



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Estudio de dispersión de luz $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ a altas energías

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Marcelo Toscano Jiménez

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
9 de noviembre de 2022



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Estudio de dispersión de luz $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ a altas energías

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Marcelo Toscano Jiménez

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
9 de noviembre de 2022

Título: Estudio de dispersión de luz $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ a altas energías
Estudiante: MARCELO TOSCANO JIMÉNEZ

COMITÉ

Dr. Arturo Fernández Téllez
Presidente

Dr. Héctor Novales Sánchez
Secretario

Dra. Mercedes Paulina Velázquez Quesada
Vocal

Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Índice general

Resumen	XI
Introducción	XIII
1. El modelo estándar	1
1.1. Simetrías	4
1.1.1. Teorema de Noether	5
1.1.2. Espín y momento angular	6
1.1.3. Paridad	7
1.1.4. Conjugación de la carga	7
1.1.5. Inversión temporal y teorema de <i>CPT</i>	7
1.2. Electrodinámica cuántica	8
1.2.1. Densidad lagrangiana	8
1.2.2. Diagramas de Feynman en QED	9
2. Método de diagramas de Feynman	13
2.1. Reglas de Feynman en QED	13
2.2. Sección eficaz	16
2.2.1. La regla dorada	17
2.3. Variables de Mandelstam	19
2.3.1. Variables de Mandelstam para la dispersión de luz por luz	21
2.4. Método de reducción de Passarino-Veltman	22
3. Modelos de extensión del modelo estándar	25
3.1. Modelos de leptokuarks	25
3.2. Modelos de extensión con sector de escalar extendido	26
3.2.1. Características Generales	26
3.2.2. El parámetro ρ	27
3.3. Modelos con un singlete de Higgs	27
3.4. Modelos con dos dobletes de Higgs	27
3.4.1. Sin violación de <i>CP</i>	28
3.4.2. Con Violación de <i>CP</i>	28
3.4.3. Modelo de dos dobletes de Higgs tipo I con un bosón cargado de Higgs ligero	28
3.5. Modelos con multiples dobletes de Higgs	29
3.6. Modelos con tripletes de Higgs	29
4. Cálculo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el modelo estándar	31
4.1. Diagramas de Feynman a nivel de un lazo	31
4.2. Amplitud de transición	33
4.3. Sección eficaz de dispersión	38

5. Cálculo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en modelos de extensión	41
5.1. Diagramas de Feynman	41
5.2. Amplitud	42
5.3. Sección eficaz de dispersión	43
6. Resultados	45
6.1. Contribución del ME	46
6.2. Contribución de los escalares de Higgs H^\pm y $H^{\pm\pm}$	48
6.3. Contribución de los leptokuarks $S_{4/3}$ y $S_{5/3}$	48
7. Conclusiones y Perspectivas	51
7.1. Conclusiones	51
7.2. Perspectivas	53
Bibliografía	1

Índice de figuras

1.1.	Interacción fundamental de QED.	10
1.2.	Diagrama de Feynman a nivel de árbol para la dispersión de Moller.	10
1.3.	Diagrama de Feynman a nivel de árbol para la Dispersión de Bhabha.	11
4.1.	Diagramas de caja para contribución fermionica a la dispersión de luz por luz. . .	31
4.2.	Diagramas de un loop para la contribución del bósón W a la dispersión de luz por luz en la norma unitaria.	32
5.1.	Diagramas de un lazo para la contribución de los escalares cargados.	41
6.1.	Cotas experimentales para la masa de un escalar doblemente cargado en función de la diferencia de masa del escalar de doble carga y el de carga simple.	46
6.2.	Secciones eficaces para la dispersión de luz por luz en el ME en función de la energía del centro de masa \sqrt{s}	47
6.3.	Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 200$ GeV y $\Delta m = 0$ GeV.	48
6.4.	Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 200$ GeV y $\Delta m = 0$ GeV.	49
6.5.	Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 400$ GeV y $\Delta m = -30$ GeV.	49
6.6.	Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 110$ y $m_{H^\pm} = 140$ GeV.	50
6.7.	Contribuciones de los leptarquarks escalares a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_S = 800$ GeV.	50

Índice de tablas

1.1. Partículas del ME y sus características.	2
1.2. Interacciones fundamentales.	2
3.1. Modelos de extensión y sus partículas de interés	30

Resumen

El proceso de dispersión de luz por luz $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ está prohibido en la electrodinámica clásica, pero puede recibir contribuciones a nivel de lazos con partículas cargadas eléctricamente en electrodinámica cuántica. Este proceso despertó interés hace algunos años ante la posibilidad de que pudiera estar al alcance de medición en colisionadores electrón-positrón, pero recientemente cobro relevancia al ser medido de manera indirecta en colisiones de iones pesados en el LHC del CERN, esto se puede ver en la referencia [11]. En esta tesis estudiaremos el proceso de dispersión de luz por luz en algunos modelos de extensión del modelo estándar y se examina la posibilidad de que pueda ser medido en futuros colisionadores.

Introducción

En electrodinámica clásica el proceso de dispersión de luz por luz $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ no está permitido, sin embargo, este proceso puede originarse en electrodinámica cuántica mediante diagramas de feynman con lazos de partículas cargadas eléctricamente. Hace algunos años este proceso despertó interés debido a la posibilidad de que un colisionador electrón-positrón pudiera operar en el modo $\gamma\gamma$, lo que posibilitaría la posible observación experimental de la dispersión de luz por luz. Este proceso también ha tenido interés porque da contribuciones al momento magnético dipolar anómalo del muón, pero en este caso se tienen tres fotones virtuales y solo uno real. El proceso de dispersión de luz por luz tiene la característica que no solo es sensible al espín de las partículas cargadas que contribuyen al proceso mediante diagramas de feynman de lazos si no que tiene una amplitud al cuadrado que es proporcional a la potencia a la octava de la carga eléctrica de dichas partículas, por lo que si se tienen partículas con carga doble, por ejemplo, la sección eficaz respectiva se incrementaría de manera considerable. Aún así, en el futuro cercano no se vislumbra la posibilidad de que un colisionador electrón-positrón altamente energético pueda entrar en operación y que ello de lugar a la medición del proceso de dispersión de luz por luz. Sin embargo, recientemente, el proceso de dispersión de luz por luz fue medido experimentalmente de manera indirecta utilizando colisiones de iones pesados en el LHC del CERN. En ese estudio realizado por la colaboración ATLAS en la referencia [11], quedó en manifiesto que el valor experimental está en concordancia con la predicción del ME, pero aún se requieren más mediciones para determinar que no es posible tener contribuciones de nueva física. En esta tesis examinaremos la posibilidad de que alguna contribución de un modelo de extensión pudiera dar un incremento a la sección eficaz del proceso de dispersión de luz por luz y que dichas contribuciones pudieran ser susceptibles a ser medidas experimentalmente.

Capítulo 1

El modelo estándar

Para hacer un análisis completo de un proceso como la dispersión de luz por luz en electrodinámica cuántica y en cualquier modelo de extensión del modelo estándar (ME) de la física de partículas, primero es necesario que tengamos bien claras las bases de esta teoría, es por eso que en este capítulo nos concentraremos en dar un breve pero conciso repaso de la teoría del modelo estándar de la física de partículas.

A pesar de lo que indica su nombre, el ME no es como tal un modelo si no una teoría completa que establece cuales son las partículas elementales que componen la materia y especifica la forma en que estas partículas interactúan unas con otras mediante las partículas mediadoras de las fuerzas fundamentales, exceptuando la fuerza de gravedad, la cual por sus características propias no se incluye en el marco del ME. Podemos decir que todos los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza son resultado de las interacciones que ocurren entre las partículas de materia de acuerdo a lo que establece el ME. Las partículas de materia se conocen como fermiones y se agrupan en tres familias, las cuales son una réplica una de otra con excepción de la masa de cada fermión. Cada familia de fermiones tiene dos leptones: uno cargado y otro sin carga (neutrino) y dos quarks (partículas con carga eléctrica fraccionaria). En tanto, las partículas mediadoras de las fuerzas son bosones de norma. En la Tabla 1.1 mostramos el espectro de partículas del ME y sus propiedades más relevantes.

Empecemos por presentar como se clasifican las partículas. Los leptones y los quarks son las únicas partículas verdaderamente elementales, esto es, no poseen estructura interna constituida por otras partículas. Por otro lado las partículas que tienen estructura interna conformada por quarks se llaman hadrones: bariones cuando están formadas por tres quarks o tres antiquarks y mesones cuando están conformadas por un quark y un antiquark. Por ejemplo, dos bariones que tiene una gran incidencia en la conformación de la materia estable son el protón y el neutrón, los cuales son los componentes del núcleo de un átomo. El protón está compuesto por dos quarks up y un quark down, mientras que el neutrón está compuesto por dos quarks down y un quark up. Otros hadrones que se producen copiosamente en colisiones de hadrones son los llamados mesones conocidos como piones: el pión π^+ está conformado por un antiquark \bar{d} y un quark u , el pión π^- está formado por un antiquark u y un quark d . De similar forma, se han descubierto una gran cantidad de hadrones que están compuestos por distintas combinaciones de quarks.

La teoría de las interacciones entre los quarks se conoce como cromodinámica cuántica, la cual en principio no prohíbe la existencia de partículas con una estructura interna mas compleja que las ya antes mencionadas. Sin embargo todavía no hay evidencia experimental suficiente para confirmar que existan dichas partículas. La característica mas sobresaliente de los quarks es que poseen carga eléctrica fraccionaria en términos de la llamada carga fundamental del electrón e , esto es $2/3$ de e para quarks de tipo up y $-1/3$ de e para quarks de tipo down. La razón por la cual se llama carga fraccionaria y se sigue dando en términos de e es por que nunca se han detectado

Partícula	Tipo	Carga eléctrica	Masa
Electrón	Leptón	$-1e$	0,51 MeV
Muón	Leptón	$-1e$	105,65 MeV
Tau	Leptón	$-1e$	1776,86 MeV
Neutrino del Electrón	Leptón	0	$< 2,2$ eV
Neutrino del Muón	Leptón	0	$< 0,17$ MeV
Neutrino del Tau	Leptón	0	$< 15,5$ MeV
Up	Quark	$2/3e$	2,16 MeV
Down	Quark	$-1/3e$	4,67 MeV
Strange	Quark	$-1/3e$	93,4 MeV
Charm	Quark	$2/3e$	1,27 MeV
Bottom	Quark	$-1/3 e$	4,18 GeV
Top	Quark	$2/3e$	175,5 GeV
Fotón	Bosón	0	0
Gluón	Bosón	0	0
Z	Bosón	0	91,2 GeV
W	Bosón	± 1	80,4 GeV
Bosón de Higgs	Bosón	0	125,5 GeV

Tabla 1.1: Partículas del ME y sus características.

quarks libres en la naturaleza, siempre están contenidos dentro de los hadrones, de tal forma que la suma total de la carga eléctrica de los componentes del hadron sigue siendo un múltiplo entero de e , por lo que el cuanto de la carga eléctrica es la carga del electrón como se explica en [1].

Hasta ahora se han observado cuatro tipos de interacciones fundamentales en la naturaleza, cada una con su partícula mediadora y con una carga relacionada, en la Tabla 1.2 se presenta la información para las tres fuerzas fundamentales contempladas en el marco del ME. No se incluye la fuerza de gravedad porque aún no se ha logrado cuantizar esta interacción y porque la intensidad con la que actúa sobre las partículas es tan pequeña (proporcional a la masa de las partículas) que sus efectos son despreciables a nivel de los experimentos de física de partículas.

Interacción	Partícula mediadora	Tipo de Carga	Fuerza
Electromagnética	Fotón	Eléctrica	Electromagnética
Débil	Bosones W y Z	débil	débil
Fuerte	Gluón	Color	Fuerte

Tabla 1.2: Interacciones fundamentales.

Cabe destacar que todas las demás fuerzas con las que nos llegamos a encontrar en la física clásica son casos particulares de estas fuerzas fundamentales. Es natural preguntarse: ¿cómo exactamente ocurren dichas interacciones?, y ¿a través de que mecanismo se propagan dichas fuerzas? Es por eso que introducimos el concepto de partícula virtual, estas las entendemos como aquellas que son mediadoras de alguna interacción, es decir cuando dos partículas interactúan podemos entenderlo como dos partículas intercambiando una partícula mediadora como lo explican en [1]. Veamos algunos hechos relevantes acerca de estas:

- Podemos entender las interacciones fundamentales como dos partículas del modelo estándar intercambiando otras partículas mediadoras.
- Las partículas con carga eléctrica interactúan intercambiando fotones.

- Las partículas con carga de color interactúan intercambiando gluones.
- Las partículas con carga débil interactúan intercambiando bosones W y Z .
- Cabe mencionar que las partículas en general pueden tener más de un tipo de carga por lo que se pueden ver afectadas por diferentes interacciones al mismo tiempo.
- Hay intervalos de energía en donde alguna interacción puede ser irrelevante, por ejemplo la fuerza gravitacional es prácticamente imperceptible en escalas subatómicas, eso quiere decir que aunque las partículas tengan más de un tipo de carga, es posible que en ciertos contextos las contribuciones de ciertas fuerzas pueden ser irrelevantes a la hora de realizar un análisis de un proceso en donde interviene esa partícula.

La siguiente interrogante que suele surgir de todo esto es: ¿de qué manera determinamos en que momento las partículas empiezan a interactuar una con otra?, ¿cuáles son los parámetros que determinan el alcance de las interacciones? Para esto recurrimos a un concepto familiar, el de campo; por ejemplo como sabemos que un objeto masivo crea a su alrededor un campo gravitacional, campo que dependiendo de su posición con respecto a otro objeto masivo ejerce una fuerza gravitacional sobre este y viceversa. Análogamente las otras tres interacciones tienen sus respectivos campos a través de los cuales podemos definir la fuerza que siente una partícula cargada por efecto de otra con el mismo tipo de carga, estos son: el campo electromagnético, el campo fuerte y el campo débil. Podemos entender los campos como fluctuaciones de energía continuas en el espacio ocasionadas por una partícula con cierta carga, bien pues así nos resulta más fácil entender a las partículas mediadoras como el cuanto del campo asociado a la interacción correspondiente.

Un problema del ME es que apesar de la belleza del concepto de la simetría de tres cargas, tres interacciones, tres campos y tres fuerzas, al día de hoy no se ha podido incorporar exitosamente la interacción gravitacional o explicar otros fenómenos como la masa de los neutrinos, además de otros problemas para los que el ME aún no tiene solución. Es por ello que es necesario proponer teorías de extensión que subsanen la problemática del ME, aunque hasta ahora no hay ninguna teoría que pueda ser considerada la teoría fundamental. Este tema lo estudiaremos en el capítulo 3.

En resumen:

- El ME se encarga de clasificar las partículas elementales de materia y sus interacciones.
- Todas las partículas elementales del ME encontradas hasta ahora pueden ser clasificadas en fermiones, los cuales se clasifican en leptones y quarks, así como los bosones de norma mediadores de las fuerzas.
- Se ha descubierto además un bosón escalar conocido como bosón de Higgs, el cual es un remanente del llamado rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil.
- Los leptones están sujetos a las fuerzas electromagnética (si tienen carga eléctrica) y débil, mientras que los quarks están sujetos a las fuerzas fuerte, débil y electromagnética. Todas las partículas están sujetas a la fuerza de gravedad pero los efectos de ésta fuerza son despreciables a la escala de los experimentos de física de partículas.
- El ME está incompleto, no explica la interacción gravitacional, ni el mecanismo por el cual los neutrinos obtienen su masa, ni la distribución desproporcionada de materia-antimateria en el universo (conocido como problema de la bariogénesis).
- La mayoría de la investigación en física de partículas está enfocada en proponer modelos de extensión que expliquen las interrogantes que deja el ME.
- Los modelos de extensión predicen nuevas interacciones entre las partículas del ME y también nuevas partículas, de manera que cualquier descubrimiento experimental al respecto sería una evidencia de algún modelo de extensión.

- Como estudiaremos más adelante, la dispersión de luz por luz es una propuesta interesante para buscar nuevas partículas con carga eléctrica propuestas por algunos modelos de extensión.

Para los propósitos de este trabajo nos basta con centrarnos únicamente en la teoría de las interacciones electromagnéticas: la electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés), pues en este caso queremos estudiar la dispersión de luz por luz, la cual es una colisión completamente elástica entre dos fotones, y los fotones evidentemente solo pueden tomar parte en las interacciones electromagnéticas, por lo que nos es innecesario repasar las teorías de las interacciones fuerte y débil.

1.1. Simetrías

En la ciencia encontramos las simetrías en diversos campos y muchas veces estas nos ayudan a obtener información de los problemas que estamos analizando. Una vez que se han analizado las diversas simetrías que se pueden presentar en la física o las matemáticas y que hemos aprendido qué representan estas simetrías, podemos obtener mucha información de nuestro problema incluso antes de empezar a resolverlo formalmente o de tener que realizar algún experimento; esto es de mucha conveniencia en la física elemental de partículas, pues la información referente a las simetrías que existen en la naturaleza es fundamental para construir una teoría de partículas.

En las matemáticas las simetrías suelen ser más fáciles de ubicar y comprender. Por ejemplo con solo estudiar la gráfica de algunas funciones podemos identificar varias simetrías y estas nos pueden revelar propiedades de dicha función sin tener que analizarla de manera explícita. Por ejemplo: si al rotar 180 grados la gráfica de una función se obtiene exactamente la misma gráfica sabemos que dicha función es impar, es decir: $g(-x) = -g(x)$; los matemáticos ya han realizado suficientes estudios sobre las funciones impares como para saber que nuestra función va a cumplir la siguientes propiedades, entre otras:

$$\int_{-c}^c g(x)dx = 0, \tag{1.1}$$

$$\int_{-c}^c |g(x)|^2 dx = 2 \int_0^c |g(x)|^2 dx, \tag{1.2}$$

$$\left. \frac{dg}{dx} \right|_c = \left. \frac{dg}{dx} \right|_{-c}, \tag{1.3}$$

$$\tag{1.4}$$

donde c es un escalar cualquiera dentro del dominio de g . Aparte de estos hechos sabemos que por ser impar $g(x)$ no contendrá cosenos en su expansión de Fourier y tampoco aparecerán términos con potencias impares en su expansión de serie de Taylor. Hay muchas cosas más que podemos decir de $g(x)$ con tan solo estudiar su gráfica y esto es gracias a su simetría. Ahora debe quedar claro por qué analizar la simetría en la física elemental de partículas es de vital importancia para poder comprender lo que ocurre a nivel cuántico.

Nuestra intuición y los principios generales suelen develar las simetrías que hay en la física, las cuales se pueden encontrar en todas partes como por ejemplo en las formas naturales de los cristales, pero nos interesa estudiar simetrías más profundas como las que aparecen en la dinámica de las partículas.

Las simetrías dinámicas en la física clásica por ejemplo no se observan directamente en el movimiento individual de un cuerpo cualquiera, si no más bien en el conjunto de todos los posibles movimientos, esto es más fácil de observar en las ecuaciones de movimiento directamente, es decir las simetrías se manifiestan en las ecuaciones de movimiento, no en una solución en particular de estas. Fue hasta el año 1917 que pudimos entender las implicaciones dinámicas del movimiento,

gracias a Emmy Noether que publicó su famoso teorema que relaciona las simetrías con las leyes de conservación, el cual veremos a continuación.

1.1.1. Teorema de Noether

Toda simetría de la naturaleza implica una ley de conservación y viceversa toda ley de conservación implica una simetría de la naturaleza.

Por ejemplo: las leyes de la física son simétricas con respecto al paso del tiempo, es decir funcionan igual ahora que hace mil años y en otros mil van a seguir funcionando igual. El teorema de Noether relaciona esta invariancia temporal con la conservación de energía. Si un sistema se mantiene invariante ante una translación en cierta dirección del espacio, entonces se conserva el momento lineal en esa dirección; si el sistema es simétrico ante rotaciones entonces se conserva el momento angular. En electrodinámica cuántica (QED, por sus siglas en inglés) de manera análoga la invariancia bajo transformaciones de norma (gauge transformation en inglés) implica la conservación de la carga eléctrica. Es entonces que parece correcto establecer lo que es una simetría: en términos simples exista una simetría en un sistema si al aplicar una transformación a ciertas variables del sistema, éste permanece en un estado totalmente indistinguible del estado anterior, es decir lo deja invariante. Por ejemplo en las funciones impares como las que mencionamos al principio de esta sección si multiplicamos la función y el argumento de la misma por un menos uno obtenemos el mismo resultado: $f(x) = -f(-x)$, y claro esto se da directamente de la definición de función impar. Las simetrías se estudian de manera apropiada mediante la teoría de grupos. El conjunto de operaciones de simetría de cualquier sistema debe contar con las siguientes propiedades que son ampliamente conocidas pero en este caso las hemos extraído de [2]:

- **Cerradura** Si T_i y T_j están en el mismo conjunto de operaciones de simetría, entonces el producto $T_i T_j$ también es parte del conjunto de operaciones de simetría.
- **Identidad** Existe una operación I tal que $IT_i = T_i I$ para todas las operaciones que pertenecen al conjunto de operaciones de simetría.
- **Inverso** Para cada elemento T_i del conjunto de operaciones de simetría existe un elemento inverso T_i^{-1} tal que: $T_i T_i^{-1} = I$
- **Asociatividad** $T_i(T_j T_k) = (T_i T_j) T_k$

Estas cuatro condiciones son en realidad los axiomas de una estructura algebraica conocida como grupo, por lo que se dice que la teoría matemática de los grupos puede ser entendida como el estudio sistemático de las simetrías. Algunos puntos importantes de la teoría de grupos en la física son los siguientes.

- Un conjunto de grupos que aparecen con frecuencia en el estudio de las simetrías son aquellos que contienen a las matrices unitarias de dimensión $n \times n$, que se denominan de manera abreviada grupos $U(n)$. Una matriz unitaria es aquella cuyo inversa es igual a su transpuesta conjugada

$$U^{-1} = U^{*T}. \tag{1.5}$$

- También es de gran interés el grupo de matrices unitarias de dimensión $n \times n$ cuyo determinante es igual a uno, este grupo es llamado $SU(n)$.
- El grupo de matrices reales unitarias se llama $O(n)$, donde la O se refiere a ortogonal, que es una matriz que obedece

$$O^{-1} = O^T, \tag{1.6}$$

es decir, la inversa de la matriz es igual a su transpuesta.

- El grupo de matrices de $n \times n$, reales, ortogonales, y con determinante igual a uno se llama $SO(n)$, el cual es el grupo de todas las rotaciones en un espacio de n dimensiones.
- Entonces $SO(3)$ describe las simetrías de rotación del espacio tridimensional en que vivimos, las cuales sabemos que están ligadas a la conservación del momento angular. El grupo $SO(3)$ tiene una estructura matemática casi idéntica al grupo $SU(2)$, el cual describe una de las simetrías internas más importantes en la física de partículas.

1.1.2. Espín y momento angular

Una propiedad intrínseca muy importante de las partículas subatómicas que no está presente a nivel de la física clásica es el llamado espín. Las partículas elementales pueden tener dos tipos de momento angular, por ejemplo un electrón en un átomo de hidrógeno cuenta con un momento angular orbital debido a su movimiento de rotación alrededor del núcleo del átomo y aparte cuenta con un momento angular intrínseco, que es el espín o momento angular intrínseco. El espín no se debe a la rotación sobre un eje propio como en el caso de los planetas, el espín es simplemente una propiedad intrínseca de las partículas elementales. El momento angular orbital clásico consta de tres componentes, pero en el caso cuántico es imposible medir las tres componentes simultáneamente, pues medir una componente afecta directamente el valor de las otras componentes. Lo mejor es medir la magnitud al cuadrado del momento angular $L^2 = L \cdot L$ junto con una componente que por convención suele ser la componente z . Estas mediciones solo pueden darnos ciertos valores, es decir está cuantizado. En el caso de L^2 , este solo adquiere los valores

$$l(l+1)\hbar^2, \tag{1.7}$$

donde \hbar es la constante de Planck y l es un entero no negativo, de aquí en adelante utilizaremos $\hbar = c = 1$. Para un valor cualquiera de l , la medición de L_z arroja el valor

$$m_l, \tag{1.8}$$

donde m_l puede tomar cualquiera de los siguientes $2l+1$ valores: $-l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l$.

Análogamente el cuadrado de la magnitud del espín $S^2 = S \cdot S$ solo puede tomar valores de la forma

$$s(s+1). \tag{1.9}$$

Sin embargo en el caso del espín el número cuántico s puede ser entero o semi-entero: $s = 0, 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, \dots$. Para cualquier valor de s la forma de s_z debe ser como sigue:

$$m_s, \tag{1.10}$$

donde m_s es de nuevo un entero o un semi-entero dentro del rango $[-s, s]$.

El valor del momento angular orbital de las partículas elementales depende por supuesto de la naturaleza de la órbita en cuestión. Pero el valor de s está fijo dependiendo del tipo de partícula del que hablemos. Por ejemplo los piones y los kaones tienen $s = 0$; los electrones, protones, neutrones y quarks tienen $s = 1/2$; para el fotón y el gluón, $s = 1$. Podemos ahora ampliar la definición de fermiones, todos los fermiones tienen espín semi-entero, esto es todos los bariones, leptones y quarks tienen espín semi-entero; las partículas con espín entero son conocidas como bosones, todos los mesones y las partículas mediadoras de las fuerzas son bosones.

1.1.3. Paridad

Hasta hace no mas de 60 años la comunidad científica suponía que las leyes de la física eran invariantes ante una reflexión de las coordenadas espaciales, y que esto era cierto para todas las escalas de energía. Todos los físicos obviaban la simetría de la reflexión, o invariancia de paridad de las leyes de la naturaleza. Fue hasta que Lee y Yang se preguntaron si había prueba experimental que respaldara este hecho y se dieron cuenta que solo había amplia evidencia de la invariancia de paridad para las interacciones fuertes y electromagnéticas, pero no para la interacción débil. Ellos propusieron un experimento con cobalto 60. En este experimento, que fue llevado a cabo por la Física Wu y su equipo de colaboradores, varios núcleos de cobalto 60 se alinean mediante un campo electromagnético de tal forma que su espín apunta en la misma dirección. Esto requería que el trozo de cobalto se mantuviera a una temperatura cercana al cero absoluto. Posteriormente dichos núcleos sufren el decaimiento beta que es mediado por la interacción débil. Al realizar mediciones del espín de los electrones salientes, se encontró que todos eran emitidos con el espín apuntando en una misma dirección. Al analizar la reflexión de este experimento encontraron que el núcleo de cobalto giraba en la dirección opuesta y su espín también iba en la dirección opuesta, sin embargo el espín de los electrones salientes seguía teniendo la misma dirección. Entonces en el espejo los electrones eran emitidos en dirección opuesta al espín nuclear. Este experimento fue la prueba de un proceso físico cuyo reflejo no ocurre naturalmente.

La ruptura de la invariancia de paridad en la interacción débil obligó a los físicos a pensar todavía mas allá de aquello que daban por sentado por parecer obvio en la física de partículas. Eventualmente se dieron cuenta que dentro de la teoría débil la ruptura de la paridad no es efecto que se presenta solo en casos aislados, si no mas bien todos los procesos que ocurren debido a la interacción débil violan la paridad, lo cual resulta más evidente en el comportamiento del neutrino.

1.1.4. Conjugación de la carga

La electrodinámica clásica es invariante bajo el cambio de todos los signos de las cargas eléctricas, en consecuencia los campos y potenciales también cambian de signo, pero hay un factor de compensación de la ley de Lorentz, por lo que la fuerza sigue siendo la misma. En la física elemental de partículas existe una operación análoga que se llama conjugación de la carga, la denotamos con una C , y convierte cada partícula en su antipartícula:

$$C |p\rangle = |\bar{p}\rangle. \tag{1.11}$$

Conjugación de la carga es solo el nombre pues la operación se le puede aplicar a partículas neutras y cambia el signo de todos los números cuánticos internos: así como cambia el signo de la carga eléctrica, cambia el número de barión, el número de leptón, el número de extrañeza (strangeness), encanto (charm), etc., mientras que la masa, la energía, momento y espín no cambian. Como con la paridad si aplicamos sucesivamente la operación de conjugación de carga nos regresa al estado original. De esto sigue que los eigenvalores de C son ± 1 . La mayoría de las partículas de la naturaleza no son eigenestados de C . Si $|p\rangle$ es un eigenestado de C , entonces:

$$C |p\rangle = \pm |p\rangle = |\bar{p}\rangle. \tag{1.12}$$

Esto significa que $|p\rangle$ y $|\bar{p}\rangle$ representan el mismo estado físico, por lo que es evidente que solo partículas que son su misma antipartícula pueden ser eigenestados de C . Esto nos deja solo con el fotón y algunos mesones. Como el fotón es el cuanto del campo electromagnético que cambia de signo bajo C tiene sentido que el número de conjugación de carga del fotón sea -1 .

1.1.5. Inversión temporal y teorema de CPT

Supongamos que tenemos un evento físico cualquiera, si lo grabamos y reproducimos la grabación en reversa, ¿podríamos decir que esta grabación representa un proceso físico válido? En todos

los procesos clásicos esto es cierto y hasta hace no mucho tiempo se daba por sentado que en la física elemental de partículas esto también era cierto, es decir, se creía que no había violación de la invariancia temporal, pero con los descubrimientos sobre la violación de la paridad lo natural era preguntarse si las otras simetrías sufrían violación y en que contextos de ser así.

Proponer experimentos para poner a prueba la violación de la reversión temporal es bastante difícil, ya que aunque todas las partículas son eigenestados de P y varias son eigenestados de C , claramente ninguna partícula es eigenestado de T (operador reversión temporal). La manera más fácil de ponerlo a prueba es tomar una reacción cualquiera $a + b \rightarrow c + d$ y estudiar la reacción inversa $c + d \rightarrow a + b$. Para valores fijos de momento, energía y espín la tasa de reacción debe ser la misma en ambas direcciones. Los resultados de estos experimentos siempre han sido negativos, pues como la experiencia dicta la interacción más probable de violar la invariancia temporal, sería la débil. Desafortunadamente en las interacciones débiles es muy difícil poner esto a prueba, pues en la mayoría de las interacciones débiles al querer realizar una reacción en reversa nos encontramos que se ve afectada por la interacción fuerte y la electromagnética. Para poder evitar esto debemos trabajar directamente con neutrinos, los cuales son extremadamente difíciles de estudiar experimentalmente. Es por esto que en estos experimentos lo que se busca es medir un valor distinto de cero de un cantidad que sería exactamente cero si el proceso fuera invariante ante la inversión temporal.

No obstante hay una buena razón para creer que la inversión temporal no es un simetría perfecta de la naturaleza. Esto es por uno de los resultados mas grandes de la teoría cuántica de campos, el teorema CPT, el cual se basa en la invariancia de Lorentz, la mecánica cuántica, y la idea de que las interacciones se llevan a cabo a través de campos, como se expone en [2]. El teorema CPT estipula que si aplicamos las transformaciones de P , C , y T en cualquier orden, se tiene una simetría exacta de cualquier interacción, en otras palabras es imposible que cualquier interacción en la teoría cuántica de campos viole el producto CPT . El teorema CPT tiene otras implicaciones que están sujetas a evidencia experimental, por ejemplo, si el teorema es correcto cada partícula debe tener exactamente la misma masa y tiempo de vida que su antipartícula. Actualmente esta bastante firme el teorema de CPT pero el descubrimiento de la violación de CPT rompería la noción del mundo científico como lo conocemos.

En esta sección hemos hablado brevemente de las simetría y sus implicaciones en las interacciones fundamentales, esto sera de gran importancia cuando realicemos nuestro cálculo pues ocuparemos algunos resultados que son evidentes gracias al estudio de las simetrías.

1.2. Electrodinámica cuántica

La electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés) es la teoría de interacciones mejor estudiada y más exitosa en la historia de la física de partículas. En esta sección vamos a estudiar de manera breve los fundamentos de esta teoría y discutiremos el proceso de cálculo conocido como el método de los diagramas de Feynman, enfocándonos en las interacciones de electrodinámica.

1.2.1. Densidad lagrangiana

La densidad lagrangiana en QED puede hallarse de forma sencilla imponiendo como exigencia la invarianza de norma a la densidad lagrangiana de un fermión libre con carga eléctrica $q = e$, es decir se impone que haya invarianza ante transformaciones de norma o locales bajo el grupo de norma unitario $U(1)$. Una transformación de norma es una transformación en la cual el parámetro del que depende la transformación es una función de las coordenadas del espacio y del tiempo. Sea \mathcal{L} la densidad lagrangiana del fermión libre:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi. \quad (1.13)$$

De manera más concreta queremos que \mathcal{L} sea invariante bajo una transformación de norma de forma que el campo cambie de la siguiente manera:

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x). \quad (1.14)$$

Para tener invarianza de norma debemos reemplazar la derivada ordinaria por la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu. \quad (1.15)$$

Ante la transformación de norma el campo de norma debe cambiar como

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha. \quad (1.16)$$

De este modo se obtiene la densidad lagrangiana para QED

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.17)$$

donde $F^{\mu\nu}$ es el tensor electromagnético. Obtengamos ahora las ecuaciones de Euler-Lagrange para esta densidad lagrangiana. La ecuación de Euler-Lagrange para el campo fermiónico ψ es:

$$0 = \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}, \quad (1.18)$$

$$0 = i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi - (-e\gamma_\mu A^\mu\psi), \quad (1.19)$$

$$e\gamma_\mu A^\mu\psi = i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi. \quad (1.20)$$

$$(1.21)$$

Esta es la ecuación de evolución temporal de la teoría electromagnética. Donde la parte final de la derecha es por supuesto la ecuación de Dirac y el término final de la izquierda representa la interacción con el campo electromagnético.

Ahora las ecuacion de Euler-Lagrange para el campo A^μ :

$$0 = \partial_\nu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu A_\mu)} \right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A_\mu}, \quad (1.22)$$

$$0 = \partial_\nu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - (-e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi), \quad (1.23)$$

$$= \partial_\nu F^{\nu\mu}, \quad (1.24)$$

en donde al igualar a cero el lado derecho de la tercera ecuación se obtiene la ecuación de Dirac, mientras que el término de la izquierda $j_\mu = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ es conocido como la densidad de corriente del campo fermiónico.

1.2.2. Diagramas de Feynman en QED

La electrodinámica cuántica es la primera, la más simple y la más exitosa de las tres teorías de las interacciones fundamentales. Fundamentalmente todos los proceso de QED se obtienen de la interacción esquematizada por el diagrama de Feynman de la Figura 1.1.

El diagrama de la Figura 1.1 nos muestra un electrón entrante, que emite (o absorbe) un fotón y como resultado sale otro electrón. En este ejemplo hemos usado un electrón pero es válido para cualquier fermion con carga eléctrica, como los el muón, el tau y los quarks. Para estudiar algún proceso determinado, se utiliza la interacción de la Figura 1.1 y se construye orden por orden en teoría de perturbaciones los diagramas de Feynman del proceso.

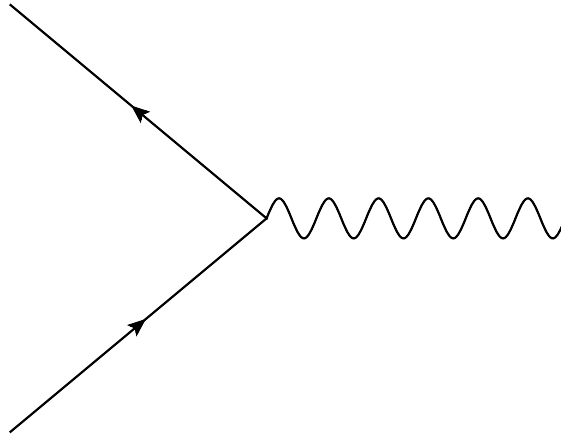


Figura 1.1: Interacción fundamental de QED.

Por ejemplo, en la Figura 1.2 se muestra uno de los diagramas que contribuyen al llamado proceso de dispersión de Moller $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ al nivel más bajo de teoría de perturbaciones, o nivel de árbol. En este proceso se tienen dos electrones entrantes y como resultado de la colisión se obtienen dos electrones salientes. Este proceso se lleva a cabo por el intercambio de un fotón. La dispersión de Moller no es más que lo que clásicamente entendemos como la repulsión de Coulomb, que es la interacción entre dos electrones.

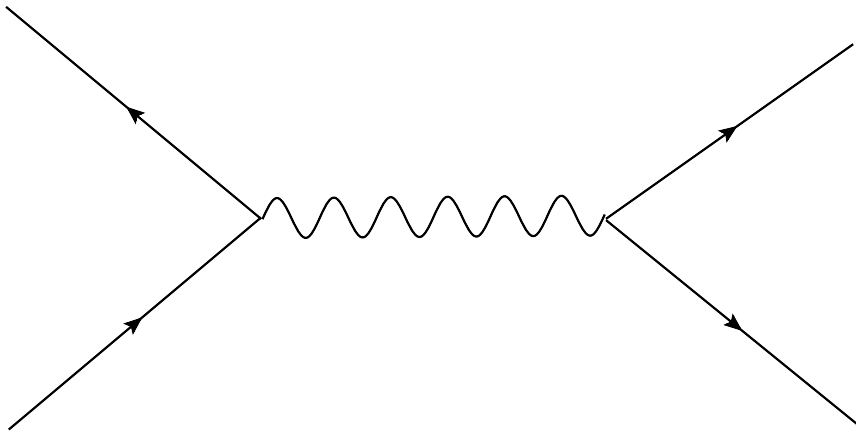


Figura 1.2: Diagrama de Feynman a nivel de árbol para la dispersión de Moller.

En los diagramas de Feynman, el eje vertical representa el eje temporal. Las líneas rectas se llaman líneas fermiónicas y cuando la flecha de la línea fermiónica apunta en dirección contraria a la dirección temporal decimos que representa a una antipartícula, en este caso un antipartícula fermiónica, mientras que las líneas con flechas que señalan en dirección a favor de la dirección temporal representan a las partículas. El fotón y en general los bosones de norma se representan por una línea ondulada y como el foton es su propia antipartícula no necesita una flecha.

Podemos manipular el diagrama de la dispersión de Moller para obtener un nuevo diagrama, como se ve en la Figura 1.3.

En este nuevo diagrama podemos ver como un par electrón-positrón se aniquilan para formar un fotón, el cual crea un nuevo par electrón positrón; esto representa la interacción entre dos cargas

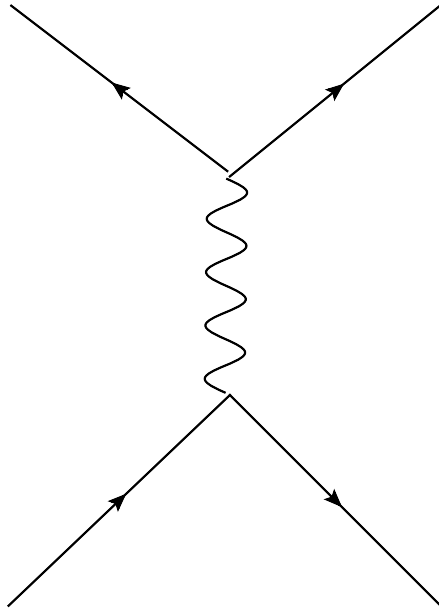


Figura 1.3: Diagrama de Feynman a nivel de árbol para la Dispersión de Bhabha.

opuestas y se conoce como la dispersión de Bhabha.

Como su nombre lo indica, los diagramas de Feynman se conocen así en honor a Richard Feynman, quien los introdujo para realizar un cálculo de un proceso mediante una forma muy simple, sin necesidad de conocer la teoría cuántica de campos. Algunos puntos importantes a tener en cuenta son:

- Los diagramas de Feynman no representan lo que está pasando en una reacción, sino que son solo una forma cualitativa de representar los procesos que ocurren mediante las interacciones fundamentales.
- Junto a los diagramas de Feynman también se introdujo el concepto de las reglas de Feynman, las cuales nos ayudan a calcular la amplitud del proceso, lo que nos permite calcular las cantidades que podemos medir en los experimentos y así confirmar que la teoría es correcta.
- Podemos agregar más vértices internos a los diagramas de la dispersión de Moller y aún así vamos a tener las mismas líneas externas, entonces podemos intuir que las líneas internas no determinan la interacción, pues representan partículas que no podemos observar cuando se realizan las mediciones en el laboratorio.
- Solo las líneas externas representan partículas reales, las cuales pueden ser observadas experimentalmente, mientras que las líneas internas corresponden a partículas virtuales que representan el mecanismo por el cual ocurre la reacción.
- Cuando encontramos estructuras cerradas en las líneas internas (como triángulos, círculos y cajas) decimos que tenemos un lazo (loop), y clasificamos a los diagramas de Feynman de acuerdo a la cantidad de lazos que tienen. Entonces tenemos diagramas a nivel de un lazo, dos lazos, etc.
- Para analizar cualquier reacción en concreto debemos calcular la amplitud de transición mediante las reglas de Feynman. El proceso a seguir en cualquier cálculo mediante el método de diagramas de Feynman es como sigue:

1. Primero debemos dibujar todos los diagramas que tengan las líneas externas correspondientes al proceso que estamos analizando, uniendo estas líneas mediante los vértices de interacción.
2. Se construyen todos los diagramas de Feynman a cada nivel de teoría de perturbaciones (árbol, un lazo, dos lazos, etc.) de acuerdo a la precisión que deseamos tener en el cálculo. Usualmente es suficiente con calcular la amplitud dada por los diagramas de Feynman de nivel de árbol ya que QED es una teoría perturbativa y los diagramas de un lazo o más lazos dan una contribución más pequeña a la amplitud de transición.
3. Una vez que se tienen los diagramas, se calcula la contribución de cada diagrama a la amplitud de transición haciendo uso de las reglas de Feynman.
4. Luego sumamos todas las contribuciones de los diagramas pertinentes y así obtenemos la amplitud que describe el proceso que estamos analizando al orden de teoría de perturbaciones que consideramos conveniente.

En primera instancia se puede pensar que si las líneas internas no determinan el proceso a calcular, el cálculo de cualquier proceso debe ser un dolor de cabeza pues en principio habría un número infinito de diagramas ya que podemos agregar cuantos vértices queramos, pero por fortuna cada vértice lleva consigo un factor de la constante de estructura fina $\alpha = \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) = \frac{1}{137}$, la cual tiene un valor muy pequeño y claramente entre más vértices tenga el diagrama, más pequeña va a ser su contribución a la amplitud de transición. Así que dependiendo de la exactitud que necesitemos en nuestro caso en particular podemos ignorar los diagramas a partir de cierto orden. En QED casi siempre bastará con solo considerar hasta cuatro vértices para que la aproximación sea fiable, y en específico para el estudio que haremos en este trabajo vamos a tomar en cuenta solo los diagramas a nivel de un lazo ya que la contribución a nivel de árbol no existe.

Repasemos rápidamente el papel de la constante de estructura fina en todo esto. La constante de estructura fina es una constante adimensional que caracteriza la intensidad de la interacción electromagnética entre partículas con carga eléctrica, por lo que es vital agregarla cada vez que tenemos un vértice en nuestro diagrama .

Capítulo 2

Método de diagramas de Feynman

En este capítulo presentaremos las reglas de Feynman en QED y discutiremos el proceso para la obtención de la sección eficaz de dispersión de un proceso en general, poniendo énfasis en las variables de Mandelstam, las cuales son de gran importancia para procesos de dispersión a dos cuerpos. También discutiremos brevemente el método de reducción de Passarino-Veltman para el cálculo de diagramas de Feynman a nivel de un lazo.

2.1. Reglas de Feynman en QED

Recordemos primero que la solución para la ecuación de Dirac de un electrón y positrón libres con 4-momento $p = (E, \vec{p})$, en el sistema natural de unidades, está dada por ondas planas:

$$\psi(X) = ae^{-(i)p \cdot x} u^{(s)}(p), \quad (2.1)$$

$$\psi(X) = ae^{(i)p \cdot x} v^{(s)}(p), \quad (2.2)$$

$$(2.3)$$

respectivamente. Aquí $s = 1, 2$ para considerar ambos estados de espín y los espinores $u^{(s)}$ y $v^{(s)}$ satisfacen las ecuaciones de Dirac en el espacio de momento:

$$0 = (\gamma^\mu p_\mu - m)u, \quad (2.4)$$

$$0 = (\gamma^\mu p_\mu + m)v, \quad (2.5)$$

$$(2.6)$$

mientras que los espinores adjuntos satisfacen

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma^0, \quad (2.7)$$

$$\bar{v} = v^\dagger \gamma^0, \quad (2.8)$$

$$0 = \bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - m), \quad (2.9)$$

$$0 = \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + m). \quad (2.10)$$

$$(2.11)$$

Ambos son ortogonales y están normalizados como

$$\bar{u}^{(1)}u^{(2)} = 0, \quad (2.12)$$

$$\bar{v}^{(1)}v^{(2)} = 0, \quad (2.13)$$

$$\bar{u}u = 2m, \quad (2.14)$$

$$\bar{v}v = -2m, \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

además de satisfacer las relaciones de completitud

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + m), \quad (2.17)$$

$$\sum_{s=1,2} v^{(s)} \bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - m). \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

En principio se debe tomar el promedio sobre los estados de espín de los electrones y positrones, en cuyo caso no importa que estos no se encuentren en estados puros de espín up o down, pero realmente solo se necesita la completitud. En caso de que los estados de espín estén determinados debemos utilizar los espinores debidos.

En cuanto al fotón libre, éste tiene un 4-momento $p = (E, \vec{p})$, con energía $E = |\vec{p}|$, y la solución de las ecuaciones de Maxwell son ondas planas:

$$A^\mu(X) = a e^{-(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon_{(s)}^\mu, \quad (2.20)$$

donde $s = 1, 2$ para ambos estados de espín o polarizaciones del fotón, y los vectores de polarización $\epsilon_{(s)}^\mu$ satisfacen la condición de transversalidad derivada de la condición de fijación de la norma de Lorenz:

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0, \quad (2.21)$$

además de ser ortogonales y estar normalizados como:

$$\epsilon_{(1)}^{\mu*} \epsilon_{\mu(2)} = 0, \quad (2.22)$$

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = 1. \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

En cuanto a la norma de Coulomb, el vector de polarización debe satisfacer

$$\epsilon^0 = 0, \quad (2.25)$$

$$\epsilon \cdot \mathbf{p} = 0, \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

y los trivectores de polarización obedecen la relación de completitud:

$$\sum_{s=1,2} (\epsilon_{(s)})_i (\epsilon_{(s)}^*)_j = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j. \quad (2.28)$$

Las reglas de Feynman se obtienen de la densidad lagrangiana de electrodinámica empleando la solución de ondas planas para los campos. En seguida enumeraremos las reglas de Feynman que se deben aplicar a los diagramas de Feynman de un proceso determinado para obtener la amplitud de transición, es específico las hemos analizado como se hace en [2]:

1. Empezamos por establecer una notación adecuada. Como cada línea de los diagramas de Feynman corresponde a una partícula, se asigna un 4-momento a cada línea. Para las líneas externas utilizaremos la siguiente notación genérica para los 4-momentos p_1, p_2, \dots, p_n junto con los correspondientes estados de espín s_1, s_2, \dots, s_n ; para las líneas internas utilizamos q_1, q_2, \dots, q_m .
2. Flujo fermiónico: se asigna una flecha de dirección del flujo fermiónico para los fermiones: para los fermiones entrantes la flecha de flujo fermiónico se dirige en dirección del flujo de 4-momento (entrando al vértice) mientras que para los antifermiones entrantes la flecha de flujo

fermiónico se dirige en sentido contrario al flujo de 4-momento (saliendo del vértice). Una situación similar se da para los fermiones salientes en cuyo caso la flecha de flujo fermiónico va en sentido del flujo de 4-momento y sale del vértice, mientras que para los antifermiones salientes la flecha va en sentido contrario a la dirección del 4-momento y entra al vértice. En cuanto a las líneas fermiónicas internas, se sigue la misma dirección del flujo fermiónico ya determinado por las líneas externas.

3. Conservación de 4-momento: una vez determinada la dirección del flujo fermiónico, para el fotón no se utiliza una flecha pero por convención se elige una dirección para su 4-momento. En el caso de fotones entrantes el 4-momento entra al vértice y en el caso el 4-momento sale del vértice. En el caso de fotones virtuales se puede elegir cualquier dirección para el 4-momento pero este se debe conservar en cada vértice, lo que determina el 4-momento de las líneas internas en función de los 4-momentos de las líneas externas.
4. Líneas externas: al aplicar las reglas de Feynman se deben seguir las líneas fermiónicas en sentido contrario a la dirección del flujo fermiónico y por cada elemento (línea o vértice) del diagrama se va colocando un objeto matemático. En cuanto a las líneas de fotones externos no es necesario seguir alguna dirección específica. Las líneas externas contribuyen con los siguientes factores:

Partícula	Dirección en el tiempo	Factor
electrón	entrante	\mathbf{u}
electrón	saliente	$\bar{\mathbf{u}}$
positrón	entrante	$\bar{\mathbf{v}}$
positrón	saliente	\mathbf{v}
fotón	entrante	ϵ^μ
fotón	saliente	$\epsilon^{\mu*}$

5. Vértices: cada vértice como el de la Figura 1.1 del capítulo 1 contribuye el siguiente factor

$$ie\gamma^\mu, \tag{2.29}$$

donde e es la constante de acoplamiento de QED que no es otra cosa que la carga eléctrica del positrón, la cual se puede escribir en términos de la constante de estructura fina como:

$$e = \sqrt{4\pi\alpha}. \tag{2.30}$$

6. Propagadores: cada línea interna contribuye un factor que es diferente para fermiones y fotones.

Para los fermiones como el electrón se tiene:

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + m)}{q^2 - m^2}. \tag{2.31}$$

Para los fotones se tiene:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}. \tag{2.32}$$

7. Conservación de la energía y el momento. Las reglas de Feynman se aseguran de que se cumpla la conservación de la energía y momento en cada vértice y por lo tanto en el diagrama completo. Para cada vértice, escribimos una función delta de la forma:

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3), \tag{2.33}$$

donde los k_i son los 4-momentos de las tres partículas que conforman el vértice, siempre respetando la conservación del momento. Si la flecha de la línea sale del vértice entonces el signo de k_i debe ser negativo.

8. Integración en cada lazo. En los diagramas de Feynman con lazos, la conservación de 4-momento en cada vértice no determina todos los 4-momentos de las líneas internas y se tiene un 4-momento indeterminado en alguna de las líneas de cada lazo. La regla de Feynman establece que debemos integrar sobre el 4-momento arbitrario, es decir para cada momento interno q arbitrario escribimos el siguiente factor y luego integramos

$$\frac{d^4q}{(2\pi)^4}. \quad (2.34)$$

9. Función delta de Dirac. En este punto nuestra expresión para la amplitud incluirá un factor correspondiente a la conservación general de momento y energía:

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n). \quad (2.35)$$

Este factor puede omitirse pues solo establece que se conserva el 4-momento en todo el proceso que estamos estudiando.

2.2. Sección eficaz

En el laboratorio solo tenemos tres formas de analizar las interacciones entre partículas: estados ligados, dispersión y decaimientos. Como ya sabemos el objetivo de este trabajo es estudiar la dispersión de luz por luz, por lo que solo nos interesa analizar las cantidades medibles en los experimentos de dispersión.

- En el caso de las dispersiones estamos hablando de dos partículas que "colisionan" para después producir otras dos partículas.
- Podemos pensarlo como una colisión clásica, digamos que tenemos dos bolas de diferentes tamaños y lanzamos una en dirección de la otra, la sección eficaz en este caso es la sección de área transversal la cual delimita la zona en la que ocurrirá la colisión, esto es el área de sección transversal de la bola que va a ser golpeada.
- En el caso cuántico la sección eficaz es el área en la que aseguramos que el campo de una partícula interactúa con el campo de la otra partícula, es decir fuera de esta sección eficaz no ocurrirá la dispersión. La sección eficaz se denota con la letra griega σ .
- En el laboratorio se hacen colisionar dos partículas y el parámetro de interés viene siendo el área de la partícula objetivo en la que aseguramos que va a ocurrir la interacción entre ambas.
- Es claro que como siempre en el caso cuántico no es tan fácil como decir que colisionan las partículas, pues las partículas tienen un comportamiento ondulatorio, si no más bien que a menor distancia mayor es la interacción y mayor la probabilidad de que ocurra la dispersión.
- La sección eficaz depende directamente de la naturaleza de partículas involucradas en la dispersión, pues pueden tomar lugar diferentes tipos de interacciones.
- Hay dos tipos de dispersión: la elástica y la inelástica. La dispersión elástica es aquella en donde las partículas que entran son las mismas que salen (no las mismas realmente pero como nos distinguimos entre dos partículas del mismo tipo importa poco), y las inelásticas son aquellas donde la energía es suficientemente alta para generar otros tipos de partículas, es decir las dispersiones inelásticas son aquellas en las que las partículas finales no son las mismas que al inicio.
- La dispersión de luz por luz $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$ es una dispersión elástica.

Hablemos ahora de como podemos empezar a calcular la sección eficaz en función de los parámetros del problema. Supongamos que una partícula cualquiera en su trayectoria se encuentra con algún tipo de potencial y sale deflectada con cierto ángulo θ , este ángulo es una función del parámetro de impacto b , la distancia por la cual la partícula incidente no alcanza el centro de dispersión del potencial si hubiera continuado con su trayectoria inicial. Normalmente entre más pequeño es b la dispersión es más grande, pero la función $\theta(b)$ depende del potencial en particular.

Si la partícula pasa con un parámetro de impacto entre $b + db$, saldrá deflectada por un ángulo $\theta + d\theta$, o lo que es lo mismo, si la partícula pasa por un área infinitesimal $d\sigma$ se va a deflectar un ángulo sólido correspondiente $d\Omega$. Naturalmente si hacemos $d\sigma$ más grande también se hace más grande $d\Omega$, es decir son proporcionales, el factor de proporcionalidad se llama sección transversal de dispersión diferencial:

$$d\sigma = D(\theta)d\Omega. \quad (2.36)$$

En un principio $d\sigma$ depende del ángulo azimutal ϕ , pero la mayoría de los potenciales de interés (incluyendo el electromagnético, que es el único que nos interesa para este trabajo) son de simetría esférica, en cuyo caso la sección transversal diferencial depende solo de θ o si lo preferimos de b . Es importante mencionar que el nombre sección transversal diferencial es una mala elección de palabras ya que en el sentido matemático estricto este no es un diferencial, realmente este nombre es más adecuado para $d\sigma$ pero la convención popular es otra.

Finalmente la sección eficaz total es la integral de $d\sigma$ sobre todos los ángulos sólidos

$$\sigma = \int d\sigma = \int D(\theta)d\Omega. \quad (2.37)$$

Este es un ejemplo muy general, en la siguiente sección veremos la forma general para las sección eficaz de dispersión en QED.

2.2.1. La regla dorada

Para calcular cualquier cantidad relevante para cualquier proceso se requiere la amplitud del proceso \mathcal{M} y el espacio fase disponible. La amplitud contiene toda la información dinámica del problema, y se calcula evaluando los diagramas de Feynman pertinentes con las reglas de Feynman apropiadas para la interacción en cuestión. El factor espacio fase por otro lado solo proporciona información cinemática, depende de las masas, energías y momentos de las partículas que interactúan, y refleja que es más probable que un suceso ocurra entre haya más "espacio disponible" en el estado final. Por ejemplo en un decaimiento donde una partícula muy pesada decae en varias partículas ligeras en comparación tenemos un factor de espacio fase mas grande, ya que hay muchas opciones para el estado final de la interacción. En contraste el decaimiento de una partícula ligera conlleva un factor de espacio fase pequeño pues casi no hay masa de sobra para que ocurra el decaimiento.

La tasa de transición para un proceso dado está determinada por la amplitud y el espacio fase de acuerdo a la regla dorada de Fermi, como se muestra en [2]:

$$tasadetransicion = 2\pi|\mathcal{M}| \times (\text{espaciofase}). \quad (2.38)$$

La regla dorada para las dispersiones

Supongamos que las partículas 1 y 2 "colisionan" y producen las partículas 3, 4, ... ,n

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n.$$

La sección eficaz está dada por:

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \prod_{i=3}^n \frac{d^3\vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n), \quad (2.39)$$

donde $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$ es el 4-momento de i -ésima partícula, $E_i = \sqrt{m_i^2 + \vec{p}_i^2}$, y S un factor estadístico $1/j!$ por cada grupo de j partículas iguales en el estado final. Claro la función delta esta ahí para asegurar que se conservan la energía y el momento.

Esta última ecuación determina la sección eficaz para un proceso en el cual el 3-momento de la partícula 3 esta cercano al valor \vec{p}_3 en una vecindad de $d^3\vec{p}_3$ y así también para las partículas 4 hasta la partícula n . En este tipo de interacciones generalmente se estudia el ángulo con el que sale deflectada la partícula 3, en ese caso integramos sobre todos los momentos y sobre la magnitud de \vec{p}_3 ; el resultado nos da $d\sigma/d\Omega$ la sección eficaz diferencial para la dispersión de la partícula 3 al ángulo sólido $d\Omega$.

Ahora veamos el caso particular que nos interesa de una dispersión de la forma:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4.$$

En el marco de referencia del centro de masa tenemos:

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \Rightarrow \quad (2.40)$$

$$\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = E_1 E_2 + \vec{p}_1^2 \Rightarrow \quad (2.41)$$

$$(E_1 + E_2)|\vec{p}_1| = \sqrt{(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)^2 - (m_1 m_2)^2} \Rightarrow \quad (2.42)$$

$$d\sigma = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)|\vec{p}_1|} \frac{d^3\vec{p}_3 d^3\vec{p}_4}{E_3 E_4} \delta^4(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4), \quad (2.43)$$

ahora reescribimos la función delta como:

$$\delta^4(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) = \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(-\vec{p}_3 - \vec{p}_4). \quad (2.44)$$

Luego expresamos la energía de las partículas salientes en términos de \vec{p}_3 y \vec{p}_4 ($E_i = \sqrt{m_i^2 + \vec{p}_i^2}$) e integramos sobre \vec{p}_4 , lo cual ocasiona $\vec{p}_4 \rightarrow -\vec{p}_3$ y tenemos:

$$d\sigma = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)|\vec{p}_1|} \times \frac{\delta(E_1 + E_2) - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} d^3\vec{p}_3. \quad (2.45)$$

Esta vez sin embargo $|\mathcal{M}|^2$ depende de la dirección y magnitud de \vec{p}_3 , así que no podemos hacer la integración angular. Escribimos:

$$d^3\vec{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega, \quad (2.46)$$

donde $\rho = |\vec{p}_3|$ y $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$, y tenemos:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{S}{(E_1 + E_2)|\mathbf{p}_1|} \int_0^\infty |\mathcal{M}|^2 \times \frac{\delta(E_1 + E_2) - \sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \sqrt{m_4^2 + \rho^2}}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2} \sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho. \quad (2.47)$$

La integral da como resultado

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|}. \quad (2.48)$$

Aquí \vec{p}_f es la magnitud de cualquiera de los momentos de las partículas salientes y \vec{p}_i es la magnitud de los momentos de cualquiera de las partículas entrantes.

La sección eficaz tiene unidades de área cm^2 , o más conveniente debido a la escala en barns con $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$. La sección eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ se mide en barns por estereoradián (unidad de medida de ángulo sólido) o simplemente barns ya que los estereoradianes como los radianes son adimensionales. La amplitud \mathcal{M} tiene unidades que depende del número de partículas externas

involucradas: si hay n partículas externas las unidades de \mathcal{M} son de momento a la potencia $4 - n$, esto es: $[\mathcal{M}] = (m)^{4-n}$.

Para el propósito de este trabajo utilizaremos las expresiones obtenidas de la literatura ya conocidas por la comunidad científica para las amplitudes polarizadas y las secciones eficaces. Sin embargo es importante conocer como se realizan este tipo de cálculos, es por eso que hemos discutido el caso de haces no polarizados. Así mismo cuando hablemos de la contribución de las partículas del modelo estándar al proceso de dispersión de luz por luz discutiremos brevemente cómo calcular la amplitud del proceso, pero no discutiremos detalles demasiado técnicos, sino que será un proceso únicamente ilustrativo.

2.3. Variables de Mandelstam

Las variables de Mandelstam son cantidades que compilan las variables físicas de las partículas (momento y energía) en una colisión invariante de Lorentz.

Consideremos cualquier colisión del tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$. Los 4-momentos de las partículas, $p_1^\mu, p_2^\mu, p_3^\mu$ y p_4^μ , satisfacen 8 condiciones, las condiciones de capa de masa:

$$p_1^2 = m_1^2, \tag{2.49}$$

$$p_2^2 = m_2^2, \tag{2.50}$$

$$p_3^2 = m_3^2, \tag{2.51}$$

$$p_4^2 = m_4^2, \tag{2.52}$$

$$\tag{2.53}$$

y la conservación del momento total:

$$p_1^\mu + p_2^\mu = p_3^\mu + p_4^\mu. \tag{2.54}$$

En total tenemos 8 variables independientes de momento y solo tenemos 2 variables independientes invariantes de Lorentz. De todas formas por conveniencia podemos usar 3 variables que son invariantes de Lorentz definidas de la siguiente forma.

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \tag{2.55}$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2, \tag{2.56}$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2, \tag{2.57}$$

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2. \tag{2.58}$$

$$\tag{2.59}$$

Las variables s , t , y u son llamadas variables de Mandelstam en honor a Stanley Mandelstam, quien las propuso por primera vez en 1958.

Dado que las variables de Mandelstam son productos escalares, son invariantes de Lorentz: tienen el mismo valor en cualquier sistema de referencia inercial. Ahora recordando la forma del 4-momento de las partículas:

$$p_1^\mu = (E_1, \vec{p}_1), \tag{2.60}$$

$$p_2^\mu = (E_2, \vec{p}_2), \tag{2.61}$$

$$p_3^\mu = (E_3, \vec{p}_3), \tag{2.62}$$

$$p_4^\mu = (E_4, \vec{p}_4). \tag{2.63}$$

$$\tag{2.64}$$

Por conservación del momento lineal y de energía se tiene:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4, \quad (2.65)$$

$$E_1 + E_2 = E_{CM} = E_3 + E_4 \Rightarrow, \quad (2.66)$$

$$p_i^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu = (E_1 + E_2, 0) = (E_{CM}, 0), \quad (2.67)$$

$$p_f^\mu = p_3^\mu + p_4^\mu = (E_3 + E_4, 0) = (E_{CM}, 0). \quad (2.68)$$

$$(2.69)$$

Para determinar las variables de Mandelstam consideramos que para cada partícula de masa m_i y 4-momento p_i^μ se tiene

$$p_i^2 = m_i^2. \quad (2.70)$$

Otras identidades que nos pueden ser de utilidad son:

$$|\vec{p}_i| = \sqrt{E_i^2 - m_i^2}, \quad (2.71)$$

$$p_a \cdot p_b = E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = E_a E_b - |\vec{p}_a| |\vec{p}_b| \cos \theta_{ab}, \quad (2.72)$$

$$(2.73)$$

donde θ_{ab} es el ángulo entre \vec{p}_a y \vec{p}_b .

En el caso de s es más fácil ver que

$$p_1^\mu + p_2^\mu = (E_1 + E_2, 0) = (E_{CM}, 0), \quad (2.74)$$

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (E_{CM}, 0)^2 = E_{CM}^2 \Rightarrow \quad (2.75)$$

$$E_{CM} = \sqrt{s}. \quad (2.76)$$

$$(2.77)$$

Esto significa que s tiene un valor fijo y está relacionado con la energía del centro de masa. Ahora hacemos un proceso parecido para t y u .

Para t :

$$t = (p_1 - p_3)^2 \quad (2.78)$$

$$= m_1^2 + m_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 \quad (2.79)$$

$$= m_1^2 + m_3^2 - 2(E_1 E_3 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) \quad (2.80)$$

$$= m_1^2 + m_3^2 - 2(E_1 E_3 - \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{E_3^2 - m_3^2} \cos \theta), \quad (2.81)$$

$$(2.82)$$

donde θ se conoce como el ángulo de dispersión y es el ángulo en que se desvían las partículas finales de la línea de choque.

Para u puede obtenerse en términos de s y t , pero también puede escribirse explícitamente:

$$u = (p_1 - p_4)^2, \quad (2.83)$$

$$= m_1^2 + m_4^2 - 2p_1 \cdot p_4 \quad (2.84)$$

$$= m_1^2 + m_4^2 - 2(E_1 E_4 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_4) \quad (2.85)$$

$$= m_1^2 + m_4^2 - 2(E_1 E_4 + |\vec{p}_1| |\vec{p}_4| \cos \theta) \quad (2.86)$$

$$= m_1^2 + m_4^2 - 2(E_1 E_4 - \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{E_4^2 - m_4^2} \cos \theta). \quad (2.87)$$

$$(2.88)$$

2.3.1. Variables de Mandelstam para la dispersión de luz por luz

Cuando estemos realizando el cálculo para poder gráficar la sección eficaz en función de la energía del centro de masa vamos a estar trabajando con la amplitud y la sección eficaz en términos de las variables de Mandelstam, para poder gráficar solo en términos de la energía del centro de masa, debemos dejar la expresión de la sección eficaz en términos de s solamente. Para hacer esto vamos a necesitar sustituir t y u en términos de s con las relacion que dimos arriba, en concreto primero vamos a sustituir u en términos de s y t , y luego vamos a sustituir t en términos de s :

- Para u , tomamos la ecuación que relaciona a las tres variables y a las masas de las partículas, pero como estamos hablando de fotones, las masas son cero, por lo que tenemos lo siguiente:

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2, \quad (2.89)$$

$$s + t + u = 0 \Rightarrow, \quad (2.90)$$

$$u = -s - t. \quad (2.91)$$

- Para t primero vemos que:

$$E_1 = |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = E_2, \quad (2.92)$$

$$E_3 = |\vec{p}_3| = |\vec{p}_4| = E_4 \Rightarrow, \quad (2.93)$$

$$E_{CM} = E_1 + E_2 = E_3 + E_4, \quad (2.94)$$

$$E_{CM} = 2E_1 = 2E_2 = 2E_3 = 2E_4 \Rightarrow, \quad (2.95)$$

$$\frac{\sqrt{s}}{2} = E_1 = E_2 = E_3 = E_4. \quad (2.96)$$

$$(2.97)$$

Luego tomamos el desarrollo de t que hicimos para dejarlo en términos de las masas y momentos de las partículas, por lo que tenemos:

$$t = m_1^2 + m_3^2 - 2(E_1 E_3 - \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{E_3^2 - m_3^2} \cos \theta) \quad (2.98)$$

$$= -2(E_1 E_3 - \sqrt{E_1^2} \sqrt{E_3^2} \cos \theta) \quad (2.99)$$

$$= -2(E_1 E_3 - E_1 E_3 \cos \theta) \quad (2.100)$$

$$= -2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) \quad (2.101)$$

$$= -2 \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s}}{2} (1 - \cos \theta) \quad (2.102)$$

$$t = -\frac{s}{2} (1 - \cos \theta). \quad (2.103)$$

Más adelante se aplicarán estas expresiones en nuestro cálculo.

2.4. Método de reducción de Passarino-Veltman

Para los procesos de un lazo el método tradicional para lidiar con las amplitudes es la parametrización de Feynman, pero este método se vuelve muy complicado en procesos como el nuestro en donde tenemos que tratar con una gran cantidad de diagramas de Feynman, en particular con diagramas de caja cuya integración se vuelve extremadamente complicada. Entonces se vuelve necesario hacer uso de programas computacionales. Veltman y su estudiante Passarino inventaron el método que lleva sus nombres, el cual permite realizar cálculos a nivel de un lazo mediante un algoritmo que puede desarrollarse en un programa de cómputo. En general se tienen integrales del tipo

$$T^{\mu_1 \dots \mu_n} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^{\mu_1} \dots k^{\mu_n}}{D_0 \dots D_n}, \quad (2.104)$$

donde $D_i = (k + p_i)^2 - m_i^2$ y $p_0 = 0$. Este tipo de integrales pueden descomponerse en lo que se conoce como funciones escalares de uno, dos, tres y cuatro puntos. Las funciones de un punto se pueden expresar como funciones de dos puntos así que solo necesitamos funciones escalares de dos, tres y cuatro puntos.

Las funciones escalares de Passarino-Veltman están definidas como sigue:

$$A_0(m^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{k^2 - m^2}, \quad (2.105)$$

$$B_0(p^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - m_0^2)((k + p_1)^2 - m_1^2)}, \quad (2.106)$$

$$C_0(\dots) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^4 k}{(k^2 - m_0^2)((k + p_1)^2 - m_1^2)((k + p_2)^2 - m_2^2)}, \quad (2.107)$$

$$D_0(\dots) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^4 k}{(k^2 - m_0^2)((k + p_1)^2 - m_1^2)((k + p_2)^2 - m_2^2)((k + p_3)^2 - m_3^2)}. \quad (2.108)$$

Estas son las funciones de uno, dos, tres y cuatro puntos respectivamente, donde los argumentos de las funciones de tres y cuatro puntos son respectivamente:

$$(p_1^2, p_2^2, (p_1 + p_2)^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) \quad , \quad (2.109)$$

$$(p_1^2, p_2^2, p_3^2, (p_1 + p_3)^2, (p_1 + p_2)^2, (p_2 + p_3)^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2) \quad . \quad (2.110)$$

$$(2.111)$$

Casi todas las integrales tensoriales pueden reducirse a una expresión en términos de B_0 , C_0 y D_0 . Vamos a dejar claro en un pequeño ejemplo como se hace esto, pero no vamos a hacer el proceso explícito para la dispersión de luz por luz. Consideramos una integral tensorial sencilla, por así decirlo:

$$T_\mu = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k k_\mu}{((k + p_1)^2 - m_1^2)((k + p_2)^2 - m_2^2)}. \quad (2.112)$$

Haciendo una traslación del tipo $k \rightarrow k - p_1$ se tiene:

$$T_\mu = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k (k_\mu - p_{1\mu})}{(k^2 - m_1^2)((k + p_2 - p_1)^2 - m_2^2)} \quad (2.113)$$

$$= \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k k_\mu}{(k^2 - m_1^2)((k + q)^2 - m_2^2)} - p_1^\mu \left(\frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{(k^2 - m_1^2)((k + q)^2 - m_2^2)} \right) \quad (2.114)$$

$$(2.115)$$

donde $q = p_2 - p_1$, entonces

$$T_\mu = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k k_\mu}{(k^2 - m_1^2)((k + q)^2 - m_2^2)} - B_0(q^2, m_1^2, m_2^2) p_1^\mu, \quad (2.116)$$

y tenemos:

$$Aq_\mu = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k k_\mu}{(k^2 - m_1^2)((k + q)^2 - m_2^2)}, \quad (2.117)$$

pero por otro lado

$$k \cdot q = \frac{1}{2}((k + q)^2 - k^2 - q^2) \quad (2.118)$$

$$= \frac{1}{2}[(k + q)^2 - m_2^2] - (k^2 - m_1^2) + m_2^2 - m_1^2 - q^2. \quad (2.119)$$

$$(2.120)$$

Tomando esto tenemos entonces:

$$A = \frac{1}{2q^2} \frac{1}{i\pi^2} \int d^D k \left(\frac{1}{k^2 - m_1^2} - \frac{1}{(k + q)^2 - m_2^2} + \frac{m_2^2 - m_1^2 - q^2}{(k^2 - m_1^2)((k + q)^2 - m_2^2)} \right) \quad (2.121)$$

$$= \frac{1}{2q^2} (A_0(m_1^2) - A_0(m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2 - q^2) B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)), \quad (2.122)$$

$$(2.123)$$

por lo que

$$T_\mu = Aq_\mu - B_0(q^2, m_1^2, m_2^2) p_{1\mu} \quad (2.124)$$

$$= Ap_{2\mu} - (A + B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) p_{1\mu} \quad (2.125)$$

$$= -\frac{1}{2q^2} (A_0(m_1^2) - A_0(m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2 + q^2) B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) p_{1\mu} \\ + \frac{1}{2q^2} (A_0(m_1^2) - A_0(m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2 - q^2) B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) p_{2\mu}, \quad (2.126)$$

$$(2.127)$$

entonces:

$$A_0(m_1^2) - A_0(m_2^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{k^2 - m^2} - \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{k^2 - m_2^2} \quad (2.128)$$

$$= \frac{1}{i\pi^2} \int d^D k \left(\frac{1}{k^2 - m_1^2} - \frac{1}{k^2 - m_2^2} \right) \quad (2.129)$$

$$= \frac{1}{i\pi^2} \int d^D k \frac{m_1^2 - m_2^2}{(k^2 - m_1^2)(k^2 - m_2^2)} \quad (2.130)$$

$$= (m_1^2 - m_2^2) B_0(0, m_1^2, m_2^2). \quad (2.131)$$

$$(2.132)$$

Finalmente:

$$T_\mu = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k k_\mu}{((k + p_1)^2 - m_1^2)((k + p_2)^2 - m_2^2)} \quad (2.133)$$

$$= -\frac{1}{2q^2} ((m_1^2 - m_2^2) B_0(0, m_1^2, m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2 + q^2) B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) p_{1\mu} \\ + \frac{1}{2q^2} ((m_1^2 - m_2^2) B_0(0, m_1^2, m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2 + q^2) B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) p_{2\mu} \quad (2.134)$$

$$T_\mu = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2q^2} (B_0(0, m_1^2, m_2^2) - B_0(q^2, m_1^2, m_2^2)) (p_1 - p_2)_\mu \\ - \frac{1}{2} B_0(q^2, m_1^2, m_2^2) (p_1 + p_2)_\mu. \quad (2.135)$$

$$(2.136)$$

Una vez que tenemos esta expresión en términos de las funciones de Passarino-Veltman, podemos utilizar algunos paquetes de cómputo como LoopTools para realizar la evaluación numérica sin necesidad de resolver las integrales de forma explícita. Es así como se resuelven las integrales a nivel de un lazo, realmente lo que nos importa es que el resultado de la amplitud en términos de las funciones escalares, el cual es mucho más fácil de evaluar numéricamente. Además la sustitución de los productos escalares de 4-momentos por las variables de Mandelstam nos dejan con expresiones bastantes más fáciles de manejar y mucho mas breves, las cuales se pueden evaluar numéricamente de manera rápida.

Finalmente presentamos las funciones escalares de Passarino-Veltman que encontraremos en nuestro cálculo, para lo cual emplearemos la siguiente abreviación en la notación:

$$B_0(s) = B_0(s, m^2, m^2), \quad (2.137)$$

$$C_0(s) = C_0(0, 0, s, m^2, m^2, m^2), \quad (2.138)$$

$$D_0(s, t) = D_0(0, 0, 0, 0, s, t, m^2, m^2, m^2, m^2). \quad (2.139)$$

$$(2.140)$$

Como una nota rápida debemos mencionar que en las definiciones de A_0 y B_0 encontramos que las integrales se hacen en D dimensiones, esto es así por que con las integrales en cuatro dimensiones surgen divergencias ultravioletas debido a la naturaleza de las potencias de k en la integral, por eso se hacen las integrales en D dimensiones y luego de resolver la integral aplicamos el límite cuando $D \rightarrow 4$, estas funciones quedaran entonces en términos de un término que ya es finito y un término divergente, y en nuestro caso en específico (también para la mayoría de los casos en QED) para la dispersión de luz los términos divergentes se cancelaran cuando hagamos la suma de todas las contribuciones.

Capítulo 3

Modelos de extensión del modelo estándar

El modelo estándar (ME) de las partículas elementales es la teoría más exitosa de la física de partículas hasta ahora, la cual clasifica las partículas elementales y describe sus propiedades e interacciones. No obstante, como ya hemos mencionado anteriormente es una teoría incompleta que no tiene una solución a algunos problemas como la asimetría materia-antimateria, la naturaleza de los neutrinos y de la materia oscura, la cuantización de la gravedad, etc. Es por esto que se ha teorizado que el ME es solo la versión de bajas energías de otra teoría más completa que debe tener explicación para los problemas que tiene el ME. En un esfuerzo por completar el ME se han propuesto varios modelos de extensión, entre ellos se encuentran algunos que nos interesan en particular, ya que son los que podrían aportar un incremento a la sección eficaz del proceso de dispersión $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ de forma que pueda ser medida de manera directa en colisionadores electrón-positrón de altas energías futuros.

El alcance de este trabajo solo requiere que analicemos la contribución al proceso de luz por luz de las partículas teorizadas en diferentes modelos de extensión para saber que tan viable es utilizar este método para buscar dichas partículas. En particular, la dispersión de luz por luz es un proceso de gran utilidad para estudiar la contribución de nuevas partículas cargadas eléctricamente y la ventaja es que la contribución a la sección eficaz solo depende de la interacción electromagnética de partículas de distinto espín y masa, por lo que no debemos preocuparnos por las peculiaridades de cada modelo de extensión. Es por ello que solo presentaremos un muy breve repaso de cada modelo que nos interesa y cuáles son las nuevas partículas cargadas eléctricamente que predice cada modelo en particular.

3.1. Modelos de leptoquarks

Los leptoquarks como su nombre da a entender son partículas teorizadas, ya sea escalares o vectoriales, que pueden convertir quarks en leptones y viceversa. El descubrimiento de algún leptoquark sería un paso muy grande en la unificación de teorías en la física fundamental ya que este tipo de partículas son una predicción de algunos modelos de gran unificación. Esta idea nace a raíz de los resultados de la unificación de las teorías electromagnética y débil a la escala de energía de Fermi, lo que llevo a tratar de unificar todas las fuerzas a una escala de energía muy grande. Hay una gran cantidad de modelos en donde se predicen leptoquarks, en la referencia [3] podemos ver un estudio detallado de varios de estos modelos, pero como ya hemos mencionado antes no nos interesa entrar en los detalles cada teoría de leptoquarks ya que es la electrodinámica de partículas escalares o vectoriales es genérica, es decir, la contribución de una partícula escalar con carga eléctrica al proceso de dispersión de luz por luz es idéntica sin importar el modelo del

cual provienen dichos escalares. Lo mismo aplica para partículas con carga eléctrica pero distinto espín.

En este trabajo solo tomaremos en cuenta las contribuciones de partículas escalares, así que solo nos concentraremos en los leptokuarks de esta naturaleza. De acuerdo a los modelos de leptokuarks que se han estudiado en la literatura, los leptokuarks escalares pueden contar con cuatro valores de carga eléctrica: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ y $\frac{5}{3}$. Otro aspecto importante es que la masa de los leptokuarks escalares está acotada por procesos experimentales que buscan estas partículas. Actualmente la cuota inferior sobre la masa de los leptokuarks escalares está alrededor de 1 TeV, como se ve en [3].

3.2. Modelos de extensión con sector de escalar extendido

Como ya hemos visto el ME es una teoría con gran consistencia teórica y comprobada por los datos experimentales, aunque un tanto incompleta, por lo que para explicar las carencias de esta teoría se proponen nuevos modelos no solo con el fin de explicar las preguntas sin respuesta en el ME si no de indagar nuevos fenómenos. El ME como ya sabemos tiene tres sectores: el de los bosones de norma, el de los fermiones y el de el escalar de Higgs. Una de las extensiones más sencillas del ME consiste en extender el sector escalar (como los descritos en [4], de hecho nuestro objetivo es hacer un análisis similar, pero para dispersión de luz por luz) y este tipo de extensiones son las que nos interesan en nuestro trabajo ya que en este tipo de modelos se predicen nuevos escalares de Higgs con carga eléctrica, a diferencia del escalar de Higgs neutro que es remanente del doblete escalar que se introduce en el ME.

3.2.1. Características Generales

En los modelos que extienden el sector escalar del ME podemos encontrar las siguiente características generales:

- Se agregan multipletes escalares de $SU(2)$ al doblete del ME y por lo tanto aparecen nuevos bosones escalares físicos.
- No se modifica el sector de norma y por lo tanto no se predicen nuevos escalares de norma.

El interés en estos modelos de extensión surge por que además de que su estudio teórico es relativamente fácil, su fenomenología es muy rica porque predicen diversos efectos ausentes del ME. En particular se pueden señalar los siguientes aspectos de interés de los modelos con un sector escalar extendido:

- Aparecen nuevos bosones escalares físicos neutros y eléctricamente cargados: simplemente cargados, doblemente cargados, e incluso con carga superior. En este trabajo vamos a concentrarnos en los modelos con bosones escalares con carga eléctrica simple y doble.
- Permiten introducir el mecanismo de SeeSaw para generar masas pequeñas para los neutrinos en modelos con tripletes escalares (como en [18]).
- Permiten introducir simetrías de sabor.
- Dan lugar a corrientes neutras con cambio de sabor
- Predicen un candidato a materia oscura y ofrecen implicaciones en cosmología

3.2.2. El parámetro ρ

Cuando construimos un modelo con sector escalar extendido es fundamental que no haya correcciones peligrosas al parámetro ρ . A nivel de árbol en el ME se cumple:

$$\rho = \frac{m_W^2}{c_W^2 m_Z^2} = 1, \quad (3.1)$$

y experimentalmente se ha encontrado que $\rho \simeq 1$, por lo que no es buena idea construir modelos con desviaciones considerables de este parámetro debidas a correcciones radiativas.

Cuando agregamos N multipletes de Higgs con isospín T_i , hipercarga Y_i y valor de expectación del vacío (VEV) v_i , se tiene la siguiente corrección a nivel de árbol para el parámetro ρ :

$$\rho = \frac{\sum_i^N c_i (T_i(T_i + 1) - \frac{Y_i^2}{4}) v_i^2}{\sum_i^N \frac{Y_i^2 v_i^2}{2}}, \quad (3.2)$$

donde $c_i = 1/2$ para un multiplete real y $c_i = 1$ para un multiplete complejo. Solo los modelos con un sector escalar que satisface $\rho \simeq 1$ sin recurrir a suposiciones demasiado complejas son de interés fenomenológico, como los modelos con singletes, dos dobletes (como el estudiado en [17]), multiples dobletes (como el estudiado en [6]), tripletes (como el estudiado en [18] y [5]) y otros más.

3.3. Modelos con un singlete de Higgs

Los modelos de extensión con un sector escalar extendido más simple se obtienen agregando un singlete escalar S real o complejo. Estos modelos no inducen nuevas correcciones al parámetro ρ , además pueden predecir un candidato a materia oscura que interacciona solo con el bosón de Higgs del ME, más no pueden predecir nuevas fuentes de violación de CP ni corrientes neutras con cambio de sabor. Por último el singlete solo se acopla a las partículas del ME mediante la mezcla con el doblete de Higgs del ME por lo que los acoplamientos correspondientes están fuertemente suprimidos pues son proporcionales a un ángulo de mezcla.

3.4. Modelos con dos dobletes de Higgs

En estos modelos se introducen dos dobletes de Higgs ϕ_1 y ϕ_2 con hipercarga 1, y son modelos que han sido ampliamente estudiados porque el parámetro ρ obedece la relación $\rho = 1$ a nivel de árbol sí se introduce cualquier cantidad de dobletes de Higgs. El primer modelo de este tipo fue estudiado por Lee para resolver el problema de la violación de CP en decaimientos de kaones en una época en donde no se proponía el mecanismo de Cabibbo, Kobayashi y Maskawa para la mezcla de los quarks. Este tipo de modelos pueden predecir una fenomenología muy rica, en particular se predicen:

- Nuevos escalares neutros y cargados eléctricamente.
- Nuevas fuentes de violación de CP .
- Un candidato a materia oscura.
- Corrientes neutras con cambio de sabor mediadas por bosones escalares.

Otro aspecto interesante de este tipo de modelos es que se requieren para construir el sector escalar del modelo estándar mínimo supersimétrico. Hay dos variantes generales de los modelos de dos dobletes de Higgs: con y sin violación de CP

3.4.1. Sin violación de CP

Si se conserva la simetría CP en el sector escalar, los escalares neutros son eigenestados de CP : se tienen dos bosones escalares pares ante CP : h y H , y un bosón escalar impar ante CP : A . El escalar h se asocia usualmente con el escalar de Higgs del ME y el escalar H se considera más pesado. En general los modelos de dos dobletes de Higgs dan lugar a corrientes neutras con cambio de sabor pero estas pueden ser eliminadas si se introduce una simetría Z_2 que obedecen los fermiones y los dobletes de Higgs sin cambio de sabor.

3.4.2. Con Violación de CP

Si consideramos violación de CP en el sector escalar, los modelos de dos dobletes predicen tres bosones escalares neutros h_1 , h_2 y h_3 que son una mezcla de eigenestados de CP y un par de escalares cargados H^\pm . Uno de estos bosones escalares neutros corresponde al bosón de Higgs del modelo estándar y reproduce sus propiedades, lo cual impone severas restricciones a los parámetros del modelo.

Los modelos de dos dobletes de Higgs más generales permiten violación de CP explícita o espontánea. Un ejemplo de modelo de dos dobletes con violación de CP generada espontáneamente tiene el siguiente potencial escalar más general que viola suavemente la simetría Z_2

$$V(\phi_1, \phi_2) = V_{sym}(\phi_1, \phi_2) + V_{soft}(\phi_1, \phi_2), \quad (3.3)$$

donde V_{sym} respeta la simetría Z_2 , mientras que V_{soft} viola suavemente la simetría Z_2 .

Los tres bosones escalares neutros h_i son ahora una mezcla de eigenestados pares e impares ante CP y están dados en términos de los eigenestados de norma ϕ_i^0 mediante la ecuación $h_i = R_{ij}\phi_j$, donde:

$$h_i^T = (h_1, h_2, h_3), \quad (3.4)$$

$$\phi^T = \sqrt{2}(Re(\phi_1^0), Re(\phi_2^0), (s_\beta Im(\phi_1^0) - c_\beta Im(\phi_2^0))), \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

donde $\tan\beta = v_1/v_2$ y $R = R_3R_2R_1$ es una matriz de rotación que se puede parametrizar en términos de tres ángulos de Euler α_i .

La mayoría de las nuevas correcciones a las observables experimentales en los modelos que violan CP no difieren en gran medida de las predichas por los modelos de dos dobletes de Higgs que si conservan CP , las correcciones relevantes de este tipo de modelos solo se dan en aquellas observables que violan CP (ausente en el ME), a saber:

- Momentos dipolares de fermiones: eléctricos débiles, como eléctricos.
- Efectos de violación de CP en decaimientos y producción de partículas.

Debido a que hay numerosos parámetros en este tipo de modelos, existen varias versiones y en algunas de ellas aún es posible tener escalares cargados de masa muy ligera sin contradecir las cotas obtenidas de datos experimentales, como en el modelo que discutimos a continuación.

3.4.3. Modelo de dos dobletes de Higgs tipo I con un bosón cargado de Higgs ligero

Para este trabajo en particular haremos la mención del modelo de dos dobletes de Higgs de tipo-I (type-I 2HDM) estudiado en [17], en donde uno de los escalares cargados es ligero, con ligero

nos referimos a que la masa toma un valor de entre 110 GeV y 140 GeV. En [17], se hace un barrido sobre los valores de los parámetros del modelo y se encuentran las regiones en que aún puede existir un escalar cargado ligero consistentes con las cotas obtenidas de datos experimentales. En nuestro análisis numérico veremos que es importante tener la posibilidad de un escalar cargado ligero ya que esto permitiría que sus efectos en la dispersión de luz por luz pudieran ser observados experimentalmente.

3.5. Modelos con multiples dobletes de Higgs

Puesto que $\rho = 1$ a nivel de árbol si se agrega cualquier número de dobletes de Higgs, los modelos con multiples dobletes de Higgs también han sido estudiados ampliamente. Un modelo de multiples dobletes de Higgs con N dobletes de Higgs predice $N - 1$ pares de bosones escalares cargados y $2N - 1$ escalares neutros, incluyendo el bosón de Higgs del modelo estándar, que son eigenestados de CP si se conserva CP . Estos modelos están plagados de una enorme cantidad de parámetros libres, pero también permiten la introducción de un gran número de simetrías discretas de tipo abeliano en el sector escalar y de sabor, lo que reduce el número de parámetros libres. Un modelo de varios dobletes de Higgs solo puede ser fenomenológicamente viable si uno de los bosones de Higgs neutros tiene las mismas propiedades que el bosón de Higgs del ME. Para simplificar el estudio de los modelos se supone que solo se tiene un bosón escalar ligero y que los demás bosones escalares son muy pesados o que tienen acoplamientos muy suprimidos con las partículas del ME. Aunque los modelos de multiples dobletes de Higgs permiten nuevas simetrías, las contribuciones observables experimentales son similares a las de un modelo de dos dobletes de Higgs debido a esta suposición de que los escalares nuevos son muy pesados.

3.6. Modelos con tripletes de Higgs

A diferencia de los modelos con singletes o dobletes de Higgs, los modelos con tripletes de Higgs pueden producir desviaciones peligrosas a la relación $\rho = 1$ a nivel de árbol, por lo que diversos modelos con tripletes de Higgs han sido descartados, no obstante aún es posible eliminar las correcciones peligrosas al parámetro ρ si se introducen simetrías adicionales o si se hacen suposiciones adicionales.

Los modelos con tripletes de Higgs ofrecen una fenomenología muy rica también:

- Se predicen bosones escalares neutros ϕ^0 , con carga simple ϕ^\pm , y con carga doble $\phi^{\pm\pm}$.
- Los bosones escalares con carga doble tienen una fenomenología muy interesante ya que pueden decaer como $\phi^{\pm\pm} \rightarrow W^\pm W^\pm$ o $\phi^{\pm\pm} \rightarrow l^\pm l^\pm$.
- Se tienen acoplamientos no tan suprimidos como los de los modelos de dos dobletes de los bosones escalares a los bosones de norma $\phi VV (V = V, W)$.
- A nivel de árbol se predice el vértice $ZH^\pm W^\pm$, que se origina a nivel de un lazo en modelos de dos dobletes de Higgs.
- De manera natural, estos modelos permiten dotar de masa pequeña a los neutrinos mediante el mecanismo de SeeSaw, un ejemplo es el descrito en [18].

Además de que los modelos con tripletes de Higgs tienen una fenomenología muy rica, diversos modelos con un sector de norma extendido requieren un sector escalar con tripletes de Higgs. Sin embargo estos modelos también tiene características poco deseables: un gran número de parámetros libres, mayor dificultad para analizar el espectro de bosones escalares físicos (la diagonalización de la matriz de masas puede ser muy compleja), etc. En particular, existen dos modelos con tripletes de Higgs muy estudiados que aún se consideran teóricamente viables y que ofrecen una fenomenología muy interesante:

Modelos de extensión del modelo estándar
3.6 Modelos con tripletes de Higgs

- El modelo de Georgi-Machacek, en donde se invoca una simetría de los tripletes ante el grupo $SU(2)$, lo que elimina correcciones peligrosas al parámetro ρ a nivel de árbol.
- El modelo de Schechter y Valle, en donde se asume que el triplete tiene un VEV del orden de 1 GeV aproximadamente, con ello se reduce considerablemente el valor de la corrección del parámetro ρ .

Presentamos finalmente la Tabla ?? para resumir la información más importante de este capítulo.

Modelo de extensión	Partículas propuestas	Partículas de interés	Carga	Masa
Leptoquarks	$S_{1/3}, S_{2/3}, S_{4/3}, S_{5/3}$	$S_{4/3}, S_{5/3}$	$4/3, 5/3$	$> 800 \text{ GeV}$
Dos dobletes de Higgs	h, H^+, H^-	H^\pm	± 1	$> 200 \text{ GeV}$
Múltiples dobletes de Higgs	$N - 1 \times H^\pm, 2N - 1 \times H^0$	todos los H^\pm	± 1	$> 200 \text{ GeV}$
Tripletes de Higgs	$H^0, H^\pm, H^{\pm\pm}$	$H^\pm, H^{\pm\pm}$	$\pm 1, \pm 2$	$> 200 \text{ GeV}$

Tabla 3.1: Modelos de extensión y sus partículas de interés

Debemos dejar claro que las cuotas de las masas de las partículas teorizadas por los modelos de extensión pueden variar dependiendo de las cotas experimentales y el modelo en específico. Los valores que hemos dado son las cuotas inferiores que aparecen en la referencia del grupo de PDG (Particle Data Group).

Con esto termina la sección dedicada a discutir los modelos de extensión que nos interesan, en particular, hemos visto que los modelos de dobletes de Higgs predicen siempre un escalar de Higgs con carga simple H^\pm mientras que los modelos de tripletes de Higgs siempre predicen un escalar de Higgs carga simple H^\pm y escalares de Higgs de carga doble $H^{\pm\pm}$. Estas son los dos tipos de partículas escalares cargadas cuya contribución a la amplitud de la dispersión de luz por luz nos interesan. Aunque nuestra discusión ha sido un tanto breve, eso nos basta para realizar nuestro estudio. Es por esto que este ha sido un repaso resumido pero conciso de los modelos de interés, solo para aclarar qué partículas son viables para estudiar en nuestro proceso y que implicaciones de nueva física pueden tener de ser encontradas al estudiar este proceso experimentalmente.

Capítulo 4

Cálculo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el modelo estándar

La dispersión de luz por luz es un proceso que solo se induce a nivel de la electrodinámica cuántica, es decir, este proceso no ocurre en la electrodinámica clásica dado que las ecuaciones de Maxwell no dan lugar a la interacción de un fotón consigo mismo. En la electrodinámica cuántica, la dispersión de luz por luz se lleva a cabo solo a nivel de un lazo o más altos órdenes de teoría de perturbaciones mediante diagramas que incluyen partículas virtuales cargadas eléctricamente. En la referencia [15] podemos apreciar un estudio bastante completo del proceso de dispersión $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el ME.

4.1. Diagramas de Feynman a nivel de un lazo

En la electrodinámica cuántica solo se tendrían contribuciones de diagramas de caja con un electrón virtual, como se muestra en la Figura 4.1.

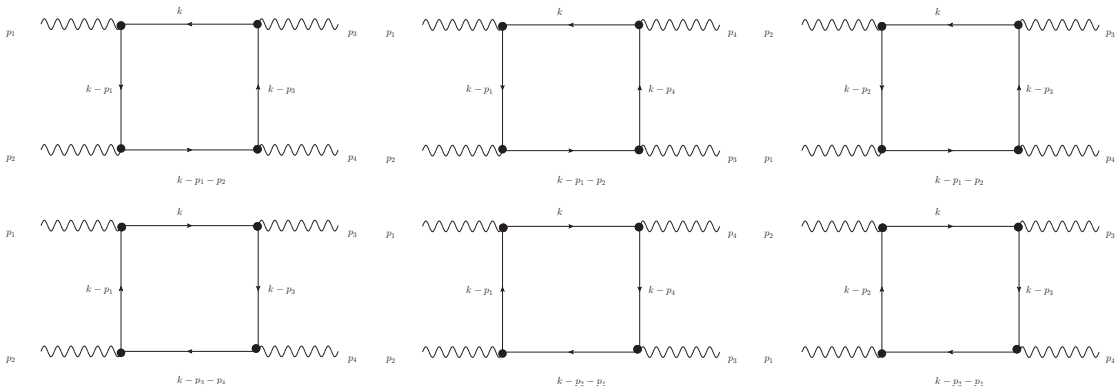


Figura 4.1: Diagramas de caja para contribución fermionica a la dispersión de luz por luz.

Si se considera el modelo estándar, se deben considerar la contribución de todos los leptones cargados y de los quarks, cuyos diagramas de Feynman son similares a los del electrón y cuya sección eficaz solo difiere por un factor debido a la carga eléctrica de cada partícula fermiónica.

Cálculo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el modelo estándar
4.1 Diagramas de Feynman a nivel de un lazo

Además se tiene la contribución del bosón de norma débil cargado W , que se muestra en la Figura 4.2.

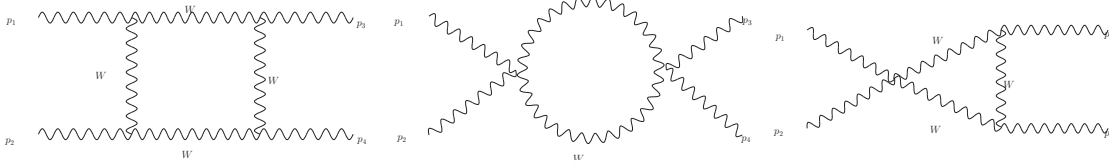


Figura 4.2: Diagramas de un loop para la contribución del bósón W a la dispersión de luz por luz en la norma unitaria.

En general, los diagramas de Feynman que contribuyen a proceso se clasifican en las contribuciones de los fermiones, los bosones de norma y los escalares cargados. Para los lazos de fermiones solo tenemos diagramas de caja, para los lazos de bosones de norma cargados se tienen diagramas son de burbuja, triangulares y de caja, como en la Figura 4.2, para los escalares cargados se tienen diagramas de Feynman idénticos a los de los bosones de norma cargados, solo que se sustituye el bosón de norma por el escalar cargado, que se denota con líneas segmentadas. Los diagramas de Feynman y en particular los tipos de lazos que se tienen para cada partícula se debe a las reglas de Feynman, por ejemplo los fermiones solo pueden formar lazos de caja en este proceso puesto que en QED no hay un vértice con dos fotones y dos fermiones. Algunos detalles adicionales que podemos comentar acerca de los diagramas de Feynman son los siguientes:

- Para los fermiones cargados (Figura 4.1) Podemos ver que solo tenemos un tipo de lazo, el de caja, y también el mismo lazo con la dirección del flujo fermiónico invertido. Además podemos ver en la Figura 4.1 que hay distintos diagramas de Feynman que se obtienen intercambiando los fotones externos del vértice de la caja, lo cual se debe a que los fotones son partículas idénticas y se deben considerar todos los diagramas en donde se intercambian los fotones. En total hay 6 diagramas de Feynman para la contribución de un fermión cargado.
- Para el bósón de norma cargado W y en general para cualquier bosón de norma cargado o escalar cargado (Figura 4.2) se tienen tres tipos de lazos. En esta caso también deben considerarse todos los diagramas de Feynman en donde se intercambian los fotones pero en la Figura 4.2 solo mostramos los diagramas representativos. Se puede concluir que en total hay 9 diagramas de Feynman para la contribución de un bosón de norma cargado o escalar cargado.

4.2. Amplitud de transición

En esta sección discutiremos algunos aspectos de cómo se construye la amplitud del proceso de dispersión de luz por luz y que pasos hay que seguir para obtener una forma adecuada de dicha amplitud para poder manejarla computacionalmente. Para ello se emplearán algunas consideraciones de simetría que harán nuestro trabajo más fácil, en la referencia [7] podemos ver estas consideraciones de manera mas detallada. Como nuestro propósito es analizar las contribuciones de escalares cargados predichos por modelos de extensión no vamos a analizar a fondo el proceso de la construcción de la amplitud y de la sección eficaz, si no que daremos una idea de los pasos a seguir evitando presentar detalles engorrosos. Dado que el cálculo es extremadamente laborioso, nosotros nos hemos contentado con emplear los resultados que han sido publicadas por diversos autores en la literatura para la contribución de partículas escalares cargadas a la dispersión de luz por luz a nivel de un lazo.

En primera instancia vamos a analizar las consideraciones de simetría que facilitarán de manera considerable nuestro cálculo. Teniendo en cuenta la polarización de los cuatro fotones, la amplitud total se puede escribir como:

$$\mathcal{M}_{\mathcal{T}} = \epsilon^\eta(k_1, \lambda_1)\epsilon^\mu(k_2, \lambda_2)\epsilon^{*\nu}(k_3, \lambda_3)\epsilon^{*\rho}(k_4, \lambda_4)\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho} = \epsilon_1^\eta\epsilon_2^\mu\epsilon_3^{*\nu}\epsilon_4^{*\rho}\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho}, \quad (4.1)$$

donde $\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho}$ es el tensor de dispersión de luz por luz, el cual es una función de los cuatrimomentos de los cuatro fotones. Por ahora no presentaremos su forma explícita sino que hablaremos de las simetrías del proceso para deducir algunas relaciones que nos facilitarán el cálculo. Si escribimos los argumentos del tensor con los signos que corresponden a las direcciones de cada uno de los fotones tenemos $\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho}(p_1, p_2, -p_3, -p_4)$. Esta función es simétrica con respecto al intercambio de cualquiera de sus argumentos (incluyendo los índices) por simetría de Bose. Además, debido a invarianza de norma electromagnética, la amplitud de transición es invariante bajo la transformación $\epsilon \rightarrow \epsilon + ap$ donde $a = cte$, por lo que se cumple:

$$p_1^\eta\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho} = p_2^\mu\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho} = p_3^\nu\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho} = p_4^\rho\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho} = 0, \quad (4.2)$$

y también se cumple que $\mathcal{M}_{\eta\mu\nu\rho}(0, 0, 0, 0) = 0$.

Para calcular la amplitud invariante mediante el método de amplitudes de helicidad es recomendable fijar la norma para los 4-vectores de polarización:

$$\epsilon_i^\mu = (0, e_i), \quad (4.3)$$

donde $i = 1, 2, 3, 4$. Entonces los únicos términos que contribuyen a la amplitud total son:

$$\mathcal{M}_{\mathcal{T}} = \epsilon_{1i}\epsilon_{2k}\epsilon_{3l}^*\epsilon_{4m}^*\mathcal{M}_{iklm}, \quad (4.4)$$

aquí los índices corresponden a vectores espaciales. Tomando en cuenta las dos polarizaciones individuales de cada fotón como polarizaciones circulares girando en sentidos opuestos, es decir con estado de helicidad con $\lambda = \pm 1$, y después de sumar sobre las helicidades se tiene:

$$\mathcal{M}_{iklm} = \sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^2 \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}\epsilon_i(p_1, \lambda_1)\epsilon_k(p_2, \lambda_2)\epsilon_l^*(p_3, \lambda_3)\epsilon_m^*(p_4, \lambda_4), \quad (4.5)$$

donde las $\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ son $4^2 = 16$ funciones que llamamos amplitudes polarizadas y están dadas en términos de las variables de Mandelstam por conveniencia. Ahora veamos que relaciones podemos obtener entre ellas.

Como las helicidades son escalares tridimensionales, la inversión espacial solo cambiará su signo, por lo tanto para que se cumpla la invariancia ante transformaciones de paridad tenemos:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = \mathcal{M}_{-\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4}(s, t, u). \quad (4.6)$$

De forma similar la inversión temporal intercambia los fotones iniciales con los finales sin afectar la helicidad, por lo que para que se cumpla la invariancia temporal se tiene:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = \mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4\lambda_1\lambda_2}(s, t, u). \quad (4.7)$$

También podemos intercambiar simultáneamente los dos fotones iniciales y los dos finales, y las variables de Mandelstam permanecerán invariantes, esto es fácil de ver directamente de las definiciones que dimos de dichas variables:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = \mathcal{M}_{\lambda_2\lambda_1\lambda_4\lambda_3}(s, t, u). \quad (4.8)$$

Como consecuencia de estas consideraciones, solo se tienen cinco amplitudes polarizadas independientes:

$$\begin{aligned} &\mathcal{M}_{++++}, \\ &\mathcal{M}_{++--}, \\ &\mathcal{M}_{+-+-}, \\ &\mathcal{M}_{+--+}, \\ &\mathcal{M}_{++++-}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

Ahora tomemos en cuenta la simetría de cruzamiento, así podemos convertir el canal s en canal t haciendo los cambios $p_2 \leftrightarrow -p_3$ y $\lambda_2 \leftrightarrow -\lambda_3$, análogamente podemos transformar el canal s en el canal u con los cambios $p_2 \leftrightarrow -p_4$ y $\lambda_2 \leftrightarrow -\lambda_4$. Esto se traduce en las amplitudes polarizadas de la siguiente forma:

$$\mathcal{M}_{++++}(t, s, u) = \mathcal{M}_{+--+}(s, t, u), \quad (4.10)$$

$$\mathcal{M}_{++++}(u, t, s) = \mathcal{M}_{+-+-}(s, t, u). \quad (4.11)$$

Además, \mathcal{M}_{++--} y \mathcal{M}_{++++-} son completamente simétricas en las variables de Mandelstam, entonces tomando en cuenta la simetría de paridad, la simetría de inversión temporal, la simetría de cruce y la invariancia de las variables de Mandelstam ante el cambio entre los fotones de cada lado del diagrama, tenemos que de las 16 amplitudes polarizadas 13 pueden darse en términos de las siguientes tres :

$$\begin{aligned} &\mathcal{M}_{++++} \quad , \\ &\mathcal{M}_{++++-} \quad , \\ &\mathcal{M}_{++--} \quad , \end{aligned} \quad (4.12)$$

Las demás amplitudes están dadas de la siguiente manera como se ve en las referencias [9] y [10]:

$$\mathcal{M}_{\pm\mp\mp\pm}(s, t, u) = \mathcal{M}_{\pm\mp\pm\pm}(s, t, u) = \mathcal{M}_{\pm\mp\mp\mp}(s, t, u) \quad (4.13)$$

$$= \mathcal{M}_{----+}(s, t, u) = \mathcal{M}_{++++-}(s, t, u), \quad (4.14)$$

$$\mathcal{M}_{\pm\mp\mp\pm}(s, t, u) = \mathcal{M}_{++++}(t, s, u), \quad (4.15)$$

$$\mathcal{M}_{----+}(s, t, u) = \mathcal{M}_{++--}(s, t, u), \quad (4.16)$$

$$\mathcal{M}_{\pm\mp\pm\mp}(s, t, u) = \mathcal{M}_{++++}(u, t, s), \quad (4.17)$$

$$\mathcal{M}_{----}(s, t, u) = \mathcal{M}_{++++}(s, t, u). \quad (4.18)$$

Es de vital importancia notar que el análisis que hemos hecho para deducir estas relaciones es independiente del tipo de lazo que tengamos ya que solo hemos hablado de las simetrías que cumplen las partículas externas del proceso, entonces podemos concluir con seguridad que estas relaciones aplican para todas las partículas cargadas que pueden contribuir a la amplitud, como los bosones de norma, los fermiones y los escalares cargados.

Ahora vamos a empezar a analizar el proceso de la obtención de la amplitud para el primer, tercer y quinto diagrama de Feynman de la Figura 4.1 (contando de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha). Estos diagramas son en específico de lazos fermiónicos, pero el proceso es análogo para los diagramas con bosones de norma o escalares cargados. Para los lazos fermiónicos solo tenemos seis diagramas de Feynman pero el primero, tercero, y quinto tienen un compañero, que es el mismo diagrama con el lazo fermiónico fluyendo en dirección contraria, pero por simetría estos diagramas aportan la misma contribución que su compañero por lo que solo debemos calcular el primero, tercero y quinto, y multiplicar su contribución por dos. Con esto tenemos entonces la contribución completa de un solo fermión.

$$\mathcal{M}_T = 2(\mathcal{M}_s + \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u), \quad (4.19)$$

donde \mathcal{M}_s , \mathcal{M}_t y \mathcal{M}_u denotan a los diagramas 1, 3 y 5 respectivamente.

Para construir la amplitud vale la pena recordar los pasos necesarios:

1. Asociamos un momento a cada línea externa, que en este caso son todas fotones, e indicamos la dirección positiva a través de una flecha. Este paso ya lo hemos dejado claro con los diagramas de Feynman de la Figura 4.1.
2. Las líneas fotónicas externas aportan un factor de polarización: ϵ_μ para los fotones que entran, y ϵ_μ^* para los fotones que salen.
3. Cada vértice contribuye un factor de la forma $iQ_f e \gamma^\mu$, con Q_f es la carga eléctrica del fermión en unidades de e .
4. Cada línea fermiónica contribuye con un propagador de la forma:

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + m_f)}{q^2 - m^2}. \quad (4.20)$$

5. Para cumplir con las leyes de conservación de la energía y el momento, en cada vértice debemos escribir una función delta como sigue:

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3). \quad (4.21)$$

6. Integramos sobre el momento interno indeterminado y escribimos un factor diferencial como sigue:

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4}. \quad (4.22)$$

7. Cancelamos la función delta después de integrar. La expresión resultante tendrá un factor correspondiente a la conservación de la energía-momento. Cancelamos este factor, multiplicamos por i y el resultado es la amplitud.

Debemos hacer este proceso tres veces para cada uno de los tipos de diagramas que tenemos, los ponemos en el orden que hemos manejado hasta ahora. Para el primer diagrama se tiene

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_s &\rightarrow (-iQ_f\gamma_{\mu_1})i\frac{(\not{k} + m_f)}{(k)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_2})i\frac{(\not{k} - \not{p}_2 + m_f)}{(k - p_2)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_4}) \\
&\quad i\frac{(\not{k} + \not{p}_1 - \not{p}_3 + m_f)}{(k + p_1 - p_3)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_3})i\frac{\not{k} + \not{p}_1 + m_f}{(k + p_1)^2 - m_f^2}\epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4) \\
&\Rightarrow \\
\mathcal{M}_s &= -Q_f^4 \int \mu^{4-D} \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \\
&\quad \frac{\text{Tr}[\gamma_{\mu_1}(\not{k} + m_f)\gamma_{\mu_2}(\not{k} - \not{p}_2 + m_f)\gamma_{\mu_4}(\not{k} + \not{p}_1 - \not{p}_3 + m_f)\gamma_{\mu_3}(\not{k} + \not{p}_1 + m_f)]}{(k^2 - m_f^2)((k - p_2)^2 - m_f^2)((k + p_1 - p_3)^2 - m_f^2)((k + p_1)^2 - m_f^2)} \\
&\quad \epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4).
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Mientras que para el tercero se tiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_t &\rightarrow (-iQ_f\gamma_{\mu_1})i\frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_3})i\frac{(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 - \not{p}_3 + m_f)}{(k + p_1 + p_2 - p_3)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_2}) \\
&\quad i\frac{(\not{k} + \not{p}_1 - \not{p}_3 + m_f)}{(k + p_1 - p_3)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_3})i\frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_f)}{(k + p_1)^2 - m_f^2}\epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4) \\
&\Rightarrow \\
\mathcal{M}_t &= -Q_f^4 \int \mu^{4-D} \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \\
&\quad \frac{\text{Tr}[\gamma_{\mu_1}(\not{k} + m_f)\gamma_{\mu_4}(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 - \not{p}_3 + m_f)\gamma_{\mu_2}(\not{k} + \not{p}_1 - \not{p}_3 + m_f)\gamma_{\mu_3}(\not{k} + \not{p}_1 + m_f)]}{(k^2 - m_f^2)((k + p_1 + p_2 - p_3)^2 - m_f^2)((k + p_1 - p_3)^2 - m_f^2)((k + p_1)^2 - m_f^2)} \\
&\quad \epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4).
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Finalmente para el quinto diagrama se tiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_u &\rightarrow (-iQ_f\gamma_{\mu_1})i\frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_2})i\frac{(\not{k} - \not{p}_2 + m_f)}{(k - p_2)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_3}) \\
&\quad i\frac{(\not{k} - \not{p}_2 + \not{p}_3 + m_f)}{(k - p_2 + p_3)^2 - m_f^2}(-iQ_f\gamma_{\mu_4})i\frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_f)}{(k + p_1)^2 - m_f^2}\epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4) \\
&\Rightarrow \\
\mathcal{M}_u &= -Q_f^4 \int \mu^{4-D} \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \\
&\quad \frac{\text{Tr}[\gamma_{\mu_1}(\not{k} + m_f)\gamma_{\mu_2}(\not{k} - \not{p}_2 + m_f)\gamma_{\mu_3}(\not{k} - \not{p}_2 + \not{p}_3 + m_f)\gamma_{\mu_4}(\not{k} + \not{p}_1 + m_f)]}{(k^2 - m_f^2)((k - p_2)^2 - m_f^2)((k - p_2 + p_3)^2 - m_f^2)((k + p_1)^2 - m_f^2)} \\
&\quad \epsilon^{\mu_1}(p_1)\epsilon^{\mu_2}(p_2)\epsilon^{*\mu_3}(p_3)\epsilon^{*\mu_4}(p_4).
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Donde el término μ^{4-D} es un término de masa que debemos introducir por que utilizamos regularización dimensional para lidiar con las divergencias ultravioletas que presentan estas integrales por la naturaleza de las potencias del momento k sobre el cual integramos, después de hacer

regularización dimensional tomamos el límite $D \rightarrow 4$ y el término μ^{4-D} tiende a uno. Este proceso lo hacemos precisamente por que así cada integral se convertira en un término divergente y un término convergente y cuando sumemos todas las contribuciones de los diagramas los términos divergentes terminaran cancelandose unos con otros, dejandonos con un resultado finito.

A partir de este punto se vuelve un poco complicado y bastante laborioso lidiar con estas expresiones a mano, por lo cual necesitamos recurrir al uso de programas de computadora especializados en hacer este tipo de cálculos. Hasta aquí es donde dejamos el desarrollo de la amplitud, sin embargo antes de introducir la amplitudes en una forma en la que ya podamos trabajar con ellas directamente debemos hacer unas aclaraciones:

- Primero, a partir de aquí para hacer el proceso más fácil introducimos las variables de Mandelstam en la amplitud y acto seguido se utiliza el método de reducción de Passarino-Veltman, el cuál nos ayuda a lidiar con las integrales dejando todo en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman, las cuales dependen de las variables de Mandelstam. Después de algo de álgebra, que no nos molestaremos en explicar, nos quedamos con expresiones mas compactas y fáciles de analizar.
- En segunda instancia este proceso debe de hacerse para todas las amplitudes que contribuyen al proceso de dispersión de luz por luz, en este caso en específico hemos hecho el ejemplo para los fermiones cargados, pero el proceso es totalmente análogo para los bosones de norma y los escalares cargados.

Ahora estamos listos para introducir las expresiones finales de las tres amplitudes que definen las otras trece amplitudes de helicidad. Naturalmente estas expresiones explícitas son diferentes para fermiones, bosones y escalares cargados, entonces tomamos las expresiones mostradas en [9]:

- Bosón de norma W

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{++++}^W(s, t, u) &= \alpha^2 \left(12 - 12 \left(1 + \frac{2u}{s} \right) B_0(u) - 12 \left(1 + \frac{2t}{s} \right) B_0(t) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{24m_w^2 tu}{s} D_0(u, t) + 16 \left(1 - \frac{3m_w^2}{2s} - \frac{3tu}{4s^2} \right) \right. \\
 &\quad \times [2tC_0(t) + 2uC_0(u) - tuD_0(t, u)] + 8(s - m_w^2)(s - 3m_w^2) \\
 &\quad \left. \times [D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)] \right), \tag{4.26}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{+++ -}^W(s, t, u) &= \alpha^2 \left(-12 + 24m_w^4 [D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)] \right. \\
 &\quad \left. + 12m_w^2 stu \left[\frac{D_0(s, t)}{u^2} + \frac{D_0(s, u)}{t^2} + \frac{D_0(t, u)}{s^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. - 24m_w^2 \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right) \times [tC_0(t) + uC_0(u) + sC_0(s)] \right), \tag{4.27}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_{++--}^W(s, t, u) = -12 + 24m_w^2 [D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)]. \tag{4.28}$$

- Fermiones cargados

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{++++}^f(s, t, u) &= \alpha^2 Q_f^4 \left(-8 + 8\left(1 + \frac{2u}{s}\right) B_0(u) + 8\left(1 + \frac{2t}{s}\right) B_0(t) \right. \\
&\quad \left. - 8\left(\frac{t^2 + u^2}{s^2} - \frac{4m_f^2}{s}\right) [tC_0(t) + uC_0(u)] \right. \\
&\quad \left. + 8m_f^2(s - 2m_f^2) [D_0(s, t) + D_0(s, u)] \right. \\
&\quad \left. - 4\left[4m_f^4 - (2sm_f^2 + tu)\frac{t^2 + u^2}{s^2} + \frac{4m_f^2 tu}{s}\right] D_0(t, u) \right), \quad (4.29)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_{++++}^f(s, t, u) = -\frac{2}{3} Q_f^4 (\mathcal{M}_{++++}^W(s, t, u)), \quad (4.30)$$

$$\mathcal{M}_{+---}^f(s, t, u) = -\frac{2}{3} Q_f^4 (\mathcal{M}_{+---}^W(s, t, u)), \quad (4.31)$$

en donde en las expresiones para \mathcal{M}_{++++}^f y \mathcal{M}_{+---}^f se sobrentiende que hay que cambiar la masa del bosón por la del fermión en cuestión.

Con esto tenemos listo todas las contribuciones a las amplitudes polarizadas, para calcular la amplitud final de cada polarización debemos sumar sobre las contribuciones individuales de cada partícula. Para el ME tenemos:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{ME}(s, t, u) = \sum_{i=1}^9 N c_i \times \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^f(Q_{fi}, s, t, u, m_{fi}) + \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^W(s, t, u), \quad (4.32)$$

en donde sumamos las amplitudes fermiónicas sobre los valores de carga y masa de los fermiones. El factor Nc , representa al número de color de cada fermión el cual debe ser considerado cuando hacemos este tipo de sumas, este toma un valor de 1 para leptones y 3 para quarks.

4.3. Sección eficaz de dispersión

Según la estadística de Bose y asumiendo invariancia de paridad se puede desarrollar la siguiente expresión para obtener la sección eficaz de la dispersión de luz por luz, la cual obtuvimos de la referencia [9]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\tau d\cos\theta} &= \frac{\bar{L}_{\gamma\gamma}}{d\tau} \left\{ \frac{d\sigma_0}{d\cos\theta} + \langle \xi_2 \xi_2' \rangle \frac{d\sigma_{22}}{d\cos\theta} + [\langle \xi_3 \rangle \cos 2\phi + \langle \xi_3' \rangle \cos 2\phi'] \frac{d\sigma_3}{d\cos\theta} \right. \\
&\quad \left. \langle \xi_3 \xi_3' \rangle \left[\frac{d\sigma_{33}}{d\cos\theta} \cos 2(\phi + \phi') + \frac{d\sigma'_{33}}{d\cos\theta} \cos 2(\phi - \phi') \right] \right. \\
&\quad \left. + [\langle \xi_2 \xi_3' \rangle \sin 2\phi' - \langle \xi_3 \xi_2' \rangle \sin 2\phi] \frac{d\sigma_{23}}{d\cos\theta} \right\}, \quad (4.33)
\end{aligned}$$

en donde la cantidad $\frac{\bar{L}_{\gamma\gamma}}{d\tau}$ denota la luminosidad por unidad de flujo electrón-positrón en el colisionador de partículas donde se lleve a cabo el experimento, θ el ángulo de dispersión en el sistema de reposo de la dispersión, $\tau = \frac{s_{\gamma\gamma}}{s_{ee}}$, ϕ el ángulo azimutal, y los ξ los parámetros de Stokes. A lo largo de nuestro análisis no utilizaremos esta ecuación directamente sino que analizaremos las contribuciones de los σ_i , pues con esto es suficiente para motivarnos a buscar los escalares cargados de los modelos de extensión en los experimentos de la dispersión de luz por luz en colisionadores futuros que alcancen altas energías. Cabe mencionar que la discusión de temas como luminosidad y los parámetros de stokes está fuera del alcance de este trabajo, pues son parámetros que ya dependen

directamente del arreglo experimental y aquí no estudiaremos ningún arreglo en específico pues solo buscamos la motivación para que los colisionadores futuros busquen estas partículas.

Por último, una contribución notable a las secciones eficaces σ_i de mayor magnitud se reflejará directamente en la sección eficaz total una vez que se puedan llevar a cabo este tipo de experimentos de manera directa en un colisionador que opere en modo $\gamma\gamma$, como se puede ver en las gráficas de las referencias: [8], [9] y [10].

Ahora tomamos las $d\sigma_i$ como aparecen en las referencias: [9] y [10]:

$$\frac{d\sigma_0^{ME}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{ME}|^2 + |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{ME}|^2], \quad (4.34)$$

$$\frac{d\sigma_{22}^{ME}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{ME}|^2 - |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{ME}|^2], \quad (4.35)$$

$$\frac{d\sigma_3^{ME}}{d\cos\theta} = \left(\frac{-1}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{ME} \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{ME*}], \quad (4.36)$$

$$\frac{d\sigma_{33}^{ME}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{ME} \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{ME*}], \quad (4.37)$$

$$\frac{d\sigma_{33}^{ME'}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{ME} \mathcal{M}_{--\lambda_3\lambda_4}^{ME*}], \quad (4.38)$$

$$\frac{d\sigma_{23}^{ME}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{ME} \mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{ME*}]. \quad (4.39)$$

Con esto tenemos lo necesario para hacer un análisis a nivel del ME de la dispersión de luz por luz.

Capítulo 5

Cálculo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en modelos de extensión

5.1. Diagramas de Feynman

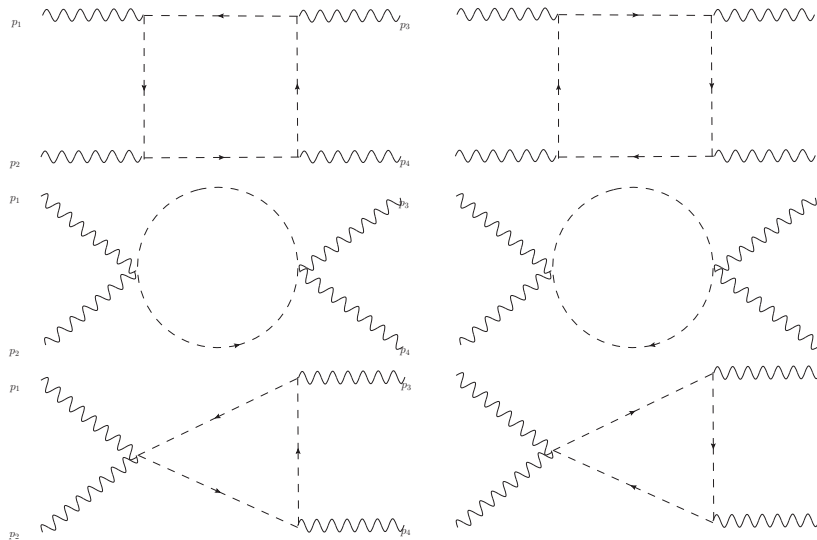


Figura 5.1: Diagramas de un lazo para la contribución de los escalares cargados.

Nos interesa estudiar la contribución de nuevos bosones escalares con carga eléctrica Q_S al proceso de dispersión de luz por luz. Los diagramas de Feynman que contribuyen a la amplitud con el intercambio de escalares cargados tienen la misma topología que en el caso de la contribución del bosón W , como se muestra en la Figura 5.1. Como ya explicamos anteriormente, todos los diagramas de Feynman se obtienen intercambiando los fotones externos, lo que da lugar a los diagramas de la columna de la izquierda y de la columna de la derecha, que pueden interpretarse como diagramas en donde el flujo de 4-momento del escalar está invertido. Como también hemos explicado, las contribuciones en donde se invierte el flujo de 4-momento contribuyen de la misma manera que el del diagrama análogo. Entonces para cada uno de los 3 tipos de diagramas de Feynman tenemos 3 configuraciones diferentes para el 4-momento, y dos direcciones del flujo, por

lo que en total tenemos $3 * 3 * 2 = 18$ diagramas de Feynman con bosones escalares cargados que contribuyen a la amplitud del proceso de dispersión de luz por luz.

5.2. Amplitud

Para los fines de este trabajo solo requerimos las contribuciones de partículas escalares cargadas que predicen algunos modelos de extensión que son de nuestro interés. Afortunadamente, como ya se explicó anteriormente, las amplitudes de polarización son idénticas para cualquier partícula escalar salvo por un factor de carga eléctrica del escalar Q^4 . De este modo, las tres amplitudes de polarización independientes que son necesarias para determinar las otras trece amplitudes de polarización las encontramos en la referencia [9], y son las siguientes:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{++++}^{sc}(s, t, u) &= \alpha^2 Q_{sc}^4 \left(4 - 4\left(1 + \frac{2u}{s}\right) B_0(u) - 4\left(1 + \frac{2t}{s}\right) B_0(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{8m_{sc}^2 tu}{s} D_0(t, u) - \frac{8m_{sc}^2}{s} \left(1 + \frac{ut}{2m_{sc}^2 s}\right) \right. \\ &\quad \times [2tC_0(t) + 2uC_0(u) - tuD_0(t, u)] \\ &\quad \left. + 8m_{sc}^4 [D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)] \right), \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\mathcal{M}_{+++-}^{sc}(s, t, u) = \frac{1}{3} Q_{sc}^4 (\mathcal{M}_{++++}^W), \quad (5.2)$$

$$\mathcal{M}_{+--+}^{sc}(s, t, u) = \frac{1}{3} Q_{sc}^4 (\mathcal{M}_{+++-}^W). \quad (5.3)$$

Como en el caso de la contribución de los fermiones, se sobre entiende que en las últimas dos expresiones tenemos que sustituir la masa del bosón de norma W por la del escalar cargado. Ahora para, la amplitud total de la contribución de los escalares cargados que predicen los diferentes modelos de extensión está dada por:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{tot}(s, t, u) = \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{ME}(s, t, u) + N_c \times \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{sc}(s, t, u), \quad (5.4)$$

donde el número de color es 3 en el caso de leptosquarks escalares y 1 en el caso de escalares cargados de modelos de dobletes y tripletes escalares. Además debemos utilizar los valores de Q_{sc} y m_{sc} correspondientes para la partícula cuya contribución queremos estudiar.

Ahora que tenemos todas las amplitudes que contribuyen al proceso para el ME y los modelos de extensión podemos sacar algunas conclusiones a partir del estudio de las expresiones anteriores:

- Los parámetros propios de la partícula que aparecen en la amplitud son solo la carga eléctrica y la masa, por lo que confirmamos lo que llevamos mencionando a lo largo de este trabajo: la dispersión de luz por luz es un proceso que presenta grandes ventajas para la búsqueda de partículas escalares cargadas, pues su sección eficaz no dependen de las particularidades del modelo de extensión.
- En el caso de los escalares cargados podemos ver que la amplitud contiene el factor de carga a la cuarta potencia, y en consecuencia la sección eficaz contiene un factor de carga a la octava, por lo que entre más grande sea la carga eléctrica del escalar la contribución será mucho mayor, y está es una de las razones más importantes para analizar la contribución del escalar con doble carga que predicen los modelos con un triplete de Higgs pues en este caso el factor de incremento para la sección eficaz sería $2^8 = 256$ mientras que las contribuciones de las partículas del modelo estándar se tiene $Q \leq 1$ y por lo tanto la contribución de los escalares de doble carga sobre la del ME es considerablemente mayor. En el caso de otro tipo de bosones escalares predichos por los modelos de dobletes de Higgs se tiene $Q = 1$ por lo que su contribución a la sección eficaz de la dispersión de luz por luz no aumenta tanto como en el caso de los escalares con doble carga.

- En contrase, el hecho de que el factor de carga este elevado a la cuarta potencia tiene como consecuencia que las partículas con carga eléctrica fraccionaria tendrán un contribución muy pequeña al proceso de dispersión de luz por luz, pues $Q^8 \ll 1$ para $Q < 1$, por esta razón no incluiremos en nuestro análisis la contribución de los leptoquarks con carga menor que uno pues su contribución sería considerablemente pequeña.
- Mediante el estudio detallado de las integrales que dan lugar a las funciones escalares de Passarino-Veltman, que está fuera del alcance de nuestro trabajo, se puede deducir que en el umbral en que la energía del centro de masa de la dispersión de luz por luz es mayor o igual que dos veces la masa del escalar cargado o bien $\sqrt{s} \geq 2m_{sc}$, las funciones de Passarino-Veltman pasan de ser puramente reales a ser complejas, es decir, adquieren una parte imaginaria como se explica en la referencia [8]. Entonces en ese umbral la sección eficaz del proceso se incrementará notablemente pues las amplitudes de polarización se incrementan al adquirir una parte imaginaria. Esto se podrá observar en el análisis numérico que realizaremos posteriormente.

Con esto concluimos la discusión de las expresiones que requerimos para poder realizar nuestro estudio y estamos listos para empezar con el análisis de la sección eficaz. Cabe recalcar que en el programa de cómputo que realizamos hemos sustituido el valor de u a la hora de definir las amplitudes del ME y de los modelos de extensión para tenerlas solo en en términos de s y t :

$$u = -s - t, \quad (5.5)$$

por lo que se tiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{ME}(s, t) &= \sum_{i=1}^9 Nc_i \times \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^f(Q_{fi}, s, t, -s - t, m_{fi}) \\ &\quad + \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^W(s, t, -s - t), \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, t) = \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{MS}(s, t) + Nc \times \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{sc}(s, t, -s - t). \quad (5.7)$$

5.3. Sección eficaz de dispersión

Aquí las ecuaciones para definir las σ_i son las mismas que dimos en la sección anterior pero aquí obviamente utilizamos las amplitudes que ya contienen a las contribuciones de los escalares cargados:

$$\frac{d\sigma_0^{tot}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}|^2 + |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot}|^2], \quad (5.8)$$

$$\frac{d\sigma_{22}^{tot}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}|^2 - |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot}|^2], \quad (5.9)$$

$$\frac{d\sigma_3^{tot}}{d\cos\theta} = \left(\frac{-1}{64\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} Re[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot} \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{tot*}], \quad (5.10)$$

$$\frac{d\sigma_{33}^{tot}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} Re[\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot} \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{tot*}], \quad (5.11)$$

$$\frac{d\sigma_{33}^{tot'}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{128\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} Re[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot} \mathcal{M}_{--\lambda_3\lambda_4}^{tot*}], \quad (5.12)$$

$$\frac{d\sigma_{23}^{tot}}{d\cos\theta} = \left(\frac{1}{64\pi s} \right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} Re[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot} \mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot*}]. \quad (5.13)$$

Al igual que en la sección anterior, a la hora de definir la amplitud total sustituimos a u en términos de s y t . Además es conveniente sustituir a t en términos de s y el coseno del ángulo de dispersión $\cos\theta$, para así poder tener una función de una variable y estudiar su comportamiento solo en base al valor de la energía del centro de masa \sqrt{s} y el ángulo de dispersión. La expresión requerida es, como ya se discutió antes:

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta), \quad (5.14)$$

entonces se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_0^{tot}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)|^2 \\ &\quad + |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)|^2], \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{22}^{tot}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)|^2 \\ &\quad - |\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)|^2], \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_3^{tot}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{-1}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2) \\ &\quad \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{tot*}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)], \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{33}^{tot}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2) \\ &\quad \mathcal{M}_{-+\lambda_3\lambda_4}^{tot*}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)], \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{33}^{tot'}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{1}{128\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2) \\ &\quad \mathcal{M}_{--\lambda_3\lambda_4}^{tot*}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)], \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{23}^{tot}(s)}{d\cos\theta} &= \left(\frac{1}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re}[\mathcal{M}_{++\lambda_3\lambda_4}^{tot}(s, -s(1 - \cos\theta)/2) \\ &\quad \mathcal{M}_{+-\lambda_3\lambda_4}^{tot*}(s, -s(1 - \cos\theta)/2)]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Finalmente debemos integrar sobre $\cos\theta$ de $\theta = 30$ hasta $\theta = 150^\circ$ para obtener la sección eficaz total en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} :

$$\sigma_i^{tot}(s) = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{d\sigma_i^{tot}(s, \cos\theta)}{d\cos\theta} d\cos\theta. \quad (5.21)$$

Cabe mencionar que el intervalo de integración para θ debería de ir de 0 a 180° pero se impone un corte que está de acuerdo con las mediciones experimentales.

Aquí introducimos las expresiones que ya tenemos para las $\frac{d\sigma_i^{tot}}{d\cos\theta}$ para poder integrarlas con respecto de $\cos\theta$ de manera numérica y así se obtienen las σ_i en términos de s y por ende de la energía del centro de masa. Entonces después de todo el proceso que hemos discutido en este capítulo y el anterior obtendremos la contribución total a la variable que podemos medir en el laboratorio (la sección eficaz) en términos de la variable que se puede controlar (la energía de centro de masa). Ahora procederemos a realizar el análisis de la contribución de los escalares cargados a la sección eficaz del proceso de dispersión de luz por luz en el siguiente capítulo.

En las referencias: [9], [10], [12], [13], [14] y [16], podemos encontrar una serie de estudios de dispersión $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ centrados en diferentes modelos de extensión que sirvieron como base para la planeación de este trabajo.

Capítulo 6

Resultados

Hemos discutido brevemente los aspectos generales de varios modelos de extensión que predicen escalares cargados, los cuales son de interés para este trabajo y también presentamos las expresiones para las amplitudes de polarización y las contribuciones de las partículas del ME y de los escalares cargados a la sección eficaz del proceso de dispersión de luz por luz. Ahora podemos enfocarnos en el análisis de las contribuciones de los escalares cargados. Presentaremos una lista de los escalares cargados que nos interesan y sus propiedades, así como a que modelo de extensión pertenecen.

- Escalar de Higgs de carga simple: H^\pm , $Q_s = 1$, se predice en modelos de dos dobletes, múltiples dobletes, y tripletes de Higgs.
- Escalar de Higgs de doble carga: $H^{\pm\pm}$, $Q_s = 2$, se predice en modelos de tripletes de Higgs.
- Leptoquark escalar: $S_{4/3}$, $Q_s = 4/3$, se predice en modelos de leptoquarks.
- Leptoquark escalar: $S_{5/3}$, $Q_s = 5/3$, se predice en modelos de leptoquarks.

Ahora la pregunta es ¿qué valores debemos emplear para las masas de los escalares cargados en nuestra evaluación numérica? Para saber qué valores de masa son consistentes aún con las cotas experimentales se debe consultar la literatura ya que existen numerosos artículos en donde se estudian las cotas sobre el espacio de parámetros de los modelos de extensión de acuerdo a los datos experimentales recopilados en los colisionadores de partículas. Solo consideraremos algunas referencias que consideramos son importantes para nuestro análisis pues una recopilación más completa está fuera del alcance de este trabajo. En la referencia [18] se realiza un análisis para acotar las masas de los escalares cargados en modelos con tripletes de Higgs, de acuerdo a los datos experimentales tomados en el LHC por las colaboraciones ATLAS y CMS. En dicha Referencia se presentan las gráficas que aparecen en la Figura 6.1, las cuales nos muestran las cotas sobre la masa de los escalares de Higgs cargados en modelos de tripletes de Higgs en función del parámetro $\Delta m = m_{H^{\pm\pm}} - m_{H^\pm}$.

Entonces para hacer el análisis de la contribución de los escalares cargados nos centraremos en modelos con tripletes de Higgs, ya que predicen tanto escalares de Higgs con carga simple como con doble carga, en específico en el modelo de tipo See-Saw descrito en [18]. Para los escalares doblemente cargados tomamos las cotas inferiores de los casos mostrados en las gráficas de la Figura 6.1, a saber, 200 GeV, 300 GeV, y 400 GeV. Estos valores son válidos para los casos en que $\Delta m = 0$ (200GeV) y $\Delta m = -30$ (300 GeV y 400 GeV).

En el caso de los leptoquarks $S_{4/3}$ y $S_{5/3}$ las cotas inferiores para la masa de estas partículas se pueden encontrar en el sitio de PDG (Particle Data Group) y se presentan enseguida (se muestra la cota correspondiente sobre la masa, el tipo de leptoquark y el mecanismo de producción empleado en el análisis):

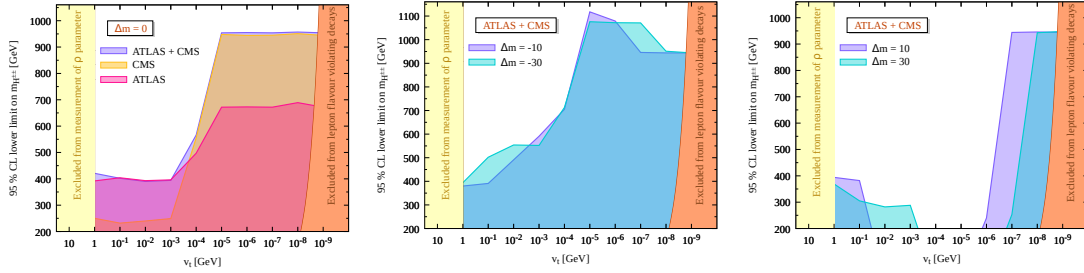


Figura 6.1: Cotas experimentales para la masa de un escalar doblemente cargado en función de la diferencia de masa del escalar de doble carga y el de carga simple.

- $m_S > 1800$ GeV, primera generación, producción de pares de leptoquarks.
- $m_S > 1755$ GeV, primera generación, producción de un solo leptoquark.
- $m_S > 1700$ GeV, segunda generación, producción de pares de leptoquarks.
- $m_S > 660$ GeV, segunda generación, producción de pares de leptoquarks.
- $m_S > 1430$ GeV, tercera generación, producción de pares de leptoquarks.
- $m_S > 740$ GeV, tercera generación, producción de pares de leptoquarks.

En la lista anterior la generación se refiere a que el leptoquark solo se acoplaría a los fermiones de la generación respectiva.

Las contribuciones de los escalares cargados se manifiestan en un valor de energía del centro de masa del doble que la masa del escalar cargado: por ejemplo, para un escalar cargado de masa mayor a 1800 GeV, los efectos se manifestarían a una energía de centro de masa de 3600 GeV, la cual es una energía muy alta que no estaría al alcance de un colisionador de fotones. En este caso la búsqueda de partículas con masa tan grande en colisionadores futuros sería prohibitiva. Por esta razón solo tomaremos valores de la masa de 800 GeV para los leptoquarks. Además solo nos interesa ejemplificar cuáles son los efectos de los leptoquarks en el proceso de dispersión de luz por luz, y como veremos se tiene una contribución muy pequeña a la sección eficaz respectiva.

Adicionalmente consideraremos el escalar de carga simple que predice el modelo de dos dobletes de Higgs tipo I como el que se estudia en la referencia [17], ya que en este modelo aún se permiten valores para la masa del escalar cargado simplemente de 110 GeV y 140 GeV.

6.1. Contribución del ME

En primera instancia, en la Figura 6.2 presentamos las gráficas para las secciones eficaces σ_i tomando solo en cuenta las contribuciones de las partículas del ME. En nuestro programa de cómputo hemos multiplicado las σ_i por un factor de conversión para pasar la sección eficaz de GeV^{-2} a fb (femtobarns), ya que esta unidad de medición es la que se emplea en análisis de este tipo.

Como podemos observar en la Figura 6.2, las únicas σ_i que son de más interés son σ_0 y σ_{22} , en especial, σ_0 . Las demás secciones eficaces tienen una magnitud demasiado pequeña y de poco interés para los propósitos de este trabajo: mientras que σ_0 tiene una contribución máxima de alrededor de 14fb y σ_{22} de 5fb , de las otras secciones eficaces solo σ_{33} alcanza el valor de 2fb en su punto máximo, mientras que el valor más alto alcanzado por σ_3 es $0,1\text{fb}$, el de σ'_{33} es $0,45\text{fb}$, y el de σ_{23} es $0,2\text{fb}$. Por esta razón solo nos concentraremos en el estudio de las contribuciones

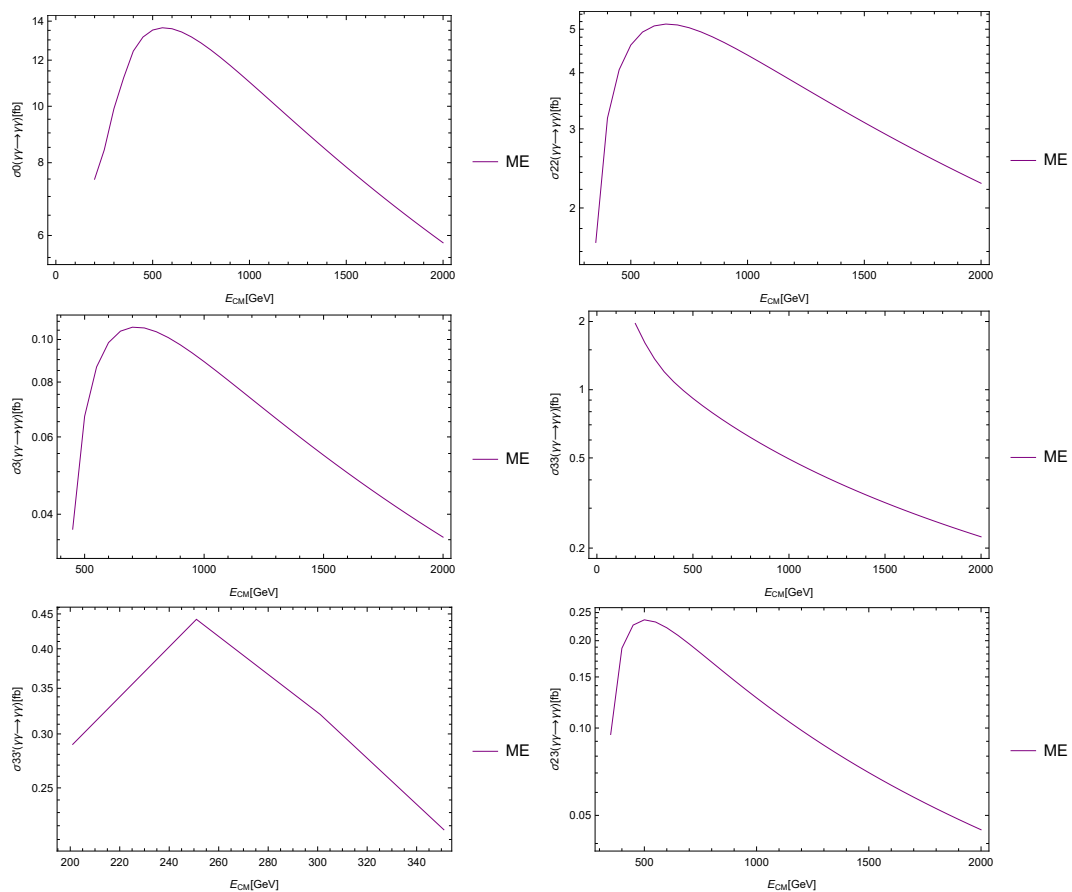


Figura 6.2: Secciones eficaces para la dispersión de luz por luz en el ME en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} .

de los escalares cargados a σ_0 y σ_{22} y no analizaremos el comportamiento de las demás secciones eficaces.

6.2. Contribución de los escalares de Higgs H^\pm y $H^{\pm\pm}$

Las gráficas de las contribuciones de los bosones escalares de Higgs con carga simple y doble a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz se muestran en las Figuras 6.3 a 6.6. Las primeras tres Figuras corresponden a los escalares cargados con las cuotas obtenidas para las masas de los escalares cargados del modelo de un triplete Higgs tipo SeeSaw II y los valores correspondientes de Δm , mientras que la última Figura corresponde a la cuota de masa del Higgs de carga simple del modelo de dos dobletes tipo I. En todas las Figuras, en la gráfica de la izquierda se presenta la contribución respectiva de los escalares cargados junto con la contribución del ME, mientras que en las gráficas de la derecha se muestran las contribuciones de los escalares cargados normalizadas con las contribuciones del ME.

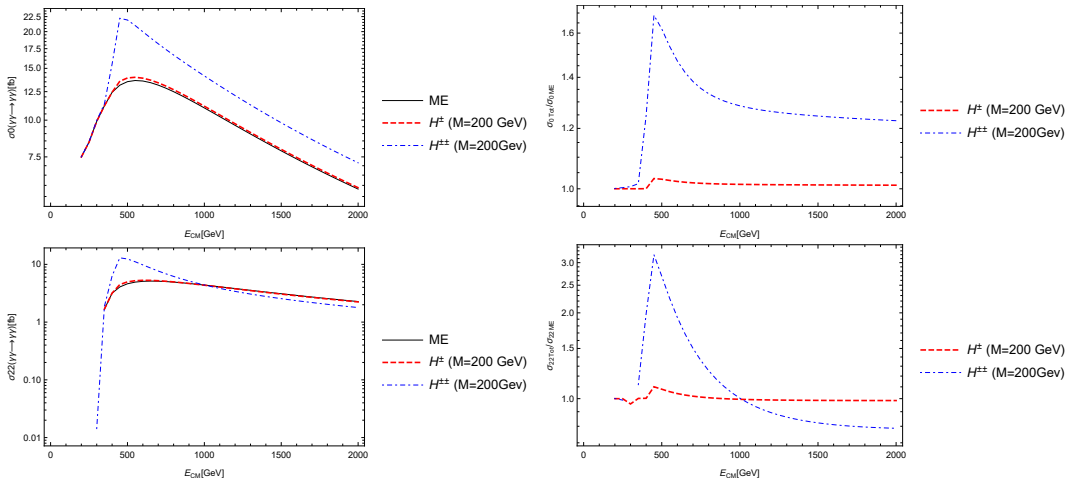


Figura 6.3: Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 200$ GeV y $\Delta m = 0$ GeV.

6.3. Contribución de los leptoquarks $S_{4/3}$ y $S_{5/3}$

Las gráficas para la contribución de los leptoquarks con carga $Q_s = 4/3$ y $Q_s = 5/3$ a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz se presentan en la Figura 6.7. De manera similar que en el caso de los escalares cargados, en la gráfica de la izquierda se presenta la contribución respectiva de los leptoquarks junto con la contribución del ME, mientras que en las gráficas de la derecha se muestran las contribuciones de los leptoquarks normalizadas con las contribuciones del ME.

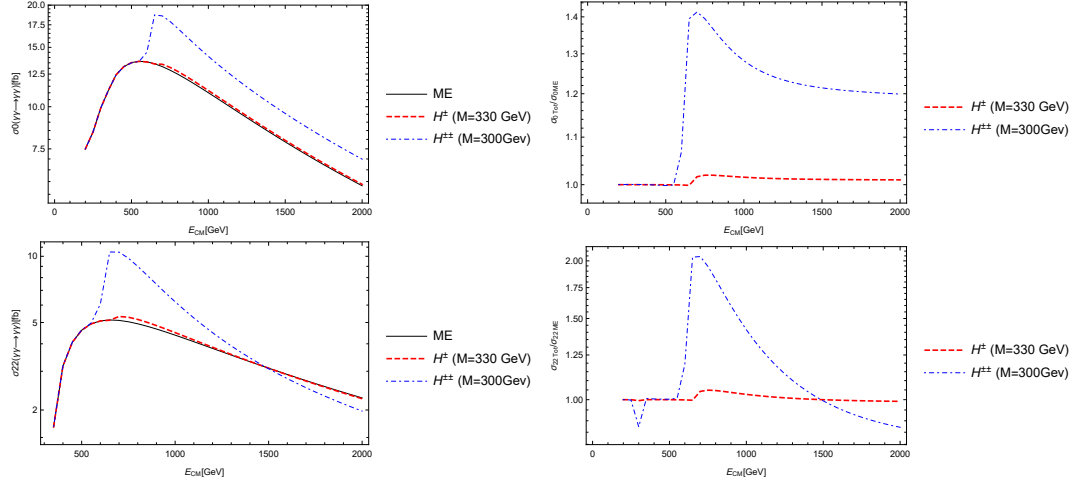


Figura 6.4: Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 200$ GeV y $\Delta m = 0$ GeV.

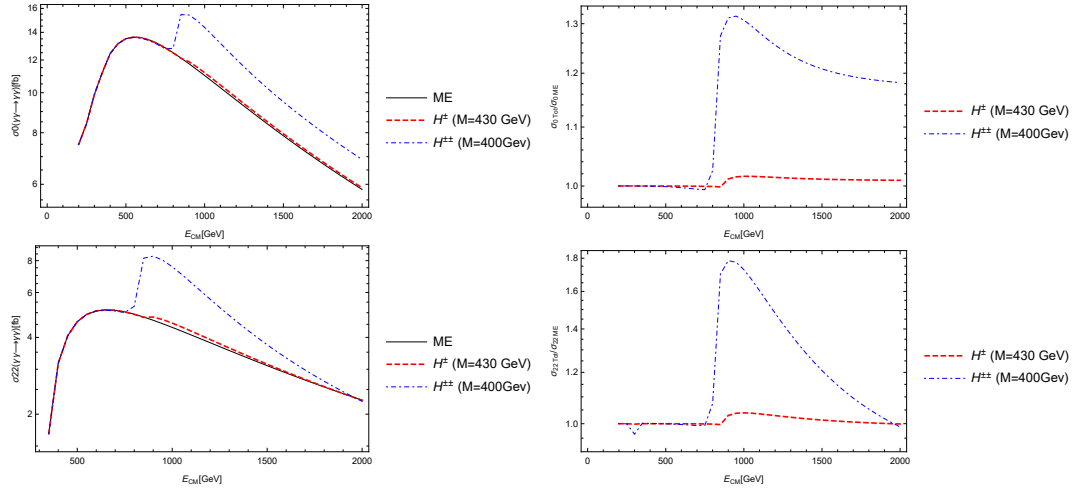


Figura 6.5: Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 400$ GeV y $\Delta m = -30$ GeV.

6.3 Contribución de los leptoquarks $S_{4/3}$ y $S_{5/3}$

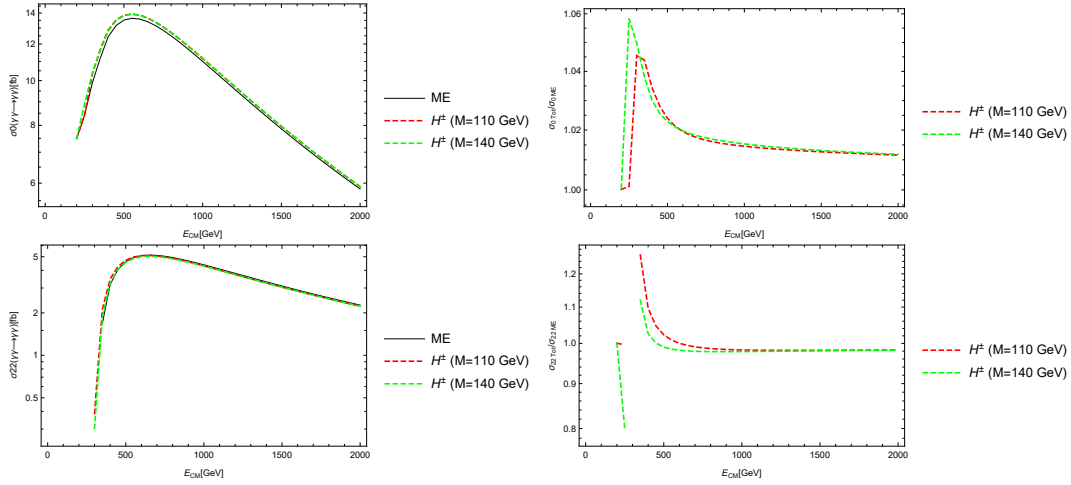


Figura 6.6: Contribuciones de escalares cargados a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_{H^\pm} = 110$ y $m_{H^\pm} = 140$ GeV.

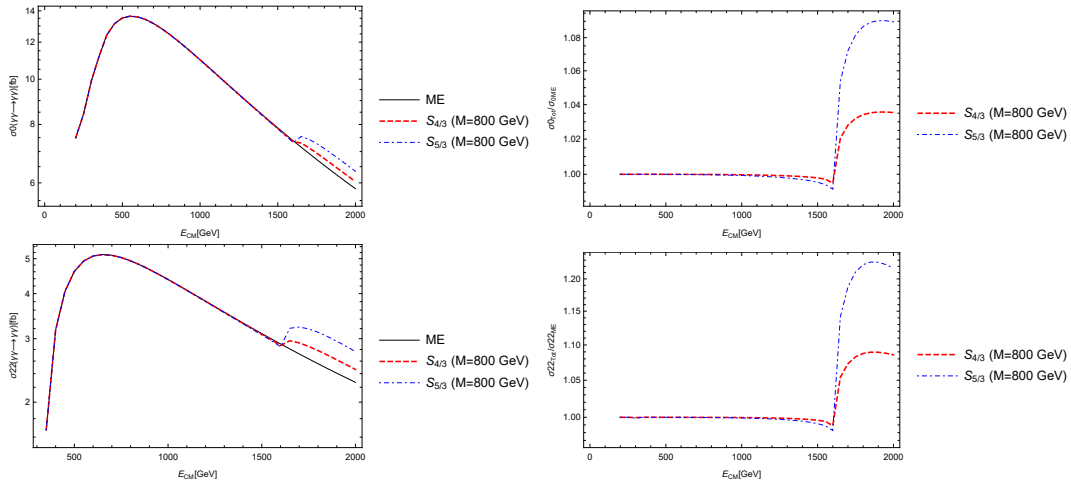


Figura 6.7: Contribuciones de los leptoquarks escalares a las secciones eficaces de la dispersión de luz por luz en función de la energía del centro de masa \sqrt{s} para $m_S = 800$ GeV.

Capítulo 7

Conclusiones y Perspectivas

7.1. Conclusiones

Finalmente vamos a analizar las contribuciones de los escalares cargados que predicen varios modelos de extensión del ME a las secciones eficaces polarizadas de la dispersión de luz por luz.

1. Bosón de Higgs con carga simple H^\pm .

Las contribuciones de un bosón de Higgs de carga simple a las secciones eficaces son demasiado pequeñas, lo cual es evidente en las gráficas normalizadas. Sin considerar la masa del escalar cargado vemos que la contribución de un escalar de este tipo no excede el 10 por ciento de la contribución del ME: en el caso de σ_0 ni siquiera está cerca del 10 por ciento. Además la contribución más grande que llega a tener un escalar de carga simple es a σ_3 , en donde se llega a un valor de hasta cinco veces la contribución del ME, pero esto ocurre en un pequeño intervalo de la energía el centro de masa. En cuanto a la contribución a σ_3 , ésta es tan pequeña que no es de interés, incluso en este caso donde la contribución del escalar cargado es de alrededor de cinco veces la contribución del ME, se tiene una contribución máxima de solo $0,5fb$, la cual es muy pequeña comparada con los $14 fb$ que alcanza σ_0 en el ME.

2. Bosón de Higgs con carga doble $H^{\pm\pm}$

Las contribuciones del bosón de Higgs de doble carga a todas las secciones eficaces σ_i , a diferencia del escalar de carga simple, si son considerablemente grandes.

En específico, en el caso de σ_0 podemos ver que para los valores de la masa del escalar de doble carga de 200 GeV, 300 GeV y 400 GeV, se tiene un incremento del 60, 40 y 30 por ciento, respectivamente, a la contribución del ME. Podemos ver que conforme la masa del escalar de doble carga aumenta, la contribución respectiva a σ_0 va decreciendo, lo cual indica que entre más se incrementan el valor de la masa de estas partículas, se vuelve menos atractivo utilizar la dispersión de luz por luz para buscar sus efectos.

En el caso de σ_{22} podemos ver un efecto similar al de σ_0 : para los valores de la masa del escalar doblemente cargado de 200 GeV, 300 GeV y 400 GeV, se tiene un incremento del 200, 100 y 80 por ciento, respectivamente, a la contribución del ME. Por supuesto también representa una contribución bastante considerable.

En conclusión, la búsqueda de los efectos de un escalar de Higgs de carga doble encuentra una excelente opción en la dispersión de luz por luz, en los colisionadores futuros que puedan operar en modo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$.

3. Leptoquark con carga eléctrica $Q_s = 4/3$.

En el caso del leptokuark $S_{4/3}$, se tiene una contribución de aproximadamente un 2 por ciento de la contribución del ME a σ_0 y menos del 10 por ciento a σ_{22} . Aparte de esto solo en σ_3 vemos un aporte de 100 por ciento, pero esta sección eficaz es la más pequeña de todas, mientras que en las demás secciones eficaces las contribuciones del leptokuark no sobrepasan el 50 por ciento, aunque como ya se ha mencionado dichas secciones eficaces tienen una magnitud máxima despreciable y ninguna llega a sobrepasar $1fb$ en su punto máximo.

4. Leptoquark con carga eléctrica $Q_s = 5/3$.

El leptokuark $S_{5/3}$ contribuye aproximadamente un 8 por ciento de la contribución del ME a σ_0 y en el caso de σ_{22} , el incremento máximo llega al 20 por ciento de la contribución del ME, pero decae después de una energía del centro de masa de alrededor de 100 GeV. En cualquiera de estos dos casos, la contribución de un leptokuark es del orden de 1 fb. En cuanto al resto de las σ_i ninguna contribución es lo suficientemente grande como para considerarla en nuestro análisis.

Después de analizar detenidamente todas las gráficas que hemos generado con nuestro programa de computadora podemos concluir lo siguiente:

- Comprobamos el hecho de que los aportes a las σ_i son notorios para valores de E_{cm} del doble de la masa de los escalares cargados, es decir para escalares cargados con masas más grandes su detección se vuelve más difícil porque necesitamos valores de E_{cm} cada vez más grandes y además la contribución de los escalares cargados disminuye conforme su masa aumenta. Aunado a este hecho, en general la contribución del ME y de las nuevas partículas empieza a decrecer conforme aumenta la energía del centro de masa.
- Los Leptoquarks no son partículas muy viables para la búsqueda de sus efectos en el proceso de dispersión de luz por luz ya que las contribuciones a las secciones eficaces son apenas distinguibles en nuestras gráficas, y si bien podrían ser detectables experimentalmente, existen otros procesos mucho más sensibles a este tipo de efectos. En todo caso, el leptokuark $S_{5/3}$ presenta la opción más viable para la búsqueda de efectos de leptokuarks mediante la dispersión de luz por luz. Además de todo lo anterior, dado que la contribución de las nuevas partículas disminuye en cuanto aumenta la masa de dichas partículas, si se consideran cotas más fuertes sobre las masas de los leptokuarks, su búsqueda se volvería prohibitiva en el proceso de dispersión de luz por luz.
- Los escalares de Higgs con carga simple H^\pm tampoco son viables para su búsqueda mediante el proceso de dispersión de luz por luz, pues su contribución es prácticamente despreciable, incluso aunque se tenga un escalar con una masa muy ligera. La búsqueda de este tipo de efectos sería altamente difícil y se necesitaría mucha más precisión en los arreglos experimentales.
- Los escalares de Higgs con doble carga $H^{\pm\pm}$ presentan, por mucho, la opción más viable dentro de los escalares cargados para buscar sus efectos mediante el proceso de dispersión de luz por luz. En este caso las contribuciones a σ_0 y σ_{22} son bastante considerables con respecto a las del ME, incluso para valores grandes de la masa del escalar. En específico, hemos visto que un escalar doblemente cargado $H^{\pm\pm}$ con masa de 200 GeV da una contribución muy grande, lo cual es sumamente conveniente para su búsqueda. Sin embargo, en los tres casos que estudiamos para la cota mínima sobre la masa del escalar $H^{\pm\pm}$, la contribución a la sección eficaz del proceso de dispersión de luz por luz es considerablemente grande.
- En general lo que podemos concluir del estudio que hemos realizado sobre la contribución de escalares cargados al proceso de dispersión de luz por luz, es que este proceso es muy adecuado para la búsqueda de nuevas partículas cargadas predichas por los modelos de extensión, pues las contribuciones a la sección eficaz dependen solamente de la carga eléctrica, del espín y de

la masa de la partícula, sin importar detalles inherentes a cada modelo. Aún así este proceso solo es viable para encontrar partículas con valores de carga eléctrica mayor que la unidad, pues la amplitud invariante recibe un incremento por un factor de la carga elevado a la cuarta potencia Q_s^4 y por lo tanto la contribución a la sección eficaz del proceso puede incrementarse notablemente ya que la sección diferencial está en términos de la amplitud al cuadrado, por lo que el factor de carga aparece elevado a la octava potencia Q_s^8 . En cuanto más se incremente el valor de Q_s será más fácil la detección experimental de este tipo de efectos. El valor de la masa no importa tanto cuando hablamos de un incremento notable en la sección eficaz en comparación de lo que incide el valor de la carga eléctrica mayor. No obstante, dadas las limitaciones que se tendrían para la energía del centro de masa de un colisionador de este tipo, la búsqueda de partículas muy pesadas no sería viable dado que los efectos aparecen en el umbral en que el valor de la energía del centro de masa de la colisión es el doble del de la masa de la nueva partícula. En concreto el proceso de dispersión de luz por luz puede ser muy útil para ayudar a encontrar indicios que puedan guiarnos en la dirección correcta de la confirmación de los modelos con tripletes de Higgs, en donde se predicen nuevos escalares con carga doble.

7.2. Perspectivas

- Recientemente cobro relevancia el proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, pues en la colaboración ATLAS afirma no haber encontrado evidencia de nueva física en mediciones de este proceso, pero el método que usan es el de colisiones de iones pesados de plomo que irradiarían fotones y por lo tanto se tendrían flujos de fotones que colisionarían posteriormente, entonces el proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ocurriría de manera indirecta. En realidad las mediciones de la colaboración ATLAS no utilizan proceso puro en donde se tenga la colisión $\gamma\gamma$. Sin embargo, este hecho ha sido en un principio la motivación para realizar este trabajo.
- Adicionalmente al punto anterior se debe mencionar que la medición del proceso de dispersión de luz por luz que se logro medir en el LHC del CERN con colisiones de iones pesados de plomo se realizó con una energía de centro de masa cerca de 10GeV , para valores tan pequeños no alcanzaremos a ver los efectos de ninguna de las partículas con masa mayores a 5GeV , por lo cual no se puede descartar la dispersión de luz como una herramienta para la búsqueda de partículas de modelos de extensión a altas energías.
- La medición de ATLAS es importante por que se ha confirmado lo que predecía la teoría de QED: la interacción entre fotones se puede dar en las escalas cuánticas. No obstante por el hecho anterior no se pueden descartar contribuciones de nueva física en este proceso a altas energías.
- Como la energía de centro de masa del proceso en el experimento de ATLAS es muy pequeña, solo tuvieron que tomar en cuenta la contribución de los quarks u , d , c , s y b , del electrón y de los leptones μ y τ en su predicción del ME, pues a energías tan bajas la contribución del quark t y del bosón W son nulas. La medición que realizaron esta de acuerdo con la predicción tomando en cuenta las contribuciones de las partículas mencionadas.
- Debido a todos los puntos anteriores, el tipo de análisis como el que hemos presentado puede servir de motivación para construir un colisionador electrón-positrón que funcione en modo $\gamma\gamma$ y buscar partículas escalares cargadas eléctricamente en estos mismos, lo que puede ayudar a confirmar algunos modelos de extensión interesantes.
- En específico podemos decir que la dispersión de luz por luz es una gran opción para buscar efectos de escalares de Higgs con doble carga y de manera indirecta encontrar efectos de modelos con tripletes de Higgs. Este tipo de modelos son interesantes ya que, entre otras

cosas, ofrecen una explicación a la masa de los neutrinos, un aspecto que como ya discutimos anteriormente es una de las grandes interrogantes del ME.

- Actualmente no existen colisionadores electrón-positrón (que son aquellos donde se podría generar el proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$) en funcionamiento, pero si existen proyectos para construir algunos que podrían funcionar a energías de hasta 1 TeV, uno por parte de la universidad de Stanford y otro por parte del CERN también han existido algunos en el pasado pero funcionaron a muy bajas energías, energías para las cuales no se observarían los efectos de las partículas que consideramos en este trabajo. Enlistamos algunos colisionadores que han existido y los que estan proyectados para funcionar en un futuro, el tiempo en el que funcionaron y los rangos de energía correspondientes.
- Cabe mencionar un hecho interesante con el que nos topamos mientras generamos las gráficas de las σ_i para las contribuciones de las partículas cargadas del ME. En ninguna de las referencias que utilizamos ([9] y [10]) encontramos una gráfica de la σ'_{33} que coincida con la nuestra, el código que se hizo para realizar el cálculo fue minuciosamente revisado en varias ocasiones, por lo que hemos concluido que debe haber algún error en el método de evaluación numérica que emplea el software usado en las referencias ([9] y [10]) y el que emplea el software que hemos utilizado (LoopTools vía mathematica), también existe la posibilidad de que la diferencia se presente por que en la referencia [9] utilizan una aproximación para las funciones de Passarino-Veltman, mientras que nosotros ocupamos un software que ya es capaz de evaluar las funciones de Passarino-Veltman si ningún tipo de aproximación. En cualquier caso la contribución de σ'_{33} es muy pequeña, incluso tomando en cuenta la contribución de las partículas escalares cargadas de los modelos de extensión, por lo que este hecho no tiene mucha relevancia para los propósitos de este trabajo. Las gráficas del resto de las σ_i si coinciden con las de la literatura, así que para entender por que solo la gráfica de σ'_{33} difiere se tendría que hacer un análisis mucho mas profundo fuera del alcance de este trabajo.

Bibliografía

- [1] MOREIRA, M.A., *El modelo estándar de la física de partículas*, Revista Brasileira de Ensino de Física, 31(1), 1306.1-1306.11. <https://doi.org/10.1590/s1806-11172009000100006>
- [2] GRIFFITHS, D., *Introduction to Elementary Particles*, Jonh Wiley and sons, INC., U.S.A., 1987.
- [3] DORŠNER, I., FAJFER, S., GRELJO, A., KAMENIK, J., y KOŠNIK, N. (2016). *Physics of leptoquarks in precision experiments and at particle colliders*. Physics Reports, 641, 1–68. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2016.06.001>
- [4] ARROYO-UREÑA, M., TAVARES-VELASCO, G., y HERNÁNDEZ-TOMÉ, G. (2018). *Weak dipole moments of the tau lepton in models with an extended scalar sector*. Physical Review D, 97(1). <https://doi.org/10.1103/physrevd.97.013006>
- [5] KANEMURA, S., KIKUCHI, M., YAGYU, K., y YOKOYA, H. (2014). *Bounds on the mass of doubly charged Higgs bosons in the same-sign diboson decay scenario*. Physical Review D, 90(11). <https://doi.org/10.1103/physrevd.90.115018>
- [6] BOTO, R., ROMÃO, J. C., y SILVA, J. P. (2021). *Current bounds on the type-Z Z³ three-Higgs-doublet model*. Physical Review D, 104(9). <https://doi.org/10.1103/physrevd.104.095006>
- [7] BARRIUSO, C. M., *Dispersión $\gamma\gamma$* , (2018), Universidad Complutense de Madrid, España, Madrid.
- [8] JIKIA, G., y TKABLADZE, A. (1994). *Photon-photon scattering at the photon linear collider*. Physics Letters B, 323(3-4), 453–458. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(94\)91246-7](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)91246-7)
- [9] GOUNARIS, G., PORFYRIADIS, P., y RENARD, F. (1999). *The $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ process in the standard and SUSY models at high energies*. The European Physical Journal C, 9(4), 673–686. <https://doi.org/10.1007/s100529900079>
- [10] GOUNARIS, G., PORFYRIADIS, P., y RENARD, F. (1999a). *Light by light scattering at high energy: a tool to reveal new particles*. Physics Letters B, 452(1-2), 76–82. [https://doi.org/10.1016/s0370-2693\(99\)00171-9](https://doi.org/10.1016/s0370-2693(99)00171-9)
- [11] *Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC*. (2017). Nature Physics, 13(9), 852–858. <https://doi.org/10.1038/nphys4208>
- [12] TAVARES-VELASCO, G., y TOSCANO, J. J. (2001). *Photon-photon scattering in a 3-3-1 model*. Europhysics Letters (EPL), 53(4), 465–470. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00175-8>
- [13] TAVARES-VELASCO, G., y TOSCANO, J. (2000). *Signature of exotic particles in light by light scattering*. Physics Letters B, 472(1-2), 105–112. [https://doi.org/10.1016/s0370-2693\(99\)01429-x](https://doi.org/10.1016/s0370-2693(99)01429-x)

- [14] BERN, Z., FREITAS, A. D., GHINCULOV, A., WONG, H., y DIXON, L. (2001). *QCD and QED corrections to light-by-light scattering*. *Journal of High Energy Physics*, 2001(11), 031. <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2001/11/031>
- [15] BOHM, M., y SCHUSTER, R. (1994). *Scattering of light by light in the electro-weak Standard Model*. *Zeitschrift for Physik C Particles and Fields*, 63(2), 219–225. <https://doi.org/10.1007/bf01411013>
- [16] ATAG, S., INAN, S. C., y SAHIN, I. (2010). *Extra dimensions in $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ process at the CERN-LHC*. *Journal of High Energy Physics*, 2010(9). [https://doi.org/10.1007/jhep09\(2010\)042](https://doi.org/10.1007/jhep09(2010)042)
- [17] Cheung, K., Jueid, A., Kim, J., Lee, S., Lu, C. T., y Song, J. (2022). *Comprehensive study of the light charged Higgs boson in the type-I two-Higgs-doublet model*. *Physical Review D*, 105(9). <https://doi.org/10.1103/physrevd.105.095044>
- [18] Ashanujjaman, S., y Ghosh, K. (2022). *Revisiting type-II see-saw: present limits and future prospects at LHC*. *Journal of High Energy Physics*, 2022(3). [https://doi.org/10.1007/jhep03\(2022\)195](https://doi.org/10.1007/jhep03(2022)195)