



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA "Luis Rivera Terrazas"

**"POLARITONES EXCITÓNICOS EN POZOS
CUÁNTICOS DENTRO DE MICROCAVIDADES
SEMICONDUCTORAS EN PRESENCIA DE
CAMPOS ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO"**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS
(FÍSICA)**

No. de CVU: 633105

PRESENTA

PEDRO LUIS VALDÉS NEGRIN

ASESORES

**DR. FELIPE PÉREZ RODRÍGUEZ
DR. MILLER TOLEDO SOLANO**

OCTUBRE DE 2020

Agradecimientos

Agradezco a mi familia (padres, hermano, abuelos y más recientemente esposa e hij@) por el amor y el apoyo incondicional que siempre he recibido, aún cuando han sacrificado mucho por mi deseo de poder seguir aprendiendo en esta gran carrera que es la Física. Agradezco mucho a mis asesores, por la oportunidad de este trabajo, por la infinita paciencia, el tiempo, el apoyo, la guía, los consejos, los ánimos,..., todas las enseñanzas las valoro sobremanera. Agradezco también, a todos los profesores que han contribuido a la realización de este trabajo (Dr. Nikolay Makarov, Dr. Diosdado Villegas, Dr. Carlos Trallero, Dr. Benito Flores) y de quienes también he aprendido mucho. Agradezco además, al comité de seguimiento por sus preguntas, consejos e indicaciones a lo largo de este proyecto. De igual forma, agradezco a mis amigos, que me han regalado su amistad y apoyo siempre, desde mi llegada al IFUAP.

Agradecimientos

Al Conacyt, por la beca que he recibido durante el doctorado, así como por el apoyo económico adicional (beca mixta) para la realización de mi estancia de investigación en el extranjero.

Al Instituto de Física Ing. “Luis Rivera Terrazas” de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) por el apoyo para la realización de este proyecto de investigación y por los apoyos económicos para la asistencia a congresos durante el período.

Agradezco además a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) de la BUAP por los apoyos otorgados para la realización de mi estancia de investigación en el extranjero y los apoyos otorgados para la participación en Congresos.

Se agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado por el apoyo otorgado para la conclusión de esta tesis dentro del Programa IV. Investigación y Posgrado. Apoyar a los programas de posgrado para lograr su incorporación al Padrón Nacional de Calidad. Indicador establecido en el Plan de Desarrollo Institucional 2017-2021.

Dedicado a mi familia

Polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras en presencia de campos eléctrico y magnético

Resumen

En esta tesis se estudiaron los polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras en presencia de campos eléctrico y magnético y su manifestación resonante en los espectros ópticos de reflexión y transmisión. Específicamente, se estudiaron los magnetoexcitones polaritónicos de la estructura con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) en régimen de acoplamiento fuerte en presencia de campos eléctrico y magnético externos.

Primero, se calcularon los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) de una microcavidad semiconductor compuesta por 17 y 21 pares de $\lambda/4$ capas alternantes de $GaAs$ y $InGaAs$ con pozo cuántico embebido de $In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$ bajo la acción de un campo eléctrico *paralelo* a las interfaces y magnético (fuerte) perpendicular a las interfaces de la microcavidad para ambas polarizaciones s y p . Los resultados obtenidos mostraron, que para una longitud de onda de construcción λ_c , variando solamente el ángulo de incidencia es posible obtener el régimen de acoplamiento fuerte entre el modo de cavidad confinado y las distintas resonancias magnetoexcitónicas del pozo cuántico, siempre que las frecuencias de resonancias del fotón confinado y del magnetoexcitón estén cerca una del otro. La presencia de un campo eléctrico externo provoca un corrimiento al rojo de las resonancias magnetoexcitónicas y debilita el régimen de acoplamiento fuerte cuando su magnitud aumenta, debido a que tiende a destruir al magnetoexcitón. De igual forma, el campo eléctrico externo da lugar a la aparición de nuevas resonancias, debido al rompimiento de la simetría azimutal del magnetoexcitón. También se encontró que tener en cuenta el potencial de Coulomb del par electrón-hueco provoca un corrimiento al rojo, y mantiene el tipo de acoplamiento entre el magnetoexcitón y el fotón confinado. Además se observó que la polarización p provoca un aumento en absorción debido al acoplamiento con la componente longitudinal.

Posteriormente, se calculan las propiedades ópticas (relación de dispersión del caso local, reflexión, transmisión y absorción) de una capa semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) entre dos capas de aire (microcavidad de aire), a su vez, embebidos

en dos medios semi-infinitos para polarización s bajo la acción de un campo magnético fuerte *perpendicular* a las interfaces de la microcavidad. Se determinó la relación de dispersión del caso local (sin pozo cuántico) de manera numérica, misma que se compara con soluciones analíticas aproximadas. Además, se observó que los espectros de reflexión, transmisión y absorción evidencian el régimen de acoplamiento fuerte entre los modos guiados de la capa semiconductora y los magnetoexcitones del pozo cuántico.

Por otro lado, usando los resultados anteriores, también se obtuvieron los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) de una capa semiconductora con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) entre dos capas de metal (Al). La microcavidad metálica, a su vez, está embebida en dos medios semi-infinitos. Se observó el régimen de acoplamiento fuerte, para polarización s , bajo la acción de un campo magnético fuerte *perpendicular* a las interfaces de la microcavidad.

Por otro parte, se estudió el efecto Goss-Hänchen de una capa semiconductora con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embebida en dos medios semi-infinitos, en régimen de reflexión total interna frustrada, bajo la acción de un campo magnético fuerte *perpendicular* a las interfaces de la estructura. Se obtuvieron los espectros de reflexión y transmisión, así como los desplazamientos Goss-Hänchen y los tiempos de tunelaje (fase, Goss-Hänchen y totales) para las ondas reflejada y transmitida. Se consideró el caso con (sin) pozo cuántico en el análisis. Se observaron las resonancias magnetoexcitónicas como resultado de considerar la presencia del pozo cuántico en la estructura.

Finalmente, se estudió un sistema periódico de siete celdas unitarias, compuestas de metal (Al)-semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embebido en aire, bajo la acción de un campo magnético fuerte perpendicular a las interfaces del sistema periódico. Se obtuvo el régimen de acoplamiento fuerte en los espectros de reflexión, transmisión y absorción para incidencia normal y polarización s , entre los niveles magnetoexcitónicos y los modos tipo Fabry-Perot.

Excitonic polaritons in quantum wells within semiconductor microcavities in the presence of electric and magnetic fields

Abstract

In this thesis, excitonic polaritons in quantum wells were studied within semiconductor microcavities in the presence of electric and magnetic fields, as well as their resonant manifestation in optical reflection and transmission spectra. Specifically, the polaritonic magnetoexcitons of the quantum well structure ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) in strong coupling regime in the presence of external electric and magnetic fields were studied.

First, the optical spectra (reflection, transmission and absorption) of a semiconductor microcavity composed of 17 and 21 pairs of $\lambda/4$ alternating layers of $GaAs$ and $InGaAs$ with embedded quantum well of $In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$, under the action of an electric field *parallel* to the interfaces and magnetic (strong) perpendicular to the microcavity interfaces for both polarizations s and p , were calculated. The obtained results showed that, for a construction wavelength λ_c , varying only the angle of incidence it is possible to obtain the strong coupling regime between the confined cavity mode and the different magnetoexcitonic resonances of the quantum well, as long as the resonance frequencies of the confined photon and magnetoexciton are close to each other. The presence of an external electric field causes redshift of the magnetoexcitonic resonances and weakens the strong coupling regime when its magnitude increases, because it tends to destroy the magnetoexciton. Similarly, the external electric field gives rise to new resonances, due to the breakdown of the azimuthal symmetry of the magnetoexciton. It was also found that taking into account the Coulomb potential of the electron-hole pair causes a redshift, and maintains the type of coupling between the magnetoexciton and the confined photon. Furthermore, it was observed that the polarization p causes an increase in absorption due to the coupling with the longitudinal component.

Subsequently, the optical properties (dispersion relation in the local case, reflection, transmission and absorption) of a semiconductor layer with a quantum well ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) between two air layers (microcavity air), in turn, embedded in two semi-infinite media for polarization s under the action of a strong magnetic field *perpendicular* to the microcavity

interfaces are calculated. The dispersion relation of the local case (without quantum well) was determined numerically, and compared with approximate analytical solutions. Furthermore, it was observed that the reflection, transmission and absorption spectra evidence the strong coupling regime between the guided modes of the semiconductor layer and the magnetoexcitons of the quantum well.

On the other hand, using the previous results, the optical spectra (reflection, transmission and absorption) of a semiconductor layer with a quantum well ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) between two metal layers (Al) were also obtained. The metallic microcavity, in turn, is embedded in two semi-infinite media. The strong coupling regime, for polarization s , was observed under the action of a strong magnetic field *perpendicular* to the interfaces of the microcavity.

On the other hand, the Goss-Hänchen effect of a semiconductor layer with a quantum well ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embedded in two semi-infinite media, under total reflection regime internal frustrated, under the action of a strong magnetic field *perpendicular* to the interfaces of the structure, was studied. The reflection and transmission spectra were obtained, as well as the Goss-Hänchen displacements and the tunneling times (phase, Goss-Hänchen, and total ones) for the reflected and transmitted waves. The case with (without) quantum well was considered in the analysis. Magnetoexcitonic resonances were observed as a result of considering the presence of the quantum well in the structure.

Finally, a periodic system of seven unit cells, composed of metal (Al) - semiconductor with a quantum well ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embedded in air, was studied under the action of a strong magnetic field perpendicular to the interfaces of the periodic system. The strong coupling regime was obtained in the reflection, transmission and absorption spectra for normal incidence and s polarization, between magnetoexcitonic levels and Fabry-Perot type modes.

Publicaciones

- P. L. Valdés-Negrin, B. Flores-Desirena, M. Toledo-Solano, and F. Pérez-Rodríguez, "Magnetoexciton-photon coupling in a semiconductor quantum microcavity subjected to a parallel electric field", *AIP Advances*, **10**, 065223. DOI:10.1063/5.0011533.

Manuscritos en preparación

- P. L. Valdés-Negrin, N. M. Makarov, and F. Pérez-Rodríguez, *Excitation of modes localized in a semiconductor waveguide and strong coupling with magnetoexcitons in a quantum well*, manuscrito en preparación.
- P. L. Valdés-Negrin, D. Villegas, and F. Pérez-Rodríguez, *Goss-Hänchen effect in a semiconductor layer with quantum well*, manuscrito en preparación.
- P. L. Valdés-Negrin and F. Pérez-Rodríguez, *Magnetoexcitonic hyperbolic quantum metamaterials*, manuscrito en preparación.

Participación en congresos y eventos

- "Magnetoexcitones polaritónicos en una heteroestructura de pozo cuántico dentro de una microcavidad semiconductor", P. L. Valdés-Negrin, M. Toledo-Solano y F. Pérez-Rodríguez, XI Taller de Física de la Materia Condensada y Molecular, Centro de Investigación en Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, México, 12-14 de Junio, 2017. Tipo de presentación: póster.
- "Magnetoexcitones polaritónicos en una heteroestructura de pozo cuántico dentro de una microcavidad semiconductor", P. L. Valdés-Negrin, M. Toledo-Solano y F. Pérez-Rodríguez, LX Congreso Nacional de Física, 9-13 de Octubre, 2017, Monterrey, Nuevo León, México. Tipo de presentación: oral.

- “Acoplamiento resonante de la luz con magnetoexcitones cuasibidimensionales dentro de una microcavidad semiconductor en presencia de campo eléctrico paralelo”, P. L. Valdés-Negrin, M. Toledo-Solano y F. Pérez-Rodríguez, XII Taller de Física de la Materia Condensada y Molecular, Centro de Investigación en Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, México, 18-20 de Junio, 2018. Tipo de presentación: póster.
- “Estados electrónicos de la banda valencia en pozos cuánticos semiconductores III-V y II-VI en presencia de un campo magnético inclinado”, P. L. Valdés-Negrin, C. Trallero-Giner y F. Pérez-Rodríguez, XIII Taller de Física de la Materia Condensada y Molecular, Centro de Investigación en Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, México, 24-26 de Junio, 2019. Tipo de presentación: póster.
- “Resonant coupling of light with quasi-two-dimensional magnetoexcitons within a semiconductor microcavity in the presence of a parallel electric field”, P. L. Valdés-Negrin, M. Toledo-Solano and F. Pérez-Rodríguez, XXVIII International Materials Research Congress 2019, Cancún, Quintana Roo, México, 18-23 de Agosto, 2019. Tipo de presentación: póster.

Estancia de investigación

- Del 01 de Septiembre de 2018 al 30 de Abril de 2019. Estancia de investigación en el Centro Latinoamericano de Física (CLAF), Río de Janeiro, Brazil, bajo la dirección del Dr. Carlos L. Trallero Giner.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Objetivo	5
1.2. Metas específicas	5
1.3. Organización de la tesis	6
2. Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una microcavidad semiconductor cuántica	8
2.1. Formalismo teórico	9
2.1.1. Formalismo microscópico	11
2.1.2. Expansión de la amplitud de onda coherente	15
2.1.3. Cálculo de las amplitudes de ondas electromagnéticas	16
2.2. Resultados numéricos y discusión	19
2.2.1. Campo eléctrico cero	20
2.2.2. Campo eléctrico en el plano del pozo	24
3. Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una película semiconductor embebida en aire bajo campo magnético externo	27
3.1. Formulación del problema	27
3.1.1. Geometría del sistema	29
3.1.2. Campo electromagnético en la capa semiconductor	31
3.1.3. Relaciones de Matriz de Transferencia	34
3.2. Resultados y discusión	36
3.2.1. Modos localizados. Caso local	36
3.2.2. Espectros ópticos. Caso local y no local.	41
4. Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una microcavidad metálica bajo campo magnético externo	47
4.1. Formulación del problema	47
4.1.1. Geometría del sistema	47
4.2. Resultados y discusión	52
4.2.1. Modos localizados: caso local, barreras metálicas	52
4.2.2. Espectros ópticos. Caso local y no local.	54

5. Efecto Goos-Hänchen en una capa semiconductor con pozo cuántico	59
5.1. Formulación del problema	60
5.1.1. Geometría del sistema	60
5.2. Resultados y discusión	64
6. Metamaterial magnetoexcitónico hiperbólico cuántico	70
6.1. Formulación del problema	70
6.1.1. Geometría del sistema	71
6.2. Resultados y discusión. Espectro local y no local	82
7. Conclusiones	87
A. Matriz de transición dipolar	90
A.1. Bandas Isótropas	92
B. Amplitud de onda coherente	93
C. Campo eléctrico para polarización p	96
D. Desplazamiento de GH en reflexión total interna frustada	98
Bibliografía	100

Capítulo 1

Introducción

A comienzos de los 90, surge una nueva etapa en la física de los polaritones, cuando el confinamiento de los estados electrónicos (pozos cuánticos (“*QWs*”), cables y puntos cuánticos) y los estados fotónicos empezaron a estudiarse intensamente en la escena de los fenómenos ópticos en los semiconductores [1]. Es aquí donde las microcavidades semiconductoras, crecidas mediante la técnica de epitaxia de haces moleculares, con propiedades ópticas novedosas y controlables son relevantes. Las microcavidades semiconductoras son cavidades planares tipo Fabry-Perot entre dos reflectores de Bragg distribuidos (“*DBR*”), que pueden contener pozos cuánticos embebidos dentro de la región activa, proporcionando un método para mejorar y controlar la interacción entre la luz y la materia. De esta manera, los polaritones excitónicos en microcavidades semiconductoras son cuasipartículas producidas cuando fotones de un campo de luz localizados por la cavidad, se acoplan con electrones y huecos, en la forma de excitones, confinados dentro de los pozos cuánticos (“*QWs*”) posicionados en los antinodos del campo electromagnético resonante dentro de una cavidad. El acoplamiento fuerte (también conocido como no perturbativo) ocurre cuando el fotón emitido por el medio activo en un modo dado puede ser reabsorbido excitando nuevamente al medio mismo. En el proceso de la conversión de un fotón a un excitón, se conserva tanto la energía como el vector de onda. Esta condición se cumple cuando las relaciones de dispersión del fotón y el excitón se intersecan, y así, el modo de la cavidad y el estado excitónico tienen que estar en resonancia. Estudios sobre los polaritones excitónicos se han realizado de manera creciente y con gran interés desde inicios del presente siglo [2,3].

Por otra parte, desde los años 60, con los trabajos de Pekar [4], Hopfield y Thomas [5] fue

reconocida la importancia del excitón-polaritón (excitón-fotón) en las propiedades ópticas de los semiconductores en bulto de gran pureza, y desde entonces, se han estudiado varios modelos que permiten describir la dinámica de estos sistemas. Un formalismo alternativo a los trabajos desarrollados por Pekar, Hopfield y Thomas para el cálculo de las cantidades ópticas fue construido por Stahl y Balslev [6–8]. La teoría de la amplitud de onda coherente desarrollada por Stahl y Balslev trata la dinámica intra e interbanda a través de ecuaciones diferenciales, las cuales acoplan las amplitudes de onda del electrón, del hueco y del par electrón-hueco con la onda electromagnética que se propaga por el semiconductor. Este formalismo es más adecuado para describir sistemas en la región excitónica (ecuación interbanda) en presencia de campos externos, los cuales interactúan también con el campo de radiación. La introducción de los campos externos obedece a que la ecuación interbanda describe a la amplitud de la onda de las cuasi-partículas y en ella las energías de interacción con los campos externos se incluyen en forma aditiva, como se haría en la ecuación de masa efectiva. Dicha teoría ha permitido describir las propiedades ópticas en pozos cuánticos [10–16], por solo citar algunos ejemplos. En algunos de estos trabajos se ha determinado la reflexión [11–16] y la absorción [14, 15] de los sistemas estudiados.

En sistemas con confinamiento fuerte, este formalismo resulta más adecuado debido a que la amplitud de onda interbanda (del par electrón-hueco) puede desarrollarse en términos de pocas funciones de onda de una buena base (por buena base se entiende aquella que se construye con eigenfunciones del hamiltoniano más simple, pero sin ser la solución exacta). En el caso límite de la ecuación interbanda de Stahl-Balslev [8], cuando las amplitudes del electrón y el hueco en sus respectivas bandas se anulan y se aplica la aproximación adiabática en la ecuación para la polarización, puede deducirse la ecuación lineal para la polarización construida por Hopfield y Thomas [5].

Haciendo uso de la teoría de la amplitud de onda coherente, en la referencia [17] se ha investigado de manera teórica el acoplamiento de la luz con magnetoexcitones en pozos cuánticos cercanos a la superficie, bajo la acción de un campo eléctrico estático paralelo al plano del pozo. Este acoplamiento fue descrito dentro del enfoque de la matriz de densidad de Stahl-Balslev. En particular, en este trabajo se resolvió el sistema de ecuaciones para la amplitud de onda coherente y los campos electromagnéticos para la heteroestructura de un pozo cuántico de InGaAs/GaAs y se calcularon los espectros de la reflectividad. De la misma manera, el acoplamiento fuerte también ha sido demostrado en otras estructuras de cavidades, incluidas las guías de ondas, específicamente en una capa de nitruro-III [18].

También, en la referencia [19] se ha estudiado el régimen de acoplamiento fuerte entre modos electromagnéticos guiados por un nanohilo semiconductor y estados excitónicos de moléculas localizadas en sus medios circundantes desde las perspectivas clásica y cuántica.

El acoplamiento fuerte que se ha estudiado mediante el uso de “*DBR*”, también es posible observarse usando espejos metálicos [20,21]. Una ventaja de usar espejos metálicos es que sirven como electrodos y permiten la excitación eléctrica de los polaritones de la cavidad [22], lo cual podría tener aplicaciones tecnológicas. Se ha observado que la profundidad de penetración de los campos ópticos en los espejos metálicos es menor, y que el confinamiento de fotones en la microcavidad por estos espejos es más fuerte en comparación a los “*DBR*”. En la referencia [23], también puede observarse un acoplamiento fuerte en una microcavidad metal-dieléctrico-metal en la región de frecuencias de THz.

Por otra parte, existen varios fenómenos ópticos que han sido estudiados en diferentes sistemas físicos, por ejemplo, el efecto Goos-Hänchen (“*GH*”). El desplazamiento GH (“*GHS*”) consiste en el corrimiento lateral de un rayo de luz reflejado, con respecto a lo esperado por la predicción hecha a partir de la óptica geométrica. Este fenómeno fue predicho y medido por Goos y Hänchen durante el estudio del fenómeno de la reflexión total interna, que experimenta un rayo de luz en la interfaz entre dos medios dieléctricos [24]. Para ángulos de incidencia θ mayores que el ángulo crítico, el campo electromagnético de la onda incidente no se refleja directamente, pues la onda evanescente penetra más allá de la interfaz originándose un desplazamiento lateral. Este desplazamiento lateral fue explicado teóricamente por Artmann utilizando el método de la fase estacionaria [25], y por Renard a través del método del flujo de energía [26]. Además, cuando un medio semi-infinito se coloca en la cercanía del primer medio (a una distancia de varias longitudes de ondas de la luz incidente), la onda incidente penetra al segundo medio y excita en este medio una onda propagante. Este fenómeno se conoce como reflexión total interna frustrada (“*FTIR*”). Mediante el estudio del tunelamiento de ondas clásicas electromagnéticas [27,28] o acústicas [29], es posible establecer la interrelación cualitativa y cuantitativa entre el “*GHS*” y la FTIR. Por otra parte, el tunelamiento cuántico de una partícula no relativista es un fenómeno isomorfo al tunelamiento de ondas clásicas. Por consiguiente, se puede establecer una relación directa entre los tiempos de tunelamiento a través de una barrera de potencial unidimensional, y los retardos calculados en la FTIR de las ondas electromagnéticas [28]. El efecto GH ha sido estudiado en diferentes sistemas físicos, tales como grafeno [30–32], materiales magnéticos y cristales anisótropos [33–37], cristales fotónicos [38,39], sistemas de puntos cuánticos dobles y triples

en presencia de una no linealidad de Kerr [40, 41], metamateriales con ϵ cercano a cero (*epsilon-near-zero metamaterials*) [42, 43], etc. También, en la referencia [44], se estudió el corrimiento GH de un medio semiconductor con pozos cuánticos asimétricos embebidos en dos medios semi-infinitos no magnéticos.

De igual forma, en las dos últimas décadas, se ha apreciado un notable interés en el estudio de la respuesta óptica de los sistemas periódicos compuestos de dos o más materiales, a saber, los cristales fotónicos y los metamateriales. Los primeros exhiben una estructura de bandas fotónicas con brechas de frecuencia prohibidas. Las brechas se determinan tanto por el contraste dieléctrico de los componentes como por la constante de red del sistema. Esto hace posible tener un control sobre la propagación de las ondas electromagnéticas en el medio [45]. Los metamateriales, a su vez, son estructuras artificiales periódicas que presentan propiedades físicas efectivas diferentes de las de sus componentes y que, además, no se encuentran en la naturaleza. El caso de las propiedades electromagnéticas, en particular, la permitividad y la permeabilidad, han sido estudiadas bastante. Se han encontrado propiedades tales como: el índice de refracción negativo, o aplicaciones para camuflaje y superlentes [46].

Cabe mencionar que se han propuesto diferentes métodos para introducir grados de libertad cuánticos en los metamateriales [47]. El uso de componentes metálicos en los metamateriales dio origen a la idea de introducir algunas ganancias en estas estructuras mediante el uso de puntos cuánticos [48]. Sin embargo, esta idea usa los grados de libertad cuánticos para compensar las pérdidas y no para modificar las propiedades efectivas. Un tanto diferente es la posibilidad de utilizar medios laminados dopados con pozos cuánticos como lo propone Plumridge y sus colegas [49]. Otro método propuesto en la referencia [47], considera un conjunto de nanobarras que contienen puntos cuánticos. Esta estructura tiene muchas propiedades interesantes (índice de refracción negativo, magnetismo efectivo, camuflaje con dieléctricos) [50, 51], y puede realizarse experimentalmente con relativa facilidad. Esta clase de estructura posee una estructura de bandas cuántica reconfigurable. En general, el estudio de metamateriales con puntos, alambres o pozos cuánticos, es incipiente y abre nuevos caminos tanto a propiedades físicas extraordinarias como aplicaciones tecnológicas.

Mediante la revisión de la literatura se pudo constatar que el formalismo de Stahl-Balslev resulta ser una buena herramienta para describir una película semiconductor con pozo cuántico embebido en presencia de campos eléctrico y magnético. De la misma manera se

pudo notar el actual interés en el estudio de las microcavidades semiconductoras y el acoplamiento fuerte. En este caso, hasta nuestro conocimiento no existe un estudio previo de la microcavidad semiconductora en presencia de campos eléctrico (paralelo) y magnético (perpendicular) a las interfaces de la microcavidad. Por otra parte, dado el interés existente en los metamateriales hiperbólicos resultaría interesante estudiar un sistema periódico de *metal-semiconductor con pozo cuántico* en presencia de campo magnético externo. En este caso, resulta llamativa la posibilidad de acoplar de manera fuerte los magnetoexcitones del semiconductor con pozo cuántico y los modos de Fabry-Perot del sistema periódico. De igual forma, a partir del estudio de la película semiconductora con pozo cuántico embebido es posible estudiar otros sistemas ópticos que consideramos de interés en presencia de campo magnético, donde no existen estudios previos. Por ejemplo, resultaría interesante estudiar sistemas que sustituyan los reflectores de Bragg de la microcavidad y permitan la obtención del régimen de acoplamiento fuerte mediante la excitación de modos localizados en la película semiconductora con pozo cuántico. Por otra parte, hasta donde conocemos, no existe un estudio previo del efecto Goss-Hänchen en régimen de reflexión total interna frustrada para una película semiconductora con pozo cuántico embebido. El estudio teórico de estos sistemas ofrece la posibilidad de diseñar dispositivos ópticos entre otras posibles aplicaciones. Por lo mencionado anteriormente, en esta tesis se plantean el objetivo y las metas siguientes.

1.1. Objetivo

El objetivo de este proyecto fue analizar la física de los polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras, en presencia de campos externos eléctrico y magnético, y su manifestación resonante en los espectros ópticos de reflexión y transmisión.

1.2. Metas específicas

- 1) Estudiar los espectros ópticos de reflexión y transmisión de un pozo cuántico dentro de una microcavidad semiconductora en presencia de **campo eléctrico paralelo a las interfaces** de la heteroestructura y sujeto a un campo magnético cuantizante y paralelo a la dirección de crecimiento. En el estudio se considerará luz de polarización s y p, para incidencia oblicua. El caso de la polarización p permitirá estudiar el

acoplamiento de la luz con excitones longitudinales.

- 2) Estudiar la **excitación de modos localizados** en una capa semiconductor con pozo cuántico sujeto a un campo magnético cuantizante y paralelo a la dirección de crecimiento. La relación de dispersión obtenida permitirá obtener el régimen de acoplamiento fuerte mediante el uso de medios dieléctricos en lugar de reflectores de Bragg.
- 3) Estudiar los espectros ópticos de reflexión, transmisión y absorción para una capa semiconductor con un “ QW ” entre dos espejos metálicos (microcavidad metálica) y a su vez embebidos entre dos prismas semi-infinitos.
- 4) Investigar los **espectros ópticos de reflexión y transmisión** en una capa semiconductor con pozo cuántico embebido en dos medios semiconductores semi-infinitos en el régimen de **reflexión total interna frustrada**. Se obtendrán además los **tiempos de tunelaje y el desplazamiento Goos-Hänchen** para esta **estructura semiconductor no local**.
- 5) Investigar el acoplamiento de excitones confinados en una **estructura periódica de pozos cuánticos** dentro de una microcavidad con los modos electromagnéticos del cristal fotónico (metamaterial) y su manifestación óptica. Calcular los espectros ópticos para el metamaterial de pozos cuánticos bajo un campo magnético fuerte.

1.3. Organización de la tesis

Los resultados de este proyecto de investigación se organizaron en la tesis de la siguiente manera. En el segundo Capítulo se describe de manera breve el formalismo de Stahl-Balslev y la matriz de transición interbanda.

El tercer Capítulo corresponde al estudio de la propagación de ondas electromagnéticas en régimen de acoplamiento fuerte (espectros ópticos de reflectividad, transmisión y absorción) de una microcavidad semiconductor con un “ QW ” embebida en el aire. Dicho estudio se realizó para el caso local y no local, y se analizaron ambas polarizaciones s y p . De igual manera, en el cálculo se ha considerado la disipación energética de la cavidad semiconductor, el efecto de un campo eléctrico *paralelo* al plano del “ QW ” y el potencial Coulombiano U

del par electrón-hueco.

En el cuarto Capítulo se estudia el acoplamiento fuerte de fotón-magnetoexcitón en una capa semiconductor con un “ QW ” mediante ondas electromagnéticas guiadas para polarización s . Se estudia la relación de dispersión para el caso local, obteniéndose soluciones analíticas aproximadas y la solución exacta. También se presentan los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) de la geometría estudiada en el régimen de acoplamiento fuerte.

Siguiendo en el mismo sentido, en el quinto Capítulo se sustituyen los DBR de la microcavidad semiconductor del Capítulo 2 por espejos metálicos. Esta forma de confinar modos electromagnéticos en la cavidad con espejos metálicos es conocida de trabajos previos. Se considera un modelo de Drude para el metal de aluminio (válido para altas frecuencias). Se presentan los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) en régimen de acoplamiento fuerte para un sistema con polarización s .

En el sexto Capítulo se estudia el efecto Goos-Hänchen en una capa semiconductor con “ QW ” en reflexión total interna frustrada. Se presentan los resultados sobre el efecto que provoca considerar el potencial de Coulomb del excitón y su interacción con la superficie. En este caso, se muestran los espectros de reflexión, transmisión y los corrimientos GH reflejados y transmitidos para la capa semiconductor con “ QW ”.

En el séptimo Capítulo se aprovechan los cálculos analíticos y numéricos desarrollados en los Capítulos previos para estudiar las propiedades ópticas de una superred de capas alternantes de metal (Aluminio (A_l)) y la capa semiconductor con “ QW ” en presencia de un campo magnético externo ($\vec{B}_0$) fuerte a lo largo de la dirección de propagación $\hat{z}$ a incidencia normal. Los espectros ópticos obtenidos numéricamente fueron calculados para un sistema de 7 celdas unitarias embebidas en aire, para el caso sin (con) “ QW ” en la capa semiconductor y utilizando el método de la matriz de transferencia 4×4 . Finalmente, se presenta un resumen de las conclusiones principales de este proyecto de investigación.

Capítulo 2

Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una microcavidad semiconductora cuántica

En este capítulo se presenta el estudio teórico de la reflectividad, la transmisión y absorción de una microcavidad semiconductora cuántica (“*SQM*”). El interés en el estudio de la *SQM* se basa en el hecho de que en ella se forman polaritones excitónicos como resultado del acoplamiento fuerte entre el excitón del pozo cuántico y el fotón confinado en la cavidad [1–3], [52–54]. Además, en las “*SQM*” es posible observar varios fenómenos físicos: condensación de Bose-Einstein [55], superfluidez [56–58], efecto Meissner de *spin* [59, 60], efecto Hall de *spin* [61, 62], y vórtices en condensados de polaritones excitónicos [63–65], por solo citar algunos. Por otra parte en las referencias [66–71], han mostrado que la aplicación de un campo magnético externo también puede ser una herramienta útil para la investigación y la manipulación de excitones y polaritones excitónicos. En particular, mediante la variación del campo magnético, es posible variar la intensidad del acoplamiento entre el excitón y el fotón confinado en la cavidad. Un cálculo microscópico de los estados polaritónicos excitónicos en una microcavidad semiconductora, con pozos cuánticos acoplados embebidos en presencia de campos eléctricos y magnéticos orientados perpendicularmente al plano del pozo cuántico, ha sido presentado en la referencia [72]. En dicho trabajo ha sido posible obtener el régimen de acoplamiento fuerte, se pudo notar la posibilidad que ofrece el campo magnético de aumentar el acoplamiento excitón-fotón y compensar el debilitamiento del acoplamiento por

el campo eléctrico. Por otro lado, en la referencia [17] se presenta un formalismo que permite estudiar los excitones en pozos cuánticos en un campo magnético fuerte (magnetoexcitones), en presencia de un campo eléctrico paralelo al plano del pozo cuántico para polarización s . En ese trabajo, se presentan resultados para incidencia normal y el acoplamiento fotón magnetoexcitón débil. Por lo mencionado previamente, es de interés estudiar el caso de ambas polarizaciones en incidencia oblicua, y aumentar el acoplamiento entre los magnetoexcitones y la luz en presencia de un campo eléctrico paralelo en el régimen de acoplamiento fuerte. En este capítulo, en la sección 2.1, se presenta el formalismo teórico para el cálculo de reflectividad, transmisión y absorción. Los espectros ópticos terminados numéricamente, se muestran y se comentan en la sección 2.2.

2.1. Formalismo teórico

Consideramos una “SQM” compuesta por dos “DBR” que ocupan las regiones $L_i < z < 0$ y $L < z < L_f$. Entre los reflectores, es decir, el intervalo $0 < z < L$ corresponde a la cavidad semiconductor (ver Fig. 2.1) formada por una capa superficial (en $0 < z < z_1$), un pozo cuántico (en $z_1 < z < z_2$) y una capa colchón (en $z_2 < z < L$). La SQM está embebida en el vacío y está sujeta a un campo de inducción magnética externa $\vec{B}_0$ paralelo a la dirección de crecimiento ($\vec{B}_0 \parallel \hat{z}$), y a un campo eléctrico estático $\vec{E}_0$ paralelo al plano del pozo cuántico. Una onda plana electromagnética monocromática incide en la superficie de la “SQM” en $z = L_i$, y su campo eléctrico se expresa como

$$\vec{E}_i(\vec{R}, t) = \vec{E}_{i0} e^{i(\vec{q}_{\parallel} \cdot \vec{R}_{\parallel} + q_z z - \omega t)}, \quad z < L_i \quad (2.1)$$

donde $\vec{q}_{\parallel} = q_x \hat{x}$, $q_x = q_0 \sin \theta$, $q_z = q_0 \cos \theta$, $q_0 = \omega/c$, ω es la frecuencia, c es la velocidad de la luz en el vacío, y θ es el ángulo de incidencia en el plano $x - z$. El campo eléctrico de la onda reflejada se puede escribir en la forma

$$\vec{E}_r(\vec{R}, t) = \vec{E}_{r0} e^{i(\vec{q}_{\parallel} \cdot \vec{R}_{\parallel} - q_z z - \omega t)}, \quad z < L_i \quad (2.2)$$

En la región $z > L_f$ (vacío), el campo eléctrico de la onda transmitida se escribe como

$$\vec{E}_t(\vec{R}, t) = \vec{E}_t e^{i(\vec{q}_{\parallel} \cdot \vec{R}_{\parallel} + q_z z - \omega t)}. \quad (2.3)$$

En los dieléctricos “ d ” ($d = a, b$) de la n -ésima bicapa que forma los DBR (en $L_i < z < 0$ y $L < z < L_f$), el campo eléctrico se puede expresar como

$$\vec{E}_s(\vec{R}, t) = \vec{E}_1^{(d,n)} e^{i(\vec{q}_{\parallel} \cdot \vec{R}_{\parallel} + k_z^d z - \omega t)} + \vec{E}_2^{(d,n)} e^{i(\vec{q}_{\parallel} \cdot \vec{R}_{\parallel} - k_z^d z - \omega t)} \quad (2.4)$$

donde $k_z^d = \sqrt{q_0^2 \varepsilon_d - q_x^2}$, ε_d es la permitividad relativa de los dieléctricos, $n = 1, 2, \dots, n_i$ para las bicapas en $L_i < z < 0$, y $n = n_i + 1, n_i + 2, \dots, n_f$ para las bicapas en $L < z < L_f$. Según la geometría supuesta, en el caso de la luz incidente polarizada s y p , los campos eléctricos en las ecuaciones (2.1)–(2.4) tienen una (y) y dos (x, z) componentes.

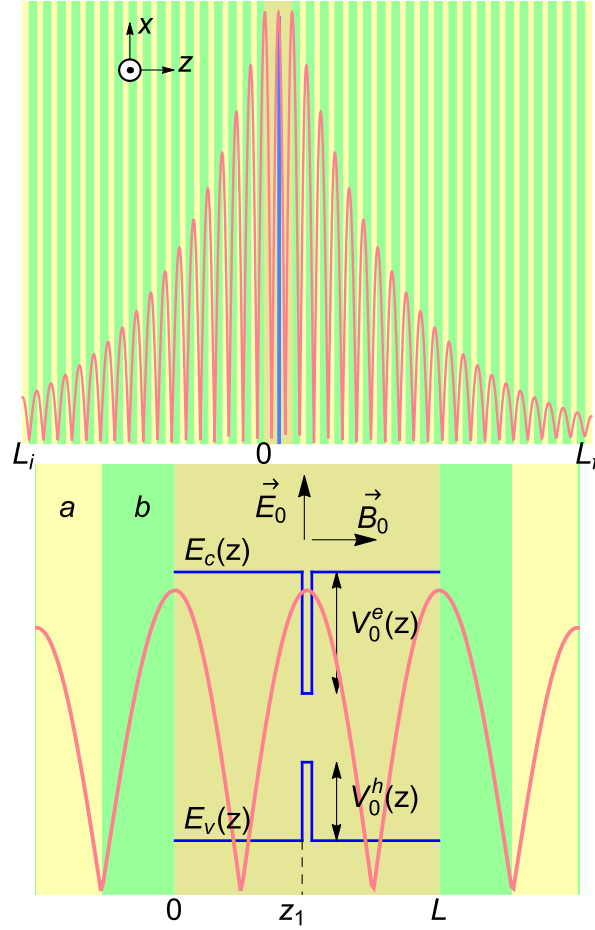


Figura 2.1: Geometría del sistema estudiado. El eje horizontal representa la dirección de crecimiento, el eje vertical la energía potencial de confinamiento para electrones y huecos en las bandas de conducción y de valencia, respectivamente. El campo magnético estático ($\vec{B}_0$) está orientado perpendicular al plano del pozo cuántico. El perfil de la magnitud del campo eléctrico del modo electromagnético en la cavidad es descrito mediante la curva continua oscilante.

2.1.1. Formalismo microscópico

En esta sección se presenta el sistema de ecuaciones para el magneto-excitón polaritón, en una heteroestructura semiconductor mediante el formalismo de Stahl-Balslev. Este formalismo permite estudiar la dinámica del excitón en diferentes sistemas semiconductores. La construcción del sistema de ecuaciones dinámicas utiliza un formalismo de segunda cuantización, y se modela al semiconductor como un conjunto grande de sistemas con dos niveles energéticos, para describir los niveles de energía de la banda de valencia y de conducción [6,8]. En un primer paso, se toma en cuenta la energía de los electrones y huecos en sus respectivas bandas; así como la energía de interacción con la radiación electromagnética. Se construyen las ecuaciones de movimiento de Heisenberg para los operadores de creación y aniquilación de pares electrón-hueco, y operadores de densidad de electrones y huecos en sus respectivos niveles. Posteriormente, estas ecuaciones son transformadas en ecuaciones macroscópicas para la polarización, la densidad de electrones y la densidad de huecos. En un segundo paso, se incluye la movilidad espacial del par, aplicando dos enfoques opuestos, el modelo de Frenkel y el modelos de Wannier. En este último caso, se obtienen tres ecuaciones macroscópicas que describen las amplitudes de onda para electrones y huecos en sus respectivas bandas, así como para el par electrón-hueco. Estas ecuaciones son conocidas como ecuaciones de Stahl y Balslev, y pueden separarse en ecuaciones intra e interbanda. En la dinámica del excitón se utiliza la ecuación interbanda, incluyendo la interacción coulombiana. Otro punto importante a notar es que se trabaja dentro de la aproximación adiabática, donde las ecuaciones que describen los movimientos relativo y traslacional del excitón se separan, y los niveles de energía y funciones de onda para el movimiento relativo dependen paramétricamente de la distancia del centro de masa del excitón a la interfaz $z = 0$ [9].

De este modo el formalismo de Stahl-Balslev acopla los campos del excitón con los de la onda electromagnética que se propaga en la estructura. El excitón, surge como un estado ligado entre un electrón y un hueco; la energía del excitón es un poco menor que la suma de las energías de sus constituyentes (electrón y hueco) en su confinamiento en la estructura. Para el caso de interés, se tiene un semiconductor con pozo cuántico, bajo la acción de un campo eléctrico paralelo y un campo magnético fuerte perpendicular a las interfaces (ambos estáticos y de manera tal que los niveles de Landau superan la energía de enlace coulombiana). El campo magnético es fuerte en el sentido que la separación energética de los niveles de Landau es mayor respecto a la energía de enlace de Coulomb. Lo anterior se obtiene para

campos magnéticos mayores de 12T para el *GaAs* y un ancho del pozo cuántico de 5 nm según ha sido reportado en [9]. En [9], también se reportado el estudio del campo eléctrico en regímenes de campo débil, moderada y fuerte. Es válido notar que para el análisis de esta estructura no se tiene en cuenta el espín del electrón o el hueco. Lo anterior podría considerarse para mejorar el modelo, y obtener espectros ópticos más precisos; aunque algunos estudios experimentales de absorción [73, 74] y fotoluminiscencia [73, 75, 76] en pozos cuánticos, no muestran el desdoblamiento proveniente de tener en cuenta el espín. De igual forma, en el cálculo general, se incluye la interacción coulombiana. De modo que, para el cálculo del campo electromagnético dentro de la estructura de “*QW*” ($0 < z < L$), se requiere un enfoque microscópico que describa el acoplamiento de excitones con fotones confinados a la cavidad. Es válido resaltar que en el modelo desarrollado por Stahl-Balslev en [8], la banda de valencia inferior está casi llena y la banda de conducción superior casi vacía. En la aproximación de *amarre fuerte*, este tipo de estructura se obtiene si se coloca una colección de átomos de dos niveles en una red y se supone que existe una superposición suficiente entre los estados atómicos de los sitios vecinos para permitir la movilidad. Posteriormente, siguiendo el desarrollo presentado por Stahl en el epígrafe 2.4 de [1], se introduce el término de movilidad del excitón, el cual permite que los electrones y huecos se muevan de manera independiente. Este tipo de movilidad es característica de modelos tipo Wannier, como ha sido mencionado anteriormente. Debido a que los electrones y los huecos pueden moverse de forma independiente, el sistema puede desarrollar nuevas excitaciones (no presentes en el modelo de Frenkel). Dichas excitaciones corresponden a una excitación coherente de un par electrón-hueco donde el electrón y el hueco se encuentran en sitios diferentes. Luego, siguiendo el desarrollo presentado por Stahl, se llega a las llamadas *ecuaciones de borde de bandas*. Las ecuaciones de borde de banda como ecuaciones de operador definidas sobre puntos de la red, no son adecuadas para cálculos prácticos donde intervienen campos macroscópicos. Por lo tanto, es necesario aproximar al caso del límite continuo, posteriormente promediar estadísticamente y obtener, ecuaciones para los valores de expectación de las variables dinámicas macroscópicas. Esta aproximación está bien establecida: para el límite continuo es la aproximación de masa efectiva, para el uso de valores esperados es la aproximación de campo autoconsistente. Al pasar de las ecuaciones de borde de banda en forma de operadores a la forma integral se hace uso de las propiedades de ortonormalidad de las funciones $\delta(\vec{r} - \vec{R}_j)$. En este paso, la parte periódica de la función de Bloch queda dentro de los valores promedios. En este trabajo, se aplicará el enfoque de Stahl-Balslev de la amplitud de onda

coherente [8], para ambas polarizaciones s y p . Este enfoque se aplicará como es presentado en [17] para polarización s . Tal enfoque se basa en el uso de la ecuación para la amplitud interbanda coherente electrón-hueco $Y_\beta(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$,

$$[H_{eh} - \hbar(\omega + i\nu)]Y_\beta(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \mathcal{M}_\beta(\vec{r})E_\beta(\vec{R}, \omega), \quad (2.5)$$

donde β indica las componentes correspondientes a excitones transversales (x, y) y longitudinales (z). E_β es la componente del campo eléctrico de la onda que oscila con frecuencia ω y $\mathcal{M}_\beta$ es la componente de la matriz de transición dipolar por unidad de volumen. Las cantidades $\vec{r}_{e,h} = (\vec{\rho}_{e,h}, z_{e,h})$ son las coordenadas del electrón (e) y el hueco (h), donde $\vec{\rho}$ es la componente paralela y z es la componente perpendicular al plano del QW. Los vectores $\vec{r} \equiv \vec{r}_e - \vec{r}_h = (\vec{\rho}, z)$ y $\vec{R}$ son los radio vectores excitónicos relativos y centro de masa, respectivamente. Por otra parte, ν es el factor fenomenológico de amortiguamiento y H_{eh} es el Hamiltoniano de dos bandas dado por

$$H_{eh} = E_g + H_{ez} + H_{hz} + H_{2D} + U. \quad (2.6)$$

Aquí, E_g representa el gap de energía entre las bandas del semiconductor que forman el pozo cuántico, H_{jz} ($j = e, h$) son los hamiltonianos unidimensionales del electrón y el hueco:

$$H_{j,z} = -\frac{\hbar^2}{2m_{j,z}} \frac{\partial^2}{\partial z_j^2} + V_j(z_j), \quad (2.7)$$

donde m_{jz} and $V_j(z_j)$ son, las masas efectivas y los potenciales de confinamiento en la dirección z para el electrón ($j = e$) y el hueco ($j = h$), respectivamente (ver Fig. 1). El hamiltoniano bidimensional H_{2D} en la ecuación (2.6) para el electrón y el hueco, bajo la acción del campo magnético $\vec{B}_0 \parallel \hat{z}$ y eléctrico estático $\vec{E}_0 \perp \hat{z}$ tiene la forma

$$H_{2D} = \frac{1}{2m_{e\parallel}}(-i\hbar\nabla_{\vec{\rho}_e} + e\vec{A}_e)^2 + \frac{1}{2m_{h\parallel}}(-i\hbar\nabla_{\vec{\rho}_h} - e\vec{A}_h)^2 + e\vec{E}_0 \cdot \vec{\rho}, \quad (2.8)$$

donde $m_{j\parallel}$ ($j = e, h$) son las masas efectivas del electrón y el hueco en la dirección paralela al pozo cuántico, y el vector potencial $\vec{A}_j$ es dado por

$$\vec{A}_j = \frac{1}{2}\vec{B}_0 \times \vec{\rho}_j. \quad (2.9)$$

La cantidad U en la ecuación (2.6) contiene el potencial debido a la atracción coulombiana electrón-hueco

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_s} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \right). \quad (2.10)$$

Es válido notar que la aparición de carga imagen está dada por la cercanía del pozo cuántico a las interfaces $z = 0$ y $z = L$. Para el sistema de este capítulo es posible despreciar las imágenes. En las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.10) se ha supuesto que las masas efectivas ($m_{j\parallel}, m_{jz}$) para el electrón y hueco, así como la constante dieléctrica estática $\varepsilon_s = 12.5$, son homogéneas en toda la estructura del pozo cuántico, es decir, en el intervalo $0 < z < L$.

El campo eléctrico $\vec{E}$ de la onda electromagnética obedece las ecuaciones de Maxwell y se obtiene de resolver

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - \varepsilon_\infty q_0^2 \vec{E} = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0} \vec{\mathcal{P}}, \quad (2.11)$$

donde ε_∞ constante dieléctrica de alta frecuencia. La componente β de la polarización excitónica $\mathcal{P}_\beta(\vec{R}, \omega)$ está relacionada a la amplitud coherente interbanda $Y_\beta(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ como

$$\mathcal{P}_\beta(\vec{R}, \omega) = 2 \int \mathcal{M}_\beta(r) Y_\beta(\vec{r}, \vec{R}, \omega) d^3r. \quad (2.12)$$

Para calcular la matriz de transición dipolar (ver Apéndice A), es necesario conocer la diagrama de bandas electrónicas así como las funciones de Bloch del semiconductor estudiado. Para excitones en el volumen, $\mathcal{M}$ ha sido calculada en la referencia [78], donde se consideró un cristal de gap directo y caracterizado por un par de bandas isotropas en el centro de la zona de Brillouin; con lo cual el tensor $\mathcal{M}$ resulta un escalar, dado como

$$\mathcal{M}(\vec{r}) = \frac{M_0 e^{-r^2/r_0^2}}{4\pi r_0^2 r}, \quad M_0 = \frac{ep(0)}{m_0 E_g}, \quad r_0 = a_0^{3D} \frac{E_0^{3D}}{E_g}, \quad (2.13)$$

donde $p(0)$ es el elemento de matriz de momento entre los estados de Bloch alrededor de $\vec{k} = 0$, M_0 es la matriz de transición dipolar integrada. Además, e es el valor absoluto de la carga y m_0 la masa del electrón, E_g es el gap de energía de semiconductor en el centro de la zona de Brillouin, a_0^{3D} y E_0^{3D} son el radio de Bohr y Rydberg excitónico de volumen. En la referencia [78], se calcula la susceptibilidad eléctrica ($\chi(\omega)$) y se comenta que tendría el mismo resultado si se utilizara el modelo de capa dado por

$$\mathcal{M}(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi r_0^2} \delta(r - 2r_0). \quad (2.14)$$

Tanto la expresión de $\mathcal{M}(\vec{r})$ en la ecuación (2.13) como en la ecuación (2.14) para el modelo de capa, corresponden a modos de volumen. El modelo de capas es utilizado, desde hace algún tiempo, en películas delgadas [11] y pozos cuánticos [11, 13].

$$\mathcal{M}(\vec{r}) = \frac{M_0}{2\pi\rho} \delta(\rho - \rho_0), \quad \rho_0 \rightarrow 0. \quad (2.15)$$

De igual forma, en [17] se ha utilizado dicho modelo de capas para un pozo cuántico en una heteroestructura semiconductor. De modo que, para la cantidad $\mathcal{M}_\beta$, que aparece en las ecuaciones (2.5) y (2.12), que denota la densidad dipolar de transición interbanda, se ha empleado el llamado modelo capa [11, 13]

$$\mathcal{M}_\beta(\vec{r}) = \frac{M_0}{2\pi\rho} \delta(\rho - \rho_d) \delta(z). \quad (2.16)$$

Aquí $\rho_d \rightarrow 0$ y $\delta(\rho)$ representa la función delta de Dirac.

2.1.2. Expansión de la amplitud de onda coherente

Para resolver el sistema de ecuaciones que resulta de las ecuaciones (2.5) y (2.11), se desarrolla $Y_\beta(\vec{r}, \vec{R})$ en términos de las eigenfunciones $(\Psi_{k,l}^\beta)$ del hamiltoniano H_{2D} para el movimiento electrón-hueco paralelo al pozo cuántico, y en términos de las eigenfunciones $[\psi_{ek}(z_e), \psi_{hl}(z_h)]$, $k, l = 1, 2, \dots$ de los hamiltonianos H_{ez} y H_{hz} para el movimiento del electrón y el hueco en la dirección z , respectivamente [17]. La expansión para la amplitud coherente ha sido desarrollada previamente para polarización s [17]. Dado que dicha amplitud es una cantidad vectorial, en este trabajo se ha generalizado la expansión para la amplitud coherente para la polarización p . Por lo tanto $Y_\beta(\vec{r}, \vec{R})$ puede escribirse como

$$Y_\beta(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{k,l} \Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{R}_\parallel) e^{\frac{i\epsilon}{2\hbar} [\vec{B}_0 \times \vec{\rho}] \cdot \vec{R}_\parallel} \psi_{ek}(z_e) \psi_{hl}(z_h). \quad (2.17)$$

Después de sustituir la ecuación (2.17) en la expresión de Stahl (2.5), y aplicando la transformada de Fourier 2D

$$\Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{P}) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{R}_\parallel) e^{-i\vec{P} \cdot \vec{R}_\parallel} d^2P, \quad (2.18)$$

donde los coeficientes $\Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{R}_\parallel)$ se pueden expresar en la forma (ver los detalles en el Apéndice B o la derivación original en [17]),

$$\Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{R}_\parallel) = \frac{1}{2\pi\hbar} \sum_{k,l,n,m} \int_{-\infty}^{\infty} A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) G_{n,m}(\vec{\rho}'(\vec{P})) e^{i\vec{P} \cdot \vec{R}_\parallel} e^{\frac{i\gamma}{2\hbar} \vec{P}'(\vec{P}) \cdot \vec{\rho}} d^2P. \quad (2.19)$$

Las expresiones para las funciones $G_{n,m}(\vec{\rho}'(\vec{P}))$ están dadas por la ecuación (B.10). A fin de que $Y_\beta(\vec{r}, \vec{R})$ sea solución de la ecuación (2.5), los coeficientes $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ en la ecuación (2.19) deben satisfacer el sistema de ecuaciones (B.12). La solución numérica de este sistema de ecuaciones, unido a las condiciones de frontera adecuadas a la polarización s o la

polarización p de las ecuaciones de Maxwell, permiten relacionar los campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$ en los extremos de la cavidad semiconductor y del pozo cuántico, con los campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$ en las distintas regiones que forman el sistema a estudiar. Lo anterior permite aplicar el método de la matriz de transferencia y encontrar los espectros de Reflexión, Transmisión y Absorción.

2.1.3. Cálculo de las amplitudes de ondas electromagnéticas

Geometría de polarización p

Aquí se considera el caso de la luz incidente con polarización p . Las amplitudes de la componentes del campo eléctrico de la ondas incidentes, reflejadas y transmitidas en el vacío, dadas por las ecuaciones (2.1)-(2.3), respectivamente, son

$$\begin{aligned}\vec{E}_{i0} &= [1, 0, -q_x/q_z]E_{i0}, \\ \vec{E}_{r0} &= [1, 0, q_x/q_z]E_{r0}, \\ \vec{E}_{t0} &= [1, 0, -q_x/q_z]E_{t0}.\end{aligned}\tag{2.20}$$

En consecuencia, las amplitudes en la ecuación (2.4) de las ondas planas electromagnéticas dentro de los dieléctricos d de cada DBR, se pueden escribir como

$$\begin{aligned}\vec{E}_1^{(d,n)} &= [1, 0, -q_x/k_z^d]E_1^{(d,n)}, \\ \vec{E}_2^{(d,n)} &= [1, 0, q_x/k_z^d]E_2^{(d,n)}.\end{aligned}\tag{2.21}$$

Las componentes (x, z) del campo eléctrico y la polarización excitónica, dentro de la región semiconductor de pozo cuántico ($0 < z < L$), están acoplados por la ecuación de onda (2.11). Luego, se aplica la transformada de Fourier 2D

$$\vec{E}(\vec{P}, z) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{R}_{\parallel}, z) e^{i\vec{P}\cdot\vec{R}_{\parallel}} d^2P,\tag{2.22}$$

$$\vec{P}(\vec{P}, z) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{P}(\vec{R}_{\parallel}, z) e^{i\vec{P}\cdot\vec{R}_{\parallel}} d^2P,\tag{2.23}$$

a la Ec. (2.11), y se llega a

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa^2\right) E_x(\vec{P}, z) = -\frac{\kappa^2}{\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}} \mathcal{P}_x(\vec{P}, z) - \frac{iP_x}{\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}\hbar} \frac{\partial \mathcal{P}_z(\vec{P}, z)}{\partial z},\tag{2.24}$$

$$E_z(\vec{P}, z) = i\frac{P_x}{\hbar\kappa^2} \frac{\partial E_x(\vec{P}, z)}{\partial z} - \frac{q_0^2 \mathcal{P}_z(\vec{P}, z)}{\varepsilon_0\kappa^2},\tag{2.25}$$

donde $\kappa^2 = (q_0^2 \varepsilon_\infty - P_x^2 / \hbar^2)$. La solución de la Ec.(2.24) puede ser escrita en la forma

$$E_x(\vec{P}, z) = E_{ge,p}(\vec{P}, z) + E_x^{pa}(\vec{P}, z), \quad (2.26)$$

$$E_{ge,p}(\vec{P}, z) = A_{1,p}(\vec{P}) e^{i\kappa z} + A_{2,p}(\vec{P}) e^{-i\kappa z}, \quad (2.27)$$

$$E_x^{pa}(\vec{P}, z) = \int_0^z \left[\frac{\kappa \mathcal{P}_x(\vec{P}, \eta)}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty} + i \frac{P_x}{\hbar \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \kappa} \frac{\partial \mathcal{P}_z(\vec{P}, \eta)}{\partial \eta} \right] \sin[\kappa(\eta - z)] d\eta, \quad (2.28)$$

donde $E_{ge,p}(\vec{P}, z)$ es la solución de la ecuación homogénea, mientras $E_x^{pa}(\vec{P}, z)$ es una solución particular de la no homogénea. Usando las ecuaciones (2.25)–(2.28), es posible reescribir la componente z del campo eléctrico, $E_z(\vec{P}, z)$, como

$$E_z(\vec{P}, z) = \frac{P_x}{\hbar \kappa} \left[A_{1,p}(\vec{P}) e^{i\kappa z} - A_{2,p}(\vec{P}) e^{-i\kappa z} \right] - \frac{P_x}{i\hbar \kappa^2} \frac{\partial E_x^{pa}(\vec{P}, z)}{\partial z} - \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 \kappa^2} \mathcal{P}_z(\vec{P}, z). \quad (2.29)$$

Para determinar los componentes del campo eléctrico, $E_x(\vec{P}, z)$ y $E_z(\vec{P}, z)$ dadas por las ecuaciones (2.25)–(2.28), se deben calcular las componentes x y z de la polarización excitónica $\vec{\mathcal{P}}_x(\vec{P}, z)$. Empleando las ecuaciones (2.12)–(2.17), y (2.19), las componentes $\mathcal{P}_\beta(\vec{P}, z)$ ($\beta = x, z$) pueden escribirse como

$$\mathcal{P}_\beta(\vec{P}, z) = 2M_0 \sum_{k,l,n,m} A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) \psi_{ek}(z) \psi_{hl}(z) \tilde{G}_{n,m}(-\vec{r}_0). \quad (2.30)$$

donde M_0 es la matriz de transición dipolar por unidad de volumen.

Cuando se sustituyen las ecuaciones (2.25)–(2.28) en la expresión (B.12), y se resuelve el sistema de ecuaciones no homogéneo resultante, las amplitudes $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ pueden expresarse en términos de las amplitudes $A_{1,p}(\vec{P})$ y $A_{2,p}(\vec{P})$. Más específicamente, $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) = T_{k,l,n,m}^{1,p} A_{1,p}(\vec{P}) + T_{k,l,n,m}^{2,p} A_{2,p}(\vec{P})$. Esto implica que $E_x(\vec{P}, z)$ (3.13) y $E_z(\vec{P}, z)$ (2.29) están completamente determinados por solo dos componentes, $A_{1,p}(\vec{P})$ y $A_{2,p}(\vec{P})$. Finalmente, las amplitudes de las ondas electromagnéticas en el vacío (E_{r0} y E_{t0}), en cada uno de los DBR ($E_1^{d,n}$ y $E_2^{d,n}$, $n = 1, \dots, n_f$), y en el pozo cuántico semiconductor ($A_{1,p}(\vec{P})$ y $A_{2,p}(\vec{P})$), se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta de imponer condiciones de frontera de Maxwell: continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctricos y magnéticos en todas las interfaces de la SQM. La otra condición de frontera que se debe cumplir (condición de no escape) para la amplitud de onda coherente: $Y_\beta(\vec{r}, \vec{R})=0$ ya se tomó en consideración en la construcción de $\psi_{ek}(z_e)$ y $\psi_{hl}(z_h)$. Al resolver este sistema, es conveniente buscar las amplitudes $A_{1,p}(\vec{P})$ y $A_{2,p}(\vec{P})$ de la forma

$$A_{j,p}(\vec{P}) = 2\pi \hbar \delta(\vec{P} - \hbar \vec{q}_\parallel) \tilde{A}_{j,p}(\vec{P}), \quad j = 1, 2 \quad (2.31)$$

Aquí, las amplitudes son proporcionales a la función delta $\delta(\vec{P} - \hbar\vec{q}_{\parallel})$ debido a la conservación de la componente del vector de onda paralela al plano del QW. Por lo tanto, las amplitudes $\tilde{A}_{1,p}(\vec{P})$ y $\tilde{A}_{2,p}(\vec{P})$ con $\vec{P} = \hbar\vec{q}_{\parallel}$, junto con E_{r0} , E_{t0} , $E_1^{(d,n)}$ y $E_2^{(d,n)}$, $n = 1, \dots, n_f$ satisfacen un sistema algebraico de ecuaciones no homogéneo. Aplicando el método de la matriz de transferencia, se han obtenido los espectros de reflectividad $R = |E_{r0}/E_{i0}|^2$, transmisión $T = |E_{t0}/E_{i0}|^2$ y absorción $A = 1 - R - T$.

Geometría de polarización s

Si la luz incidente sobre la SQM tiene polarización s , el campo eléctrico de las ondas electromagnéticas dentro y fuera de la SQM está orientado perpendicular al plano de incidencia $(x - z)$, es decir, en la dirección y . Por lo tanto, las amplitudes vectoriales en las ecuaciones (2.1)–(2.4) son

$$\vec{E}_{i0} = E_{i0}\hat{y}, \quad \vec{E}_{r0} = E_{r0}\hat{y}, \quad \vec{E}_{t0} = E_{t0}\hat{y}, \quad (2.32)$$

$$\vec{E}_1^{(d,n)} = E_1^{(d,n)}\hat{y}, \quad \vec{E}_2^{(d,n)} = E_2^{(d,n)}\hat{y}, \quad (2.33)$$

La componente y del campo eléctrico dentro del semiconductor de QW ($0 < z < L$), satisface la ecuación de onda (2.11). Después de aplicar la transformada de Fourier 2D (2.22) adquiere la forma

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa^2 \right) E_y(\vec{P}, z) = -\frac{q_0^2}{\varepsilon_0} \mathcal{P}_y(\vec{P}, z). \quad (2.34)$$

La solución de la ecuación (2.34) puede ser escrita como

$$E_y(\vec{P}, z) = E_{ge,s}(\vec{P}, z) + E_y^{pa}(\vec{P}, z), \quad (2.35)$$

$$E_{ge,s}(\vec{P}, z) = A_{1,s}(\vec{P}) e^{i\kappa z} + A_{2,s}(\vec{P}) e^{-i\kappa z}, \quad (2.36)$$

$$E_y^{pa}(\vec{P}, z) = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 \kappa} \int_0^z \mathcal{P}_y(\vec{P}, \eta) \sin[\kappa(\eta - z)] d\eta, \quad (2.37)$$

donde $E_{ge,s}(\vec{P}, z)$ y $E_y^{pa}(\vec{P}, z)$ son las soluciones generales y particulares de la ecuación no homogénea (2.34). Para calcular la componente del campo eléctrico $E_y(\vec{P}, z)$ de la expresión (2.35), se debe usar la expansión (2.30), pero para la componente $\beta = y$ de la polarización excitónica. Las amplitudes $A_{k,l,n,m}^y(\vec{P})$ en la expansión $\mathcal{P}_y(\vec{P}, z)$, pueden ser expresadas en términos de las amplitudes $A_{1,s}(\vec{P})$ y $A_{2,s}(\vec{P})$ sustituyendo la ecuación (2.35) en (B.12), y

resolviendo el sistema de ecuaciones no homogéneo resultante para $A_{k,l,n,m}^y(\vec{P})$. Es decir, $A_{k,l,n,m}^y(\vec{P}) = T_{k,l,n,m}^{1,s}A_{1,s}(\vec{P}) + T_{k,l,n,m}^{2,s}A_{2,s}(\vec{P})$. Lo anterior significa que $E_y(\vec{P}, z)$ (2.35) está completamente determinado por las amplitudes $A_{1,s}(\vec{P})$ y $A_{2,s}(\vec{P})$. Posteriormente, se imponen condiciones de frontera de Maxwell en las interfaces de la SQM. Debido a la conservación de la componente en el plano del vector de onda,

$$A_{j,s}(\vec{P}) = 2\pi\hbar\delta(\vec{P} - \hbar\vec{q}_{\parallel})\tilde{A}_{l,s}(\vec{P}). \quad j = 1, 2 \quad (2.38)$$

Así, las amplitudes E_{r0} , E_{t0} , $E_1^{(d,n)}$ y $E_2^{(d,n)}$, $n = 1, \dots, n_f$, $\tilde{A}_{1,s}(\hbar\vec{q}_{\parallel})$ y $\tilde{A}_{2,s}(\hbar\vec{q}_{\parallel})$ satisfacen un sistema de ecuaciones no homogéneo, el cual ha sido determinado con el método de matriz de transferencia, proporcionando los espectros de reflectividad $R = |E_{r0}/E_{i0}|^2$, transmisión $T = |E_{t0}/E_{i0}|^2$ y absorción $A = 1 - R - T$.

2.2. Resultados numéricos y discusión

En esta sección se aplica el formalismo teórico descrito en 2.1. Se considera un pozo cuántico formado por una capa de $GaAs$ con barreras de $In_{0.18}Ga_{0.82}As$. Se supone que la microcavidad está formada por $n_i = 17$ y $n_f - n_i = 21$ pares de $\lambda/4$ de capas alternantes de $GaAs$ y $InGaAs$, que componen los dos DBR en la región $L_i < z < 0$ y $L < z < L_f$, respectivamente. En principio, el número de capas alternantes que componen los dos DBR puede elegirse de manera arbitraria. Estos valores han sido elegidos porque se han reportado en [72]. También, la elección de λ es arbitraria, para este cálculo se ha elegido una $\lambda = 880.1$ nm, a partir de la cual ha sido posible construir la microcavidad. El QW se coloca en la posición del antinodo, es decir, en el medio del modo óptico resonante de una cavidad λ caracterizada por un índice de refracción igual a $\sqrt{\varepsilon_{\infty}}$, donde la permitividad $\varepsilon_{\infty} = 12.5$. El ancho de la cavidad y el QW son aproximadamente $L = 248.9$ nm y $d = 5$ nm, respectivamente. El campo magnético $B_0 = 14$ T, la energía del gap $E_g = 1.339$ meV, la constante de amortiguamiento $\hbar\nu = 1$ meV, la profundidad del QW de electrones $V_0^e = 113$ meV y de huecos $V_0^h = 75$ meV. El resto de los valores numéricos utilizados se muestran en la Tabla I. Para estudiar el acoplamiento magnetoexcitón-fotón en la SQM en presencia de un campo eléctrico estático paralelo al plano del pozo cuántico, consideramos que $\vec{E} = E_0\hat{x}$. El caso de considerar un campo eléctrico estático perpendicular al plano del pozo cuántico ha sido estudiado en [72], como se ha mencionado previamente. El formalismo presentado es válido sólo para el caso de un campo eléctrico estático paralelo al plano del pozo

cuántico.

Tabla I. Parámetros del modelo. m_0 es la masa del electrón libre

$m_{e,\parallel}$	Masa efectiva del electrón en el plano del QW	$0.067 m_0$
$m_{e,z}$	Masa efectiva del electrón en la dirección z	$0.067 m_0$
$m_{h,\parallel}$	Masa efectiva del hueco en el plano del PC	$0.2 m_0$
$m_{h,z}$	Masa efectiva del hueco en la dirección z	$0.35 m_0$

2.2.1. Campo eléctrico cero

En la Fig. 2.2 se muestra una serie de espectros de reflexión para la microcavidad con pozo cuántico, que se calcularon a diferentes ángulos de incidencia con $E_0 = 0$, y sin considerar el potencial coulombiano atractivo del par electrón-hueco. Las resonancias en la reflexión en el intervalo de energía se atribuyen a los magnetoexcitones $e1 - hh1$, donde $e1$ corresponde al nivel uno (índice k de $\psi_{ek}(z_e)$) en el pozo de electrones y $hh1$ corresponde al nivel uno (índice l de $\psi_{hl}(z_h)$) en el pozo de huecos, con $(n, m) = (0, 0)$, donde n es el nivel de Landau y m es la proyección del momento angular. Esta resonancia magnetoexcitónica corresponde al cero de $\varepsilon_{1,1,0,0}(\omega)$ [ecuación (B.13)].

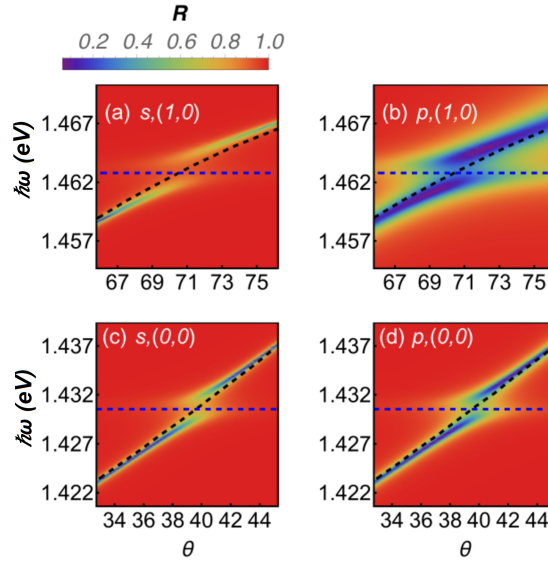


Figura 2.4: Reflectividad de las Figs. 2.2 y 2.3 graficadas como una función del ángulo de incidencia y la energía. Los paneles superiores corresponden a la Fig. 2.3 y los inferiores a la Fig. 2.2, y los paneles izquierdos corresponden polarización s y los derechos a polarización p . La dispersión del modo de cavidad y la dispersión excitónica se muestran con líneas discontinuas negra y azul, respectivamente.

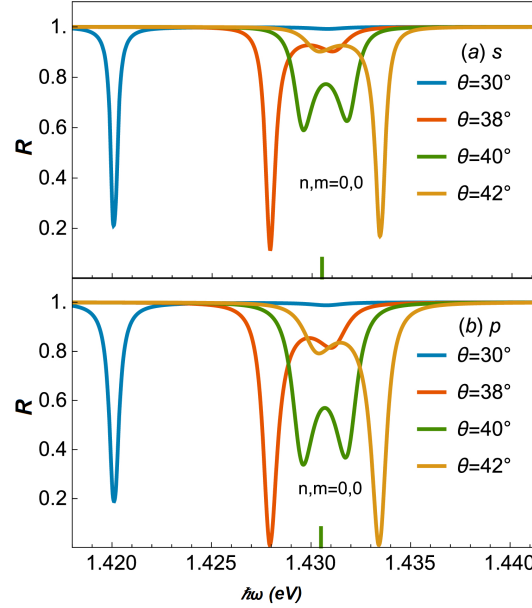


Figura 2.2: Dependencia del ángulo de incidencia θ de la Reflectividad para las polarizaciones s (TE) (a) y p (TM) (b). Se muestra el surgimiento del acoplamiento fuerte de la luz con la resonancia magnetoexcitónica $n, m = 0, 0$. La forma de línea del doble pico es debido a la formación de las ramas superior e inferior del polaritón. La línea vertical muestra la posición energética de la resonancia magnetoexcitónica.

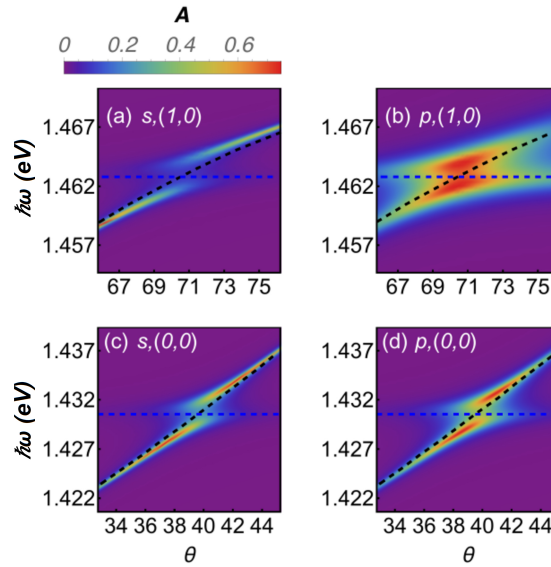


Figura 2.5: Absorción de las Figs. 2.2 y 2.3 graficadas como una función del ángulo de incidencia y la energía. Los paneles superiores corresponden a la Fig. 2.3 y los inferiores a la Fig. 2.2, y los paneles izquierdos corresponden polarización s y los derechos a polarización p . La dispersión del modo de cavidad y la dispersión excitónica se muestran con líneas discontinuas negra y azul, respectivamente.

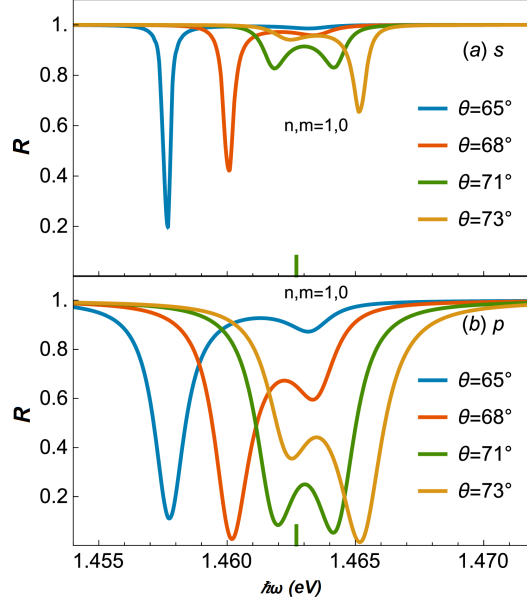


Figura 2.3: Lo mismo que en la Fig 2.2 para el nivel excitado $n, m = 1, 0$. La línea vertical muestra la posición energética de la resonancia magnetoexcitónica a ángulos mayores que $n, m = 0, 0$.

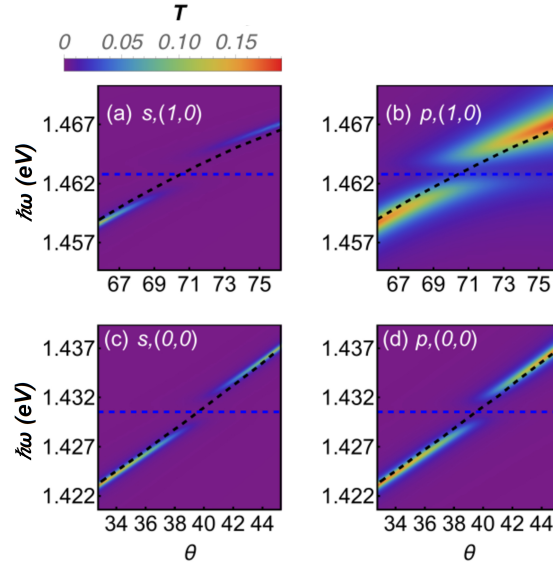


Figura 2.6: Transmisión de las Figs. 2.2 y 2.3 graficadas como una función del ángulo de incidencia y la energía. Los paneles superiores corresponden a la Fig. 2.3 y los inferiores a la Fig. 2.2, y los paneles izquierdos corresponden a polarización s y los derechos a polarización p . La dispersión del modo de cavidad y la dispersión excitónica se muestran con líneas discontinuas negra y azul, respectivamente.

Al comparar los espectros de polarización s y p , puede notarse que son muy similares. A $\theta = 30^\circ$, se observa un modo de cavidad profundo. Con el aumento de θ , aparece una característica de excitón débil a energías mayores. A $\theta \sim 40^\circ$ el pico de excitón se mezcla con el pico de la cavidad, se divide en dos estados brillantes y se observa un espectro de dos picos profundos. Para $\theta = 42^\circ$ el modo de cavidad se ha desplazado a una energía más alta que la del magnetoexcitón $[(n, m) = (0, 0)]$, por lo que el magnetoexcitón se debilita a medida que se aleja de la resonancia. Sin embargo, en la interacción entre el magnetoexcitón y el fotón de polarización p confinado en la microcavidad, se observa una disminución notable en los espectros de reflexión, en comparación con los de polarización s . Esto último es atribuido a la contribución del momento dipolar (la componente de polarización $\mathcal{P}_z$) que se genera por la componente de campo eléctrico E_z del modo electromagnético dentro de la microcavidad. Este efecto también se manifiesta en el nivel de magnetoexcitón $(n, m) = (1, 0)$, como se puede ver en la Fig. 2.3 (b).

En las Figs. 2.4-2.6 se muestran los espectros de reflexión, transmisión y absorción completos en la región de frecuencias y ángulos de incidencia donde se produce la interacción entre magnetoexcitón y fotón confinado en la cavidad. Las líneas negras discontinuas corresponden a las curvas de dispersión del modo de cavidad, que se determinaron a partir de los mínimos del espectro de reflectividad para el sistema dieléctrico con permitividad relativa ϵ_∞ , en lugar de la cavidad con QW ($0 < z < L$). Las líneas azules discontinuas indican las frecuencias propias de los estados magnetoexcitónicos $(n = 0, m = 0)$ y $(n = 1, m = 0)$ con $E_0 = 0$.

En los espectros de reflectividad (Fig. 2.4), es posible observar los anticruces del modo de cavidad con los niveles del magnetoexcitón, que son característicos del régimen de acoplamiento fuerte. De acuerdo con los resultados mostrados en las Figs. 2.2 y 2.3, la generación de la componente adicional de la polarización excitónica (componente z), conduce a una disminución significativa de la reflectividad de polarización p en comparación con la polarización s lo cual también es posible observar en los paneles de la Fig. 2.4. Los espectros en la Fig. 2.5 muestran un notable aumento de la absorción en la frecuencia de resonancia del magnetoexcitón, particularmente, para el caso de la geometría de polarización p (ver panel (b) y (d)). Por el contrario, en los espectros de transmisión (Fig. 2.6) desaparecen las resonancias magnetoexcitónicas para las polarizaciones s y p .

2.2.2. Campo eléctrico en el plano del pozo

La Fig. 2.7 exhibe el espectro de reflectividad cerca de la resonancia asociada con el estado magnetoexcitónico ($n = 0, m = 0$) en presencia de un campo eléctrico estático $\vec{E}_0$ para diferentes valores de la razón entre las longitudes eléctrica y magnética $\alpha = \rho_0/r_B$, donde ρ_0 es dado por (B.4) y $r_B = (\hbar/eB_0)^{1/2}$. Los anti-cruces se observan en diferentes ángulos porque la acción del campo eléctrico produce un corrimiento al rojo en la posición de las resonancias magnetoexcitónicas (B.13) y dicho campo eléctrico aumenta cuando el valor del parámetro α crece. Se ha estimado la magnitud del campo eléctrico aplicado: $E_0 = 4.4271 \text{ kV/cm}$ ($\alpha = 0.5$), $E_0 = 8.853 \text{ kV/cm}$ ($\alpha = 1.0$) y $E_0 = 17.7056 \text{ kV/cm}$ ($\alpha = 2.0$) para $B_0 = 14 \text{ T}$. Cabe señalar que la separación (“*splitting*”) de energía entre los dos picos de la reflectividad, está justo por encima y por debajo de la eigenfrecuencia del magnetoexcitón ($n = 0, m = 0$) y disminuye hasta desaparecer en un campo eléctrico externo relativamente grande (es decir, a α tan grande como 2.0). Además, debido al rompimiento de la simetría azimutal por el campo eléctrico externo, los estados de magnetoexcitónicos con un número cuántico azimutal distinto de cero pueden observarse en el espectro óptico de la Fig. 2.7.

El estado ($n, m = 0, -1$) se manifiesta como una característica débil (división pequeña)

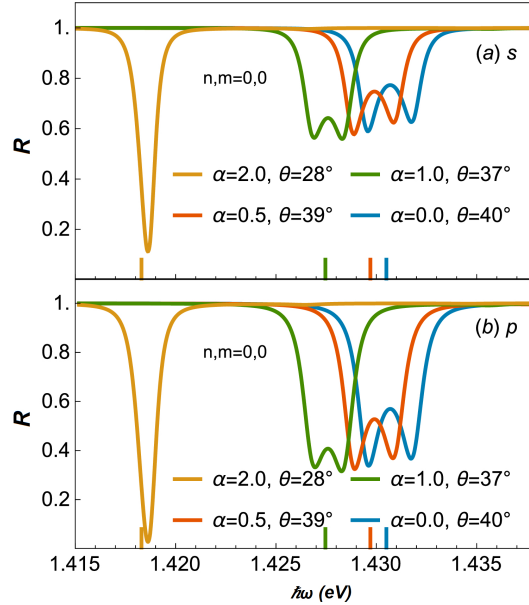


Figura 2.7: Reflectividad como en la Fig. 2.2, la línea vertical muestra la posición energética de la resonancia magnetoexcitónica $n, m = 0, 0$. Los cálculos se han llevado a cabo sin considerar potencial U .

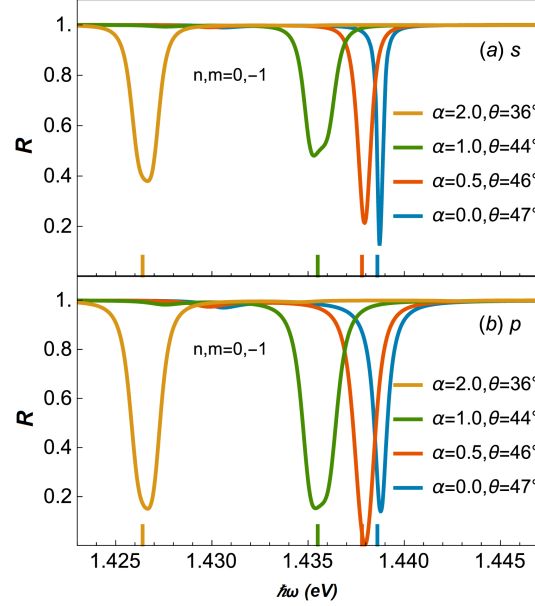


Figura 2.8: Lo mismo que en la Fig. 2.3, pero para el nivel excitado $n, m = 0, -1$. Los cálculos se han llevado a cabo sin considerar potencial U .

para las polarizaciones s y p en un campo eléctrico moderado ($\alpha = 1.0$) (ver Fig. 2.8). Como en el caso de los estados magnetoexcitónicos con $m = 0$, la característica débil cerca del estado $(n, m = 0, -1)$ desaparece a valores relativamente mayores de E_0 (ver curva para $\alpha = 2.0$ en la figura 2.8).

La Fig. 2.9 muestra el efecto de la atracción de Coulomb entre el electrón y el hueco sobre la resonancia magnetoexcitónica $(n, m = 0, 0)$, en el espectro de reflectividad para $B_0 = 14T$ con $E_0 = 0$ ($\alpha = 0$) y $E_0 = 4.4271 \text{ kV/cm}$ ($\alpha = 0.5$). Dado que el campo magnético aplicado es bastante fuerte, la interacción de Coulomb del par electrón-hueco desempeña el papel de una pequeña perturbación, produciendo un desplazamiento pequeño al rojo de las resonancias magnetoexcitónicas en los espectros ópticos. Lo anterior puede notarse comparando las curvas para $U = 0$ y $U \neq 0$. Por otra parte, en la referencia [17] se presentan los espectros de reflectividad para la heteroestructura $In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs$ (idéntica a la cavidad considerada en la Sec. 2.1), pero embebida entre el vacío y un sustrato dieléctrico. En este trabajo, el acoplamiento fotón-magnetoexcitón lleva a resonancias débiles y pequeñas, de hecho, la resonancia magnetoexcitónica relativa se presenta del orden de $10^{-3} - 10^{-2}$. Sin embargo, cuando la estructura semiconductor de QW ocupa el espacio de la cavidad

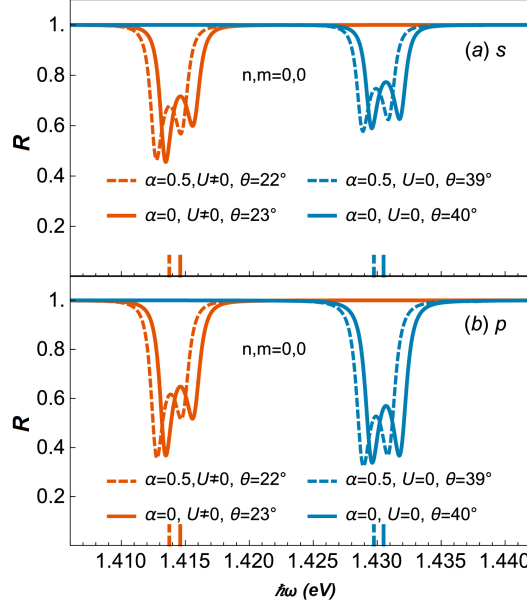


Figura 2.9: Espectro de reflectividad cerca del estado magnetoexcitónico $n, m = 0, 0$ para polarización s (a) y polarización p (b). Las curvas azules (rojas) se calcularon omitiendo (considerando) el potencial de Coulomb en $B_0 = 14\text{T}$ con $\alpha = 0$ (líneas sólidas) y $\alpha = 0.5$ (líneas discontinuas).

entre dos espejos de Bragg, el acoplamiento fotón-magnetoexcitón es fuerte si la frecuencia de resonancia magnetoexcitónica y la del fotón confinado están cerca una de la otra. Los espectros de reflectividad se alteran considerablemente y muestran la repulsión de los niveles de energía magnetoexcitónicos y el fotón confinado. La aplicación de un campo eléctrico estático rompe la simetría axial y permite el acoplamiento entre la luz y magnetoexcitones con un número cuántico azimutal distinto de cero $m \neq 0$. Las resonancias ópticas resultan ser más fuertes en el caso de la SQM de la Fig. 2.1 que las resonancias ópticas en el caso del sistema de la referencia [17].

Capítulo 3

Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una película semiconductor embebida en aire bajo campo magnético externo

3.1. Formulación del problema

En este capítulo se estudia teóricamente la aparición del régimen de acoplamiento fuerte, para polarización s , debido a la interacción entre modos guiados y los estados magnetoexcitónicos de la cavidad semiconductor con QW sujeta a un campo magnético externo $\vec{B}_0$. Del enfoque clásico del electromagnetismo, es posible resolver las ecuaciones de Maxwell para obtener los modos guiados en el sistema. Dichos modo pueden lograr un aumento significativo de la transmisión, y con los parámetros adecuados, se consigue un régimen de acoplamiento fuerte con los estados magnetoexcitónicos de la cavidad semiconductor con QW. En este caso, se ha considerado el acoplamiento con el modo guiado $p = 1$ (ver panel inferior Fig. 3.1), el cual permite dos posibles posiciones para colocar el QW, de acuerdo con los máximos del campo eléctrico para este modo fotónico. Teniendo en cuenta lo anterior, la otra condición que permite lograr dicho régimen de acoplamiento fuerte es que la componente paralela del vector de onda sea la adecuada. Esto lleva a seleccionar la constante dieléctrica del medio a (ver panel superior Fig. 3.1) y el ángulo de incidencia adecuado. En la sección 3.1 se presenta la formulación y solución del problema. Además, se muestran los

campos electromagnéticos en las distintas regiones de la geometría a estudiar y se muestra parte del desarrollo para resolver el problema. En la sección 3.2 se obtiene la relación de dispersión para el caso local (sin pozo) y se presentan los espectros ópticos de reflexión, transmisión y absorción para la geometría de la Fig 3.1.

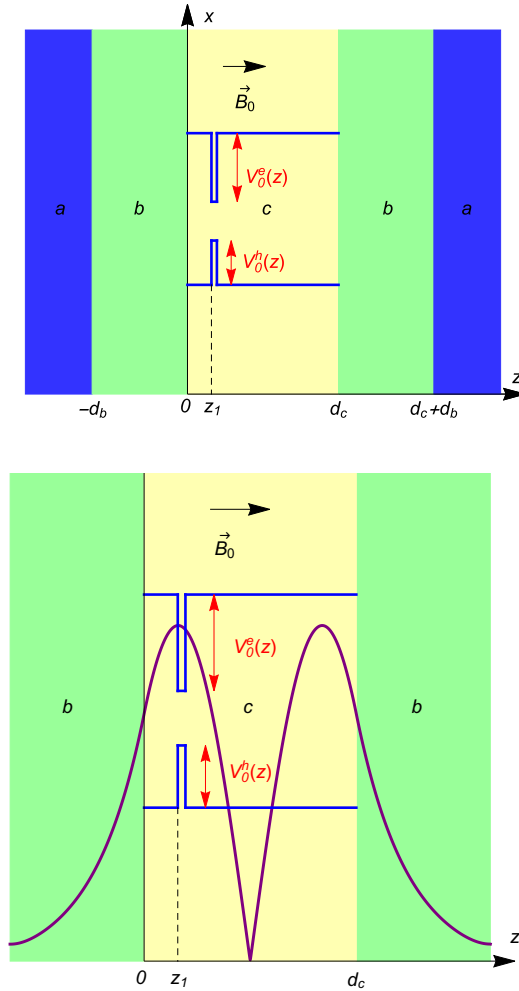


Figura 3.1: Geometría del sistema estudiado. Se muestra el sistema de coordenadas. El eje horizontal representa la dirección de crecimiento z . Se muestra la energía potencial de confinamiento para electrones y huecos en sus respectivas bandas. El campo magnético estático ($\vec{B}_0$) está orientado perpendicular al plano del QW. La línea morada continua indica el perfil para la magnitud del campo eléctrico del modo electromagnético confinado en la cavidad semiconductor cuando las capas a (Germanio) no están presentes y las capas b (Aire) son consideradas semi-infinitas.

3.1.1. Geometría del sistema

El sistema considerado aquí está formado por una cavidad semiconductor (similar a la del capítulo anterior) que se encuentra entre dos materiales dieléctricos con permitividad ε_b . A su vez, el sistema está embebido entre dos medios semi-infinitos caracterizados por la permitividad ε_a (ver Fig 3.1). La propagación de una onda electromagnética a través de este sistema debe ser proporcionada por la excitación de los modos guiados/superficie localizados en la cavidad c . Los valores de ε_a y $\varepsilon_b = 1$ son reales y cumplen con la condición $\varepsilon_b < \varepsilon_a$. Esta suposición brinda la posibilidad de generar los modos localizados en la cavidad semiconductor c por la onda incidente, que se propagan en los medios a y generan ondas evanescentes en los medios b . El sistema de coordenadas se elige de tal manera que el eje z es la dirección de crecimiento, y a su vez ortogonal a todas las interfaces de la configuración que son paralelas al plano (x, y) . El fenómeno de transmisión resonante analizado en este capítulo, se puede observar para las ondas electromagnéticas de ambas polarizaciones. En lo que se sigue se estudiará el caso de la polarización s (ondas electromagnéticas TE). Las componentes del campo eléctrico $\vec{E}(x, z, t)$ y magnético $\vec{H}(x, z, t)$ son dadas por:

$$\vec{E}(x, z, t) = \{0, E_y(z), 0\} \exp(-i\omega t + ik_x x), \quad (3.1a)$$

$$\vec{H}(x, z, t) = \{H_x(z), 0, H_z(z)\} \exp(-i\omega t + ik_x x), \quad (3.1b)$$

donde ω es la frecuencia de la onda y k_x es la proyección del vector onda a lo largo de la dirección x . Estas dos cantidades físicas (ω y k_x) son los parámetros externos libres del problema. Los campos eléctrico $E_y(z)$ y magnético $H_x(z)$ pueden ser expresados en términos de las amplitudes de $E_y(z)$. Para la región correspondiente a $z < -d_b$ y considerando que los medios a, b, c son no magnéticos, se tiene que

$$E_y(z) = E_{a,L}^+ e^{ik_a z} + E_{a,L}^- e^{-ik_a z}, \quad (3.2a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_a}{\omega} \left(E_{a,L}^+ e^{ik_a z} - E_{a,L}^- e^{-ik_a z} \right), \quad (3.2b)$$

y para la región $-d_b < z < 0$,

$$E_y(z) = E_{b,L}^+ e^{ik_b z} + E_{b,L}^- e^{-ik_b z}, \quad (3.3a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_b}{\omega} \left(E_{b,L}^+ e^{ik_b z} - E_{b,L}^- e^{-ik_b z} \right). \quad (3.3b)$$

Para la región $d_c < z < d_c + d_b$, a la derecha de la cavidad semiconductor, los campos tienen la forma

$$E_y(z) = E_{b,R}^+ e^{ik_b z} + E_{b,R}^- e^{-ik_b z}, \quad (3.4a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_b}{\omega} \left(E_{b,R}^+ e^{ik_b z} - E_{b,R}^- e^{-ik_b z} \right), \quad (3.4b)$$

En la última región $z > d_f$, los campos $E_y(z)$ y $H_x(z)$ tienen la forma

$$E_y(z) = E_{a,R}^+ e^{ik_a z} + E_{a,R}^- e^{-ik_a z}, \quad (3.5a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_a}{\omega} \left(E_{a,R}^+ e^{ik_a z} - E_{a,R}^- e^{-ik_a z} \right), \quad (3.5b)$$

donde $d_f = d_b + d_c$. En este sistema debe tenerse en cuenta que los medios son dieléctricos. La propagación de la onda en los dieléctricos a implica que

$$k_x < k\sqrt{\varepsilon_a}, \quad k = \omega/c. \quad (3.6)$$

En el caso de la incidencia oblicua en las interfaces de la estructura, debido a la restricción (3.6), es razonable representar el número de onda k_x a través del ángulo θ de incidencia de la onda. Desde el dieléctrico a en la interfaz ($a|b$), a la izquierda de la cavidad semiconductor, se tiene

$$k_x = k\sqrt{\varepsilon_a} \sin \theta, \quad 0 < \theta < \pi/2. \quad (3.7)$$

Dada la condición obligatoria $\varepsilon_b < \varepsilon_a$, es apropiado introducir el ángulo de incidencia crítico θ_b ,

$$\sin \theta_b = \sqrt{\varepsilon_b/\varepsilon_a}, \quad 0 < \theta_b < \pi/2. \quad (3.8)$$

Este ángulo se considera como el ángulo límite para la reflexión interna total desde la interfaz entre el dieléctrico semi-infinito a y el gap b . La Fig. 3.2 muestra esquemáticamente la reflexión de la onda en esta interfaz. La onda incidente en el ángulo $\theta > \theta_b$ en la región del dieléctrico a , se refleja totalmente y produce la onda evanescente en el gap b . En lo que sigue, consideramos sólo la incidencia de ondas cuando

$$k\sqrt{\varepsilon_b} < k_x < k\sqrt{\varepsilon_a} \quad \rightarrow \quad \theta_b < \theta < \pi/2. \quad (3.9)$$

Debido a esta condición constitutiva, la radiación electromagnética es evanescente en las capas b , y, por tanto, la reflexión total interna debe observarse en las interfaces ($a|b$) a la izquierda y derecha de la cavidad semiconductor con PC. Sin embargo, la excitación de los

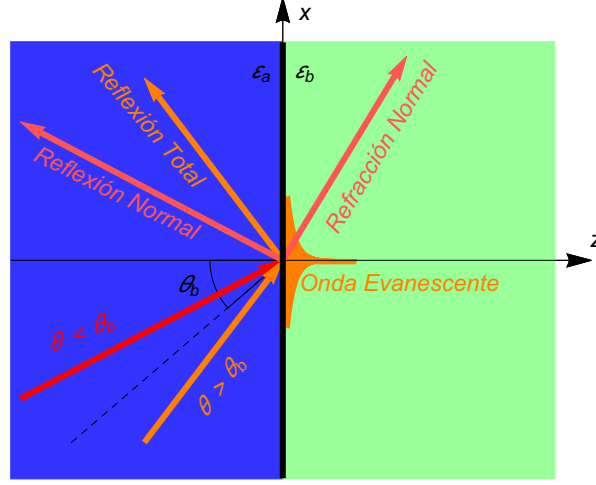


Figura 3.2: Un diagrama esquemático para la reflexión de onda en la interfaz entre medios semi-infinitos a y b . Se muestra el campo eléctrico de la onda evanescente en el gap b , obtenido a partir de una onda incidente en el dieléctrico a para $\theta > \theta_b$.

modos localizados en la estructura semiconductor c provoca una transmisión perfecta para ciertos valores de los parámetros del problema.

Dentro del rango de interés de la expresión (3.9), la proyección z del vector de onda el tiene valor real

$$k_a = \sqrt{k^2 \varepsilon_a - k_x^2} = k \sqrt{\varepsilon_a} \cos \theta. \quad (3.10)$$

En contraste con el número de onda k_a , la proyección z del vector de onda en las capas b es imaginaria debido a la desigualdad izquierda de la ecuación (3.9),

$$k_b = i\kappa_b, \quad \kappa_b = \sqrt{k_x^2 - k^2 \varepsilon_b} \quad (3.11a)$$

$$= k \sqrt{\varepsilon_a} \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_b}. \quad (3.11b)$$

3.1.2. Campo electromagnético en la capa semiconductor

Teniendo en cuenta los resultados de la sección 2.1, el campo eléctrico de la onda electromagnética para la polarización s es solución de las ecuaciones

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_c^2 \right) E_y(z) = -\frac{q_0^2}{\varepsilon_0} \mathcal{P}_y(z), \quad (3.12a)$$

$$\mathcal{P}_y(z) = 2M_0 \sum C_{k,l,n,m} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \psi_{ek}^{(\lambda)}(z) \psi_{hl}^{(\lambda)}(z), \quad (3.12b)$$

$$k_c = \sqrt{\varepsilon_\infty k^2 - k_x^2}, \quad (3.12c)$$

donde k_c es la proyección en z del vector de onda en la cavidad semiconductor. Dada la relación entre las amplitudes del espacio real y el espacio de Fourier en $2D$ (ecuación (2.38)), es posible obtener $E_y(x)$ en el espacio real dado por

$$E_y(z) = E_{ge}(z) + E_{pa}^s(z), \quad (3.13)$$

$$E_{ge}(z) = C_s^+ e^{ik_c z} + C_s^- e^{-ik_c z}, \quad (3.14)$$

$$E_{pa}^s(z) = \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum C_{k,l,n,m} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z). \quad (3.15)$$

La cantidad $\lambda = u, w, v$ en $I_{k,l}^{(\lambda)}(z)$, representa las diferentes subregiones de la cavidad semiconductor c definidas por las eigenfunciones $\psi_j^\lambda(z)$ en la referencia [17], y $G_{n,m}(-\vec{\rho}_0)$ es definido por la ecuación (B.10). El campo eléctrico particular $E_{pa}(z)$ depende de la región ($0 \leq z \leq d_c$) en la que se evalúa

$$I_{k,l}^{(\lambda)}(z) = \int_0^z \psi_{ek}^{(\lambda)}(z') \psi_{hl}^{(\lambda)}(z') \sin(k_c [z' - z]) dz'. \quad (3.16)$$

El campo magnético se obtiene del campo eléctrico $E_y(z)$ aplicando la ley de Faraday $H_x(z) = \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} E_y(z)$ y viene dado por

$$H_x(z) = -\frac{k_c}{\omega} \left(C_s^+ e^{ik_c z} - C_s^- e^{-ik_c z} \right) + \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} E_{pa}^s(z). \quad (3.17)$$

Teniendo en cuenta el formalismo de la onda coherente de Stahl-Balslev se llega a la ecuación (B.12). Para este sistema, $U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'}$ coincide con los elementos de matriz obtenidos en la referencia [17]. Específicamente,

$$U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^L \psi_{ek'}^*(z_e) \psi_{hl'}^*(z_h) G_{n'm'}^*(\vec{\rho}') \times \\ U(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z_e, z_h) \psi_{ek}(z_e) \psi_{hl}(z_h) G_{nm}(\vec{\rho}) \vec{\rho}' dz_e dz_h d\phi' d\rho'. \quad (3.18)$$

La cantidad $U(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z_e, z_h)$ en la ecuación (3.18) contiene los potenciales debido a la atracción de Coulomb del par electrón-hueco y la interacción con su carga imagen

$$U(\vec{\rho}, z_e, z_h) = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_s} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} + \frac{\varepsilon_s - 1}{\varepsilon_s + 1} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z_e + z_h)^2}} - \left(\frac{1}{4z_e} + \frac{1}{4z_h} \right) \right] \right). \quad (3.19)$$

De las ecuaciones (3.13)-(3.15), (B.8), y tomando en cuenta la independencia de las soluciones de la ecuación (3.14), es posible obtener numéricamente la solución de la ecuación

(B.12) como $C_{k,l,n,m} = T_{k,l,n,m}^{(1)} C_s^+ + T_{k,l,n,m}^{(2)} C_s^-$. Finalmente, el campo eléctrico en la cavidad semiconductor c es dado por

$$E_y(z) = C_s^+ \left(e^{ik_c z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) + C_s^- \left(e^{-ik_c z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right), \quad (3.20)$$

y el campo magnético

$$H_x(z) = C_s^+ \left(\frac{-k_c e^{ik_c z}}{\omega} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) + C_s^- \left(\frac{k_c e^{-ik_c z}}{\omega} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right). \quad (3.21)$$

Otra manera de estudiar la respuesta externa de la estructura de PC a una perturbación electromagnética es mediante el uso de las impedancias superficiales ζ_0 y ζ_{d_c} en la fronteras de la izquierda $z = 0$ y de la derecha $z = d_c$, respectivamente. Estas impedancias están definidas por la relación de transferencia entre los valores respectivos de los campos eléctrico y magnético.

$$\begin{pmatrix} E_y(0) \\ E_y(d_c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_0 & -\zeta_{d_c} \\ \zeta_{d_c} & -\zeta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(0) \\ H_x(d_c) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

donde ζ_0 y ζ_{d_c} están dadas por

$$\zeta_0 = \chi/\xi, \quad (3.23a)$$

$$\zeta_{d_c} = 2/\xi, \quad (3.23b)$$

y las cantidades χ y ξ son definidas por

$$\chi = 2 \left(\cos(k_c d_c) - \frac{ik^2 M_0}{\varepsilon_0 k_c^2} \sum (T_{k,l,n,m}^{(1)} - T_{k,l,n,m}^{(2)}) G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) F_{k,l}^v(d_c) \right), \quad (3.24a)$$

$$\xi = \frac{2ik_c}{\omega} \left(\sin(k_c d_c) - \frac{k^2 M_0}{\varepsilon_0 k_c^2} \sum (T_{k,l,n,m}^{(1)} + T_{k,l,n,m}^{(2)}) G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) F_{k,l}^v(d_c) \right). \quad (3.24b)$$

Aquí, $F_{k,l}^v(d_c)$ es la derivada parcial con respecto a z de la función $I_{k,l}^v(z)$ presentada en la ecuación (3.16), para la región $(0 \leq z \leq d_c)$ evaluada en $z = d_c$

$$F_{k,l}^v(d_c) = \left(\frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^v(z) \right)_{z=d_c} = A_{ek}^u A_{hl}^u \left(\Phi_{k,l}^u(d_c, z_1) - \Phi_{k,l}^u(d_c, 0) \right) + \left(\Phi_{k,l}^w(d_c, z_2) - \Phi_{k,l}^w(d_c, z_1) \right) + A_{ek}^v A_{hl}^v e^{-(\theta_k^e + \theta_l^h)d_c} \left(\Phi_{k,l}^v(d_c, d_c - z_2) \right), \quad (3.25)$$

La función $\Phi_{k,l}^u(d_c, z)$ está dada por

$$\begin{aligned} \Phi_{k,l}^u(d_c, z) = & \frac{2}{-k_c^2 - (\theta_k^e + \theta_l^h)^2} \left(k_c^2 \cosh([\theta_k^e + \theta_l^h]z) \sin(k_c[z - d_c]) + k_c(\theta_k^e + \theta_l^h) \times \right. \\ & \sinh([\theta_k^e + \theta_l^h]z) \cos(k_c[z - d_c]) \Big) + \frac{2}{-k_c^2 - (\theta_k^e - \theta_l^h)^2} \left(-k_c^2 \cosh([\theta_k^e - \theta_l^h]z) \times \right. \\ & \left. \sin(k_c[z - d_c]) - k_c(\theta_k^e - \theta_l^h) \sinh([\theta_k^e - \theta_l^h]z) \cos(k_c[z - d_c]) \right), \end{aligned} \quad (3.26)$$

y la función $\Phi_{k,l}^w(d_c, z)$ por

$$\begin{aligned} \Phi_{k,l}^w(d_c, z) = & \frac{A_{ek}^w A_{hl}^w e^{i(\kappa_k^e + \kappa_l^h)z}}{k_c^2 - (\kappa_k^e + \kappa_l^h)^2} \left(-k_c^2 \sin(k_c[z - d_c]) - ik_c(\kappa_k^e + \kappa_l^h) \cos(k_c[z - d_c]) \right) \\ & + \frac{A_{ek}^w B_{hl}^w e^{i(\kappa_k^e - \kappa_l^h)z}}{k_c^2 - (\kappa_k^e - \kappa_l^h)^2} \left(-k_c^2 \sin(k_c[z - d_c]) - ik_c(\kappa_k^e - \kappa_l^h) \cos(k_c[z - d_c]) \right) \\ & + \frac{B_{ek}^w A_{hl}^w e^{-i(\kappa_k^e - \kappa_l^h)z}}{k_c^2 + (\kappa_k^e - \kappa_l^h)^2} \left(-k_c^2 \sin(k_c[z - d_c]) + ik_c(\kappa_k^e - \kappa_l^h) \cos(k_c[z - d_c]) \right) \\ & + \frac{B_{ek}^w B_{hl}^w e^{-i(\kappa_k^e + \kappa_l^h)z}}{k_c^2 + (\kappa_k^e + \kappa_l^h)^2} \left(-k_c^2 \sin(k_c[z - d_c]) + ik_c(\kappa_k^e + \kappa_l^h) \cos(k_c[z - d_c]) \right), \end{aligned} \quad (3.27)$$

y tomando en cuenta $d_r = d_c - z_2$, la función $\Phi_{k,l}^v(d_c, d_r)$ se define como

$$\begin{aligned} \Phi_{k,l}^v(d_c, d_r) = & \frac{-2}{-k_c^2 - (\theta_k^e + \theta_l^h)^2} \left(k_c^2 \cosh([\theta_k^e + \theta_l^h]d_r) \sin(k_c[d_r + d_c]) - k_c(\theta_k^e + \theta_l^h) \times \right. \\ & \sinh([\theta_k^e + \theta_l^h]d_r) \cos(k_c[d_r + d_c]) \Big) + \frac{2}{-k_c^2 - (\theta_k^e - \theta_l^h)^2} \left(k_c^2 \cosh([\theta_k^e - \theta_l^h]d_r) \times \right. \\ & \left. \sin(k_c[d_r + d_c]) - k_c(\theta_k^e - \theta_l^h) \sinh([\theta_k^e - \theta_l^h]d_r) \cos(k_c[d_r + d_c]) \right). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Usando la ecuación (3.22), se presenta una matriz de transferencia en términos de las cantidades ζ_0 y ζ_{d_c} para la estructura semiconductor de PC

$$\begin{pmatrix} E_y(d_c) \\ H_z(d_c) \end{pmatrix} = \hat{M}^c \begin{pmatrix} E_y(0) \\ H_z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} & \frac{\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2}{\zeta_{d_c}} \\ -\frac{1}{\zeta_{d_c}} & \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_y(0) \\ H_z(0) \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

3.1.3. Relaciones de Matriz de Transferencia

El sistema se cierra al imponer las condiciones de frontera de Maxwell, la continuidad en los componentes tangenciales de los campos eléctricos y magnéticos en $z = 0$ y $z = d_c$.

Combinando las soluciones de la onda electromagnética en el medio a y en el gap b , se puede obtener la relación matricial que describe la transferencia de onda a través de la cavidad semiconductor con QW. Teniendo en cuenta las ecuaciones (3.29) y (3.3), y considerando las ondas evanescentes en los gaps b ($k_b = i\kappa_b$), donde κ_b es real, reescribimos

$$\begin{pmatrix} E_y(d_c) \\ H_z(d_c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} & \frac{\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2}{\zeta_{d_c}} \\ \frac{-1}{\zeta_{d_c}} & \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{-i\kappa_b}{\omega} & \frac{i\kappa_b}{\omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

En la ecuación (3.30), también se ha considerado que $E_{b,L}^+$ y $E_{b,L}^-$ son las amplitudes en la frontera $z = 0$. Explícitamente

$$\begin{pmatrix} E_y(d_c) \\ H_z(d_c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} - \frac{i\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega\zeta_{d_c}} & \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} + \frac{i\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega\zeta_{d_c}} \\ \frac{-1}{\zeta_{d_c}} - \frac{i\kappa_b\zeta_0}{\omega\zeta_{d_c}} & \frac{-1}{\zeta_{d_c}} + \frac{i\kappa_b\zeta_0}{\omega\zeta_{d_c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

En la frontera $z = d_c$, tomando en cuenta la relación (3.4) y $k_b = i\kappa_b$, se obtiene la relación matricial para las amplitudes dada por

$$\begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{i\omega}{2\kappa_b} \\ \frac{1}{2} & \frac{-i\omega}{2\kappa_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_y(d_c) \\ H_z(d_c) \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Al considerar las Ecs. (3.31) y (3.32), se especifica la matriz de transferencia $\hat{D}$ mediante las impedancias de superficie ζ_0 y ζ_{d_c} introducidas anteriormente

$$\begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

donde los elementos de la matriz están dados por

$$D_{11} = \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} - \frac{i}{2\zeta_{d_c}} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} + \frac{\omega}{\kappa_b} \right), \quad (3.34a)$$

$$D_{12} = \frac{i}{2\zeta_{d_c}} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} - \frac{\omega}{\kappa_b} \right), \quad (3.34b)$$

$$D_{21} = -\frac{i}{2\zeta_{d_c}} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} - \frac{\omega}{\kappa_b} \right), \quad (3.34c)$$

$$D_{22} = \frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} + \frac{i}{2\zeta_{d_c}} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} + \frac{\omega}{\kappa_b} \right). \quad (3.34d)$$

3.2. Resultados y discusión

3.2.1. Modos localizados. Caso local

La generación de modos electromagnéticos localizados en la cavidad semiconductor c , conduce a una mejora significativa de la transmisión. Para el estudio de estos modos, se considera el panel inferior de la Fig. 3.1, es decir, se considera el sistema que incluye la estructura c embebida solo entre las capas b con espesores $d_b \rightarrow \infty$, los medios a están ausentes. La relación que conecta $E_{b,L}^+$ y $E_{b,L}^-$ en el lado izquierdo de la interfaz ($b|c$) con $E_{b,R}^+$ y $E_{b,R}^-$ en el lado derecho de la interfaz ($c|b$), permite escribir

$$\begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix} = \hat{D} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

La localización del modo electromagnético en la estructura c implica que se cumplan dos condiciones. Primero, el modo fuera de la estructura c , debe contener únicamente la componente saliente de la estructura. Segundo, el modo debe ser evanescente fuera de la estructura. De modo que en la ecuación (3.35) se cumple la condición que $E_{b,L}^+ = 0$ y $E_{b,R}^- = 0$,

$$\begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

La solución no trivial $E_{b,R}^+ = D_{12}E_{b,L}^-$ para esta ecuación matricial existe si y sólo si se cumple la condición

$$D_{22} = 0. \quad (3.37)$$

Esto lleva a

$$\frac{\zeta_0}{\zeta_{d_c}} = -\frac{i}{2\zeta_{d_c}} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} + \frac{\omega}{\kappa_b} \right). \quad (3.38)$$

$$\zeta_0 = -\frac{i}{2} \left(\frac{\kappa_b(\zeta_{d_c}^2 - \zeta_0^2)}{\omega} + \frac{\omega}{\kappa_b} \right). \quad (3.39)$$

Cuando los efectos de no localidad no son tomados en cuenta, es decir, $T_{k,l,n,m}^{(1)} = 0$ y $T_{k,l,n,m}^{(2)} = 0$ en las Ecs. (3.23) a (3.24b) para las impedancias superficiales, se tiene el régimen local. Las impedancias superficiales en los casos locales se presentan en la forma

más simple

$$\zeta_0^{loc} = \frac{\omega}{ik_c} \cot(k_c d_c), \quad (3.40)$$

$$\zeta_{d_c}^{loc} = \frac{\omega}{ik_c} \frac{1}{\sin(k_c d_c)}. \quad (3.41)$$

Por tanto, la ecuación de dispersión (3.39) puede ser escrita explícitamente como

$$\cot(k_c d_c) = \alpha_+, \quad \alpha_+ = \frac{1}{2} \left(\frac{k_c}{\kappa_b} - \frac{\kappa_b}{k_c} \right); \quad \Rightarrow \quad (3.42a)$$

$$k_c d_c = p\pi + \operatorname{arccot}(\alpha_+), \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (3.42b)$$

El caso donde k_c es real, el $\operatorname{arccot}(\alpha_+)$ decrece de π hasta 0, mientras α_+ aumenta de $-\infty$ hasta ∞ y $\alpha_+ = 0$ en $k_c = \kappa_b$. Considerando la ecuación (3.11a), $k \leq k_x/\sqrt{\varepsilon_b}$ y tomando en cuenta $\varepsilon_b \ll \varepsilon_c$,

$$k_c^2 + \kappa_b^2 = k^2(\varepsilon_c - \varepsilon_b), \quad (3.43a)$$

$$k_c^{máx} = k\sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}. \quad (3.43b)$$

Dado que $\kappa_b(k_x)$ aumenta monótonamente con k_x , el número de onda k_c decrece monótonamente, comenzando desde su valor máximo $k_c = k_c^{máx}$, el cual se alcanza en $\kappa_b = 0$.

$$0 \leq \kappa_b(k_x) \leq k_c^{máx} \quad \Leftrightarrow \quad k_c^{máx} \geq k_c(k_x) \geq 0. \quad (3.44)$$

De acuerdo con las definiciones de las ecuaciones (3.12c), (3.11a) y (3.43a)

$$\kappa_b = 0, \quad k_c = k_c^{máx} \quad \text{para} \quad k_x = k\sqrt{\varepsilon_b}, \quad (3.45a)$$

$$\kappa_b = k_c^{máx}, \quad k_c = 0 \quad \text{para} \quad k_x = k\sqrt{\varepsilon_c}. \quad (3.45b)$$

El caso donde k_c es imaginaria, es decir, $k_c = i\kappa_c$, con

$$\kappa_c = \sqrt{k_x^2 - k^2\varepsilon_c}, \quad (3.46)$$

y $k < k_x/\sqrt{\varepsilon_c}$ representa una onda superficial que decae hacia la cavidad c semiconductor.

De que $\cot(i\kappa_c d_c) = -i \coth(\kappa_c d_c)$, la ecuación de dispersión (3.42a) toma la forma

$$\coth(\kappa_c d_c) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_c}{\kappa_b} + \frac{\kappa_b}{\kappa_c} \right). \quad (3.47)$$

Es importante notar que $\coth(\kappa_c d_c) > 0$ y la ecuación (3.47) no admite ninguna solución real para $\kappa_c(k_x)$. Esto es debido al hecho que el miembro izquierdo positivo de la ecuación

(3.47) nunca puede ser igual al negativo del miembro derecho.

Así, la solución $k_p(k_x)$ de la ecuación de dispersión (3.42) puede sólo encontrarse dentro del intervalo

$$k_x/\sqrt{\varepsilon_c} \leq k \leq k_x/\sqrt{\varepsilon_b}, \quad (3.48)$$

donde el número de onda k_x es un valor puramente real. Por tanto, los modos localizados deseados no son ondas superficiales (evanescentes). Por el contrario, son ondas de bulto (oscilantes) dentro de la cavidad semiconductor c . Dentro del rango dado en la ecuación (3.48), κ_b y k_c son valores reales. Como funciones de k_x , se limitan al intervalo establecido en la ecuación (3.44), tomando los valores (3.45) en sus fronteras. Como funciones del número de onda k , están restringidos a los intervalos

$$\begin{aligned} k_x \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)/\varepsilon_c} &\geq \kappa_b(k) \geq 0, \\ 0 &\leq k_c(k) \leq k_x \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)/\varepsilon_b}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

tomando los valores correspondientes en las fronteras de la ecuación (3.48). Notablemente, sobre el miembro izquierdo de la expresión (3.48) $k_c = 0$. Por otro lado, sobre su miembro derecho $\kappa_b = 0$. Complementario a la condición (3.48), las ecuaciones de dispersión (3.42) proporcionan la p -ésima curva espectral $k = k_p(k_x)$ limitada por el intervalo

$$\begin{aligned} \pi p \leq k_c d_c \leq \pi(n+1) &\Rightarrow \\ \sqrt{(\pi p/d_c)^2 + k_x^2} \leq k_p(k_x) \sqrt{\varepsilon_c} &\leq \sqrt{(\pi(p+1)/d_c)^2 + k_x^2}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

La Fig. 3.3 muestra una resolución geométrica esquemática de la ecuación de dispersión (3.42a). La Fig. 3.4 muestra la familia de las curvas (espectrales) de dispersión $k = k_p(k_x)$ de los modos localizados que cumplen (3.42) enumerada por el entero $p = 0, 1, 2, \dots$. Todas las curvas espectrales se encuentran entre dos líneas, $k = k_x/\sqrt{\varepsilon_c}$ y $k = k_x/\sqrt{\varepsilon_b}$, de modo que la condición requerida se cumpla automáticamente.

Asíntotas analíticas para el espectro $k = k_p(k_x)$.

Considerando el caso donde $\kappa_b \approx 0$, esto significa que $\kappa_b d_c \ll 1$ y $\alpha_+ = k_c/2\kappa_b \gg 1 \Rightarrow \kappa_b/k_c \ll 1$, entonces $\text{arccot}(\alpha_+) = 1/\alpha_+ = 2\kappa_b/k_c \ll 1$ y la ecuación de dispersión (3.42b) puede ser escrita como

$$k_c d_c = p\pi + 2\kappa_b/k_c. \quad (3.51)$$

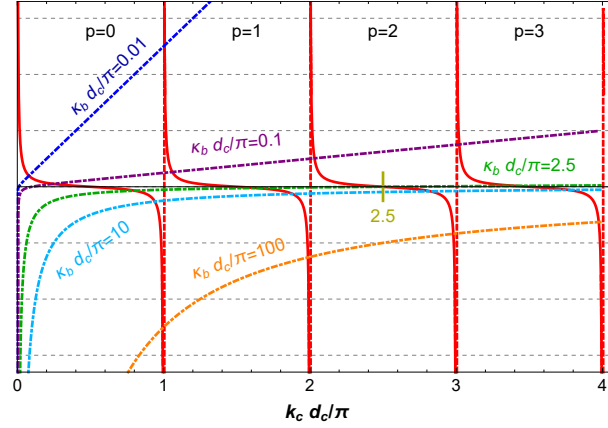


Figura 3.3: Las curvas rojas corresponden al miembro izquierdo de la ecuación (3.42a), las curvas discontinuas corresponden a diferentes valores de $\kappa_b d_c / \pi$ en el miembro derecho de la ecuación (3.42a) y la línea sólida vertical corresponde a $p = 2$ de la ecuación (3.55). Además, esta línea muestra la intersección de $\kappa_b d_c / \pi = 2,5$ y $k_c d_c / \pi = 2,5$ en la ecuación (3.42).

Con el uso de la ecuación (3.43a) y despreciando los términos cuadráticos pequeños κ_b^2 , se pueden obtener las ecuaciones analíticas aproximadas

$$k d_c \sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b} = p\pi + 2\kappa_b / k \sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}. \quad (3.52)$$

El modo más bajo $k = k_{p=0}(k_x)$ se puede obtener de elevar al cuadrado en (3.52), usando (3.11a) para κ_b y despreciando los órdenes superiores en k

$$k = k_0(k_x) \equiv k_x / \sqrt{\varepsilon_b}. \quad (3.53)$$

El comportamiento de los modos distintos de cero $k = k_{p \neq 0}(k_x)$, tomando en cuenta a relación (3.11a), se determina por

$$k d_c \sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b} = p\pi + \frac{2d_c}{\pi p} (k_x^2 - k^2 \varepsilon_b)^{1/2}, \quad (3.54a)$$

$$(k - k_p^{cr}) \sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b} = \frac{2}{\pi p} (k_x^2 - (k_p^{cr})^2), \quad (3.54b)$$

$$k_x^{cr} = k_p^{cr} \sqrt{\varepsilon_b}, \quad k_p^{cr} = \frac{\pi p}{d_c \sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}}. \quad (3.54c)$$

Como es posible ver de la Fig. 3.4, el modo-cero del espectro $k = k_0(k_x)$ comienza en el origen de coordenadas ($k_x = 0, k = 0$) y aumenta a lo largo de la línea de luz $k = k_x / \sqrt{\varepsilon_b}$, como se observa a partir de la ecuación (3.54a). Todas las otras curvas de dispersión $k = k_p(k_x)$

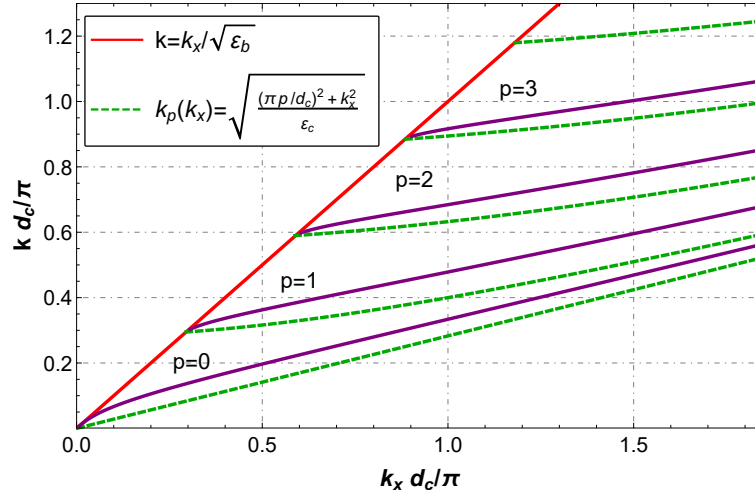


Figura 3.4: Las curvas púrpuras sólidas muestran el espectro $k = k_n(k_x)$ de los modos localizados (modos guiados), que cumplen la ecuación de dispersión (3.42) con $p = 0, 1, 2, 3$. La línea roja es $k = k_x / \sqrt{\epsilon_b}$ de la condición restrictiva (3.48). Las curvas verdes discontinuas demuestran los bordes del intervalo (3.50) para $p = 0, 1, 2, 3$. Parámetros: $\epsilon_b = 1$, $\epsilon_c = 12,5$.

con $p = 1, 2, 3, \dots$ comienzan desde un umbral proporcionado por la ecuación (3.54c), ubicado en la línea de luz superior $k = k_x / \sqrt{\epsilon_b}$, e incrementa con k_x manteniéndose por debajo de esta línea de luz, de acuerdo a la ecuación (3.54b). El umbral en la ecuación (3.54b), es un punto de cruce entre la línea de luz superior $k = k_x / \sqrt{\epsilon_b}$, que es el borde superior (derecho) de la restricción constitutiva (3.48), y el borde inferior (izquierdo), $k = \sqrt{(\pi p / d_c)^2} / \sqrt{\epsilon_c}$, de la restricción (3.50).

En el caso del medio del espectro $k = k_p(k_x)$, donde $\alpha_+ = 0$, $k_c = \kappa_b$ y $\text{arccot}(\alpha_+) = \pi/2$ de acuerdo a la ecuación (3.43a), $k_c = \kappa_b = k \sqrt{(\epsilon_c - \epsilon_b)/2}$. De la definición (3.11a), $k_x = k \sqrt{(\epsilon_c + \epsilon_b)/2}$. Así, la ecuación de dispersión (3.42b) puede escribirse como

$$k_c d_c = \pi \left(p + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow k d_c \sqrt{(\epsilon_c - \epsilon_b)/2} = \pi \left(p + \frac{1}{2} \right). \quad (3.55)$$

Entonces, el *medio* de la curva espectral $k = k_p(k_x)$ se alcanza en el punto

$$k_x = \frac{\pi \left(p + \frac{1}{2} \right)}{d_c} \sqrt{\frac{\epsilon_c + \epsilon_b}{\epsilon_c - \epsilon_b}}, \quad k = \frac{\pi \left(p + \frac{1}{2} \right)}{d_c} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_c - \epsilon_b}}. \quad (3.56)$$

Ahora, considerando el caso $\kappa_b d_c \gg 1$, esto significa $\alpha_+ = -\kappa/2k_c \Rightarrow k_c/\kappa_b \ll 1$, $\text{arccot}(\alpha_+) = \pi + 1/\alpha_+ = \pi - 2k_c/\kappa_b$ y la ecuación de dispersión (3.42b) se puede escribir como

$$k_c d_c = \pi(p+1) - 2k_c/\kappa_b. \quad (3.57)$$

Con el uso de la ecuación (3.43a) y despreciando los términos cuadráticos pequeños k_c^2 se pueden obtener las ecuaciones analíticas aproximadas

$$\begin{aligned} k_c d_c &= \pi(p+1) - \frac{2k_c}{k\sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}} \\ \Rightarrow k_c/k &\ll 1 \quad k_c d_c = \pi(p+1), \end{aligned} \quad (3.58a)$$

$$k_c d_c = \pi(p+1) - \frac{\pi(n+1)}{k\sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}}, \quad (3.58b)$$

$$k_c = \frac{\pi(p+1)}{d_c} \left(1 - \frac{2}{kd_c\sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}} \right), \quad (3.58c)$$

elevando al cuadrado y usando (3.12c)

$$k\sqrt{\varepsilon_c} = \left((k_r^p)^2(k_x)\varepsilon_c - \frac{4[\pi(p+1)/d_c]^2}{k_r^p(k_x)d_c\sqrt{\varepsilon_c - \varepsilon_b}} \right)^{1/2}, \quad (3.59a)$$

$$k_r^p(k_x)\sqrt{\varepsilon_c} = \left(\left[\frac{\pi(p+1)}{d_c} \right]^2 + k_x^2 \right), \quad (3.59b)$$

Aquí, se ha introducido la notación (3.59b) para $k_r^p(k_x)$ en el borde derecho del intervalo de variación (3.50) para la curva espectral p-ésima $k = k_p(k_x)$. Como se puede reconocer a partir de las asíntotas (3.59a), como $k_x \rightarrow \infty$, la curva espectral $k = k_p(k_x)$ tiende por abajo a su borde superior (derecho) $k = k_r^p(k_x)$, ver ecuación (3.50). La p-ésima curva de dispersión $k = k_p(k_x)$ corre por encima del borde izquierdo $k = k_l^p(k_x)$, y por debajo del borde derecho $k = k_r^p(k_x)$ del intervalo de confinamiento (3.50). Las 3 curvas de borde, $k = k_x/\sqrt{\varepsilon_c}$ de condición (3.48) y $k = k_l^p(k_x)$, $k = k_r^p(k_x)$ de la ecuación (3.50), se acercan unas a otras cuando $k_x \rightarrow \infty$.

3.2.2. Espectros ópticos. Caso local y no local.

En esta sección se estudia el sistema *b-c-b* (aire-semiconductor-aire) embebido en dos capas de Germanio presentado en el panel superior de la Fig 3.1. Los parámetros usados para la capa semiconductor, en cálculo de los espectros ópticos en el caso no local, son los mismos que los reportados en la Tabla I de la sección 2.2. Las dimensiones del gap *b* y la cavidad *c*

son reportadas en la Fig. 3.5. El QW en la cavidad c debe estar situado en la posición del antinodo del campo electromagnético, en este caso, $z_1 = d_c/6$. La constante dieléctrica del Germanio es ε_a . Combinando las soluciones de la onda electromagnética en el medio a , el gap b y escribiendo los campos eléctricos incidente y reflejado es posible obtener la matriz de transferencia de la estructura completa.

$$\begin{pmatrix} E_{a,R}^+ \\ E_{a,R}^- \end{pmatrix} = \hat{M}^{(T)} \begin{pmatrix} E_{a,L}^+ \\ E_{a,L}^- \end{pmatrix}. \quad (3.60)$$

De acuerdo con el sistema presentado en el panel superior de la Fig. 3.1, la transmisión T y reflexión R pueden expresarse en términos de los elementos de la matriz de transferencia total $M^{(T)}$ como

$$T = \frac{1}{|M_{22}^{(T)}|^2}, \quad R = \left| \frac{M_{21}^{(T)}}{M_{22}^{(T)}} \right|^2. \quad (3.61)$$

La absorción de la estructura estudiada es positiva $A > 0$, lo que implica que el sistema tiene pérdidas. La absorción A es obtenida a partir de T y R como ha sido definida previamente.

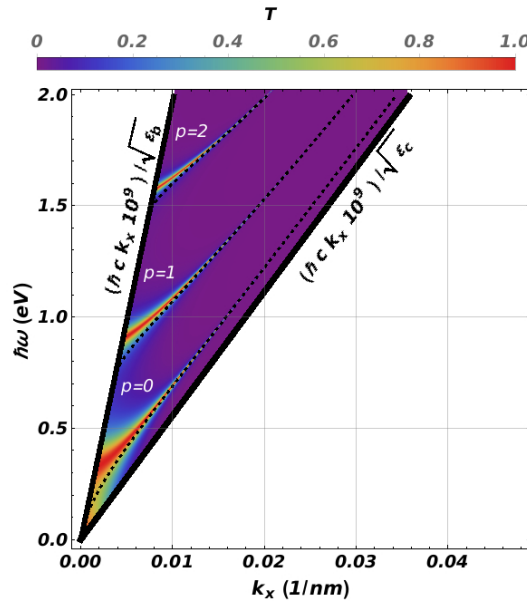


Figura 3.5: La transmisión T como una función de la componente del vector de onda k_x y la frecuencia $\hbar\omega$. Las líneas sólidas representan las curvas de dispersión de $\hbar\omega$ (eV) y la $k_x(1/nm)$ para los modos localizados en el sistema con espesores infinitos de las capas b . Los parámetros son: $\varepsilon_a = 21.2$ de germanio [82], ε_b de aire, $\varepsilon_c = 12.5$, $d_b = 157$ nm y $d_c = 248$ nm.

La Fig. 3.5 presenta la transmisión T como una función del componente del vector de onda incidente k_x y la frecuencia $\hbar\omega$. Aquí, el color azul más oscuro corresponde a un menor valor de T . Las curvas de dispersión $\omega = \omega_p(k_x)$ para los modos localizados, gobernados por las ecuaciones (3.42) y considerando $k = \omega/c$, se representan con líneas sólidas de color negro. La línea de luz que restringe desde la izquierda el dominio de definición de los modos del espectro corresponde a $\theta = \theta_b$ en la Fig. 3.5.

Para el caso no-local donde se considera el QW en la cavidad c , el régimen de acoplamiento

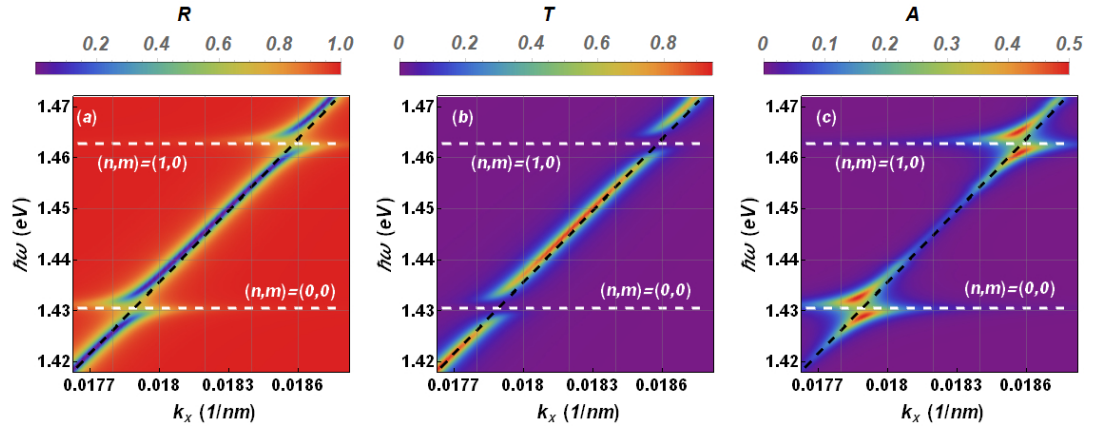


Figura 3.6: La reflexión R , transmisión T y absorción A como función de la componente del vector de onda paralela a las interfaces $k_x(1/nm)$ y la frecuencia $\hbar\omega(eV)$, sin considerar el potencial coulombiano atractivo del par electrón-hueco y la interacción con sus cargas imágenes U . La dispersión del modo de cavidad y el magnetoexcitón se muestran con líneas discontinuas negras y blancas, respectivamente.

fuerte se obtiene entre los magnetoexcitones y el modo guiado $p = 1$. Este acoplamiento fuerte se observa claramente en los anticruces de la Fig. 3.6. En los paneles de la Fig. 3.6, se muestra la reflectividad R (panel (a)), transmisión T (panel (b)) y absorción A (panel (c)), como función de las componentes del vector de onda paralelo a las interfaces k_x , y la frecuencia $\hbar\omega$ para el sistema no-local en la región donde ocurre la interacción entre el magnetoexcitón y el modo guiado en la cavidad. Las líneas blancas discontinuas indican las frecuencias propias para los estados magnetoexcitónicos $(n, m) = (0, 0)$ y $(n, m) = (1, 0)$, y las líneas discontinuas negras corresponden al modo guiado $p = 1$. En este caso no se ha considerado el potencial Coulombiano del par electrón-hueco.

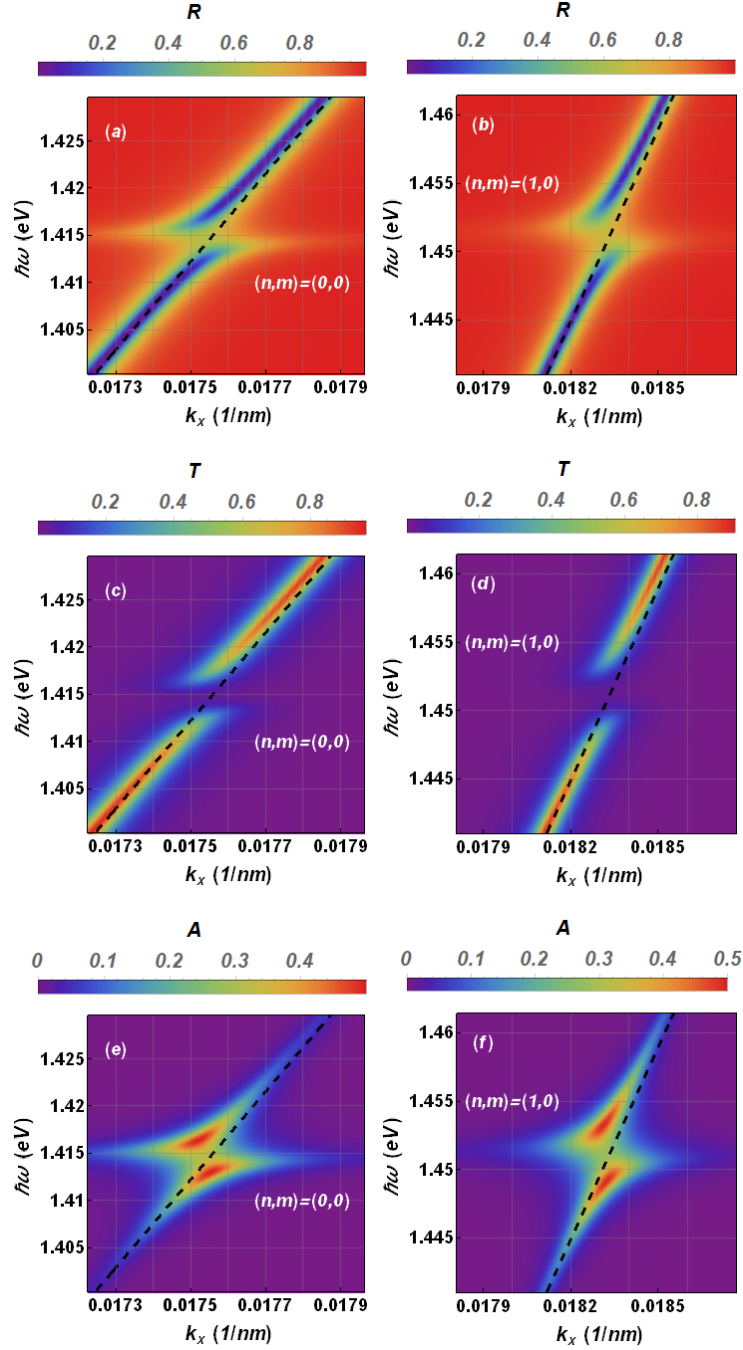


Figura 3.7: La reflexión R , transmisión T y absorción A como función de la componente del vector de onda paralela a las interfaces $k_x(1/\text{nm})$ y la frecuencia $\hbar\omega(\text{eV})$, considerando el potencial coulombiano atractivo del par electrón-hueco y la interacción con sus cargas imágenes U . La dispersión del modo de cavidad se muestra con líneas discontinuas negras.

Por otra parte, en la Fig. 3.7 se muestran los espectros ópticos considerando el potencial coulombiano del par electrón-hueco, dada la cercanía del pozo cuántico a la interface del dieléctrico del medio a y el gap b , a la izquierda del semiconductor con QW. En la Fig. 3.7 las líneas discontinuas negras corresponden igualmente al modo guiado $p = 1$. La reflectividad R se observa en los paneles (a) y (b), la transmisión T en (c) y (d) y la absorción A en (e) y (f), todas como función de las componentes del vector de onda paralelo a las interfaces k_x y la frecuencia $\hbar\omega$, muestran los anticruces para las resonancias magnetoexcitónicas correspondientes. Por otra parte, debido a que el campo magnético externo es fuerte (14 T para $GaAs$), los términos del potencial de interacción de Coulomb del par electrón-hueco y la interacción con sus cargas imágenes se consideran como una pequeña perturbación, y produce un corrimiento al rojo en las resonancias magnetoexcitónicas en el espectro óptico. La

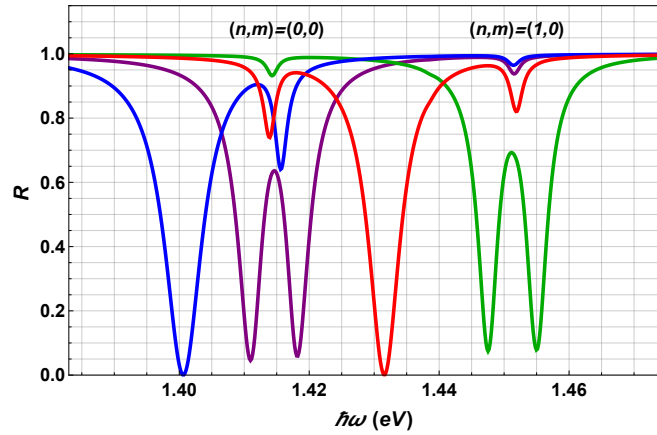


Figura 3.8: La reflexión R como función de la frecuencia $\hbar\omega$ (eV) considerando el potencial de Coulomb atractivo del par electrón-hueco U a diferentes ángulos de incidencia.

Figura. 3.8 muestra los espectros de reflexión calculados a diferentes ángulos de incidencia (o k_x), y considerando el potencial debido a la atracción de Coulomb del par electrón-hueco U . Las resonancias de la reflexión en el intervalo de energía son atribuidas al estado magnetoexcitónico con $k = 1, l = 1$ y (n, m) . Para $\theta = 30.94^\circ$ (línea sólida azul), se observa un modo guiado profundo y un acoplamiento fuerte con $(n, m) = (0, 0)$ y un acoplamiento débil con $(n, m) = (1, 0)$. Para $\theta = 31.18^\circ$ (línea sólida morada) el pico del modo guiado se mezcla con el pico del magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$, se divide en dos estados brillantes y se observa un espectro de dos picos profundos. Para $\theta = 31.48^\circ$ (línea sólida roja) el modo guiado se ha desplazado a una energía superior a la energía del magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$, por lo que el acoplamiento con el magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$ se debilita a medida que se aleja de

la resonancia, mientras que para el caso del magnetoexcitón $(n, m) = (1, 0)$ el acoplamiento sigue siendo débil, pero se nota un ligero aumento del acoplamiento respecto de las curvas azul y morada. Para $\theta = 31.82^\circ$ (*línea sólida verde*) el pico del modo guiado se mezcla con el pico del magnetoexcitón $(n, m) = (1, 0)$, se divide en dos estados brillantes y se observa un espectro de dos picos profundos. Para ambos casos de acoplamiento fuerte, de los cálculos obtenidos se estima que la separación (“*splitting*”) de energía es de aproximadamente $7-8 \text{ meV}$.

Capítulo 4

Acoplamiento fotón-magnetoexcitón en una microcavidad metálica bajo campo magnético externo

En el presente capítulo se muestra el estudio de los espectros ópticos (reflexión (R), transmisión (T) y absorción (A)) de una microcavidad compuesta por dos espejos metálicos y el semiconductor con QW mencionado en el capítulo 2, embebidos en dos prismas semi-infinitos para polarización s . Como resultado de la propagación de ondas electromagnéticas en este sistema se genera un régimen de acoplamiento fuerte entre los estados magnetoexcitónicos y los modos presentes en la cavidad semiconductora c . En la sección 4.1 se presentan las soluciones de los campos electromagnéticos en las diferentes regiones de la Fig. 4.1. De igual forma se hacen uso de las condiciones de frontera de Maxwell (continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético) y se aplica el método de la matriz de transferencia para calcular los espectros de (R), (T) y (A). En la sección 4.2 se presentan y discuten los resultados numéricos.

4.1. Formulación del problema

4.1.1. Geometría del sistema

El sistema considerado aquí, es la capa semiconductora con pozo cuántico descrita previamente, que ocupa el espacio $0 < z < d_c$, inmersa entre dos capas metálicas, y a su vez

embebida en dos medios dieléctricos semi-infinitos (ver Fig. 4.1, panel superior), bajo la acción de un campo magnético externo fuerte. El panel inferior de la Fig. 4.1 muestra a la capa semiconductor con pozo cuántico inmersa entre dos capas metálicas semi-infinitas. El acoplamiento fuerte fotón-magnetoexcitón estudiado en 2.1 para microcavidades formadas por los DBR se reemplazan por espejos metálicos.

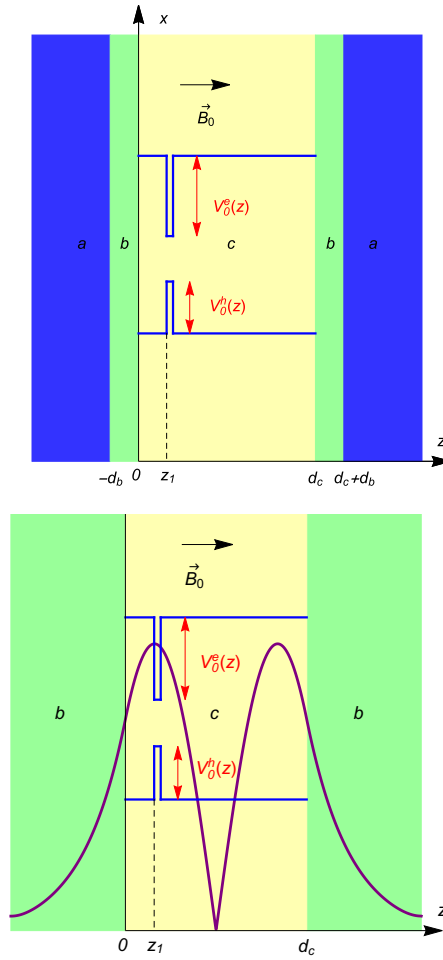


Figura 4.1: Geometría del sistema estudiado. Se muestra el sistema de coordenadas y el eje horizontal representa la dirección de crecimiento z . Se observa la energía potencial de confinamiento para electrones y huecos en sus respectivas bandas. Las capas de metal b , la cavidad semiconductor c y los medios semi-infinitos están bajo la acción de un campo magnético estático ($\vec{B}_0$) orientado perpendicular al plano del QW. La línea morada continua indica el perfil para la magnitud del campo eléctrico del modo electromagnético confinado en la cavidad semiconductor cuando las capas a (Germanio) no están presentes y las capas b (Metal) son consideradas semi-infinitas.

El modelo teórico mediante el cual es posible describir la propagación de la onda electro-magnética con polarización s en la región semiconductora $0 < z < d_c$ ha sido presentado en la sección 2.1. En la capa semiconductora las soluciones de los campos eléctrico y magnético son dadas por (3.20) y (3.21), respectivamente. Para la región $z < -d_b$, los campos eléctrico y magnético tienen la forma

$$E_y(z) = E_{a,L}^+ e^{ik_a z} + E_{a,L}^- e^{-ik_a z}, \quad (4.1a)$$

$$H_z(z) = -\frac{k_a}{\mu_a \omega} \left(E_{a,L}^+ e^{ik_a z} - E_{a,L}^- e^{-ik_a z} \right), \quad (4.1b)$$

donde $k_a = (\omega n_a / c) \cos(\theta)$ es la componente del vector de onda a lo largo del eje $\hat{z}$, ω es la frecuencia angular, c es la velocidad de la luz en el vacío, $n_a = \sqrt{\varepsilon_a}$ es el índice de refracción del medio a (germanio) y θ es el ángulo de incidencia en el plano (x, z) .

Para la capa de metal correspondiente a la región $-d_b < z < 0$, los campos eléctrico y magnético tienen la forma

$$E_y(z) = E_{b,L}^+ e^{ik_b z} + E_{b,L}^- e^{-ik_b z}, \quad (4.2a)$$

$$H_z(z) = -\frac{k_b}{\mu_b \omega} \left(E_{b,L}^+ e^{ik_b z} - E_{b,L}^- e^{-ik_b z} \right). \quad (4.2b)$$

donde $k_b = (\omega n_b / c) \cos(\theta)$ es la componente del vector de onda a lo largo del eje $\hat{z}$, $n_b = \sqrt{\varepsilon_b}$ es el índice de refracción del metal b y la constante dieléctrica $\varepsilon_b(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_{met})}$ es dada por el modelo de Drude. En este caso, considerando altas frecuencias, se han despreciado las componentes magneto-ópticas del tensor de permitividad, que surgen en el metal por introducir un campo magnético externo, frente a las componentes de la diagonal del tensor de permitividad.

El campo eléctrico en la cavidad semiconductora con pozo cuántico c , correspondiente a la región $0 < z < d_c$, viene dado por

$$\begin{aligned} E_y(z) = & C_s^+ \left(e^{ik_c z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \\ & + C_s^- \left(e^{-ik_c z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right), \end{aligned} \quad (4.3)$$

y el campo magnético por,

$$\begin{aligned} H_x(z) = & C_s^+ \left(\frac{-k_c e^{ik_c z}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \\ & + C_s^- \left(\frac{k_c e^{-ik_c z}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right), \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde $k_c = \sqrt{\varepsilon_\infty k^2 - k_x^2}$ es la proyección en z del vector de onda en la cavidad semiconductor, $k_x = (\omega n_a/c) \sin(\theta)$ es la componente del vector de onda paralela a las interfaces de la microcavidad y $I_{k,l}^{(\lambda)}(z)$ es dada por (3.16). Para la región $d_c < z < d_c + d_b$

$$E_y(z) = E_{b,R}^+ e^{ik_b z} + E_{b,R}^- e^{-ik_b z}, \quad (4.5a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_b}{\mu_b \omega} \left(E_{b,R}^+ e^{ik_b z} - E_{b,R}^- e^{-ik_b z} \right), \quad (4.5b)$$

Para la región $z > d_c + d_b$ los campos eléctrico y magnético tienen la forma

$$E_y(z) = E_{a,R}^+ e^{ik_a z} + E_{a,R}^- e^{-ik_a z}, \quad (4.6a)$$

$$H_x(z) = -\frac{k_a}{\mu_a \omega} \left(E_{a,R}^+ e^{ik_a z} - E_{a,R}^- e^{-ik_a z} \right). \quad (4.6b)$$

Aplicando las condiciones de frontera de Maxwell (continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético) y usando el método de la matriz de transferencia para las ondas electromagnéticas es posible obtener los espectros de reflexión R , transmisión T y absorción A del sistema de la (Fig. 4.1). En la frontera $z = -d_b$, en la interfaz $(a|b)$, de acuerdo con (4.1) y (4.2) se tiene que

$$\begin{pmatrix} e^{ik_a(-d_b)} & e^{-ik_a(-d_b)} \\ -\frac{k_a}{\mu_a \omega} e^{ik_a(-d_b)} & \frac{k_a}{\mu_a \omega} e^{-ik_a(-d_b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{a,L}^+ \\ E_{a,L}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_b(-d_b)} & e^{-ik_b(-d_b)} \\ -\frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{ik_b(-d_b)} & \frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{-ik_b(-d_b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

En forma reducida, (4.7) puede escribirse como

$$\hat{M}_1 \begin{pmatrix} E_{a,L}^+ \\ E_{a,L}^- \end{pmatrix} = \hat{M}_2 \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

En la frontera $z = 0$, en la interfaz $(b|c)$, de acuerdo con (4.2), (3.20) y (3.21) en forma matricial se tiene que

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_b}{\mu_b \omega} & \frac{k_b}{\mu_b \omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_c}{\mu_c \omega} & \frac{k_c}{\mu_c \omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_s^+ \\ C_s^- \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

En forma reducida,

$$\hat{M}_3 \begin{pmatrix} E_{b,L}^+ \\ E_{b,L}^- \end{pmatrix} = \hat{M}_4 \begin{pmatrix} C_s^+ \\ C_s^- \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

En la frontera $z = d_c$, en la interfaz $(c|b)$, de acuerdo con (3.20), (3.21) y (4.5) se tiene que

$$\hat{M}_5 \begin{pmatrix} C_s^+ \\ C_s^- \end{pmatrix} = \hat{M}_6 \begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

donde los elementos de matriz de $\hat{M}_5$ son dados por

$$M_{511} = e^{ik_c d_c} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c) \quad (4.12a)$$

$$M_{512} = e^{-ik_c d_c} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 k_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c) \quad (4.12b)$$

$$M_{521} = \frac{-k_c e^{ik_c d_c}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \big|_{z=d_c} \quad (4.12c)$$

$$M_{522} = \frac{k_c e^{-ik_c d_c}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 k_c \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \big|_{z=d_c}. \quad (4.12d)$$

La matriz $\hat{M}_6$

$$M_{611} = e^{ik_b(d_c)} \quad (4.13a)$$

$$M_{612} = e^{-ik_b(d_c)} \quad (4.13b)$$

$$M_{621} = -\frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{ik_b(d_c)} \quad (4.13c)$$

$$M_{622} = \frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{-ik_b(d_c)}. \quad (4.13d)$$

En la frontera $z = d_c + d_b$, en la interfaz $(b|a)$, de acuerdo con (4.5) y (4.6) se tiene que

$$\begin{pmatrix} e^{ik_b(d_c+d_b)} & e^{-ik_b(d_c+d_b)} \\ -\frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{ik_b(d_c+d_b)} & \frac{k_b}{\mu_b \omega} e^{-ik_b(d_c+d_b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_a(d_c+d_b)} & e^{-ik_a(d_c+d_b)} \\ -\frac{k_a}{\mu_a \omega} e^{ik_a(d_c+d_b)} & \frac{k_a}{\mu_a \omega} e^{-ik_a(d_c+d_b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{a,R}^+ \\ E_{a,R}^- \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

En forma reducida,

$$\hat{M}_7 \begin{pmatrix} E_{b,R}^+ \\ E_{b,R}^- \end{pmatrix} = \hat{M}_8 \begin{pmatrix} E_{a,R}^+ \\ E_{a,R}^- \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Teniendo en cuenta, las soluciones de los campos eléctricos y magnéticos en las distintas regiones del sistema y las condiciones de frontera mencionadas anteriormente, es posible calcular los elementos de la matriz de transferencia completa a partir de

$$\begin{pmatrix} E_{a,R}^+ \\ E_{a,R}^- \end{pmatrix} = \hat{M}_{sistema}^{(T)} \begin{pmatrix} E_{a,L}^+ \\ E_{a,L}^- \end{pmatrix}, \quad (4.16a)$$

$$\hat{M}_{sistema}^{(T)} = \hat{M}_8^{-1} \hat{M}_7 \hat{M}_6^{-1} \hat{M}_5 \hat{M}_4^{-1} \hat{M}_3 \hat{M}_2^{-1} \hat{M}_1. \quad (4.16b)$$

Se considera que los medios son no magnéticos, es decir, que las permeabilidades magnéticas relativas satisfacen la siguiente condición: $\mu_a = \mu_b = \mu_c = 1$. Por otro lado, a partir de los elementos de la matriz de (4.16b), calculados numéricamente, se obtienen los espectros de reflexión como $R = \left| \frac{M_{sistema21}^{(T)}}{M_{sistema22}^{(T)}} \right|^2$ y de transmisión $T = \frac{1}{\left| M_{sistema22}^{(T)} \right|^2}$ para el sistema de la Fig. 4.1 y luz incidente con polarización s . El cálculo de la absorción es directo y está dado por $A = 1 - R - T$.

4.2. Resultados y discusión

4.2.1. Modos localizados: caso local, barreras metálicas

Para el sistema del panel inferior de la Fig. 4.1, la ecuación de dispersión es (3.42a) o, de igual forma,

$$k_c d_c = \pi p - \left(\pi - \text{arccot}(\alpha_+) \right). \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (4.17)$$

El término $(\pi - \text{arccot}(\alpha_+))$ aumenta de 0 hasta π con el aumento de α_+ desde $-\infty$ hasta ∞ , es decir, $0 \leq \pi - \text{arccot}(\alpha_+) \leq \pi$ para $-\infty < \alpha_+ < \infty$. Por tanto, la ecuación de dispersión (3.42a), proporciona que la p -ésima curva espectral $k_c = k_c^p(k_x)$ esté confinada a

$$\pi(p-1) \leq k_c^p d_c \leq \pi p, \quad (4.18)$$

donde k_c y κ_b son dados por (3.12c) y (3.11a), respectivamente. Las capas metálicas b

$$\omega \ll \omega_p \Rightarrow k\delta \ll 1, \quad \delta = c/\omega_p. \quad (4.19)$$

Donde,

$$\varepsilon_b = -\omega_p^2/\omega^2 = -(k\delta)^{-2} \Rightarrow |\varepsilon_b| = -(k\delta)^{-2} \gg 1. \quad (4.20)$$

Entonces, asumimos que

$$0 < \varepsilon_c \ll |\varepsilon_b| \Rightarrow k\delta\sqrt{\varepsilon_c} \ll 1. \quad (4.21)$$

Una solución $k = k_p(k_x)$ de la ecuación de dispersión (3.42a) se puede encontrar solo dentro del intervalo

$$k_x \leq k\sqrt{\varepsilon_c}, \quad (4.22)$$

donde el número de onda k_c resulta ser un valor puramente real. Por lo tanto, el modo localizado no son ondas superficiales (evanescentes). Por el contrario, son ondas de bulto

(oscilantes) dentro de la placa semiconductor c . La combinación de las ecuaciones (4.21), (4.22) y (3.12c) produce las condiciones

$$k_x \delta \ll 1 \quad \text{y} \quad k_c \delta \ll 1. \quad (4.23)$$

Resumiendo, se obtiene

$$\Rightarrow \kappa_b = (k_x^2 + \delta^{-2})^{1/2} \approx \delta^{-1}, \quad (4.24)$$

es decir, κ_b no depende ni del número total de ondas k , ni del número de onda k_x . Es evidente que

$$k_c / \kappa_b \ll 1, \quad (4.25)$$

y el parámetro α_+ , en nuestro modelo, asintóticamente es $\alpha_+ = -\kappa_b / 2k_c$, correspondientemente,

$$\pi - \operatorname{arccot}(\alpha_+) = 2k_c / \kappa_b. \quad (4.26)$$

Así, la solución $k_c = k_c^p$ de la ecuación de dispersión (3.42a) está definida por

$$k_c^p = \left(\frac{\pi p}{d_c} \right) \left(1 + \frac{2}{\kappa_b d_c} \right)^{-1} \approx \left(\frac{\pi p}{d_c} \right) \left(1 + \frac{2\delta}{d_c} \right)^{-1} \approx \frac{\pi p}{d_c} \quad (4.27)$$

Nota: el requerimiento (4.25) significa que $\pi p \delta / d_c \ll 1$. De acuerdo con la definición (3.12c), el espectro $k = k_p(k_x)$ del p -ésimo modo localizado está descrito por

$$k = \frac{\left(\frac{\left(\frac{\pi p}{d_c} \right)^2}{\left(1 + \frac{2\delta}{d_c} \right)^2} + k_x^2 \right)^{1/2}}{\sqrt{\varepsilon_c}} \quad (4.28)$$

El espectro (4.28) determina la familia de curvas de dispersión (espectral) $k = k_p(k_x)$ que cumplen (3.42a) y enumerados por el entero $p = 1, 2, \dots$. Todas las curvas espectrales se encuentran por encima de la línea de luz $k = k_x / \sqrt{\varepsilon_c}$, entonces la condición obligatoria (4.22) se cumple automáticamente. El espectro del p -ésimo $k = k_p(k_x)$ comienza desde el valor $k_c^p / \sqrt{\varepsilon_c}$ en $k_x = 0$ y aumenta con k_x manteniéndose por encima de la línea de luz $k = k_x / \sqrt{\varepsilon_c}$. Como es posible ver de (4.28), cuando $k_x \rightarrow \infty$ las curvas de dispersión $k = k_p(k_x)$ se aproximan desde arriba de esta línea de luz.

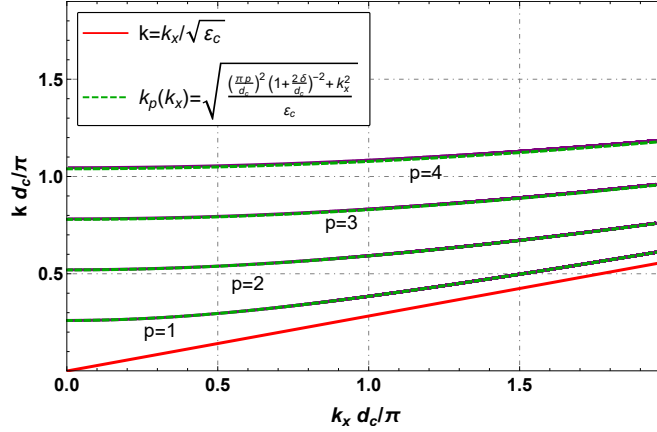


Figura 4.2: Las curvas sólidas púrpura muestran el espectro $k = k_p(k_x)$ de los modos localizados (modos guiados), que cumplen la ecuación de dispersión (3.42) para capas metálicas con $p = 1, 2, 3, 4$. La línea roja es $k = k_x/\sqrt{\epsilon_c}$ de la condición restrictiva (4.22). Las curvas verdes discontinuas corresponden a (4.28) para $p = 1, 2, 3, 4$, respectivamente. Parámetros: $\epsilon_b = 1 - (k_p^2/k^2)$, $\epsilon_c = 12.5$.

4.2.2. Espectros ópticos. Caso local y no local.

En esta sección se estudia el sistema *b-c-b* (metal-semiconductor-metal) embebido en dos capas de Germanio presentado en el panel superior de la Fig 4.1. Los parámetros usados para la capa semiconductor, en cálculo de los espectros ópticos en el caso no local, son los mismos que los reportados en la Tabla I de la sección 2.2. Las dimensiones del metal b y la cavidad c son reportadas en la Fig. 4.3. El QW en la cavidad c debe estar situado en la posición del antinodo del campo electromagnético, en este caso, $z_1 = d_c/3$ medida a partir de la interfaz *metal|semiconductor* de la izquierda, como se observa en la Fig. 4.1. Además, el pozo cuántico es colocado en la posición del antinodo del campo electromagnético, como se observa en el panel inferior de la Fig. 4.1. Las capas de metal son de aluminio (*Al*), con frecuencia de plasma $\omega_p = 15 \text{ eV}$ y de longitud $d_b = 20 \text{ nm}$. El medio semi-infinito a , es el mismo que ha sido utilizado en el capítulo 3 con constante dieléctrica ϵ_a (Germanio). Combinando las soluciones de la onda electromagnética en los medios semi-infinitos a , las capas metálicas b y la cavidad semiconductor c es posible calcular los espectros ópticos utilizando método de matriz de transferencia. La Fig. 4.3 presenta la transmisión T como una función del componente del vector de onda incidente k_x y la frecuencia $\hbar\omega$. Aquí, el color azul más oscuro corresponde a un menor valor de T . Las curvas de dispersión $\omega = \omega_p(k_x)$ para los modos localizados, gobernados por las ecuaciones (3.42) y considerando $k = \omega/c$,

se representan con líneas discontinuas de color blanco. La línea de luz que restringe el dominio de definición de los modos del espectro corresponde a $\hbar\omega = \hbar ck_x 10^9 / \sqrt{\epsilon_c}$ en la Fig. 4.3.

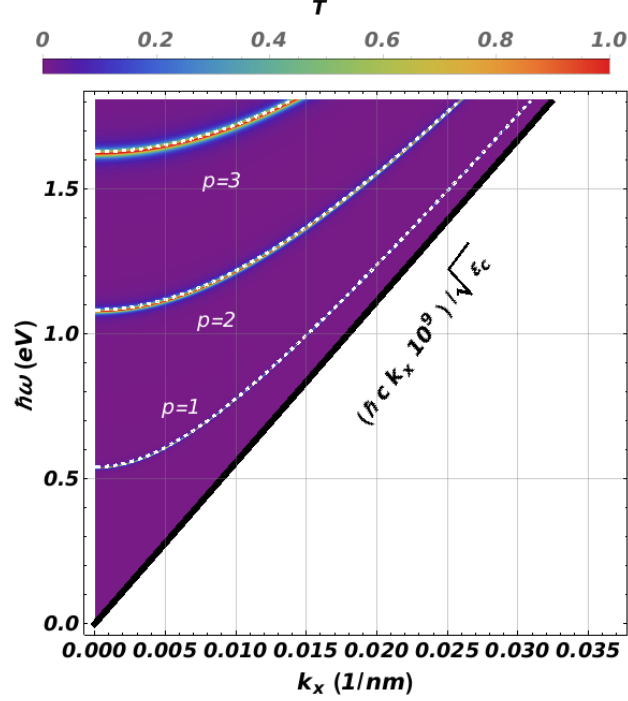


Figura 4.3: La transmisión T como función de la componente del vector de onda k_x (1/nm) y la frecuencia $\hbar\omega$ (eV). Las líneas discontinuas blancas representan las curvas de dispersión de $\hbar\omega$ (eV) y la k_x (1/nm) para los modos localizados en el sistema con espesores infinitos de las capas b . Los parámetros son: $\epsilon_a = 21.2$ germanio [82], ϵ_b metal (Al), $\epsilon_c = 12.5$, $d_b = 20$ nm and $d_c = 296$ nm.

Para el caso no-local donde se considera el QW en la cavidad c , el régimen de acoplamiento fuerte se obtiene entre los magnetoexcitones y el modo $p = 2$. La Fig. 4.4 muestra una serie de espectros ópticos (R , T , A) en la región de frecuencias y ángulos de incidencia ($\theta = 28.3^\circ$ a 30.74° aproximadamente) donde ocurre la interacción entre el magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$ y el fotón confinado en la cavidad, para la microcavidad metálica de la Fig. 4.1. Las líneas discontinuas blancas (d_b infinito) se muestran ligeramente alejadas de las líneas del modo confinado, calculadas para $d_b = 20$ nm. Las resonancias magnetoexcitónicas en el intervalo de energía son atribuidas al electrón $e1$ y al hueco $h1$. En la región del metal se han considerado las pérdidas ($\nu_{met} = 55.5 \cdot 10^{-4} \omega_p$) [83]. En estos espectros, se

pueden observar claramente los anticruces que surgen del interacción del nivel magnetoexcitónico $(n, m) = (0, 0)$ con el modo de la cavidad semiconductor, que son característicos del régimen de acoplamiento fuerte. Dada la distancia del QW a la interfaz metálica, el potencial de Coulomb que se ha considerado en el cálculo es el debido a la atracción del par electrón-hueco (2.10).

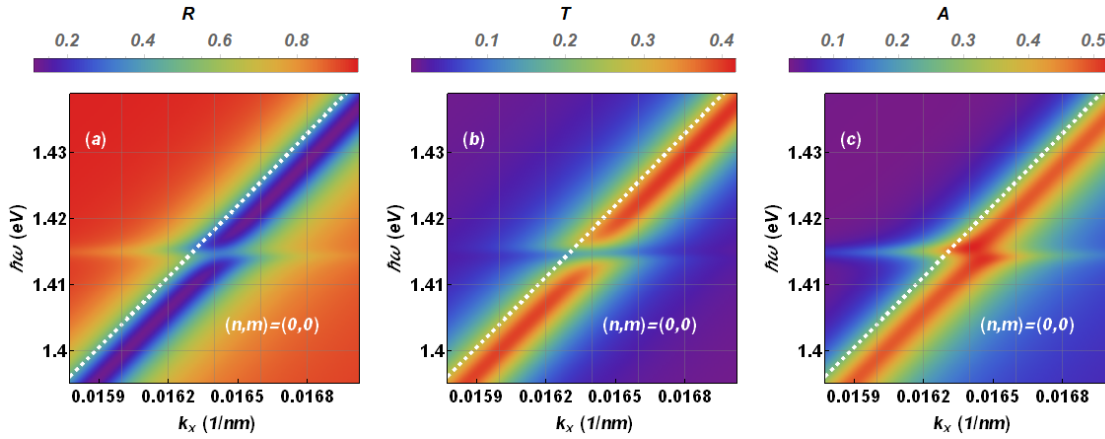


Figura 4.4: La reflexión R , transmisión T y absorción A como función de la componente del vector de onda paralela a las interfaces $k_x(1/nm)$ y la frecuencia $\hbar\omega(eV)$, considerando el potencial coulombiano U . El nivel magnetoexcitónico $(n, m) = (0, 0)$ se muestra con líneas discontinuas de color blanco.

Por otra parte, en la Fig. 4.5 se muestran una serie de espectros ópticos (R , T , A) en la región de frecuencias y ángulos de incidencia ($\theta = 29.9^\circ$ a 31.6° aproximadamente) donde ocurre la interacción entre el nivel magnetoexcitónico $(n, m) = (1, 0)$ y el modo confinado en la cavidad semiconductor, para la microcavidad metálica de la Fig. 4.1. Las resonancias magnetoexcitónicas en el intervalo de energía son atribuidas al electrón $e1$ y al hueco $h1$. En las capas correspondientes al metal se han considerado las pérdidas ($\nu_{met} = 55.5 \cdot 10^{-4} \omega_p$). En estos espectros, se pueden observar claramente los anticruces del nivel magnetoexcitónico con el modo de la cavidad semiconductor c , característicos del régimen de acoplamiento fuerte.

La Figura. 4.6 muestra los espectros de reflexión calculados a diferentes ángulos de incidencia (o k_x), y considerando el potencial debido a la atracción de Coulomb del par electrón-hueco U . Las resonancias de la reflexión en el intervalo de energía son atribuidas al estado magneto-

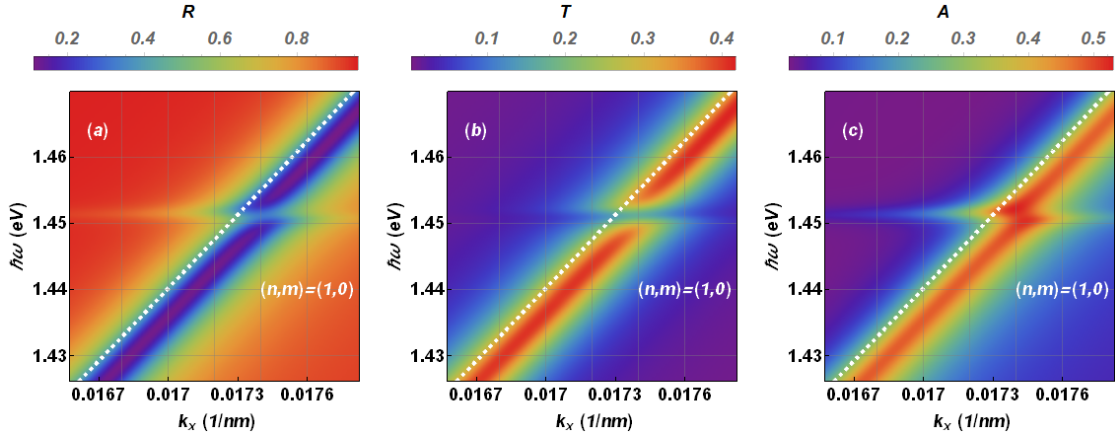


Figura 4.5: La reflexión R , transmisión T y absorción A como función de la componente del vector de onda paralela a las interfaces $k_x(1/\text{nm})$ y la frecuencia $\hbar\omega(\text{eV})$, considerando el potencial coulombiano U . El nivel magnetoexcitónico $(n, m) = (1, 0)$ se muestra con líneas discontinuas de color blanco.

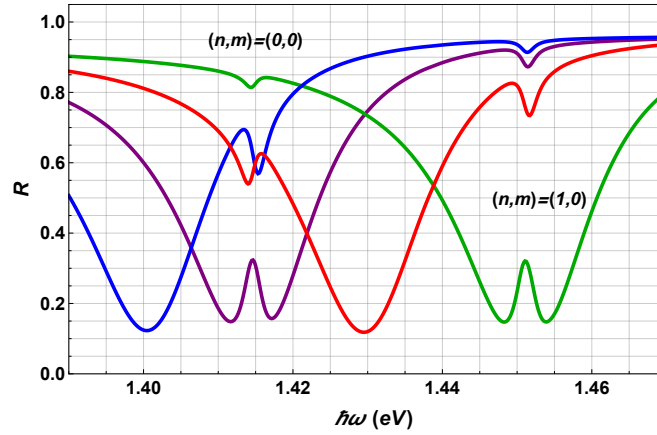


Figura 4.6: La reflexión R como función de la frecuencia $\hbar\omega(\text{eV})$ considerando el potencial de Coulomb atractivo del par electrón-hueco U a diferentes ángulos de incidencia.

excitónico con $k = 1, l = 1$ y (n, m) . Para $\theta = 28.56^\circ$ (línea sólida azul), se observa un modo guiado profundo y un acoplamiento fuerte con $(n, m) = (0, 0)$ y un acoplamiento débil con $(n, m) = (1, 0)$. Para $\theta = 28.98^\circ$ (línea sólida morada) el pico del modo guiado se mezcla con el pico del magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$, se divide en dos estados brillantes y se observa un espectro de dos picos profundos. Para $\theta = 29.44^\circ$ (línea sólida roja) el modo guiado se ha desplazado a una energía superior a la energía del magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$, por lo que el acoplamiento con el magnetoexcitón $(n, m) = (0, 0)$ se debilita a medida que se aleja de

la resonancia, mientras que para el caso del magnetoexcitón $(n, m) = (1, 0)$ el acoplamiento sigue siendo débil, pero se nota un ligero aumento del acoplamiento respecto de las curvas azul y morada. Para $\theta = 30.06^\circ$ (*línea sólida verde*) el pico del modo guiado se mezcla con el pico del magnetoexcitón $(n, m) = (1, 0)$, se divide en dos estados brillantes y se observa un espectro de dos picos profundos. Para ambos casos de acoplamiento fuerte, de los cálculos obtenidos se estima que la separación (“*splitting*”) de energía es de aproximadamente 5 meV .

Capítulo 5

Efecto Goos-Hänchen en una capa semiconductor con pozo cuántico

En el presente capítulo se estudia teóricamente la respuesta electromagnética del sistema de la Fig. 5.1 para la polarización s . De igual manera, se estudia el efecto Goos-Hänchen en régimen de reflexión total interna frustrada, para la capa semiconductor con QW que se ha mencionado en los dos capítulos previos. En este caso, la posición del QW ha sido elegida cercana a la interfaz $z = 0$ con el medio semi-infinito b . Lo anterior se debe a que las ondas que decaen dentro de la capa c pueden acoplarse en mejor medida al magnetoexcitón y la magnitud relativa de las resonancias es mayor. En la sección 5.1 se muestra el formalismo teórico utilizado en este capítulo para el cálculo de los espectros ópticos, los tiempos de tunelaje y los GHS. En la sección 5.2 se presenta la discusión de los espectros de reflexión y transmisión para el sistema de la Fig 5.1. Estos espectros se obtienen aplicando las condiciones de frontera para las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético en $z = 0$ y $z = d_c$ y muestran las resonancias magnetoexcitónicas de la capa semiconductor con QW para ángulos fijos como función de la frecuencia en eV . También se analizan y se discuten los corrimientos de las ondas reflejadas y transmitidas en la interfaz entre el medio semi-infinito y la capa semiconductor considerando (sin considerar) la influencia del potencial Coulombiano para dos valores del campo magnético externo fuerte $\vec{B}_0$. En este caso, se aplica la aproximación de la fase estacionaria para indicar la posición máxima de los paquetes de ondas definida por la condición del gradiente cero de la fase en el espacio $\mathbf{k}$ [28].

5.1. Formulación del problema

5.1.1. Geometría del sistema

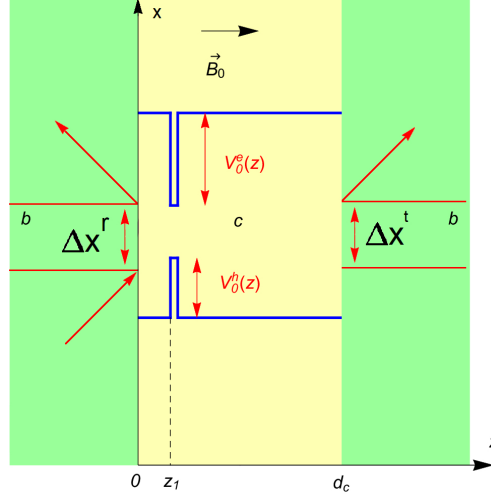


Figura 5.1: Representación del desplazamiento Goos-Hänchen para las ondas reflejadas y transmitidas en una estructura semiconductor consistente de dos medios semi-infinitos separados por una capa semiconductor con QW. Las líneas azules representan la energía potencial de confinamiento para electrones y huecos en las bandas conducción y de valencia, respectivamente.

En la Fig. 5.1 se presenta el diagrama de la heteroestructura semiconductor empleada para el estudio del GHS. Una capa semiconductor de ancho d_c , se encuentra intercalada entre dos medios semi-infinitos que están formados por materiales dieléctricos sin pérdidas. La capa semiconductor c es la misma descrita en la sección 2.2.1 pero sin tener en cuenta campo eléctrico externo. El campo magnético externo $\vec{B}_0$ es paralelo a la dirección de crecimiento de la estructura, el eje $\hat{z}$. En lo que resta de este capítulo se supone que los campos eléctricos y magnéticos tienen polarización s . Por otra parte, para investigar el GHS se considera que un haz gaussiano incide sobre la capa semiconductor, como se muestra en la Fig. 5.1. El campo eléctrico con polarización s de la luz gaussiana incidente puede escribirse como

$$E_i(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x E(k_x - k_{x_0}) e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}, \quad (5.1)$$

donde $E(k_x - k_{x_0})$ es el espectro angular del haz gaussiano centrado alrededor del vector de onda $k_{x_0} = k \sin(\theta)$. Por lo tanto, el campo eléctrico para el haz transmitido viene dado por

$$E_t(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x |t| E(k_x - k_{x_0}) e^{i(\alpha_t + k_x x + k_z z - \omega t)}. \quad (5.2)$$

La fase total de la luz transmitida Φ_t , en el punto $(\Delta x^t, 0, d_c)$, puede ser calculada como $\Phi_t = \alpha_t + k_x \Delta x^t + k_z L - \omega t$. Tanto las aproximaciones paraxial como la fase estacionaria indican que la posición máxima de los paquetes de onda bidimensionales se define por la condición del gradiente cero de la fase en el espacio- $\mathbf{k}$ [28]. De aquí, se obtienen dos ecuaciones de restricción que describen la evolución del pico del paquete de ondas

$$\left. \frac{\partial \Phi_t}{\partial \omega} \right|_{\theta} = 0, \quad (5.3)$$

y

$$\left. \frac{\partial \Phi_t}{\partial \theta} \right|_{\omega} = 0. \quad (5.4)$$

Introduciendo Φ_t en la condición dada por la ecuación (5.3), se obtiene

$$\left. \frac{\partial \Phi_t}{\partial \omega} \right|_{\theta} = \frac{\partial}{\partial \omega} [\alpha_t + k_x \Delta x^t + k_z d_c - \omega t] \Big|_{\theta} = 0. \quad (5.5)$$

La ecuación (5.5) proporciona un retardo de la velocidad de grupo τ_t^t ,

$$\tau_t^t = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \omega} + \frac{\partial k_x}{\partial \omega} \Delta x^t, \quad (5.6)$$

definido como el tiempo requerido por el pico del paquete de ondas para emerger en el otro extremo de la estructura. El primer término

$$\tau_{ph}^t = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \omega}, \quad (5.7)$$

es el retardo de grupo del paquete de onda sin tener en cuenta el GHS. El segundo término

$$\tau_{GH}^t = \frac{\Delta x^t}{v_x^t}, \quad (5.8)$$

es el tiempo Goos-Hänchen (GHT), donde Δx^t es el desplazamiento lateral y $v_x^t = \frac{\partial \omega}{\partial k_x}$ es la velocidad transversal. El GHT es el tiempo que el paquete de onda se propaga a través del desplazamiento lateral. Al sustituir Φ_t en la ecuación (5.4),

$$\left. \frac{\partial \Phi_t}{\partial \theta} \right|_{\omega} = \frac{\partial}{\partial \theta} [\alpha_t + k_x \Delta x^t + k_z d_c - \omega t] \Big|_{\omega} = 0, \quad (5.9)$$

se produce un desplazamiento lateral determinado como

$$\Delta x^t = -\frac{\partial \alpha_t}{\partial \theta} \left(\frac{\partial k_x}{\partial \theta} \right)^{-1} = -\frac{1}{k_x \cot(\theta)} \frac{\partial \alpha_t}{\partial \theta}. \quad (5.10)$$

La función de onda del haz reflejado se expresa como

$$E_r(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x |r| E(k_x - k_{x_0}) e^{i(\alpha_r + k_x x - k_z z - \omega t)}. \quad (5.11)$$

Por lo tanto, la fase total de la luz reflejada Φ_r calculada en el punto $(\Delta x^r, 0, 0)$ es igual a $\Phi_r = \alpha_r + k_x \Delta x^r - \omega t$. Se puede usar el mismo procedimiento para calcular el retardo total de grupo para el haz reflejado

$$\tau_t^r = \frac{\partial \alpha_r}{\partial \omega} + \frac{\partial k_x}{\partial \omega} \Delta x^r, \quad (5.12)$$

donde el tiempo de fase reflejado sin tener en cuenta el GHS es

$$\tau_{ph}^r = \frac{\partial \alpha_r}{\partial \omega}, \quad (5.13)$$

y el tiempo Goos-Hänchen reflejado es

$$\tau_{GH}^r = \frac{\Delta x^r}{v_x^r}. \quad (5.14)$$

El desplazamiento lateral es expresado como

$$\Delta x^r = -\frac{\partial \alpha_r}{\partial \theta} \left(\frac{\partial k_x}{\partial \theta} \right)^{-1} = -\frac{1}{k_x \cot(\theta)} \frac{\partial \alpha_r}{\partial \theta}. \quad (5.15)$$

Por otro lado, los campos de las ondas electromagnéticas incidentes y reflejadas se escribirán como

$$\vec{E}_i = \hat{y} E_{y_i} = \hat{y} \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)], \quad (5.16a)$$

$$\vec{H}_i = -\frac{1}{\omega \mu_i} (\hat{x} k_z - \hat{z} k_x) E_{y_i}, \quad (5.16b)$$

y

$$\vec{E}_r = \hat{y} E_{y_r} = \hat{y} r \exp[i(k_x x - k_z z - \omega t)], \quad (5.17a)$$

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\omega \mu_i} (\hat{x} k_z + \hat{z} k_x) E_{y_r}, \quad (5.17b)$$

donde $k_x = (\omega n_i / c) \sin(\theta)$, $k_z = (\omega n_i / c) \cos(\theta)$, ω es la frecuencia angular, c es la velocidad de la luz en el vacío, $n_i = \sqrt{\epsilon_b}$ es el índice de refracción del sustrato, θ es el ángulo de

incidencia en el plano (x, z) y $r = |r| e^{i\alpha_r}$ es la amplitud de la onda reflejada. El campo transmitido es

$$\vec{E}_t = \hat{y} E_{y_t} = \hat{y} t \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)], \quad (5.18a)$$

$$\vec{H}_t = -\frac{1}{\omega \mu_t} (\hat{x} k_z - \hat{z} k_x) E_{y_t}, \quad (5.18b)$$

donde $t = |t| e^{i\alpha_t}$ es la amplitud de la onda reflejada. En la región de la capa semiconductor c , el campo eléctrico tiene la forma

$$\begin{aligned} \vec{E} = \hat{y} E_y = \hat{y} \left[C_s^+ \left(e^{i\kappa_z z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 \kappa_z} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \right. \\ \left. + C_s^- \left(e^{-i\kappa_z z} + \frac{2M_0 k^2}{\varepsilon_0 \kappa_z} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \right] e^{i(k_x x - \omega t)}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

y el campo magnético

$$\begin{aligned} \vec{H} = \hat{x} \left[C_s^+ \left(\frac{-\kappa_z e^{i\kappa_z z}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 \kappa_z \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(1)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \right. \\ \left. + C_s^- \left(\frac{\kappa_z e^{-i\kappa_z z}}{\omega \mu_c} + \frac{2M_0 k^2}{i\varepsilon_0 \kappa_z \omega \mu_c} \sum T_{k,l,n,m}^{(2)} G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \\ + \hat{z} \left[C_s^+ \left(\frac{k_x e^{i\kappa_z z}}{\omega \mu_c} \right) + C_s^- \left(\frac{k_x e^{-i\kappa_z z}}{\omega \mu_c} \right) \right] e^{i(k_x x - \omega t)}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

donde $\kappa_z = i\sqrt{(k^2 \epsilon_\infty - (k_x)^2)}$ es la componente del vector de onda en la dirección z . En este caso, C_s^+ y C_s^- son los coeficientes de la derecha e izquierda de la solución no propagante. A menos que se especifique lo contrario, las permeabilidades magnéticas relativas satisfacen la siguiente condición: $\mu_r = \mu_i = \mu_c = \mu_t = 1$. Como ya se ha mencionado en los capítulos anteriores, la respuesta no local del sistema semiconductor con QW está contenida en las cantidades numéricas $T_{k,l,n,m}^{(1)}$ y $T_{k,l,n,m}^{(2)}$. Estas cantidades se obtienen de resolver numéricamente la ecuación (B.12) y considerando las soluciones de los campos dadas por la ecuación (5.19) y la ecuación (5.20). Los elementos de matriz $U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'}$ de la ecuación (B.12) son dados por

$$\begin{aligned} U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^L \psi_{ek'}^*(z_e) \psi_{hl'}^*(z_h) G_{n'm'}^*(\vec{\rho}') \times \\ U(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z_e, z_h) \psi_{ek}(z_e) \psi_{hl}(z_h) G_{nm}(\vec{\rho}) \vec{\rho}' dz_e dz_h d\phi' d\rho'. \end{aligned} \quad (5.21)$$

donde las funciones de los electrones $\psi_{ek}(z_e)$, de los huecos $\psi_{hl}(z_h)$ y las funciones $G_{n'm'}^*(\vec{\rho}')$ son las mismas que en los capítulos anteriores. La diferencia en este caso es la cantidad $U(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z_e, z_h)$ dada por

$$U(\vec{\rho}, z_e, z_h) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_s} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} + \frac{\epsilon_s - \epsilon_G}{\epsilon_s + \epsilon_G} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z_e + z_h)^2}} - \left(\frac{1}{4z_e} + \frac{1}{4z_h} \right) \right] \right). \quad (5.22)$$

De modo que, teniendo en cuenta las condiciones de frontera para las ecuaciones de Maxwell en las interfaces $z = 0$ y $z = d_c$, y la continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético, es posible calcular los espectros ópticos y las fases de la onda transmitida y reflejada. Posteriormente se aplica el método de la fase estacionaria, y es posible obtener los tiempos de tunelaje y los GHS reflejado y transmitido. El caso del semiconductor sin QW, puede resolverse de manera analítica y es presentado en el apéndice. El caso considerando el QW en la capa semiconductor, se resuelve numéricamente.

5.2. Resultados y discusión

En esta sección se discuten los resultados numéricos que muestran el efecto del pozo cuántico sobre el GHS y el tiempo de tunelamiento, para lo cual se considera la cavidad semiconductor representada en la Fig. 5.1. En este caso, se muestran los cálculos considerando (sin considerar) el potencial Coulombiano y su carga imagen. Los parámetros numéricos son los mismos que los presentados en los capítulos anteriores a excepción de los que se presentan a continuación. La dimensión de la capa semiconductor es $d_c = 184 \text{ nm}$, la posición del pozo $z_1 = d_c/4$, medido a partir de la interfaz ($z = 0$) de la izquierda, para garantizar un mejor acoplamiento, y ϵ_G es la constante dieléctrica del Germanio. Se toman dos valores del campo magnético externo (fuerte) B_0 para estudiar el efecto de éste sobre el GHS. En la Fig. 5.2 (a), se grafica la transmisión de la heteroestructura en función de $\hbar\omega$ (en eV); para el caso en que la luz incide oblicuamente con un ángulo $\theta_1 = 48.72^\circ$ y el campo eléctrico externo paralelo $|\vec{E}_0|$ es cero. El campo magnético externo aplicado al sistema toma los valores $B_0 = 12 \text{ T}$ (línea en color azul) y $B_0 = 14 \text{ T}$ (línea en color verde). Por razones de comparación también se grafica la transmisión T [ecuación (D.4)] del sistema sin pozo cuántico y libre de los campos externos (línea en color rojo). Las líneas discontinuas (continuas) corresponden al cálculo considerando (sin considerar) el potencial (5.21). Se observa que, con la introducción del pozo cuántico en la heteroestructura, la aplicación del campo

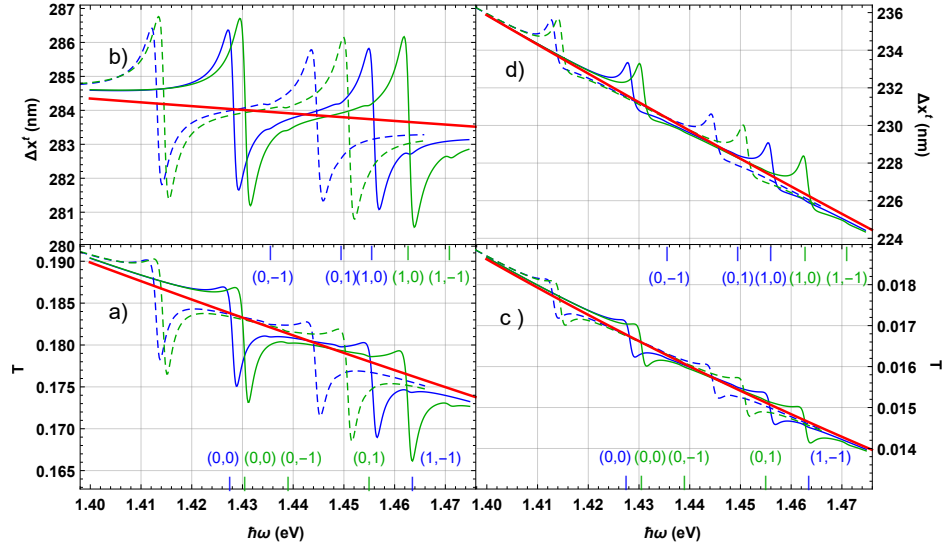


Figura 5.2: En el panel *a*) se observa la transmisión T en función de $\hbar\omega$ (en eV) y en el panel *b*) el GHS (en nm) en función de $\hbar\omega$ (en eV). Los cálculos *a*) y *b*) se han realizado para un ángulo de incidencia $\theta_1 = 48.72^\circ$ y en ausencia de campo eléctrico paralelo a la estructura. Las gráficas en color azul (verde) corresponden a campos magnéticos externos aplicados $B_0 = 12$ T ($B_0 = 14$ T). Por razones de comparación, las mismas magnitudes se grafican para el sistema sin QW (gráficas mostradas en color rojo). En los paneles *c*) y *d*) se muestra la transmisión T y GHS en función de la energía para un ángulo de incidencia $\theta_2 = 60.02^\circ$. Las líneas discontinuas (continuas) son considerando (sin considerar) el potencial (5.21) en los cálculos. El resto de los parámetros de la cavidad semiconductor con QW *c* son los mismos a los utilizados en los capítulos anteriores.

magnético externo y su acoplamiento con la luz, se modifica el espectro T , apareciendo un conjunto de resonancias magnetoexcitónicas. Nótese que alejado de las regiones de energía donde aparecen estas resonancias, las curvas de transmisiones calculadas para el sistema con QW tienden asintóticamente a la curva T , independientemente de los valores que tome el campo magnético externo. Por otro lado, al aumentar la magnitud del campo magnético de 12 T a 14 T las resonancias magnetoexcitónicas aparecen a valores mayores de $\hbar\omega$ (en eV). El hecho de considerar el potencial de Coulomb y su carga imagen produce un corrimiento al rojo en la resonancias magnetoexcitónicas. En la Fig. 5.2 *b*), se muestra el GHS (en nm) experimentado por la onda transmitida en función de $\hbar\omega$ (en eV). Este desplazamiento muestra picos abruptos en posiciones espectrales donde se encuentran localizadas las resonancias magnetoexcitónicas en la curva de transmisión de la Fig. 5.2 panel *a*). Esto constituye una

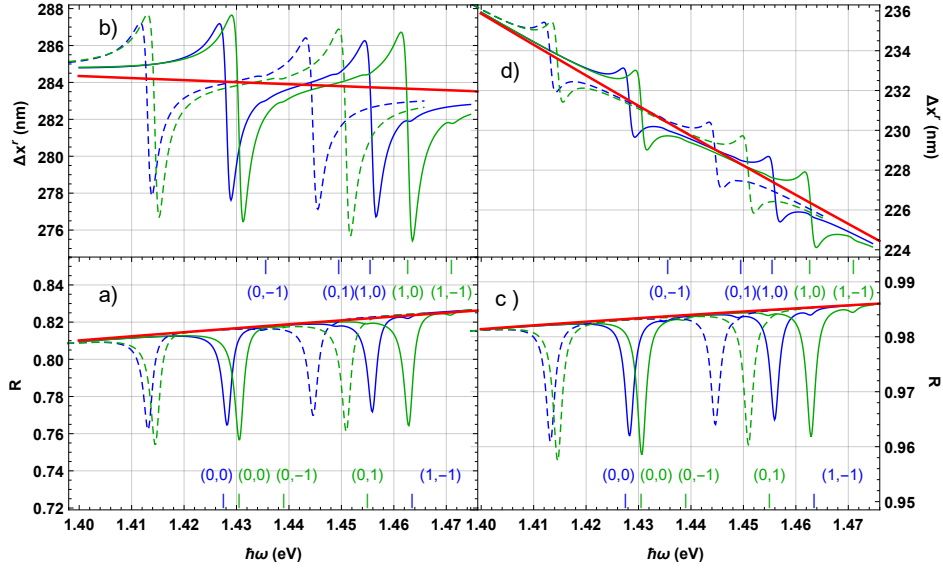


Figura 5.3: En el panel *a*) se observa la reflexión en función de $\hbar\omega$ (en eV) y en el panel *b*) el GHS (en nm) en función de $\hbar\omega$ (en eV). Los cálculos *a*) y *b*) se han realizados para un ángulo de incidencia $\theta_1 = 48.72^\circ$ y en ausencia de campo eléctrico paralelo a la estructura. Por razones de comparación, las mismas magnitudes se grafican para el sistema sin QW (gráficas mostradas en color rojo). En los paneles *c*) y *d*) se muestran la reflexión y el GHS en función de $\hbar\omega$ (en eV) para un ángulo de incidencia $\theta_2 = 60.02^\circ$. Las líneas discontinuas (continuas) son considerando (sin considerar) el potencial (5.21) en los cálculos. Los demás parámetros son los mismos a los empleados en la figura 5.2.

característica distintiva que no muestra la gráfica asociada al desplazamiento Δx^t , (línea en color rojo), correspondiente a la ecuación (D.8). El efecto que produce la variación del campo magnético sobre el GHS es similar al producido por éste sobre la transmitividad. En los paneles *c*) y *d*) de la Fig. 5.2 se grafican la transmisión y el GHS como una función de $\hbar\omega$ (en eV) para parámetros idénticos a los indicados anteriormente, pero para un ángulo de incidencia diferente $\theta_2 = 60.02^\circ$. Específicamente, en el panel *c*) de la Fig. 5.2 se observa que al aumentar el ángulo de incidencia disminuye la transmisión, independientemente del valor del campo magnético externo aplicado. A su vez este efecto se manifiesta en una disminución del GHS, como se observa en el panel *d*) de la Fig. 5.2. De acuerdo a la relación (D.8), el GHS es directamente proporcional al valor de la transmisión, o sea, ésta modula en amplitud su comportamiento para el sistema sin pozo. Las simulaciones numéricas realizadas ratifican este comportamiento para el sistema con QW. En la Fig. 5.3 panel *a*), se grafica la

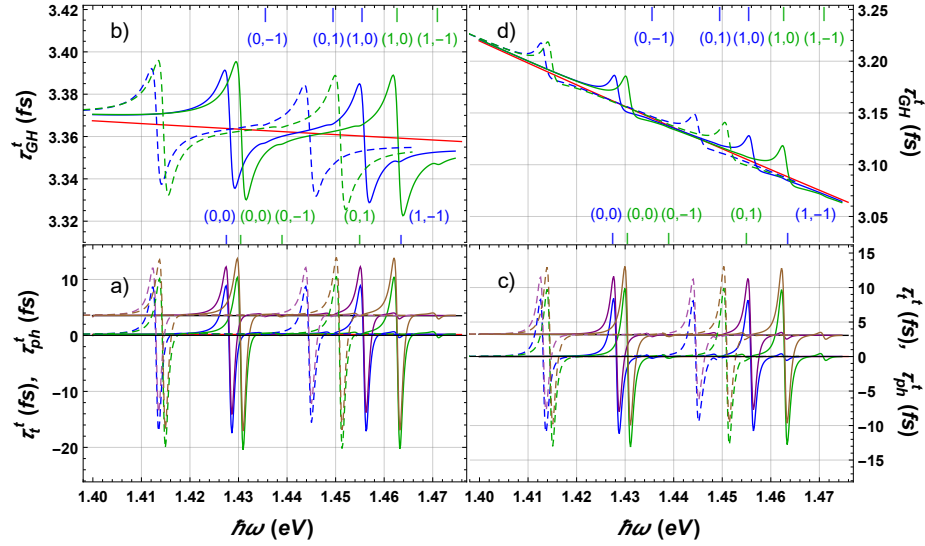


Figura 5.4: En el panel *a*) se muestra el tiempo total transmitido y el tiempo de fase transmitido en función de $\hbar\omega$ (en eV). En el panel *b*) se muestra el tiempo asociado al GHS transmitido (en fs) en función de $\hbar\omega$ (en eV) para un ángulo de incidencia $\theta_1 = 48.72^\circ$. Por razones de comparación las mismas magnitudes se grafican para el sistema sin QW (gráficas mostradas en color rojo). En los paneles *c*) y *d*) se observa el tiempo asociado al GHS en función de $\hbar\omega$ (en eV) para un ángulo de incidencia $\theta_2 = 60.02^\circ$. Las líneas discontinuas (continuas) son considerando (sin considerar) el potencial (5.21) en los cálculos.

reflexión de la heteroestructura en función de $\hbar\omega$ (en eV); para el caso en que la luz incide oblicuamente con un ángulo $\theta_1 = 48.72^\circ$. Por razones de comparación se grafica la reflexión R [Ec (D.5)] del sistema sin pozo cuántico y libre de los campos externos (línea en color rojo). Los restantes parámetros y las notaciones empleadas son los mismos que los utilizados en la Fig. 5.2. La reflexión toma valores mínimos a las mismas frecuencias espectrales a las cuales ocurren las resonancias magnetoexcitónicas indicadas en la Fig. 5.2 panel *a*). En la Fig. 5.3 panel *b*), se grafica el GHS (en nm) experimentado por campo reflejado en función de $\hbar\omega$ (en eV). Observando el comportamiento de las Fig. 5.2 panel *b*) y 5.3 panel *b*) se puede inferir que: para iguales ángulos de incidencia e igual valor del campo magnético externo el comportamiento cualitativo de los GHS es semejante. Sin embargo, se observa que en general el GHS reflejado es mayor que el transmitido. Esto difiere de su comportamiento en ausencia de QW, donde se cumple que $\Delta x^t = \Delta x^r$ (ver ecuación (D.8)). Una posible explicación para esta diferencia en magnitud se expone a continuación. Nótese que el centro

del QW se encuentra localizado en la coordenada $z = d_c/4$. La posición del QW permite un mejor acoplamiento magnetoexitónico y favorece el proceso de reflexión del campo de luz. Por otra parte, la asimetría espacial no garantiza el cumplimiento de la invarianza espacial de la función de onda, una condición requerida para la igualdad $\alpha_t = -\pi/2 + \alpha_r$ [84]. En la Fig. 5.3 panel *c*) y *d*) se grafican la reflectividad y el GHS en función de $\hbar\omega$ (en eV); para el caso en que la luz incide oblicuamente con un ángulo $\theta_2 = 60.02^\circ$, la componente del vector de onda paralela a las interfaces aumenta, por lo tanto, la reflexión aumenta respecto al panel *a*) y el GHS disminuye respecto al panel *b*).

Por otra parte, en la Fig. 5.4 los paneles *a*) y *c*) muestran el tiempo total transmitido y el

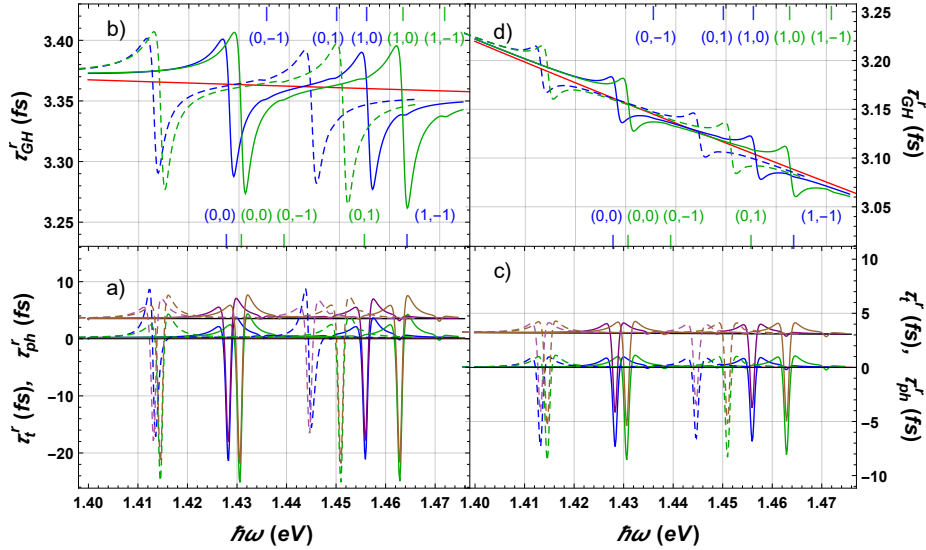


Figura 5.5: En el panel *a*) se muestra el tiempo total reflejado y el tiempo de fase reflejado en función de $\hbar\omega$ (en eV). En el panel *b*) se muestra el tiempo asociado al GHS reflejado en función de $\hbar\omega$ (en eV) para un ángulo de incidencia $\theta_1 = 48.72^\circ$. Por razones de comparación, las mismas magnitudes se grafican para el sistema sin QW (gráficas mostradas en color rojo). En los paneles *c*) y *d*) se observa el tiempo asociado al GHS en función de $\hbar\omega$ (en eV) para un ángulo de incidencia $\theta_2 = 60.02^\circ$. Las líneas discontinuas (continuas) son considerando (sin considerar) el potencial (5.21) en los cálculos.

tiempo de fase transmitido para los ángulos $\theta_1 = 48.72^\circ$ y $\theta_2 = 60.02^\circ$, respectivamente. La separación entre las respectivas curvas de tiempo total transmitido y tiempo de fase transmitido se debe al tiempo asociado al GHS transmitido. En este caso, es posible notar que las resonancias relativas de los tiempos son mayores para el caso en que el ángulo es menor

(θ_1) para un mismo valor del campo magnético externo. Además, en los paneles *b*) y *d*) se muestran el tiempo asociado al GHS transmitido para los ángulos $\theta_1 = 48.72^\circ$ y $\theta_2 = 60.02^\circ$, respectivamente. De igual forma, se observa que las resonancias relativas del tiempo GH transmitido es mayor para el caso en que el ángulo es menor (θ_1) para un mismo valor del campo magnético externo.

Por otra parte, en la Fig. 5.5 los paneles *a*) y *c*) muestra el tiempo total reflejado y el tiempo de fase reflejado para los ángulos $\theta_1 = 48.72^\circ$ y $\theta_2 = 60.02^\circ$, respectivamente. La separación entre las respectivas curvas de tiempo total reflejado y tiempo de fase reflejado se debe al tiempo asociado al GHS reflejado. En este caso, es posible notar que las resonancias relativas de los tiempos son mayores para el caso en que el ángulo es menor (θ_1) para un mismo valor del campo magnético externo. También, en los paneles *b*) y *d*) se muestra el tiempo asociado al GHS reflejado para los ángulos $\theta_1 = 48.72^\circ$ y $\theta_2 = 60.02^\circ$, respectivamente. De igual forma, se observa que las resonancias relativas del tiempo GH reflejado es mayor para el caso en que el ángulo es menor (θ_1) para un mismo valor del campo magnético externo. Otro punto a notar es que los tiempos reflejados y transmitidos no son iguales a los del sistema con QW, y también los tiempos reflejados poseen resonancias relativas mayores que los tiempos transmitidos, dada la asimetría del sistema y la cercanía a la interface por donde incide la onda.

Capítulo 6

Metamaterial magnetoexcitónico hiperbólico cuántico

El presente capítulo estudia teóricamente los espectros ópticos (R , T y A) de una superred formada por un metal-semiconductor con QW, embebida en el aire a incidencia normal, bajo la acción de un campo magnético externo fuerte. Esta superred permite obtener la conocida estructura de bandas fotónica. También, con la elección adecuada de los tamaños de las capas de metal y capa semiconductor con QW, es posible diseñar la superred que permita acoplar las resonancias tipo Fabry-Perot con los estados magnetoexcitónicos del semiconductor con QW y obtener el régimen de acoplamiento fuerte. En la sección 6.1 se presenta el formalismo utilizado para describir al metal y el semiconductor con QW bajo un campo magnético externo. Haciendo uso del método de la matriz de transferencia 4×4 , el cual describe completamente la respuesta electromagnética de la superred compuesta de las capas de metal y semiconductor en la presencia de un campo magnético externo, es posible obtener los espectros de R , T y A . En la sección 6.2 se muestran y discuten los resultados para el caso local (metal-dieléctrico) y para el caso no local (metal-semiconductor con QW). En este último, se puede notar un acoplamiento fuerte entre los estados magnetoexcitónicos $(0,0)$ y $(1,0)$ con las resonancias tipo Fabry-Perot de la segunda banda.

6.1. Formulación del problema

El sistema periódico metal-semiconductor con QW considerado, está formado por la misma cavidad semiconductor con QW (similar a los capítulos anteriores) y por capas de

Aluminio. Cada una de las capas semiconductoras contiene QW y cada uno de los pozos cuánticos se consideran suficientemente lejos, de manera que no interaccionan entre sí, y se pueden tratar de manera individual con el formalismo presentado anteriormente. Este sistema periódico de siete celdas unitarias está embebido en aire y sujeto a un campo magnético fuerte en la dirección z . La elección del número de celdas unitarias en el sistema periódico puede ser arbitraria.

6.1.1. Geometría del sistema

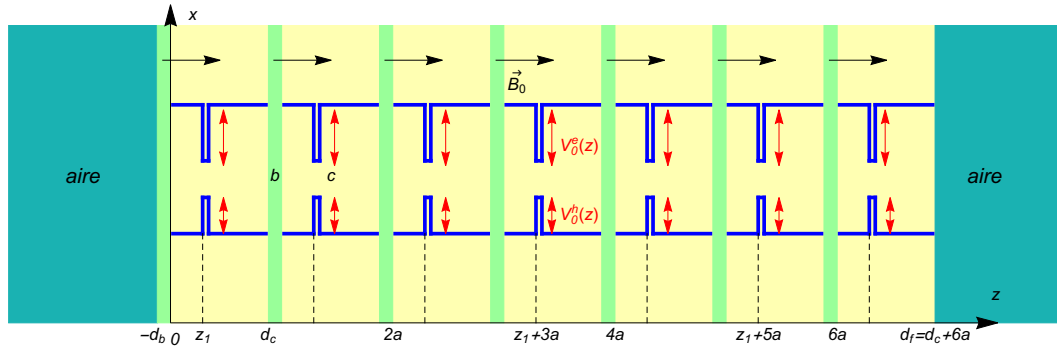


Figura 6.1: Esquema de una superred periódica compuesta por capas alternantes de metal A_l y semiconductor con PC presentado anteriormente. Dicha superred está embebida en el aire, consta de siete celdas unitarias de metal(b)-semiconductor con PC(c) y está bajo la acción de un campo magnético fuerte $\vec{B}_0$ dirigido a lo largo del eje $\hat{z}$.

Superred metal-dieléctrico en campo magnético

Para describir el movimiento del electrón clásicamente en las capas de metal b en presencia de un campo magnético estático ($\vec{B}_0$) y un campo eléctrico alterno $\vec{E}$ perpendicular a $\hat{z}$, con frecuencia ω se tiene que

$$m\vec{v} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}_0) - m\nu_{met}\vec{v}. \quad (6.1)$$

Las cantidades involucradas en (6.1) son: $\vec{v}$ es la velocidad del electrón, $q = -e$ es la carga del electrón, ν_{met} es la frecuencia de relajación de los portadores de carga y m es la masa efectiva de los portadores de carga. Por otra parte, el campo magnético de la onda electromagnética debería ser tenido en cuenta en la fuerza de Lorentz. Este campo magnético es no lineal porque la velocidad del electrón y la componente magnética alterna son funciones ambas

del tiempo. Por tanto, generan múltiplos de la frecuencia ω . En este cálculo, en la fuerza de Lorentz se ha despreciado la contribución no lineal debida al campo magnético alterno. Esto es porque su magnitud es pequeña comparada con la contribución del campo eléctrico alterno. Dado que $\vec{E} \sim e^{-i\omega t}$, se tiene que,

$$-i\omega m\vec{v} = -e\vec{E} - e(\vec{v} \times \vec{B}_0) - m\nu_{met}\vec{v}, \quad (6.2)$$

La ecuación vectorial se puede escribir por componentes:

$$im\omega v_x = eE_x + ev_y B_0 + m\nu_{met}v_x, \quad (6.3a)$$

$$im\omega v_y = eE_x - ev_x B_0 + m\nu_{met}v_y, \quad (6.3b)$$

$$im\omega v_z = eE_z + m\nu_{met}v_z. \quad (6.3c)$$

El sistema relevante es dado por (6.3a) y (6.3b). Despejando v_y de (6.3b), se tiene que

$$v_y = i \frac{ev_x B_0 - eE_y}{m(\omega + i\nu_{met})}. \quad (6.4)$$

Sustituyendo v_y en (6.3a), se obtiene v_x como

$$v_x = -i \frac{eE_x - \frac{ie^2 E_y B_0}{m(\omega + i\nu_{met})}}{m(\omega + i\nu_{met}) \left(1 - \left[\frac{eB_0}{m(\omega + i\nu_{met})}\right]^2\right)}. \quad (6.5)$$

Sustituyendo v_x en (6.3b), se tiene que

$$v_y = -i \frac{eE_y + \frac{ie^2 E_x B_0}{m(\omega + i\nu_{met})}}{m(\omega + i\nu_{met}) \left(1 - \left[\frac{eB_0}{m(\omega + i\nu_{met})}\right]^2\right)}. \quad (6.6)$$

Despejando v_z en (6.3c), se obtiene

$$v_z = -i \frac{eE_z}{m(\omega + i\nu_{met})}. \quad (6.7)$$

La densidad de corriente inducida por el campo eléctrico $\vec{E}$ es dada por $\vec{J} = \sigma \vec{E} = -en\vec{v}$. En forma matricial

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

donde las componentes de la conductividad están dadas por,

$$\sigma_{xx} = \frac{i\varepsilon_0\omega_p^2(\omega + i\nu_{met})}{(\omega + i\nu_{met})^2 - \omega_{cmet}^2}, \quad (6.9a)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\omega_{cmet}\varepsilon_0\omega_p^2}{(\omega + i\nu_{met})^2 - \omega_{cmet}^2}, \quad (6.9b)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx}, \quad (6.9c)$$

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy}, \quad (6.9d)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{i\varepsilon_0\omega_p^2}{\omega + i\nu_{met}}, \quad (6.9e)$$

donde $\omega_{cmet} = \frac{eB_0}{m}$ es la frecuencia ciclotrónica en el metal y $\omega_p = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}$ es la frecuencia de plasma de los portadores de carga. En éste se ha considerado una capa de *Al* ($\varepsilon_\infty = 1$).

Las componentes del tensor de permitividad del aluminio en presencia de un campo magnético externo paralelo a la dirección $\hat{z}$ son dadas por

$$\varepsilon_{xx} = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega + i\nu_{met})}{\omega((\omega + i\nu_{met})^2 - \omega_{cmet}^2)}, \quad (6.10a)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{i\omega_{cmet}\varepsilon_0\omega_p^2(\omega + i\nu_{met})}{\omega((\omega + i\nu_{met})^2 - \omega_{cmet}^2)}, \quad (6.10b)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xx}, \quad (6.10c)$$

$$\varepsilon_{yx} = -\varepsilon_{xy}, \quad (6.10d)$$

$$\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0, \quad (6.10e)$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_{met})}. \quad (6.10f)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones de Maxwell en el medio metálico, para ondas electromagnéticas que se propagan en la dirección z , los campos eléctrico y magnético se buscan con dependencias temporal y espacial de la forma $\vec{E}, \vec{H} \sim e^{iK_z z - \omega t}$, donde $\vec{K} = K_z \hat{z}$. Por tanto,

$$\vec{K} \times \vec{B} = -\frac{\omega}{c^2} \hat{\varepsilon} \vec{E}, \quad (6.11a)$$

$$\vec{K} \times \vec{E} = \omega \vec{B}, \quad (6.11b)$$

donde las componentes del tensor de permitividad $\hat{\varepsilon}$ vienen dadas por (6.10a). Eliminando $\vec{B}$ del sistema anterior se obtiene la ecuación para $\vec{E}$,

$$\vec{K} \cdot (\vec{K} \cdot \vec{E}) - K^2 \vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \hat{\varepsilon} \vec{E}. \quad (6.12)$$

Esta última expresión se puede escribir por componentes como

$$-K^2 E_x = -\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y), \quad (6.13a)$$

$$-K^2 E_y = -\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y), \quad (6.13b)$$

$$0 = -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{zz} E_z. \quad (6.13c)$$

Para incidencia normal, $E_z = 0$. De las ecuaciones (6.13a) y (6.13b) se encuentra la relación de dispersión para los modos electromagnéticos en el metal. De (6.13a) se tiene que

$$E_x = -\left(\frac{\frac{\varepsilon_{xy}\omega^2}{c^2}}{K^2 - \frac{\varepsilon_{xx}\omega^2}{c^2}} \right) E_y, \quad (6.14)$$

y sustituyendo E_x de (6.14) en (6.13b) se tiene que

$$\left(K^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{yy} \right) E_y = \left(\frac{\frac{\varepsilon_{yx}\varepsilon_{xy}\omega^4}{c^4}}{K^2 - \frac{\varepsilon_{xx}\omega^2}{c^2}} \right) E_y. \quad (6.15)$$

Considerando que $K_0 = \omega/c$ y asumiendo que el vector de onda está dirigido paralelo a la dirección de propagación $K^2 = K_z^2$,

$$\left(K_z^2 - K_0^2 \varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{yx}\varepsilon_{xy}K_0^4}{K_z^2 - \varepsilon_{xx}K_0^2} \right) E_y = 0. \quad (6.16)$$

Considerando que $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$ y $\varepsilon_{yx} = -\varepsilon_{xy}$ se obtiene la relación de dispersión para los modos con $E_y \neq 0$ y $E_x \neq 0$ en la forma

$$(K_z^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx})^2 + K_0^4 \varepsilon_{xy}^2 = 0. \quad (6.17)$$

La solución a esta ecuación bicuadrática es dada por:

$$K_z^2 = K_0^2 \varepsilon_{xx} \pm i K_0^2 \varepsilon_{xy}. \quad (6.18)$$

De manera que,

$$K_z = \sqrt{K_0^2 \varepsilon_{xx} \pm i K_0^2 \varepsilon_{xy}}. \quad (6.19)$$

Las cuatro raíces son:

$$K_{z,1} = K_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}}, \quad (6.20a)$$

$$K_{z,2} = -K_{z,1}, \quad (6.20b)$$

$$K_{z,3} = K_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy}}, \quad (6.20c)$$

$$K_{z,4} = -K_{z,3}. \quad (6.20d)$$

Campo electromagnético en las capas de la superred

En las capas de aire, a la izquierda de la estructura periódica, las componentes del campo eléctrico y magnético tienen la forma

$$E_y^{(aire),L}(z) = \sum_{j=1}^2 B_{j,L} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.21a)$$

$$E_x^{(aire),L}(z) = \sum_{j=1}^2 C_{j,L} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.21b)$$

$$H_x^{(aire),L}(z) = -\frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(aire)} B_{j,L} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.21c)$$

$$H_y^{(aire),L}(z) = \frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(aire)} C_{j,L} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}. \quad (6.21d)$$

donde $K_{z,1}^{(aire)} = \omega/c$, y $K_{z,2}^{(aire)} = -K_{z,1}^{(aire)}$. De igual forma, a la derecha de la estructura periódica, las componentes del campo eléctrico y magnético tienen la forma

$$E_y^{(aire),R}(z) = \sum_{j=1}^2 B_{j,R} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.22a)$$

$$E_x^{(aire),R}(z) = \sum_{j=1}^2 C_{j,R} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.22b)$$

$$H_x^{(aire),R}(z) = -\frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(aire)} B_{j,R} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}, \quad (6.22c)$$

$$H_y^{(aire),R}(z) = \frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(aire)} C_{j,R} e^{iK_{z,j}^{(aire)} z - i\omega t}. \quad (6.22d)$$

Las componentes del campo eléctrico en las capas de metal b son consideradas de la siguiente manera

$$E_y^{(b)}(z) = \sum_{j=1}^4 A_j e^{iK_{z,j}^{(b)} z - i\omega t}, \quad (6.23a)$$

$$E_x^{(b)}(z) = \sum_{j=1}^4 A_j \left(\frac{K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,j}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,j}^{(b)} z - i\omega t}. \quad (6.23b)$$

El campo magnético se deriva de la ecuación $\vec{H}^{(b)}(z) = \frac{1}{K_0} \nabla \times \vec{E}(z)$,

$$\vec{H}^{(b)}(z) = \frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^4 K_{z,j}^{(b)} \hat{z} \times \left(\hat{y} + \frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,j}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \hat{x} \right) A_j e^{iK_{z,j}^{(b)} z - i\omega t}, \quad (6.24a)$$

$$H_x^{(b)}(z) = -\frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^4 A_j e^{iK_{z,j}^{(b)} z - i\omega t}, \quad (6.24b)$$

$$H_y^{(b)}(z) = \sum_{j=1}^4 A_j \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,j}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,j}^{(b)} z - i\omega t}. \quad (6.24c)$$

Considerando en las capas c los PC, las componentes del campo eléctrico y magnético a incidencia normal tienen la forma

$$E_y^{(c)}(z) = \sum_{j=1}^2 B_j \left(e^{iK_{z,j}^{(c)} z} + \frac{2M_0 K_0^2}{\varepsilon_0 K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^j G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) e^{-i\omega t}, \quad (6.25a)$$

$$E_x^{(c)}(z) = \sum_{j=1}^2 C_j \left(e^{iK_{z,j}^{(c)} z} + \frac{2M_0 K_0^2}{\varepsilon_0 K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^j G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(z) \right) e^{-i\omega t}, \quad (6.25b)$$

$$H_x^{(c)}(z) = -\sum_{j=1}^2 B_j \left(\frac{K_{z,j}^{(c)}}{K_0} e^{iK_{z,j}^{(c)} z} - \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0 K_0^2}{\varepsilon_0 K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^j G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)] \right) \right) e^{-i\omega t}, \quad (6.25c)$$

$$H_y^{(c)}(z) = \sum_{j=1}^2 C_j \left(\frac{K_{z,j}^{(c)}}{K_0} e^{iK_{z,j}^{(c)} z} + \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0 K_0^2}{\varepsilon_0 K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^j G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)] \right) \right) e^{-i\omega t}, \quad (6.25d)$$

donde $K_{z,1}^{(c)} = \sqrt{\varepsilon_\infty} \omega / c$, $K_{z,2}^{(c)} = -K_{z,1}^{(c)}$ y la cantidad $I_{k,l}^{(\lambda)}(z)$ es dada por

$$I_{k,l}^{(\lambda)}(z) = \int_{0+pa}^{z+pa} \psi_{ek}^{(\lambda)}(z') \psi_{hl}^{(\lambda)}(z') \sin \left(K_{z,1}^{(c)} [z' - z] \right) dz'. \quad (6.26)$$

Las funciones de onda de electrones $\psi_{ek}^{(\lambda)}(z)$ y huecos $\psi_{hl}^{(\lambda)}(z)$ deben anularse en cada una de las interfaces $(0 + p a)$ y $(d_c + p a)$ de las capas semiconductoras, con $p = 0, \dots, 5$; $p \in \mathbb{N}$ y a es la dimensión de la celda unitaria metal-semiconductor. En este caso, λ representa cada una de las diferentes subregiones en las capas semiconductoras. En el medio dieléctrico c (sin considerar el QW), las cantidades que contienen la respuesta no local del semiconductor $T_{k,l,n,m}^j$ ($j = 1, 2$) son iguales a cero. La no localidad que surge de introducir el pozo cuántico en las capas semiconductoras c se nota en la relación integral de la solución particular

$E_x^{pa}(\vec{P}, z)$ que viene dada por (2.28). Las componentes del campo tienen la forma

$$E_y^{(c)}(z) = \sum_{j=1}^2 B_j e^{iK_{z,j}^{(c)} z - i\omega t}, \quad (6.27a)$$

$$E_x^{(c)}(z) = \sum_{j=1}^2 C_j e^{iK_{z,j}^{(c)} z - i\omega t}, \quad (6.27b)$$

$$H_x^{(c)}(z) = -\frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(c)} B_j e^{iK_{z,j}^{(c)} z - i\omega t}, \quad (6.27c)$$

$$H_y^{(c)}(z) = \frac{1}{K_0} \sum_{j=1}^2 K_{z,j}^{(c)} C_j e^{iK_{z,j}^{(c)} z - i\omega t}. \quad (6.27d)$$

Por otra parte, considerando la periodicidad del sistema y el hecho que los PC de cada una de las capas semiconductoras están desacoplados, es importante calcular la matriz de una celda unitaria metal-semiconductor. Esta matriz es de gran utilidad para facilitar el cálculo de los espectros ópticos del sistema de la Fig 6.1.

En la interfaz *aire|metal* ($z = -d_b$), teniendo en cuenta (6.21) y (6.23)-(6.24), aplicando las condiciones de frontera de Maxwell, y notando que las componentes de los campos eléctrico y magnético forman un vector de cuatro componentes de la forma $[E_y(z), H_x(z), E_x(z), H_y(z)]$, se puede escribir

$$\hat{D}_1 \begin{pmatrix} B_{1,L}^{(-d_b)} \\ B_{2,L}^{(-d_b)} \\ C_{1,L}^{(-d_b)} \\ C_{2,L}^{(-d_b)} \end{pmatrix} = \hat{D}_2 \begin{pmatrix} A_1^{(-d_b)} \\ A_2^{(-d_b)} \\ A_3^{(-d_b)} \\ A_4^{(-d_b)} \end{pmatrix}. \quad (6.28)$$

Las componentes de la matriz $\hat{D}_1$ corresponden a la región de *aire*, a la izquierda de la estructura periódica y tienen la forma

$$D_{111} = D_{133} = e^{iK_{z,1}^{(aire)}(-d_b)}, \quad (6.29a)$$

$$D_{112} = D_{134} = e^{-iK_{z,1}^{(aire)}(-d_b)}, \quad (6.29b)$$

$$D_{113} = D_{114} = D_{123} = D_{124} = 0, \quad (6.29c)$$

$$D_{131} = D_{132} = D_{141} = D_{142} = 0, \quad (6.29d)$$

$$D_{121} = D_{144} = \frac{-K_{z,1}^{(aire)}}{K_0} e^{iK_{z,1}^{(aire)}(-d_b)}, \quad (6.29e)$$

$$D_{122} = D_{143} = \frac{K_{z,1}^{(aire)}}{K_0} e^{-iK_{z,1}^{(aire)}(-d_b)}. \quad (6.29f)$$

Las componentes de la matriz $\hat{D}_2$ corresponden a la región de *metal*, en la primera capa de la estructura periódica, a la derecha de $z = -d_b$, y tienen la forma

$$D_{211} = e^{iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30a)$$

$$D_{212} = e^{-iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30b)$$

$$D_{213} = e^{iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30c)$$

$$D_{214} = e^{-iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30d)$$

$$D_{221} = -\frac{K_{z,1}^{(b)}}{K_0} e^{iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30e)$$

$$D_{222} = \frac{K_{z,1}^{(b)}}{K_0} e^{-iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30f)$$

$$D_{223} = -\frac{K_{z,3}^{(b)}}{K_0} e^{iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30g)$$

$$D_{224} = \frac{K_{z,3}^{(b)}}{K_0} e^{-iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30h)$$

$$D_{231} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30i)$$

$$D_{232} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{-iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30j)$$

$$D_{233} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30k)$$

$$D_{234} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{-iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30l)$$

$$D_{241} = \left(\frac{K_{z,1}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30m)$$

$$D_{242} = \left(\frac{-K_{z,1}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{-iK_{z,1}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30n)$$

$$D_{243} = \left(\frac{K_{z,3}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}, \quad (6.30\tilde{n})$$

$$D_{244} = \left(\frac{-K_{z,3}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right) e^{-iK_{z,3}^{(b)}(-d_b)}. \quad (6.30o)$$

En la interfaz *metal|semiconductor* ($z = 0$), teniendo en cuenta (6.23)-(6.24) y (6.25) [(6.27)] en el caso del semiconductor con [sin] PC, se tiene que

$$\hat{D}_3 \begin{pmatrix} A_1^{(0)} \\ A_2^{(0)} \\ A_3^{(0)} \\ A_4^{(0)} \end{pmatrix} = \hat{D}_4 \begin{pmatrix} B_{1,s}^{(0)} \\ B_{2,s}^{(0)} \\ C_{1,s}^{(0)} \\ C_{2,s}^{(0)} \end{pmatrix}. \quad (6.31)$$

Las componentes de la matriz $\hat{D}_3$ corresponden a la región de *metal*, en la primera capa de la estructura periódica, a la izquierda de $z = 0$, y son de la forma

$$D_{311} = D_{312} = D_{313} = D_{314} = 1, \quad (6.32a)$$

$$D_{321} = -D_{322} = -\frac{K_{z,1}^{(b)}}{K_0}, \quad (6.32b)$$

$$D_{323} = -D_{324} = -\frac{K_{z,3}^{(b)}}{K_0}, \quad (6.32c)$$

$$D_{331} = D_{332} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right), \quad (6.32d)$$

$$D_{333} = D_{334} = \left(\frac{K_0^2 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right), \quad (6.32e)$$

$$D_{341} = -D_{342} = \left(\frac{K_{z,1}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,1}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right), \quad (6.32f)$$

$$D_{343} = -D_{344} = \left(\frac{K_{z,3}^{(b)} K_0 \varepsilon_{xy}}{(K_{z,3}^{(b)})^2 - K_0^2 \varepsilon_{xx}} \right). \quad (6.32g)$$

Las componentes de la matriz $\hat{D}_4$, a la derecha de la interfaz ($z = 0$), corresponden a la región de *semiconductor* y en el caso del cálculo con [sin] considerar QW, dichas componentes coinciden y son de la forma

$$D_{411} = D_{412} = D_{433} = D_{434} = 1, \quad (6.33a)$$

$$D_{413} = D_{414} = D_{423} = D_{424} = D_{431} = D_{432} = D_{441} = D_{442} = 0, \quad (6.33b)$$

$$D_{421} = D_{444} = \frac{-K_{z,1}^{(c)}}{K_0}, \quad (6.33c)$$

$$D_{422} = D_{443} = \frac{K_{z,1}^{(c)}}{K_0}. \quad (6.33d)$$

En la interfaz *semiconductor|metal* ($z = d_c$) en el caso del semiconductor con [sin] PC, teniendo en cuenta (6.25) [(6.27)] y (6.23)-(6.24), se tiene que

$$\hat{D}_5 \begin{pmatrix} B_{1,s}^{(d_c)} \\ B_{2,s}^{(d_c)} \\ C_{1,s}^{(d_c)} \\ C_{2,s}^{(d_c)} \end{pmatrix} = \hat{D}_6 \begin{pmatrix} A_1^{(d_c)} \\ A_2^{(d_c)} \\ A_3^{(d_c)} \\ A_4^{(d_c)} \end{pmatrix}. \quad (6.34)$$

Por otra parte, las componentes de $\hat{D}_5$ en la interfaz ($z = d_c$) difieren en el caso de considerar o no el QW embebido en el semiconductor solamente teniendo en cuenta que $T_{k,l,n,m}^j = 0$ ($-j = 1, 2$),

$$D_{511} = e^{iK_{z,1}^{(c)}(d_c)} + \frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^1 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c), \quad (6.35a)$$

$$D_{512} = e^{-iK_{z,1}^{(c)}(d_c)} + \frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^2 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c), \quad (6.35b)$$

$$D_{521} = \frac{-K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{iK_{z,1}^{(c)}d_c} + \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^1 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)]_{|z=d_c} \right), \quad (6.35c)$$

$$D_{522} = \frac{K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{-iK_{z,1}^{(c)}d_c} + \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^2 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)]_{|z=d_c} \right), \quad (6.35d)$$

$$D_{513} = D_{514}^s = D_{523}^s = D_{524}^s = D_{531}^s = D_{532}^s = D_{541}^s = D_{542}^s = 0, \quad (6.35e)$$

$$D_{533} = e^{iK_{z,1}^{(c)}(d_c)} + \frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^1 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c), \quad (6.35f)$$

$$D_{534} = e^{-iK_{z,1}^{(c)}(d_c)} + \frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^2 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) I_{k,l}^{(\lambda)}(d_c), \quad (6.35g)$$

$$D_{543} = \frac{K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{iK_{z,1}^{(c)}d_c} + \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^1 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)]_{|z=d_c} \right), \quad (6.35h)$$

$$D_{544} = \frac{-K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{-iK_{z,1}^{(c)}d_c} + \frac{i}{K_0} \left(\frac{2M_0K_0^2}{\varepsilon_0K_{z,1}^{(c)}} \sum T_{k,l,n,m}^2 G_{n,m}(-\vec{\rho}_0) \frac{\partial}{\partial z} [I_{k,l}^{(\lambda)}(z)]_{|z=d_c} \right). \quad (6.35i)$$

A partir de las soluciones de los campos eléctrico y magnético, y de las condiciones de fronteras de las ecuaciones de Maxwell en las interfaces ($z = -d_b$), ($z = 0$) y ($z = d_c$) se obtiene la matriz de la celda unitaria metal-semiconductor como

$$\begin{pmatrix} E_y^{(b)}(-d_b) \\ H_x^{(b)}(-d_b) \\ E_x^{(b)}(-d_b) \\ H_y^{(b)}(-d_b) \end{pmatrix} = \hat{D}_{(m-s)} \begin{pmatrix} E_y^{(b)}(d_c) \\ H_x^{(b)}(d_c) \\ E_x^{(b)}(d_c) \\ H_y^{(b)}(d_c) \end{pmatrix}, \quad (6.36a)$$

$$\hat{D}_{(m-s)} = \hat{D}_5 \hat{D}_4^{-1} \hat{D}_3 \hat{D}_2^{-1}. \quad (6.36b)$$

Teniendo en cuenta la propiedad multiplicativa de la matriz de transferencia, es posible escribir la matriz de transferencia de N celdas unitarias como $\hat{D}_{(m-s)N} = \hat{D}_{(m-s)}^N$. Por último, en la interfaz *semiconductor|aire* ($z = d_f$), luego de N celdas unitarias, teniendo en cuenta (6.25) [(6.27)] en el caso del semiconductor con [sin] PC y (6.22), se tiene que

$$\hat{D}_{s-f} \begin{pmatrix} B_{1,s}^{(d_f)} \\ B_{2,s}^{(d_f)} \\ C_{1,s}^{(d_f)} \\ C_{2,s}^{(d_f)} \end{pmatrix} = \hat{D}_f \begin{pmatrix} B_{1,R}^{(d_f)} \\ B_{2,R}^{(d_f)} \\ C_{1,R}^{(d_f)} \\ C_{2,R}^{(d_f)} \end{pmatrix}. \quad (6.37)$$

Las componentes de $\hat{D}_f$ son dadas por

$$D_{f11} = D_{f33} = e^{iK_{z,1}^{(c)}(d_f)}, \quad (6.38a)$$

$$D_{f12} = D_{f34} = e^{-iK_{z,1}^{(c)}(d_f)}, \quad (6.38b)$$

$$D_{f13} = D_{f14} = D_{f23} = D_{f24} = D_{f31} = D_{f32} = D_{f41} = D_{f42} = 0, \quad (6.38c)$$

$$D_{f21} = D_{f44} = \frac{-K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{iK_{z,1}^{(c)}(d_f)}, \quad (6.38d)$$

$$D_{f22} = D_{f43} = \frac{K_{z,1}^{(c)}}{K_0} e^{-iK_{z,1}^{(c)}(d_f)}. \quad (6.38e)$$

A partir de las condiciones de frontera de las ecuaciones de Maxwell en las interfaces ($z = -d_b$), ($z = 0$) y ($z = d_c$), y usando la matriz de la celda unitaria $\hat{D}_{(m-s)}$, es posible obtener la matriz de transferencia de la estructura periódica como

$$\begin{pmatrix} B_{1,R}^{(d_f)} \\ B_{2,R}^{(d_f)} \\ C_{1,R}^{(d_f)} \\ C_{2,R}^{(d_f)} \end{pmatrix} = \hat{D}_{(sist)} \begin{pmatrix} B_{1,L}^{(-d_b)} \\ B_{2,L}^{(-d_b)} \\ C_{1,L}^{(-d_b)} \\ C_{2,L}^{(-d_b)} \end{pmatrix}, \quad (6.39a)$$

$$\hat{D}_{(sist)} = D_f^{-1} \hat{D}_{(m-s)N} D_1. \quad (6.39b)$$

La matriz $\hat{D}_{(sist)}$ del sistema periódico metal-dieléctrico de la Fig 6.1, permite calcular los espectros ópticos de reflexión, transmisión y absorción. Se considera que incide una onda con polarización s de forma perpendicular sobre la interfaz $z = -d_b$. Esto es equivalente a considerar que en la parte reflejada se cumple que: $B_{1,L}^{(-d_b)} = 1$, $C_{1,L}^{(-d_b)} = 0$, $\frac{B_{2,L}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = r_s$ y $\frac{C_{2,L}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = r_p$. De igual forma, en la parte transmitida se tiene que: $\frac{B_{1,R}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = t_s$, $\frac{C_{1,R}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = t_p$, $\frac{B_{2,R}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = 0$ y $\frac{C_{2,R}^{(-d_b)}}{B_{1,L}^{(-d_b)}} = 0$. Resolviendo el sistema de ecuaciones en términos de los elementos de la matriz de transferencia $\hat{D}_{(sist)}$ y teniendo en cuenta que $R_s = |r_s|^2$, $R_p = |r_p|^2$, $T_s = |t_s|^2$ y $T_p = |t_p|^2$, es posible obtener los espectros para el caso del sistema periódico metal-semiconductor -(semiconductor sin (con) pozo cuántico embebido)- de 7 celdas unitarias embebido en aire.

6.2. Resultados y discusión. Espectro local y no local

En esta sección se presentan los espectros ópticos para la estructura periódica de la Fig 6.1 considerando (sin considerar) QW en las capas semiconductoras c . En el caso donde se consideran los QW en las capas semiconductoras es válido mencionar que los pozos cuánticos de dos capas semiconductoras separadas por una capa metálica se asumen desacoplados. Por tanto, el formalismo de Stahl-Balslev se puede aplicar a cada una de las capas semiconductoras de manera independiente. De igual forma, la posición del QW z_1 , que se observa en la Fig 6.1, está dada en términos de la longitud de la capa c , específicamente $z_1 = d_c/3$. Teniendo en cuenta las condiciones de frontera de las ecuaciones de Maxwell y el método de la matriz de transferencia 4×4 , es posible calcular los espectros ópticos para la estructura periódica de la Fig 6.1. En la Fig 6.2, panel *a*) se muestra el espectro de reflexión R para una superred periódica metal-dieléctrico, bajo la acción de un campo magnético externo fuerte $B_0 = 14 \text{ T}$ dirigido a lo largo del eje z . El hecho de considerar el dieléctrico implica la no presencia del QW en las capas c , de modo que, estas capas pueden tratarse como un dieléctrico, con permitividad $\epsilon_\infty = 12.5$ y dimensión $d_c = 197.5 \text{ nm}$. Las capas de metal tiene una dimensión $d_b = 13.3 \text{ nm}$ y en las mismas se consideran pérdidas, dadas por $\nu_{met} = 55.5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$. En el panel *b*) se muestra el espectro de transmisión bajo las mismas condiciones y parámetros del panel *a*). En el panel *c*) se muestra el espectro de absorción bajo las mismas condiciones y parámetros del panel *a*) y *b*). En *a*)-*c*) se observa la formación de bandas

fotónicas (gaps y de bandas paso) en distintas regiones de energía, debido a la periodicidad del sistema. En dichas bandas de paso se observa la formación de 6 resonancias tipo Fabry-Perot, debido a que el sistema está formado por 7 celdas unitarias metal-dieléctrico. Por otra parte, la elección de los tamaños de las capas que forman la celda unitaria, no ha sido de manera arbitraria, sino que tienen una notable importancia. Los tamaños son tales que garanticen que dos resonancias tipo Fabry-Perot tengan la misma separación energética que las resonancias magnetoexcitónicas (n, m) que han sido presentadas en capítulos previos, y así, cuando se introduzca el QW, poder obtener un acoplamiento fuerte entre los estados magnetoexcitónicos y las resonancias Fabry-Perot.

En los paneles $d)$ - $f)$, se muestran los espectros de reflexión R , transmisión T y absorción A para la superred periódica metal-semiconductor con QW, bajo la acción de un campo magnético externo fuerte $B_0 = 14 \text{ T}$ dirigido a lo largo del eje z . El hecho de considerar la presencia del QW en las capas c , con los parámetros adecuados, da lugar al acoplamiento fuerte entre las resonancias Fabry-Perot y las resonancias magnetoexcitónicas, aún cuando no se aprecia el doble pico debido a la escala utilizada, sí se observa un cambio en los valores de las gráficas de la columna de la derecha respecto a las gráficas de la columna de la izquierda. Específicamente, en los paneles de los espectros de absorción A (panel c) y panel d) se observa claramente un notable aumento del valor de la absorción para las primera dos resonancias Fabry-Perot de la segunda banda. Este aumento, es el resultado del acoplamiento fuerte con los niveles magnetoexcitónicos del pozo cuántico.

Por otra parte en la Fig 6.3, se muestran los espectros R , T y A , en la región de energía correspondiente a la segunda banda. Como es posible notar, las energías asociadas a las resonancias magnetoexcitónicas corresponden a las resonancias tipo Fabry-Perot de los espectros $a) - c)$, de la Fig 6.3. La columna de la izquierda (derecha) corresponde al caso del semiconductor sin (con) pozo cuántico embebido. En ambos casos, las líneas discontinuas de color rojo corresponden al caso donde se consideran pérdidas en el metal y las líneas de color azul al caso donde no hay pérdidas en el metal cuando $B_0 = 14 \text{ T}$. En el panel $a)$ se observa que los mínimos de la reflexión R alcanzan valores cercanos a cero en las energías correspondientes a las resonancias magnetoexcitónicas. Sin embargo, en el panel $d)$ el espectro de reflexión R muestra un aumento significativo debido a la presencia del QW. Se observa claramente, el acoplamiento fuerte entre las resonancias tipo Fabry-Perot y los magnetoexcitones $(n, m) = (0, 0)$ y $(n, m) = (1, 0)$ consideradas en el cálculo numérico. En dicho cálculo, se han considerado solamente los niveles de Landau y las proyecciones de

momento angular $n = 0$, $m = (-1, 2)$ y $n = 1$, $m = (-1, 1)$. Dada la separación energética de las resonancias Fabry-Perot, no es posible notar, en el espectro, acoplamiento con otros niveles magnetoexcitónicos $(0, m)$ y $(1, m)$, con $m \neq 0$. Una manera de conseguir dicho acoplamiento podría ser aumentar el número de celdas unitarias y lograr que las resonancias tipo Fabry-Perot se acoplen a las resonancias magnetoexcitónicas. Para el caso de la tercera resonancia tipo Fabry-Perot de la Fig 6.3 ($\hbar\omega = 1,51$ eV), no existe acoplamiento con los magnetoexcitones.

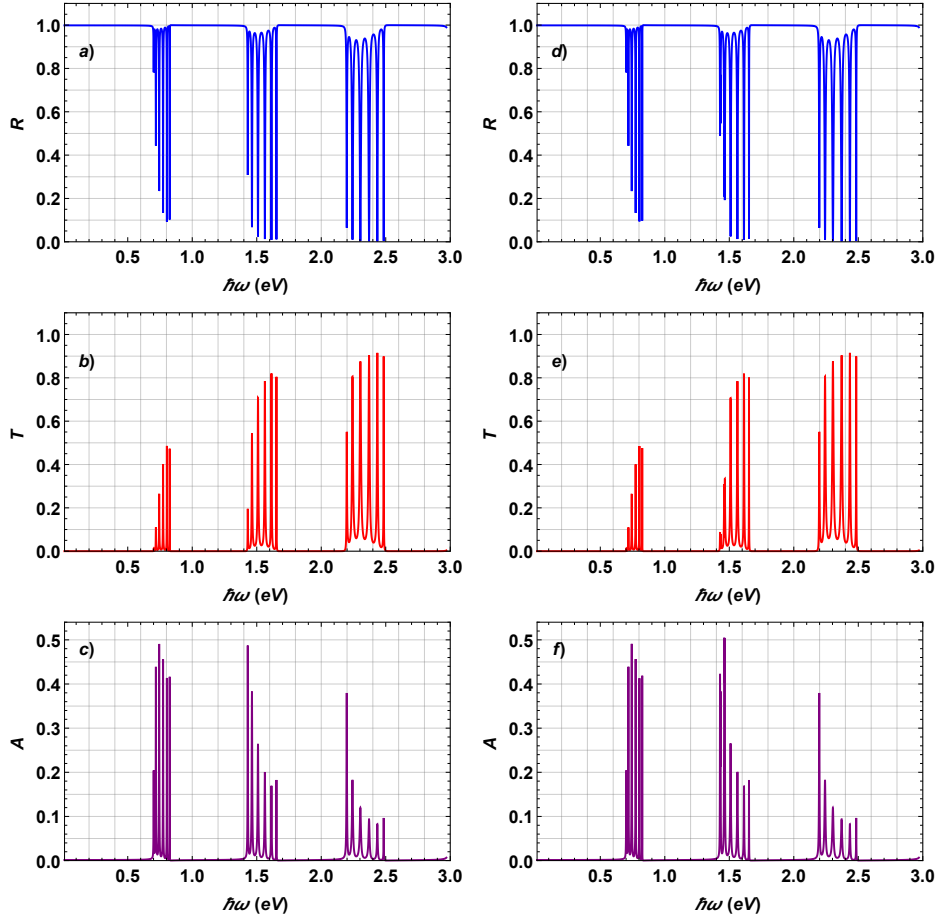


Figura 6.2: Espectros ópticos de Reflexión, Transmisión y Absorción para la estructura periódica de siete celdas unitarias metal-semiconductor con pozo cuántico embebido sujeto a un campo magnético externo $|\vec{B}_0| = 14$ T. En las columnas de la izquierda (derecha) se muestran los resultados sin (con) QW embebido en el semiconductor.

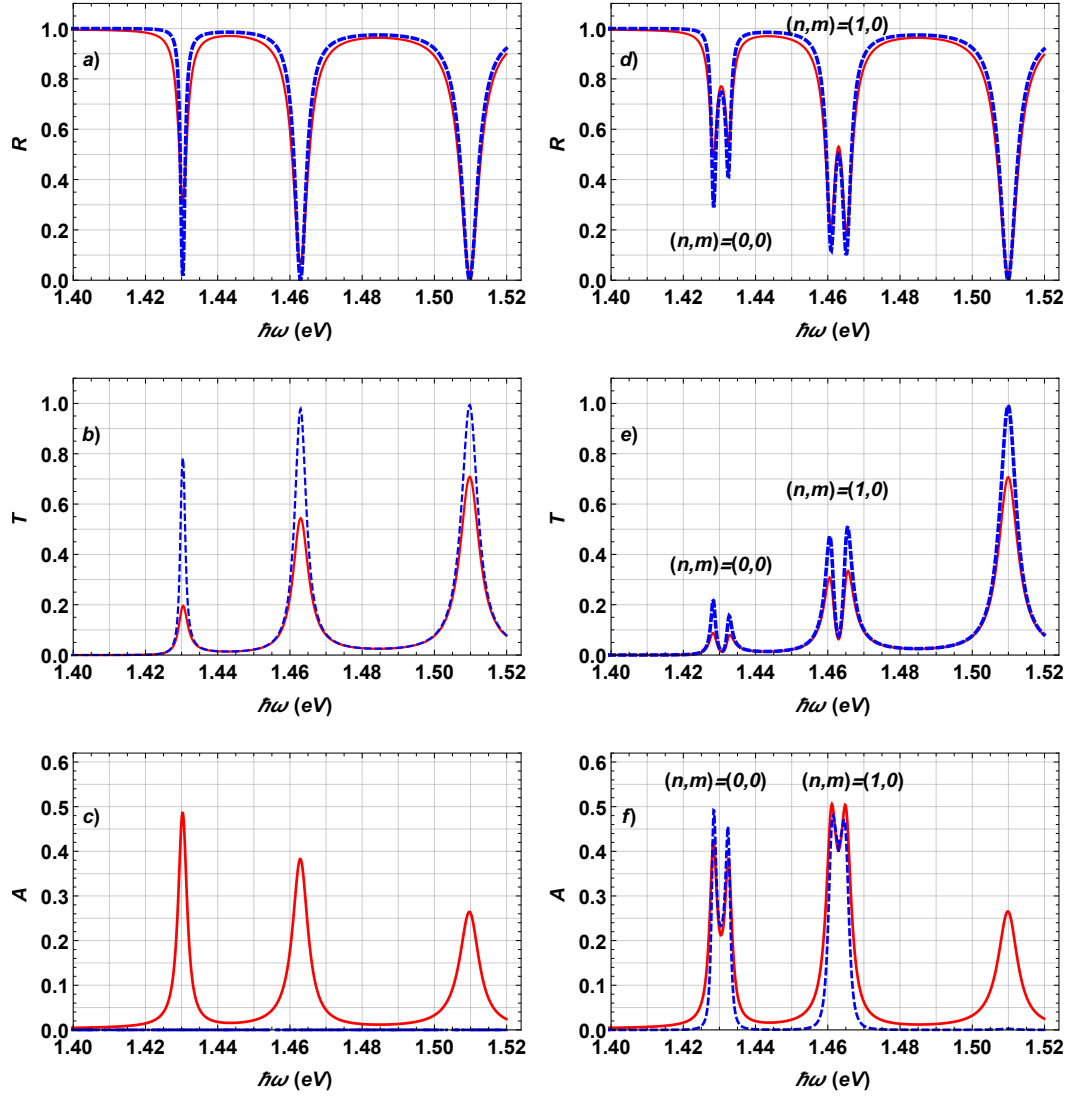


Figura 6.3: Espectros ópticos de Reflexión, Transmisión y Absorción de la Fig 6.2 en la región energética donde se localizan las resonancias magnetoexcitónicas de las capas semiconductoras c . En la columna de la izquierda (derecha) se muestran los resultados sin (con) QW embebido en el semiconductor. Las líneas de color azul corresponden al caso donde se han despreciado las pérdidas en el metal.

En los panel $b)$ y $e)$ se muestra el espectro de transmisión T y se nota que la misma disminuye en el panel $e)$ respecto del $b)$ debido a la interacción con los niveles del QW. También se puede notar que existe un desdoblamiento de los niveles magnetoexcitónicos, lo cual es una evidencia del acoplamiento fuerte. Las líneas azules alcanzan un mayor valor

de transmisión comparadas con las líneas rojas. Esto es porque en el caso del color rojo se consideran las pérdidas en el metal. Por último, en los paneles *c)* y *f)* se muestra el espectro de absorción A . En este caso, se aprecia notablemente la influencia de las pérdidas en este sistema debido a las resonancias magnetoexcitónicas originadas por la presencia del QW, para los valores numéricos utilizados para las pérdidas en metal.

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se presentó el estudio de los polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras en presencia de campos eléctrico y magnético, y su manifestación resonante en los espectros ópticos de reflexión y transmisión. A saber, los magnetoexcitones polaritónicos de la capa semiconductora con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) en régimen de acoplamiento fuerte en presencia de campos eléctrico y magnético externos.

Precisamente, en el capítulo 3 se obtuvieron los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) de una microcavidad semiconductora compuesta por 17 y 21 pares de $\lambda/4$ capas alternantes de $GaAs$ y $InGaAs$ con pozo cuántico embebido de $In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$, bajo la acción de un campo eléctrico *paralelo* a las interfaces y un campo magnético (fuerte) perpendicular a las interfaces para ambas polarizaciones, s y p . A partir de una longitud de onda de construcción λ_c apropiada y con la variación del ángulo de incidencia, se logró el régimen de acoplamiento fuerte entre el modo de cavidad confinado en los dos DBR y las distintas resonancias magnetoexcitónicas del pozo cuántico; cuando las frecuencias de resonancia del magnetoexcitón y la del fotón confinado están cerca una de la otra. Además, se encontró que un campo eléctrico externo *paralelo* a las interfaces de la microcavidad, induce un corrimiento al rojo de las resonancias magnetoexcitónicas y debilita el régimen de acoplamiento fuerte cuando aumenta su magnitud, dado que tiende a destruir (ionizar) al magnetoexcitón. También se encontró, que tener en cuenta el potencial de Coulomb del par electrón-hueco provoca un corrimiento al rojo, y mantiene el tipo de acoplamiento entre el magnetoexcitón y el fotón confinado. De igual modo, se encontró que la polarización p provoca un aumento en la absorción debido al acoplamiento con la componente longitudinal.

Posteriormente se verificó, que los modos guiados para polarización s de una capa semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) entre dos capas de aire (microcavidad de aire) embebidos en dos medios semi-infinitos bajo la acción de un campo magnético fuerte perpendicular a las interfaces, se acopla de manera fuerte con las resonancias magnetoexcitónicas del pozo cuántico. Analizando la relación de dispersión (de manera numérica y analítica) para el caso local se comprobó la existencia de modos guiados en el sistema. Un punto importante a destacar es que para obtener el acoplamiento fuerte, la posición del pozo debe ser tal que el campo de la onda electromagnética sea máximo. Luego, se mostraron los espectros ópticos (reflexión, transmisión y absorción) que evidencian el régimen de acoplamiento fuerte para este sistema. La obtención del acoplamiento fuerte en este sistema, ofrece una ventaja experimental en cuanto a la facilidad del diseño del sistema de la microcavidad semiconductor.

Luego, teniendo en cuenta el estudio anterior, se encontró que los modos guiados de la capa semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$) entre dos capas de metal (microcavidad de metal, Al en este caso) embebidos en dos medios semi-infinitos para polarización s se acoplan con los magnetoexcitones del pozo cuántico, en régimen de acoplamiento fuerte, bajo la acción de un campo magnético fuerte perpendicular a las interfaces de la microcavidad metálica. Se obtuvieron los espectros de reflexión, transmisión y absorción para este sistema.

Más adelante, se analizó el efecto Goss-Hänchen de una capa semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embebida en dos medios semi-infinitos, en régimen de reflexión total interna frustrada, bajo la acción de un campo magnético fuerte perpendicular a las interfaces de la estructura. De igual forma, se obtuvieron los espectros de reflexión y transmisión, así como el desplazamiento Goss-Hänchen y los tiempos de fase, los tiempos Goss-Hänchen y los tiempos totales (reflejado y transmitido). Estos resultados mostraron la presencia de las resonancias magnetoexcitónicas en los espectros ópticos (reflexión y transmisión), al igual que en los resultados de los tiempos de tunelaje y los desplazamientos Goss-Hänchen (reflejado y transmitido). El GHS tiene aplicaciones como sensores [85–87], dispositivos resonantes [88] e interruptores por sólo citar algunos ejemplos.

Finalmente, se obtuvo el régimen de acoplamiento fuerte en los espectros de reflexión, transmisión y absorción para incidencia normal y polarización s , en un sistema periódico de siete celdas unitarias de metal (Al)-semiconductor con pozo cuántico ($In_{0,18}Ga_{0,82}As/GaAs$), embebidos en dos capas de aire, bajo la acción de un campo magnético fuerte perpendicular

a las interfaces del sistema periódico. En este caso, los modos Fabry-Perot de la estructura periódica permitieron acoplar más de un magnetoexcitón del pozo cuántico, para un mismo ángulo de incidencia. El estudio teórico de este previamente puede utilizarse para el diseño de dispositivo óptico en la región de los THz similares a los reportados en [89].

Finalmente, se han estudiado los polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras en presencia de campos externos eléctrico (*paralelo* a las interfaces) y magnético (perpendicular a las interfaces) para polarización s y p . En este caso, el sistema de ecuaciones para el magnetoexcitón y radiación incidente con polarización p no se había realizado previamente. De igual forma, no se había estudiado el acoplamiento fuerte de la polarización p con los excitones longitudinales. El formalismo desarrollado en el estudio del sistema de la microcavidad semiconductor ha permitido desarrollar otras metas que no habían sido contempladas al inicio del proyecto. La idea de trabajar el sistema del capítulo 3, surgió durante el seminario de tesis I y lograr el acoplamiento fuerte mediante modos guiados es tópico donde existe gran interés en la actualidad. En el capítulo 4, el uso de las microcavidades metálicas para lograr acoplamiento fuerte era conocido, pero no se había logrado el acoplamiento fuerte con magnetoexcitones en pozos cuánticos. Dicho estudio permitió una comparación con los resultados obtenidos en el capítulo 3, y de igual forma sirvió de base para el estudio del sistema periódico del capítulo 6. Por otra parte, a partir del formalismo desarrollado en el capítulo 2, ha sido posible estudiar el efecto GH por primera vez para una capa semiconductor con pozo cuántico embebido en régimen de reflexión total interna frustrada bajo la acción de un campo magnético. Respecto a las otras metas que en un principio fueron planteadas al inicio del proyecto, que requerían el uso de otros formalismos, y de las que se tienen algunos resultados parciales, se concluirán después de la presentación de este trabajo.

Apéndice A

Matriz de transición dipolar

En esta sección se sigue el desarrollo presentado en [8] y se comentan algunos aspectos relacionados con la descripción de la onda coherente y de los elementos de matriz de transición dipolar. La descripción de la onda coherente puede unirse con la ecuación de transporte cuántico en un conjunto no lineal cerrado de ecuaciones constitutivas para el borde de la banda. La relación entre la amplitud del par coherente y las matrices de densidad intrabanda, pueden expresar una transferencia de coherencia de la dinámica interbanda a la intrabanda y viceversa. Por otra parte, es posible comparar la amplitud $\mathcal{Y}$ del par e-h con la función de onda ψ_{GL} considerada en la teoría de Ginzburg-Landau. La función ψ_{GL} es una función de onda macroscópica relacionada con los pares de Fermiones (pares de Cooper), similar al caso de la amplitud $\mathcal{Y}$. Sin embargo, existen diferencias entre ambas cantidades. Por ejemplo, una diferencia sería que ψ_{GL} depende solo de una coordenada espacial interpretada como el centro del par de Cooper. Otra diferencia, ψ está relacionada con la supercorriente, mientras que $\mathcal{Y}$ se refiere a una propiedad dieléctrica.

En la ecuación para la amplitud interbanda coherente electrón-hueco $Y_{\beta}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ dada por (2.5), aparece la matriz de transición dipolar por unidad de volumen $\mathcal{M}$. Siguiendo el desarrollo realizado en el apéndice D de [8], es posible aclarar el origen de la matriz de transición dipolar por unidad de volumen $\mathcal{M}$ y la matriz integrada M_0 que se ha usado en el cálculo numérico. En este desarrollo, se considera un cristal con N celdas unitarias, vectores de red $\vec{R}_i$ y volumen Ω . La función de onda de Bloch con energía $E_n(\vec{k})$ tiene la forma

$$\phi(\vec{k}, \vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_n(\vec{k}, \vec{r}), \quad (\text{A.1})$$

donde n es el índice de banda y $u_n(\vec{k}, \vec{r})$ es periódica en el espacio real $\vec{r}$ y el espacio recíproco $\vec{k}$. Por tanto, existen N valores discretos de $\vec{k}$ uniformemente distribuidos en la primera zona de Brillouin. La condición de ortogonalidad de los estados de Bloch viene dada por

$$\int \phi_m^*(\vec{k}_i, \vec{r}) \phi_n^*(\vec{k}_j, \vec{r}) d^3\vec{r} = \delta_{ij} \delta_{mn}, \quad (\text{A.2})$$

Por otra parte, las funciones de Wannier son estados no estacionarios relacionados a los estados de Bloch. La función de la banda n localizada en $\vec{R}_i$ viene dada por

$$w_n(\vec{k}_i, \vec{r}) = (1/N^2) \sum_j e^{i\vec{k}_j \cdot \vec{R}_i} \phi_n(\vec{k}_j, \vec{r}), \quad (\text{A.3})$$

donde esta suma es sobre los valores permitidos de $\vec{k}$ en la primera zona de Brillouin. En la teoría de la onda coherente la transición dipolar es dada por

$$m_{ij} = -e \int w_v^*(\vec{r} - \vec{R}_i)(\vec{r} - \vec{R}_{ij}) w_c(\vec{r} - \vec{R}_j) d^3\vec{r}, \quad (\text{A.4})$$

donde $\vec{R}_{ij}$ está entre $\vec{R}_i$ y $\vec{R}_j$. Sustituyendo (A.1), (A.2) en (A.4) se obtiene

$$m_{ij} = (e/N) \sum_{lm} e^{i(\vec{k}_l \cdot \vec{R}_j - \vec{k}_m \cdot \vec{R}_i)} \int \phi_v^*(\vec{k}_m, \vec{r})(\vec{r} - \vec{R}_{ij}) \phi_c(\vec{k}_l, \vec{r}) d^3\vec{r}, \quad (\text{A.5})$$

Teniendo en cuenta la condición de ortogonalidad (A.2) para cualquier vector de red $\vec{R}$ se tiene que

$$\int \phi_v^*(\vec{k}_m, \vec{r})(\vec{r} - \vec{R}_{ij}) \phi_c(\vec{k}_l, \vec{r}) d^3\vec{r} = \int \phi_v^*(\vec{k}_m, \vec{r})(\vec{r} - \vec{R}_{ij}) \phi_c(\vec{k}_l, \vec{r}) d^3\vec{r}. \quad (\text{A.6})$$

Usando (A.6) y la propiedad de traslación de (A.1), se puede escribir

$$m_{ij} = -(e/N) \sum_{lm} e^{i(\vec{k}_l \cdot \vec{R}_j - \vec{k}_m \cdot \vec{R}_i)} \sum_n \int \phi_v^*(\vec{k}_m, \vec{r})(\vec{r} - \vec{R}_n) \phi_c(\vec{k}_l, \vec{r}) d^3\vec{r}, \quad (\text{A.7a})$$

$$= -(e/N) \sum_{lm} e^{i(\vec{k}_l \cdot \vec{R}_j - \vec{k}_m \cdot \vec{R}_i)} \sum_n e^{i(\vec{k}_l - \vec{k}_m) \cdot \vec{R}_n} \int \phi_v^*(\vec{k}_m, \vec{r})(\vec{r}) \phi_c(\vec{k}_l, \vec{r}) d^3\vec{r}. \quad (\text{A.7b})$$

Dado que la integral en (A.7b) es independiente de $\vec{R}_n$, la suma por la red lleva a una delta de Kronecker δ_{lm} .

$$m_{ij} = -(e/N) \sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_i)} \int \phi_v^*(\vec{k}, \vec{r})(\vec{r}) \phi_c(\vec{k}, \vec{r}) d^3\vec{r}. \quad (\text{A.8})$$

Usando las relaciones de conmutación entre los operadores $\vec{r}$ y $\vec{p} = (\hbar/i)\nabla$, se expresa m_{ij} en términos del elemento de matriz de momento en lugar del elemento de la matriz $\vec{r}$

$$\vec{p}(\vec{k}) \equiv \int \phi_v^*(\vec{k}, \vec{r}) \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \right) \phi_c(\vec{k}, \vec{r}) d^3 \vec{r} \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{p}(\vec{k}) = \frac{m_0}{i\hbar} (E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k})) \int \phi_v^*(\vec{k}, \vec{r}) (\vec{r}) \phi_c(\vec{k}, \vec{r}) d^3 \vec{r} \quad (\text{A.10})$$

donde m_0 es la masa del electrón libre. Usando (A.7) se obtiene

$$m_{ij} = \frac{e\hbar}{im_0N} \sum_k \frac{\vec{p}(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_i)}}{E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k})} \quad (\text{A.11})$$

En el límite para cristales grandes es posible reemplazar la suma de $\vec{k}$ por una integral

$$m_{ij} = \frac{e\hbar\Omega}{im_0(2\pi)^3} \int_{ZB} \frac{\vec{p}(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_i)}}{E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k})} d^3 \vec{k} \quad (\text{A.12})$$

Es posible notar que (A.12) está escrito en forma vectorial, pero dado el carácter de (2.5) se debe tomar la componente que está dirigida a lo largo del campo eléctrico $\vec{E}$. A partir de (A.12) es posible definir la matriz de transición dipolar por unidad de volumen como

$$\mathcal{M}(\vec{r}) = \sum_{ij} m_{ij} \delta(\vec{r}_1 - \vec{R}_i) \delta(\vec{r}_2 - \vec{R}_j) = \frac{e\hbar\Omega}{im_0(2\pi)^3} \int_{ZB} \frac{\vec{p}(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}}{E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k})} d^3 \vec{k}, \quad (\text{A.13})$$

y la intensidad integrada de $\mathcal{M}(\vec{r})$ es dada por

$$M_0 = \int \mathcal{M}(\vec{r}) d^3 \vec{r}. \quad (\text{A.14})$$

A.1. Bandas Isótropas

Siguiendo el desarrollo reportado en [78] para una par de bandas isótropas en $\vec{k} = 0$, se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\vec{r}) &= \frac{e}{m_0(2\pi)^3} \int \frac{\vec{p}(0) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r})}}{E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k})} d^3 \vec{k}, \\ \mathcal{M}(\vec{r}) &= \frac{\mu e p(0) e^{-r/r_0}}{2\pi\hbar m_0 r} = \frac{M_0 e^{-r/r_0}}{4\pi r_0^2 r}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Aquí, M_0 es dado por

$$M_0 = \frac{ep(0)}{m_0\omega_g(0)}, \quad (\text{A.16})$$

donde

$$r_0 = \left(\frac{2\mu\omega_g(0)}{\hbar} \right)^{-1/2} = a_B \left(\frac{\omega_x}{\omega_g(0)} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.17})$$

donde a_B es el radio de excitón de Bohr y $\hbar\omega_x$ es el excitón de Rydberg.

Apéndice B

Amplitud de onda coherente

En esta sección se destacan los pasos esenciales de los cálculos realizados para encontrar los coeficientes $\Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{R}_\parallel)$ y la expresión que relaciona las amplitudes $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ con las amplitudes $A_{1,\beta}(\vec{P})$ y $A_{2,\beta}(\vec{P})$.

Después de sustituir la ecuación(2.17) en la ecuación de Stahl (2.5), y aplicar la transformada de Fourier 2D a los términos con $\Psi_{k,l}^\beta$ y a las componentes eléctricas de la onda electromagnética, se llega a

$$\begin{aligned}
& \sum_{k,l} \left[(E_g - \hbar(\omega + i\nu) + E_k^e + E_l^h) \right] \delta_{k,k'} \delta_{l,l'} \Phi_{k,l}(\vec{\rho}') \\
& + \sum_{k,l} \left(\left[\frac{-\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{\rho}'}^2 + \frac{P^2 - P'^2}{2M_\parallel} - \frac{ie\hbar\gamma}{2\mu} \vec{B}_0 \cdot (\vec{\rho}' \times \nabla_{\vec{\rho}'}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{e^2 \vec{B}_0^2}{8\mu} \vec{\rho}'^2 \right] \delta_{k,k'} \delta_{l,l'} \Phi_{k,l}(\vec{\rho}') \right) \\
& + \sum_{k,l} U_{k,l}^{k',l'}(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z_e, z_h) \Phi_{k,l}(\vec{\rho}') = e^{-i\gamma \vec{P}' \cdot \frac{(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0)}{2\hbar}} \\
& \quad \times \int_0^L \int_0^L \left[\psi_{ek'}^*(z_e) \psi_{hl'}^*(z_h) \mathcal{M}_\beta(\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0, z) \right. \\
& \quad \left. \times E_\beta \left(\vec{P} + \frac{e}{2} \vec{B}_0 \times (\vec{\rho}' + \vec{\rho}_0), z \right) dz_e dz_h \right], \tag{B.1}
\end{aligned}$$

donde se ha usado que

$$\Psi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}, \vec{P}) = \Phi_{k,l}^\beta(\vec{\rho}') e^{(\frac{i\gamma}{2\hbar}) \vec{P}' \cdot \vec{\rho}}. \tag{B.2}$$

De igual manera, se tiene en cuenta que $M_\parallel = m_{e\parallel} + m_{h\parallel}$ y $\mu = \frac{m_{e\parallel} m_{h\parallel}}{M_\parallel}$ son, respectivamente, la masa total paralela (plano $x-y$) del polaritón y la masa reducida; $\gamma \equiv (m_{h\parallel} - m_{e\parallel})/M_\parallel$

es una cantidad sin unidades. Las cantidades $\vec{P}'$ y $\vec{\rho}'$ están definidas como

$$\vec{P}' = \vec{P} + \frac{M_{\parallel}}{B_0^2} \vec{B}_0 \times \vec{E}_0, \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{\rho}' = \vec{\rho} - \vec{\rho}_0, \quad \vec{\rho}_0 = \frac{1}{eB_0^2} \vec{B}_0 \times \vec{P}'. \quad (\text{B.4})$$

Se expande la función $\Phi_{k,l}^{\beta}(\vec{\rho}')$ en una serie de frecuencias propias de eigenfunciones del hamiltoniano en (B.1) para el movimiento relativo del par electrón-hueco en el plano $x-y$. Las eigenfunciones de este hamiltoniano han sido calculadas en [80, 81] y pueden escribirse como

$$\Phi_{k,l}^{\beta}(\vec{\rho}') = \sum_{n,m} A_{k,l,n,m}^{\beta}(\vec{P}) G_{n,m}(\vec{\rho}'), \quad (\text{B.5})$$

$$G_{n,m}(\vec{\rho}') = \frac{1}{r_B} \left(\frac{n!}{2^{|m|+1}(n+|m|)! \pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{im\phi'} \left(\frac{\rho'}{r_B} \right)^{|m|} L_n^{|m|} \left(\frac{\rho'^2}{2r_B^2} \right) e^{-\rho'^2/4r_B^2}, \quad (\text{B.6})$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots$, y $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $r_B = (\hbar/eB_0)^{1/2}$ es la longitud magnética y $L_n^{|m|}(x)$ son los polinomios asociados de Laguerre.

Los elementos de matriz del potencial $U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'}$ (ecuación (28) en [17]) son independientes de la polarización de la luz. Sin embargo, la cantidad $S_{k',l',n',m'}^{\beta}$ es expresada en términos del campo polaritónico $E_{\beta}(\vec{P}, z)$ como

$$S_{k',l',n',m'}^{\beta} = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^L \left[e^{-i\gamma \vec{P}' \cdot \frac{\vec{P}}{2\hbar}} G_{n',m'}^*(\vec{\rho}' - \vec{\rho}_0) \psi_{ek'}^*(z) \psi_{hl'}^*(z) \mathcal{M}_{\beta}(\vec{\rho}', z) \right. \\ \left. \times E_{\beta} \left(\vec{P} + \frac{e}{2} \vec{B}_0 \times \vec{\rho}', z \right) \rho' dz_e dz_h d\phi' d\rho' \right]. \quad (\text{B.7})$$

Esta expresión puede ser simplificada usando el modelo de capas (2.16). Se obtiene para cada uno de las componentes

$$S_{k',l',n',m'}^{\beta} = M_0 \tilde{G}_{n',m'}^*(-\vec{\rho}_0) \int_0^L \psi_{ek'}^*(z) \psi_{hl'}^*(z) E_{\beta}(\vec{P}, z) dz, \quad (\text{B.8})$$

donde

$$\tilde{G}_{n,m}^*(-\vec{\rho}_0) \equiv \lim_{\rho_c \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} G_{n,m}^*(\vec{\rho}_c - \vec{\rho}_0) d\phi, \\ \rho_c = (\rho_c, \phi). \quad (\text{B.9})$$

En el caso de incidencia oblicua $\vec{\rho}_0 \neq 0$, la expresión anterior se reduce a

$$\tilde{G}_{n,m}(-\vec{\rho}_0) = \frac{1}{r_B} \left(\frac{n!}{2^{|m|+1}(n+|m|)! \pi} \right)^{\frac{1}{2}} \alpha^{|m|} e^{im\phi_0} L_n^{|m|} \left(\frac{\alpha^2}{2} \right) e^{-\frac{\alpha^2}{4}}, \quad (\text{B.10})$$

donde $\alpha = \frac{|\vec{\rho}_0|}{r_B}$ es la razón entre la magnitud de la longitud eléctrica $|\vec{\rho}_0|$ (B.4) y la longitud magnética r_B .

En resumen, de acuerdo a las ecuaciones (2.17), (B.2) y (B.5), la amplitud coherente $Y_\beta(\vec{r}, \vec{R})$ para cada una de las componentes es dada por

$$Y_\beta(\vec{r}, \vec{R}) = \frac{1}{2\pi\hbar} e^{ie\vec{B}_0 \times \vec{\rho} \cdot \frac{\vec{R}_\parallel}{2\hbar}} \sum_{k,l,n,m} \psi_{ek}(z_e) \psi_{hl}(z_h) \times \int_{-\infty}^{\infty} A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) G_{n,m}(\vec{\rho}'(\vec{P})) e^{i\vec{P} \cdot \vec{R}_\parallel} e^{i\gamma\vec{P}'(\vec{P}) \cdot \frac{\vec{P}}{2\hbar}} d^2P, \quad (\text{B.11})$$

donde los coeficientes $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ satisfacen el sistema de ecuaciones (B.12).

$$\sum_{k,l,n,m} [\varepsilon_{k,l,n,m} \delta_{k,k'} \delta_{l,l'} \delta_{n,n'} \delta_{m,m'} + U_{k,l,n,m}^{k',l',n',m'}] A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) = S_{k',l',n',m'}^\beta \quad (\text{B.12})$$

Las cantidades $S_{k',l',n',m'}^\beta$ del miembro derecho de la ecuación (B.12) son dadas por la ecuación (B.8). Los términos de energía $\varepsilon_{k,l,n,m}$ son expresados como

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k,l,n,m}(\omega) &= E_g - \hbar(\omega + i\nu) + E_k^e + E_l^h + \hbar\omega_c \left[n' + \frac{1}{2}(m'\gamma + |m'| + 1) \right] \\ &\quad - \frac{1}{B_0^2} \vec{P} \cdot \vec{B}_0 \times \vec{E}_0 - \frac{M_\parallel E_0^2}{2B_0^2}, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

donde E_k^j son los eigenvalores de energía ($j = e, h$) y $\omega_c = eB_0/\mu$ es la frecuencia ciclotrónica del par electrón-hueco. Los ceros de $\varepsilon_{k,l,n,m}(\omega)$ corresponden a las eigenenergías de los estados magnetoexcitónicos con número cuántico azimutal m igual y distinto de cero.

Apéndice C

Campo eléctrico para polarización p

Las ecuaciones que satisfacen las componentes del campo eléctrico en el caso de la polarización p , pueden ser obtenidas de las leyes de Faraday y Ampere. Asumiendo que $\vec{H}$ está dirigido a lo largo de la dirección $\hat{y}$, de la ley de Ampere se tiene que

$$-\nabla_z H_y(\vec{R}_{\parallel}, z) = -i\omega \left[\varepsilon_0 \varepsilon_{\infty} E_x(\vec{R}_{\parallel}, z) + \mathcal{P}_x(\vec{R}_{\parallel}, z) \right], \quad (\text{C.1})$$

$$\nabla_x H_y(\vec{R}_{\parallel}, z) = -i\omega \left[(\varepsilon_0 \varepsilon_{\infty} E_z(\vec{R}_{\parallel}, z) + \mathcal{P}_z(\vec{R}_{\parallel}, z)) \right], \quad (\text{C.2})$$

y de la ley de Faraday

$$H_y(\vec{R}_{\parallel}, z) = \frac{1}{i\mu_0\omega} \left[\nabla_z E_x(\vec{R}_{\parallel}, z) - \nabla_x E_z(\vec{R}_{\parallel}, z) \right], \quad (\text{C.3})$$

donde $\mathcal{P}_{\beta}(\vec{P}, z)$ es la componente β de la transformada de Fourier $2D$ de la polarización excitónica [ecuación (2.30)].

Aplicando la transformada de Fourier $2D$ a las expresiones previas, es posible calcular las componentes del campo eléctrico $E_x(\vec{P}, z)$ y $E_z(\vec{P}, z)$. Entonces se obtiene

$$H_y(\vec{P}, z) = \frac{\varepsilon_{\infty} q_0^2}{i\mu_0\omega\kappa^2} \nabla_z E_x(\vec{P}, z) + \frac{\omega P_x \mathcal{P}_z(\vec{P}, z)}{\hbar\kappa^2}. \quad (\text{C.4})$$

$$E_z(\vec{P}, z) = -\frac{P_x H_y(\vec{P}, z)}{\omega\hbar\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}} - \frac{\mathcal{P}_z(\vec{P}, z)}{\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}}, \quad (\text{C.5})$$

donde $\kappa^2 = (q_0^2\varepsilon_{\infty} - P_x^2/\hbar^2)$. Usando la primera ecuación de (C.1) y (C.4) se tiene

$$(\nabla_z^2 + \kappa^2) E_x(\vec{P}, z) = -\frac{\kappa^2}{\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}} \mathcal{P}_x(\vec{P}, z) - \frac{iP_x}{\varepsilon_0\varepsilon_{\infty}\hbar} \nabla_z \mathcal{P}_z(\vec{P}, z). \quad (\text{C.6})$$

Luego, sustituyendo la ecuación (C.4) en la ecuación (C.5), se obtiene

$$E_z(\vec{P}, z) = i \frac{P_x}{\hbar \kappa^2} \nabla_z E_x(\vec{P}, z) - \frac{q_0^2 \mathcal{P}_z(\vec{P}, z)}{\varepsilon_0 \kappa^2}. \quad (\text{C.7})$$

Tal sistema es cerrado imponiendo las condiciones de frontera de Maxwell, la continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético en $z = 0$ and $z = L$. Estas condiciones pueden ser escritas en el espacio $\vec{P}$ aplicando la transformada de Fourier 2D sobre el campo fotónico. Luego, es conveniente expresar las amplitudes $A_{1,p}(\vec{P})$, $A_{2,p}(\vec{P})$ y $A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ en la forma

$$\begin{aligned} A_{1,p}(\vec{P}) &= 2\pi \hbar \delta(\vec{P} - \hbar \vec{q}_\parallel) \tilde{A}_{1,p}(\vec{P}), \\ A_{2,p}(\vec{P}) &= 2\pi \hbar \delta(\vec{P} - \hbar \vec{q}_\parallel) \tilde{A}_{2,p}(\vec{P}), \\ A_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}) &= 2\pi \hbar \delta(\vec{P} - \hbar \vec{q}_\parallel) \tilde{A}_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P}). \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

El hecho que las amplitudes son proporcionales a la función delta de Dirac $\delta(\vec{P} - \hbar \vec{q}_\parallel)$, es debido a la conservación de la componente del vector de onda paralela en ($z = 0$) y ($z = L$). Consecuentemente, las amplitudes $\tilde{A}_{1,p}(\vec{P})$, $\tilde{A}_{2,p}(\vec{P})$ y $\tilde{A}_{k,l,n,m}^\beta(\vec{P})$ en la ecuación (C.8) con $\vec{P} = \hbar \vec{q}_\parallel$, están acopladas a las amplitudes de las ondas electromagnéticas reflejada e incidente en los dieléctricos b en $z = 0$ y $z = L$, respectivamente.

Apéndice D

Desplazamiento de GH en reflexión total interna frustada

A continuación se analizará el sistema mostrado en la figura 5.1, por razones de simplicidad omitiremos la presencia del pozo cuántico. Los medios semiinfinitos se consideran con iguales índices de refracción. La capa semiconductor posee un índice de refracción igual a n_2 .

Teniendo en cuenta las condiciones de frontera para los campos eléctricos y magnéticos, en las fronteras $z = 0$ y $z = d_c$, se obtienen las amplitudes de las ondas reflejadas r y transmitidas t . Las fases asociadas a los campos transmitidos y reflejados son

$$\alpha_t = -\arctan\left(\frac{\xi_n}{2} \tanh(\kappa d_c)\right), \quad (\text{D.1})$$

y

$$\alpha_r = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\xi_n}{2} \tanh(\kappa d_c)\right), \quad (\text{D.2})$$

respectivamente, donde

$$\xi_n = \frac{\kappa}{k_x} - \frac{k_x}{\kappa} = -\frac{n_1^2 \cos(2\theta) + n_2^2}{n_1 \cos(\theta) (n_1^2 \sin^2(\theta) - n_2^2)^{1/2}}. \quad (\text{D.3})$$

La transmitividad $T = |t|^2$ y la reflectividad $R = |r|^2$

$$T = \frac{1}{\cosh^2(\kappa d_c) + \frac{1}{4}\xi_n^2 \sinh^2(\kappa d_c)}, \quad (\text{D.4})$$

y

$$R = \frac{\xi_p^2}{\xi_n^2 + 4 \coth^2(\kappa d_c)}, \quad (\text{D.5})$$

donde

$$\xi_p = \frac{\kappa}{k_x} + \frac{k_x}{\kappa} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1 \cos(\theta) (n_1^2 \sin^2(\theta) - n_2^2)^{1/2}}. \quad (\text{D.6})$$

Sustituyendo la ecuación (D.1) en (5.10) se obtiene el desplazamiento de GH para el campo transmitido

$$\Delta x^t = \frac{\cosh^2(\kappa d_c)}{2k_z} \left(\xi_p \tanh(\kappa d_c) \left(\frac{k_1^2}{2\kappa^2} \sin(2\theta) + \tan(\theta) \right) + \frac{\xi_n d_c}{2\kappa} k_1^2 \sec^2(\kappa d_c) \sin(2\theta) \right) T, \quad (\text{D.7})$$

donde $k_1 = \omega n_1 / c$ y $\kappa = \omega \sqrt{n_1^2 \sin^2(\theta) - n_2^2}$. De igual manera, el desplazamiento de GH para el campo reflejado Δx^r se obtiene sustituyendo la ecuación (D.2) en (5.15). Puede demostrarse que $\Delta x^t = \Delta x^r$.

Si las fases definidas por las ecuaciones (D.1) y (D.2) se sustituyen convenientemente en las ecuaciones (5.7) y (5.12) se obtienen los correspondientes retardos de fase. De manera que

$$\tau_{ph}^t = -\frac{\kappa d_c}{\omega} \frac{\xi_n}{2} T, \quad (\text{D.8})$$

y $\tau_{ph}^r = \tau_{ph}^t$. Una prueba general de esta igualdad implica considerar las propiedades de simetría y conservación del sistema. En particular, la invarianza ante la inversión espacial de la función de onda, la invarianza ante la inversión temporal de la función y la conservación del flujo de la densidad de energía [84].

Bibliografía

- [1] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, and Y. Arakawa, Phys. Rev. Lett. **69**, 3314–3317 (1992).
- [2] A. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, and F. P. Laussy, *Microcavities* (Oxford University Press, 2017).
- [3] I. Carusotto and C. Ciuti, Rev. Mod. Phys. **85**, 299–366 (2013).
- [4] S. I. Pekar, Sov. Phys. JETP **6**, 785 (1963).
- [5] J. J. Hopfield and D. G. Thomas, Phys. Rev. **132**, 563 (1963).
- [6] W. Huhn, A. Stahl, phys. stat. sol. (b) **124**, 167 (1984).
- [7] A. Stahl and I. Balslev, phys. stat. sol. (b) **113**, 583 (1982).
- [8] A. Stahl and I. Balslev, *Electrodynamics of the semiconductor band edge*, (Springer, Berlin, Heidelberg, 1987).
- [9] Benito Flores Desirena, *Propiedades ópticas de magneto-excitones en pozos cuánticos cerca de la superficie (Tesis Doctoral)*, Instituto de Física "Luis Rivera Terrazas", BUAP, Puebla, México.
- [10] F. Bassani, Y. Chen, G. Czajkowski and A. Tredicucci, phys. stat. sol. (b) **180**, 115, (1993).
- [11] G. Czajkowski and A. Tredicucci, II Nuovo Cimento D **14**, 1203 (1992).
- [12] N. Atenco-Analco, B. Flores-Desirena, A. Silva-Castillo, F. Pérez-Rodríguez, Superficies y Vacío **13**, 134-139, Diciembre 2001, Sociedad Mexicana de Ciencia de Superficies y Vacío.

-
- [13] D. Merbach, E. Schöll, W. Ebeling, P. Michler, and J. Gutowski, *Phys. Rev. B* **58**, 10709 (1998).
- [14] B. Flores-Desirena and F. Pérez-Rodríguez, *Phys. Status Solidi C* **1**, S38 (2004).
- [15] B. Flores-Desirena and F. Pérez-Rodríguez, *J. Appl. Phys.* **102**, 063530 (2007).
- [16] B. Flores-Desirena and F. Pérez-Rodríguez, *Superficies y Vacío* **13**, 134 (2001).
- [17] B. Flores-Desirena, F. Pérez-Rodríguez, *J. Appl. Phys.* **109**, 014303 (2011).
- [18] J. Ciers, J. G. Roch, J. F. Carlin, G. Jacopin, R. Butté, N. Grandjean, *Phys. Rev. Appl.* **7**, 034019, (2017).
- [19] Diego R. Abujetas, Johannes Feist, Francisco J. García-Vidal, Jaime Gómez Rivas, and José A. Sánchez-Gil. *Phys. Rev. B*, **99**, 205409, (2019).
- [20] S. Hayashi, Y. Ishigaki, M. Fujii, *Phys. Rev. B*, **86**, 045408, (2012).
- [21] G. H. Lodden, R. J. Holmes, *Appl. Phys. Lett.*, **98**, 233301, (2011).
- [22] P. Peng, Y. C. Liu, D. Xu, Q. T. Cao, G. Lu, Q. Gong, Y. F. Xiao, *Phys. Rev. Lett.*, **119**, 233901, (2017).
- [23] Y. Todorov, A. M. Andrews, I. Sagnes, R. Colombelli, P. Klang, G. Strasser and C. Sirtori, *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 186402, (2009).
- [24] F. Goos and H. Hänchen, *Ann. Phys.* **436**, 333 (1947).
- [25] K. V. Artmann, *Ann. Phys. (Leipzig)* **2**, (1948) 87.
- [26] R.-H. Renard, *J. Opt. Soc. Am.* **54**, (1964) 1190.
- [27] H. G. Winful and Chao Zhang, *Phys. Rev. A* **79**, 023826 (2009).
- [28] G. M. Gehring, A. C. Liapis, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. A* **85**, 032122 (2012).
- [29] D. Villegas, J. Arriaga, F. de León-Pérez, and R. Pérez-Álvarez, *J. Phys.: Condens. Matter* **29**, 125301 (2017).
- [30] C. W. J. Beenakker, R. A. Sepkhanov, A. R. Akhmerov, and J. Tworzydło, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 146804 (2009).

-
- [31] X. Zeng, M. Al-Amri, and M. S. Zubairy, *Opt. Express* **25**, 23579 (2017).
- [32] M. Mekkaouia, A. Jellala, and H. Bahloul, *Physica E* **111**, 218 (2019).
- [33] Y. S. Dadoenkova, N. N. Dadoenkova, I. L. Lyubchanskii, M. L. Sokolovskyy, J. W. Kłos, J. Romero-Vivas, and M. Krawczyk, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 042404 (2012).
- [34] Yu. S. Dadoenkova, F. F. L. Bentivegna, N. N. Dadoenkova, I. L. Lyubchanskii, and Y. P. Lee, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 393 (2016).
- [35] Yu. S. Dadoenkova, F. F. L. Bentivegna, N. N. Dadoenkova, R. V. Petrov, I. L. Lyubchanskii, and M. I. Bichurin, *J. Appl. Phys.* **119**, 203101 (2016).
- [36] Y. S. Dadoenkova, N. N. Dadoenkova, J. W. Kłos, M. Krawczyk, and I. L. Lyubchanskii, *Phys. Rev. A* **96**, 043804 (2017).
- [37] W. Yu, H. Sun, and L. Gao, *Sci. Rep.* **7**, 45866 (2017).
- [38] J. Hu, B. Liang, J. Chen, X. Cai, Q. Jiang, and S. Zhuang, *J. Opt.* **18**, 075103 (2016).
- [39] Q. Jiang, J. Chen, B. Liang, Y. Wang, J. Hu, and S. Zhuang, *Opt. Lett.* **42**, 1213 (2017).
- [40] M. Abbas and S. Qamar, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 1444 (2016).
- [41] M. Abbas, Ziauddin, and S. Qamar, *J. Opt. Soc. Am. B* **34**, 245 (2017).
- [42] Y. Xu, C. T. Chan, and H. Chen, *Sci. Rep.* **5**, 8681 (2015).
- [43] Ziauddin, You-Lin Chuang, S. Qamar, and Ray-Kuang Lee, *Sci. Rep.* **6**, 26504 (2016).
- [44] Wen-Xing Yang, Shaopeng Liu, Zhonghu Zhu and Ray-Kuang Lee, *Optics letters*, **40**, 13, 3133-3136, (2015).
- [45] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade, *Photonic crystals: molding the flow of light*, second edition, Princenton University Press, Princenton and Oxford, 2011.
- [46] N. Fang, and X. Zhang, "Imaging properties of a metamaterial superlens", *Appl. Phys. Lett.* **82**, 2 (2013) .
- [47] D. Felbacq and M. Antezza, "Quantum metamaterials: a brave new world", 19 June 2012, SPIE Newsroom. DOI: 10.1117/2.1201206.004296

-
- [48] J. Plumridge, E. Clarke, R. Murray, C. Phillips, Solid State Commun. 146(910), p. 406408, 2008. DOI: 10.1016/j.ssc.2008.03.027.
- [49] S. Wuestner, A. Pusch, K. L. Tsakmakidis, J. M. Hamm, O. Hess, Phys. Rev. Lett. **105**, p. 127401, 2010.
- [50] D. Felbacq and G. Bouchitté, Phys. Rev. Lett. **94**, p. 183902, 2005. doi:10.1103/PhysRevLett.94.183902.
- [51] K. Vynck, D. Felbacq, E. Centeno, A. I. Căbuz, D. Cassagne, and B. Guizal, Phys. Rev. Lett. **102**, p. 133901, 2009. doi:10.1103/PhysRevLett.102.133901.
- [52] V. Savona, L. Andreani, P. Schwendimann, and A. Quattropani, Solid State Communications **93**, 733 – 739 (1995).
- [53] B. Deveaud, Comptes Rendus Physique **17**, 874 – 892 (2016).
- [54] S. Brodbeck, S. De Liberato, M. Amthor, M. Klaas, M. Kamp, L. Worschech, C. Schneider, and S. Höfling, Phys. Rev. Lett. **119**, 027401 (2017).
- [55] A. Imamoglu and R. Ram, Physics Letters A **214**, 193 – 198 (1996).
- [56] A. Amo, D. Sanvitto, F. P. Laussy, D. Ballarini, E. d. Valle, M. D. Martin, A. Lemaître, J. Bloch, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, C. Tejedor, and L. Viña, Nature **457**, 291–295 (2009).
- [57] A. Amo, J. Lefrère, S. Pigeon, C. Adrados, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdré, E. Giacobino, and A. Bramati, Nature Physics **5**, 805–810 (2009).
- [58] A. Amo, J. Lefrère, C. Adrados, E. Giacobino, A. Bramati, D. Sanvitto, F. P. Laussy, D. Ballarini, E. del Valle, M. D. Martín, C. Tejedor, L. Viña, S. Pigeon, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdré, A. Lemaître, J. Bloch, D. N. Krizhanovskii, and M. S. Skolnick, Journal of Physics: Conference Series **210**, 012060 (2010).
- [59] Y. G. Rubo, A. Kavokin, and I. Shelykh, Physics Letters A **358**, 227 – 230 (2006).
- [60] M. Król, R. Mirek, D. Stephan, K. Lekenta, J.-G. Rousset, W. Pacuski, A. V. Kavokin, M. Matuszewski, J. Szczytko, and B. Piętka, Phys. Rev. B **99**, 115318 (2019).
- [61] A. Kavokin, G. Malpuech, and M. Glazov, Phys. Rev. Lett. **95**, 136601 (2005).

-
- [62] C. Leyder, M. Romanelli, J. P. Karr, E. Giacobino, T. C. H. Liew, M. M. Glazov, A. V. Kavokin, G. Malpuech, and A. Bramati, *Nature Physics* **3**, 628–631 (2007).
- [63] Y. G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 106401 (2007).
- [64] M. T. Solano and Y. G. Rubo, *Journal of Physics: Conference Series* **210**, 012024 (2010).
- [65] M. Toledo-Solano, M. E. Mora-Ramos, A. Figueroa, and Y. G. Rubo, *Phys. Rev. B* **89**, 035308 (2014).
- [66] J. Tignon, P. Voisin, C. Delalande, M. Voos, R. Houdré, U. Oesterle, and R. P. Stanley, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3967–3970 (1995).
- [67] J. D. Berger, O. Lyngnes, H. M. Gibbs, G. Khitrova, T. R. Nelson, E. K. Lindmark, A. V. Kavokin, M. A. Kaliteevski, and V. V. Zapasskii, *Phys. Rev. B* **54**, 1975–1981 (1996).
- [68] T. A. Fisher, A. M. Afshar, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **53**, R10469–R10472 (1996).
- [69] A. V. Larionov, V. D. Kulakovskii, S. Höfling, C. Schneider, L. Worschech, and A. Forchel, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 256401 (2010).
- [70] J. Fischer, S. Brodbeck, A. V. Chernenko, I. Lederer, A. Rahimi-Iman, M. Amthor, V. D. Kulakovskii, L. Worschech, M. Kamp, M. Durnev, C. Schneider, A. V. Kavokin, and S. Höfling, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 093902 (2014).
- [71] B. Piętka, D. Zygmunt, M. Król, M. R. Molas, A. A. L. Nicolet, F. Morier-Genoud, J. Szczytko, J. Łusakowski, P. Zięba, I. Tralle, P. Stepnicki, M. Matuszewski, M. Potemski, and B. Deveaud, *Phys. Rev. B* **91**, 075309 (2015).
- [72] J. Wilkes and E. A. Muljarov, *Phys. Rev. B* **94**, 125310 (2016).
- [73] L. V. Kulik, V. D. Kulakovskii, M. Bayer, A. Forchel, N. A. Gippius and S. G. Tikhodeev, *Phys. Rev. B* **54** R2335 (1996).
- [74] Mitsuru Sugawara, *Phys. Rev. B* **45** 11423 (1992).
- [75] A. L. Yablonskii, A. B. Dzyubenko, S. G. Tikhodeev, L. V. Kulik and V. D. Kulakovskii, *JETP Lett.* **64** 51 (1996).

-
- [76] N. A. Gippius, A. L. Yablonskii, A. B. Dzyubenko, S. G. Tikhodeev, I. V. Kulik and V. D. Kulakovskii, A. Forchel, J. Appl. Phys. **83** 5410 (1998).
- [77] G. Czaikowski, M. Dressler, F. Bassani, Phys. Rev. B **55** 5243 (1997).
- [78] G. Czaikowski and I. Balslev, phys. stat. sol. (b) **130** 155 (1978).
- [79] G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures* (Halsted, New York, 1988).
- [80] V. Lerner and Yu. E. Lozovik, Sov. Phys. JETP **51**, 588 (1980).
- [81] P. Gor'kov and I. E. Dzyaloshinskii, Sov. Phys. JETP **26**, 449 (1968).
- [82] T. N. Nunley, N. S. Fernando, N. Samarasingha, J. M. Moya, C. M. Nelson, A. A. Medina, S. Zollner, J. Vac. Sci. Technol. B 34, 061205 (2016).
- [83] M. A. Ordal, R. J. Bell, R. W. Alexander, L. L. Long, and M.R. Querry, Applied optics, **24**(24), 4493-4499 (1985).
- [84] Z. Lazcano, P. L. V. Negrín, D. Villegas, J. Arriaga and R. Pérez-Álvarez, Nanoscale Research Letters **9**, 449 (2014).
- [85] K. Johansen, R. Stalberg, I. Lundstrom and B. Liedberg, Meas. Sci. Technol., **11** (11) 1630 (2000).
- [86] C. W. Chen, W. C. Lin, L. S. Liao, Z. H. Lin, H. P. Chiang, P. T. Leung, E. Sijercic and W. S. Tse, Appl. Optics, **46** (22), 5347 (2007).
- [87] Y. Wang, H. Li, Z. Cao, T. Yu, Q. Shen and Y. H., Appl. Phys. Lett., **62** (6), 061117 (2008).
- [88] X. B. Yin, L. Hesselink, Z. W. Liu, N. Fang and X. Zhang, Appl. Phys. Lett., **85** (3), 372 (2004).
- [89] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov and Y. Kivshar, Nat. Photonics, **7** (12), 948–957 (2013).

Magnetoexciton-photon coupling in a semiconductor quantum microcavity subjected to a parallel electric field

Cite as: AIP Advances 10, 065223 (2020); doi: 10.1063/5.0011533

Submitted: 21 April 2020 • Accepted: 26 May 2020 •

Published Online: 15 June 2020



View Online



Export Citation



CrossMark

P. L. Valdés-Negrin,¹ B. Flores-Desirena,² M. Toledo-Solano,³ and F. Pérez-Rodríguez^{4,a)}

AFFILIATIONS

¹Instituto de Física, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal J-48, Puebla, Pue. 72570, Mexico

²Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal 1152, Puebla, Pue. 72000, Mexico

³CONACYT-Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Puebla, Pue. 72570, Mexico

⁴Departamento de Investigación en Física, Universidad de Sonora, Apartado Postal 5-88, Hermosillo, Son. 83000, Mexico

^{a)}Author to whom correspondence should be addressed: fperez@ifuap.buap.mx. Also at: Instituto de Física, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal J-48, Puebla, Pue. 72570, México.

ABSTRACT

The strong coupling of light with magnetoexcitons in a quantum well within a semiconductor microcavity under the action of an electric field parallel to the quantum well plane, is theoretically studied. Such a phenomenon is described within the Stahl-Balslev real-space density-matrix approach using a system of coupled equations for the coherent-wave amplitude and the electromagnetic fields. In the study, both *s*- and *p*-polarization geometries as well as the Coulomb interaction potential between electrons and holes are considered. It is shown that the optical reflectivity spectra for a heterostructure, having an InGaAs/GaAs quantum well inside the semiconductor microcavity with Bragg mirrors of alternating GaAs and InGaAs layers, exhibit well-discernible resonant dips. The strong magnetoexciton-photon coupling occurs when the magnetoexciton resonance frequency and that of the confined photon are close to each other. The application of a static electric field, parallel to the interfaces of the layers, allows for the optical excitation of magnetoexcitons, having nonzero angular momentum projection, and noticeably alters the resonance structure of both *s*- and *p*-polarization optical spectra. The strong magnetoexciton-photon coupling is observed until sufficiently large magnitudes of the applied parallel electric field are reached.

© 2020 Author(s). All article content, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>). <https://doi.org/10.1063/5.0011533>

I. INTRODUCTION

Exciton-polaritons in planar semiconductor quantum microcavities (SQMs) are bosonic quasiparticles, which are formed because of the strong coupling between the quantum-well (QW) excitons and the cavity-confined photons.^{1–6} Among the physical phenomena, observed in the SQMs, are Bose-Einstein condensation,⁷ superfluidity,^{8–10} the spin Meissner effect,^{11,12} the spin Hall effect,^{13,14} and vortices in exciton-polariton condensates.^{15–17}

It has been shown^{18–23} that applying an external magnetic field can also be a useful tool for the investigation and manipulation of both excitons and exciton-polaritons. In particular, varying the

magnetic field, the strength of coupling between the exciton, and the cavity-confined photon can be continuously tuned.

In Ref. 24, a microscopic calculation of exciton-polariton states in microcavity-embedded coupled quantum wells, including the presence of electric and magnetic fields oriented *perpendicular* to the quantum well plane, has been reported. There, it has been demonstrated that a polariton with considerable dipole moment can be formed in the strong-coupling regime. Indeed, as is shown in Ref. 24, the magnetic field enhances the exciton-photon coupling and can compensate for the reduction of the polariton brightness caused by an electric-field-induced dipole moment.



BUAP

Oficio No. IF-SACAD028/2020

Asunto: Oficio de modalidad de titulación.

MTRA. MARÍA ELENA RUIZ VELASCO

Directora de Administración Escolar

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Presente

La que suscribe, Directora del Instituto de Física "Luis Rivera Terrazas", le informo que el M.C. PEDRO LUIS VALDÉS NEGRÍN, matrícula: 216570761, presentará y defenderá su examen de grado de DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA) en la MODALIDAD DE PRESENTACION DE TESIS, cuyo título es: *"Polaritones excitónicos en pozos cuánticos dentro de microcavidades semiconductoras en presencia de campos eléctrico y magnético"*, que se llevará a cabo el día **viernes 04 de diciembre de 2020 a las 10:00 horas**. Se informa que dicho **EXAMEN DE GRADO SERÁ EN LÍNEA** debido a la emergencia sanitaria por el virus SARS CoV-2 a través de la plataforma Meet. El Jurado Examinador estará integrado por:

- | | |
|---------------------------------------|------------|
| ❖ Dr. Luis Mochán Backal. | Presidente |
| ❖ Dra. Lilia Meza Montes. | Secretaria |
| ❖ Dr. Emerson Leao Sadurní Hernández. | Vocal |
| ❖ Dra. Zorayda Lazcano Ortiz. | Vocal |
| ❖ Dr. Felipe Pérez Rodríguez. | Vocal |

Sin otro asunto que el particular, aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"Pensar Bien, Para Vivir Mejor"

Puebla, Pue., a 10 de noviembre de 2020

DRA. MARÍA EUGENIA MENDOZA ÁLVAREZ
DIRECTORA

