



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMÁTICAS

**“SIMULACION DE LOS PERFILES DE TRANSMISION EN
REJILLAS DE PERIODO LARGO”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
LICENCIADA EN FISICA**

**PRESENTA
MARIANA UNDA SANCHEZ**

**ASESOR DE TESIS
JUAN CASTILLO MIXCOATL
COASESORA DE TESIS
GEORGINA BELTRAN PEREZ**

DICIEMBRE 2024

AGRADECIMIENTOS.....	IV
LISTA DE FIGURAS	V
RESUMEN.....	VIII
INTRODUCCIÓN	IX
OBJETIVOS.....	X
CAPÍTULO 1: CONCEPTOS TEÓRICOS.....	1
1.1 <i>Fibras Ópticas</i>	1
1.1.1 Guías planas	1
1.1.2 Guías planas dieléctricas	5
1.1.2 Guías cilíndricas dieléctricas: Fibras ópticas.....	8
1.1.3 Ecuación característica	11
1.2 <i>Rejillas en fibras ópticas</i>	13
1.2.1 Rejillas de Bragg.....	13
1.2.2 Rejillas de periodo largo.....	15
CAPÍTULO 2: ECUACIONES DE DISPERSIÓN Y TRANSMITANCIA EN LPF	18
2.1. <i>Ecuaciones de dispersión</i>	18
CAPÍTULO 3: DESARROLLO DE LOS PROGRAMAS	20
3.1 <i>Solución numérica de las ecuaciones de dispersión en los modos del núcleo</i>	20
3.2 <i>Solución numérica de las ecuaciones de dispersión en los modos de la cubierta</i> ...	22
3.3 <i>Simulación de la transmitancia de una LPF</i>	23
CAPÍTULO 4: RESULTADOS	24
4.1 <i>Solución numérica de las ecuaciones de dispersión</i>	24
4.2 <i>Perfiles de transmisión de las rejillas de periodo largo</i>	27
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES.....	34
REFERENCIAS	36
APÉNDICE A: ECUACIONES DE SELLMEIER CON CÓDIGO	38
APÉNDICE B: CÓDIGO UTILIZADO	39

Dedicatoria

Para tío Silver, donde sea que estes espero que veas esto.

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco profundamente al Dr. Juan Castillo Mixcóatl por su guía, apoyo y paciencia a lo largo de este proyecto. Su experiencia y orientación fueron fundamentales para el desarrollo de esta tesis. De igual forma me gustaría agradecer a la Dr. Georgina Beltrán Pérez quien fue paciente y compartió su conocimiento ayudando así con la creación de esta tesis. Agradezco a los profesores que me inspiraron a seguir el camino de la ciencia. Ana, Argelia Ríos, José Albino, Francisco y Zayda Lazcano, gracias por creer en mí.

A mi familia, gracias por su amor incondicional, su apoyo constante y por creer en mí incluso en los momentos más difíciles. En especial, a mis padres Marcos y Teresita, quienes siempre han sido mi pilar, no solo por su amor y sacrificio, sino también por enseñarme con su ejemplo el valor del esfuerzo, la dedicación y la resiliencia. Su confianza en mí ha sido la base sobre la que he construido mis sueños, y este logro es tanto mío como suyo. A mis hermanos Luis y María José ♥, por su apoyo incondicional; a mi tía Blanquis, por siempre apoyarme, escucharme y estar a mi lado; y a mis primas Ale y Bicos, por inspirarme y alegrar mi camino. A mi tío Silverio quien puso toda su fe y apoyo en mí, él sabía lo importante que la ciencia era para mí, era una persona admirable que me inspiro cada día para seguir adelante. Su confianza me ha dado la fuerza para seguir adelante.

A mis amigos quienes siempre estuvieron dispuestos a compartir ideas, brindar apoyo moral y hacer de este camino una experiencia más llevadera. A Julián, por sus palabras de aliento; a Sofía, por estar siempre dispuesta a escuchar; a Arturo, por los momentos de distracción necesarios; y a Kevin, por su compañía constante. Gracias por tratarme como si fuera parte de su familia, haciéndome sentir siempre bienvenida y querida. A mis amigos de DAU que lograron hacer mi vida universitaria más llevadera y divertida: su amistad y apoyo han sido invaluable en este viaje.

Gracias a todos por ser parte de este logro.

Lista de Figuras

Fig. 1. 1. Diagrama de una guía plana formada por dos espejos planos paralelos separados por una distancia d . Los haces de luz se reflejan sobre los espejos con un ángulo θ respecto del eje z	1
Fig. 1. 2. Representación de frentes de onda en una guía plana. Las líneas discontinuas representan el frente de onda del haz después de dos reflexiones. Si la diferencia de fase entre las ondas después de dos reflexiones es un múltiplo entero de 2π , esta onda se auto reproduce y los frentes de onda del campo electromagnético se representan por las líneas solidas grises.	2
Fig. 1. 3. Diferencia de caminos ópticos entre dos haces consecutivos que viajan hacia arriba después de dos reflexiones, en líneas grises se representan los espejos, las líneas moradas representan el camino de la luz, la línea de B-C representa la coincidencia de los frentes de onda de ambos haces.	3
Fig. 1. 4 Diagrama que muestra la descomposición del vector de onda k en los ejes y y z . La componente de k en z usualmente es conocida como la constante de propagación, mientras que la componente en y determina la frecuencia de oscilación transversal de los campos. ..	4
Fig. 1. 5. Ejemplo de la distribución transversal del campo eléctrico para los primeros tres modos, de la guía de espejos planos.	5
Fig. 1. 6. Guiado de un rayo a través de un medio dieléctrico con índices refractivos diferentes y presentando un desplazamiento horizontal debido al efecto Goos Hänchen.....	8
Fig. 1. 7. Rayos meridionales y skewed. a) Cuando el haz incidente se encuentra en el plano meridional este se mantiene rebotando siempre en el mismo plano y a esta condición se le conoce como rayos meridionales. b) Por otra parte cuando el haz incidente no se encuentra en un plano meridional este cambia de plano en cada rebote generando los rayos skewed, c) Se muestran las trayectorias descritas por el campo eléctrico al viajar en un plano meridional (izquierda) y fuera de él (derecha).	9
Fig. 1. 8. Campo eléctrico de la guía en un sistema coordenado cilíndrico.	10

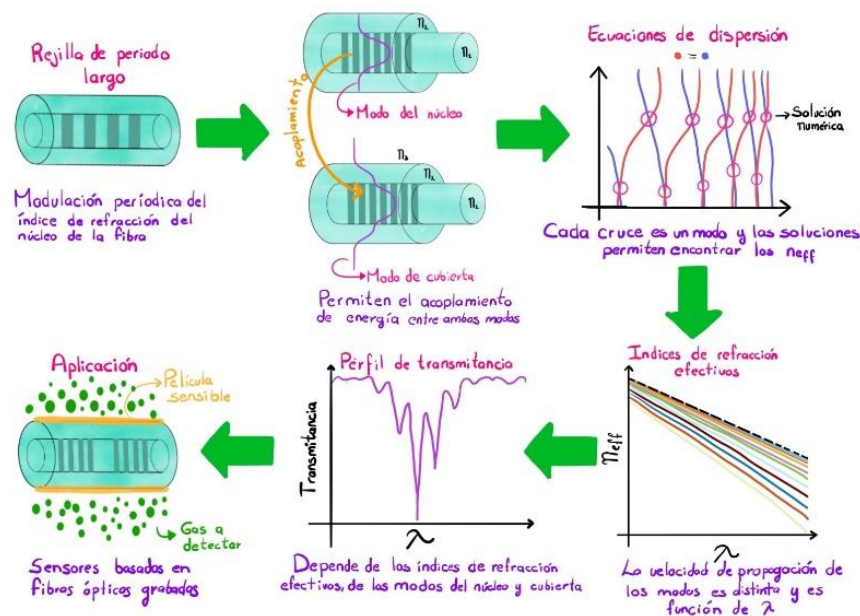
Fig. 1. 9. Solución grafica de la ecuación característica normalizada para $V = 10$ y $l = 0$	12
Fig. 1. 10. En este esquema se muestra el aspecto general de una rejilla de Bragg. Donde Λ es el periodo de la rejilla, L la longitud de la rejilla, n_a y n_b son los índices de la rejilla...	13
Fig. 1. 11. Esquema experimental de la técnica de grabado de rejillas de Bragg mediante un interferómetro.	14
Fig. 1. 12. Esquema de la técnica de grabado de rejillas de Bragg mediante el uso de una mascarilla de fase. Donde Λ es el periodo de la mascarilla y las líneas grises representan la dirección de los haces difractados.	14
Fig. 1. 13. Esquema de trabajo del método de grabado punto a punto.	15
Fig. 1. 14. Ejemplo del espectro de transmitancia de un MZI construido con un par de rejillas de periodo largo separadas por una distancia $d=50\text{mm}$, con $\phi = \pi$ radianes, $L1 = 16.6\text{mm}$ y $L2 = 3.4\text{mm}$ ($q=0.33$). Para $LP03$	17
Fig. 1. 15. Grafica de dispersión para una fibra óptica monomodo con un diámetro del núcleo $a_1 = 4.1 \mu\text{m}$	21
Fig. 1. 16. Solución gráfica de la ecuación característica para $\lambda = 1.7\mu\text{m}$. La solución numérica se muestra con un círculo rojo.	21
Fig. 2. 1. Índices de refracción del núcleo y cubierta de una fibra monomodo empleando las ecuaciones de Sellmeier [4].	23
Fig. 4. 1. Aspecto del programa desarrollado para resolver las ecuaciones de dispersión de los modos de cubierta. En la ventana de la izquierda se observa el cursor del mouse que permite la ubicación manual de las raíces.	24
Fig. 4. 2. Comportamiento de las curvas de dispersión para tres valores distintos del modo azimutal l : a) y b) $l=0$, c) $l=1$, d) $l=2$	25

Fig. 4. 3. El programa IndicesEfectivosCubierta.m realiza la búsqueda de las soluciones alrededor de las aproximaciones manuales que se dieron al inicio. La grafica de en medio muestra un acercamiento de la región de la solución marcada con un asterisco negro en la gráfica inferior.	26
Fig. 4. 4. Gráfica de los índices de refracción efectivos en función de la longitud de onda para los modos de cubierta de una fibra monomodo, con un radio de núcleo $a1 = 4.1\mu m$ y un radio de la cubierta $a2 = 62.5\mu m$	26
Fig. 4. 5. Perfil de transmisión de una LPG, con un periodo de $\Lambda = 475\mu m$, para diferentes corrimientos de fase. $\kappa mL = 1.471$, $L = 30mm$. a) El acoplamiento se realizó entre el modo fundamental del núcleo y el modo $LP03$ de la cubierta b) acoplamiento para el modo $LP05$ de la cubierta (Resultado obtenido por Y. Liu [8]).	27
Fig. 4. 6. Efectos de la posición del corrimiento de fase en el grabado de la LPG. La transmitancia se calculó para $\kappa mL = 1.471$, $L = 30mm$, $\phi = \pi$ a) Acoplando al modo $LP03$ de la cubierta, b) Para el modo $LP05$ de la cubierta (Resultado obtenido por Y. Liu [8]). ..	28
Fig. 4. 7. Transmisión de un MZI formado por dos LPG en cascada separadas por una distancia $d = 50mm$, $\phi = 0$, $q = 0$, $L = 20mm$ y un periodo de $\Lambda = 475\mu m$. a) Para el modo $LP03$, b) para el modo $LP05$ (Resultado de Y. Liu [8])......	29
Fig. 4. 8. Perfil de transmisión para distintas fuerzas de acoplamiento. Las características de la rejilla son: $L = 20mm$, $q = 0$, $\phi = 0$, $\Lambda = 475\mu m$	29
Fig. 4. 9. Perfiles de transmisión para distintos valores del periodo de la rejilla. Las características de la LPG son: $d = 0$, $\phi = 0$, $L = 20mm$, $\kappa mL = \pi/4$, $q = 0$	30
Fig. 4. 10. Perfil de transmisión de un MZI para diferentes separaciones entre las rejillas.	31
Fig. 4. 11. Mismos perfiles de transmisión del MZI mostrado en la Fig. 4. 10 en escala lineal.	32
Fig. 4. 12. Efectos del desfasamiento entre las LPGs que conforman el IMZ.	32
Fig. 4. 13. Efectos del cambio en la longitud de las rejillas que conforman al IMZ. Las características del IMZ son: $L = L1 + L2 = 20mm$, $q = 15,25,35,45 * 0.5$, $\phi = 0$, $\kappa m * 10mm = \pi/4$, $d = 10mm$	33

Resumen

En esta tesis se repasan los conceptos necesarios para entender el funcionamiento de las fibras ópticas y los diferentes métodos de grabado de rejillas de Bragg. Se describen los métodos utilizados para el desarrollo de programas en Matlab que permiten resolver numéricamente las ecuaciones de dispersión en los modos de cubierta y de núcleo, guías de onda de 3 y 2 medios. Se emplea también la teoría de modos acoplados para describir el perfil de transmisión de una rejilla de periodo largo grabada en una fibra óptica dopada con germanio, para generar la condición de guiado ($n_1 > n_2$). Se emplearon las ecuaciones de Sellmeier para definir la dependencia de índice de refracción de núcleo y cubierta en función de la longitud de onda, para posteriormente obtener los índices efectivos de los modos de propagación tanto en el núcleo como en la cubierta de la fibra para cada longitud de onda seleccionada. Finalmente, con la información obtenida y los resultados de las ecuaciones acopladas de los modos en núcleo y cubierta, se analizaron los efectos en los espectros de transmisión de la rejilla, en función de los parámetros de esta: Λ periodo de la rejilla, L longitud de la rejilla, κ coeficiente de acoplamiento, entre otros. La teoría utilizada para la modelación de estos espectros permite también el análisis del perfil de transmisión de interferómetro de Mach-Zenhdner, formado por dos rejillas separadas una distancia d , se revisó también su comportamiento al modificar los parámetros mencionados anteriormente. Estos resultados pueden ser empleados como herramienta de análisis auxiliar en el desarrollo de sensores de fibra basados en el uso de rejillas de periodo largo.

Palabras clave: Rejillas de periodo largo, sensores en fibra, relaciones de dispersión en fibras, interferómetro de Mach-Zehnder con rejilla de periodo largo.



Resumen gráfico

Introducción

La fibra óptica es un innovador invento más eficaz que los cables tradicionales en la transmisión de información a largas distancias, con una mayor velocidad y con menores pérdidas. Sin embargo, este dispositivo no solo se limita a la propagación de información, también es posible utilizarlo para la fabricación de sensores. Particularmente dentro del Cuerpo Académico de Optoelectrónica y Fotónica (CAOyF) se han utilizado estos dispositivos para fabricar rejillas de Bragg de periodo largo (LPG por sus siglas en inglés). Estas últimas son simplemente modulaciones periódicas del índice de refracción del núcleo de una fibra convencional. De manera general estas rejillas permiten el acoplamiento de la energía que viaja en el núcleo hacia la cubierta, lo cual puede ser utilizado para estimar perturbaciones en el medio exterior de la fibra óptica. Dentro del CAOyF se ha aprovechado este fenómeno para desarrollar sensores que permiten la detección, entre otras cosas, de concentraciones de acetona, la cual es un biomarcador de enfermedades como la diabetes mellitus.

Por ejemplo, en [1] se mostró que el uso de análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés) es una técnica muy útil para determinar la respuesta de los sensores basados en LPG's. En este caso se logró un límite de detección (LOD, por sus siglas en inglés) de 170ppm utilizando dos LPG's en cascada (interferómetro de Mach-Zehnder) y PCA. Más adelante en [2] se utilizó nuevamente un par de LPG's en cascada para formar un interferómetro de Mach-Zehnder (MZI) con la variante adicional de un doble paso a través del interferómetro, además se incluye un análisis de regresión con componentes principales (PCR, por sus siglas en inglés). Como resultado de lo anterior el LOD fue disminuido hasta un valor de 1.48ppm. Este último resultado permite al grupo afirmar que es posible utilizar estos dispositivos como mecanismos de detección de la presencia de acetona en el aliento de personas con tendencia a la diabetes.

A pesar de los buenos resultados mostrados anteriormente, aún no se ha determinado con precisión cuales son las condiciones óptimas para el desarrollo de este tipo de sensores basados en rejillas. Por ejemplo, ¿cuál es el periodo adecuado?, la banda de longitudes de onda, la separación entre las rejillas en cascada, la película sensible, entre otras interrogantes. Con la idea de facilitar la búsqueda de las condiciones adecuadas se plantea el desarrollo de un conjunto de programas que permitan modelar los perfiles de transmisión de las LPG's e interferómetros contruidos con estas.

Por todo lo anterior, el objetivo de esta tesis es resolver numéricamente las ecuaciones de dispersión de una guía de tres medios para la simulación de la transmitancia de una LPG, dando como producto final un programa que realice todos los cálculos necesarios para la obtención de índices de reflexión efectivos y perfiles de transmitancia para diferentes parámetros de la rejilla. Sin embargo, para

llevar a cabo esto debemos conocer algunos conceptos comencemos repasando el concepto de guías de onda.

Objetivos

El objetivo general de este trabajo es: Desarrollar un conjunto de programas que permitan la simulación del perfil de transmisión de una rejilla de periodo largo (LPG) y el perfil del patrón de interferencia de un MZI construido con dos LPG's en cascada.

Los objetivos particulares para conseguir el objetivo general son los siguientes:

- ❖ Resolver numéricamente la ecuación característica de una fibra monomodo convencional, para determinar el índice efectivo del modo fundamental en función de la longitud de onda.
- ❖ Determinar la solución numérica de la ecuación característica para el guiado de luz en 3 medios (modos de cubierta). Lo anterior con el fin de determinar los índices efectivos de los primeros 10 modos de cubierta para el índice azimutal $l = 0$.
- ❖ Con la ayuda de los índices efectivos del núcleo y la cubierta determinar el perfil de transmisión de LPG's solas o en cascada (MZI).
- ❖ Análisis de los perfiles de transmisión en función de las características de las rejillas: periodo, longitud, desfaseamiento (error de grabado), etc.

Capítulo 1: Conceptos teóricos

1.1 Fibras Ópticas

Las fibras ópticas son guías de luz dieléctricas con geometría cilíndrica. El campo eléctrico que viaja dentro de estas guías se le conoce como modos de propagación, para entender y explicar la manera en cómo estos modos viajan en la fibra, analicemos primero las propiedades de guías más simples, iniciando por una guía.

1.1.1 Guías planas

Una guía de luz puede ser construida con un par de espejos planos paralelos, a este dispositivo se le conoce como una guía plana. Por sencillez consideremos que los dos espejos son ideales y están separados por una distancia d , con nuestro sistema de referencia colocado de manera que el eje z coincide con la dirección de propagación de los haces reflejados y a una distancia $\pm d/2$ de cada espejo. Uno podría suponer que si se introduce un haz de luz a un ángulo θ respecto del eje z , siendo que son espejos ideales la luz se reflejará de un punto a otro sin pérdidas y seguirá su camino hasta que los espejos se terminen.

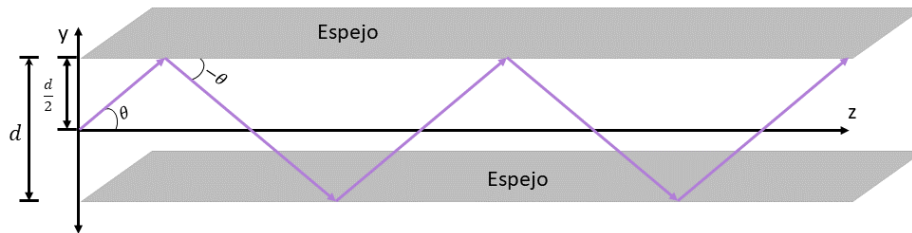


Fig. 1. 1. Diagrama de una guía plana formada por dos espejos planos paralelos separados por una distancia d . Los haces de luz se reflejan sobre los espejos con un ángulo θ respecto del eje z .

Sin embargo, esto no necesariamente es cierto y se debe a que la luz en realidad es algo más complejo que un rayo. Para comprender de mejor manera el guiado de luz es necesario considerar la naturaleza ondulatoria de esta. Consideremos entonces que la onda que se lanza a la guía tiene un frente de onda plano, un número de onda $k = nk_0$, con n el índice de refracción, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío y $\lambda = \lambda_0/n$. Si esta onda viaja hacia el espejo superior con un ángulo θ , esta es reflejada con un ángulo $-\theta$ y la onda reflejada va acompañada por un desfase de π radianes. Para que la luz sea efectivamente guiada, se requiere que el segundo haz reflejado sea la auto reproducción del haz original. Si este comportamiento se mantiene, la onda será guiada de manera efectiva hasta el final del dispositivo, a esta condición se le conoce como el principio de auto consistencia [3].

Si se satisface el principio de auto consistencia se garantiza que la onda se mantiene guida dentro de la estructura y como veremos a continuación genera una distribución de campo eléctrico que viaja sin cambios a través de ella.

Esta distribución transversal del campo eléctrico y su polarización se mantienen sin cambio a través de todo el sistema de guiado de ondas y se le conoce como **modo de propagación**. Veamos a continuación como deducir estos modos de propagación.

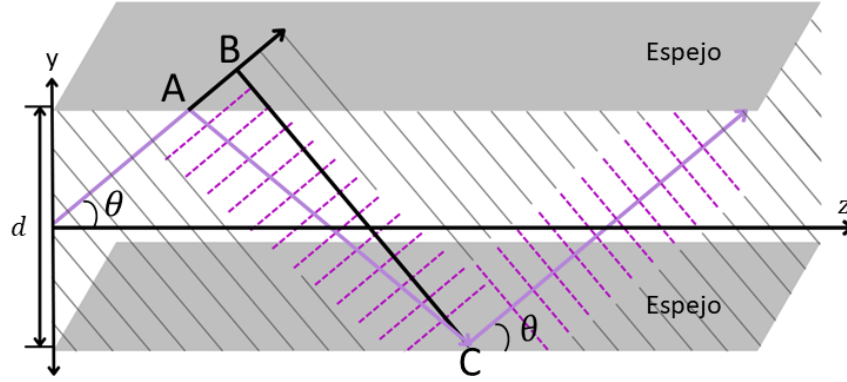


Fig. 1. 2. Representación de frentes de onda en una guía plana. Las líneas discontinuas representan el frente de onda del haz después de dos reflexiones. Si la diferencia de fase entre las ondas después de dos reflexiones es un múltiplo entero de 2π , esta onda se auto reproduce y los frentes de onda del campo electromagnético se representan por las líneas sólidas grises.

Tomando en cuenta lo anterior, la condición de auto consistencia exige que la diferencia de fase entre $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ sea un múltiplo entero de 2π . De la Fig. 1. 2 se observa que esta diferencia de fase puede escribirse como:

$$\frac{2\pi\overline{AB}}{\lambda} - 2\pi - \frac{2\pi\overline{AC}}{\lambda} = 2\pi q, \quad (1)$$

Despejando la diferencia de caminos $\overline{AB} - \overline{AC}$ obtenemos:

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \lambda(q + 1). \quad (2)$$

Usando geometría de triángulos rectángulos podemos obtener los valores de $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$.

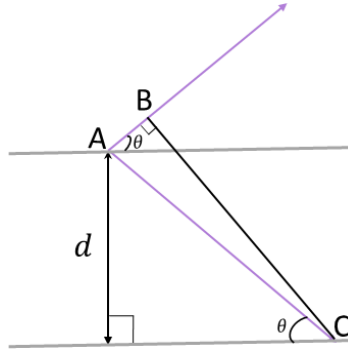


Fig. 1. 3. Diferencia de caminos ópticos entre dos haces consecutivos que viajan hacia arriba después de dos reflexiones, en líneas grises se representan los espejos, las líneas moradas representan el camino de la luz, la línea de B-C representa la coincidencia de los frentes de onda de ambos haces.

$$\overline{AC} = \frac{d}{\sin\theta}, \quad (3)$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \cos 2\theta. \quad (4)$$

Tenemos que $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ y $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$.

$$\overline{AB} = \frac{d}{\sin\theta} - 2d \sin\theta,$$

Haciendo la resta:

$$\overline{AC} - \overline{AB} = 2d \sin\theta, \quad (5)$$

Usando (5) en la ecuación (2) y haciendo un cambio de variable $(q + 1) = m$, tenemos [3]:

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda m}{2d}, \quad m=1,2,3,\dots \quad (6)$$

Esta última ecuación nos muestra que contrario a nuestro sentido común, los haces de luz solo se mantienen guiados cuando la condición de auto consistencia es válida, y esto sucede únicamente para cierto grupo de ángulos,

$$\theta_m = \sin^{-1} \frac{\lambda m}{2d}, \quad m=1,2,3,\dots \quad (7)$$

ya que el $\sin\theta_m$ menor que 1, el máximo valor permitido para m es $\frac{2d}{\lambda}$, entonces:

$$M = \frac{2d}{\lambda}. \quad \begin{array}{l} \text{Número de} \\ \text{modos} \\ \text{permitidos} \end{array} \quad (8)$$

Ahora comencemos a hablar de los modos de propagación. Los componentes de la constante k son:

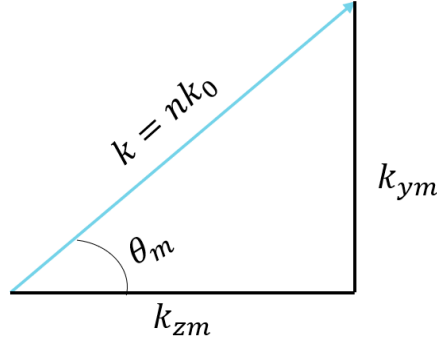


Fig. 1. 4 Diagrama que muestra la descomposición del vector de onda k en los ejes y y z . La componente de k en z usualmente es conocida como la constante de propagación, mientras que la componente en y determina la frecuencia de oscilación transversal de los campos.

El componente en y es $k_y = k \sin \theta$ el cual está cuantizado a $k_{ym} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_m$, usando la ecuación (6) se obtiene:

$$k_{ym} = \frac{\pi m}{d}. \quad \begin{array}{l} \text{Componente} \\ \text{transversal de la} \\ \text{onda} \end{array} \quad (9)$$

El componente en z es $k_z = k \cos \theta$ cuantizado a $k_{zm} = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m$, elevando esto al cuadrado y haciendo uso de propiedades trigonométricas se obtiene que $k_{zm}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sin^2 \theta$, haciendo uso de la ecuación (6) y siendo que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ se llega a [3]:

$$\beta^2 = k_{zm}^2 = k^2 - \left(\frac{\pi m}{d}\right)^2. \quad \begin{array}{l} \text{Constantes de} \\ \text{propagación} \end{array} \quad (10)$$

Los componentes de onda solo se encuentran en z y y , separando la onda en dos ondas planas una correspondiente a θ y la otra correspondiente a $-\theta$, se le asigna un vector de onda a cada una, $k_\theta = (0, k_y, k_z)$ y para $k_{-\theta} = (0, -k_y, k_z)$.

Con esta información buscamos escribir los campos eléctricos para cada onda.

Para θ

$$E_{\theta m} = A_m e^{-i(k_{ym}y + k_{zm}z)}, \quad (11)$$

para $-\theta$ se añade el desfase entre las ondas $(m-1)\pi$

$$E_{-\theta m} = A_m e^{-i(-k_{ym}y + k_{zm}z)} e^{i((m-1)\pi)} \quad (12)$$

La ecuación (12) muestra que el campo de $-\theta$ es esencialmente la versión conjugada del campo de la ecuación (11) y solo difiere por el término $e^{i((m-1)\pi)}$, el cual es 1 ó -1, si m es impar o par, respectivamente. De aquí que el campo total dentro de la guía para m par es:

$$E_x(y, z) = 2A_m \cos(k_{ym}y) e^{-i(k_{zm}z)}, \quad (13)$$

mientras que si m es impar el campo es:

$$E_x(y, z) = 2iA_m \sin(k_{ym}y) e^{-i(k_{zm}z)}. \quad (14)$$

Se puede escribir el campo de forma compleja como:

$$E_x(y, z) = a_m u_m e^{-i(k_{zm}z)}, \quad (15)$$

sea $a_m = \sqrt{2d} A_m$ para modos impares y $a_m = i\sqrt{2d} A_m$ para modos pares y

$$u_m(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d}} \cos(k_{ym}y), & m = 1, 3, 5, \dots \\ \sqrt{\frac{2}{d}} \sin(k_{ym}y), & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases}, \quad (16)$$

las funciones u_m están normalizadas para cumplir con $\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} u_m^2(y) dy = 1$, con $-\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2}$. En la Fig. 1. 5 se muestran las distintas distribuciones transversales para los primeros 3 modos de una guía de espejos planos.

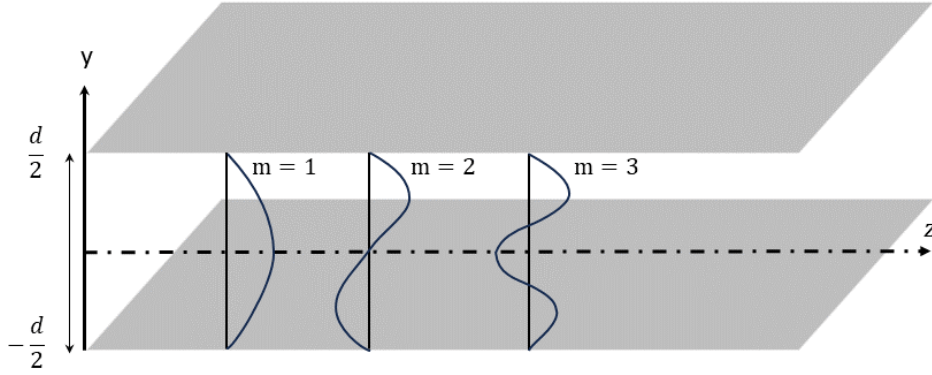


Fig. 1. 5. Ejemplo de la distribución transversal del campo eléctrico para los primeros tres modos, de la guía de espejos planos.

1.1.2 Guías planas dieléctricas

Para el caso de una guía plana dieléctrica se sigue el mismo procedimiento que el de las guías planas con algunas diferencias las cuales se abordan a continuación:

Se introduce un cambio de fase $\phi_r(\theta)$ dado por la reflexión interna en los límites del material dieléctrico, de tal forma que [3]:

$$\tan \frac{\phi_r}{2} = \left(\frac{\sin^2 \bar{\theta}_c}{\sin^2 \theta} - 1 \right). \quad \theta \leq \bar{\theta}_c = \cos^{-1} \frac{n_1}{n_2} \quad (17)$$

Tomando en cuenta que el cambio de fase de la primera onda menos el cambio de fase de la segunda onda es igual a un múltiplo de 2π , la condición de auto consistencia para el material dieléctrico es:

$$\tan \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta - \frac{m\pi}{2} \right) = \left(\frac{\sin^2 \bar{\theta}_c}{\sin^2 \theta} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

Siendo esta última ecuación una ecuación trascendental que requiere de una solución numérica.

El vector de componentes de onda es $(0, n_1 k_0 \sin \theta_m, n_1 k_0 \cos \theta_m)$, los componentes en z son las constantes de propagación:

$$\beta_m = n_1 k_0 \cos \theta_m. \quad (19)$$

El número de modos soportados por este sistema viene dado para la separación de intervalos de la solución numérica de la ecuación (18) y por la condición $\sin \theta \leq \sin \bar{\theta}_c$ dando como resultado:

$$M \doteq \frac{2d \sin \bar{\theta}_c}{\lambda}. \quad (20)$$

Para obtener el campo eléctrico interno se divide a la onda en dos, al igual que en el caso de la guía de onda plana, resultando su campo eléctrico oscilante en x como:

$$E_x(y, z) = a_m u_m(y) e^{-i\beta_m z}. \quad (21)$$

Donde a_m es una constante y

$$u_m(y) \propto \begin{cases} \sin \left(\frac{2\pi \sin \theta_m}{\lambda} y \right), & m = 1, 3, 5, \dots \\ \cos \left(\frac{2\pi \sin \theta_m}{\lambda} y \right), & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases}, \quad (22)$$

El campo externo debe coincidir con el interno en los bordes del material, escribimos al campo como $E_x(y, z) = a_m u_m(y) (e^{-i\beta_m z})$ considerando que este decae lejos de los bordes se define a u_m como:

$$u_m(y) \propto \begin{cases} e^{-\gamma_m y}, & y > \frac{d}{2} \\ e^{\gamma_m y}, & y < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (23)$$

y al coeficiente de extinción como:

$$\gamma_m = n_2 k_0 \left(\frac{\cos^2 \theta_m}{\cos^2 \theta_c} - 1 \right). \quad (24)$$

Debido al material dieléctrico se tiene que considerar un nuevo fenómeno. El rayo viaja una distancia en z igual a $d \cot \theta$ donde este se encuentra con el límite superior, posteriormente su luz es reflejada sin embargo esta se ve desplazada por una distancia Δz Fig. 1. 6 lo cual no afecta a su guiado, este fenómeno se él conoce como el efecto Goos-Hänchen.

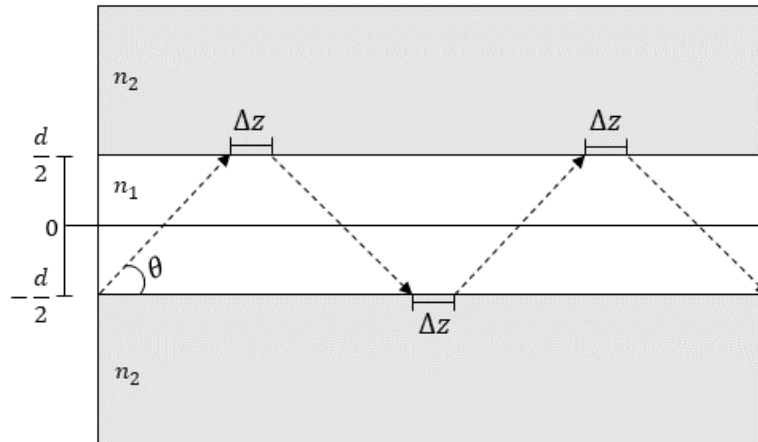
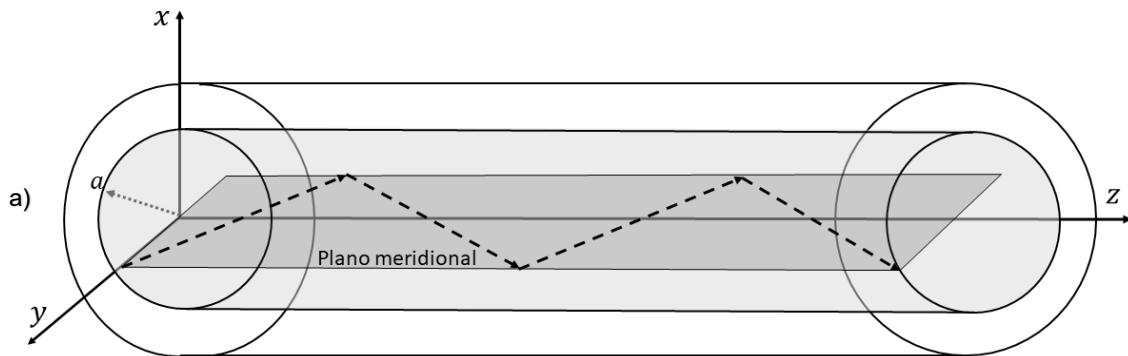


Fig. 1. 6. Guiado de un rayo a través de un medio dieléctrico con índices refractivos diferentes y presentando un desplazamiento horizontal debido al efecto Goos Hänchen.

1.1.2 Guías cilíndricas dieléctricas: Fibras ópticas

Las fibras ópticas no son otra cosa más que guías dieléctricas con una geometría cilíndrica. En este caso los modos de propagación pueden llegar a ser bastante más complicados que los mostrados en la guía dieléctrica plana. Por ejemplo, en general en este caso los haces de luz pueden ingresar en la guía fundamentalmente en dos situaciones, 1) cuando el haz de luz incidente se encuentra en el plano meridional, ver Fig. 1. 7a, el haz de luz se refleja siempre en el mismo plano, si se observara el haz desde el extremo final de la fibra se observaría que el haz de luz sigue una trayectoria lineal y el comportamiento de estos rayos es prácticamente similar al explicado en las guías de onda plana. Por otra parte, cuando el haz incidente no se halla en el plano meridional, en este caso los rayos pueden reflejarse siempre en planos distintos, a esta condición se le conoce como rayos skewed. Esto significa que los modos de propagación dependerán de dos condiciones distintas, una de ellas hace alusión al ángulo de reflexión y otra al ángulo del plano de incidencia.



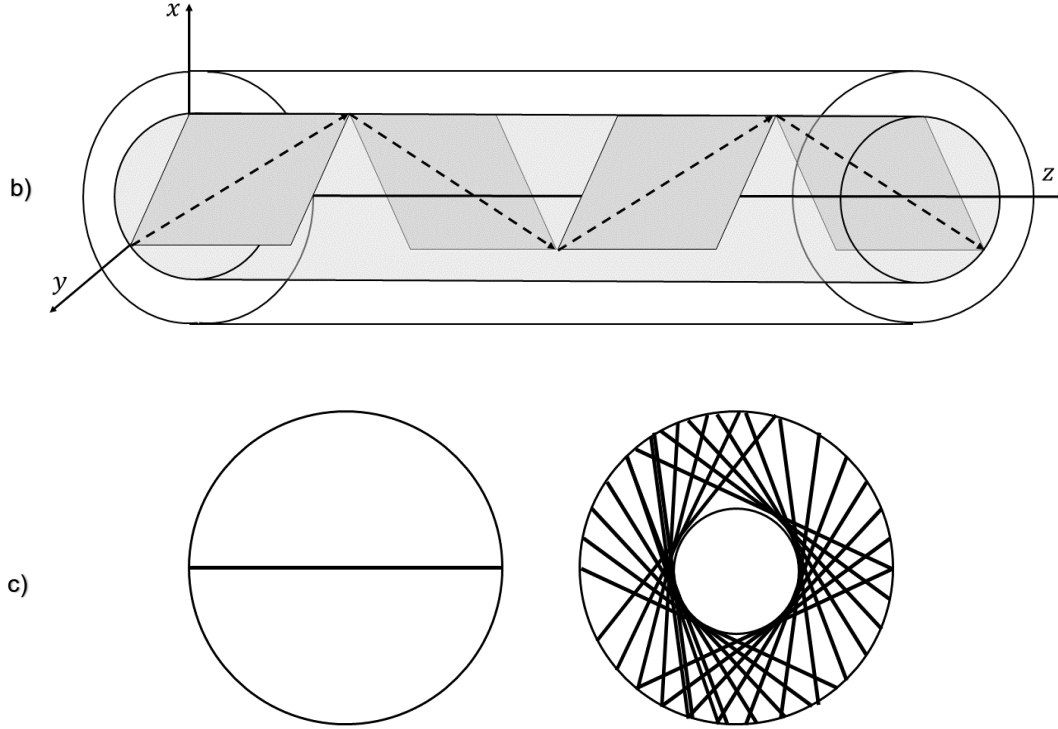


Fig. 1. 7. Rayos meridionales y skewed. a) Cuando el haz incidente se encuentra en el plano meridional este se mantiene rebotando siempre en el mismo plano y a esta condición se le conoce como rayos meridionales. b) Por otra parte cuando el haz incidente no se encuentra en un plano meridional este cambia de plano en cada rebote generando los rayos skewed, c) Se muestran las trayectorias descritas por el campo eléctrico al viajar en un plano meridional (izquierda) y fuera de él (derecha).

Por otra parte, estrictamente hablando el campo eléctrico que se propaga dentro de la guía debe contener tres componentes distintas: E_r , E_ϕ , E_z , las cuales se encuentran en un sistema coordenado cilíndrico tal y como se observa en la Fig. 1. 8. Es posible simplificar las cosas si pensamos en una fibra óptica típica el diámetro del núcleo puede variar desde 8 hasta 100 μm lo que implica que los ángulos de rebote son muy pequeños y por lo tanto la componente longitudinal del campo eléctrico es muy pequeña y puede considerarse que el campo solo consta de las componentes transversales. De esta manera las componentes de polarización del campo sobre el plano (x, y) pueden formar los estados ortogonales de los modos que se propagan en la guía. A estos se les conoce como los modos linealmente polarizados (l, m) y se denotan como LP_{lm} (LP son las siglas en ingles de linealmente polarizado y se utilizan para el caso de un guiado débil en las fibras), donde el índice l se relaciona con el ángulo del plano de incidencia y el índice m esta relacionado con el ángulo de reflexión de los haces.

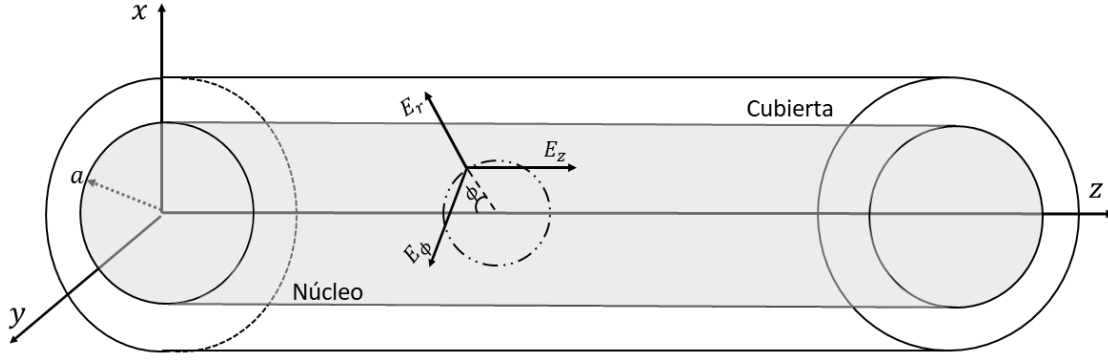


Fig. 1. 8. Campo eléctrico de la guía en un sistema coordenado cilíndrico.

Bajo estas condiciones si $U(r, \phi, z)$ es la amplitud del campo eléctrico dentro de la guía esta función debe satisfacer la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 U + n^2 k_0^2 U = 0. \quad (25)$$

Si utilizamos el laplaciano en coordenadas cilíndricas la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 U = 0. \quad (26)$$

Debido a lo descrito anteriormente se espera que las soluciones del campo eléctrico sean de la forma $U = u(r)e^{-il\phi}e^{-i\beta z}$, por otra parte la ecuación (26) debe ser satisfecha tanto en el núcleo como en la cubierta de la fibra, por lo que se puede escribir lo siguiente [3], [4]:

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du(r)}{dr} + \left(k_T^2 - \frac{l^2}{r^2} \right) u(r) = 0, r < a \text{ (núcleo)} \quad (27a)$$

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du(r)}{dr} - \left(\gamma^2 + \frac{l^2}{r^2} \right) u(r) = 0, r > a \text{ (cubierta)} \quad (27b)$$

Donde:

$$k_T^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2, \quad (28a)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2. \quad (28b)$$

Las ecuaciones (27) son bien conocidas y son llamadas las ecuaciones de Bessel y sus soluciones son una familia de funciones Bessel:

$$u(r) \propto \begin{cases} J_l(k_T r) & r < a \text{ (núcleo)} \\ K_l(\gamma r) & r > a \text{ (cubierta)} \end{cases}. \quad (29)$$

Donde $J_l(x)$ es la función Bessel de primera clase y orden l y $K_l(x)$ es la función modificada de Bessel de segunda clase y orden l . Las constantes k_T y γ juegan el papel de frecuencia de oscilación y constante de decaimiento de los campos en el

núcleo y cubierta respectivamente. Lo que sigue ahora es la determinación de los modos de propagación dentro de la fibra óptica. Para hacer esto es necesario introducir una condición equivalente a la condición de auto consistencia que se ha manejado anteriormente, el procedimiento se describe a continuación.

1.1.3 Ecuación característica

Para determinar una expresión de los modos de propagación de la fibra es necesario satisfacer las condiciones de continuidad del campo eléctrico en la frontera núcleo-cubierta, es decir que el campo $u(r)$ en $r = a$ debe ser igual y continuo en su derivada esto puede satisfacerse de manera simultánea mediante la siguiente expresión [5]:

$$(k_T a) \frac{J'_l(k_T a)}{J_l(k_T a)} = (\gamma a) \frac{K'_l(\gamma a)}{K_l(\gamma a)}. \quad (30)$$

Ecuación
característica

A esta última expresión se le conoce como la ecuación característica y es equivalente a la condición de auto consistencia que se ha mostrado en los casos de las guías planas. Cada modo de propagación debe satisfacer la ecuación (30). Sin embargo, como se observa esta es una ecuación trascendental es decir que no permite una solución analítica (despejar a k_T o γ), por lo que para resolverse deben emplearse métodos numéricos.

Es posible normalizar la ecuación anterior definiendo dos nuevas variables:

$$X = k_T a, \quad Y = \gamma a. \quad (31)$$

Que satisfacen además que:

$$X^2 + Y^2 = V^2, \quad (32)$$

donde:

$$V = NA \frac{2\pi a}{\lambda_0}. \quad (33)$$

A este último se le conoce como el parámetro V o el parámetro de la fibra. De esta forma la ecuación (30) puede escribirse como:

$$X \frac{J_{l+1}(X)}{J_l(X)} = \pm Y \frac{K_{l+1}(Y)}{K_l(Y)}. \quad (34)$$

Ecuación
característica
normalizada

En donde se ha utilizado las siguientes identidades de las funciones Bessel:

$$J'_l(x) = \pm J_{l\mp 1}(x) \mp l \frac{J_l(x)}{x}, \quad (35a)$$

$$K'_l(x) = -K_{l\mp 1}(x) \mp l \frac{K_l(x)}{x}. \quad (35b)$$

En la Fig. 1. 9 se muestra la solución grafica de la ecuación (34) para cuando $V = 10$ y $l = 0$. En esta figura se muestra la gráfica del lado derecho de la ecuación (34) (ELD) junto con la ecuación del lado izquierdo (ELI). Las soluciones son las intersecciones de ambas ecuaciones. Como se observa en este caso existen tres modos m (tres intersecciones). Para conocer el número total de modos es necesario cambiar el valor de l hasta que no existan intersecciones entre las gráficas

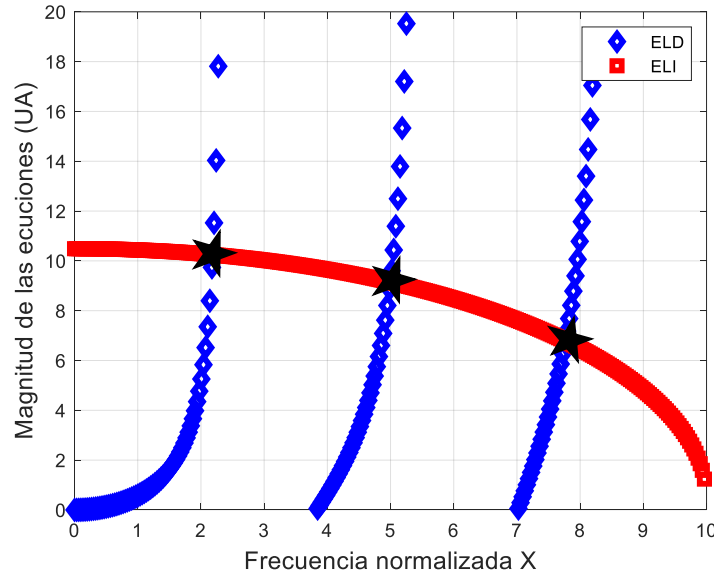


Fig. 1. 9. Solución grafica de la ecuación característica normalizada para $V = 10$ y $l = 0$.

En el ejemplo mostrado en la Fig. 1. 9 las soluciones son en los valores $X_{01} = 2.1, X_{02} = 5, X_{03} = 7.7$. De esta manera sería posible encontrar los valores de k_T y γ mediante las ecuaciones (31) y por lo tanto es posible describir los perfiles de los modos con las soluciones del campo en la ecuación (29). A continuación se describe el funcionamiento de las llamadas rejillas de Bragg en fibras ópticas.

1.2 Rejillas en fibras ópticas

1.2.1 Rejillas de Bragg

Una rejilla de Bragg es una perturbación periódica del índice de refracción en el núcleo de la fibra óptica, ver Fig. 1. 10. Estas formaciones fueron descubiertas al notar un incremento en la atenuación de una fibra óptica de sílice expuesta prolongadamente a luz visible [6], posteriormente se buscaron formas de crear intencionalmente estas rejillas debido a su potencial uso en telecomunicaciones.

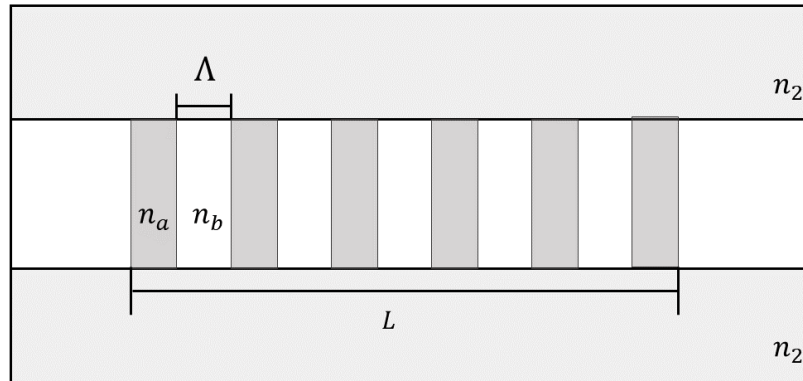


Fig. 1. 10. En este esquema se muestra el aspecto general de una rejilla de Bragg. Donde Λ es el periodo de la rejilla, L la longitud de la rejilla, n_a y n_b son los índices de la rejilla.

Más tarde fue descubierto que las fibras dopadas con germanio son fotosensibles al ultravioleta, esto es que puede cambiar su índice de refracción al ser expuesta a la radiación UV. Esta propiedad ha sido aprovechada para modificar periódicamente el índice de refracción del núcleo de la fibra dando como resultado una rejilla de Bragg. Existen diferentes técnicas para realizar este grabado y pueden ser diseñadas para funcionar en longitudes de onda desde el ultravioleta hasta el infrarrojo [7].

Una de los métodos más comunes son las técnicas interferométricas, ver Fig. 1. 11 en estas se genera un patrón de franjas mediante la interferencia de dos haces. Esta técnica permite elegir de manera relativamente simple el periodo de la rejilla (cambiando el ángulo entre los haces de interferencia). Sin embargo, esta técnica requiere un alto grado de estabilidad la cual puede fácilmente ser afectada por corrientes de aire, cambios de temperatura, entre otros, lo que lo hace un método costoso [6].

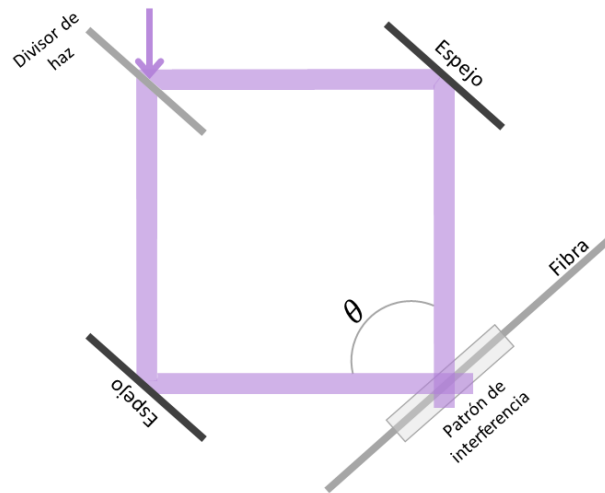


Fig. 1. 11. Esquema experimental de la técnica de grabado de rejillas de Bragg mediante un interferómetro.

Una de las técnicas de grabado de rejillas quizás más empleada es la de mascarilla de fase [6]. En la Fig. 1. 12 se muestra el esquema de esta técnica. En este método se utiliza una mascarilla de fase que se construye de tal manera que la mayor cantidad de energía luminosa se reparte en los órdenes de difracción ± 1 , tal y como se observa en la Fig. 1. 12. Estos órdenes de difracción se superponen y generan un patrón de interferencia que permite el grabado de la rejilla sobre la fibra. La mayor ventaja de esta técnica es su simplicidad, sin embargo, para grabar rejillas con distintos periodos es necesario una mascarilla por cada uno de ellos.

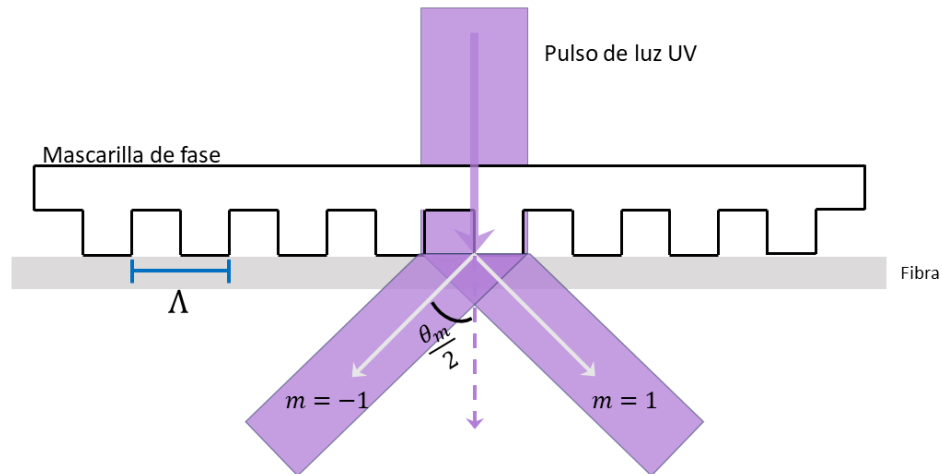


Fig. 1. 12. Esquema de la técnica de grabado de rejillas de Bragg mediante el uso de una mascarilla de fase. Donde Λ es el periodo de la mascarilla y las líneas grises representan la dirección de los haces difractados.

Otra técnica utilizada es la de punto a punto [6], en esta técnica se ilumina un solo lugar con un pulso de luz UV o incluso es posible utilizar las empalmadoras de fibras por fusión eléctrica para llevar a cabo este grabado. El esquema de esta

técnica se muestra en la Fig. 1. 13. La ventaja de este método es su versatilidad para elegir el periodo y el tamaño de la rejilla, el inconveniente más grande es el tiempo de grabado el cual depende del tamaño y periodo de la rejilla.

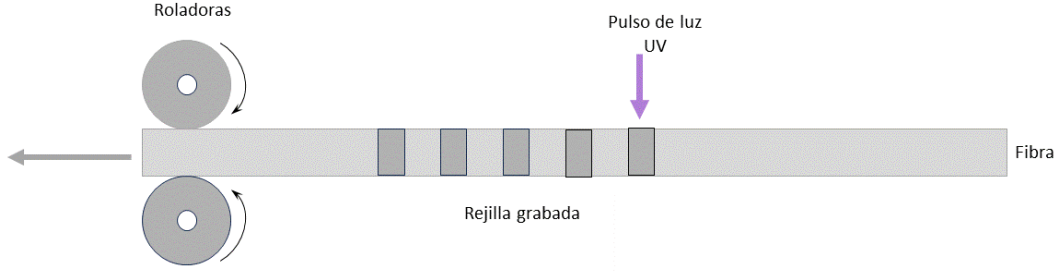


Fig. 1. 13. Esquema de trabajo del método de grabado punto a punto.

A continuación, se describe el funcionamiento general de las rejillas de Bragg en fibras ópticas.

1.2.2 Rejillas de periodo largo

Las rejillas de Bragg pueden ser analizadas desde distintas perspectivas, que van desde la superposición de haces múltiples hasta la teoría de modos acoplados. En este trabajo se emplea esta última teoría. Aquí se considera a la rejilla como una perturbación del medio que es lo suficientemente pequeña como para no alterar el perfil de los modos de propagación, pero lo suficientemente grande para lograr el acoplamiento entre distintos modos. Este acoplamiento puede ser incluso entre los modos del núcleo y los llamados modos de la cubierta. Mas adelante se mostrarán expresiones que evalúan los modos de cubierta. El caso más sencillo puede decirse que el campo eléctrico en la fibra óptica puede describirse como [8]:

$$E(z) = [A_{01}^{co}(z)e^{-i\delta_m z}]e^{i\beta_{01}^{co}z} + [A_{0m}^{cl}(z)e^{i\delta_m z}]e^{i\beta_{0m}^{cl}z}. \quad (36)$$

Donde $A_{01}^{co}(z)$ y $A_{0m}^{cl}(z)$ son las amplitudes de los modos guiados LP_{01} en el núcleo acoplado al modo LP_{0m} en la cubierta, a lo largo de la rejilla. β_{01}^{co} y β_{0m}^{cl} son las constantes de propagación en el núcleo y la cubierta, mientras que $\delta_m = \left(\frac{1}{2}\right) \left[\beta_{01}^{co} - \beta_{0m}^{cl} - \left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right) \right]$ es conocida como la desintonización de la longitud de onda de la resonancia. Λ es el periodo de la rejilla. En este caso las ecuaciones acopladas pueden escribirse como:

$$\begin{cases} \frac{dA_{01}^{co}}{dz} = i(\delta_m A_{01}^{co} + \kappa_m A_{0m}^{cl}) \\ \frac{dA_{0m}^{cl}}{dz} = i(-\delta_m A_{0m}^{cl} + \kappa_m A_{01}^{co}) \end{cases}. \quad (37)$$

Donde κ_m es el coeficiente de acoplamiento con el modo de la cubierta y $\kappa_m L$ es conocido como la eficiencia del acoplamiento, con L la longitud de la rejilla. En [8] se analiza el comportamiento de la transmitancia de una rejilla de periodo largo,

y lo hace definiendo la rejilla como un sistema de dos rejillas de longitudes $L_1 + L_2 = L$ separadas por una distancia d y con un cambio de fase en su grabado ϕ . Cuando $\phi = 0$ y $d = 0$ se tiene una rejilla común, si $\phi \neq 0$ se tiene una rejilla con una imperfección en su grabado y si $d \neq 0$ se obtienen un par de rejillas en cascada.

Considerando las siguientes condiciones de frontera $A_{01}^{co}(0)=1$ y $A_{0m}^{cl}(0) = 0$ (al inicio solo hay energía en el núcleo), la solución de las ecuaciones acopladas (37) puede ser escrita en términos de la amplitud de transmitancia (t) y la razón de acoplamiento entre modos (r) como:

$$\begin{bmatrix} t \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_2 & r_2 \\ r_2 & t_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\pi(n_{01}^{co}-n_{0m}^{cl})\frac{d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi(n_{01}^{co}-n_{0m}^{cl})\frac{d}{\lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\phi}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 & r_1 \\ r_1 & t_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

en donde r_j y t_j ($j = 1,2$) son las razones de acoplamiento y amplitudes de transmitancia de la rejilla 1 y 2, mientras que n_{01}^{co} y n_{0m}^{cl} son los índices de refracción efectivos de los modos del núcleo y la cubierta respectivamente. Las soluciones para t_j y r_j obedecen las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} t_j = \cos(S_m L_j) + i \frac{\delta_m}{S_m} \sin(S_m L_j) \\ r_j = i \frac{\kappa_m}{S_m} \sin(S_m L_j) \end{cases}, \quad (39)$$

en donde $S_m = \sqrt{\kappa_m^2 + \delta_m^2}$ es conocida como la desintonización efectiva. Dado que estamos interesados en la intensidad de estos campos, debemos calcular la transmitancia que puede ser expresada como.

$$T = \left| e^{i[2\pi(n_{01}^{co}-n_{0m}^{cl})\frac{d}{\lambda}]} t_1 t_2 + r_1 r_2 \right|^2. \quad (40)$$

Si se habla de una rejilla de periodo largo con $d=0$, se puede definir el parámetro $q = \frac{x}{L_1+L_2}$ siendo $-\frac{L}{2}$ menor que x menor que $\frac{L}{2}$ con $L = L_1 + L_2$, el cual nos permite identificar en que posición está el desfase entre las dos rejillas. Manipulando los valores de d y q es posible simular una rejilla o un par de rejillas en cascada. Particularmente, cuando tenemos dos rejillas de periodo largo en cascada, el haz incidente viaja en el núcleo, cuando llega a la primera rejilla una parte de este comienza a viajar en la cubierta mientras que la otra continúa su camino en el núcleo. Al llegar a la segunda rejilla, los dos haces vuelven a viajar en el núcleo teniendo un desfase entre ellos, este comportamiento es similar al de un MZI. En la Fig. 1. 14 se presenta una simulación del espectro de transmitancia de dicho interferómetro. Este fue simulado mediante el uso de dos rejillas con longitudes $L_1 = 16.6mm$ y $L_2 = 3.4mm$, separadas por una distancia $d = 50mm$ y $\phi = \pi$ radianes. El número de picos del espectro depende de la separación de las rejillas y este puede aumentar o disminuir a medida que la separación aumenta o disminuye respectivamente.

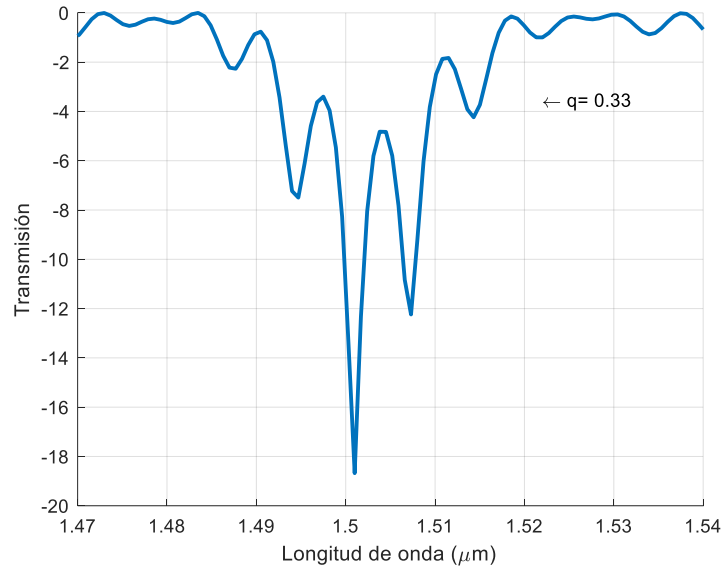


Fig. 1. 14. Ejemplo del espectro de transmitancia de un MZI construido con un par de rejillas de periodo largo separadas por una distancia $d=50\text{mm}$, con $\phi = \pi$ radianes, $L_1 = 16.6\text{mm}$ y $L_2 = 3.4\text{mm}$ ($q=0.33$). Para LP_{03} .

En este trabajo deseamos encontrar distintos espectros como el de la Fig. 1. 14. Para esto es necesario determinar fundamentalmente los índices efectivos de los modos del núcleo y de la cubierta que deseamos acoplar. Los valores de los índices efectivos del núcleo pueden encontrarse mediante la solución numérica de la ecuación característica (30). Por otra parte, para determinar los índices efectivos de los modos de cubierta es necesario hacer una revisión de la propagación de modos. A continuación, se muestran los resultados del análisis de esta situación desarrollado por Erdogan [5].

Capítulo 2: Ecuaciones de dispersión y transmitancia en LPF

2.1. Ecuaciones de dispersión

Para analizar la propagación de los campos eléctricos en la cubierta de la fibra es necesario tomar en cuenta ahora tres medios distintos: el núcleo, la cubierta y el medio exterior (usualmente el aire). Este análisis fue desarrollado en 1996 por Turan Erdogan [5]. El demostró que las ecuaciones equivalentes a la ecuación característica para el caso de los modos en el núcleo Satisfacen la siguiente relación:

$$\zeta_0 = \zeta'_0, \quad (41)$$

La ecuación (41) debe garantizar la continuidad de los campos en amplitud y derivadas en las interfases núcleo-cubierta y cubierta-medio exterior. Y estas funciones están definidas como:

$$\zeta_0 = \frac{1}{\sigma_2} \frac{\left(u_2 \left(JK + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_2^2 a_1 a_2} \right) p_l(a_2) - K q_l(a_2) + J r_l(a_2) - \frac{1}{u_2} s_l(a_2) \right)}{-u_2 \left(\frac{u_{32}}{n_2^2 a_2} J - \frac{u_{21}}{n_1^2 a_1} K \right) p_l(a_2) + \frac{u_{32}}{n_1^2 a_2} q_l(a_2) + \frac{u_{21}}{n_1^2 a_1} r_l(a_2)}. \quad (42)$$

$$\zeta'_0 = \sigma_1 \frac{\left(u_2 \left(\frac{u_{32}}{a_2} J - \frac{n_2^2 u_{21}}{n_2^2 a_1} K \right) p_l(a_2) - \frac{u_{32}}{a_2} q_l(a_2) - \frac{u_{21}}{a_1} r_l(a_2) \right)}{u_2 \left(\frac{n_2^2}{n_2^2} JK + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_1^2 a_1 a_2} \right) p_l(a_2) - \frac{n_2^2}{n_1^2} K q_l(a_2) + J r_l(a_2) - \frac{n_2^2}{n_1^2 u_2} s_l(a_2)}. \quad (43)$$

Esta última expresión es el termino corregido por el propio Erdogan en [9], mientras que las variables siguen las siguientes relaciones:

$$\sigma_1 \equiv \frac{iln_{eff}}{Z_0}, \quad (44)$$

$$\sigma_1 \equiv iln_{eff} Z_0, \quad (45)$$

$$u_{21} \equiv \frac{1}{u_2^2} - \frac{1}{u_1^2}, \quad (46)$$

$$u_{32} \equiv \frac{1}{w_3^2} + \frac{1}{u_2^2}, \quad (47)$$

$$u_j^2 \equiv \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 (n_j^2 - n_{eff}^2) \text{ con } j = [1, 2], \quad (48)$$

$$w_3^2 \equiv \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_{eff}^2 - n_3^2), \quad (49)$$

$$J \equiv \frac{J'_l(u_1 a_1)}{u_1 J_l(u_1 a_1)}, \quad (50)$$

$$K \equiv \frac{K'_l(w_3 a_2)}{w_3 K_l(w_3 a_2)}, \quad (51)$$

$$p_l(r) \equiv J_l(u_2 r) N_l(u_2 a_1) - J_l(u_2 a_1) N_l(u_2 r), \quad (52)$$

$$q_l(r) \equiv J_l(u_2 r) N'_l(u_2 a_1) - J'_l(u_2 a_1) N_l(u_2 r), \quad (53)$$

$$r_l(r) \equiv J'_l(u_2 r) N_l(u_2 a_1) - J_l(u_2 a_1) N'_l(u_2 r), \quad (54)$$

$$s_l(r) \equiv J'_l(u_2 r) N'_l(u_2 a_1) - J'_l(u_2 a_1) N'_l(u_2 r), \quad (55)$$

Como pueden verse las expresiones ahora son bastante más complicadas, además, al igual que en el caso de los modos en el núcleo, estas ecuaciones son trascendentales, es decir que solo pueden resolverse numéricamente. Por otra parte, un aspecto importante de todas las ecuaciones mostradas anteriormente es que pueden ser expresadas en términos del llamado índice de refracción efectivo, que no es otra cosa más que el índice que perciben los campos eléctricos que viajan en los tres distintos medios, de manera tal que todos estos campos viajan a la misma velocidad. En el capítulo siguiente se describirá la estrategia utilizada para resolver estas ecuaciones y determinar los valores de los índices de refracción efectivos para cada modo de la cubierta que sea de nuestro interés.

Capítulo 3: Desarrollo de los programas

En este capítulo se explica con detalle los programas que se desarrollaron en el ambiente de Matlab, para determinar las soluciones numéricas de las curvas de dispersión tanto para los modos en el núcleo como en la cubierta de la fibra. Una vez obtenidas estas curvas de dispersión los valores de índices efectivos serán utilizados para obtener las simulaciones de los espectros de transmisión de rejillas de periodo largo grabadas en fibras ópticas, también se describen estos programas.

3.1 Solución numérica de las ecuaciones de dispersión en los modos del núcleo

Para determinar el índice de refracción efectivo de los modos de propagación del núcleo de la fibra se utilizó la ecuación característica (37). Para simplificar el diseño del programa se trabajó bajo la suposición de que la fibra es mono modo, esto significa que solo se encuentran los índices de refracción efectivos del modo LP_{01} en el intervalo de longitudes de onda de interés. Para realizar esto se siguió el siguiente conjunto de acciones.

1. Se determinaron los parámetros de la fibra: radio del núcleo (a_1), índices de refracción del núcleo y la cubierta (n_1 y n_2 respectivamente).
2. Con los parámetros del punto anterior se determinan características importantes de la fibra: apertura numérica y el parámetro de la fibra (V).
3. Se solicita el intervalo de longitudes de onda y el número de puntos en este, en donde se desea evaluar el índice de refracción efectivo.
4. Por cada longitud de onda en el intervalo solicitado se resuelve numéricamente la ecuación característica empleando la definición de las frecuencias normalizadas (X, Y en las ecuaciones (34)).
5. Una vez calculada la frecuencia normalizada X se determina el valor de la frecuencia k_T definida por (31) y con este valor se obtiene el índice de refracción efectivo utilizando la ecuación (28a), $n_{eff} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \sqrt{n_1^2 k_0^2 - k_T^2}$, donde $\beta = n_{eff} 2\pi / \lambda_0$.
6. Los puntos 4 y 5 se repiten hasta utilizar todas las longitudes de onda en el intervalo solicitado.

En la Fig. 1. 15 se muestra el resultado de la búsqueda de los índices de refracción efectivos del modo fundamental para el núcleo de la fibra óptica siguiendo los pasos de 1-6. La curva de dispersión se obtuvo con un radio del núcleo de $4.1\mu m$ en un intervalo de longitudes de onda de 1 a $1.7\mu m$.

En la Fig. 1. 16 se muestra el resultado de la solución numérica para la ecuación característica en la longitud de onda de $1.7\mu m$.

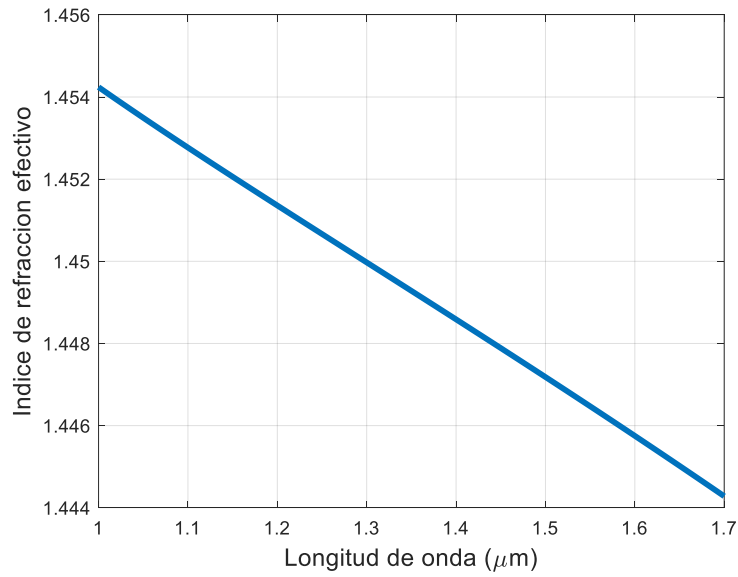


Fig. 1. 15. Gráfica de dispersión para una fibra óptica monomodo con un diámetro del núcleo $a_1 = 4.1 \mu m$

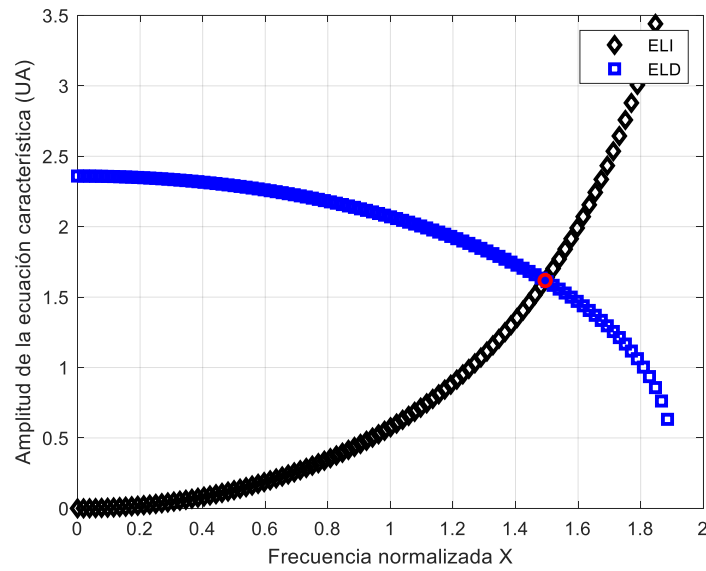


Fig. 1. 16. Solución gráfica de la ecuación característica para $\lambda = 1.7 \mu m$. La solución numérica se muestra con un círculo rojo.

A continuación, se describe el proceso de la solución numérica de las relaciones de dispersión para los modos de propagación de la cubierta.

3.2 Solución numérica de las ecuaciones de dispersión en los modos de la cubierta

Para encontrar las curvas de dispersión de los modos de cubierta se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Se definieron todas las ecuaciones desde la (42)-(55) como funciones de la variable común n_{eff} .
2. Se determinó un intervalo de n_{eff} en el cual se encontraban las intersecciones entre las funciones ζ_0 y ζ'_0 que corresponden a los modos de cubierta de interés (con el índice azimutal constante, l).
3. Con la ayuda del mouse de manera manual se eligió la primera aproximación de estas soluciones gráficas, $\zeta_0(n_{eff,l,m}) = \zeta'_0(n_{eff,l,m})$.
4. Con estas aproximaciones se establecieron intervalos que contenían a la verdadera solución. Se usaron estos intervalos para determinar numéricamente la verdadera solución.
5. Las soluciones numéricas encontradas en el punto anterior se desplazan al origen restando el valor de $n_2(\lambda_q)$, $\epsilon_{l,m} = n_{eff,l,m} - n_2(\lambda_q)$ y los valores de estos corrimientos para cada solución se utilizaron como aproximación del índice de refracción efectivo para la siguiente longitud de onda λ_{q+1} , $n_{eff,l,m+1} = \epsilon_{l,m} + n_2(\lambda_{q+1})$.
6. La aproximación definida en el punto 5 establece el centro del intervalo de búsqueda de la verdadera solución, con este intervalo se ubica numéricamente esta solución.
7. Este proceso se repite (puntos 5-6) hasta alcanzar la longitud de onda deseada.

Estos pasos permitían determinar los valores de los índices de refracción efectivos para algunas decenas de longitudes de ondas distintas. Después de esto el programa generaba errores en la búsqueda de soluciones debido a que, las funciones ζ_0 y ζ'_0 tienen asíntotas las cuales a medida que se incrementa la longitud de onda se acerca a las regiones de las soluciones de interés. Por esta razón después de cierto número de iteraciones se incluyó una nueva rutina que básicamente emplea un polinomio de grado 10 que se ajustó con los primeros resultados, esto permitió generar una predicción, bastante acertada, de la siguiente solución buscada, de esta manera en términos generales fue posible resolver la ecuación (41) para los modos de cubierta de interés.

Es importante mencionar que los valores de los índices de cubierta y del núcleo de la fibra simulada, tanto en el cálculo de los modos de núcleo como de cubierta, fueron determinados mediante ecuaciones de Sellmeier [10]. Se empleó la suposición de que el núcleo de la fibra ha sido dopado con germanio. Los valores de los coeficientes de estas ecuaciones fueron obtenidos de [4]. En la Fig. 2. 1 se

muestran las curvas del índice de refracción en función de λ en el intervalo de 1 – 1.7 μm .

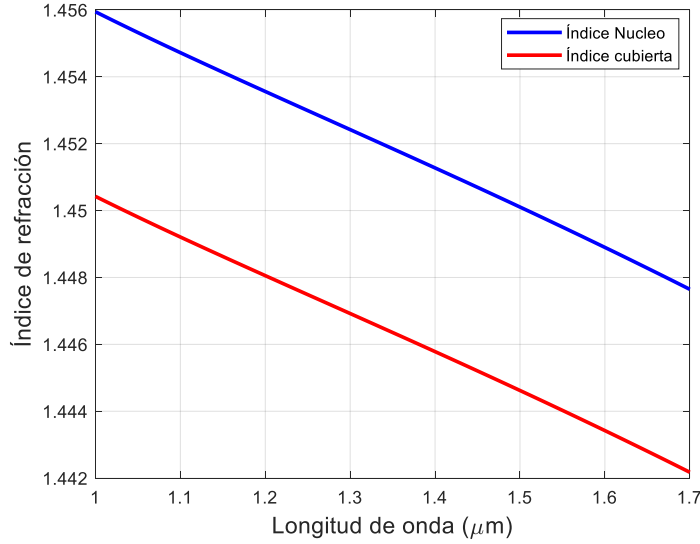


Fig. 2. 1. Índices de refracción del núcleo y cubierta de una fibra monomodo empleando las ecuaciones de Sellmeier [4].

A continuación, se describe como se desarrolló el programa para determinar las curvas de transmitancia de una rejilla de periodo largo.

3.3 Simulación de la transmitancia de una LPF

Para generar las curvas de transmitancia de una LPF se utilizaron las ecuaciones de la (38)-(40), mediante los siguientes pasos:

1. Se cargan los valores de índices de refracción efectivos de los modos del núcleo y de cubierta, previamente generados en el intervalo de longitudes de onda de interés.
2. Se establecen los valores de la longitud total de las rejillas $L = L_1 + L_2$, separación entre rejillas d , desfase entre rejillas ϕ , coeficiente de acoplamiento κ_m , las constantes de propagación de los modos a acoplar, β_{01}^{co} y β_{0m}^{cl} , el valor de la desintonización δ_m , la desintonización efectiva S_m y el factor de tamaño relativo de las rejillas q .
3. Con los valores anteriores se evalúan el coeficiente de transmisión y la razón de acoplamiento a la cubierta, ecuación (39).
4. Se evalúa la ecuación (40) para determinar la transmitancia de la rejilla o rejillas en cascada.
5. Todos los pasos anteriores son evaluados en el intervalo de longitudes de onda de interés.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con todos los programas descritos anteriormente.

Capítulo 4: Resultados

Todos los resultados que se presentan a continuación fueron obtenidos bajo las siguientes condiciones físicas:

- Intervalo de longitudes de onda siempre fue de 1 a $1.7\mu m$.
- El radio del núcleo y la cubierta de la fibra fue de $a_1 = 4.1\mu m$ y $a_2 = 62.5\mu m$ respectivamente.
- Debido al diámetro del núcleo la fibra es monomodal, por lo tanto, solo se determina el modo LP_{01} , por otra parte, solo se simularon los diez primeros modos de cubierta para $l = 0$.
- El acoplamiento entre modos de núcleo y cubierta se dio con una constante de acoplamiento constante $\kappa_m L = 1.471$.
- El periodo de la rejilla se estableció en $\Lambda = 475\mu m$, a menos que se diga lo contrario.

A continuación, se presentan los resultados de los programas desarrollados para la solución de las ecuaciones de dispersión desarrolladas por [5].

4.1 Solución numérica de las ecuaciones de dispersión

En la Fig. 4. 1 se observa el aspecto del programa *IndicesEfectivosCubierta.m* desarrollado en Matlab. En esta se observa parte del código (derecha) y una ventana con las gráficas de ζ_0 y ζ'_0 (izquierda), además de los cursores del mouse que se emplearon para la ubicación manual inicial de las soluciones de la ecuación (41).

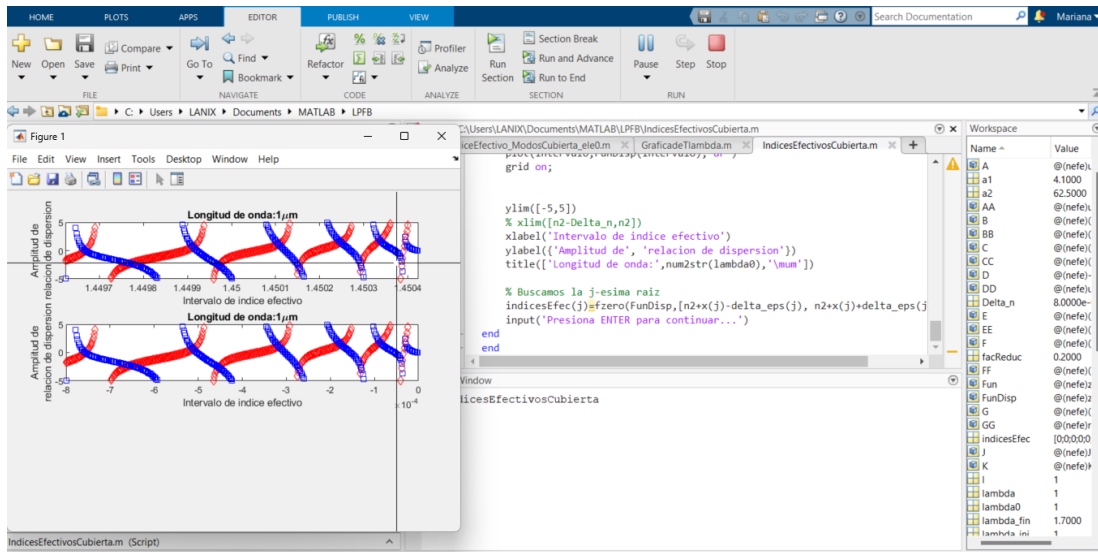


Fig. 4. 1. Aspecto del programa desarrollado para resolver las ecuaciones de dispersión de los modos de cubierta. En la ventana de la izquierda se observa el cursor del mouse que permite la ubicación manual de las raíces.

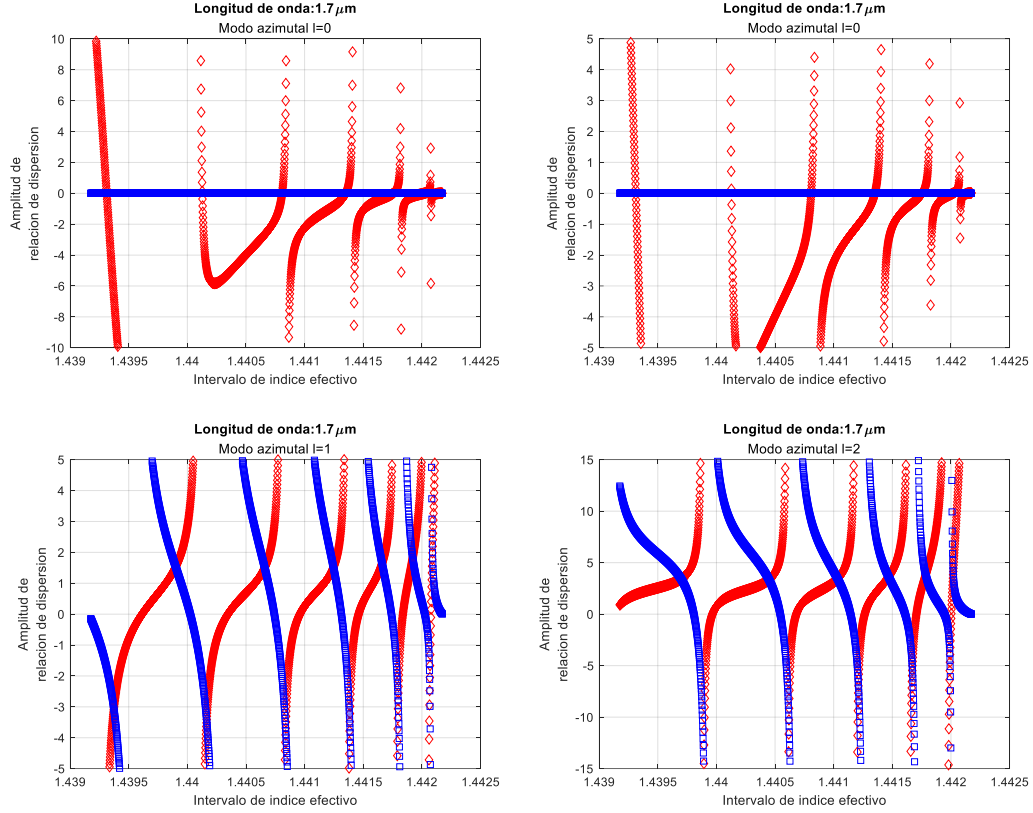


Fig. 4. 2. Comportamiento de las curvas de dispersión para tres valores distintos del modo azimutal l : a) y b) $l=0$, c) $l=1$, d) $l=2$.

Una vez elegidas las aproximaciones de las soluciones de la ecuación de dispersión manualmente, el programa realiza lo descrito en el capítulo anterior para determinar las soluciones numéricamente. Un aspecto importante a mencionar es que las curvas de dispersión cambian sus patrones dramáticamente al modificar el índice azimutal para una misma longitud de onda. Para ilustrar este efecto en la Fig. 4. 2 se presentan las curvas de dispersión para índices $l = 0, 1, 2$.

En las Fig. 4. 2a, b se muestra el aspecto de las curvas de dispersión para $l = 0$, en la primera de ellas se muestran estas curvas de una manera lejana para mostrar lo complejo de estas curvas y en donde resulta complicado ubicar manualmente la posición de las soluciones. Usualmente para facilitar el proceso de ubicación manual se elegía un acercamiento a estas curvas similar al mostrado en la segunda gráfica. Cuando se cambia el valor del índice azimutal estas curvas cambian tanto que es necesario nuevamente ubicar el valor de zoom adecuado en función de los valores de este índice, en las Fig. 4. 2c y d se muestra esta situación, en donde los niveles de acercamiento deben ser distintos para poder ubicar con facilidad la posición aproximada de las soluciones. Debido a que deseamos corroborar el desempeño del programa que modela el espectro de transmisión de un par de rejillas, solo se presentan los resultados para $l = 0$, valor que se empleó en [8].

En la Fig. 4. 3 se muestra el aspecto del programa cuando está en la búsqueda automática de las soluciones numéricas de la ecuación de dispersión. Las gráficas muestran el aspecto general de la relación de la ecuación (41) (gráfica superior), la región de búsqueda del m -ésimo modo (gráfica inferior) y un acercamiento de esta región (gráfica central). También se muestra la longitud de onda actual.

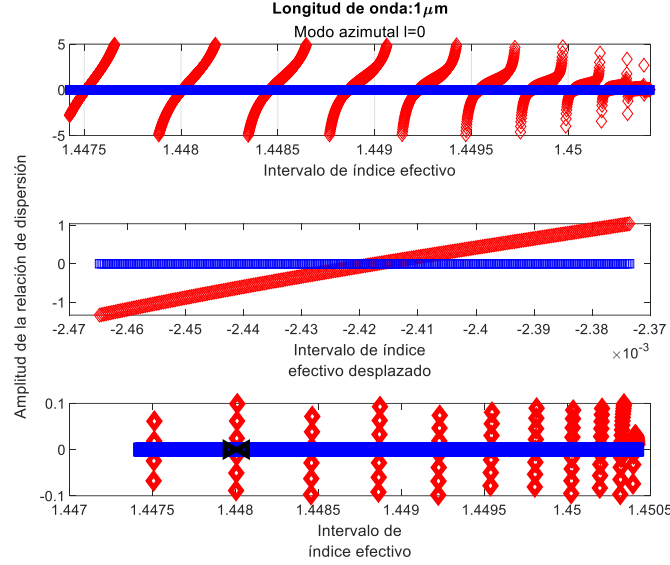


Fig. 4. 3. El programa *IndicesEfectivosCubierta.m* realiza la búsqueda de las soluciones alrededor de las aproximaciones manuales que se dieron al inicio. La grafica de en medio muestra un acercamiento de la región de la solución marcada con un asterisco negro en la gráfica inferior:

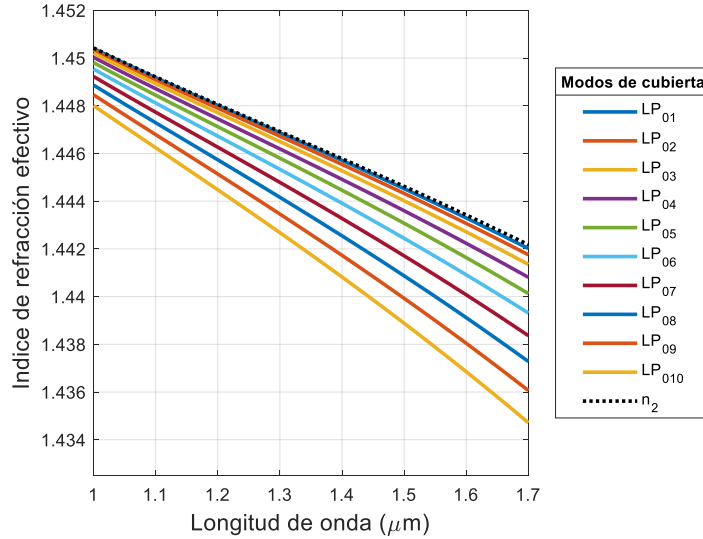


Fig. 4. 4. Gráfica de los índices de refracción efectivos en función de la longitud de onda para los modos de cubierta de una fibra monomodo, con un radio de núcleo $a_1 = 4.1 \mu\text{m}$ y un radio de la cubierta $a_2 = 62.5 \mu\text{m}$.

El resultado final del programa es una matriz que contiene el valor del índice de refracción efectivo (columnas) en función del intervalo de la longitud de onda elegido (renglones).

En nuestro caso solo se eligieron los primero diez modos para el índice azimutal $l = 0$. Los resultados del programa se muestran en la Fig. 4. 4, como se observa de esta en términos generales los valores del índice de refracción efectivo decaen a medida que la longitud de onda aumenta. También es importante resaltar que el índice de refracción efectivo debe satisfacer la relación $n_3 < n_{eff} < n_2$, en nuestro caso se ha supuesto que el medio circundante es aire y por lo tanto $n_3 = 1$, mientras que n_2 se muestra en la gráfica como una línea punteada y como se observa de la figura este se encuentra por encima de todas las líneas.

A continuación, se muestran los resultados de la simulación de los perfiles de transmisión de las rejillas de periodo largo utilizando la teoría mostrada en [8].

4.2 Perfiles de transmisión de las rejillas de periodo largo

En la Fig. 4. 5 se presentan los resultados del programa *LPG_transmission.m*, el cual determina el perfil de transmisión desarrollado por [8] y cuyos cálculos están basados en las ecuaciones (38)-(40).

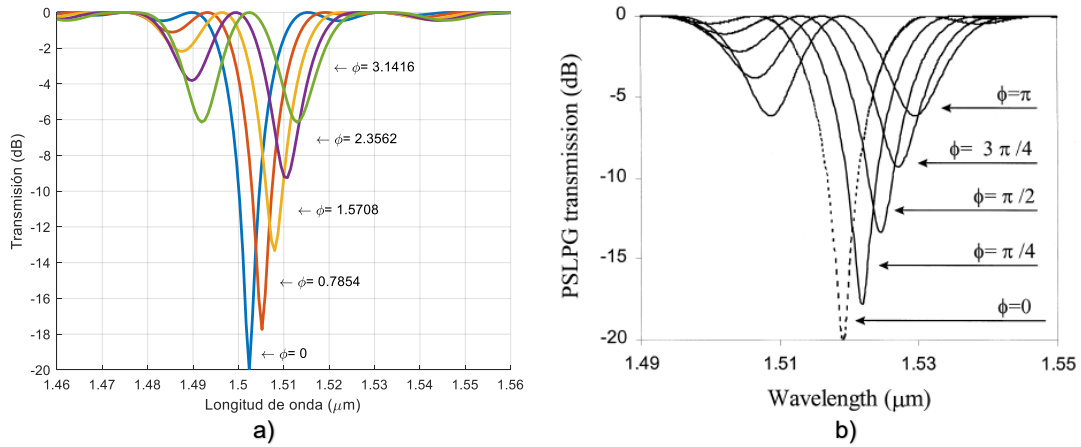


Fig. 4. 5. Perfil de transmisión de una LPG, con un periodo de $\Lambda = 475\mu\text{m}$, para diferentes corrimientos de fase. $\kappa_m L = 1.471$, $L = 30\text{mm}$. a) El acoplamiento se realizó entre el modo fundamental del núcleo y el modo LP₀₃ de la cubierta b) acoplamiento para el modo LP₀₅ de la cubierta (Resultado obtenido por Y. Liu [8]).

En esta figura se modela el perfil de transmisión de una sola rejilla con una longitud $L = 30\text{mm}$, una fuerza de acoplamiento $\kappa_m L = 1.471$ y se analiza el efecto del desfaseamiento en el grabado para valores de $\phi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \dots, \pi$, con $q = 0$ (la imperfección se encuentra justo a la mitad de la rejilla). En este caso se observa claramente que el desfaseamiento afecta a la amplitud del pico máximo disminuyéndolo y desplazándolo, mientras que los picos laterales (en este caso el pico de la izquierda) aumentan en amplitud, llegando al extremo en el que ambos poseen la misma amplitud.

Por otra parte, es importante resaltar que la longitud de onda de resonancia discrepa respecto del valor mostrado en [8], esto se debe a que existe una diferencia entre los valores de los índices de refracción efectivos que se hallaron en este trabajo y los utilizados en la mencionada referencia, lamentablemente la información acerca de la fibra utilizada en el trabajo de Liu no es específica (valores de índice de refracción y radios, en núcleo y cubierta). Sin embargo, los perfiles que se muestran en la Fig. 4. 5 son similares a los mostrados en el mencionado trabajo, y consideramos que de contar con la información correcta podríamos reconstruir los perfiles de manera idéntica.

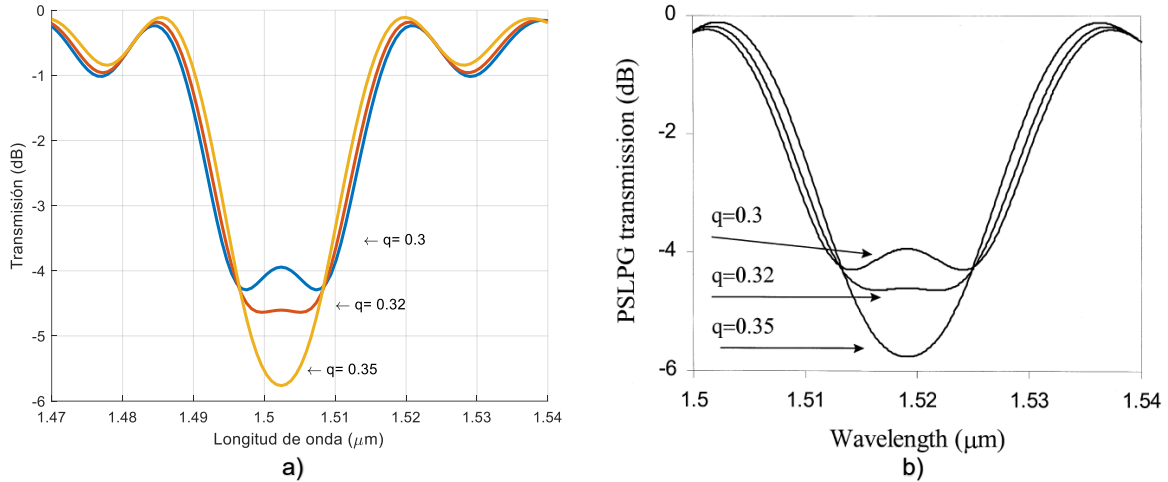


Fig. 4. 6. Efectos de la posición del corrimiento de fase en el grabado de la LPG. La transmitancia se calculó para $\kappa_m L = 1.471$, $L = 30\text{mm}$, $\phi = \pi$ a) Acoplando al modo LP_{03} de la cubierta, b) Para el modo LP_{05} de la cubierta (Resultado obtenido por Y. Liu [8]).

En la Fig. 4. 7 se muestran los resultados del programa para la simulación de un MZI formado por un par de LPGs con un periodo $\Lambda = 475\mu\text{m}$, una separación $d = 50\text{mm}$, con una longitud de ambas rejillas (L_1 y L_2) de 10mm y $\phi = 0$. En este caso la presencia de los diferentes picos se debe a la interferencia espectral provocada por el dispositivo. Si se lleva a cabo una comparación de las gráficas mostradas desde la Fig. 4. 5 a la Fig. 4. 7 con los resultados mostrados en las figuras 1,2 y 5 de [8] podemos concluir que el programa desarrollado reproduce de manera satisfactoria los mismos resultados y las discrepancias que existan se deben únicamente a la falta de información concreta acerca de las características de la fibra monomodo utilizada en dicho trabajo.

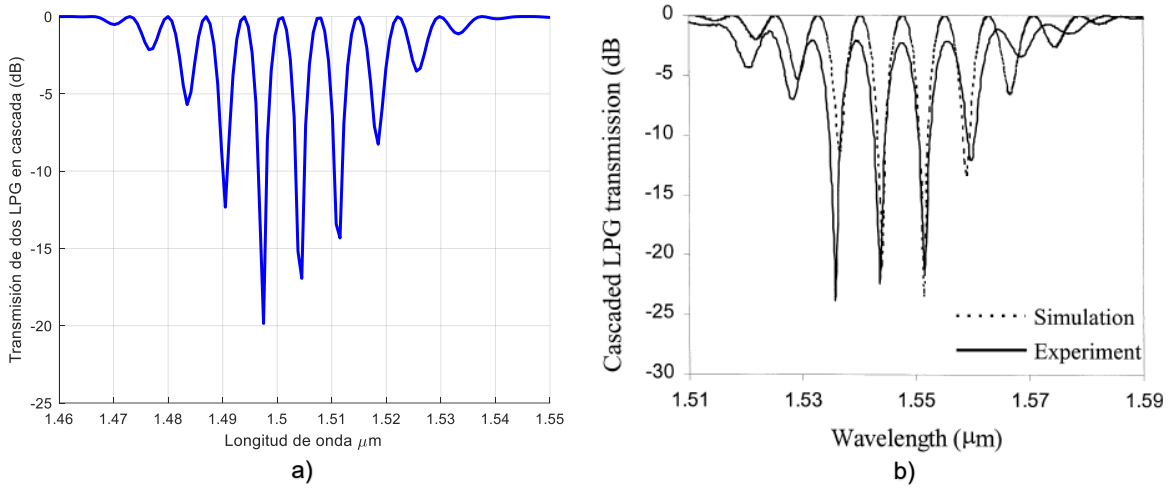


Fig. 4. 7. Transmisión de un MZI formado por dos LPG en cascada separadas por una distancia $d = 50\text{mm}$, $\phi = 0$, $q = 0$, $L = 20\text{mm}$ y un periodo de $\Lambda = 475\mu\text{m}$. a) Para el modo LP_{03} , b) para el modo LP_{05} (Resultado de Y. Liu [8]).

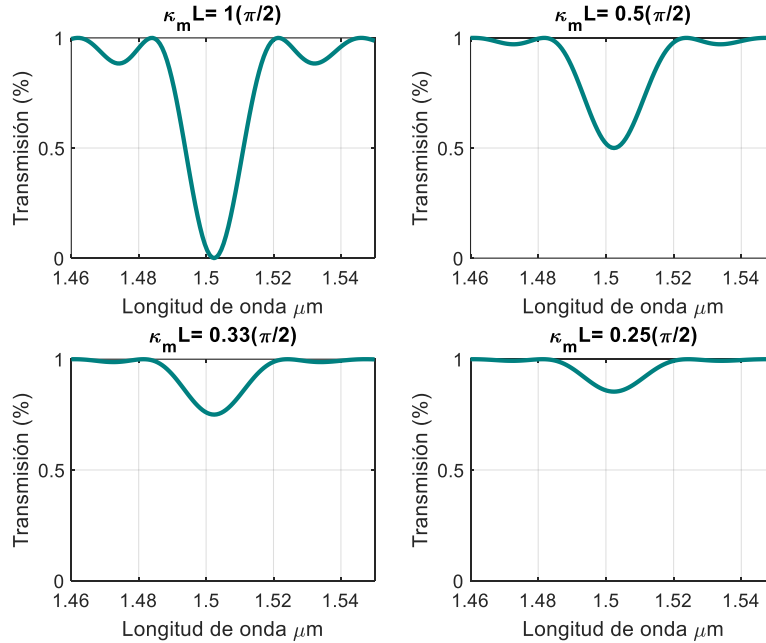


Fig. 4. 8. Perfil de transmisión para distintas fuerzas de acoplamiento. Las características de la rejilla son: $L = 20\text{mm}$, $q = 0$, $\phi = 0$, $\Lambda = 475\mu\text{m}$.

Liu demuestra en su trabajo que su teoría desarrollada concuerda de manera muy acertada con datos experimentales, por lo que consideramos que nuestro programa puede ser utilizado como herramienta adicional a los sensores que se desarrollan dentro del grupo de trabajo.

Un problema común en la fabricación de LPGs mediante el método de arco eléctrico, el cual es empleado en el laboratorio de optoelectrónica y electrónica, es la poca reproducibilidad de la modulación del índice en la fibra debido a la alta

variabilidad en los parámetros del arco eléctrico. Esto significa que un aspecto importante que debe cuantificarse es la dependencia de la amplitud del espectro de transmisión en función de la fuerza de acoplamiento ($\kappa_m L$), debido a que el coeficiente de acoplamiento, κ_m , depende directamente de la amplitud de modulación del índice provocada por los arcos eléctricos. En la Fig. 4. 8 se muestran los resultados de la variación de la amplitud de los espectros de transmisión al variar la fuerza de acoplamiento, manteniendo $L = 20mm$. Como se observa de las figuras al disminuir κ_m la fuerza de acoplamiento disminuye y como consecuencia de esto la eficiencia de acoplamiento entre el modo del núcleo y el de la cubierta, lo cual se refleja en la disminución de la amplitud del espectro transmitido. Se observa también que la máxima transferencia de energía entre los modos se da cuando $\kappa_m L = \pi/2$.

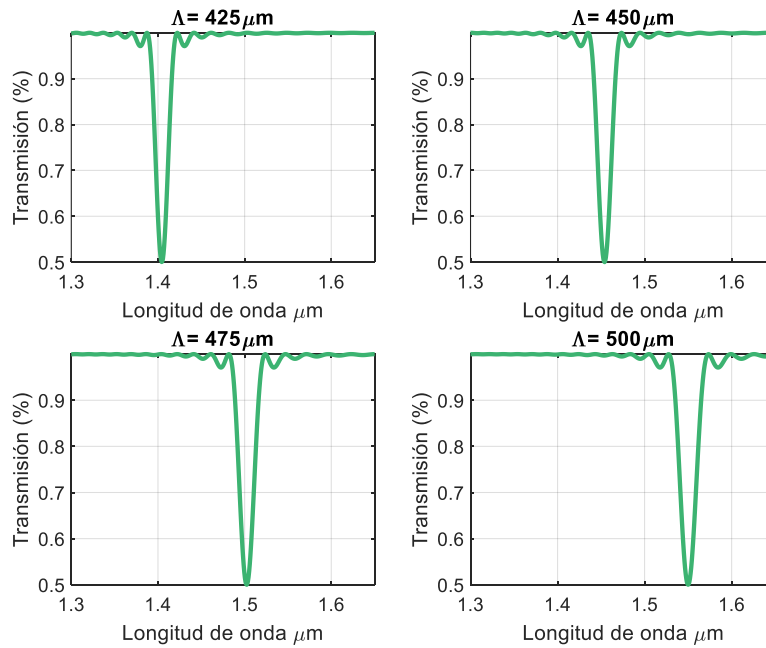


Fig. 4. 9. Perfiles de transmisión para distintos valores del periodo de la rejilla. Las características de la LPG son: $d = 0$, $\phi = 0$, $L = 20mm$, $\kappa_m L = \pi/4$, $q = 0$.

En la Fig. 4. 9 se muestran los espectros de una LPG para diferentes periodos $\Lambda = 425, 450, 475, 500 \mu m$. Como era de esperarse este parámetro solo afecta la posición de la longitud de onda de mínima transmitancia.

También es posible analizar distintas características de un IMZ, por ejemplo, la separación entre las rejillas que conforman el IMZ determinan el número de picos en el espectro de transmisión (y como consecuencia la sensibilidad de un potencial sensor). En la Fig. 4. 10 se presenta los perfiles de transmisión para distintas distancias de separación entre las rejillas que conforman al IMZ, estos valores están en el intervalo $d = 10, 20, 30$ y $40 mm$. En todos los casos ambas rejillas son iguales con $10mm$ de longitud y sin desfase entre ellas, $\phi = 0$. Esto es importante en el desarrollo de sensores, porque el cambio de fase que se muestra en él IMZ

depende de la diferencia de caminos ópticos, ecuación (38), los cuales dependen de la diferencia entre los índices de refracción efectivos y el valor de d . Todo esto resulta al final en un incremento en la llamada sensibilidad del sensor (derivada de la respuesta respecto de la variable física de interés). Como se observa de las figuras a medida que aumenta d el número de oscilaciones en el espectro también aumenta. Una observación que debe hacerse es en la grafica de transmisión para una separación de $d = 20\text{mm}$, en donde pareciera que el espectro decrece de manera abrupta alrededor de $1.5\mu\text{m}$, esto es una ilusión óptica provocada por el uso de la escala logarítmica (se usan dB). Para mostrar que en realidad los mínimos de todos los espectros son similares en la Fig. 4. 11 se reproducen nuevamente los espectros de la Fig. 4. 10 en una escala lineal.

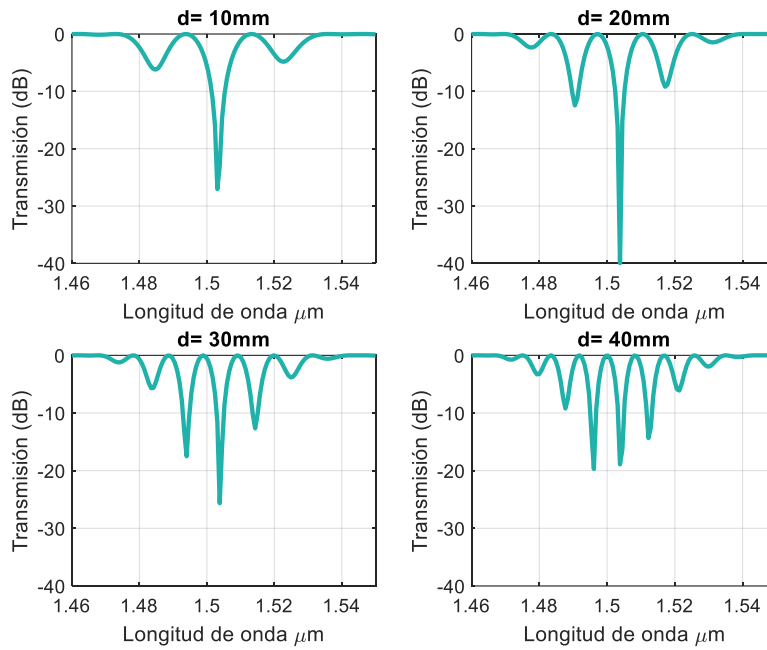


Fig. 4. 10. Perfil de transmisión de un MZI para diferentes separaciones entre las rejillas.

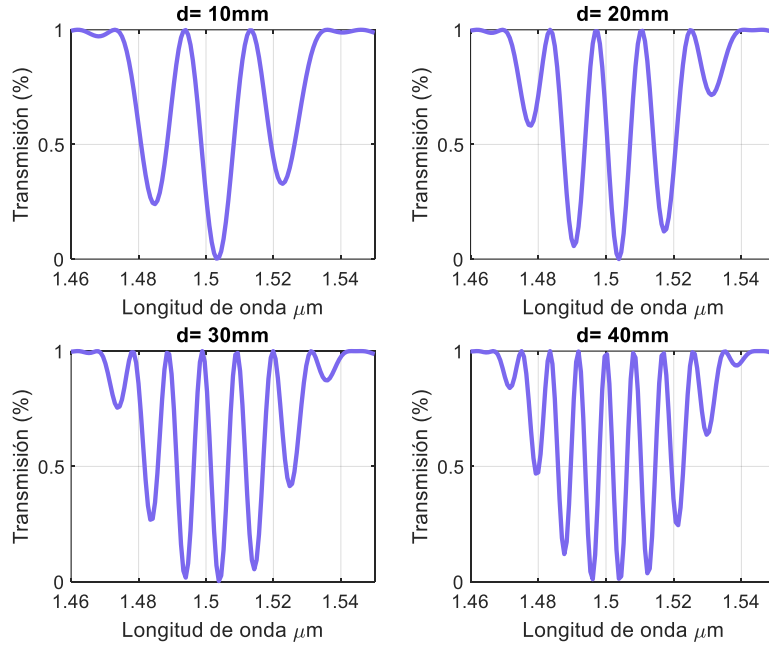


Fig. 4. 11. Mismos perfiles de transmisión del MZI mostrado en la Fig. 4. 10 en escala lineal.

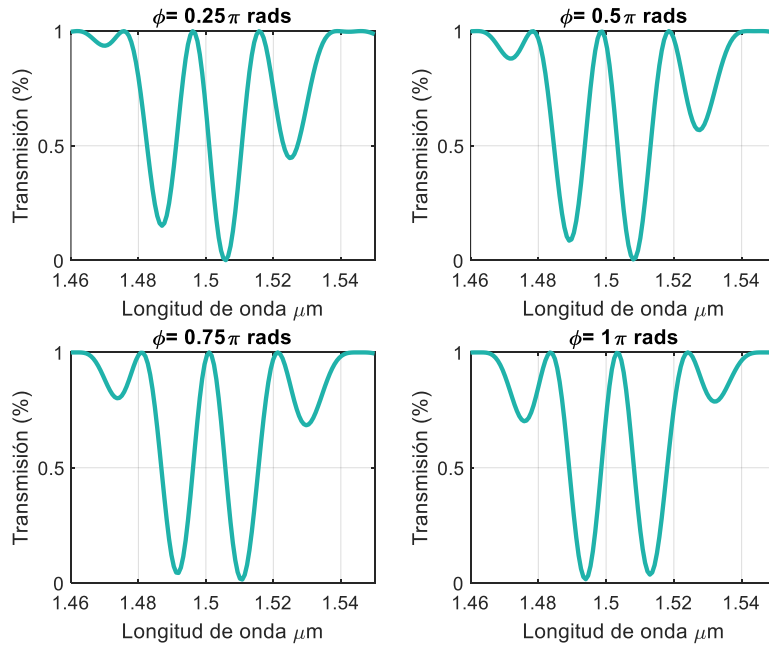


Fig. 4. 12. Efectos del desfaseamiento entre las LPGs que conforman el IMZ.

En la Fig. 4. 12 se muestran los efectos del desfaseamiento entre las rejillas que conforman al IMZ formado por dos rejillas iguales de 10mm de longitud con una separación $d = 10\text{mm}$. El único cambio observado es el desplazamiento del

espectro de transmisión. Para el caso de desarrollo de sensores este efecto no es relevante, puesto que solo determina la posición inicial de las mediciones.

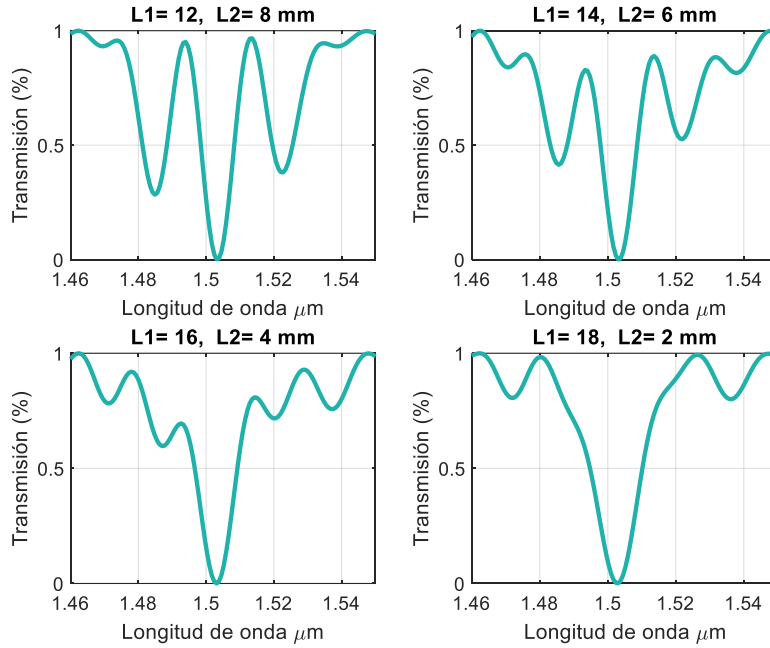


Fig. 4. 13. Efectos del cambio en la longitud de las rejillas que conforman al IMZ. Las características del IMZ son: $L = L_1 + L_2 = 20\text{mm}$, $q = \left[\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right] * 0.5$, $\phi = 0$, $\kappa_m * 10\text{mm} = \pi/4$, $d = 10\text{mm}$.

Otro parámetro que puede afectar el perfil de transmisión del IMZ es la longitud de cada LPG que lo conforma. En la Fig. 4. 13 se muestran los perfiles de transmisión de un IMZ conformado por dos rejillas con longitudes L_1 , L_2 de manera que $L_1 + L_2 = 20\text{mm}$, un desfaseamiento entre ellas de $\phi = 0$, y con una constante de acoplamiento que satisface que $\kappa_m * 10\text{mm} = \pi/4$. Como puede observarse de las gráficas el tamaño de las rejillas afecta de manera notable el perfil del espectro, de manera general puede concluirse que a medida que la diferencia entre las longitudes de las rejillas aumenta la calidad de la interferencia disminuye y, por lo tanto, probablemente, la eficiencia del dispositivo como sensor. Así que debe prestarse especial atención a tal situación.

Capítulo 5: Conclusiones

En este trabajo se desarrollaron distintos programas en el ambiente de MatLab que permiten la solución numérica de las ecuaciones de dispersión para los modos guiados en el núcleo y la cubierta de fibras ópticas. Con estos programas ha sido posible determinar los índices de refracción efectivos del modo fundamental en el núcleo y de los primeros diez modos de la cubierta (para $l = 0$) en una fibra monomodo. Por otra parte, se implementó también un programa que permite determinar el perfil de transmisión de un par de rejillas que pueden o no estar separadas. Además, es posible elegir el tamaño de las rejillas y un posible desfaseamiento en un su perfil de grabado. A partir de los resultados de estos programas podemos llegar a las siguientes conclusiones:

- La búsqueda de los índices de refracción efectivos en la cubierta puede ser desafiante debido a que no es sencillo ubicar las soluciones de las ecuaciones de dispersión. En este trabajo se decidió ubicar estos valores de manera manual, lo cual funciona para 10 modos, si se deseara un mayor número de estos esta técnica presenta retos debido a que para modos de bajo orden la separación entre ellos es pequeña, mientras que para los de alto orden la separación es cada vez mayor, lo que no hace sencillo ubicar con precisión de manera simultánea todos estos modos.
- Otro problema computacional que se presenta, es que en algunas longitudes de onda las soluciones de las ecuaciones son muy cercanas a las asíntotas de estas ecuaciones, lo cual también debe ser tomado en cuenta al momento de buscar las soluciones numéricas.
- Para determinar los índices de refracción efectivos se emplearon aproximaciones del índice (en núcleo y cubierta) mediante ecuaciones de Sellmeier, en la teoría presentada por Liu et.al. no se especifica de manera clara la dependencia de los índices en función de λ , por lo que no fue posible reproducir de manera exacta las curvas de transmisión que presenta en su trabajo, sin embargo, los perfiles que se hallaron en este trabajo presentan una enorme similitud por lo que puede decirse que los programas desarrollados son físicamente válidos.
- Con la teoría de Liu et.al. y los programas desarrollados es posible simular el perfil de transmisión no solo de una rejilla sino además un dispositivo más complejo como el *IMZ*. Nuestros resultados muestran que el perfil de transmisión de estos dispositivos es fuertemente dependiente del tamaño de las LPGs que lo conforman, mientras que el desfaseamiento entre ellas simplemente desplaza este perfil.
- Este último programa puede ser utilizado como una herramienta de apoyo en el diseño y fabricación de sensores basados en LPGs e

incluso, podría servir como base para un programa de simulación de la respuesta de sensores basados en fibras ópticas. Esto último se plantea como un objetivo a futuro.

Referencias

- [1] J. Rodríguez-Garciapiña, G. Beltrán-Pérez, J. Castillo-Mixcóatl y S. Muñoz-Aguirre, «Application of the principal components analysis technique to optical fiber sensors for acetone detection,» *Optics & laser technology* , vol. 143, pp. 1-7, 2021.
- [2] J. Meneces-Mijares, J. Castillo-Mixcóatl, S. Muñoz-Aguirre y G. Beltrán-Pérez, «Application of principal componet regression in Mach-Zenhder interferometer optical fiber sensors in reflection mode for acetone detection as biomarker of diabetes mellitus,» *Optics & laser technology*, vol. 177, pp. 1-9, 2024.
- [3] B. Saleh y M. Teich, *Fundamental of photonics*, primera ed., Wiley Interscience Publication, 1991.
- [4] J. A. Buck, *Fundamentals of Optical Fibers*, Segunda ed., Wiley Interscience Publication.
- [5] T. Erdogan, «Cladding-mode resonances in short- and long-period fiber grating filters,» *J. Opt. Soc. Am. A* , vol. 14, nº 8, pp. 1760-1773, 1999.
- [6] R. Kashyap, *Fiber Bragg Gratings*, San Diego California: Academic Press, 1999.
- [7] B. Kawasaki, «Photosensitivity in optical wave guides: application to reflection filter fabrication,» *Appl. Phys. Letters*, vol. 32, nº 10, p. 647, 1978.
- [8] Y. Liu, J. Williams, L. Zhang y I. Bennion, «Phase shifted and cascaded long-period fiber gratings,» *Optics Communicatios*, vol. 164, pp. 27-31, 1999.
- [9] T. Erdogan, «Cladding-mode resonances in short- and long-period fiber grating filters:errata,» *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000.
- [10] G. Fowles, *Introduction to modern optics*, NY: Dover Publication, 1989.
- [11] E. Ramírez Sánchez, S. Muñoz Aguirre, J. Castillo Mixcóatl, k. González León, M. Rodríguez Torres, H. G. L.D. y G. Beltrán Pérez, «A comparative study between PCR and PLSR in a tapered optical fiber

sensor for acetone detection,» *Optics & Laser Technology*, vol. 181, 2025.

Apéndice A: Ecuaciones de Sellmeier con código

La ecuación de Sellmeier se define como: $n^2 = \frac{B_1\lambda}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda}{\lambda^2 - C_3}$, a continuación, se presenta el código utilizado en Matlab para definir el índice de refracción del núcleo de una fibra monomodo convencional con los coeficientes B y C correspondientes.

```
function n=nNucleo(lambda)
    %Coeficientes de Sellmeier para el sílice dopado con Germanio
    B=[0.907405, 0.416003, 0.704204];
    C=[97.9339, 0.0166823, 0.00264623];
    %Ecuación del Sellmeier
    n= sqrt(1+ ...
        B(1)*lambda.^2./(lambda.^2-C(1))+...
        B(2)*lambda.^2./(lambda.^2-C(2))+...
        B(3)*lambda.^2./(lambda.^2-C(3)));
end
```


Apéndice B: Código utilizado

A continuación, se muestran algunos de los códigos de los programas desarrollados en Matlab a lo largo de este trabajo.

Índices de refracción

```
%Este programa se usa para calcular los valores de los índices de refracción  
efectivos en  
%la cubierta  
%Autor: Mariana Unda Sanchez y Juan Castillo Mixcóatl  
%Fecha: 5 de diciembre del 2023
```

```
%Número de datos  
numDatos=1;  
lambda_ini=1;      % Longitud Inicial  
lambda_fin=1;      % Longitud Final  
lambda=linspace(lambda_ini,lambda_fin,numDatos);
```

```
%Número de modos a buscar  
NumModos=11; %Se busca 1 más para que nos de los modos que queremos
```

```
%Factor de reducción  
facReduc=.1;  
%Intervalos de raíces  
raices=zeros(numDatos,1);
```

```
% Índices efectivos  
ne=zeros(numDatos, NumModos-1);
```

```
for q=1:numDatos  
    %Establecemos la longitud de onda  
    lambda0=lambda(q); % um micrómetros  
  
    %Establecemos índices de refracción de los tres medios  
    n1=nNucleo(lambda0);  
    n2=nCubierta(lambda0);  
    n3=1; %medio exterior aire=1  
  
    %Establecemos radios de núcleo y cubierta  
    a1=4.1; %um  
    a2=62.5; %um  
  
    %Establecemos al modo azimutal  
    l=0;  
  
    %Definimos las variables generales del artículo de Erdogan  
    s1=@(nefe) sigma1(l,nefe); %Ecuación (8)  
    s2=@(nefe) sigma2(l,nefe); %Ecuación (9)  
    u1=@(nefe) ujota(lambda0,n1,nefe); %Ecuación (12)  
    u2=@(nefe) ujota(lambda0,n2,nefe); %Ecuación (12)  
    w3=@(nefe) wTres(lambda0,n3,nefe); %Ecuación (13)  
  
    u21=@(nefe) uDosUno(lambda0,n1,n2,nefe); %Ecuación (10)
```

```

u32=@(nefe) uTresDos(lambda0,n3,nefe,w3(nefe),u2(nefe)); %Ecuación (11)

%Definimos las variables de las funciones JOTA y K
J=@(nefe) JOTA(1,u1(nefe),a1); %Ecuación (14)
K=@(nefe) KA(1,w3(nefe),a2); %Ecuación (15)

%Definimos las variables de las funciones
p1=@(nefe) PEl(1,u2(nefe),a1,a2); %Ecuación (16)
q1=@(nefe) qEl(1,u2(nefe),a1,a2); %Ecuación (17)
r1=@(nefe) rEl(1,u2(nefe),a1,a2); %Ecuación (18)
s1=@(nefe) sEl(1,u2(nefe),a1,a2); %Ecuación (19)

%Definimos a z0 por partes
A=@(nefe) u2(nefe).*((J(nefe).*K(nefe))+...

((s1(nefe).*s2(nefe).*u21(nefe).*u32(nefe))./(n2.^2.*a1.*a2))).*p1(nefe);
B=@(nefe) (-K(nefe).*q1(nefe))+(J(nefe).*r1(nefe));
C=@(nefe) (1./u2(nefe)).*s1(nefe);
D=@(nefe) -u2(nefe).*((u32(nefe).*J(nefe))./(n2.^2.*a2))-...
((u21(nefe).*K(nefe))./(n1.^2.*a1))).*p1(nefe);
E=@(nefe) (u32(nefe).*q1(nefe))./(n1.^2.*a2));
F=@(nefe) (u21(nefe).*r1(nefe))./(n1.^2.*a1);

z0=@(nefe) ((A(nefe)+B(nefe)-C(nefe))./(D(nefe)+E(nefe)+F(nefe)));

%Definimos a z0prima por partes
AA=@(nefe) u2(nefe).*((u32(nefe).*J(nefe))./(a2))-
((n3.^2.*u21(nefe).*K(nefe))....
./(n2.^2.*a1))).*p1(nefe);
BB=@(nefe) ((u32(nefe).*q1(nefe))./a2);
CC=@(nefe) ((u21(nefe)./a1).*r1(nefe));
DD=@(nefe) u2(nefe).*((n3.^2.*J(nefe).*K(nefe))....
./n2.^2)+(s1(nefe).*s2(nefe).*u21(nefe).*u32(nefe))./(n1.^2.*a1.*a2))).*p1(nefe);
EE=@(nefe) (-n3.^2.*K(nefe).*q1(nefe))./(n1.^2)+(J(nefe).*r1(nefe));
FF=@(nefe) (n2.^2.*s1(nefe))./(n1.^2.*u2(nefe));

z0p=@(nefe) (s1(nefe).*s2(nefe)).*((AA(nefe)-BB(nefe)-CC(nefe))....
./(DD(nefe)+EE(nefe)-FF(nefe)));

%Definimos la función de dispersión z0-z0p que nos sirve para hallar
%las raíces
FunDisp=@(nefe) z0(nefe)-z0p(nefe);

%%Se muestran las gráficas

%Definimos el intervalo de búsqueda
Delta_n=300e-5;
nefe=linspace(n2-Delta_n,n2,2000);

% Mostramos las gráficas de dispersión
subplot(3,1,1)
plot(nefe,z0(nefe),'dr',nefe,z0p(nefe),'sb')
ylim([-5,5])
xlim([n2-Delta_n,n2])

```

```

xlabel('Intervalo de índice efectivo')
% ylabel({'Amplitud de la relación de dispersión'})
grid on
title(['Longitud de onda:',num2str(lambda0),'\mum'])
subtitle(['Modo azimutal l=',num2str(l)])

%% DETERMINAMOS LAS RAICES MANUALMENTE
if q==1
%       % Ubicamos manualmente las raíces
%       [x,delta_eps]=aproximacionRaices(numModos,facReduc);
%       % Cargamos los valores "exactos"
load delta_eps10lambda1numModos11.mat;
%       delta_eps=delta_eps;
load x10lambda1numModos11.mat;
%       % Regresamos a la escala original
x = x + n2;
elseif q==2
%       % Desplazamos el origen
x=ne(q-1,:) - nCubierta( lambda(q-1) );
%       % Regresamos a la escala original
x = x + n2;
elseif q>=3
if q<75
%       % Cambiamos delta_eps
delta_eps(:)=10e-8;
%       % Establecemos las aproximaciones con ne y los cambios
%       % anteriores
x=ne(q-1,:) - nCubierta( lambda(q-1) )...
    + ( ne(q-1,:) - nCubierta( lambda(q-1) ) - ...
        ( ne(q-2,:) - nCubierta( lambda(q-2) ) ) );
%       % Regresamos a la escala original
x = x + n2;

elseif q>=75
%       % keyboard
delta_eps(:)=1e-8;
%       % Calcular 10 polinomios de grado 3
%       % ne(lambda0)= polinomio 3m(lambda0)
%       % Crear el x correspondiente [x1, x2, x3, ..., x10]
for m=1:NumModos-1
%       %Grado del polinomio
gp=10;
%       %Ajuste polinomial
cp=polyfit(lambda(1:q-1),ne(1:q-1,m),gp);
polinomio=0;
x(m)=0;
for h=1:gp+1
    polinomio=polinomio+...
        cp(h)*lambda(1:q-1).^(gp+1-h);

    x(m)=x(m)+...
        cp(h)*lambda(q)^(gp+1-h);
end
end
end
end

```

```

end

% Calculamos los índices efectivos

for m=1:NumModos-1
    % Determinamos el intervalo de graficado
    intervalo=...
        linspace(x(m)-delta_eps(m), x(m)+delta_eps(m), 300);

    subplot(3,1,2)
    plot(intervalo-n2, z0(intervalo), 'dr', ...
        intervalo-n2, z0p(intervalo), 'sb')
    ylabel('Amplitud de la relación de dispersión')
    xlabel({'Intervalo de índice','efectivo desplazado'})

    subplot(3,1,3)
    plot(nefe,z0(nefe), 'dr', ...
        nefe,z0p(nefe), 'sb', ...
        x(m)-delta_eps(m),0, '>k', ...
        x(m)+delta_eps(m),0, '<k', 'linewidth',3)
    ylim([-0.1,1])
    xlabel({'Intervalo de','índice efectivo'})
    ne(q,m)=...
        fzero(FunDisp,[x(m)-delta_eps(m),x(m)+delta_eps(m)]);
%     input('Presiona enter para continuar')
    pause(0.01)
end

end

```

Graficar los perfiles de transmisión

```

%% PROGRAMA PARA GRAFICAR LA TRANSMITANCIA CONTRA LA LONGIUTUD DE ONDA.
%Autor:Mariana Unda Sánchez
%Fecha: 26 de enero del 2024
clear,clc,clf
%Definimos las constantes
L=30e-3;          %m L=L1+L2
q=0;              %Razon de proporcion entre L1 y L2
x=q*L;            %Posicion final de L1 respecto del punto L/2
L1=L/2+x;         %m largo de la rejilla 1
L2=L-L1;          %m largo de la rejilla 2
d=0;              %Distancia entre las rejillas
km=1.471/L;        %Constante de acoplamiento
LAMBDA=475e-6;    %m Periodo de la rejilla

%Cargamos el indice efectivo de los modos de nucleo y cubierta
load('indiceefectivocladding_L0_m10.mat');
load('indiceefectivocore_L0_m1.mat');
lambda=ne_cl(:,1)*1e-6; %m longitud de onda

%Definimos a las funciones
ne_cl05=ne_cl(:,4); %indice efectivo cladding
ne_n01=ne_n01; %indice efectivo core

```

```

Betha=((2*pi)./lambda).*ne_cl05;           %Constante propagación cubierta
Bethacore=((2*pi)./lambda).*ne_n01;        %Constante propagación núcleo

Deltam=(Bethacore-Betha-(2*pi/LAMBDA))./2;
Sm=sqrt(km^2+Deltam.^2);
r1=rjota(km,Sm,L1);
r2=rjota(km,Sm,L2);
t1=tjota(Deltam,Sm ,L1);
t2=tjota(Deltam,Sm ,L2);

%Preparamos la region de gráficoado
hold on
for q=0:4
    %%Definimos a T (transmitancia)
    phi=q*(pi/4);           %Diferencia de fase en radianes
    H=ne_n01-ne_cl05;

    T=abs(exp(1i*(2*pi.*H.*d./lambda+phi)).*t1.*t2+r1.*r2).^2;

    %Pasamos la transmitancia a decibeles
    TdB=10*log10(T);

    %Graficamos T contra lambda

    plot(lambda/1e-6, TdB, LineWidth=2)
    text(1.505+.004*q,-19+4*q,['\leftarrow \phi= ',...
        num2str(phi)])
end

hold off
xlabel('Longitud de onda')
ylabel({'Transmision'})
xlim([1.46,1.56])
ylim([-20,0])
grid on
title(['Longitud de onda:', '\mum'])

```