua para los registros de Lomas del Mármol horizontal en la dirección N00W



**Figura 4-4** Función de información mutua para los registros de Lomas del Mármol en la dirección horizontal N90W

Los tiempos de retardo óptimos calculados con ambos métodos se encuentran en la Tabla 4-1. Para cálculos posteriores, el tiempo de retardo fue definido como el tiempo de autocorrelación.

**Tabla 4-1 Valores de tiempo de retardo ( $\tau$ ) para ambos métodos y ambas direcciones horizontales.**

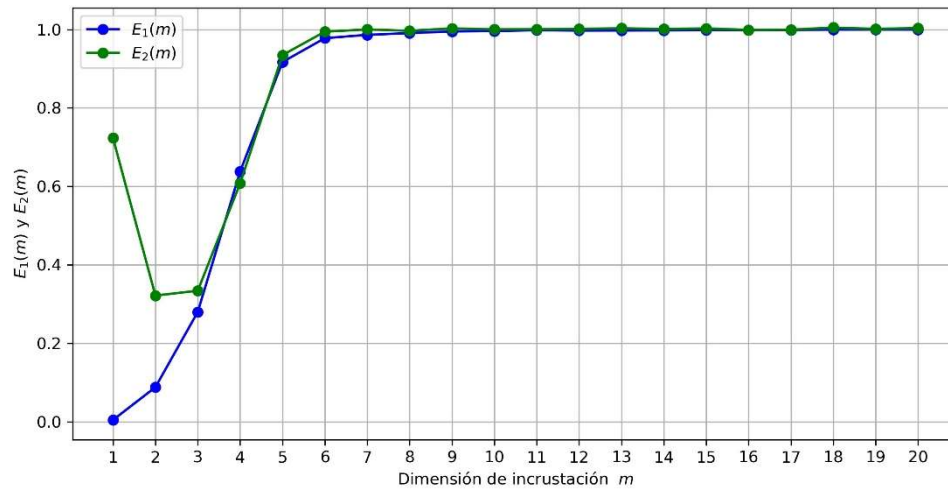
Sismos	Dirección horizontal N00W		Dirección horizontal N90W	
	Autocorrelación ( $\tau$ )	Información mutua ( $\tau$ )	Autocorrelación ( $\tau$ )	Información mutua ( $\tau$ )
11-1	14	23	16	28
11-2	16	19	14	24
11-3	18	33	20	28
11-4	9	21	7	17
12-1	44	70	36	61
12-2	45	52	21	37
12-3	23	27	25	32
12-4	51	52	54	61
12-5	13	17	11	23
13-1	7	12	7	14
14-1	28	39	22	30
14-2	16	23	15	25
15-1	7	17	8	16
17-1	69	61	65	58
17-2	9	16	8	14
17-3	28	38	25	36

#### 4.1.3.- Promedio de falsos vecinos

De aquí en adelante, se eligió mostrar únicamente las relaciones para el sismo 14-1 en la dirección horizontal N00W, debido a la amplia cantidad de resultados y a que estas muestran un comportamiento similar a las presentadas en este capítulo. Las relaciones para los demás registros se encuentran en el apartado de anexos.

En la Figura 4-5 se presenta la relación que existe entre los valores de las funciones  $E_{1(m)}$  y  $E_{2(m)}$  (definidos en la sección 2.6.-) contra distintas dimensiones de incrustación. La dimensión de incrustación mínima que se requiere para desenvolver la dinámica del sismo 14-1 en la dirección horizontal N00W es  $m = 6$ , ya que a partir de este valor se puede observar que la función  $E_{1(m)}$  deja de cambiar o alcanza una saturación en 1.0. Por

su parte, la función  $E_{2(m)}$  para las dimensiones 1, 2, 3, 4 y 5 presenta un valor distinto de 1.0, indicativo de que la señal analizada no es aleatoria. El anterior comportamiento se ve reflejado en las 31 relaciones restantes.



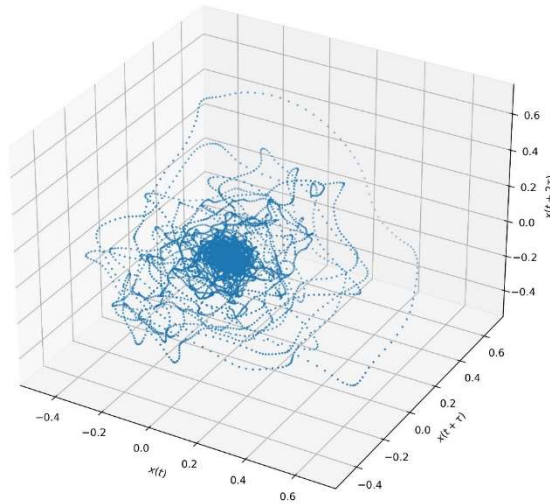
**Figura 4-5 Promedio de falsos vecinos para el registro 14-1 de Lomas del Mármol dirección horizontal N00W**

#### 4.1.4.- Atractor reconstruido

Teniendo el tiempo de retardo óptimo y la estimación de la dimensión de incrustación, se procede a reconstruir el atractor para poder visualizar su dinámica.

En la Figura 4-6 se puede observar el atractor reconstruido en tres dimensiones. En esta figura, las trayectorias tienden a ser más densas en el centro del atractor, mientras que, en la periferia estas son más escasas visitando sólo una vez ciertas partes del pseudo espacio de fases.

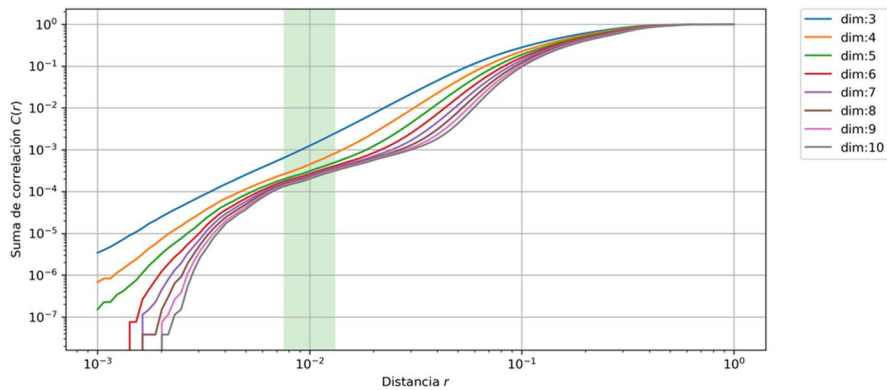
Es necesario destacar que, este atractor tridimensional es sólo una proyección de un atractor de 6 dimensiones, así como lo es, por ejemplo, la sombra (bidimensional) de una manzana (tridimensional).



**Figura 4-6 Atractor reconstruido para el registro 14-1 de Lomas del Mármol dirección horizontal N00W**

#### 4.1.5.- Dimensión de correlación

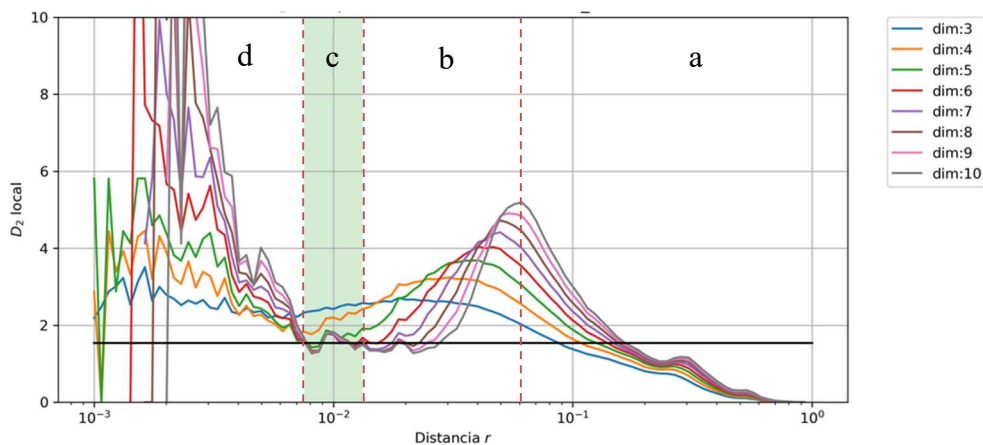
La Figura 4-7 es una relación bilogarítmica entre la suma de correlación ( $C(r)$ ) y el tamaño de la vecindad ( $r$ ), en la cual  $C(r)$  es calculada para un rango de dimensiones de 3 a 10 (como es usualmente sugerido). En la parte superior derecha se puede detectar como la suma de correlación tiende a 1 para valores de  $r$  mayores a  $4.32 \times 10^{-1}$  (esto quiere decir vecindades que cubren por completo el atractor) mientras que, en la parte inferior izquierda, para valores de  $r$  menores a  $4.64 \times 10^{-3}$  (vecindades pequeñas), existen irregularidades en las dimensiones, ya que estas comienzan a separarse y presentar pequeños saltos.



**Figura 4-7 Suma de correlación para el registro 14-1 de Lomas del Mármol dirección horizontal N00W**

Por su parte la Figura 4-8 es una relación semilogarítmica de las pendientes locales (pendientes calculadas en intervalos mínimos a la anterior relación para cada dimensión) y el tamaño de la vecindad ( $r$ ). En la relación se pueden localizar cuatro regiones de interés:

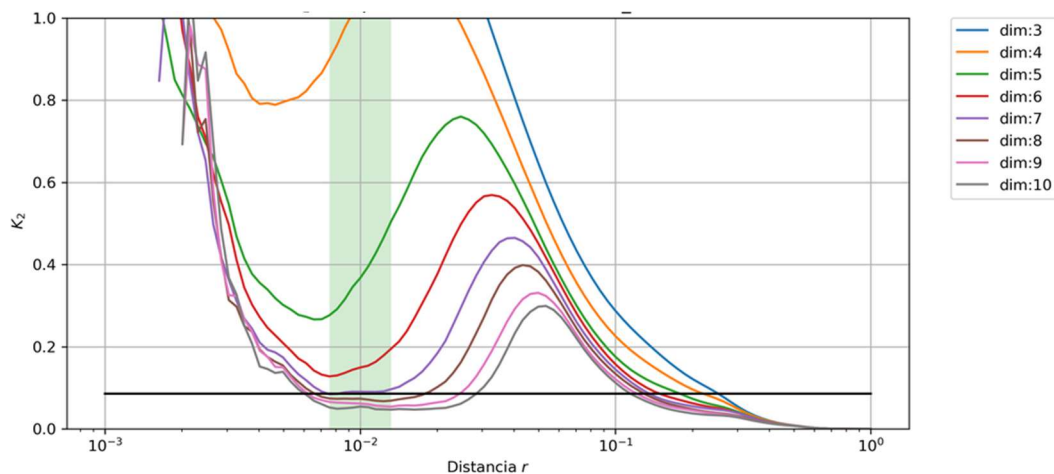
- En esta región, comprendida entre  $6.13 \times 10^{-2}$  y 1, se observa como la pendiente local para cada dimensión decae hacia cero para vecindades que empiezan a cubrir por completo el atractor.
- Región ubicada entre  $1.32 \times 10^{-2}$  y  $6.13 \times 10^{-2}$ , caracterizada por un crecimiento continuo en la pendiente local hasta encontrarse con el inicio de la sección a.
- Región localizada entre  $7.5 \times 10^{-3}$  y  $1.32 \times 10^{-2}$ , conocida como región escalable, donde se encuentra la pseudo plataforma (marcada con color verde). Se puede apreciar como las dimensiones 6 a 10 parecen tener valores similares y constantes, por lo que en esta región y para ese rango de dimensiones se lleva a cabo un promedio de la pendiente dando como resultado la dimensión de correlación, la cual está representada con una línea negra con un valor de 1.54.
- Región comprendida entre  $1 \times 10^{-3}$  y  $7.5 \times 10^{-3}$ , se observa el incremento de la pendiente local, así como también un comportamiento irregular para todas dimensiones



**Figura 4-8 Dimensión de correlación para el registro 14-1 de Lomas del Mármol dirección horizontal N00W**

#### 4.1.6.- Entropía de correlación

La relación entre la entropía de correlación ( $K_2$ ) y el tamaño de la vecindad ( $r$ ) se presenta en la Figura 4-9. En la región verde, la cual tiene los mismo límites que la región escalable anterior ( $7.5 \times 10^{-3}$  y  $1.32 \times 10^{-2}$ ), se observa un decremento en el valor  $K_2$  con el incremento en el número de dimensiones hasta la dimensión 7 donde las curvas parecen estabilizarse, por lo tanto, la entropía de correlación para el registro 14-1 en la dirección horizontal N00W es 0.085, la cual se encuentra representada por una línea horizontal negra en la relación.



**Figura 4-9 Entropía de correlación para el registro 14-1 de Lomas del Mármol dirección horizontal N00W**

#### 4.1.7.- Máximo exponente de Lyapunov

La rutina *lyap\_espec*, arroja como resultado los exponentes de Lyapunov, ordenándolos de mayor a menor, por lo tanto, se elige al primer exponente como el máximo ( $\lambda_1$ ) Para realizar el cálculo se utilizaron las dimensiones de incrustación obtenidas del método de promedio de falsos vecinos, cuyos valores se encuentran entre 5 a 8 y de 5 a 9 para cada dirección. En la Tabla 4-2 se encuentran estos valores, los cuales rondan de 0.0019 a 0.4419 y de 0.0019 a 0.6951 para la dirección horizontal N00W y N90W respectivamente.

Por último, en la Tabla 4-2 también se encuentran los valores calculados de  $D_2$  y  $K_2$  para los 16 registros sísmicos en ambas direcciones horizontales

**Tabla 4-2 Valores de  $\lambda_1$ ,  $D_2$  y  $K_2$  para ambas direcciones horizontales.**

Sismos	Dirección horizontal N00W			Dirección horizontal N90W		
	Dimensión de correlación ( $D_2$ )	Entropía de correlación ( $K_2$ )	Máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ )	Dimensión de correlación ( $D_2$ )	Entropía de correlación ( $K_2$ )	Máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ )
11-1	1.99	0.119	0.1256	2.33	0.2409	0.2358
11-2	2.25	0.182	0.0724	2.36	0.1143	0.0956
11-3	2.94	0.192	0.2041	1.65	0.1163	0.1127
11-4	2.59	0.194	0.3735	2.13	0.1561	0.2924
12-1	1.91	0.095	0.0523	1.7	0.0719	0.0314
12-2	1.79	0.084	0.0822	1.65	0.0816	0.052
12-3	1.89	0.11	0.1159	1.76	0.111	0.0511
12-4	1.47	0.074	0.0019	1.26	0.0655	0.0019
12-5	2.5	0.146	0.2258	2.35	0.1807	0.2351
13-1	2.25	0.22	0.3665	2.48	0.2065	0.6951
14-1	1.54	0.085	0.0443	1.59	0.0905	0.0351
14-2	1.48	0.096	0.1197	2.03	0.1151	0.1522
15-1	2.61	0.208	0.3739	2.98	0.2471	0.3677
17-1	1.23	0.057	0.0241	1.26	0.0604	0.0258
17-2	2.91	0.246	0.4419	2.93	0.2202	0.3138
17-3	1.35	0.072	0.0175	1.57	0.0615	0.0564
Promedio	2.044	0.136	0.1651	2.002	0.134	0.1721
Desviación estándar	0.555	0.062	0.1475	0.534	0.066	0.1817

## 4.2.- Discusiones

### 4.2.1.- Tiempo de retardo óptimo

Por lo general, se sugiere que el tiempo de retardo óptimo sea tomado como el primer mínimo en información mutua, en lugar del tiempo de autocorrelación, tal como lo afirman diversos autores: Yang *et.al.* (2012) en el estudio de los registros acelerométricos generados por el sismo de Chi-Chi, Kodba *et.al.* (2005) que estudia la serie de tiempo producida por un circuito de diodo inductor-resistor accionado (RLC) o

inclusive en los ejemplos proporcionados en el paquete *NoLiTSA* (Mannattil, 2018) en donde se analiza la serie de tiempo generada por el sistema de tres ecuaciones de Lorenz. Esto debido a que la información mutua considera a la señal como no lineal al contrario de autocorrelación, la cual considera a la señal como lineal (Bradley, 2019).

Sin embargo, como ya se mencionó en la sección 4.1.2.-, las relaciones para información mutua no presentan mínimos y máximos apreciables, como se observan en la figura 3 de Kodba et al. (2005) o en el ejemplo del sistema de Lorenz del paquete *NoLiTSA* (Mannattil, 2018). En la Tabla 4-1 se aprecia que el tiempo de retardo para información mutua es mayor que el tiempo de autocorrelación, contrario a lo observado en el ejemplo de Lorenz, donde información mutua tiene un tiempo de retardo de 5, el cual es menor al tiempo de 10 obtenido mediante autocorrelación, lo cual posteriormente repercute en una mejor reconstrucción del atractor. Por estas razones se decidió utilizar el tiempo de autocorrelación como retardo óptimo, a pesar de que, en Yang et al. (2012) se utiliza la información mutua.

#### **4.2.2.- Promedios de falsos vecinos**

La relación de  $E_{2(m)}$  es un método cualitativo que indica la presencia del caos. En la figura 7 de Yang et al. (2012) se puede observar como  $E_{2(m)}$  difiere de 1 para por lo menos una dimensión, teniendo un comportamiento similar al descrito en la sección 4.1.3.- para los registros acelerométricos de este trabajo. En el ejemplo de Lorenz (el cual es calculado en Cao (1997) y en Yang et al. (2012)) se observa un comportamiento ascendente de  $E_{2(m)}$  para las primeras dimensiones, lo cual es diferente al comportamiento semi-parabólico que presentan los registros acelerométricos (tanto los de este trabajo como los de Yang et al. (2012)). Aun así, Cao (1997) sólo requiere que en algún momento  $E_{2(m)}$  sea diferente de 1 para considerar a la serie de tiempo analizada como caótica, aspecto que cumplen los registros acelerométricos.

#### 4.2.3.- Invariantes dinámicas

De la tabla 2 de Yang et al. (2012) se sabe que los registros acelerométricos del sismo de Chi-Chi tienen una dimensión de correlación promedio de 2.8418 con una desviación estándar de 0.3546. Por su parte, las dimensiones de correlación promedio en ambas direcciones, para los registros acelerométricos estudiados en este trabajo (ver Tabla 4-2), resultan ser menores por aproximadamente 0.8, lo cual indica una mayor complejidad geométrica, en promedio, para los atractores reconstruidos del sismo de Chi-Chi con respecto a los registros acelerométricos de la estación Lomas del Mármol.

Los valores promedio para la entropía de correlación y el máximo exponente de Lyapunov del sismo de Chi-Chi (ver tabla 2 de Yang et al. (2012)), también son mayores a los obtenidos para la estación Lomas del Mármol respectivamente (ver Tabla 4-2). La entropía de correlación es mayor por aproximadamente 0.3, lo cual quiere decir que el sismo de Chi-Chi en promedio tiene más incertidumbre y, por lo tanto, genera más información. En cuanto al máximo exponente de Lyapunov promedio, este es aproximadamente 2 veces mayor, lo cual significa que en el sismo de Chi-Chi las trayectorias divergen más rápido y teóricamente la ventana de predicción es menor que en Lomas del Mármol.

Cabe señalar que la dimensión de incrustación utilizada en el cálculo del exponente de Lyapunov es solo una aproximación de la dimensión real del sistema ya que, bajo el teorema de Takens mientras que la dimensión de incrustación calculada sea mayor que la dimensión real del sistema, los resultados que se obtengan a través de la primera representan al sistema de manera adecuada.

Es necesario destacar que para los sismos 11-1, 12-3, 17-2 dirección N00W, 11-1 y 11-4 dirección N90W la presencia de la pseudo plataforma en el cálculo de dimensión de correlación y, por ende, en la entropía de correlación no fue del todo evidente, Williams (1997) dice que en algunos casos los datos simplemente no grafican una línea recta, ya sea porque esta región es muy pequeña o porque simplemente es indefinible. En cualquier caso, se realizó el cálculo sobre la región que se consideró mejor representaba la pseudo plataforma, para tener una burda aproximación de la pendiente.

#### **4.2.4.- Aplicaciones futuras**

El análisis de series de tiempo no lineal en este trabajo se realizó sobre varios sismos para una sola estación, mientras que en Yang et al. (2012) se analizaron varias estaciones para un solo sismo; para tener un panorama más amplio se considera que se debe realizar un análisis más extenso en el cual se incluyan un mayor número de estaciones distribuidas en el país, con lo cual se podría estudiar la variación de las invariantes dinámicas con respecto al sitio y al sismo. Con estos datos podría ser posible la identificación de un atractor general para el sitio.

Por el lado de las estructuras, es necesario crear una serie de tiempo representativa de la estructura y con esta averiguar qué tipo de atractor posee. Como hipótesis futura, en el caso de que ambos atractores, el del sitio y el de la estructura, sean diferentes o se encuentren desfasados, sería posible llegar a la conclusión de que la estructura no es vulnerable, ya que el atractor de la estructura y del sitio representa de cierta forma el comportamiento dinámico general para ambos, independientemente de la condición inicial, por lo tanto, un sismo daría origen a dos comportamientos distintos tanto para el sitio como para la estructura, manteniendo a esta última a salvo. Por el contrario, si ambos atractores no se encuentran desfasados o son iguales, se podría decir que tanto la estructura como el sitio tendrían el mismo comportamiento, volviendo a la estructura más vulnerable a daños significativos. De esta manera se podría determinar la seguridad de una estructura.

Por último, con la obtención de las invariantes dinámicas se intenta proponer una forma distinta a la tradicional de realizar el análisis sísmico, ya que estas cuantifican la dinámica del sistema estudiado.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se estudiaron 16 registros acelerométricos provenientes de eventos sísmicos diferentes, pero registrados en la misma estación, con la intención de encontrar propiedades caóticas dentro de estos, utilizando las herramientas proporcionadas por el análisis de series de tiempo no lineal. Estos registros provienen de la estación Lomas del Mármol, la cual se encuentra en la ciudad de Puebla, desplantada sobre roca. Estos se analizaron para ambas direcciones horizontales.

A los registros acelerométricos se les aplicó corrección de línea base, filtrado y la obtención de la fase intensa del sismo, como tratamiento preliminar antes de utilizar las herramientas del caos. Esto con la intención de obtener señales que representasen en la medida de lo posible el fenómeno a estudiar, en este caso los sismos.

Las cuatro herramientas o pruebas utilizadas para detectar la presencia del caos fueron: la obtención del valor  $E_{2(m)}$  (usando el cálculo de promedio de falsos vecinos), la dimensión de correlación ( $D_2$ ), la entropía de correlación ( $K_2$ ), y por último el máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ ). De estos resultados podemos concluir lo siguiente:

- A pesar de que  $E_{2(m)}$  presenta un comportamiento semi parabólico para las primeras dimensiones, el hecho de que sea distinto de 1 en algún momento indica la presencia de caos en las señales estudiadas.
- Los valores obtenidos para dimensión de correlación ( $D_2$ ), entropía de correlación ( $K_2$ ), y máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ ) sugieren que los registros acelerométricos analizados poseen propiedades caóticas, contestando la pregunta de investigación.
- Las invariantes dinámicas de la estación Lomas del Mármol en promedio son menores que las obtenidas en Yang et al. (2012) para el sismo de Chi-Chi, indicando una menor complejidad por parte de la estación estudiada. Sin embargo, esto se puede atribuir a que para la estación Lomas del Mármol se utilizaron diferentes sismos, mientras que para el sismo de Chi-Chi se utilizaron datos provenientes de distintas estaciones, causando así que las invariantes dinámicas en promedio sean menores para las señales tratadas en este trabajo.

Por último, se sugiere tomar en cuenta las siguientes recomendaciones para trabajos posteriores.

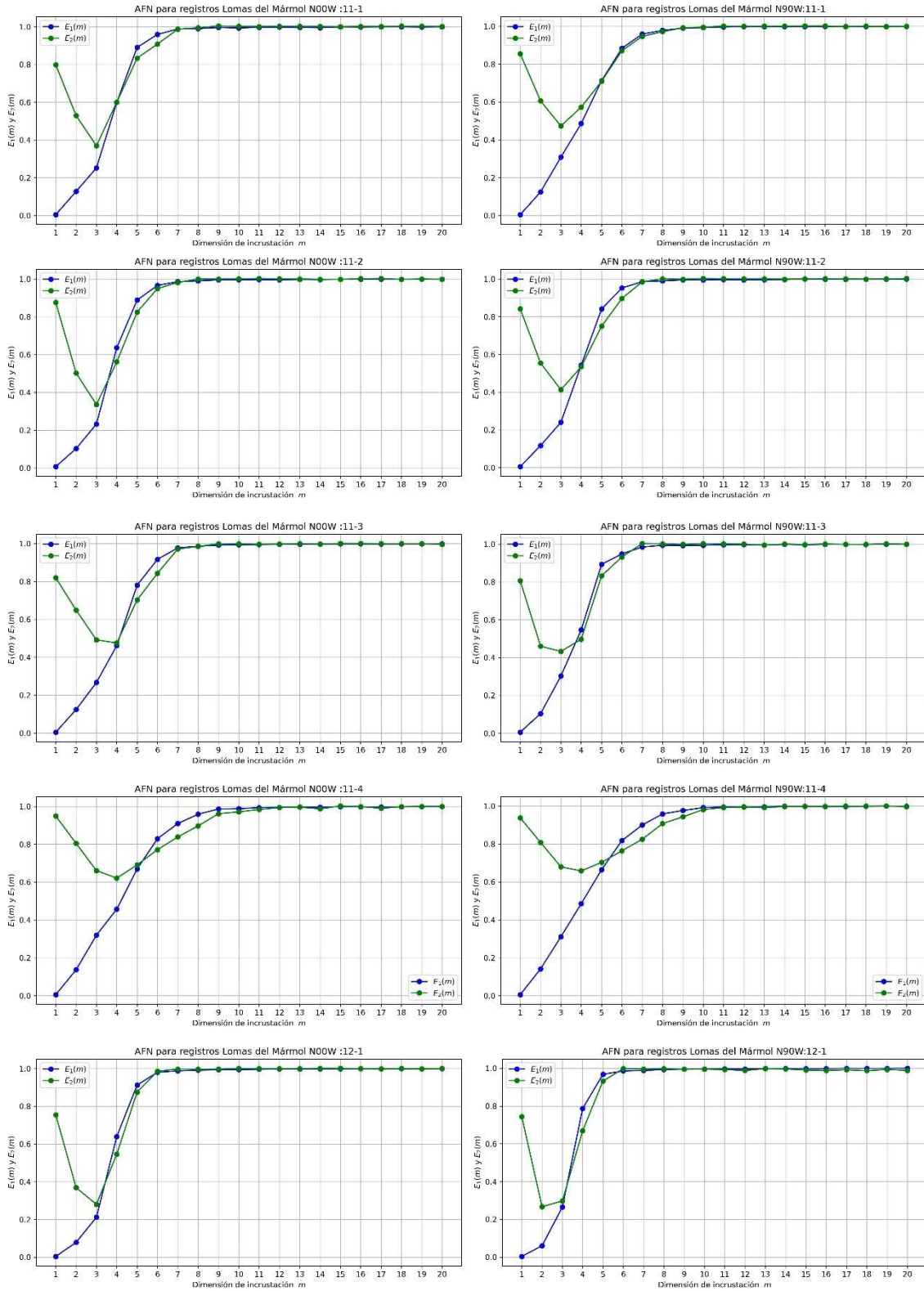
- Buscar filtrados no lineales especializados para eliminar las irregularidades presentes en los atractores reconstruidos.
- Realizar el mismo análisis sobre otras estaciones para poder identificar diferencias o similitudes entre invariantes dinámicas para distintos sitios y eventos sísmicos. Esto con la finalidad de cumplir el objetivo presentado en la subsección 4.2.4.-.

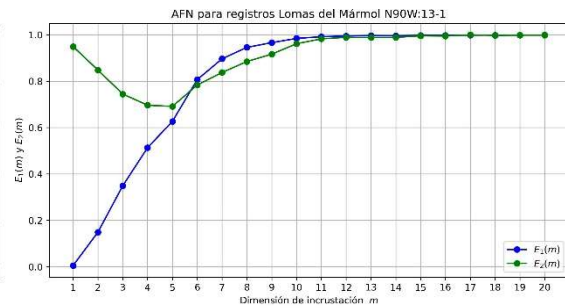
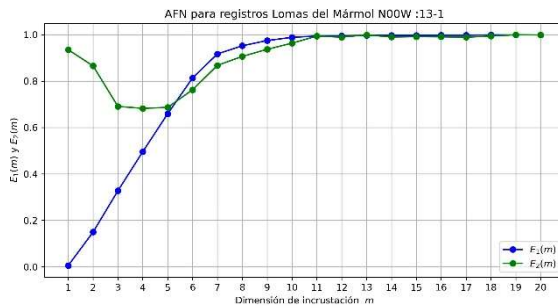
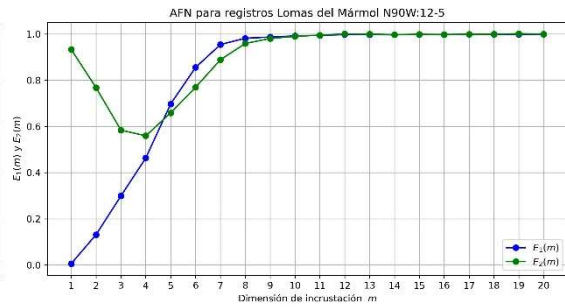
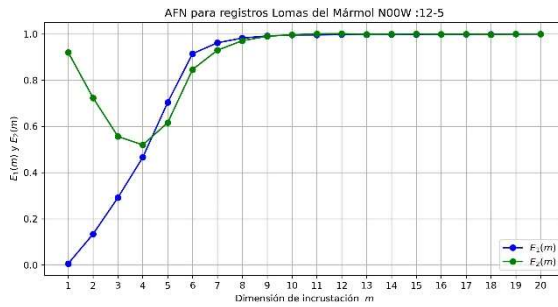
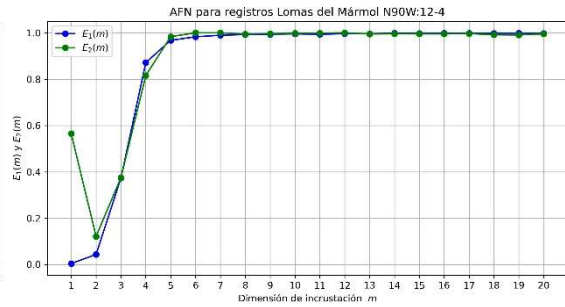
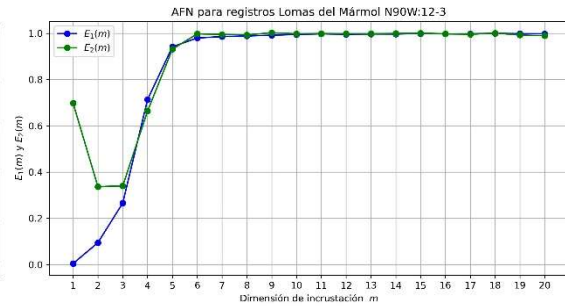
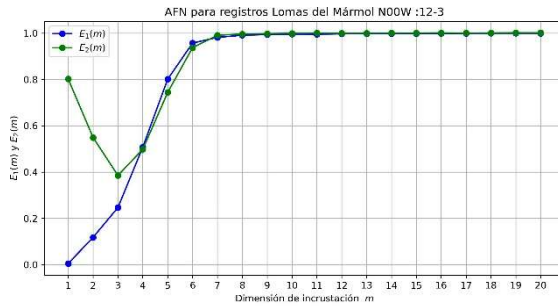
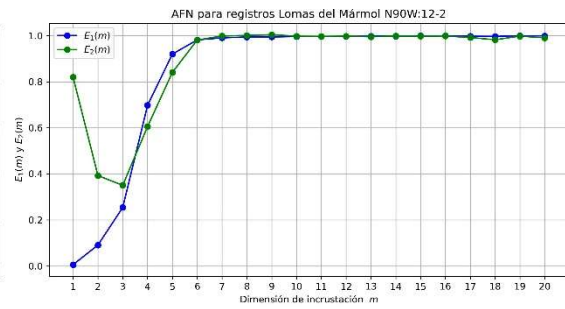
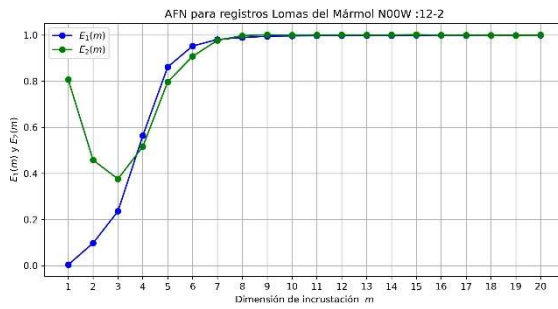
## BIBLIOGRAFÍA

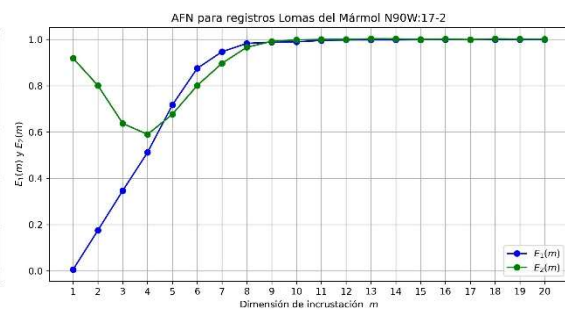
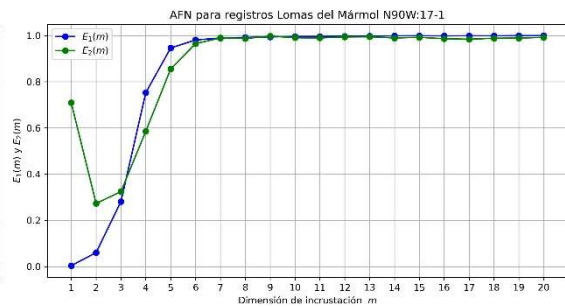
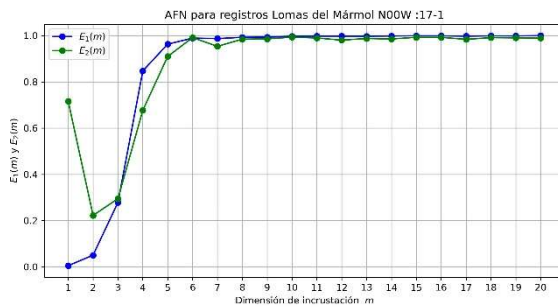
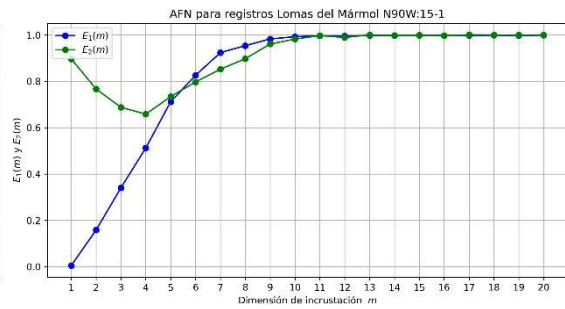
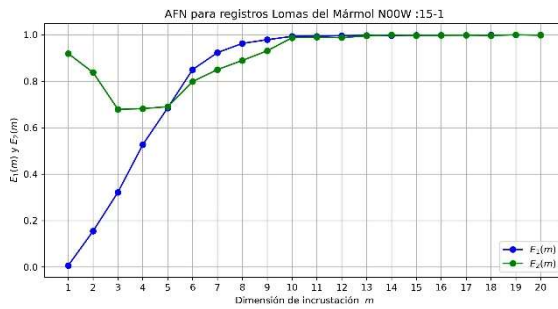
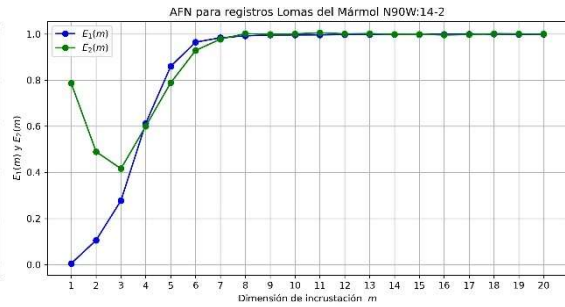
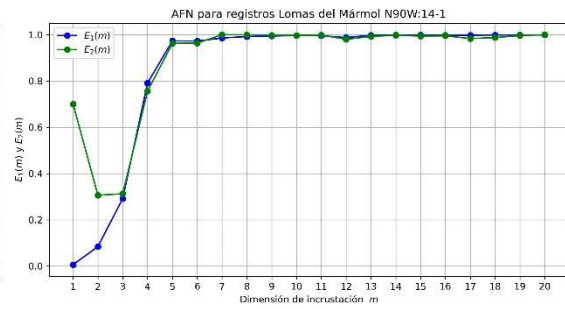
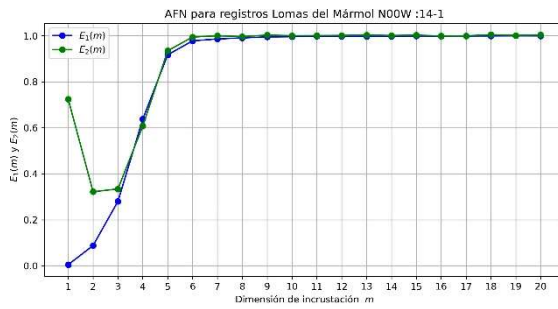
- Bradley, E. (2019). Nonlinear Dynamics: Mathematical and Computational Approaches [MOOC]. Complexity explorer. Obtenido de <https://www.complexityexplorer.org/courses/136-nonlinear-dynamics-mathematical-and-computational-approaches>
- Bradley, E., & Kantz, H. (2015). Nonlinear time-series analysis revisited. *Chaos*, 25(9), 097610.
- Braun, E. (2003). *Caos, fractales y cosas raras* (Tercera ed.). Mexico: Fondo de Cultura Económica.
- Cao, L. (1997). Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 110(1), 43-50. doi:[https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(97\)00118-8](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00118-8)
- Giner Caturla, J. J. (2011). Prácticas de Sismología e Ingeniería Sísmica (curso 2007-2008). Obtenido de URI: <http://hdl.handle.net/10045/19945>
- Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983a). Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal. *Phys. Rev. A*, 28(4), 2591-2593. doi:10.1103/PhysRevA.28.2591
- Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983b). Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 9(1), 189-208. doi:[https://doi.org/10.1016/0167-2789\(83\)90298-1](https://doi.org/10.1016/0167-2789(83)90298-1)
- Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber, T. (Jun de 1999). Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 9(2), 413-435. doi:10.1063/1.166424
- Huang, J., & Turcotte, D. L. (1990). Are earthquakes an example of deterministic chaos? *Geophysical Research Letters*, 17(3), 223-226. doi:[doi:doi.org/10.1029/GL017i003p00223](https://doi.org/10.1029/GL017i003p00223)
- Kantz, H., & Schreiber, T. (2003). *Nonlinear Time Series Analysis* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511755798
- Kaplan, D., & Glass, L. (1995). *Understanding Nonlinear Dynamics*. New York: Springer.
- Kodba, S., Perc, M., & Marhl, M. (2005). Detecting chaos from a time series. *European Journal of Physics*, 26(1), 205-215. doi:10.1088/0143-0807/26/1/021
- Mannattil, M. (2018). NoLiTSA (Nº de versión 1). Python. India: GitHub.
- Ordaz, M., & Montoya, C. (2013). Degtra (Nº de versión 9.3.1). Windows. Ciudad de México: Instituto de Ingeniería UNAM.

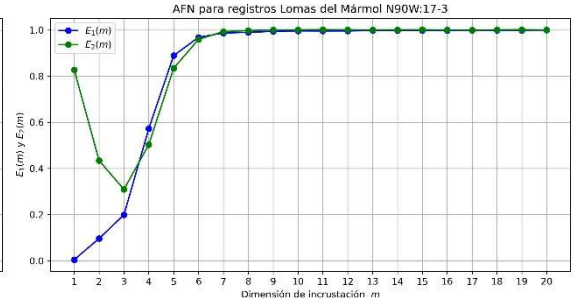
- RACP-II/BUAP-10. (Noviembre de 2011). La red de acelerógrafos de la Ciudad de Puebla. Puebla.
- RAII-UNAM. (2018). *Base de datos de registros acelerográficos de la RAII-UNAM*. (I. d. UNAM, Editor) Obtenido de <http://aplicaciones.iingen.unam.mx/acelerogramasrsm/redacelerografica.aspx>
- Shalaleh, M., & Noorzad, A. (2009). Detecting Chaos in Earthquake Time Series for Seismic Hazard Prediction. *3rd IASME / WSEAS International Conference on GEOLOGY and SEISMOLOG* (págs. 17-20). Cambridge: WSEAS Press.
- Strogatz, S. H. (2008). *Chaos: Course Guidebook*. Estados Unidos de America: The Great Courses.
- Strogatz, S. H. (2015). *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering* (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Villagrán-Arroyo, E. I., Posada-Sánchez, A. E., & Escobar-Sánchez, J. A. (2011). Caracterización de acelerogramas como series de tiempo caóticas. *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*. Aguascalientes.
- Williams, G. P. (1997). *Chaos Theory Tamed*. Washington, DC: CRC Press.
- Yang, D., Yang, P., & Zhang, C. (2012). Chaotic characteristic analysis of strong earthquake ground motions. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(03), 1250045.

# ANEXO I.- RESULTADOS DE PROMEDIO DE FALSOS VECINOS

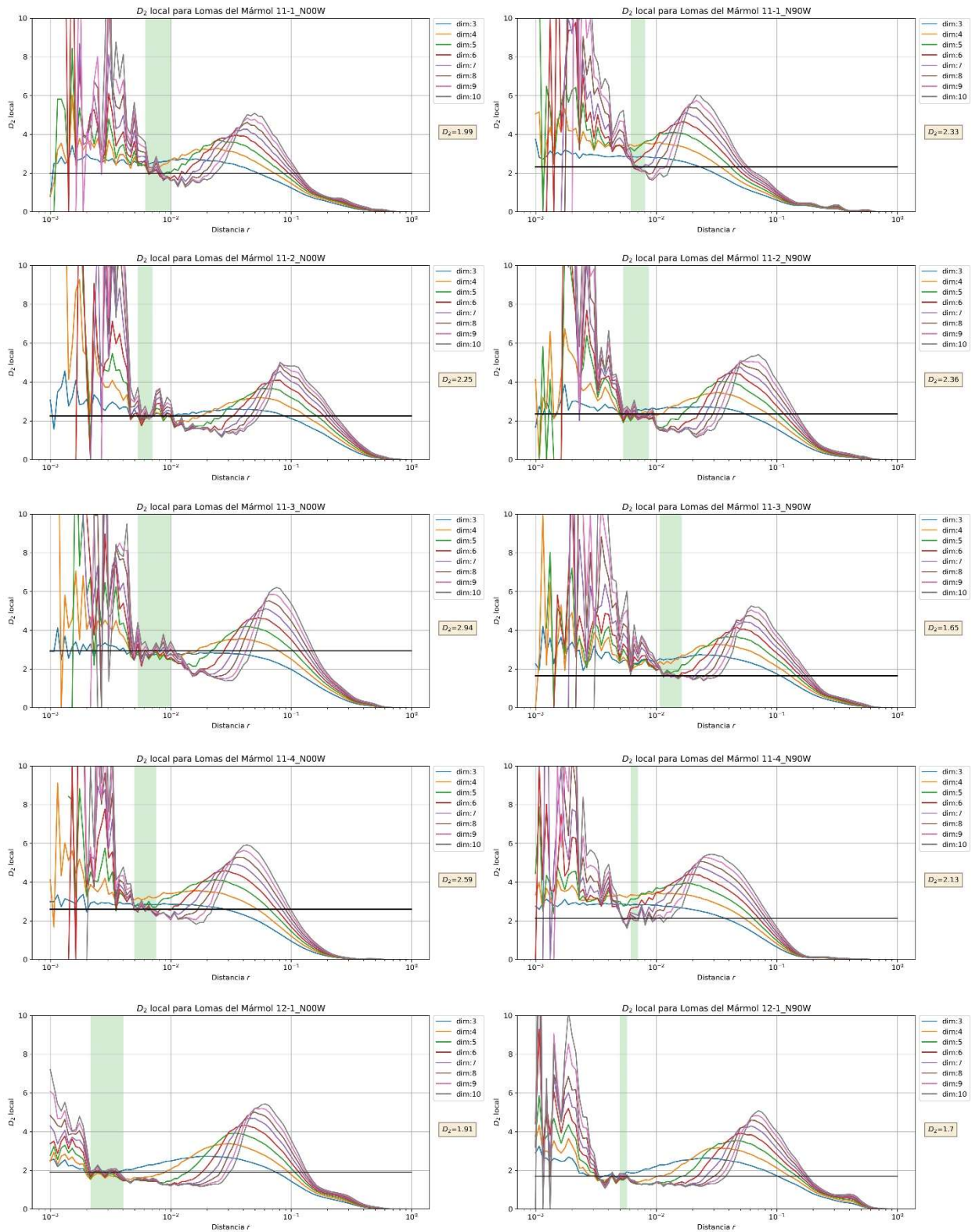


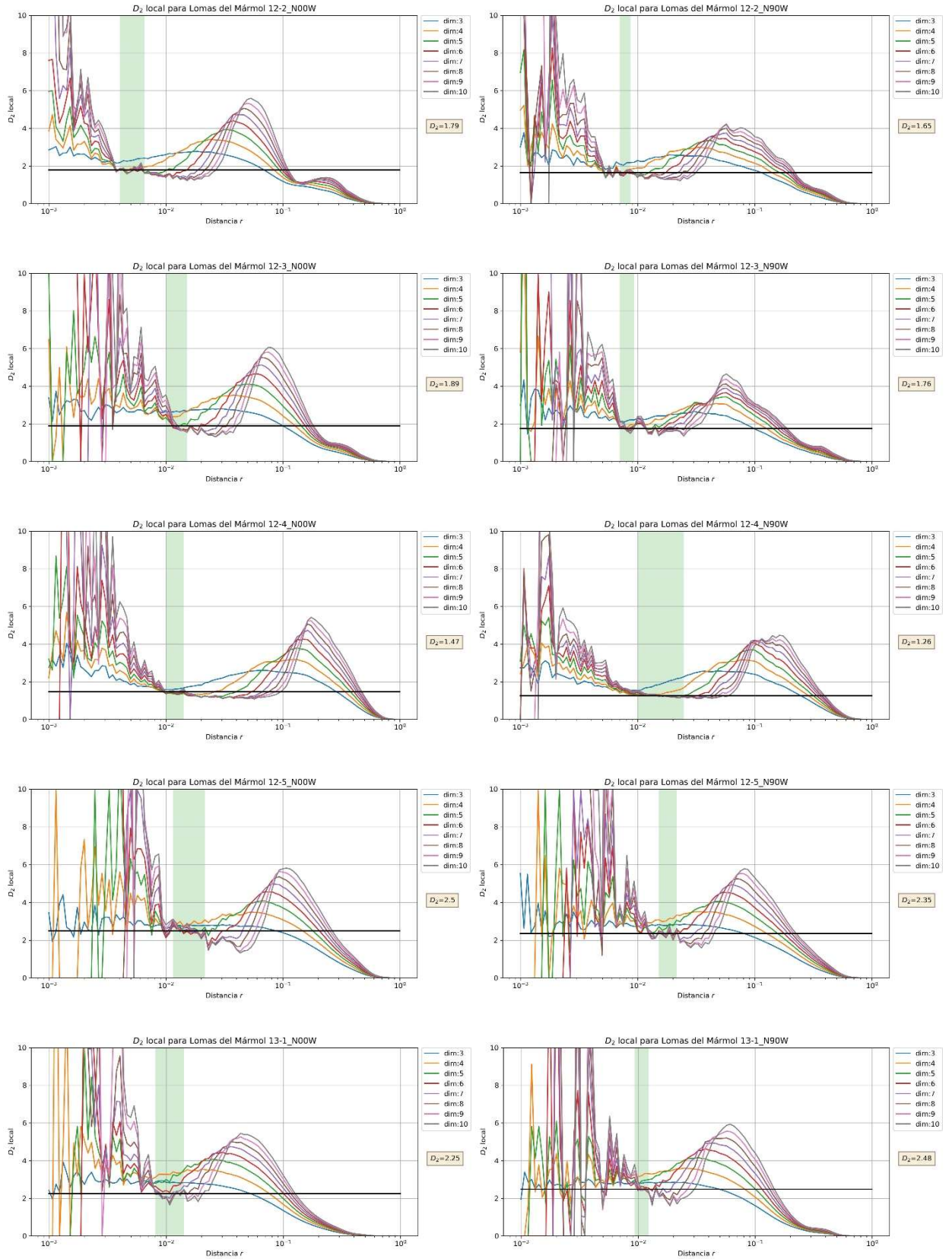


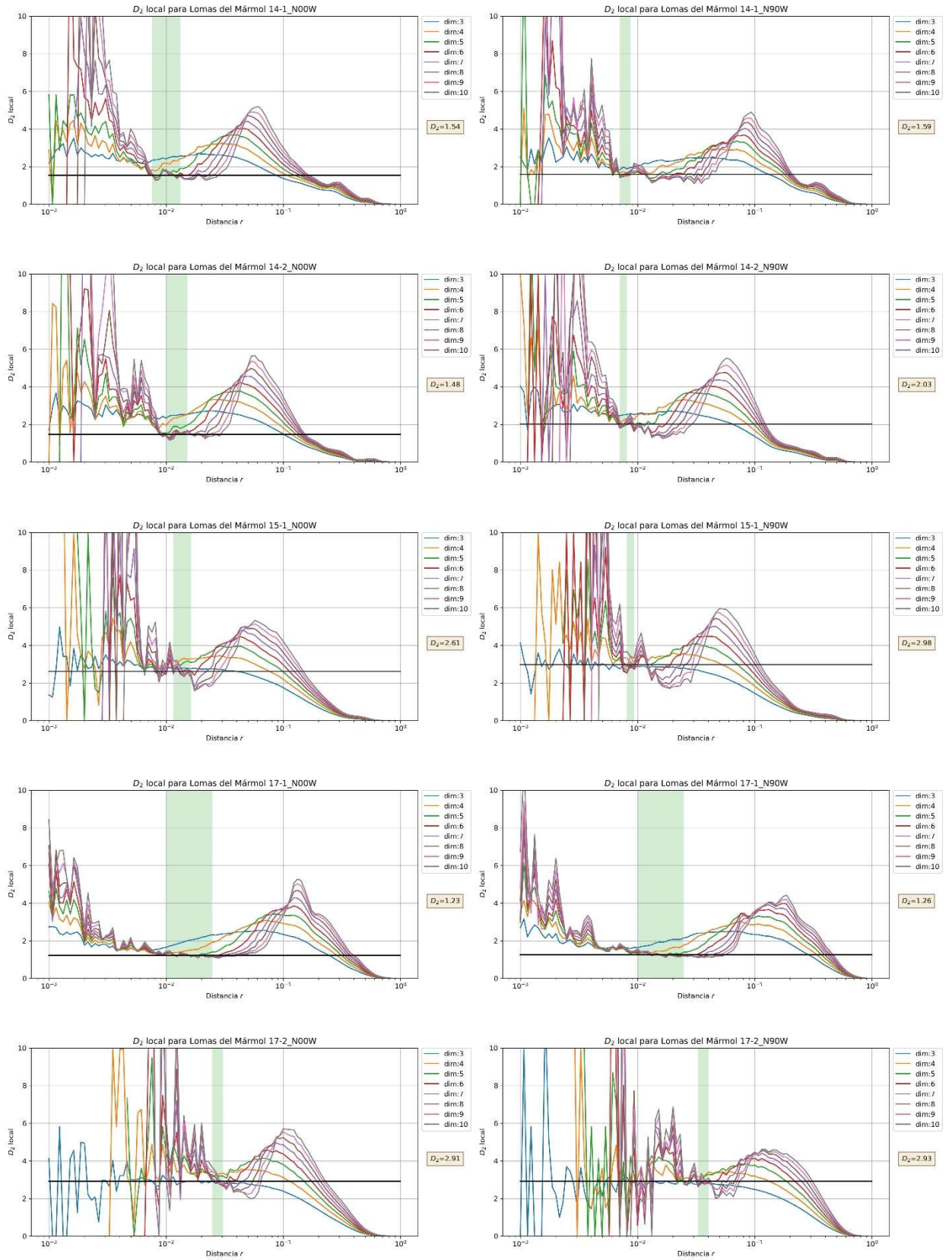


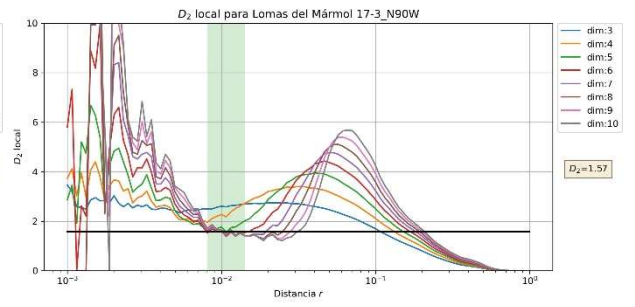
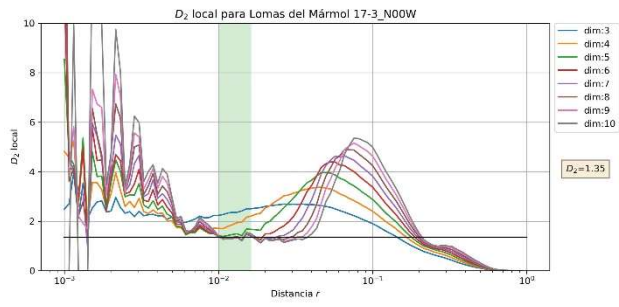


## ANEXO II.- RESULTADOS DE DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN

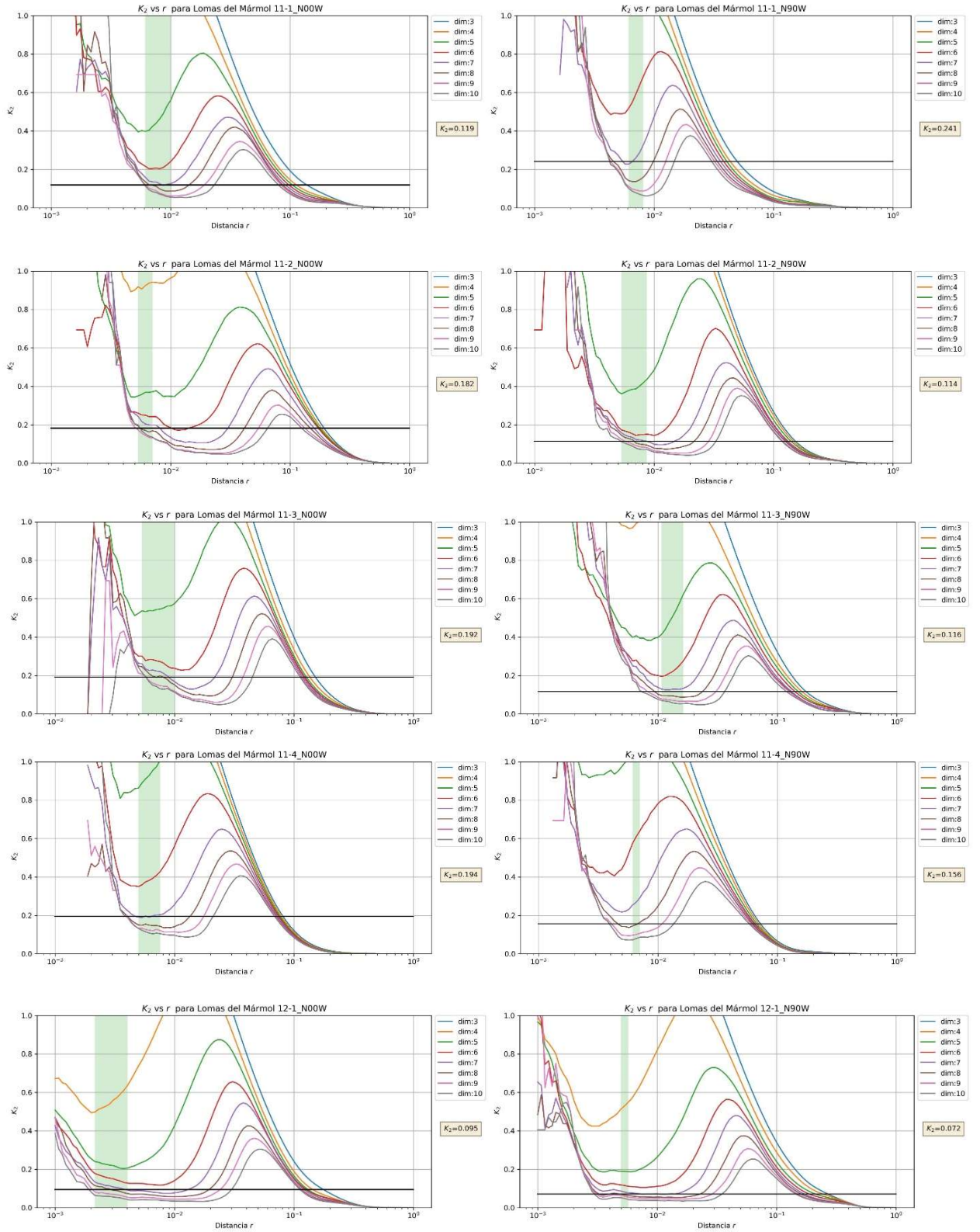


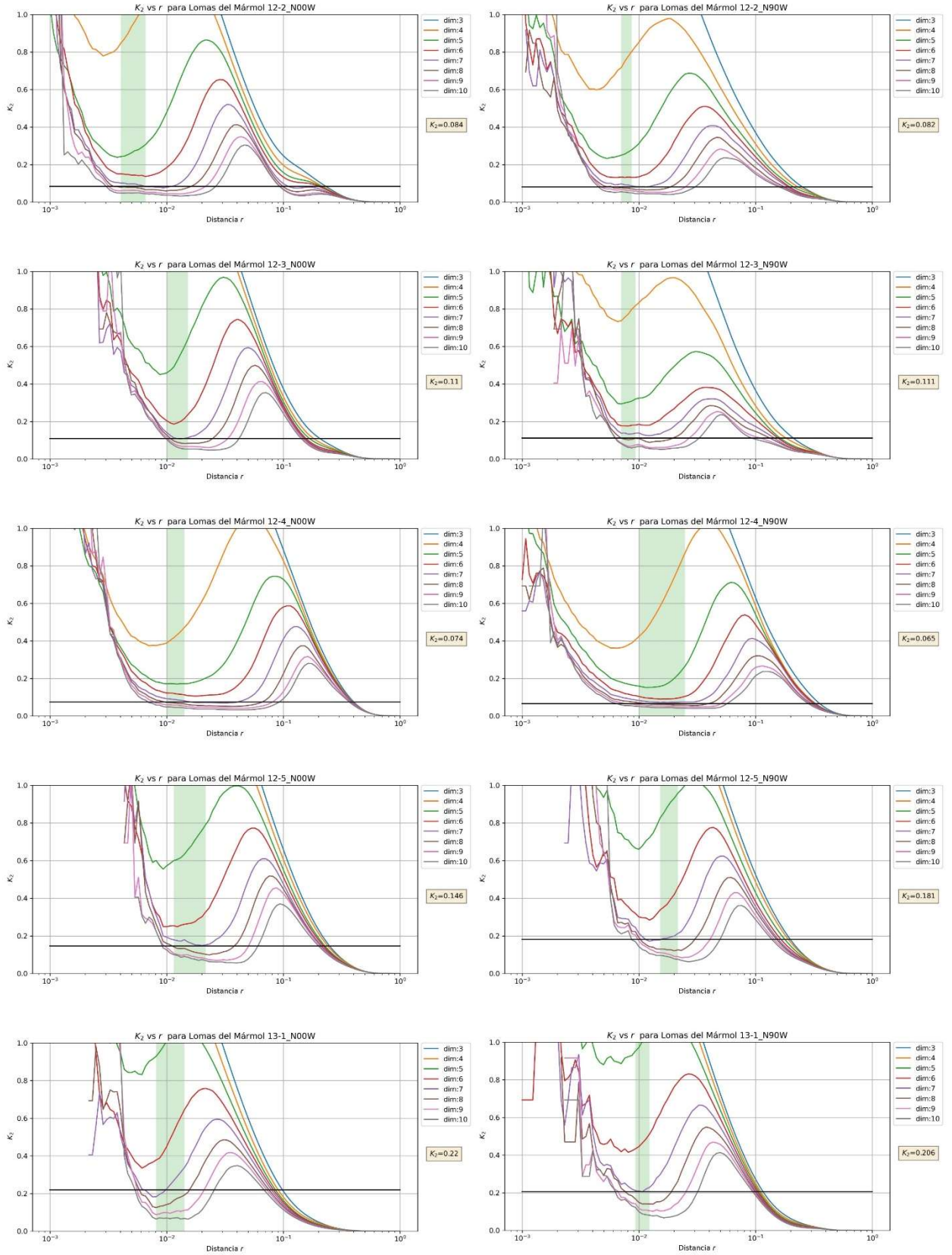


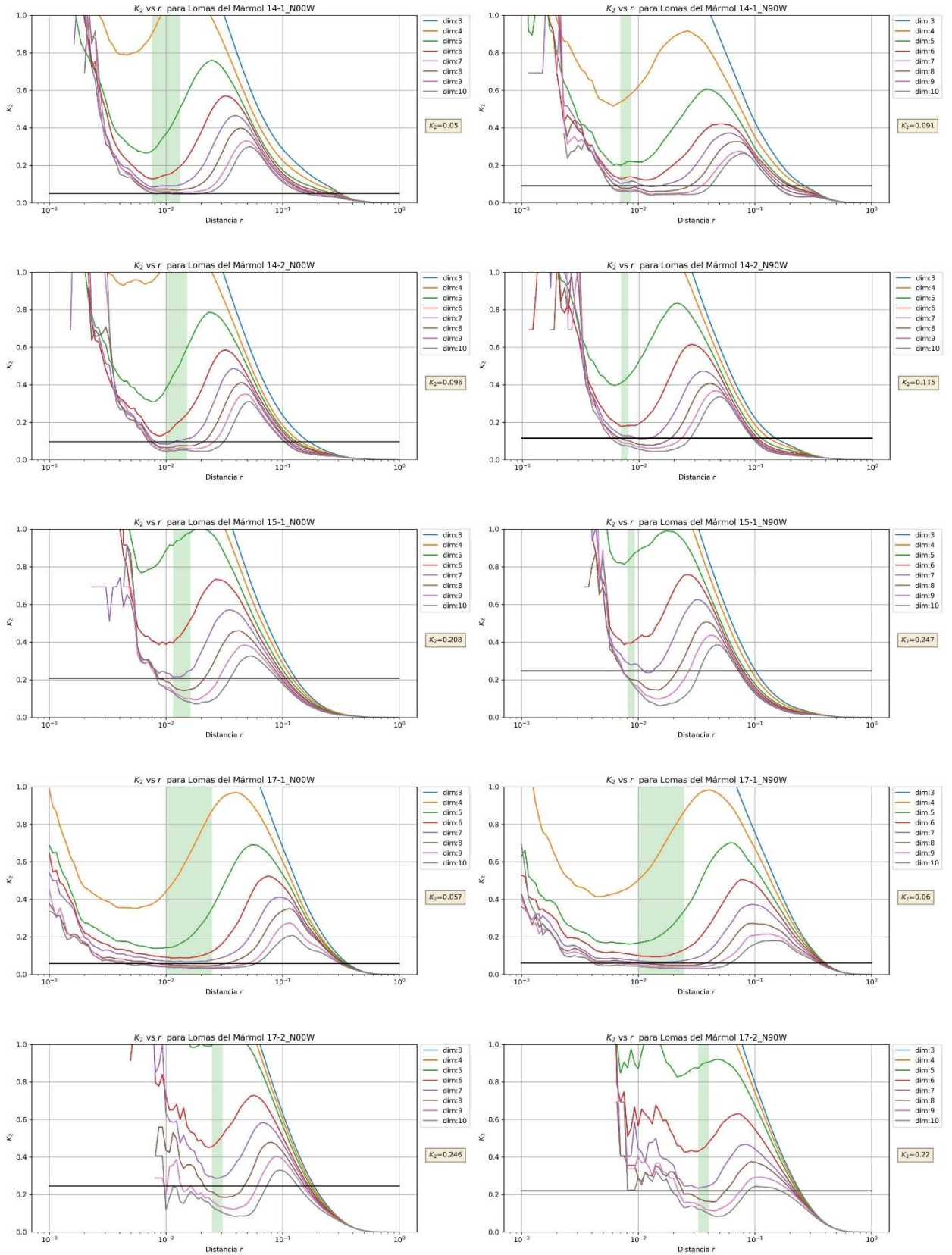


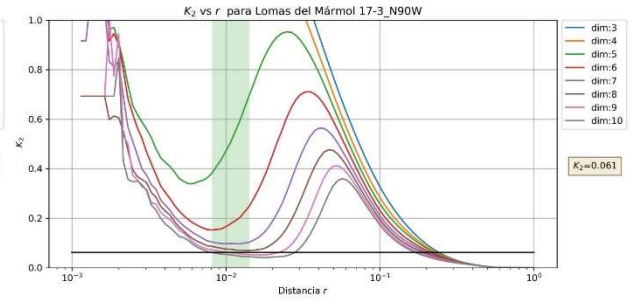
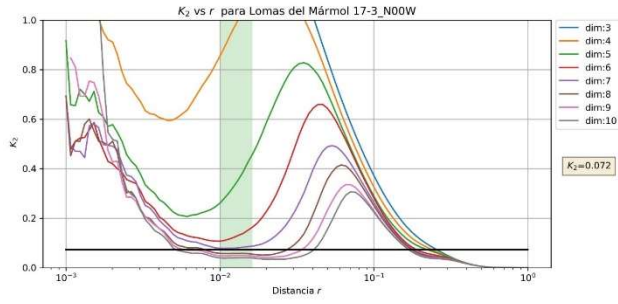


# ANEXO III.- RESULTADOS DE ENTROPÍA DE CORRELACIÓN



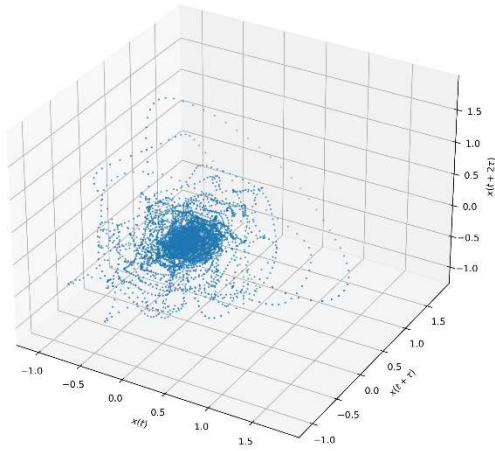




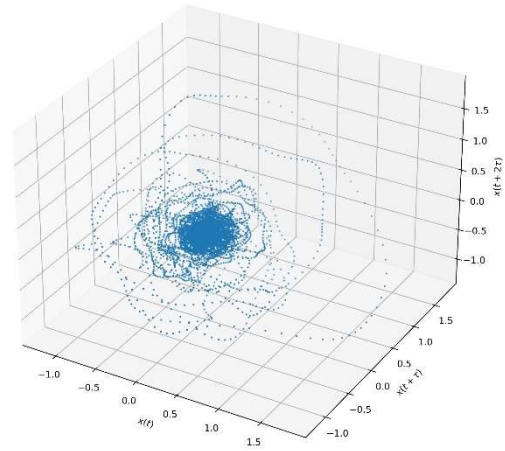


## ANEXO VI. - ATRACTORES RECONSTRUIDOS

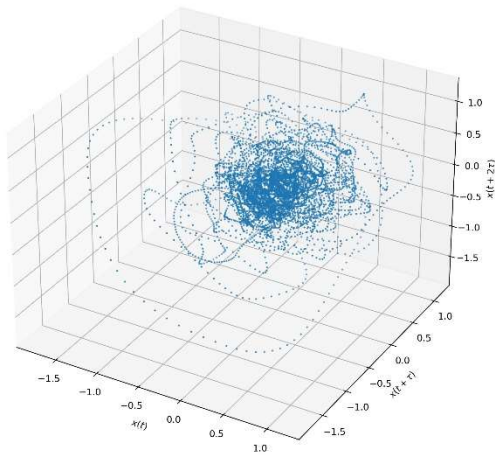
11-1\_LN00W



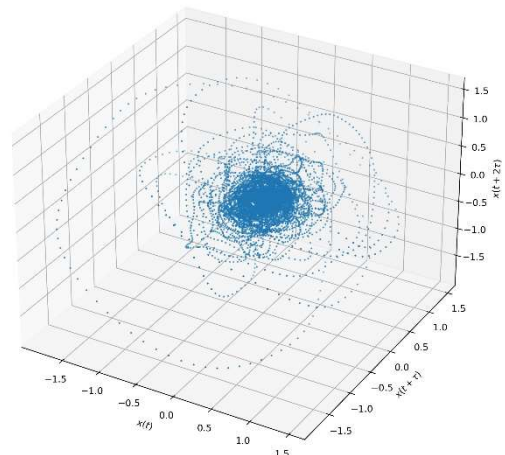
11-1\_N90W



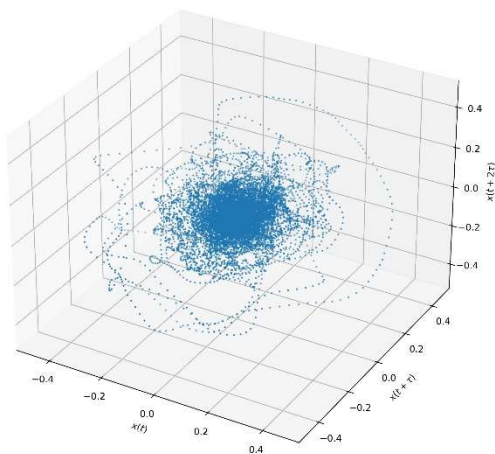
11-2\_LN00W



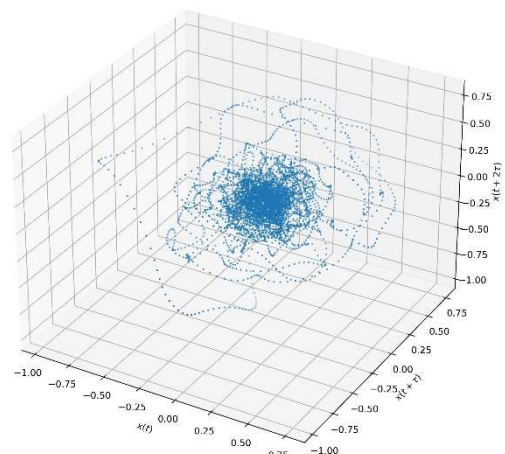
11-2\_N90W



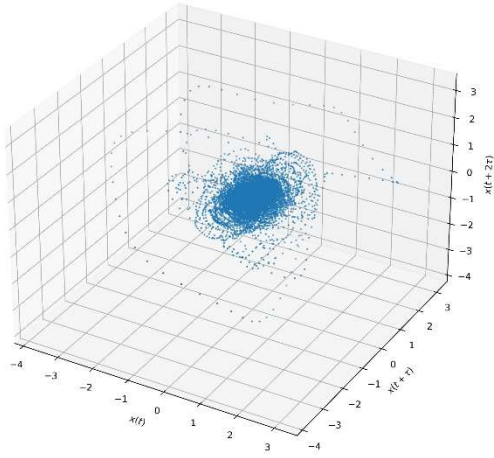
11-3\_LN00W



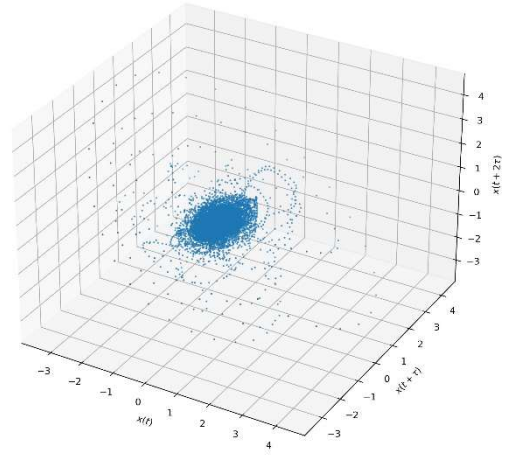
11-3\_N90W



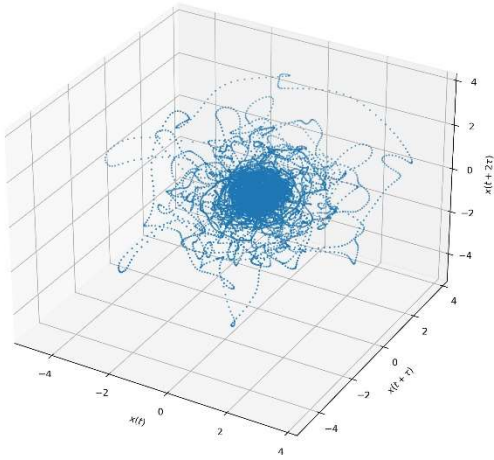
11-4\_LN00W



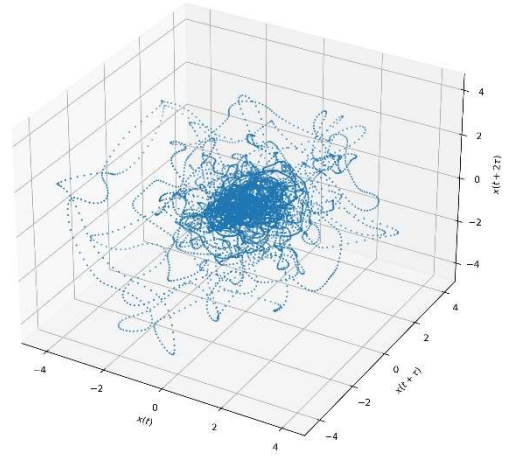
11-4\_N90W



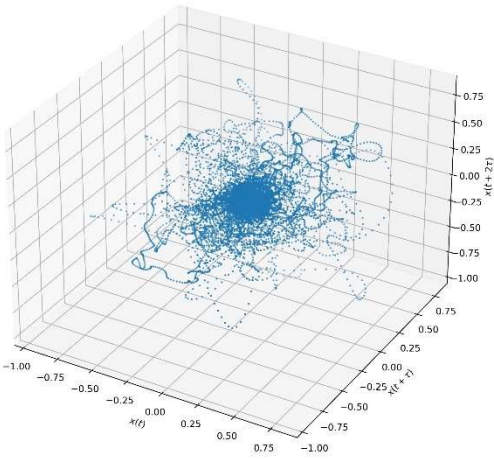
12-1\_LN00W



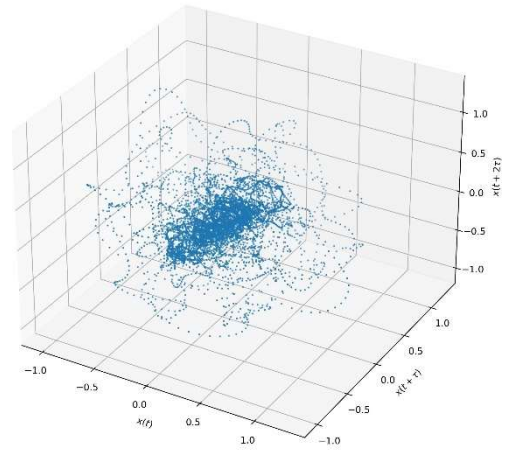
12-1\_N90W



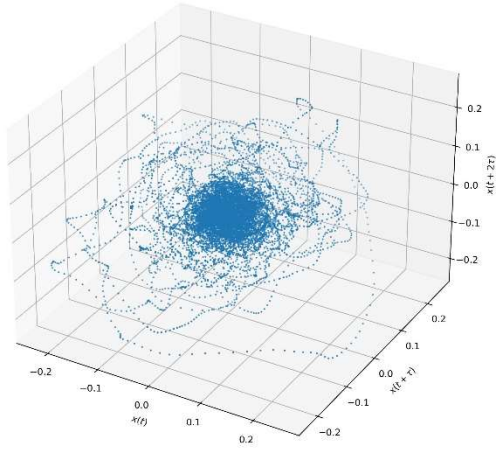
12-2\_LN00W



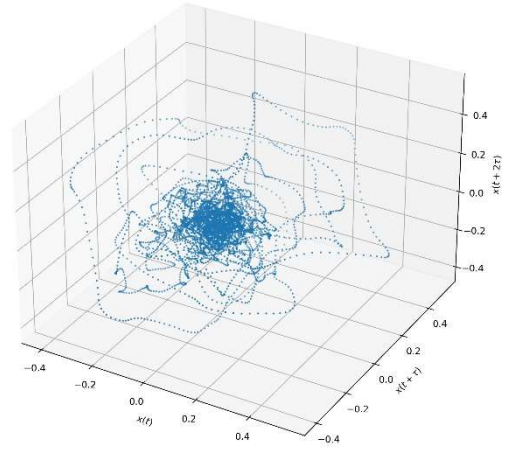
12-2\_N90W



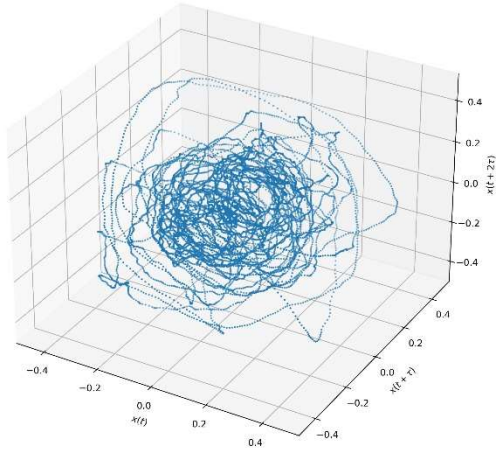
12-3\_LN00W



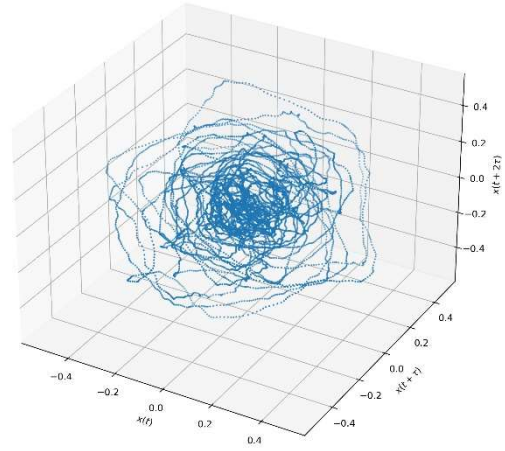
12-3\_N90W



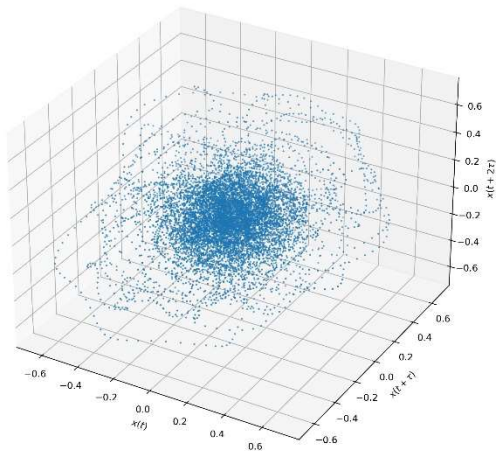
12-4\_LN00W



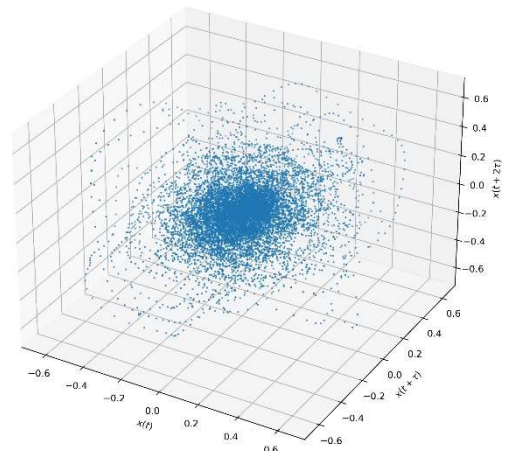
12-4\_N90W



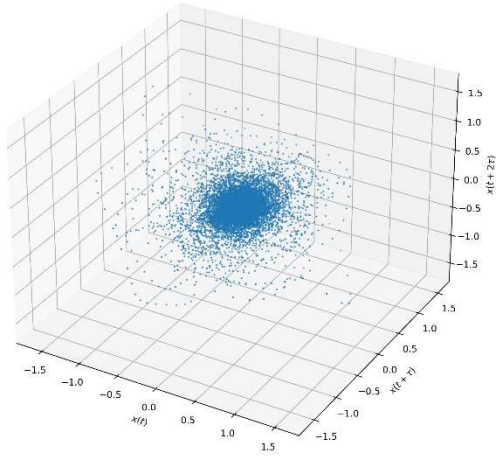
12-5\_LN00W



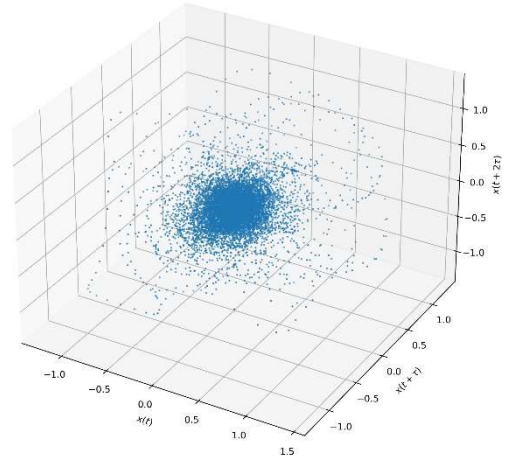
12-5\_N90W



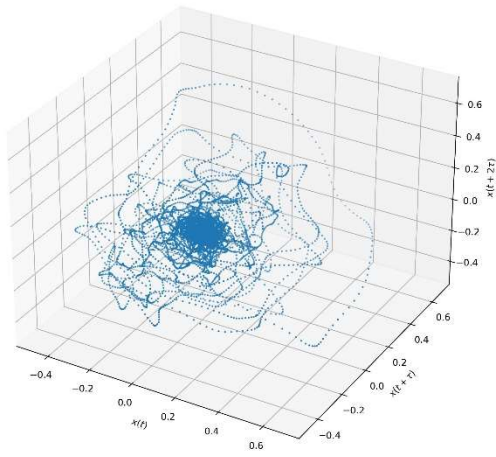
13-1\_LN00W



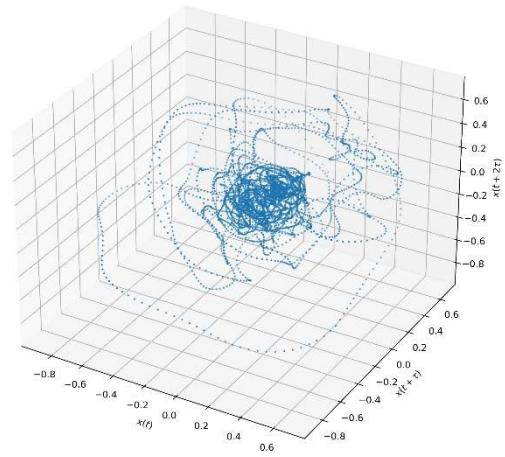
13-1\_N90W



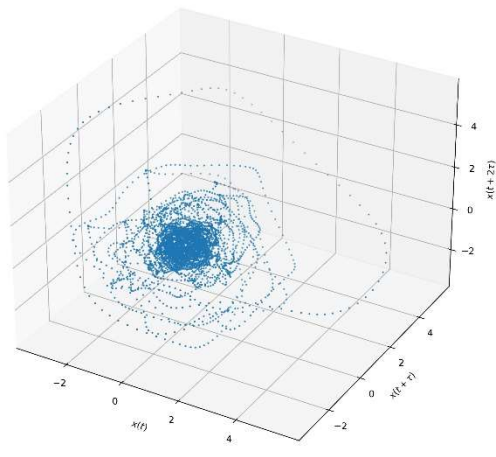
14-1\_LN00W



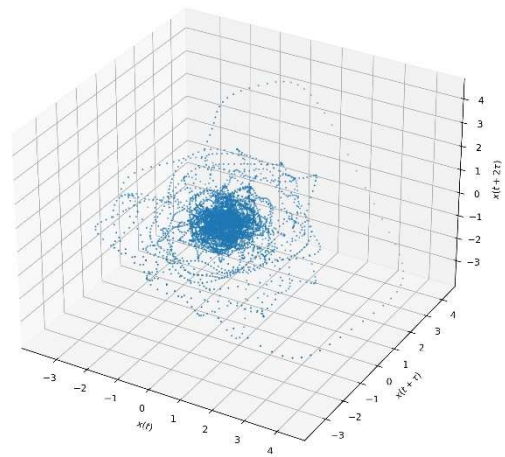
14-1\_N90W



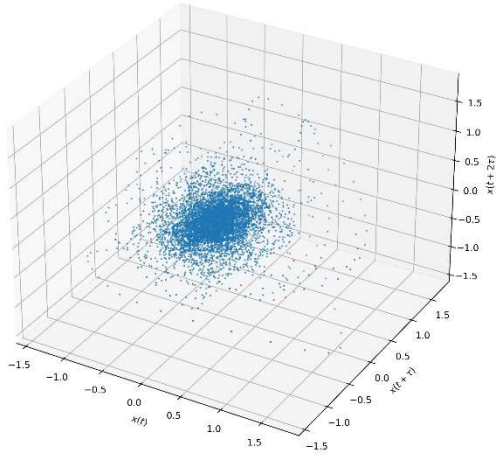
14-2\_LN00W



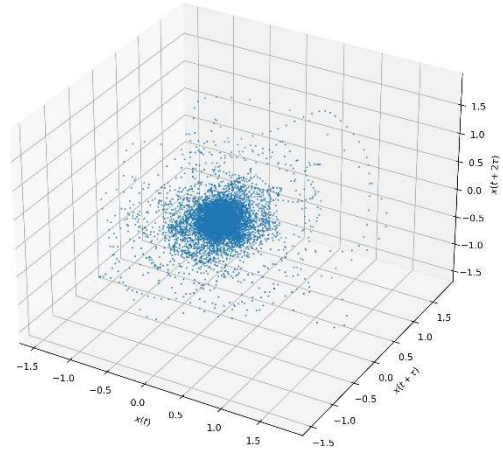
14-2\_N90W



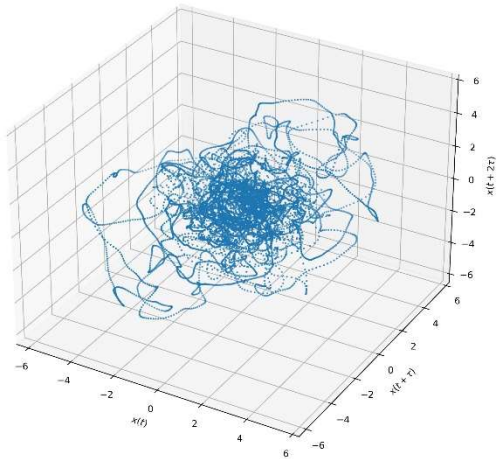
15-1\_LN00W



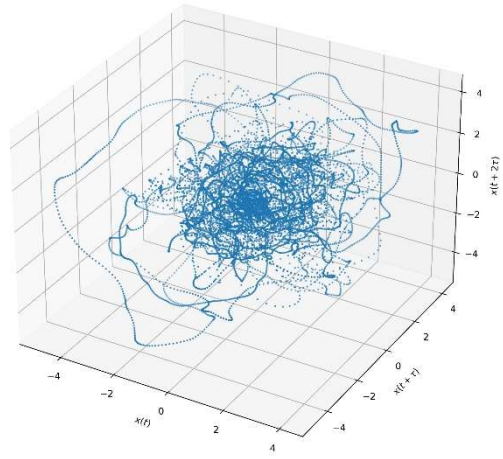
15-1\_N90W



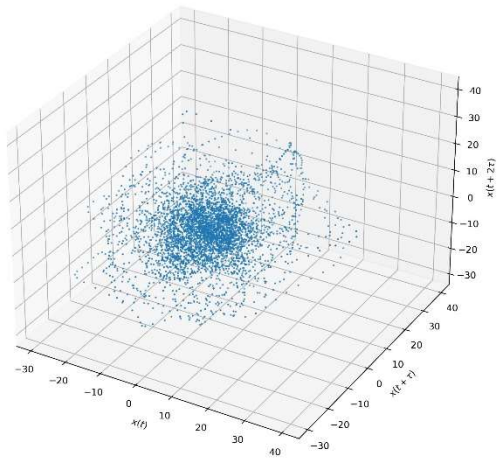
17-1\_LN00W



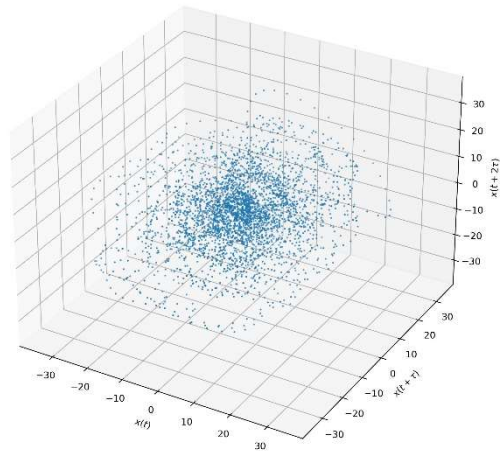
17-1\_N90W



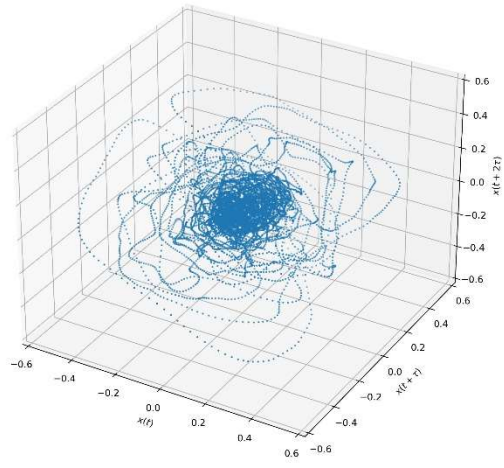
17-2\_LN00W



17-2\_N90W



17-3\_LN00W



17-3\_N90W

