



BUAP

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

Los sistemas Ockhamista y Peirceano como respuesta al problema de
los futuros contingentes

Tesis presentada para optar por el título de
LICENCIADO EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

JOSÉ DAVID GARCÍA CRUZ

ASESOR:

JUAN MANUEL CAMPOS BENÍTEZ

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer a mis padres, Olga Cruz Solis y José V. García. En segundo lugar, a quien ha sido mi principal influencia filosófica, este trabajo debe mucho a las ideas referentes al concepto de oposición estudiadas por esta persona, me refiero a mi maestro Juan Manuel Campos Benítez. Además, quisiera agradecer a los miembros del jurado por sus comentarios y sugerencias a versiones previas de este trabajo.

Dedicatoria

A mis mejores amigos: Adez García, Ali Elias, y Yessica Ramos.

Este trabajo está dedicado a todos aquellos que alguna vez han concebido el mundo de una forma distinta a la manera en que actualmente es.

INDICE

0	LISTA DE SÍMBOLOS	V
1	INTRODUCCIÓN.....	1
2	LA OPOSICIÓN COMO BASE DEL PROBLEMA DE LOS FUTUROS CONTINGENTES.....	4
2.1	Diseñando un sistema de oposiciones: el sistema <i>Aris</i>	4
2.1.1	Introducción.....	4
2.1.2	Tipos de expresiones	4
2.1.3	El lenguaje del sistema <i>Aris</i>	9
2.1.3.1	Sintaxis de A	10
2.1.3.2	La semántica de A	11
2.2	Formalizando la oposición Aristotélica	13
3	EL PROBLEMA DE LOS FUTUROS CONTINGENTES DESDE LA ÓPTICA DE LA OPOSICIÓN	20
3.1	La formulación tradicional del problema.....	20
3.1.1	Introducción.....	20
3.1.2	El problema	21
3.2	Los dos principios: el hexágono de oposición y la solución <i>tri-valuada</i>	24
3.2.1	La correcta formulación de los principios	24
3.2.2	El hexágono de oposición y el <i>PTE</i>	27
3.2.3	El <i>PB</i> y la solución <i>tri-valuada</i>	31
3.2.3.1	Łukasiewicz sobre el Principio de Bivalencia.....	31
3.2.3.2	El sistema \mathbb{L}_3 como respuesta al problema de los futuros contingentes..	33
3.3	Diseñando un sistema de oposiciones temporales: el sistema <i>Aris_t</i>	38
3.3.1	Tipos de expresiones	38
3.3.2	La concepción Aristotélica del tiempo	40
3.3.3	El lenguaje del sistema <i>Aris_t</i>	44
3.3.3.1	Sintaxis de A_t	44
3.3.3.2	La semántica de A_t	46
3.4	Formalizando la oposición temporal: El <i>Peri Hermeneias IX</i> y el hexágono de contingencia.....	49
3.4.1	La oposición pasada y presente	49
3.4.2	La oposición futura: el hexágono de contingencia	51

3.4.2.1	Hacia el determinismo.....	51
3.4.2.2	Necesidad y posibilidad en términos temporales	56
3.4.2.3	El futuro no es necesario sino contingente: el hexágono de contingencia 59	
4	LOS SISTEMAS OCKHAMISTA Y PEIRCEANO.....	65
4.1	Diseñando un sistema de <i>necesidad histórica</i> (parte 1): el sistema \mathbb{P}_t	65
4.1.1	Introducción.....	65
4.1.2	Nociones básicas	65
4.1.2.1	Los conceptos de “árbol” y “rama”	65
4.1.2.2	La sintaxis de \mathcal{P}	67
4.1.2.3	La semántica de \mathcal{P}	68
4.1.3	La respuesta Peirceana.....	69
4.1.3.1	El operador “mañana”	69
4.1.3.2	La vacuidad del futuro: la oposición futura entre necesidad y posibilidad 71	
4.2	Diseñando un sistema de <i>necesidad histórica</i> (parte 2): el sistema \mathbb{O}_t	75
4.2.1	Introducción.....	75
4.2.2	Nociones básicas	76
4.2.2.1	Similitudes y diferencias entre \mathbb{O}_t y \mathbb{P}_t	76
4.2.2.2	Sintaxis de \mathbb{O}_t	78
4.2.2.3	Semántica de \mathbb{O}_t	78
4.2.3	La respuesta Ockhamista	80
4.2.3.1	El operador “mañana” (revisado).....	80
4.2.3.2	La(s) contingencia(s) del futuro	82
5	CONCLUSIÓN	90
6	Apéndice 1: Un cálculo deductivo para \mathbb{P}_t y \mathbb{O}_t	92
6.1	El método <i>tableau</i> para \mathbb{P}_t	92
6.2	El método de <i>tableau</i> para \mathbb{O}_t	95
7	BIBLIOGRAFÍA	99

0 LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos matemáticos

\in pertenencia

$=$ igualdad

\cup unión

\cap intersección

\emptyset conjunto vacío

\subseteq inclusión propia

$f: A \mapsto B$ función f , de A sobre B

$<$ menor que

Operadores lógicos

A cuantificador universal aristotélico

I cuantificador particular aristotélico

n negación predicativa

\neg negación proposicional

a' negación de Lukasiewicz

\rightarrow condicional

\vee disyunción

\wedge conjunción

\prec condicional de Lukasiewicz

$+$ conjunción de Lukasiewicz

\approx igualdad de Lukasiewicz

G operador aristotélico "siempre en el futuro"

F operador aristotélico "alguna vez en el futuro"

H operador aristotélico "siempre en el pasado"

P operador aristotélico "alguna vez en el pasado"

\blacklozenge operador aristotélico de posibilidad fuerte

\blacksquare operador aristotélico de necesidad fuerte

\diamond operador aristotélico de posibilidad débil

\square operador aristotélico de necesidad débil

G operador peirceno "necesario en todo momento futuro"

g operador peirceno "posible en todo momento futuro"

F operador peirceano "necesario en algún momento futuro"

f operador peirceano "posible en algún tiempo futuro"

H operador peirceano "en todo momento pasado"

P operador peirceano "en algún momento pasado"

G operador ockhamista "en todo momento futuro"

F operador ockhamista "en algún momento futuro"

P operador ockhamista "en algún momento pasado"

H operador ockhamista "en todo momento pasado"

\diamond operador ockhamista "en alguna historia posible"

\square operador ockhamista "en toda historia posible"

Símbolos metalógicos

N conjunto de variables de nombre
 V conjunto de variables de verbo
 N_e conjunto de extensiones asociadas a variables de nombre
 V_e conjunto de extensiones asociadas a variables de verbo
 e función de extensionalidad
 $\varphi, \psi, \omega, \dots$ variables proposicionales
 a, b, c, \dots variables de nombre
 x, y, z, \dots variables de verbo
 a_e extensión asociada a la variable de nombre 'a'
 x_e extensión asociada a la variable de verbo 'x'
 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{O}$ conjunto de fórmulas
 $=_{df}$ operador de definición
 $\mathcal{V} = \{v, f\}$ conjunto de valores de verdad
 $\sigma^e: \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{O} \mapsto \mathcal{V}$ bivaluación
 $\sigma^e(\varphi) = t$ bivaluación verdadera de φ
 $\sigma^e(Axy) = v$ ssi $x_e \subseteq y_e$
 $<$ intervalo menor
 \leq límite entre unidades
 \mathfrak{i} interpretación
 $sem = \langle A, \mathfrak{i} \rangle$ semántica de A
 \mathbb{C} conjunto de conctivas
 \mathbb{A} conjunto de fórmulas atómicas
 \mathbb{F} conjunto de fórmulas
 \mathbb{T} árbol
 \mathcal{T} conjunto de puntos o momentos
 b rama (o historia) en \mathbb{T}
 \mathbb{B} árbol agrupado
 \mathbf{B} conunto de historias
 o función ockhamista
 p función peirceana
 \mathbb{M}_p modelo peirceano
 \mathbb{M}_o modelo ockhamista
 \mathbb{P}_t sistema peirceano
 \mathbb{O}_t sistema ockhamista
 \models consecuencia lógica
 \equiv equivalencia lógica

1 INTRODUCCIÓN

El tema principal de la lógica es la validez. Aristóteles diseñó una teoría deductiva que tenía como principal objeto este concepto, la silogística. Muchos ven en esta teoría el nacimiento de la lógica formal. A pesar de que este trabajo es de lógica, no está centrado en la silogística de Aristóteles. De lo que se trata este trabajo es de otro concepto igualmente importante, y también estudiado por el Estagirita, y que, de igual forma puede considerarse como decisivo en el origen de la lógica formal desde un punto de vista histórico, y que también está conectado con el concepto de validez. Nos referimos al concepto de oposición.

La motivación de este trabajo puede resumirse con la siguiente pregunta: ¿cuál es el modo en que se oponen proposiciones futuras? Aunque parece ingenua, esta pregunta está conectada con otras preguntas importantes. ¿El tiempo ofrece alguna contribución al significado de las expresiones del lenguaje? Si esto es el caso, ¿cómo diseñar una semántica que sea sensible al contexto temporal? ¿El tiempo en el que las expresiones del lenguaje se encuentran, es relevante desde un punto de vista lógico? ¿Qué relación hay entre el tiempo y el concepto de verdad? ¿Qué conexión hay entre el concepto de oposición y el tiempo de las expresiones opuestas? ¿El concepto de *modalidad* está vinculado con el tiempo?

Consideramos que estas cuestiones son relevantes por que señalan un vínculo entre el lenguaje, el tiempo, y el mundo. Todas ellas presuponen que el tiempo es un elemento importante para establecer el significado de varias expresiones del lenguaje. Específicamente son importantes por una cuestión que Aristóteles remarca en su tratado *Peri Hermeneias*. En dicho tratado presenta una aporía relativa al modo en que se oponen las proposiciones que tienen verbo en futuro, este tipo de proposiciones parecen violar algunos principios que permanecen arraigados en la ortodoxia de la lógica clásica, por ejemplo el conocido Principio de Bivalencia. Este problema se conoce como el problema de los futuros contingentes. No es clara la respuesta de Aristóteles, pero a pesar de ello, a partir de esta aporía es notorio el vínculo que hay entre la verdad, el tiempo, y la posibilidad. Nuestra tesis principal es que Aristóteles, al plantear la aporía, piensa en el modo en que las expresiones sobre el futuro se oponen, más que en el modo en que son verdaderas o falsas. Esto significa que el concepto de oposición es imprescindible en el tratamiento de esta cuestión.

Este trabajo se divide en tres capítulos. En el primero presentamos un sistema lógico que denominamos *Aris*, en honor al lógico de Estagira, con el cuál intentamos aproximarnos a las ideas sintácticas y semánticas que Aristóteles presenta en el tratado mencionado. En primer lugar esbozamos un breve análisis de los elementos teóricos extraídos de Aristóteles. En segundo lugar, definiremos el sistema *Aris*, su lenguaje y su operación de consecuencia lógica. Y finalmente analizamos con este sistema la teoría de oposición de Aristóteles. Consideramos que dicha teoría es fundamental para entender el problema de los futuros contingentes por varias razones. Una de ellas, y la más importante, que a partir de esta teoría obtenemos definiciones de varios tipos de oposición, de los cuales, uno de ellos debe ser el tipo de oposición que satisfacen las proposiciones futuras.

El segundo capítulo presenta el problema de los futuros contingentes a partir de la teoría de la oposición. Iniciaremos considerando lo que denominamos *formulación tradicional* del problema, en dicha formulación resaltan dos nociones: indeterminación y bivalencia. Posteriormente, presentaremos un análisis de dos principios lógicos que la interpretación tradicional del problema ha destacado: el Principio de Bivalencia, y el Principio de Tercio Excluido. Estos principios son relevantes en un sentido. Algunos piensan que el Principio de Bivalencia es cancelado por Aristóteles al analizar los futuros contingentes, y otros piensan que es el Principio de Tercio Excluido el que es rechazado. Una correcta formulación de ambos puede esclarecer el asunto. Consecuentemente, presentaremos una extensión del sistema *Aris*, dicha extensión está provista de una semántica sensible al contexto temporal, y sirve para poder establecer condiciones de oposición de expresiones futuras. Para finalizar este capítulo presentaremos lo que –a nuestro modo de ver- es la respuesta Aristotélica al problema.

El tercero y último capítulo considera dos alternativas a la propuesta Aristotélica: la propuesta Ockhamista, y la Peirceana. Aunque la razón del surgimiento de dichos sistemas es más bien el debate sobre el determinismo y el indeterminismo, ambas propuestas pueden considerarse respuestas a la aporía planteada por Aristóteles. En primer lugar definiremos el sistema Peirceano temporal, que tiene como principal característica considerar al tiempo como ramificado al futuro, pero lineal al pasado. Estos conceptos (lineal, ramificado) son técnicos y no deben entenderse de manera simple, serán definidos con precisión en la

presentación de la semántica de dicho sistema. Posteriormente definiremos el sistema Ockhamista, que tiene como característica el hecho de considerar al tiempo de manera *sincrónica*, eso significa que es posible considerar “historias” paralelas en las que suceden o dejan de suceder cosas de manera simultánea. Finalmente, presentamos un apéndice de pruebas de algunos teoremas.

2 LA OPOSICIÓN COMO BASE DEL PROBLEMA DE LOS FUTUROS CONTINGENTES

2.1 Diseñando un sistema de oposiciones: el sistema *Aris*

2.1.1 Introducción

Presentaremos un sistema de lógica que denominamos *Aris*, inspirado en las ideas que Aristóteles considera en los primeros capítulos del tratado *Peri Hermeneias* (en adelante *PH*), específicamente en lo contenido en *16 a - 18 a 28*. Dicho sistema es una reinterpretación de la axiomatización que John Corcoran presenta en *Aristotle's Natural Deduction System* (Corcoran, 1972). Nuestra presentación se diferencia en el sentido en que incluiremos expresiones singulares¹ y no sólo universales. Iniciaremos con una breve recapitulación de los principales elementos sintácticos presentados por el Estagirita en el *PH*, definiremos un nombre, un verbo, una proposición, y cada uno de sus tipos. Con ayuda de estos elementos construiremos la sintaxis del lenguaje *A* del sistema. Posteriormente ofreceremos una forma de asignar valores de verdad a la fórmulas, siguiendo de cerca la caracterización de la semántica del sistema axiomático definido por Corcoran. Finalmente explicaremos las condiciones de verdad de proposiciones bajo la operación de oposición, que Aristóteles define en *PH, 17 a 38 – 18 a 11*, y el cuadrado de oposición tradicional.

2.1.2 Tipos de expresiones

En los primeros capítulos del *PH*, Aristóteles presenta y define los *ítems* atómicos y moleculares que usará en su teoría de la oposición. Inicia con la definición de nombre (*onoma/ονομα*), lo define como “(...) un sonido significativo por convención sin indicar tiempo, y ninguna de cuyas partes es significativa por separado (...)” (*PH, 16a 20*). Posteriormente hace una aclaración en la que distingue los nombres simples de los compuestos, la única diferencia entre ambos es que los nombres compuestos se forman con nombres simples, y por esa razón las partes componentes tienen significado. Otra aclaración pertinente es que los nombres son convencionales, ya que “(...) ninguno de los nombres lo es por naturaleza, sino sólo cuando se convierte en símbolo (...)” (*PH, 16a 25*).

¹ Este punto será detallado en la presentación del lenguaje del sistema.

Después de establecer esto, Aristóteles distingue entre nombres indefinidos e inflexiones de nombre. Los primeros² podemos concebirlos como nombres con una negación antecediéndolos, por ejemplo, *no-blanco*, *no-hombre*, etc. Por otro lado, la inflexión de nombre puede entenderse como cada uno de los accidentes gramaticales que sufren las palabras, las llamadas declinaciones, por ejemplo, *de Filón*, *para Filón*, *en Filón*, etc.

Aristóteles continúa y presenta su definición de *verbo* (*rema/ρημα*). Un “[v]erbo es lo que cosignifica tiempo, y ninguna de sus partes tiene significado separadamente; y es signo de lo que se dice acerca de otro.” (*PH, 16b 6*). En una nota al pie de la traducción del tratado, Candel Sanmartín³ explica esta definición diferenciando dos funciones del verbo. La primera, la de fungir como predicados, la segunda, de considerarlos como “palabra que lleva aparejada la referencia *paralela* al tiempo”⁴. Sanmartín menciona que esta definición es más rigurosa que la de la gramática tradicional, puesto que, esta última le atribuye solamente la significación de acciones o estados. Otra cosa que el traductor menciona es que la primera función (que él denomina sintáctica) tiene primacía sobre la segunda función (que denomina semántica).

La explicación que el propio Aristóteles ofrece de su definición es la siguiente. En primer lugar “(...) cosignifica tiempo en el sentido de que, mientras *salud* es un nombre, *está sano* es un verbo: en efecto, cosignifica que se da ahora (...), es signo de lo que se dice acerca de otro, en el sentido de lo que se dice acerca de un sujeto.” (*PH, 16b 6 - 10*). La función sintáctica se relaciona con la operación de concatenación de nombres y verbos para formar expresiones compuestas de ambos, en las que se declare algo (predicar) de algo (de un sujeto). A este respecto Aristóteles resalta por su grado de abstracción y generalidad el verbo *ser*, él menciona que “(...) en sí mismo, en efecto, [el verbo *ser*] no es nada, sino que cosignifica una cierta composición, que no es posible concebir sin los componentes” (*PH, 16b 20 - 26*). Todo verbo desde un punto de vista sintáctico adquiere su estatus de verbo sólo en el contexto *proposicional*⁵, puesto que, emitido de manera aislada carece de significado, ya que siempre debe de indicar algo sobre algo. El verbo “*ser*” es especial, él mismo no indica nada de algo,

² Que no pueden ser considerados como genuinos nombres, “pues no es un enunciado ni una negación” (*PH.16 a 31*).

³ *PH*, Nota 30, Pág. 39.

⁴ *Ibíd.*

⁵ Es decir, como parte de una proposición.

“ser” no es una propiedad, la función de este verbo es servir de vínculo entre nombres y verbos.

Por otro lado, la función semántica debe entenderse mediante el uso del verbo en su vínculo con el tiempo en que se efectúa la operación que el predicado indica. Aristóteles concibe tres formas de vincular los verbos al tiempo, hacia el momento mismo de emisión del predicado (o hacia *ahora*), hacia algún momento anterior (*pasado*), o hacia algún momento posterior (*futuro*).

Los ejemplos a los que alude para clarificar esta característica son *salud* como ejemplo de nombre, y *está sano* como ejemplo de verbo, en donde es clara la referencia al momento mismo de la emisión del predicado, no es lo mismo emitir el sonido “sano” cuya referencia al tiempo es nula, a proferir la expresión “está sano” en donde apreciamos la referencia a *ahora*. Por un lado usamos un sonido carente de vínculo con el tiempo y por otro indicamos que lo que establece el predicado sano, se lleva a cabo en el momento de emitir la expresión.

Aristóteles aplica a los verbos la misma clasificación que presentamos para los nombres, es decir, distingue entre verbos indefinidos e inflexión de verbo. Los verbos indefinidos como los nombres indefinidos, serán verbos con el ‘no’ antecediéndolos, por ejemplo *no está sano*, *no está de pie*, etc. Pero a diferencia de los nombres indefinidos, estos elementos sí son considerados en su teoría de la oposición, ya que, como el Estagirita menciona, este tipo de expresiones “(...) cosignifica tiempo y siempre se da acerca de algo (...)” (*PH, 16 b 11*)⁶. Las inflexiones de verbo simplemente son las conjugaciones, esto es, usos de los verbos con referencia al pasado y al futuro, por ejemplo, *estaba sano*, *estará sano*, etc.

Ya definidos estos dos elementos primitivos, Aristóteles avanza y presenta la definición de *λογος* (*logos*), que traduciremos como *proposición*, y tal y como lo realizó con los anteriores conceptos, presenta una clasificación. Para Aristóteles *λογος* es un “(...) sonido significativo, cualquiera de cuyas partes es significativa por separado como enunciación, pero no como afirmación (...)” (*PH, 16b 25*). Para Aristóteles, el primer tipo de proposición

⁶ Esto significa que en la teoría de la oposición encontraremos dos tipos de negación, una interna o predicativa, y una externa, ambas serán presentadas posteriormente.

“singular es la *afirmación*, y el siguiente la *negación* (...)” (*PH*, 17a 9), además de estos dos tipos define a las proposiciones en simples y compuestas, el texto clave de esta distinción es *PH*, 17a 15 – 25:

(...) Es [proposición] singular [la] que indica una sola cosa o [la] que tiene unidad gracias a una conjunción, y son múltiples [las] que no indican una sola cosa o [las] que no van [unidas] por conjunción. Así, pues, digamos que el nombre y el verbo son sólo enunciaciones, ya que no es posible decir que indiquen algo con el sonido de tal modo que lo aseveren, bien a preguntas de alguien, bien a iniciativa de uno mismo.

De las anteriormente dichas, la una es la [proposición] simple, v. g.: afirmar algo acerca de algo o negar algo acerca de algo; y la otra es la compuesta de éstas, v. g.: un discurso ya compuesto. (...)

La característica principal de las proposiciones simples, ya sean afirmativas o negativas, es declarar una sola cosa sobre otra, esto se puede hacer de dos maneras. La primera de ellas es, como dijimos, concatenando nombres con verbos, y la otra manera de generar una proposición simple es por medio de una conjunción de proposiciones simples. A pesar de no tener unidad sintácticamente, la operación de conjunción ofrece una manera de establecer un nexo semántico. Dos proposiciones declaran algo sobre algo, cada una de manera específica, ya sea afirmado o negando, al vincularlas con una conjunción se desea establecer que ambas *al mismo tiempo* declaran algo sobre algo, cada una de manera específica. Lo que significa esto desde un punto de vista lógico es, que las dos condiciones declaradas por cada proposición deben satisfacerse si se desea que la conjunción sea considerada verdadera; y ya que ser verdadero o falso es una característica elemental de las oraciones declarativas, la conjunción vincula semánticamente ambas por medio de su nexo con la verdad o falsedad, y por esa razón se considera del mismo modo una oración declarativa simple.

Por otro lado las proposiciones compuestas no indican una sola cosa o no van unidas por la conjunción. El ejemplo que el propio Aristóteles usa es el de un discurso, ya que lo que se declara o manifiesta en un discurso no es sólo algo sobre algo de manera particular, sino, muchas cosas. Por lo tanto, la simplicidad o complejidad de las proposiciones depende de la cantidad de lo que se declara o manifiesta, y del dominio de la operación de conjunción.

Aristóteles dedica todo el capítulo VI (17 a 25 - 37) del *PH*, para desarrollar y definir los conceptos de afirmación y negación. Además de definir estos conceptos, en esta parte define de manera rápida las nociones de *oposición* y *contradicción*, aunque posteriormente

(*PH*, 17b 16 – 18a 10) presentará una definición precisa de ambas. Sobre afirmación y negación menciona que “(...) [u]na afirmación es la aserción de algo unido a algo, y una negación es la aserción de algo separado de algo (...)”⁷ (*PH*, 17a 25).

Esto significa que una proposición afirmativa es la que establece que algo está unido a algo, y una proposición negativa la que establece que algo está separado de algo. ¿Que está unido y qué separado? El concepto de “término” puede guiarnos para ofrecer una respuesta. El concepto *término* es usado para englobar tanto nombres como verbos⁸. Los términos pueden ser de dos tipos en relación a su referente.

En este sentido es útil recordar algunas consideraciones sobre el concepto de sustancia en las *Categorías*. Aristóteles menciona que la sustancia (*ousia/ουσία*) es “(...) aquello que nunca se predica de otra cosa ni puede hallarse en un sujeto” (*Cat.*, 2a 5). Los ejemplos a los que alude el Estagirita son un hombre concreto o un caballo concreto.

Además de esta definición presenta una distinción entre sustancias primarias y sustancias secundarias. La principal diferencia es que una sustancia primaria es la que alude a un “sujeto” en sentido concreto, como un caballo o un hombre en específico, y las sustancias secundarias son géneros o especies y no aluden a objetos concretos de manera directa, por ejemplo ‘hombre’ y ‘animal’. Las sustancias secundarias, a diferencia de las primarias, pueden fungir tanto como sujetos, como predicados, ya sea de sustancias primarias o secundarias. En este contexto es donde se deben analizar los conceptos de universal y singular.

Por tanto, cuando se afirma se declara que una sustancia (primaria o secundaria) está contenida en una sustancia secundaria, cuando se niega se declara que una sustancia (primaria o secundaria) no está contenida en una sustancia secundaria. La presentación sintáctica concluye con la distinción entre proposición universal y singular. El Estagirita menciona: “(...) llamo universal a lo que es natural que se predique sobre varias cosas y singular a lo

⁷ Aserción lo entendemos como sinónimo de proposición asertiva.

⁸ Para justificar esta forma de proceder nos apoyamos en el siguiente texto de *Categorías* (en adelante *Cat.*). “Ninguno de estos términos en sí mismos connota una afirmación positiva o asertiva. Las afirmaciones, igual que las negaciones, sólo pueden darse cuando varios términos se combinan o unen entre sí. Toda aserción positiva o negativa debe ser verdadera o falsa; pero las palabras o expresiones no combinadas con otras – por ejemplo, “hombre”, “blanco”, “corre”, “vence” – nunca pueden ser verdaderas o falsas”. *Cat.*, 1a 35 – 40.

que no.” (*PH, 17a 39*). Sus ejemplos son ‘hombre’ y ‘Calias’, el primero universal y el segundo singular.

Retomando el concepto de sustancia podemos ver que ‘Calias’ es una sustancia primaria, y ‘hombre’ una sustancia secundaria. Los términos singulares se refieren a sustancias primarias, y los términos universales a sustancias secundarias. De esto podemos concluir que las proposiciones que declaran algo sobre sustancias primarias son proposiciones singulares, y las que declaran algo sobre una sustancia secundaria son universales. En otras palabras cuando el sujeto de una proposición es singular la aserción es singular, y cuando el sujeto es universal la aserción es universal; la distinción la establece el objeto del cual se declara algo. Esto significa que podemos extender la clasificación que ya tenemos estableciendo que toda proposición, afirmativa o negativa, es o universal o singular.

Aristóteles continúa su análisis y hace una nueva distinción referente al uso de los términos universales. Hay dos formas de generar proposiciones universales, una en la que el sujeto es tomando universalmente y otra en donde el sujeto no se toma universalmente. Los ejemplos que Aristóteles considera son “Todo hombre es blanco”, y “es el hombre blanco”, como universal tomado universalmente y como universal no tomado universalmente, respectivamente.

La diferencia la establece el uso de la palabra ‘todo’, Aristóteles menciona al respecto que “(...) *todo* no significa lo universal, sino que se toma universalmente (...)” (*PH, 17b 14*). Esto significa que el término ‘todo’ se usa para establecer el dominio de los términos universales, si está presente dicha partícula, el dominio es total, y si no está presente es parcial. Estos elementos son suficientes para presentar la teoría de oposición de Aristóteles, en la siguiente parte presentaremos una notación para representar todos estos elementos y así definir con precisión los tipos de oposición que Aristóteles presenta.

2.1.3 El lenguaje del sistema *Aris*

A continuación presentamos el lenguaje *A*, inspirado en lo presentado anteriormente. Este lenguaje tiene dos elementos, uno sintáctico y otro semántico, que serán presentados en ese orden. Finalmente presentaremos la operación de consecuencia lógica, que será la pieza nuclear del sistema *Aris*.

2.1.3.1 Sintaxis de A

Partiremos del conjunto $N = \{a, b, c, \dots\}$ de constantes de nombre y del conjunto $V = \{x, y, z, \dots\}$ de constantes de verbo. Usaremos las constantes lógicas A e I para representar los cuantificadores *todo* y *alguno*, respectivamente, que denotan la manera de tomar el sujeto universal, universalmente A , y no universalmente I . Usaremos el signo \neg para denotar la negación proposicional, y el signo n para denotar la negación de verbos. De esta forma *ningún* y *no todo* se representan con $\neg I$ y $\neg A$, respectivamente. Usaremos las letras griegas $\{\varphi, \psi, \pi \dots\}$ como variables de fórmula (ya sea la proposición representada afirmativa, negativa, universal o singular). El universo del lenguaje A lo forma el conjunto \mathbf{Apo} ⁹ de fórmulas, que representan proposiciones (*λογος αποφαντικός*), y se define a partir de las siguientes cláusulas:

1. Si $a \in N$ y $x \in V$, entonces $ax \in \mathbf{Apo}$
2. Si $x, y \in V$, entonces $Axy, Ixy \in \mathbf{Apo}$
3. Si $\varphi \in \mathbf{Apo}$, $a \in N$ y $x, y \in V$, entonces $\neg\varphi, anx, xny \in \mathbf{Apo}$
4. Si $\varphi, \psi \in \mathbf{Apo}$, entonces $(\varphi \wedge \psi) \in \mathbf{Apo}$

La cláusula 1 establece que si tomamos una variable de nombre y una de verbo y las concatenamos formamos una fórmula que representa una proposición, el verbo ser es representado por la operación de concatenación, por eso no tiene sentido escribir a , así como no tiene sentido decir “Sócrates es”. La cláusula 2 establece cómo generar fórmulas que representen proposiciones universales con sujeto tomado universalmente, y proposiciones universales con sujeto tomado no universalmente. La cláusula 3 establece la forma correcta de negar, usando la negación de verbo antes de las variables de verbo, para formar verbos indefinidos, y la negación proposicional antecediendo la proposición completa. La última cláusula establece la manera de usar el signo de conjunción uniendo dos fórmulas, esto quiere decir que esta operación es binaria. Además de esta conectiva usaremos \rightarrow para denotar el condicional, y \vee para denotar la disyunción definidas como sigue: $\varphi \rightarrow \psi =_{df} \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$, y $\varphi \vee \psi =_{df} \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$. De este modo este lenguaje resulta ser la estructura $A = \langle \mathbf{Apo}, \wedge, \neg, n \rangle$.

⁹ \mathbf{Apo} de *Αποφαντικός* (*Apophantikos*).

2.1.3.2 La semántica de A

Ahora interpretaremos este lenguaje definiendo una semántica para establecer el significado de todas las expresiones. Seguiremos la presentación de John Corcoran en *Aristotle's Natural Deduction System* (Corcoran, 1972), aunque haremos algunas modificaciones para que dicha semántica se adapte a la perfección a nuestro lenguaje.

La idea de la que parte Corcoran es que para Aristóteles los valores de verdad de la proposiciones no modales¹⁰ quedan determinados extensionalmente (Corcoran, 1972: 103). En este contexto, quiere decir lo siguiente:

“*Todo x es y*” es verdadera si la extensión de x está incluida en la extensión de y .

“*Ningún x es y*” es verdadera si la extensión de x es disyunta de la extensión de y .

“*Algún x es y*” es verdadera si algún objeto está en ambas extensiones.

“*No todo x es y*” es verdadera si algún objeto en la extensión de x está fuera de la extensión de y .

Si definimos las constantes lógicas de esta manera, lo que resta es determinar el valor de verdad de las aserciones universales, afirmativas o negativas, con sujeto tomado o no tomado universalmente. Como dijimos arriba, Aristóteles distingue entre sustancias primarias y secundarias. Nosotros vincularemos a las sustancias primarias con variables de nombre, y a las sustancias secundarias con variables de verbo. Este vínculo es definido por medio de una función e , que representa la relación entre términos y su extensión. Las extensiones de las sustancias primarias serán definidas como conjuntos con un único objeto y las extensiones de las sustancias secundarias como conjuntos de objetos.

La función $e: N \mapsto N_e$ vincula variables de nombre a conjuntos con un único objeto que representan las extensiones de las sustancias primarias, el conjunto N es el conjunto de variables de nombre, y el conjunto N_e es el conjunto de extensiones de sustancias primarias. Usaremos la notación siguiente: a_e será la extensión de la sustancia primaria asociada a la variable de nombre a . Por ejemplo si la variable de nombre a es vinculada a la sustancia primaria *Sócrates*, a_e denota a la extensión del nombre “*Sócrates*”, esto es, el conjunto formado con el único objeto que nombramos como Sócrates.

¹⁰ Más adelante veremos cómo establecer las condiciones de verdad de proposiciones modales.

Por otro lado, la función $e: V \mapsto V_e$ vincula variables de verbo a conjuntos de objetos que representan las extensiones de las sustancias secundarias, el conjunto V , es el conjunto de variables de verbo, y el conjunto V_e es el conjunto de extensiones de sustancias secundarias. Usaremos la notación siguiente: x_e será la extensión de la sustancia secundaria asociada a la variable de verbo x . Por ejemplo si la variable de verbo x es asociada a la sustancia secundaria *hombre*, x_e denota la extensión de la sustancia secundaria *hombre*, esto es, el conjunto formado por toda la humanidad.

Utilizaremos otra función $\sigma^e: \mathbf{Apo} \mapsto \mathcal{V}$. Donde \mathbf{Apo} es el conjunto de fórmulas, y $\mathcal{V} = \{v, f\}$, dicha función vincula fórmulas pertenecientes a \mathbf{Apo} , con los valores de verdad verdadero y falso, denotados por v, f . A dicha función la denominaremos *bivaluación*. Llamaremos a \mathbf{Apo} el dominio de σ^e , y a \mathcal{V} el co-dominio de σ^e .

La interpretación del lenguaje A , será el par $\mathbb{I} = \langle \alpha\lambda, \sigma\nu \rangle$. Donde $\alpha\lambda$ ¹¹ es el conjunto de todas las atribuciones σ^e , de valor de verdad a oraciones declarativas, y $\sigma\nu$ es el conjunto de todas las vinculaciones e , de variables de verbo y nombre con extensiones de sustancias primarias o secundarias. La semántica de A , será el par $\mathbf{sem} = \langle A, \mathbb{I} \rangle$, esto es, el lenguaje y su interpretación. Una fórmula φ será *verdadera* bajo la interpretación \mathbb{I} , si $\sigma^e(\varphi) = v$ (o *falsa* bajo la interpretación \mathbb{I} si $\sigma^e(\varphi) = f$). Si la fórmula φ es verdadera en \mathbb{I} , diremos que \mathbb{I} es una *interpretación verdadera* de φ . Si P es un conjunto de fórmulas, las premisas, y estas son verdaderas en \mathbb{I} , \mathbb{I} será llamada *interpretación verdadera* de P , y si toda interpretación verdadera de P es también interpretación verdadera de una fórmula φ , la conclusión, diremos que P implica φ , y usaremos el símbolo \models para denotar esta operación, y escribiremos $P \models \varphi$. Si P implica φ , el argumento $P \models \varphi$ será denominado *válido*, en otro caso será *inválido*.

Definiremos este sistema como el par $\mathbf{Aris} = \langle \mathbf{Apo}, \models \rangle$, es decir, el conjunto de fórmulas \mathbf{Apo} y la operación de consecuencia lógica \models definida sobre el conjunto de fórmulas. Corcoran acepta la mayoría de estas definiciones, y nosotros nos apoyamos en el análisis de los elementos de la teoría de la oposición que presentamos anteriormente para agregar algunas modificaciones a su caracterización. Ahora definiremos con precisión el

¹¹ Decidimos usar ‘ $\alpha\lambda$ ’ haciendo alusión al término verdad (aletheia/ $\alpha\lambda\epsilon\theta\epsilon\iota\alpha$), y ‘ $\sigma\nu$ ’ por el termino sustancia (ousia/ $\omicron\nu\sigma\iota\alpha$) en griego.

concepto de verdad para aserciones singulares, y aserciones universales, con sujeto tomado universalmente o no tomado universalmente.

- 1a) $\sigma^e(Axy) = v$ ssi $x_e \subseteq y_e$
- 1b) $\sigma^e(Axy) = f$ ssi $x_e \not\subseteq y_e$
- 2a) $\sigma^e(\neg Ixy) = v$ ssi $x_e \cap y_e = \emptyset$
- 2b) $\sigma^e(\neg Ixy) = f$ ssi $x_e \cap y_e \neq \emptyset$
- 3a) $\sigma^e(Ixy) = v$ ssi $x_e \cap y_e \neq \emptyset$
- 3b) $\sigma^e(Ixy) = f$ ssi $x_e \cap y_e = \emptyset$
- 4a) $\sigma^e(\neg Axy) = v$ ssi $x_e \not\subseteq y_e$
- 4b) $\sigma^e(\neg Axy) = f$ ssi $x_e \subseteq y_e$
- 5a) $\sigma^e(ax) = v$ ssi $a_e \subseteq x_e$
- 5b) $\sigma^e(anx) = v$ ssi $a_e \not\subseteq x_e$

Estas definiciones¹² se corresponden con las expresiones en lenguaje ordinario listadas arriba (1 - 4). 5a y 5b son las atribuciones de verdad y falsedad para aserciones singulares, que Corcoran no incluye en sus sistema, pero establece que dicho sistema fácilmente puede soportar este tipo de definiciones sin modificación alguna (*Corcoran*, 1974: 104). En este caso se puede apreciar el vínculo entre el concepto de verdad y el concepto de sustancia, aunque desde un punto de vista formal. Las fórmulas de la derecha como $x_e \subseteq y_e$, representan al *correlato ontológico* de la proposición, esto es, a la sustancia (primaria o secundaria) de la cual se predica algo.

Este sistema es suficiente para presentar de una manera formal el concepto de oposición. Aristóteles genera un análisis en términos de las condiciones de verdad de proposiciones, considera los tipos de proposiciones que ha definido para presentar tres maneras distintas de definir la oposición. A continuación, usando el sistema *Aris*, presentamos una reinterpretación formal de dicho análisis.

2.2 Formalizando la oposición Aristotélica

La primera forma de oposición que Aristóteles define es la contradicción, el texto clave es el siguiente:

Digo, pues, que se opone contradictoriamente a la negación la afirmación que significa lo universal respecto a lo mismo que la negación significa de manera no universal, v. g.: *es*

¹² Aún quedan pendientes las condiciones de verdad de \wedge y de \neg , éstas serán presentadas en el siguiente capítulo en la discusión del Principio de No Contradicción y el del Tercio Excluido.

todo hombre blanco – no es todo hombre blanco, no es ningún hombre blanco – es algún hombre blanco. (PH, 17b 16 - 18)

De acuerdo a los ejemplos, el Estagirita distingue dos formas de generar proposiciones con sujeto universal dicho universalmente y no dicho universalmente, que corresponden específicamente a las palabras *todo*, *ninguno*, *alguno*, *no todo*. Esto significa que Aristóteles define la contradicción como la oposición que se genera entre los pares de fórmulas Axy y $\neg Axy$ por un lado, y $\neg Ixy$ y Ixy por otro. Este tipo de oposición se establece entre una proposición con sujeto universal dicho universalmente frente a otra con sujeto universal no dicho universalmente, una de las cuales afirma y la otra niega.

El siguiente tipo de oposición que Aristóteles define es la contrariedad, él nos dice que:

(...) se oponen contrariamente la afirmación de lo universal y la negación de lo universal como tales, v. g.: *es todo hombre justo – no es ningún hombre justo. (PH, 17b 20).*

Esto significa que la contrariedad es un tipo de oposición que se define para el par de fórmulas Axy y $\neg Ixy$. En esa definición, la frase “como tales” la entendemos como aludiendo a que la operación se satisface entre proposiciones con sujeto universal tomado universalmente, una de las cuales afirma lo que la otra niega. Como podemos ver, Aristóteles no alude – al menos en la parte citada- al vínculo con la verdad o la falsedad, al definir dicha forma de oposición, aunque si continuamos presenta su primer alusión a cómo debe comportarse el valor de verdad de estas expresiones en el contexto de la oposición. Leemos en (*PH, 17b 23 – 25*):

(...) por lo tanto estas últimas no pueden ser simultáneamente verdaderas, mientras que las opuestas a ellas cabe que lo sean en relación con la misma cosa, v. g.: *no es todo hombre blanco y es algún hombre blanco.*

Este fragmento puede dividirse en dos partes. La primera de ellas inicia estableciendo que lo que se dice a continuación es una conclusión de la definición de contrariedad y el ejemplo anterior (*PH, 17b 20*), esto quiere decir que con la expresión “estas últimas”, se alude a las contrarias. En esta parte del fragmento Aristóteles presenta la primera alusión a las condiciones de verdad al definir un tipo de oposición, esto quiere decir que Aristóteles presenta la definición de contrariedad apelando al significado de las aserciones universales con sujeto tomado universalmente, una de las cuales niega lo que la otra afirma. Lo que nos dice que estas *no pueden ser simultáneamente verdaderas.*

De acuerdo al sistema *Aris*, esto significa que siempre es el caso que, si $\sigma^e(Axy) = v$, entonces $\sigma^e(\neg Ixy) = f$, y si $\sigma^e(Axy) = f$, entonces $\sigma^e(\neg Ixy) = v$. Por consecuencia, si la extensión de x está incluida en la de y , esto es $x_e \subseteq y_e$, no se cumple que las extensiones sean disyuntas, en símbolos no se cumple $x_e \cap y_e = \emptyset$; además si las extensiones son disyuntas $x_e \cap y_e = \emptyset$, no es el caso que la extensión de x esté incluida en la de y , esto es, no se satisface que $x_e \subseteq y_e$.

La siguiente parte del fragmento se refiere al par compuesto por las “opuestas a estas últimas”, es decir a las proposiciones representadas por las fórmulas $\neg Axy$ e Ixy . “Opuestas” puede entenderse en este pasaje como “contradictorias”, ya que las proposiciones usadas en el ejemplo, son las que mantienen esta relación con las contrarias. Lo que Aristóteles quiere decir en este caso es que de las cuatro posibles aserciones, las que son de sujeto universal con sujeto no tomado universalmente *sí pueden ser simultáneamente verdaderas*, a diferencia de las contrarias.

En otras palabras, puede satisfacerse que $\sigma^e(\neg Axy) = v$ y $\sigma^e(Ixy) = v$ al mismo tiempo, puesto que, no hay incompatibilidad en el hecho de que la extensión del sujeto no esté incluida en la extensión del predicado, y que ambos conjuntos no son disyuntos. Por otro lado, si no son disyuntos no hay incompatibilidad con el hecho de que la extensión del sujeto no esté incluida en la extensión del predicado. Es decir, se mantiene a la vez que $x_e \not\subseteq y_e$ y que $x_e \cap y_e \neq \emptyset$. Esta última operación entre opuestos con sujeto universal no tomado universalmente, no recibe denominación por parte de Aristóteles, pero se suele nombrar como *subcontrariedad*, seguiremos esta terminología evitando el debate referente a si Aristóteles conocía o no la operación.

Tenemos tres operaciones, dos de ellas definidas parcialmente haciendo alusión sólo al concepto de verdad (contrariedad y subcontrariedad) y una de ellas sólo definida en relación a las aserciones involucradas en la operación (contradicción). A continuación extenderemos las definiciones de Aristóteles, en primer lugar la definición de contradicción en términos de la verdad y falsedad de las aserciones involucradas en la operación, y posteriormente agregaremos las condiciones de falsedad de la contrariedad y subcontrariedad.

Aristóteles nos dice sólo que se genera contradicción cuando se oponen proposiciones de dos tipos, una afirmativa y otra negativa, y una de ellas con sujeto universal tomado universalmente y la otra con sujeto universal no tomado universalmente, y como aclaramos, se refiere a los pares de fórmulas Axy y $\neg Axy$ por un lado, y $\neg Ixy$ y Ixy por otro. Lo que Aristóteles no especifica es cuales son las condiciones de verdad y falsedad que satisface la operación mantenida por estos pares de fórmulas, es decir, no define la contradicción en términos de verdad o falsedad. Presentaremos esta definición a continuación:

CON: *La Contradicción es una operación que se satisface entre dos proposiciones que no pueden ser verdaderas simultáneamente, y no pueden ser falsas simultáneamente.*

Analicemos esta definición en el sistema *Aris* para justificar nuestra definición apelando a los valores de verdad. Iniciaremos con el par $(Axy, \neg Axy)$. En el sistema *Aris* la definición de contradicción para estas fórmulas significa que si $\sigma^e(Axy) = v$ entonces $\sigma^e(\neg Axy) = f$; y por otro lado, si $\sigma^e(Axy) = f$, entonces $\sigma^e(\neg Axy) = v$. Aceptar que pueden ser verdaderas simultáneamente significaría por un lado aceptar que la extensión de x está incluida en la extensión de y , $x_e \subseteq y_e$, y al mismo tiempo no lo está, $x_e \not\subseteq y_e$, siguiendo la definición de cada fórmula. Lo mismo para el caso en que se acepte que ambas son falsas.

Consideremos ahora el par $(\neg Ixy, Ixy)$. En el sistema *Aris* la definición de contradicción para estas fórmulas significa que, si $\sigma^e(\neg Ixy) = v$ entonces $\sigma^e(Ixy) = f$, y si $\sigma^e(\neg Ixy) = f$, entonces $\sigma^e(Ixy) = v$. Aceptar que ambas pueden ser simultáneamente verdaderas significa que la extensión de x es disyunta de la de y , $x_e \cap y_e = \emptyset$, y no lo es $x_e \cap y_e \neq \emptyset$, siguiendo la definición de cada tipo de fórmula. Lo mismo sucede si se acepta que ambas sean falsas simultáneamente.

Continuando con la definición aristotélica de contrariedad, lo único que explicita el Estagirita es que las contrarias no pueden ser verdaderas simultáneamente, para definir esta operación únicamente alude a la verdad y no a la falsedad. El comportamiento de las fórmulas en relación a la falsedad necesita ser especificado para distinguir a la contrariedad y la contradicción. Por esa razón nuestra definición es la siguiente:

Con: *La operación de Contrariedad se satisface entre dos proposiciones que no pueden ser simultáneamente verdaderas, pero sí pueden ser simultáneamente falsas.*

En este caso completamos la definición aristotélica con la alusión a la falsedad, lo único que tenemos que considerar es cuál es el comportamiento de la falsedad en esta operación, ya que el comportamiento de la verdad ya ha sido analizado. Aceptar que pueden ser falsas de manera simultánea significa que tanto $\sigma^e(Axy) = f$ como $\sigma^e(\neg Ixy) = f$ pueden satisfacerse al mismo tiempo. Esto quiere decir que no hay incompatibilidad entre el hecho de que la extensión de x no esté incluida en la extensión de y , $x_e \not\subseteq y_e$, y ambas extensiones no sean disyuntas $x_e \cap y_e \neq \emptyset$. Que no sean disyuntas significa que tienen elementos en común, pero que tengan elementos en común no significa que sean todos los elementos de x ¹³, ya que puede haber elementos de la extensión de x que no estén en la extensión de y , así como elementos de x que sí estén en la extensión de y .

Finalmente, Aristóteles no formula de manera explícita la definición de subcontrariedad, pero sí menciona que ésta se establece con “las contradictorias de las contrarias”, y ofrece un vínculo con la verdad. Por esta razón sólo complementaremos esta definición que formulamos como sigue:

Sub: *La operación de Subcontrariedad se satisface entre dos proposiciones que sí pueden ser verdaderas simultáneamente, pero no pueden ser falsas simultáneamente.*

En el sistema *Aris* hemos analizado las condiciones de verdad de esta definición, el vínculo con la falsedad se establece como sigue. De acuerdo a nuestra definición no pueden ser ambas falsas simultáneamente, esto implica que $\sigma^e(\neg Axy) = f$ y $\sigma^e(Ixy) = f$ son irreconciliables. En otras palabras, tanto el hecho de que la extensión de x esté incluida en la extensión de y , $x_e \subseteq y_e$, y el hecho de que las extensiones sean disyuntas, $x_e \cap y_e \neq \emptyset$, no pueden coincidir, en otras palabras, sólo uno de ambos hechos debe ser el caso.

Finalmente, Aristóteles considera a las aserciones singulares como susceptibles de soportar algún tipo de oposición, el texto es muy ambiguo y problemático, y la interpretación que damos se basa en el uso del término “contradicción”, y en la frase “cada una de las dos ha de ser verdadera o falsa”, el texto es (17b 26 - 29)

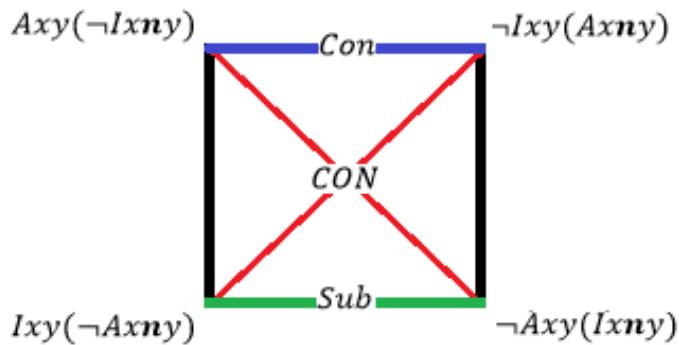
¹³ Si así fuera la extensión de x estaría incluida en la de y .

Así, pues, en todas las que son contradicciones universales de los universales, necesariamente cada una de las dos ha de ser verdadera o falsa, y también en todas las que versan sobre lo singular, v. g.: *es Sócrates blanco – no es Sócrates blanco*.

Podemos pensar que lo que Aristóteles quiere decir es que las proposiciones singulares soportan la operación de contradicción, esto es, no pueden ser verdaderas simultáneamente, ni falsas paralelamente. Interpretando este hecho en el sistema *Aris* obtendremos el siguiente par: ax opuesta a anx . Usamos la negación predicativa, ya que la negación proposicional sólo es usada para las expresiones universales, puesto que dicha negación limita o explicita la extensión de los términos todo, alguno, etc. De acuerdo a la semántica del sistema *Aris* obtenemos los siguientes casos:

- 1a) $\sigma^e(ax) = v$ ssi $a_e \subseteq x_e$
- 1b) $\sigma^e(ax) = f$ ssi $a_e \not\subseteq x_e$
- 2a) $\sigma^e(anx) = v$ ssi $a_e \not\subseteq x_e$
- 2b) $\sigma^e(anx) = f$ ssi $a_e \subseteq x_e$

Si ambas fuesen simultáneamente verdaderas (los casos 1a y 2a), sería el caso que la extensión de la sustancia primaria vinculada a a , (Sócrates) está y no está incluido en la extensión de la sustancia secundaria vinculada a x . En otras palabras, el objeto *Sócrates*, pertenece a la extensión x_e de la sustancia secundaria *hombre*, y simultáneamente no pertenece a la extensión x_e de la sustancia secundaria *hombre*. Por otro lado, si ambas fuesen falsas simultáneamente, se satisfacen los casos 1b y 2b, y esto significa, del mismo modo, que el objeto *Sócrates* es y no es un elemento de la extensión x_e de la sustancia secundaria *hombre*. Por esta razón, las aserciones singulares satisfacen la operación de contradicción, y no la de contrariedad, ni la de subcontrariedad. Finalmente, si ordenamos estas relaciones,



podemos generar un cuadrado de oposiciones, que se completa adjuntando la relación de subalternación. El significado de esta última relación es, si la fórmula Axy es verdadera, la fórmula Ixy debe, necesariamente, ser verdadera.

Utilizamos el color azul para *Con*, el verde para *Sub*, en rojo para *CON*, y el negro para la subalternación¹⁴.

Con esto concluimos el tratamiento aristotélico del concepto de oposición como trasfondo del problema de los futuros contingentes. Este problema surge al intentar establecer de qué forma se oponen expresiones singulares vinculadas a estados de cosas futuros preservando las definiciones anteriores. Ahora, en el siguiente capítulo, adaptaremos todos estos elementos para abordar el problema y hacer una presentación formal de la aporía que motiva a Aristóteles a establecer algunas ideas interesantes, referentes al tiempo, la verdad, y la necesidad.

¹⁴ La idea proviene de Beziau (2003).

3 EL PROBLEMA DE LOS FUTUROS CONTINGENTES DESDE LA ÓPTICA DE LA OPOSICIÓN

3.1 La formulación tradicional del problema

3.1.1 Introducción

Una de las principales dificultades al intentar interpretar el capítulo *IX* del *PH*, es la multiplicidad de argumentaciones conectadas, Aristóteles divide en varias etapas el análisis de la aporía que ahí presenta. Intentar abordar la discusión implica considerar de manera paralela varios presupuestos nada explícitos. La multiplicidad de cuestiones ahí planteadas provoca que no se tenga claro, a primera vista, cuál es el objetivo principal de Aristóteles en ese capítulo. Esto ha provocado que surjan muchas interpretaciones que al omitir, o privilegiar alguna cuestión específica, se desvíen a otros problemas secundarios, y desde nuestra perspectiva, no profundizan en el problema planteado por Aristóteles, ni en la respuesta que él establece.

Nuestra tesis es que el problema que Aristóteles plantea no tiene nada que ver, de manera directa, con la verdad, y mucho menos (o tal vez de manera superficial) con el determinismo. Estos temas los trata por separado en la *Metafísica* y en la *Ética a Nicómaco*, respectivamente. Es posible que estén conectados de un modo con esta cuestión, pero sólo son partes de la discusión principal.

El objetivo de Aristóteles en el capítulo *IX* del *PH* es establecer las condiciones bajo las cuales proposiciones con verbo en futuro se oponen. Si recordamos, hemos definido tres modos de oposición: *contradicción*, *contrariedad*, y *sub-contrariedad*. Si nuestra tesis es correcta, lo que Aristóteles plantea es que las oraciones singulares con verbo en futuro opuestas, no satisfacen ninguna de las tres formas que hasta ahora hemos definido. Esto puede significar al menos dos cosas: 1) que este tipo de oraciones generen una nueva operación de oposición diferente de las tres definidas, o 2) que las oraciones singulares con verbo en futuro opuestas satisfagan una de las tres operaciones de oposición, pero, con algunas restricciones o modificaciones.

La primera opción nos parece poco plausible, ya que en toda la obra Aristotélica no hay indicios de un modo distinto de oposición lógica. Nos inclinamos más por la opción dos, y parte de la justificación de nuestra inclinación será lo expuesto al final de este capítulo, en

donde presentaremos un hexágono de oposiciones en el que se visualiza nuestra propuesta. Por ahora sólo diremos que esta tesis tiene a su favor a la teoría de la oposición como antecedente, que justamente se expone en el *PH*, en los capítulos anteriores al *IX*, y que hemos revisado en el capítulo anterior. Por esa razón creemos que la teoría de oposición es la preparación del terreno a la exposición de la aporía sobre proposiciones singulares con verbo en futuro¹⁵.

Si Aristóteles concluye o no su análisis no es del todo claro, ya que, como veremos, deja muchos vacíos en su exposición que deben ser completados con otras partes de sus teorías. Consideramos que el concepto clave en esta discusión es el de oposición, más que el de verdad, incluso más que los Principios de Bivalencia y Tercio Excluido, considerados a veces el núcleo de la discusión. Partiremos de lo que Jaakko Hintikka denomina la “interpretación tradicional” (*Hintikka*, 1998: 50 - 60), y describiremos lo que, bajo esta interpretación, es el problema clave en *PH IX*.

3.1.2 El problema

John MacFarlane en (2003) presenta una formulación del problema, que a simple vista parece muy sencilla y contundente:

MF) Supóngase que el mundo es objetivamente indeterminista. En algunos posibles futuros, hay una batalla naval mañana. En otros, no la hay. ¿Cómo debemos evaluar una aserción (realizada ahora) de la oración “Habrá una batalla naval mañana”?¹⁶

Compárese con la formulación de P. Øhrstrøm y P. F. Hasle:

Ø) Lo central en la discusión es la cuestión de cómo interpretar los dos siguientes enunciados:

“Mañana habrá una batalla naval”

“Mañana no habrá una batalla naval”¹⁷

¹⁵ Entrelazado con otras cuestiones, como la oposición en oraciones modales por ejemplo, que de hecho es algo que también se vincula con el problema que aquí analizamos, aunque no de manera directa.

¹⁶ “Suppose that the world is objectively indeterministic. In some possible futures, there is a sea battle tomorrow. In others, there is not. How should we evaluate an assertion (made now) of the sentence “There will be a sea battle tomorrow”.” (*MacFarlane*, 2003: 321).

¹⁷ “Central to the discussion is the question of how to interpret the following two statements: “Tomorrow there will be a sea-fight”.

“Tomorrow there will not be a sea-fight”.” (*Øhrstrom y Hasle*, 1995: 10).

La formulación de Robin Smith es similar a las dos anteriores:

S) ¿Es la oración “habrá una batalla naval mañana” ahora verdadera o falsa?¹⁸

La primera de estas formulaciones es la más compleja y la que consideramos que nada tiene que ver con el texto original del Estagirita¹⁹. Aristóteles nunca habla de “futuros posibles”, ni mucho menos aceptaría una posición ramificada del tiempo²⁰.

Lo que tienen en común las tres formulaciones es que aluden a dos partes específicas del capítulo: *18 b 25* y *19 a 30*. En dichas partes se usa el ejemplo de la batalla naval futura, aunque podríamos prescindir del ejemplo tal y como está formulado y hablar, digamos, de un partido de fútbol, o de la tercera guerra mundial. Algo que no está explícito en los fragmentos citados, a excepción de *MF*, es que la proposición en cuestión entra en conflicto con un presupuesto metafísico importante en la filosofía de Aristóteles, esto es, la idea de que el mundo es indeterminado. Si denominamos a esta posición *Indeterminismo metafísico*, una posible formulación sería:

In) Las cosas son lo que son, pero no por necesidad²¹

En este sentido la formulación *MF* tiene una ventaja sobre las dos restantes, en ella sí está implícito de manera compacta que la oración en cuestión entra en conflicto con *In*²². No es claro en todo el *corpus* aristotélico cómo simbolizar la proposición “Habrà una batalla naval mañana” o la proposición “hay una batalla naval”²³, parece una constante, tiene significado fijo. Por esa razón usaremos la variable φ para dicha oración en futuro.

El problema consistiría en considerar que hay algo erróneo en el hecho de asignar un valor de verdad a φ o a su negación $\neg\varphi$, pues, realizar esto desemboca en el rechazo de *In*. Pondremos esto de manera simple. Asumamos que φ es verdad, esto significa que el

¹⁸ “... Is the sentence “There will be a sea battle tomorrow” now true or false?” (Smith, 1999: 46).

¹⁹ Pero, a pesar de que no se conecta con la formulación aristotélica, sí se conecta con la interpretación Peirceana y Ockhamista, como veremos.

²⁰ Más adelante presentaremos una adecuada formulación del tiempo en Aristóteles.

²¹ *PH 18 b 5 – 10*. Aunque en dicho texto se presenta una formulación de la tesis opuesta, el determinismo. Aun así decidimos extraer de ahí nuestra definición agregando una negación.

²² A pesar de que este hecho no está implícito en (*Øhrstrom y Hasle*, 1995: 10) hay una alusión a un fragmento en donde se concluye justamente el principio *IM*). Smith sólo sugiere que la oración “Habrà una batalla naval mañana” genera el debate entre la aceptación de *IM*) y su rechazo.

²³ Ya que podemos depender de este ejemplo, puesto que lo relevante aquí es que se trate de una oración sobre el futuro, más adelante usaremos otro ejemplo del cual podemos extraer fácilmente una simbolización adecuada.

contenido de φ , se vincula de manera necesaria con un hecho, en este caso una batalla naval que sucederá mañana. Como φ indica algo que sucede en el futuro, ese hecho inevitablemente debe ser el caso, asumiendo que φ es verdadera. Si asumimos por otro lado que φ es falsa, el hecho con el cual su contenido se vincula no debe ser el caso. Algo análogo sucede con $\neg\varphi$. Ambas alternativas llevan a considerar que si deseamos asignar un valor de verdad a la proposición en cuestión, se genera un conflicto con la intuición *In*. Hay un presupuesto adicional en esta formulación, el Principio de Bivalencia:

PB) Una proposición es o verdadera o falsa.

Como *PB* entra en conflicto con *In* debemos decidir cuál de los dos principios preservar. Si optamos por *PB* aceptamos el determinismo, ya que la cancelación de *In* implica que todo lo que es, es por necesidad. Y si aceptamos *In* debemos de dar cuenta de cuál es la correcta interpretación de oraciones similares a φ , esto es, tal y como \emptyset) establece ¿cómo interpretar φ y su negación?

Consideremos brevemente el vínculo entre el *PB* e *In*. Como hemos visto hay tres tipos de oposición (*Con*, *Sub*, y *CON*), aplicar alguno de estos tres tipos de oposición a proposiciones con verbo en presente o pasado no presupone problema alguno, puesto que, o conocemos el hecho al que se refiere la proposición en cuestión, pues es algo que sucede en el momento presente, o el hecho ya ha sucedido, ambas cosas son suficientes para establecer la verdad o falsedad de dichas proposiciones.

En el caso de proposiciones con verbo en futuro, el hecho al que se refieren dichas proposiciones es desconocido para nosotros, y por esa razón no podemos establecer la verdad o falsedad de alguna proposición con verbo en futuro. Por ello, si no podemos establecer ni la verdad y ni la falsedad de una proposición o su negación, tampoco podemos establecer las condiciones bajo las cuales se opone una proposición con verbo en futuro y su negación. Si no podemos establecer las condiciones bajo las cuales se oponen un par de proposiciones con verbo en futuro, cancelamos el *PB*, ya que no sería verdadero que una proposición es o verdadera o falsa. Pero si queremos preservar el *PB*, los hechos a los que aluden las proposiciones con verbo en futuro deberían necesariamente ser el caso, porque sólo de esa manera podríamos asignar un valor de verdad a dichas oraciones. Esto último significa que las cosas que sucederán en el futuro deben suceder por necesidad, una tesis que se opone a

In. Por otro lado, hay quienes²⁴ piensan que en lugar de *PB*, Aristóteles rechaza el Principio de Tercio Excluido:

PTE) Una proposición representada por la fórmula φ y su negación $\neg\varphi$ no pueden ser falsas a la vez.

Quienes admiten esto presuponen que el *PTE* entra en conflicto de alguna manera con la tesis indeterminista, por esa razón debe ser rechazado. Una correcta interpretación de la aporía exige que se formulen de manera explícita ambos principios y que se justifique su conexión con *In*. Como vimos en el capítulo anterior, el sistema *Aris* es una excelente herramienta de análisis. En este caso usaremos ese sistema para elaborar una correcta formulación de estos dos principios.

3.2 Los dos principios: el hexágono de oposición y la solución tri-valuada

3.2.1 La correcta formulación de los principios

La formulación que presentamos del *PB* ha sido:

PB) Una proposición es o verdadera o falsa.

Siguiendo a Béziau²⁵ (2003) podemos establecer que esta formulación presupone dos enunciados que simultáneamente forman *PB*, y son:

PB1) Una proposición debe ser o verdadera o falsa, alguno de los dos.

PB2) Una proposición no puede ser verdadera y falsa a la vez.

Si recordamos la semántica del sistema *Aris*, definimos una función que asigna valores de verdad a fórmulas que denotamos con $\sigma^e: \mathbf{A}\pi\mathbf{o} \mapsto \{v, f\}$. El *PB* puede considerarse como un principio que controla el comportamiento de esta función, ya que este principio nos dice cómo las proposiciones se relacionan con los valores de verdad, y esta relación, justamente la establece la función σ^e . Por esta razón las siguientes tres condiciones tomadas de manera simultánea pueden considerarse como equivalentes al *PB*:

PBa) El conjunto de valores de verdad está limitado a dos valores.

PBb) Esos dos valores son *verdadero* y *falso*.

²⁴ Bochenski (1987) y Smith (1999).

²⁵ En las siguientes partes seguimos de cerca la formulación de Béziau en “Bivalence Excluded Middle and Non Contradiction” (Béziau, 2003).

PBc) σ^e es una *función total*.

La primeras dos condiciones son obvias. La condición *PBc* debe analizarse con cuidado. Que la función σ^e sea total significa que los elementos del dominio (**Απo**) no pueden quedar sin ser vinculados con algún elemento del co-dominio ($\{v, f\}$), y además, cada elemento del dominio no puede vincularse con más de un elemento del co-dominio. En otras palabras, que la bivaluación sea una *función total* significa que toda fórmula debe de tener uno de los dos valores de verdad, y sólo uno. A partir de esto podemos formular el *PB* como sigue:

PBn) σ^e es una función total, cuyo dominio es el conjunto de oraciones **Απo**, y cuyo co-dominio es el conjunto de valores de verdad $\{v, f\}$.

Una característica importante de esta formulación es la ausencia de alusión al concepto de *negación*, tal y como menciona el lógico francés (*Béziau*, 2003: 78). Esta es una diferencia importante que tiene el *PB* con los Principios de Tercio Excluido y No Contradicción. Gracias a esta diferencia, podemos considerar al *PB* como un principio metalógico, más que un principio lógico, pues considera a la negación pero no como conectiva, sino como función de verdad. Por otro lado, los dos restantes principios sí resultarían ser principios lógicos, ya que la negación es considerada en ellos en tanto que conectiva. Ahora analicemos el *PTE* y el *PNC*. La formulación de Aristóteles es:

PTE-A) No puede darse un término intermedio entre los contradictorios, sino que necesariamente se ha de afirmar o negar uno de ellos, sea el que sea, de una misma cosa²⁶.

En primer lugar, Aristóteles en su formulación considera *términos*, y no oraciones declarativas. Si recordamos su clasificación sintáctica, podemos concluir que se refiere a verbos. Las afirmaciones y negaciones se componen de un nombre y un verbo, y en el caso de las negaciones un verbo indefinido. La formulación aristotélica indica que entre los dos verbos que forman oraciones contradictorias, no puede haber uno que sea intermedio, esto significa que “se ha de afirmar o negar uno de ellos”, es decir, no pueden ser ambos falsos simultáneamente. Nuestra formulación previa fue:

²⁶ (*Met. 1011 b 24 – 25*). Trad. CM.

PTE) Una proposición representada por la fórmula φ y su negación $\neg\varphi$ no pueden ser falsas a la vez.

Tomando en cuenta estas dos formulaciones, y adaptándolas al sistema *Aris* podemos expresar ambas de la siguiente forma, siguiendo lo que nos dice Béziau (Ibíd.: 79):

Sean φ y $\neg\varphi$ un par de fórmulas contradictorias, tenemos que:

Para toda bivaluación σ^e , si $\sigma^e(\varphi) = f$, entonces $\sigma^e(\neg\varphi) = v$

Para toda bivaluación σ^e , si $\sigma^e(\neg\varphi) = f$, entonces $\sigma^e(\varphi) = v$

Es decir, siempre que φ es falsa, $\neg\varphi$ debe ser verdadera; y siempre que $\neg\varphi$ es falsa, φ debe ser verdadera. Estas condiciones pueden expresarse con ayuda de una conectiva que podemos definir a partir de la operación de conjunción por medio de las siguientes equivalencias:

$$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) =_{df} \varphi \vee \psi$$

$$\neg(\varphi \wedge \neg\psi) =_{df} \neg\varphi \vee \psi$$

$$\neg(\neg\varphi \wedge \psi) =_{df} \varphi \vee \neg\psi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) =_{df} \neg\varphi \vee \neg\psi$$

El significado es claro, si la negación está fuera de una fórmula tal que es una conjunción, la negación se distribuye y se intercambia el operador. Mediante estas equivalencias podemos reformular el *PTE* como sigue:

LTE) Para toda bivaluación σ^e , $\sigma^e(\varphi \vee \neg\varphi) = v$

Esto significa que $\varphi \vee \neg\varphi$ es una *verdad lógica*, independientemente de la atribución de valores para φ la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$ es siempre verdadera. Que una fórmula sea verdad lógica significa que, dada una **sem** = $\langle A, \mathfrak{I} \rangle$ del lenguaje A , tenemos que la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$ es verdadera bajo cualquier interpretación \mathfrak{I} . Otra manera de entender esto es considerando la relación de consecuencia \models . Para todo conjunto de fórmulas del lenguaje P , siempre es el caso que $P \models \varphi \vee \neg\varphi$. En otras palabras, la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$ es implicada por cualquier conjunto de fórmulas²⁷. De manera análoga podemos formular el Principio de No contradicción como sigue:

²⁷ Esto no excluye que el conjunto sea vacío.

PNC) Una proposición representada por la fórmula φ y su negación $\neg\varphi$ no pueden ser verdaderas a la vez.

En el sistema *Aris* esta formulación puede describirse por medio de las siguientes condiciones. Sean φ y $\neg\varphi$ un par de fórmulas contradictorias, tenemos que:

Para toda bivaluación σ^e , si $\sigma^e(\varphi) = v$, entonces $\sigma^e(\neg\varphi) = f$

Para toda bivaluación σ^e , si $\sigma^e(\neg\varphi) = v$, entonces $\sigma^e(\varphi) = f$

En este caso la condición impide que la bivaluación σ^e atribuya a una fórmula el valor verdadero, y de manera simultánea el valor falso, esta condición no cancela el hecho de que ambas puedan ser falsas a la vez. Como en el caso del *PTE*, el *PNC* puede reinterpretarse con una fórmula del siguiente modo:

LNC) Para toda bivaluación σ^e , $\sigma^e(\neg(\neg\varphi \wedge \varphi)) = v$

Esto significa que $\neg(\neg\varphi \wedge \varphi)$ es una verdad lógica en el sistema *Aris*, y al igual que con la *LTE*, toda bivaluación la hace verdadera, independientemente de la atribución de valores que reciba la fórmula φ . Hay que resaltar que usamos las etiquetas *PNC* y *PTE* para referirnos a los principios informales de no contradicción y tercio excluso, respectivamente. Por otro lado, usamos las etiquetas *LNC* y *LTE* para referirnos a fórmulas específicas que adquieren el grado de ley (o verdad) lógica. Para justificar este hecho podemos considerar las siguientes razones: a) la ausencia de ambigüedad sintáctica de los signos del lenguaje del sistema *Aris*, además, b) las definiciones de los operadores, y c) la aceptación del *PBn*.

Por medio de estas formulaciones podremos comprender con exactitud las interpretaciones que hemos mencionado anteriormente. Si asumimos que Aristóteles rechaza el *PB*, debemos establecer cómo debe entenderse ese rechazo a la luz de las cláusulas *PBa* – *PBc*. Si rechaza el *PTE*, debemos analizar qué significa que $\varphi \vee \neg\varphi$ deje de ser una verdad lógica. A continuación presentamos estas dos interpretaciones, sus consecuencias, y algunas críticas.

3.2.2 El hexágono de oposición y el *PTE*

Las siguientes son, de acuerdo con Bochenski, formulaciones correctas del *PTE*:

1. Sea *ser bueno* aquello sobre lo que ponemos A, *no ser bueno* aquello sobre lo que ponemos B..., se dará en cada cosa, o bien A, o bien B, y nunca ambos en la misma cosa²⁸.
2. Así, pues, en las cosas que son y que fueron, es necesario que o la afirmación o la negación sea verdadera o falsa; y de las contradictorias sobre universales como universales siempre la una ha de ser verdadera y la otra falsa²⁹.
3. Ahora bien, si lo que es verdadero decirlo no es otra cosa que lo que es falso negarlo, es imposible que todas las cosas sean falsas, ya que uno u otro miembro de la contradicción es necesariamente verdadero³⁰.

Bochenski menciona que Aristóteles presupone la validez universal de este principio de manera constante, y además dedica todo un capítulo del libro *Γ* de la *Metafísica* (en adelante *Met.*) a su justificación (Bochenski, 1985: 75). Pero su análisis de este principio concluye con una referencia al capítulo *IX* del *PH*, donde, de acuerdo con Bochenski, Aristóteles pone en duda la validez universal del *PTE*, puesto que, el Estagirita no admite su aplicación respecto de los futuros contingentes (Ídem.).

En primer lugar, el fragmento de Aristóteles al que Bochenski alude no contiene explícitamente un rechazo a ningún principio³¹. Lo único que es claro en dicho fragmento es que a partir de cierta información podemos concluir que nada sucede por azar, es decir, que se rechaza el principio *In*, aunque no es claro a partir de qué se concluye eso. Para concluir que Aristóteles rechaza $\varphi \vee \neg\varphi$ como verdad lógica, sería necesario aceptar el presupuesto de que Aristóteles rechaza el determinismo, y aun así se debería contextualizar el fragmento.

32

Para Smith las siguientes pueden ser formulaciones correctas del *PTE*:

²⁸ *An. Pr. A, 46, 51 b 36 – 40*. Esto más bien correspondería al principio de exclusión defendido en la *Metafísica* (*Met. 1005 b 20. Trad. GY*), más que al *PTE*.

²⁹ *PH, 18 a 28 – 31*.

³⁰ *Met. IV, 1012 b 10 – 13. Trad. CM*.

³¹ “Si es verdad decir de algo que es blanco o que no es blanco, es preciso que sea blanco o que no sea blanco..., y es entonces necesario que sea verdadera la afirmación o la negación. Nada hay en consecuencia y nada será ni sucederá nada por acaso o al azar... sino que todo es por necesidad y no por acaso... Es por consiguiente claro que en toda oposición (contradictoria) la afirmación o la negación es necesariamente verdadera (y) falsa la otra (de ellas): pues, si se trata de los no entes, que pueden ser y no ser, no es lo mismo que respecto de los entes.” (Bochenski, 1987: 75).

³² Consideramos que el fragmento incompleto no logra establecer el vínculo necesario entre *PTE* e indeterminismo, como para aceptar que el Estagirita cancele el *PTE*. Bochenski deja esta tarea inconclusa, pero en la última parte de capítulo describiremos la estrategia que sigue Aristóteles y contextualizaremos dicho fragmento.

- 1 p y su negación agotan entre ellas todas las posibilidades lógicas, o p o su negación debe ser verdadera³³.
- 2 Si p es verdadera, su negación es falsa, y si la negación de p es verdadera, entonces p es falsa³⁴.
- 3 Para toda proposición p , o p o su negación debe ser el caso³⁵.

Estas formulaciones pueden corresponder con las presentadas en la sección anterior. La a) puede entenderse como estableciendo que φ y $\neg\varphi$ no pueden ser ambas falsas. La formulación b) corresponde más al *PNC*. Y c) con algunas modificaciones corresponde a nuestra formulación.

Aunque estas formulaciones aparecen en algunas partes de la obra del Estagirita, no hay una referencia explícita al hecho de que $\varphi \vee \neg\varphi$ deje de ser una verdad lógica a causa del determinismo, es decir, Aristóteles nunca establece que dos oraciones contradictorias puedan ser falsas a la vez, a costa de evitar el determinismo.

Algo que, tanto Smith³⁶ como Bochenski³⁷ mencionan y que consideramos correcto, es que el supuesto rechazo del *PTE* no está conectado con la silogística, y por esa razón no es incompatible que por un lado cancele el *PTE* y por otro en su sistema silogístico $\varphi \vee \neg\varphi$ pueda ser una verdad lógica. A pesar de ello, consideramos que la discusión está más conectada con la teoría de la oposición, y por esa razón, no es posible que Aristóteles cancele el *PTE*. Para justificar esto debemos mostrar el vínculo entre el principio aludido y la teoría de la oposición.

Para comparar las operaciones de oposición con los principios *PTE* y *PNC*, necesitamos varias cosas. En primer lugar presentaremos las condiciones de verdad de las conectivas del lenguaje *Aris*. Sean φ, ψ dos fórmulas pertenecientes al lenguaje de *Aris*, tenemos que:

- 1 $\sigma^e(\neg\varphi) = v$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = f$
- 2 $\sigma^e(\neg\varphi) = f$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = v$

³³ “ p and its denial exhaust between them all the logical possibilities, either p or its denial must be true”. (Smith, 1999: 44)

³⁴ “If p is true, then its denial is false, and if p 's denial is true, then p must be false”. (Ibíd.). Esta formulación se refiere más a la exhaustividad que mantienen los valores de verdad que a una ley lógica, o un principio metafísico, epistémico, o semántico.

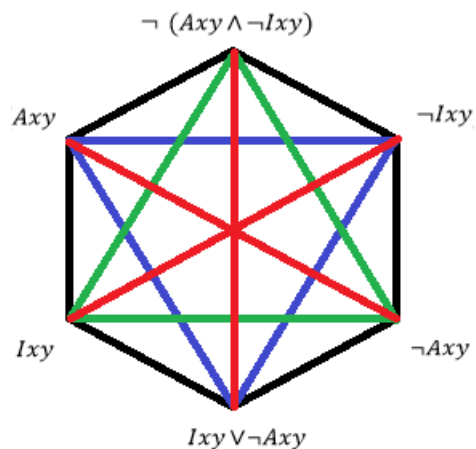
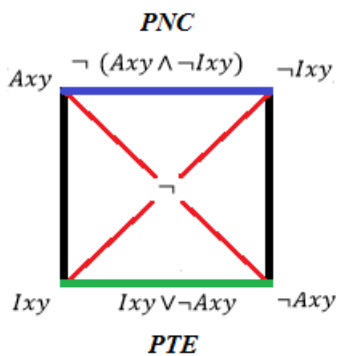
³⁵ “For any proposition p , either p or its denial must be the case” (Ibíd.)

³⁶ (Smith, 1999: 44).

³⁷ (Bochenski, 1987: 75).

- 3 $\sigma^e(\varphi \wedge \psi) = t$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = t$ y $\sigma^e(\psi) = t$
- 4 $\sigma^e(\varphi \wedge \psi) = f$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = f$ o $\sigma^e(\psi) = f$
- 5 $\sigma^e(\varphi \vee \psi) = t$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = t$ o $\sigma^e(\psi) = t$
- 6 $\sigma^e(\varphi \vee \psi) = f$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = f$ y $\sigma^e(\psi) = f$
- 7 $\sigma^e(\varphi \rightarrow \psi) = t$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = f$ o $\sigma^e(\psi) = t$
- 8 $\sigma^e(\varphi \rightarrow \psi) = f$, si y sólo si, $\sigma^e(\varphi) = t$ y $\sigma^e(\psi) = f$

La primeras dos condiciones definen el comportamiento de la negación. Si $\neg\varphi$ es verdadera, φ debe ser falsa, y si $\neg\varphi$ es falsa, φ debe ser verdadera. Las siguientes condiciones definen el comportamiento de la conjunción \wedge , y de la disyunción \vee . Cuando $\varphi \wedge \psi$ es verdadera, φ y ψ deben ser verdaderas simultáneamente. Cuando $\varphi \wedge \psi$ es falsa, uno de los dos (o ambos) φ o ψ es (son) falso. En otras palabras, una conjunción es falsa si al menos uno de sus dos elementos lo es, y es verdadera, si ambos elementos de la conjunción son verdaderos. Por otro lado, cuando $\varphi \vee \psi$ es verdadera, al menos uno de sus elementos (o ambos) debe serlo, y cuando es falsa, los dos elementos de la disyunción φ y ψ , deben ser falsos. Es decir, una disyunción es verdadera si uno de sus dos disyuntos lo es, y es falsa si ambos disyuntos lo son. Las últimas dos condiciones corresponden al condicional. La primera establece que $\varphi \rightarrow \psi$ es verdadera si φ es falsa, o ψ es verdadera. Y la segunda establece que un condicional es falso cuando φ es verdadera y ψ es falsa. Para compararlas con las operaciones de oposición las ordenaremos en un diagrama cuadrangular.



La línea azul representa la operación de contrariedad, la verde la operación de subcontrariedad, y la roja la operación de contradicción. Y además el diagrama muestra las equivalencias con fórmulas con negación interna. Las condiciones que se señalan con la

operación de contradicción corresponden a las condiciones de verdad de la negación. La operación de contrariedad puede describirse con la *LNC*, y la operación de subcontrariedad puede describirse con la *LTE*, y así formar el cuadrado que muestra la imagen.

Este cuadrado describe las mismas operaciones que el cuadrado que presentamos al final del capítulo anterior, en ese sentido muestra como los principios satisfacen las condiciones de verdad indicadas por las operaciones de oposición. Finalmente, podemos ordenar las fórmulas y conseguir un hexágono.

Por esta razón, podemos establecer que la teoría de oposición presupone ambos principios. De acuerdo con esta tesis, parece implausible suponer que Aristóteles cancele el *PTE*. Bochenski menciona que siempre lo presupone y sólo en el *PH* lo pone en duda a causa de su incompatibilidad con el Principio de Indeterminismo. Consideramos que Aristóteles no pone en duda ni rechaza el *PTE*, ya que es equivalente a su definición de subcontrariedad, y las fórmulas involucradas en el problema son contradictorias, no subcontrarias. Lo que sí parece hacer es rechazar el *PBn*, analicemos esta opción.

3.2.3 El *PB* y la solución *tri-valuada*

Jan Łukasiewicz en su artículo Sobre el Determinismo (Łukasiewicz, 1975) analiza, entre otras cosas, el problema de los futuros contingentes; su posición es abiertamente indeterminista. El lógico polaco menciona que a partir de su rechazo al determinismo ideó un sistema de lógica que viola la mayoría de los principios aristotélicos, dicho sistema comúnmente se denomina \mathcal{L}_3 ³⁸. De acuerdo con Łukasiewicz, Aristóteles es un indeterminista como él, y por esta razón cancela el principio de bivalencia para socavar la aceptación del indeterminismo. A continuación exponemos brevemente la interpretación del lógico de Lwów.

3.2.3.1 Łukasiewicz sobre el Principio de Bivalencia

Łukasiewicz presenta en su artículo (Ibíd.: 23) las siguientes definiciones informales:

L-CON) Dos enunciados de los que uno es la negación de otro se llaman contradictorios.

L-PNC) Dos enunciados contradictorios no son verdaderos a la vez.

L-PTE) Dos enunciados contradictorios no son falsos a la vez.

³⁸ (Łukasiewicz, 1975: 18 - 19)

Estas definiciones informales corresponden con las nuestras, a excepción de *L-CON*, ya que, como hemos visto, dos oraciones son contradictorias si no pueden ser simultáneamente verdaderas, ni simultáneamente falsas. En este sentido la operación de contradicción se genera entre dos fórmulas, tales que una niega lo que la otra afirma, y dichas fórmulas preservan las dos leyes *LNC* y *LTE*. La formulación de Łukasiewicz puede considerarse equivalente si se asume que él presupone que las oraciones contradictorias satisfacen dichas leyes simultáneamente.

Considerando esto, la formulación que presenta del problema de *PH IX* es la siguiente:

¿Acaso todo lo que ha de suceder y de ser verdadero en algún tiempo futuro es verdadero ya hoy, y ha sido verdadero desde toda la eternidad? (...) La intuición en este caso no nos sirve, y el problema se hace controvertido. El determinismo responde a la cuestión afirmativamente, y el indeterminismo con una negativa. Por determinismo entiendo la creencia en que si *A* es *b* en el instante *t* es verdad en cualquier instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*. (Ibíd.: 22)

De acuerdo con Łukasiewicz, lo que Aristóteles discute en el *PH IX* es el debate entre dos posiciones: determinista e indeterminista. La aporía tiene como base responder a la cuestión de cómo evaluar oraciones singulares con verbo en futuro emitidas ahora. Aristóteles nos ha dado varias reglas para evaluar oraciones emitidas ahora con verbo en presente o en pasado, baste recortar las operaciones de oposición. Pero la aporía surge al aplicar el mismo criterio para oraciones con verbo en futuro.

Consideremos dos proposiciones representadas por las fórmulas φ y $\neg\varphi$, que satisfacen la definición *L-CON*. Si son contradictorios el hecho de que tengan verbo en futuro es irrelevante, ya que uno es la negación del otro, y por ello satisfacen la definición de Łukasiewicz. Si satisfacen *L-CON*, deben de satisfacer los dos principios *L-PNC* y *L-PTE*. Si consideramos al principio *L-PTE* como como una contrapartida informal de *LTE*, la posición que analizamos anteriormente considera que este tipo de oraciones cancelan *L-PTE*. Łukasiewicz por el contrario, consideraba – al igual que nosotros- que Aristóteles preserva ambos principios, ya que estos no tienen incidencia en la discusión sobre el determinismo. En el siguiente fragmento podemos encontrar la justificación que ofrece Łukasiewicz:

En el famoso capítulo 9 del *De Interpretatione*, Aristóteles parece haber llegado a la conclusión de que la alternativa “o bien habrá una batalla naval mañana o bien no habrá una batalla naval mañana” es ya verdadera y necesaria hoy, pero ni es verdadero hoy que “habrá una batalla naval mañana” ni que “no habrá una batalla naval mañana”. (Ibíd.: 31)

Łukasiewicz se refiere al fragmento (*PH 19 a 30 – 33*). La lectura de Łukasiewicz indica que Aristóteles declara la necesidad de $\varphi \vee \neg\varphi$, donde la variable φ representa la oración “habrá una batalla naval mañana”. Ya que la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$ preserva la condición *L-PTE*, no es posible que Aristóteles rechace dicho principio, pues rechazarlo implicaría rechazar que $\varphi \vee \neg\varphi$ es una verdad lógica. De esto Łukasiewicz concluye que Aristóteles no rechaza el *L-PTE*, sino el *PBn*³⁹. Un vez establecido que Aristóteles pone en duda el *PBn*, Łukasiewicz, generará un sistema de lógica *tri-valuado* que logre ofrecer un modelo adecuado para dar una solución a la aporía. Su estrategia es cancelar el fundamento – que de acuerdo con él- subyace a la aceptación del *PBn*. Considérese el siguiente fragmento:

Como este principio yace en los fundamentos mismos de la lógica, no puede ser demostrado. Sólo se puede creer en él, y sólo el que lo considera evidente cree en él. A mí, personalmente el principio de bivalencia no me parece evidente. Por lo tanto, estoy en el derecho de no reconocerlo, y de aceptar la idea de que además de la verdad y la falsedad existen otros valores de verdad: como mínimo, uno más, un tercer valor de verdad. (Ídem).

Como podemos ver, Łukasiewicz rechaza el *PBn* asumiendo que su aceptación depende de ciertos criterios, como que se le considere evidente. Si para mí dicho principio es evidente, lo acepto como tal. Su sistema de lógica *tri-valuada* puede definirse a partir de la semántica que hemos presentado para el sistema *Aris*. A continuación presentamos las características principales de dicho sistema y la estrategia del lógico polaco para solucionar el problema de los futuros contingentes, para finalizar con un problema que subyace a su solución.

3.2.3.2 El sistema \mathfrak{L}_3 como respuesta al problema de los futuros contingentes

Expondremos el sistema \mathfrak{L}_3 de Łukasiewicz tal y como el filósofo polaco lo formuló en su artículo *Sobre la lógica trivalente* (Ibíd.: 18-19). Łukasiewicz parte de lo que denominaremos una lógica *bi-valuada*. El prefijo *bi-* se refiere al hecho de que la función σ^e tiene como co-dominio un conjunto de dos valores, verdadero y falso. De ahí se sigue que el prefijo *tri-*, *tetra-*, *n-*, se refiera al hecho de que la función σ^e tenga como co-dominio un conjunto con tres, cuatro, o *n* objetos. Łukasiewicz usa una notación especial para expresar sus fórmulas y las relaciones entre valores de verdad. Para abreviar verdadero usa 1, para falso usa 0, además usa el signo \approx para abreviar la operación de identidad, y la relación de implicación

³⁹ “El razonamiento de Aristóteles no socava tanto el principio del tercio excluso como uno de los principios básicos de toda nuestra lógica, que él precisamente fue el primero en formular, a saber, que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa (...) yo llamo a este principio, principio de bivalencia”. (Ibíd.: 32).

la abrevia con \prec . El lógico polaco menciona que las leyes de la lógica aristotélica pueden deducirse únicamente con tres principios, que a continuación presentamos:

1. *Equivalencia*⁴⁰:

<i>De la falsedad</i>	$(0 \approx 0) \approx 1$
<i>De la verdad</i>	$(1 \approx 1) \approx 1$
<i>No de la falsedad</i>	$(1 \approx 0) \approx 0$
<i>No de la verdad</i>	$(0 \approx 1) \approx 0$

2. *Implicación*:

$$(0 < 0) \approx (0 < 1) \approx (1 < 1) \approx 1$$

$$(1 < 0) \approx 0$$

3. *Negación, adición, producto*:

<i>N</i>	$\varphi' \approx (\varphi < 0)$
<i>A</i>	$\varphi + \psi \approx [(\varphi < \psi) < \psi]$
<i>P</i>	$\varphi\psi \approx (\varphi' + \psi)'$

Las variables φ y ψ pueden tomar como valores sólo 1 o 0, y de este modo las leyes se pueden verificar sustituyendo las variables por valores. Por ejemplo, $(1 \approx \varphi) \approx \varphi$ es verdadera ya que $(1 \approx 0) \approx 0$ y $(1 \approx 1) \approx 1$. La comilla ' en φ' , expresa la negación, que se define en la ley *N*.

Hay que notar varias propiedades de la caracterización de Łukasiewicz. En primer lugar, al abreviar los valores de verdad con los números 1 y 0, podemos usar las propiedades aritméticas de estos, y así definir la conjunción y disyunción como producto y suma, respectivamente. Además, al considerar la relación de orden \prec , es posible dar cuenta de la conectiva condicional \rightarrow , que puede considerarse como la relación satisfecha entre una proposición con sujeto universal dicho universalmente, y una oración con sujeto universal no dicho universalmente. En ese sentido, este sistema puede considerarse como una estructura que satisface las mismas operaciones que el sistema *Aris*, y por esa razón, podemos aceptar ambos sistemas como equivalentes.

A partir de estos principios establece que una lógica *tri-valuada* es un sistema de lógica no aristotélica (Ibíd.: 18), en el sentido en que cancela dos de las principales

⁴⁰ Aunque Łukasiewicz utiliza la palabra “identidad”. Nosotros referimos “equivalencia” para evitar la confusión entre ambas operaciones. Él usa el signo = para denotar la identidad, nosotros usaremos \approx para evitar confusión con el símbolo matemático.

propiedades del principio de bivalencia, a saber, que hay únicamente dos valores, y que estos valores son verdadero y falso. Una lógica tri-valuada, por tanto, puede generarse agregando un tercer valor al conjunto de valores de verdad, Łukasiewicz abrevia ese tercer valor con $\frac{1}{2}$, y de acuerdo con él representa a la “posibilidad” (Ídem)⁴¹. Lo siguiente que necesitamos para construir una lógica *tri-valuada* es agregar condiciones que controlen el comportamiento del nuevo valor de verdad. Las siguientes son las condiciones que el lógico polaco presenta:

1. *Equivalencia*: $(0 = \frac{1}{2}) \approx (\frac{1}{2} \approx 0) \approx (1 \approx \frac{1}{2}) \approx (\frac{1}{2} \approx 1) \approx \frac{1}{2}$
 $(\frac{1}{2} \approx \frac{1}{2}) \approx 1$
2. *Implicación*: $(0 < \frac{1}{2}) \approx (\frac{1}{2} < 1) \approx (\frac{1}{2} < \frac{1}{2}) \approx 1$
 $(\frac{1}{2} < 0) \approx (1 < \frac{1}{2}) \approx \frac{1}{2}$

Dichas condiciones toman como fundamento las propiedades aritméticas del 1, el $\frac{1}{2}$, y el 0.

Podemos describir las condiciones de las conectivas con las siguientes tablas.

	-	×	1	$\frac{1}{2}$	0	+	1	$\frac{1}{2}$	0	<	1	$\frac{1}{2}$	0	=	1	$\frac{1}{2}$	0
1	0	1	1	$\frac{1}{2}$	0	1	1	1	1	1	1	$\frac{1}{2}$	0	1	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
0	1	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	1	1	1	0	0	$\frac{1}{2}$	1

Estas tablas representan las condiciones de verdad de las conectivas lógicas, y para considerarlas en el sistema *Aris* únicamente debemos cambiar los símbolos de la suma, producto, y resta, para la negación, conjunción, y disyunción respectivamente. Además hay que agregar dos nuevos símbolos⁴² para las relaciones de orden $<$ e igualdad \approx . Con esas condiciones obtenemos las siguientes tablas.

	\neg	\wedge	v	i	f	\vee	v	i	f	\rightarrow	v	i	f	\leftrightarrow	v	i	f
v	f	v	v	i	f	v	v	v	v	v	v	i	f	v	v	i	f
i	i	i	i	i	f	i	v	i	i	i	v	v	i	i	i	v	i
f	v	f	f	f	f	f	v	i	f	f	v	v	v	f	f	i	v

⁴¹ Jean-Yves Béziau denomina a esto la confusión de Cristóbal Colón. (Béziau, 2002: 474).

⁴² Las condiciones de verdad para esas relaciones fácilmente se deducen de las tablas *tri-valuadas*, a pesar de que el sistema *Aris* no cuenta con la operación de igualdad o equivalencia, es fácilmente deducible a partir de las operaciones de oposición, y de la conectiva conjunción y condicional.

Volvamos a la discusión de la aporía del *PH IX*. Łukasiewicz considera que oraciones con verbo en futuro no son ni verdaderas ni falsas, él consideró que Aristóteles sugiere que se debe cancelar el *PBn* para evitar el determinismo. Podemos interpretar la táctica del lógico polaco como si modificara dos de las tres cláusulas del *PBn* tal y como lo hemos formulado, obteniendo el siguiente principio:

PT) σ^e es una función total, cuyo dominio es el conjunto de oraciones ***Aπo***, y cuyo co-dominio es el conjunto de valores de verdad $\{v, f, i\}$.

Esto quiere decir que la *tri-valuación* preserva el mismo comportamiento de las *bi-valuaciones*, a excepción de que puede relacionar a las fórmulas con un elemento adicional, v. g. *i*, donde *i* representa el tercer valor de Łukasiewicz. A este principio podemos denominarlo *Principio de Trivalencia*. Si la semántica de un sistema de lógica es tal que sus asignaciones de valores σ^e preservan el *PT*, llamaremos a dicha lógica *tri-valuada*⁴³. Para Łukasiewicz una lógica como esta puede ofrecer un modelo correcto de una respuesta indeterminista al problema de los futuros contingentes, veamos cómo.

Sea φ una fórmula que represente la proposición “habrá una batalla naval mañana”. Ya que esa proposición es sobre el futuro ahora no contamos con información necesaria para asignar el valor *v* o el valor *f* a dicha fórmula, por tanto, de acuerdo con Łukasiewicz φ obtendrá el valor de verdad *i*. Del mismo modo la fórmula $\neg\varphi$. A pesar de ser negativa, es también una oración sobre el futuro, y por ello no contamos con información ahora para asignar el valor *v* o el valor *f*. Como hemos dicho esta semántica no preserva el *PBn*, ya que *v* y *f* no son los únicos valores de verdad. Pero lo más importante de esta solución es que preserva la intuición indeterminista de Łukasiewicz, ya que, una fórmula con verbo en futuro puede ser evaluada, y en ese sentido no deja de ser objeto de análisis lógico, y no entra en conflicto con la idea de que “las cosas son lo que son por azar, y no por necesidad”.

Esta es la solución de Łukasiewicz, consideramos que el logro de dicha solución radica en el hecho de haber generado el primer sistema de lógica *tri-valuada*. Muchos⁴⁴ han

⁴³ Es fácil ver que si cambiamos el prefijo *tri-*, por *tetra-*, *n-*, obtendremos una lógica con cuatro, o *n* valores de verdad, y dichas lógicas serán *tetra-valuadas* y *n-valuadas*, respectivamente. De este modo el *Principio de Trivalencia*, puede modificándose modificando el co-dominio de σ^e , obteniendo un *Principio de Tetravalencia*, o un *Principio de N-valencia*.

⁴⁴ Principalmente Willard van Orman Quine y Roman Suszko. (*Quine, 2004*), (*Suszko, 1975*).

criticado esta creación, incluso al grado de considerar que ha sido un “magnífico engaño conceptual⁴⁵” en la lógica moderna. Independientemente de estos hechos, rechazamos esta solución pues, hay un error relativo a ciertas propiedades de las conectivas que MacFarlane (2003: 324) puntualiza de manera clara. Finalizamos esta parte con la exposición de dos contrargumentos a esta solución *tri-valuada*.

MacFarlane mantiene que esta solución tiene consecuencias implausibles, y ofrece dos argumentos a favor del rechazo. El primero puede sintetizarse como sigue. Si consideramos que $\sigma^e(\varphi) = i$, de acuerdo con la tabla de verdad *tri-valuada* de la negación, su negación obtiene el mismo valor, esto es, $\sigma^e(\neg\varphi) = i$. Esto a primea vista parece contraintuitivo, las definiciones aristotélicas de la operación de contradicción impiden que dos fórmulas contradictorias tengan el mismo valor de verdad, por esa razón φ y su negación deben ser o contrarias o subcontrarias. Podemos conceder a Łukasiewicz que ambas pueden ser i a la vez. El primer hecho implausible al que refiere MacFarlane es que cuando $\sigma^e(\varphi) = i$, por la tabla de verdad de la disyunción conseguimos lo siguiente: $\sigma^e(\varphi \vee \neg\varphi) = i$. El problema es que Łukasiewicz considera que el valor i es exclusivo para oraciones sobre el futuro, la fórmula φ sí representa una oración sobre el futuro, al igual que su negación, y por esa razón ambas obtienen el valor i ; pero la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$ no representa una fórmula sobre el futuro, es una verdad lógica. El mismo Łukasiewicz lo reconoce al aludir al fragmento (*PH, 19 a 30 – 33*) en donde Aristóteles establece que “habrá una batalla naval mañana o no habrá una batalla naval mañana” es una proposición verdadera, independientemente del valor de “habrá una batalla naval mañana”, e incluso independientemente de lo que suceda mañana.

El segundo hecho se relaciona con este, pero considera otra proposición sobre el futuro. Sea ψ una fórmula que representa la proposición “habrá un eclipse mañana”. Ambas ψ y φ reciben el valor i , pues son oraciones sobre el futuro, esto significa que $\sigma^e(\varphi) = i$ y $\sigma^e(\psi) = i$. Sus negaciones reciben el valor i por razones obvias. La fórmula $\varphi \vee \psi$ recibirá el valor i , es decir $\sigma^e(\varphi \vee \psi) = i$, ya que el hecho de que mañana se lleve a cabo un eclipse o se lleve a cabo una batalla naval es algo indeterminado. Además dicha fórmula no es una verdad lógica, ya que su valor de verdad depende de los valores de verdad de ψ y de φ . Por

⁴⁵ (*Suszko, 1977: 376*). En este trabajo Roman Suszko define una semántica bi-valuada para el sistema de Łukasiewicz, y propone que toda lógica n -valuada puede describirse con una semántica bi-valuada.

otro lado la fórmula $\varphi \vee \neg\varphi$, como vimos, recibe el valor i, pero ésta última sí es una verdad lógica. Esto significa que $\varphi \vee \neg\varphi$ y $\varphi \vee \psi$ reciben el mismo valor de verdad, pero son expresiones de diferente clase, la primera es una verdad lógica, y la segunda es una fórmula indeterminada.

A pesar de esta falla la interpretación de Łukasiewicz señala dos cosas importantes, por un lado que Aristóteles en cierto modo rechaza el *PBn*, y además él preserva la *LTE*. Por esa razón la interpretación que sugiere que Aristóteles cancela la aplicación universal de la *LTE* resulta poco plausible. Independientemente de esto, de Smith y Bochenski extraemos el puntual señalamiento de que el problema de los futuros contingentes es independiente de la silogística, pero sólo en parte, puesto que, está íntimamente ligado a la teoría de la oposición. Ahora analizaremos a detalle lo que el Estagirita intenta plantear en *PH IX*, iniciaremos con su concepción del tiempo, ya que consideramos que la correcta formulación y solución del problema debe de resaltar la contribución semántica de las inflexiones de verbo, en específico de los verbos en futuro. A partir de las ideas de Aristóteles sobre el tiempo definiremos un sistema mínimo de lógica temporal que denominaremos *Aris_t*, con el que sea visible la solución del Estagirita, y que además sirva de base para presentar un hexágono de oposiciones en que visualizaremos el modo en que proposiciones futuras se oponen.

3.3 Diseñando un sistema de oposiciones temporales: el sistema *Aris_t*

3.3.1 Tipos de expresiones

Antes de presentar una correcta formulación del problema debemos considerar varias nociones que no aparecen de manera explícita en el capítulo *IX* del *PH*. En primer lugar, recordemos que Aristóteles divide en tres a los tipos de proposiciones considerando únicamente el sujeto, y estas son: proposiciones universales con sujeto tomado universalmente, proposiciones universales con sujeto tomado no universalmente, y proposiciones singulares.

Además, divide a las proposiciones en afirmativas y negativas, y en este caso la parte relevante para esta distinción es el verbo, ya que una oración afirmativa toma un verbo como tal, como “es blanco”, y las proposiciones negativas toman verbos indefinidos, como “no es blanco”. Por esta razón considera varios tipos de verbos en su teoría de oposición, algo que no pasa con los nombres, ya que los nombres indefinidos y las inflexiones de nombre, en

tanto que sujetos, no pueden generar oraciones susceptibles de vínculo con la verdad. Con esta clasificación elabora su teoría de la oposición como la presentamos.

Ahora bien, ¿qué pasa con las inflexiones de verbo, cuál es su contribución en la teoría de oposición de Aristóteles? El estagirita no dice nada específico, pero a partir de su definición de verbo, y la clasificación de los mismos⁴⁶ ofrecida en (*PH*, 16b 6 – 26), podemos pensar que además de los tipos de proposiciones considerados por él, hay proposiciones pasadas, presentes, y futuras⁴⁷. De esto resultan los siguientes tipos de proposición. De acuerdo al sujeto: universales y singulares. De acuerdo a la función sintáctica del predicado: afirmativas y negativas. Y de acuerdo a la función semántica del predicado: pasadas, presentes, y futuras. Una correcta interpretación de la aporía, debe de dar cuenta del concepto de oposición en relación a esta clasificación.

El sistema *Aris* tiene una limitación, con él sólo podemos analizar proposiciones de los dos primeros tipos, universales y singulares, y afirmativas y negativas. Este sistema no es tan agudo como para reflejar la diferencia entre tiempos, y por ello no logra dar cuenta del tercer tipo de proposiciones, ni de sus condiciones de oposición. En otras palabras, en dicho sistema de lógica el tiempo del verbo no genera una contribución al significado de las expresiones, ni a las condiciones de verdad de la operación de oposición.

Esta es una limitación que las interpretaciones que analizamos también comparten. Incluso el tercer valor de Lukasiewicz no refleja con precisión lo que se quiere decir al usar un verbo en futuro. Por esta razón, la primera tarea que realizaremos para formular la aporía, es extender el sistema *Aris* presentando una semántica que logre capturar el contexto temporal de las proposiciones. Para ello consideraremos algunas cuestiones relativas a la concepción aristotélica del tiempo, a partir de estas, definiremos nuestro primer sistema de lógica temporal, el sistema *Aris_t*.

⁴⁶ Como vimos: verbos propiamente dichos, verbos indefinidos, e inflexiones de verbo.

⁴⁷ Como evidencia tenemos el fragmento antes considerado, pero la parte en donde se puede ver de manera más clara esta división es en la primera parte del capítulo IX, en 18 a 29. En este fragmento el Estagirita considera las tres operaciones de oposición y los tres tipos de oraciones; pasadas, presentes (“en las cosas que son y que fueron”), y futuras (“los singulares futuros”). Su motivación es señalar que en estas últimas las operaciones de oposición no se satisfacen del mismo modo que con las dos primeras.

3.3.2 La concepción Aristotélica del tiempo

Expondremos la concepción del tiempo que Aristóteles presenta desde el punto de vista del concepto de cantidad, principalmente en tres obras: la *Física*, la *Metafísica*, y las *Categorías*.



Partiremos del concepto de cantidad. La definición de cantidad es: “lo que es divisible en partes internas, cada una de las cuales – sean dos o más de dos – son por “naturaleza” algo uno, y

algo determinado” (*Met.*, V, 1020 7 - 9). A esta definición le sigue una clasificación doble. Las cantidades pueden ser *continuas*, o *no continuas*, y además sus partes pueden ser *posicionadas*, o pueden estar *ordenadas*. El tiempo es, en relación a la primera clasificación, un tipo de cantidad continua, debido a que sus partes comparten un límite común. Además, el tiempo es del tipo de cantidad tal, que sus partes no mantienen una posición mutua, esto implica que sus partes mantienen un orden relativo.

Analícemos en qué consiste que el tiempo sea un tipo de cantidad continua. Aristóteles considera al tiempo en analogía con la *magnitud* (*μεγεθος/meguethos*). La principal determinación de dicha cantidad es ser *medible* (*μετρητον/metreton*). El Estagirita distingue tres tipos de magnitudes de acuerdo a su vínculo con la dimensión, estas son: *longitud* (*μηκος/mekos*), *latitud* (*πλατος/platos*), y *profundidad* (*βαθος/bathos*). El tiempo puede entenderse como cantidad continua, si lo concebimos como longitud, esto es, como una línea. Una línea es divisible, de ahí que sea una cantidad, y sus partes son líneas. Es continua, a causa de que sus partes mantienen un límite común, ¿cuál es este límite común? Considerando la definición de límite como “el extremo de cada cosa”⁴⁸, el límite de una línea será el punto (*Cat.*, 5a 2). Por tanto, que una línea sea continua significa que sus partes comparten un punto que las limita. La siguiente figura muestra este hecho.

La línea *C* se divide en las líneas *A* y *B*. Los límites de *C* son los puntos *a* y *b*. Los límites de *A* son *a* y *c*, y los límites de *B* son *c* y *b*. La línea *C* es continua, a consecuencia de que *A* comparte un límite común con *B*, el punto *c*. Para trasladar esta imagen al tiempo, y entender

⁴⁸ *Met.* V, 17, 1022 a 4. Trad. MC.

por qué Aristóteles considera que dicha cantidad es continua, debemos responder en primer lugar ¿cuáles son las partes del tiempo, esto es, en qué se divide el tiempo? La respuesta resulta evidente si ponemos atención al siguiente fragmento:

La línea, en cambio, es continua; en efecto, es posible tomar un límite común en el que coincidan sus partes: el “punto”. (...) Son también de este tipo de cosas el tiempo y el lugar: en efecto, el tiempo presente coincide con el pretérito y con el futuro. (*Cat.*, 5a 2 - 9).

De esto podemos extraer dos cosas. En primer lugar, que las partes del tiempo son el tiempo *pasado* y el tiempo *futuro*, y el límite de dichas partes es “el tiempo presente (*vuv/nun*)”⁴⁹. Por tanto, el tiempo es continuo, porque el pasado y el futuro en tanto que partes del tiempo comparten un límite común, y este es el presente. Ambas partes del tiempo, pasado y futuro, están conectados por el presente.

La siguiente determinación del tiempo consiste en que sus partes mantienen un orden relativo, más que una posición mutua. Analicemos esto. Aristóteles define el concepto de *posición* haciendo referencia al de *lugar*; esta es una razón para mantener que las partes del tiempo no mantienen posición mutua, pues no ocupan un lugar. Aristóteles argumenta que el tiempo no pertenece a este tipo de cantidades pues sus partes no “se tocan entre sí”, como podemos leer en el siguiente fragmento:

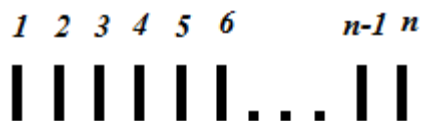
(...) En el número, en cambio, uno no podrá observar que las partes mantengan posición mutua alguna, o que se hallen en un lugar, o cuáles de las partes *se tocan entre sí*; ni tampoco las partes del tiempo: en efecto, ninguna de las partes del tiempo permanece; ahora bien, lo que no permanece ¿cómo mantendrá una posición? (*Cat.*, 5a 25 - 28, *énfasis nuestro*)

Esto significa que el tiempo no es del tipo de cantidad tal, que sus partes mantengan una posición, pues el tiempo no satisface la determinación de ocupar un lugar, y por esa razón ninguna de sus partes *permanece*. La determinación que sí mantienen las partes del tiempo es más bien el orden, “por ser una parte del tiempo anterior y otra posterior” (*Cat.*, 5a 28 - 30).

Hay que notar que el tiempo es un tipo de cantidad especial, es el único tipo de cantidad que podríamos considerar como *hibrida*, pues comparte una determinación geométrica y una aritmética; es decir, el tiempo es como una línea, pero es también como los números. Analicemos la similitud que el tiempo tiene con los números. La imagen en este

⁴⁹ Como denominaremos más adelante “ahora”, siguiendo la traducción literal del concepto griego *vuv*.

caso depende de las determinaciones que los números tienen. En primer lugar son cantidad no continua, sus partes no comparten un límite común, y en segundo lugar, el número es un tipo de cantidad tal, que sus partes mantienen un orden. ¿Cómo entender la no continuidad? La siguiente imagen ilustra esta idea.



Las líneas verticales pueden considerarse como “patrones”, el término que usa Aristóteles es el de *pluralidades* (*πλητος/pletos*), su principal característica es que son numerables (*αριθμητον/arithmeton*), mas no medibles (medurables) como en el caso de las magnitudes. El hecho de que las partes sean ordenables depende del concepto de unidad. Si consideramos el primer elemento de la pluralidad como un modelo, los siguientes elementos son instancias de ese modelo que repiten el patrón. Por esa razón podemos ordenarlos uno a uno, poniéndolos en serie, distinguiendo cada uno por el hecho de que una unidad precede a otra unidad, y en ese sentido la serie aumenta, o “avanza”, por así decirlo.

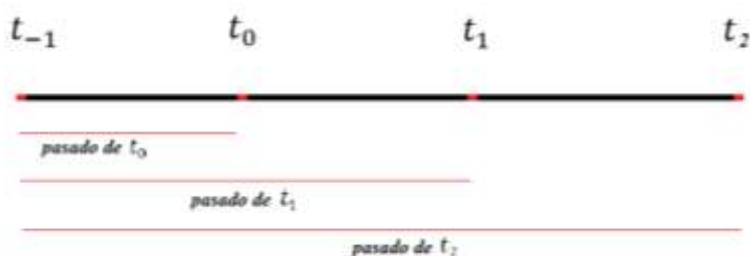
Si trasladamos esta imagen al tiempo encontramos algo que no se encuentra en la línea, esto es, la dirección. Las partes del tiempo se distinguen de las partes de cualquier otra cantidad continua por satisfacer la determinación de orden, al igual que las partes de los números. En esta similitud con el tiempo se encuentra la base de la definición aristotélica del tiempo, tal y como lo muestra el siguiente fragmento:

Es evidente, entonces, que el tiempo es el número del movimiento según el antes y el después, y es continuo, porque es número de algo continuo. (*Fis.*, 220a 25)

Hay varios elementos en su definición que deben ser analizados. En primer lugar, Aristóteles distingue dos formas de concebir el concepto de número. La primera se refiere al uso que hacemos del concepto de número para aplicarlo a los objetos con los que *numeramos*, que podríamos identificar con los elementos del conjunto $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, n\}$. El segundo uso del concepto de número es el que aplicamos a objetos susceptibles de ser numerados, objetos que pueden ordenarse asignándoles un elemento del conjunto \mathbb{N} , a lo que Aristóteles denomina “lo numerado o lo numerable” (*Fis.*, 219b 6). Aristóteles considera que el tiempo es número en el segundo sentido.

El segundo elemento al que alude es al “antes”, y al “después”, que podemos identificar con lo que consideramos como las partes del tiempo: pasado y futuro. Algo que no especifica pero podemos concluir es, que el tiempo es número del movimiento según el antes y el después en relación a la unidad, y esta, como hemos visto es, “el ahora” (*vuv/nun*). Con referencia al presente dividimos el tiempo en pasado y futuro, el presente indica que uno va antes y otro después. Ya que el tiempo es continuo y el presente une sus partes, éste último es el extremo final del pasado y al mismo tiempo el extremo inicial del futuro. Así se explica la definición aristotélica.

Hay que agregar otras matizaciones importantes antes de finalizar esta parte. Aristóteles, además de distinguir dos usos del concepto de número, distingue dos usos del concepto de tiempo. En (220b 9 - 15) presenta un manera en la que se puede entender lo que significa que algo sea en el tiempo, y otra manera que usamos para referirnos a las partes del tiempo. Este último uso se refiere a la distinción entre “tiempos”, o como después veremos, *intervalos* de tiempo. Por ejemplo, en la imagen de abajo, el pasado desde la perspectiva del momento presente t_1 es diferente del pasado desde el tiempo presente t_2 , aunque usemos el mismo concepto (tiempo *pasado*), el uso es distinto porque nos referimos a intervalo distinto.



El otro uso se refiere a una forma general de referirse al tiempo, y la justificación de esta distinción se vincula con lo que Aristóteles define como “ser en el tiempo”. Este tipo de

uso del tiempo se relaciona con la predicación y la existencia. Si recordamos, en la primera parte del *PH*, en donde Aristóteles define el concepto de verbo, una de las funciones de los verbos es aquella que *cosignifica* tiempo, la función semántica. El tiempo al que en esta parte se refiere el Estagirita es al tiempo en general, tomado como una categoría, y no como un fragmento de tiempo. El texto clave es el siguiente:

Ahora bien, puesto que el tiempo es número, el ahora y el antes y cuanto es tal son en el tiempo, así como la unidad, lo impar y lo par son en el número (en el sentido de que estos son algo que pertenece al número y aquellos algo que pertenece al tiempo), pero las cosas son en el tiempo como en un número. (*Fís.*, 221 a 15 - 19)

Nuevamente recurre a la analogía con el concepto de número. Las cosas que son en el número pueden dividirse en dos, las que usamos para numerar, y las que numeramos. Con el tiempo pasa algo similar, las cosas que son en el tiempo y con las cuales numeramos el movimiento son el pasado, presente, y futuro; por otro lado, las cosas que son en el tiempo en el segundo sentido son medidas por el tiempo. Este último sentido de “ser en el tiempo” puede entenderse como refiriéndose a la predicación (221a 26 - 30). Por ejemplo, podemos decir de Aristóteles que *fue* un filósofo, y entendemos lo que significa “haber sido” filósofo, porque consideramos a Aristóteles como perteneciente al tiempo pasado y teniendo la cualidad *filósofo*, pero, porque podemos decir que fue, o que es, o será, decimos que pertenece al tiempo, y por tanto que existe, existió, o existirá.

A partir de estas distinciones podemos entender la existencia o inexistencia de una sustancia en términos de pertenencia a un *intervalo* de tiempo, y de manera general al tiempo, o como diremos más adelante, *al flujo de tiempo*. Estas nociones son suficientes para continuar; presentaremos ahora un sistema de lógica que capture el comportamiento del tiempo descrito por el Estagirita.

3.3.3 El lenguaje del sistema $Aris_t$

Presentaremos una extensión del lenguaje A del sistema $Aris$ definido en el capítulo anterior, agregaremos dos símbolos más para denotar las operaciones que vinculan a las oraciones con un valor de verdad y un intervalo de tiempo. Agregaremos una cláusula que describa la manera correcta de usar estos nuevos símbolos para generar fórmulas bien formadas. Posteriormente presentaremos la semántica del lenguaje. En esta parte ofreceremos algunas definiciones como la de *flujo de tiempo*, *intervalo*, *unidad*, etc. Y finalmente modificaremos la operación de consecuencia para que preserve la dependencia al tiempo y podamos definir con precisión la operación de oposición para fórmulas que representen proposiciones con inflexión de verbo.

3.3.3.1 Sintaxis de A_t

Partiremos del lenguaje $A = \langle \mathbf{A}\pi\sigma, \wedge, \neg, \mathbf{n} \rangle$ del sistema $Aris$. Agregaremos dos operadores, \mathbf{P} y \mathbf{F} , que representen la referencia temporal del verbo. Partiremos nuevamente de los conjuntos $N = \{a, b, c, \dots\}$ de constantes de nombre y $V = \{x, y, z, \dots\}$ de constantes de

verbo. El conjunto de fórmulas que representan oraciones declarativas se forma con las siguientes cláusulas:

1. Si $a \in N$ y $x, y \in V$, entonces $ax \in \mathbf{Apo}$
2. Si $x, y \in V$, entonces $Axy, Ixy \in \mathbf{Apo}$
3. Si $\varphi \in \mathbf{Apo}$, $a \in N$ y $x, y \in V$, entonces $\neg\varphi, a\mathbf{n}x, x\mathbf{n}y \in \mathbf{Apo}$
4. Si $\varphi, \psi \in \mathbf{Apo}$, entonces $(\varphi \wedge \psi) \in \mathbf{Apo}$
5. Si $\varphi \in \mathbf{Apo}$, entonces $\mathbf{P}\varphi, \mathbf{F}\varphi \in \mathbf{Apo}$

Las cláusulas 1 – 4 son conocidas⁵⁰, y describen la manera correcta de generar fórmulas sin vínculo temporal. La cláusula 5 establece que los operadores temporales son monádicos, es decir, afectan a una única fórmula. Hay algunas aclaraciones que debemos mencionar con referencia a estos operadores. Los operadores temporales \mathbf{P} y \mathbf{F} representan las expresiones, “fue el caso que...”, “será el caso que...”. Una proposición como “Sócrates será blanco”, puede parafrasearse con la oración con operador temporal explícito “será el caso que Sócrates es blanco”. Esto forzará un poco la lectura de las proposiciones, pero facilitará su manipulación en términos formales. Considérese las siguientes proposiciones:

- a) “Sócrates es blanco”
- b) “Será el caso que Sócrates es blanco”
- c) “Será el caso que “Sócrates es blanco””

La proposición b) no es una oración sobre a), es decir, la proposición b) no toma como sujeto a la proposición a), sino que, la proposición b) es similar a la proposición a) pero con operador temporal del futuro. En cambio, la proposición c) sí es una proposición sobre a), dice algo sobre esta, y no considera a Sócrates como sujeto, y además carece de operador temporal. En otras palabras, tal y como menciona Arthur Prior (1957: 10), la función del operador \mathbf{F} , es formar una proposición en tiempo futuro a partir de la correspondiente proposición en tiempo presente. La proposición con operador de futuro no es una proposición sobre la proposición sin operador, sino que es una proposición que dice algo sobre el sujeto de la proposición en presente, en este caso Sócrates. Ambas dicen algo sobre él, que es blanco, pero una establece que “se da ahora”, y la otra que “se dará después”. Algo análogo ocurre con el operador \mathbf{P} .

⁵⁰ Las mismas condiciones se asumen para el condicional y la disyunción.

Otra aclaración conveniente es la correspondiente al encadenamiento de operadores. La cláusula 5 establece que la condición suficiente para aplicar el operador a una secuencia de signos es que dicha secuencia sea una fórmula. Ya que la secuencia $\mathbf{F}\varphi$ es una fórmula de acuerdo a la cláusula 5, la siguiente puede ser también una fórmula: $\mathbf{FF}\varphi$. De esto se sigue que los operadores pueden encadenarse incluso si son de diferente tiempo. Con estas aclaraciones el lenguaje resulta ser la terna $A_t = \langle \mathbf{A}\pi\sigma, \wedge, \neg, \mathbf{n}, \mathbf{P}, \mathbf{F} \rangle$.

3.3.3.2 La semántica de A_t

El primer concepto que presentaremos será el de *flujo de tiempo*. Considérese un conjunto $\mathbb{M} = \{0, 1, \dots, n\}$ de *unidades* temporales, un conjunto $\mathbb{I} = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ de *intervalos* temporales, y una relación \leq en una relación \mathbb{M} , y una relación $<$ en \mathbb{I} . Cada una de las unidades temporales corresponde exactamente a lo que Aristóteles denomina un “ahora” (*vuv*), y que se suele traducir como “presente”. La relación \leq corresponde a la determinación *límite*, y se mantiene entre unidades. La relación $<$ es una relación derivada entre intervalos, corresponde a la determinación *orden*, ya que se genera entre elementos de \mathbb{I} . Cada uno de los intervalos corresponde a alguna *parte* del tiempo, preservando las siguientes propiedades:

1. Todo intervalo i se define como el par $\langle x, y \rangle$ de unidades temporales, tales que x es el *límite inicial*, y y el *límite final*.
2. Para dos intervalos cualesquiera $i_n = \langle x, y \rangle$ y $i_m = \langle z, w \rangle$, si $y = z$, diremos que y es el *límite común* de los intervalos i_n e i_m .
3. El intervalo i_k se divide en los intervalos $i_n = \langle x, y \rangle$ y $i_m = \langle z, w \rangle$, si y sólo si, $y = z$.
4. Un intervalo $i_n = \langle x, y \rangle$ es anterior al intervalo $i_m = \langle z, w \rangle$, si y sólo si, $x \leq z$.
5. Un intervalo $i_n = \langle x, y \rangle$ es posterior al intervalo $i_m = \langle z, w \rangle$, si y sólo si, $w \geq y$.
6. Para toda *unidad* 1, tenemos que *el pasado de 1*, lo forma todo intervalo $i_n = \langle x, y \rangle$, tal que $y = 1$.
7. Para toda *unidad* 1, tenemos que *el futuro de 1*, lo forma todo intervalo $i_n = \langle x, y \rangle$, tal que $x = 1$.

Un *flujo de tiempo* será el par $\mathbb{T} = \langle \mathbb{I}, < \rangle$, donde \mathbb{I} es un conjunto de intervalos temporales, y $<$ es la relación “intervalo anterior”⁵¹ definida en \mathbb{I} . La forma de vincular a las fórmulas con la verdad es la misma que en el sistema *Aris*, con algunas modificaciones. Usaremos una nueva función $\beta^e: \mathbf{A}\pi\sigma \times \mathbb{I} \mapsto \mathcal{V}$, donde $\mathbf{A}\pi\sigma$ es el conjunto de fórmulas que representan oraciones declarativas, \mathcal{V} , es el conjunto de valores $\{v, f\}$, e \mathbb{I} es el conjunto de intervalos de

⁵¹ Definida a partir de las condiciones 4 y 5. Al considerar un intervalo posterior únicamente se invierte la relación $<$, satisfaciendo la definición 5.

tiempo. Esta función toma pares formados por una fórmula y un intervalo, y los vincula con valores de verdad. Esta relación debe interpretarse en el sentido en que las fórmulas adquieren un valor de verdad en un determinado intervalo de tiempo, eso significa que las fórmulas pueden mantener su valor de verdad en algunos intervalos, o pueden cambiar de valor de verdad en otros intervalos. La interpretación para el lenguaje A_t será el par $\mathbb{I}_t = \langle \mathbf{B}, \mathbf{ov} \rangle$, donde \mathbf{B} es el conjunto de todas las atribuciones β^e de fórmulas en intervalos, con valores de verdad; y \mathbf{ov} es el conjunto de atribuciones e , definido como lo hicimos anteriormente (1.1.3.2). La semántica de A_t , será el par $\mathbf{sem}_t = \langle A_t, \mathbb{I}_t \rangle$. Una fórmula φ será *verdadera* bajo la interpretación \mathbb{I}_t , si $\beta^e(\varphi, i_n) = v$ en todo i_n pertenece a \mathbb{I} (o *falsa* bajo la interpretación \mathbb{I}_t si $\beta^e(\varphi, i_n) = f$ en todo i_n pertenece a \mathbb{I}). Si la fórmula φ es verdadera en \mathbb{I}_t , diremos que \mathbb{I}_t es una *interpretación verdadera* de φ . Si P es un conjunto de fórmulas, las premisas, y estas son verdaderas en \mathbb{I}_t , \mathbb{I}_t será llamada *interpretación verdadera* de P , y si toda interpretación verdadera de P es también interpretación verdadera de una fórmula φ , la conclusión, diremos que P implica φ , y usaremos el símbolo \models_t para denotar esta operación, y escribiremos $P \models_t \varphi$. Si P implica φ , el argumento $P \models_t \varphi$ será denominado *válido*, en otro caso será *inválido*. Definiremos este sistema como el par $\mathbf{Aris}_t = \langle \mathbf{A}\mathbf{\pi}\mathbf{o}, \models_t \rangle$. A continuación presentamos las condiciones de verdad de las conectivas y los operadores temporales.

Considérese un conjunto no vacío de intervalos temporales \mathbb{I} , sean φ y ψ dos fórmulas pertenecientes al conjunto $\mathbf{A}\mathbf{\pi}\mathbf{o}$ de proposiciones, y sean 'a' alguna variable de nombre perteneciente al conjunto N , y 'x', 'y' dos variables de verbo pertenecientes al conjunto V , tenemos que se satisfacen las siguientes condiciones:

1. $\beta^e(Axy, i_1) = v$ ssi $x_e \subseteq y_e$ en el intervalo i_1
2. $\beta^e(\neg Axy, i_1) = v$ ssi $x_e \not\subseteq y_e$ en el intervalo i_1
3. $\beta^e(Ixy, i_1) = v$ ssi $x_e \cap y_e \neq \emptyset$ en el intervalo i_1
4. $\beta^e(\neg Ixy, i_1) = v$ ssi $x_e \cap y_e = \emptyset$ en el intervalo i_1
5. $\beta^e(ax, i_1) = v$ ssi $a_e \subseteq x_e$ en el intervalo i_1
6. $\beta^e(anx, i_1) = v$ ssi $a_e \not\subseteq x_e$ en el intervalo i_1
7. $\beta^e(\varphi \wedge \psi, i_1) = v$, ssi $\beta^e(\varphi) = i_1$ y $\beta^e(\psi) = i_1$
8. $\beta^e(\varphi \vee \psi, i_1) = v$, ssi $\beta^e(\varphi) = i_1$ o $\beta^e(\psi) = i_1$
9. $\beta^e(\varphi \rightarrow \psi, i_1) = v$, ssi $\beta^e(\varphi) \neq i_1$ o $\beta^e(\psi) = i_1$
10. $\beta^e(\mathbf{P}\varphi, i_1) = v$, ssi para algún i_n , tenemos que $\beta^e(\varphi) = i_n$, donde $i_n < i_1$
11. $\beta^e(\mathbf{F}\varphi, i_1) = v$, ssi para algún i_n , tenemos que $\beta^e(\varphi) = i_n$, donde $i_1 < i_n$

La explicación de las cláusulas es como sigue⁵². 1) establece que la fórmula Axy es verdadera en todo intervalo en que la extensión de la sustancia x esté incluida en la extensión de la sustancia y . La negación de Axy es verdadera en todo intervalo en que la extensión de x no esté incluida en la extensión de y , como la cláusula 2) indica. La cláusula 3) establece que la fórmula Ixy es verdadera en todo intervalo en que la intersección entre la extensión de x y de y es no vacía. La cláusula 4) indica que la negación de Ixy es verdadera en todo intervalo en que la extensión de x es disyunta de la extensión de y . 5) establece que la fórmula ax es verdadera en todo intervalo en que la extensión de a está incluida en la extensión de x , y su negación es verdadera en todo intervalo en que la extensión de a no esté incluida en la extensión de x , tal y como 6) establece. La cláusula 7) indica que $\varphi \wedge \psi$ es verdadera en todo intervalo en que son verdaderas φ y ψ , y 8) que $\varphi \vee \psi$ es verdadera en todo intervalo en que sea verdadera alguna de las dos fórmulas. Además 9) establece que un condicional $\varphi \rightarrow \psi$ es verdadero si su antecedente φ no es verdadero en el mismo intervalo que la fórmula, o su consecuente ψ es verdadero en el mismo intervalo que la fórmula. Finalmente 10) y 11) son las definiciones de los operadores temporales, la fórmula $\mathbf{P}\varphi$ es verdadera en el intervalo i_1 siempre que φ sea verdadera en algún intervalo menor i_n , y la fórmula $\mathbf{F}\varphi$ es verdadera en el intervalo i_1 , siempre que φ sea verdadera en algún intervalo mayor i_n . La conectiva disyunción \vee se define a partir de la negación y la conjunción. Además de los dos operadores temporales usaremos dos más, \mathbf{G} y \mathbf{H} , definibles a partir de \mathbf{F} y \mathbf{P} , a partir de las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}\varphi &=_{df} \neg\mathbf{F}\neg\varphi \\ \mathbf{H}\varphi &=_{df} \neg\mathbf{P}\neg\varphi\end{aligned}$$

El significado de cada uno de ellos es como sigue. El operador \mathbf{G} debe leerse como “en todo intervalo futuro”, y el operador \mathbf{H} representa la frase “en todo intervalo pasado”, donde *pasado* y *futuro* de una unidad de tiempo se definen a partir de las cláusulas VI y VII anteriores. En otras palabras, si $\mathbf{G}\varphi$ es verdadera en algún intervalo $i_1 = \langle x, y \rangle$, entonces φ es verdadera en el futuro de la *unidad 1*, tal que $x = 1$. Por otro lado, si $\mathbf{H}\varphi$ es verdadera en el intervalo $i_1 = \langle x, y \rangle$, entonces φ es verdadera en el pasado de la *unidad 1*, tal que $y = 1$.

⁵² La notación $\beta^e(\varphi, i_1) = t$ debe leerse “la fórmula φ es verdadera en el intervalo i_1 ”, donde φ es cualquier fórmula del lenguaje del sistema Ar_{is}_t , e i_1 es algún intervalo perteneciente a \mathbb{I} .

Ahora analizaremos el problema propuesto por Aristóteles en *PH IX* con ayuda de este sistema.

3.4 Formalizando la oposición temporal: El *Peri Hermeneias IX* y el hexágono de contingencia

3.4.1 La oposición pasada y presente

Antes de avanzar necesitamos presentar una aclaración. Como vimos, las formulaciones de la aporía generada por Aristóteles en el *PH IX*, consideran como paradigma el ejemplo de la batalla naval futura. En otras palabras, las formulaciones que presentamos tienen en común el hecho de recurrir a la siguiente proposición: “habrá una batalla naval mañana”. Como hemos dicho, podemos prescindir de este ejemplo y considerar uno que esté en concordancia con su clasificación sintáctica, en el que se distinga con claridad cuál parte de la oración es el nombre y cuál es el verbo. Considérese la proposición “Sócrates es hombre”, esta proposición es singular, pues el nombre es singular, y es afirmativa. Además es una proposición presente, pues se usa un verbo propiamente dicho. Las respectivas proposiciones con inflexión de verbo son: “Sócrates fue hombre”, y “Sócrates será hombre”. Estas proposiciones serán las que usaremos para reformular el problema.

Una vez aclarado esto comenzaremos nuestro análisis. Aristóteles inicia el capítulo haciendo una recapitulación de los dos capítulos anteriores (*17 a 39 – 18 a 29*), en donde define tres tipos diferentes de oposición, como hemos visto (1.2). En este sentido, establece la base de la cual partirá para formular la aporía. Si recordamos, lo que hace es definir las operaciones *CON*, *Con*, y *Sub*, y establecer sus condiciones de verdad. En este primer párrafo del capítulo Aristóteles presenta algo nuevo, que conecta con su definición de verbo y que puede considerarse como una extensión de su clasificación de proposiciones.

La información adicional que ofrece Aristóteles es, como hemos dicho ya, que además de clasificar a las proposiciones de acuerdo al tipo de nombre y como es tomado si universal o no universalmente, es posible clasificarlas de acuerdo al tipo de verbo, en *pasadas*, *presentes* y *futuras*. A este respecto el Estagirita establece el siguiente hecho sobre las oraciones pasadas y presentes: “es necesario que o la afirmación o la negación sea verdadera o falsa” (*PH, 18 a 29*). Esto puede describirse con las siguientes dos expresiones tomadas simultáneamente:

La afirmación debe ser verdadera o falsa

La negación debe ser verdadera o falsa

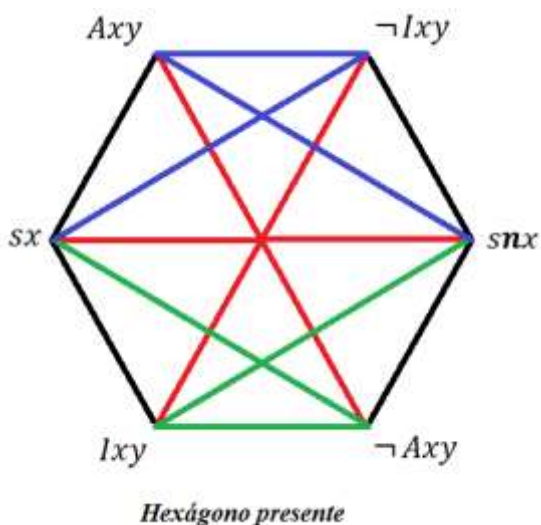
Si recordamos, estas dos condiciones pueden equipararse con el *PB*) que transformamos en el *PBn*) (2.2.1). Por esta razón, podemos establecer que Aristóteles mantiene que las proposiciones pasadas y presentes satisfacen el *Principio de Bivalencia*. En el caso de las proposiciones presentes es claro cómo se satisface ese principio, si recordamos las condiciones de verdad y falsedad de las proposiciones y sus condiciones de oposición. Analicemos brevemente qué sucede con las proposiciones pasadas, y por qué satisfacen el *PB* en cualquiera de sus formulaciones. La proposición “Sócrates fue hombre” es representada por la fórmula \mathbf{Psx} , y su negación por la respectiva fórmula negada.

1. Afirmación pasada verdadera ($\beta^e(\mathbf{Psx}, i_1) = t$): hay un intervalo $i_n < i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ es el caso.
2. Afirmación pasada falsa ($\beta^e(\mathbf{Psx}, i_1) = f$): hay un intervalo $i_n < i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ no es el caso.
3. Negación pasada verdadera ($\beta^e(\mathbf{Psnx}, i_1) = t$): hay un intervalo $i_n < i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ es el caso.
4. Negación pasada falsa ($\beta^e(\mathbf{Psnx}, i_1) = f$): hay un intervalo $i_n < i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ no es el caso.

Estas condiciones describen lo que sucede al asignar un valor de verdad a una proposición pasada, por medio de estas cláusulas podemos ver por qué se satisface el *PB*. Por un lado, una proposición pasada debe ser o verdadera o falsa, esto debe satisfacerse pues en el pasado uno de los dos hechos $s_e \subseteq x_e$ o $s_e \not\subseteq x_e$ debió ser el caso, y no hay un hecho intermedio que corresponda a un diferente valor de verdad. Sócrates fue un hombre o no lo fue, no pudo haber sido *medio* hombre, o *ni hombre ni no hombre*. Por otro lado, una proposición pasada no puede tener los dos valores de verdad a la vez, pues eso implicaría que el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ es el caso en un intervalo anterior, y además no es el caso en ningún intervalo anterior, algo imposible⁵³. Por estas razones, las proposiciones pasadas y presentes satisfacen las tres operaciones de oposición en relación al tipo de oración de acuerdo al nombre. En el

⁵³ Esto no excluye el hecho de que un par de fórmulas \mathbf{Psnx} y \mathbf{Psx} sean verdadera en el mismo intervalo, digamos i_1 , ya que de acuerdo con las definiciones puede haber intervalos posteriores a i_1 , en el que las fórmulas correspondientes en presente sean verdaderas. Es decir, supóngase que \mathbf{Psnx} y \mathbf{Psx} son verdaderas en i_1 como hemos dicho. Supóngase que hay dos intervalos i_2 y i_3 tales que $i_1 < i_2 < i_3$, y tenemos que de acuerdo con la definición del operador de pasado \mathbf{snx} es verdadera en i_2 , y \mathbf{sx} es verdadera en i_3 . Una cosa es la oposición, y otra la forma de asignar valores de verdad. Por ello, las fórmulas en pasado no se oponen, pero ambas satisfacen las condiciones de la bivaluación.

caso de las proposiciones presentes podemos ilustrar la oposición con el siguiente diagrama hexagonal. En el caso de las proposiciones pasadas, la cuestión es más complicada, y por esa razón optamos por las fórmulas que representan proposiciones pasadas con fórmulas compuestas con la conectiva correspondiente a la relación de oposición, este hecho lo ilustramos en la segunda imagen. En ese sentido, que las proposiciones pasadas satisfagan las operaciones de oposición significa que las fórmulas que representan los tipos de oposición valen tanto en el presente como en el pasado, la cuestión que Aristóteles considerará, por tanto, es si lo mismo sucede en el futuro.



$$\begin{aligned}
 &P \neg (Axy \wedge \neg Ixy) \\
 &P (sx \vee snx) \\
 &P (Ixy \vee \neg Axy)
 \end{aligned}$$

Oposición Pasada

3.4.2 La oposición futura: el hexágono de contingencia

3.4.2.1 Hacia el determinismo

Aristóteles inicia el planteamiento de la aporía estableciendo que estas formas de oposición se satisfacen únicamente, y asume una hipótesis inicial, esta es que en el caso de las proposiciones singulares futuras “no ocurre igual” (*PH, 18 a 34*). Esto puede significar al menos dos cosas. Que entre una proposición singular futura y su negación no se satisface ninguna de las tres operaciones, o que entre una proposición singular futura y su negación se satisface alguna de estas operaciones, pero con restricciones. Asumiremos que Aristóteles quiere decir lo segundo, ahora analizaremos paso a paso su argumentación.

Para mostrar que la oposición se efectúa de forma diferente en el caso de proposiciones singulares futuras, el Estagirita establece como hipótesis la negación de lo anterior, esto es, que en el caso de proposiciones singulares futuras sí se satisface el *PBn*, es

decir, que o la afirmación o negación futura debe ser verdadera o falsa. Posteriormente establece una condición que debe satisfacerse siempre que el *PBn* se acepte, esta es:

PC) En efecto, si toda afirmación o negación es verdadera o falsa, también necesariamente todo lo afirmado o negado ha de darse o no darse. (PH, IX, 18 a 34 - 35)

Podemos denominar a esta condición como *Principio de Correspondencia*. Dicho principio establece que para toda proposición que satisfaga el *PB*, existe un hecho correspondiente al contenido de la proposición que en caso de ser verdadera el hecho es el caso, y en caso de ser falsa el hecho no es el caso. En otras palabras, si la fórmula *Axy* preserva el *PB*, los hechos representados respectivamente por $x_e \subseteq y_e$ y $x_e \not\subseteq y_e$ se excluyen y se agotan, es decir, no son simultáneos y alguno de ellos debe ser el caso.

Hay que recordar una distinción importante, las secuencias de signos a las que llamamos fórmulas del lenguaje representan *proposiciones*. Las secuencias usadas para definir la semántica que tienen la forma de $x_e \subseteq y_e$, representan a los correlatos ontológicos de las oraciones, en un sentido simple, representan a las cosas. Por tanto, el *PC* establece un vínculo entre operaciones satisfechas en el lenguaje y en el mundo. Si, por un lado, una proposición es verdadera o falsa, el correlato ontológico correspondiente es o no es el caso; y si, por otro lado, un correlato ontológico es o no es el caso, tendremos una proposición o verdadera o falsa, de acuerdo a que la proposición corresponda o no con un correlato ontológico.

Esta condición es la que hace que Aristóteles llegue a la conclusión de que debe aceptarse el determinismo. Antes de seguir con la argumentación analicemos qué significa que proposiciones futuras preserven el *PBn*. La condición *o la afirmación o negación futura debe ser verdadera o falsa*, puede describirse, al igual que la respectiva condición sobre proposiciones pasadas y presentes, con las siguientes dos expresiones:

La afirmación futura debe ser o verdadera o falsa

La negación futura debe ser o verdadera o falsa

Tomadas en conjunto pueden considerarse como una instancia del *PBn*. Como en el caso de las oraciones pasadas, analizaremos las condiciones de verdad y la razón de la preservación del *PBn*. El ejemplo en este caso es “Sócrates será hombre”, representada por la fórmula **Fsx**.

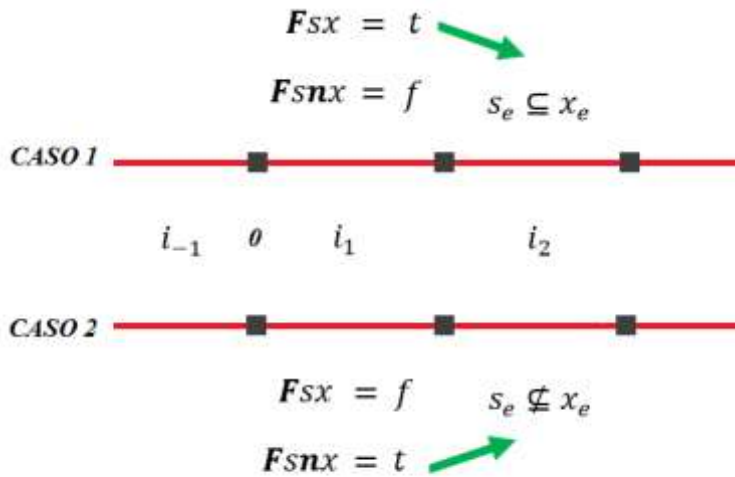
1. Afirmación futura verdadera ($\beta^e(\mathbf{F}sx, i_1) = t$): hay un intervalo $i_n > i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ es el caso.
2. Afirmación futura falsa ($\beta^e(\mathbf{F}sx, i_1) = f$): hay un intervalo $i_n > i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ no es el caso.
3. Negación futura verdadera ($\beta^e(\mathbf{F}snx, i_1) = t$): hay un intervalo $i_n > i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ es el caso.
4. Negación futura falsa ($\beta^e(\mathbf{F}snx, i_1) = f$): hay un intervalo $i_n > i_1$, en el cual el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ no es el caso.

En primer lugar $\mathbf{F}sx$ no puede ser ni verdadera ni falsa, ya que en los intervalos futuros el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ debe ocurrir o no debe ocurrir, pero no puede efectuarse un hecho al que corresponda un valor de verdad diferente, por ejemplo, no puede ser el caso que Sócrates no es ni hombre ni no hombre. Por otro lado, no puede ser verdadera y falsa simultáneamente, ya que eso indicaría que el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ es el caso en algún intervalo futuro, pero simultáneamente, no es el caso en todo intervalo futuro, algo imposible. Algo similar sucede con la negación, $\mathbf{F}snx$ debe ser verdadera o falsa, ya que el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ debe ocurrir o no debe ocurrir, al menos una de las dos opciones, pues no hay un hecho al que corresponda un valor de verdad diferente. Además no puede ser simultáneamente verdadera y falsa, ya que el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ ocurriría en algún intervalo futuro, y además, no ocurriría en ningún intervalo futuro, algo igualmente imposible.

Así es como se entiende que proposiciones singulares futuras preserven el PBn , ahora veremos cómo concluir a partir de este supuesto que las cosas son lo que son por necesidad. Considérese el fragmento siguiente:

(...) si uno dijera que algo será y otro dijera que eso mismo no será es evidente que uno de los dos dice necesariamente la verdad, si toda afirmación es verdadera o falsa: pues en las cosas de ese tipo no se darán ambas a la vez. (*PH*, 18 a 35 - 39)

Este es el primer ejemplo que considera el Estagirita, en él se estipula la situación hipotética de dos agentes, uno emite una proposición afirmativa singular futura, y el otro la correspondiente negativa. La siguiente imagen muestra las opciones que podemos generar.



Como asumimos que el *PBn* es preservado por proposiciones futuras singulares, es necesario que el *PC* también se satisfaga. Esto quiere decir que independientemente del valor de verdad de las fórmulas emitidas por los agentes, algo sucederá en el futuro, y eso debe suceder necesariamente, ya que cada una de las proposiciones tiene uno de

los dos valores de verdad, y sólo uno, y la condición para que esto sea así, es que sus correlatos ontológicos correspondientes sean el caso. Es decir, si Fsx es verdadera, el hecho de que $s_e \subseteq x_e$ debe ser el caso; si, por otro lado, la proposición representada por la fórmula $Fsnx$ es verdadera, el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ debe ser el caso. Del mismo modo, si Fsx es falsa, el hecho de que $s_e \not\subseteq x_e$ debe ser el caso, y si $Fsnx$ es falsa $s_e \subseteq x_e$ será el caso.

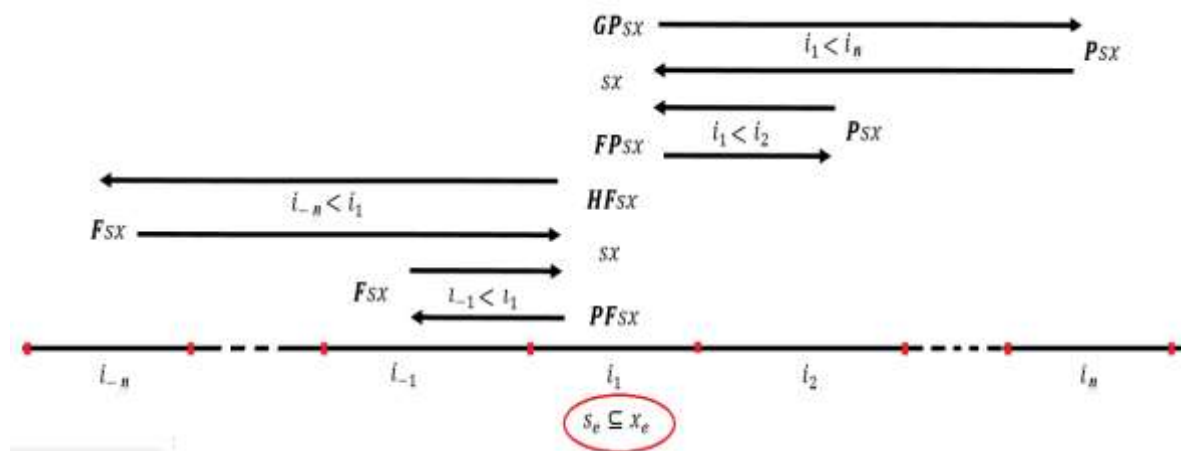
Ambas opciones nos llevan a la inevitable conclusión de que, “nada es ni llega a ser por azar, ni llega a ser cualquier cosa al azar, ni será o no será, sino que todas las cosas son lo que son por necesidad” (*PH.*, 18 b 5 - 7). A partir de los dos principios (*PBn* y *PC*) tomados simultáneamente, concluimos que lo que suceda en el intervalo i_2 es causa, por así decirlo, de la verdad o falsedad de las fórmulas emitidas en i_1 . Al considerar a las proposiciones emitidas en el intervalo i_1 como susceptibles de satisfacer el *PBn*, al mismo tiempo se está presuponiendo que lo que suceda en i_2 ya está determinado, a causa del *PC*. En otras palabras, aceptar que proposiciones singulares futuras preservan el *PBn* implica que las cosas son lo que son por necesidad, esto es, el determinismo es verdadero.

Tal y como Łukasiewicz establece (1975: 31), Aristóteles únicamente estipula que el determinismo es verdadero a causa de su forma de argumentar, ya que unas líneas más abajo del tratado (*PH.*, 19 a 6 y ss.), establece que lo que sucede en el futuro no depende de la necesidad, sino de la contingencia. La razón de operar de esta manera es llevar a sus últimas consecuencias la tesis inicial, para agotar las soluciones posibles a dicha dificultad y concluir

con su propia solución. Para ilustrar el origen de la inevitable conclusión de que el determinismo es verdadero, el Estagirita ofrece un ejemplo considerando la interacción entre el pasado y el presente, asumiendo que se satisfacen las mismas propiedades entre presente y futuro. El fragmento clave es el siguiente:

Además, si es blanco ahora, era verdad antes decir que será blanco, de modo que siempre era verdad decir, de cualquiera de las cosas que llegaron a ser, que sería (...) (*PH, IX, 18 b 10 - 12*)

De este fragmento hemos extraído varias cosas. Usaremos nuevamente un diagrama que represente nuestra argumentación. En primer lugar, en el ejemplo se muestra una interacción entre el pasado, el presente, y el futuro. Lo que el Estagirita menciona es que un hecho es el caso ahora (algo es blanco), si una oración futura sobre ese hecho actual fue emitida en el pasado, tuvo que ser verdadera (“era verdad antes decir que será blanco”), pues el hecho que hace verdadera a dicha oración es el caso ahora.



En la imagen se muestra la interacción entre tiempos por medio de flechas, cada flecha representa un acceso a un intervalo de tiempo, dicho acceso elimina el operador, por esa razón las flechas deben entenderse como una relación de accesibilidad entre intervalos, que en nuestro sistema hemos representado con $<$. Por ejemplo, la fórmula sx es verdadera, pues en ese intervalo se da el caso de que $s_e \subseteq x_e$. Si se quiere probar que la fórmula PF_{sx} es verdadera el i_1 , se procede como sigue. Las condiciones de verdad del operador P permiten acceder a un intervalo pasado menor, i_{-1} , y en dicho intervalo menor la fórmula sin operador del pasado F_{sx} es verdadera, las condiciones de verdad del operador F permiten acceder a un intervalo posterior, que sea mayor a i_{-1} , y por esta razón podemos volver a acceder a i_1 ,

en donde la fórmula sin operador del futuro sx es verdadera tal y como asumimos inicialmente.

Las condiciones que Aristóteles describe en su ejemplo forman lo que podemos denominar como *Axiomas de interacción*. Podemos considerar dos tipos de acuerdo al alcance del operador: lo débiles y los fuertes. Si tomamos la condición descrita por Aristóteles y cambamos pasado por futuro y viceversa, obtenemos la imagen espejo de los axiomas de interacción. De este modo resultan los siguientes cuatro axiomas:

- Ax1) $\varphi \rightarrow \mathbf{PF}\varphi$ *axioma de interacción pasada débil*
 Ax2) $\varphi \rightarrow \mathbf{HF}\varphi$ *axioma de interacción pasada fuerte*
 Ax3) $\varphi \rightarrow \mathbf{FP}\varphi$ *axioma de interacción futura débil*
 Ax4) $\varphi \rightarrow \mathbf{GP}\varphi$ *axioma de interacción futura fuerte*

Estos cuatro axiomas los presuponemos como constituyentes del sistema $Aris_t$, y junto con otros axiomas más, reflejan la manera en que Aristóteles entiende el tiempo. Si observamos los axiomas podemos notar que los correspondientes axiomas de interacción futura únicamente establecen que es necesaria la verdad de una fórmula sobre un hecho actual, esto es $\mathbf{P}\varphi$, y no sobre un hecho futuro, como podría serlo φ . El significado de los primeros dos axiomas presupone la intuición de que el pasado está determinado, en el sentido en que, como ya ha sucedido no es posible modificarlo. Todo lo que se dice acerca del pasado es o verdadero o falso de manera necesaria, pues siempre podemos recurrir a un intervalo anterior en el que se encuentre el hecho que valide o invalide la oración en cuestión, esto significa que el pasado es *necesario ahora*. Para representar esta intuición consideramos el siguiente axioma:

- Ax5) $\mathbf{PF}\varphi \rightarrow \mathbf{HF}\varphi$ *axioma de necesidad del pasado*

Este axioma también es característico del sistema Aristotélico temporal, y su imagen espejo también es un teorema válido. Esto significa que el axioma considerando al futuro también es una verdad lógica. Esto parece indicar que el futuro es necesario, pero para analizar de manera correcta esto necesitamos definir nuevos operadores.

3.4.2.2 Necesidad y posibilidad en términos temporales

Volviendo al ejemplo, la función de esta analogía con el pasado es establecer por qué el futuro es necesario. Aristóteles define los operadores que hemos considerado *fuertes*,

haciendo alusión a la posibilidad y a la noción de “siempre”. El siguiente fragmento ilustra esta idea:

Y, si siempre era verdad decir que es o que será, no es posible que tal cosa no sea ni vaya a ser. Ahora bien, lo que no es posible que no llegue a ser es imposible que no llegue a ser; y lo que es imposible que no llegue a ser, es necesario que llegue a ser; así, pues, todo lo que será es necesario que llegue a ser. (*PH, IX, 18 b 12 – 16*)

Si “siempre ha sido el caso que Sócrates es hombre” es una oración verdadera ahora, entonces no hay algún intervalo anterior al actual, en el que sea falsa la oración “Sócrates es hombre”. Y por la misma razón, en todo intervalo anterior al actual la oración “Sócrates es hombre” es verdadera. Es decir, “siempre en el pasado” equivale a “no alguna vez no en el pasado”, esto corresponde a la manera en que hemos definido los operadores fuertes anteriormente (2.3.3.1).

La parte final del fragmento anterior establece como conclusión, el hecho de que el futuro es necesario, al igual que el pasado. En el establecimiento de esta tesis están involucrados los dos principios *PBn* y *PC*. El primero, en el sentido en que toda fórmula que represente una proposición sobre el pasado es verdadero o falsa, y además no es verdadera y falsa simultáneamente. El segundo, en el sentido en que las cosas se comportan tal y como las proposiciones verdaderas o falsas establecen, por esta razón para validar una fórmula se accede a un intervalo en donde el hecho correspondiente al contenido de la oración es el caso. Del mismo modo con oraciones sobre el presente.

Podríamos representar la tesis de la necesidad del futuro con la fórmula $F\varphi \rightarrow G\varphi$, que en palabras de Aristóteles significa que “todo lo que será es *necesario* que llegue a ser”. Este principio es inválido en el sistema, pero independientemente de este hecho⁵⁴, lo que ahora importa es establecer las consecuencias que Aristóteles distingue.

En este punto Aristóteles ha llegado a la conclusión de que el futuro es necesario. Él considera que esto es algo absurdo, y que se sigue de la aceptación del *PBn* para oraciones singulares futuras. Una de las consecuencias de que el futuro sea necesario es que la deliberación resulta ser algo inútil (*PH, IX, 18 b 31*). No hay incidencia de nuestras acciones en lo que pasara, ya que el futuro está determinado, y por esa razón no tiene caso actuar, ya

⁵⁴ Para la prueba de invalidez del principio ver apéndice 1.

que independientemente de lo que hagamos, lo que sucederá, ahora ya es algo necesario. Pero, tal y como Aristóteles remarca,

(...) el origen de lo que ha de ser radica en el deliberar y en el hacer algo previo, y que, en general, en las cosas que no siempre se realizan existe la posibilidad de que sean y de que no sean, de modo que también puede que lleguen o que no lleguen a ser, y hay muchas cosas que nos resulta evidente que se comportan así (...) (*PH, IX, 19 a 6 - 9*).

Este fragmento establece el punto en el que el supuesto principal choca con la evidencia, pues lo que “nos resulta evidente” sobre las cosas futuras, es que sean contingentes, algo opuesto a lo que concluimos con la argumentación anterior. Por esta razón, Aristóteles pone en confrontación la tesis principal, que el *PBn* se satisface para proposiciones singulares futuras, y la evidencia de que el futuro es contingente.

Para profundizar nuestro análisis necesitamos algunas definiciones de operadores nuevos que representen los términos *necesario*, *posible*, y *contingente*. Siguiendo a Bochenski (1985: 95), distinguiremos dos tipos de posibilidad, y además siguiendo el fragmento (*PH, 19 a 24 - 28*) distinguimos dos tipos de necesidad, obteniendo las siguientes equivalencias:

NF) $\blacksquare\varphi \equiv (\mathbf{H}\varphi \wedge \varphi \wedge \mathbf{G}\varphi)$

ND) $\square\varphi \equiv (\mathbf{H}\mathbf{F}\varphi \wedge \mathbf{G}\mathbf{P}\varphi)$

PU) $\blacklozenge\varphi \equiv (\mathbf{P}\varphi \vee \varphi \vee \mathbf{F}\varphi)$ o alternativamente $\blacklozenge\varphi \equiv (\neg\blacksquare\neg\varphi)$

PB) $\diamond\varphi \equiv (\neg\blacksquare\varphi \wedge \neg\blacksquare\neg\varphi)$

La primera fórmula representa el tipo de “necesidad sin más” (o *Necesidad Fuerte*), que Aristóteles define en (*PH, 19 a 24 - 28*), y significa que si una oración es necesaria, es verdadera en todo tiempo (siempre); siempre es verdadera en el pasado, es verdadera en el presente, y siempre es verdadera en el futuro. El siguiente tipo de necesidad (la *Necesidad Débil*), también definido en el fragmento citado, representa a la necesidad del presente (“es necesario que lo que es, cuando es, sea”), involucra a los axiomas de interacción. Y significa que si una fórmula es necesaria ahora, siempre ha sido verdadero que será verdadera, y siempre será verdadero que fue verdadera. Las últimas dos equivalencias son denominadas por Bochenski *Posibilidad Unilateral* y *Posibilidad Bilateral*, respectivamente. La primera significa que si una fórmula es posible, es verdadera en algún tiempo pasado, presente, o futuro. Y que una fórmula sea posible en el segundo sentido, significa que no es (fuertemente) necesario que sea verdadera, ni es (fuertemente) necesario que no sea verdadera.

Aristóteles distingue los dos tipos de necesidad para poder argumentar por qué algo es ahora necesario, pero al mismo tiempo no es necesario en el futuro, además, por qué algo en el pasado es necesario, y en el futuro es posible que sea y posible que no sea. En primer lugar reformularemos el *Principio de Necesidad del Pasado* y el *Principio de Necesidad del Presente* como sigue:

PNP) $P\varphi \rightarrow \Box P\varphi$

PNPr) $\varphi \rightarrow \Box\varphi$

Ambos principios consideran la necesidad débil, y en ese sentido no establecen “la necesidad sin más”, esto indica que su verdad sólo llega hasta el momento actual, y no puede ir más allá hacia el futuro. En primer lugar, el *PNP* puede reescribirse como $P\varphi \rightarrow HFP\varphi \wedge GPP\varphi$, que resulta ser un teorema válido en el sistema⁵⁵, del mismo modo que el *PNPr* reescrito como sigue $\varphi \rightarrow (HF\varphi \wedge GP\varphi)$. Esto significa que el pasado y el presente son débilmente necesarios, por esa razón puede que una proposición presente sobre el futuro, como “Sócrates será hombre”, no sea necesaria, sino posible.

3.4.2.3 *El futuro no es necesario sino contingente: el hexágono de contingencia*

Si recordamos, de la aplicación en todo tiempo del *PBn* concluíamos con Aristóteles que el futuro es necesario, algo que se opone a la evidencia. Reformulando el *Principio de Necesidad del Futuro* con ayuda de las definiciones de necesidad, obtenemos las dos siguientes fórmulas⁵⁶:

PNFs) $F\varphi \rightarrow \blacksquare F\varphi$

PNFw) $F\varphi \rightarrow \Box F\varphi$

Sólo la forma débil de este principio es válida⁵⁷, ya que preserva la intuición de que cuando algo que no es verdadero, pero puede serlo, cuando se actualice será necesario porque será verdadero en el presente. La segunda forma puede considerarse como la frase “si algo puede ser verdadero, entonces cuando sea verdadero será necesario”. Esto significa que el futuro no es necesario fuertemente, pero sí débilmente, ya que está abierto a que sea verdadero, y si es verdadero, en ese momento será necesario, aunque ahora no lo es. En otras palabras, esto significa que el futuro no es necesario (fuertemente), sino contingente. Así es como

⁵⁵ Ver apéndice 1.

⁵⁶ Donde *s* y *w* corresponden a las palabras *strong* y *weak* del inglés, y significan fuerte y débil.

⁵⁷ Ver apéndice 1.

Aristóteles propone la forma correcta de oposición de oraciones singulares futuras. El problema surge al comparar el futuro con el presente, y asumir que ambos son necesarios en sentido fuerte. El futuro puede ser necesario en sentido débil y aun así seguir siendo contingente, pero no puede ser necesario en sentido fuerte. Aristóteles recurre a esta división para hacer compatible la idea del indeterminismo con la preservación de los principios lógicos. El futuro es necesario en un sentido y en otro sentido no, en el sentido en que es contingente no puede ser necesario en sentido fuerte, pero a costa de preservar los principios lógicos el futuro es necesario en sentido débil.

Retomando los elementos que hasta ahora hemos definido, finalizaremos con la respuesta del propio Aristóteles, y un esbozo de teoría de la oposición temporal en Aristóteles. Hemos diseñado un hexágono de oposición inspirado en la parte final del capítulo IX del *PH*, considerando el par de proposiciones “Sócrates será hombre” y “Sócrates no será hombre”, el fragmento clave es el siguiente:

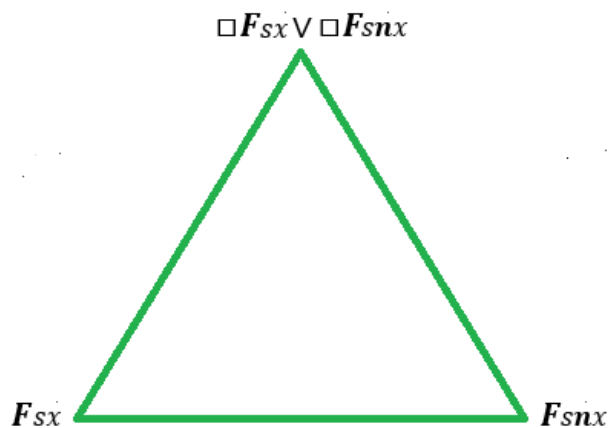
(...) También en el caso de la contradicción vale el mismo argumento: por un lado es necesario que todo sea o no sea, y que vaya a ser o no; sin embargo, no cabe decir, dividiendo, que lo uno o lo otro sea necesario. (*PH, IX, 19 a 28 - 30*).

A partir de este fragmento consideramos las dos siguientes fórmulas:

■ $(Fsx \vee Fsnx)$: “Es necesario que todo sea o no sea”

□ $Fsx \vee \square Fsnx$: “Es necesario que sea o es necesario que no sea”

Tomando la primera fórmula generamos la base de un triángulo de fórmulas subcontrarias,



donde cada fórmula unida por la disyunción es una esquina del triángulo, completándolo con la segunda fórmula. Como lo muestra la siguiente imagen. El vínculo entre la línea de subcontrariedad para las fórmulas que están en la base representa que es necesario que se encuentren bajo dicha operación, por eso el operador de necesidad se elimina en el diagrama y se divide la disyunción.

donde cada fórmula unida por la disyunción es una esquina del triángulo, completándolo con la segunda fórmula. Como lo muestra la siguiente imagen. El vínculo entre la línea de subcontrariedad para las fórmulas que están en la base representa que es necesario que se encuentren bajo dicha operación, por eso el operador de necesidad se elimina en el

Para formar un hexágono necesitamos un triángulo de proposiciones contrarias. Las fórmulas que consideramos representan en primer lugar la contingencia de una proposición futura, y en segundo lugar la necesidad de una proposición futura, y la necesidad de la correspondiente negación de la oración futura. Es decir, consideraremos las siguientes tres fórmulas:

- Fsx
- $Fsnx$
- ◇ Fsx

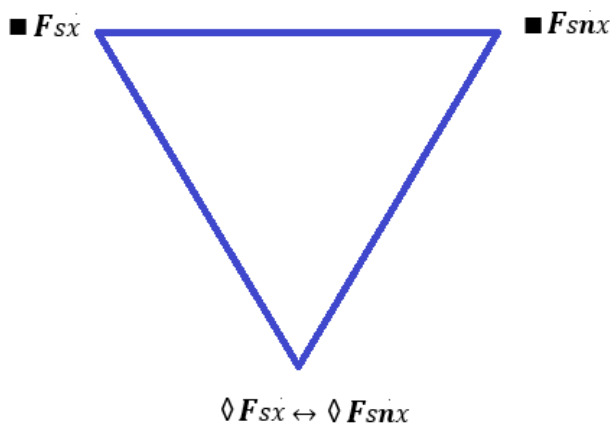
La primera de ellas representa la necesidad (fuerte) de una proposición singular futura, la segunda representa la necesidad (fuerte) de una proposición negativa singular futura, y la última fórmula representa la contingencia de una proposición singular futura. Hay que hacer algunas aclaraciones con respecto a esta última fórmula. En primer lugar, usamos sólo una proposición y no el par afirmación/negación, puesto que, la operación de contingencia en Aristóteles es una consecuencia de sus definiciones de posibilidad bilateral y de posibilidad unilateral consideradas a la vez. Para entender esto último considérese la definición de las fórmulas $◇\varphi$ y $◇\neg\varphi$:

$$◇\varphi \equiv (\neg\blacksquare\varphi \wedge \neg\blacksquare\neg\varphi)$$

$$◇\neg\varphi \equiv (\neg\blacksquare\neg\varphi \wedge \neg\blacksquare\varphi)$$

Las fórmulas $(\neg\blacksquare\neg\varphi \wedge \neg\blacksquare\varphi)$ y $(\neg\blacksquare\varphi \wedge \neg\blacksquare\neg\varphi)$ son idénticas, satisfaciendo la conmutatividad de la conjunción. Por ello la operación de contingencia resultaría ser la fórmula siguiente:

$$◇\varphi \leftrightarrow ◇\neg\varphi$$



Por esa razón sólo usamos una fórmula para generar el triángulo de fórmulas contrarias. Otra cuestión acerca del triángulo es, que las fórmulas restantes de la base superior del triángulo utilizan la necesidad fuerte, a causa de que una fórmula que es fuertemente necesaria, no puede ser falsa al mismo tiempo que su correspondiente fórmula contingente. De

este modo llegamos al triángulo como lo muestra la siguiente imagen. Finalmente, y para cerrar el nexo entre ambos triángulos, consideramos las relaciones de subalternación, que son representadas por las siguientes fórmulas:

$$\blacksquare Fsx \rightarrow (\Box Fsx \vee \Box Fsnx)$$

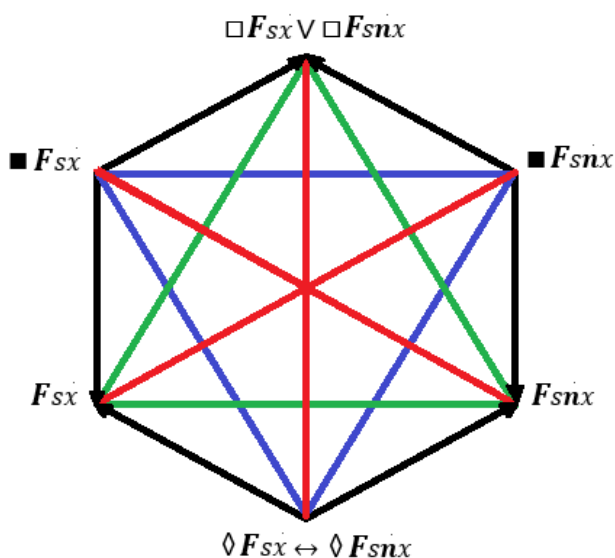
$$\blacksquare Fsnx \rightarrow (\Box Fsx \vee \Box Fsnx)$$

$$\blacksquare Fsx \rightarrow Fsx$$

$$\blacksquare Fsnx \rightarrow Fsx$$

$$\diamond Fsx \rightarrow Fsnx$$

$$\diamond Fsx \rightarrow Fsx$$



El siguiente diagrama hexagonal muestra cómo se oponen las fórmulas. Las relaciones las explicamos a continuación. El hexágono preserva las tres formas de oposición. Las tres fórmulas subcontrarias, no pueden ser verdaderas simultáneamente, ya que si es necesario que Fsx es verdad, entonces, $Fsnx$ es verdadera en todo intervalo pasado, presente y futuro, y eso impide que $Fsnx$ sea verdad en algún intervalo de tiempo.

Además, si Fsx es contingente, se excluye el hecho de que ella o su negación sea necesaria. Pero las tres fórmulas $\blacksquare Fsnx$, $\blacksquare Fsx$, y $\diamond Fsx$ sí pueden ser falsas simultáneamente. En el caso de las fórmulas que satisfacen la operación de subcontrariedad, a partir de la definición podemos establecer que no pueden ser simultáneamente falsas, pero sí son compatibles, ya que nada impide que sean verdaderas a la vez. Además, a partir del hecho de que una oración futura como la representada por la fórmula Fsx es contingente, se sigue que ésta y su negación, se oponen de manera subcontraria, por ello, la oración $\diamond Fsx$ implica a ambas Fsx y $Fsnx$.

Consideramos que este hexágono logra capturar la respuesta aristotélica a la aporía propuesta, las puntas superior e inferior, corresponden a las intuiciones modales descritas

en el texto (*PH, 19 a 30 y ss.*), en donde se establece la necesidad de lo que podría considerarse como una instancia de la *LTE*, y se rechaza la idea de que se distribuya la necesidad sobre la disyunción. Además, el cuadrado interno formado por las fórmulas necesarias y las fórmulas sin operador de necesidad, establecen la oposición contradictoria entre una proposición necesaria, y una proposición presente sobre el futuro. El análisis aristotélico se agota, en el sentido en que la necesidad es reservada únicamente a proposiciones que dicen algo de objetos que no pertenecen al tiempo, o que son intemporales. En ese sentido, la eternidad, es entendida como no perteneciente al tiempo. Finalmente Aristóteles establece al final del tratado, que la justificación de establecer como contingentes a las proposiciones sobre el futuro, radica en el vínculo que hay entre las proposiciones y el mundo. Leemos en (*PH, 19 a 32 - 19 b 4*):

De modo que, puesto que los enunciados son verdaderos de manera semejante a las cosas reales, es evidente que, en todas las cosas que se comportan de tal manera que pueden ser al azar cualquier cosa y lo contrario, la contradicción se ha de comportar de manera semejante; lo cual ocurre en las cosas que no siempre son o no siempre no son: de estas, en efecto, necesariamente ha de ser verdadera o falsa una u otra parte de la contradicción, pero no precisamente ésta o ésta, sino cualquiera al azar, y puede ser verdadera una más bien que la otra, pero no verdadera o falsa ya. De modo que es evidente que no necesariamente, de toda afirmación y negación opuestas, ha de ser una verdadera y la otra falsa: pues en el caso de las cosas que no son pero pueden ser o no ser no ocurre como en el caso de las cosas que son, sino como queda dicho.

Este es el fragmento con el que finaliza el capítulo. De él podemos extraer varias cosas que servirán para nuestra siguiente tarea. En la primer parte de dicho texto, Aristóteles establece la forma en que se oponen proposiciones contingentes, que es tal y como hemos mencionado y explicado a partir de nuestro diagrama.

En segundo lugar, de acuerdo a nuestra interpretación, lo que el Estagirita establece que lo importante no es saber cuál fórmula es verdadera ahora, sino, entender la necesidad de que una u otra proposición sea verdadera, y que de esta necesidad se sigue, que la oposición entre proposiciones futuras está regida por la contingencia. En esto radica la diferencia entre la oposición pasada y presente, y la oposición futura, la oposición futura deja abierta la posibilidad a que las proposiciones modifiquen su valor de verdad en relación a hechos futuros, en ese sentido el *PBn* es preservado, pero con esa modificación relativa a contingencia. Por tanto, es contingente, pero no necesario, que de toda afirmación o negación futuras opuestas una ha de ser verdadera y la otra falsa.

De esta manera finalizamos el capítulo. Ahora continuaremos analizando dos alternativas a esta solución, ambas consideran una manera distinta de considerar el tiempo. Para presentar estas soluciones definiremos dos sistemas más, el sistema Ockhamista temporal, y el sistema Peirceano temporal, inspirados cada uno, en ideas sobre el tiempo de Guillermo de Ockham y Charles Sanders Peirce, respectivamente.

4 LOS SISTEMAS OCKHAMISTA Y PEIRCEANO

4.1 Diseñando un sistema de *necesidad histórica* (parte 1): el sistema \mathbb{P}_t

4.1.1 Introducción

En *Past, Present, and Future*, Arthur Prior presenta un análisis de dos alternativas de solución al problema de los futuros contingentes, que involucran la combinación de conceptos modales (necesario, posible, imposible, etc.) con los tiempos. Dichas alternativas son la *respuesta Ockhamista* y la *respuesta Peirceana*. A partir de estas dos alternativas Prior diseña dos sistemas lógicos que satisfacen la condición de ser ramificados al futuro y lineales al pasado. Esto se supone que representa la intuición aristotélica de que el pasado y el presente son necesarios, y el futuro es contingente. A este tipo de sistemas se les denomina *lógicas de la necesidad histórica*.

Hablaremos en primer lugar de sistema *Peirceano* (en adelante \mathbb{P}_t). La correcta axiomatización para este sistema es presentada en (*Zanardo, 1990*), pero la formulación del sistema aparece en otros trabajos como (*Prior, 2011*), (*Gabbay et. al., 2000*), (*Reynolds, 2002*). Como vimos, el sistema *Arist_t* ofrece una cuenta de las modalidades, pero sólo lo hace en términos temporales. Para definir el concepto de contingencia es imprescindible contar con una definición independiente de la modalidad. El sistema que expondremos en esta parte tiene la ventaja de ofrecer una forma alternativa de definir las modalidades y los tiempos, que no reduce las modalidades a definiciones temporales, pero en este caso se definen operadores híbridos.

Iniciaremos presentando algunas nociones previas necesarias para poder entender la manera de evaluar fórmulas en este sistema. Continuaremos definiendo un nuevo lenguaje con el cual sea posible capturar la intuición de necesidad en pasado y presente, y contingencia en el futuro. Consecuentemente, expondremos la respuesta que propone Charles Sanders Peirce de acuerdo con Arthur Prior. Y finalizaremos con algunas críticas y problemas relativos a este sistema.

4.1.2 Nociones básicas

4.1.2.1 *Los conceptos de “árbol” y “rama”*

Usaremos un tipo específico de estructura similar a los flujos de tiempo que definimos en el capítulo anterior, a dicha estructura la denominaremos “árbol”. Seguimos la caracterización presentada en (*Gabbay, et. al., 2000*), (*Reynolds, 2003*), (*Øhrstrøm y Hasle, 1995*) y

(Zanardo, 1999). Un *árbol* es una estructura $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$, donde \mathcal{T} es un conjunto no vacío que llamaremos el *universo* de \mathbb{T} , y $<$ es una relación en \mathcal{T} , de *precedencia*, que satisface las siguientes condiciones:

1. $<$ es irreflexiva;
2. $<$ es transitiva;
3. $<$ es *lineal a la izquierda (past-linear)*;
4. $(\mathcal{T}, <)$ es *conectado*.

La explicación de las condiciones es como sigue. Que la relación $<$ sea irreflexiva significa que ningún elemento del universo es menor que sí mismo, en otras palabras, no se satisface $x < x$ para cualquier elemento $x \in \mathcal{T}$. Que la relación sea transitiva significa que la vinculación entre elementos del universo a partir de la relación $<$ es compuesta, es decir, para cualesquiera elementos $x, y, z \in \mathcal{T}$, tenemos que, si $x < y$ y $y < z$, entonces $x < z$. Que la relación $<$ sea lineal a la izquierda significa que, se satisface que, si $y < x$ y $z < x$, entonces, una de las tres cosas es el caso, $y < z$, $z < y$, o $y = z$. Es decir, para cualesquiera dos elementos y y z menores que x , es necesario que y sea menor que z , o z sea menor que y , o que sean iguales. Esta condición preserva la necesidad del pasado. Y finalmente, que el árbol $(\mathcal{T}, <)$ sea conectado, significa que se satisface para cualesquiera elementos $x, y \in \mathcal{T}$, hay un elemento $z \in \mathcal{T}$, tal que $z < x$ y $z < y$. Es decir, un árbol es conectado, si para todo par de elementos x, y , hay un elemento del universo que es menor que ambos. Los árboles se asumen como *ilimitados*, esto significa que no hay un elemento ni $<$ -*minimal*, ni $<$ -*maximal*. Esto significa que siempre podremos encontrar un elemento perteneciente al universo, que sea menor o mayor que cualquier otro. A los elementos de \mathcal{T} se les suele llama *puntos temporales*, o *momentos*.

El siguiente elemento es el de “rama” (*ramification*). Una *rama* en $(\mathcal{T}, <)$, será un subconjunto linealmente ordenado que no tiene límite superior extremo (*external upper bound*), ni puntos internos perdidos (*missing internal points*). Hay que detenernos a explicar varias nociones. En primer lugar, denotaremos a las ramas con \mathbf{b} , con o sin subíndices. En segundo lugar, una rama será un subconjunto de \mathcal{T} , en símbolos $\mathbf{b} \subseteq \mathcal{T}$, y eso significa que, los elementos de \mathbf{b} también son elementos de \mathcal{T} , es como si dijéramos que una rama se forma tomando una colección de algunos elementos del universo. En segundo lugar, una rama \mathbf{b} , también está ordenada por $<$, y preserva las propiedades a) – d). Además no cuenta con

elemento \leftarrow -maximal, en ese sentido no tiene límite superior. Y finalmente, que no tenga puntos perdidos significa que, si $x < y < z$, y $x, z \in \mathfrak{b}$, entonces $y \in \mathfrak{b}$. En otras palabras, para todo punto que se encuentre entre dos puntos cualesquiera de una rama, dicho punto también está en la rama.

Una clase especial de ramas son las que se denominan “historias”. Una *historia* es un subconjunto *maximal* linealmente ordenado, en otras palabras, una historia es una rama *maximal*. Que una rama sea *maximal*, significa que su elemento mínimo es mayor que algún elemento de \mathcal{T} . Con estos elementos podemos presentar con precisión la semántica del sistema \mathbb{P}_t , pero para ello definiremos en primer lugar la sintaxis del lenguaje.

4.1.2.2 La sintaxis de \mathcal{P}

En primer lugar definiremos un lenguaje proposicional \mathcal{L} , y posteriormente formularemos el lenguaje temporal \mathcal{P} extendiendo el lenguaje proposicional. Considérese un conjunto de fórmulas atómicas (o átomos) $\mathbb{A} = \{p, q, r, \dots\}$ y un conjunto de conectivas $\mathbb{C} = \{\neg, \rightarrow, \wedge, \vee\}$. Definiremos un conjunto de fórmulas \mathbb{F} a partir de las siguientes cláusulas:

1. $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{F}$
2. Si $\varphi \in \mathbb{A}$ entonces $\neg\varphi \in \mathbb{F}$
3. Si $\varphi, \psi \in \mathbb{A}$ entonces $\varphi \rightarrow \psi, \varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi \in \mathbb{F}$

Las cláusulas especifican el uso de los signos del lenguaje. 1) establece que toda fórmula atómica es una fórmula del lenguaje, por ello el conjunto de fórmulas atómicas está incluido en el de fórmulas. Y dos y tres indican la manera de vincular fórmulas por medio de las conectivas para formar nuevas fórmulas. El lenguaje proposicional resulta ser la terna $\mathcal{L} = \langle \mathbb{F}, \mathbb{C} \rangle$. Si agregamos operadores temporales obtenemos el lenguaje \mathcal{P} . Partiremos de nuevo de \mathbb{A} , pero ahora consideraremos el conjunto de operadores $\mathbb{O} = \{\neg, \rightarrow, \wedge, \vee, F, f, H\}$ para formar el conjunto de fórmulas \mathbb{F} a partir de las siguientes cláusulas:

1. $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{F}$
2. $\varphi \in \mathbb{A}$ si y sólo si $\neg\varphi, F\varphi, f\varphi, H\varphi \in \mathbb{F}$
3. $\varphi, \psi \in \mathbb{A}$ sí y sólo si $\varphi \wedge \psi \in \mathbb{F}$

La novedad en este caso proviene de la adjunción de seis operadores temporales G, F, H, P, g, f ⁵⁸. El hecho de que el lenguaje sólo cuente con dos operadores del pasado, y cuatro del futuro no es una simple arbitrariedad, sino que este hecho obedece intuiciones filosóficas que Peirce estableció, esto será explicado más adelante. De este modo el lenguaje temporal resulta ser la terna $\mathcal{P} = \langle \mathbb{F}, \mathbb{O} \rangle$. Ahora continuaremos y presentaremos las condiciones de verdad de las fórmulas de este lenguaje.

4.1.2.3 La semántica de \mathcal{P}

Sea $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$ un árbol que satisface a) – d). Un *modelo Peirceano* será la terna $\mathbb{M}_p = (\mathcal{T}, <, p)$. La operación p será llamada *asignación peirceana* en \mathbb{T} . Dicha operación asigna a las fórmulas atómicas subconjuntos de \mathcal{T} , los subconjuntos que asigna a cada fórmula tienen como elementos a los momentos en los que una fórmula es verdadera. Si consideramos un lenguaje temporal \mathbb{P} , las fórmulas son evaluadas en puntos x , pertenecientes a historias \mathbf{b} , pertenecientes a árboles \mathbb{T} , satisfaciendo las siguientes condiciones⁵⁹:

1. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi$ ssi, $x \in p(\varphi)$
2. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg\varphi$ ssi, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models \varphi$
3. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi \wedge \psi$ ssi, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \psi$
4. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models P\varphi$ ssi, para alguna $y \in \mathbf{b}_1$ con $y < x$, tal que, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models \varphi$
5. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models F\varphi$ ssi, para toda \mathbf{b}_n con $x \in \mathbf{b}_n$, hay una $y \in \mathbf{b}_n$ con $x < y$, tal que, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models \varphi$
6. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models f\varphi$ ssi, para alguna \mathbf{b}_n con $x \in \mathbf{b}_n$, hay una $y \in \mathbf{b}_n$ con $x < y$, tal que, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models \varphi$

Las restantes conectivas se definen con la conjunción y la negación, $\varphi \rightarrow \psi$ se define como $\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$, y $\varphi \vee \psi$ se define como $\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$. Los restantes operadores temporales se definen de manera análoga. El operador G se define como $\neg f \neg$ y el operador g como $\neg F \neg$. El operador H se define como $\neg P \neg$.

Las condiciones se explican a continuación. La cláusula 1) establece que una fórmula φ es verdadera en un punto x , si y sólo si el punto x pertenece al subconjunto de puntos que la función p asigna a la fórmula φ . La cláusula 2) indica que la fórmula $\neg\varphi$ es verdadera en el punto x de la rama \mathbf{b}_1 , si y sólo si la fórmula φ no es verdadera en el punto x de la rama \mathbf{b}_1 . La cláusula 3) significa que una conjunción $\varphi \wedge \psi$ es verdadera en los puntos y ramas

⁵⁸ G, P , y g serán definidos en la siguiente sección.

⁵⁹ La secuencia “ $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi$ ” debe leerse como “ φ es verdadera en el punto x de la rama \mathbf{b}_1 en el árbol \mathbb{T} ”.

en que φ y ψ son verdaderas. La cláusula 4) establece que una fórmula $P\varphi$ es verdadera en el punto x de la rama \mathbf{b}_1 , si y sólo si hay un punto y menor que x que pertenece a la rama \mathbf{b}_1 , en donde la fórmula φ es verdadera. La cláusula 5) indica que una fórmula con operador futuro $F\varphi$ es verdadera en punto x de la rama \mathbf{b}_1 , si y sólo si la fórmula φ es verdadera en el punto y de toda rama \mathbf{b}_n siempre que se satisfaga que el punto x está incluido en la rama \mathbf{b}_n , y el punto x es menor que el punto y . Es decir, la fórmula φ es verdadera en toda rama conectada a la rama \mathbf{b}_1 , y esta conexión se establece a partir de que el punto x pertenece a dichas ramas. Y además, la fórmula es verdadera en un punto posterior a x . El operador además de acceder a un punto posterior, se conecta a toda rama a la que x pertenezca, y en todas esas ramas, en alguno de sus puntos mayores que x , la fórmula es verdadera. La siguiente condición establece algo similar a esto último. Si la fórmula $f\varphi$ es verdadera en el punto x de la rama \mathbf{b}_1 , entonces la fórmula φ es verdadera en el punto y de alguna rama \mathbf{b}_n , siempre que se satisfaga que x es un punto de \mathbf{b}_n menor que un punto y perteneciente a \mathbf{b}_n . En otras palabras, el operador hace que la fórmula acceda a ambos, una nueva rama que incluya a x , y un nuevo punto de la nueva rama que sea mayor que x .

La validez se define en términos similares. El signo \models representa la operación de consecuencia lógica semántica. Si se tiene un conjunto P de fórmulas de \mathbb{F} , y una fórmula p , diremos que p es consecuencia lógica de P , en símbolos $P \models p$, si y sólo si, siempre que P sea verdadera p lo será, para todo punto x , toda rama \mathbf{b} , y todo modelo Peirceano $\mathbb{M}_p = (\mathcal{T}, <, p)$. Esto significa que una fórmula p se sigue lógicamente de un conjunto de fórmulas P , si p es verdadera en las mismas ramas y puntos que P , para todo modelo Peirceano $\mathbb{M}_p = (\mathcal{T}, <, p)$. El sistema Peirceano temporal resulta ser de esta manera la terna $\mathbb{P}_t = \langle \mathcal{P}, \models \rangle$, donde \mathcal{P} es el lenguaje de dicha lógica y \models la operación de consecuencia definida sobre el lenguaje. Ahora volviendo al problema de los futuros contingentes consideraremos algunas cuestiones sobre la propuesta de Peirce.

4.1.3 La respuesta Peirceana

4.1.3.1 El operador “mañana”

En su formulación del sistema \mathbb{P}_t , Dov Gabbay, Mark Reynolds y Marcelo Fungler (2000: 78), definen un operador que representa la intuición del uso común de la palabra “mañana”. Dicho operador tiene como fin específico generar un modelo de la solución que Peirce

presenta al problema de los futuros contingentes. Consideramos que este operador no da cuenta del concepto de contingencia, y a continuación mostraremos por qué.

Considérese un modelo Peirceano $\mathbb{M}_p = (\mathcal{T}, <, p)$, si tomamos un lenguaje temporal \mathbb{P} y unimos el operador X al conjunto de operadores, las condiciones de verdad para X son como sigue:

7. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models X\varphi$ ssi, para toda $y \in \mathbf{b}_1$ con $y > x$, tal que, no hay un z que satisfaga que $y > z > x$, tenemos que $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models \varphi$

El significado del operador es el siguiente. Una fórmula $X\varphi$ es verdadera en un punto x perteneciente a una rama \mathbf{b}_1 , si la fórmula φ es verdadera en un punto posterior y que pertenece a la misma rama, tal que, y es sucesor inmediato de x . Esto significa que entre x y y no hay un punto mayor que x y menor que y . Ese operador captura la intuición de la palabra “mañana”, en el sentido en que lo que sucede mañana es inmediatamente posterior. La solución que proponen Gabbay, et. al., es interpretar la oración “hay (se lleva a cabo) una batalla naval” con la variable p , y la oración “habrá una batalla naval mañana” con la fórmula Xp . Aceptando esto, y bajo el supuesto de que “habrá una batalla naval mañana” es una oración contingente, Gabbay establece que la correcta formulación de la contingencia de Xp es representada por la siguiente fórmula:

$$\neg Xp \wedge \neg X\neg p$$

En el sistema \mathbb{P}_t el análisis semántico de dicha fórmula es como sigue:

- A. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg Xp \wedge \neg X\neg p$ (hipótesis)
- B. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg Xp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg X\neg p$ (por definición de conjunción)
- C. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models Xp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models X\neg p$ (por definición de negación)
- D. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \not\models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \not\models \neg p$, con $y > x$, y no $y > z > x$ (por definición de “mañana”)

Encontramos esta formulación poco satisfactoria al menos por dos razones. En primer lugar esta salida no parece apelar al nexo existente entre el concepto de contingencia y las modalidades de necesario y posible, únicamente se hace referencia a un momento posterior, y en dicho momento tanto “hay (se lleva a cabo) una batalla naval” como “no hay (se lleva a

cabo) una batalla naval” no se satisfacen, esto no captura la intuición común que se tiene sobre la contingencia.

Por otro lado, esta formulación no da cuenta del concepto de oposición en términos concretos. No hay manera de establecer una operación de oposición a partir del operador X . Un último problema es el señalado justamente por Gabbay et. al., (Ídem), y que es algo característico de este sistema, y es el hecho de que mediante esta formulación no hay manera de dar cuenta de un *futuro en sentido pleno*, esto es, un futuro que se encuentre entre la posibilidad y la necesidad, en otras palabras un “futuro actual”. Esta cuestión, aunque no conectada con el operador X , es la que a continuación presentamos

4.1.3.2 *La vacuidad del futuro: la oposición futura entre necesidad y posibilidad*

Podemos usar los operadores del conjunto $\mathbb{O} = \{\neg, \rightarrow, \wedge, \vee, F, f, H\}$ para ofrecer una formulación de la aporía del *PH IX* alternativa a la anterior. Considerando la proposición “hay (se lleva a cabo) una batalla naval” como representada por la fórmula p , el primer problema al que nos enfrentamos es ¿qué operador usar para representar la intuición generada con la palabra “mañana”? Para responder analicemos lo que Øhrstrøm y Hasle proponen al respecto.

Para Peirce las proposiciones son verdaderas en virtud de hechos, considerando a los mismos como “piezas de la realidad” (Øhrstrøm y Hasle, 1999: 139). En ese sentido, de lo único que podemos establecer la verdad o falsedad es, de lo que esté perfectamente determinado. De acuerdo con Prior (2011: 132) podemos dividir en dos las regiones de la realidad en las que podemos encontrar “hechos brutos”, y estas son, el área de lo “actual”, a donde pertenecen el pasado y el presente, y por otro lado el área de “lo posible y lo necesario”, a la que pertenece el futuro.

De esto se sigue, que de lo único que podemos establecer verdad o falsedad es de lo pasado y presente en sentido actual, y de lo futuro, pero no en sentido actual, sino en un sentido, o posible o necesario. Por esa razón, una proposición como “mañana habrá una batalla naval” no puede entenderse como una proposición futura *per se*, sino que debe interpretarse o como posiblemente verdadera en el futuro, o necesariamente verdadera en el futuro. Consideremos las tres siguientes oraciones:

- a) Posiblemente habrá una batalla naval mañana

- b) Necesariamente habrá una batalla naval mañana
- c) Habrá una batalla naval mañana

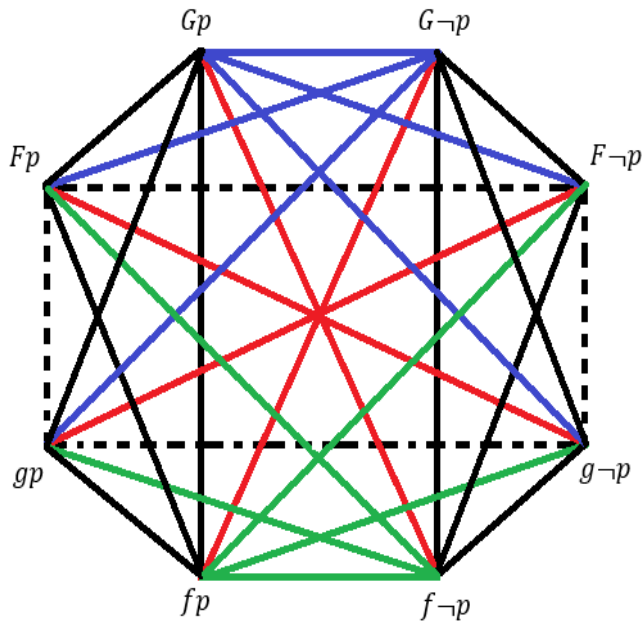
La fórmula fp representa a), la fórmula Gp representa a b), y c) en este sistema debe de estipularse como equivalente a a) o a b). Esto aparentemente acarrea problemas ontológicos relativos a la plenitud del futuro, sobre el futuro de manera actual no es posible hablar. Tal y como Øhrstrøm y Hasle (1995: 268) mencionan esto no es algo arbitrario por parte de Peirce, sino que es una propuesta filosóficamente motivada en la concepción Peirceana de la modalidad y el tiempo.

Peirce concibe las modalidades vinculadas al tiempo, en específico al futuro, ya que el presente y el pasado son “actuales”, es decir, no modales. Para entender esta diferencia es necesario acudir al propio Peirce y a su definición de las modalidades, leemos en el siguiente fragmento citado de Øhrstrøm y Hasle:

Una simple proposición asertórica difiere sólo en sentido medio de la aserción de una Posibilidad o de una Necesidad, ya que éstas dos difieren una de otra. Porque como hemos visto arriba, lo que caracteriza y define a una aserción de Posibilidad es su emancipación del Principio de Contradicción; mientras permanece sujeta al Principio de Tercio Excluido; mientras que lo que caracteriza y define a una aserción de Necesidad es que ésta se mantiene sujeta al Principio de Contradicción, pero se libera del yugo del Principio de Tercio Excluido; y lo que caracteriza y define una aserción de Actualidad o simple existencia es que reconoce la lealtad a ambas fórmulas, y está justo a mitad de camino entre las dos “Modalidades” racionales, como las formas modificadas son llamadas por todos los antiguos lógicos⁶⁰. (Øhrstrøm y Hasle, 1995:149)

⁶⁰ “A simply assertory Proposition differs just half as much as the assertion of a Possibility or that of a Necessity as these two differ from each other. For as we have seen above, that which characterizes and defines an assertion of Possibility is its emancipation from the Principle of Contradiction; while it remains subject to the Principle of Excluded Third; while that which characterizes and defines an assertion of Necessity is that it remains subject to the Principle of Contradiction, but throws off the yoke of the Principle of Excluded Third; and what characterizes and defines an assertion of Actuality or simple existence is that it acknowledges allegiance to both formulae, and is just midway between the two rational “Modals” as the modified forms are called by all the old logicians.”

Como podemos ver Peirce divide en tres los tipos de proposiciones de acuerdo al modo. Esta división corresponde a las condiciones de oposición establecidas por Aristóteles en el *PH*, de las cuales generamos un cuadrado y posteriormente un hexágono de oposiciones. Pero en este caso lo que obtenemos es un *octágono de oposiciones*. Esto quiere decir que, las proposiciones como singulares futuras pueden oponerse de las tres formas en función de la



manera en que sean interpretadas. Veamos el octágono y a partir de este análisis consideremos esta solución. Si optamos por formalizar “mañana” con G , obtenemos el par Gp y $G¬p$, tales fórmulas satisfacen el *PNC*, pero no el *PTE*, ya que el operador G es fuertemente modal, o en otras palabras necesario, y fuertemente temporal. Esto significa que ambas pueden oponerse de manera contraria. La siguiente fórmula, de acuerdo a lo

anterior, puede ser una verdad lógica del sistema \mathbb{P}_t :

$$\neg(Gp \wedge G¬p)$$

Y de acuerdo a las definiciones podemos realizar un análisis semántico como sigue:

- A. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg(Gp \wedge G¬p)$ (hipótesis)
- B. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models (Gp \wedge G¬p)$ (definición de negación)
- C. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models Gp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models G¬p$ (definición de conjunción)
- D. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models \neg f¬p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models \neg f¬¬p$ (definición de G)
- E. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models f¬p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models f¬¬p$ (definición de negación)
- F. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models \neg p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models \neg\neg p$, para alguna \mathbf{b}_n con $x \in \mathbf{b}_n$, hay una $y \in \mathbf{b}_n$ con $x < y$ (definición de f)
- G. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \not\models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models p$ (definición de negación)

Lo que establece el anterior análisis es que, el hecho de que una batalla naval se efectúe en todas las historias, en todo punto, entra en conflicto con el hecho de que una batalla naval no

se efectúe en toda historia, en todo punto. Es quiere decir, que no puede haber rama ni punto en el que haya (se lleve a cabo) y no haya (no se lleve a cabo) una batalla naval.

En cambio, si optamos por formalizar “mañana” con f , obtenemos el par fp y $f\neg p$, que satisfacen el *PTE* pero no el *PNC*, ya que el operador es débilmente modal, o en otras palabras, posible, y débilmente temporal. Por ello, ambas se oponen de manera subcontraria. De acuerdo con esto la siguiente fórmula será una verdad lógica del sistema \mathbb{P}_t :

$$fp \vee f\neg p$$

A partir de las definiciones podemos analizar con la semántica dicha fórmula como sigue:

- A. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models fp \vee f\neg p$ (hipótesis)
- B. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models fp$ o $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models f\neg p$ (definición de disyunción)
- C. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models p$ o $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models \neg p$, para alguna \mathbf{b}_n con $x \in \mathbf{b}_n$, hay una $y \in \mathbf{b}_n$ con $x < y$ (definición de f)
- D. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \models p$ o $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, y \not\models p$ (definición de negación)

Lo que muestra el análisis anterior es que, dos proposiciones posibles futuras opuestas, pueden ser verdaderas en el mismo momento, ya que las correspondientes proposiciones sin operador son verdaderas en ramas y puntos distintos. Esto quiere decir, que hay futuros posibles donde la batalla naval se efectuará, y hay futuros posibles donde no se efectuará.

Estas diferencias se establecen con respecto al hecho de que las definiciones de dichos operadores tienen como dominio, además de puntos, ramas, y la posibilidad o necesidad se define en función de la cantidad de ramas consideradas. F es necesario (fuertemente modal) porque considera toda rama posible, y f es posible (débilmente modal) porque considera algunas ramas, pero no todas.

Esta misma distinción puede elaborarse para los análogos operadores G y g , el primero fuertemente modal y el segundo débilmente modal. Este par de operadores difiere del par anterior por el vínculo que tienen con los puntos, los primeros (F, f) consideran sólo algunos, pero no todos los puntos, por ello son débilmente temporales; y los segundos (G, g) consideran todos los puntos, por ello son fuertemente temporales. Algo que debemos notar en el octágono es que cuatro fórmulas, las “relacionadas” por líneas punteadas, se mantienen *independientes*. A partir de estas condiciones es claro cómo se oponen oraciones singulares sobre el futuro, desde el punto de vista de la propuesta de Peirce la oposición futura está

determinada por la manera en que se entienda la referencia al futuro. La última alternativa es que la oposición se efectúe en un sentido contradictorio, y eso implicaría que una de las fórmulas fuese necesaria y la otra posible. En ese sentido las siguientes dos fórmulas serían verdades lógicas del sistema:

$$\begin{aligned} &\neg(Gp \leftrightarrow f\neg p) \\ &\neg(Fp \leftrightarrow g\neg p) \\ &\neg(gp \leftrightarrow F\neg p) \\ &\neg(fp \leftrightarrow G\neg p)^{61} \end{aligned}$$

La conectiva \leftrightarrow se define como $(p \leftrightarrow q) = ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Que sean contradictorias significa que, no pueden ser verdaderas a la vez ni falsas a la vez.

A pesar de que el problema del futuro pleno sigue abierto en esta interpretación, es posible definir condiciones específicas que satisfacen proposiciones futuras, independientemente de desviarnos a una discusión ontológica sobre la concepción del tiempo en potencia o en acto. El logro de este sistema es dar una cuenta de la noción de oposición y de la contingencia distinta de la Aristotélica, considerando el futuro ramificado. A causa de la definición de las modalidades, en ese sistema no es posible ofrecer una cuenta del concepto de contingencia independiente del tiempo. Ahora veremos la segunda alternativa, que modifica la concepción del tiempo y además de ser ramificado se encuentra abierto al paralelismo entre historias.

4.2 Diseñando un sistema de *necesidad histórica* (parte 2): el sistema \mathbb{O}_t

4.2.1 Introducción

En esta parte presentaremos la segunda alternativa, el sistema Ockhamista. En primer lugar hablaremos de la similitudes y diferencias entre el sistema Peirceano y el Ockhamista, resaltando el hecho de que en ambos se usa el concepto de *árbol*. Posteriormente definiremos el lenguaje del sistema, partiremos del lenguaje proposicional y agregaremos los operadores modales y temporales. Además, definiremos una semántica con la cual interpretaremos las expresiones del lenguaje, y definiremos una operación de consecuencia lógica. Continuaremos con la propuesta de Ockham, en primer lugar consideraremos el operador “mañana”, agregando algunas modificaciones a la definición de contingencia propuesta en el

⁶¹ La prueba de estos y otros teoremas del octágono se analizaran en el Apéndice 1.

sistema Peirceano. Posteriormente definiremos dos formas de presentar la contingencia que no involucran el operador “mañana”, y que consideran cualquier tipo de expresiones sobre el futuro. Finalmente presentaremos un hexágono de oposición diseñado a partir de estas definiciones de contingencia.

4.2.2 Nociones básicas

En esta sección examinaremos las similitudes y diferencias que tienen los dos sistemas desde un punto de vista sintáctico. Como veremos el sistema \mathbb{O}_t es más expresivo que el \mathbb{P}_t , eso puede o no ser una ventaja, depende de cómo se interprete filosóficamente esa expresividad. Además, presentaremos los elementos del lenguaje de \mathbb{O}_t , introduciremos operadores modales, y posteriormente definiremos cada uno. Finalmente definiremos la operación de consecuencia lógica desde un punto de vista semántico.

4.2.2.1 Similitudes y diferencias entre \mathbb{O}_t y \mathbb{P}_t

El sistema \mathbb{O}_t es, al igual que el sistema Peirceano, una lógica de la necesidad histórica, que como vimos tiene características específicas, por ejemplo: combinar modalidad con temporalidad, el hecho de establecer como necesarios al pasado y presente y como posible (contingente) al futuro, etc. También este sistema tiene como base las intuiciones Aristotélicas del tiempo, al igual que las extienden, en el sentido en que en estos dos últimos sistemas es posible considerar al tiempo ramificado, con intervalos de tiempo simultáneos, o en otras palabras, podemos hablar de *sincronía temporal*.

Como vimos, la idea de presentar dos sistemas proviene de Arthur Prior, el sistema que ahora analizaremos es la segunda alternativa a una formalización que corresponda con una interpretación indeterminista del tiempo y del mundo. La principal motivación de este segundo enfoque es que puede haber mayor expresividad en este sistema, eso implica que hay un rango mayor de aplicación. En este sistema proposiciones como “mañana habrá una batalla naval”, pueden analizarse sin apelar a la posibilidad o necesidad. Con el lenguaje de este sistema es posible considerar proposiciones de las cuales su verdad o falsedad es desconocida ahora, pues dichas proposiciones se evalúan en puntos pertenecientes a una particular línea histórica a través del tiempo.

La principal diferencia entre \mathbb{O}_t y \mathbb{P}_t es el hecho de hacer explícita la introducción de operadores modales. En \mathbb{P}_t no era posible representar la proposición “mañana habrá una

batalla naval” como una fórmula “actual”, sino que debía de representarse como una fórmula “posible” o “necesaria”. De esto ya hablamos y vimos que esta idea tiene sus bases filosóficas en definiciones Peirceanas de la modalidad y el tiempo. Esto significa en palabras de Mark Reynolds que:

Guillermo de Ockham propuso que, a causa de que hay un futuro conocido para Dios, pero no necesario para el resto de nosotros [la proposición “habrá una batalla naval”] es o verdadera o falsa pero ahora no sabemos cuál. Arthur Prior comenzó el desarrollo de esta idea dentro de una lógica temporal formal, la lógica Ockhamista, en la cual tenemos permitido asignar valores de verdad a enunciados contingentes porque evaluamos su valor de verdad con respecto a una rama particular de posibilidades a través del tiempo. (Reynolds, 2002:680)⁶²

Los conceptos que comparten casi de manera idéntica ambos sistemas son los de *árbol* y *rama*, en el sistema \mathbb{O}_t hablaremos de agrupaciones (*bundles*), y de conjuntos de historias, más que de historias sin más (seguimos de cerca a (Reynolds, 2003)). Una historia como vimos (3.1.2.1), es un subconjunto de un árbol $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$ que preserve la relación de orden, y además el elemento mínimo de una historia es mayor que algún elemento del conjunto \mathcal{T} de puntos.

En este sistema se necesita operar a través de historias, y para definir relaciones entre historias es necesario considerar un conjunto de las mismas. Con $\mathbf{B}(\mathbb{T})$ denotaremos el conjunto de todas las historias del árbol $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$. Un conjunto de historias $B \subseteq \mathbf{B}(\mathbb{T})$ será denominado *agrupación*, sí y sólo si, para todo punto x perteneciente a \mathcal{T} hay una historia \mathbf{b} perteneciente a B , tal que x es un punto de la historia \mathbf{b} . Si B es una agrupación en $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$, entonces $\mathbb{B} = (\mathcal{T}, <, B)$ es una *estructura agrupada*. $\mathbb{B} = (\mathcal{T}, <, B)$ es una estructura *completa*, sí y sólo si, $B = \mathbf{B}(\mathbb{T})$.

Estas operaciones se necesitan para definir un conjunto de historias en el cuál se satisfaga una relación entre las mismas, similar a la relación de accesibilidad en la lógica modal básica⁶³, pero en este caso la relación se establece entre historias que comparten

⁶² “William of Ockham proposed that because there is one future known to God, but not necessary to the rest of us (3) is either true or false but we do not yet know which. Arthur Prior started to develop this idea into a formal temporal logic, Ockhamist logic, in which we are able to assign truth values to contingent statements because we evaluate truth with respect to a particular branch of possibilities thorough time...”

⁶³ (Priest, 2008), capítulo 2.

puntos, en ese sentido *accesible* significa *que comparte algún punto*. Esta relación será definida de manera concreta en la presentación de la semántica (3.2.2.3).

4.2.2.2 Sintaxis de \mathbb{O}_t

Partiremos del lenguaje proposicional $\mathcal{L} = \langle \mathbb{F}, \mathbb{C} \rangle$ y definiremos una extensión agregando tres operadores más. El lenguaje del sistema \mathbb{O}_t será la terna $\mathcal{O} = \langle \mathbb{F}, \mathbb{O}_C \rangle$, donde $\mathbb{O}_C = \{ \neg, \rightarrow, \vee, \wedge, F, P, \diamond \}$ ⁶⁴, y \mathbb{F} es el conjunto de fórmulas generado a partir de las siguientes cláusulas:

1. $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{F}$
2. $\varphi \in \mathbb{A}$ ssi $\neg\varphi, F\varphi, P\varphi, \diamond\varphi \in \mathbb{F}$
3. $\varphi, \psi \in \mathbb{A}$ ssi $\varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi \in \mathbb{F}$

La cláusula 1 establece que el conjunto de fórmulas atómicas \mathbb{A} es un subconjunto del conjunto de fórmulas \mathbb{F} , esto significa que todo átomo es también una fórmula. La cláusula 2 indica que los operadores temporales F, P son monádicos junto con el operador modal \diamond y la negación. Por último la cláusula 3 define la manera de generar fórmulas a partir del condicional (\rightarrow), la conjunción (\wedge) y la disyunción (\vee). El sentido de los operadores temporales es representar las expresiones del lenguaje ordinario “Alguna vez en el futuro...” para F , y “alguna vez en el pasado...” para el operador P . El sentido del operador modal será establecido junto con la semántica, pues es especial y debe distinguirse del uso que se hace de él en la lógica modal normal⁶⁵.

4.2.2.3 Semántica de \mathbb{O}_t

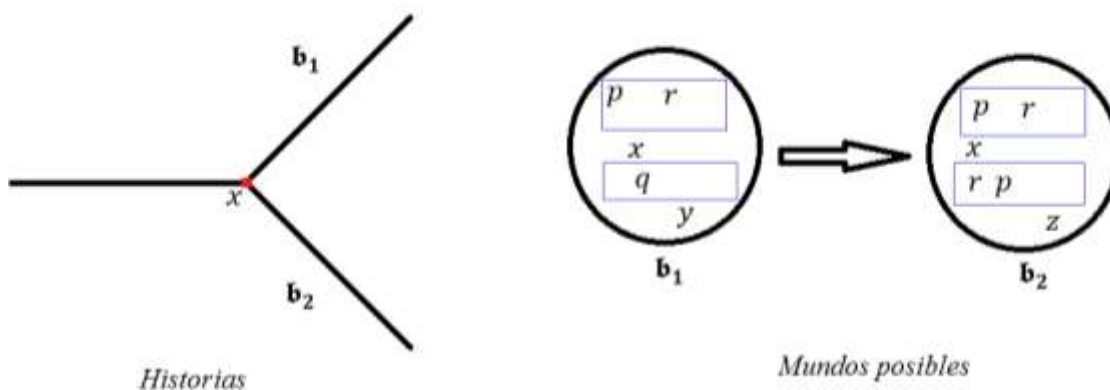
Sea $\mathbb{B} = (\mathcal{T}, <, B)$ una estructura agrupada, tal que el árbol adjunto $\mathbb{T} = (\mathcal{T}, <)$ satisface las condiciones definidas en 3.1.2.1 para los árboles (irreflexivo, transitivo, conectado, etc.). Un *modelo Ockhamista* será la terna $\mathbb{M}_o = (\mathcal{T}, <, B, \nu)$, compuesta de una estructura agrupada $\mathbb{B} = (\mathcal{T}, <, B)$ y una función “ ν ” que asigna puntos a fórmulas. Con la notación $\nu(\varphi)$ denotaremos el conjunto de puntos donde φ es verdadera. Con esta función podemos evaluar las fórmulas en el sistema \mathbb{O}_t en puntos x , de historias agrupadas \mathbf{b} , pertenecientes a árboles

⁶⁴ Ya que hay operadores reciclados, como el de posibilidad y los de futuro, establecemos como convención el uso de los operadores sin subíndices cuando el contexto esté perfectamente determinado, cuando esto no sea el caso, se usará un subíndice para cada operador que denotará el sistema al que pertenece.

⁶⁵ Para esto ver (Priest, 2008). En específico los capítulos 2 – 4.

\mathbb{T} . Antes de presentar las condiciones de verdad de los operadores definiremos una relación entre historias.

Seguiremos a Øhrstrøm (1995:211) y consideraremos algunas cuestiones relativas a los operadores modales. Una relación entre historias⁶⁶ se define a partir del par $\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$, que será denominado *sección ramificada*, donde x es algún punto perteneciente al árbol \mathbb{T} , y \mathbf{b}_1 es una historia perteneciente a conjunto $B \subseteq \mathbf{B}(\mathbb{T})$ de historias. En otras palabras, una sección ramificada es una historia y uno de sus puntos. Una operación entre secciones ramificadas $\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle \approx \langle x, \mathbf{b}_2 \rangle$, significa que las dos secciones son idénticas hasta el punto x . Esta relación puede visualizarse con el siguiente diagrama.



La contribución de esta relación a la semántica es similar a la generada por la relación de accesibilidad entre mundos posibles. La imagen anterior muestra la analogía entre ambas relaciones. En ese sentido, una historia es como un mundo posible al cuál pertenecen puntos o momentos, y en dichos puntos hay fórmulas. En lógica modal normal la relación de accesibilidad es definida para establecer el significado de los operadores “necesario” y “posible”. En este caso usaremos la relación entre secciones ramificadas para definir operadores modales que tienen como dominio, no mundos, sino historias. En ese sentido dicha relación es una especie de accesibilidad entre historias. Aclarado esto, las fórmulas son interpretadas a partir de un modelo Ockhamista $\mathbb{M}_o = (\mathcal{T}, <, B, \circ)$, satisfaciendo las siguientes condiciones:

1. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi$ ssi, $x \in \circ(\varphi)$ para φ atómica
2. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \neg\varphi$ ssi, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \not\models \varphi$
3. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi \wedge \psi$ ssi, $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \varphi$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \psi$

⁶⁶ Aunque en (1995:211) son denominadas *crónicas*.

4. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models P\varphi$ ssi, para todo punto $y < x$ en \mathbf{b}_1 se tiene que $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models \varphi$
5. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models F\varphi$ ssi, para todo punto $x < y$ en \mathbf{b}_1 se tiene que $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models \varphi$
6. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \diamond \varphi$ ssi, para toda historia \mathbf{b}_n , tal que $\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle \approx \langle x, \mathbf{b}_n \rangle$, se tiene que $\mathbb{T}, \mathbf{b}_n, x \models \varphi$

Las cláusulas 1 – 3 son idénticas a las presentadas para el sistema \mathbb{P}_t . La cláusula 4 define el significado del operador temporal P , si una fórmula Pp es verdadera en el punto x de la historia \mathbf{b}_1 (presupondremos que toda historia pertenece al árbol \mathbb{T}), el operador P indica que en algún punto y , anterior a x la fórmula p es verdadera. El significado del operador F establecido en la cláusula 5, es análogo a este. Una fórmula Fp es verdadera en un punto x de una rama \mathbf{b}_1 si y sólo si, la fórmula p es verdadera en algún punto y , posterior a x . La novedad en este sistema proviene del operador de posibilidad. La cláusula 6 establece su significado. La fórmula $\diamond p$ es verdadera en un punto x , sí y sólo si, la fórmula p es verdadera en alguna historia \mathbf{b}_n tal que, entre \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_n están relacionadas por \approx , y eso significa que \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_n idénticas hasta x . En términos de lógica modal normal diríamos que \mathbf{b}_n es accesible desde \mathbf{b}_1 .

Las conectivas \vee, \rightarrow se definen como en 3.1.2.3. Los restantes operadores son H, G , y \diamond , y se definen como sigue. H se define como $\neg P \neg$, G como $\neg F \neg$, y \Box se define como $\neg \diamond \neg$. La validez se define de manera similar que en el caso del sistema Peirceano. La operación de consecuencia lógica semántica se representa también con el signo \models . La secuencia de signos $P \models p$, de manera similar significa que el conjunto de fórmulas P , implica a la fórmula p , pero la diferencia es que en este caso se hace referencia al modelo Ockhamista $\mathbb{M}_o = (\mathcal{T}, <, B, \circ)$ con el cual hemos interpretado el lenguaje. En ese sentido $P \models p$, significa que siempre que P sea verdadera, p debe serlo, para todo punto x , toda rama \mathbf{b} , y todo modelo Ockhamista $\mathbb{M}_o = (\mathcal{T}, <, B, \circ)$. De este modo, el sistema Ockhamista temporal resulta ser la terna $\mathbb{O}_t = \langle \mathcal{O}, \models \rangle$. Ahora podemos continuar y analizar la propuesta de Prior y las ideas que subyacen a la respuesta indeterminista de Ockham.

4.2.3 La respuesta Ockhamista

4.2.3.1 El operador “mañana” (revisado)

Retomando la discusión de 3.1.3.1, en donde definimos el operador mañana “ X ”, y mostrando la falta de nexo que hay con la modalidad y con el concepto de contingencia, en esta sección presentaremos este segundo enfoque considerando el operador X definido en el sistema

Ockhamista. Considérese un modelo Ockhamista $\mathbb{M}_o = (\mathcal{T}, <, B, v)$ y un operador X unido al conjunto de operadores $\mathbb{O}c$, satisfaciendo la siguiente condición:

7. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models X\varphi$ ssi, para toda $y \in \mathbf{b}_1$ con $y > x$, tal que, no hay un z que satisfaga que $y > z > x$, tenemos que $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models \varphi$

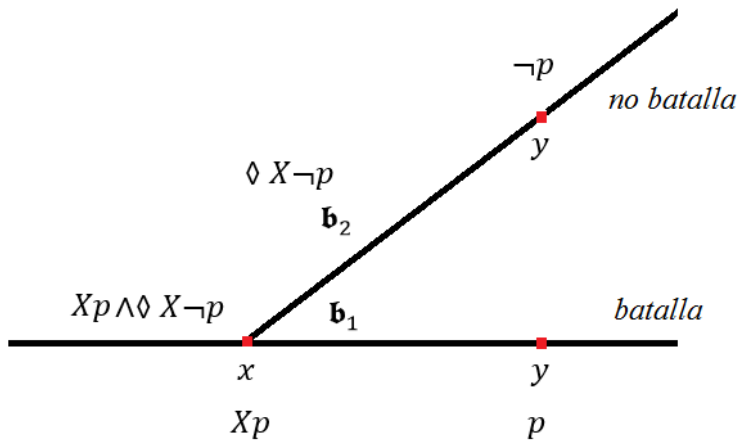
Nótese que la definición es exactamente la misma que la presentada en 3.1.3.1 para el sistema \mathbb{P}_t , sólo que el operador ahora es definido a partir de una estructura de interpretación distinta, el modelo \mathbb{M}_o . En ese sentido podemos aceptar las mismas convenciones de lectura del operador, y la misma manera de entender la cláusula. En este caso el uso que hacen Gabbay, et. al., es diferente. Como vimos, el problema que surge es que en \mathbb{P}_t no es posible interpretar expresiones “actuales” sobre el futuro, y las proposiciones futuras deben interpretarse como “posibles” o como “necesarias”. Esta distinción es imprescindible si se quiere formular la contingencia en este sistema, y en este caso la ventaja es que hay operadores modales independientes con los cuales podemos representar las modalidades de manera explícita. La formulación que Gabbay propone para representar la contingencia de Xp en este sistema es:

$$Xp \wedge \Diamond X\neg p$$

En el sistema \mathbb{O}_t el análisis semántico puede generarse como sigue:

- A. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models Xp \wedge \Diamond X\neg p$ (hipótesis)
- B. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models Xp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \Diamond X\neg p$ (por definición de conjunción)
- C. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \Diamond X\neg p$ (por definición de “mañana”)
- D. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_2, x \models X\neg p$ (por definición de posibilidad)
- E. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_2, y \models \neg p$ (por definición de “mañana”)

En este sentido, dicha formulación de la contingencia indica que una fórmula Xp es contingente, si p es verdadera en un punto posterior, y $\neg p$ es verdadera en el mismo punto posterior, pero de una diferente rama. En el caso anterior el operador “mañana” únicamente se usaba para establecer un vínculo con momentos futuros, sin generar ramificaciones en el tiempo. La siguiente imagen muestra cómo podemos comprender esta concepción de la contingencia.



En la imagen se muestra una línea temporal que se bifurca en el punto x , puesto que, a partir del operador de posibilidad este punto es el que establece el vínculo entre las dos historias posibles. La historia \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_2 son idénticas hasta el punto x . En ese punto

es en donde son verdaderas las fórmulas Xp y $\diamond X\neg p$ simultáneamente. El operador de posibilidad abre una nueva historia, en la que $X\neg p$ es verdadera, tanto Xp como $X\neg p$ son verdaderas simultáneamente (en x), pero a causa del operador lo son en historias distintas, el impacto de este hecho se mostrará cuando el día de mañana las fórmulas p , y $\neg p$ sea verdaderas pero en una historia diferente. p será verdadera en la historia en que ocurre una batalla naval, esto es la historia \mathbf{b}_1 , y $\neg p$ en la que mañana no ocurrió, la historia \mathbf{b}_2 . Esta solución sí es compatible con la idea de un futuro pleno (sólo basta con considerar que el día de mañana “actual” será lo visualizado en alguna de las dos historias, y el posible será el que no se efectuó, pero pudo ser), y además, con la idea de que el futuro es contingente para nosotros, pero no lo es para Dios, y por esa razón hay elección libre por parte de nosotros, pero Dios ya conoce de antemano dicha decisión. La siguiente sección profundiza un poco más en este asunto, y propone una distinta manera de concebir la contingencia del futuro.

4.2.3.2 La(s) contingencia(s) del futuro

En esta parte analizaremos brevemente dos alternativas de formalización del concepto de contingencia, distintas a la presentada anteriormente. Usaremos ambas para proponer dos maneras de visualizar lo que significa que dos proposiciones futuras se opongan. Ambas son propuestas por Walter Redmond (1999: 251), la primera es similar a la anterior y es denominada por el lógico norteamericano como *contingencia Sartreana*, y la segunda es denominada *contingencia lógica básica*. A partir de ambas presentaremos un poliedro diseñado para visualizar la manera en que se oponen proposiciones futuras consideradas en este sistema.

La discusión de Ockham en torno a los futuros contingentes está vinculada con dos intuiciones principales, que pueden capturarse en las siguientes dos preguntas: a) ¿cómo concibe Dios el futuro? Y b) ¿cómo lo concibe el ser humano? Estas dos intuiciones son una interpretación teológica de las intuiciones determinista e indeterminista, que con Aristóteles – como vimos- han sido analizadas. La respuesta de Ockham, al igual que Aristóteles y Peirce, puede considerarse como un intento de hacer compatibles ambas intuiciones aparentemente irreconciliables.

La respuesta de Ockham es muy concreta y se reduce a establecer que, en un sentido el determinismo es verdadero, y en ese aspecto es en el que privilegia a la figura de Dios, pero en otro sentido el indeterminismo es verdadero, y en esto resalta la libertad humana. Leemos en Øhrstrøm y Hasle (1995: 268):

También tuvo que concluir que en general el conocimiento divino acerca del futuro contingente es inaccesible, Dios está capacitado para comunicarnos la verdad acerca del futuro, pero si Dios revela la verdad acerca del futuro por medio de enunciados incondicionales, los enunciados futuros ya no serán contingentes⁶⁷.

Ockham conecta la cuestión con el concepto de *comunicación*. Dios nos comunica información sobre su propia perspectiva del mundo, la información sobre el futuro la comunica en forma de enunciados condicionales. Ahora bien, si asumimos que Dios conoce todas las posibles historias futuras y el futuro pleno, antes de que se actualice (y esto respondería a la primer intuición determinista), la pregunta sería ¿cómo alcanza el ser humano ese conocimiento? (y esto correspondería a la intuición indeterminista).

Ockham diría que por medio de enunciados condicionales respecto al futuro. ¿Por qué condicionales y no otros? La *forma lógica* de los enunciados condicionales satisface cuatro posibles casos con respecto a sus condiciones de verdad, pero además, establece un vínculo entre el antecedente y el consecuente. La fórmula $p \rightarrow q$, puede describirse por medio de sus condiciones de verdad, pero se define comúnmente diciendo que *un condicional es falso si su antecedente es verdadero (p), y su consecuente es falso (q)*. Por tanto, si se ofrece información por medio de un condicional, lo único que se dice es que, algo será verdadero

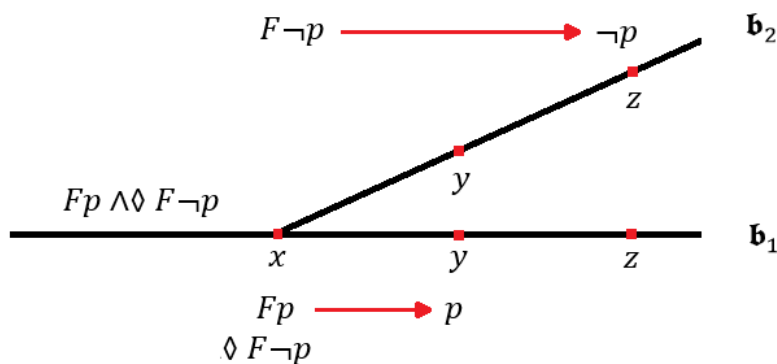
⁶⁷ “He also had to conclude that in general the divine knowledge about the contingent future is inaccessible, God is able to communicate the truth about the future to us but if God reveals the truth about the future by means of unconditional statements, the future statements cannot be contingent anymore”

(q), bajo la presencia de otra cosa (p). Por ello, con un enunciado condicional Dios nos puede comunicar el futuro sin volver al futuro no-contingente. Sólo nos dice que *mañana habrá una batalla naval, bajo la presencia de algo más*, no nos comunica únicamente que “mañana habrá una batalla naval”, porque eso haría que el evento fuese necesario, y cancelaría la contingencia del futuro.

Ahora bien, ¿cómo interpretar esta intuición doble, por un lado la omnisciencia divina, y por otro la libertad? Nosotros creemos que al menos con una de estas dos concepciones de contingencia. La primera es análoga a la presentada en la sección anterior. Es a la que Walter Redmond llama *contingencia Sartreana (Ídem)*. Consideraremos varias modificaciones a dicha definición usando el operador del futuro para establecer el vínculo con el tiempo. De este modo la primera forma de contingencia resultaría ser la siguiente:

$$\text{CON-s) } Fp \wedge \Diamond F\neg p$$

El análisis semántico es similar al anterior. Y fácilmente puede ser generado por el lector. La única diferencia es que, de acuerdo con la definición de operador F , tanto p como $\neg p$, además de encontrarse en historias distintas, podrían encontrarse en puntos distintos. En ese sentido, no representaríamos “mañana habrá una batalla naval” de forma estática, sino que “mañana” podría hacer referencia a varios puntos distintos. Por ejemplo en la proposición representada por CON-s, “mañana habrá una batalla naval, pero es posible que mañana no la haya”, el término “mañana” en la primera parte de la proposición puede referirse a un punto distinto del que se refiere el operador “mañana” de la segunda parte de la proposición. La imagen siguiente muestra cómo entender esto.



De este modo, esta formulación tiene la ventaja de ser más dinámica que la propuesta por Gabbay, et. al. Como puede visualizarse la fórmula p es verdadera en un punto y en una historia

distinta que su negación. Como los puntos y y z , son ambos posteriores al punto x , la definición del operador F es satisfactoria para esta representación.

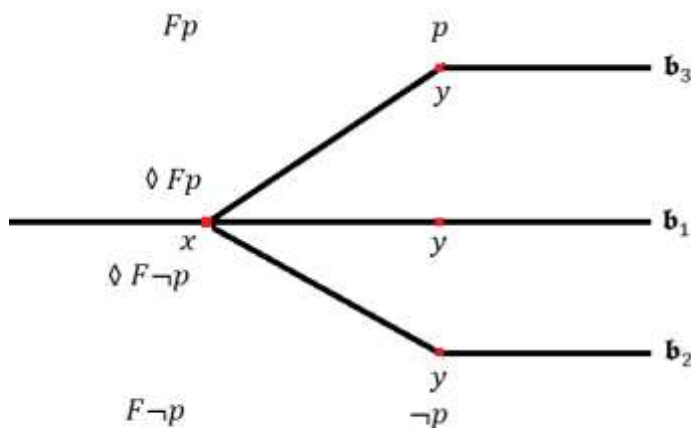
El otro tipo de contingencia es el siguiente:

CON) $\diamond Fp \wedge \diamond F\neg p$

Este tipo de contingencia tiene un sentido más abierto con respecto a un concepto que Redmond llama *sincronía*, en el cual nos detendremos. En primer lugar el análisis de acuerdo a la semántica es el siguiente:

1. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \diamond Fp \wedge \diamond F\neg p$ (hipótesis)
2. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \diamond Fp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \diamond F\neg p$ (por definición de conjunción)
3. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_2, x \models Fp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models \diamond F\neg p$ (por definición de posibilidad)
4. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, x \models Fp$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_3, x \models F\neg p$ (por definición de posibilidad)
5. $\mathbb{T}, \mathbf{b}_1, y \models p$ y $\mathbb{T}, \mathbf{b}_3, y \models \neg p$ (por definición de futuro)

En este caso el análisis muestra desde esta concepción de contingencia que el hecho de que la fórmula Fp sea contingente (en otras palabras, que las fórmulas $\diamond Fp$, y $\diamond F\neg p$ sean simultáneamente verdaderas), significa que p es verdadera en una historia distinta que su negación, pero además, significa que ambas historias son posibles, y aún no hay una historia que sea la historia “real”, por así decirlo. La siguiente imagen muestra la manera en que se generan historias posibles, y su nexa con el futuro pleno, desde la óptica de esta definición de contingencia.



En la imagen se muestran tres ramificaciones, dos de las cuales contienen a p y a su negación, respectivamente. Esta forma de contingencia genera dos historias paralelas a la “real”, en ese sentido es en el que esta concepción del tiempo es sincrónica. La pregunta que surge con

posterior, puede ser el propio momento x del cual partimos, y en ese punto la fórmula p es verdadera. Algo análogo sucede con la fórmula Gpp . Esto no impide que haya además de \mathbf{b}_1 otras historias en donde la negación de p es verdadera. Y para acceder a ellas, sólo basta que consideremos una fórmula como $\diamond Fpp$. Como la imagen muestra por medio del operador de posibilidad \diamond podemos acceder a otra historia paralela \mathbf{b}_3 que satisfaga la relación $\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle \approx \langle x, \mathbf{b}_3 \rangle$, es decir, que \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_3 sean idénticas hasta x . En esta historia, Fpp es verdadera, por medio de F podemos acceder a un momento futuro de la historia paralela, y por medio de P volver al momento anterior, pero en este caso nos encontramos en una historia distinta donde p no es verdadera sino falsa. La necesidad fuerte aristotélica tiene un problema similar. De ahí, que la concepción de necesidad de Ockham es más estricta que la Aristotélica, incluso que la definición fuerte de necesidad de Aristóteles. La razón es que la perspectiva de Aristóteles es *diacrónica*, mientras que la perspectiva de Ockham es *sincrónica*.

La segunda cuestión está conectada con el sistema \mathbb{P}_t y la concepción Peirceana de las modalidades. Como vimos para Peirce el futuro es sólo posible o necesario, y no hay en este filósofo una idea del futuro en sentido “actual”, el futuro pleno. Como también vimos, desde un punto de vista lógico eso significa que en el sistema \mathbb{P}_t la proposición “mañana habrá una batalla naval” debe de representarse como “es posible que mañana habrá una batalla naval”, o es “es necesario que mañana habrá una batalla naval”, por medio de los pares de operadores f , g y F , G respectivamente. La razón es que los operadores temporales tienen adjuntos operadores modales, y por ello no se puede representar el tiempo sin más. Esto tiene consecuencias interesantes, una de ellas es que podemos interpretar el sistema \mathbb{P}_t con el lenguaje del sistema \mathbb{O}_t . Podemos considerar las siguientes definiciones:

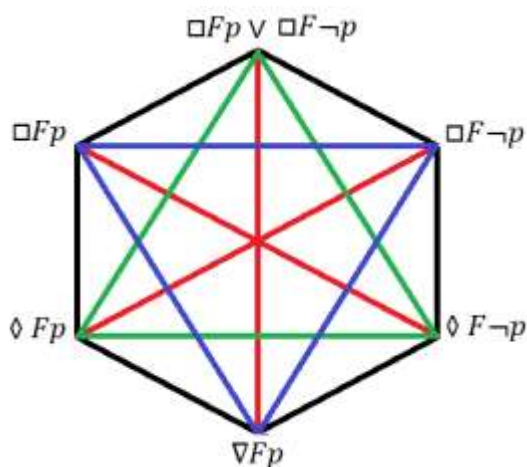
$$\begin{aligned} Fp &\equiv \Box Fp \\ fp &\equiv \diamond Fp \\ Gp &\equiv \Box Gp \\ gp &\equiv \diamond Gp \end{aligned}$$

Por medio de estas definiciones podemos definir el sistema \mathbb{P}_t como un subsistema de \mathbb{O}_t , en el sentido en que, ambos sistemas son idénticos (comparten el mismo lenguaje, y la misma operación de consecuencia lógica), a excepción de que uno (\mathbb{O}_t) permite generar más consecuencias que otro (\mathbb{P}_t). En \mathbb{P}_t hay ciertas fórmulas que no son verdades lógicas que sí

lo son en \mathbb{O}_t ⁶⁸. Esto puede significar que \mathbb{O}_t es un mejor sistema que \mathbb{P}_t , ya que es más expresivo, pero esto depende del criterio que se use para establecer qué significa “mejor”. Por ejemplo, el sistema \mathbb{O}_t es más provechoso si es usado para programar máquinas que puedan manipular información sobre estados futuros de un programa, a causa de que, en este sistema sí se puede asignar un valor de verdad a expresiones temporales sin más, mientras que en el sistema \mathbb{P}_t dichas expresiones carecería de valor de verdad, y por ende este sistema como modelo del comportamiento de máquinas de este tipo, tendría desventajas al encontrar expresiones como estas. Desde esta perspectiva y siguiendo un criterio técnico, es mejor el sistema Ockhamista.

Pero por otro lado, si consideramos la motivación filosófica de Peirce al definir de esta manera las modalidades y el tiempo, podemos considerar plausible su posición, y aceptar que el futuro es algo *epistémicamente* inaccesible, por ello expresiones sobre el futuro sin más, carecen de valor de verdad. Filosóficamente ambos sistemas son relevantes, y cada uno tiene sus logros porque refleja la posición de cada filósofo, y eso es algo que no puede estar sujeto a la evaluación técnica.

Para finalizar presentamos un hexágono de oposición inspirado en la definición de contingencia Ockhamista, en el que se presenta el modo en que proposiciones futuras se oponen.



Como se ve en la imagen, el hexágono preserva las mismas relaciones de oposición que las anteriores estructuras de oposición. El operador ∇ representa la contingencia de Fp , es decir, la fórmula $\diamond Fp \wedge \diamond F\neg p$. Esto significa que a la pregunta cómo se oponen proposiciones singulares futuras, Podríamos responder estableciendo en este caso que únicamente de manera subcontraria, ya que

tanto Fp , como su negación, son contingentes. Además, a partir del hecho de que una fórmula

⁶⁸ Analizaremos con detenimiento en el apéndice 1.

como Fp sea contingente, se sigue que no puede ser necesaria ella ni su negación, pero al menos una de las tres (necesaria afirmativa, necesaria negativa, o contingente) debe ser verdadera, tal y como el triángulo azul lo muestra. En el triángulo verde podemos visualizar las fórmulas que se oponen de manera subcontraria, y entre ellas se encuentra el par $\diamond Fp$, $\diamond F\neg p$, del cual se compone la fórmula que representa a la contingencia.

5 CONCLUSIÓN

En esta parte presentaremos los principales resultados de las propuestas presentadas. En primer lugar un logro general ha sido que, al vincular la discusión del problema de los futuros contingentes con la teoría de la oposición. A partir de esto hemos logrado visualizar con precisión la forma en que proposiciones futuras se oponen, y a partir de este resultado, vimos que este tipo de oposición es relativa a la concepción del tiempo y la modalidad que se tenga.

Como vimos en el caso de Aristóteles el problema de los futuros contingentes surge al no contemplar dos tipos de concepciones de la necesidad. Aristóteles tiene que considerar dos tipos de necesidad para dar cuenta del hecho de que, proposiciones sobre el futuro se “vuelvan” necesarias al pasar el tiempo y volverse presentes, y al mismo tiempo, mientras no son sobre algo presente (sino futuro) pueden ser contingentes y estar abiertas a la posibilidad de ser o a la posibilidad de no ser verdaderas. De su concepción de contingencia, necesidad, y posibilidad, diseñamos un hexágono que rompe con la simetría de los hexágonos presente y pasado, y que refleja el modo en que se oponen las proposiciones sobre el futuro. El modo en que se oponen por un lado es, por medio de la subalternación, puesto que, dos proposiciones sobre el futuro pueden ser ambas verdaderas simultáneamente, pero no falsas simultáneamente. A su vez, una proposición contingente sobre el futuro se opone de manera contraria con una proposición necesaria sobre el futuro. Y una proposición contingente sobre el futuro se opone de manera contradictoria con la fórmula $(\Box Fsx \vee \Box Fsnx)$ que representa la proposición que Aristóteles considera inválida, (*PH, IX, 19 a 28 - 30*) en la que la necesidad se distribuye sobre la disyunción. Esto significa que Aristóteles no viola ninguna ley lógica, ni ningún principio metalógico como el PB, más bien, se apega a su teoría de oposición para presentar una solución al problema.

En el caso del sistema Peirceano como respuesta a este problema, más que hablar de contingencia hablamos de posibilidad o necesidad del futuro. Como vimos, la postura de Peirce se adapta perfectamente a la teoría de oposición, en el sentido en que las definiciones de actual, necesario, y posible presentadas por Peirce corresponden por un lado a la contradicción, contrariedad, y subalternación. El problema con este sistema es que no es tan expresivo como esperamos para representar la contingencia, a partir de operadores modales

independientes. Pero, como vimos, esto tiene motivaciones filosóficas que corresponden a la concepción del futuro de Charles Sanders Peirce.

En tercer lugar, el sistema Ockhamista tiene varias ventajas sobre los dos sistemas previos. En primer lugar es más expresivo que el sistema Aristotélico y que el sistema Peirceano, en el sentido en que ambos sistemas pueden interpretarse dentro del sistema Ockhamista, por medio de su lenguaje, y las reglas de inferencia⁶⁹. En segundo lugar, este sistema tiene una concepción sincrónica del tiempo, y eso significa que es posible considerar paralelismo entre historias, en el sentido en que una proposición verdadera no puede ser necesaria, a menos que sea verdadera en toda posible historia conectada a la historia actual. Finalmente, la propuesta Ockhamista, además de responder al problema de los futuros contingentes, es una alternativa a la conciliación entre el libre albedrío y la omnisciencia divina.

Tomados en conjunto estos resultados, y considerando las preguntas iniciales podemos concluir con varias ideas interesantes. El tiempo es relevante desde un punto de vista lógico, puesto que, su contribución al significado de las expresiones lógicas puede reflejar un comportamiento no determinista con respecto al vínculo que las proposiciones tienen con la verdad. Una proposición puede ser verdadera ahora, pero falsa en un futuro, y pudo haber sido verdadera o falsa en un momento pasado. Estas diferencias sólo son notorias si la semántica posee índices que reflejen el vínculo con el tiempo. Esto significa que la relación entre el tiempo y la verdad es muy fuerte, en el sentido en que el tiempo afecta el modo en que las proposiciones son verdaderas o falsas. Finalmente, en el vínculo entre el tiempo y la oposición podemos ver una consecuencia de la incidencia del tiempo en el lenguaje, al grado en que la manera de concebir el tiempo modifica qué tipo de oposición se satisface.

⁶⁹ Ver Apéndice 1.

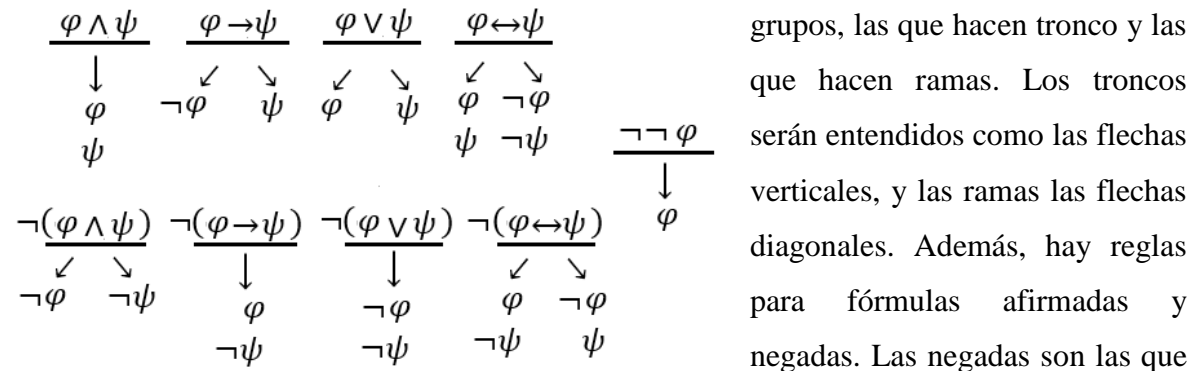
6 Apéndice 1: Un cálculo deductivo para \mathbb{P}_t y \mathbb{O}_t

En esta parte presentaremos dos cálculos lógicos deductivos, correspondientes a los sistemas presentados en el tercer capítulo, y que se adaptan a las axiomatizaciones ofrecidas para cada sistema. Seguiremos las presentaciones ofrecidas en (Zanardo, 1990) y (Reynolds, 2003).

6.1 El método *tableau* para \mathbb{P}_t

Las siguientes son las reglas de inferencia del cálculo lógico deductivo proposicional.

La explicación del uso de las anteriores reglas es como sigue. Las reglas se dividen en dos



grupos, las que hacen tronco y las que hacen ramas. Los troncos serán entendidos como las flechas verticales, y las ramas las flechas diagonales. Además, hay reglas para fórmulas afirmadas y negadas. Las negadas son las que

tienen negación antecedente, y las afirmadas son las que carecen de negación externa. Lo primero que se debe hacer al probar algún teorema es negar la fórmula completa, y si se trata de un argumento con premisas y conclusión, se niega la conclusión. Posteriormente sólo se aplican las reglas, y la prueba finaliza cuando en la misma rama, o en el mismo tronco, se encuentra una fórmula y su negación. En ese sentido una prueba será entendida como una secuencia de expresiones tales que finalizan con una fórmula que es negación de otra fórmula que se encuentre en la misma rama, o el mismo tronco. A continuación presentamos como ejemplo la *ley de Peirce*.

1	$\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)$	<i>hp</i>
2	$\frac{\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)}{((p \rightarrow q) \rightarrow p)}$	(1)
3	$\neg p$	(1)
4	$(p \rightarrow q)$	(2)
5	$\neg p$	(2)
6	p	(4)
7	q	(4)
	\times	
	3	

Ley de Peirce

En la imagen se muestran dos filas de signos y en medio la prueba. La primera fila contiene los números de “pasos” en la prueba, y la segunda fila contiene a la “justificación”, es decir, de qué expresiones proviene la secuencia en cuestión. Al final de la prueba hay una \times , que indica que la prueba ha concluido, ya que en ese tronco se encuentra una fórmula y su negación. Además, se incluye el número en donde se encuentra la

negación bajo la cruz. Esta es la manera de usar las reglas, ahora vamos a extender este cálculo agregando reglas correspondientes a los operadores del sistema Peirceano. En primer lugar presentamos el conjunto de axiomas de acuerdo a Zanardo (1990).

1. $H(p \rightarrow q) \rightarrow (Hp \rightarrow Hq)$
2. $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$
3. $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Fp \rightarrow Fq)$
4. $Hp \rightarrow Pp$
5. $Gp \rightarrow Fp$
6. $Gp \rightarrow gp$
7. $Hp \rightarrow HHp$
8. $Gp \rightarrow GGp$
9. $F(p \vee Fp) \rightarrow Fp$
10. $p \rightarrow Gpp$
11. $p \rightarrow Hfp$
12. $Hp \rightarrow (p \rightarrow (Gp \rightarrow GHp))$
13. $Hp \rightarrow (p \rightarrow (g(p \wedge q) \rightarrow g(Hp \wedge q)))$
14. $FGp \rightarrow GFp$

Estos son los axiomas característicos de este sistema, que pueden ser verificados con las reglas que abajo introducimos. La explicación es como sigue. La reglas están divididas en tres grupos, en primer lugar están las primeras cuatro reglas de operadores futuros. En segundo lugar tenemos las dos reglas de operadores pasados. Y finalmente tenemos las reglas de equivalencia. Las primeras reglas a su

derecha tienen una secuencia de signos que indica el punto y la historia en la que se encuentra cada fórmula. Después, en el tronco se encuentra la relación entre historias $\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n$, que indica que la historia \mathbf{b}_1 se conecta con la historia \mathbf{b}_n , y abajo se encuentra la relación entre puntos $x < y$, que indica que se avanza del punto x al punto y , por esa razón, la fórmula final se encuentra sin operador y en la historia \mathbf{b}_n , en el punto y . En las primera cuatro reglas la

$\frac{f\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\downarrow}$ $\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n$ $x < y$ $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_n \rangle$	$\frac{F\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n}$ \downarrow $x < y$ $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_n \rangle$	$\frac{g\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{x < y}$ \downarrow $\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n$ $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_n \rangle$	$\frac{G\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n}$ $x < y$ \downarrow $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_n \rangle$			
$\frac{P\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\downarrow}$ $y > x$ $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle$	$\frac{H\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{y > x}$ \downarrow $\varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle$	$\frac{\neg P\varphi \quad \neg H\varphi}{\downarrow}$ $H\neg\varphi$	$\frac{\neg f\varphi}{\downarrow}$ $P\neg\varphi$	$\frac{\neg F\varphi}{\downarrow}$ $G\neg\varphi$	$\frac{\neg g\varphi}{\downarrow}$ $F\neg\varphi$	$\frac{\neg G\varphi}{\downarrow}$ $f\neg\varphi$

interacción entre historias y puntos es simultánea, por ello las fórmulas sin operador acceden a distinta historia y distinto punto. La primera es la regla del operador f , esta regla abre una nueva historia, y un punto nuevo, por ello las relaciones entre historias y puntos, junto con la

fórmula, se encuentran debajo de la flecha que indica que se abre un tronco. La segunda regla del operador F , sólo abre un nuevo punto, y necesita haber un nexo con otra historia para poder aplicarla. La tercera regla del operador g , abre una nueva historia, pero necesita que hay un nexo con un punto distinto para ser aplicada. Y la última regla no abre nexo con nuevas historias, ni con nuevos puntos, sino que necesita que haya una relación con una historia distinta, y con un punto distinto para ser aplicada. El siguiente grupo de reglas sólo establece interacción entre puntos. La regla que abre acceso a nuevos puntos es la del operador P , y la regla que necesita un nexo previo con otro punto es la regla del operador H . El último grupo de reglas sólo sirve para eliminar la negación y llevarla dentro del alcance del operador, únicamente se debe seguir el orden del intercambio de operadores. Ahora presentaremos un ejemplo sencillo del uso de las reglas, el axioma 10 de interacción.

1	$\neg (p \rightarrow GPp)$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$	hp
2	p	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$	(1)
3	$\neg GPp$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$	(1)
4	$f \neg Pp$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$	(3)
5	$f H \neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle$	(4)
	$\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n$		
	$x < y$		
6	$H \neg p$	$\langle y, \mathbf{b}_n \rangle$	(5)
7	$\neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_n \rangle$	(6)
	\times		
	2		

El primera paso es negar toda la fórmula, como la columna 1 muestra. Posteriormente, como la fórmula es un condicional, debemos aplicar la regla del condicional negado, la cual indica que el antecedente pasa sin negar, y el consecuente se niega, como muestran los pasos 2 y 3, respectivamente. Los pasos 4 y 5 son aplicaciones consecutivas de las reglas de equivalencia correspondiente a los operadores G y P negados, respectivamente. Entre los pasos 5 y 6, se encuentran la relación entre las dos historias, y entre los puntos x y y . Y en el

paso 6 se encuentra la fórmula resultante de aplicar la regla del operador f . El paso 7 se justifica aplicando la regla del operador H , que indica que debe haber un nexo con un punto anterior, y como el operador f generó dicho nexo entre los puntos x y y , en el paso 7 se encuentra la negación de la fórmula p . La prueba finaliza a causa de que p y su negación se encuentran en el mismo tronco, en el mismo punto x , aunque se encuentren en historias distintas, pues el punto en el que se encuentran es el que generó el nexo entre ambas historias, por ello se encuentran en la misma rama, pues \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_n son idénticas hasta x . Ahora presentaremos las reglas para el sistema Ockhamista.

6.2 El método de *tableau* para \mathbb{O}_t

Presuponemos las reglas de las conectivas del lenguaje proposicional. Los siguientes son los axiomas característicos de la lógica Ockhamista temporal.

En este caso la lista de axiomas es menor, y como podemos ver hay axiomas que comparten

1. $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$
2. $H(p \rightarrow q) \rightarrow (Hp \rightarrow Hq)$
3. $Gp \rightarrow GGp$
4. $p \rightarrow GPp$
5. $(Fp \wedge Fq) \rightarrow (F(p \wedge q) \vee F(p \wedge Fq) \vee F(Fp \wedge q))$
6. $(Pp \wedge Pq) \rightarrow (P(p \wedge q) \vee P(p \wedge Pq) \vee P(Pp \wedge q))$
7. $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$
8. $\Box p \rightarrow p$
9. $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$
10. $Pp \rightarrow \Box P \Diamond p$

ambos sistemas. Como por ejemplo el axioma de interacción. Algo interesante en este sistema, y conectado con este ejemplo es que en el sistema Ockhamista puede probarse el axioma de interacción en la forma

“normal”, y en la forma Peirceana. Más adelante mostraremos la prueba para ambos axiomas. Con esto se verá la conexión entre los dos sistemas. El axioma de interacción Peirceano puede interpretarse como un teorema del cálculo Ockhamista, que no es equivalente al axioma de interacción Ockhamista. El siguiente conjunto de reglas compone el cálculo del sistema Ockhamista.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Diamond \varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\downarrow} \\
 \mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n \\
 \varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_n \rangle
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{\Box \varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n} \\
 \downarrow \\
 \varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_n \rangle
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{F\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{x < y} \\
 \downarrow \\
 \varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{G\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{x < y} \\
 \downarrow \\
 \varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{P\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{\downarrow} \\
 y > x \\
 \varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{H\varphi \quad \langle x, \mathbf{b}_1 \rangle}{y > x} \\
 \downarrow \\
 \varphi \quad \langle y, \mathbf{b}_1 \rangle
 \end{array}
 \quad
 \frac{\neg P\varphi \quad \neg H\varphi}{\downarrow} \quad \frac{\neg F\varphi \quad \neg G\varphi}{\downarrow} \quad \frac{\neg \Diamond \varphi}{\downarrow} \quad \frac{\neg \Box \varphi}{\downarrow}$$

Las reglas son semejantes a las del cálculo Peirceano, también se dividen en tres grupos, pero esta vez, en reglas de operadores temporales, reglas de operadores modales, y reglas de equivalencia. Las primeras dos reglas conforman el grupo de operadores modales, y

controlan las interacciones entre historias. El operador de posibilidad es el que abre un nexo con un historia nueva, mientras que el operador de necesidad necesita un nexo abierto previamente para ser aplicada. El segundo grupo lo conforman reglas de operadores temporales, que controlan interacciones entre puntos. Los operadores que generan nuevos nexos con puntos son los operadores P y F , cada uno en la dirección correspondiente. Y los operadores que necesitan un nexo abierto con un punto diferente son los operadores H y G . Ahora presentaremos dos versiones del axioma de interacción, ambas desde el lenguaje de la lógica Ockhamista.

			$\frac{1 \quad \neg (p \rightarrow \Box G P p)}{2 \quad p}$		
1	$\neg (p \rightarrow G P p)$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle \text{ hp}$	2	p	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (1)$
2	p	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (1)$	3	$\neg \Box G P p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (1)$
3	$\neg G P p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (1)$	4	$\Diamond \neg G P p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (3)$
4	$F \neg P p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (3)$	5	$\Diamond F \neg P p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (4)$
5	$F H \neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (4)$	6	$\Diamond F H \neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (5)$
	$x < y$			$\mathbf{b}_1 \approx \mathbf{b}_n$	
6	$H \neg p$	$\langle y, \mathbf{b}_1 \rangle (5)$	7	$F H \neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_n \rangle (6)$
7	$\neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_1 \rangle (6)$		$x < y$	
	\times		8	$H \neg p$	$\langle y, \mathbf{b}_n \rangle (7)$
	2		9	$\neg p$	$\langle x, \mathbf{b}_n \rangle (8)$
				\times	
				2	

Axioma de interacción Ockhamista

Axioma de interacción Peirceano

Como puede verse, la versión Peirceana del axioma es más compleja, y genera interacción entre historias. Mientras que la versión Ockhamista es más simple, y sólo genera interacciones entre puntos. Comparando esta prueba con la construida en el sistema Peirceano, notamos que hay muchas similitudes en las pruebas. La diferencia es que las interacciones ente historias y puntos no son simultáneas. Esto refleja las diferencias en la concepción de la relación entre las modalidades y el tiempo, de Peirce y de Ockham. Estas reglas sirven para probar los fórmulas generadas con el lenguaje Aristotélico, para finalizar presentaremos algunas pruebas de teoremas Aristotélicos.

1	$\neg(Fp \rightarrow Gp)$	$\langle x \rangle hp$
2	Fp	$\langle x \rangle (1)$
3	$\neg Gp$	$\langle x \rangle (1)$
4	$F\neg p$	$\langle x \rangle (3)$
	$x < y$	
5	p	$\langle y \rangle (2)$
	$x < z$	
6	$\neg p$	$\langle z \rangle (4)$
	$x < w$	
7	p	$\langle w \rangle (2)$
	\vdots	

Principio de Necesidad del Futuro

1	$\frac{\neg(p \rightarrow \Box p)}{\neg(p \rightarrow (HFp \wedge GPp))}$	$\langle x \rangle hp$		
2	$\neg(p \rightarrow (HFp \wedge GPp))$	$\langle x \rangle (1)$		
3	p	$\langle x \rangle (2)$		
4	$\neg(HFp \wedge GPp)$	$\langle x \rangle (2)$		
	\swarrow	\searrow		
5	$\neg HFp$	$\langle x \rangle (4)$	$\neg GPp$	$\langle x \rangle (4)$
6	$P\neg Fp$	$\langle x \rangle (5)$	$F\neg Pp$	$\langle x \rangle (5)$
7	$PG\neg p$	$\langle x \rangle (6)$	$FH\neg p$	$\langle x \rangle (6)$
	$x > y$		$x < y$	
8	$G\neg p$	$\langle y \rangle (7)$	$H\neg p$	$\langle y \rangle (7)$
9	$\neg p$	$\langle y \rangle (8)$	$\neg p$	$\langle y \rangle (8)$
	\times		\times	
	3		3	

Principio de Necesidad del Presente

1	$\frac{\neg(Pp \rightarrow \Box Pp)}{\neg(Pp \rightarrow (HF Pp \wedge G P P p))}$	$\langle x \rangle hp$		
2	$\neg(Pp \rightarrow (HF Pp \wedge G P P p))$	$\langle x \rangle (1)$		
3	Pp	$\langle x \rangle (2)$		
4	$\neg(HF Pp \wedge G P P p)$	$\langle x \rangle (2)$		
	\swarrow	\searrow		
5	$\neg HF Pp$	$\langle x \rangle (4)$	$\neg G P P p$	$\langle x \rangle (4)$
6	$P\neg F P p$	$\langle x \rangle (5)$	$F\neg P P p$	$\langle x \rangle (5)$
7	$PG\neg P p$	$\langle x \rangle (6)$	$FH\neg P p$	$\langle x \rangle (6)$
8	$PGH\neg p$	$\langle x \rangle (7)$	$FHH\neg p$	$\langle x \rangle (7)$
	$x > y$		$x < y$	
9	$GH\neg p$	$\langle y \rangle (8)$	$HH\neg p$	$\langle y \rangle (8)$
10	$H\neg p$	$\langle y \rangle (9)$	$H\neg p$	$\langle y \rangle (9)$
	$x < z$		$x < z$	
11	p	$\langle z \rangle (10)$	p	$\langle z \rangle (10)$
12	$\neg p$	$\langle z \rangle (11)$	$\neg p$	$\langle z \rangle (11)$
	\times		\times	
	11		11	

Principio de Necesidad del Pasado

1	$\frac{\neg(Fp \rightarrow \Box Fp)}{\quad}$	$\langle x \rangle hp$
2	$\neg(Fp \rightarrow (HFFp \wedge GPFp))$	$\langle x \rangle (1)$
3	Fp	$\langle x \rangle (2)$
4	$\neg(HFFp \wedge GPFp)$	$\langle x \rangle (2)$
	\swarrow \searrow	
5	$\neg HFFp$	$\langle x \rangle (4)$
6	$P \neg FFp$	$\langle x \rangle (5)$
7	$PG \neg Fp$	$\langle x \rangle (6)$
8	$PGG \neg p$	$\langle x \rangle (7)$
	$x > y$	
9	$GG \neg p$	$\langle y \rangle (8)$
10	$G \neg p$	$\langle y \rangle (9)$
	$x < z$	
11	p	$\langle z \rangle (10)$
12	$\neg p$	$\langle z \rangle (11)$
	X	X
	11	11

Principio de Necesidad (débil) del Futuro

1	$\frac{\neg(Fp \rightarrow \blacksquare Fp)}{\quad}$	$\langle x \rangle hp$
2	Fp	$\langle x \rangle (1)$
3	$\neg \blacksquare Fp$	$\langle x \rangle (1)$
4	$\blacklozenge \neg Fp$	$\langle x \rangle (3)$
5	$\blacklozenge G \neg p$	$\langle x \rangle (4)$
6	$(PG \neg p \vee G \neg p \vee FG \neg p)$	$\langle x \rangle (5)$
	\swarrow \downarrow \searrow	
7	$PG \neg p$	$\langle x \rangle (6)$
	$x > y$	
8	$G \neg p$	$\langle y \rangle (7)$
	$x < z$	
9	p	$\langle z \rangle (2)$
10	$\neg p$	$\langle z \rangle (8)$
	X	X

Principio de Necesidad (fuerte) del Futuro

7 BIBLIOGRAFÍA

Aristóteles - (2008a). *Tratados de lógica (Órganon) I y II*. Ed. Gredos, Madrid. Trad. Miguel Candel Sanmartín. CS.

- (2008b) *Metafísica*. Ed. Gredos, Madrid. Trad. Tomás Calvo Martínez. MC.

- (1998). *Metafísica*. Ed. Gredos, Madrid. 3ª reimpresión. Trad. Valentín García Yebra. GY.

- (1973). *Obras*. Ed. Aguilar. 1ª reimpresión. Trad. Francisco de P. Samaranch. PS.

Jean-Yves Béziau. (2003). “Bivalence, Excluded Middle, and Non Contradiction”. In L. Behounek (Ed.). *The Logica Yearbook*. Academy of Sciences, Prage, pp. 75 – 84.

- (2002). “Are paraconsistent negations negations?” in *Paraconsistency: the logical way to the inconsistent*, W.Carnielli et al. (Eds.), Marcel Dekker, New-York, pp.465-486.

Josef Maria Bochenski. (1987). *Historia de la lógica formal*. Ed. Gredos, Madrid.

John Corcoran. (1974). “Aristotle’s Natural Deduction System”. In John Corcoran ed. *Ancient Logic and its Modern Interpretations*. D. Reidel Publising Company, Boston Ma. Synthese Historical Library, Vol. 9.

Dov Gabbay, Mark A. Reynolds, Marcelo Funger. (2000). *Temporal Logic: Mathematical Foundations and Computatuinal Aspects*. Oxford University Press, Oxford UK.

Jaako Hintikka. (1998). “La batalla naval pasada y futura: la discusión de Aristóteles sobre las contingencias futuras en *De Interpretatione IX*. En: Jaako Hintika. (1998). *El viaje filosófico más largo: de Aristóteles a Virginia Wolf*. Editorial Gedisa, Barcelona, España.

- (1998). *El viaje filosófico más largo: de Aristóteles a Virginia Wolf*. Editorial Gedisa, Barcelona, España.

- (1964). “The Once and Future Sea Fight: Aristotle’s Discussion of Future Contingents in *De Interpretatione IX*”. *The Philosophical Review*. Vol. 73, No. 4, 461 – 492.

Jan Łukasiewicz. (1975). *Estudios de Lógica y Filosofía*. Biblioteca Revista de Occidente. Madrid.

- “Sobre el determinismo”. En *Estudios de Lógica y Filosofía*. Biblioteca Revista de Occidente. Madrid.
- “Sobre lógica trivaluada”. En *Estudios de Lógica y Filosofía*. Biblioteca Revista de Occidente. Madrid.

John MacFarlane. (2003). “Future contingents and Relative Truth”. *The Philosophical Quarterly*, vol. 53, 212.

Roberth McArthur. (1976). *Tense Logic*. D. Reidel Publishing Company, Holland/USA.

P. Øhrstrøm y P. F. Hasle. (1995). *Temporal Logic: From ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Kluwer Academic Publishers. The Netherlands.

Graham Priest. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logics: From If to Is*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Arthur Prior. (2011). *Past, Present, and Future*. Oxford University Press, Oxford UK.

Wilard Van O. Quine. (2004). *Philosophy of Logic*. 2nd ed. Harvard University Press.

Walter Redmond. (1999). *Lógica simbólica para todos*. Universidad Veracruzana, Xalapa, Ver.

Mark Reynolds. (2002). “Axioms for Branching Time”. *J. Logic & Computation*. Vol. 12, No. 4, 679 – 647.

- (2003). “An Axiomatization of Prior’s Ockhamist Logic of Historical Necessity”. In: Phillippe Balbioni, Nobuyuki Suzuki, Frank Walter, and Michael Zakaryashev (Eds.). *Advances in Modal Logic*. Kings College Publications, vol. 14, 355 – 370.

Robin Smith. (1999). “Logic”. In Jonathan Barnes (ed.). *The Cambridge Companion to Aristotle*. Cambridge University Press, Cambridge the UK.

Roman Suszko. (1977). *The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920’s*. *Studia Logica* 36 (4):376-380.

- (1975) Remarks on *Lukasiewicz Three-Valued Logic*. *Bulletin of the Section of Logic*. 4, 87 – 89.

Margarita Vázquez Campos. (2005). “Lógica temporal”. En Carlos Alchourrón (Ed.) (2005) *Lógica. Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía VII*. Editorial Trotta, Madrid.

Alberto Zanardo. (1990). “Axiomatization of ‘Peircean’ Branching Time Logic”. *Studia Logica*, Vol. 49, 183 – 195.