



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de
Leptoquarks Escalares

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

por

Jesús Cristopher Mota León

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Dr. Ricardo Sánchez Vélez

Puebla Pue.
Junio 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de
Leptoquarks Escalares

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

por

Jesús Cristopher Mota León

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Dr. Ricardo Sánchez Vélez

Puebla Pue.
Junio 2024

Título: Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de Leptoquarks Escalares

Estudiante: JESÚS CRISTOPHER MOTA LEÓN

COMITÉ

Dr. Héctor Novales Sánchez
Presidente

Dr. Jaime Hernández Sánchez
Secretario

Dr. Marco Antonio Arroyo Ureña
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Dr. Ricardo Sánchez Vélez
Asesor

Agradecimientos

Primero que nada quiero agradecer a mi madre Maricruz León Herrera, a mi padre Bernabé Mota Alcaide y a mi hermano Carlos Alexis Mota León por todo su amor, apoyo, dedicación, confianza y cariño brindado a lo largo de mi carrera y de mi vida.

De igual manera quiero agradecerle a mi abuela Lucia Herrera, a mis tías Elizabeth, Maria Teresa, Carmen, a mis tíos Carlos, Jorge, Jesús y Rafael por todo su apoyo, amor, interés y cariño brindado hacia mi y hacia mi familia.

Expreso también mi agradecimiento al Dr. Tavares y al Dr. Ricardo por todo el apoyo brindado, por toda la ayudada otorgada y por toda la paciencia que me dieron.

Además agradezco a mis colegas y a mi novia por todo su apoyo y compañía brindada.

Por último le agradezco a mis Soruyitos, a mis chiquillos y a mis cachorros por los muy buenos momentos que me han hecho pasar.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Resumen | 1 |
| Introducción | 3 |
| 1. El Modelo Estándar | 5 |
| 1.1. Teoría de Campos de Norma | 6 |
| 1.2. Electrodinámica Cuántica | 8 |
| 1.3. Interacción Débil y Teoría de Yang-Mills | 9 |
| 1.4. Cromodinámica Cuántica | 10 |
| 1.5. Ruptura Espontánea de la Simetría | 11 |
| 1.5.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global | 11 |
| 1.5.2. Mecanismo de Higgs | 12 |
| 1.6. Modelo Electro débil | 13 |
| 1.6.1. Densidad Lagrangiana Escalar | 14 |
| 1.6.2. Densidad Lagrangiana de los Bosones de Norma | 15 |
| 1.6.3. Fermiones del Modelo Estándar | 16 |
| 1.6.4. Lagrangiana Invariante Ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ | 17 |
| 1.6.5. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ | 18 |
| 1.7. Reglas de Feynman en el Modelo Estándar | 20 |
| 2. Momento Magnético del Muon | 23 |
| 2.1. Historia del Muon | 23 |
| 2.2. Momento Magnético del Muon | 24 |
| 2.2.1. Momento Magnético Anómalo del Muon | 24 |
| 2.2.2. Contribución de QED al momento anómalo del muon | 25 |
| 2.2.3. Contribución electro débil al momento anómalo del muon | 25 |
| 2.2.4. Contribución Hadrónica al momento anómalo del muon | 28 |
| 3. Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de Leptoquarks | 29 |
| 3.1. Modelos de Leptoquarks | 29 |
| 3.1.1. Propiedades de los LQs | 30 |
| 3.1.2. Reglas de Feynman de los LQs escalares | 31 |
| 3.2. Momento dipolar magnético anómalo del muon | 32 |
| 3.2.1. Cotas sobre los parámetros del modelo de LQs | 37 |
| 4. Resultados y Discusión | 39 |
| 4.1. Conclusiones | 42 |
| Bibliografía | 43 |

Resumen

El objetivo principal de este trabajo se centra en el cálculo de una posible contribución de nueva física, mediante partículas de Leptoquarks (LQs) escalares, al valor del momento dipolar magnético anómalo del muon. Las partículas de tipo Leptoquark (LQ) tienen la principal característica de transformar leptones en quarks y viceversa, y contribuyen al momento dipolar magnético del muón a nivel de un lazo en teoría de perturbaciones. Considerando que los LQs pueden dar solución a la anomalía encontrada por la colaboración Brookhaven y más recientemente por el laboratorio Fermilab, estableceremos diferentes cotas a los acoplamientos de Yukawa mediante un análisis simple de χ^2 en diferentes escenarios de valores de la masa de los LQs, y de esta manera se podrá concluir si aún es viable estudiar este tipo de modelos de nueva física.

Introducción

La física de partículas tiene como objetivo encontrar los bloques fundamentales que componen la materia así como las fuerzas que actúan sobre estos para dar lugar a los fenómenos que observamos en el universo. Los griegos pensaban que estos bloques fundamentales eran los átomos, pero posteriormente quedó claro que estas partículas tienen estructura interna. Se considera que la historia moderna de la física de partículas comenzó cuando el físico J. J. Thompson descubrió el electrón en 1897, la cual es una partícula mucho más pequeña que un átomo de hidrógeno. Posteriormente, se encontró la necesidad de estudiar más detalladamente la composición de la materia y sus bloques fundamentales. Con el desarrollo de la física de partículas, varios físicos empezaron a proponer nuevas partículas (como los neutrinos o la antimateria) que pudieran responder a los enigmas teóricos y experimentales. Otras partículas, sin embargo, se fueron descubriendo por casualidad. Una de esas tantas partículas es el muon, el cual fue observado por los norteamericanos Carl Anderson y Seth Neddermeyer en 1936. Esta partícula es similar al electrón, pues posee una carga eléctrica negativa, tiene espín $1/2$ y es susceptible a las interacciones débil y electromagnética. La única diferencia entre el electrón y el muon es la masa: el muon es 207 veces más pesado que el electrón.

Por otro lado, en 1928 Paul Dirac desarrolló la ecuación que hoy lleva su nombre, en donde se unifica la descripción cuántica del electrón con los principios de la relatividad especial. Una de las consecuencias de esta formulación es la predicción del momento magnético del electrón, cuyo valor cuántico correspondía a un factor $g = 2$ (según la física clásica, g debería ser exactamente 1). Sin embargo, pronto apareció un problema relacionado a las correcciones de las partículas virtuales que aparecen y desaparecen continuamente, modificando la forma en que el electrón interactúa con el campo electromagnético. La solución para este problema tardaría unos años y exigiría una comprensión más profunda sobre como relacionar los parámetros fundamentales de la teoría con los resultados experimentales. Gracias a que el momento magnético puede medirse experimentalmente con una precisión asombrosa, y a que sus valores teóricos pueden calcularse con el mismo nivel, se ha permitido comparar la teoría con el experimento a altos niveles de exactitud. De esta manera, desde hace más de 50 años, los estudios del momento magnético del electrón y del muon han proporcionado uno de los campos más fructíferos de la física de partículas. El valor del momento magnético del electrón puede determinarse, tanto teórica como experimentalmente, con una precisión de menos de una parte entre mil millones, lo cual proporciona una prueba confiable de la validez del Modelo Estándar (ME), que como veremos más adelante es la teoría que explica las interacciones electromagnética y débil entre las partículas elementales. Para el muon, que es aproximadamente 200 veces más masivo que el electrón, su momento magnético resulta ser 40.000 veces más sensible a los efectos virtuales debido a partículas masivas. Por lo tanto, si en la naturaleza existen nuevas partículas e interacciones más allá de las descritas en el ME, sus efectos podrían percibirse en una desviación al valor del momento magnético del muon.

En la literatura existen diferentes teorías que extienden el ME, siendo el modelo de Leptoquarks (LQ) una de las más estudiadas debido a su gran versatilidad en la explicación de diferentes anomalías encontradas en los experimentos, como son las anomalías de violación de

universalidad leptónica en decaimientos de mesones B y la anomalía del muon. Los Leptoquarks son partículas hipotéticas que surgen de manera natural en modelos de gran unificación, y su principal característica es su acoplamiento a nivel árbol a un par leptón-quark (acoplamientos que están ausentes dentro del ME). Diferentes estudios han encontrado que los LQs tienen una contribución significativa al valor del momento magnético anómalo de muon (a_μ), por lo que han sido ampliamente utilizados para subsanar la discrepancia entre los valores teóricos y experimentales a esta cantidad. En este trabajo se calcularán las contribuciones a un lazo de las partículas de LQs escalares al momento magnético anómalo del muon. Para esto, utilizaremos el método de Parametrización de Feynman, el cual nos permite integrar sobre el cuadrimomento indeterminado que surge en los diagramas de un lazo. Cabe mencionar que solo se evalúan los diagramas de Feynman de tipo triángulo dado que los diagramas de burbuja solo contribuyen a los términos monopolares y no intervienen en el factor de forma asociado a a_μ . De esta manera, se obtiene el momento magnético en términos de integrales sobre los parámetros de Feynman, por lo que se requerirá de una integración numérica. Considerando el LQ no quirral con carga eléctrica $5/3$, empleamos una función χ^2 para realizar una comparación entre las diferentes medidas experimentales y su impacto a la región de parámetros de este modelo.

El contenido de esta tesis es el siguiente. En el primer capítulo se establecen los aspectos más importantes acerca del modelo electrodébil, dando a conocer las reglas de Feynman de esta teoría. En el segundo capítulo presentamos una breve historia del muon y posteriormente se analizan las contribuciones de QED, electrodébil y hadrónica al momento magnético del muon. En el tercer capítulo presentamos una introducción al modelo de LQs, estableciendo sus propiedades y las correspondientes reglas de Feynman. En este capítulo se especifican los detalles para el cálculo de a_μ usando el método de parametrización de Feynman. Finalmente, en el capítulo 4 se presentan los resultados de este trabajo así como las conclusiones.

Capítulo 1

El Modelo Estándar

El Modelo Estándar es una teoría cuántica de campos, basada en el grupo de gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, que describe el comportamiento de las partículas elementales y sus interacciones mediante la teoría de grupo.

En la naturaleza existen cuatro interacciones o fuerzas fundamentales conocidas hasta el momento, cada una de ellas mediada por un bosón de norma. Estas fuerzas fundamentales son: la interacción electromagnética, la cual está mediada por el fotón γ ; la interacción fuerte, mediada por ocho gluones g con carga de color; la interacción débil, mediada por los bosones cargados eléctricamente W^+ , W^- y el bosón neutro Z^0 ; y finalmente la interacción gravitacional, para la cual su partícula mediadora sería el gravitón (aún no descubierto). El Modelo Estándar solo estudia a las interacciones electromagnética, fuerte y débil. Ello se debe a de que, además de que aún no se cuenta con una teoría cuántica para la interacción gravitacional, esta fuerza posee una intensidad despreciable en comparación con las otras interacciones, por lo que sus efectos no son observables en los experimentos de partículas. El resumen de estas interacciones se encuentra en la Tab 1.1.

| Interacción | Bosón |
|------------------|-------------------------------|
| Electromagnética | Fotón γ |
| Fuerte | Gluón g |
| Débil | Bosones W^+ , W^- , Z^0 |
| Gravitacional | Gravitón G |

Tabla 1.1: Interacciones fundamentales y sus correspondientes partículas mediadoras. No se ha encontrado evidencia experimental del gravitón.

Respecto a la materia, esta se conforma por fermiones, los cuales son partículas que poseen un espín semientero y obedecen la estadística de Fermi-Dirac. Los fermiones del Modelo Estándar se agrupan en dos clases: los *leptones* y los *quarks*. Los leptones son partículas que solo están sujetos a las fuerzas electromagnética y débil, mientras que los quarks están sujetos a las fuerzas electromagnética, débil y fuerte. Tanto los leptones como los quarks están clasificados en tres diferentes conjuntos conocidos como generaciones o familias. Una generación o familia es un conjunto formado por una pareja de leptones y una pareja de quarks. Cada familia de fermiones posee un lepton cargado (carga $-e$) acompañado de su correspondiente neutrino (carga 0), y dos quarks: uno de tipo up (carga $2/3e$) y otro de tipo down (carga $-1/3e$). Hasta ahora solo se han descubierto tres familias de fermiones. Todas las características de las tres familias de fermiones son similares, excepto que la masa de los fermiones aumenta conforme aumenta el número de la familia: los fermiones de la segunda familia son más masivos que los fermiones de la primera

familia y los fermiones de la tercera familia son más masivos que los fermiones de la segunda familia. Debido a esto, los fermiones de las segunda y tercera generaciones son inestables y decaen en fermiones de las primeras generaciones o en otras partículas de menor masa.

Los leptones cargados son el electrón (e), el muon (μ) y el tau (τ), los cuales tienen asociados a su correspondiente neutrino: neutrino del electrón (ν_e), neutrino del muon (ν_μ) y neutrino del tau (ν_τ). En cuanto a los quarks, se tienen los quarks u , d , c , s , t y b . En la Tabla 1.2 (1.3) se describen las características de los leptones (quarks), así como su símbolo, carga eléctrica, masa y espín.

| Partícula | Símbolo | Carga (e) | Masa (MeV/c^2) | Espín |
|----------------------|------------|---------------|---------------------------|-------|
| Electrón | e | -1 | 0.51100 | 1/2 |
| Neutrino electrónico | ν_e | 0 | ≈ 0 | 1/2 |
| Muon | μ | -1 | 105.66 | 1/2 |
| Neutrino muónico | ν_μ | 0 | < 0.19 | 1/2 |
| Tau | τ | -1 | 1776.8 | 1/2 |
| Neutrino tauónico | ν_τ | 0 | < 18.2 | 1/2 |

Tabla 1.2: Leptones del Modelo Estándar, así como sus propiedades de carga, masa y espín.

Los seis quarks se agrupan en tres pares: Up-Down (u , d), Charm-Strange (c , s), y Top-Bottom (t , b); estos tienen una propiedad llamada carga de color, lo que da lugar a la interacción fuerte, por la cual cada uno puede presentar un tipo de carga de color (rojo, verde o azul). Los quarks son los componentes de las partículas que poseen estructura interna, denominadas hadrones (los cuales tienen carga neutra y color blanco) y no es posible observar experimentalmente un quark fuera de la estructura hadrónica (ninguno de ellos se encuentra libre y siempre se encuentran acoplados con otro quark), esto es conocido como confinamiento.

| Partícula | Símbolo | Carga (e) | Masa (MeV/c^2) | Espín |
|-----------|---------|---------------|---------------------------|-------|
| Up | u | 2/3 | 1.7 – 3.3 | 1/2 |
| Down | d | -1/3 | 4.1 – 5.8 | 1/2 |
| Charm | c | 2/3 | 1180 – 1340 | 1/2 |
| Strange | s | -1/3 | 80 – 130 | 1/2 |
| Top | t | 2/3 | ≈ 172000 | 1/2 |
| Bottom | b | -1/3 | 4130 – 4370 | 1/2 |

Tabla 1.3: Características de los quarks.

Los hadrones a su vez se clasifican en bariones (como el protón y el neutrón), que están formados por 3 quarks o 3 antiquarks; y los mesones los cuales están compuestos por un par quark-antiquark.

1.1. Teoría de Campos de Norma

Algo fundamental en física es la relación que existe entre las leyes de conservación con las simetrías. Para tratar esto debemos partir de la mecánica clásica para ser más específico de las ecuación de movimiento para una partícula, las cuales pueden ser obtenidas mediante las ecuaciones de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (1.1)$$

donde las q_i son las coordenadas generalizadas del sistema y el índice i corre desde 1 hasta N , mientras que $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$ son las velocidades generalizadas. Debemos extender este formalismo para el caso de los sistemas continuos, por lo que se dejará de hablar del Lagrangiano L para hablar de una Densidad Lagrangiana \mathcal{L}

$$L(q_i, \dot{q}_i; t) \rightarrow \mathcal{L} \left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}; x_\mu \right), \quad (1.2)$$

donde ϕ es el campo que depende del parámetro continuo $x^\mu = (t, x, y, z)$ es el cuadrivector de posición en el sistema de unidades naturales. Ahora las ecuaciones de movimiento son

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0. \quad (1.3)$$

A la hora de aplicar una transformación sobre el campo ϕ de la forma $\phi \rightarrow U\phi$ la densidad Lagrangiana se mantiene invariante, lo que implica la existencia de alguna simetría. Si la transformación es la misma en todos los puntos del espacio tiempo se le conoce como transformación global, pero si la transformación varía de un punto a otro en el espacio-tiempo se les conoce como transformación local o de norma. Hay dos grupos los cuales están asociados a las transformaciones de norma. Uno de estos es el grupo $U(N)$, conformado por matrices unitarias de dimensión N . El otro es el grupo $SU(N)$, compuesto también de matrices unitarias de dimensión N pero con determinante igual a 1.

En el ME, un grupo de norma importante es el grupo unitario $U(1)$, cuyos elementos pueden escribirse de la siguiente forma:

$$U = e^{i\theta}, \quad (1.4)$$

donde θ es un parametro real que es dependiente de las coordenadas del espacio tiempo.

Las matrices de transformación para el grupo $SU(N)$ están dadas de la siguiente manera;

$$U = e^{iT_\alpha \theta^\alpha}, \quad (1.5)$$

donde las funciones θ^α representan a parámetros de evolución del espacio-tiempo y los cocientes T_α son los generadores del grupo que satisfacen el álgebra de Lie

$$[T_\alpha, T_\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} T_\gamma; \quad T_\alpha = \frac{t_\alpha}{2}. \quad (1.6)$$

Para cada generador de grupo se introduce un campo de norma, el cual está asociado a las interacciones, es decir por cada interacción se asocia un grupo de simetría y un conjunto de campos de norma. El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetría $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, el cual describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética, respectivamente, mediante el intercambio de los correspondientes campos de norma. Estos campos de norma se muestran en la Tabla 1.4.

| Grupo | No. de generadores | Bosón |
|---------|--------------------|----------------|
| $U(1)$ | 1 (sin masa) | B_μ |
| $SU(2)$ | 3 (masivos) | W^\pm, Z^0 |
| $SU(3)$ | 8 (sin masa) | G_μ^α |

Tabla 1.4: Grupos de norma y bosones de norma en el Modelo Estándar.

El ME integra dos teorías de norma: una para la interacción fuerte, llamada Cromodinámica Cuántica (QCD), desarrollada por Gell-Mann, Gross, Politzer y Wilczek, entre otros. Por otra parte, la teoría de norma que unifica a las interacciones electromagnética y débil (en una interacción de nombre electrodébil (QED)) está sustentada por el trabajo de S. Weinberg, A. Salam y Glashow.

1.2. Electrodinámica Cuántica

La electrodinámica cuántica (QED por su acrónimo en inglés Quantum Electrodynamics) es una teoría que describe la interacción de fermiones cargados con el campo electromagnético. El Lagrangiano que describe el campo de un fermión cargado de masa m es

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x), \quad (1.7)$$

del cual podemos obtener la ecuación de Dirac con ayuda de la ecuación de Euler-Lagrange:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0. \quad (1.8)$$

En la ecuación anterior, $\psi(x)$ es un espinor de 4 componentes y γ^μ son las matrices de Dirac. $\mathcal{L}(x)$ es invariante ante la transformación global

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\theta} \psi(x), \quad (1.9)$$

donde q es la carga eléctrica de la partícula y θ es el parámetro real de transformación. Para que \mathcal{L} sea invariante ante la transformación (1.9), el gradiente se debe transformar como

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \partial_\mu \psi'(x) = e^{-iq\theta} \partial_\mu \psi(x). \quad (1.10)$$

La invarianza implica la existencia de una corriente que se conserva

$$j^\mu(x) = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (1.11)$$

Ahora haremos que la Lagrangiana sea invariante ante una transformación local

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\theta(x)} \psi(x), \quad (1.12)$$

donde $\theta(x)$ es ahora una función real de x , es decir $\theta(x)$ define una transformación de fase independiente en cada punto del espacio-tiempo. Dada esta transformación local, la densidad Lagrangiana no es invariante y la regla de transformación para el gradiente debe ser

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \partial_\mu \psi'(x) = e^{-iq\theta} [\partial_\mu \psi(x) - iq(\partial_\mu \theta)\psi]. \quad (1.13)$$

De modo que el Lagrangiano (1.7) obtiene un término extra

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + j^\mu \partial_\mu \theta, \quad (1.14)$$

La presencia de este término extra viola la simetría en (1.13) por lo que para tener una teoría invariante ante transformaciones locales es necesario introducir un campo de norma A_μ , el cual deberá cumplir con la siguiente propiedad de transformación

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta. \quad (1.15)$$

Reescribiendo la Lagrangiana (1.7), tenemos

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x), \quad (1.16)$$

donde $D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu$ es la derivada covariante del grupo de norma $U(1)$. Ahora, es necesario introducir un término invariante de norma, que tenga como elementos a los campos de norma y sus derivadas. En este caso, la expresión

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.17)$$

es invariante ante (1.15). Por lo tanto, el escalar de Lorentz $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ debe ser introducido en el Lagrangiano. De esta manera se obtienen el Lagrangiano de la electrodinámica cuántica.

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.18)$$

1.3. Interacción Débil y Teoría de Yang-Mills

La interacción débil, frecuentemente llamada fuerza débil o fuerza nuclear débil, es la fuerza responsable de fenómenos naturales como la desintegración radiactiva. El efecto más familiar es el decaimiento beta (de los neutrones en el núcleo atómico) y la radiactividad. Es una fuerza de muy corto alcance, del orden de 10^{-17} m. En 1933 Enrico Fermi propuso la primera teoría de la interacción débil, conocida como interacción de Fermi, y en las dos décadas posteriores se observó un refinamiento de la forma explícita de las interacciones entre las corrientes sugeridas inicialmente por Fermi. Una de las propiedades más importantes de la interacción débil es la violación de paridad, la cual fue sugerida por Chen Ning Yang y Tsung-Dao Lee a mediados de los años 50s. Después del descubrimiento experimental de la violación de paridad en 1957 Robert Marshak, George Sudarshan y posteriormente Richard Feynman y Murray Gell-Mann propusieron una interacción V-A (vector menos un vector axial o levógiro) en el Lagrangiano para las interacciones débiles, y en donde ahora la interacción débil actúa solo en las partículas levógiras (y antipartículas dextrógiras). Para 1960 Sheldon Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg unificaron la fuerza electromagnética y la interacción débil, mostrando que son dos aspectos de una fuerza única a la que nombraron fuerza electrodébil y la cual comprende una explicación amplia y satisfactoria de la interacción débil como un campo de Yang-Mills asociado a un grupo de norma $SU(2) \times U(1)$. A este respecto, en 1954, Chen Ning Yang y Robert Mills sugirieron que el principio de invarianza local de fase, o invarianza de norma local, no eran compatibles con una teoría de campos local y el resultado de su trabajo fue una generalización del Lagrangiano de la electrodinámica cuántica, que una teoría con invarianza de norma bajo el grupo $U(1)$. Yang y Mills estudiaron el caso de invarianza de norma ante el grupo $SU(2)$ en donde una transformación global se escribe como

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-igT_k\theta_k}, \quad (1.19)$$

en donde g es la constante de acoplamiento del grupo $SU(2)$, $T_k = \frac{\tau_k}{2}$ ($k = 1, 2, 3$) con $\frac{\tau_k}{2}$ las matrices de Pauli y θ_k ($k = 1, 2, 3$) son los tres parámetros correspondientes a los tres generadores del grupo $SU(2)$. Dichos generadores T_k constituyen una base del álgebra de Lie y deben satisfacer las relaciones de conmutación

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk}T_k. \quad (1.20)$$

De la expresión anterior se observa que los generadores no conmutan, por lo que el grupo $SU(2)$ no es Abelian. Se suele normalizar los generadores de modo que

$$\text{Tr}(T_i T_j) = \frac{1}{2}\delta_{ij}. \quad (1.21)$$

Retomando nuevamente la Lagrangiana (1.7)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi, \quad (1.22)$$

donde ψ son campos espinoriales de Dirac, se observa que esta Lagrangiana es invariante ante la transformación de norma (1.19) y por el Teorema de Noether, existe una densidad de corriente que se conserva, la cual es

$$j_k^\mu = g\bar{\psi}\gamma^\mu T_k\psi. \quad (1.23)$$

Ahora, para que una transformación ante el grupo $SU(2)$ sea local, se tiene que generalizar a

$$\psi(x) \rightarrow \psi' = e^{-igT_k\theta_k(x)}. \quad (1.24)$$

Para construir una Lagrangiana que sea invariante ante esta transformación, debemos definir nuevamente la derivada covariante. De manera análoga a QED, introducimos tres campos de norma independientes, $A_\mu^k(x)$ para $k = 1, 2, 3$, que operan sobre ψ a través de la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_k A_\mu^k. \quad (1.25)$$

Además, se construye el término cinemático para los campos de norma A_μ^k

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu}, \quad (1.26)$$

donde

$$F_{\mu\nu}^i = (\partial_\mu F_\nu^i - \partial_\nu F_\mu^i) + g\epsilon^{ijk} F_\mu^j F_\nu^k. \quad (1.27)$$

Finalmente, podemos escribir la Lagrangiana invariante de norma ante $SU(2)$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}i\gamma^\mu D_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu}, \quad (1.28)$$

Sin embargo, esta Lagrangiana no contiene términos de masa, debido a que dichos términos violan la simetría de norma.

1.4. Cromodinámica Cuántica

La cromodinámica cuántica (QCD por su acrónimo en inglés Quantum Chromodynamics) es una teoría de norma no Abelianas bajo el grupo $SU(3)$ que describe la fuerza fuerte, esto es la interacción entre quarks y gluones. El carácter de esta interacción está determinada por una simetría especial entre las cargas de color de los quarks y tiene por generadores las ocho Matrices de Gell-Mann asociados a los gluones. En este caso, las transformaciones de norma para los campos se pueden escribir como

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\Lambda_i\theta^i}\psi(x), \quad (1.29)$$

en donde $\Lambda_i = \frac{\lambda_i}{2}$. La derivada covariante tiene la forma

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s\Lambda_i G_\mu^i, \quad (1.30)$$

donde g_s es la constante de acoplamiento fuerte. Para esta teoría tenemos el tensor

$$G_{\mu\nu}^i = (\partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i) + g\epsilon^{ijk} G_\mu^j G_\nu^k, \quad (1.31)$$

de donde se construye el término cinético del Lagrangiano de QCD:

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}G^{i\mu\nu}G_{\mu\nu}^i, \quad (1.32)$$

el cual es invariante ante transformaciones de norma. Por otro lado, los quarks pueden aparecer en tres colores y se introducen mediante tripletes de $SU(3)$

$$\psi = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \bar{\psi} = (\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3), \quad (1.33)$$

donde q_i ($i = 1, 2, 3$) son los colores rojo, verde y azul respectivamente, y q representa a cada uno de los seis quarks. Los quarks tienen su propia regla de transformación dada por

$$q'_i(x) = -e^{i\alpha^\beta(x)\lambda_\beta} q_i(x). \quad (1.34)$$

Con base en lo anterior, la densidad Lagrangiana de Dirac toma la forma

$$\mathcal{L}_q = \bar{q}_i(i\gamma^\mu D_\mu - m_q)q_i, \quad (1.35)$$

donde m_q es la masa del quark y D_μ es definida en (1.30). Finalmente, el Lagrangiano para QCD toma la forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G^{i\mu\nu}G_{\mu\nu}^i + \bar{q}_i(i\gamma^\mu D_\mu - m_q)q_i. \quad (1.36)$$

1.5. Ruptura Espontánea de la Simetría

La ruptura espontánea de la simetría es un proceso por el cual un sistema físico en un estado simétrico termina en un estado asimétrico, en otras palabras, si el estado fundamental de un sistema es menos simétrico que las ecuaciones que lo rigen, la simetría es rota al acceder a este estado de mínima energía. En el ME la ruptura de simetría tiene lugar por medio de un campo escalar que adquiere un valor esperado no nulo en el vacío. Como resultado del proceso no solo adquieren masa tanto los bosones vectoriales y los fermiones quirales, sino que, además aparece una nueva partícula escalar neutra: la partícula de Higgs.

1.5.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global

Por simplicidad analizaremos el caso de rompimiento espontáneo de la simetría en una teoría de norma bajo el grupo $U(1)$. La generalización para el grupo del ME será inmediata. Para llevar a cabo este proceso introducimos un campo escalar complejo

$$\Phi = \frac{\psi_1 + i\psi_2}{\sqrt{2}}, \quad (1.37)$$

cuya Lagrangiana es

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (1.38)$$

y el potencial escalar más general, invariante de norma y renormalizable, se escribe como

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [\Phi^\dagger \Phi - \phi_0^2]^2. \quad (1.39)$$

La Lagrangiana (1.38) es simétrica bajo una transformación global de $U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = -e^{i\alpha} \Phi, \quad (1.40)$$

para cualquier constante real α . Realizando una transformación de acuerdo a la transformación (1.40) tenemos

$$\Phi'_1 = \psi_1 \cos \alpha + \psi_2 \sin \alpha, \quad (1.41)$$

$$\Phi'_2 = -\psi_1 \sin \alpha + \psi_2 \cos \alpha. \quad (1.42)$$

Esta transformación rota el estado en torno a un círculo $|\Phi|^2 = cte$ en el espacio (ψ_1, ψ_2) . Si elegimos una dirección en particular en el espacio (ψ_1, ψ_2) , tal que Φ sea real y elegimos el estado fundamental como $(\psi_0; 0)$, se efectúa la ruptura de la simetría bajo $U(1)$. Esto es expandimos alrededor del estado base $(\psi_0; 0)$, tomando

$$\Phi = \psi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi + i\psi). \quad (1.43)$$

La densidad Lagrangiana (1.38) se convierte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi - \frac{m^2}{2\psi_0^2} \left[\sqrt{2}\psi_0\chi + \frac{\chi^2}{2} + \frac{\psi^2}{2} \right]^2. \quad (1.44)$$

En vez de tener un campo complejo Φ tenemos dos campos escalares reales χ y ψ , por lo que podemos escribir

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{lib} + \mathcal{L}_{int}, \quad (1.45)$$

en donde

$$\mathcal{L}_{lib} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - m^2\chi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi, \quad (1.46)$$

representa los campos de partículas libres y contiene todos los términos cuadráticos de \mathcal{L} mientras que \mathcal{L}_{int} corresponde a las interacciones entre las partículas libres y las correcciones de orden mayor. En el término $-m^2\chi^2$ de (1.46), χ corresponde a un campo escalar de espín cero y masa $\sqrt{2}m$ mientras que el campo ψ no tiene términos cuadráticos y corresponde a un campo escalar de espín cero sin masa. La partícula sin masa que ha aparecido como resultado del rompimiento global de la simetría se conoce como Bosón de Goldstone, y el procedimiento que nos llevó a la aparición de este bosón se conoce como mecanismo de Nambu-Goldstone.

1.5.2. Mecanismo de Higgs

El teorema de Goldstone indica que siempre que una simetría continua se rompe de forma espontánea aparecen nuevas partículas escalares sin masa. En 1964 varios autores P. Higgs; Englert y R. Brout; y Gerald Guralnik, C. R. Hagen y Tom Kibble, propusieron de manera independiente el rompimiento espontáneo de una teoría con simetría de norma, lo que lleva al denominado mecanismo de Higgs. Esto se logra requiriendo que el Lagrangiano que exhibe el rompimiento sea invariante bajo una simetría local, en lugar de una global. Dicha Lagrangiana está dada como

$$\mathcal{L} = D_\mu\Phi^\dagger D^\mu\Phi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\Phi^\dagger\Phi), \quad (1.47)$$

con D_μ la derivada covariante definida como $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$. Dicha Lagrangiana es invariante ante las transformaciones de norma

$$\begin{aligned} \Phi(x) &\rightarrow \Phi'(x) = e^{-iq\theta}(x)\Phi \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu\theta(x) \end{aligned} \quad (1.48)$$

Un mínimo de energía se obtiene cuando A_μ está ausente y Φ es una constante definida como un punto en el círculo $|\Phi| = \phi_0$. Dado el campo $\Phi(x)$ siempre podemos elegir un $\theta(x)$ tal que el

campo $\Phi'(x)$ sea real; esto rompería la simetría de norma, pues no se puede continuar haciendo transformaciones de norma. Tomando ahora

$$\Phi'(x) = \frac{\phi_0 + h(x)}{\sqrt{2}}, \quad (1.49)$$

en donde $h(x)$ es una función real de x , realizando esta transformación tenemos la siguiente Lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[(\partial_\mu - iqA'_\mu) \left(\frac{\phi_0 + h(x)}{\sqrt{2}} \right) \right] \left[(\partial^\mu - iqA'^\mu) \left(\frac{\phi_0 + h(x)}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ & - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2\phi_0^2} \left[\sqrt{2}\phi_0^2 h + \frac{h^2}{2} \right]^2. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Aquí podemos separar el Lagrangiano en dos partes de la siguiente manera

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{lib} + \mathcal{L}_{int}, \quad (1.51)$$

y eliminando las primas en el campo de norma las expresiones quedan como

$$\mathcal{L}_{lib} = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - m^2 h^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + q^2 \phi_0^2 A_\mu A^\mu, \quad (1.52)$$

$$\mathcal{L}_{int} = q^2 A_\mu A^\mu \left(\sqrt{2}\phi_0^2 h + \frac{h^2}{2} \right) - \frac{m^2 h^2}{2\phi_0^2} \left(\sqrt{2}\phi_0^2 h + \frac{h^2}{4} \right). \quad (1.53)$$

Antes del rompimiento de la simetría teníamos un campo escalar complejo $\Phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$ y un campo vectorial A_μ con dos estados de polarización. En el término \mathcal{L}_{lib} tenemos un campo escalar $h(x)$ correspondiente a un bosón sin espín de masa $\sqrt{2}m$ y un campo vectorial A_μ que corresponde a un bosón vectorial de masa $\sqrt{2}q\phi_0$ con tres componentes independientes. De esta manera el campo de norma adquiere masa y aparece un campo escalar físico después del rompimiento espontáneo de la simetría.

1.6. Modelo Electrodébil

El ME describe al electromagnetismo y a la interacción débil como dos aspectos diferentes de una sola interacción llamada electrodébil. Esta teoría fue desarrollada alrededor de 1968 por S. Glashow, A. Salam y S. Weinberg. En su modelo, comúnmente conocido por Modelo Estándar, la teoría es una teoría de norma no Abeliiana con invarianza local ante el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ que utiliza el mecanismo de Higgs para dotar de masa a los bosones de norma y a los fermiones (excepto a los neutrinos pues se consideran sin masa dentro de esta teoría). Este modelo es extremadamente satisfactorio y útil ya que permite realizar una gran cantidad de predicciones, de las cuales la mayoría han sido comprobadas mediante experimentos. Sin embargo, a pesar del gran éxito del ME, esta teoría aún tiene varios problemas que debe resolver, de los cuales hablaremos más adelante.

El ME describe la interacción entre los leptones mediante el intercambio de los bosones W^\pm , Z , y el fotón, e incorporando además el mecanismo de Higgs para generar la masa de los bosones W^\pm y Z . Cabe recalcar que el descubrimiento de los bosones W^\pm y Z^0 en 1978 representa un gran triunfo de este modelo. Una de las características principales de este modelo es que la interacción electrodébil actúa sobre fermiones derechos e izquierdos de manera distinta, por lo que las corrientes cargadas de Yang-Mills incluyen solo fermiones izquierdos, además, no se incluye a los neutrinos

derechos dado que experimentalmente no se han observado, y por este motivo los neutrinos carecen de masa. De esta forma, los campos fermiónicos izquierdos se agrupan en dobletes y los campos derechos en singletes del grupo $SU(2)_L$, con simetría de isoespín, donde L (izquierdo) indica la asimetría existente entre fermiones de distinta helicidad. Los campos fermiónicos entonces estarán dados como se muestra en la siguiente Tabla:

| | Levogiro | Dextrogiro |
|----------|--|---|
| Leptones | $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \tau_\mu \\ \tau \end{pmatrix}_L$ | $e_R \quad \mu_R \quad \tau_R$ |
| Quarks | $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} b \\ t \end{pmatrix}_L$ | $u_R \quad d_R \quad c_R \quad s_R \quad b_R \quad t_R$ |

Por otro lado las fuerzas electromagnética y débil no pueden ser descritas por separado ya que actúan sobre los mismos campos fermiónicos, por ello el grupo de norma que describe la interacción electrodébil es $SU(2)_L \times U(1)_Y$, el cual es el mínimo grupo de norma posible que permite describir lo observado en la naturaleza. Para que la Lagrangiana de los campos fermiónicos sea invariante bajo transformaciones del grupo antes mencionado, se deben introducir cuatro campos bosónicos no masivos, W_μ^k ($k = 1, 2, 3$) y $B_\mu(x)$ asociados a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente. La densidad Lagrangiana electrodébil tiene la forma

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G. \quad (1.54)$$

1.6.1. Densidad Lagrangiana Escalar

Los primeros en explorar la idea de construir una Lagrangiana invariante ante una transformación local bajo $SU(2)$ fueron Yang y Mills, sin embargo esta contenía campos de norma sin masa, por lo que se debe usar el mecanismo de Higgs. Introduciremos un campo escalar con dos componentes (un doblete de Higgs)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

en donde Φ_A y Φ_B son campos escalares complejos, los cuales a su vez nos dan cuatros campos reales.

$$\Phi_A = \phi_1 + i\phi_2, \quad \Phi_B = \phi_3 + i\phi_4. \quad (1.56)$$

Es necesario que la densidad Lagrangiana sea invariante bajo transformaciones del grupo $SU(2) \times U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta} U \Phi, \quad (1.57)$$

siendo U un elemento de $SU(2)$. Una densidad Lagrangiana que tiene simetría global ante $SU(2) \times U(1)$ está dada por

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (1.58)$$

En el ME, la simetría global es promovida a una simetría local por lo que podemos escribir la transformación bajo $U(1)$ como

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta\tau^0} \Phi, \quad (1.59)$$

en donde τ^0 es la matriz identidad. Para obtener una simetría local, debemos introducir un campo de norma $B_\mu(x)$ y hacer el reemplazo de la derivada ordinaria por la derivada covariante

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig_1 B_\mu, \quad (1.60)$$

en donde g_1 es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo $U(1)$. La matriz de transformación ante la simetría global $SU(2)$ puede ser escrita como

$$U = e^{-i\alpha^k \tau^k}, \quad (1.61)$$

en donde las α^k son tres funciones reales y τ^k son las matrices de Pauli. Para que la simetría global de este grupo se promueva a una simetría local, debemos introducir un campo de norma $W_\mu^k(x)$ por cada generador τ^k , de modo que se obtiene la forma completa de la derivada covariante de $SU(2) \times U(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 B_\mu - ig_2 \frac{\tau^k}{2} W_\mu^k, \quad (1.62)$$

en donde g_2 es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo $SU(2)$. Cabe destacar que el grupo $U(1)$ debe ser independiente del grupo $SU(2)$, por lo que los generadores de cada grupo deben conmutar entre ellos. Con la derivada covariante (1.62), tenemos la densidad Lagrangiana escalar correspondiente

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (1.63)$$

1.6.2. Densidad Lagrangiana de los Bosones de Norma

En el caso de campos de norma B_μ , definimos el tensor de intensidad $B_{\mu\nu}$ como

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.64)$$

de modo que podemos escribir la dinámica de los campos de norma como

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (1.65)$$

Debido a la naturaleza no Abelianas del grupo $SU(2)$, los campos tensoriales de intensidad W_μ deben ser definidos como

$$W_{\mu\nu} = \left(\partial_\mu + \frac{ig_2}{2} W_\mu \right) W_\nu - \left(\partial_\nu + \frac{ig_2}{2} W_\nu \right) W_\mu. \quad (1.66)$$

Por lo que la dinámica de los campos de norma será descrita por la Lagrangiana

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{8} \text{Tr}[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}], \quad (1.67)$$

la cual es invariante bajo una transformación de norma ante $SU(2)$. Utilizando $[\tau^i, \tau^j] = 2i\tau^k$ podemos escribir

$$W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^i \tau^i, \quad (1.68)$$

en donde

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g_2 \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k. \quad (1.69)$$

Empleando (1.67) y usando $\text{Tr}(\tau^i)^2 = 2$ y $\text{Tr}(\tau^i \tau^j) = 0$ con $i \neq j$ entonces la densidad Lagrangiana adquiere la siguiente forma

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu}. \quad (1.70)$$

En esta Lagrangiana no aparecen los términos de masa de los bosones de norma debido a la invarianza de norma local. Para proporcionar masa a los bosones de norma, y tener concordancia con los datos experimentales, se requiere del mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría.

1.6.3. Fermiones del Modelo Estándar

Gracias a evidencias experimentales se sabe que solo la parte izquierda de los leptones y la parte derecha de los antileptones son sensibles a la interacción débil, por lo que, consideramos la primera familia de leptones, las amplitudes de decaimiento pueden ser descritas en términos de las corrientes cargadas

$$J_\mu = J_\mu(x)^+ = \bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu e_L(x), \quad (1.71)$$

$$J_\mu^\dagger = J_\mu(x)^- = \bar{e}_L(x)\gamma_\mu \nu_{eL}. \quad (1.72)$$

Los términos e_L y ν_{eL} pueden ser arreglados en un doblete asociado al grupo $SU(2)$

$$L = \begin{pmatrix} \frac{1-\gamma_5}{2} \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

Con el objetivo de tener a (1.71) y (1.72) en términos del doblete izquierdo haremos uso de las matrices generadores del grupo $SU(2)$

$$\begin{aligned} \tau^+ &= \frac{\tau^1 + i\tau^2}{2}, \\ \tau^- &= \frac{\tau^1 - i\tau^2}{2}. \end{aligned} \quad (1.74)$$

De esta manera tenemos

$$\begin{aligned} J_\mu^+ &= \bar{L}\gamma_\mu\tau^+L, \\ J_\mu^- &= \bar{L}\gamma_\mu\tau^-L. \end{aligned} \quad (1.75)$$

Ahora introducimos una corriente neutra

$$J_\mu^3 = \frac{\bar{\nu}_e\gamma_\mu\nu_e - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L}{2} = \bar{L}\gamma_\mu\frac{\tau^3}{2}L. \quad (1.76)$$

Tenemos dos corrientes cargadas J_μ^\pm y una corriente neutra J_μ^3 , las cuales se escriben en la representación adjunta como

$$J_\mu^i(x) = \bar{L}\gamma_\mu T^i L = \bar{L}\gamma_\mu\frac{\tau^i}{2}L; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.77)$$

Se define la corriente de hipercarga de la siguiente manera

$$J_\mu^Y = -(\bar{L}\gamma_\mu L + 2\bar{R}\gamma_\mu R). \quad (1.78)$$

Las cargas correspondientes están definidas por

$$T^i = \int d^3x J_0^i \quad y \quad Y = \int d^3x J_0^Y \quad (1.79)$$

las cuales satisfacen el álgebra de $SU(2) \times U(1)$

$$[T^i, T^j] = i\epsilon^{ijk}T^k, \quad y \quad [T^i, Y] = 0, \quad (1.80)$$

y la relación Gell-Mann-Nishijima entre Q y T^3 surge de manera natural

$$Q = T^3 - \frac{Y}{2}. \quad (1.81)$$

De la expresión (1.81) podemos definir la hipercarga débil de un doblete $Y_L = -1$ y de un singlete fermiónico $Y_R = -2$.

1.6.4. Lagrangiana Invariante Ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Tomando la expresión (1.54)

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G, \quad (1.82)$$

en donde \mathcal{L}_f es la Lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para los fermiones

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu \right) L + \bar{R}i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B_\mu)R, \quad (1.83)$$

con L y R los campos fermiónicos de helicidad izquierda y derecha respectivamente, A_μ^i ($i = 1; 2; 3$) y B_μ son los campos de norma asociadas a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, mientras que g y g' corresponden a las constantes de acoplamiento.

Por otro lado, \mathcal{L}_G es la Lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para los bosones y está dada como

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^iW^{i\mu\nu}. \quad (1.84)$$

con

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon_{ijk}A_\mu^jA_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (1.85)$$

donde $W_{\mu\nu}^i$ y $B_{\mu\nu}$ son los tensores de intensidad de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente.

En este Lagrangiano, los términos de masa de los bosones de norma no aparece debido a la invarianza de norma local, sin embargo, para proporcionar masa a los bosones de norma y hacer compatible la teoría con el experimento, se requiere el rompimiento espontáneo de la simetría

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}. \quad (1.86)$$

Para llevar a cabo este procedimiento y poder dotar de masa a los tres bosones de norma del grupo $SU(2)$ se introducen dos campos escalares complejos que forman un doblete de $SU(2)$. La Lagrangiana para el doblete de Higgs viene dada por

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) - V(\Phi^\dagger\Phi) = (D_\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2. \quad (1.87)$$

Por último, para generar los términos de masa de leptones cargados y quarks, después del rompimiento de la simetría, se introduce un término de acoplamiento conocido como Lagrangiano de Yukawa, el cual es también invariante de norma ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}\Phi R + \bar{R}\Phi^\dagger L) + \dots + h.c. \quad (1.88)$$

en donde G_e es la constante de acoplamiento de Yukawa y los puntos denotan los términos correspondientes a los demás leptones cargados. En cuanto a los quarks, el tratamiento es un tanto distinto ya que se requiere generar masa para los quarks up y down, mientras que no se requiere generar masa para los neutrinos pero eso no se discutirá en esta tesis. Por lo tanto la Lagrangiana completa del ME esta dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_Y. \quad (1.89)$$

1.6.5. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$

El potencial $V(\Phi^\dagger\Phi)$ dado en (1.87) con $\lambda > 0$ y $m^2 = -\mu > 0$ tiene un valor mínimo dado por

$$\Phi^\dagger\Phi = \frac{v^2}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda}; \quad v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.90)$$

El rompimiento espontáneo de la simetría ocurre cuando el doblete escalar Φ adquiere un valor de expectación en el vacío Φ_0 .

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.91)$$

Por conveniencia se parametriza el doblete escalar en términos de los campos que denotan la variación de Φ_0

$$\Phi = e^{\frac{i\tau^i \xi_i}{2v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.92)$$

en donde ξ_i ($i = 1, 2, 3$) son los bosones de Goldstone y H el bosón de Higgs. Ahora a partir de la transformación unitaria

$$U(\xi) = e^{\frac{i\tau^i \xi_i}{2v}}, \quad (1.93)$$

se definen los nuevos campos

$$\Phi' = U(\xi)\Phi = \frac{(v+H)}{\sqrt{2}}\chi, \quad (1.94)$$

$$L' = U(\xi)L, \quad (1.95)$$

$$W'_\mu = U(\xi)WU(\xi)^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U(\xi))U^\dagger(\xi), \quad (1.96)$$

en donde $\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y el singlete R queda invariante bajo esta transformación.

La Lagrangiana (1.89) queda invariante ante esta transformación y podemos escribir a cada término de la siguiente forma

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}' i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}'_\mu + \frac{i}{2}g'B'_\mu \right) L' + \bar{R}' i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B'_\mu) R' \quad (1.97)$$

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}B'_{\mu\nu}B'^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W'^i_{\mu\nu}W'^{i\mu\nu} \quad (1.98)$$

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\Phi)'^\dagger(D_\mu\Phi)' - V(\Phi'^\dagger\Phi') \quad (1.99)$$

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}'\Phi R' + \bar{R}'\Phi' L') + \dots + \text{h.c.} \quad (1.100)$$

Los campos escalares generaron las masas de los bosones de norma, los leptones y quarks vía el mecanismo de Higgs. Escribamos explícitamente \mathcal{L}_s como

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (1.101)$$

con

$$(D_\mu \Phi)' = \left(\partial_\mu - ig \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}'_\mu + \frac{i}{2} g' B'_\mu \right) \frac{(v + H)}{\sqrt{2}} \chi. \quad (1.102)$$

El primer término de \mathcal{L}_s (1.101) contiene los términos cuadráticos de masa para los bosones de norma, mientras que para los bosones cargados introducimos los campos definidos como

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^{12} \mp iW_\mu^{21}}{\sqrt{2}}, \quad (1.103)$$

de modo que tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mass}} &= \frac{v^2}{2} (g^2 W_\mu^{12} W^{\mu 12} + g^2 W_\mu^{21} W^{\mu 21} + (gW_\mu^{33} - g'B'_\mu)^2) \\ &= \frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^+ W^{-\mu}. \end{aligned} \quad (1.104)$$

Esto significa que los bosones vectoriales cargados W^\pm adquieren el término de masa

$$m_W = \frac{gv}{2}. \quad (1.105)$$

El segundo término de la Lagrangiana escalar puede escribirse en términos de campos neutros como

$$\frac{v^2}{8} (W_\mu^{33} \ B'_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.106)$$

el cual puede ser diagonalizado como

$$\frac{v^2}{8} (Z_\mu \ A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8} (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu, \quad (1.107)$$

y por una transformación ortogonal

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.108)$$

donde θ_W es llamado ángulo de Weinberg. De la relación (1.107) podemos ver que el bosón neutro Z tiene una masa de

$$m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}, \quad (1.109)$$

mientras que el bosón A_μ permanece sin masa y se identifica como el fotón. Después del rompimiento espontáneo de la simetría, el potencial escalar ha quedado como

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = -\frac{\mu^2 v^2}{2} + \frac{1}{2} (2\mu^2) H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda^4}{4}, \quad (1.110)$$

de donde se observa que la masa del bosón de Higgs es

$$m_H = \sqrt{2\mu^2}. \quad (1.111)$$

1.7. Reglas de Feynman en el Modelo Estándar

Los diagramas de Feynman, introducidos por el físico estadounidense Richard Feynman, son una representación gráfica de una contribución perturbativa a la amplitud de un proceso, en donde a cada elemento del diagrama se le asocia un objeto matemático mediante las denominadas reglas de Feynman. En estos diagramas las partículas se representan por líneas y las interacciones por vértices en donde las partículas se emiten o son absorbidas. Se deben construir los diagramas de Feynman correspondientes a cada proceso a un cierto orden de teoría de perturbaciones y posteriormente se aplican una serie de prescripciones para determinar la amplitud de transición del proceso.

Estas prescripciones se conocen como reglas de Feynman, y se obtienen directamente de la densidad lagrangiana además cada modelo tiene sus propias reglas de Feynman. Presentaremos las reglas de Feynman más relevantes del Modelo Estándar en la norma Feynman-H'ooft.

Propagadores

- Por cada fotón interno, con cuádrimomento \mathbf{k} tenemos

$$\mu \text{ --- } \overset{\gamma}{\text{~~~~~}} \text{ --- } \nu \quad \frac{g_{\mu\nu}}{k^2+i\epsilon}$$

- Por cada bosón vectorial, con cuádrimomento \mathbf{k} tenemos

$$\mu \text{ --- } \overset{Z}{\text{~~~~~}} \text{ --- } \nu \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2-m_Z^2+i\epsilon}$$

$$\mu \text{ --- } \overset{W}{\text{~~~~~}} \text{ --- } \nu \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2-m_W^2+i\epsilon}$$

donde m_Z es la masa del bosón Z^0 y m_W es la masa del bosón W^\pm .

- Por cada línea fermiónica con momento \mathbf{p} , se escribe

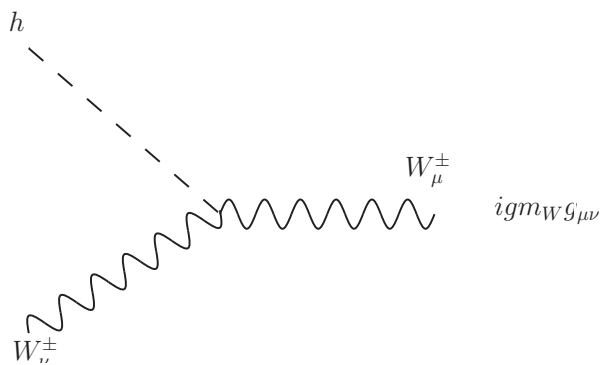
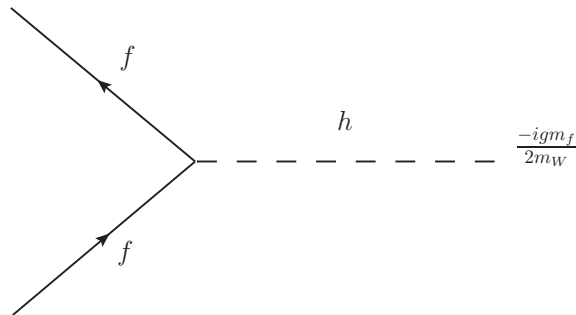
$$\text{---} \xrightarrow{p} \text{---} \quad \frac{i(\not{p}-m_f)}{p^2-m_f^2+i\epsilon}$$

- Para un fermión entrante se usa un espinor \mathbf{u} , mientras que para un fermión saliente se usa un espinor $\bar{\mathbf{u}}$.
- Para un antifermión saliente se usa un espinor \mathbf{v} , mientras que para un antifermión entrante se usa un espinor $\bar{\mathbf{v}}$.
- Por cada línea interna correspondiente al bosón de Higgs, con momento p , se escribe

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad \overset{h}{\text{---}} \quad \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad \frac{i}{p^2-m_h^2+i\epsilon}$$

Interacciones

- Para construir los diagramas de Feynman correspondientes a un cierto proceso hacemos uso de los siguientes interacciones



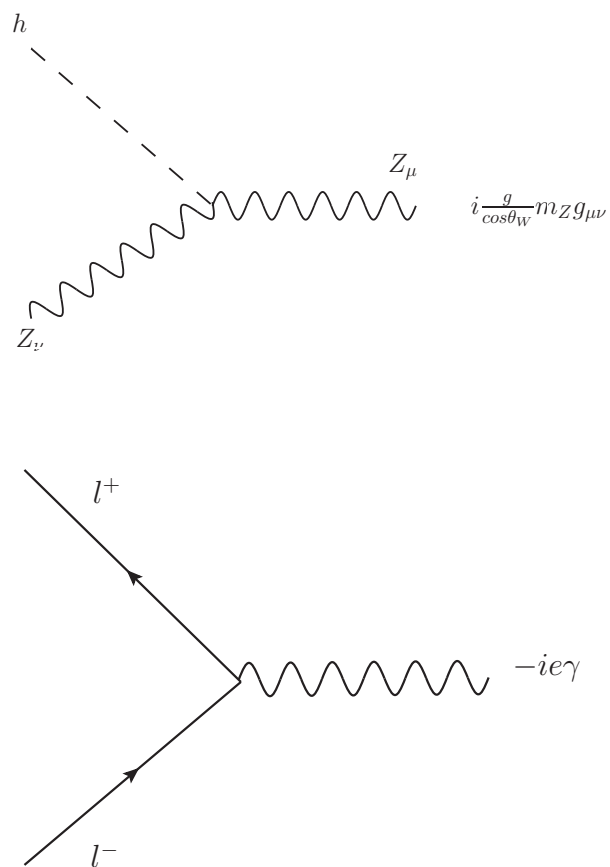


Figura 1.1: Reglas de Feynman para los vértices de interacción en el Modelo Estándar.

Capítulo 2

Momento Magnético del Muon

2.1. Historia del Muon

El muon es una partícula elemental masiva que pertenece a la segunda familia de leptones, tiene espín $1/2$, posee carga eléctrica negativa, su masa es de $105.6583755(23) \text{ MeV}/c^2$ (lo que es 207 veces más pesado que el electrón) y tiene un tiempo de vida de $2.2\mu s$. Así como el resto de leptones, también cumple con la simetría CPT con su respectiva antipartícula; el antimuon μ^+ . El muon, el cual fue hallado por Carl Anderson y Seth Neddermeyer, fue la primera partícula elemental descubierta que no se encontraba en los átomos convencionales. Esta partícula también fue observada por J. C. Street y E. C. Stevenson, mientras estudiaban la radiación cósmica en una cámara de niebla. Street y Stevenson observaron la presencia de partículas que se curvaban al pasar por un campo electromagnético de forma distinta a los electrones y a otras partículas conocidas, siendo esta curvatura intermedia entre el electrón y el protón.

Con anterioridad, en 1935 una partícula similar había sido predicha por Hideki Yukawa para explicar que la interacción nuclear fuerte se transmitiese a través de una partícula portadora, pero a diferencia del fotón, la cual sabemos transmite la fuerza electromagnética, esta nueva partícula mediadora debe ser masiva para explicar el corto alcance de la fuerza fuerte. Los cálculos teóricos arrojaron que la masa de dicha partícula debería ser unas 200 veces mayor a la masa del electrón y dada la coincidencia de masas, se especuló en un principio que la partícula recién descubierta pudiese ser la misma predicha por Yukawa. Sin embargo, el muon interactúa con otras partículas a través de la fuerza electromagnética e ignora las fuerzas nucleares, por lo que no podía identificarse con ella. Se concluyó que la carga eléctrica de la nueva partícula observada debe ser igual a la del electrón y su masa debe ser intermedia entre la masa del protón y del electrón, por lo que en un principio se le llamó mesotróon (del griego meso, intermedio). No obstante, más tarde nuevas partículas intermedias fueron observadas a las que se les dio el nombre genérico de mesones, por lo que se encontró la necesidad de diferenciar tal partícula y pasó a llamarse μ -mesón.

Se observó que el comportamiento μ -mesón divergía significativamente de otros mesones: su desintegración producía un electrón y un par de neutrinos (neutrino y antineutrino), al contrario de lo que se había observado en otros mesones, los cuales generaban uno neutrino solamente (ya fuera neutrino o antineutrino). Más tarde se descubrió que los muones eran partículas elementales sin estructura, similar a los electrones, por lo que la denominación mesón fue abandonada y se pasó a denominarse simplemente muon.

| Modo de decaimiento | Probabilidad |
|---|----------------------------------|
| $\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ | $\approx 100\%$ |
| $\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e + \gamma$ | $(1.4 \pm 0.4)\%$ |
| $\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e + e^- + e^+$ | $(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-3}\%$ |

Tabla 2.1: Decaimientos más probables del muon

2.2. Momento Magnético del Muon

El momento dipolar magnético de manera clásica se expresa como

$$\vec{\mu}_m = \frac{e}{2mv} \vec{L}, \quad (2.1)$$

en donde $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Por otro lado, un momento dipolar eléctrico puede tener lugar gracias al desplazamiento de cargas eléctricas, así ambas propiedades, eléctrica y magnética, tienen su origen en las cargas. Cualquiera que sea el origen de los momentos dipolares eléctrico y magnético, ambos contribuyen al Hamiltoniano de interacción con el campo eléctrico, el cual se expresa como

$$\mathcal{H} = -\vec{\mu}_m \cdot \vec{B} - \vec{d}_e \cdot \vec{E}. \quad (2.2)$$

En la ecuación anterior, \vec{d}_e es el operador de momento dipolar eléctrico y $\vec{\mu}_m$ es el operador de momento dipolar magnético. Usualmente se mide el momento magnético en unidades del magnetón de Bohr, $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$ con m la masa del electrón. El magnetón de Bohr es la magnitud del momento dipolar magnético asociado con una órbita del electrón y fue calculado en verano de 1913 por el físico Niels Bohr. En el caso de un sistema con carga y masa siendo una función de distancia de un punto fijo, el momento magnético es la medición de la distribución de carga y masa del sistema; generalizando el momento magnético en cuántica tenemos

$$\hat{\mu} = gQ\mu_0\hat{S}, \quad (2.3)$$

en donde $S = \hat{\sigma}/2$ es el operador de espín, $Q = 1 (-1)$ para leptones (antileptones) y g es la razón giromagnética (razón entre la precesión del espín y la rotación de la partícula), que en la teoría de Dirac se predice $g = 2$.

2.2.1. Momento Magnético Anómalo del Muon

El momento dipolar magnético puede medirse con relativa facilidad mediante el estudio del movimiento de un leptón en una región donde hay un campo magnético. La teoría de Dirac predijo inesperadamente que $g = 2$ para el electrón libre, pero después de 20 años de mediciones experimentales se encontró que el momento magnético del electrón en realidad excedía a 2, por un 0.12%, lo cual fue el primer indicio de la existencia de una contribución anómala al momento magnético del electrón y en general para los leptones

$$a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}, \quad (2.4)$$

donde $\ell = e, \mu, \tau$.

La predicción teórica del momento magnético anómalo del muon en el ME, tiene en principio tres contribuciones, la contribución de QED, de la teoría electrodébil (EW) y la contribución hadrónica (HAD). [9]

$$a_\mu^{ME} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{HAD}. \quad (2.5)$$

Recientemente la colaboración **Muon g-2** ha trabajado en la obtención de una predicción de a_μ^{ME} para obtener un valor más preciso y con un error menor. Para realizar la evaluación numérica de a_μ haremos uso del promedio de las mediciones experimentales más recientes [10]

$$a_\mu^{Exp} = 116592061(41) \times 10^{-11}. \quad (2.6)$$

2.2.2. Contribución de QED al momento anómalo del muon

La contribución dominante a a_μ proviene de a_μ^{QED} , la cual se ha evaluado hasta un orden de cinco loops $\mathcal{O}(\alpha^5)$.

La contribución de QED se puede escribir en términos de la dependencia en la masa de leptones. Como la anomalía a_μ es adimensional, la dependencia de la masa de leptones aparece en forma de relación entre las masas de leptones, lo podemos escribir como [9]

$$a_\mu^{QED} = A_1 + A_2 \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) + A_2 \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right) + A_3 \left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau} \right), \quad (2.7)$$

donde m_e , m_μ y m_τ son las masas del electrón, muon y tau respectivamente, el término A_1 es un valor independiente del cociente de las masas leptónicas, y es una constante universal para todos los tipos de leptones, usando la constante de acoplamiento α podemos calcular cada A_i usando la teoría de perturbaciones para QED

$$A_i = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) A_i^{(2)} + \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 A_i^{(4)} + \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 A_i^{(6)} + \dots \quad (2.8)$$

Para obtener la predicción teórica de la contribución de QED a a_μ , se necesita un valor preciso para la constante de estructura fina, α . Actualmente el mejor valor de α proviene del experimento de interferometría del átomo de Cs (Cesio).

| Orden | $\alpha(\text{Cs})$ | $\alpha(a_e)$ |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 2 | 116 140 973.321(23) | 116 140 973.233(28) |
| 4 | 413 217.6258(70) | 413 217.6252(70) |
| 6 | 30 141.90233(33) | 30 141.90226(33) |
| 8 | 381.004(17) | 381.004(17) |
| 10 | 5.0783(59) | 5.0783(59) |
| $a_\mu(\text{QED})$ | 116 584 718.931(30) | 116 584 718.824(34) |

Tabla 2.2: Contribuciones al valor de $g - 2$ del muon de los términos de perturbación QED en unidades de 10^{-11} . Se evalúan con dos valores de la constante de estructura fina α determinado por el experimento Cs y el valor de $g - 2$ del electrón.

De esta manera, se obtiene que la contribución de QED es

$$a_\mu^{QED} = 116 584 718.931(30) \times 10^{-11}, \quad (2.9)$$

en donde el error es básicamente debido a la incertidumbre de α .

2.2.3. Contribución electrodébil al momento anómalo del muon

La contribución electrodébil al momento magnético del muon ha sido de interés a partir de haberse demostrado que dicha teoría es renormalizable. Esto permite realizar predicciones convincentes más allá de aquellas en QED. El sector electrodébil proporciona la contribución más pequeña al momento magnético del muon, y al igual que la contribución de QED, es perturbativamente calculable. Además, las correcciones radiativas involucran a los bosones de norma W^\pm y

Z^0 , siendo etiquetadas como a_μ^{EW} . El Modelo Estándar electrodébil da contribuciones que pueden expresarse en contribuciones de 1 loop, 2 loops y actualmente hasta 3 loops [9][13], por lo que

$$a_\mu^{EW} = a_\mu^{EW(1)} + a_{\mu;\text{bosones}}^{EW(2)} + a_{\mu;\text{fermiones}}^{EW(2)} + a_\mu^{EW(\geq 3)}. \quad (2.10)$$

Las contribuciones de un lazo se muestran en la Fig. 2.1 y a este nivel el momento magnetico del muon es

$$a_\mu^{EW(1)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_\mu^2}{8\pi^2} \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{3}(1 - 4S_w^2)^2 \right] \simeq \frac{\alpha}{4\pi^2 s_w^2} \frac{m_\mu^2}{m_W^2} = 194.79(1) \times 10^{-11}, \quad (2.11)$$

en donde G_F es la constante de Fermi y $s_w^2 = (1 - M_W^2/M_Z^2)$ el ángulo de mezcla débil definido a través de las masas del bosón Z y W .

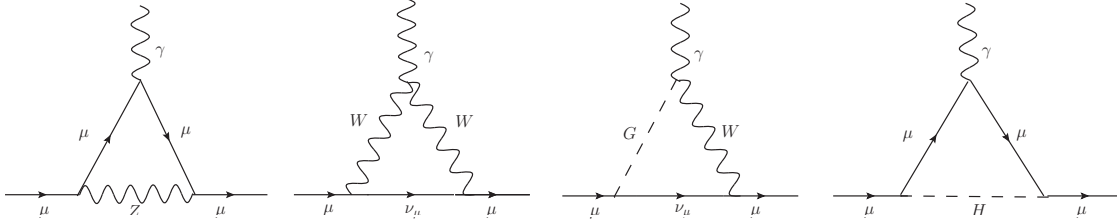


Figura 2.1: Diagramas de Feynman a un lazo de las contribuciones de la teoría electrodébil a a_μ .

Podemos escribir a la ecuación (2.11) en términos de la constante de estructura fina

$$a_\mu^{EW(1)} \propto \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \frac{m_\mu^2}{M_W^2} = 194.79(1) \times 10^{-11}. \quad (2.12)$$

La contribución a dos lazos se muestra en la Fig. 2.2, y se encuentra que

$$a_\mu^{EW(2)logs} = -4 \frac{\alpha}{\pi} \log \frac{M_Z}{m_\mu} a_\mu^{EW(1)} \quad (2.13)$$

$$+ \frac{G_F m_\mu^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \frac{\alpha}{\pi} \log \frac{M_Z}{m_\mu} \left[-\frac{47}{9} - \frac{11}{9}(1 - 4S_w^2)^2 \right] \quad (2.14)$$

$$+ \frac{G_F m_\mu^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \frac{\alpha}{\pi} \sum_f \log \frac{M_z}{\max(m_f, m_\mu)} \left[-6g_A^\mu g_A^f N_f Q_f^2 + \frac{4}{9} g_V^\mu g_V^f N_f Q_f \right]. \quad (2.15)$$

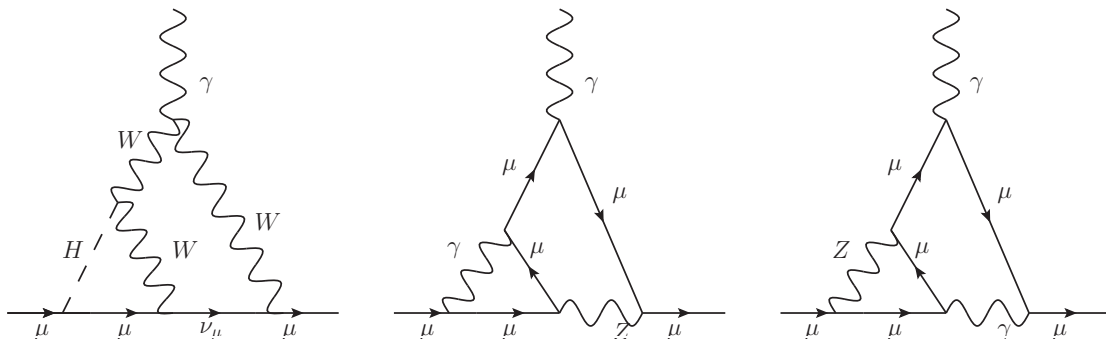


Figura 2.2: Diagramas de Feynman (bosones) a dos lazos de la contribución de la teoría electrodébil a a_μ .

La contribución bosónica a dos lazos se define mediante diagramas de lazo y los contratérminos asociados. Estas contribuciones contienen los logaritmos grandes en la primera y segunda línea de la ecuación y términos no logarítmicos, que dependen en particular de la masa del bosón de Higgs y en donde se emplea la aproximación $M_H \gg M_W$. Usando $M_H = 125.18(16)$ GeV se obtiene

$$a_{\mu;\text{bosones}}^{EW(2)} = -19.96(1) \times 10^{-11}. \quad (2.16)$$

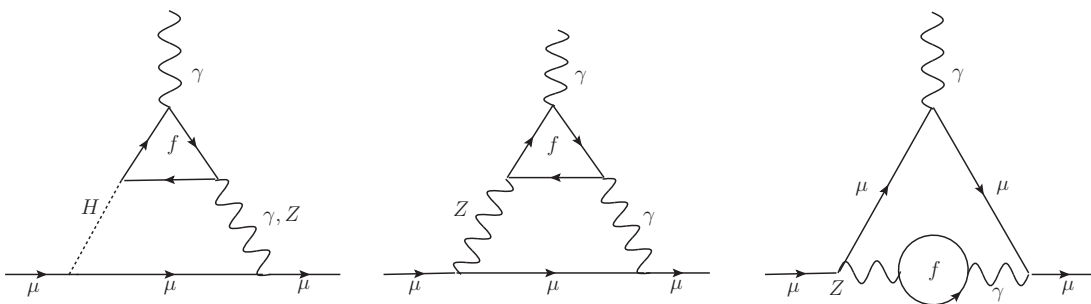


Figura 2.3: Diagramas de Feynman (fermiones) a dos lazos de la contribución de la teoría electrodébil a a_μ .

Para el término de $a_{\mu;\text{fermiones}}^{EW(2)}$, subdividimos las contribuciones fermiónicas de dos lazos, por lo que se obtiene

$$a_{\mu;\text{fermiones}}^{EW(2)} = a_{\mu}^{EW(2)}(e, \mu, u, c, d, s) + a_{\mu}^{EW(2)}(\tau, t, b) + a_{\mu;f\text{-rest},H}^{EW(2)} + a_{\mu;f\text{-rest},noH}^{EW(2)}. \quad (2.17)$$

Donde los primeros dos términos denotan la contribución de los diagramas de la Fig. 2.3, el tercer término denota los diagramas de loops fermionicos dependientes del Higgs y el cuarto término recoge todas las contribuciones de dos lazos fermionicos restantes. Sus valores son los siguientes

$$\begin{aligned}
a_\mu^{EW(2)}(e, \mu, u, c, d, s) &= +6.91(20)(30) \times 10^{-11} \\
a_\mu^{EW(2)}(\tau, t, b) &= +8.21(10) \times 10^{-11} \\
a_{\mu;f-rest,H}^{EW(2)} &= +1.51(1) \times 10^{-11} \\
a_{\mu;f-rest,noH}^{EW(2)} &= +4.64(10) \times 10^{-11}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Para el término $a_\mu^{EW(\geq 3)}$, el valor de estas correcciones de tres lazos mejoradas logarítmicamente depende en la parametrización de los resultados de uno y dos loops. Específicamente, una cancelación accidental entre los tres lazos se observa si el resultado de dos lazos se parametriza en términos de G_F . En este caso, los logaritmos de tres lazos son numéricamente despreciables, por lo que

$$a_\mu^{EW(\geq 3)} = 0(0.20) \times 10^{-11}, \tag{2.19}$$

Finalmente, conjuntando las contribuciones a uno, dos y tres lazos se obtiene

$$a_\mu^{EW} = 153.6(1) \times 10^{-11}. \tag{2.20}$$

2.2.4. Contribución Hadrónica al momento anómalo del muon

La contribución hadrónica es la que más error tiene debido a que proviene de diagramas de quarks y gluones. Esta contribución usualmente se dividen en dos; la primera es la polarización del vacío (VP) y la segunda es la llamada contribución light by light, pero ambas contribuciones a su vez se dividen en contribución a leading order (LO), next-to-leading order (NLO) y next-to-next-to-leading order (NNLO) [11][12]

$$a_\mu^{HAD} = a_\mu^{VP} + a_\mu^{LBL}. \tag{2.21}$$

Para calcular el primer término se pueden emplear relaciones de dispersión que conectan la autoenergía del fotón con el proceso de dispersión

$$e^-e^+ \rightarrow \gamma \rightarrow \text{hadrones} \tag{2.22}$$

en donde la estimación reportada es

$$a_\mu^{VP,LO} = 694(4.0) \times 10^{-10}. \tag{2.23}$$

Las estimaciones de mayor orden a la contribución del vacío son

$$a_\mu^{VP,NLO} = -9.37(7) \times 10^{-10}, \tag{2.24}$$

$$a_\mu^{VP,NNLO} = 1.24(0.01) \times 10^{-10}. \tag{2.25}$$

Por último, la contribución hadrónica de dispersión de luz a luz es

$$a^{LBL,LO} = 92(19) \times 10^{-11}, a^{LBL,NLO} = 2(1) \times 10^{-11}. \tag{2.26}$$

Ahora que tenemos todas las contribuciones del momento anómalo debemos sumarlas

$$a_\mu^{ME} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{HAD} = 116591810(43) \times 10^{-11}. \tag{2.27}$$

Este valor teórico difiere del valor encontrado en las mediciones de Brookhaven, el cual es

$$a_\mu^{BNL} = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11}. \tag{2.28}$$

Capítulo 3

Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de Leptoquarks

3.1. Modelos de Leptoquarks

Los Leptoquarks (LQs) son partículas hipotéticas que surgen de manera natural en modelos de gran unificación, las cuales tienen como objetivo unir las fuerzas electromagnética, débil y fuerte en una teoría invariante de norma bajo un grupo de gran unificación. Diversos hechos dentro del ME, tales como la existencia de 3 familias de leptones y quarks, así como la cancelación de anomalías quirales, requieren que estas partículas sean introducidas en multipletes (tripletes, dobletes o singletes) de $SU(2)$, por lo que se sugiere la existencia de una relación fundamental entre leptones y quarks que no se contempla en el ME. Los LQs fueron postulados por Pati y Salam en 1974 [1] al proponer una teoría de gran unificación bajo el grupo $SU(4)_R \times SU(4)_L \times SU(4)$, en donde se considera el número leptónico como el cuarto número de color. En teorías bajo este grupo, los leptones y quarks se introducen en multipletes y los bosones de norma acarrearán simultáneamente número bariónico y leptónico, permitiendo a los LQs acoplarse a un par quark-lepton a nivel árbol. Sin embargo, a este mismo nivel se predice el acoplamiento de LQs a un par de quarks, lo que provocaría un rápido decaimiento del protón. Para solventar este problema, los LQs deben tener una masa del orden de la escala de Planck, por lo que sus efectos no serían observados a escalas de bajas energías. Otra opción es la de introducir simetrías extra para evitar el decaimiento del protón aún teniendo LQs relativamente ligeros, con masa de unos cientos de GeVs. En lugar de estudiar una teoría de LQs en particular, en la literatura se propone una Lagrangiana efectiva y renormalizable de LQs que se añade al marco del ME, de esta manera los efectos de los LQs se estudian con independencia de modelo. Sin embargo, en la práctica solo son de interés los modelos de LQs que tienen conservación de número bariónico y leptónico. Además de los modelos de gran unificación, existen otras teorías que predicen LQs de tipo escalar, como son modelos con un sector escalar extendido, modelos con fermiones compuestos [30], modelos supersimétricos [31], modelos de tecnicolor [29], etc.

En las últimas décadas los LQs han sido ampliamente estudiados debido a que pueden explicar diversas anomalías, tales como efectos de violación de la universalidad leptónica en los decaimientos semileptónicos de los mesones B y K , además de proporcionar una solución a la discrepancia del momento magnético anómalo del muon, el cual es uno de los objetivos de este trabajo. Aunque nuevas mediciones experimentales no han corroborado la anomalía en el decaimiento del mesón K , aún existe un gran campo de estudio para las partículas de LQs.

3.1.1. Propiedades de los LQs

Debido al gran número de modelos que predicen la existencia de LQs, se ha encontrado que es conveniente estudiar sus efectos de manera independiente a través de una Lagrangiana efectiva. Para realizar nuestro estudio, consideraremos un modelo simple y renormalizable de LQs de tipo escalar, cuyos términos de interacción son invariantes bajo el grupo de norma $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ y que no requiere de una simetría extra para prevenir el decaimiento del protón. Cabe mencionar que solo consideramos LQs de tipo escalar ya que las cotas experimentales que existen para los acoplamientos de LQs de tipo vectorial son muy restrictivas [32]. De acuerdo a la convención usual tenemos que los quarks tienen número bariónico $B = 1/3$ y los leptones tienen número leptónico $L = 1$, esto permite que los LQs tengan un número fermiónico bien definido, el cual está dado por $F = 3B + L$. La clasificación de los posibles tipos de LQs se muestra en la Tab. 3.1, en donde también se muestran los posibles acoplamientos a fermiones, de los cuales hablaremos más adelante.

| Espin | $3B + L$ | $SU(3)_C$ | $SU(2)_W$ | $U(1)_Y$ | Acoplamientos |
|-------|----------|-----------|-----------|----------|--|
| 0 | -2 | $\bar{3}$ | 1 | 1/3 | $\bar{q}_L^c \ell_L \circ \bar{u}_R^c e_L$ |
| 0 | -2 | $\bar{3}$ | 1 | 4/3 | $\bar{d}_R^c e_R$ |
| 0 | -2 | $\bar{3}$ | 3 | 1/3 | $\bar{q}_L^c \ell_L$ |
| 1 | -2 | $\bar{3}$ | 2 | 5/6 | $\bar{q}_L^c \gamma^\mu e_R \circ \bar{d}_R^c \gamma^\mu \ell_L$ |
| 1 | -2 | $\bar{3}$ | 2 | -1/6 | $\bar{u}_R^c \gamma^\mu \ell_L$ |
| 0 | 0 | 3 | 2 | 7/6 | $\bar{q}_L e_R \circ \bar{u}_R \ell_L$ |
| 0 | 0 | 3 | 2 | 1/6 | $\bar{d}_R \ell_L$ |
| 1 | 0 | 3 | 1 | 2/3 | $\bar{q}_L \gamma^\mu \ell_L \circ \bar{d}_R \gamma^\mu e_R$ |
| 1 | 0 | 3 | 1 | 5/3 | $\bar{u}_R \gamma^\mu e_R$ |
| 1 | 0 | 3 | 3 | 2/3 | $\bar{q}_L \gamma^\mu \ell_L$ |

Tabla 3.1: Estados de Leptoquarks con sus respectivos números cuánticos y acoplamientos permitidos. Las columnas de $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ y $U(1)_Y$ indican la representaciones de QCD, isospín débil y la hipercarga, respectivamente [15].

Algunas características importantes de los LQs son las siguientes:

- Bajo el grupo $SU(3)$ todos los quarks son tripletes, mientras que los leptones son representados por singletes. Esto implica que los LQs deben transformarse como tripletes o antitripletes en esta representación con el fin de preservar la invarianza bajo las transformaciones de $SU(3)$. Una consecuencia de esto es que los LQs se pueden acoplar a un par de quarks.
- Bajo el grupo $SU(2)$ los quarks y leptones son representados como singletes o dobletes, por lo que las contracciones quark-leptón pueden ser tripletes, dobletes o singletes de $SU(2)$. Estas representaciones necesitan ser contraídas con los multipletes de LQs que tengan la misma dimensión de $SU(2)$ para que los términos sean invariantes de norma. De esta manera, los LQs pueden ser introducidos como tripletes, dobletes o singletes de $SU(2)$. Esta propiedad permite distinguir entre diferentes tipos de LQs.
- Las posibles cargas eléctricas de los LQs son $Q = \pm 5/3 e$, $Q = \pm 4/3 e$, $Q = \pm 2/3 e$ y $Q = \pm 1/3 e$. Dependiendo del número fermiónico, los LQs pueden decaer al par quark-leptón si $|F| = 2$, y al par antiquark-leptón si $F = 0$.
- Existen LQs de primera, segunda y tercera generación, de acuerdo a la generación de leptones y quarks a los que se acoplan.

- Otra manera de clasificar a los LQs es de acuerdo a la quiralidad de sus acoplamientos con los fermiones del ME. Si los LQs se acoplan a quarks izquierdos y derechos simultáneamente, estos se conocen como LQ no quirales, mientras que si se acoplan solo a quarks derechos o izquierdos se conocen como LQs quirales.

3.1.2. Reglas de Feynman de los LQs escalares

Para nuestro análisis, consideraremos el estado de LQ $R_2 = (S_{1/2}, S_{-1/2})^T$, que posee los números cuánticos $(3, 2, 7/6)$ bajo el grupo de norma del ME. Después del rompimiento espontáneo de la simetría emergen dos partículas de LQs con las cargas eléctricas $5/3 e$ y $2/3 e$, las cuales se acoplan a quarks y leptones. El Lagrangiano de Yukawa para este estado es [23]

$$\mathcal{L}_Y \supset -\lambda_L^{ij} \bar{u}_{R_i} R_2 i\sigma_2 L_j + \lambda_R^{ij} \bar{Q}^{L_i} R_2 \ell_{R_j} + \text{h.c.}, \quad (3.1)$$

en donde L_j (Q^{L_i}) es el doblete de leptones (quarks) izquierdos bajo $SU(2)$, mientras que u_{R_i} y ℓ_{R_j} son los singletes derechos de quarks y leptones, respectivamente. Los índices i, j corresponden a los índices de generación. Por último, λ_L^{ij} y λ_R^{ij} son las matrices de acoplamiento de Yukawa de Leptoquarks al par quark-leptón. Al pasar de los eigenestados de norma a los eigenestados de masa, el Lagrangiano (3.1) se transforma como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -\lambda_L^{ij} \bar{u}_{R_i} \ell_{L_j} R_2^{5/3} + V_{ik} \lambda_L^{ij} \bar{u}_{L_k} \ell_{R_j} R_2^{5/3} \\ & + \lambda_L^{ij} \bar{u}_{R_i} \nu_{L_j} R_2^{2/3} + \lambda_R^{ij} \bar{d}_{L_i} \ell_{R_j} R_2^{2/3} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

En esta rotación se ha escogido el doblete de quarks como $Q_{L_i} = ((V^\dagger u_L)_i, d_{L_i})$, con V la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, en donde los quarks tipo down son eigenestados de masa. Para los cálculos pertinentes a este trabajo, solo consideramos el acoplamiento de los LQs con quarks tipo up y leptones cargados, es decir, solo el LQ con carga eléctrica $5/3$. Sin embargo, dejaremos nuestras expresiones para un LQ con acoplamientos no quirales y con carga eléctrica Q_S . Esto anterior para generalizar nuestro resultado. Por lo tanto, usaremos la siguiente regla de Feynman

$$\mathcal{L}_Y = -\lambda_L^{ij} \bar{u}_{R_i} \ell_{L_j} S + \lambda_R^{ij} \bar{u}_{L_i} \ell_{R_j} S \quad (3.3)$$

donde $P_{L,R}$ son los operadores de proyección quiral

$$P_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2} \quad (3.4)$$

y los acoplamientos λ_L^{ij} y λ_R^{ij} contienen la información sobre los eigenestados de masa, los cuales por ahora no nos hará falta utilizar sus formas específicas. También es necesario conocer el acoplamiento de los LQs con el fotón. Esta interacción puede escribirse de manera genérica como

$$\mathcal{L}_K \supset ieQ_S S \overleftrightarrow{\partial}_\mu S^* A^\mu \quad (3.5)$$

con Q_S la carga eléctrica del LQ en unidades de la carga elemental. En la figura 3.1 se muestran las reglas de Feynman necesarias para el cálculo del momento dipolar magnético anómalo del muon mediado por LQs no quirales.

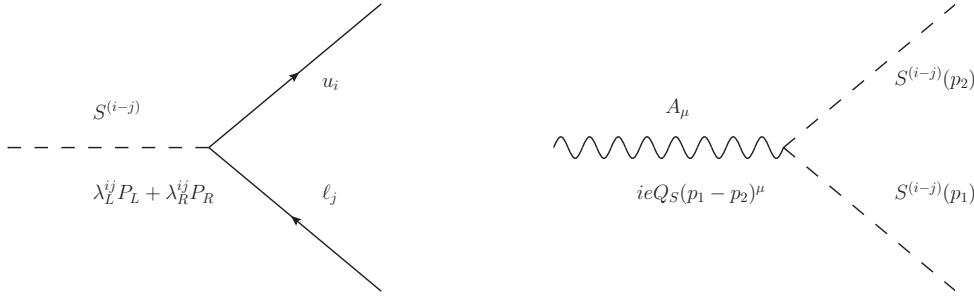


Figura 3.1: Reglas de Feynman para las interacciones de un LQ escalar no quiral con los fermiones y con un fotón.

3.2. Momento dipolar magnético anómalo del muon

Mostraremos ahora el cálculo de la contribución de una partícula LQ escalar al momento magnético anómalo del muon. Para esto, usaremos la paquetería FeynCalc [33] de Mathematica. Como se mencionó anteriormente, se obtendrán las expresiones más generales para la contribución de un LQ con carga Q_S que puede acoplarse a un quark u_i y un leptón ℓ_j , y posteriormente tomaremos $\ell_j = \mu$. Los diagramas de Feynman irreducibles que contribuyen al momento magnético de un leptón mediado por un LQ escalar se muestra en la Fig. 3.2. en donde también se muestra la notación adoptada para los cuadrimentos de las partículas externas, así como el cuadrimento indeterminado k .

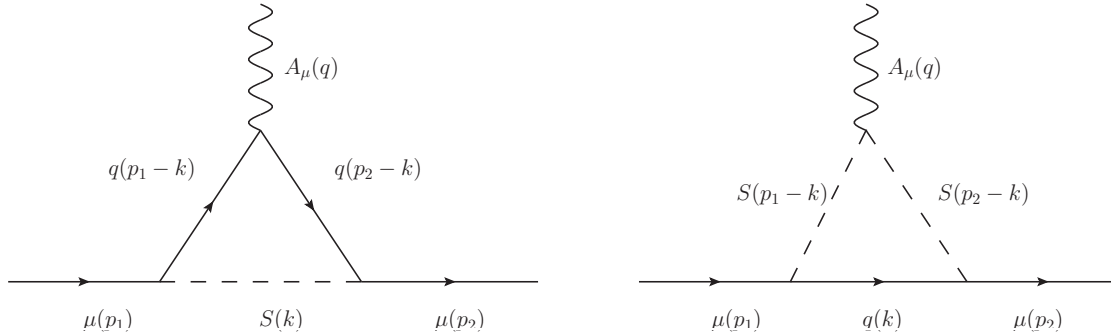


Figura 3.2: Diagramas de Feynman que contribuyen al momento dipolar magnético de un leptón cargado en el modelo de LQs escalares.

Primero estableceremos las condiciones cinemáticas necesarias para nuestro cálculo. Esto incluye las condiciones de capa de masa para las partículas externas y la conservación del cuadrimento

- Para el fotón externo se cumple $q^2 = 0$ y para los leptones exteriores se tiene $p_1^2 = p_2^2 = m_\ell^2$ donde m_ℓ es la masa del leptón (μ en este caso).
- Por conservación del cuadrimento $q = p_1 - p_2$, por lo que $q^2 = (p_1 - p_2)^2 = 2(m_\ell^2 - p_2 \cdot p_1) = 0$ es decir $p_2 \cdot p_1 = m_\ell^2$.
- Se tiene la condición de transversalidad para el cuadrimento del fotón $q_\alpha \epsilon^\alpha(q) = (p_2 - p_1)_\alpha \epsilon^\alpha = 0$ lo que nos permite llevar a cabo la sustitución $p_2^\mu \rightarrow p_1^\mu$ en nuestro cálculo.

Cuando se trabaja con diagramas de Feynman a nivel de un lazo, uno de los 4-momentos correspondientes a las líneas internas del diagrama permanece indeterminado, el cual denotaremos por k . Debido a esto, es necesario realizar una integración para todos los posibles valores de k , es decir, integrar sobre el espacio de momentos. Para esta tarea emplearemos parametrización de Feynman junto con regularización dimensional. Es importante resaltar que la elección de la partícula virtual que acarreará el cuadrimento indeterminado es irrelevante y queda a elección personal, pues el resultado será independiente; sin embargo, es posible que los pasos intermedios del cálculo se compliquen o faciliten dependiendo de la elección. A continuación obtendremos las amplitudes de los diagramas en la Fig 3.2.

La amplitud para ambos diagramas tendrá la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{a,b}^\mu = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \mu^{4-D} \bar{u}(p_2) \Gamma_{a,b}^\mu u(p_1). \quad (3.6)$$

en donde omitimos el vector de polarización correspondiente al fotón, ϵ_μ^* . Para realizar el cálculo haremos uso del método de regularización dimensional, en donde la integración se realiza en D dimensiones, lo cual permite manejar las divergencias que surgen en este tipo de integrales cuando se integra en la región $|k| \rightarrow \infty$. Al concluir el cálculo, las divergencias ultravioletas aparecen aisladas en polos de $D - 4$, mientras que para los términos finitos se toma el límite $D \rightarrow 4$. Para obtener un resultado finito, las divergencias ultravioletas deben cancelarse al sumar todos los diagramas que contribuyen a un proceso determinado. De otra manera se requerirá renormalización. Por simplicidad primero analizamos la amplitud para el diagrama (b), para el cual el término Γ_b^μ tiene la siguiente forma

$$\Gamma_b^\mu = -eQ_S \frac{(\lambda_L^{q\ell^*} P_R + \lambda_R^{q\ell^*} P_L)(\not{k} + m_q)(\lambda_L^{q\ell} P_L + \lambda_R^{q\ell} P_R)(p_1 + p_2 - 2k)^\mu}{(k^2 - m_q^2)((p_1 - k)^2 - m_S^2)((p_2 - k)^2 - m_S^2)}. \quad (3.7)$$

Para resolver las integrales usaremos el método de parametrización de Feynman. Este método es una técnica ampliamente usada para evaluar las integrales que surgen al calcular diagramas de Feynman a nivel de uno o más lazos. Es necesario expresar al denominador de la amplitud de la siguiente manera

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{2dy}{(xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3)^3}, \quad (3.8)$$

en donde la elección de las D_i es arbitraria, Para nuestro caso las elegimos de la siguiente manera

$$\begin{aligned} D_1 &= (p_1 - k)^2 - m_S^2 = m_\ell^2 - 2k \cdot p_1 + k^2 - m_S^2, \\ D_2 &= (p_2 - k)^2 - m_S^2 = m_\ell^2 - 2k \cdot p_2 + k^2 - m_S^2, \\ D_3 &= k^2 - m_q^2, \end{aligned} \quad (3.9)$$

y en donde se uso de la condición $p_1^2 = p_2^2 = m_\ell^2$. Después de hacer uso de las condiciones cinemáticas y realizar un poco de álgebra podemos expresar el denominador como

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3, \\ &= xk^2 - 2k \cdot p_1 + m_\ell^2 - m_S^2 + yk^2 - 2k \cdot p_2 + m_\ell^2 - m_S^2 + (1-x-y)k^2 - m_q^2, \\ &= (k^2 - \ell)^2 - M_b^2, \end{aligned}$$

en donde hemos hecho

$$\ell = xp_1 + yp_2, \quad (3.10)$$

Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de Leptoquarks
3.2 Momento dipolar magnético anómalo del muon

y

$$\begin{aligned} M_b^2 &= \ell^2 - (m_\ell^2 - m_q^2)(x+y) + m_S^2(1-x-y), \\ &= m_q^2(x+y-1) - (x+y)(m_\ell^2(x+y-1) + m_S^2). \end{aligned} \quad (3.11)$$

De modo que nos es posible escribir a la amplitud del diagrama (b) como

$$\mathcal{M}_b^\mu = -\frac{2eQ_S N_c}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \bar{u}(p_2) I^\mu(p_1, p_2, k) u(p_1), \quad (3.12)$$

con

$$I^\mu(p_1, p_2) = \int d^D k \frac{(\lambda_L^{q\ell^*} P_R + \lambda_R^{q\ell^*} P_L)(\gamma^\mu k_\mu + m_q)(\lambda_L^{q\ell} P_L + \lambda_R^{q\ell} P_R)(p_1 + p_2 - 2k)^\mu}{((k-\ell)^2 - M_b^2)^3}. \quad (3.13)$$

Una propiedad importante de este tipo de integrales es que son invariantes ante desplazamientos de la variable de integración k , por lo tanto, podemos hacer la sustitución $k \rightarrow k + \ell$ para simplificar el denominador de la integral. Aplicando el desplazamiento a nuestra integral obtenemos

$$I^\mu(p_1, p_2) = \int d^D k \frac{(\lambda_L^{q\ell^*} P_R + \lambda_R^{q\ell^*} P_L)(\not{k} + \not{\ell} + m_q)(\lambda_L^{q\ell} P_L + \lambda_R^{q\ell} P_R)(p_1 + p_2 - 2(k+\ell))^\mu}{(k^2 - M_b^2)^3}. \quad (3.14)$$

Ahora, podemos escribir $I^\mu(p_1, p_2)$ como

$$I^\mu(p_1, p_2) = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M_b^2)^3} R^\mu(p_1, p_2, k), \quad (3.15)$$

con

$$R^\mu(p_1, p_2, k) = (\lambda_L^{q\ell^*} P_R + \lambda_R^{q\ell^*} P_L)(\not{k} + \not{\ell} + m_q)(\lambda_L^{q\ell} P_L + \lambda_R^{q\ell} P_R)(p_1 + p_2 - 2(k+\ell))^\mu \quad (3.16)$$

Debemos recordar que el slash de Feynman \not{k} es notación para $\gamma^\mu k_\mu$. Podemos observar que necesitamos calcular integrales de la Ec. (3.14) de la forma:

$$\{J_3, J_3^\mu, J_3^{\mu\nu}\} = \int d^D k \frac{\{1, k^\mu, k^{\mu\nu}\}}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (3.17)$$

Por invarianza de Lorentz la integral J_3 debe ser igual a un escalar, J_3^μ debe ser un cuadrivector y el término $J_3^{\mu\nu}$ debe corresponder a un tensor de segundo orden. Como el integrando no contiene ningún cuadrivector constante, solo el escalar M^2 y el cuadrivector k , se puede concluir que $J_3^\mu = 0$ pues no es posible construir un cuadrivector a partir del integrando. En general las integrales con potencia impares en k serán cero, lo cual nos permitirá simplificar la amplitud. Ahora, el único tensor constante de segundo orden es el tensor métrico $g^{\mu\nu}$, por lo que

$$J_3^{\mu\nu} = \int d^D k \frac{k^{\mu\nu}}{(k^2 - M^2)^3} = C g^{\mu\nu}, \text{ con } C = \text{cte.} \quad (3.18)$$

Esto nos permite llevar a cabo el siguiente reemplazo

$$k^\mu k^\nu \rightarrow \frac{k^2}{D} g^{\mu\nu}. \quad (3.19)$$

Las integrales restantes pueden ser resueltas mediante el uso de coordenadas esféricas en D dimensiones y obtener el resultado tomando el límite cuando $D \rightarrow 4$. En este límite tenemos que

$$I_3(M^2) = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^3} = \frac{-i\pi^2}{2M^2}, \quad (3.20)$$

$$I_2(M^2) = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^2} = i\pi^2(\Delta - \log M^2), \quad (3.21)$$

en donde la divergencia ultravioleta, que ha surgido al tomar el límite, está contenida en el término Δ , y está dada por

$$\Delta = -\frac{1}{\epsilon} + \gamma + \log \pi, \text{ con } \epsilon = \frac{D - 4}{2}. \quad (3.22)$$

El siguiente paso es introducir los espinores que aparecen en la expresión de la amplitud (3.12) para poder extraer los factores de forma y aplicar la identidad de Gordon. Es decir, haremos la sustituciones siguientes

$$\bar{u}(p_2)p^\mu u(p_1) \rightarrow m_\ell \bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) - \frac{1}{2}i\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu u(p_1), \quad (3.23)$$

$$\bar{u}(p_2)p^\mu \gamma^5 u(p_1) \rightarrow -\frac{1}{2}i\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 q_\nu u(p_1). \quad (3.24)$$

Como hemos mencionado previamente, el objetivo de esta tesis es calcular el momento magnético anómalo del muon, por lo que solo algunos términos que aparecen en I^μ serán de nuestro interés. En general $R^\mu(p_1, p_2, k)$ se puede escribir como una combinación de: γ^μ , $\sigma^{\mu\nu}$, $\gamma^\mu \gamma^5$ y $\sigma^{\mu\nu} \gamma^5$, donde tenemos

$$R^\mu(p_1, p_2, k) = \bar{u}(p_2)[\gamma^\mu F_1 + \sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2 + \gamma^\mu \gamma^5 F_3 + \sigma^{\mu\nu}\gamma^5 q_\nu F_4]u(p_1). \quad (3.25)$$

donde F_1 corresponde al factor de forma eléctrico, F_2 al factor momento dipolar magnético, F_3 al factor de momento anapolar y F_4 al factor de momento dipolar eléctrico. De esta manera, una vez calculado $\bar{u}(p_2)I^\mu u(p_1)$ obtenemos la amplitud para el diagrama (b)

$$\mathcal{M}_b^\mu = \frac{eQ_S N_c}{32\pi^2} \bar{u}(p_2)[\gamma^\mu F_1 + \sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2 + \gamma^\mu \gamma^5 F_3 + \sigma^{\mu\nu}\gamma^5 q_\nu F_4]u(p_1), \quad (3.26)$$

donde los factores de forma F_{b_i} están dados en términos de los parámetros de Feynman

$$F_{b_i} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy f_{b_i}, \quad (3.27)$$

y las formas explícitas de las funciones f_{b_i} son:

$$f_{b_1} = \frac{i}{2M_b^2} \left[\left(M_b^2(2\Delta - 1 - 2\log M_b^2) - 4m_\ell^2(x+y-1)(x+y) \right) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 + |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) - 8m_\ell m_q(x+y-1)\Re(\lambda_R^{q\ell}\lambda_L^{q\ell*}) \right] \quad (3.28)$$

$$f_{b_2} = \frac{-(x+y-1)}{M_b^2} \left[m_\ell(x+y) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 + |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) + 2m_q \Re(\lambda_R^{q\ell}\lambda_L^{q\ell*}) \right], \quad (3.29)$$

$$f_{b_3} = \frac{-i}{2} \left[\left(-2\log M_b^2 + 2\Delta - 1 \right) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 - |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) \right], \quad (3.30)$$

$$f_{b_4} = \frac{-m_\ell}{M_b^2} \left[(x-y)(x+y-1) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 - |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) \right]. \quad (3.31)$$

en donde M_b^2 está dada por la Ec. (3.11).

Momento Dipolar Magnético del Muon en un Modelo de Leptoquarks

3.2 Momento dipolar magnético anómalo del muon

Por otra parte tenemos el cálculo del diagrama (a) el cual se realiza siguiendo la misma metodología. La amplitud del diagrama (a) está dada de la siguiente manera:

$$\Gamma_a^\mu = eQ_q \frac{(\lambda_L^{q\ell*} P_R + \lambda_R^{q\ell*} P_L)(p_2 - \not{k} + m_q)\gamma^\mu(p_1 - \not{k} + m_q)(\lambda_L^{q\ell} P_L + \lambda_R^{q\ell} P_R)}{(k^2 - m_S^2)((p_2 - k)^2 - m_\ell^2)((p_1 - k)^2 - m_\ell^2)}, \quad (3.32)$$

Después de aplicar parametrización de Feynman, obtenemos el denominador de la forma $(k^2 - M_a^2)$, donde el término de M_a^2 es

$$M_a^2 = m_S^2(x + y - 1) - (x + y)(m_\ell^2(x + y - 1) + m_q^2). \quad (3.33)$$

Una vez que se realizan todos los pasos que llevamos acabo previamente para los cálculos del diagrama (b), se llega a una amplitud similar a la de la Ec. (3.26), en donde se encuentra que

$$\mathcal{M}_a^\mu = \frac{eQ_q N_c}{32\pi^2} \bar{u}(p_2) [\gamma^\mu F_{a_1} + \sigma^{\mu\nu} q^\nu F_{a_2} + \gamma^\mu \gamma^5 F_{a_3} + \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 q_\nu F_{a_4}] u(p_1), \quad (3.34)$$

con los factores f_{a_i} dados de la siguiente manera

$$f_{a_1} = \frac{i}{2M_a^2} \left[\left(M_a^2(2\Delta - 1 - 2\log M_a^2) + 2(m_\ell^2(x + y - 1)^2 + m_q^2) \right) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 + |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) - 8m_\ell m_q(x + y - 1) \Re \left(\lambda_R^{q\ell} \lambda_L^{q\ell*} \right) \right], \quad (3.35)$$

$$f_{a_2} = \frac{(x + y)}{M_a^2} \left[m_\ell(x + y - 1) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 + |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) - 2m_q \Re \left(\lambda_R^{q\ell} \lambda_L^{q\ell*} \right) \right], \quad (3.36)$$

$$f_{a_3} = \frac{-i}{2M_a^2} \left[M_a^2(2\Delta - 1 - 2\log M_a^2) - 2(m_\ell^2(x + y - 1)^2 - m_q^2) \right] \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 - |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right), \quad (3.37)$$

$$f_{a_4} = \frac{m_\ell}{M_a^2} \left[(x - y)(x + y - 1) \right] \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 - |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) \quad (3.38)$$

Recordemos que solo haremos uso de los factores F_{a_2} y F_{b_2} , los cuales están asociados al momento dipolar magnético. Finalmente, se obtiene el momento dipolar magnético de un leptón

$$a_\ell = \frac{N_c m_\ell}{16\pi^2} (Q_q F_{a_2} + Q_S F_{b_2}). \quad (3.39)$$

Por lo que sumando las contribuciones de ambos diagramas obtenemos

$$a_\ell^{\text{LQ}} = \frac{N_c m_\ell}{16\pi^2} (Q_q - Q_S) \sum_{q=u,c,t} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \eta(x, y) \left[m_\ell(1 - x + y) \left(|\lambda_L^{q\ell}|^2 + |\lambda_R^{q\ell}|^2 \right) + 2m_q \Re \left(\lambda_R^{q\ell} \lambda_L^{q\ell*} \right) \right], \quad (3.40)$$

en donde se ha sumado sobre las contribuciones de los quarks tipo up y se ha definido la función

$$\eta(x, y) = \frac{x - y}{(x - y - 1)(m_\ell^2(x - y) - m_S^2) + m_q^2(x - y)}. \quad (3.41)$$

De la Ec. (3.40) podemos notar que la parte que contribuye en mayor cantidad es el término proporcional a $\Re \left(\lambda_R^{q\ell} \lambda_L^{q\ell*} \right)$, ya que se encuentra multiplicada por el quark tipo up que recorre el lazo, siendo estos más masivos que el muon, en especial el quark top. De esta manera se obtiene el momento magnético del muon al realizar $\ell = \mu$. Para el análisis numérico solo se considera la contribución del quark top, ya que como se menciono, proporciona la contribución mas importante al momento magnético anómalo del muon. A continuación mostramos las cotas actuales sobre la masa del LQ y la cual utilizaremos para el análisis numérico.

3.2.1. Cotas sobre los parámetros del modelo de LQs

Actualmente, la búsqueda para establecer las cotas para la masa de los LQs, denotada de manera conjunta como m_S , de segunda y tercera generación se lleva a cabo en colisiones protón-protón a 13 TeV en el LCH. En estos experimentos se han establecido las cotas más recientes sobre los parámetros de LQs dependiendo del tipo de decaimiento de esta partícula, los cuales se presentan en la Tab. 3.2.

| LQ | Producción de Pares de LQ | | | Producción única de LQ | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------|-------------|------------------------|-------------|------------|
| Primera Generación | ee jj | $e\nu$ jj | $\nu\nu$ jj | ee j | $e\nu$ j | $\nu\nu$ j |
| Segunda Generación | $\mu\mu$ jj | $\mu\nu$ jj | $\nu\nu$ jj | $\mu\mu$ j | $\mu\nu$ j | $\nu\nu$ j |
| Tercera Generación (q=t) | $\tau\tau$ tt | $\tau\nu$ tt | $\nu\nu$ tt | $\tau\tau$ t | $\tau\nu$ t | $\nu\nu$ t |
| Tercera Generación (q=b) | $\tau\tau$ bb | $\tau\nu$ bb | $\nu\nu$ bb | $\tau\tau$ b | $\tau\nu$ b | $\nu\nu$ b |

Tabla 3.2: Canales más importantes de decaimientos de los LQs.

El decaimiento del LQ depende de una fracción para un leptón cargado ℓ y un quark q , denotado por $\beta = \mathcal{B}(S \rightarrow \ell q)$, mientras que el resto del decaimiento será a un neutrino ν y a un quark q dado por $1 - \beta = \mathcal{B}(S \rightarrow \nu q)$. Debido a que el LQ que consideramos en este trabajo es R_2 , usaremos la cota experimental más fuerte sobre la masa de un LQ escalar no quirral de tercera generación. La cota más restrictiva para el LQ con carga eléctrica $5/3e$ ha sido obtenida por la colaboración CMS, asumiendo que el canal de decaimiento predominante es $S \rightarrow t\tau$, (es decir, se considera $\beta = 1$) en donde se excluyen masas por debajo de 900 GeV [22]. La colaboración ATLAS ha establecido una cota inferior a la masa de un LQ escalar con carga eléctrica $2/3e$ de 1.2 TeV analizando el decaimiento $S \rightarrow b\tau/t\nu_\tau$ [20]. Esta restricción puede ser ocupada para el LQ $R_2^{5/3}$ al considerar que las masas de R_2 son degeneradas, para así evitar correcciones peligrosas a los parámetros oblicuos. Usando estas cotas, tomaremos los valores $m_{R_2^{5/3}} = 1000, 1500$ y 2000 GeV, para realizar el análisis numérico presentado en la siguiente sección.

Capítulo 4

Resultados y Discusión

Debido a su gran importancia, el momento dipolar magnético anómalo del muon ha sido ampliamente estudiado experimentalmente. Inicialmente, esta cantidad fue medida por una serie de tres experimentos en el CERN, cada uno implementando diferentes técnicas [18]. El experimento CERN-III reportó $a_\mu = (11\,659\,360 \pm 120) \times 10^{-10}$ con una precisión de 10 ppm. Posteriormente, el experimento E821 del Brookhaven National Laboratory (BNL), comenzó el estudio de a_μ usando muestras casi iguales de muones positivos y negativos. En este estudio se reporta el valor $a_\mu^{\text{BNL}} = (116\,592\,089 \pm 63) \times 10^{-11}$ [19].

En años recientes el experimento que comenzó en BNL fue trasladado a Fermilab National Laboratory (FNAL) para continuar el estudio del momento dipolar magnético anómalo muon, y en donde en el 2021 se presentaron los primeros resultados: $a_\mu^{\text{FNAL}} = (116\,592\,040 \pm 54) \times 10^{-11}$. Después de la combinación estadística con el experimento BNL, el valor promedio experimental es $a_\mu^{\text{Prom}} = (116\,592\,061 \pm 41) \times 10^{-11}$, incrementando la tensión entre el valor teórico y experimental a una estadística de 4.2σ . Aunque tal discrepancia puede ser señal de nueva física, aún no se descarta la posibilidad de nuevas contribuciones hadrónicas del ME. Para nuestro estudio realizaremos una comparativa tomando los valores de a_μ presentados por las colaboraciones BNL y FNAL, así como el promedio experimental. Para realizar dicha comparación usaremos de una función simple de chi-cuadrada debido a que buscamos comprobar el nivel de ajuste debido a la distribución teórica.

La función chi-cuadrada empleada es

$$\chi_\alpha^2 = \left(\frac{a_\mu^\alpha - (a_\mu^{\text{SM}} + a_\mu^{\text{LQ}})}{\sigma^\alpha} \right)^2, \quad (4.1)$$

en donde $\alpha = \text{FNAL, BNL, Prom}$. De acuerdo a la discusión anterior, usaremos los siguientes valores:

- $a_\mu^{\text{SM}} = 116\,591\,820 \times 10^{-11}$ Valor predicho por el ME.
- $a_\mu^{\text{BNL}} = 116\,592\,089 \times 10^{-11}$ Valor de Brookhaven.
- $a_\mu^{\text{FNAL}} = 116\,592\,040 \times 10^{-11}$ Valor de Fermilab.
- $a_\mu^{\text{Prom}} = 116\,592\,061 \times 10^{-11}$ Valor promediado.
- a_μ^{LQ} Contribución del LQ R_2 (Ec. (3.40)).
- $\sigma^{\text{BNL}} = 63 \times 10^{-11}$.

- $\sigma^{FNAL} = 54 \times 10^{-11}$.
- $\sigma^{Prom} = 41 \times 10^{-11}$.

con σ^α los correspondientes errores. Haciendo uso de Mathematica se realizan las rutinas necesarias para la evaluación numérica tomando los siguientes valores para las masas y las cargas eléctricas de las partículas

- $m_\mu = .105$ GeV.
- $m_t = 173.5$ GeV.
- $m_{R_2^{5/3}} = 1000, 1500, 2000$ GeV.
- $Q_q = 2/3$.
- $Q_S = 5/3$.

Además de considerar únicamente la contribución del quark top, asumiremos, sin pérdida de generalidad, que los acoplamientos de Yukawa de $R_2^{5/3}$ son reales, por lo que usando la Ec. (4.1) estableceremos restricciones sobre la combinación $\lambda_R^{t\mu} \lambda_L^{t\mu}$ para tres escenarios con respecto a la masa de $R_2^{5/3}$. En la Fig. 4.1 se muestran los perfiles de la función χ_α^2 para los valores $m_{R_2^{5/3}} = 1000, 1500$ y 2000 GeV y que están en concordancia con las cotas actuales sobre la masa del LQ. Como se mencionó anteriormente, usamos los datos de los experimentos BNL, Fermilab y el valor promedio experimental para realizar una comparación acerca del espacio de parámetros aún disponible sobre los acoplamientos del LQ $R_2^{5/3}$.

No olvidemos que obtenemos tres intervalos distintos debido a que estamos comparando el valor experimental proporcionado por cada experimento respecto a la diferencia del valor teórico del ME y el valor calculado del modelo de LQ considerado en este trabajo, además de que estamos considerando tres valores para la masa del LQ, y de igual manera elegimos dos intervalos de confianza en la función chi-cuadrada al 90 % y al 95 % para tener una comparativa entre el intervalo de valores permitidos para las constantes de acoplamiento.

La Tabla 4.1 muestra los diferentes intervalos de valores permitidos al 90 % de nivel de confianza para cada escenario de acuerdo la masa del LQ y a cada experimento, dichos intervalos son obtenidos de las gráficas de la Fig 4.1.

| | 1000 GeV | 1500 GeV | 2000 GeV |
|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| BNL | (0.00118, 0.00232) | (0.00218, 0.00426) | (0.00337, 0.00667) |
| FNAL | (0.00091, 0.00206) | (0.00166, 0.00378) | (0.00261, 0.00592) |
| Promedio | (0.00117, 0.00205) | (0.00217, 0.00374) | (0.00339, 0.00590) |

Tabla 4.1: Limites obtenidos al 90 % de nivel de confianza sobre el producto $\lambda_L^{t\mu} \lambda_R^{t\mu}$ para tres valores de la masa del LQ y considerando los datos de las colaboraciones BNL y FNAL, así como el promedio experimental.

De manera similar la Tabla 4.2 muestra los diferentes intervalos de valores permitidos al 95 % de nivel de confianza para cada escenario de acuerdo la masa del LQ y a cada experimento, dichos intervalos son obtenidos de las gráficas de la Fig 4.1.

| | 1000 GeV | 1500 GeV | 2000 GeV |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| BNL | (0.001068, 0.002435) | (0.001948, 0.004448) | (0.003050, 0.006971) |
| FNAL | (0.000804, 0.002171) | (0.001468, 0.003976) | (0.002312, 0.006209) |
| Promedio | (0.001111, 0.002143) | (0.002029, 0.003932) | (0.003173, 0.006135) |

Tabla 4.2: Limites obtenidos al 95 % de nivel de confianza sobre el producto $\lambda_L^{t\mu}\lambda_R^{t\mu}$ para tres valores de la masa del LQ y considerando los datos de las colaboraciones BNL y FNAL, así como el promedio experimental.

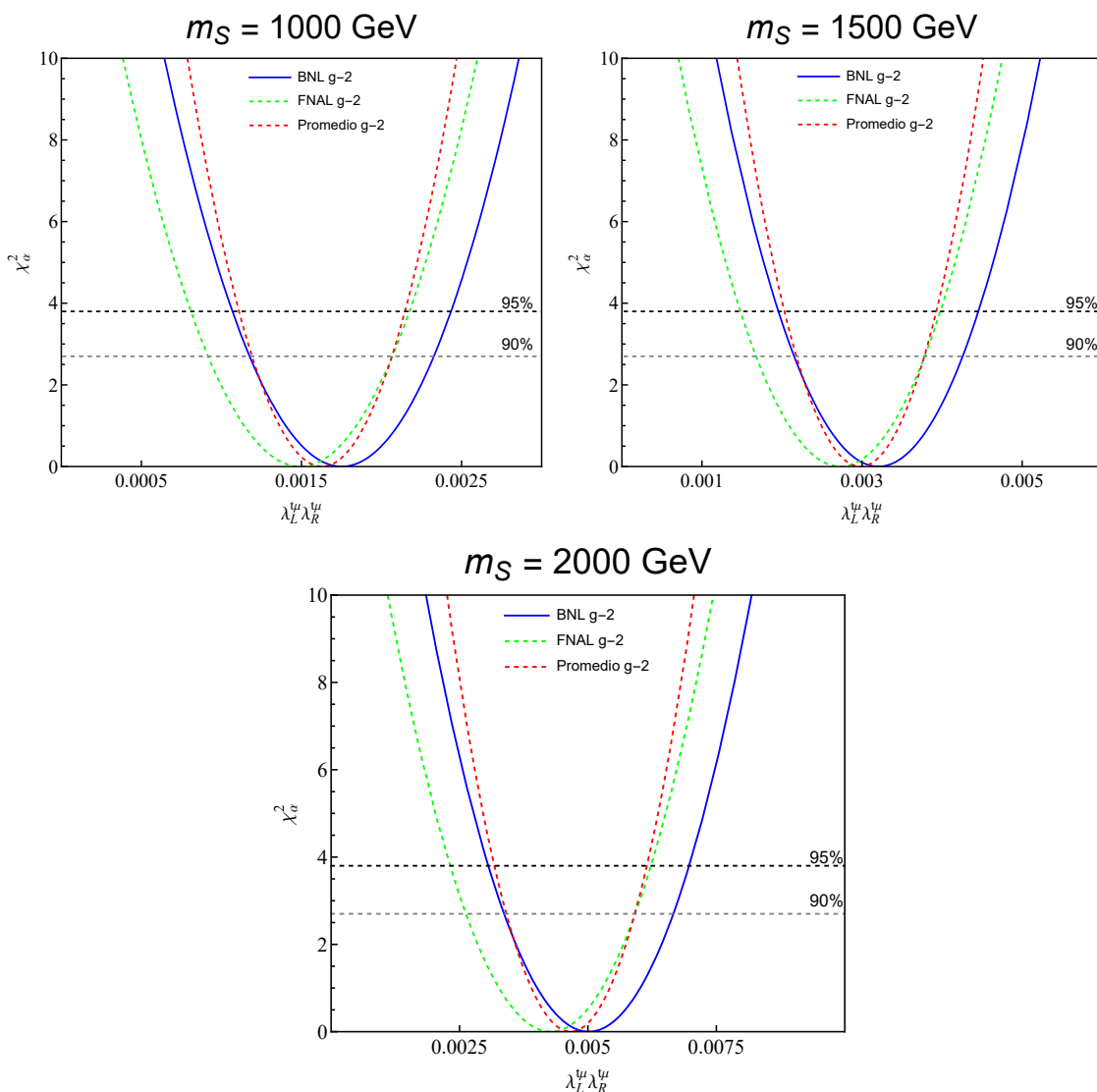


Figura 4.1: Perfiles de χ^2 de las constantes de acoplamiento $\lambda_L^{t\mu}\lambda_R^{t\mu}$ para una masa $m_{R_2^{5/3}}$ (1000 GeV, 1500 GeV y 2000 GeV). La linea horizontal indica el 95 % de nivel de confianza.

4.1. Conclusiones

En este trabajo se calculó la contribución de partículas de Leptoquarks escalares al momento dipolar magnético anómalo del muon. Se consideró un modelo simple y renormalizable de Leptoquarks con acoplamientos no quirales a los fermiones y que no contribuyen al decaimiento del protón. El estudio de la fenomenología de los LQs ha cobrado gran importancia debido a que logra explicar algunas de las anomalías presentes en el Modelo Estándar. Es por esto que desde hace décadas se han tratado de encontrar evidencias de estas partículas, sin embargo, los resultados no han sido concluyentes. Usando un Lagrangiano efectivo que describe los acoplamientos de un Leptoquark a los fermiones del ME, se obtuvieron los diagramas de Feynman que contribuyen a las propiedades electromagnéticas de un leptón. Debido a que el factor de forma asociado al momento magnético de un leptón aparece a un lazo en teoría de perturbaciones, el cálculo se realizó mediante parametrización de Feynman, el cual nos permite integrar sobre el cuadrimomento indeterminado. Una vez identificado el término del momento dipolar magnético, usamos los datos de las colaboraciones Brookhaven y Fermilab para realizar un análisis del espacio de parámetros y encontrar restricciones para los acoplamientos de Yukawa del Leptoquark con carga eléctrica $5/3e$. Dicho análisis se realizó mediante una función simple de χ^2 , en donde se encontró que las cotas obtenidas para el acoplamiento $\lambda_L^{t\mu} \lambda_R^{t\mu}$ son del orden de 10^{-3} para los datos de ambas colaboraciones. Como era de esperarse las restricciones más severas se obtienen al considerar el promedio de los datos experimentales.

Bibliografía

- [1] J. C. Pati and A. Salam, “Unified Lepton-Hadron Symmetry and a Gauge Theory of the Basic Interactions,” *Phys. Rev. D* **8** (1973), 1240-1251 doi:10.1103/PhysRevD.8.1240
- [2] W.N. Cottingham; D.A Greenwood; An introduction to the Standard Model of Particle Physics; Cambridge University Press; Second edition; 2007.
- [3] Matthew B. Robinson, Karen R. Bland, Gerald B. Cleaver, and G. R. Dittmann; A Simple Introduction to Particle Physics, arXiv:0810.3328v1[hep-th] 18. Oct. 2008.
- [4] D. Griffiths; Introduction to elementary particles; Alemania; John Wiley and sons; 1987.
- [5] R. Huamani; F. Villegas; Revista de investigación de física 14; Simetrías gauge local aplicadas a la física; 111401756 (2011).
- [6] Peter Renton; Electroweak Interactions An Introduction to the Physics Of Quarks and Leptons., Cambridge University Press; 1999.
- [7] S. F. Novaes; Standard Model: An Introduction. Universidade Estadual Paulista; 2000.
- [8] G. Kane; Modern Elementary Particle Physics: The Fundamental Particles and Forces; University of Michigan; 1993.
- [9] F. Halzen; A. D. Martin; Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics; University of Wisconsin; 1984.
- [10] T. Aoyama, N. Asmussen, M. Benayoun et. al., The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model, *Phys. Rep.* 887, arXiv: 2006.04822v1 [hep-ph] 8 Jun 2020
- [11] Martin Schmaltz, Yi-Ming Zhong, The leptoquark Hunter’s guide: large coupling, Physics Department, Boston University, <https://s3.cern.ch/inspire-prod-files-e/ef22ca691aa253b5a0a45cf9eba1c3e1>
- [12] A. Kurz, T. Liu, P. Marquard, M. Steinhauser, Hadronic contribution to the muon anomalous magnetic moment to next-to-next-to-leading order, arXiv:1403.6400v2 [hep-ph] 25 Jun 2014.
- [13] M. Davier, A. Hoecker, B. Malaescu, Z. Zhang, A new evaluation of the hadronic vacuum polarisation contributions to the muon anomalous magnetic moment and to $\alpha(m_Z^2)$, arXiv:1908.00921v3 [hep-ph] 17 Mar 2020.
- [14] A. Tewsley-Booth on behalf of the Muon g+2 Collaboration, The First Measurement of the Muon Anomalous Magnetic Moment from the Fermilab Muon g+2 Collaboration, arXiv:2202.11172v1 [hep-ex] 22 Feb 2022.
- [15] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 98, 030001 (2018) and 2019 update.
- [16] I. Dorsner, S. Fajfer et. al., Physics of leptoquarks in precision experiments and at particle colliders, *Phys. Rep.* 641 21 Jun 2016.

- [17] A. Bolaños, R. Sánchez-Vélez and G. Tavares-Velasco, *Eur. Phys. J.C* **79**, 700 (2019). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7211-8>.
- [18] G. W. Bennett et al., Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm, [Muon (g-2) Collaboration], arXiv:hep-ex/0602035v1, 2006.
- [19] B. Abi et al., Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL, [The Muon g-2 Collaboration], arXiv:2104.03281v1 [hep-ex] 7 Apr 2021.
- [20] The ATLAS Collaboration, *JHEP* **06** (2019) 144, doi: 10.1007/JHEP06(2019)144 arXiv:1902.08103v2 [hep-ex] 12 Aug 2019.
- [21] Takahashi Yuta, LEPTOQUARK SEARCHES IN CMS, arXiv:1901.03570v1 [hep-ex] 11 Jan 2019.
- [22] The CMS Collaboration, doi:10.1140/epjc/s10052-018-6143-z arXiv:1803.02864v2 [hep-ex] 4 Sep 2018.
- [23] I. Drosner, S. Fajfer, S. Saad. $\mu \rightarrow e\gamma$ selecting scalar leptoquark solutions for the $(g-2)_{e,\mu}$ puzzles, arXiv:2006.11624v2 [hep-ph] 30 Jun 2020.
- [24] K Cheung, Muon Anomalous Magnetic Moment and Leptoquark Solutions, arXiv:hep-ph/0102238v2 22 Mar 2001.
- [25] R. Aaij, B. Adeva, M. Adinol et al., The LHCb collaboration, arXiv:1406.6482v1 [hep-ex] 25 Jun 2014
- [26] Morales Ochoa, Héctor Daniel (2014). Momento Dipolar Magnético de Neutrinos en Modelos de Leptoquarks.
- [27] Guiot Lomeli, Marianne (2020). Constricciones al Momento Magnético del Neutrino en Experimentos de Reactores.
- [28] Sánchez García, Marxil (2014). Momento dipolar magnético de un leptón cargado en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero.
- [29] J.R. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos, P. Sikivie, *Nucl. Phys. B* **182**, 529 (1981). 10.1016/0550-3213(81)90133-4).
- [30] B. Schrempp, F. Schrempp, *Phys. Lett. B* **153**, 101 (1985). 10.1016/0370-2693(85)91450-9
- [31] E. Witten, *Nucl. Phys. B* **258**, 75 (1985). 10.1016/0550-3213(85)90603-0
- [32] M. Leurer, “Bounds on vector leptoquarks,” *Phys. Rev. D* **50** (1994), 536-541 doi:10.1103/PhysRevD.50.536 [arXiv:hep-ph/9312341 [hep-ph]].
- [33] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, *Comput. Phys. Commun.* **256** (2020), 107478 doi:10.1016/j.cpc.2020.107478 [arXiv:2001.04407 [hep-ph]].