Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Presión de radiación sobre una estructura periódica-cuasiperiódica

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física Aplicada

por

Michael Roberto Chantes Daza

Asesorado por

Dr. Miller Toledo Solano
Dr. César Márquez Beltrán

Puebla Pue.
28 de noviembre de 2024

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Presión de radiación sobre una estructura periódica-cuasiperiódica

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física Aplicada

por

Michael Roberto Chantes Daza

Asesorado por

Dr. Miller Toledo Solano
Dr. César Márquez Beltrán

Puebla Pue.
28 de noviembre de 2024

Título: Presión de radiación sobre una estructura periódica-cuasiperiódica
Estudiante: Michael Roberto Chantes Daza

COMITÉ

Dr. José Luis Ricardo Chávez
Presidente

Dr. Siva Kumar Krishnan
Secretario

Dr. Enrique Sánchez Mora
Vocal

Dr. Abraham Nehemías Meza Rocha
Vocal

Dr. Miller Toledo Solano
Dr. César Márquez Beltrán
Asesor

Agradecimientos

Expreso mi más sincera gratitud a mi asesor de tesis de investigación al Dr. Miller Toledo Solano, cuya compañía, enseñanza, buen espíritu, guía y sabiduría han sido fundamental en el logro de este trabajo de investigación. De igual manera agradezco el que me haya mostrado y encaminado en el sendero versátil del investigador en la ciencia.

Mi mas sincera apreciación a mi co-asesor, Dr. César Márquez Beltrán, por sus aportaciones y apoyo, del cual dio respuestas a varias cuestiones particulares que alientaron el proceso de elaboración de este trabajo de investigación, fundamental en cada etapa de este proceso.

Ofrezco mi profundo reconocimiento al comité de tesis por su compromiso, interés y por las aportaciones constructivas hechas con el fin de afinar mi investigación.

Estoy en deuda de gratitud mis compañeros de trabajo de investigación asesorado Dr. Miller, por su amistad, consejos, aportes y convivencia, que han enriquecido significativamente mi comprensión y trabajo dentro de esta area.

Agradezco a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por brindarme la oportunidad de estudiar esta hermosa carrera. Agradezco la compañía y la ayuda mutua de valiosos compañeros y profesores de licenciatura que estuvieron hasta el final.

Agradezco sinceramente a mis hermanos Roberto, Luis y Marisol por inspirarme a seguir adelante. A mis padres Maria Juana Daza Cholula y Roberto Chantes Toxqui por brindarme una buena educación. Un agradecimiento especial a mi madre, por su fe inquebrantable en mi potencial, por estar siempre presente con una palabra de ánimo en los momentos más desafiantes y por nunca cortar mis alas de inspiración y curiosidad.

Como todo inicio tiene un final, no me queda mas que agradecerles profundamente a todos los mencionados, ya que este trabajo no podría haber sido posible sin ustedes.

Resumen

Esta tesis se centra en el diseño, simulación y evaluación de la inducción de fuerzas electromagnéticas en estructuras fotónicas unidimensionales (1-D) periódica/cuasiperiódica, diseñada como secciones de cristal fotónico (PC)-Fibonacci (FN)-cristal fotónico (PC). Como una consecuencia de la secuencia de Fibonacci, la estructura exhibe dos modos localizados en los espectros de transmisión. Las estructuras analizadas corresponden a un caso ideal y un caso real, respectivamente. En el caso ideal las fuentes de perdidas de energía son suprimidas. En el caso real, la estructura corresponde a una estructura fotónica periódica/cuasiperiódica que ha sido oxidada y donde, la única fuente de perdida de energía viene por la dispersión de Rayleigh. La presión de radiación de ambos modos localizados, y del modo extendido entre ellos, en ambas estructuras, ideal y real, son analizadas. La fuerza de la presión de radiación electromagnética se determina mediante la aplicación directa de la ley de Lorentz de la electrodinámica clásica.

Índice general

Resumen VII

Introducción XIII

1. Método de la matriz de transferencia 1
- 1.1. Condiciones limite para las componentes paralelas de $\vec{E}$ y $\vec{H}$ a la interfaz 1
  - 1.1.1. Deducción para las componentes paralelas eléctricas $E_{||}$ 1
  - 1.1.2. Deducción para las componentes paralelas magnéticas $H_{||}$ 2
- 1.2. Reflexión y refracción de las ondas transversal eléctrico y transversal magnético . . 3
- 1.3. Aplicación de las condiciones de frontera 3
- 1.4. Deducción de la matriz dinámica de la onda TE (onda s) 4
- 1.5. Deducción de la matriz dinámica de la onda TM (onda p) 6
- 1.6. Matriz de propagación de una capa delgada homogénea e isotropica 7
- 1.7. Forma matricial para sistemas de multicapas 8
- 1.8. Reflectancia, transmitancia y los coeficientes de Fresnel 9

2. Presión de radiación en una estructura de capas 11
- 2.1. Formalismo teórico 11
  - 2.1.1. Densidad de fuerza volumétrica promediada en el tiempo 12
  - 2.1.2. Densidad de fuerza volumétrica TM 12
  - 2.1.3. Densidad de fuerza superficial TM 14
  - 2.1.4. Densidad de fuerza volumétrica TE 16
  - 2.1.5. Densidad de fuerza total 17

3. Presión de radiación en cristal cuasiperiodico 19
- 3.1. Estructura periódica-Fibonacci-periódica 19
- 3.2. Transmitancia y reflectancia de la PQS sin y con oxidación 21
- 3.3. Amplitudes de los campos en las PQS sin y con oxidación 22
- 3.4. Distribución de la densidad de Fuerza total en la PQS sin y con oxidación. 24

Conclusiones 29

Bibliografía 31

Índice de figuras

1.1. Contorno C para evaluar la componente tangencial del campo eléctrico a través de una interfaz. . . . 2
1.2. Onda transversal eléctrico, TE. . . . 3
1.3. Onda transversal magnético, TM. . . . 3
1.4. Transmisión y reflexión del campo atraves de una capa delgada. . . . 7

2.1. Distribución del campo eléctrico en el cristal fotónico con polarización TM. . . . 12
2.2. En la interfaz de dos capas dieléctricas, se manifiesta una densidad de carga superficial de polarización. . . . 15

3.1. Configuración del cristal periodico-cuasiperiodico; CN[5]-FN[5]-CN[5]. . . . 20
3.2. Transmisión y reflexión sin oxidación y con oxidación. . . . 20
3.3. Corte transversal SEM de un PQS oxidado sobre un sustrato de cuarzo con 30 capas. 21
3.4. Imagen SEM de la sección superficial de un PQS oxidado sobre un sustrato de cuarzo. 21
3.5. Reflectancia sin oxidación. . . . 22
3.6. Transmitancia sin oxidación. . . . 22
3.7. Reflectancia con oxidación. . . . 22
3.8. Transmitancia con oxidación. . . . 22
3.9. Amplitudes de los campos eléctricos cuando la muestra no presenta oxidación. En azul el modo 1 (580nm). En rojo el modo 2 (644nm). En turquesa el modo evanescente (612nm). . . . 23
3.10. Amplitudes de los campos eléctricos cuando la muestra presenta oxidación. En azul el modo 1 (467nm). En rojo el modo 2 (520nm). En turquesa el modo extendido (492nm). . . . 23
3.11. Distribución de la FE total a través de la estructura PQS sin oxidar. Para el modo 1 (644nm en azul) la FE es $-0{,}110 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (644nm en rojo) la FE es $-0{,}106 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo evanescente (612nm en morado) la FE es de $0{,}094 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. . . . 24
3.12. Distribución de la FE total a través de la PQS oxidada. Para el modo 1 (467nm en azul) la FE es $-0{,}0110 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (520nm en rojo) la FE es $-0{,}010 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo extendido (492nm en morado) la FE es de $0{,}038 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. . . . 25
3.13. Comparación entre las fuerzas superficial y volumétrica en la polarización transversal eléctrico. . . . 25
3.14. Comparación entre las fuerzas superficial y volumétrica en la polarización transversal magnético. . . . 26
3.15. Magnitud de las fuerzas en las interfaces, caso sin oxidar. . . . 26
3.16. Magnitud de las fuerzas en las interfaces, caso oxidado. . . . 27
3.17. Trayectoria de la luz, caso sin oxidar. . . . 27
3.18. Trayectoria de la luz, caso oxidado. . . . 28

Introducción

En el ámbito de la ciencia y la ingeniería óptica, la manipulación de la luz ha allanado el camino para avances extraordinarios, dando forma a los cimientos mismos de la tecnología moderna. Central en estos avances se encuentran las estructuras periódicas y cuasiperiódicas (PQS), que exhiben fascinantes propiedades ópticas que han cautivado a los investigadores durante décadas. Las estructuras PQS han reunido una atención significativa en la ciencia y la ingeniería modernas debido a sus diversas aplicaciones en comunicaciones, diagnósticos médicos, sensores de gas, bioimagen foto-luminiscente y sistemas de administración de fármacos [1–4].

La capacidad de estas estructuras para controlar y aprovechar la luz es fundamental en muchas aplicaciones, como lo demuestran las tecnologías y dispositivos actuales que dependen de sus diseños ingeniosos, como las celdas solares ultra-eficientes, la comunicación óptica de alta capacidad, los láseres excepcionales y los dispositivos fotónicos. Los absorbentes perfectos basados en metamateriales son una tecnología innovadora que utiliza estructuras PQS [5]. Estos absorbentes están diseñados para capturar y convertir un rango específico de luz incidente en energía útil con una eficiencia notable.

Al adaptar cuidadosamente la geometría y la composición de las estructuras, los investigadores han desarrollado celdas solares que pueden absorber luz en un amplio espectro y, por lo tanto, exhiben tasas de conversión de energía significativamente mejoradas en comparación con los sistemas fotovoltaicos convencionales. Esta innovación promete soluciones energéticas sostenibles, inaugurando una era de cosecha de energía solar altamente eficiente.

En el campo de la comunicación de datos de alta velocidad, las estructuras periódicas encuentran aplicaciones en cristales fotónicos [6]. Estos cristales poseen variaciones periódicas en el índice de refracción, lo que les permite controlar la propagación de la luz a nivel nanométrico. Al manipular el flujo de fotones, se han creado fibras de cristal fotónico para transportar y guiar señales de luz con una pérdida mínima, revolucionando la comunicación óptica al proporcionar tasas de transferencia de datos más rápidas y confiables. Esta tecnología sustenta la columna vertebral de la infraestructura de Internet moderna y los centros de datos, sirviendo como un componente vital en nuestro mundo cada vez más interconectado.

Otra aplicación notable de las estructuras PQS es el desarrollo de sensores ópticos avanzados [7]. Al diseñar cuidadosamente las propiedades de estas estructuras, los investigadores han creado sensores altamente sensibles y selectivos capaces de detectar cantidades minúsculas de sustancias específicas. Estos sensores son fundamentales en diversas industrias, desde el monitoreo ambiental hasta los diagnósticos médicos, capacitándonos para detectar contaminantes, patógenos y productos químicos peligrosos con una precisión y rapidez sin precedentes.

Además, las estructuras PQS han encontrado su camino en láseres y fuentes de luz [8]. Los cristales fotónicos y los láseres aleatorios incorporan estas estructuras y han demostrado una eficiencia, potencia de salida y calidad del haz superiores. Estos láseres pueden impulsar avances significativos en el procesamiento de materiales, la cirugía médica y la investigación fundamental. Estas estructuras, especialmente cuando se basan en silicio poroso (PS), exhiben propiedades ópticas únicas que han demostrado ser invaluables en muchos campos. Sin embargo, estudiar las pérdidas ópticas en estas estructuras, derivadas de la absorción y la dispersión de Rayleigh, sigue siendo fundamental para su implementación práctica y optimización en optoelectrónica y más allá.

Mientras que las estructuras PQS han demostrado capacidades impresionantes en comunicaciones y aplicaciones médicas, su utilización potencial en optoelectrónica y tecnologías de baterías ha sido obstaculizada por los efectos adversos del PS oxidado en el rendimiento del material [9].

Las pérdidas ópticas en estas estructuras se atribuyen principalmente a la absorción y la dispersión de Rayleigh [10,11]. Mientras que la dispersión de Rayleigh domina en la región infrarroja debido a la transparencia del silicio en esas longitudes de onda [12], las pérdidas por absorción juegan un papel más crítico en la región visible [13]. Además, las imperfecciones en la estructura del PS, como la rugosidad, introducen dispersión de luz, lo que afecta la transmisión de luz y puede comprometer el rendimiento de los dispositivos ópticos [14]. Dado que la rugosidad siempre está presente en una estructura multicapa, su posición espectral, ancho de banda fotónico y calidad óptica pueden verse afectados por las pérdidas por dispersión [15].

Aún cuando la pérdidas ópticas están presentes, Lugo y y colegas han simulado y fabricado una estructura fotónica que consiste en una estructura similar a una microcavidad formada por dos cristales fotónicos unidimensionales hechos de silicio poroso autosoportado, separados por un espacio de aire variable y la longitud de onda de trabajo fue 633 nm. Ellos mostrarón que los mecanismos empleados para la inducción de oscilaciones mecánicas que se deben a la generación de fuerzas electromagnéticas. Para evidenciar la fuerza que ejerce esta radiación resonante en la estructura fotónica, ellos midieron las auto-oscilaciones y oscilaciones forzadas de la misma. La fuerza máxima y los niveles de amplitud de oscilación que han obtenido son del orden de 100 nN y 150 micras, respectivamente. Estos osciladores mecánicos fueron denominados fotodinas (photodyne) [16,17].

El objetivo de esta tesis es estudiar la presión de radiación selectiva de modos localizados dentro de una estructura fotónica unidimensional (1-D) periódica/cuasiperiódica, diseñada como secciones de cristal fotónico (PC)-Fibonacci (FN)-cristal fotónico (PC). A diferencia de las microcavidades estudiadas, esta PQS exhibe dos modos localizados en los espectros de transmisión. La presión de radiación de ambos modos, y del modo extendido entre ellos, cuando las fuentes de perdidas de energía son suprimidas son discutidas.

Esta tesis se divide en tres Capítulos y una sección de conclusiones. En el primer Capítulo se presenta el método de matriz de transferencia, capaz reproducir los espectros de transmisión y reflexión de medios dieléctricos de capas perfectas.

En el segundo Capítulo, usando la fuerza de Lorentz, se presenta un modelo teórico de la teoría de inducción de una fuerza electromagnética en una estructura fotónica.

En el tercer Capítulo contiene en una mayor profundidad, y originalidad, el estudio de la presión de radiación de modos localizados y extendidos dentro de la estructura PQS, cuando las fuentes de perdidas de energía son suprimidas. Se discuten las magnitudes de las fuerzas para ambas polarizaciones, a saber, transverso eléctrico (TE) y trasnverso magnético (TM) y se muestran las amplitudes de los campos elecromágneticos dentro de la superred para mostrar la amplificación de los mismos. Finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 1

Método de la matriz de transferencia

Antes de abordar el método de la matriz de transferencia, se revisará brevemente las condiciones límites del campo electromagnético de las ondas planas monocromáticas en una interfaz plana entre dos medios homogéneos e isotrópicos.

Una onda plana incidiendo en la interfaz, en general se dividirá en dos ondas: una onda transmitida avanzando en el segundo medio y una onda reflejada propagándose de regreso dentro del primero. Como se sabe, la existencia de estas dos ondas es una consecuencia directa de las condiciones límites en los vectores de campo.

1.1. Condiciones limite para las componentes paralelas de $\vec{E}$ y $\vec{H}$ a la interfaz

1.1.1. Deducción para las componentes paralelas eléctricas $E_{||}$

Desde la ecuación de Maxwell (Ley de Faraday)

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \tag{1.1}$$

y aplicando el teorema del rotacional de Stokes, es decir, la circulación del campo $\vec{E}$ alrededor de una curva cerrada

$$\int_S \left(\nabla \times \vec{E}\right) \cdot \hat{m} dS = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \cdot \hat{m} dS, \tag{1.2}$$

se obtiene:

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{m} \Delta\delta. \tag{1.3}$$

Para evaluar la condición de frontera para la componente tangencial del campo eléctrico, consideremos la integral de línea de $\vec{E}$ a lo largo del rectángulo C que atraviesa la interfaz entres dos medios (Fig. 1.1). En el límite cuando Δ tiende a cero, el rectángulo se va reduciendo de tamaño de tal manera que solo existe una linea del campo eléctrico $\vec{E}$ que atraviesa la interfaz. En la figura 1.1, $\hat{m}$ es el vector unitario perpendicular a la superficie generada por el rectángulo, $\hat{n}$ es un vector unitario normal a la interfaz, y $\hat{t}$ es un vector unitario en dirección tangencial a la superficie de incidencia.

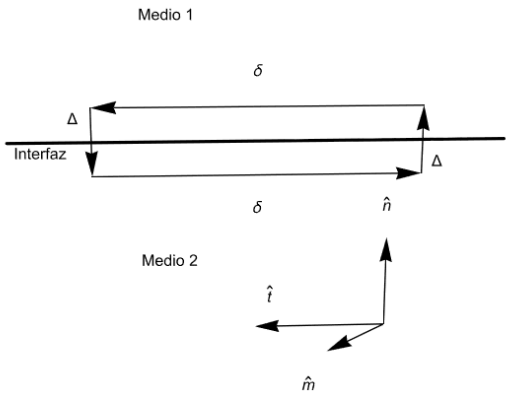

Figura 1.1: Contorno C para evaluar la componente tangencial del campo eléctrico a través de una interfaz.

Hacemos el limite cuando Δ tiende a cero. De tal manera que la linea generada por δ va a coincidir con la interfaz. Y la linea generada por Δ no tendrá contribución alguna en la ecuación resultante.

$$lim_{\Delta\to 0}\int_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -lim_{\Delta\to 0}\Big[\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \hat{m}\Delta\delta\Big]\ , \tag{1.4}$$

$$lim_{\Delta\to 0}\Big[\vec{E_1}\cdot\delta\hat{t} - \vec{E_2}\cdot\delta\hat{t} + \vec{E_{2,1}}\cdot\hat{n}\Delta - \vec{E_{1,2}}\cdot\hat{n}\Delta\Big] = 0\ , \tag{1.5}$$

$$\vec{E_1}\cdot\delta\hat{t} - \vec{E_2}\cdot\delta\hat{t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E_{1,\|}} = \vec{E_{2,\|}}. \tag{1.6}$$

$\vec{E_{1,\|}}$ es el vector paralelo a la superficie de incidencia en el medio 1 y $\vec{E_{2,\|}}$ es el vector paralela a la superficie de incidencia en el medio 2. Esto nos dice que la componente del campo vectorial $\vec{E}$ paralela a la interfaz es continua atravez de la superficie.

1.1.2. Deducción para las componentes paralelas magnéticas $H_{||}$

De la ecuación de Maxwell (Ley de Ampere)

$$\nabla\times\vec{H} - \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \vec{J}, \tag{1.7}$$

y aplicando el teorema del rotacional de Stokes y tomando en cuenta las mismas consideraciones en el caso anterior, la circulación del campo $\vec{H}$ alrededor de una curva cerrada C cuando el límite $\Delta\to 0$.

$$\int_S\Big(\nabla\times\vec{H}\Big)\cdot\hat{m}dS = \int_S\Big(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\Big)\cdot\hat{m}dS + \int\vec{J}\cdot\hat{m}dS, \tag{1.8}$$

entonces,

$$\int -C\vec{H}\cdot d\vec{l} = -\Big[\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\Big]\cdot\hat{m}\Delta\delta + K, \tag{1.9}$$

$$\lim_{\Delta\to 0}\Big[\vec{H_1}\cdot\delta\hat{t} - \vec{H_2}\cdot\delta\hat{t} + \vec{H_{1,2}}\cdot\hat{n}\Delta - \vec{H_{2,1}}\cdot\hat{n}\Delta\Big] = -\lim_{\Delta\to 0}\Big[\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot\hat{m}\Delta\delta + K\Big], \tag{1.10}$$

$$\vec{H_1}\cdot\delta\hat{t} - \vec{H_2}\cdot\delta\hat{t} = K \quad \Rightarrow \quad \big[\vec{H_1} - \vec{H_2}\big]\cdot\delta\hat{t} = K \quad \Rightarrow \quad H_{1,\|} - H_{2,\|} = K, \tag{1.11}$$

donde K es la densidad de corriente superficial. $H_{1,\|}$ y $H_{2,\|}$ son las componentes paralelas de $\vec{H}$ en el medio 1 y 2. Esto nos dice que en presencia de la densidad de corriente superficial K, la componente paralela del vector magnético $\vec{H}$ cambia con un factor de K en la interfaz.

1.2. Reflexión y refracción de las ondas transversal eléctrico y transversal magnético

Una onda transversal eléctrico (TE) es aquella en la cual la dirección del campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia, misma a la de esta hoja. En la onda transversal magnético (TM, el vector de campo eléctrico paralelo al plano de incidencia y el vector de campo magnético es transversal. La reflexión y refracción de ondas TE y TM se describen en la figura 1.2.

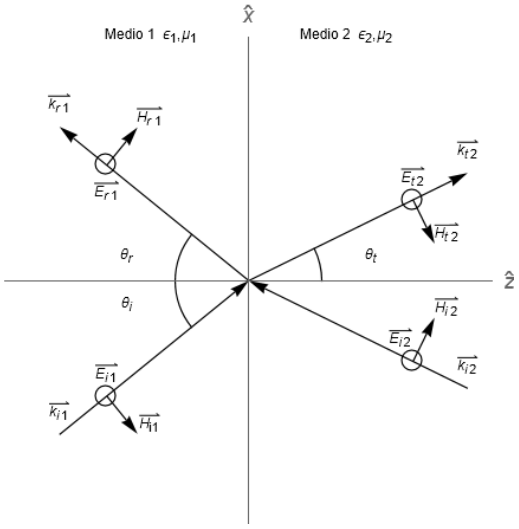

Figura 1.2: Onda transversal eléctrico, TE.

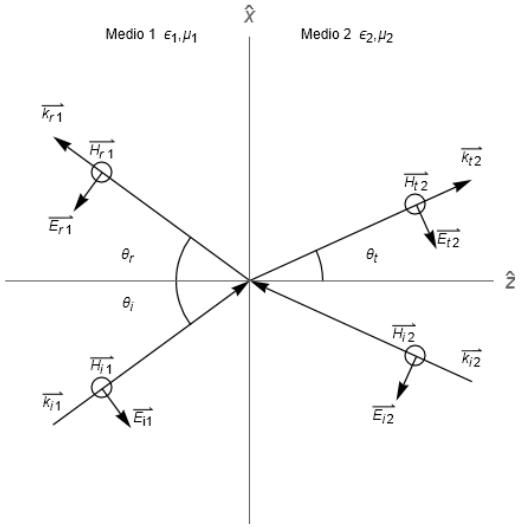

Figura 1.3: Onda transversal magnético, TM.

$\vec{K_{i,1}}$, $\vec{K_{r,1}}$, $\vec{K_{t,2}}$ y $\vec{K_{i,2}}$ son vectores de propagación, y tienen las siguientes expresiones:

$$\vec{K_{i,1}} = n_1\frac{\omega}{c}(\sin\theta_i, 0, \cos\theta_i) \quad \Rightarrow \quad |\vec{K_{i,1}}| = n_1\frac{\omega}{c}, \tag{1.12}$$

$$\vec{K_{r,1}} = n_1\frac{\omega}{c}(\sin\theta_r, 0, -\cos\theta_r) \quad \Rightarrow \quad |\vec{K_{r,1}}| = n_1\frac{\omega}{c}, \tag{1.13}$$

$$\vec{K_{t,2}} = n_2\frac{\omega}{c}(\sin\theta_t, 0, \cos\theta_t) \quad \Rightarrow \quad |\vec{K_{t,2}}| = n_2\frac{\omega}{c}, \tag{1.14}$$

$$\vec{K_{i,2}} = n_2\frac{\omega}{c}(\sin\theta_{1,2}, 0, -\cos\theta_{1,2}) \quad \Rightarrow \quad |\vec{K_{i,2}}| = n_2\frac{\omega}{c}, \tag{1.15}$$

Los subindices nos indican en que medio están y si inciden (i), se reflejan(r), o se transmiten(t). Los vectores del campo eléctrico $\vec{E}$, campo magnético $\vec{H}$, y vector de propagación $\vec{k}$ son perpendiculares entre si. Ellos están dispuestos de tal manera que la dirección de propagación es $\vec{E}\times\vec{H}$. ϵ_1, ϵ_2 y μ_1, μ_2 son la permitividad eléctrica del medio 1 y 2, y la permeabilidad magnética del medio 1 y 2, respectivamente. n_1 y n_2 son los índices refracción de los medios.

1.3. Aplicación de las condiciones de frontera

Por superposición de ondas, el campo eléctrico total en el medio 1 $(z < 0)$ y el medio 2 $(0 < z)$ son:

$$\vec{E_{i,1}} + \vec{E_{r,1}}\ , \tag{1.16}$$

$$\vec{E_{t,2}} + \vec{E_{i,2}} \ , \tag{1.17}$$

respectivamente. Aplicamos las condiciones límites para las componentes perpendiculares al plano de incidencia. Es decir a las ondas transversal eléctrico también llamadas ondas s. Denotando así las componentes tangenciales con el subíndice s.

$$\vec{E_{i,1,s}} + \vec{E_{r,1,s}} = \vec{E_{t,2,s}} + \vec{E_{i,2,s}}, \tag{1.18}$$

De esta manera, las amplitudes quedan como

$$E_{i,1,s}e^{i(\vec{k_{i,1}}\cdot\vec{r}-\omega_{i,1}t)} + E_{r,1,s}e^{i(\vec{k_{r,1}}\cdot\vec{r}-\omega_{r,1}t)} = E_{t,2,s}e^{i(\vec{k_{t,2}}\cdot\vec{r}-\omega_{t,2}t)} + E_{i,2,s}e^{i(\vec{k_{i,2}}\cdot\vec{r}-\omega_{i,2}t)}, \tag{1.19}$$

donde $E_{i,1,s}$, $E_{r,1,s}$,$E_{t,2,s}$ y $E_{i,2,s}$ son constantes. Por igualdad de funciones y notando que las exponenciales son funciones linealmente independientes, entonces todos los argumentos son iguales, tanto en dependencia temporal como en dependencia espacial. Es decir;

$$\omega_{i,1}t = \omega_{r,1}t = \omega_{t,2}t = \omega_{i,2}t = \omega t \quad \Rightarrow \quad \omega_{i,1} = \omega_{r,1} = \omega_{t,2} = \omega_{i,2} = \omega, \tag{1.20}$$

$$\vec{K_{i,1}}\cdot\vec{r} = \vec{K_{r,1}}\cdot\vec{r} = \vec{K_{t,2}}\cdot\vec{r} = \vec{K_{i,2}}\cdot\vec{r} \qquad (= k_x x \quad \text{para cuando z=0}) \ . \tag{1.21}$$

Continuamos desarrollando $\vec{K_{i,1}}\cdot\vec{r} = \vec{K_{r,1}}\cdot\vec{r}$ de la ecuación (1.21) y utilizando las ecuaciones (1.12-1.15), y $\vec{r} = (x, y, z)$.

$$n_1\frac{\omega}{c}\sin\theta_i x + n_1\frac{\omega}{c}\cos\theta_i z = n_1\frac{\omega}{c}\sin\theta_r x - n_1\frac{\omega}{c}\cos\theta_r z \ , \tag{1.22}$$

$$\Rightarrow \quad n_1\sin\theta_i x + n_1\cos\theta_i z = n_1\sin\theta_r x - n_1\cos\theta_r z \ . \tag{1.23}$$

Ahora en la interfaz cuando $z = 0$

$$\Rightarrow \quad n_1\sin\theta_i x = n_1\sin\theta_r x \quad \Rightarrow \quad \theta_i = \theta_r \ . \tag{1.24}$$

Si desarrollamos $\vec{K_{i,1}}\cdot\vec{r} = \vec{K_{t,1}}\cdot\vec{r}$ de la ecuación (1.21)

$$n_1\frac{\omega}{c}\sin\theta_i x + n_1\frac{\omega}{c}\cos\theta_i z = n_2\frac{\omega}{c}\sin\theta_t x + n_2\frac{\omega}{c}\cos\theta_t z \ , \tag{1.25}$$

$$\Rightarrow \quad n_1\sin\theta_i x + n_1\cos\theta_i z = n_2\sin\theta_t x + n_2\cos\theta_t z \ . \tag{1.26}$$

Ahora en la interfaz cuando $z = 0$

$$\Rightarrow \quad n_1\sin\theta_i x = n_2\sin\theta_t x \quad \Rightarrow \quad n_1\sin\theta_i = n_2\sin\theta_t \ , \tag{1.27}$$

que es la ley de Snell.

1.4. Deducción de la matriz dinámica de la onda TE (onda s)

El campo magnético puede ser obtenido de las ecuaciones de Maxwell como

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\hat{k}\times\vec{E}. \tag{1.28}$$

Si utilizamos los vectores unitarios $\hat{k}$ de las ecuaciones (1.12), (1.13), (1.14) y (1.15), junto con $\vec{E_{i,1}} = (0, E_{i,1,y}, 0)$, $\vec{E_{r,1}} = (0, E_{r,1,y}, 0)$, $\vec{E_{t,2}} = (0, E_{t,2,y}, 0)$ y $\vec{E_{i,2}} = (0, E_{i,2,y}, 0)$, obtenidas de la figura 1.2, junto a la suposición de que $\theta_i = \theta_r = \theta_1$ y también que $\theta_t = \theta_{i,2} = \theta_2$, se obtiene:

$$\hat{k_{i,1}} \times \vec{E_{i,1}} = -E_{i,1,y} \cos\theta_1 \hat{x} + E_{i,1,y} \sin\theta_1 \hat{z} \ , \tag{1.29}$$

$$\hat{k_{r,1}} \times \vec{E_{r,1}} = E_{r,1,y} \cos\theta_1 \hat{x} + E_{r,1,y} \sin\theta_1 \hat{z} \ , \tag{1.30}$$

$$\hat{k_{t,2}} \times \vec{E_{t,2}} = -E_{t,2,y} \cos\theta_2 \hat{x} + E_{t,2,y} \sin\theta_2 \hat{z} \ , \tag{1.31}$$

$$\hat{k_{i,2}} \times \vec{E_{i,2}} = E_{i,2,y} \cos\theta_2 \hat{x} + E_{i,2,y} \sin\theta_2 \hat{z} \ . \tag{1.32}$$

Si hacemos uso de las condiciones límite para las componentes tangenciales de $\vec{H}$ a la superficie de incidencia; es decir $\vec{H_x}$, se consigue:

$$\vec{H_{i,1,x}} = -\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} E_{i,1,y} \cos\theta_1 \hat{x} \ , \tag{1.33}$$

$$\vec{H_{r,1,x}} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} E_{r,1,y} \cos\theta_1 \hat{x} \ , \tag{1.34}$$

$$\vec{H_{t,2,x}} = -\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_{t,2,y} \cos\theta_2 \hat{x} \ , \tag{1.35}$$

$$\vec{H_{i,2,x}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_{i,2,y} \cos\theta_2 \hat{x} \ . \tag{1.36}$$

Si hacemos uso de las condiciones límites ec.(1.6) y ec.(1.11), y ademas, consideramos la situación la que la densidad de carga superficial ρ y la densidad de corriente K se desvanecen (situación que ocurre frecuentemente en muchas áreas de la óptica), es posible escribir:

$$E_{i,1,y} + E_{r,1,y} = E_{t,2,y} + E_{i,2,y} \ , \tag{1.37}$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \big(- E_{i,1,y} + E_{r,1,y} \big) \cos\theta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \big(- E_{t,2,y} + E_{i,2,y} \big) \cos\theta_2 \ . \tag{1.38}$$

Si suponemos que $\mu_1 = \mu_2 = 1$, y también de manera adicional hacemos uso de $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$ y $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$, se obtiene

$$\begin{aligned} E_{i,1,y} + E_{r,1,y} &= E_{t,2,y} + E_{i,2,y} \ , \\ n_1 \big(- E_{i,1,y} + E_{r,1,y} \big) \cos\theta_1 &= n_2 \big(- E_{t,2,y} + E_{i,2,y} \big) \cos\theta_2 \ . \end{aligned} \tag{1.39}$$

El sistema de ecuaciones (1.39) tendrá la siguiente representación matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -n_1 \cos\theta_1 & n_1 \cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i,1,y} \\ E_{r,1,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -n_2 \cos\theta_2 & n_2 \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{t,2,y} \\ E_{i,2,y} \end{pmatrix} \ , \tag{1.40}$$

La matriz dinámica de la onda TE es

$$D_s(j) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -n_j \cos\theta_j & n_j \cos\theta_j \end{pmatrix} \quad , \quad j = 1, 2 \ . \tag{1.41}$$

1.5. Deducción de la matriz dinámica de la onda TM (onda p)

De la figura 1.3 tenemos que

$$\vec{E_{i,1,p}} = (E_{i,1,x}, 0, E_{i,1,z}) = E_{i,1,p}(-\cos\theta_1, 0, \sin\theta_1), \tag{1.42}$$

$$\vec{E_{r,1,p}} = (E_{r,1,x}, 0, E_{r,1,z}) = E_{r,1,p}(-\cos\theta_1, 0, -\sin\theta_1), \tag{1.43}$$

$$\vec{E_{t,2,p}} = (E_{t,2,x}, 0, E_{t,2,z}) = E_{t,2,p}(-\cos\theta_1, 0, \sin\theta_1), \tag{1.44}$$

$$\vec{E_{i,2,p}} = (E_{i,2,x}, 0, E_{i,2,z}) = E_{i,2,p}(-cos\theta_1, 0, -sin\theta_1). \tag{1.45}$$

Si realizamos el producto cruz entre los vectores $\hat{k}$ y $\vec{E}$ correspondientes, tomando las ecuaciones (1.12), (1.13), (1.14) y (1.15), y las anteriores se obtiene:

$$\hat{k_{i,1}} \times \vec{E_{i,1,p}} = -(E_{i,1,z}\sin\theta_1 - E_{i,1,x}\cos\theta_1)\hat{j} = -E_{i,1,p}\hat{j}, \tag{1.46}$$

$$\hat{k_{r,1}} \times \vec{E_{r,1,p}} = -(E_{r,1,z}\sin\theta_1 + E_{r,1,x}\cos\theta_1)\hat{j} = E_{r,1,p}\hat{j}, \tag{1.47}$$

$$\hat{k_{t,2}} \times \vec{E_{t,2,p}} = -(E_{t,2,z}\sin\theta_2 - E_{t,2,x}\cos\theta_2)\hat{j} = -E_{t,2,p}\hat{j}, \tag{1.48}$$

$$\hat{k_{i,2}} \times \vec{E_{i,2,p}} = -(E_{i,2,z}\sin\theta_2 + E_{i,2,x}\cos\theta_2)\hat{j} = E_{i,2,p}\hat{j}. \tag{1.49}$$

Haciendo uso de las condiciones límites para las componentes perpendiculares al plano de incidencia $\vec{H_y} = \vec{H}$, tenemos:

$$\vec{H_{i,1}} + \vec{H_{r,1}} = \vec{H_{t,2}} + \vec{H_{i,2}},$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}(E_{i,1,p} - E_{r,1}) = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}(E_{t,2,p} - E_{i,2,p}), \tag{1.50}$$

$$\Rightarrow \quad n_1(E_{i,1,p} - E_{r,1,p}) = n_2(E_{t,2,p} - E_{i,2,p}).$$

De manera adicional, de las ecuaciones (1.42), (1.43), (1.44), (1.45) incluimos la condición limite para $\vec{E_x}$,

$$(E_{i,1,p} + E_{r,1,p})\cos\theta_1 = (E_{t,2,p} + E_{i,2,p})\cos\theta_2, \tag{1.51}$$

Entonces el sistema de ecuaciones para las ecuaciones (1.50) y (1.51) tendrá la siguiente representación matricial

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \cos\theta_1 \\ -n_1 & n_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i,1,p} \\ E_{r,1,p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & \cos\theta_2 \\ -n_2 & n_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{t,2,p} \\ E_{i,2,p} \end{pmatrix}, \tag{1.52}$$

La matriz dinámica de la onda TM es

$$D_p(j) = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \cos\theta_1 \\ -n_1 & n_1 \end{pmatrix} \quad , \quad j = 1, 2. \tag{1.53}$$

1.6. Matriz de propagación de una capa delgada homogénea e isotropica

Ahora se abordará el problema de la reflexión y transmisión de la radiación electromagnética a través de una capa delgada homogénea e isotrópica usando el método de matriz de transferencia.

La estructura dieléctrica está descrita por (ver figura 1.4)

$$n(z) = \begin{cases} n_1, & z < 0 \\ n_2, & 0 < z < d \\ n_3, & d < z \end{cases}, \tag{1.54}$$

donde n_1, n_2, y n_3 son los índices de refracción y d es el espesor de la capa.

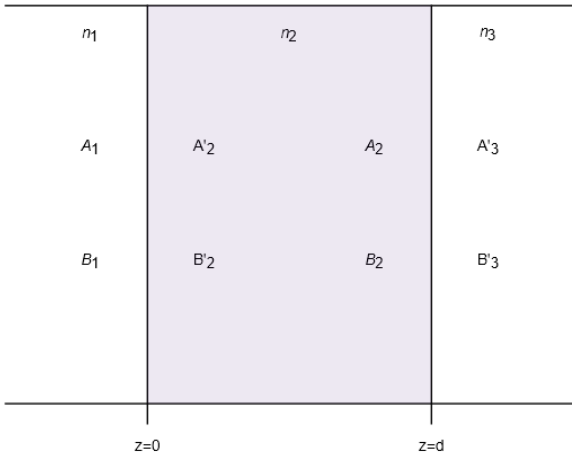

Figura 1.4: Transmisión y reflexión del campo atraves de una capa delgada.

La operación que relaciona a los campos eléctricos TE (TM) del lado izquierdo y derecho de una misma interfaz es:

$$\begin{pmatrix} E_{i,1,y} \\ E_{r,1,y} \end{pmatrix} = D_s(1)^{-1} D_s(2) \begin{pmatrix} E_{t,2,y} \\ E_{i,2,y} \end{pmatrix}, \tag{1.55}$$

$$\begin{pmatrix} E_{i,1,p} \\ E_{r,1,p} \end{pmatrix} = D_p(1)^{-1} D_p(2) \begin{pmatrix} E_{t,2,p} \\ E_{i,2,p} \end{pmatrix}. \tag{1.56}$$

Si suponemos una onda electromagnética propagándose en el plano xz, y sustituimos los valores correspondientes a los campos de interés y aplicamos las ecuaciones de frontera sección (1.3.); es decir usamos $(= k_x x)$ y $(= \omega t)$, se obtiene en general:

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} E_{i,1} e^{i(k_x x + k_z z)} \\ E_{r,1} e^{i(k_x x - k_z z)} \end{pmatrix} = D(1)^{-1} D(2) \begin{pmatrix} E_{t,2} e^{i(k_x x + k_z z)} \\ E_{i,2} e^{i(k_x x - k_z z)} \end{pmatrix},$$

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} E_{i,1} e^{ik_z z} \\ E_{r,1} e^{-ik_z z} \end{pmatrix} = D(1)^{-1} D(2) \begin{pmatrix} E_{t,2} e^{ik_z z} \\ E_{i,2} e^{-ik_z z} \end{pmatrix}, \tag{1.57}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A_2' \\ B_2' \end{pmatrix}.$$

La última ecuación es la matriz que relaciona los campos en cada lado de la interfaz z=0. La matriz que relaciona los campos de dos interfaces atravez del medio es entonces:

$$\begin{pmatrix} A_2' \\ B_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\phi_2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \ , \qquad \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A_3' \\ B_3' \end{pmatrix} \ , \tag{1.58}$$

donde P_2 es llamada matriz de propagación. ϕ_2 esta dado por $\phi_2 = k_{2z}d$. Además,

$$k_{\alpha z} = \frac{n_\alpha \omega}{c} \cos\theta_\alpha = \frac{n_\alpha}{\lambda} \cos\theta_\alpha, \tag{1.59}$$

con $\alpha = 1, 2, 3$ y θ_α es el angulo de propagación en cada capa. Las amplitudes A_1, B_1, A_3' y B_3' están relacionadas por

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A_3' \\ B_3' \end{pmatrix}. \tag{1.60}$$

Los vectores columnas representados por las amplitudes de onda en cada interfaz se relacionan por un producto de matrices 2×2 en secuencia. Cada lado de la interfaz está representada por una matriz dinámica, y el bulto en cada capa esta representado por una matriz de propagación.

1.7. Forma matricial para sistemas de multicapas

La multicapas dieléctricas están descritas conforme a su indice de refracción $n(z)$ y a su posición en el espacio

$$n(z) = \begin{cases} n_0, & z < z_0 \\ n_1, & z_0 < z < z_1 \\ n_2, & z_1 < z < z_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ n_N, & z_{N-1} < z < z_N \\ n_s, & z < z_s \end{cases} , \tag{1.61}$$

donde n_l es el indice de refracción de la capa l, z_l es la posición de la interfaz entre la capa l y la capa $l+1$, n_s es el indice de refracción del substrato y n_0 es el indice de refracción del medio incidente. El espesor de la capa d_l es de la forma, $d_l = z_l - z_{l-1}$. El campo eléctrico dentro del material es de la forma

$$E = E(z) e^{i(k_x x - \omega t)} \ ,$$

$$E(z) = \begin{cases} A_0 e^{-ik_{0z}(z-z_0)} + B_0 e^{ik_{0z}(z-z_0)}; & z < z_0 \\ A_l e^{-ik_{lz}(z-z_l)} + B_l e^{ik_{lz}(z-z_l)}; & z_{l-1} < z < z_l \\ A_s e^{-ik_{0z}(z-z_N)} + B_s e^{ik_{sz}(z-z_N)}; & z_N < z \end{cases} . \tag{1.62}$$

donde k_{lz} es la componente z del vector de onda

$$k_{lz} = \left[\left(\frac{n_l \omega}{c} \right)^2 - k_x^2 \right]^{1/2}, \quad l = 0, 1, 2, ..., N, s, \tag{1.63}$$

y está relacionado al ángulo θ_l por la ecuación [26]. Los valores a_l, b_l representan las amplitud de la onda en lado izquierdo de la interfaz $z = z_l$. Usando el mismo argumento que en la sección

anterior, se escribe

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 P_1 \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} a_l \\ b_l \end{pmatrix} = D_l^{-1} D_{l+1} P_{l+1} \begin{pmatrix} a_{l+1} \\ b_{l+1} \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, ..., N, \tag{1.64}$$

donde $N+1$ representa al medio substrato, $a_{N+1} = a_s$, $a_{N+1} = b_s$ y las matrices $D_l^{'}s$ están dadas por las ecuaciones $(++)$ y $(++)$, para las ondas s y p respectivamente. La relación entre a_0, b_0 y a_s, b_s puede escribirse como

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_s^{'} \\ b_s^{'} \end{pmatrix}, \tag{1.65}$$

con la matriz dada

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} \left[\prod_{l=1}^{N} D_l P_l D_l^{-1} \right] D_s. \tag{1.66}$$

Los elementos matriciales M_{ij} satisfacen la relación

$$M_{21} = M_{12}^*, \quad M_{22} = M_{11}^*. \tag{1.67}$$

Si los medios dieléctricos 0, s tienen índices de refracción n_0 y n_s reales, el determinante de la matriz M es muy simple y está dado por

$$|M| = \frac{n_s \cos\theta_s}{n_0 \cos\theta_0}. \tag{1.68}$$

1.8. Reflectancia, transmitancia y los coeficientes de Fresnel

Los coeficientes de reflexión y transmisión también llamadas coeficientes de Fresnel para las ondas s están dadas por

$$r_s = \left(\frac{b_0}{a_0}\right)_{b_s=0} = \left(\frac{E_{r,1,y}}{E_{i,1,y}}\right)_{E_{i,2,y}=0} \quad , \quad t_s = \left(\frac{a_s}{a_0}\right)_{b_s=0} = \left(\frac{E_{t,2,y}}{E_{i,1,y}}\right)_{E_{i,2,y}=0}. \tag{1.69}$$

Los correspondientes coeficientes para las ondas p son

$$r_p = \left(\frac{E_{r,1,p}}{E_{i,1,p}}\right)_{E_{i,2,p}=0} \quad , \quad t_p = \left(\frac{E_{t,2,p}}{E_{i,1,p}}\right)_{E_{i,2,p}=0}. \tag{1.70}$$

La reflectancia y transmitancia para las ondas s y p están dados por

$$R_{s,p} = |r_{s,p}|^2 \quad , \quad T_{s,p} = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} |t_{s,p}|^2 \ . \tag{1.71}$$

y

$$R + T = 1. \tag{1.72}$$

por conservación de la energía.

Capítulo 2

Presión de radiación en una estructura de capas

El concepto de presión de radiación se ha utilizado para manipular micro-objetos y organismos biológicos. Las trampas ópticas se basan en la fuerza de presión de radiación resultante de la transferencia de momento de fotones; incluyen las primeras configuraciones de levitación óptica y las pinzas ópticas [9, 10]. Recientemente, se ha desarrollado un resonador micro-mecánico de acción directa que utiliza solo la fuerza proporcionada por la presión de radiación [12]. En optomecánica, los MC suelen utilizar la presión de radiación como un mecanismo de acoplamiento luz-materia, y la fuerza del gradiente óptico como fuerza impulsora, que depende en gran medida de la magnitud del desplazamiento del resonador con la intensidad del láser [13, 14]. Además, la presión de radiación en la fotónica de microcavidades ha demostrado evidencia experimental de que esta estructura es capaz de auto oscilaciones y oscilaciones forzadas [15-17].

A continuación describimos brevemente la teoría de inducción de una fuerza electromagnética en una microcavidad óptica.

2.1. Formalismo teórico

Consideramos un cristal fotónico unidimensional de 15 periodos $\Lambda = d_1 + d_2$, que ocupa la región $0 < z < 15\Lambda$. El cristal fotónico está incrustado en el aire y una onda electromagnética plana monocromática (polarización TM) incide sobre su superficie en $z = z_0$. Los campos magnéticos y eléctricos se pueden expresar en toda la estructura como [26]:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_l = &- \cos\theta_l \left[A_l e^{\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} + B_l e^{-\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} \right] e^{\mathrm{i}(k_x x - \omega t)} \hat{x} \\
&+ \sin\theta_l \left[A_l e^{\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} - B_l e^{-\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} \right] e^{\mathrm{i}(k_x x - \omega t)} \hat{z} \\
\vec{H}_l = &- \frac{k_l}{\omega\mu_0} \left[A_l e^{\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} - B_l e^{-\mathrm{i}k_{z_l}(z-z_l)} \right] e^{\mathrm{i}(k_x x - \omega t)} \hat{y},
\end{aligned} \tag{2.1}$$

donde $z_l < z < z_{l+1}$ para $l = 0, 1, \cdots, N$ (N es el número de capas), y donde $k_{z_l} = k_l \cos\theta_l$, $k_x = k \sin\theta_0$, $k = \omega/c$, $k_l = \sqrt{\epsilon_l} k$, ω es la frecuencia, c la velocidad de la luz en el vacío, $\sqrt{\epsilon_l}$ la permitividad relativa del l-dieléctrico, y θ_l el ángulo de incidencia sobre la l-capa en el plano x–y.

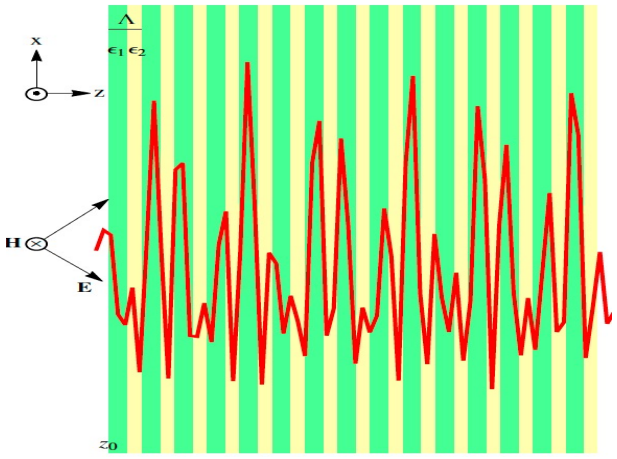

Figura 2.1: Distribución del campo eléctrico en el cristal fotónico con polarización TM.

2.1.1. Densidad de fuerza volumétrica promediada en el tiempo

La fuerza electromagnética aplicada a una unidad de carga volumetrica en movimiento esta dada por

$$\vec{f}_{EM}(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{J}(\vec{r},t) \times \vec{B}(\vec{r},t)\ ; \qquad \text{Fuerza de Lorentz}\ . \tag{2.2}$$

donde $\vec{f}_{EM}$, ρ, $\vec{E}$, $\vec{J}$, $\vec{B}$ son la fuerza electromagnética por unidad de volumen, densidad de carga volumétrica, campo eléctrico, densidad de corriente y campo de inducción magnética, respectivamente. Dentro de un material dieléctrico la carga total es cero, así pues, $\rho(\vec{r},t) = 0$. Obtenemos $\vec{J}$ en términos de $\vec{E}$. Sea $\vec{D}$ el desplazamiento eléctrico y $\vec{P}$ el vector de polarización,

$$\begin{aligned} \vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0\epsilon\vec{E} \qquad &\Rightarrow \qquad \vec{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0\vec{E}, \\ \vec{J} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \qquad &\Rightarrow \qquad \vec{J} = (\epsilon - 1)\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Si consideramos la igualdad $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$ y sustituimos los valores correspondientes en la ecuación (1.1).

$$\vec{f}_{EM}(\vec{r},t) = \epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{H}. \tag{2.4}$$

En términos de los campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$ armónicos, se tiene:

$$\vec{f}_{EM}(\vec{r},t) = -i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0\vec{E}^* \times \vec{H}. \tag{2.5}$$

Al promediar en el tiempo se obtiene la densidad de fuerza volumétrica promediada

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \frac{1}{2}\Re\left[-i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}\right]\ . \tag{2.6}$$

2.1.2. Densidad de fuerza volumétrica TM

En este caso se considera $\mathbf{E}^* = E_x^*\hat{x} + E_z^*\hat{z}$. Luego $\mathbf{E}^* \times \mathbf{H} = -E_z^*H_y\hat{x} + E_x^*H_y\hat{z}$. Así

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{f}_x \rangle &= \tfrac{1}{2}\Re\left[i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0 E_z^*H_y\right]\hat{x}\ , \\ \langle \mathbf{f}_z \rangle &= \tfrac{1}{2}\Re\left[-i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0 E_x^*H_y\right]\hat{z}\ . \end{aligned} \tag{2.7}$$

Sustituimos y desarrollamos $\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle = \frac{1}{2}\Re\Big[i\omega\epsilon_0(\epsilon_l-1)\mu_0\sin\theta_l\left(A_l^* e^{-ik_{z_l}(z-z_l)} - B_l^* e^{+ik_l(z-z_l)}\right)e^{-ik_x x} \\ * \frac{k_l}{\omega\mu_0}\left(A_l e^{ik_l(z-z_l)} - B_l e^{-ik_l(z-z_l)}\right)e^{ik_x x}\Big] \\ = \frac{1}{2}\Re\left[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_l\sin\theta_l\left(A_l^* e^{-ik_l(z-z_l)} B_l^* e^{ik_l(z-z_l)}\right) * \left(A_l e^{ik_l(z-z_l)} - B_l e^{-ik_l(z-z_l)}\right)\right] .\end{aligned} \tag{2.8}$$

En donde se define que $k_l \sin\theta_l = k_{x_l}$, $\mu_0 = \mu_l$ y $\varphi_l = k_{z_l}(z - z_l)$. Se realiza el producto

$$\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle = \frac{1}{2}\Re\left[i\epsilon_0\left(\epsilon_l - 1\right)k_l\sin\theta_l\left(|A_l|^2 + |B_l|^2 - A_l^* B_l e^{-2i\varphi_l} - A_l B_l^* e^{2i\varphi_l}\right)\right] . \tag{2.9}$$

Como $A_l = |A_l|\, e^{i\varphi_{A_l}}$, y $B_l = |B_l|\, e^{i\varphi_{B_l}}$, entonces

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\Big[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_l\sin\theta_l\left(|A_l|^2 + |B_l|^2 - |A_l|\,|B_l|\, e^{-i\varphi_{A_l}} e^{i\varphi_{B_l}} e^{-2i\varphi_l} - \right. \\ \left. |A_l|\,|B_l|\, e^{i\varphi_{A_l}} e^{-i\varphi_{B_l}} e^{2i\varphi_l}\right)\Big] \\ = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\Big[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_l\sin\theta_l\left(|A_l|^2 + |B_l|^2 - |A_l|\,|B_l|\left(e^{-i\left(\varphi_{A_l} - \varphi_{B_l} + 2\varphi_l\right)} + \right.\right. \\ \left.\left. e^{i\left(\varphi_{A_l} - \varphi_{B_l} + 2\varphi_l\right)}\right)\right] \\ = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[i\epsilon_0\left(\epsilon_l - 1\right)k_l\sin\theta_l\left(|A_l|^2 + |B_l|^2 - 2\,|A_l|\,|B_l|\cos\left(\varphi_{A_l} - \varphi_{B_l} + 2\varphi_l\right)\right)\right] .\end{aligned} \tag{2.10}$$

Dado que la expresión que esta dentro de los corchetes es un numero complejo de la forma $0+ia$, en donde a es la parte imaginaria de dicho numero, y ademas real. Entonces $\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle = \frac{1}{2}\Re[0+ia] = 0$. Por lo tanto, si el material no absorbe, $\langle \mathbf{f}_{x,l} \rangle = 0$.

Sustituimos y desarrollamos $\langle \mathbf{f}_{z,l} \rangle$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{f}_{z,l} \rangle = \frac{1}{2}\Re\Big[-i\omega\epsilon_0(\epsilon_l-1)\mu_0(-\cos\theta_l)\left(A_l^* e^{-ik_{z_l}(z-z_l)} + B_l^* e^{+ik_l(z-z_l)}\right)e^{-ik_x x} \\ * \frac{k_l}{\omega\mu_0}\left(A_l e^{ik_l(z-z_l)} - B_l e^{-ik_l(z-z_l)}\right)e^{ik_x x}\Big] \\ = \frac{1}{2}\Re\left[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_l\cos\theta_l\left(A_l^* e^{-ik_l(z-z_l)} + B_l^* e^{ik_l(z-z_l)}\right) * \left(A_l e^{ik_l(z-z_l)} - B_l e^{-ik_l(z-z_l)}\right)\right] .\end{aligned} \tag{2.11}$$

En donde se define que $k_l \cos\theta_l = k_{z_l}$, $\mu_0 = \mu_l$ y $\varphi_l = k_{z_l}(z - z_l)$. Se realiza el producto

$$\langle \mathbf{f}_{z,l} \rangle = \frac{1}{2}\Re\left[i\epsilon_0\left(\epsilon_l - 1\right)k_{z_l}\left(|A_l|^2 - |B_l|^2 - A_l^* B_l e^{-2i\varphi_l} + A_l B_l^* e^{2i\varphi_l}\right)\right] . \tag{2.12}$$

Como $A_l = |A_l|\, e^{i\varphi_{A_l}}$, y $B_l = |B_l|\, e^{i\varphi_{B_l}}$, entonces

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{f}_{z,l}\rangle &= \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_{z_l}\left(|A_l|^2-|B_l|^2-|A_l|\,|B_l|\,e^{-i\varphi_{A_l}}e^{i\varphi_{B_l}}e^{-2i\varphi_l}+\right.\right.\\ &\qquad\left.\left.|A_l|\,|B_l|\,e^{i\varphi_{A_l}}e^{-i\varphi_{B_l}}e^{2i\varphi_l}\right)\right]\\ &= \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[i\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_{z_l}\left(|A_l|^2-|B_l|^2+|A_l|\,|B_l|\left(-e^{-i\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)}+\right.\right.\right.\\ &\qquad\left.\left.\left.e^{i\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)}\right)\right)\right]\\ &= \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[i\epsilon_0\left(\epsilon_l-1\right)k_{z_l}\left(|A_l|^2+|B_l|^2+2i\,|A_l|\,|B_l|\sin\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)\right)\right]\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$= -\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_{z_l}\,|A_l|\,|B_l|\sin\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)\ .$$

Por lo tanto si el material no absorbe $\langle \mathbf{f}_{z,l}\rangle = -\epsilon_0(\epsilon_l-1)k_{z_l}\,|A_l|\,|B_l|\sin\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)$.
La densidad de fuerza volumetrica promedio total sera la integral

$$\int_{z_{l-1}}^{z_l}\langle \mathbf{f}_{z,l}\rangle dz = -\epsilon_0\left(\epsilon_l-1\right)k_{z_l}\,|A_l|\,|B_l|\int_{z_{l-1}}^{z_l}\sin\left(\varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2\varphi_l\right)dz\ . \tag{2.14}$$

Hacemos cambio de variables, con $\varphi_l = k_1(z-z_1)$

$$u = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2k_{z_l}(z-z_l), \qquad du = 2k_{z_l}dz\ ,$$

$$u(z_l) = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2k_{z_l}(z_l-z_l) = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}\ ,$$

$u(z_{l-1}) = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2k_{z_l}(z_{l-1}-z_l) = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}+2k_{z_l}(z_{l-1}-(z_{l-1}+dl) = \varphi_{A_l}-\varphi_{B_l}-2k_{z_l}dl$.

por lo que

$$\begin{aligned}&-\epsilon_0\left(\epsilon_l-1\right)k_{z_l}\,|A_l|\,|B_l|\int_{u(z_{l-1})}^{u(z_l)}\sin\left(u\right)\frac{du}{2k_{z_l}}\\ &= \tfrac{\epsilon_0}{2}\left(\epsilon_l-1\right)|A_l|\,|B_l|\left[\cos\left(\varphi_{A,l}-\varphi_{B,l}\right)-\cos\left(\varphi_{A,l}-\varphi_{B,l}-2k_{z_l}dl\right)\right]\ ,\end{aligned} \tag{2.15}$$

por lo tanto la densidad de fuerza volumétrica promedio total será

$$\int_{z_{l-1}}^{z_l}\langle \mathbf{f}_{z,l}\rangle dz = \frac{\epsilon_0}{2}\left(\epsilon_l-1\right)|A_l|\,|B_l|\left[\cos\left(\varphi_{A,l}-\varphi_{B,l}\right)-\cos\left(\varphi_{A,l}-\varphi_{B,l}-2k_{z_l}dl\right)\right]\ . \tag{2.16}$$

2.1.3. Densidad de fuerza superficial TM

Entre dos dieléctricos se crea una carga superficial de polarización instantánea, la cual esta dada por

$$\rho_{z,l} = -\hat{z}\cdot\left(\vec{P}_{l+1}^{(-)}-\vec{P}_l^{(+)}\right)\ , \tag{2.17}$$

con $\vec{P}_{l+1}^{(-)}$ y $\vec{P}_l^{(+)}$ las densidades de polarización en las capas $l+1$ y l respectivamente. Ademas

$$\begin{aligned}\vec{P}_l^{(+)} &= \epsilon_0\left(\epsilon_l-1\right)\vec{E}_{z,l}^{(+)}\ ,\\ \vec{P}_{l+1}^{(+)} &= \epsilon_0\left(\epsilon_{l+1}-1\right)\vec{E}_{z,l+1}^{(-)}\ .\end{aligned} \tag{2.18}$$

Sustituimos en la ecuación (2.17) y utilizamos la condición de frontera $\epsilon_l E_{z,l}^{(+)} = \epsilon_{z,l+1}E_{z,l+1}^{(-)}$

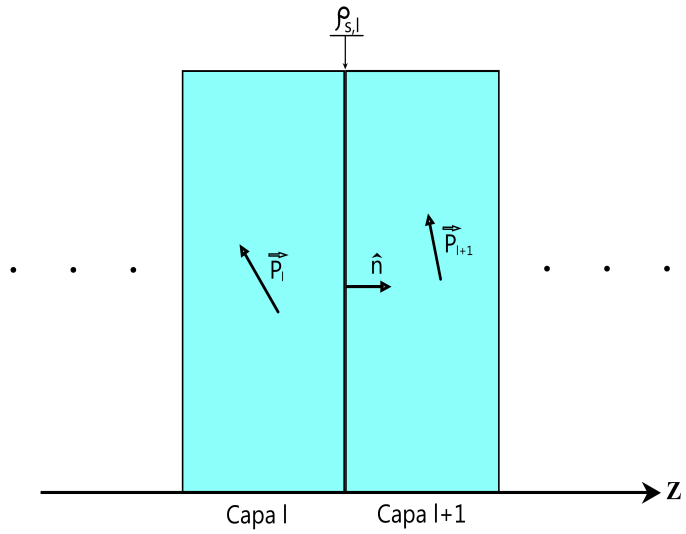

Figura 2.2: En la interfaz de dos capas dieléctricas, se manifiesta una densidad de carga superficial de polarización.

$$\begin{aligned}\rho_{z,l} &= -\left[\epsilon_0\left(\epsilon_{l+1}-1\right)E^{(-)}_{z,l+1} - \epsilon_0\left(\epsilon_l - 1\right)E^{(+)}_l\right] \\ &= -\epsilon_0\left[\left(\epsilon_{l+1}-1\right)\frac{\epsilon_l}{\epsilon_{l+1}} - \left(\epsilon_l - 1\right)\right]E^{(+)}_{z,l} \\ &= \epsilon_0\left(\frac{\epsilon_l}{\epsilon_{l+1}} - 1\right)E^{(+)}_{z,l}\ .\end{aligned} \tag{2.19}$$

La expresión para la fuerza de Lorentz por unidad de área es

$$f_{z,l} = \rho_{z,l}\frac{1}{2}\left(E^{(+)}_{z,l} + E^{(-)}_{z,l+1}\right)\ , \tag{2.20}$$

donde $\frac{1}{2}(E^{(+)}_{z,l} + E^{(-)}_{z,l+1})$ es el promedio de las componentes perpendiculares z del campo eléctrico en la interfaz. Por la condición de frontera mencionada en el desarrollo de la ecuación (2.17). Se obtiene que

$$f_{z,l} = \frac{1}{2}\rho_{z,l}E^{(+)}_{z,l}\left(1 + \frac{\epsilon_{z,l}}{\epsilon_{z,l+1}}\right)\ . \tag{2.21}$$

Combinando las ecuaciones (2.19) y (2.21)

$$f_{z,l} = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{\epsilon_l}{\epsilon_{l+1}} - 1\right)\left|E^{(+)}_{z,l}\right|^2\left(1 + \frac{\epsilon_l}{\epsilon_{l+1}}\right) = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{\epsilon_l^2}{\epsilon_{l+1}^2} - 1^2\right)\left(E^{(+)}_{z,l}\right)^2\ . \tag{2.22}$$

Promediando en el tiempo

$$\langle f_{z,l}\rangle = \frac{1}{4}\epsilon_0\left(\frac{\epsilon_l^2}{\epsilon_{l+1}^2} - 1\right)\left|E^{(+)}_{z,l}\right|^2\ . \tag{2.23}$$

Usamos la ecuación para el campo eléctrico dentro del material, de la ecuación (1.65) con $\phi_l = k_l(z - z_l)$ y en términos de $l-1$

$$\left|E^{(+)}_{l-1}\right|^2 = \left(A^*_l e^{i\phi_l} + B^*_l e^{-i\phi_l}\right)*\left(A_l e^{-i\phi_l} + B_l e^{i\phi_l}\right) = |A_l|^2 + |B_l|^2 + 2\,|A_l|\,|B_l|\cos\left(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l\right)\ . \tag{2.24}$$

2.1.4. Densidad de fuerza volumétrica TE

En este caso se considera $\mathbf{E}^* = E_y^*\hat{j}$. Luego $\mathbf{E}^* \times \mathbf{H} = E_y^* H_z \hat{i} - E_y^* H_x \hat{k}$. Así

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{f}_x \rangle &= \tfrac{1}{2}\Re\left[-i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0 E_y^* H_z\right]\hat{x}, \\ \langle \mathbf{f}_z \rangle &= \tfrac{1}{2}\Re\left[i\omega\epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)\mu_0 E_y^* H_x\right]\hat{z}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

De acuerdo a las condiciones límites para ondas TE, sección (1.1), $H_x \propto E_y$. Luego

$$\langle f_z \rangle \propto \Re\left[iE_y^* H_x\right] \propto \Re\left[iE_y^* E_y\right] \propto \Re\left[i|E_y|^2\right] = 0. \tag{2.26}$$

La configuración del campo eléctrico dentro del material está dada por la ecuación (1.62). De la cual se desarrolla $\langle \mathbf{f}_x \rangle$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{f}_x \rangle &= \frac{1}{2}\Re\left[-i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0\left(A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} + B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}\right) * \tfrac{-ik_l}{i\omega\mu_0}\left(A_l e^{-ik_l(z-z_l)} - B_l e^{ik_l(z-z_l)}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\Re\left[ik_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\left(A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} + B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}\right) * \left(A_l e^{-ik_l(z-z_l)} - B_l e^{ik_l(z-z_l)}\right)\right] \ , \end{aligned}$$

sea $\phi_l = k_l(z - z_l)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}\Re\left[ik_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\left(A_l^* e^{i\phi_l} + B_l^* e^{-i\phi_l}\right) * \left(A_l e^{-i\phi_l} - B_l e^{i\phi_l}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\Re\left[ik_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\left(|A_l|^2 - |B_l|^2 + B_l^* A_l e^{-2i\phi_l} - A_l^* B_l e^{2i\phi_l}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\Re\left[ik_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\left(B_l^* A_l e^{-2i\phi_l} - A_l^* B_l e^{2i\phi_l}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\Re\left[ik_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1) * -2i\Im\left(A_l^* B_l e^{2i\phi_l}\right)\right] \\ &= k_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\Im\left[A_l^* B_l e^{2i\phi_l}\right] \\ &= k_l\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\left[\left(A_{l,1}B_{l,2} - A_{l,2}B_{l,1}\right)\cos\left(2\phi_l\right) + 2\left(A_{l,1}B_{l,1} + A_{l,2}B_{l,2}\right)\sin\left(2\phi_l\right)\right]. \end{aligned}$$

donde los valores de las constantes son

$$\begin{aligned} A_{l,1} &= |A_l|\cos\left(\phi_{A,l}\right) \quad B_{l,1} = |B_l|\cos\left(\phi_{B,l}\right) \ , \\ A_{l,2} &= |A_l|\sin\left(\phi_{A,l}\right) \quad B_{l,2} = |B_l|\sin\left(\phi_{B,l}\right). \end{aligned}$$

Usando identidades trigonométricas, se llega a

$$\langle \mathbf{f_x} \rangle = \epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)k_l\,|A_l|\,|B_l|\sin\left(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l\right)\hat{x}. \tag{2.27}$$

Luego la densidad de fuerza volumetrica promedio total sera la integral

$$\int_{z_{l-1}}^{z_l} dz\langle \mathbf{f}(z)\rangle = \epsilon_0\left(\epsilon_r - 1\right)k_l\,|A_l|\,|B_l|\int_{z_{l-1}}^{z_l}\sin\left(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l\right)dz$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2}\left(\epsilon_r - 1\right)|A_l|\,|B_l|\left[\cos\left(\phi_{A,l} - \phi_{B,l}\right) - \cos\left(2k_l d_l + \phi_{A,l} - \phi_{B,l}\right)\right].$$

2.1.5. Densidad de fuerza total

Finalmente, para dieléctricos sin pérdidas, la densidad de fuerza solo existe en la dirección z y está dada por

$$\begin{aligned}\langle F_{z,T}\rangle = &\sum_{l=0}^{N}\frac{\epsilon_0}{4}\sin^2\theta_l\left[\left(\frac{\epsilon_l}{\epsilon_{l+1}}\right)^2-1\right]\left[|A_l|^2+|B_l|^2-2|A_l||B_l|\cos(\phi_{A_l}-\phi_{B_l})\right]\\ &+\sum_{l=1}^{N}\frac{\epsilon_0(\epsilon_l-1)}{2}|A_l||B_l|\left[\cos(\phi_{A_l}-\phi_{B_l})-\cos(\phi_{A_l}-\phi_{B_l}-2k_{z_l}d_l)\right],\end{aligned}\tag{2.28}$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío y θ_0 es el ángulo de incidencia de la región del aire.

Capítulo 3

Presión de radiación en cristal cuasiperiodico

La presión de radiación en PQS se refiere a la fuerza ejercida por la luz (o cualquier radiación electromagnética) sobre estas estructuras cuando la luz interactúa con sus componentes, como las capas de materiales dieléctricos o metálicos. Este fenómeno es particularmente relevante en el contexto de cristales fotónicos, donde la manipulación de la luz mediante la estructura de la red puede producir efectos únicos en la distribución de las fuerzas ópticas. En un cristal fotónico la luz puede ser manipulada para formar bandas prohibidas y modos localizados, lo que afecta en cómo la presión de radiación se distribuye en la estructura. La luz atrapada o reflejada por las capas del cristal, ejerce fuerzas que pueden ser utilizadas para mover partículas, modificar la geometría del material o incluso para aplicaciones en manipulación óptica (como trampas ópticas). Si hay defectos en la estructura tal como las PQS, la presión de radiación puede amplificarse en las regiones donde se acumulan los modos resonantes de luz, generando mayor fuerza sobre esas áreas específicas.

3.1. Estructura periódica-Fibonacci-periódica

Las estructuras cuasiperiódicas, como las basadas en la secuencia de Fibonacci, exhiben propiedades ópticas únicas debido a la ausencia de un orden periódico perfecto. Estas estructuras no tienen una banda de fotónica bien definida como los cristales fotónicos, pero pueden mostrar modos localizados similares a los de Anderson, que concentran energía lumínica en ciertas áreas. Todo esto permite un mayor control sobre la distribución de la luz, ya que se combinan propiedades tanto periódicas como aperiódicas. En este sentido, la presión de radiación puede variar de manera compleja dentro de la estructura, con fuerzas concentradas en puntos de alta localización del campo.

La sucesión de Fibonacci es bien conocida y su patrón se puede hallar inmersa en la naturaleza. Las cuales van desde el surgimiento de los pétalos de una flor, hasta la dinámica de reproducción de una población de conejos. En particular, en el area de la óptica y la electrónica, surge un gran interés. Esto se debe a que, al ordenar las capas en un cristal fotónico con esta sucesión, se crean propiedades ópticas de interés como lo son los band gaps, los modos localizados y la presión de radiación. Siendo así que se exhibe una localización espacial de un gran numero de longitudes de onda, en regiones especificas, denotadas zonas prohibidas y zonas permitidas.

La sucesión de Fibonacci es una concatenación de la forma $S_j = S_j S_{j-1}$ en donde $S_1 = a$ y $S_0 = b$. Con a en representación de la capa a y b en representación de la capa b. Dicho de otra manera se hace uso de 2 capas , la capa a y la capa b y se prosigue con la concatenación hasta

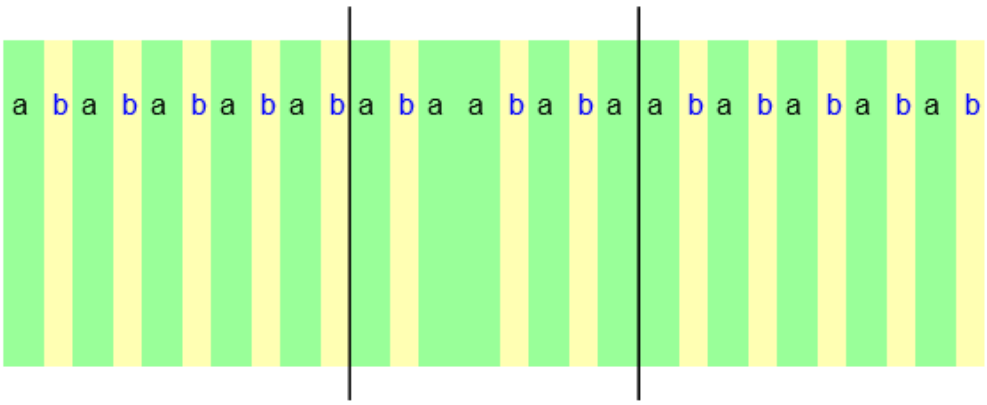

Figura 3.1: Configuración del cristal periodico-cuasiperiodico; CN[5]-FN[5]-CN[5].

cierto valor i. La Figura 3.1 muestra la configuración del cristal periodico-cuasiperiodico; CN[5]-FN[5]-CN[5], analizada a lo largo de esta tesis. La S_5 da como resultado una configuración de la forma a, b, a, a, b, a, b, a. Cabe destacar que la naturaleza de la sucesión implica que la capa a solo puede repetirse un máximo de dos veces consecutivas, lo que conduce a la formación de un defecto en el cristal. Por otro lado la estructura periódica, también llamada "reflector o espejo de Bragg", es periódica cada 2 capas; de la cual consideramos una periodicidad de 5 capas a, b.

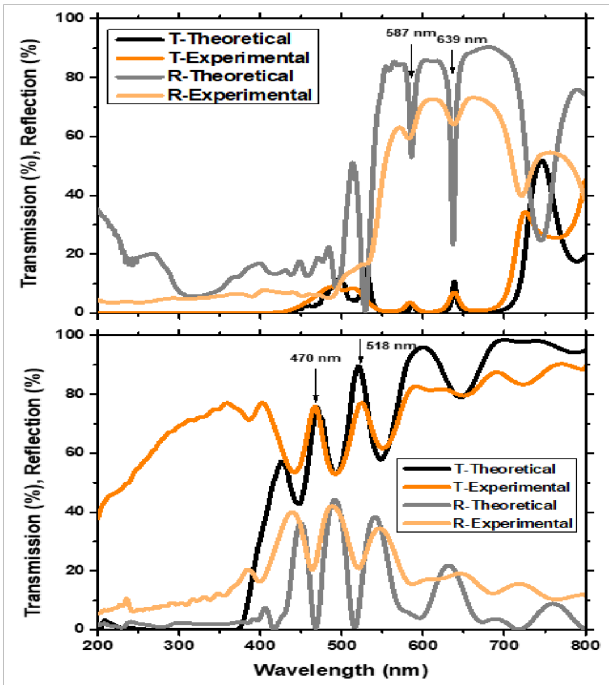

Figura 3.2: Transmisión y reflexión sin oxidación y con oxidación.

Cabe recalcar que los parámetros utilizados, tanto los espesores de las capas como sus índices de refracción, son obtenidos de un artículo previamente publicado en Photonics en el 2023 con el nombre "Theoretical and Experimental Study of Optical Losses in a Periodic/Quasiperiodic

Structure Based on Porous Si-SiO_2". Aquí se reportan los valores mencionados en los casos sin oxidación y después de la oxidación de la muestra [27]. La oxidación de la muestras permite que las perdidas por la absorción sean suprimidas y no así por la dispersión de Rayleigh (Figura 3.2).

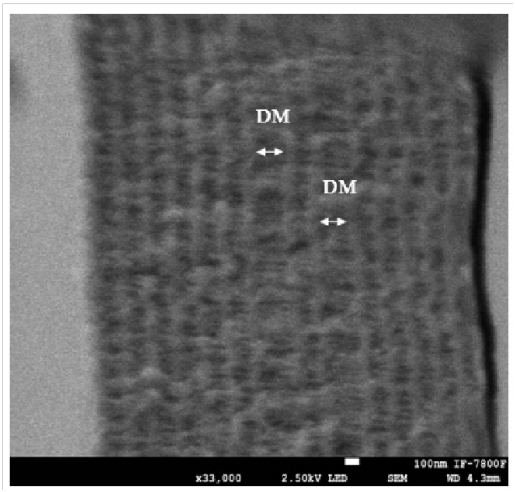

Figura 3.3: Corte transversal SEM de un PQS oxidado sobre un sustrato de cuarzo con 30 capas.

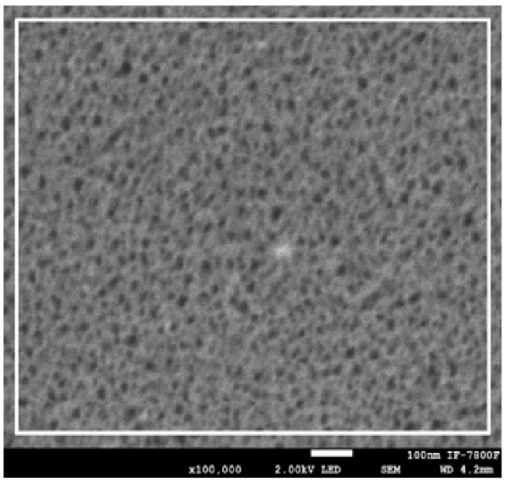

Figura 3.4: Imagen SEM de la sección superficial de un PQS oxidado sobre un sustrato de cuarzo.

Las figuras 3.3 y 3.4 son las imágenes SEM (microscopía electrónica de barrido, por sus siglas en inglés) para el caso oxidado. De la figura 3.3 las franjas de color obscuro representan a las capas a y las franjas de color claro representan las capas b después del proceso de oxidación. Además indican la ubicación de los defectos y la escala nanométrica. La figura 3.4 muestra la sección superficial del cristal, en donde, se hace notar que la estructura se mantiene porosa, aun después de estar sujeto al proceso de oxidación. Así mismo se aprecia el tamaño del poro y su ordenamiento o esparcimiento a escala nanométrica.
Los índices de refracción y los espesores de las capas para el caso sin oxidar son: $n_a = 1{,}778$, $n_b = 2{,}611$ y $d_1 = 85{,}59$nm, $d_2 = 58{,}83$nm, respectivamente. Mientras que los indices de refracción y los espesores de las capas para el caso con oxidación son: $n_a = 1{,}301$, $n_b = 1{,}432$ y $d_1 = 103$nm, $d_2 = 76{,}8$nm, respectivamente.

3.2. Transmitancia y reflectancia de la PQS sin y con oxidación

A lo largo de esta tesis, para considerar luz natural o no polarizada como en los experimentos de la referencia [27], en los espectros de reflectancia, transmitancia, amplitudes de los campos, la fuerza electromagnética inducida, etc., consideramos un promedio entre los resultados obtenidos al usar luz con polarización TE Y TM. En el caso sin oxidación, la reflectancia (Figura 3.5) muestra 2 modos localizados dentro de un band gap con intervalo desde 503nm a 778nm aproximadamente. Estos modos son 580nm, 644nm y un modo evanescente de 612nm. La forma de los espectros son atribuidos a la configuración cuasiperiódica de las capas y a los efectos de los contrastes dieléctricos. Dicho en otras palabras, el modo evanescente se encuentra aproximadamente entre estas dos longitudes de onda. Estos valores están de acuerdo con la trasnmitancia mostrada en la Figura 3.6, caso sin oxidación, debido a que no se consideraron las perdidas por absorción y de dispersion de Rayleigh. Por lo tanto, ambos espectros de reflectancia como el de transmitancia son casos ideales.

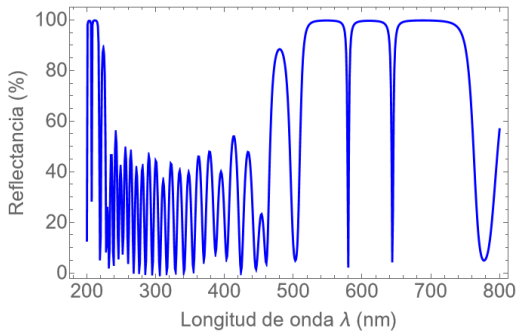

Figura 3.5: Reflectancia sin oxidación.

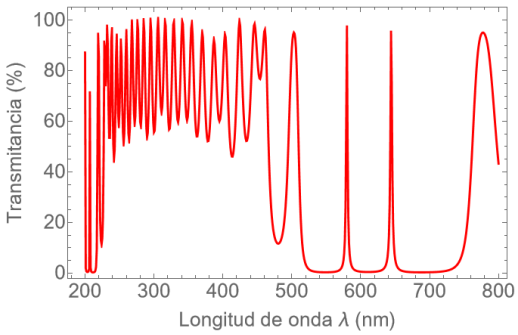

Figura 3.6: Transmitancia sin oxidación.

Cuando la muestra ha sido oxidada, la reflectancia (Figura 3.7) muestra 2 modos localizados dentro de un band gap con intervalo desde 420nm a 589nm aproximadamente. Estos corresponden al modo 1 en 467nm , el modo 2 en 520nm y un modo extendido en 492nm. La forma de los espectros son atribuidos a la configuración cuasiperiódica de las capas y a los efectos de los contrastes dieléctricos. Después del proceso de oxidación, a los poros de silicio se le han creado una capa óxido de silicio, haciendolos de menor diámetro y por ende disminuyendo el índice de refracción de las capas. A saber, la capa a de 1,778 a 1,301 y en la capa b de 2,611 a 1,432, respectivamente. Seguido a esto se observa una disminución en la reflectancia y un aumento de la transmitancia (Figura 3.8).

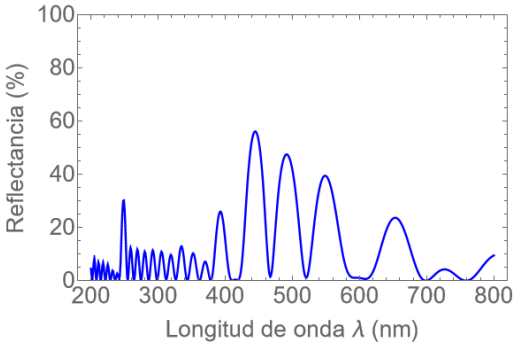

Figura 3.7: Reflectancia con oxidación.

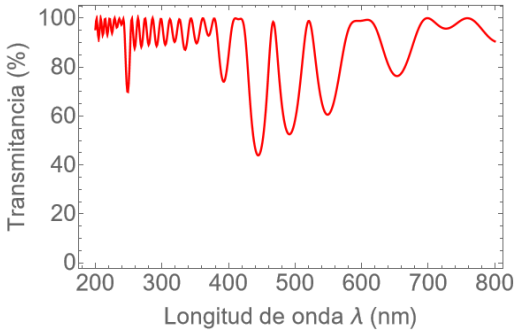

Figura 3.8: Transmitancia con oxidación.

3.3. Amplitudes de los campos en las PQS sin y con oxidación

La Figura 3.9 muestra las amplitudes de los campos eléctricos de los modos, a tráves del cristal cuasiperiódico, tanto localizados como el evanescente antes del proceso de oxidación. Dentro de la estructura, se observan amplitudes mayores en las regiones en donde se encuentran los defectos; es decir, las amplitudes son mayores para los modos localizados. Los modos localizados en 580nm y 644nm, respectivamente, presentan un comportamiento similar con excepcion de las capas 14, 15, y 16, donde existe solo un pico de mayor amplitud para la onda 644nm y dos ondas de menor amplitud para la onda 580nm. Esto tiene su explicación mediante el teorema variacional del del campo electromagnético, donde modos cerca del borde inferior del gap, localizan su energía en las capas de menor índice de refracción, mientras que modos cerca del borde superior, localizan su energía en capas de mayor índice de refracción, respectivamente. La amplitud del campo eléctrico para el modo evanescente en 612nm, es mayor en las capas iniciales y va disminuyendo a medida que atraviesa las capas faltantes. A partir de la capa numero 19 el comportamiento de su amplitud

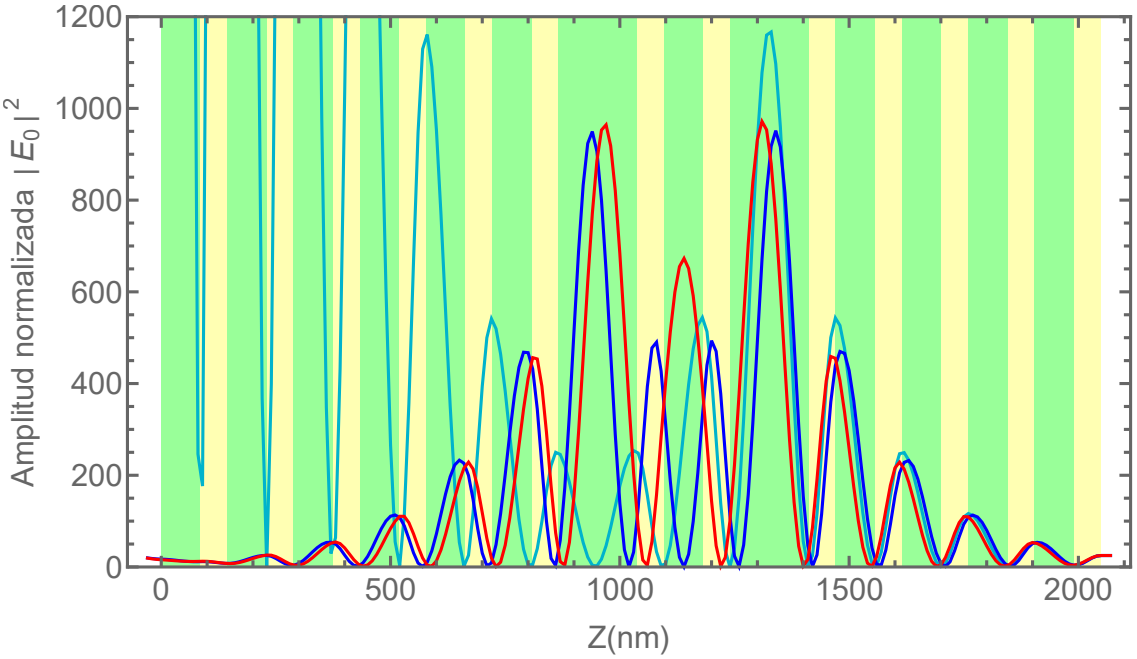

Figura 3.9: Amplitudes de los campos eléctricos cuando la muestra no presenta oxidación. En azul el modo 1 (580nm). En rojo el modo 2 (644nm). En turquesa el modo evanescente (612nm).

es similar al de los modos localizados.

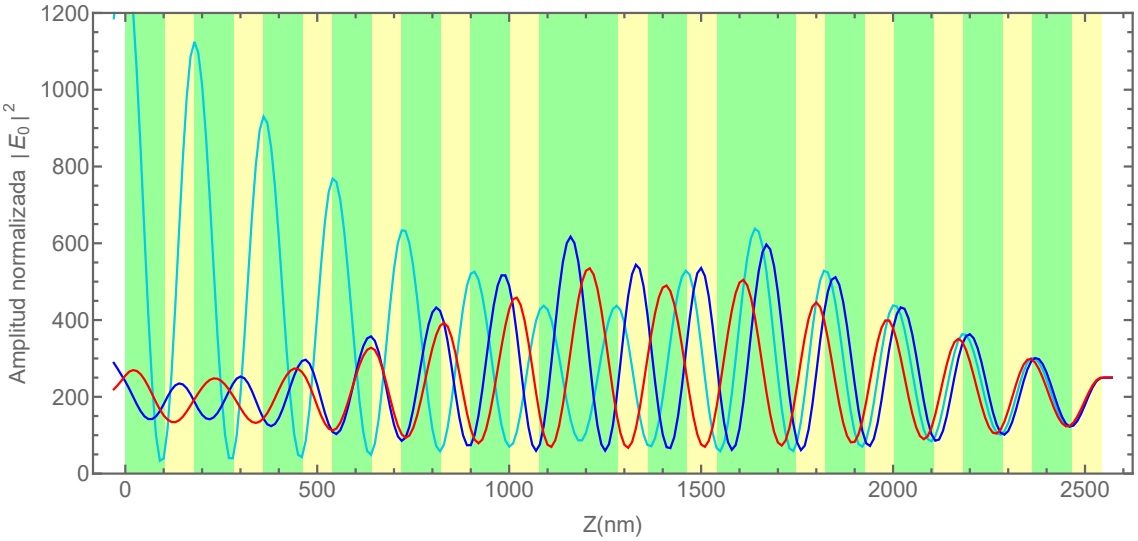

Figura 3.10: Amplitudes de los campos eléctricos cuando la muestra presenta oxidación. En azul el modo 1 (467nm). En rojo el modo 2 (520nm). En turquesa el modo extendido (492nm).

Por otro lado, es posible observar, aún cuando aquí no se presenta, que al aumentar la sucesión de capas por medio de Fibonacci también se aumenta el numero de modos localizados. Es decir, aumenta la cantidad de modos localizados que logran transmitirse a través del cristal

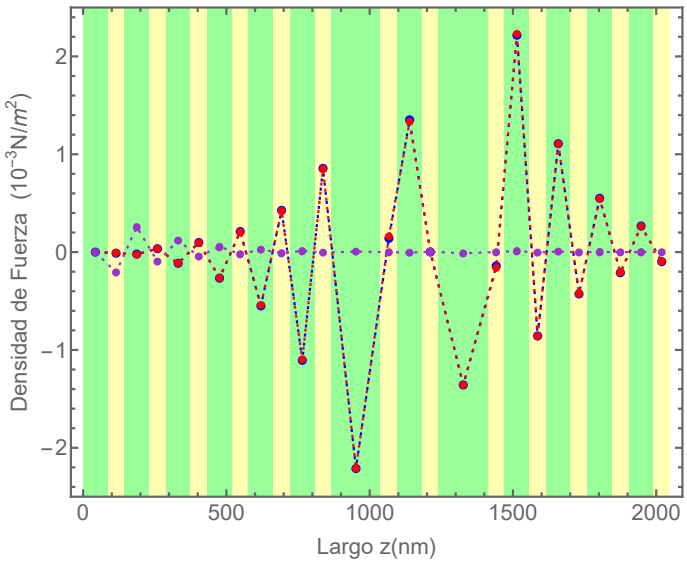

Figura 3.11: Distribución de la FE total a través de la estructura PQS sin oxidar. Para el modo 1 (644nm en azul) la FE es $-0{,}110 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (644nm en rojo) la FE es $-0{,}106 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo evanescente (612nm en morado) la FE es de $0{,}094 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$.

cuasi-periódico.

Por otra parte, después de la oxidación (Figura 3.10), en general se presenta una disminucion en la amplitud de los campos. De hecho el modo 1 en 467nm, presenta mayor amplitud al modo 2 en 520nm dentro de los defectos. A diferencia del caso anterior, la amplitud del modo con un solo pico entre las capas 14, 15 y 16 es menor en comparación del modo con 2 picos en las mismas capas. El modo extendido, localizado entre los modos localizados, también presenta una disminución en su amplitud.

3.4. Distribución de la densidad de Fuerza total en la PQS sin y con oxidación.

En el caso de la PQS sin oxidación, la Figura 3.11 muestra la densidad de fuerza total ejercida por los modos localizados y evanescente, respectivamente, a lo largo del eje z. La unica fuerza electromagnética que actua en el material es la fuerza volumétrica. Esto se debe a que la dirección del campo eléctrico es paralela a la interfaz. La distribución de la FE total dentro del material, para los modos localizados y el modo evanescente, se muestra en cada capa. Si esta es positiva, representa un empuje hacia la derecha de la capa en la que este presente. Si esta es negativa, representa un empuje hacia la izquierda.

Es posible observar que el comportamiento de la FE para los modos localizados es similar a través del cristal. La FE es mayor en amplitud, justo en la capa 13 (primer defecto) y en la capa 19 que se encuentra dos capas posteriores del segundo defecto. La suma de las fuerzas, en ambos casos es negativa. Esto indica que la estructura siente una fuerza neta en dirección opuesta la luz incidente. Para el modo evanescente, la FE va disminuyendo desde la primeras capas.

La FE total para el modo 1 (580nm) es de $-0{,}110 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (644nm) es de $-0{,}106 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. La FE del modo evanescente (612nm) es de $0{,}094 \times 10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Estos resultados indican que los modos localizados permiten una inducción de fuerzas electromagnéticas mayor al modo evanescente.

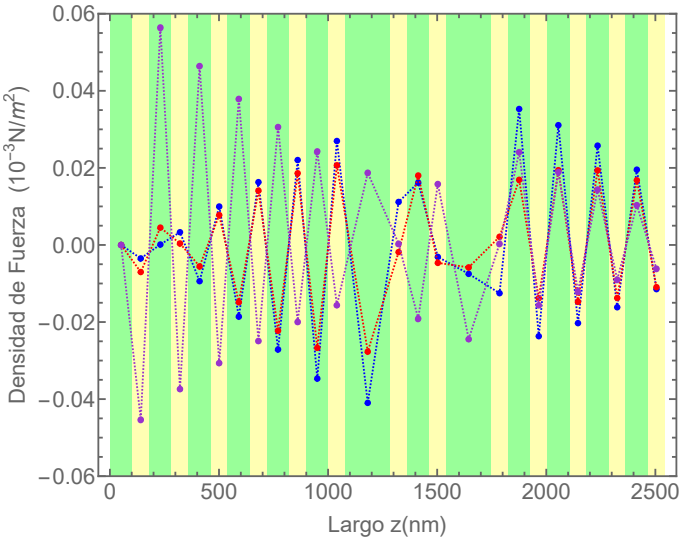

Figura 3.12: Distribución de la FE total a través de la PQS oxidada. Para el modo 1 (467nm en azul) la FE es $-0{,}0110\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (520nm en rojo) la FE es $-0{,}010\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo extendido (492nm en morado) la FE es de $0{,}038\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$.

En cuanto al caso con oxidacion (Figura 3.12), se puede observar un comportamiento similar entre los modos localizados como en el sin oxidación. Las diferencias importantes se encuentran en los defectos. La FE total para el modo 1 (467nm) es de $-0{,}011\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Para el modo 2 (520nm) es de $-0{,}010\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. La FE del modo extendido (492nm) es de $0{,}038\times10^{-3}\mathrm{N/m^2}$. Estos resultados indican que los modos localizados, de la misma manera que en el caso sin oxidación, ejercen una FE hacia la izquierda, pero el modo extendido, el cual se encuentra entre ellos ejerce una fuerza mayor en la estructura hacia la derecha.

Las tablas 3.13 y 3.14 muestran los resultados de las fuerzas inducidas en las estructuras sin y oxidadas, para ambas polarizaciones, para los diferentes modos de luz considerados.

MODO TE	λ [nm]	CASO	F V [10^-3 N/m^2]	F S [10^-3 N/m^2]	F T [10^-3 N/m^2]	COLOR
1	580	Sin oxidar	-0.110303	0	-0.110303	
2	644	Sin oxidar	-0.106315	0	-0.106315	
evanescente	612	Sin oxidar	0.0940752	0	0.0940752	
1	467	Oxidado	-0.0111476	0	-0.0111476	
2	521	Oxidado	-0.0109152	0	-0.0109152	
extendido	492	Oxidado	0.0384592	0	0.0384592	

Figura 3.13: Comparación entre las fuerzas superficial y volumétrica en la polarización transversal eléctrico.

MODO TM	λ [nm]	CASO	F V [10^-3 N/m^2]	F S [10^-3 N/m^2]	F T [10^-3 N/m^2]	COLOR
1	580	Sin oxidar	-0.109037	-0.000231642	-0.109269	
2	644	Sin oxidar	-0.104656	-0.000248965	-0.104905	
evanescente	612	Sin oxidar	0.0943932	-0.000334192	0.094059	
1	467	Oxidado	-0.0110333	-0.000151891	-0.0111852	
2	521	Oxidado	-0.010799	-0.00014659	-0.0109456	
extendido	492	Oxidado	0.0383473	-0.00042508	0.0379222	

Figura 3.14: Comparación entre las fuerzas superficial y volumétrica en la polarización transversal magnético.

La dirección y magnitud de la fuerza en cada interfaz, se muestra en las siguientes gráficas para los casos sin oxidar y oxidado. En el caso sin oxidar se puede notar que la capa posterior al primer defecto presenta una tensión o estrés, producto de dos fuerzas de sentidos opuestos. Dos capas posteriores a esta, dos fuerzas de sentidos opuestos presionan la capa. Las fuerzas de menor tamaño en la figura son cercanas a una fuerza nula.

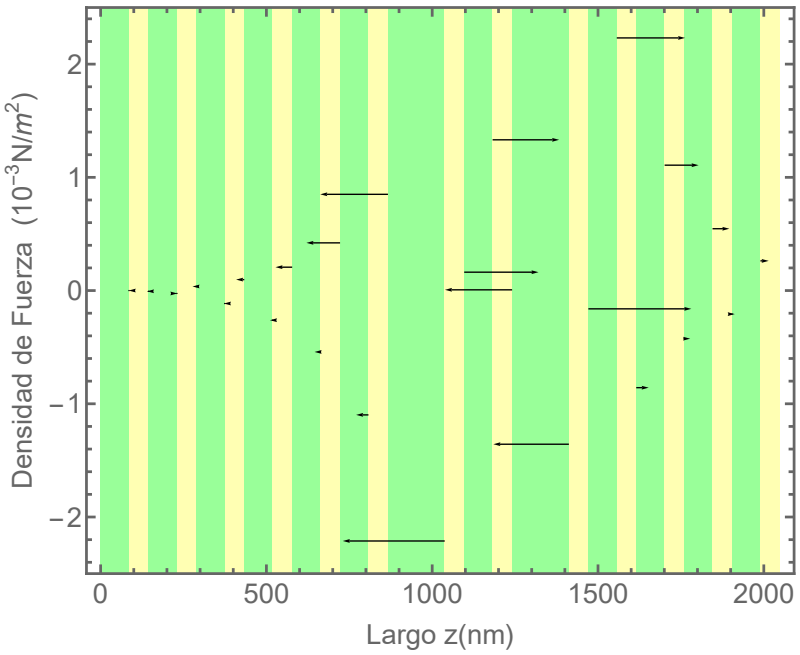

Figura 3.15: Magnitud de las fuerzas en las interfaces, caso sin oxidar.

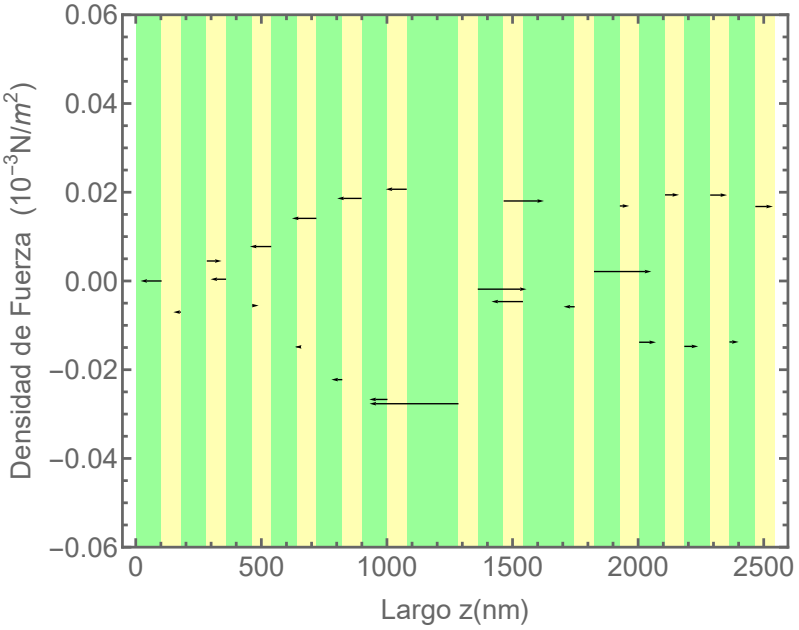

Figura 3.16: Magnitud de las fuerzas en las interfaces, caso oxidado.

A continuación se muestran los trayectos de la luz a través del cristal con un ángulo inicial, para los casos sin y con oxidación. En el caso sin oxidar, existe una desviacion de 88,552 nm desde la línea central de referencia de color azul. Para el caso sin oxidar, existe una desviación de 132,834 nm desde la línea central de referencia de color azul.

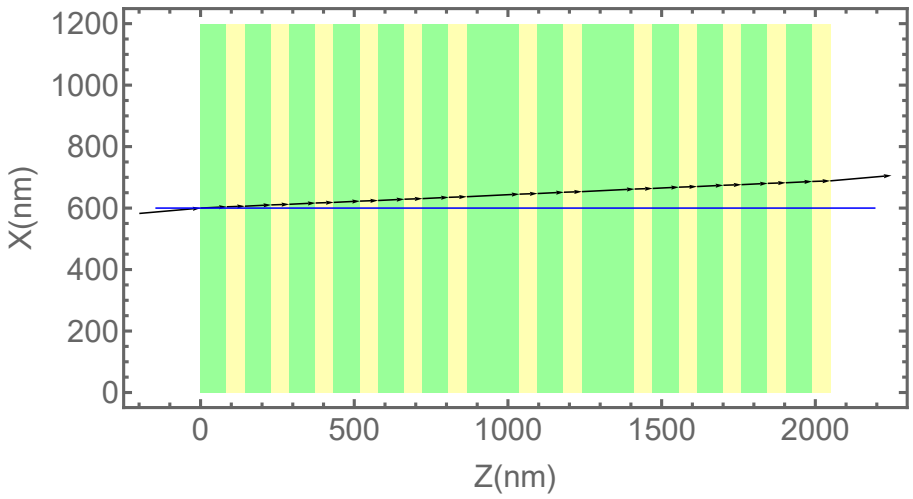

Figura 3.17: Trayectoria de la luz, caso sin oxidar.

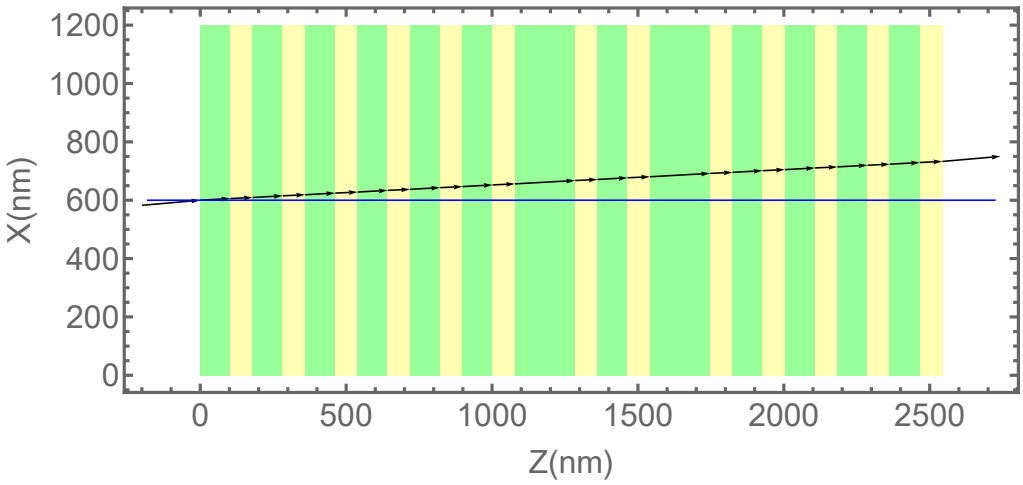

Figura 3.18: Trayectoria de la luz, caso oxidado.

Conclusiones

Este estudio usó luz con longitud de onda en el azul para generar fuerzas electromagnéticas dentro de una estrutura periódica-cuasiperiodica oxidada. Gracias al proceso de la oxidación, la absorción del material disminuye, dando como resultado un aumento la transmitancia tanto de los modos localizados como el modo extendido entre ellos.

De acuerdo a los resultados preliminares de esta tesis, la presión de radiación observada en este tipo de estructuras, podría ser medida por efecto directo de la dispersión de la luz, la dispersión de Rayleigh considerada. Se espera que el modo extendido ejerza una mayor presión de radiación comparado a los modos localizados.

Por otro lado, de nuestro análisis de fuerzas, tanto las estructuras periódicas como las cuasiperiódicas pueden ser utilizadas para mover o atrapar partículas a través de la presión de radiación, con posibles aplicaciones en óptica cuántica o nanotecnología. La presión de radiación también puede ser utilizada en sistemas micromecánicos para crear motores ópticos donde la luz aplicada sobre una estructura periódica o cuasiperiódica induce movimiento.

En resumen, la presión de radiación en estructuras periódicas y cuasiperiódicas ofrece oportunidades interesantes para controlar y manipular la luz y las fuerzas ópticas, con efectos que varían considerablemente según la disposición de las capas y la interacción con los modos ópticos.

Bibliografía

[1] Ali, N.B.; Alshammari, S.; Trabelsi, Y.; Alsaif, H.; Kahouli, O.; Elleuch, Z. Tunable multi-band-stop filters using generalized fibonacci photonic crystals for optical communication applications. Mathematics 2022, 10, 1240.

[2] Singh, B.K.; Rajput, P.S.; Dikshit, A.K.; Pandey, P.C.; Bambole, V. Consequence of Fibonacci quasiperiodic sequences in 1-D photonic crystal refractive index sensor for the blood plasma and cancer cells detections. Opt. Quantum Electron. 2022, 54, 766.

[3] Baran, N.; Gebavi, H.; Mikac, L.; Ristić, D.; Gotić, M.; Syed, K.A.; Ivanda, M. Sensing properties of oxidized nanostructured silicon surface on vaporized molecules. Sensors 2019, 19, 119.

[4] Molinero, D.; Valera, E.; Lazaro, A.; Girbau, D.; Rodriguez, A.; Pradell, L.; Alcubilla, R. Properties of oxidized porous silicon as insulator material for RF applications. In Proceedings of the Conference on Electron Devices, 2005 Spanish, Tarragona, Spain, 2–4 February 2005; pp. 131–133.

[5] Zheng, Y.; Dai, H.; Wu, J.; Zhou, C.; Wang, Z.; Zhou, R.; Li, W. Research progress and development trend of smart metamaterials. Front. Phys. 2022, 10, 1069722.

[6] Poonam, J.; Mohamad, A.H.; Deepam, G.; Anurag, C. A review of different techniques used to design photonic crystal-based logic gates. Optik 2023, 280, 170794.

[7] Bellingeri, M.; Chiasera, A.; Kriegel, I.; Scotognella, F. Optical properties of periodic, quasi-periodic, and disordered one-dimensional photonic structures. Opt. Mater. 2017, 72, 403–421.

[8] Dal Negro, L.; Boriskina, S.V. Deterministic aperiodic nanostructures for photonics and plasmonics applications. Laser Photon. Rev. 2012, 6, 178–218.

[9] Lee, S.H.; Kang, J.S.; Kim, D.A. Mini review: Recent advances in surface modification of porous silicon. Materials 2018, 11, 2557.

[10] Pirasteh, P.; Charrier, J.; Dumeige, Y.; Joubert, P.; Haesaert, S.; Chaillou, A.; Haji, L.; Le Rendu, P.; Nguyen, T.P. Light propagation and scattering in porous silicon nanocomposite waveguides. Phys. Status Solidi 2005, 202, 1712–1716.

[11] Dovzhenko, D.; Chistyakov, A.; Nabiev, I. Modeling and optimization of the porous silicon photonic structures. 2nd International Symposium on Physics, Engineering and Technologies for Biomedicine. KnE Energy 2018, 3, 75–81.

[12] Jimenéz-Vivanco, M.R.; García, G.; Carrillo, J.; Agarwal, V.; Díaz-Becerril, T.; Doti, R.; Faubert, J.; Lugo, J.E. Porous Si-SiO2 based UV Microcavities. Sci. Rep. 2020, 10, 2220.

[13] Pirasteh, P.; Charrier, J.; Dumeige, Y.; Haesaert, S.; Joubert, P. Optical loss study of porous silicon and oxidized porous silicon planar waveguides. J. Appl. Phys. 2007, 101, 083110.

[14] De La Mora, M.; Del Río, J.; Nava, R.; Tagüeña-Martínez, J.; Reyes-Esqueda, J.; Kavokin, A.; Faubert, J.; Lugo, J.E. Anomalous patterned scattering spectra of one-dimensional porous silicon photonic crystals. Opt. Express 2010, 18, 22808–22816.

[15] Lujan-Cabrera, I.; Ramirez-Gutierrez, C.; Castaño-Yepes, J.; Rodriguez-Garcia, M. Effects of the interface roughness in the optical response of one-dimensional photonic crystals of porous silicon. Phys. B Condens. Matter 2019, 560, 133–139.

[16] J. E. Lugo, R. Doti, N. Sanchez, M. B. de la Mora, J. A. del Rio, and J. Faubert, Scientific Reports 4, 3705 (2014).

[17] J.E. Lugo, R. Doti, N. Sanchez and J. Faubert, J.Nanophotonics 8, 083071-1. N. Sanchez Castro, M.A. Palomino-Ovando, D. Estrada, J.A. del Rio, M.B. de la Mora, R.Doti, J.Faubert and J.E. Lugo, Mesoporous Biomaterials 3, 15-26 (2016).

[18] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett., **24**, 156 (1970).

[19] A. Ashkin, and J. M. Dziedzic, Science, Vol. **235**, 1517 (1987).

[20] , J. A. Boales, F. Mateen, & P. Mohanty, Scientific Reports, **7** (1), 1 (2017).

[21] C. H. Metzger, K. Karrai, Cavity cooling of a microlever, Nature **432** (7020), 1002–1005 (2004).

[22] I. Wilson-Rae, N. Nooshi, W. Zwerger, T. J. Kippenberg, Phys. Rev. Lett. **99**, 093901 (2007).

[23] J. E. Lugo, R. Doti, N. Sánchez, M. B. de la Mora, J. A. del Río, and J. Faubert, Scientific Reports **4**, 3705 (2014).

[24] J. E. Lugo, R. Doti, N. Sanchez, and J. Faubert, J. Nanophoton. 8(1), 083071 (2014).

[25] N. Sánchez-Castro, M. A. Palomino-Ovando, D. Estrada-Wiese, N. X. Valladares, J. A. del Río, M. B. De la Mora, and J. E. Lugo, Materials, 11 (5), 854 (2018).

[26] See, e.g., Pochi Yen, Optical Waves in Layered Media (John Wiley & Sons, Inc., 1988).

[27] M. R. Jiménez-Vivanco, R. Herrera, L. Martínez, F. Morales, K. Misaghian, M. Toledo-Solano, E. Lugo. Theoretical and Experimental Study of Optical Losses in a Periodic/Quasiperiodic Structure Based on Porous Si-SiO2. Photonics **10** (9), 1009 (2023).