



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA,
OPCIÓN INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA
ELECTRÓNICA

CONTROL COOPERATIVO BASADO EN EVENTOS PARA SISTEMAS MULTIAGENTES

Presenta:

Ing. Soledad Ramírez Martínez*

Asesores:

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

M.C. Selene Edith Maya Rueda

Dr. Miguel G. Villarreal Cervantes (CIDETEC, IPN)

Puebla, Pue., Septiembre 2015

*Becario CONACYT

Agradecimientos

Primeramente agradezco a Dios por darme fortaleza para cumplir mis objetivos. Agradezco también a mis padres Anatolio del C. Ramirez Salazar y María E. Martínez Cruz, quienes han forjado a través de estos años mi camino con su apoyo y consejos. A mis hermanos Néstor, Cecilia y Maricarmen que siempre se encuentran disponibles para alentarme. A Misael por apoyarme y estar presente en este trayecto.

A mis asesores Dr. José F. Guerrero Castellanos, M. C. Selene E. Maya Rueda y Dr. Miguel G. Villarreal Cervantes, quienes confiaron en mi y siempre mostraron su disponibilidad para lograr la culminación satisfactoria de este trabajo de investigación.

A mi Jurado Evaluador por sus comentarios que hicieron enriquecer este trabajo y que mostraron constantemente su interés para mejorarlo.

A mis amigos que me acompañaron durante este proceso de enseñanza y superación, quienes animaron estos años y mostraron su apoyo en los momentos necesarios.

Finalmente, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haberme otorgado una beca para realizar estos estudios de Maestría.

Resumen

El presente trabajo de tesis aborda una estrategia de control cooperativo para un sistema multiagente aplicando un enfoque basado en eventos. Para tal efecto, se consideran como agentes a un conjunto de robots $(3,0)$, los cuales se encuentran representados mediante su modelo cinemático y dinámico.

Como primera etapa se describen y se analizan las características de los sistemas multiagentes. Además, con base en la literatura se establecen los preliminares matemáticos del control basado eventos, con la finalidad de formalizar una metodología sustentada por la fórmula universal de disparo por eventos.

Enseguida se propone y aplica una estrategia de control basado en eventos para un robot móvil $(3,0)$. Para ello se considera particularmente el modelo dinámico y en una fase teórica se garantiza una estabilidad asintótica mediante simulaciones en Matlab/Simulink. Por otro lado, la estrategia de control se implementa experimentalmente en un prototipo diseñado y manufacturado en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional, el cual presenta resultados favorables.

Se aborda el problema de consenso centralizado para el sistema multiagente propuesto. Para ello se representa al conjunto de agentes mediante grafo no dirigido. En el cual se establece que el intercambio de información se realiza de forma bidireccional. Como primer paso se analiza el caso de un sistema con cuatro agentes que describen el comportamiento de un integrador simple y se emplea una estrategia de control en tiempo continuo. Posteriormente, la variable a controlar es la orientación θ del robot móvil $(3,0)$, ya que de acuerdo a la representación en espacio de estados de su modelo cinemático, se puede considerar como un integrador simple y se aplica la estrategia de control basado en eventos.

Finalmente, con el objetivo de validar los resultados obtenidos en la teoría, se realizan pruebas en simulación en Matlab/Simulink partiendo de condiciones iniciales diversas. Por lo tanto, se presentan los resultados que permiten visualizar que el control basado en eventos tiene un buen desempeño, sin sacrificar la dinámica del sistema, por lo que se obtiene una estabilización asintótica con respecto al valor del consenso promedio de las condiciones iniciales del sistema.

Índice general

Resumen	III
Índice de figuras	VII
Introducción	IX
1. Generalidades y estado del arte	1
1.1. Agente y sistemas multiagentes	1
1.1.1. Características de los sistemas multiagentes	2
1.2. Control cooperativo de sistemas multiagentes	3
1.3. Sistemas de control síncronos	5
1.4. Sistemas de control asíncronos	8
1.5. Preliminares matemáticos del control basado en eventos	11
2. Control basado en eventos para el robot móvil (3,0)	14
2.1. Antecedentes	14
2.2. Modelo cinemático	16
2.3. Modelo dinámico	17
2.3.1. Representación en espacio de estados	18
2.4. Estabilización de un robot móvil (3,0) mediante control basado en eventos	18
2.4.1. Deducción de la Función de Control de Lyapunov para el Robot móvil (3,0)	19
2.4.2. Control disparado por eventos para robot (3,0)	20
2.5. Resultados	21
2.6. Conclusiones	29

3. Control cooperativo basado en eventos para un sistema multiagente de robots móviles (3,0)	30
3.1. Teoría de grafos	30
3.2. Problema de consenso	33
3.3. Consenso en tiempo continuo para un sistema multiagente	34
3.4. Consenso centralizado para un MAS mediante control disparado por eventos	35
3.5. Resultados	39
3.6. Conclusiones	42
Conclusiones	43
A. Modelos cinemático y dinámico del robot móvil (3,0)	45
A.1. Modelo cinemático	45
A.2. Modelo dinámico	48
B. Internship Period: Control law design for an omnidirectional robot with Mecanum wheel	54
B.1. Abstract	54
B.2. Introduction	54
B.3. General objective	55
B.4. Preliminaries	55
B.5. Activities and results	56
B.5.1. Identify the parameters of mobile robot	57
B.5.2. Review the kinematic and dynamic models of Nexus robot	58
B.5.3. Control law design	63
B.5.4. Validation of kinematic model	65
B.5.5. Validation of control law	67
C. Publicaciones y participaciones en congresos	72
Bibliografía	80

Índice de figuras

1.	Ejemplos de comportamiento colaborativo en la naturaleza: formación de aves, enjambre de abejas y cardumen de atunes.	IX
2.	Esquemas de sistemas de control.	X
3.	Diagrama a bloques del tema de investigación a desarrollar.	XIII
1.1.	Configuración general de un sistema de control por computadora.	6
1.2.	Muestreos síncrono y asíncrono.	9
2.1.	Diagrama esquemático del robot móvil (3,0).	16
2.2.	Diagrama esquemático del sistema de control disparado por eventos.	22
2.3.	Comportamiento del robot móvil (3,0) en el plano $X_w - Y_w$	22
2.4.	Estabilización en x_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4	23
2.5.	Estabilización en y_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4	24
2.6.	Estabilización en ϕ_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4	25
2.7.	Prototipo experimental.	26
2.8.	Comportamiento real del robot móvil (3,0) en el plano $X_w - Y_w$	27
2.9.	Función de Lyapunov V , función de evento e y bandera de activación de la función evento.	28
3.1.	Ejemplo de un grafo G	31
3.2.	Ejemplo de un grafo dirigido y fuertemente conectado	31
3.3.	Grafo no dirigido con cuatro agentes.	32
3.4.	Diagrama de la estrategia de control.	38

3.5. Diagrama a bloques de la estructura de los agentes.	38
3.6. Trayectorias de los estados de los agentes.	39
3.7. Posición de los cuatro agentes en el plano $X_w - Y_w$	40
3.8. Comportamiento de la señal de control para el sistema multiagente. . .	41
3.10. Bandera de activación de la función de eventos.	41
3.9. Evolución de la función de Lyapunov.	42
B.1. Nexus Omni4WD robot.	56
B.2. Flying Arena in ISM, Marseille(Photo S. Viollet and F. Ruffier).	57
B.3. Nexus Omni4WD robot.	57
B.4. Co-effect of 4 Mecanum wheels.	58
B.5. Diagram of Nexus Mecanum Robot in the plane XY	59
B.6. Position values in X, Y, Psi of the Mecanum Nexus robot.	66
B.7. Speed values of the Mecanum Nexus Robot.	67
B.8. Diagram of control law.	68
B.9. Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$ for the stabilization case.	69
B.10. Wheel speed of the mobile robot for the stabilization case.	69
B.11. Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$ for the tracking case. .	69
B.12. Wheel speed of the mobile robot tracking case.	70
B.13. Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$	70
B.14. Wheel speed of the mobile robot.	70
B.15. Certificate of reception for realizing the intership period.	71

Introducción

En la naturaleza es fácil apreciar un comportamiento cooperativo entre múltiples seres vivos. Las aves, los peces y los enjambres de abejas son claros ejemplos que presentan trabajo en equipo para lograr un objetivo (ver Figura 1). Análogamente a los sistemas naturales, con los avances tecnológicos ha surgido un gran interés sobre el estudio y reproducción de dicho comportamiento en diferentes aplicaciones como control de formación de múltiples vehículos autónomos y la alineación de satélites [1].



Figura 1: Ejemplos de comportamiento colaborativo en la naturaleza: formación de aves, enjambre de abejas y cardumen de atunes.

Diferentes industrias requieren de la implementación de sistemas de manufactura integrados y coordinados utilizando un enfoque colaborativo, distribuido e inteligente, que pueda ofrecer flexibilidad y reconfigurabilidad, manteniendo su productividad y

calidad [2]. Algunos sistemas se basan en una integración de hardware y software con una arquitectura de control fuertemente jerárquica y centralizada. Un esquema de coordinación centralizado (ver Figura 2) supone que cada miembro del equipo tiene la capacidad de comunicarse con una ubicación central o enviar información a través de una red completamente conectada [3]. Sin embargo, el régimen centralizado puede resultar con algunas complicaciones, requiriendo la interrupción del sistema completo cuando ocurre una falla en cualquier punto de la jerarquía de tal manera que los sistemas no se adaptan con eficiencia a los cambios del ambiente. Por otro lado, los sistemas de control colaborativos se fundamentan en la distribución, donde el control no está centralizado en un solo elemento, por lo tanto la falla o pérdida de uno de estos elementos no conlleva a la inoperabilidad, parada o reinicio del sistema. De esta manera ante una perturbación la producción puede continuar incluso utilizando diferentes componentes [4].

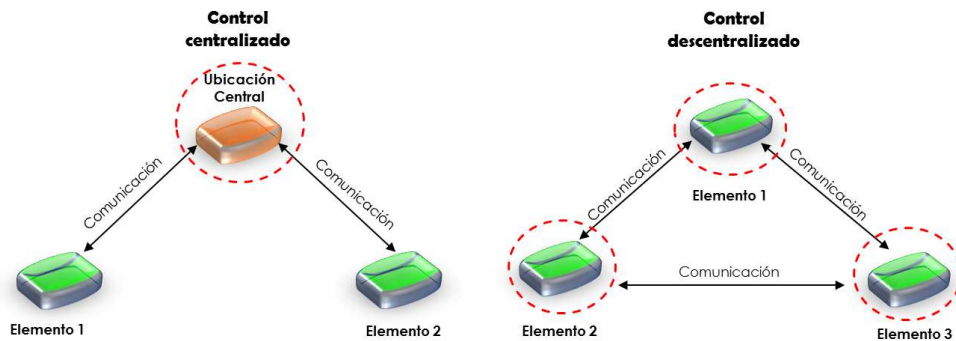


Figura 2: Esquemas de sistemas de control.

De acuerdo a [5] un agente consiste en un sistema computacional capaz de actuar de manera autónoma para satisfacer sus objetivos y metas, mientras se encuentra situado en su medio ambiente. Un agente se caracteriza por las siguientes propiedades: autonomía, sociabilidad, reactividad e iniciativa. Por otro lado, los sistemas multiagentes (MAS, por sus siglas en inglés) se definen como un conjunto de agentes que realizan una tarea con base en la comunicación, estudio, cooperación y negociación entre cada uno de ellos.

Las aplicaciones potenciales de sistemas multiagentes incluyen interferómetros espaciales; combate, vigilancia y sistemas de reconocimiento; manipulación de materiales peligrosos y las redes distribuidas de sensores reconfigurables [3].

El control cooperativo de sistemas multiagentes autónomos representa un desafío teórico y práctico. Es necesario considerar diversos factores que influyen directamente en la eficiencia del trabajo en equipo de los agentes. Las diferentes topologías de un sistema con n -agentes, la comunicación, los límites del ancho de banda y el intercambio de información, son simplemente algunas características y limitaciones de esta área de investigación [6].

Las estrategias utilizadas para el control de sistemas multiagentes son principalmente divididas en dos: las basadas en tiempo y las basadas en eventos. El primer caso se refiere al enfoque tradicional donde el muestreo de las señales de medida, el cálculo del control y la transmisión de datos a los agentes vecinos se realiza de manera síncrona, es decir, durante intervalos de tiempo constantes. Sin embargo, debido a que los recursos computacionales disponibles para cada agente son limitados las estrategias basadas en tiempo resultan computacionalmente costosas. En recientes años se ha propuesto emplear técnicas de control basado en eventos. El control basado en eventos se origina en un intercambio asíncrono de información entre los sensores, actuadores y el mismo controlador para reducir los comportamientos no deseados. Su característica principal consiste en que el control es calculado y aplicado al sistema únicamente cuando se cumple una cierta condición (condición de evento). La principal ventaja de esta técnica es la reducción del intercambio de información entre agentes, reduciendo el tráfico de datos en el canal de comunicaciones y en consecuencia una reducción en el consumo de energía, todo esto sin deteriorar el desempeño del sistema. La desventaja es que no existe una teoría desarrollada para el diseño de este tipo de control, por lo que cada aplicación representa un reto [7].

En muchos trabajos previos como [8–10] se han desarrollado e implementado algoritmos de control para sistemas multiagentes que han tenido resultados favorables. Sin embargo, en estos trabajos se emplean estrategias de control basado en el tiempo.

Con lo que respecta al control basado en eventos aplicado a sistemas multiagentes, diferentes estrategias de control como formaciones y *Rendez vous* son tratados en [11] y [12]. En [13] se investigan protocolos de consenso para sistemas multiagentes donde las actualizaciones del accionamiento del control son por eventos, dependiendo de una función de disparo con respecto a una medida del error. El problema de consenso de

los sistemas multiagentes lineales con conmutación de información se estudia en [14]. Algunas estrategias donde la función de evento se basa en una función de Lyapunov se presentan en [15]. La diferencia principal entre cada estrategia reportada en la literatura es la función de evento, la cual puede ser una función dinámica o estática. Además, aunque los trabajos mencionados anteriormente abordan el problema de sistemas multiagentes, los agentes son modelados por el simple o el doble integrador, que si bien, representan la dinámica de muchos sistemas mecánicos, eléctricos, biológicos, no deja de ser un modelo bastante reducido.

En el presente trabajo de tesis se aborda el problema del control cooperativo para un sistema multiagente, donde cada agente estará representado por las ecuaciones dinámicas y cinemáticas de un robot móvil omnidireccional. La técnica de control que se propone consiste en un control basado en eventos para la estabilización de la posición angular de cada agente. A diferencia de los trabajos reportados en la literatura, el robot móvil omnidireccional representa un sistema no lineal. Por lo tanto, en primera instancia se emplea el modelo dinámico del robot móvil para lograr su estabilización a un punto deseado y posteriormente se aplica una ley de control basado en eventos usando el modelo cinemático para obtener un punto promedio de convergencia del sistema multiagente. El diagrama a bloques de la Figura 3 muestra la secuencia para el desarrollo de este trabajo de tesis.

El objetivo general de este trabajo de tesis es desarrollar y evaluar una técnica de control cooperativo basado en eventos para sistemas multiagentes, donde el agente está representado por la dinámica de un robot móvil omnidireccional. Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Realizar un estudio sobre el estado del arte de técnicas de control cooperativo basado en eventos.
2. Realizar un estudio sobre el estado del arte aplicado a la estabilización de un robot móvil omnidireccional.
3. Diseñar un control colaborativo basado en eventos aplicado a la estabilización de un conjunto de robots móviles omnidireccionales.
4. Validar la estrategia de control mediante simulación en MATLAB.

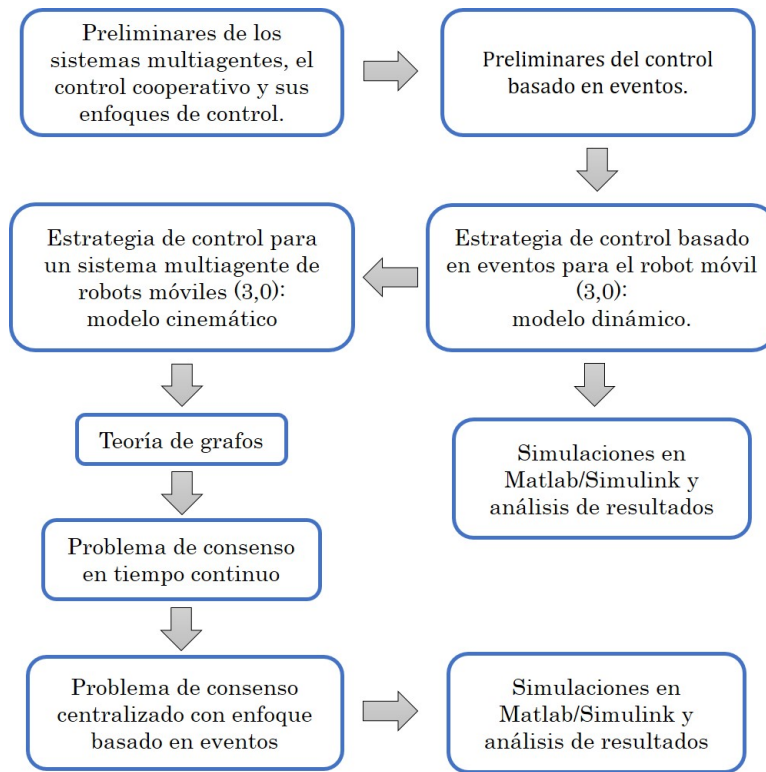


Figura 3: Diagrama a bloques del tema de investigación a desarrollar.

La estructura de este documento de tesis es la siguiente:

En el Capítulo 1 se abordan a detalle los conceptos de agente y sistemas multiagentes. Además se presenta un panorama general de los estudios reportados en la literatura sobre control cooperativo y se definen los preliminares matemáticos del control basado en eventos.

En el Capítulo 2 se presentan algunos antecedentes del interés por el estudio de la robótica móvil y las características principales de un robot móvil omnidireccional. Se describen los modelos cinemático y dinámico del robot móvil estudiado. Posteriormente, en la última sección de este capítulo se aborda la estabilización para un móvil omnidireccional usando la técnica de control basado en eventos.

En el Capítulo 3 se realiza una introducción acerca de la teoría de grafos, la cual es necesaria para identificar el flujo de comunicación entre los agentes. Además, se aborda el problema de consenso para un sistema multiagente que presenta la dinámica de un integrador simple. Este análisis permite desarrollar en la última sección de este capítulo,

una estrategia de control basada en eventos para controlar la orientación de un conjunto de robots móviles (3,0). Se realizan pruebas en simulación para verificar los resultados teóricos y se presentan los resultados obtenidos en ellas.

Finalmente se presentan una sección de conclusiones, donde se presentan de forma general las ventajas de este trabajo de tesis así como también su principal aportación.

Generalidades y estado del arte

En este capítulo se abordan los conceptos de agente y sistemas multiagentes. Además se presenta un panorama general de los trabajos que resaltan en la literatura del control cooperativo y el control basado en eventos.

1.1. Agente y sistemas multiagentes

Recientemente se ha incrementado el interés por el estudio del control de redes de subsistemas físicos desacoplados, comúnmente denominados agentes. El término agente se emplea en diversas áreas de estudio como inteligencia artificial, comunicaciones y sistemas computacionales, por lo que hoy en día se habla de agentes inteligentes, agentes móviles, agentes de software o agentes autónomos. Por lo tanto, realizar una definición de agente es complicado debido a la diversidad de opiniones que existen en la comunidad científica sobre este tema [16]. Algunas definiciones de agente tratadas en la literatura se presentan a continuación.

En [17] se define a un *agente* como una entidad que funciona continua y autónomamente en un ambiente en el cual otros procesos se llevan a cabo y otros agentes existen. De forma similar en [5] y [16] se asume que un agente es un sistema autónomo situado dentro un ambiente, el cual detecta y actúa sobre él.

Sin embargo, un concepto más generalizado se aborda en [18] donde se conceptualiza un agente como un sistema computacional, situado en algún entorno, dentro del cual actúa de forma autónoma y flexible para así cumplir sus objetivos.

Además de la interacción con el medio, un agente se caracteriza por las propiedades:

- Autonomía. Posee la capacidad de actuar sin intervención humana directa o de otros agentes.
- Sociabilidad. Capacidad de interactuar con otros agentes, utilizando como medio algún lenguaje de comunicación entre agentes.
- Reactividad. Un agente se encuentra inmerso en un entorno (hábitat) del que percibe estímulos y ante los que debe reaccionar a los cambios que se produzcan en su entorno, sino que ha de tener un carácter emprendedor y tomar la iniciativa para actuar guiado por los objetivos que debe satisfacer.

A su vez, los agentes pueden presentar iguales características y capacidades que les permiten considerarse como homogéneos. En caso contrario, cuando tienen diferentes características se consideran heterogéneos.

Un sistema multiagente se define como un conjunto de agentes que realizan una tarea con base en la comunicación, el estudio, la cooperación y la suficiente negociación entre cada uno de ellos. Por lo tanto, en un MAS los esquemas de control son más complejos, requieren ser compactos y se incrementa el procesamiento de información en sus canales de comunicación [16].

1.1.1. Características de los sistemas multiagentes

Un sistema multiagente debe estar formado por un conjunto de subsistemas que deben considerar las siguientes características:

- Las trayectorias de cada subsistema se mueven en colaboración para lograr un objetivo común. En la teoría de control, el objetivo de la estabilidad corresponde a los puntos de equilibrio. Esto es diferente a un problema de análisis de estabilidad estándar debido a que los puntos de equilibrio de un sistema cooperativo no se puede seleccionar *a priori*. Más bien, el punto de equilibrio alcanzado por el sistema cooperativo puede depender de factores tales como condiciones iniciales, los cambios en la dinámica del sistema y la influencia de su medio ambiente.
- Asociado a un sistema cooperativo, hay una red de sensores o enlaces de comunicación o una mezcla de ambos. Las redes para el sensado y/o la

comunicación proporcionan los medios de intercambio de información entre los subsistemas y a menos que el control de sensor o un protocolo de comunicación sea considerado, sus cambios pueden modelarse en el tiempo como variables binarias de encendido o apagado. A diferencia de un problema de control estándar, los patrones de retroalimentación de la red a través del tiempo no pueden ser conocidos *a priori*. Como tal, no sólo los subsistemas individuales satisfacen ciertas condiciones de controlabilidad, sino también el sistema de red debe requerir capacidad de control cooperativo. Además se deben considerar algunas limitaciones como el ancho de banda de la red, latencia, ruidos, etcétera.

- El sistema cooperativo se desarrolla generalmente en un medio ambiente físico que cambia dinámicamente. El medio ambiente tiene un impacto directo sobre el estado de la red de sensado y la comunicación. Otro gran impacto del entorno son las restricciones geométricas en el subespacio maniobrable. En el proceso de alcanzar el objetivo común, el movimiento de todos los subsistemas debe ser robusto en el sentido de que sus trayectorias reaccionen adecuadamente a los cambios del entorno.
- El movimiento de cada uno de los subsistemas también puede estar sujeto a restricciones en cinemática, dinámica o ambos. En consecuencia, el diseño de control también debe ser flexible en el sentido de que la trayectoria de movimiento resultante cumpla con estas limitaciones.

1.2. Control cooperativo de sistemas multiagentes

Los avances tecnológicos y la abundancia de recursos computacionales embebidos en vehículos autónomos, ha incrementado el interés por el estudio de técnicas de control para tareas de trabajo cooperativo desarrolladas por un conjunto de agentes. Este interés está relacionado con una amplia gama de aplicaciones potenciales que incluyen interferómetros espaciales, combate, vigilancia y sistemas de reconocimiento, manipulación de materiales peligrosos, las redes distribuidas de sensores reconfigurables, robótica móvil y control de la formación de los vehículos aéreos [8].

Para lograr aplicaciones cooperativas se necesitan técnicas de control que permitan integrar y manipular la información de los estados de cada agente autónomo. El control

cooperativo de un MAS significa que los agentes interactúan entre sí para cumplir un objetivo en común, por lo que se basan en el uso racional de recursos y la coordinación adecuada de su propio comportamiento. Actualmente, las redes de comunicación ofrecen la posibilidad de coordinar las actividades de control de los agentes y en consecuencia, las tareas cooperativas pueden ser completadas por grupos de agentes de una manera eficiente.

Las arquitecturas de control de los sistemas multiagentes pueden desarrollarse de forma *centralizada* o *descentralizada*. En el primer caso existe un control de forma global y se caracteriza por conservar una arquitectura únicamente con un agente control. Por otro lado, en el caso descentralizado existen dos clasificaciones: *distribuido* en el que existe igualdad entre los agentes con respecto al control y *jerárquico* donde se presenta un orden de importancia en los niveles de control de los agentes permitiendo la existencia de un agente líder quien gobierna la acción de control. En este sentido, existen diversas ventajas para el uso de un control descentralizado como autonomía total debido a que cada uno dispone de un bloque local de control, reducción de carga computacional con respecto a la arquitectura centralizada y posibilidad de escalamiento del sistema multiagente. Sin embargo, la mayor desventaja es el problema que se presenta para obtener un comportamiento cooperativo global a partir de interacciones individuales.

Por otro lado, principalmente existen dos enfoques de control: los basados en tiempo y los basados en eventos. En el primer caso, el muestreo, el cálculo de control y la transmisión de datos entre los agentes se lleva a cabo de forma constante, es decir de forma asíncrona. Sin embargo, la implementación de estas estrategias son costosas debido al nivel de recursos computacionales requeridos por cada agente. En el segundo caso, el control es calculado y aplicado al sistema únicamente cuando se cumple una cierta condición. De tal forma que la comunicación entre los dispositivos del sistema se realiza de forma asíncrona. En consecuencia, existe una reducción del tráfico de datos en los canales de comunicación y sin deteriorar el desempeño del sistema. Sin embargo, la teoría para diseñar este tipo de estrategias de control aún es reducida, por lo que cada aplicación representa un reto [7].

Diferentes estrategias de control basadas en tiempo se han desarrollado en la literatura obteniendo resultados favorables. Por ejemplo, en [8] y [9] se estudia el

problema de consenso para sistemas de segundo orden presentando un arquitectura de coordinación distribuida y una comunicación unidireccional. Además, en [10] se presenta un simulador interactivo y una estrategia de control para el problema de formación. Algunos otros como [6], [1], [3] aplican protocolos de consenso para desarrollar actividades de formación o flocking, utilizando topologías de comunicación fijas y variantes en el tiempo en algunos casos.

En cuanto al enfoque de control basado en eventos, se encuentran diferentes estrategias de control para realizar formaciones y *Rendezvous* como se presenta en [11] y [12]. En [14] se trata el problema de consenso de los sistemas multiagentes lineales con conmutación de información. Algunas estrategias donde la función de evento se basa en una función de Lyapunov se presentan en [15] y en [13] se investigan protocolos de consenso para sistemas multiagentes donde las actualizaciones del accionamiento del control son por eventos, dependiendo de una función de disparo con respecto a una medida del error. Cada uno de estos trabajos reportados en la literatura presenta una función de evento diferente, la cual puede ser estática o dinámica dependiendo del caso.

1.3. Sistemas de control síncronos

Hoy en día, los algoritmos de control son indispensables para el correcto funcionamiento de una gran variedad de sistemas, como lo son automóviles, aviones, satélites, robots y vehículos no tripulados, plantas industriales, aceleradores de partículas, sistemas portables como los teléfonos celulares e incluso sistemas electrodomésticos. Dentro de estos sistemas, pueden encontrarse una gran cantidad de algoritmos de control, los cuales tienen como común denominador el que son implementados en computadoras.

Una configuración general de un sistema de control por computadora se ilustra en la Figura 1.1. Una planta (proceso) en tiempo continuo es conectado con la computadora mediante un convertidor analógico-digital (A/D) y digital-analógico (D/A) que son referidos comúnmente como dispositivos de muestreo y retención, respectivamente. El convertidor (A/D) produce las muestras $y(t_k)$ de la señal de salida de la planta $y(t)$ a los tiempos de muestreo t_k y los envía al algoritmo de control que se encuentra en la computadora. El algoritmo de control procesa la secuencia $y(t_k)$ y produce una

secuencia de señales de control $u(t_k)$. La secuencia $u(t_k)$ es convertida por el convertidor (D/A) en una señal continua a trozos $u(t)$ que es aplicada a la planta. Típicamente esto se realiza manteniendo constante el valor de la señal de control durante los intervalos de muestreo. En este proceso existe un reloj interno que “sincroniza” la operación del sistema. Además se asume que los instantes de muestreo t_k son equidistantes, *i.e.* $t_k = kT$ con $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, y donde $T > 0$ es el periodo de muestreo.

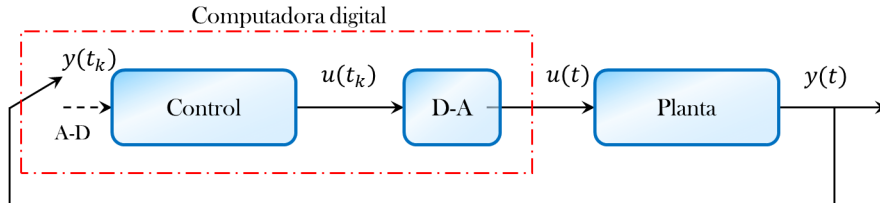


Figura 1.1: Configuración general de un sistema de control por computadora.

El sistema de control basado en computadora mostrado en la Figura 1.1 es comúnmente referido como un “sistema de control muestreado” (sample-data control system) con el objetivo de enfatizar que el proceso de muestreo es un aspecto crucial. Cabe resaltar que debido a la naturaleza híbrida de los sistemas muestreados que envuelven una dinámica en tiempo continuo (planta) y una dinámica en tiempo discreto (control), su análisis y diseño no es trivial. Esto ha llevado al desarrollo de distintas técnicas para la implementación en tiempo real de los algoritmos de control. Una descripción muy completa de estas técnicas es dada en [19] :

- *Diseño en tiempo continuo (emulación):* Consiste en diseñar una ley de control en tiempo continuo para el modelo de la planta, el cual también se describe en tiempo continuo y entonces discretizar el controlador para realizar una implementación digital. Esta técnica involucra una aproximación (discretización) del controlador la cual es válida solamente para periodos de muestreo T muy pequeños, y las propiedades de estabilidad se pierden para periodos de muestreo muy grandes. Algunas técnicas avanzadas de emulación permiten un rediseño del control que permite su implementación digital con periodos de muestreo más grandes sin comprometer la estabilidad.
- *Diseño en tiempo discreto:* Consiste en diseñar un controlador en tiempo discreto usando una discretización del modelo de la planta. Este método usa una aproximación (discretización) del modelo de la planta que ignora el

comportamiento entre muestras. A pesar que este método no requiere un tiempo de muestreo pequeño para mantener estabilidad, el desempeño del sistema muestreado no es automáticamente garantizado puesto que el desempeño entre muestras puede ser inaceptable.

- *Diseño de sistemas de control muestreados:* Este método usa un modelo muestreado exacto de la planta y entonces permite diseñar leyes de control que garantizan la estabilidad en lazo cerrado y respetan requerimientos de desempeño específicos para el sistema muestreado. Puesto que este método no usa aproximaciones del modelo de la planta o del controlador, este permite garantizar estabilidad y desempeño para periodos de muestreo T arbitrariamente grandes.

El análisis y diseño de sistemas de control muestreados para sistemas “lineales” tiene su origen en la década de los 50 del siglo pasado, tiempo que es marcado como el origen de la revolución digital. Los primeros trabajos abordaron el diseño de control utilizando la transformada- z y su desarrollo fue paralelo a los desarrollos del diseño de controladores en tiempo continuo para sistemas lineales. Actualmente se puede considerar que la teoría para los sistemas de control muestreados “lineales” es una teoría bien establecida y madura [20, 21] y forma una de las bases fundamentales para los ingenieros y teóricos en el área de control automático.

Sin embargo, la teoría para los sistemas de control muestreados “no lineales” ha sido muy poco desarrollada comparada con su contraparte lineal. A pesar de que frecuentemente es posible utilizar la teoría para los sistemas de control muestreados lineales para resolver problemas de control no lineal, vía la técnica de linealización, existen muchas situaciones donde las no linealidades no pueden ser despreciadas. Por ejemplo, gran rango de operación o presencia de saturaciones en el lazo, entre otras. Sin embargo estos controladores no lineales, no siempre son fácilmente implementables en plataformas digitales. Debido a su inherente simplicidad, la técnica de emulación es muy atractiva para la implementación de las leyes de control sobre plataformas digitales como DSP, FPGA o microcontroladores. Desafortunadamente, emular controles hace propensa la inestabilidad puesto que son sistemas altamente no lineales. Para evitar esto, el periodo de muestreo se escoge muy pequeño. Sin embargo, el tiempo de muestreo requerido puede algunas veces exceder las limitaciones del hardware, por lo que es necesario utilizar algunos otros métodos que no sean la emulación, pero que también sean fácilmente implementables. Además, es pertinente mencionar que

existen algoritmos de control que hoy en día son muy populares, tales como “El control adaptivo” y “el control por modos deslizantes”, los cuales son inherentemente no lineales y donde los aspectos y efectos de implementación son raramente abordados.

Por lo tanto, el diseño de leyes de control para sistemas “no lineales” y su implementación en sistemas digitales con bajos recursos (computacionales y energéticos) es un problema que aún está abierto y merece la pena dirigir la atención hacia ello.

1.4. Sistemas de control asíncronos

En el lenguaje coloquial, un evento, es simplemente algo que sucede y que provoca un cambio por el simple hecho de suceder. Esta idea tan intuitiva y natural se cumple en el contexto de los sistemas de control. Como se mencionó anteriormente, en un sistema de control muestreado la actualización de la señal de control cada tiempo de muestreo t_k supone la aparición de un “evento temporal” cuya frecuencia de ejecución está preestablecida de antemano. Existen sin embargo otra categoría de eventos que tienen también una gran importancia y que no pueden ser planificados *a priori* ya que su activación está relacionada con el instante de tiempo en que se cumple una determinada relación entre las variables de estado del sistema. A esta clase de eventos se les conoce como “eventos de estado”.

En un sistema de control basado en tiempo es la progresión autónoma del tiempo lo que dispara la ejecución de las acciones, mientras que en los sistemas de control basados en eventos es la *propia evolución dinámica* del sistema la que decide cuándo se ejecutará la próxima acción de control.

En la Figura 1.2 se muestra la diferencia entre los muestreos basados en tiempo (caso síncrono) y en eventos (caso asíncrono), donde se observa que el sistema a controlar es muestreado uniformemente en el tiempo en el caso síncrono en comparación con el caso asíncrono donde el sistema es muestreado en amplitud (momento en el que sucede un evento). A partir de ahora, en este documento se llamará instante de muestreo o tiempo de muestreo t_k , al instante o tiempo en el cual la señal de control $u(t_k)$ es actualizada y aplicada a la planta. El muestreo síncrono es también conocido como muestreo de Riemann, mientras que el muestreo asíncrono también es conocido como

muestreo de Lebesgue, esto por su analogía en el cálculo de la integral de Riemann y Lebesgue, respectivamente [22].

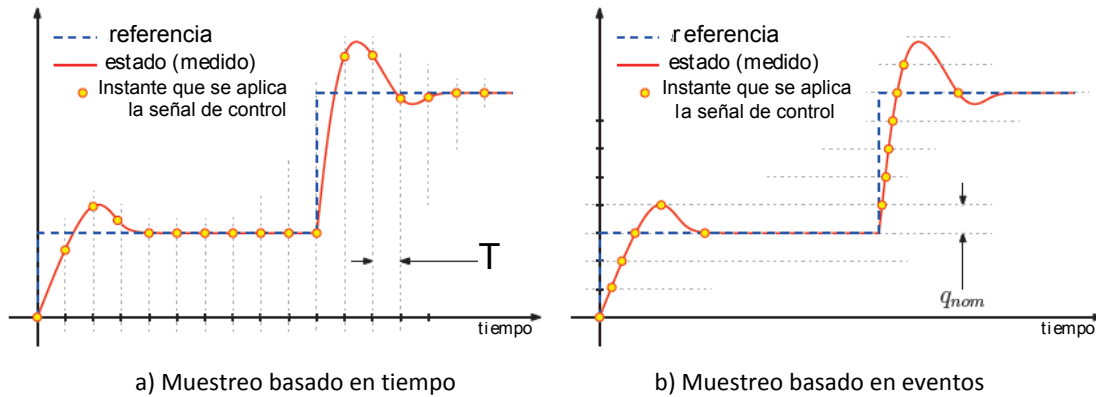


Figura 1.2: Muestreos síncrono y asíncrono.

El desarrollo de sistemas asíncronos ha motivado el uso del control basado en eventos, las compañías han desarrollado versiones asíncronas de los componentes electrónicos que se utilizan en el control activado por tiempo, tal es el caso del Microcontrolador 80C51 de Philips Semiconductor el cual utiliza 4 veces menos consumo de energía que su contraparte síncrona [23]. Además, se ha probado que la ausencia de sincronización reduce considerablemente el ruido y las emisiones electromagnéticas en dispositivos electrónicos cuando los eventos son mejor repartidos en el tiempo [24]. La noción de muestreo por evento también ha llamado la atención de la comunidad de procesamiento de señales donde se han publicado resultados interesantes (ver [25, 26]).

Con lo que a la comunidad de control automático respecta, es interesante mencionar que hoy en día existen muchos sensores y actuadores que trabajan mediante el cruce de nivel, provocando eventos. Ejemplos de ellos son: los sensores codificadores para medir la posición angular de un motor o en los sistemas de transportes donde la posición longitudinal de un vehículo se conoce solo cuando éste pasa determinadas marcas. En el caso de actuadores, encontramos por ejemplo a los satélites con impulsores o a los sistemas con modulación de pulsos de frecuencia.

Una de las primeras nociones del control basado en eventos fue reportada en [22] donde se establece que para una menor cantidad de muestras el desempeño del sistema

de control en lazo cerrado es el mismo. Posteriormente, se propusieron versiones del famoso controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) en el contexto de control asíncrono [27–31]. La diferencia entre cada uno de los trabajos mencionados, radica en la forma en que es definida la función que permite disparar el evento, es decir, la función de evento. A pesar que el control basado en eventos permite relajar la periodicidad de los cálculos del algoritmo de control y muestra claras ventajas en la implementación sobre sistemas embebidos [28] y sistemas distribuidos [31, 32], sólo pocos trabajos reportan resultados teóricos acerca de la estabilidad, convergencia y desempeño. Por ejemplo, algunas propiedades de estabilidad y robustez como la estabilidad-entrada-estado ISS y el desempeño \mathcal{L}_∞ fueron estudiadas en [22, 33–35] para la estabilización de sistemas lineales en tiempo continuo y [36] para sistemas lineales en tiempo discreto. El trabajo reportado en [36] propone un algoritmo de control predictivo basado en modelo (MPC) en un contexto asíncrono. La ventaja principal es que se logra relajar la demanda computacional de los algoritmos sin comprometer su desempeño.

En el caso “no lineal”, algunas importantes aportaciones han sido realizadas como es el caso de [37, 38] donde la principal aportación se basa en la forma en que se elige la función de evento. En estos trabajos, la función de evento se basa en la evolución de la función de Lyapunov correspondiente al sistema. Sin embargo, en estos trabajos, el análisis de estabilidad es más intuitivo que formal. Una importante contribución en el análisis de la convergencia y estabilidad de sistemas no lineales, bajo un esquema de control basado en eventos, es dada en [39–41]. La principal contribución en estos trabajos es la determinación de la existencia de un intervalo de muestreo mínimo (recordemos que en el contexto de control asíncrono, el intervalo de muestreo es el tiempo en el que se realizan dos actualizaciones de la ley de control) para condiciones iniciales acotadas. La estrategia de actualización se basa en la existencia de una ley de control de estabilización Lipchitz y una ISS-CLF (Input-State-Stability Lyapunov-Control-Function).

A pesar de que cada año en las conferencias regulares de control se presentan trabajos relacionados en control asíncrono, la literatura y la teoría que envuelve a los sistemas de control asíncronos o basados en eventos es aún escasa, lo que muestra que es un campo que aún tiene mucho por explorar y que es necesario aprovechar las oportunidades que esto ofrece. Por otro lado, desde el punto de vista tecnológico,

el establecer una teoría sólida de este tipo de sistemas, permitirá la implementación de sistemas de control no lineales utilizando recursos computacionales reducidos, sin necesidad de recurrir a la emulación o a la discretización aproximada o exacta del sistema.

1.5. Preliminares matemáticos del control basado en eventos

En este trabajo, el estudio se enfoca en la clase de sistemas dinámicos de la forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (1.1)$$

donde $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$, $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$, f y g son funciones Lipschitz que se desvanecen al origen. Si el sistema admite un control por retroalimentación $k : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$ que estabiliza al sistema asintóticamente, entonces existe una Función de Lyapunov de Control (CLF, por sus siglas en inglés) $V : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, la cual es una función suave, definida positiva tal que:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)k(x). \quad (1.2)$$

Es necesario notar que si se asume que k es suave, entonces V existe y es suave. En el presente trabajo sólo se requerirá que V sea suave, lo cual es menos restrictivo.

En el marco de trabajo de *control disparado por eventos* generalmente se trabaja con dos funciones:

- *Función evento* $\bar{e} : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ que indica si es necesario ($\bar{e} \leq 0$) o no ($\bar{e} > 0$) recalcular y aplicar la señal de control al proceso. En su forma más general, la función de evento \bar{e} toma el valor del estado actual x como una entrada y una memoria m del valor que tomo el estado la última vez en la que \bar{e} fue negativa.
- *Función de retroalimentación* $k : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$, la cual se usa como en el caso clásico.

Definición 1.5.1 *Un control por retroalimentación disparado por eventos (k, \bar{e}) se dice ser semi-uniformemente MSI (por su término en inglés Minimal Sampling Interval) si para todo $\delta > 0$ y todo x_0 en la esfera de radio δ con centro en el origen $\mathcal{B}(\delta)$, la duración de tiempo entre dos eventos consecutivos, puede ser acotado por debajo por algún $\tau > 0$ [42].*

Se sabe que para un sistema no lineal de la forma (1.1) con un control disparado por eventos semi-uniformemente MSI (\bar{e}, k) , la solución de la ecuación (1.1) con condiciones iniciales $x_0 \in \mathcal{X}$ en el instante $t = 0$, se define como la solución del sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)k(m) \quad (1.3)$$

$$\begin{cases} m = x & \text{si } \bar{e}(x, m) \leq 0, x \neq 0 \\ \dot{m} = 0 & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\text{con } x(0) := x_0 \text{ and } m(0) = x(0)$$

Teorema 1.5.2 (Fórmula universal de disparo por evento) *De acuerdo a [42] si existe una CLF para el sistema (1.1), entonces el control disparado por eventos (\bar{e}, k) , definido anteriormente, es semi uniformemente MSI, suave en $\mathcal{X} \setminus \{0\}$ y es tal que:*

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)k(m) < 0, \quad x \in \mathcal{X} \setminus \{0\}, \quad (1.5)$$

donde m se define en (1.4) y k es:

$$k_i(x) := -b_i(x)\delta_i(x)\gamma(x), \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}(x, m) &:= -a(x) - b(x)k(m) \\ &\quad -\sigma\sqrt{a(x)^2 + \bar{\theta}(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

con

- $i \in \{1, 2, \dots, p\}$
- $a(x) := \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$ y $b(x) := \frac{\partial V}{\partial x} g(x)$,
- $x \rightarrow \Delta(x) := \text{diag}(\delta_1(x), \delta_2(x), \dots, \delta_p(x))$ es una función suave de $\mathcal{X} \setminus \{0\}$ a $\mathbb{R}^{p \times p}$, positiva definida en: $\mathcal{S} := \{x \in \mathcal{X} \mid \|b(x)\| \neq 0\}$
- $x \rightarrow \bar{\theta}(x)$ es una función suave positiva de \mathcal{X} a \mathbb{R} , tal que $\bar{\theta}(x) \|\Delta(x)\|$ se desvanece en el origen y asegurando en $\mathcal{S} \setminus \{0\}$ la desigualdad $a(x)^2 + \bar{\theta}(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T > 0$
- σ es un parámetro de control que toma valores en $[0, 1)$,

■ $\gamma : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ es definido por:

$$\gamma(x) := \begin{cases} \frac{a(x) + \sqrt{a(x)^2 + \theta(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}}{b(x)\Delta(x)b(x)^T} & \text{if } x \in \mathcal{S} \\ 0 & \text{if } x \notin \mathcal{S} \end{cases} \quad (1.8)$$

El valor de $a(x) + b(x)k(m)$ corresponde a la derivada temporal de la función de Lyapunov V la última vez que se actualizó. El término $-\sqrt{a(x)^2 + \theta(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}$ toma el valor de \dot{V} si se aplica en ese instante el control del estado actual $k(x)$ en lugar del valor que se encuentra en la memoria $k(m)$. Por lo tanto, en el momento en que ocurre un evento $e(x, m)$ necesariamente toma un valor estrictamente positivo. Es decir, es igual a $(1 - \sigma)\sqrt{a(x)^2 + \theta(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}$ manteniéndose negativa siempre que $\dot{V} \leq -\sigma\sqrt{a(x)^2 + \theta(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}$. Los eventos serán más frecuentes con valores de σ cercanos a 1. Finalmente, otro proceso importante de la ley de control es la elección de la función Δ que directamente afecta el rendimiento del control así como la frecuencia de eventos.

En resumen la idea general del control basado en eventos corresponde a la existencia de una función de evento. La cual condiciona el momento en el que se calcula y se aplica la señal de control. Para ello, se monitorea la evolución de la función de Lyapunov con respecto al tiempo, lo que permite a la función de evento evaluarse constantemente dependiendo de la dinámica del sistema.

Control basado en eventos para el robot móvil (3,0)

En este capítulo se describen las características principales del robot móvil (3,0), así como su modelo cinemático y dinámico. Posteriormente, utilizando el formalismo tratado en el capítulo 2 se desarrolla una técnica de control, que considera el modelo dinámico, para la estabilización de un robot móvil omnidireccional.

2.1. Antecedentes

El desarrollo tecnológico de los últimos años ha generado un gran interés en el área de la robótica móvil, esto se debe a los avances significativos en los sistemas computacionales, los sensores, los actuadores y las comunicaciones. La importancia de la robótica móvil radica en sus diversas aplicaciones, *e.g.*, exploración y reconocimiento de terreno, limpieza, manejo de materiales y residuos, entre otras; y en consecuencia, ha generado un gran interés de estudio en el diseño, implementación, modelado y control de los robots móviles terrestres [43–47].

El robot móvil (3,0) o también conocido como robot omnidireccional, es del tipo holónomo, cuenta con tres grados de movilidad y cero de direccionalidad [48], lo que le permite desplazarse en cualquier dirección independientemente de su orientación. Esta es la principal ventaja, en comparación con los robots no-holónomos (*e.g.* configuración Ackerman), los cuales en general necesitan de un movimiento de rotación antes de ejercer un movimiento de traslación.

Los algoritmos de control que se implementan en los robots móviles son generalmente diseñados utilizando el modelo cinemático o modelo dinámico [49]. Diferentes técnicas, lineales y no lineales, se han aplicado para la estabilización y el seguimiento de trayectorias del robot móvil (3,0) [50–54]. Las leyes de control propuestas en los trabajos listados anteriormente, fueron desarrolladas con un enfoque de tiempo continuo y en el caso de su implementación sobre alguna plataforma digital, ésta se lleva a cabo mediante un proceso de “emulación”. Este proceso consiste en implementar algoritmos de control diseñados en tiempo continuo asumiendo que las señales de control son actualizadas y aplicadas a la planta durante intervalos de tiempo lo suficientemente pequeños y constantes. Sin embargo, este enfoque puede verse limitado por el hardware, ya que podría ser imposible la reducción del periodo de muestreo a un nivel aceptable que garantice el rendimiento de lazo cerrado.

Las técnicas de control basadas en el análisis de sistemas en tiempo discreto han sido ampliamente investigadas para el caso de sistemas lineales [20, 55]. A pesar de los esfuerzos realizados por extender estos resultados a los sistemas no lineales, la dificultad de obtener modelos no lineales en tiempo discreto sigue siendo un importante obstáculo [19]. En este sentido, algunos trabajos proponen una aproximación del modelo del sistema [56] o un rediseño de las leyes de control [57]. No obstante, las leyes de control resultantes son complicadas.

Durante los últimos años una gran cantidad de trabajos utilizando un esquema de control disparado por eventos se han reportado, la diferencia principal entre cada estrategia radica en gran medida en la función de evento. Por ejemplo, en [38] se considera que los eventos se relacionan con la variación de la Función de Lyapunov y en consecuencia el estado. De forma similar en [39, 42] se consideran los eventos relacionados con la derivada de una Función de Control de Lyapunov, por lo que se garantiza una estabilidad asintótica en lazo cerrado del sistema a consecuencia de una estricta reducción de la CFL. Aunque las ventajas de control basado en eventos han motivado y mostrado buenos resultados, la desventaja es que no existe una teoría madura para el diseño de este tipo de control, por lo que cada aplicación representa un reto [58].

En esta sección se aborda el problema de estabilización de un robot móvil (3,0), por

lo tanto se propone y se aplica una técnica de control basado en eventos que considera el modelo dinámico. Los resultados en simulación muestran el buen desempeño del sistema en lazo cerrado.

2.2. Modelo cinemático

La cinemática, se centra en el estudio del movimiento del robot en función de su geometría. Entre las aplicaciones inmediatas se encuentran la posibilidad de utilizarlo como modelo matemático de partida para el diseño del controlador, la simulación del comportamiento cinemático del vehículo, o para establecer las ecuaciones de los cálculos odométricos. Se asume que el robot móvil tiene una estructura rígida, con ruedas que no se deforman, no deslizan y su movimiento es en el plano horizontal (suelo) con un punto de contacto entre la rueda y el suelo.

La representación esquemática del robot móvil (3,0) se muestra en la Figura 2.1. Se considera en el robot móvil que un sistema de coordenada inercial $\{w\}$ se fija en el plano de movimiento y un sistema de coordenada $\{m\}$ con origen en el centro de masas del robot. El modelo cinemático se desarrolla en el Apéndice A y se puede representar en la ecuación (2.1)

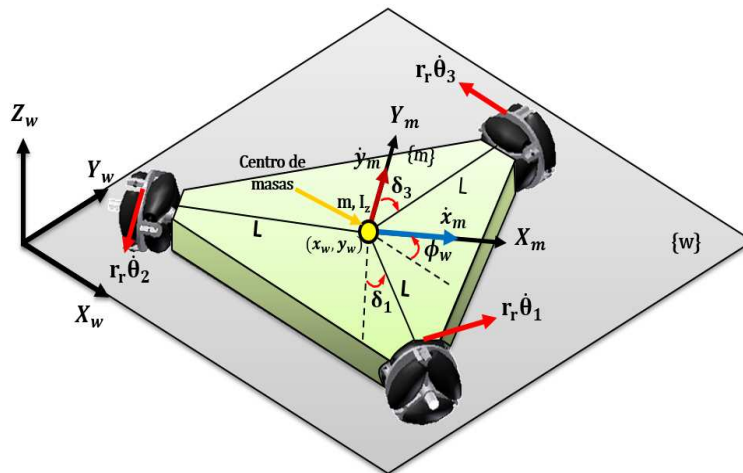


Figura 2.1: Diagrama esquemático del robot móvil (3,0).

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(\sin \phi)L-L \cos(\delta-\phi)}{2(\cos \delta)L+L \sin 2\delta} & \frac{(\sin \phi)L-L \cos(\delta+\phi)}{2(\cos \delta)L+L \sin 2\delta} & \frac{L \cos(\phi)}{L+L \sin \delta} \\ \frac{(\cos \phi)L+L \sin(\delta-\phi)}{2(\cos \delta)L+L \sin 2\delta} & \frac{-L(\cos \phi)L-L \sin(\delta+\phi)}{2(\cos \delta)L+L \sin 2\delta} & \frac{L \sin \phi}{L+L \sin \delta} \\ \frac{1}{2L+2L \sin \delta} & \frac{1}{2L+2L \sin \delta} & \frac{\sin \delta}{L+L \sin \delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r\dot{\theta}_1 \\ r\dot{\theta}_2 \\ r\dot{\theta}_3 \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Finalmente, el mapeo entre la velocidad lineal de las llantas y la velocidad angular y lineal del robot móvil se presenta en (2.2) donde $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$ es la velocidad angular de las ruedas, r es el radio de las ruedas y la distancia entre el centro geométrico del móvil y la rueda se representa como L .

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & L \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & L \\ 1 & 0 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{pmatrix} = [R] \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

2.3. Modelo dinámico

La dinámica considera la evolución de la posición, velocidad y aceleración del robot en respuesta a los pares de actuación de las ruedas. El sistema de ecuaciones definido en (A.41) representan la dinámica del robot móvil (3,0).

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_w \\ \ddot{y}_w \\ \ddot{\phi} \end{pmatrix} = \dot{\phi} \begin{pmatrix} 0 & 2r^2 \frac{m}{3J+2r^2m} - 1 & 0 \\ 1 - 2r^2 \frac{m}{3J+2r^2m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{r(-\cos \phi - \sqrt{3} \sin \phi)}{3J+2r^2m} & \frac{r(\sqrt{3} \sin \phi - \cos \phi)}{3J+2r^2m} & \frac{2r \cos \phi}{3J+2r^2m} \\ \frac{r(\sqrt{3} \cos \phi - \sin \phi)}{3J+2r^2m} & \frac{r(-\sqrt{3} \cos \phi - \sin \phi)}{3J+2r^2m} & \frac{2r \sin \phi}{3J+2r^2m} \\ \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} & \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} & \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

2.3.1. Representación en espacio de estados

Sea $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6)^T = (x_w \ y_w \ \phi_w \ \dot{x}_w \ \dot{y}_w \ \dot{\phi}_w)^T$ el vector de estado correspondiente a la posición y velocidad lineal y angular del robot móvil con respecto al sistema de coordenadas inercial y sea $u = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T = (\tau_{\theta_1} \ \tau_{\theta_2} \ \tau_{\theta_3})^T$ el vector de pares de entrada de las ruedas. Siguiendo el procedimiento en [59] y considerando los ángulos descritos por el eje Y_m y el eje axial de la rueda $\delta_1 = \frac{\pi}{6}$ y $\delta_3 = \frac{\pi}{3}$, el modelo dinámico en la representación en variables de estado se establece en (2.4).

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.4)$$

donde:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_4 & x_5 & x_6 & -a_2 x_6 x_5 & -a_2 x_4 x_6 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_1 \beta_2 & 2b_1 \sin x_3 & -b_1 \beta_1 \\ b_1 \beta_4 & -2b_1 \cos x_3 & b_1 \beta_3 \\ b_2 & b_2 & b_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{3J}{2mr^2+3J} & ; \beta_1 &= \sqrt{3} \cos x_3 + \sin x_3, \\ b_1 &= \frac{r}{2mr^2+3J} & ; \beta_2 &= \sin x_3 - \sqrt{3} \cos x_3, \\ b_2 &= \frac{Lr}{3JL^2+I_z r^2} & ; \beta_3 &= \cos x_3 - \sqrt{3} \sin x_3, \\ & & ; \beta_4 &= \cos x_3 + \sqrt{3} \sin x_3. \end{aligned}$$

2.4. Estabilización de un robot móvil (3,0) mediante control basado en eventos

Esta sección describe el diseño de un control disparado por eventos para el caso de estabilización del robot móvil (3,0). Para tal objetivo, primeramente se encontrará una Función de Lyapunov de Control (CLF) para el sistema (2.4), en seguida el diseño del control será abordado.

2.4.1. Deducción de la Función de Control de Lyapunov para el Robot móvil (3,0)

Considere la dinámica del robot móvil (3,0) (2.4) y el control $u = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T \in \mathbb{R}^3$ descrito en (2.5)-(2.7), el cual se obtiene mediante el proceso retroalimentación de estados. Es decir, se resuelve la ecuación (2.4) con respecto a u .

$$u_1 = \left(-\frac{1}{6b_1}v_1 - \frac{J}{2r}x_5x_6\right)\beta_2 + \left(\frac{1}{6b_1}v_2 - \frac{J}{2r}x_4x_6\right)\beta_4 + \frac{1}{3b_2}v_3, \quad (2.5)$$

$$u_2 = \left(\frac{1}{3b_1}v_1 + \frac{J}{r}x_5x_6\right)\sin x_3 - \left(\frac{1}{3b_1}v_2 - \frac{J}{r}x_4x_6\right)\cos x_3 + \frac{v_3}{3b_2}, \quad (2.6)$$

$$u_3 = \left(-\frac{1}{6b_1}v_1 - \frac{J}{2r}x_5x_6\right)\beta_1 + \left(\frac{1}{6b_1}v_2 - \frac{J}{2r}x_4x_6\right)\beta_3 + \frac{1}{3b_2}v_3. \quad (2.7)$$

De esta forma el sistema en lazo cerrado se expresa como (2.8)

$$\dot{x} = Ax + Bv, \quad (2.8)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ y $v = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T \in \mathbb{R}^3$. Ahora, si se considera que el control estabilizante se denota por la ecuación (2.9)

$$v = \frac{1}{2}\epsilon B^T P x, \quad (2.9)$$

con $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ y P una matriz definida positiva, solución de la ecuación matricial algebraica de Riccati (2.10) .

$$A^T P + P A - \epsilon P B B^T P = -Q, \quad Q \in \mathbb{R}^{6 \times 6} > 0. \quad (2.10)$$

De esta manera tenemos el siguiente resultado:

Proposición 2.4.1 *Sea $P \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, una matriz definida positiva solución de la ecuación matricial algebraica de Riccati (2.10). Entonces la función*

$$V(x) = x^T P x \quad (2.11)$$

es una CLF para el sistema no lineal (2.4), relativa al equilibrio $x = 0 \in \mathbb{R}^6$, puesto que $\forall x \neq 0$, el control u descrito en (2.5)-(2.7) con v de la forma (2.9), hace que $\dot{V}(x)$ sea estrictamente negativa.

Para comprobar esta proposición se evalúa la derivada temporal de $V(x)$ a lo largo de las trayectorias de (2.4) y se tiene

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\
&= (f^T(x) + u^T g^T(x)) P x + x^T P (f(x) + g(x)u) \\
&= x^T (A - \frac{1}{2} \epsilon B B^T P)^T P x + x^T P (A - \frac{1}{2} \epsilon B B^T P) x \\
&= x^T (A^T P + P A - \epsilon P B B^T P) x \\
&= -x^T Q x < 0 \quad \forall x \neq 0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

2.4.2. Control disparado por eventos para robot (3,0)

Una vez conociendo la CLF asociada al sistema (2.4) la técnica de control basada en eventos descrita en (1.5) puede aplicarse sistemáticamente. Con el fin de deducir las funciones $a(x)$ y $b(x)$ necesarias para obtener la retroalimentación (3.12) y la función de evento (3.13), considere nuevamente la derivada temporal de $V(x)$ a lo largo de las trayectorias de (2.4).

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\
&= (f^T(x) + u^T g^T(x)) P x + x^T P (f(x) + g(x)u) \\
&= 2x^T P f(x) + 2x^T P g(x)u(x)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Igualando (2.13) con (1.3), resulta:

- $a(x) := \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = 2x^T P f(x) \in \mathbb{R}$
- $b(x) := \frac{\partial V}{\partial x} g(x) = 2x^T P g(x) \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$

Si se considera la dinámica del robot móvil (3,0) dada por (2.4) y la Función de Lyapunov de Control (CLF) dada en (2.11). Entonces, el control disparado por eventos (k, e) definido por las ecuaciones (3.12)-(3.13) con $\Delta(x) = \text{diag}(1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$, estabiliza asintóticamente al robot móvil (3,0) al origen con condiciones iniciales $\mathbb{R}^6 \setminus (0 \ 0 \ 2n\pi \ 0 \ 0 \ 0)^T$. Además el control (k, e) es semi-uniforme MSI y suave en $\mathbb{R}^6 \setminus \{0\}$.

Una vez que se ha obtenido el control basado en eventos para el robot (3,0), es necesario remarcar algunas características del proceso que se ha desarrollado, lo cual se realiza brevemente mediante las siguientes observaciones:

Observación 1 *Note que el controlador estabilizante definido por (2.5)-(2.7) y (2.9) y el cual linealiza la dinámica del robot (3,0) es utilizado solamente para la deducción de la CLF (2.11), sin embargo este control no se aplica al sistema en lazo cerrado, en lugar de éste el control (k, e) dado por (3.12),(3.13) es aplicado. Esto diferencia el trabajo propuesto con los trabajos existentes en la literatura.*

Observación 2 *En este caso particular el desarrollo del control se realizó para la estabilización en el punto de equilibrio $x_e = x = 0$. En el caso de que el equilibrio sea $x_e \neq 0$, es necesario realizar un cambio de variable $z = x - x_e$ y la CLF será entonces de la forma $V(z) = z^T Pz$.*

Observación 3 *Note que la función de control de Lyapunov se deduce para el sistema completo, sin embargo es posible encontrar una CLF para cada uno de los sistemas desacoplados, aligerando el costo computacional en el cálculo de la señal de control y de la función de error.*

2.5. Resultados

La estrategia de control disparada por eventos para el problema de regulación del robot móvil (3,0) se representa en el diagrama a bloques de la Figura 2.2. La línea continua indica que el estado es enviado continuamente por el canal de comunicación y la línea discontinua denota que el control sólo es enviado cuando existe un evento.

Los resultados en simulación de la estrategia de control propuesta se programaron en Matlab-Simulink utilizando el método de integración de Runge Kutta de cuarto orden con un tiempo de integración de $dt = 5ms$, con la condición inicial del robot móvil en el origen, es decir, $n(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ y el tiempo final $t_f = 60s$. Se considera que se desea llegar, en orden secuencial, a cuatro posiciones distintas, las cuales son:

$$\begin{aligned} P_1 : x^d &= (0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \\ P_2 : x^d &= (2 \ -2 \ \pi/4 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \\ P_3 : x^d &= (-2 \ -2 \ \pi/2 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \\ P_4 : x^d &= (0 \ 3 \ \pi \ 0 \ 0 \ 0)^T. \end{aligned}$$

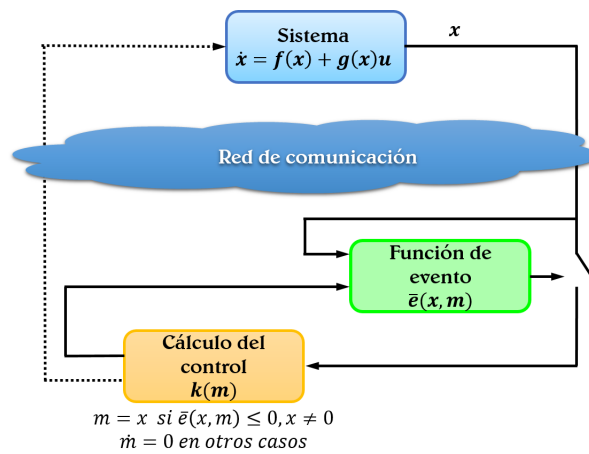


Figura 2.2: Diagrama esquemático del sistema de control disparado por eventos.

Dichas posiciones se deben alcanzar en un tiempo máximo de 15 segundos. En la Figura 2.3, se muestra el comportamiento del robot móvil (3,0) en el plano $X_w - Y_w$.

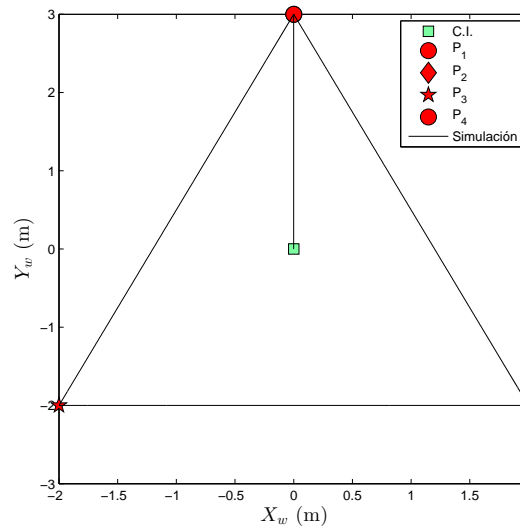
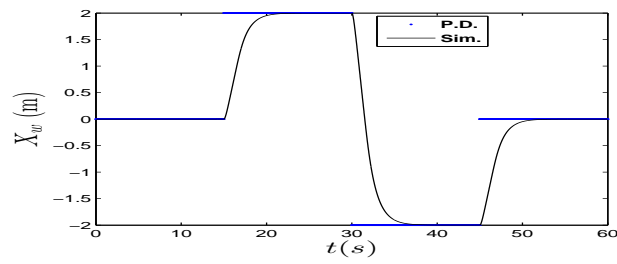
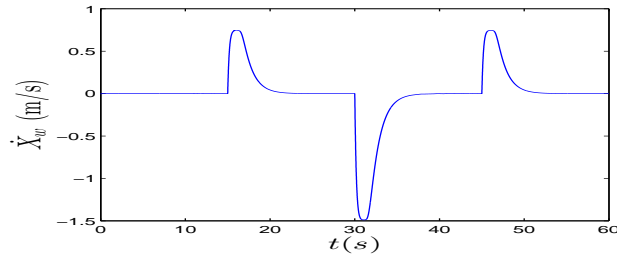


Figura 2.3: Comportamiento del robot móvil (3,0) en el plano $X_w - Y_w$.

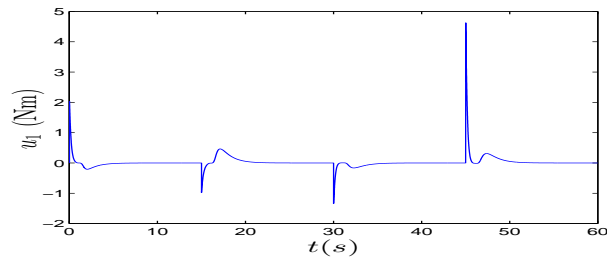
En las Figuras 2.4-2.6 se presenta la posición y velocidad lineal o angular del móvil así como la posición deseada, en los incisos *a* y *b* de las gráficas, respectivamente. En el inciso *c*, se muestra la señal de control *u*, así mismo en el inciso *d* se observa la forma decreciente de la función de Lyapunov cuando el sistema se estabiliza en una posición.



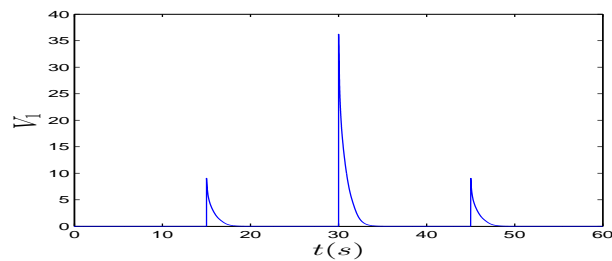
a) Posición lineal x_w .



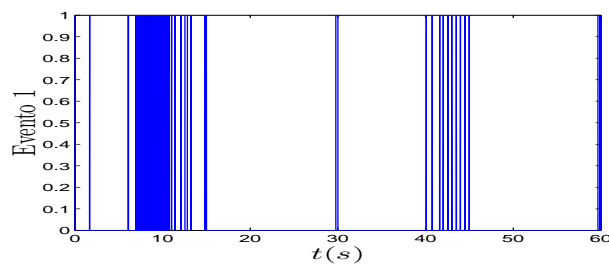
b) Velocidad lineal \dot{x}_w .



c) Señal de control u_1 .

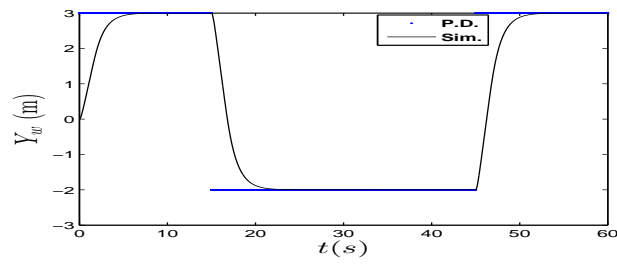


d) Función de Lyapunov V_1 .

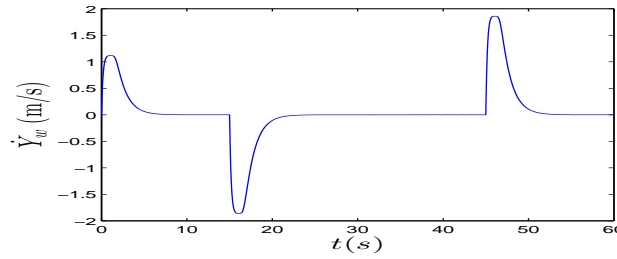


e) Bandera del evento 1.

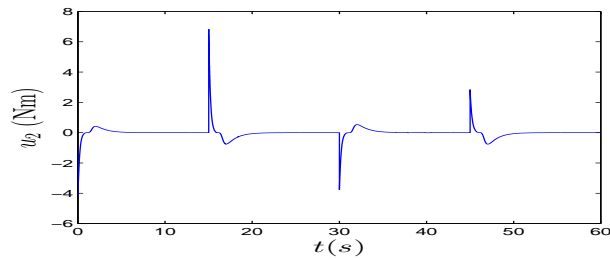
Figura 2.4: Estabilización en x_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4 .



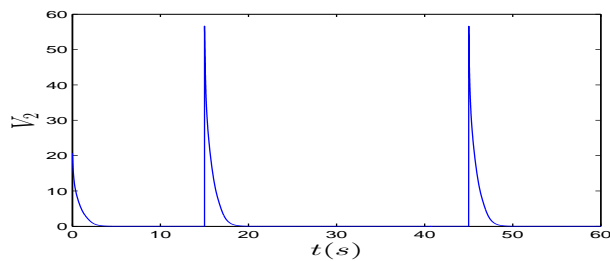
a) Posición lineal y_w .



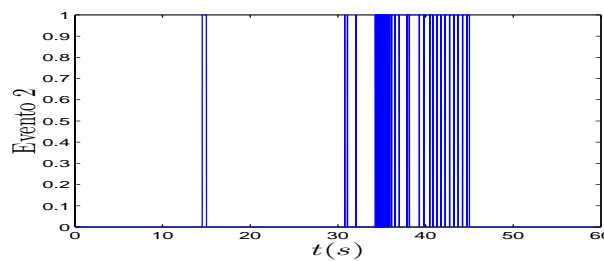
b) Velocidad lineal \dot{y}_w .



c) Señal de control u_2 .

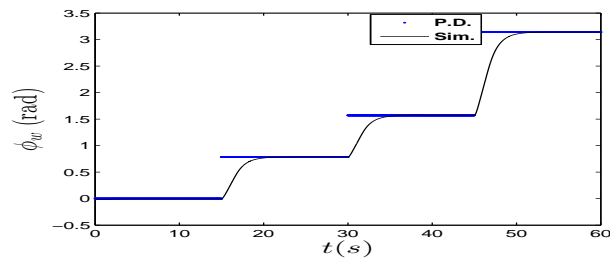


d) Función de Lyapunov V_2 .

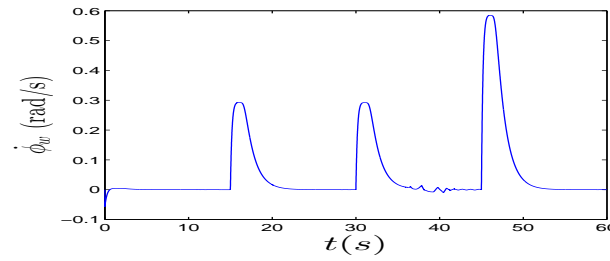


e) Bandera del evento 2.

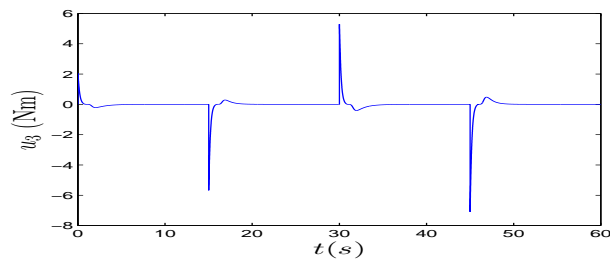
Figura 2.5: Estabilización en y_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4 .



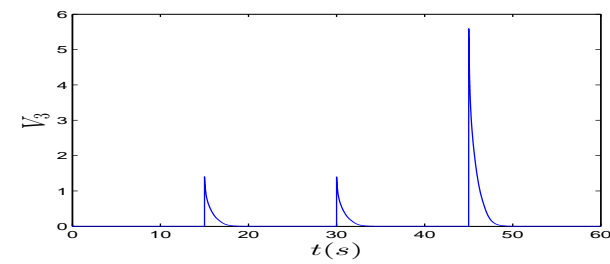
a) Posición lineal ϕ_w .



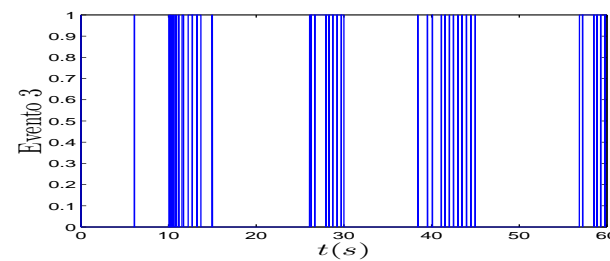
b) Velocidad angular $\dot{\phi}_w$.



c) Señal de control u_3 .



d) Función de Lyapunov V_3 .



e) Bandera del evento 3.

Figura 2.6: Estabilización en ϕ_w del robot móvil (3,0) en las P. D: Posiciones deseadas P_1, P_2, P_3, P_4 .

En el inciso e se proporciona la función de evento, en donde 1 indica que el sistema de control se actualiza y 0 indica que no se actualiza (se mantiene con el cálculo previo, como se establece en secciones anteriores).

En el caso de que el sistema de control se calcule de forma síncrona, que para el caso particular será cada $dt = 5ms$, requerirá de 12000 actualizaciones. Mientras que en el enfoque de control propuesto se activa de manera asíncrona (ver inciso e de las Figuras 2.4-2.6) requiriendo de 257 actualizaciones de la señal de control, haciendo que se reduzca el cálculo computacional en 97.85%. Por otro lado, el tiempo de cálculo necesario para evaluar la función de evento (3.13) y actualizar la ley de control (3.12) es de $14.19\mu s$, mientras que el tiempo de cálculo requerido únicamente para evaluar la función de evento es de $6.35\mu s$. Las pruebas se realizaron usando una computadora con procesador Intel(R) Core(TM)i3-2328M CPU @2.20 GHz y memoria RAM de 2 GB. Es importante hacer notar que la reducción del número de actualizaciones de la señal de control produce que se reduzca el consumo de energía del controlador así como el cálculo computacional, sin sacrificar el desempeño del controlador.

Por otro lado, la estrategia de control propuesta fue implementada experimentalmente en el robot móvil (3,0) que se muestra en la Figura 2.7. El prototipo fue diseñado y manufacturado en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional, México. D.F.

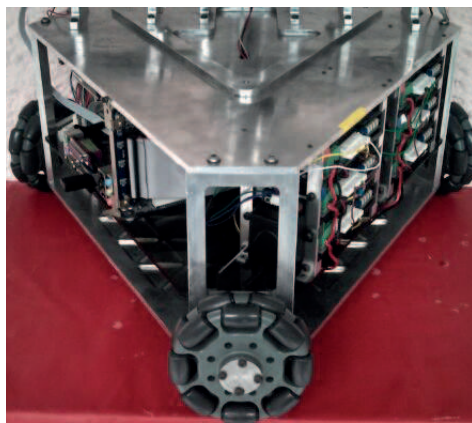


Figura 2.7: Prototipo experimental.

El robot móvil cuenta con una tarjeta madre de la marca Gigabyte modelo

Mini-ITX GA-D425TUD dotada de un procesador Intel® AtomTM D525, 4GB de RAM, 250GB disco duro, una tarjeta de adquisición de datos de la marca Sensoray modelo 626, tres controladores de potencia de la marca Advanced Motion modelo 12A y dos baterías de ácido-plomo de 12 V a 12Ah.

Para realizar el experimento se considera que las condiciones iniciales son $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ y cuatro posiciones diferentes en el plano cartesiano son consideradas como posiciones deseadas que el robot móvil debe cumplir en orden secuencial. Estas posiciones son:

$$\begin{aligned} P_1 : x^d &= [0 \ 0.7 \ 0.2 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ P_2 : x^d &= [0.7 \ -0.7 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ P_3 : x^d &= [-0.7 \ -0.7 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ P_4 : x^d &= [0 \ 0.7 \ 1.2 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \end{aligned}$$

Cada posición puede cumplirse en un máximo de 30s , por lo que los resultados experimentales se realizan en un tiempo de 120s y el tiempo de muestreo es elegido a $\delta t = 5ms$.

Así la ley de control basada en eventos se ejecuta en un sistema embebido, utilizando para ello la herramienta de tiempo real de Matlab Simulink (Real-Time Windows Target). Además por medio de un sistema de odometría se obtiene la posición y velocidad del origen del sistema de coordenadas del robot móvil $\{m\}$ con respecto al sistema de referencia inercial $\{w\}$.

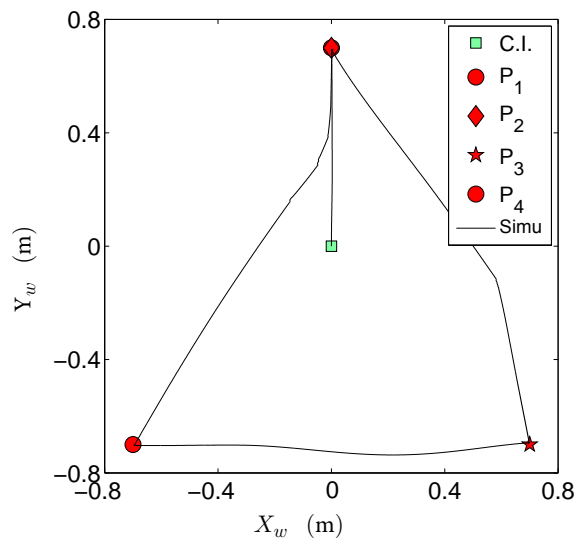
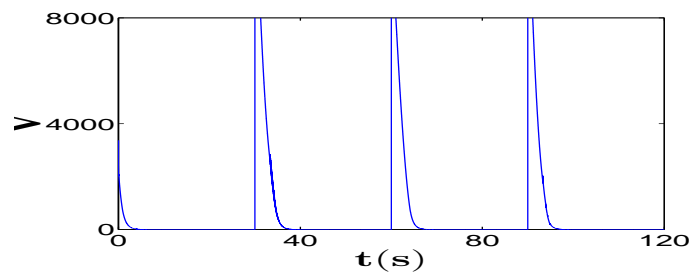
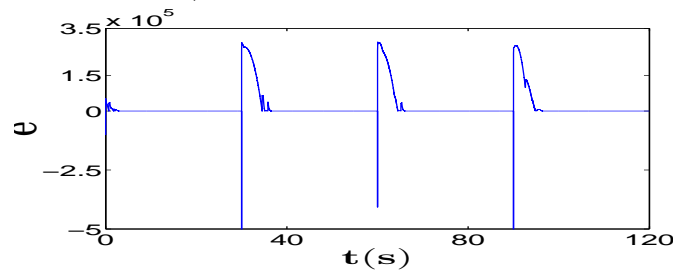


Figura 2.8: Comportamiento real del robot móvil (3,0) en el plano $X_w - Y_w$.

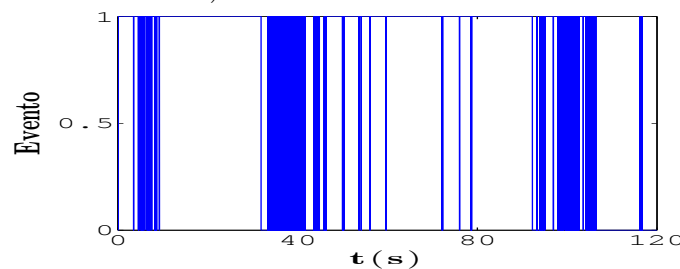
El comportamiento del robot móvil en el plano $X_w - Y_w$, el cual se muestra en la Figura 2.8, donde se observa que el robot móvil llega a las posiciones deseadas. Por otro lado, en la Figura 2.9a se presenta la función de evento donde es posible observar que ésta converge alrededor del valor de cero cuando el sistema se estabiliza a la posición deseada y lo mismo sucede con la evolución de la función de evento mostrada en la Figura 2.9b. Finalmente, la Figura 2.9c representa la bandera de activación de eventos, donde como en las secciones anteriores se mencionó, "1" indica que el sistema de control es calculado y actualizado y "0" en caso contrario.



a) Función de Lyapunov.



b) Función de Evento.



c) Activación de la bandera de eventos.

Figura 2.9: Función de Lyapunov V , función de evento e y bandera de activación de la función evento.

En este caso experimental se obtuvo que el número de actualizaciones del control basado en eventos fueron 515, en comparación con una ley de control continua la cual requeriría un total de 24,000 actualizaciones. Por lo tanto, la ley de control

propuesta reduce un 97.85 % las actualizaciones de la señal de control. Entonces, con esta propuesta el consumo de energía requerida para la actualización de control es bajo pero no existe riesgo de sacrificar la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Finalmente, el tiempo de cómputo para evaluar la ley de control es de $7.84\mu s$ mientras que el tiempo de cómputo únicamente para evaluar la función de evento es $6.35\mu s$. Con estos resultados se puede decir que la carga computacional también es reducida.

2.6. Conclusiones

En esta sección se presentó una estrategia de control disparado por eventos, el cual se enfoca a la estabilización de un robot móvil (3,0). De acuerdo a las pruebas realizadas mediante simulación, se comprobó que esta técnica de control tiene un buen desempeño y el sistema se estabiliza asintóticamente al origen utilizando la activación de evento. Esto se debe a la función de evento que permite que el cálculo de control se actualice únicamente cuando es necesario y en consecuencia se demuestra que existe una reducción significativa en el uso de los recursos computacionales. Esta es su principal ventaja, ya que permite la posibilidad de ser implementada en sistemas embebidos de bajo poder computacional y el traslado a los sistemas físicos se traduce en ahorro de energía.

Control cooperativo basado en eventos para un sistema multiagente de robots móviles

(3,0)

En este capítulo se aborda el problema de consenso promedio para un agente con dinámica de un integrador simple. Para este caso se asume que la comunicación se lleva a cabo mediante una topología fija y de forma bidireccional. Primeramente se presenta una breve introducción a la teoría de grafos y posteriormente se aborda la ley de control generalmente utilizada en tiempo continuo para el consenso de un grupo de agentes en el caso centralizado. Finalmente se plantea una propuesta para la solución del problema del consenso promedio mediante una estrategia de control disparada por eventos. En este caso los agentes actualizarán su señal de control sólo cuando un evento ocurra. No obstante, la estabilidad debe quedar garantizada en el sentido de Lyapunov. Los resultados son discutidos en la sección final de este capítulo.

3.1. Teoría de grafos

Las topologías de comunicación de los sistemas multiagentes pueden ser representadas mediante grafos, donde los nodos corresponden a los agentes y las aristas a la comunicación entre ellos. En esta sección se presentan las bases preliminares de la teoría de grafos, la cual se requiere para conocer la dinámica presente en la comunicación del sistema multiagente.

Definición 3.1.1 *Un grafo G se define como un par de conjuntos (V, E) , donde V es un*

conjunto finito de puntos $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ llamados vértices o nodos y E es un conjunto finito de aristas, bordes o enlaces e_{ij} , cada uno de los cuales une pares ordenados de vértices. A las aristas se les puede asignar un valor o peso w_{ij} (ver Figura 3.1).

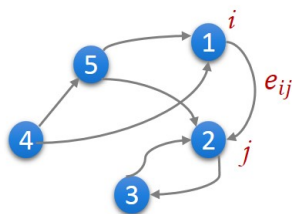


Figura 3.1: Ejemplo de un grafo G.

Definición 3.1.2 Grado de un vértice: es la suma (de los pesos) de las aristas incidentes a un vértice. Se denota por $d_{ij} = \sum_j w_{ij}$.

Se denomina un grafo dirigido (ver Figura 3.2) si las aristas tienen dirección del vértice i (punto inicial) al vértice j (punto final). Así el grado del vértice i es el número de aristas que tienen punto inicial en el mismo. Caso contrario en un grafo no dirigido, en el cual las aristas no tienen dirección y por lo tanto el grado del vértice es el número de aristas incidentes en sí mismo.

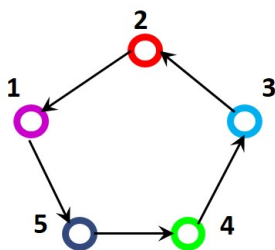


Figura 3.2: Ejemplo de un grafo dirigido y fuertemente conectado

Definición 3.1.3 La matriz de adyacencia de un grafo G es la matriz $A(G)$ de tamaño $n \times n$ y cuyas entradas están dadas por $a_{ij} = 1$ si $(i, j) \in E$ y $a_{ij} = 0$ en otros casos.

Definición 3.1.4 La matriz de grado asociada al grafo G es una matriz diagonal $D(G)$ cuyos elementos $d_{i,j}$ corresponden al grado de salida del nodo i .

Definición 3.1.5 La matriz Laplaciana se denota por $L(G)$ de tamaño $n \times n$ cuyas entradas están dadas por el valor de d_{ij} si $i = j$ o $-a_{ij}$ si $i \neq j$. También puede determinarse por

$$L = D - A$$

Para grafos no dirigidos, la matriz Laplaciana es simétrica y semi-definida positiva, i.e $L = L^T \geq 0$. Por otro lado, la matriz Laplaciana tiene las siguientes propiedades:

- La suma de los elementos de cada una de las filas es igual a cero.
- Sus valores propios tienen parte real no negativa.
- Cero es un valor propio y el vector propio asociado es $1^T = [1, \dots, 1]$, por lo tanto el rango $L \geq n - 1$
- Para los grafos fuertemente conectados rango $L = n - 1$

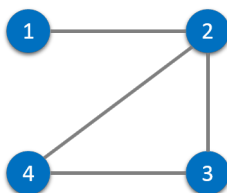


Figura 3.3: Grafo no dirigido con cuatro agentes.

La Figura 3.3 muestra un grafo conectado y no dirigido. El conjunto de vértices y de aristas se definen por:

$$V = (1, 2, 3, 4), \quad E = (1, 2), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 3)$$

por lo tanto, las matrices de grado y de adyacencia resultan como:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

A su vez la matriz Laplaciana es dada por:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Nótese que las propiedades enunciadas previamente, se cumplen para este caso planteado; principalmente resalta de forma visible que la suma de las filas de L son cero y $L = L^T$. Por lo tanto este grafo es adecuado para realizar los experimentos que se desarrollan a lo largo de este capítulo.

3.2. Problema de consenso

Consenso significa buscar un acuerdo respecto al valor de una variable de interés, la cual depende de los estados de todos los agentes que se encuentren en el sistema. Un *algoritmo de consenso* (o protocolo) es una regla de interacción que especifica el intercambio de información entre un agente y todos sus vecinos en la red multiagente. En estos algoritmos la variable de interés es el estado de información de cada agente, por lo que se asume que existe una interacción vecino a vecino entre los integrantes del equipo. En consecuencia, cada agente actualiza su valor de información de acuerdo a los estados de sus vecinos.

Algunas aplicaciones de los algoritmos de consenso son:

- *Rendez vous*: Se considera equivalente a un consenso de posición por un número de agentes con una topología donde la posición es inducida.
- *Flocking* y maniobras de formación: Se inspira en movimientos observados en aves y rebaños, por lo que la topología del sistema es dinámica y el algoritmo de control debe cumplir como regla la prevención de colisiones, relación de velocidad y centro de formación.
- Estabilización de formación: Los agentes deben mantener una forma geométrica preestablecida.

3.3. Consenso en tiempo continuo para un sistema multiagente

De acuerdo al grafo presentado en la Figura 3.3 se considera que existe un sistema multiagente formado por cuatro elementos. El estado de cada agente se denota por x_i y a su vez cada uno presenta la dinámica de un integrador simple que se puede definir como

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i \in N \quad (3.3)$$

donde $u_i(t)$ es la entrada de control y N el número de agentes que constituyen al sistema multiagente. Por lo tanto, la forma matricial de la dinámica de los agentes $x = [x_1, \dots, x_N]^T$, las entradas de control $u = [u_1, \dots, u_N]^T$ y las condiciones iniciales $x(0)$ permiten representar al sistema multiagente (3.3) como:

$$\dot{x}(t) = u(t), \quad x(0) = x_0. \quad (3.4)$$

De acuerdo a [15] el protocolo estándar de consenso para un sistema multiagente se define en (3.5)

$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} (x_i(t) - x_j(t)), \quad (3.5)$$

con N_i que representa a los agentes vecinos j con respecto al elemento i .

Asumiendo que el grafo es conectado y no dirigido ($a_{ij} = a_{ji}$ para todo i, j) la ley de control (3.5) resuelve global y asintóticamente el problema de consenso promedio. El valor promedio de los estados de todos los agentes se define en la ecuación (3.6).

$$x_i(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i \in N} x_i(0). \quad (3.6)$$

Finalmente el sistema en lazo cerrado puede ser escrito en forma vectorial como se muestra en la ecuación (3.7)

$$\dot{x}(t) = -Lx(t), \quad (3.7)$$

donde L es la matriz Laplaciana del grafo analizado en las secciones previas.

3.4. Consenso centralizado para un MAS mediante control disparado por eventos

En esta sección se describe el diseño de una ley de control basado en eventos para un sistema multiagente basándose en el esquema centralizado. Para este propósito, primero es necesario determinar una función de control de Lyapunov y posteriormente el control basado por eventos puede ser desarrollado. En el caso de la aplicación se considera un conjunto de robots móviles (3,0), por lo cual se retoma el caso del grafo no dirigido mostrado en la Figura(3.3) y las matrices de adyacencia y Laplaciana (3.1)-(3.2) respectivamente.

Considere la dinámica del modelo como un integrador simple y además que los teoremas de estabilidad de Lyapunov permiten dar condiciones suficientes para la estabilidad en los puntos de equilibrio. Por lo tanto se toma en cuenta lo siguiente:

- Si una función $V(x)$ satisface la condición (3.8) se dice que es definida positiva. En cambio, si satisface la condición más débil de $V(x) \geq 0$ para $x \neq 0$ se dice ser semidefinida positiva.

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(x) &> 0 \text{ en } u \end{aligned} \tag{3.8}$$

- Una función se dice definida negativa o semidefinida negativa si $-V(x)$ es definida positiva o semidefinida positiva, respectivamente. Si $V(x)$ no tiene signo definido con respecto a alguno de estos casos se dice indefinida.

El teorema de Lyapunov se puede enunciar entonces usando esta nueva terminología: *el origen es estable si existe una función definida positiva y continuamente diferenciable tal que $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa, y es asimétricamente estable si $\dot{V}(x)$ es definida negativa.*

Se propone entonces que para el sistema (3.3) existe una función de control de Lyapunov expresada como

$$V = \frac{1}{2}x^T Lx. \tag{3.9}$$

Para demostrar esta consideración se evalúa la derivada temporal de V a lo largo de

las trayectorias de (3.3):

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \frac{1}{2}\dot{x}^T Lx + \frac{1}{2}x^T L\dot{x} \\
 &= x^T L\dot{x} = x^T L(-Lx) \\
 &= -x^T L Lx \leq 0
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

De acuerdo a este resultado, se puede ver que $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa por lo que es condición suficiente para decir que V es una CLF válida para nuestro sistema.

Por otro lado, se puede observar que el sistema representado en 3.3, puede tomar la forma de un sistema lineal y como consecuencia ser representado mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.11}$$

Así el sistema (3.11) puede ser escrito en la forma $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ considerando $f(x) = Ax$ y $g(x) = B$. Por lo tanto, la técnica de control basada en eventos descrita en la sección 1.5 se puede aplicar de forma sistemática. En consecuencia el siguiente paso es determinar las funciones necesarias $a(x)$ y $b(x)$ para obtener la retroalimentación $k_i(x)$ y la función de evento e . Así, igualando (3.10) con (1.3) resulta:

$$a(x) := \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = 0$$

$$b(x) := \frac{\partial V}{\partial x} g(x) = x^T LI$$

$$\Delta(x) := I$$

$$\bar{\theta}(x) = b(x)b^T(x) - 2a(x) = (x^T LI)(x^T LI)^T = x^T L I I L^T x$$

$$\sigma = 0.9$$

donde I es la matriz identidad. Cabe mencionar que debido a que en la representación del sistema, para este caso del integrador simple, el valor de la matriz A es nulo. Por lo tanto, el valor de $a(x)$ que depende de A y la derivada de la función de Lyapunov es cero. Por otro lado, de acuerdo a lo estipulado en las secciones anteriores el valor de σ se considera entre $0 - 1$.

Así utilizando los valores obtenidos previamente, las ecuaciones que describen la

acción de control y la función de evento quedan expresadas a continuación,

$$k_i(x) := -b_i(x)\delta_i(x)\gamma(x) \quad (3.12)$$

$$\bar{e}(x, m) := -b(x)k(m) - \sigma\sqrt{\bar{\theta}(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T} \quad (3.13)$$

$$\gamma(x) := \begin{cases} \frac{\sqrt{\bar{\theta}(x)b(x)\Delta(x)b(x)^T}}{b(x)\Delta(x)b(x)^T} & \text{if } x \in \mathcal{S} \\ 0 & \text{if } x \notin \mathcal{S} \end{cases} \quad (3.14)$$

Considere ahora el modelo cinemático del robot móvil (3,0) descrito en el capítulo 2, la representación en espacio de estados del sistema se puede definir en (3.15), donde $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ es el vector de la señal de control aplicados para generar los movimientos del robot mediante la traslación en X_w , traslación en Y_w y la orientación θ respectivamente.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \cos \phi - u_2 \sin \phi \\ \dot{x}_2 &= u_1 \sin \phi + u_2 \cos \phi \\ \dot{\theta} &= u_3 \end{aligned} \quad (3.15)$$

De acuerdo a la tercera variable de estado del sistema, se puede observar que la orientación del robot móvil (3,0) tiene la forma de un integrador simple. Por lo tanto, si se considera esta dinámica como se analizó en las secciones anteriores es posible aplicar la ley de control basada en eventos a un conjunto de robots móviles que describen una comunicación bidireccional tal como se presenta en el grafo de la Figura 3.3. El lazo de control para cada agente se define en la ecuación (3.16). Con la finalidad de evitar ambigüedades en la notación entre el modelo cinemático y el sistema multiagente, el estado que corresponde a la orientación θ de los agentes serán denotados por x_{ii} y el control como u_{ii} donde $i = 1, 2, 3, 4$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11} &= u_{11} = -\sum_{j \in N_i} (x_{11} - x_j) \\ \dot{x}_{22} &= u_{22} = -\sum_{j \in N_i} (x_{22} - x_j) \\ \dot{x}_{33} &= u_{33} = -\sum_{j \in N_i} (x_{33} - x_j) \\ \dot{x}_{44} &= u_{44} = -\sum_{j \in N_i} (x_{44} - x_j) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Nótese que si se representa en forma matricial el sistema (3.16), es equivalente a la

matriz Laplaciana (3.2), así el control basado en eventos se aplica de forma sistemática.

El diagrama de la estrategia de control aplicada al sistema multiagente se presenta en la Figura 3.4, donde la línea sólida indica un flujo continuo de la información y la línea discontinua denota que la información solo se envía cuando se cumple la función de evento. El vector de estado actual x se obtiene del sistema multiagente el cual se procesa en la función de evento y determina si se requiere un valor actualizado del control. En caso contrario se mantiene el valor que quedó almacenado en la memoria. Además, la estructura de cada agente se muestra en la Figura 3.5 donde se encuentra el bloque del modelo cinemático y su condición inicial correspondiente.

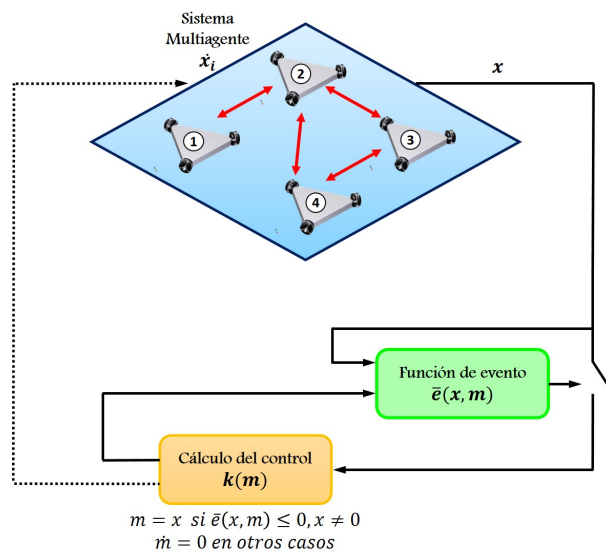


Figura 3.4: Diagrama de la estrategia de control.

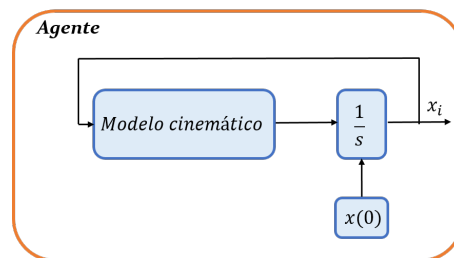


Figura 3.5: Diagrama a bloques de la estructura de los agentes.

3.5. Resultados

Con la finalidad de validar los resultados teóricos obtenidos, se realizan pruebas a través de simulaciones en MATLAB/Simulink. Se utiliza un tiempo $t = 15s$ y las condiciones iniciales para cada agente son definidas en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Condiciones iniciales para el sistema multiagente.

Agente i	x_1	x_2	θ
Agente 1	1	1	$-\pi/4$
Agente 2	0.5	2	0
Agente 3	2	0.5	$5\pi/6$
Agente 4	1.5	1.5	$3\pi/4$

En la Figura 3.6 se muestra la evolución de las trayectorias de los estados x_{ii} de los agentes. Cada robot parte de la condición inicial asignada como información de entrada al bloque de su dinámica. Se puede observar que existe una tendencia a un punto de coincidencia, es decir, convergen al punto promedio de sus condiciones iniciales. Así considerando que se está controlando la orientación de cada robot, el promedio del consenso es equivalente a 1.04 rad . Además, se muestra que el sistema multiagente se estabiliza alrededor del valor promedio del consenso en un tiempo aproximado de $11s$.

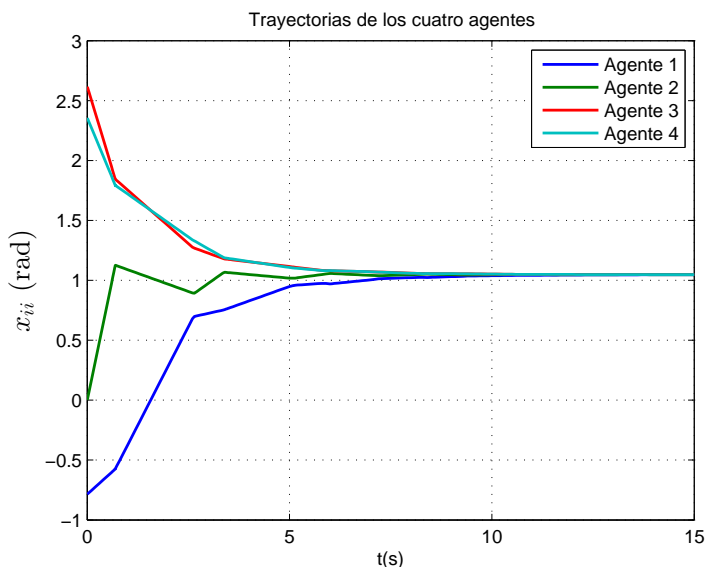


Figura 3.6: Trayectorias de los estados de los agentes.

Por otro lado, en la Figura 3.7 se muestra el desplazamiento de cada agente con

respecto al plano $X_w - Y_w$. Se observa que existe un punto inicial en el que el agente cambia su orientación y una vez que ha llegado al valor deseado, que en este caso es el valor del consenso promedio, se mantiene constante.

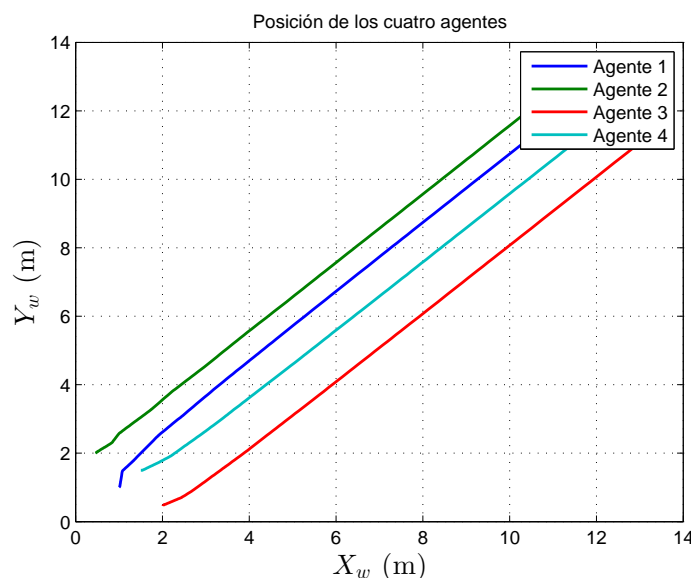


Figura 3.7: Posición de los cuatro agentes en el plano $X_w - Y_w$.

En la Figura 3.8 se muestra el comportamiento de la señal de control u_{ii} . Aquí se puede visualizar que cada agente actualiza su control en el mismo instante de tiempo, esto se debe a que es una estrategia de control de forma centralizada, de tal forma que se asume que existe un sólo dispositivo que envía la señal de control a todo el grupo de agentes. Mientras exista una variación en el comportamiento de los agentes el control se activa y en caso contrario se mantiene el último valor enviado. Además las actualizaciones de la acción de control se efectúan mientras los agentes llegan al valor promedio de consenso, en cuanto esto ocurra el control disminuye aproximando su valor a cero.

La función de Lyapunov se presenta en la Figura 3.9 donde es posible observar su evolución respecto al tiempo. Se muestra que el valor de la función converge de forma exponencial alrededor del valor de cero. Este es el momento en el cual el sistema se estabiliza, es decir el grupo de agentes ha llegado a la orientación deseada.

Finalmente, la bandera de activación de los eventos se muestra en la Figura 3.10. El valor de la bandera es 1 si existe un evento, lo que causa un nuevo cálculo y actualización

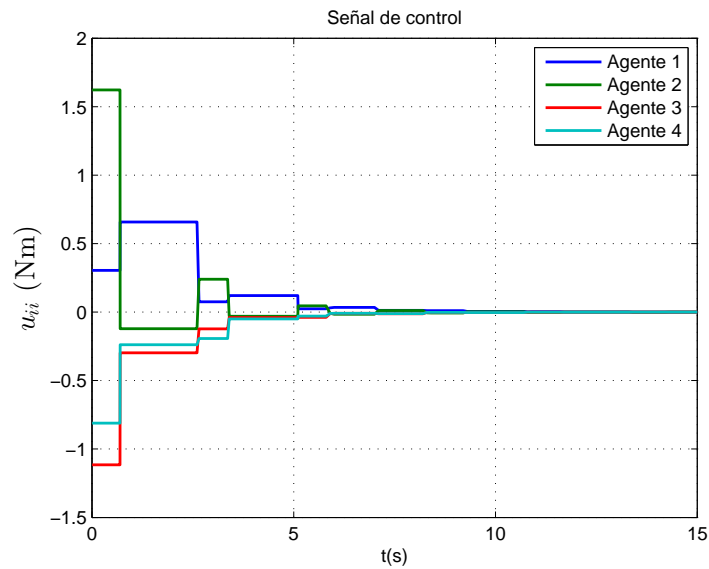


Figura 3.8: Comportamiento de la señal de control para el sistema multiagente.

de la acción de control. En caso contrario la bandera de evento es 0, lo cual representa que se mantiene el último valor enviado que se conservaba la memoria. Es necesario enfatizar que las banderas de eventos para cada agente son iguales, ya que el control es centralizado.

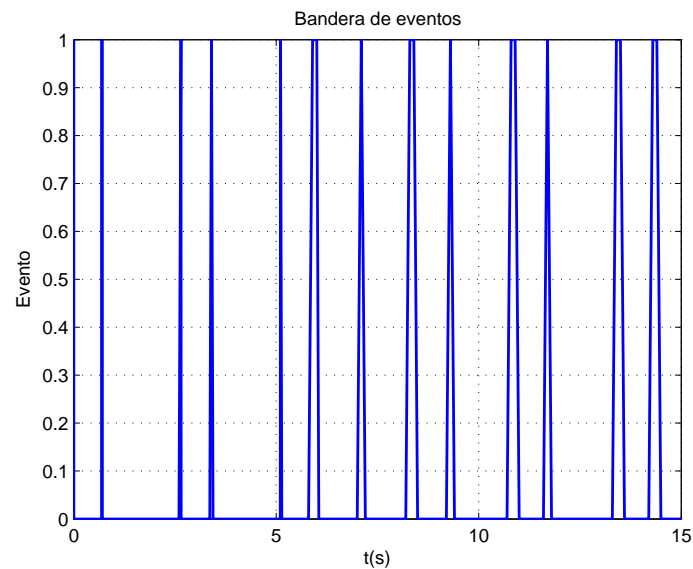


Figura 3.10: Bandera de activación de la función de eventos.

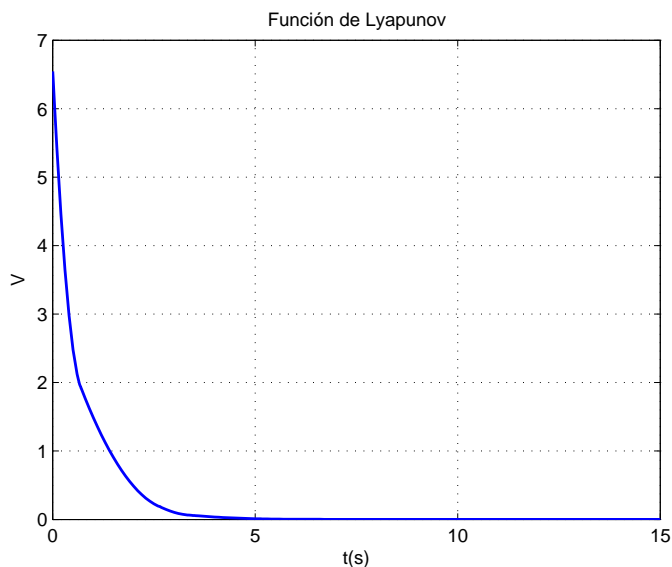


Figura 3.9: Evolución de la función de Lyapunov.

3.6. Conclusiones

En esta capítulo se presentó una estrategia de control disparado por eventos para un sistema multiagente formado por robots móviles (3,0). En este caso, la variable a controlar es la orientación θ del robot móvil, ya que de acuerdo a la representación en espacio de estados, se puede considerar como un integrador simple. El caso de estudio es garantizar la estabilidad asintótica del agente en el sentido de Lyapunov, lo cual se ha demostrado en las secciones anteriores. Por otro lado, las pruebas realizadas mediante simulación han constatado que el control basado en eventos tiene un buen desempeño, sin sacrificar la dinámica del sistema. Como resultado se obtuvo la estabilización asintótica al valor del consenso promedio de las condiciones iniciales del sistema. Se observó además que la fórmula general para el disparo de eventos, puede ser aplicada para sistemas lineales y no lineales como en el capítulo 2. Se corroboró nuevamente que el control se actualiza únicamente cuando la función de evento se cumple y se aplica en el mismo instante de tiempo a cada uno de los agentes que forman el sistema, esto se debe a que el control es de forma centralizada. Es decir, se asume que existe un dispositivo que se encarga de recolectar la información del sistema en general y no de forma individual como sería en un caso descentralizado.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se presentaron dos estrategias de control donde el sistema se encuentra representado por la dinámica del robot móvil (3,0). En la primera etapa se abordó el problema de estabilización mediante un control basado en eventos, el cual se enfoca a considerar al robot móvil como un agente empleando su modelo dinámico en el proceso de diseño de la estrategia de control.

La segunda estrategia de control se aplicó a un sistema multiagente. El sistema multiagente se encuentra formado por un conjunto de agentes, los cuales deben comunicarse con sus vecinos para establecer un acuerdo sobre las tareas asignadas y trabajar así de forma coordinada. Para ello se empleó como caso de estudio el modelo cinemático del robot móvil(3,0) ya que permite representar la orientación de cada robot como un integrador simple. Esta característica ayudó a desarrollar un protocolo de consenso para la orientación de un conjunto de cuatro robots móviles. Por lo tanto, se estableció una arquitectura de control centralizada y un flujo de comunicación bidireccional entre los agentes. Es decir, se asume que existe un dispositivo que se encarga de recolectar la información del sistema en general y no de forma individual como sería en un caso descentralizado.

Se observó además que la fórmula general para el disparo de eventos, puede ser aplicada para sistemas lineales y no lineales. En ambos casos se garantizó una estabilidad asintótica en el sentido del Lyapunov, lo cual se demostró en las secciones previas mediante simulaciones. De acuerdo a las pruebas realizadas mediante simulación, se comprobó que el enfoque basado en eventos en este tipo de sistemas tiene un buen desempeño debido a que se rige por la función de evento, la cual

permite que el cálculo de control se actualice únicamente cuando es necesario y en consecuencia se demuestra que existe una reducción significativa en el uso de los recursos computacionales. Esta es la principal ventaja, ya que pueden emplearse sistemas embebidos de bajo poder computacional para la implementación de este tipo de leyes de control provocando un ahorro de energía.

Esta propuesta de solución para el control de sistemas multiagentes ha demostrado tener un buen funcionamiento y se corroboró el principio fundamental del enfoque basado en eventos: el control se activa únicamente en el momento en que un conjunto de reglas lógicas se cumplen, dando como consecuencia una nueva entrada al sistema. Lo que en cuanto a los sistemas multiagentes se refiere los resultados obtenidos son una aportación importante para la problemática que existe en los canales de comunicación ya que estos regularmente son limitados. Por lo tanto, para mejorar el flujo de información en el sistema es necesario emplear técnicas de control que permitan optimizar el uso de los recursos y reducir costos, las cuales son ventajas del control basado en eventos.

Los resultados obtenidos hasta ahora pueden ser aplicados a diversos sistemas que se encuentren representados mediante un integrador simple. Sin embargo, podrían extenderse para analizar sistemas que se representen mediante un doble integrador.

Finalmente, este trabajo de investigación es un preámbulo para desarrollar trabajos futuros donde se vea implicada una aplicación específica (formación, flocking, rendez-vous), en la cual se pueden tomar las siguientes direcciones:

- Analizar un sistema multiagente que presente una topología de comunicación de forma unidireccional.
- Aplicar el consenso promedio para abordar un problema de formación y comprobar de forma experimental el desempeño de la ley de control basado en eventos, mediante su implementación en un sistema embebido.
- Extender los resultados obtenidos para no sólo considerar la orientación del agente, sino representar al sistema como un doble integrador, el cual permita trabajar con los grados de libertad del sistema en general.

Modelos cinemático y dinámico del robot móvil (3,0)

A.1. Modelo cinemático

El robot móvil (3,0) es un robot holónimo con tres ruedas omnidireccionales y por lo tanto, es capaz de moverse en cualquier dirección con cualquier orientación. Bajo estas características y de acuerdo con [59] y [60] el proceso para obtener el modelo cinemático se describe a continuación.

El vector de la velocidad lineal V_{ri} para la rueda está dado por:

$$\begin{aligned} V_{ri} &= \frac{ds_i}{dt}, \\ ds_i &= rd\theta_i, \end{aligned} \tag{A.1}$$

donde r es el radio de la rueda y θ el radio de giro. Además,

$$V_i = \dot{\theta}_i = rw_i. \tag{A.2}$$

Con respecto al marco de referencia $[X_m, Y_m]$ la velocidad lineal en la tercera rueda está dada por

$$r\dot{\theta}_3 = L\dot{\phi} + \dot{x}_m, \tag{A.3}$$

donde L es la distancia del marco de referencia $[X_m, Y_m]$ al centro de cada una de las

ruedas. Por otra parte, para la primera rueda se tiene que

$$r\dot{\theta}_1 = L\dot{\phi} + V_{L_1}, \quad (\text{A.4})$$

donde V_{L_1} es la contribución de la suma de la magnitud de las proyecciones de las velocidades en x_m y y_m en esa dirección. Sea δ el ángulo entre los vectores $r\dot{\theta}_i$, $i = 1, 2, 3$ y el marco de referencia $[X_m, Y_m]$, se tiene entonces:

$$\sin(\delta) = \frac{-\dot{x}_m}{V_{L_1}} \quad y \quad \cos(\delta) = \frac{\dot{y}_m}{V_{L_1}}, \quad (\text{A.5})$$

esto es $-\dot{x}_m = V_{L_1} \sin(\delta)$ y $\dot{y}_m = V_{L_1} \cos(\delta)$, con lo que se obtiene

$$\begin{aligned} -\sin(\delta)\dot{x}_m + \dot{y}_m \cos(\delta) &= V_{L_1} \sin^2(\delta) + V_{L_1} \cos^2(\delta), \\ V_{L_1} &= -\sin(\delta)\dot{x}_m + \dot{y}_m \cos(\delta). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Entonces la ecuación (A.4) puede reescribirse como,

$$r\dot{\theta}_1 = L\dot{\phi} - \sin(\delta)\dot{x}_m + \dot{y}_m \cos(\delta). \quad (\text{A.7})$$

Para la rueda dos se tiene que

$$\begin{aligned} r\dot{\theta}_2 &= L\dot{\phi} + V_{L_2}, \\ V_{L_2} &= -\sin(\delta)\dot{x}_m - \dot{y}_m \cos(\delta). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Por lo tanto, la ecuación se reescribe como

$$r_r\dot{\theta}_2 = L\dot{\phi} - \sin(\delta)\dot{x}_m - \dot{y}_m \cos(\delta). \quad (\text{A.9})$$

De los desarrollos anteriores el modelo de la cinemática inversa para el marco de referencia interno resulta ser,

$$\begin{aligned} r\dot{\theta}_1 &= L\dot{\phi} - \sin(\delta)\dot{x}_m + \dot{y}_m \cos(\delta), \\ r\dot{\theta}_2 &= L\dot{\phi} - \sin(\delta)\dot{x}_m - \dot{y}_m \cos(\delta), \\ r\dot{\theta}_3 &= L\dot{\phi} + \dot{x}_m. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Nótese que el marco de referencia fijo para el espacio de trabajo esta dado por

$[X_w, Y_w]$ por lo tanto, considerando la transformación

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

donde

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

es la matriz de rotación alrededor del eje ortogonal al plano. La transformación inversa de la ecuación (A.11) es

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo (A.13) en la ecuación (A.10) se tiene:

$$\begin{aligned} r\dot{\theta}_1 &= L\dot{\phi} - \dot{x}_w \cos(\phi) \sin(\delta) - \dot{x}_w \sin(\phi) \cos(\delta) - \dot{y}_w \sin(\phi) \sin(\delta) + \dot{y}_w \cos(\phi) \cos(\delta), \\ r\dot{\theta}_2 &= L\dot{\phi} - \dot{x}_w \cos(\phi) \sin(\delta) + \dot{x}_w \sin(\phi) \cos(\delta) - \dot{y}_w \sin(\phi) \sin(\delta) - \dot{y}_w \cos(\phi) \cos(\delta), \\ r\dot{\theta}_3 &= L\dot{\phi} + \dot{x}_w \cos(\phi) + \dot{y}_w \sin(\phi). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

La utilización de identidades trigonométricas adecuadas permiten la simplificación de la ecuación (A.14) dada por

$$\begin{aligned} r\dot{\theta}_1 &= -\dot{x}_w \sin(\delta + \phi) + \dot{y}_w \cos(\delta + \phi) + L\dot{\phi}, \\ r\dot{\theta}_2 &= -\dot{x}_w \sin(\delta + \phi) - \dot{y}_w \cos(\delta + \phi) + L\dot{\phi}, \\ r\dot{\theta}_3 &= \dot{x}_w \cos(\phi) + \dot{y}_w \sin(\phi) + L\dot{\phi}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto las ecuaciones que describen la cinemática inversa del robot móvil omnidireccional están descritas verticalmente por:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -\sin(\delta + \phi) & \cos(\delta + \phi) & L \\ -\sin(\delta + \phi) & -\cos(\delta + \phi) & L \\ \cos \phi & \sin \phi & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

El mapeo inverso de la ecuación (A.16) produce:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(\sin \phi)L - L \cos(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{(\sin \phi)L - L \cos(\delta + \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{L \cos(\delta + \phi) + L \cos(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} \\ \frac{(\cos \phi)L + L \sin(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{-(\cos \phi)L - L \sin(\delta + \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{L \sin(\delta + \phi) - L \sin(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} \\ \frac{\cos \delta}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{\cos \delta}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{\sin 2\delta}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r\dot{\theta}_1 \\ r\dot{\theta}_2 \\ r\dot{\theta}_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Considerando ahora la relación $2 \sin \delta = \frac{\sin 2\delta}{\cos \delta}$ y las propiedades de la suma de los ángulos es posible simplificar algunos de los términos de la ecuación (A.17)

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(\sin \phi)L - L \cos(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{(\sin \phi)L - L \cos(\delta + \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{L \cos(\phi)}{L + L \sin \delta} \\ \frac{(\cos \phi)L + L \sin(\delta - \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{-L(\cos \phi)L - L \sin(\delta + \phi)}{2(\cos \delta)L + L \sin 2\delta} & \frac{L \sin \phi}{L + L \sin \delta} \\ \frac{1}{2L + 2L \sin \delta} & \frac{1}{2L + 2L \sin \delta} & \frac{\sin \delta}{L + L \sin \delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r\dot{\theta}_1 \\ r\dot{\theta}_2 \\ r\dot{\theta}_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Finalmente el modelo del robot móvil (3,0) queda representado por la ecuación (A.18), donde se puede observar que los grados de libertad del robot móvil son la traslación en x_w , la traslación en y_w y la rotación ϕ_w . Los cuales quedan en función del valor de las velocidades angulares de cada rueda del móvil.

A.2. Modelo dinámico

La dinámica considera la evolución de la posición, velocidad y aceleración del robot en respuesta a los pares de actuación de las ruedas. A continuación se muestra el desarrollo del modelo dinámico del robot móvil (3,0).

La matriz R es la relación entre las velocidades angulares de las ruedas, por otro lado es el elemento análogo a la matriz Jacobiana en el caso de los manipuladores. En la vista isométrica del robot móvil que se muestra en la Figura 2.1 puede identificarse un sistema de coordenadas inercial $\{w\}$ y un sistema de coordenadas $\{m\}$ con el origen en el centro de masas del robot, donde m e I_z representan la masa e inercia del robot móvil, r y J son el radio y la inercia de las ruedas y L la distancia entre el centro de masas del robot móvil.

Sea C el centro de masas del robot móvil omnidireccional. El marco de referencia $\{w\}$ se alinea con el marco $\{m\}$, la velocidad del centro de masas con respecto al marco fijo está dada por

$$V_c = [V_{x_w}, V_{y_w}]. \quad (\text{A.19})$$

La energía cinética del robot móvil omnidireccional está dada por la energía cinética rotacional de cada una de las ruedas, y por las energías cinéticas traslacional y rotacional del vehículo. La contribución de la energía cinética producida por los rodillos de las ruedas del vehículo no se considera. Entonces el Lagrangiano del sistema está dado por:

$$L = \frac{1}{2}[m(V_c \cdot V_c) + I_z \dot{\phi}^2 + \sum_{i=1}^3 J \dot{\theta}_i^2]. \quad (\text{A.20})$$

Considerando el producto punto de $V_c \cdot V_c$, el lagrangiano resulta ser

$$L = \frac{1}{2}[m(V_{x_w}^2 + V_{y_w}^2) + I_z \dot{\phi}^2 + \sum_{i=1}^3 J \dot{\theta}_i^2]. \quad (\text{A.21})$$

Por lo tanto, considerando las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = F_j, \quad j = 1, \dots, 6 \quad (\text{A.22})$$

donde en este caso q_j resulta ser el conjunto de coordenadas generalizadas y F_j el conjunto de fuerzas generalizadas. Las fuerzas generalizadas correspondientes a θ_i , $i = 1, \dots, 3$ están dadas por $\tau_i - F_{t_i} r$, $i = 1, \dots, 3$, donde τ_i son las entradas de torque aplicado a cada una de las ruedas y $F_{t_i} r$ son las fuerzas de tracción. Es decir, la dinámica individual de las ruedas está acoplada a la dinámica del robot a través de estas fuerzas de tracción si no se cumple la condición ideal de rodamiento (2.2). Para obtener las fuerzas generalizadas para $[X_w \ Y_w \ \phi]$ se tiene que escribir F_{t_i} actuando en las llantas a lo largo de dos grados de libertad cartesianos. Esto se puede realizar con la matriz de transformación R^T de la ecuación (2.2), de esta forma las 6 fuerzas generalizadas pueden ser escritas como:

$$F = \{r R^T (F_{t1} F_{t2} F_{t3})^T, \tau_1 - F_{t1} r, \tau_2 - F_{t2} r, \tau_3 - F_{t3} r\} \quad (\text{A.23})$$

Desarrollando ahora los componentes de la ecuación (A.22), donde L es el

lagrangiano obtenido en (A.21) se tiene,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \begin{pmatrix} mV_{x_w} \\ mV_{y_w} \\ I_z \dot{\phi} \\ J_1 \dot{\theta}_1 \\ J_2 \dot{\theta}_2 \\ J_3 \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.26})$$

Por último,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \begin{pmatrix} m\dot{V}_{x_w} \\ m\dot{V}_{y_w} \\ I_z \ddot{\phi} \\ J_1 \ddot{\theta}_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 \\ J_3 \ddot{\theta}_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

Las componentes de la velocidad del centro de masa V_c referidas al marco coordinado fijo $\{w\}$ están dadas por:

$$\begin{aligned} V_{x_w} &= \dot{x}_m - \dot{\phi} y_m, \\ V_{y_w} &= \dot{y}_m - \dot{\phi} x_m. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Entonces las componentes de la aceleración del centro de masas \dot{V}_c pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{V}_{x_w} &= \ddot{x}_m - \dot{\phi} \dot{y}_m, \\ \dot{V}_{y_w} &= \ddot{y}_m - \dot{\phi} \dot{x}_m. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Sustituyendo la ecuación (A.29) en la ecuación (A.27) se tiene que las ecuaciones de Euler-Lagrange que describen el comportamiento dinámico del vehículo producen el sistema de ecuaciones definido en (A.30)-(A.31).

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi} \end{pmatrix} + \dot{\phi} \begin{pmatrix} 0 & -m & 0 \\ m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{pmatrix} = rR^T \begin{pmatrix} F_{t1} \\ F_{t2} \\ F_{t3} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.30})$$

$$\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} F_{t1} \\ F_{t2} \\ F_{t3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

Estas últimas ecuaciones describen la dinámica del vehículo considerando los efectos producidos por los pares de control, interacción del contacto de las ruedas con el suelo, las fuerzas inerciales y de coreolis. Este sistema es de seis grados de libertad, esto debido a que no existe ninguna relación entre θ_i , $\forall i = 1, 2, 3$ y $V_1, V_2, \dot{\phi}$ para la condición ideal de rodamiento descrita por la ecuación (2.2).

Con el fin de simplificar la notación utilizada en las ecuaciones (A.30) y (A.31) defínase

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}, \dot{V} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & -m & 0 \\ m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{pmatrix}$$

$$F_t = \begin{pmatrix} F_{t1} \\ F_{t2} \\ F_{t3} \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}, \ddot{\theta} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{pmatrix},$$

con lo cual se puede reescribir al sistema anterior como

$$M\dot{V} + \phi\dot{Q}V = rR^T F_t, \quad (\text{A.32})$$

$$J\ddot{\theta} + rF_t = \tau. \quad (\text{A.33})$$

La dinámica de las ruedas está dada por la ecuación (A.33), así multiplicando

(A.33) por $[R]^T$ tenemos que:

$$R^T J \ddot{\theta} + R^T r F_t = R^T \tau, \quad (\text{A.34})$$

despejando $R^T r F_t$ de esta ecuación y sustituyéndolo en la ecuación (A.32):

$$M \dot{V} + \phi \dot{Q} V = -R^T J \ddot{\theta} + R^T \tau, \quad (\text{A.35})$$

esto es

$$M \dot{V} + \phi \dot{Q} V + R^T J \ddot{\theta} = R^T \tau. \quad (\text{A.36})$$

Se tiene entonces que la condición ideal de rodamiento $\dot{\theta} = RV$ y dado que R es una matriz constante $\dot{\theta} = R\dot{V}$. Sustituyendo dichas condiciones en la ecuación (A.36) y reagrupando se tiene:

$$\{M + R^T J R\} \dot{V} + \phi \dot{Q} V = R^T \tau. \quad (\text{A.37})$$

Retomando la notación original, es decir, sustituyendo los valores de las matrices $[M]$, $[J]$, $[R][\dot{V}]$, $[V]$ y $[Q]$ en la ecuación (A.37) y asumiendo que las inercias de las ruedas son iguales $J_1 = J_2 = J_3 = J$ se tiene que:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \frac{3}{2}J + m & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}J + m & 0 \\ 0 & 0 & I_z + 3L^2J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi} \end{pmatrix} + \dot{\phi} \begin{pmatrix} 0 & -m & 0 \\ m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2r} & -\frac{1}{2r} & \frac{1}{r} \\ \frac{\sqrt{3}}{2r} & -\frac{\sqrt{3}}{2r} & 0 \\ \frac{L}{r} & \frac{L}{r} & \frac{L}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

La transformación de la ecuación (A.38) al marco de referencia fijo $X_w - Y_w$ se realiza a partir del mapeo,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \end{pmatrix}. \quad (\text{A.39})$$

Despejando \dot{x}_w e \dot{y}_w y derivando se tiene que

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_w \\ \ddot{y}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\phi)\dot{\phi} & -\cos(\phi)\dot{\phi} \\ \cos(\phi)\dot{\phi} & -\sin(\phi)\dot{\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{pmatrix}. \quad (\text{A.40})$$

Sustituyendo en la ecuación (A.40) los valores de \ddot{x}_m , \ddot{y}_m , \dot{x}_m , \dot{y}_m resulta como

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_w \\ \ddot{y}_w \\ \ddot{\phi} \end{pmatrix} = \dot{\phi} \begin{pmatrix} 0 & 2r^2 \frac{m}{3J+2r^2m} - 1 & 0 \\ 1 - 2r^2 \frac{m}{3J+2r^2m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{r(-\cos\phi - \sqrt{3}\sin\phi)}{3J+2r^2m} & \frac{r(\sqrt{3}\sin\phi - \cos\phi)}{3J+2r^2m} & \frac{2r\cos\phi}{3J+2r^2m} \\ \frac{r(\sqrt{3}\cos\phi - \sin\phi)}{3J+2r^2m} & \frac{r(-\sqrt{3}\cos\phi - \sin\phi)}{3J+2r^2m} & \frac{2r\sin\phi}{3J+2r^2m} \\ \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} & \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} & \frac{rL}{3JL^2+r^2I_z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.41})$$

Reescribiendo las ecuaciones de Euler-Lagrange que describen el movimiento del robot móvil omnidireccional referenciado al marco fijo $[X_w, Y_w]$ toman la forma descrita en la ecuación (A.41), la cual describe finalmente el modelo dinámico del robot móvil omnidireccional.

Internship Period: Control law design for an omnidirectional robot with Mecanum wheel

B.1. Abstract

In this section, a report about the activities realized in the Institut des Sciences du Mouvement (ISM,Aix-Marseille Université) is presented. First the preliminaries section is presented and also the realized activities are described. In addition, results are shown with the purpose review the advances during the internship months.

B.2. Introduction

The omnidirectional mobile robot is a system with three degrees of freedom. This characteristic allows it to move in any directions with any orientations. This is a main advantage in comparison with car-like mobile robots,which require a rotational movement before doing a translational movement).

Three wheels structure using *Omni-wheel* and four wheels structure using *Mecanum wheel* are the representative examples of the omnidirectional platforms. In this study, the Nexus omnidirectional mobile platform, with Mecanum wheels is concerned here.

The control algorithms implemented in mobile robots are generally designed using the kinematic or dynamic model. However, the application of kinematic model in different control laws is very useful, because of its structure, it does not depend on dynamic changes in the mobile robot parameters, such as mechanics imperfections or

wearing damages [49]. Moreover, it does not involve an identification process to get the dynamical model. These are the main reasons why the kinematic model is used in this work.

B.3. General objective

The objective is to develop and implement a global control technique to apply to an omnidirectional robot called Nexus Omni4WD, using a particular (bioinspired) visual sensor. The sensor, which gives an information on the distance and the orientation with respect to a given target, will be emulated based on a motion capture system (Vicon technology). The control strategy, allowing to stabilize the robot to a constant distance and null orientation with respect to the target, will be implemented on a Gumstix Overo platform using the RT-MaG toolbox.

B.4. Preliminaries

Nexus Omni4WD Robot

The Mecanum wheel mobile platform vehicle is stable and can be made to move in any direction and turn by varying the direction and speed of each wheel (Figure B.1). Moving all four wheels in the same direction causes forward/backward movement, running left/right sides in opposite directions causes rotation, and running front/rear in opposite directions causes rotation, and running front and rear in opposite directions causes sideways movement (view Figure B.4).

The Nexus Omni4WD robot has elements such as:

- 4WD 100mm Mecanum wheel
- IR sensors and ultrasonic sensors
- Suspension structure to ensure roadholding of each single wheel
- DC motors with encoders
- Microcontroller and IO expansion board
- Programmable with c, c++ and Based in arduino microcontroller.

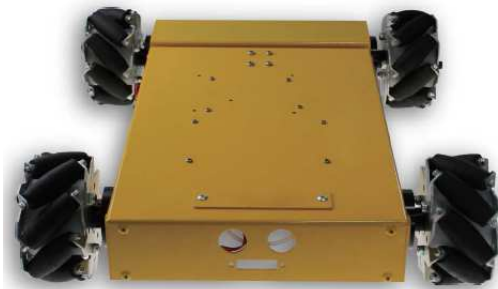


Figura B.1: Nexus Omni4WD robot.

RT-MaG Toolbox

The RT-MaG (Real- Time Marseille Grenoble Project) is a project supported by the Gipsa-Lab (Grenoble, France) and the Institute of Movement Science (ISM, Marseille, France).

RT-MaG consists of a rapid prototyping tool chain for autonomous robotic applications using Matlab Simulink. This toolbox allows to program and monitor directly a Computer On Module (COM) through Matlab Simulink. RT-MaG toolbox gives direct access to the I/Os through intuitive masked Simulink blocks. Finally, the user just needs to design its Simulink model with the wished I/Os.

Flying Arena

The Flying Arena (6m x 8m x 6m height) is a precise motion capture system composed of 17 high-resolution T40s Vicon cameras based on the principle of inverse projection and triangulation (Figure B.2). The flight space can be reconfigured on demand by moving down or up the motorized metallic structure supporting the cameras.

B.5. Activities and results

The activities developed for getting the main objective at this time are described in the next sections.



Figura B.2: Flying Arena in ISM, Marseille(Photo S. Viollet and F. Ruffier).

B.5.1. Identify the parameters of mobile robot

The Mecanum wheel mobile platform with mecanum wheels moves in any direction and turn by varying the speed of each wheel (Figure B.3). Moving the four wheels in the same direction causes forward/backward movement, running left/right sides in opposite directions causes rotation and running front/rear in opposite directions causes sideway movements (view Figure B.4). Due to the kinematic model will be used to develop the control law, in the Table B.2 are presented the main parameters that are required in this work.

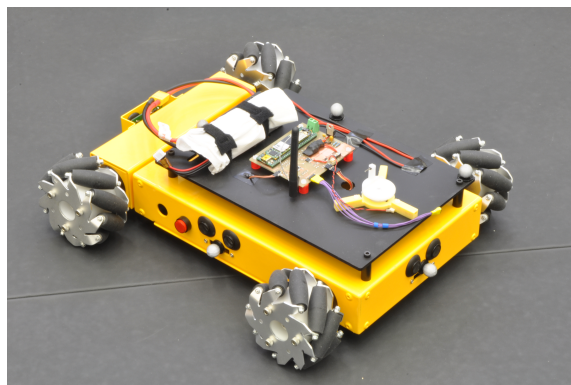


Figura B.3: Nexus Omni4WD robot.

Nexus mecanum robot specifications are presented in Table B.1.

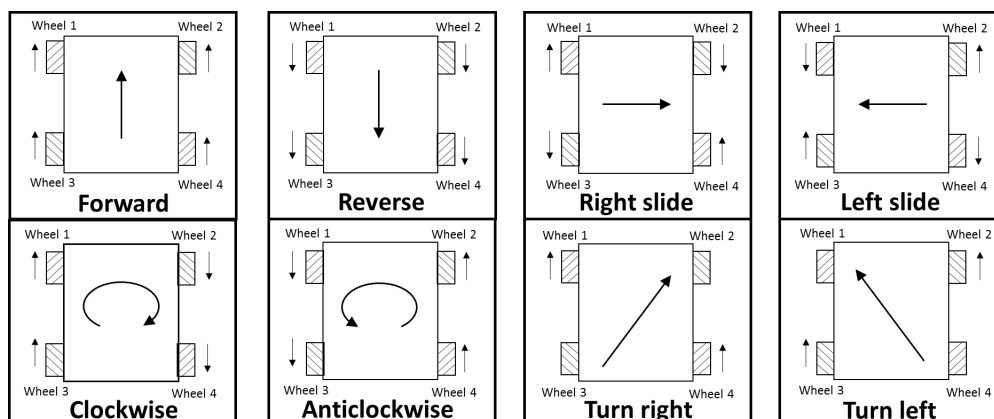


Figura B.4: Co-effect of 4 Mecanum wheels.

Tabla B.1: Parameters of Nexus mecanum robot.

Parameters	Description	Value	Units
R_w	Radius of wheel	0.050	m
L	Half length L in axis X	0.15	m
l	Half width l in axis Y	0.15	m
I_w	Wheel's moment of inertia	5 e-4	$kg \cdot m^2$
I_z	Robot's moment of inertia along Z-axis	0.0402	$kg \cdot m^2$
m	Total mass of the robot	4.2	kg
m_w	Mass of the wheel	0.4	kg

B.5.2. Review the kinematic and dynamic models of Nexus robot

Kinematic model

The kinematic studies the movement of the mobile robot according to its geometry. For this reason, let assume that the mobile robot is a rigid frame equipped with nondeformable wheels and that it is moving on a horizontal plane (Campion, 1996). The representation of the robot is showed in FigureB.15.

The inversed kinematics equation reflects the mapping relationship between the speeds of the four Mecanum wheels and the center speed of the moving mechanism. The qualities of the Jacobian matrix directly reflect the natures and characteristics of the moving body. If the mobile body's Jacobian matrix of the inversed kinematics equation is not fully ranked, then the moving mechanism will have singularity, and this means the kinematic agencies will lose some degrees of freedom, so that the moving

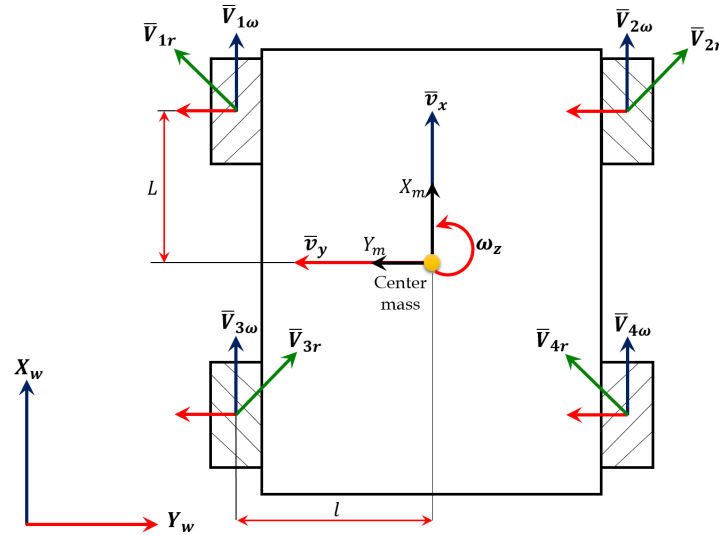


Figure B.5: Diagram of Nexus Mecanum Robot in the plane XY .

mechanism cannot achieve a full-directional movement. Therefore, it is mandatory that the moving mechanism has three degrees of freedom to achieve full movements.

Each individual wheel contributes to the robot motion as well as, imposes constraints on robot motion. Wheels are tied together based on robot chassis geometry, and therefore their constraints combine to form constraints on the overall motion of the robot chassis [61].

The kinematic model is described in [62], [63] and [64]. First, the notations for the robot and wheels parameters in the model development are indicated in Table B.2.

Tabla B.2: Notations for the wheels and the robot.

Notation	Description
V_{iw} ($i = 1, 2, 3, 4$)	Velocity corresponding to wheel rotation.
V_{ir} ($i = 1, 2, 3, 4$)	Tangential velocity of the free roller touching the locomotion surface.
V_{iX}, V_{iY} ($i = 1, 2, 3, 4$)	Vector components of V_{ir} along X and Y respectively.
R_w	Radius of omnidirectional wheel.
ω_{iw}	Angular velocity of the omnidirectional wheel.
v_x	Linear speed component of the omnidirectional robot on X.
v_y	Linear speed component of the omnidirectional robot on Y.
ω_z	Angular velocity of the omnidirectional robot.

Inverse kinematic model

Based on Figure B.15, V_{iX} is derived from the wheel velocity V_{iw} and $V_{ir} \cdot \cos(45^\circ)$. Similarly, V_{iY} is obtained from $V_{ir} \cdot \sin(45^\circ)$. As a result, the components of vectors V_{iX} and V_{iY} are:

$$\begin{aligned} V_{1X} &= V_{1w} + \frac{V_{1r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{1Y} = \frac{V_{1r}}{\sqrt{2}} \\ V_{2X} &= V_{2w} + \frac{V_{2r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{2Y} = -\frac{V_{2r}}{\sqrt{2}} \\ V_{3X} &= V_{3w} + \frac{V_{3r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{3Y} = -\frac{V_{3r}}{\sqrt{2}} \\ V_{4X} &= V_{4w} + \frac{V_{4r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{4Y} = \frac{V_{4r}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

The same vectors can also be expressed from the robot speed vectors:

$$\begin{aligned} V_{1X} &= v_x - l\omega_z \quad , \quad V_{1Y} = v_y + L\omega_z \\ V_{2X} &= v_x + l\omega_z \quad , \quad V_{2Y} = v_y + L\omega_z \\ V_{3X} &= v_x - l\omega_z \quad , \quad V_{3Y} = v_y - L\omega_z \\ V_{4X} &= v_x + l\omega_z \quad , \quad V_{4Y} = v_y - L\omega_z \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Substituting (B.2) in (B.1) gives:

$$\begin{aligned} V_{1w} &= v_x - v_y - (L + l)\omega_z \\ V_{2w} &= v_x + v_y + (L + l)\omega_z \\ V_{3w} &= v_x + v_y - (L + l)\omega_z \\ V_{4w} &= v_x - v_y + (L + l)\omega_z \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Then, expressing the equation (B.3) in a matrix form results as (B.4), which represents the inverse kinematics equation:

$$V_w = J_0 V_0 \quad (\text{B.4})$$

where $V_w = [V_{1w} \ V_{2w} \ V_{3w} \ V_{4w}]^T$ is the velocity vector and $V_0 = [v_x \ v_y \ \omega_z]^T$ is the robot velocity vector in Cartesian coordinates.

The transformation matrix J_0 can be expressed as:

$$J_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(l + L) \\ 1 & 1 & (l + L) \\ 1 & 1 & -(l + L) \\ 1 & -1 & (l + L) \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

The angular velocities of the wheels are obtained from the relation (B.4):

$$\begin{bmatrix} \omega_{1w} \\ \omega_{2w} \\ \omega_{3w} \\ \omega_{4w} \end{bmatrix} = \frac{1}{R_w} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(l+L) \\ 1 & 1 & (l+L) \\ 1 & 1 & -(l+L) \\ 1 & -1 & (l+L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Forward kinematic model

To determine the velocity of the robot, the pseudo inverse matrix J_0^+ is determined with:

$$J_0^+ = (J_0^T J_0)^{-1} J_0^T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} & -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

As the following equation is an identity matrix, it can be used as the invert matrix :

$$J_0^+ \cdot J_0 = I_3 \quad (\text{B.8})$$

Left multiplying the pseudo inverse matrix (B.4) by J_0^+ gives:

$$V_0 = J_0^+ V_w \quad (\text{B.9})$$

Then the forward kinematics equations with the velocities of the omnidirectional robot v_x , v_y and ω_z are given by:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J_0^+ \begin{bmatrix} \omega_{1w} \\ \omega_{2w} \\ \omega_{3w} \\ \omega_{4w} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} & -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{1w} \\ \omega_{2w} \\ \omega_{3w} \\ \omega_{4w} \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Considering the relation $\omega_{iw} = R_w \dot{\theta}_i$ the result can be expressed as:

$$\begin{aligned}
 v_x &= \frac{R_w}{4}(\dot{\theta}_{1w} + \dot{\theta}_{2w} + \dot{\theta}_{3w} + \dot{\theta}_{4w}) \\
 v_y &= \frac{R_w}{4}(-\dot{\theta}_{1w} + \dot{\theta}_{2w} + \dot{\theta}_{3w} - \dot{\theta}_{4w}) \\
 \omega_z &= \frac{R_w}{4(L+1)}(-\dot{\theta}_{1w} + \dot{\theta}_{2w} - \dot{\theta}_{3w} + \dot{\theta}_{4w})
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

Global frame

The forward and inverse kinematic models of the robot are formulated in a local frame. The position and orientation of the vehicle in the global frame (in the world) is denoted by the vector $[x_w \ y_w \ \psi]^T$. Both frames have a transformation matrix expressed by:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\psi}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \tag{B.13}$$

Substituting (B.9) and (B.13) gives the forward kinematic model:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\psi}_w \end{bmatrix} = J^+(\theta)V_w \tag{B.14}$$

where the transformed matrix $J(\psi)$ is defined by

$$J^+(\psi) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2}\sin\psi_1 & \sqrt{2}\cos\psi_1 & \sqrt{2}\cos\psi_1 & \sqrt{2}\sin\psi_1 \\ -\sqrt{2}\cos\psi_1 & \sqrt{2}\sin\psi_1 & \sqrt{2}\sin\psi_1 & -\sqrt{2}\cos\psi_1 \\ -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} & -\frac{1}{L+l} & \frac{1}{L+l} \end{bmatrix} \tag{B.15}$$

and $\psi_1 = \psi + \pi/4$. Similarly, since the transformation $J(\psi)$ exists its the pseudo inverse matrix $J^+(\psi)$, the inverse kinematics model of the mobile robotics expressed by

$$V_w = J(\psi) \begin{bmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\psi}_w \end{bmatrix} \tag{B.16}$$

where

$$J(\psi) = \begin{bmatrix} \sqrt{2}\sin\psi_1 & -\sqrt{2}\cos\psi_1 & -(L+l) \\ \sqrt{2}\cos\psi_1 & \sqrt{2}\sin\psi_1 & (L+l) \\ \sqrt{2}\cos\psi_1 & \sqrt{2}\sin\psi_1 & -(L+l) \\ \sqrt{2}\sin\psi_1 & -\sqrt{2}\cos\psi_1 & (L+l) \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

and

$$J^+ J = I_3 \quad (\text{B.18})$$

B.5.3. Control law design

We consider the control law presented in [65] to apply at this particular case. Let $x = [x_{11} \ x_{12} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{31} \ x_{32}]^T = [f \ x_w \ x_w \ f \ y_w \ y_w \ f \ \psi_w \ \psi_w]^T$ be the states vector and $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \dot{\psi}_m]^T$ is the control vector. Now the representation in states space of the system (B.13) in (B.19).

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11} &= x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= u_1 \cos(x_{32}) - u_2 \sin(x_{32}) \\ \dot{x}_{21} &= x_{22} \\ \dot{x}_{22} &= u_1 \sin(x_{32}) + u_2 \cos(x_{32}) \\ \dot{x}_{31} &= x_{32} \\ \dot{x}_{32} &= u_3 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

With the purpose to delete the non-linear terms in the model (B.19), we consider the next non-linear control defined in the next step, where r_i are signals with $i = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned} u_1 &= \cos(x_{32})r_1 + \sin(x_{32})r_2 \\ u_2 &= -\sin(x_{32})r_1 + \cos(x_{32})r_2 \\ u_3 &= r_3 \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

With (B.19) and (B.20) becomes subsystems Σ_i with $i = 1, 2, 3$, where Σ_1 and Σ_2 are the translational movement equations and Σ_3 is the rotational movement equation.

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &:= \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = r_1 \end{cases} \\ \Sigma_2 &:= \begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22} \\ \dot{x}_{22} = r_2 \end{cases} \\ \Sigma_3 &:= \begin{cases} \dot{x}_{31} = x_{32} \\ \dot{x}_{32} = r_3 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

If we consider a stabilization point in the coordinated plane XY , we could propose a vector with the desired positions $z_d = [z_{1d} \ z_{2d} \ z_{3d}] = [x_d \ y_d \ \psi_d]$ and the vector of actual states $[x \ y \ \psi]$ then expressing the system in the error coordinates e_i gives:

$$\begin{aligned} e_1 &= x - z_{1d} \quad ; \quad e_{1int} = \int x - \int z_{1d} \\ e_2 &= y - z_{2d} \quad ; \quad e_{2int} = \int y - \int z_{2d} \\ e_3 &= \psi - z_{3d} \quad ; \quad e_{3int} = \int \psi - \int z_{3d} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

$$\begin{aligned} x_{11} &= e_{1int} \quad ; \quad x_{12} = e_1 \\ x_{21} &= e_{2int} \quad ; \quad x_{22} = e_2 \\ x_{31} &= e_{3int} \quad ; \quad x_{32} = e_3 \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

On the other hand the saturation function σ_M is defined as:

1. $\sigma_M(s) = s$ si $|s| < M$;
2. $\sigma_M(s) = \text{sign}(s)M$ en caso contrario.

Then the signal control r_i is expressed in (B.24), where the a_{i1}, a_{i2} are constants to improve the speed of the control.

$$r_i = \sigma_{M_{i3}} \left(\dot{z}_{id} - \sigma_{M_{i2}} \left(a_{i1}x_{i2} + \sigma_{M_{i1}} (a_{i2}x_{i2} + a_{i1}a_{i2}x_{i1}) \right) \right) \quad (\text{B.24})$$

According to (B.24) the values of control signals are:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sigma_{M_{13}} \left(\dot{z}_{1d} - \sigma_{M_{12}} \left(a_{11}x_{12} + \sigma_{M_{11}} (a_{12}x_{12} + a_{11}a_{12}x_{11}) \right) \right) \\ r_2 &= \sigma_{M_{23}} \left(\dot{z}_{2d} - \sigma_{M_{22}} \left(a_{21}x_{22} + \sigma_{M_{21}} (a_{22}x_{22} + a_{21}a_{22}x_{21}) \right) \right) \\ r_3 &= \sigma_{M_{33}} \left(\dot{z}_{3d} - \sigma_{M_{32}} \left(a_{31}x_{32} + \sigma_{M_{31}} (a_{32}x_{32} + a_{31}a_{32}x_{31}) \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Note that in the case of a stabilization to a given point, the error derivative is zero, which is not true in the case of a tracking task.

Using equation (B.20) and the value of the conditions for the limits, the signal control u becomes,

$$\begin{aligned} |u_1| &\leq \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) \\ |u_2| &\leq \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) \\ |u_3| &\leq M_{33} \end{aligned} \tag{B.26}$$

With the equations(B.26) and (B.6) it get the conditions to limit the angular speed of the wheels.

$$\begin{aligned} |\dot{\theta}_1| &\leq \frac{1}{R_w}(\dot{x}_m - \dot{y}_m - (L + l)\dot{\psi}_m) \\ |\dot{\theta}_2| &\leq \frac{1}{R_w}(\dot{x}_m + \dot{y}_m + (L + l)\dot{\psi}_m) \\ |\dot{\theta}_3| &\leq \frac{1}{R_w}(\dot{x}_m + \dot{y}_m - (L + l)\dot{\psi}_m) \\ |\dot{\theta}_4| &\leq \frac{1}{R_w}(\dot{x}_m - \dot{y}_m + (L + l)\dot{\psi}_m) \end{aligned} \tag{B.27}$$

If we consider that the maximum speed of each wheel is 1.5 *rps* so $\dot{\theta}_i = 9.4248 \text{ rad/s}$.

In this case, to satisfy the equation (B.27) the limits M_{ij} for $i, j = 1, 2, 3$ are described in (B.28). The constants for each signal control are considered as $a_{11} = 5.0, a_{12} = 0.005, a_{21} = 5.0, a_{22} = 0.005, a_{32} = 5.0, a_{33} = 0$. These values permit that the trajectories are not far of linear region and guaranty the stability of the system.

$$\begin{aligned} M_{11} &= 0.12 & M_{21} &= 0.15 & M_{31} &= 0.1040 \\ M_{12} &= 0.5670 & M_{22} &= 0.63 & M_{32} &= 0.5840 \\ M_{13} &= 1.5650 & M_{22} &= 1.5650 & M_{33} &= 1.5 \end{aligned} \tag{B.28}$$

B.5.4. Validation of kinematic model

For this activity it was necessary to realize a simulation with Matlab Simulink and virtual reality, which present the behaviour of Nexus Mecanum robot using the kinematics in open loop. As a result two videos show the mobile performance after receiving the speeds profiles.

On the other hand there were different test with the purpose of establishing the communication between the PC-Gumstix-Arduino board using the RT-MaG toolbox in

Matlab Simulink. The communication of PC-Gumstix used wifi and Gumstix-Arduino board used serial communication.

The next step was to prepare the adequate references in MATLAB/Simulink to execute in a physical form the movements (translational, diagonal and rotational) of the Nexus Mecanum robot similar to the Matlab simulation.

Finally experimental results shows the performance of the Nexus Mecanum robot. The simulation time was 120s with a $\delta t = 0.002$. With the purpose of verify the robot movements (forward, reverse, left, right, left slide, right slide, clockwise and anticlockwise) a sequence with this kind of movements was implemented. The results of the position and speed are represented in figures B.6 and B.7. We can see the position components of the realized sequence, for example when the robot has a movement in X has only speed in the same direction. The blue line is the estimated value of the kinematic model and the green line is the experimental result. The speed of each wheel is $1.5rev/s$.

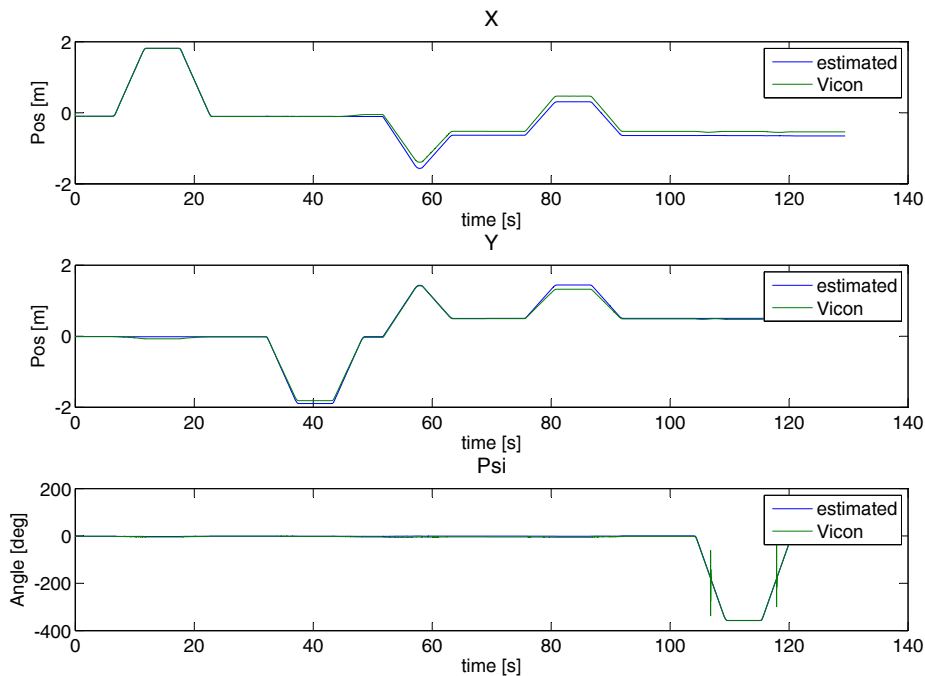


Figura B.6: Position values in X , Y , Psi of the Mecanum Nexus robot.

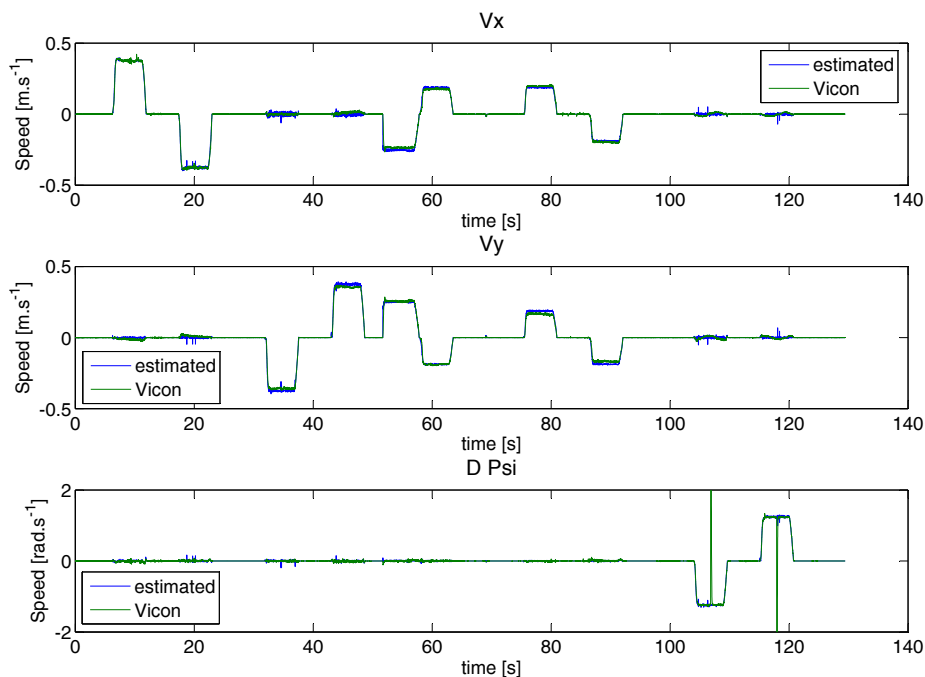


Figure B.7: Speed values of the Mecanum Nexus Robot.

B.5.5. Validation of control law

The main characteristics of the control law are:

- Non linear control to delete the non linear properties of the system.
- Bounded conditions M_{i1} for the actuators. In this case, the maximum speed of the wheels: $1.5rev/s$
- Three bounded conditions for each signal control: r_i with $i = 1, 2, 3$ for x, y, ψ

In the Figure B.8 is shown the control law diagram. We can see that exist two loops. First, the external loop considers as inputs the desired position and the integral position, as a consequence we have a position control with three bounded limits. After, the internal loop has a Proportional Integral control (PI), which is incharged of angular speeds regulation.

With the purpose to watch the performance of the control law, a simulation in Matlab Simulink is realized and then a experimental test is developed.

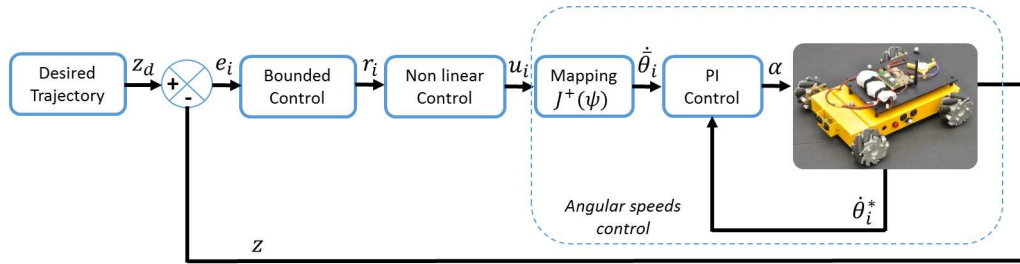


Figura B.8: Diagram of control law.

1. Test of mobile stabilization. First it is proposed the stabilization of the mobile in a given point, which go of a initial conditions. In this test the initial condition is $[0, 1, 0]$ and the desired position is $[-1.5, -1.5, 90]$. In the Figure B.9 is presented the position in the coordinate plane $X_w Y_w$, where the mobile arrive to the target after 8s. Figure B.10 shows the angular speed for each wheel, in this case the maximum value is $1.8rev/s$.
2. Tracking of trajectory. A cicle is the trajectory that is considered in this experiment. The circle is a parametrized trajectory that is defined in equation (B.29) where $r = 1m$, the initial condition is $[0, 0, 0]$ and the period is 28s. The mobile position is presented in the Figure B.11 and the wheel speed in the FigureB.12.
3. Tracking with varying ψ . A circle it the trajectory that is considered in this experiment. It is defined in the equation B.30. The initial condition is the origin of the plane $X_w Y_w$ and $r = 1.5m$. The Figure B.13 shows the movement of the mobile in the plane and the Figure B.14 presents the values of wheel speed, which hold in $1.8rev/s$ like a maximum value of the speed for each wheel.

$$\begin{aligned}
 z_{1d} &= r \sin(2\pi ft) \\
 z_{2d} &= r \cos(2\pi ft) \\
 z_{3d} &= r \cos(2\pi 5t)
 \end{aligned}
 \tag{B.29}$$

$$\begin{aligned}
 z_{1d} &= r \sin(2\pi ft) \\
 z_{2d} &= r \cos(2\pi ft) \\
 z_{3d} &= -r \cos(2\pi 5t)
 \end{aligned}
 \tag{B.30}$$

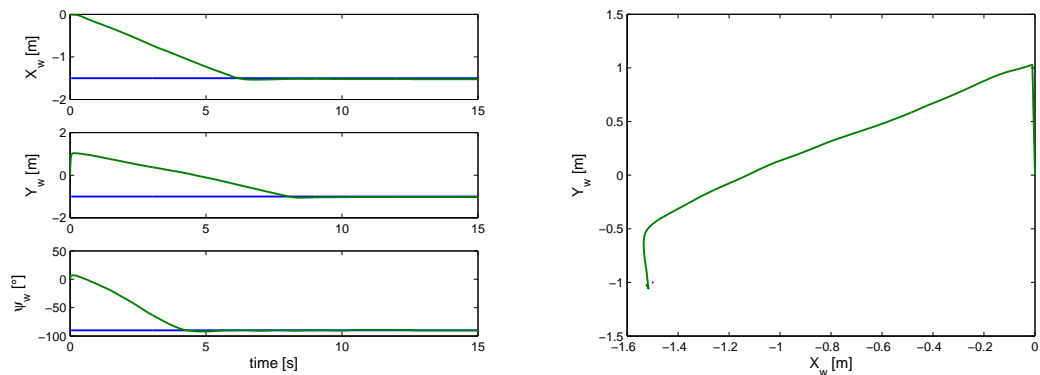


Figure B.9: Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$ for the stabilization case.

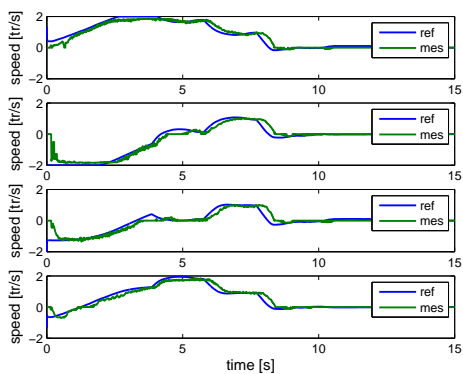


Figure B.10: Wheel speed of the mobile robot for the stabilization case.

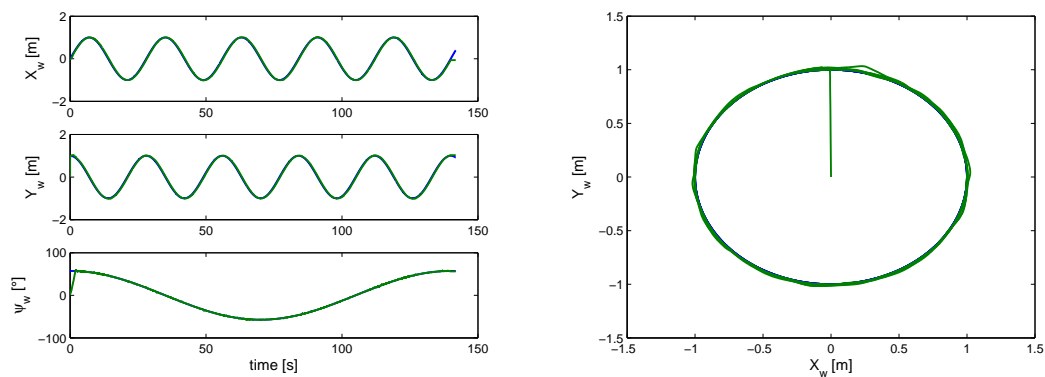


Figure B.11: Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$ for the tracking case.

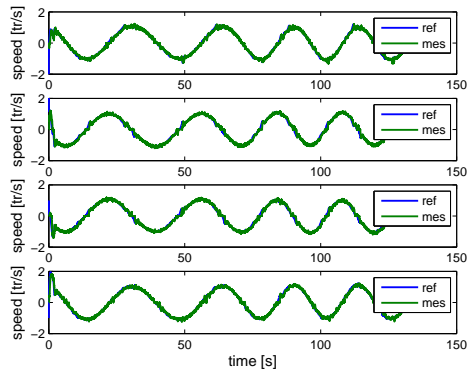


Figura B.12: Wheel speed of the mobile robot tracking case.

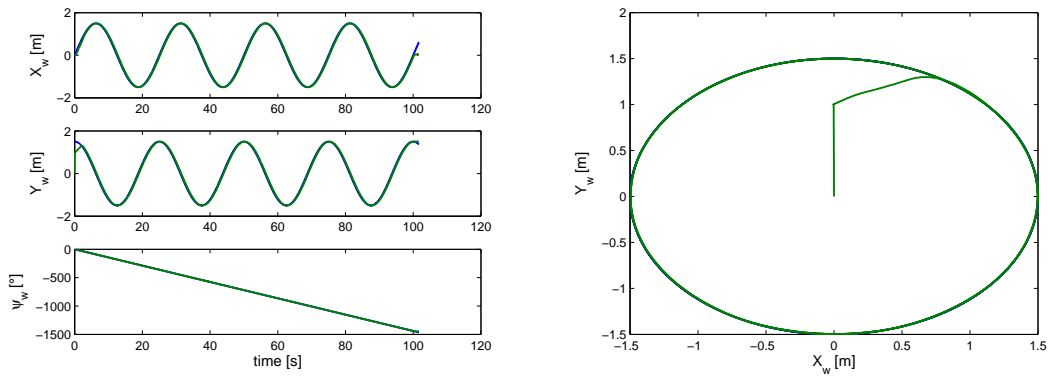


Figura B.13: Position of mobile in the coordinate plane $X_w Y_w$.

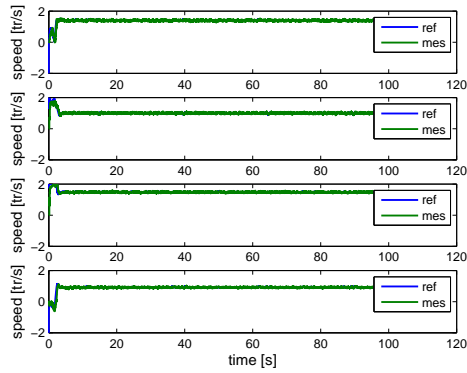


Figura B.14: Wheel speed of the mobile robot.

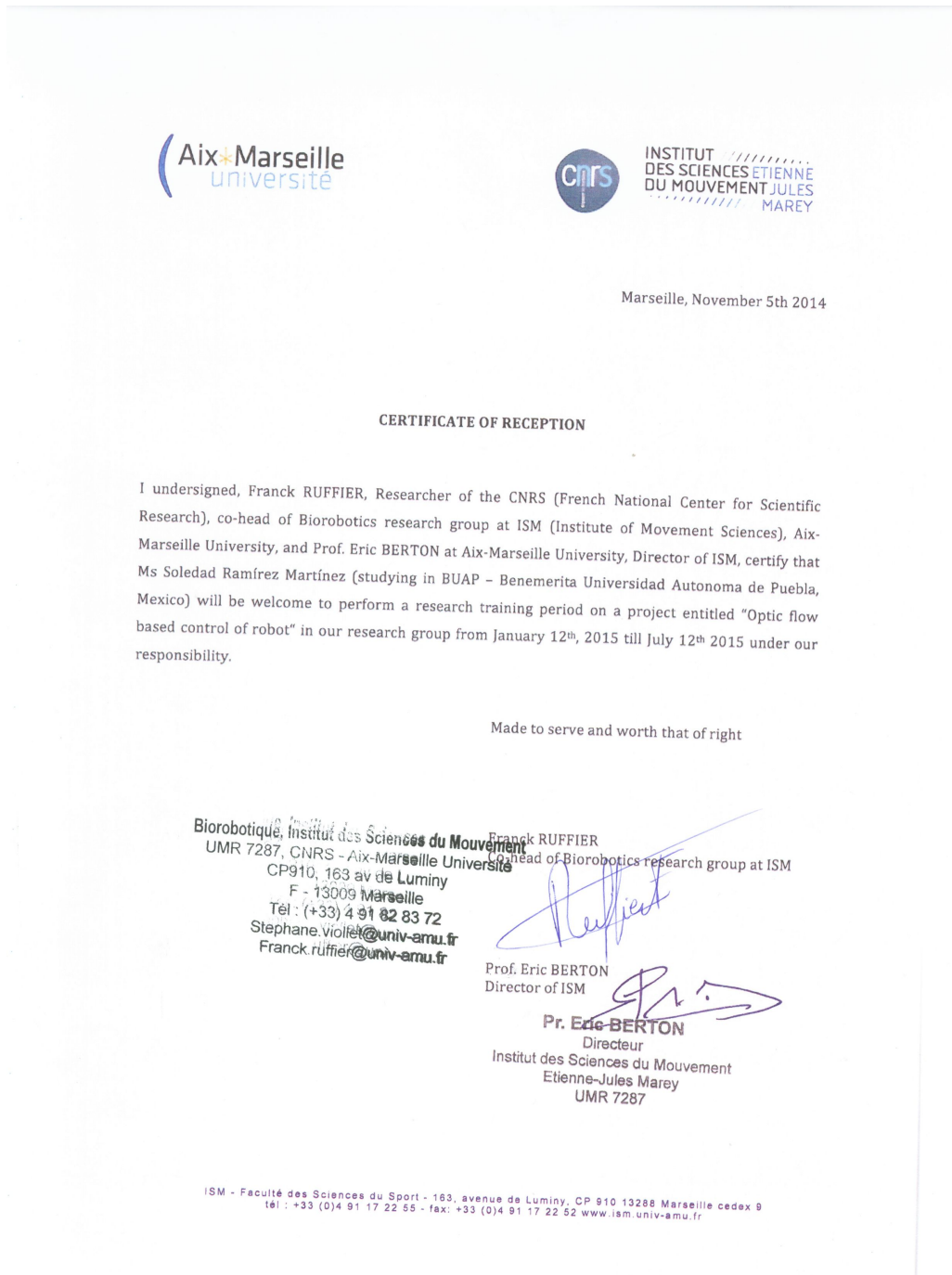


Figura B.15: Certificate of reception for realizing the intership period.

Publicaciones y participaciones en congresos

A continuación se presentan las publicaciones realizadas durante el periodo Agosto de 2013 a Septiembre de 2015.

1. J. P. Sánchez-Santana, J. F. Guerrero-Castellanos, M. G. Villarreal-Cervantes, S. Ramírez-Martínez, *Estabilización y seguimiento de un robot móvil (3,0) mediante control acotado*, Congreso Nacional de la Asociación de México de Control Automático (AMCA), Ensenada, Baja California, México, 16-18 Octubre 2013.
2. J. F. Guerrero-Castellanos, M. G. Villarreal-Cervantes, J. P. Sánchez-Santana, S. Ramírez-Martínez, *Seguimiento de trayectorias de un robot móvil (3,0) mediante control acotado*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática, Vol. 11, No. 4, Pag. 426-434, Octubre-Diciembre 2014, ISSN: 1697-7912, DOI:10.1016/j.riai.2014.09.005, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1697791214000612>, Noviembre 2014.
3. S. Ramírez-Martínez, J. F. Guerrero-Castellanos, Miguel G. Villarreal-Cervantes, J. P. Sánchez-Santana, S. E. Maya-Rueda, *Estabilización de un robot móvil (3,0) mediante control disparado por eventos*, XVI Latinamerican Control Conference, pp.738-743, Cancún, Quintana Roo, México, 14-17 Octubre 2014.
4. M. G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Ramírez-Martínez, J. P. Sánchez-Santana, *Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control*, ISA Transactions, ISSN 0019-0578, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057815001494>. Julio 2015.

5. J. P. Sánchez-Santana , Miguel G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Ramírez-Martínez, *Consenso disparado por eventos en la orientación de robots móviles (3,0)*, Congreso Mexicano de Robótica (COMROB), Los Cabos, Baja California Sur, México, 11-13 Noviembre 2015.

Congreso Nacional de Control Automático 2013
Ensenada, Baja California, Mexico, Octubre 16-18, 2013



Estabilización y seguimiento de un robot móvil (3,0) mediante control acotado

J. P. Sánchez-Santana¹, J. F. Guerrero-Castellanos², M. G. Villarreal-Cervantes³,
S. Ramírez-Martínez², G. Mino-Aguilar²

¹ Universidad Politécnica de Puebla. Tercer Carril del Ejido “Serrano” s/n, San Mateo Cuanalá,
Juan C. Bonilla, C. P. 72640, Puebla, México.

² Facultad de Ciencias de la Electrónica-BUAP. Av. San Claudio y 18 Sur, Col. San Manuel,
C.P. 72570, Puebla, Pue. México.

³ Instituto Politécnico Nacional-CIDETEC. Av. Juan de Dios Bátiz s/n,
Col. Nueva Industrial Vallejo, Deleg. Gustavo A. Madero, C.P. 07700, México D.F.
jose.sanchez@up Puebla.edu.mx
Teléfono: (52)-22-27746656

Resumen—El presente trabajo aborda el problema de seguimiento de trayectoria para el robot (3,0) y propone una solución mediante el diseño de una estrategia de control que a priori toma en cuenta las cotas máximas permitidas de la señal de control *i.e.* la velocidad lineal y angular máximas que puede alcanzar el robot móvil. Esto permite maximizar el uso de los actuadores sin poner en riesgo la estabilidad del sistema. El resultado es una ley de control no lineal relativamente simple basada en un cambio de coordenadas y en funciones de saturación imbricadas que permite ser implementada en sistemas embebidos con bajo poder computacional. Además, la ley de control contiene parámetros de sintonización que permiten que las trayectorias del sistema en lazo cerrado entren en una vecindad, definida a priori, de las trayectorias deseadas en un tiempo finito y se mantengan ahí en adelante. Simulaciones numéricas muestran el desempeño del sistema en lazo cerrado y sustentan los resultados teóricos.

Palabras clave: Robot móvil (3,0), funciones de saturación, control no lineal, seguimiento de trayectoria.

I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años los avances en sensores, actuadores, sistemas de computo embebido, sistemas de comunicaciones y sistemas de alimentación, han permitido que se mantenga un fuerte interés por la robótica móvil terrestre (Dierks y Jagannathan, 2007; Yandong *et al.*, 2010; Shen *et al.*, 2011; Saidonr *et al.*, 2011; Chang, 2012), y en particular, por el robot móvil omnidireccional también conocido como robot móvil (3,0), esto debido a las múltiples aplicaciones en las que este tipo de vehículos pueden ser considerados, operando de manera individual (Rivera, 2006; El-Shenawy *et al.*, 2008) o cooperativa como es el caso del robot manipulador paralelo móvil omnidireccional propuesto en (Villarreal *et al.*, 2012). A diferencia de los robots no-holónomos (e.g. configuración diferencial o Ackerman) que requieren previamente un movimiento de rotación antes de realizar la traslación, el robot móvil (3,0)

posee “total movilidad en el plano”, lo que significa que en cualquier instante se puede mover en cualquier dirección independientemente de su orientación. Esta capacidad los hace muy atractivos en ambientes dinámicos donde una gran capacidad de movilidad y respuesta es deseable (Villarreal *et al.*, 2012).

En general el desarrollo de algoritmos de control de movimiento de los robots móviles se clasifica en dos categorías, a saber, control basado en el modelo dinámico y el control basado en el modelo cinemático (Campion y Bastin, 1996). Un modelo dinámico describe directamente la relación entre las fuerzas y pares generadas por cada uno de los motores conjuntamente con las ruedas y el movimiento del robot. En este caso los pares aplicados a cada llanta son considerados la entrada del sistema y el movimiento del robot en términos de posición y velocidad angular y lineal, la salida. Una gran número de trabajos han abordado este enfoque con sólidos resultados (Rivera, 2006). Desafortunadamente, este enfoque muestra algunas desventajas, ya que en general las leyes de control son dependientes del modelo por lo que las variaciones dinámicas causadas por los cambios en el momento de inercia del robot o cambio en los parámetros del sistema debido a imperfecciones mecánicas o desgaste hacen que la robustez del sistema en lazo cerrado esté altamente comprometida y los algoritmos de control sean complejos y difíciles de implementar en sistemas embebidos donde el poder de cálculo es reducido.

Asumiendo que no existe deslizamiento de las ruedas, que el terreno es totalmente plano y que se tienen los sensores suficientes, el uso del modelo cinemático en el desarrollo de leyes de control es bastante útil ya que la estructura de los mismos resultan relativamente simples y fáciles a implementar. Bajo este enfoque, las entradas del sistema son velocidades angulares en cada una de las ruedas del robot y se considera como salida la velocidad lineal y angular en el centro de masa del robot. En este caso el comportamiento dinámico de los actuadores es considerado



SciVerse ScienceDirect

Disponible en www.sciencedirect.com

Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial xx (2014) 1–9

www.elsevier.es/RIAI

Seguimiento de trayectorias de un robot móvil (3,0) mediante control acotado

J.F. Guerrero-Castellanos^a, M. G. Villarreal-Cervantes^b, J. P. Sánchez-Santana^{a,b,c}, S. Ramírez-Martínez^a

^aFacultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Ciudad universitaria, C. P. 72570, Puebla, México

^bCIDETEC, Instituto Politécnico Nacional, Av. Juan de Dios Bátiz s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo, Deleg. Gustavo A. Madero, C.P. 07700, México D.F.

^cUniversidad Politécnica de Puebla (UPPUE), Tercer Carril del Ejido "Serrano" s/n, San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, C. P. 72640, Puebla, México.

Resumen

El presente trabajo aborda el problema de seguimiento de trayectoria para el robot (3,0) basado en su modelo cinemático y propone una solución mediante el diseño de una estrategia de control que a priori toma en cuenta las cotas máximas permitidas de la señal de control *i.e.* la velocidad lineal y angular máximas que puede alcanzar el robot móvil. El objetivo es maximizar el uso de los actuadores sin poner en riesgo la estabilidad del sistema. La ley de control no lineal resultante se compone de un compensador no lineal basado en el modelo cinemático y de funciones de saturación anidadas. Esta ley de control contiene parámetros de sintonización que permiten que las trayectorias de la dinámica del error ingresen a una vecindad del origen, en un tiempo finito y se mantengan de ahí en adelante. Resultados experimentales sustentan los resultados teóricos, muestran el desempeño del sistema de control en lazo cerrado y lo comparan con una estrategia que no toma en cuenta los límites de la señal de control. Debido a su simplicidad, la estrategia de control propuesta permite ser implementada en sistemas embebidos con bajo coste computacional. Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Palabras Clave:

Robot móvil (3,0), control acotado, función de saturación, control no lineal, seguimiento de trayectoria.

1. Introducción

En los últimos años los avances en sensores, actuadores, sistemas de cómputo embebido, sistemas de comunicaciones y sistemas de alimentación, han permitido que se mantenga un fuerte interés por la robótica móvil terrestre (Dierks and Jagannathan, 2007; Yandong et al., 2010; Shen et al., 2011; Saindon et al., 2011; Arias et al., 2011), y en particular, por el robot móvil omnidireccional también conocido como robot móvil (3,0). Este interés se debe a las múltiples aplicaciones en las que este tipo de vehículos pueden ser considerados, operando de manera individual (Rivera, 2006; Velasco-Villa et al., 2007; El-Shenawy et al., 2008) o cooperativa como es el caso del robot manipulador paralelo móvil omnidireccional propuesto en (Villarreal-Cervantes et al., 2012a). A diferencia de los robots no-holónomos (e.g. configuración diferencial o Ackerman) que requieren previamente un movimiento de rotación antes de realizar la traslación (Araújo et al., 2014), el robot móvil (3,0) posee "total movilidad en el plano", lo que significa que en

cualquier instante se puede mover en cualquier dirección independientemente de su orientación. Esta capacidad lo hace muy atractivos en ambientes dinámicos donde una gran capacidad de movilidad y respuesta es deseable (Villarreal-Cervantes et al., 2012a).

En general el desarrollo de algoritmos de control de movimiento de los robots móviles se clasifican en dos categorías: el control basado en el modelo dinámico (Cañas et al., 2014) y el control basado en el modelo cinemático (Campión and Bastin, 1996; Sira-Ramírez et al., 2011). Un modelo dinámico describe directamente la relación entre las fuerzas y pares generados por cada uno de los motores conjuntamente con las ruedas y el movimiento del robot. En este caso los pares aplicados a cada rueda son considerados la entrada del sistema y el movimiento del robot, en términos de posición y velocidad angular y lineal, la salida. Una gran número de trabajos han abordado este enfoque con sólidos resultados (Rivera, 2006). Desafortunadamente, este enfoque muestra algunas desventajas, ya que en general las leyes de control son dependientes del modelo por lo que las variaciones dinámicas causadas por los cambios en el momento de inercia del robot o cambio en los parámetros del sistema debido a imperfecciones mecánicas o desgaste, hacen que la robustez del sistema en lazo cerrado esté altamente comprometida y los algoritmos de control sean complejos y difíciles de implemen-

Correos electrónicos: fguerrero@ece.buap.mx (J.F. Guerrero-Castellanos), mwillarreal@ipn.mx (M. G. Villarreal-Cervantes), jose.sanchez@uppuebla.edu.mx (J. P. Sánchez-Santana), sramirez@ece.buap.mx (S. Ramírez-Martínez)
URL: www.fguerrero.ece.buap.mx (J.F. Guerrero-Castellanos)

 **AMCA**

Constancia de Asistencia

La presente constancia certifica que:

SOLEDAD RAMÍREZ MARTÍNEZ

Asistió al taller de
Sistemas con Retardo en el marco del

XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático CILCA 2014

del 14 al 17 de Octubre de 2014, Cancún, Quintana Roo, México


Martín Velasco Villa
Presidente del Congreso


Gerardo Guerrero Ramírez
Presidente de la AMCA

Memorias del XVI Congreso Latinoamericano
de Control Automático, CLCA 2014
Octubre 14-17, 2014. Cancún, Quintana Roo, México

Estabilización de un robot móvil (3,0) mediante control disparado por eventos^{*}

S. Ramírez-Martínez^{*} J.F. Guerrero-Castellanos^{*}
M. G. Villarreal-Cervantes^{**} J. P. Sánchez-Santana^{***} *****
S. E. Maya-Rueda^{*}

^{*} Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Ciudad universitaria, 72570, Puebla, México.

^{**} CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional, Av. Juan de Dios Bátiz s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo, Deleg. Gustavo A. Madero, C.P. 07700, México D.F.

^{***} Universidad Politécnica de Puebla. Tercer Carril del Ejido "Serrano" s/n, San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, C. P. 72640, Puebla, México.

Abstract: El presente trabajo aborda el problema de la estabilización de un robot móvil (3,0) mediante un esquema de control disparado por eventos. Con esta estrategia, la señal de control sólo se calcula y actualiza cuando es verdaderamente necesario, condición que se rige mediante una función de evento. Se muestra que la ley de control estabiliza al robot móvil al origen de manera asintótica. Además, ésta es suave en todo el espacio de estados excepto en el origen y es semi-uniformemente MSI, *i.e.* el periodo de duración de los eventos es acotado por debajo, lo que evita el efecto Zeno. Resultados en simulación muestran el desempeño en lazo cerrado y corroboran el análisis teórico.

Keywords: Control disparado por eventos, robot móvil (3,0), Función de Lyapunov de Control (CLF).

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo tecnológico de los últimos años ha generado un gran interés en el área de la robótica móvil, esto se debe a los avances significativos en los sistemas computacionales, los sensores, los actuadores y las comunicaciones. La importancia de la robótica móvil radica en sus diversas aplicaciones, *e.g.* exploración y reconocimiento de terreno, limpieza, manejo de materiales y residuos, entre otras; y en consecuencia, ha generado un gran interés de estudio en el diseño, implementación, modelado y control de los robots móviles terrestres (Yandong et al., 2010; Shen et al., 2011; Saidonr et al., 2011; Chang, 2012; Villarreal et al., 2012).

El robot móvil (3,0) o también conocido como robot omnidireccional, es del tipo holónomo, cuenta con tres grados de movilidad y cero de direccionabilidad (Camudas et al., 1996), lo que le permite desplazarse en cualquier dirección independientemente de su orientación. Ésta es la principal ventaja, en comparación con los robots no-holónomos (*e.g.* configuración Ackerman), los cuales en

general necesitan de un movimiento de rotación antes de ejercer un movimiento de traslación, (Araujo et al., 2006).

Los algoritmos de control que se implementan en los robots móviles son generalmente diseñados utilizando el modelo cinemático o modelo dinámico (Campion et al., 1996). Diferentes técnicas, lineales y no lineales, se han aplicado para la estabilización y el seguimiento de trayectorias del robot móvil (3,0) (Liu et al., 2008; Xiaofei Wu, 2003; Khanh et al., 2013; Sira-Ramírez et al., 2010; Teatro and Eklund, 2013). Las leyes de control propuestas en los trabajos listados anteriormente, fueron desarrolladas con un enfoque de tiempo continuo y en el caso de su implementación sobre alguna plataforma digital, ésta se lleva a cabo mediante un proceso de "emulación". Este proceso consiste en implementar algoritmos de control diseñados en tiempo continuo asumiendo que las señales de control son actualizadas y aplicadas a la planta durante intervalos de tiempo lo suficientemente pequeños y constantes. Sin embargo, este enfoque puede verse limitado por el hardware, ya que podría ser imposible la reducción del periodo de muestreo a un nivel aceptable que garantice el rendimiento de lazo cerrado.

Las técnicas de control basadas en el análisis de sistemas en tiempo discreto han sido ampliamente investigadas para el caso de sistemas lineales, (Åström and Wittenmark, 1997; Chen, 1995). A pesar de los esfuerzos realizados por extender estos resultados a los sistemas no lineales, la dificultad de obtener modelos no lineales en tiempo discreto sigue

^{*} Este trabajo fue apoyado parcialmente por VIEP-BUAP bajo el proyecto GUCJING14-I y por la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas (COFAA) y a la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional bajo el proyecto No. 20140926 y al CONACYT bajo el apoyo 182298. El cuarto autor agradece al CIDETEC-IPN y FCE-BUAP por las facilidades otorgadas en la realización del proyecto, y la UPPUE por el otorgamiento de año sabático que permitió la culminación del presente trabajo.

ARTICLE IN PRESS

ISA Transactions ■ (■■■■) ■■■-■■■



Contents lists available at ScienceDirect

ISA Transactions

journal homepage: www.elsevier.com/locate/isatrans

Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control

Miguel G. Villarreal-Cervantes^{a,*}, J. Fermi Guerrero-Castellanos^b,
Soledad Ramírez-Martínez^b, J. Pedro Sánchez-Santana^{a,b}

^a Mechatronic Section, Postgraduate Department, Instituto Politécnico Nacional, CIDETEC, D.F., 07700, Mexico

^b Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Puebla 72570, Mexico

ARTICLE INFO

Article history:

Received 2 March 2015

Received in revised form

28 May 2015

Accepted 28 June 2015

This paper was recommended for publication by Dr. A.B. Rad.

Keywords:

Control Lyapunov Function (CLF)

Event-triggered control

(3,0) Mobile robot

ABSTRACT

Event-triggered control (ETC) is a sampling strategy that updates the control value only when some events related to the state of the system occurs. It therefore relaxes the periodicity of control updates without deteriorating the closed-loop performance. This paper develops a nonlinear ETC for the stabilization of a (3,0) mobile robot. The construction of an event function and a feedback function is carried out based on the existence of a stabilizing control law and a Control Lyapunov Function (CLF). The event function is dependent on the time derivative of the CLF and the feedback function results from the extension of Sontag's formula, which ensures asymptotic stability, smoothness everywhere and continuity at the equilibrium. Experimental results, compared with a computed torque control, validate the theoretical analysis.

© 2015 ISA. Published by Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

1.1. Motivations and background

In recent years, the advances in Very Large Scale Integration (VLSI) in an integrated circuit have allowed the development of low-cost, low-power, small-sized computational elements. As a consequence, an increasing number of mechatronic systems includes embedded computers, which interact with the physical world through the use of sensors and actuators in order to exchange information. The integration of computation with physical processes results in Cyber-Physical Systems (CPS) [1] where the goal of this integration is to develop engineered systems that improves current systems with respect to autonomy, functionality, energy efficiency, usability, safety, and reliability. Unmanned Ground Vehicles (UGVs) include an important class of CPS where the intelligent interactions with the world, represents a challenge that needs to be taken into account [2–4].

Among UGVs, the holonomic omnidirectional vehicle (ODV) also known as (3,0) mobile robot, has caused great interest because of its high maneuverability [5–7]. Since this class of robot

can execute holonomic movements, i.e. it can change its direction of movement without changing its orientation and without dramatically decreasing its speed, this robot is ideal in diverse applications such as security, automated transportation and logistics [8,9] or even in the field of outdoor and rough terrain applications [10,11].

Researches in control and robotics have proposed linear and nonlinear control approaches related to the stabilization and trajectory tracking problem of (3,0) mobile robots. The standard robot motion control have been designed either in a decentralized or in a centralized fashion [12,13]. Decentralized control, also known as cascade control, is based on the derived kinematic model [14], where the angular velocities of the actuators are the control inputs; and linear and angular velocities of the robots are the outputs. Then, each actuator is controlled separately, typically using a local velocity controller (see [15,16] and references therein). On the other hand, centralized control is based on the dynamic robot model, similar to that proposed in the present paper, which is nonlinear and coupled. In this case, linear and nonlinear control laws have been developed using different approaches, e.g. feedback linearization (computed torque in robotics) [17], adaptive control [18], backstepping control [19], sliding mode control [20], LPV-based control [21], knowledge-based control [22], nonlinear model predictive control (NMPC) [23], GPI based observer control [24] and fuzzy control [25] where remarkable techniques can be used in order to provide robustness with respect to parameter uncertainties [26,27]. This list is of

* Corresponding author.

E-mail addresses: mvillarrealc@ipn.mx (M.G. Villarreal-Cervantes),
fguerrero@ece.buap.mx (J.F. Guerrero-Castellanos),
sramirez@ece.buap.mx (S. Ramírez-Martínez),
jose.sanchez@uppuebla.edu.mx (J.P. Sánchez-Santana).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2015.06.013>

0019-0578/© 2015 ISA. Published by Elsevier Ltd. All rights reserved.

Memorias del XVII Congreso Mexicano de Robótica 2015
 Instituto Tecnológico de la Paz
 XVII COMRob 2015, ISBN: En trámite
 11–13 de Noviembre, 2015, Los Cabos, Baja California Sur, México

XVII COMRob2015/ID-1520

CONSENSO DISPARADO POR EVENTOS EN LA ORIENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES (3,0)

J. P. Sánchez-Santana *

Ingeniería Mecatrónica
 Universidad Politécnica de Puebla,
 San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, Puebla, C.P. 72640
 jose.sanchez@uppuebla.edu.mx
 CIDETEC-IPN FCE-BUAP

M. G. Villarreal-Cervantes

Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo
 Instituto Politécnico Nacional,
 Deleg. Gustavo A. Madero, México D.F. C.P. 07700
 mvillarrealc@ipn.mx

J. F. Guerrero-Castellanos

Facultad de Ciencias de la Electrónica
 Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
 Av. San Claudio y 18 Sur, Col. San Manuel,
 Puebla, Pue. México, C.P. 72570,
 fguerreiro@ece.buap.mx

S. Ramírez-Martínez

Facultad de Ciencias de la Electrónica
 Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
 Av. San Claudio y 18 Sur, Col. San Manuel,
 Puebla, Pue. México, C.P. 72570,
 sol@ece.buap.mx

RESUMEN

En este trabajo se aborda la estrategia de consenso disparado por eventos para un sistema multiagente integrado por n agentes, con la validación definida por el consenso centralizado de cuatro robots móviles tipo (3,0) para lograr la armonía en orientación del sistema multiagente al realizar su respectivo desplazamiento, partiendo de condiciones iniciales diversas y donde se observa que la ley de control del sistema multiagente es actualizada solamente cuando existe un evento y en consecuencia es posible reducir el tráfico de comunicación en la red, todo esto sin comprometer la estabilidad del sistema.

INTRODUCCIÓN

El emergente interés por el estudio en los sistemas robóticos autónomos, trae consigo el discernimiento de dos problemáticas: los sistemas multiagentes y el control disparado por eventos. Los sistemas multiagentes (SMA) exhiben comportamiento colectivo

y están integrados por grupos de agentes [1, 2], los cuales realizan actividad con cierta autonomía para lograr sus objetivos [3], y pueden interactuar, colaborar, coordinar y negociar en un sistema que sea diseñado e implementado como SMA. Los sistemas han sido desarrollados para una gran diversidad de aplicaciones centradas en la resolución de problemas distribuidos, tal sea el caso de las actividades de control y supervisión, las aplicaciones industriales y de servicios [4-7]. Un SMA puede interactuar sinérgicamente con un objetivo, desempeñar diversidad de tareas de acuerdo a su arquitectura, su origen de colaboración, su aprendizaje, y lo inherente al conflicto de recursos y problemas de movilidad, para el desarrollo de aplicaciones tecnológicas [8-12]. El comportamiento colectivo lo describen los agentes en un sistema que tiene más de un agente y el comportamiento cooperativo es una subclase del colectivo y se caracteriza por realizar actividades de colaboración, logrando mayor capacidad en las acciones que ejecutan, para lo cual se desglosan tres objetivos fundamentales a cumplir en su diseño: la tarea a realizar, los mecanismos de colaboración y el desempeño de los sistemas [6, 12-18]. La ar-

*Address all correspondence to this author.

Bibliografía

- [1] Y. Gao , L. Wang. Consensus of multiple dynamic agents with sampled information. *IET Control Theory and Applications*, 2009.
- [2] R. Castillo-Esteva, J. Mauricio-Rosario , Vargas-Torres. G. Estrategia de coordinación y comunicación para sistemas robóticos colaborativos. *Scientia et Technica. Año XVIII*, 18(1), 2013.
- [3] W. Ren , W. B. Randal. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: theory and applications*. Springer-Verlag London, 2008.
- [4] G. Montemayor , J. T. Wen. Decentralized collaborative load transport by multiple robots. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2005.
- [5] S. Russell , P. Norving. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Prentice Hall, 3 edition, 2009.
- [6] Q. Zhiua. *Cooperative control of dynamical suystems. Applications to Autonomous Vehicles*. Springer, 2009.
- [7] J. F. Guerrero-Castellanos , J. J. Téllez-Guzmán. Event-triggered nonlinear control for attitude stabilization of a quadrotor. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, 2013.
- [8] W. Ren , E. Atkings. *Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange*. 2007.

-
- [9] G. Xie, H. Liu, L. Wang , Y. Jia. Consensus in networked multi-agent systems via sampled control: Fixed topology case. *American Control Conference Hyatt Regency Riverfront*, pp. 3902–3907, 2009. doi: 10.1109/ACC.2009.5160053.
- [10] M. Guinaldo, G. Farias, E. Fabregas, J. Sánchez , S Dormido-Canto. An interactive simulator for networked mobile robots. *Network, IEEE*, 26:14–20, 2012. doi: 10.1109/MNET.2012.6201211.
- [11] L. Zhongxin , C. Zengqiang. Event-triggered average-consensus for multi-agent systems. *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese*, pp. 4506–4511, 2010.
- [12] P. Varutti, T. Faulwasser, B. Kern, M. Kogel , R. Findeisen. Event-based reduced-attention predictive control for nonlinear uncertain systems. *IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (CACSD)*, pp. 1085–1090, 2010.
- [13] P. V. Teixeira, D. V. Dimarogonas, K. H. Johansson , J. Sousa. Multi-agent coordination with event-based communication. *American Control Conference*, pp. 824 – 829, 2010.
- [14] O. Zweigle, U. Kappeler, K. Haussermann , P. Levi. Event based distributed real-time communication architecture for multi-agent systems. *5th International Conference on Computer Sciences and Convergence Information Technology (ICCIT)*, pp. 503 – 510, 2010.
- [15] G. S. Seyboth, D. V. Dimarogonas , K. H. y Johansson. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, (49), 2013.
- [16] S. Franklin , A. Graesser. *Is it an Agent, or just a Program?: A Taxonomy for Autonomous Agents. Proceedings of the Third International Workshop on Agent Theories, Architectures, and Languages*. 1996.
- [17] Y. Shoham. Agent oriented programming. *Artificial Intelligence*, (1), 1993.
- [18] M. Wooldridge , N. R. Jennings. Agent theories, architectures and languages: A survey. In M. Wooldridge , N. R. Jennings, editors, *Intelligent Agents*, Lecture Notes in Computer Science, pp. 1–39. Springer Berlin Heidelberg, 1995. doi: 10.1007/3-540-58855-8_1.

-
- [19] S. Monaco , D Normand-Cyrot. Advanced tools for nonlinear sampled-data systems analysis and control, mini-tutorial. *European Journal of Control*, 53:221 – 241, 2007.
- [20] K.J. Åström , B. Wittenmark. *Computer Controlled Systems, 3rd Edition*. Prentice Hall, 1997.
- [21] K.J. Åström , R.M. Murray. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press, 2008.
- [22] K.J. Åström , B. Bernhardsson. Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems. 2002.
- [23] H. Van Gageldonk, K. van Berkel, A. Peeters, D. Baumann, D. Gloor , G. Stegmann. An asynchronous low-power 80C51 microcontroller. In *Proceedings of the 4th International Symposium on Advanced Research in Asynchronous Circuits and Systems*, pp. 96–107, 1998.
- [24] K. Van Berkel, R. Burgess, J. Kessels, M. Roncken, F. Schalijs , A. Peeters. Asynchronous circuits for low power: a DCC error corrector. *IEEE Design and Test of Computers*, 11(2):22–32, 1994.
- [25] F. Aeschlimann, E. Allier, L. Fesquet , M. Renaudin. Asynchronous FIR filters: towards a new digital processing chain. In *Proceedings of the 10th International Symposium on Asynchronous Circuits and Systems*, pp. 198–206, 2004.
- [26] B. Bidgaray-Fesquet , L. Fesquet. A fully nonuniform approach to fir filtering. *International Conference on Sampling Theory and Applications*, 2009.
- [27] K-E Årzén. A simple event-based PID controller. In *Preprints of the 14th World Congress of IFAC*, Beijing, P.R. China, 1999.
- [28] J.H. Sandee, W. Heemels , P.P.J. van den Bosch. Event-driven control as an opportunity in the multidisciplinary development of embedded controllers. pp. 1776–1781, 2005.
- [29] S. Durand , N. Marchand. Further results on event-based PID controller. In *European Control Conference (ECC'09)*, pp. 1979–1984, Agosto 2009.

- [30] J. Sánchez, M. Guarnes, S. Dormido, A. Visioli. Comparative study of event-based control strategies: An experimental approach on a simple tank. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, pp. 1973–1978, 2009.
- [31] J. Sánchez, M. Guarnes, S. Dormido. On the application of different event-based sampling strategies to the control of a simple industrial process. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 9:6795–6818, 2009.
- [32] C. Canudas De Wit, J. Jaglin, C. Siclet. Energy-aware 3-level coding and control co-design for sensor network systems. In *16th IEEE International Conference on Control Applications, CCA*, 2007.
- [33] W. Heemels, J.H. Sandee, P.P.J. van den Bosch. Analysis of event-driven controllers for linear systems. *International journal of control*, 81:571–590, 2009.
- [34] J. Lunze, D. Lehmann. A state-feedback approach to event-based control. *Automática*, 46(1):211–215, 2010.
- [35] M.C.F. Donkers, W.P.M.H. Heemels. Output-based event-triggered control with guaranteed \mathcal{L}_∞ -gain and improved event-triggering. In *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, 0743-1546, pp. 3246–3251, 2010. doi: 10.1109/CDC.2010.5718032.
- [36] A. Eqtami, D.V. Dimarogonas, K.J. Kyriakopoulos. Event-triggered control for discrete-time systems. In *American Control Conference (ACC), 2010*, 0743-1619, pp. 1776–1781, 2010. doi: 10.1109/ACC.2010.5531089.
- [37] M. Mazo, A. Anta, P. Tabuada. On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, pp. 3767–3772, 2009.
- [38] M. Velasco, P. Martí, E. Bini. On Lyapunov sampling for event-driven controllers. 2009.
- [39] P. Tabuada. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. 52 (9):1680–1685, 2007.
- [40] A. Anta, P. Tabuada. Self-triggered stabilization of homogeneous control systems. In *American Control Conference, 2008*, 0743-1619, pp. 4129–4134, 2008. doi: 10.1109/ACC.2008.4587140.

-
- [41] A. Anta , P Tabuada. To sample or not to sample: Self-triggered control for nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55:2030 – 2042, 2010.
- [42] N. Marchand, S. Durand , J. F. Guerrero-Castellanos. A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 58(5):1332–1337, 2013.
- [43] L. Yandong, W. Zongyi , Z. Ling. Adaptive neural network pid sliding mode dynamic control of nonholonomic mobile robot. *IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, pp. 753 – 757, 2010.
- [44] D. Shen, Z. Sun , Y. Qiao. Second-order sliding mode control for nonholonomic mobile robots formation. *30th Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 4860 – 4864, 2011.
- [45] M.S. Saidonr, H. Desa , M.N. Rudzuan. A differential steering control with proportional controller for an autonomous mobile robot. *IEEE 7th International Colloquium on Signal Processing and its Applications (CSPA)*, pp. 90–94, 2011.
- [46] B.L. Chang. A trajectory tracking control scheme design for nonholonomic wheeled mobile robots with low-level control systems. *IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 536 – 543, 2012.
- [47] C. M. G. Villarreal, V. C. A. Cruz, B. S. A. Saldívar , Garcia S. L. E. Dynamic coupling between a parallel manipulator and an omnidirectional mobile platform. *XV Latinamerican Control Conference (CLCA)*, 2012.
- [48] C. Canudas, B. Siciliano, G. Bastin, B. Brogliato, G. Campion, B. D’Andrea-Novel, A. D. Luca, W. Khalil, R. Lozano, R. Ortega, C. Samson , P. Tomei. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, 1996.
- [49] G. Campion, B. D’Andrea-Novel , G. Bastin. Structural properties and clasification on kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996.
- [50] Yong Liu, J. Jim Zhu, Robert L. Williams , Jianhua Wu. Omni-directional mobile robot controller based on trajectory linearization. *Robotics and Autonomous Systems*, pp. 461–479, 2008.

- [51] Xiaofei Wu , Yong Liu. Omnidirectional mobile robot controller design by trajectory linearization. *American Control Conference IEEE*, 4(3423-3428), 2003.
- [52] Pham Hung Kim Khanh, Nguyen Thanh Trung, Phuc Thinh Doan , Nguyen Hung. Trajectory tracking control of omnidirectional mobile robot using sliding mode controller. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2013 13th International Conference on*, pp. 1170–1175, Oct 2013.
- [53] H. Sira-Ramírez, C. López-Uribe , M. Velasco-Villa. Trajectory-tracking control of an input delayed omnidirectional mobile robot. In *Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE), 2010 7th International Conference on*, 2010.
- [54] T.A.V. Teatro , J.M. Eklund. Nonlinear model predictive control for omnidirectional robot motion planning and tracking. In *Electrical and Computer Engineering (CCECE), 2013 26th Annual IEEE Canadian Conference on*, 2013.
- [55] Francis B. Chen, T. *Optimal sampled-data control systems*. Springer-Verlag, 1995.
- [56] D. Nešić , A.R. Teel. A framework for stabilization of nonlinear sampled-data systems based on their approximate discrete-time models. 49(7):1103–1122, 2004.
- [57] M. Velasco-Villa, A. Alvarez-Aguirre , G. Rivera-Zago. Discrete-time control of an omnidirectional mobile robot subject to transport delay. In *Proc. American Control Conference (ACC)*, 2007.
- [58] J. F. Guerrero-Castellanos, J. J. Téllez-Guzmán, S. Durand, N. Marchand, J. U. Alvarez-Muñoz , V. R. González-Díaz. Attitude stabilization of a quadrotor by means of event-triggered nonlinear control. In *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. Springer-Verlag, 2014.
- [59] R. Balakrishna , A. Ghosal. Modelling of slip for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(1):126–132, 1995.
- [60] Z. G. F. Rivera. Diseño, construcción y control para seguimiento de trayectorias de un robot móvil omnidireccional. Master’s thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, 2006.
- [61] Roland Siegwart , Illah Nourbakhsh. *Introduction to autonomous mobile robots*. The MIT Press, 2004.

-
- [62] M.O Tatar, C. Popovici, D. Mandru, I. Ardelean , A. Plesa. Design and development of an autonomous omni-directional mobile robot with mecanum wheels. In *Automation, Quality and Testing, Robotics, 2014 IEEE International Conference on*, May 2014.
- [63] Ching-Chih Tsai, Feng-Chun Tai , Ying-Ru Lee. Motion controller design and embedded realization for mecanum wheeled omnidirectional robots. *Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 546–551, June 2011.
- [64] Pakpoom Viboonchaicheep, Akira Shimada , Yuhki Kosaka. Position rectification control for mecanum wheeled omni-directional vehicles. *Industrial Electronics Society, 2003. IECON '03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, 1:854–859, Nov. 2003.
- [65] J.F Guerrero-Castellanos, M.G. Villarreal-Cervantes, J.P. Sánchez-Santana , S. Ramírez-Martínez. Seguimiento de trayectorias de un robot móvil (3,0) mediante control acotado. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 11(4):426 – 434, 2014. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1697791214000612>.