Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Estudio de la evolución unitaria de la sección eficaz en colisiones pp y np en el límite asintótico

Tesis presentada a:

Colegio de Física de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Como requisito para obtener el grado de:

Licenciatura en Física

Presenta:

Cristal Robles Jacobo

Asesora:

Dr. Irais Bautista Guzmán
(FCFM BUAP, Cátedra CONACYT)

Puebla Pue.

Enero de 2020

Título: Estudio de la evolución unitaria de la sección eficaz en colisiones pp y np en el límite asintótico
Autora: Cristal Robles Jacobo

Comité

Presidente:

Dr. Arturo Fernández Téllez
FCFM-BUAP

Secretario:

Dr. Héctor Novales Sánchez
FCFM-BUAP

Vocal

Dra. Ana Aurelia Avilez López
FCFM-BUAP

Suplente

Dr. Mario Iván Martínez Hernández
FCFM-BUAP

Asesora:

Dra. Irais Bautista Guzmán
FCFM-BUAP
Cátedra CONACYT

Contenido

Resumen **v**

Introducción **vii**

1 Marco Teórico **1**
1.1 Modelo Estándar . . . 1
1.2 Cromodinámica Cuántica . . . 3
1.2.1 Comportamiento variativo de la constante de acoplamiento . . . 4
1.3 Colisiones relativistas . . . 5
1.3.1 Energía del centro de masa . . . 6

2 Sección Eficaz **9**
2.1 Modelo Óptico . . . 9
2.1.1 Teorema Óptico . . . 11
2.1.2 Condición de Unitaridad . . . 11
2.2 Amplitud de Dispersión Elástica . . . 12
2.3 Función de Perfil y Representación Eikonal . . . 14

3 Límites asintóticos **15**
3.1 Límite de Froissart-Lukaszuk-Martin . . . 15
3.2 El límite del Disco Negro . . . 16

4 Modelo del disco gris **17**
4.1 Parametrización de la Sección Eficaz . . . 17
4.2 Resultados . . . 19

5 Conclusiones **25**

Resumen

Usando mediciones recientes de los experimentos Auger y LHC, se propone una parametrización del crecimiento de la sección eficaz en colisiones pp, en el límite de altas energías, como función de la energía del centro de masa de las colisiones, dicha parametrización es el producto de dos funciones: la primera controla el crecimiento aparente del área transversa del protón mientras que la segunda controla el crecimiento de la densidad de materia gluónica, en esta última se estudia la modificación que surge para la descripción de la sección eficaz en colisiones neutrón-protón en el límite asintótico de la formación del disco negro.

Introducción

Entre los procesos que aún carecen de una descripción completa dentro del Modelo Estándar está la dispersión elástica de colisiones hadrónicas. Aunque es un proceso simple, ya que se tienen las mismas partículas tanto en el estado inicial como en el final, la dispersión elástica se caracteriza por pequeños ángulos de dispersión, lo cual ubica a este proceso en la escala de bajo momento transferido. En esta región no es útil aplicar técnicas perturbativas de QCD, ya que la constante de acoplamiento fuerte toma valores grandes[1] y, en consecuencia, la serie perturbativa no converge. La única forma de entender la dinámica de los procesos elásticos es a partir de observaciones experimentales y del uso de modelos fenomenológicos basados en propiedades de la amplitud de dispersión y en algunas suposiciones adicionales sobre la estructura interna de los hadrones. Las suposiciones de los diferentes modelos son probadas a medida que nuevos datos experimentales son accesibles, lo que permite ajustar los modelos sobre la evidencia experimental de una manera iterativa y así acercarse a una mejor descripción de los fenómenos internos que ocurren en los hadrones en el momento de la colisión. Por esta razón, aún no se tiene una descripción teórica completa capaz de describir gran parte de los datos experimentales actualmente disponibles sobre la dispersión elástica. Más aún, la sección eficaz total no está totalmente entendida, ya que dicha cantidad está conectada a la parte imaginaria de la amplitud de dispersión elástica a través del teorema óptico.

Se sabe que la parte imaginaria de la amplitud de dispersión en la región frontal (ángulos de dispersión iguales a cero) aumenta con la energía, lo cual implica que a muy altas energías la parte imaginaria de la amplitud domina sobre la parte real en la sección eficaz elástica, cuyo cuadrado se vuelve proporcional a la sección eficaz total. Haciendo que el comportamiento de la sección eficaz total sea definido por la sección eficaz elástica, lo cual es conocido como el límite de disco negro, que es generado por la saturación de gluones en este estado límite[2]. La cinemática del proceso y la expansión parcial de la onda pueden ser obtenidas de la amplitud elástica y principios generales como unitarización. El formalismo de este problema fue introducido por la teoría de Regge y el teorema de Pomeranchuk en las reglas de sumas de energía finita. Además del establecimiento de cotas superiores, como la analiticidad de la cota de Marcel Froissart, que fueron establecidas posteriormente[3, 4, 5].

Los resultados experimentales de la medición indirecta de sección eficaz de colisiones pp en los experimentos de AUGER y LHC han mostrado que el protón se acerca al límite asintótico del disco negro a muy altas energías[6], dicho límite se discutirá en el capítulo 3 de esta tesis. Para ello, primero se introducirán los conceptos fundamentales del Modelo Estándar, luego algunos aspectos generales de colisiones de partículas a energías relativistas, tales como las variables cinemáticas y la sección eficaz. En el capítulo 2 se explicarán las características principales de esta última observable. En el capítulo 3 se mostrarán las parametrizaciones propuestas para la sección eficaz con respecto a la energía del centro de masa, para que al final se discuta el significado físico de los parámetros obtenidos en los ajustes y se hable de las implicaciones a las que llevan dichos resultados.

Capítulo 1

Marco Teórico

El estudio de la física de altas energías tiene como objetivo describir los componentes fundamentales de la materia y las interacciones entre ellos. El Modelo Estándar constituye uno de los enfoques más aceptados para describir una gran cantidad de fenómenos observados en los experimentos. Este modelo es el resultado de la combinación de la teoría de Electrodébil que describe las interacciones electromagnéticas y débiles y la Cromodinámica Cuántica (QCD) que estudia las interacciones fuertes.

1.1 Modelo Estándar

El Modelo Estándar de partículas elementales e interacciones fundamentales describe en su mayoría lo conocido de la fenomenología de la física de partículas y es la teoría cuántica-relativista, se construye en base a la simetría de norma del grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ el cual se divide en tres subgrupos[7, 8]:

- $SU_C(3)$ el cual tiene asociados ocho campos gluónicos $\mathcal{A}^a_\mu$.
- $SU_L(2)$ tiene tres campos electrodébiles W^i_μ.
- $U_Y(1)$ con el campo de hipercarga B_μ.

El grupo electrodébil $SU_L(2) \times U_Y(1)$, compuesto por el grupo de matrices especiales unitarias de 2×2 de isoespín (L) y el grupo de hipercarga (Y) unifica las interacciones electromagnéticas y nucleares débiles. El grupo restante es el de color, formado por las matrices especiales unitarias 3×3, $SU_c(3)$, que es el objeto de estudio de la cromodinámica cuántica que caracteriza las interacciones fuertes. Mientras que la interacción fuerte es mediada por los gluones, la interacción débil resulta del intercambio de los bosones de norma (luego de un cambio de base) masivos $W^\pm_\mu$ y Z^0_μ, mientras que la interacción electromagnética es mediada por el campo del fotón A_μ. Las partículas elementales son de dos tipos: fermiones y bosones.

Fermiones

Son los constituyentes fundamentales de la materia, descritos como partículas materiales de espín 1/2 en el sector fermiónico

- *Leptones*: son partículas ligeras clasificadas en:
  - Cargados: el electrón, el muón y el tau (e, μ, τ), todos ellos cargados negativamente, con una unidad de carga $-e$.
  - Neutros: los correspondientes neutrinos del electrón, del muón y del tau $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, que son eléctricamente neutros.

- *Quarks*: clasificados también en dos tipos y diferenciándolos por su familia (sabor) :
  - Tipo *up*: los quarks *up* (u), *charm* (c), *top* (t), con carga $2e/3$.
  - Tipo *down*: estos son los quarks *down* (d), *strange* (s), *bottom* (b), con carga $-e/3$.

  A los estados ligados estables de quarks (partículas compuestas de quarks) se les denomina hadrones los cuales pueden clasificarse en mesones y bariones dependiendo si se agrupan en pares quark antiquark ($q\bar{q}$) para los mesones, o si son formados por tres quarks (qqq).

Los fermiones respetan el principio de exclusión de Pauli y son descritos por la estadística de Fermi y la regla de cuantización dada por la regla de anticonmutación:

$$\{\psi(\mathbf{r}), \Pi(\mathbf{r}')\} = i\hbar\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \tag{1.1}$$

donde $\Pi_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)}$ es su momento conjugado.

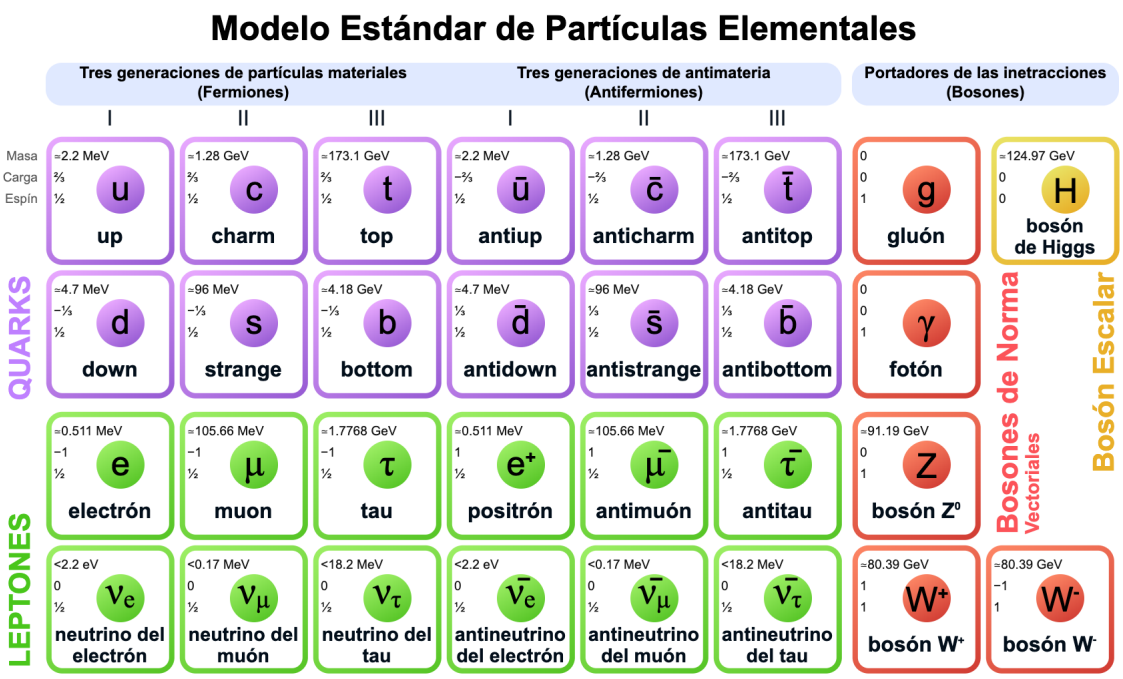

Figura 1.1: Partículas elementales de acuerdo al Modelo Estándar: 3 familias de fermiones y 5 especies de bosones fundamentales, se incluyen las antipartículas correspondientes (sean o no identificables en el caso de los neutrinos). La imagen es de dominio público.

Bosones

Conocidas como partículas mediadoras de las interacciones (figura 1.1), dadas de acuerdo al intercambio en la correspondiente interacción, así como, a la cuantización del campo respectivo, se dividen en los bosones de norma (vectoriales) y hay un bosón escalar:

- A la interacción electromagnética, la cual es de rango infinito producida por la carga eléctrica, se le asocia un campo bosónico cuyo bosón es el fotón, con espín 1.

- A la interacción nuclear débil, la cual es de rango de 10^{-18}m producida por la *carga débil*, se le asocian tres campos bosónicos cuyos bosones son el W^+, el W^- y el Z^0; todos con espín 1.
- A la interacción nuclear fuerte, la cual es de rango $\leq 10^{-15}$m producida por la *carga de color*, se le asocian 8 campos gluónicos cuyos bosones son 8 gluones con espín 1.
- El bosón de Higgs, que es de naturaleza escalar tiene espín 0 y es el encargado de darle masa a los bosones W y Z.

Los bosones no respetan el principio de exclusión de Pauli y son descritos por la estadística de Bose-Einstein y la regla de cuantización dada por:

$$[\phi(\mathbf{r}), \pi(\mathbf{r}')] = i\hbar\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \tag{1.2}$$

donde $\pi_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)}$ es su momento conjugado.

1.2 Cromodinámica Cuántica

QCD es una representación teórica de campo para describir interacciones fuertes. QCD se basa en tres conceptos principales: (i) quarks, (ii) gluones y (iii) simetría de norma.

(i) *Quarks*: Los quarks son las partículas fundamentales de la materia y tienen varias propiedades intrínsecas por ejemplo; spin semi entero, carga eléctrica, carga de color, y masa. Las cargas de color para los quarks son (rojo, azul, verde), mientras que para anti-quarks son (anti-rojo, anti-azul, anti-verde). Los hadrones deben poser carga de color neutra, lo cual se consigue con las combinaciones de los colores de los quarks que lo componen, por ejemplo un mesón puede contener quarks azul y anti-azul para dar el color neutro, mientras que un barión esá formado por los tres quarks con carga de color roja, azul y verde, cuya suma vectorial total también forma el color neutro[9, 10, 11].

(ii) *Gluones*: Los gluones son los mediadores de la interacción fuerte. Son bosones sin masa con spin 1. Hay ocho tipos de gluones. Esto se puede entender al combinar quarks con anti-quarks y ver que hay nueve maneras diferentes: un estado incoloro (singlete) y ocho estados del color (octeto) ($3 \times \bar{3} = 1 + 8$). Los gluones no pueden aparecer en un estado singlete. Por lo tanto, solo puede haber ocho tipos de gluones.

(iii) *Simetría de norma*: Significa que el lagrangiano es invariante bajo un grupo continuo de transformaciones locales. El grupo de normal correspondiente en QCD es SU(3) como se mencionó anteriormente en la parte de modelo estándar.

El Lagrangiano invariante de norma de QCD que controla la dinámica de los quarks y gluones está descrito como

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_f \bar{\psi}^{(f)} \left[i(\gamma^\mu D_\mu) - m_f)\right]\psi^{(f)} - \frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a, \tag{1.3}$$

donde

- $\psi(x)^{(f)}$ son tripletes en la representación fundamental del grupo de norma $SU(3)$ que representan a los campos de los diferentes sabores de quarks ($f = u, d, s, c, t, b$) y se define $\bar{\psi}(x)^{(f)} = \psi(x)^{\dagger(f)}\gamma^0$ como el hermitiano adjunto de Dirac
- D_μ es la derivada covariante del grupo[12]

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \mathcal{A}_\mu^a \frac{\lambda_a}{2} \tag{1.4}$$

- $\mathcal{A}_\mu^a(x)$ son los ocho campos asociados a cada gluón y las reglas para subir o bajar los índices de color a, b, o c son triviales, de modo que $f^{abc} = f_{abc} = f^a_{\ bc}$, mientras que para los índices μ o ν se tienen las reglas relativistas correspondientes a la métrica del espacio-tiempo plano de Minkowski

- γ^μ son matrices de Dirac que conectan la representación espinorial con la representación vectorial del grupo de Lorentz[12].
- $G^a_{\mu\nu}$ representa el tensor de intensidad del campo gluónico, que viene dado por

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}^a_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}^a_\mu + g_s f^{abc} \mathcal{A}^b_\mu \mathcal{A}^c_\nu, \tag{1.5}$$

- m_f y g_s corresponden a las masas de los quarks y a la constante de acoplamiento de la teoría, respectivamente[12]

Es importante notar que el grupo de norma $SU(3)$ es no abeliano, dato que será de vital importancia para describir teóricamente el comportamiento de las constantes de acoplamiento en QCD[13].

1.2.1 Comportamiento variativo de la constante de acoplamiento

La variación de la intensidad de las interacciones bajo cambios de escala se puede entender cualitativamente como el efecto de la excitación del vacío cuántico, del cual emergen partículas que interaccionan disminuyendo o aumentando esta intensidad; es decir, en la vecindad de una carga, el vacío se polariza: partículas virtuales de carga opuesta son atraídas a la carga y partículas virtuales de carga semejante son rechazadas, de este modo, el campo se anula parcialmente a cualquier distancia finita. El efecto del vacío disminuye y aumenta la carga eficaz a medida que nos acercamos a la fuente. En QCD, aparecen pares virtuales quark-antiquark, que tienden a apantallar la carga de color. Sin embargo, existe un hecho adicional: las partículas portadoras de la fuerza, los gluones, tienen carga de color. Cada gluon lleva una carga del color y una carga de anti-color (de un color distinto). El efecto neto de la polarización de gluones virtuales en el vacío no es apantallar el campo, sino aumentarlo y afectar su color. Acercarse a un quark disminuye el efecto de *antiapantallamiento* de los gluones virtuales circundantes; por lo tanto, la contribución de este efecto es debilitar la carga eficaz de color de un quark con una disminución de distancia.

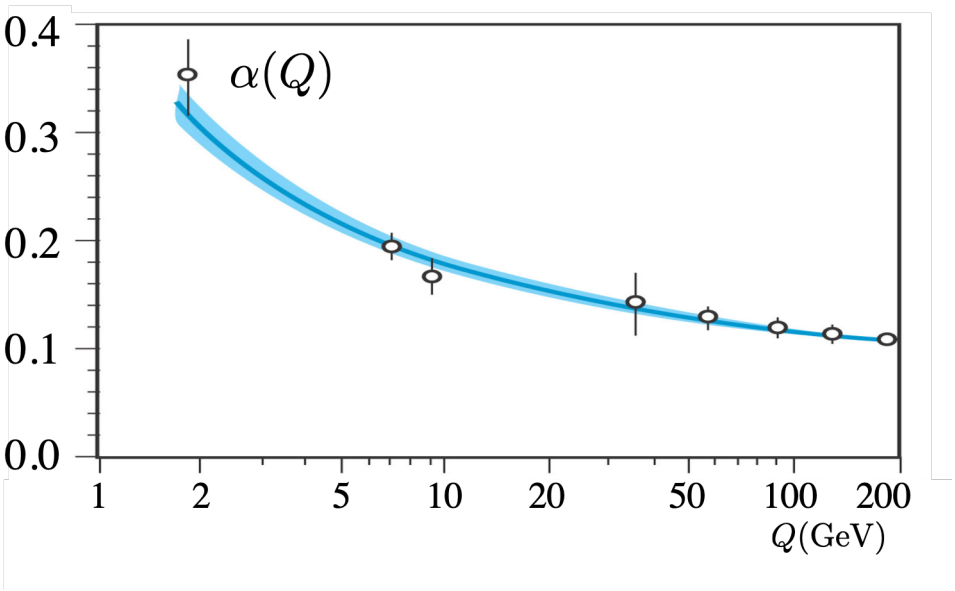

Figura 1.2: El valor de la constante de acoplamiento en función de la escala de energía E. La curva que se inclina hacia abajo es una predicción de la libertad asintótica en QCD, gráfica tomada de [15]

Puesto que los quarks virtuales y los gluones virtuales contribuyen con efectos opuestos, los efectos que prevalecen dependen del número de sabores de quarks y de generadores del grupo de simetría. Este efecto es una propiedad fundamental en las teorías de Yang-Mills basadas en grupos de simetría no abelianos, donde las interacciones entre las partículas se vuelven asintóticamente más débiles a medida que aumenta la escala de energía. Mientras que, por otro lado, a medida que disminuye la escala de energía, la fuerza se incrementa proporcionando un estado de "confinamiento".

La constante de acoplamiento g es un número que determina la intensidad de una interacción. En QCD, la constante de acomplamiento decrece logarítmicamente a altas energías, tal y como se muestra en la figura 1.2, lo cual se puede observar de las soluciones a distintos órdenes de $\alpha_s = g^2/4\pi$[14]. Este comportamiento se debe principalmente a la presencia de auto interacciones de los bosones de norma.

De la variación de la intensidad de las interacciones bajo cambios de escala surgen las dos propiedades de QCD más importantes. Para altos valores de momento transferido $Q^2 \sim \mu^2$, la constante de acoplamiento se hace pequeña, esto da la propiedad de libertad asintótica, esta propiedad fue descubierta en 1973 por David Gross y Frank Wilczek[16], e independientemente por David Politzer en el mismo año[17]. Para valores pequeños de Q^2, la constante de acoplamiento tiende a infinito. Esta propiedad es conocida como "confinamiento de color" y es la razón por la cual nunca podemos observar quarks y gluones libres en la naturaleza, en lugar de esto, ellos forman "singletes" de color conocidos como hadrones. Como esta característica no se entiende completamente desde el punto de vista analítico, existen diferentes métodos que describen distintos dominios de QCD. A pequeñas distancias (altos valores de Q^2) pueden ser aplicados los métodos perturbativos de QCD (pQCD), mientras que los modelos fenomenológicos son usados a largas distancias (Q^2 pequeña).

1.3 Colisiones relativistas

Para describir una colisión relativista a altas energías es necesario introducir las variables cinemáticas que la caracterizan, para ello se usa el formalismo de relativadad especial. El cuadrivector de posición tiene como entradas x^μ donde $\mu = 0, 1, 2, 3$[1], con x^0 la coordenada temporal y (x^1, x^2, x^3) las coordenadas espaciales cartesianas habituales. Las componentes del vector espacial $\vec{x}$, son x^j con $j = 1, 2, 3$[2] y se pueden reescribir agrupando dos de las componentes en (x_T, z), donde $x_T = \sqrt{(x^1)^2 + (x^2)^2}$ representa la coordenada espacial transversa al eje $x^3 = z$. Las componentes del cuadrivector de momento son $(E/c, p_T, p_z)$, donde E es la energía de la partícula y $p_T = \sqrt{(p^1)^2 + (p^2)^2}$ es el momento transverso y $p_z = p^3$ el momento longitudinal, es conveniente que a partir de ahora se consideren unidades naturales ($c = 1$)[18].

El producto interno del cuadriespacio se define a través de la métrica plana de Minkowsky $g = (g^{\mu\nu})_{4\times4}$:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.6}$$

que al operar sobre cuadrivectores cambia de signo a las componetes espaciales y deja invariante a la parte temporal. De esta forma, el produto de cuadrivectores se calcula:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = A^0 B^0 - \vec{A} \cdot \vec{B}. \tag{1.7}$$

Para el caso especial del cuadrimomento de una partícula de masa m se tiene:

$$\mathbf{p}^2 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{p} = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2, \tag{1.8}$$

que es un cuadrivector del tipo "temporaloide", ya que $\mathbf{p}^2 = m^2 > 0$, es decir, la parte temporal domina sobre la espacial, para el caso de cuadrivectores con cuadrado negativo, decimos que son del tipo "espacialoides",

[1] Los índices griegos corren de 0 a 3
[2] Los índices latinos corren de 1 a 3

mientras que para aquellos con cuadrado estrictamente igual a cero, decimos que son cuadrivectores del tipo "luminoides"[18].

La mayoría de los experimentos se realizan con un haz en un objetivo fijo (marco de laboratorio) o en un colisionador. Usamos el sistema de referencia del centro de masa (E^*, p_T^*, p_z^*):

$$\begin{pmatrix} E^* \\ p_T^* \\ p_z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_T \\ p_z \end{pmatrix}, \tag{1.9}$$

donde solo la energía y el momento longitudinal, son afectados por la transformación de Lorentz de modo que $p_T^* = p_T$ es una cantidad invariante. La velocidad de la partícula se denota por β de modo que $\vec{\beta} = \vec{p}/E$. Al transformar los momentos del proyectil y el objetivo del laboratorio al marco del centro de masa, la partícula solo tiene una velocidad longitudinal y podemos escribir $\beta = p_z/E$. El factor γ, está relacionado con la velocidad por $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, de modo que, después de sustituir β, tenemos $\gamma = E/\sqrt{E^2 - p_z^2} = E/m$ ya que $p_T = 0$. Luego, definiendo β y γ como la velocidad y el factor de Lorentz del marco del laboratorio al marco del centro de masa, tenemos

$$\begin{aligned} E^* &= \gamma\left(E - \beta p_z\right), \\ p_z^* &= \gamma\left(p_z - \beta E\right). \end{aligned} \tag{1.10}$$

Ahora se definen dos variables útiles para la descripción la cinemática de partículas, la masa transversa m_T y la rapidez y. m_T está relacionada con la diferencia entre los cuadrados de la energía y el momento longitudinal

$$m_T^2 = E^2 - p_z^2 = p_T^2 + m^2, \tag{1.11}$$

que es un invariante para este tipo de transformaciones[18].

La rapidez de una partícula se define en términos de su energía y momento longitudinal[18]:

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right). \tag{1.12}$$

Usando las funciones hiperbólicas se define la energía y el momento transverso en término de la masa transversa y la rapidez

$$\begin{aligned} E &= m_T \cosh y, \\ p_z &= m_T \sinh y. \end{aligned} \tag{1.13}$$

Una ventaja de la rapidez sobre la velocidad es que se transforma directamente bajo los "boosts" de Lorentz. Ya que

$$y^* = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E^*+p_z^*}{E^*-p_z^*}\right) = y - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right). \tag{1.14}$$

Un límite bastante útil que se deriva de la ecuación 1.12 es cuando el momento de las partículas es muy alto en comparación con su masa ($p \gg m$), en este caso podemos relacionar la rapidez con la *pseudorapidez*, η, y al ángulo de emisión, θ. La pseudoapidez a menudo es una medida experimental más útil, especialmente si las partículas detectadas no son identificadas y sus masas son, por lo tanto, desconocidas. El ángulo de emisión relativo al eje z viene dado por $\cos\theta = p_z/p$[18], de esta forma

$$y \approx -\ln[\tan(\theta/2)] \equiv \eta. \tag{1.15}$$

1.3.1 Energía del centro de masa

Debido a que el momento y la posición de una partícula no son cantidades invariantes, se buscan cantidades que no dependan del marco de referencia para hacer los cálculos de las secciones eficaces.

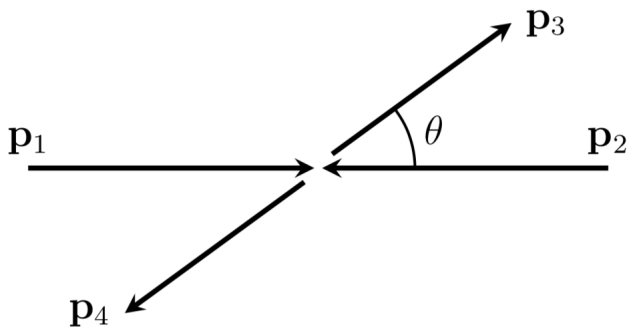

Figura 1.3: Un diagrama de dispersión típico $1 + 2 \to 3 + 4$ con 1 y 2 partículas entrantes mientras que 3 y 4 son salientes.

Un diagrama típico de dispersión de dos cuerpos se muestra en la figura 1.3, donde los invariantes son:

$$s = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = (\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4)^2 , \tag{1.16a}$$

$$t = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)^2 = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4)^2 , \tag{1.16b}$$

$$u = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^2 = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3)^2 , \tag{1.16c}$$

estas cantidades son conocidas como invariantes de Mandelstam[19].

El primero de estos solo depende del estado inicial o final, mientras que los otros dos mezclan el estado inicial y final. Usamos la raíz cuadrada del primer invariante, denotada por $\sqrt{s}$, para definir la "energía" total del centro de masa en una colisión. El cálculo de $\sqrt{s}$ es sencillo en dos casos especiales: en el marco del centro de masa y en un marco en el que la partícula "objetivo", 2, está en reposo, llamada marco objetivo[19]. En general

$$\begin{aligned} s &= (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \\ &= (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2, \end{aligned} \tag{1.17}$$

En el marco de referencia del centro de masa $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$, de modo que $\sqrt{s} = E_1 + E_2$. Mientras que en el marco objetivo $\vec{p}_2 = \vec{0}$, por lo que $s = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1m_2$.

Esta última relación es muy importante, ya que relaciona la energía medida desde el sistema de referencia objetivo $E_1 = p_{\text{lab}}$ y la energía medida desde el centro de masa de la colisión, que es frecuentemente usada para comparar los datos de rayos cósmicos con datos de colisionadores, en el caso de colisiones pp se tiene:

$$\sqrt{s} = \sqrt{2m_p^2 + 2p_{\text{lab}}m_p} \simeq \sqrt{2p_{\text{lab}}m_p}. \tag{1.18}$$

Capítulo 2

Sección Eficaz

En física, la sección eficaz es una medida de probabilidad de que un proceso específico tenga lugar en una colisión de dos partículas. La sección eficaz, tal y como se toma en esta tesis, se denota comunmente por la letra griega sigma, σ, y se expresa en términos del área transversal que la partícula incidente debe golpear para que ocurra el proceso dado.

Cuando dos partículas interactúan, su sección eficaz mutua es el área transversal a su movimiento relativo dentro del cual deben reunirse para dispersarse entre sí. Si las partículas son esferas inelásticas duras que interactúan solo al contacto, su sección eficaz de dispersión está relacionada con su tamaño geométrico. Si las partículas interactúan a través de alguna fuerza de acción a distancia, como el electromagnetismo o la gravedad, su sección eficaz de dispersión es generalmente mayor que su tamaño geométrico. Cuando una sección eficaz se especifica como una función de alguna variable de estado final, como el ángulo de partículas o la energía, se denomina sección eficaz diferencial. Cuando una sección eficaz se integra sobre todos los ángulos de dispersión (y posiblemente otras variables), se denomina sección eficaz total[20, 21].

Las secciones eficaces de dispersión pueden definirse en física nuclear, atómica y de partículas para colisiones de haces acelerados de un tipo de partícula con objetivos (estacionarios o en movimiento) de un segundo tipo de partícula. La probabilidad de que ocurra cualquier reacción dada es proporcional a su sección eficaz. Por lo tanto, la especificación de la sección eficaz de una reacción dada es una tasa que indica la probabilidad de que ocurra un proceso de dispersión dado.

Las secciones eficaces de dispersión diferencial y total se encuentran entre las cantidades medibles más importantes en física nuclear, atómica y de partículas.

En colisiones de partículas a energías relativistas, las partículas o bien pueden sufrir un cambio en su momento que deje inalterada su estructura, o puede que la energía del estado inicial se transfiera a nuevas partículas caracterizadas en el estado final. En este último caso, las partículas que originalmente colisionaron pueden no aparecer en absoluto en el estado final, lo que se conoce como una colisión inelástica. Cualquiera de los escenarios está permitido siempre que no se violen las leyes de conservación, como la conservación energía, del momento, de la carga y del número bariónico. El primer caso, que es del de nuestro interés, es el de una colisión donde no se producen nuevas partículas, que se conoce como una colisión elástica, que representa entre el 20% y el 25% de las colisiones entre hadrones, en dichas colisiones los hadrones sufren pequeñas desviaciones con respecto a sus trayectorias iniciales, pero manteniendo la magnitud de su momento inicial y conservando todos sus números cuánticos.

2.1 Modelo Óptico

Podemos usar el punto de vista de dispersión de ondas planas para obtener las secciones eficaces total y elástica para las interacciones de dos hadrones. Esta técnica se conoce como el modelo de onda óptica y proporciona una descripción bastante general de la dispersión.

Se considera la parte espacial de una onda plana normalizada , $\psi_i = \exp(ikz)$, donde $k = 2\pi/\lambda$ con λ la longitud de onda de De Broglie. La onda plana se representa mediante una superposición de ondas esféricas entrantes y salientes[18]. A una gran distancia r desde el centro, $kr \gg 1$, la onda esférica tiene la forma $\exp(\pm ikr)/kr$ para conservar la probabilidad. El flujo a través de una capa esférica de radio r es entonces independiente de r. La dependencia angular está determinada por los polinomios de Legendre, $P_l(\cos\theta)$, según corresponda para una expansión esférica. Por lo tanto, para $kr \gg 1$, la onda incidente puede expandirse como

$$\psi_i = \exp(ikz) = \frac{i}{2kr}\sum_l (2l+1)\left[(-1)^l \exp(-ikr) - \exp(ikr)\right]P_l(\cos\theta) \tag{2.1}$$

El primer término, proporcional a $\exp(-ikr)$, es el entrante y el segundo, $\exp(ikr)$, es la onda saliente. La onda saliente tiene más probabilidades de verse afectada por la dispersión. Por otro lado, la parte saliente cambia de fase y amplitud en $2\delta_l$ y $\eta_l (0 < \eta_l < 1)$ respectivamente por lo que

$$\psi_{\text{total}} = \frac{i}{2kr}\sum_l (2l+1)\left[(-1)^l \exp(-ikr) - \eta_l \exp\left[i\left(2\delta_l + kr\right)\right]\right]P_l(\cos\theta). \tag{2.2}$$

La onda dispersada es la diferencia entre las ondas total e incidente. El primer término en cada uno, que representa la onda entrante, se cancela por resta, de modo que

$$\begin{aligned}\psi_{\text{scatt}} &= \psi_{\text{total}} - \psi_i \\ &= \frac{-i\exp(ikr)}{2kr}\sum_l (2l+1)\left[\eta_l \exp\left(2i\delta_l\right) - 1\right]P_l(\cos\theta) \\ &= \frac{\exp(ikr)}{r}F(\theta).\end{aligned} \tag{2.3}$$

La ecuación 2.3 representa la dispersión elástica ya que k no cambia. Y es estrictamente válida solo en el marco de referencia del centro de masa. En el marco del laboratorio, la ecuación 2.3 solo es cierta si el punto desde el que se dispersa la onda es infinitamente masivo[18]. El flujo saliente disperso a través de una superficie esférica de ángulo sólido $d\Omega$ es

$$v_o|F(\theta)|^2 d\Omega = v_o \psi^*_{\text{scatt}}\, \psi_{\text{scatt}}\, r^2 d\Omega, \tag{2.4}$$

donde v_o es la velocidad de la onda saliente[18]. Por definición, el lado derecho de la ecuación 2.4 es el producto de la sección eficaz de dispersión elástica y el flujo incidente, $v_i\psi_i^*\psi_i d\sigma_{\text{el}}$. Para la dispersión elástica, $v_i = v_o$, entonces

$$v_o|F(\theta)|^2 d\Omega = v_o d\sigma_{\text{el}}, \tag{2.5}$$

de modo que

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} = |F(\theta)|^2. \tag{2.6}$$

La sección eficaz de dispersión elástica total es la integral de la amplitud de dispersión $F(\theta)$ sobre el ángulo sólido,

$$\sigma_{\text{el}} = \int d\Omega |F(\theta)|^2 = \frac{\lambda^2}{\pi}\sum_l (2l+1)\left|\frac{\eta_l \exp\left(2i\delta_l\right) - 1}{2i}\right|^2. \tag{2.7}$$

La última igualdad proviene de reemplazar el número de onda k con la longitud de onda de De Broglie y usar la ortonormalidad de los polinomios de Legendre. Si la onda entrante no se absorbe, $\eta_l = 1$, y

$$\sigma_{\text{el}} = \frac{\lambda^2}{\pi}\sum_l (2l+1)\left|\frac{\exp\left(2i\delta_l\right) - 1}{2i}\right|^2 = \frac{\lambda^2}{\pi}\sum_l (2l+1)\sin^2\delta_l. \tag{2.8}$$

2.1.1 Teorema Óptico

Si el cambio de fase, δ_l, es cero, significa que no existe potencial de dispersión y $\sigma_{\text{el}} = 0$. Si $\eta_l < 1$, entonces hay absorción y se calcula la contribución inelástica de la sección eficaz de reacción, utilizando la conservación de probabilidad. Dicha contribución es la diferencia entre los cuadrados de las funciones de onda entrantes y salientes pesadas por r^2 e integradas en el ángulo sólido[18]. La función de onda inicial es el primer término en la onda incidente (eq 2.1) y la función de onda saliente es el segundo término en la función de onda total (eq 2.2)

$$\sigma_{\text{inel}} = \int d\Omega r^2 \left(|\psi_{\text{in}}|^2 - |\psi_{\text{out}}|^2 \right) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_l (2l+1) \left(1 - \eta_l^2\right). \tag{2.9}$$

La sección eficaz total es la suma de las secciones eficaces elástica e inelástica, ahora con $\eta_l \neq 1$:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}} &= \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{inel}} \\ &= \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_l (2l+1) \left(1 - \eta_l^2 + 1 + \eta_l^2 - 2\eta_l \cos 2\delta_l\right) \\ &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_l (2l+1) \left(1 - \eta_l \cos 2\delta_l\right). \end{aligned} \tag{2.10}$$

Si comparamos esto con la expresión para $F(\theta)$, vemos que a la parte imaginaria de $F(\theta)$ le corresponde

$$\operatorname{Im} F(\theta) = \frac{1}{2k} \sum_l (2l+1) \left(1 - \eta_l \cos 2\delta_l\right) P_l(\cos\theta) \tag{2.11}$$

Si $\theta = 0$, se obtiene:

$$\operatorname{Im} F(0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}. \tag{2.12}$$

La relación entre la sección eficaz total y la parte imaginaria de la amplitud de dispersión directa se conoce como el teorema óptico.

2.1.2 Condición de Unitaridad

Las relaciones que hemos producido entre las secciones eficaces elástica, inelástica y total como funciones de η_l y δ_l establecen límites impuestos por la conservación de la probabilidad. Esta conservación de probabilidad también se llama condición de unitaridad. Esta condición implica que la intensidad de la onda saliente no puede exceder la de la onda entrante[18]. Podemos ver esto definiendo la amplitud de dispersión elástica para la l-ésima onda parcial como

$$f(l) = \frac{\eta_l \exp(2i\delta_l) - 1}{2i} = \frac{i}{2} \left(1 - \eta_l \exp(2i\delta_l)\right), \tag{2.13}$$

entonces

$$\sigma_{\text{el}} = \frac{\lambda^2}{\pi} \sum_l (2l+1) |f(l)|^2. \tag{2.14}$$

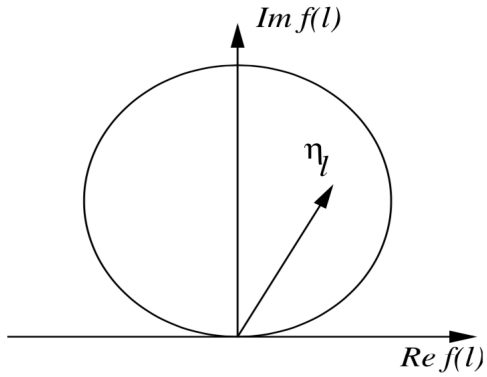

Figura 2.1: El círculo unitario descrito por la ecuación 2.13 Cuando $\eta_l < 1$ el vector se encuentra dentro del círculo.

La amplitud de onda parcial se puede trazar como un vector en el plano complejo ya que $\mathrm{Re}[f(l)] = (\eta_l/2)\mathrm{sen}(2\delta_l)$ e $\mathrm{Im}[f(l)] = (1/2)(1 - \eta_l \cos(2\delta_l))$. Cuando $\eta_l = 1$, el final del vector describe un círculo de radio 1/2 centrado en $i/2$. En $\delta_l = 0$, $\mathrm{Re}[f(l)] = 0$ e $\mathrm{Im}[f(l)] = 1/2$ mientras que en $\delta_l = \pi/2$, $\mathrm{Re}[f(l)] = 0$ e $\mathrm{Im}[f(l)] = 1$. El final del vector se encuentra dentro del círculo unitario si $\eta_l < 1$, como se muestra en la figura 2.1. La sección eficaz de dispersión elástica máxima está en $\delta_l = \pi/2$,

$$\sigma_{\mathrm{el}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_l (2l+1), \tag{2.15}$$

donde $\sigma_{\mathrm{tot}} = \sigma_{\mathrm{el}}$[18]. Por otro lado, la sección eficaz inelástica es independiente de δ_l pero tiene su máximo en $\eta_l = 0$,

$$\sigma_{\mathrm{inel}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_l (2l+1), \tag{2.16}$$

de modo que $\sigma_{\mathrm{el}} = \sigma_{\mathrm{inel}} = \sigma_{\mathrm{tot}}/2$. Cuando $\eta_l = 1$, la sección eficaz inelástica desaparece. La sección eficaz inelástica máxima se puede obtener clásicamente si suponemos que el momento angular orbital l corresponde al parámetro de impacto $b = l\lambda/2\pi$. Luego, las partículas con $l \to l+1$ son absorbidas por un anillo anular de área de sección eficaz

$$\sigma_{\mathrm{inel}} = \pi\left(b_{l+1}^2 - b_l^2\right) = \left[(l+1)^2 - l^2\right]\frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{\lambda^2}{4\pi}(2l+1) \tag{2.17}$$

2.2 Amplitud de Dispersión Elástica

Tal y como se definió en la sección anterior, la amplitud de dispersión elástica, F, es una función compleja y en colisiones de partículas a energías relativista forma parte de los elementos de la matriz de dispersión, S, que es un invariante relativista. Como consecuencia, la amplitud de dispersión elástica debe escribirse en términos de invariantes relativistas, específicamente se utilizan s y t de los invariantes de Mandelstam (ecuaciones 1.16) de tal forma que $F = F(s,t)$[19].

Además de la invariancia de Lorentz, requerimos de tres postulados para la completa descripción de las amplitudes de dispersión elásticas[19], que son:

1. *Unitaridad*: se requiere que la matriz S sea un operador unitario, es decir, $S^\dagger = S^{-1}$, donde la operación $\dagger$ es el conjugado hermitiano. Este postulado está directamente relacionado con la conservación de la probabilidad.

2. *Analiticidad*: Establece que las amplitudes son funciones analíticas de sus variables en el sentido del análisis complejo. Además, las amplitudes físicas son los límites de estas funciones cuando las variables se reducen a valores reales. Se supone que las únicas singularidades de estas funciones analíticas son las dictadas por la unitaridad, los polos y los puntos de ramificación son asociados con el intercambio de partículas.

3. *Simetría cruzada*: establece que una misma amplitud describe los tres canales diferentes discutidos en la sección anterior, s, t y u, y las amplitudes para cada proceso se obtienen por medio de continuaciones analíticas de un dominio cinemático al otro.

Con estos postulados se puede definir la dispersión elástica de colisiones hadrónicas a altas energías. Sin tomar en cuenta los efectos del espín, se definen las siguientes cantidades a partir de la función de amplitud de dispersión[19]:

- **Sección Eficaz Elástica Diferencial**: se relaciona con la amplitud de dispersión a través del módulo al cuadrado:
$$\frac{d\sigma}{dt}(s,t) = \frac{1}{16\pi s^2}|F(s,t)|^2. \tag{2.18}$$

- **Sección Eficaz Elástica (Integrada)**: la integral sobre la variable t de la sección eficaz diferencial proporciona una función que solo depende de la energía, s:
$$\sigma_{\mathrm{el}}(s) = \int_{-\infty}^{0} \frac{d\sigma}{dt} dt. \tag{2.19}$$

- **Sección Eficaz Total**: El teorema óptico conecta la parte imaginaria de la amplitud de dispersión elástica frontal con la sección eficaz total (σ_{tot}):
$$\sigma_{\mathrm{tot}}(s) = \frac{\mathrm{Im}F(s,0)}{s}. \tag{2.20}$$

- **Sección Eficaz Inelástica**: La sección eficaz total está asociada con el número total de partículas dispersas en eventos elásticos e inelásticos:
$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sigma_{\mathrm{el}} + \sigma_{\mathrm{inel}}, \tag{2.21}$$
dicha relación va de acuerdo con el principio de unitaridad y, a partir de él, podemos determinar la sección eficaz inelástica:
$$\sigma_{\mathrm{inel}} = \sigma_{\mathrm{tot}} - \sigma_{\mathrm{el}}. \tag{2.22}$$

- **El punto óptico**: Al evaluar la sección eficaz elástica diferencial en $t = 0$, se obtiene:
$$\begin{aligned} \left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0} &= \frac{1}{16\pi s^2}|\operatorname{Re} F(s,0) + i \operatorname{Im} F(s,0)|^2 \\ &= \frac{[\operatorname{Im} F(s,0)]^2}{16\pi s^2}\left[\left(\frac{\operatorname{Re} F(s,0)}{\operatorname{Im} F(s,0)}\right)^2 + 1\right] \\ &= \frac{\sigma_{\mathrm{tot}}^2\left(1+\rho^2\right)}{16\pi}, \end{aligned} \tag{2.23}$$
donde $\rho = \mathrm{Re}F(s,0)/\mathrm{Im}F(s,0)$, sirve como una fase que relaciona las partes real e imaginaria de la amplitud de dispersión.

- **Parámetro de pendiente**: El logaritmo de los datos de la sección eficaz diferencial en términos de t, se caracteriza por mostrar un pico directo agudo, denominado como *pico de difracción*. Empíricamente, se puede parametrizar (para valores pequeños de momentos transferidos) por

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0} e^{-B|t|}, \tag{2.24}$$

donde $B = B(s)$ se interpreta como una pendiente en las curvas de corte de t constante.

2.3 Función de Perfil y Representación Eikonal

La amplitud de dispersión elástica también se puede representar en el espacio del parámetro de impacto, b, mediante la función de perfil $\Gamma(s,b)$. Suponiendo simetría azimutal, la relación entre la función de perfil y la amplitud de dispersión está dada por la transformada de Fourier-Bessel[19]:

$$F(s,t) = 4\pi i s \int_0^\infty b db J_0(b\sqrt{-t})\Gamma(s,b), \tag{2.25}$$

donde J_0 es la $0-$función Bessel de primer tipo.

En términos de la función de perfil, se reescriben las secciones eficaces:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = 4\pi \int_0^\infty b db \text{Re}\Gamma(s,b), \tag{2.26a}$$

$$\sigma_{\text{el}}(s) = 2\pi \int_0^\infty b db \left|\Gamma(s,b)\right|^2. \tag{2.26b}$$

De la condición de unitaridad se define

$$G_{\text{inel}}\,(s,b) = 2\,\text{Re}\,\Gamma(s,b) - \left|\Gamma(s,b)\right|^2, \tag{2.27}$$

de modo que

$$\sigma_{\text{inel}}(s) = 2\pi \int_0^\infty b db G_{\text{inel}}\,(s,b). \tag{2.28}$$

En la representación Eikonal, la función de perfil se expresa como

$$\Gamma(s,b) \equiv 1 - e^{i\chi(s,b)}, \tag{2.29}$$

donde $\chi(s,b)$ es la llamada función Eikonal[19], luego, de la ecuación 2.27 se tiene

$$G_{\text{inel}}\,(s,b) = 1 - e^{-2\,\text{Im}\,\chi(s,b)}. \tag{2.30}$$

De la condición de unitaridad, $\text{Im}\chi(s,b) \geq 0$, tenemos $G_{\text{inel}}(s,b) \leq 1$, lo que permite una interpretación de probabilidad de la función de superposición inelástica: G_{inel} da la probabilidad de que ocurra un evento inelástico dados s y b. A partir de eso, también podemos asociar la parte imaginaria de $\chi(s,b)$ con la absorción en el proceso de dispersión. Por esta razón, y usando una analogía óptica, se presenta la función de opacidad

$$\Omega(s,b) \equiv \text{Im}\,\chi(s,b). \tag{2.31}$$

Despreciando la parte real de la amplitud elástica, vemos que $\Gamma(s,b)$ es se vuelve una función de valores reales:

$$\Gamma(s,b) = 1 - e^{-\Omega(s,b)}. \tag{2.32}$$

La función de perfil y la función de opacidad se relacionan por medio de la ecuación 2.32, además, a primer orden se tiene que $\Gamma(s,b) \simeq \Omega(s,b)$.

Capítulo 3

Límites asintóticos

3.1 Límite de Froissart-Lukaszuk-Martin

El límite Froissart-Lukaszuk-Martin (FLM) es uno de los resultados más importantes en la dispersión hadrónica. Primero derivado por Froissart usando la expansión de onda parcial para la amplitud[3], más tarde por Martin dos veces (uno en estudios de analiticidad de la amplitud en la elipse de Lehmman ampliada[22] y otro en el contexto de la Teoría de campo axiomático[23]), afirma que la sección transversal total hadrónica puede crecer asintóticamente como máximo al cuadrado del logaritmo del centro de energía de masa, es decir:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) \leq B_{\text{FLM}} \ln^2 (s/s_0) \,, \quad (s \to \infty), \tag{3.1}$$

donde s_0 es una escala de energía indeterminada y el coeficiente B_{FLM} también está limitado, siendo su valor máximo obtenido por Martin y Lukaszuk[24]:

$$B_{\text{FLM}} \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \approx 60\text{mb}, \tag{3.2}$$

donde m_π es la masa del pión π^0.

Todas estas derivaciones consideran el rango finito de la interacción fuerte, el principio de unitaridad y la suposición generalmente hecha de que la amplitud elástica tiene un límite polinómico en el límite asintótico[25]

$$F(s,t) \sim |s|^N, \quad s \to \infty, \tag{3.3}$$

donde N es una constante. Este supuesto es importante cuando se trata de relaciones de dispersión.

Uno de los cálculos más recientes con el menor número de supuestos involucra solo el principio de unitaridad y la ausencia de estados intermedios sin masa[26], en dicho trabajo de discuten las implicaciones de la violación del limite FLM, Azimov argumenta que la violación del límite de Froissart no está necesariamente relacionada con la violación del principio de unitaridad sino con la violación del límite polinómico en la región no física.

Independientemente de esto, recordamos que el límite FLM nos da dos límites: uno analítico y uno numérico, ambos hasta una escala de s_0. El límite analítico es con respecto a la tasa máxima de aumento de la sección eficaz total y está representado por el propio $\ln^2 s$. El numérico es la combinación del límite analítico y el valor máximo permitido para el coeficiente B_{FLM} dado por la ecuación 3.2. Para s_0 =1GeV, la sección eficaz total máxima a 7TeV es 103mb, mientras que los datos experimentales son alrededor de 95mb[85]. Por lo tanto, incluso si tenemos un aumento más rápido que $\ln^2 s$, no necesariamente excedemos el límite numérico impuesto por el límite FLM. Por último, para mayor referencia, mencionamos que Martin ha derivado recientemente un límite similar a la sección eficaz inelástica[28]

$$\sigma_{\text{inel}}\,(s) \leq \frac{1}{4}\frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2 (s/s_0) \,, \quad (s \to \infty) \tag{3.4}$$

donde s_0 queda indeterminado.

3.2 El límite del Disco Negro

El límite del disco negro representa una expectativa fenomenológica estándar. Es típico de los formalismos basados en la aproximación Eikonal, como los modelos tradicionales de Chou y Yang[34], Bourrely, Soffer y Wu[35, 36, 37], el enfoque de Block y Halzen[38] y una serie de modelos que se han perfeccionado continuamente[39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47].

Para comenzar a definir este límite se plantean dos primeros escenarios, desde la condición de unitaridad

$$\frac{\sigma_{\rm el}}{\sigma_{\rm tot}} + \frac{\sigma_{\rm inel}}{\sigma_{\rm tot}} = 1, \tag{3.5}$$

se impone la cota $A = 1$, para la cual $\sigma_{\rm tot}/\sigma_{\rm el} \leq A = 1/2$.

A partir de las cotas dadas por el límite de Froissart, es decir, las ecuaciones 3.1, 3.2, 3.4, se tiene que $\sigma_{\rm tot}/\sigma_{\rm el} \leq 3/4$.

Estos dos escenarios proporcionan distintas cotas para las cuales la sección eficaz total se describe a partir de la sección eficaz elástica en el límite de altas energías. Lo que veremos adelante es cómo nuestra parametrización proporciona un cota para la cual, en el límite de altas energías, la sección eficaz elástica alcanza la fracción máxima del la sección eficaz total y de esta forma se describe el comportamiento asintótico del Disco Negro.

Capítulo 4

Modelo del disco gris

4.1 Parametrización de la Sección Eficaz

Para la parametrización del modelo del disco gris, se consideran dos contribuciones provenientes de dos distintos mecanismos presentes en el crecimiento de la sección eficaz con la energía, la primera, $R(s)$, mide el tamaño aparente del radio del protón en función de la energía. La segunda, $f(s)$, se relaciona con la densidad de materia gluónica que también depende de la energía, se espera que dicha función tienda a 1 en el límite de altas energías, lo que lleva a la cota $A = 1/2$, como se ve en la tabla 4.1.

Una vez despreciada la contribución de la parte real de la amplitud de dispersión, se considera el régimen asintótico de alta energía, de esta forma se describe la sección eficaz total y elástica de la siguiente manera[29]:

$$\sigma^{\text{tot}} = 2\pi R^2(s) f(s), \tag{4.1a}$$

$$\sigma^{\text{el}} = \pi R^2(s) f^2(s), \tag{4.1b}$$

donde $R(s)$ es una función analítica proporcional a un momento angular máximo $L(s)$ como lo requiere el límite de Froissart.

Observable	Definición	Límite $\to \infty$
σ_{tot}	$2\pi R^2(s) f(s)$	$2\pi R^2(s)$
σ_{el}	$\pi R^2(s) f^2(s)$	$\pi R^2(s)$
σ_{inel}	$\pi \left[1 - (1 - f(s))^2\right] R^2(s)$	$\pi R^2(s)$
$\sigma_{\text{el}}/\sigma_{\text{tot}}$	$(1/2) f(s)$	$1/2$
$\sigma_{\text{tot}}^2/(2\sigma_{el})$	$2\pi R^2(s)$	$2\pi R^2(s)$

Tabla 4.1: Observables parametrizadas por las funciones dependientes de la energía $R(s)$ y $f(s)$.

Consideramos a $R(s)$ como una dependencia logarítmica de la energía, misma parametrización que la utilizada en [30]

$$R(s) = R_0 + \beta \ln\left(\frac{s}{s_0}\right), \tag{4.2}$$

donde $\sqrt{s_0}$ es un parámetro de energía mínima, R_0 es una constante relacionada con los quarks de valencia del hadrón proyectil y la distribución inicial del objetivo. El término logarítmico es un comportamientos universal.

Para la función de densidad de materia gluónica, $f(s)$, se tiene $f(s) = 2(\gamma_1 + \gamma_2 \ln s + \gamma_3 \ln^2 s)$, como se usa en [31]. Sin embargo, debido a que es una parametrización dependiente de las unidades en las que se mide s, se

propuso una modificación, partiendo de:

$$\begin{aligned}\alpha + \gamma \ln^2\left(\frac{s}{s_1}\right) &= \alpha + \gamma\left(\ln(s) - \ln(s_1)\right)^2 \\ &= \alpha + \gamma \ln^2(s_1) - 2\gamma \ln(s)\ln(s_1) + \gamma \ln^2(s).\end{aligned} \tag{4.3}$$

Al considerar las relaciones

$$\begin{aligned}&\alpha = \gamma_1 - \left(\tfrac{\gamma_2}{2\gamma_3}\right)^2, \qquad \gamma_1 = \alpha + \gamma \ln^2 s_1, \\ &s_1 = \exp\left(-\tfrac{\gamma_2}{2\gamma_3}\right), \quad \text{y} \quad \gamma_2 = -2\gamma \ln^2 s_1, \\ &\gamma = \gamma_3, \qquad\qquad \gamma_3 = \gamma,\end{aligned} \tag{4.4}$$

las cuales son relaciones funcionalmente independientes, se define la función de densidad de materia gluónica como:

$$f(s) = 2\left[\alpha + \gamma \ln^2(s/s_1))\right], \tag{4.5}$$

donde s_1 es un parámetro de energía mínima similar a s_0 y se observa el comportamiento logarítmico universal de la escala de saturación $\sim \ln^2(s)$.

De las ecuaciones 4.1 se tienen las relaciones de la tabla 4.1, de donde se toma una particular combinación independiente de la función $f(s)$, la cual se puede definir como la sección eficaz del Disco Negro[31]

$$\frac{\sigma_{\text{tot}}^2}{2\sigma_{\text{el}}} = 2\pi R^2(s) \equiv \sigma_{BD}. \tag{4.6}$$

Al suponer el mismo crecimiento del tamaño aparante del radio del hadrón $R(s)$ en colisiones np, encontramos los valores correspondientes para describir la densidad de materia gluónica en dichos sistemas. Esta parametrización nos permite estimar la función de perfil para la sección eficaz elástica utilizando la relación de unitaridad que conduce a la probabilidad de la interacción inelástica para un parámetro de impacto, b, como $1 - |1 - \Gamma(b)|^2$. Esto significa que a altas energías la distribución inicial de las partículas en la colisión no se mantiene y el crecimiento de la producción de gluones genera la interacción que va "opacando" el sistema. Dicho mecanismo está de acuerdo con la Unitarización y Universalidad[32, 33].

4.2 Resultados

Para realizar el ajuste de las ecuaciones del modelo de Disco Gris a datos experimentales, se tomaron datos de las mediciones directas e indirectas de la sección eficaz en colisiones *pp*, desde las energías del Bevatrón[55] del Laboratorio Nacional Lawrence Berkeley (LBNL), pasando por el sincrotón de protones del *National Institute Machine Radiating on Downs* (Nimrod)[56] del *Rutherford Appleton Laboratory* (RAL), el Sincrotrón Alemán de Electrones DESY[57], el sincrotón de protones (PS)[58, 59, 60, 61, 62, 63] del CERN, el acelerador de partículas del Instituto ruso de física de altas energías IHEP[64, 65], la cámara de burbujas Mirabelle[66] del acelerador Serpukhov, la cámara de burbujas[67, 68] y el *Single Arm Spectrometer*[69, 70, 71, 72, 73] del *National Accelerator Laboratory* de Fermilab, y el National Acceletar Laboratory de Argonne[74, 75], el it Intersecting Storage Rings (ISR)[76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84] del CERN hasta las energías del LHC medidas en el *TOTal Elastic and diffractive cross section Measurement* (TOTEM)[85, 86]. Llegando a los observatorios astronómicos de rayos cósmicos como el *Astrophysical Radiation with Ground-based Observatory at YangBaJing* (ARGO-YBJ)[87], Akeno[88], el detector de alta resolución *Fly's Eye* (HiRes)[89] y el observatorio Pierre Auger[90]. Dichos datos fueron recopilados por el *Particle Data Group*[91]. Para el ajuste se utiliza la energía del centro de masa, cambiando los datos de experimentos de blanco fijo mediante la relación 1.18, luego se toman las ecuaciones 4.1 para hacer un código en el programa ROOT, que define las funciones del ajuste a partir de 10GeV, el resultados del ajuste se muestra en la figura 4.1 y los parámetros obtenidos para este sistema en las tablas 4.2 y 4.3.

	pp	*np*
$2\pi R_0^2$(mb)	87.2707 ± 4.3952	
β^2(mb)	0.000243 ± 0.000668	
$\sqrt{s_0}$(GeV)	3.7164 ± 0.1340	
$\sqrt{s_1}$(GeV)	8.0947 ± 0.0227	8.7474 ± 0.0077
α	-17.2363 ± 2.5092	-18.5524 ± 0.6670
γ	0.00224 ± 0.00036	0.00267 ± 0.00012

Tabla 4.2: Parámetros obtenidos de los ajustes de la sección eficaz para colisiones *pp* y *np* con energías de centro de masa desde 10GeV hasta 20TeV para colisiones *pp*.

	pp	*np*
R_0	3.977 ± 0.0192	
β	-0.2410 ± 0.005	
s_0	23.797 ± 0.005	
γ_1	0.2563 ± 0.002277	1348 ± 0.0004
γ_2	-0.0218 ± 0.00359	-0.0189 ± 0.000037
γ_3	0.00264 ± 0.00005	0.00169 ± 0.000008

Tabla 4.3: Parámetros de la tabla 4.2 en su forma original.

Se observa que la parametrización del Disco Gris propuesta para colisiones protón-protón y colisiones neutrón-protón en ambos casos tiene una buena descripción para el crecimiento de la sección eficaz en función de la energía. Esta descripción propone que, partiendo de la descripción del escalamiento geométrico, la sección eficaz evoluciona lentamente a la formación de un Disco Negro conforme la energía en el centro de masa de la colisión aumenta y dicho crecimiento es dominado por la función $\ln^2(s)$ que domina la parte imaginaria de la amplitud en el límite de saturación y que presenta una modificación en el límite de saturación que cambia debido a la función de distribución partónica, tal y como se muestra en la figura 4.2. La comparación en ambos sistemas muestran consistencia con la evolución a un Disco Negro.

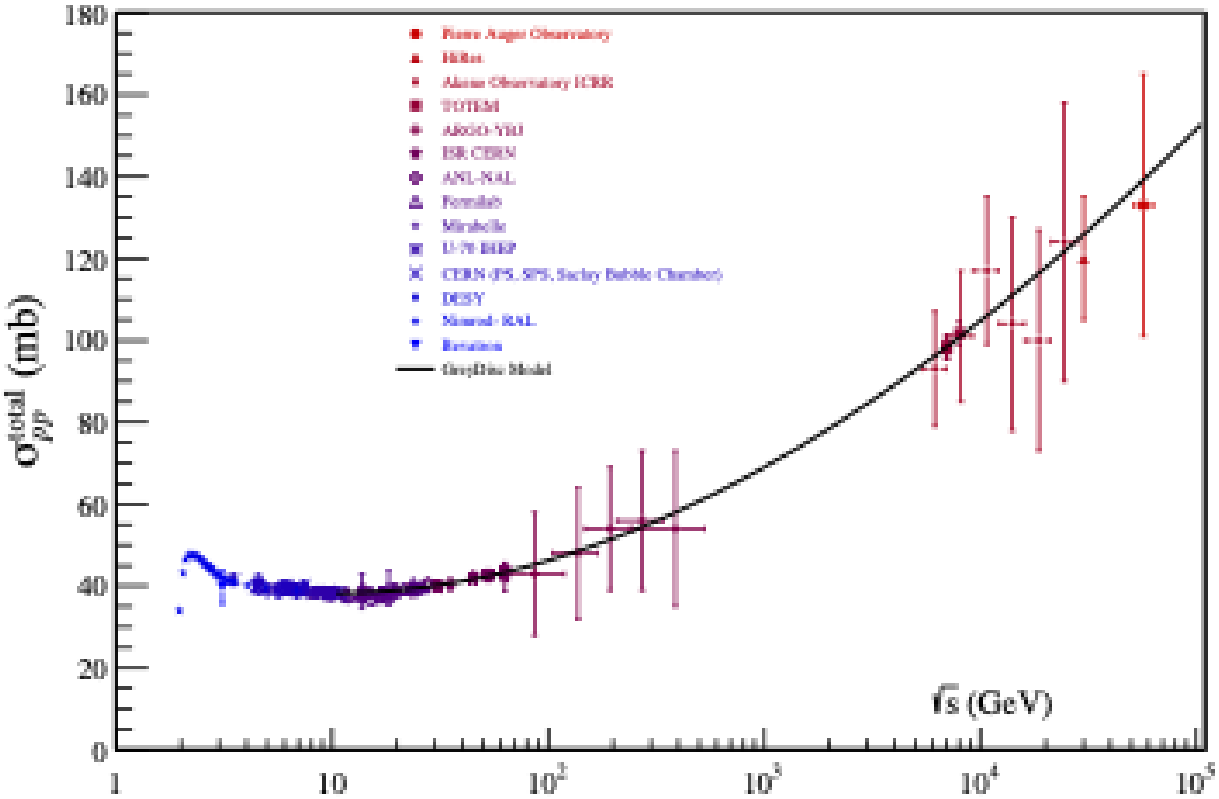

Figura 4.1: La gráfica muestra el ajuste de las ecuaciones 4.1 a partir de una energía de centro de masa de $\sqrt{s}$ =10GeV, sobre los datos experimentales recopilados por el PDG[91]. Los valores de los parámetros se reportan en las tablas 4.2 y 4.3.

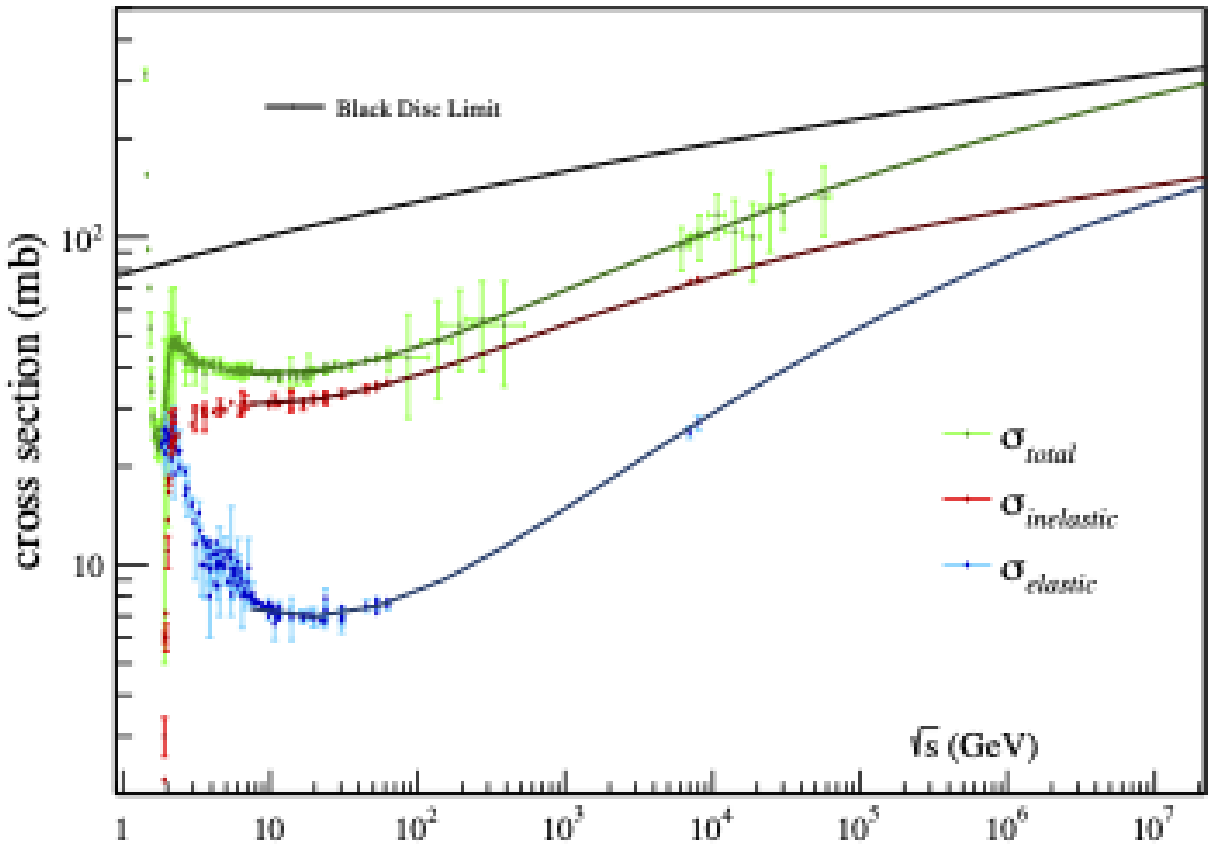

Figura 4.2: La gráfica muestra el ajuste a los datos experimentales en escala logarítmica de la sección eficaz total en verde, elástica en azul e inelástica en rojo de colisiones *pp* del PDG[91] junto con el comportamiento límite del Disco Negro calculado en este trabajo, mostrado con una línea negra sólida.

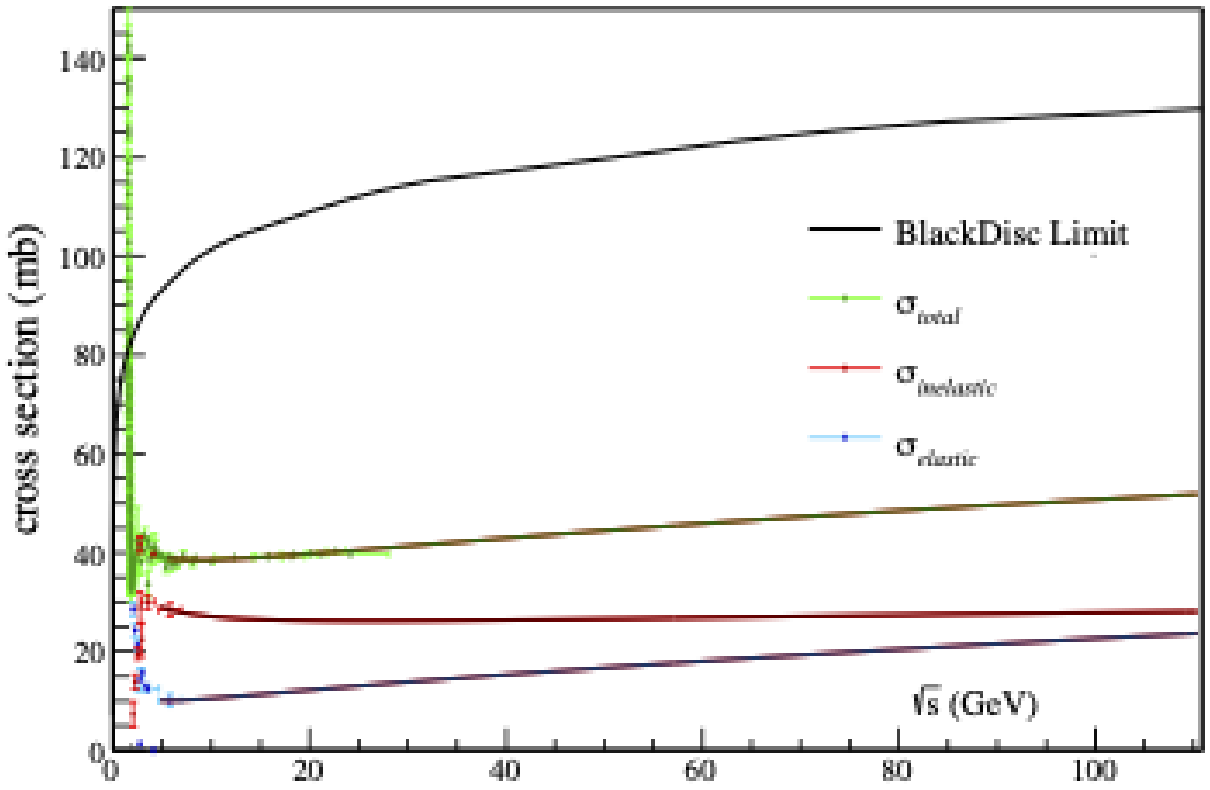

Figura 4.3: La gráfica muestra el ajuste a los datos experimentales de la sección eficaz total en verde, elástica en azul e inelástica en rojo del PDG[91] junto con el comportamiento límite del Disco Negro para colisiones *np*.

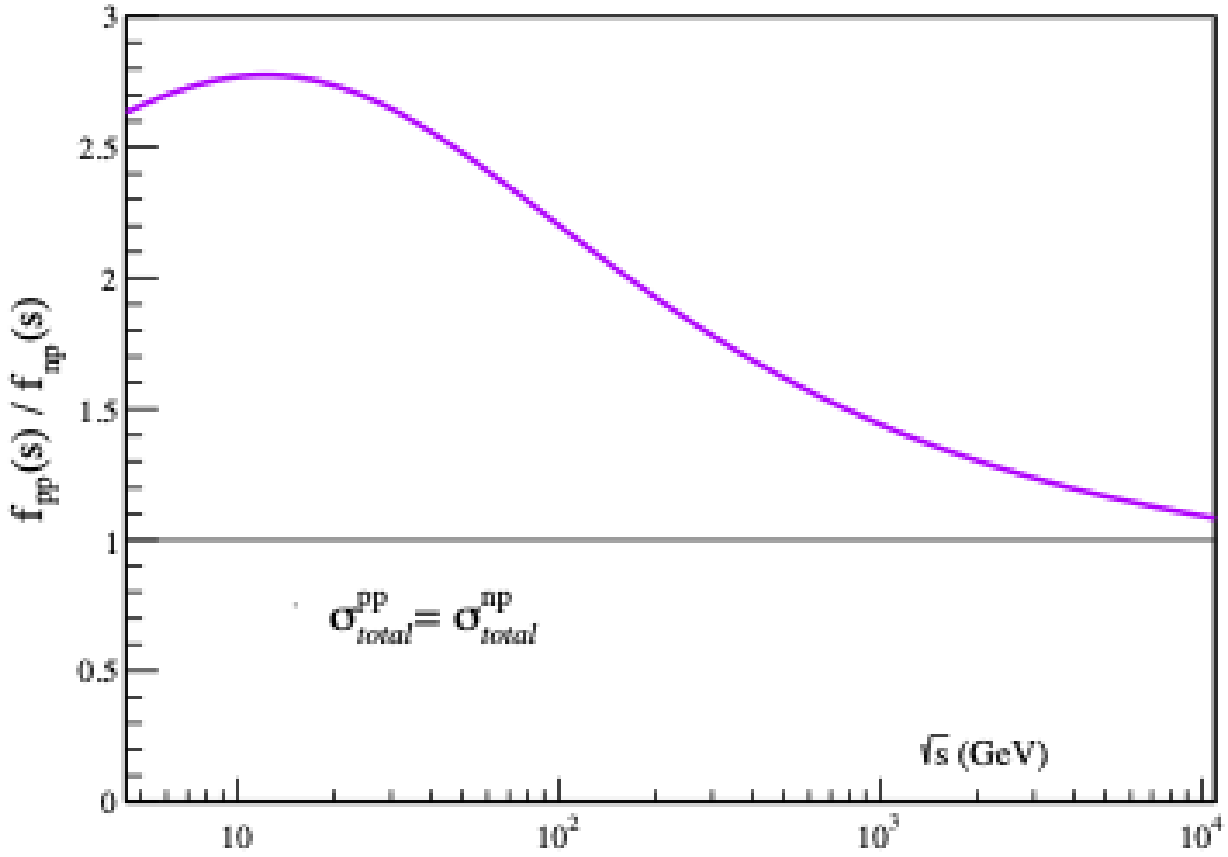

Figura 4.4: Se muestra la comparación de la densidad de materia gluónica de los dos sistemas, observando un máximo local al rededor de $\sqrt{s} = 10$GeV, se observa que ambos sistemas se acercan al mismo comportamiento a energías por arriba de los 10000GeV.

Capítulo 5

Conclusiones

El incremento de la sección eficaz con la energía no es un problema trivial, que sigue abierto para las escalas más grandes de energía, la concepción del crecimiento de la sección eficaz con la energía ha evolucionado desde los años setenta cuando se tuvieron datos de ISR en CERN[76-84], cuando se creía que la sección eficaz se aproximaría a un límite constante a muy alta energía. Desde la idea básica de imaginarse que el protón colisionante independientemente de su energía está simplemente golpeando a un blanco invariante, un objeto con un tamaño constante. Sin embargo, esto resulto no ser cierto, y los datos arrojarón nuevas oportunidades en las que se desarrollaron descripciones teóricas como el límite asintótico o la cota de Froissart[3], que llevaron a la descripción del límite de la formación de un disco negro. Sin embargo, desde los anños cincuenta, la idea de Heisenberg que sugirió que la sección eficaz total debería incrementar como el logarítmo al cuadrado con un parámetro de escala de energía, basado en teoría de campos, y que argumenta que a más alta energía un protón puede evitar a su blanco. Tomando esta consideración y dado que el radio de interacción crece también la sección eficaz que crece como R^2, y por tanto la ecuación crece de manera logarítmica con el rango de interacción. Siguiendo esta idea original junto con el límite asintótico, nuestra propuesta de parametrización basada en el modelo del Disco Gris presenta una evolución con un escalamiento geométrico hasta la formación de un Disco Negro, que cumple, como se mostró en el capítulo 4, con la condición de unitariedad. En este trabajo se observa que el modelo de Disco Gris tiene una buena descripción de las secciones eficaces de protón-protón y de neutrón-protón; además, tiene la ventaja de que separa la función de saturación gluónica y permite la descripción de sistemas con el mismo crecimiento aparente mediado por la función $R(s)$. La intención de esta propuesta es estudiar la modificación de la función de densidad de materia gluónica y su relación con las funciones de distribución partónica en un trabajo a futuro para colisiones hadrónicas en general y ver su posible aplicación para las colisiones nucleares. La formación de un estado asintótico de saturación de gluones es de gran interés para explicar varios resultados de experimentos de LHC y en datos astronómicos y nos permite comprender la descripción del crecimiento de la sección eficaz total de las colisiones pp a altas energías cuyo entendimiento es fundamental en la descripción de la composición de los rayos cósmicos, lo cual sigue siendo un problema abierto del área.

Lista de Figuras

1.1 Partículas elementales de acuerdo al Modelo Estándar: 3 familias de fermiones y 5 especies de bosones fundamentales, se incluyen las antipartículas correspondientes (sean o no identificables en el caso de los neutrinos). La imagen es de dominio público. 2

1.2 El valor de la constante de acoplamiento en función de la escala de energía E. La curva que se inclina hacia abajo es una predicción de la libertad asintótica en QCD, gráfica tomada de [15] . . 4

1.3 Un diagrama de dispersión típico $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ con 1 y 2 partículas entrantes mientras que 3 y 4 son salientes. 7

2.1 El círculo unitario descrito por la ecuación 2.13 Cuando $\eta_l < 1$ el vector se encuentra dentro del círculo. 12

4.1 La gráfica muestra el ajuste de las ecuaciones 4.1 a partir de una energía de centro de masa de $\sqrt{s}$ =10GeV, sobre los datos experimentales recopilados por el PDG[91]. Los valores de los parámetros se reportan en las tablas 4.2 y 4.3. 20

4.2 La gráfica muestra el ajuste a los datos experimentales en escala logarítmica de la sección eficaz total en verde, elástica en azul e inelástica en rojo de colisiones pp del PDG[91] junto con el comportamiento límite del Disco Negro calculado en este trabajo, mostrado con una línea negra sólida. 21

4.3 La gráfica muestra el ajuste a los datos experimentales de la sección eficaz total en verde, elástica en azul e inelástica en rojo del PDG[91] junto con el comportamiento límite del Disco Negro para colisiones np. 22

4.4 Se muestra la comparación de la densidad de materia gluónica de los dos sistemas, observando un máximo local al rededor de $\sqrt{s} = 10$GeV, se observa que ambos sistemas se acercan al mismo comportamiento a energías por arriba de los 10000GeV. 23

Lista de Tablas

4.1 Observables parametrizadas por las funciones dependientes de la energía $R(s)$ y $f(s)$. 17
4.2 Parámetros obtenidos de los ajustes de la sección eficaz para colisiones pp y np con energías de centro de masa desde 10GeV hasta 20TeV para colisiones pp. 19
4.3 Parámetros de la tabla 4.2 en su forma original. 19

Bibliografía

[1] F. Halzen and A. D. Martin, *"Quarks And Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics,"* New York, Usa: Wiley (1984)

[2] M. M. Block, Phys. Rept. **436** (2006) 71 doi:10.1016/j.physrep.2006.06.003 [hep-ph/0606215].

[3] M. Froissart, Phys. Rev. **123** (1961) 1053. doi:10.1103/PhysRev.123.1053

[4] M. M. Block, L. Durand, P. Ha and D. W. McKay, Phys. Rev. D **88** (2013) no.1, 014006 doi:10.1103/PhysRevD.88.014006 [arXiv:1302.6119 [hep-ph]].

[5] M. M. Block, L. Durand, P. Ha and D. W. McKay, Phys. Rev. D **88** (2013) no.1, 013003 doi:10.1103/PhysRevD.88.013003 [arXiv:1302.6127 [hep-ph]].

[6] M. M. Block and F. Halzen, Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 212002 doi:10.1103/PhysRevLett.107.212002 [arXiv:1109.2041 [hep-ph]].

[7] M. Herrero; NATO Sci. Ser. C **534** (1999) 1, doi:10.1007/978-94-011-4689-0_1 arXiv:hep-ph/9812242

[8] Donald H. Perkins, *An introduction to High Energy Physics,* Cambridge, 4th edition.

[9] S. Eidelman et al, Physics Letters B **592**, (2004), Particle data group: the quark model

[10] G. Zweig, Developments in the Quark Theory of Hadrons, Volume 1. Edited by D. Lichtenberg and S. Rosen. pp. 22-101

[11] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8** (1964) 214. doi:10.1016/S0031-9163(64)92001-3

[12] M. Eidemuller, H. G. Dosch and M. Jamin, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **86**, 421 (2000), doi:10.1016/S0920-5632(00)00598-3

[13] A. K. Chaudhuri, doi:10.1088/978-0-750-31060-4 arXiv:1207.7028 [nucl-th].

[14] F. Herzog, B. Ruijl, T. Ueda, J. A. M. Vermaseren and A. Vogt, JHEP **1702** (2017) 090 doi:10.1007/JHEP02(2017)090 [arXiv:1701.01404 [hep-ph]].

[15] MLA style: Popular information. NobelPrize.org. Nobel Media AB 2019.

[16] David J. Gross and Frank Wilczek Phys. Rev. Lett. **30**, (1973), doi:10.1103/PhysRevLett.30.1343.

[17] H. David Politzer Phys. Rev. Lett. **30**, (1973), doi:10.1103/PhysRevLett.30.1346

[18] R. Vogt, *"Ultrarelativistic heavy-ion collisions"*, 2007.

[19] V. Barone and E. Predazzi, *"High-Energy Particle Diffraction"*, 2002.

[20] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *"Relativistic Quantum Mechanics"*, 1964.

[21] R. G. Newton, New York, Usa: Springer (1982) 743p

[22] A. Martin, Phys. Rev. **129** (1963) 1432. doi:10.1103/PhysRev.129.1432

[23] A. Martin, Nuovo Cim. A **42** (1965) 930. doi:10.1007/BF02720568

[24] L. Lukaszuk and A. Martin, Nuovo Cim. A **52** (1967) 122. doi:10.1007/BF02739279

[25] R. J. Eden, Rev. Mod. Phys. **43** (1971) 15. doi:10.1103/RevModPhys.43.15

[26] Y. Azimov, Phys. Rev. D **84** (2011) 056012 doi:10.1103/PhysRevD.84.056012 [arXiv:1104.5314 [hep-ph]].

[27] G. Antchev *et al.*, EPL **96** (2011) no.2, 21002 doi:10.1209/0295-5075/96/21002 [arXiv:1110.1395 [hep-ex]].

[28] A. Martin, Phys. Rev. D **80** (2009) 065013 doi:10.1103/PhysRevD.80.065013 [arXiv:0904.3724 [hep-ph]].

[29] A. J. Buras and J. Dias de Deus, Nucl. Phys. B **71** (1974) 481. doi:10.1016/0550-3213(74)90197-7

[30] R. Conceicao, J. D. de Deus and M. Pimenta, Nucl. Phys. A **888** (2012) 58 doi:10.1016/j.nuclphysa.2012.02.019 [arXiv:1107.0912 [hep-ph]].

[31] I. Bautista and J. Dias de Deus, Phys. Lett. B **718** (2013) 1571 doi:10.1016/j.physletb.2012.12.024 [arXiv:1212.1764 [nucl-th]].

[32] L. Frankfurt and M. Strikman, Czech. J. Phys. **56** (2006) A63. doi:10.1007/s10582-006-0143-1

[33] I. P. Ivanov, N. N. Nikolaev and A. A. Savin, Phys. Part. Nucl. **37** (2006) 1 doi:10.1134/S1063779606010011 [hep-ph/0501034].

[34] T. T. Chou and C. N. Yang, Phys. Rev. **170** (1968) 1591. doi:10.1103/PhysRev.170.1591

[35] C. Bourrely, J. Soffer and T. T. Wu, Nucl. Phys. B **247** (1984) 15. doi:10.1016/0550-3213(84)90369-9

[36] C. Bourrely, J. Soffer and T. T. Wu, Z. Phys. C **37** (1988) 369. doi:10.1007/BF01578130

[37] C. Bourrely, J. Soffer and T. T. Wu, Eur. Phys. J. C **71** (2011) 1601 doi:10.1140/epjc/s10052-011-1601-x [arXiv:1011.1756 [hep-ph]].

[38] M. M. Block and F. Halzen, Phys. Rev. D **86** (2012) 051504 doi:10.1103/PhysRevD.86.051504 [arXiv:1208.4086 [hep-ph]].

[39] V. A. Khoze, A. D. Martin and M. G. Ryskin, Int. J. Mod. Phys. A **30** (2015) no.08, 1542004 doi:10.1142/S0217751X1542004X [arXiv:1402.2778 [hep-ph]].

[40] E. Gotsman, E. Levin and U. Maor, Int. J. Mod. Phys. A **30** (2015) no.08, 1542005 doi:10.1142/S0217751X15420051 [arXiv:1403.4531 [hep-ph]].

[41] E. Gotsman, E. Levin and U. Maor, Eur. Phys. J. C **75** (2015) no.5, 179 doi:10.1140/epjc/s10052-015-3399-4 [arXiv:1502.05202 [hep-ph]].

[42] M. M. Block, L. Durand, P. Ha and F. Halzen, Phys. Rev. D **92** (2015) no.1, 014030 doi:10.1103/PhysRevD.92.014030 [arXiv:1505.04842 [hep-ph]].

[43] F. Nemes, T. Csorg and M. Csanad, Int. J. Mod. Phys. A **30** (2015) no.14, 1550076 doi:10.1142/S0217751X15500761 [arXiv:1505.01415 [hep-ph]].

[44] O. V. Selyugin, Nucl. Phys. A **922** (2014) 180 doi:10.1016/j.nuclphysa.2013.12.002 [arXiv:1312.1271 [hep-ph]].

[45] A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri and Y. N. Srivastava, Phys. Lett. B **714** (2012) 70 doi:10.1016/j.physletb.2012.06.058 [arXiv:1206.1076 [hep-ph]].

[46] T. Wibig, J. Phys. G **39** (2012) 085003 doi:10.1088/0954-3899/39/8/085003 [arXiv:1111.0441 [hep-ph]].

[47] D. A. Fagundes, E. G. S. Luna, M. J. Menon and A. A. Natale, Nucl. Phys. A **886** (2012) 48 doi:10.1016/j.nuclphysa.2012.05.002 [arXiv:1112.4680 [hep-ph]].

[48] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40** (2016) no.10, 100001. doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001

[49] S. M. Roy, Phys. Lett. B **764** (2017) 180 doi:10.1016/j.physletb.2016.11.025 [arXiv:1602.03627 [hep-ph]].

[50] D. A. Fagundes, M. J. Menon and P. V. R. G. Silva, J. Phys. G **40** (2013) 065005 doi:10.1088/0954-3899/40/6/065005 [arXiv:1208.3456 [hep-ph]].

[51] M. J. Menon and P. V. R. G. Silva, Int. J. Mod. Phys. A **28** (2013) 1350099 doi:10.1142/S0217751X13500991 [arXiv:1212.5096 [hep-ph]].

[52] M. J. Menon and P. V. R. G. Silva, J. Phys. G **40** (2013) 125001 Erratum: [J. Phys. G **41** (2014) 019501] doi:10.1088/0954-3899/41/1/019501, 10.1088/0954-3899/40/12/125001 [arXiv:1305.2947 [hep-ph]].

[53] V. V. Anisovich, V. A. Nikonov and J. Nyiri, Phys. Rev. D **88** (2013) no.9, 094015 doi:10.1103/PhysRevD.88.094015 [arXiv:1310.2839 [hep-ph]].

[54] M. Giordano and E. Meggiolaro, JHEP **1403** (2014) 002 doi:10.1007/JHEP03(2014)002 [arXiv:1311.3133 [hep-ph]].

[55] M. H. Blue, J. J. Lord, J. G. Parks and C. H. Tsao, Phys. Rev. **125** (1962) 1386. doi:10.1103/PhysRev.125.1386

[56] D. V. Bugg, D. C. Salter, G. H. Stafford, R. F. George, K. F. Riley and R. J. Tapper, Phys. Rev. **146** (1966) 980. doi:10.1103/PhysRev.146.980

[57] V. Blobel *et al.* [Bonn-Hamburg-Munich Collaboration], Nucl. Phys. B **69** (1974) 454. doi:10.1016/0550-3213(74)90449-0

[58] P. Breitenlohner *et al.*, Phys. Lett. **7** (1963) no.1, 73. doi:10.1016/0031-9163(63)90448-7

[59] G. Alexander *et al.*, Phys. Rev. **154** (1967) 1284. doi:10.1103/PhysRev.154.1284

[60] S. P. Almeida *et al.*, Phys. Rev. **174** (1968) 1638. doi:10.1103/PhysRev.174.1638

[61] A. Ashmore, G. Cocconi, A. N. Diddens and A. M. Wetherell, Phys. Rev. Lett. **5** (1960) 576. doi:10.1103/PhysRevLett.5.576

[62] J. Badier *et al.*, Phys. Lett. **41B** (1972) 387. doi:10.1016/0370-2693(72)90602-8

[63] G. Bellettini *et al.*, Phys. Lett. **14** (1965) no.2, 164. doi:10.1016/0031-9163(65)90465-8

[64] V. D. Apokin *et al.*, Yad. Fiz. **25** (1977) 94.

[65] S. P. Denisov, S. V. Donskov, Y. P. Gorin, A. I. Petrukhin, Y. D. Prokoshkin, D. A. Soyanova, J. V. Allaby and G. Giacomelli, Phys. Lett. **36B** (1971) 415. doi:10.1016/0370-2693(71)90739-8

[66] V. V. Ammosov *et al.*, Phys. Lett. **42B** (1972) 519. doi:10.1016/0370-2693(72)90121-9

[67] D. Brick *et al.*, Phys. Rev. D **25** (1982) 2794. doi:10.1103/PhysRevD.25.2794

[68] T. Kafka *et al.*, Phys. Rev. D **19** (1979) 76. doi:10.1103/PhysRevD.19.76

[69] A. E. Brenner *et al.*, Phys. Rev. D **26** (1982) 1497. doi:10.1103/PhysRevD.26.1497

[70] V. Bartenev *et al.*, Phys. Rev. Lett. **29** (1972) 1755. doi:10.1103/PhysRevLett.29.1755

[71] F. T. Dao, D. Gordon, J. Lach, E. Malamud, T. Meyer, R. Poster and W. Slater, Phys. Rev. Lett. **29** (1972) 1627. doi:10.1103/PhysRevLett.29.1627

[72] A. S. Carroll *et al.*, Phys. Lett. **80B** (1979) 423. doi:10.1016/0370-2693(79)91205-X

[73] A. Firestone *et al.*, Phys. Rev. D **10** (1974) 2080. doi:10.1103/PhysRevD.10.2080

[74] S. Barish *et al.*, Phys. Rev. D **9** (1974) 2689. doi:10.1103/PhysRevD.9.2689

[75] C. Bromberg *et al.*, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1563. doi:10.1103/PhysRevLett.31.1563

[76] U. Amaldi *et al.*, Phys. Lett. **43B** (1973) 231. doi:10.1016/0370-2693(73)90277-3

[77] U. Amaldi *et al.*, Phys. Lett. **66B** (1977) 390. doi:10.1016/0370-2693(77)90022-3

[78] U. Amaldi *et al.*, Nucl. Phys. B **145** (1978) 367. doi:10.1016/0550-3213(78)90090-1

[79] M. Ambrosio *et al.* [CERN-Naples-Pisa-Stony Brook Collaboration], Phys. Lett. **113B** (1982) 347. doi:10.1016/0370-2693(82)90054-5

[80] N. A. Amos *et al.*, Nucl. Phys. B **262** (1985) 689. doi:10.1016/0550-3213(85)90511-5

[81] G. Carboni *et al.*, Nucl. Phys. B **254** (1985) 697. doi:10.1016/0550-3213(85)90242-1

[82] K. Eggert *et al.*, Nucl. Phys. B **98** (1975) 93. doi:10.1016/0550-3213(75)90201-1

[83] D. Favart *et al.*, Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 1191. doi:10.1103/PhysRevLett.47.1191

[84] L. Baksay *et al.*, Nucl. Phys. B **141** (1978) 1 Erratum: [Nucl. Phys. B **148** (1979) 538]. doi:10.1016/0550-3213(79)90149-4, 10.1016/0550-3213(78)90331-0

[85] G. Antchev *et al.*, EPL **96** (2011) no.2, 21002 doi:10.1209/0295-5075/96/21002 [arXiv:1110.1395 [hep-ex]].

[86] G. Antchev *et al.* [TOTEM Collaboration], EPL **101** (2013) no.2, 21002. doi:10.1209/0295-5075/101/21002

[87] G. Aielli *et al.* [ARGO-YBJ Collaboration], Phys. Rev. D **80** (2009) 092004 doi:10.1103/PhysRevD.80.092004 [arXiv:0904.4198 [hep-ex]].

[88] M. Honda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 525. doi:10.1103/PhysRevLett.70.525

[89] R. M. Baltrusaitis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 1380. doi:10.1103/PhysRevLett.52.1380

[90] P. Abreu *et al.* [Pierre Auger Collaboration], Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 062002 doi:10.1103/PhysRevLett.109.062002 [arXiv:1208.1520 [hep-ex]].

[91] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 030001. doi:10.1103/PhysRevD.98.030001