



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Instituto de Ciencias

---

Análisis en 3D de microestructuras transparentes usando  
interferometría de corrimiento de fase simultáneo

Tesis presentada al posgrado:

**Maestría en Tecnologías en Materiales Avanzados**

como requisito para obtener el grado de

**Maestra en Tecnologías en Materiales Avanzados**

Presenta:

Patricia Victoria Pérez Luna

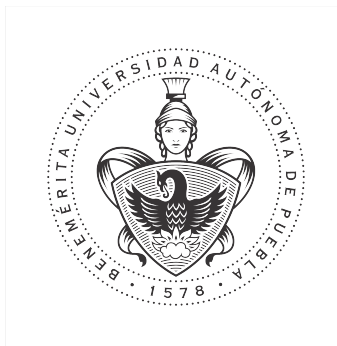
Asesores de Tesis:

Dra. Areli Montes Pérez

Dr. Noel Iván Toto Arellano

Puebla Pue.  
28 de julio de 2021





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Instituto de Ciencias

---

Análisis en 3D de microestructuras transparentes usando  
interferometría de corrimiento de fase simultáneo

Tesis presentada al posgrado:

**Maestría en Tecnologías en Materiales Avanzados**

como requisito para obtener el grado de

**Maestra en Tecnologías en Materiales Avanzados**

Presenta:

Patricia Victoria Pérez Luna

Asesores de Tesis:

Dra. Areli Montes Pérez

Dr. Noel Iván Toto Arellano

Puebla Pue.  
28 de julio de 2021



# Índice general

|   |            |
|---|------------|
| <b>Índice general</b>   | <b>III</b> |
| <b>Índice de figuras</b>  | <b>V</b>   |
| <b>Resumen</b>  | <b>VII</b> |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>   |
| 1.1. Objetivos  | 1          |
| 1.2. Agradecimientos  | 2          |
| <b>2. Conceptos básicos</b>   | <b>3</b>   |
| 2.1. Ecuación de ondas electromagnéticas  | 3          |
| 2.1.1. Representación matemática de una onda  | 4          |
| 2.1.2. Representación compleja de una onda  | 6          |
| 2.2. Polarización de ondas electromagnéticas  | 6          |
| <b>3. Interferometría</b>   | <b>9</b>   |
| 3.1. Interferencia por división de amplitud   | 12         |
| 3.1.1. Interferómetro de Michelson  | 12         |
| 3.1.2. Interferómetro cíclico   | 13         |
| 3.2. Interferómetros de autorreferencia   | 13         |
| <b>4. Interferometría heterodina</b>  | <b>15</b>  |
| 4.1. Interferometría por corrimiento de fase  | 16         |
| 4.1.1. Técnicas de Corrimiento de Fase  | 17         |
| 4.1.2. Técnicas de corrimiento de fase utilizando un transductor piezo-eléctrico                | 18         |
| 4.1.3. Técnicas de corrimiento de fase por polarización y difracción                            | 18         |
| 4.1.4. Técnicas de corrimiento de fase por polarización usando una matriz de micropolarizadores | 20         |
| 4.2. Detección de la fase   | 20         |
| 4.2.1. Método de cuatro corrimientos  | 21         |
| 4.2.2. Algoritmo simétrico de $(N + 1)$ interferogramas   | 22         |
| 4.3. Interferometría por corrimiento de fase en una sola toma                                   | 23         |
| 4.3.1. Modulación de fase con polarización  | 23         |

|   |           |
|---|-----------|
| 4.3.2. Patrones de interferencia generados con polarizadores y placas re-<br>tardadoras . . . . . | 23        |
| <b>5. Desarrollo experimental y resultados</b>  | <b>27</b> |
| 5.1. Desarrollo experimental . . . . .  | 27        |
| 5.1.1. Arreglo experimental . . . . .   | 27        |
| 5.1.2. Cálculo de la fase envuelta . . . . .  | 29        |
| 5.1.3. Cálculo de la fase desenvuelta . . . . .   | 30        |
| 5.1.4. Procedimiento experimental y numérico . . . . .  | 30        |
| 5.2. Resultados experimentales . . . . .  | 31        |
| <b>6. Conclusiones generales</b>  | <b>45</b> |
| <b>A. El Formalismo de Jones</b>  | <b>47</b> |
| A.1. Los vectores de Jones . . . . .  | 47        |
| A.2. Ortogonalidad . . . . .  | 48        |
| A.3. Las matrices de Jones . . . . .  | 49        |
| A.4. Interferencia de haces con polarización circular cruzada . . . . .                           | 50        |
| <b>B. Algoritmo numérico en MATLAB</b>  | <b>53</b> |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>55</b> |

# Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Onda electromagnética; Campo magnético $\mathbf{H}$ , campo eléctrico $\mathbf{E}$ y la dirección de propagación $x$ . . . . .  | 4  |
| 2.2. Trazos del vector $\vec{E}$ para diferentes valores de $\Delta\alpha$ . . . . .   | 7  |
| 3.1. Variación de la intensidad en función de la diferencia de fase entre dos ondas que interfieren. [10] . . . . .  | 10 |
| 3.2. Diagrama del interferómetro de Michelson por división de amplitud. . . . .  | 12 |
| 3.3. Interferómetro cíclico. . . . .   | 13 |
| 3.4. Frentes de onda en un interferómetro de desplazamiento lateral [15]. . . . .  | 14 |
| 4.1. Variación de la intensidad con la fase de referencia en un punto del interferograma [15]. . . . .   | 17 |
| 4.2. Corrimiento de fase por etapas a partir del desplazamiento de un espejo con un Piezoeléctrico. . . . .  | 19 |
| 4.3. Interferómetro de doble ventana [28]. . . . .   | 19 |
| 4.4. Interferómetro de corrimiento de fase simultáneo que emplea la técnica de difracción y polarización. [29] . . . . .   | 20 |
| 4.5. Interferómetro de corrimiento de fase simultáneo con micropolarizadores [30].   | 21 |
| 5.1. Interferómetro propuesto. <b>SI</b> : interferómetro cíclico, <b>SII</b> y <b>SIII</b> : interferómetros de Michelson, MO: Objetivo de microscopio. L: Lente. P: Polarizador lineal. PBS: Divisor de haz polarizado. BS: Divisor de haz. M: Espejo. Q: Placa de cuarto de onda. . . . . | 28 |
| 5.2. Fases envueltas y desenvueltas de referencia y de prueba del ala de libélula, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia. . . . .   | 33 |
| 5.3. Imagen en 3D del ala de una libélula. . . . .   | 34 |
| 5.4. Esquema de las lesiones escamosas intraepiteliales. Neoplasia intraepitelial cervical (CIN, por sus siglas en inglés): leve (CIN1), moderada (CIN2) e intensa (CIN3) [35] . . . . .   | 35 |
| 5.5. Ejemplo de células de prueba de Papanicolaou incluidas en la base de datos Hervel: (a)-(b) Células anómalas y (c)-(d) células normales [36] . . . . .   | 35 |
| 5.6. Fases envueltas y desenvueltas de prueba y de referencia de las células de cáncer cervicouterino, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia. . . . .                             | 37 |

|  |    |
|--|----|
| 5.7. Imagen en 3D de células de cáncer Cervicouterino. . . . .   | 38 |
| 5.8. Micrografías de células de cáncer cervicouterino. a) Micrografía de células de cáncer cervicouterino tomada con un microscopio óptico a 8x (trabajo realizado en la presente tesis. b) Micrografía de células de cáncer cervicouterino reportada en la literatura [38]. . . . . | 39 |
| 5.9. Fases envueltas y desenvueltas de prueba y de referencia de las células de cáncer de colon, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia. . . . .                           | 41 |
| 5.10. Imagen en 3D de células de cáncer de colon. . . . .  | 42 |
| 5.11. Micrografías de células de cáncer cervicouterino. a) Micrografía de células de cáncer de colon tomada con un microscopio óptico a 8x (trabajo realizado en la presente tesis). b) Micrografía de células de cáncer de colon reportada en la literatura [39]. . . . .           | 43 |

# Resumen

Cuando la luz llega a un nuevo medio se pueden presentar uno o varios procesos; reflexión, refracción, absorción y transmisión. La información de algunas propiedades se encuentran contenidas en la luz transmitida y esta información puede ser recuperada mediante el uso de equipos muy sofisticados y caros. El objetivo de este trabajo es desarrollar un arreglo interferométrico de corrimiento de fase por polarización, para realizar mediciones no destructivas de la morfología de muestras transparentes, micrométricas y biológicas como el ala de una libélula, células de cáncer cervicouterino y células de cáncer de colon a través del cálculo de la fase óptica y mediante el procesamiento de interferogramas. Para este propósito se implementa un sistema óptico, el cual está formado por tres interferómetros: un interferómetro cíclico acoplado a dos interferómetros Michelson. Este sistema es capaz de generar cuatro patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$ , los cuales son capturados por una cámara CCD en una sola toma. Los patrones de interferencia y los corrimientos de fase se generarán mediante la colocación de polarizadores lineales en ángulos conocidos. Para el cálculo de la fase óptica se utiliza el método de cuatro pasos y dado que los interferogramas se obtienen con un interferómetro de corrimiento de fase, se implementa un método de desenvolvimiento iterativo.

En este trabajo se presentan: los fundamentos teóricos de la interferometría, la cual se basa en el fenómeno de interferencia; la teoría del corrimiento de fase por polarización; la descripción del arreglo interferométrico propuesto; el procedimiento experimental y el procedimiento numérico para la obtención y el procesamiento de interferogramas, así como la reconstrucción morfológica de los objetos de estudio.



# Capítulo 1

## Introducción

Por múltiples razones el hombre tiene cada vez más la necesidad de medir ciertas características de la materia. Por lo que, la interferometría óptica es considerada una técnica para realizar mediciones de alta precisión usando ondas de luz como escala. Esto se hace por medio del análisis de patrones de interferencia o interferogramas, los cuales resultan de la superposición de dos frentes de onda en un plano de observación [1]. El éxito de muchas de las aplicaciones, depende muchas veces de la medición de la fase óptica, por lo que, el desarrollo de nuevas metodologías capaces de alcanzar precisiones de centésimas y hasta milésimas de longitud de onda, actualmente es de gran importancia.

Durante los primeros 60 años del siglo XX, la interferometría se ha consolidado y diversificado, siendo la microscopía óptica una de las disciplinas más beneficiadas. Muchos de los sistemas interferométricos desarrollados fueron basados en fuentes luminosas de baja y mediana coherencia. Pero no fue hasta la aparición de la luz láser y el desarrollo de nuevos detectores, que se abrió paso al desarrollo de novedosas técnicas interferométricas para la evaluación de distribuciones de fase, como la interferometría de corrimiento de fase. Estas técnicas permitieron conocer parámetros ópticos y morfológicos de muestras en observación a través del cálculo de la fase óptica y mediante el análisis de interferogramas. Inicialmente estos métodos de corrimiento de fase generaban n-corrimientos de fase por n-etapas, usando elementos mecánicos como actuadores, motores a pasos, pizeoeléctricos, etc., pero esto limitaba la técnica, ya que solo se podían caracterizar objetos u eventos estáticos y algunos eventos dinámicos. Debido a estas limitaciones se han desarrollado nuevas técnicas de medición que permiten obtener n-corrimientos de fase simultáneamente usando elementos difractivos como rejillas, dispositivos holográficos o micropolarizadores [2-4], sin embargo, estos dispositivos siguen siendo muy costosos. Por lo que en este trabajo se propone un sistema óptico de corrimiento de fase por polarización, libre de micropolarizadores y elementos difractivos, capaz de generar 4 patrones de interferencia simultáneamente, teniendo cada interferograma un valor diferente de corrimiento de fase para la extracción de distribuciones de fase en muestras biológicas.

### 1.1. Objetivos

En la presente tesis, se propone estudiar las propiedades morfológicas de estructuras de fase (muestras transparentes) a diversas escalas, a través de la implementación de un

sistema interferométrico de corrimiento de fase simultáneo por polarización. El sistema interferométrico implementado experimentalmente, nos permitirá conocer la información de la fase óptica. Los objetivos particulares de la presente tesis se indican a continuación:

1. Implementar un interferómetro cíclico, acoplado a dos interferómetros Michelson, para generar 4 patrones de interferencia.
2. Determinación de las condiciones para realizar mediciones de objetos transparentes (ala de libélula, células de cáncer cervicouterino y células de cáncer de colon) a diversas escalas usando interferometría de corrimiento de fase simultáneo.
3. Desarrollo e implementación de algoritmos de cuatro pasos, para el procesamiento de la fase óptica.

## **1.2. Agradecimientos**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Universidad Tecnológica de Tulancingo por su apoyo para la realización del trabajo experimental reportado en esta tesis y que forma parte del proyecto titulado “Estudio de las propiedades físicas de estructuras y microestructuras dinámicas de fase usando propiedades de polarización con interferometría de corrimiento de fase simultáneo ”(A1-S-20925) aprobado bajo la Convocatoria de Investigación Científica Básica 2017-2018 del Fondo Sectorial de Investigación para la Educación.

## Capítulo 2

# Conceptos básicos

En 1880 James Clerk Maxwell estableció su teoría electromagnética, en la que sintetizó en cuatro ecuaciones las leyes del electromagnetismo que se habían formulado desde el siglo XVIII. De sus ecuaciones, Maxwell dedujo la ecuación de onda que lo llevó a predecir la existencia de ondas electromagnéticas capaces de propagarse en el vacío. Con su trabajo consiguió unir la óptica y el electromagnetismo, revelando así que la luz tiene naturaleza electromagnética [5].

En este capítulo, se presentan brevemente algunos conceptos descritos en la física electromagnética como el campo eléctrico, el campo magnético, las ecuaciones de Maxwell, la ecuación de onda y la polarización de ondas electromagnéticas, los cuales son importantes para explicar el fenómeno de interferencia que se presentará en el siguiente capítulo.

### 2.1. Ecuación de ondas electromagnéticas

A continuación se deduce la ecuación de ondas electromagnéticas que se propagan a través de un medio, ya sea el vacío, un dieléctrico o un metal. Considerando que no hay densidad de carga ( $\rho = 0$ ), las cuatro ecuaciones de Maxwell se escriben de la siguiente manera [1]:

*Ley de Gauss:*

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (2.1)$$

*Ley de Gauss para el campo magnético:*

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (2.2)$$

*Ley de Faraday:*

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.3)$$

*Ley de Ampère-Maxwell:*

$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (2.4)$$

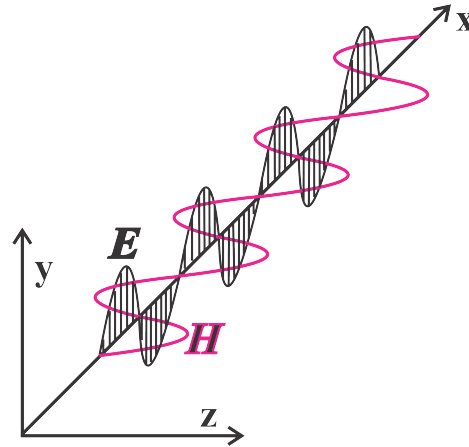


Figura 2.1: Onda electromagnética; Campo magnético  $\mathbf{H}$ , campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y la dirección de propagación  $x$ .

donde  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico,  $\mathbf{H}$  corresponde a la intensidad del campo magnético,  $\mu$  la permeabilidad del medio,  $\varepsilon$  es la permitividad del medio y  $\sigma$  es la conductividad.

Tomando las ecuaciones Maxwell anteriores, el rotacional del rotacional del campo eléctrico resulta ser:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\nabla^2 E + \nabla (\nabla \cdot E) \quad (2.5)$$

Por lo tanto, la ecuación de onda para el campo eléctrico es:

$$\nabla^2 E = \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Si particularizamos el caso anterior, haciendo la conductividad igual a cero ( $\sigma = 0$ ), la ecuación (2.6) queda como:

$$\nabla^2 E = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

### 2.1.1. Representación matemática de una onda

Una solución particular a la ecuación de onda es una onda sinusoidal que se propaga a lo largo del eje  $x$ , en cierta dirección, con una velocidad  $v$  determinada por el índice de refracción del medio. La representación matemática de esta solución, es representada por el valor instantáneo del campo eléctrico como función del tiempo  $t$ , por tanto, el campo eléctrico se puede representar por la ecuación (2.8) [1]. Como la interacción de la luz con la materia se debe fundamentalmente al campo eléctrico, en este trabajo se describirá a la luz como un campo eléctrico  $E$  sujeto a la ecuación de onda.

$$E = A \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) + \alpha \right) \quad (2.8)$$

donde  $A$  es la máxima perturbación conocida como *amplitud*,  $\lambda$  es la longitud de onda y  $\alpha$  es la fase inicial de la onda cuando  $x = 0$  y  $t = 0$ . Si  $\nu$  es la frecuencia de la onda, es decir,

el número de ondas que pasan por un punto dado en el espacio en la unidad de tiempo [6], entonces la frecuencia esta definida por la ecuación (2.9).

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (2.9)$$

donde el periodo de la onda,  $T$ , es el tiempo que se necesita para que pase un ciclo completo por un punto fijo del espacio y se puede describir como [6]:

$$T = \frac{\lambda}{v} \quad (2.10)$$

por lo que:

$$\lambda\nu = v \quad (2.11)$$

El vector de propagación  $\mathbf{k}$ , se define como un vector apuntando en la dirección de propagación de la onda, que tiene una magnitud  $|\mathbf{k}|$  dada por [1]:

$$k = |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.12)$$

con velocidad angular  $\omega$ , dada por la ecuación (2.13)

$$\omega = 2\pi\nu \quad (2.13)$$

Con el uso de estas definiciones, la ecuación (2.13) se transforma en:

$$\frac{\omega}{k} = v = \frac{c}{n} \quad (2.14)$$

y la ecuación (2.8) en:

$$E = A \cos(kx - \omega t + \alpha) \quad (2.15)$$

La fase de la onda para el punto  $x$  en el instante  $t$  se define como [1]:

$$\theta = kx - \omega t + \alpha \quad (2.16)$$

Generalizando la ecuación (2.15) para el caso de una onda que viaja en el espacio tridimensional propagándose en la dirección del vector  $\mathbf{k}$ , diferente de la dirección del vector  $\mathbf{r}$  que va del origen al punto  $(x, y, z)$  donde se desea conocer el campo eléctrico, se puede escribir como [1]:

$$E = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \alpha) \quad (2.17)$$

La onda descrita por la ecuaciones (2.15 y 2.17) se considera una onda plana, debido a que en cualquier instante de tiempo,  $E$  tiene el mismo valor en todos los puntos que están en el mismo plano, un plano normal a la dirección de propagación, es decir, una onda plana es aquella cuya fase en cualquier instante de tiempo es constante en todos los puntos de cualquier plano normal a  $\mathbf{k}$  [1, 7].

### 2.1.2. Representación compleja de una onda

Al representar la ecuación (2.17) como un vector, la perturbación instantánea resulta ser la componente a lo largo del eje  $x$ , el ángulo con el eje  $x$  es la fase y la magnitud del vector es la amplitud de la onda. Por otro lado, los vectores se pueden representar por medio de números complejos, por lo que, es una alternativa matemáticamente más simple a la hora de analizar fenómenos ondulatorios. La representación de una onda mediante números complejos se muestra en la siguiente ecuación [1]:

$$E = A \cos \theta + iA \sin \theta \quad (2.18)$$

tomando la ecuación de Euler, se puede representar a la onda como:

$$E = Ae^{i(kx - \omega t + \alpha)} \quad o \quad E = Ae^{i(k \cdot r - \omega t + \alpha)} \quad (2.19)$$

## 2.2. Polarización de ondas electromagnéticas

La luz, al igual que cualquier otro tipo de radiación electromagnética, está formada por un campo eléctrico oscilando de forma perpendicular a un campo magnético siendo ambos perpendiculares a la dirección de propagación de la luz (ver Figura 2.1) [1, 6]. Por cuestión de sencillez, en este trabajo solo se estudiará el campo eléctrico, sin perder generalidad, ya que dado un índice de refracción, los campos eléctrico y magnético guardan una cierta relación entre sí, por lo que la onda queda totalmente definida por la magnitud del campo eléctrico. La dirección y la magnitud del campo eléctrico en un punto cualquiera se representan por medio del vector eléctrico [6].

La polarización de una onda plana uniforme, define el lugar geométrico que describe la punta del vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  en función del tiempo, en un plano perpendicular a la dirección de propagación. En el caso más general, este lugar geométrico será una elipse y entonces se dice que la onda está elípticamente polarizada [1]. En ciertos casos particulares, la elipse degenera en un círculo o en una línea recta y en estos casos el estado de polarización es circular o lineal, respectivamente [6, 8, 9]. La luz linealmente polarizada, es aquella cuya orientación del campo eléctrico es constante aunque su magnitud y signo varían con el tiempo [6]. En este caso, el campo eléctrico o perturbación óptica reside en lo que se conoce como el plano de vibración. Mientras que la luz es no polarizada, si la orientación y la magnitud del campo eléctrico son funciones al azar del tiempo y el espacio. En esta sección no ahondaremos en la revisión detallada de los estados de polarización, por lo tanto solo se muestra la ecuación general. En esta ecuación solo cambia de forma espacial para ciertos valores de  $E_x^0$ ,  $E_y^0$  y  $\Delta\alpha$ , la ecuación general está expresada de la siguiente forma:

$$\left(\frac{E_x}{E_x^0}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_y^0}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_x^0 E_y^0} \cos \Delta\alpha = \sin^2 \Delta\alpha, \quad (2.20)$$

esta ecuación representa a una elipse centrada en el origen y rotada [9]. Algunas formas de polarización se muestran en la Figura 2.2, en esta figura se muestran los estados de polarización que van de elíptica, circular y lineal, mostrando la orientación derecha e izquierda. La luz polarizada puede ser descrita mediante el formalismo de Jones, el cual

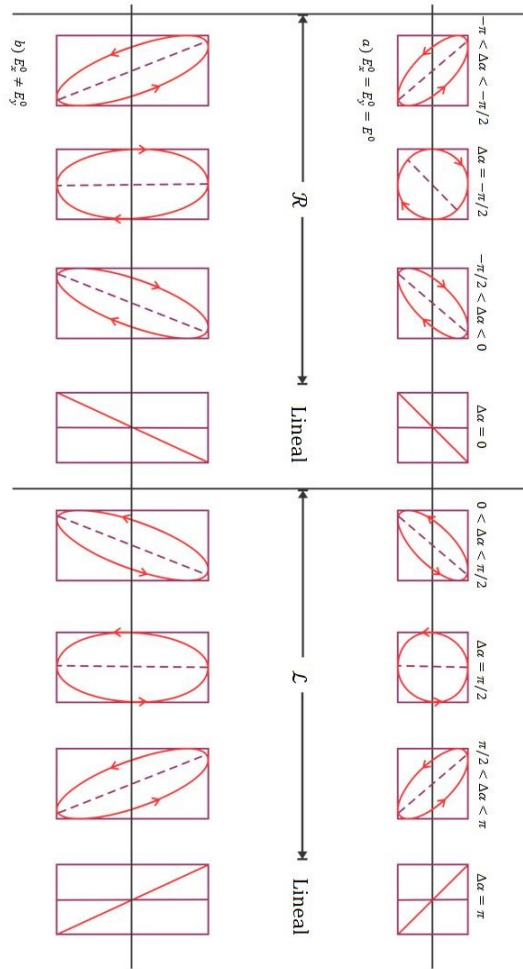


Figura 2.2: Trazos del vector  $\vec{E}$  para diferentes valores de  $\Delta\alpha$

1001[9].

es explicado en el apéndice A. Los estados de polarización son de suma importancia en la presente tesis, ya que juega un papel importante el estado de polarización de la luz cuando se trabaja con corrimientos de fase. En el siguiente capítulo se revisa el estado del arte de interferometría por corrimiento de fase.



## Capítulo 3

# Interferometría

La interferometría se basa en el fenómeno de la interferencia, que podemos producir cuando dos ondas luminosas con la misma frecuencia se superponen en algún lugar del espacio [1, 10]. Además de tener la misma frecuencia, estas ondas debe ser sincrónicas, es decir, que sus diferencias de fase, y por tanto las distancias entre las crestas de ambas ondas, deben permanecer constantes con el tiempo. Esto es posible sólo si ambas ondas provienen de la misma fuente luminosa, o si son monocromáticas y tienen exactamente la misma frecuencia, como en el caso de algunos láseres [1]. El efecto físico de interferencia se caracteriza por exhibir regiones de alta actividad ondulatoria alternadas por regiones de muy baja actividad, o hasta nula. En el caso de la luz dentro del contexto clásico, una alta actividad se detecta como un valor alto de irradiancia, mientras que una baja actividad se refleja en valores bajos de irradiancia, o incluso, en valores nulos. El dispositivo para generar la interferencia de dos ondas luminosas se llama interferómetro; con este dispositivo se puede estudiar variaciones en muestras del orden de  $\lambda/100$  [11], por lo que son útiles en el ámbito médico, industrial y científico.

La representación matemática general de la superposición de dos ondas es la suma de las amplitudes, por lo tanto, la amplitud compleja neta es:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \sum \mathbf{E}_i(x, y, z, t) \quad (3.1)$$

y la intensidad del campo resultante es el promedio temporal del módulo cuadrado de la amplitud compleja total

$$I(x, y, z, t) = \langle |\mathbf{E}(x, y, z, t)|^2 \rangle \quad (3.2)$$

donde  $\langle \ \rangle$  indica el promedio temporal durante un periodo mucho más largo al periodo de la onda  $1/\nu$  [10]. Si se limita a dos ondas que interfieren  $E_1$  y  $E_2$ , este resultado se simplifica a:

$$I(x, y, z, t) = \langle |\mathbf{E}_1|^2 \rangle + \langle |\mathbf{E}_2|^2 \rangle + \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* \rangle + \langle \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2 \rangle \quad (3.3)$$

o

$$I(x, y, z, t) = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* \rangle + \langle \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2 \rangle \quad (3.4)$$

donde  $\mathbf{I}_1$  y  $\mathbf{I}_2$  son las intensidades de los haces, respectivamente. Este resultado general se puede simplificar si se asume que las ondas que interfieren están polarizadas linealmente, es decir,

$$\mathbf{E}_i(x, y, z, t) = \mathbf{A}_i(x, y, z) e^{i[\omega_i t - \phi_i(x, y, z)]}. \quad (3.5)$$

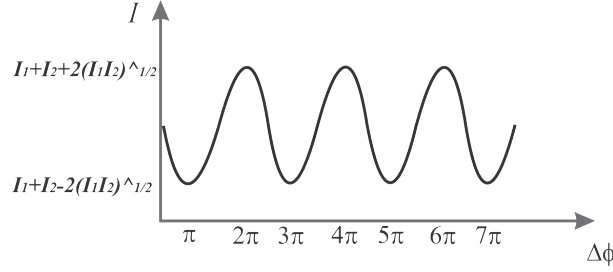


Figura 3.1: Variación de la intensidad en función de la diferencia de fase entre dos ondas que interfieren. [10]

Por tanto, la intensidad de campo resultante es:

$$I(x, y, z, t) = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + 2(\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\phi_1(x, y, z) - \phi_2(x, y, z))] \quad (3.6)$$

donde los efectos de interferencia están contenidos en el tercer término, y de este resultado se puede concluir dos cosas. Primero, si las dos ondas que interfieren están polarizadas ortogonalmente, no existirán efectos de interferencia visibles [9], ya que el producto punto producirá un coeficiente cero. En segundo lugar, si las frecuencias de las ondas son diferentes, los efectos de interferencia se modularán a una frecuencia temporal igual a la diferencia de frecuencia.

Ahora, si consideramos que las ondas polarizadas linealmente son paralelas y que están en la misma frecuencia óptica, podemos expresar la ecuación como [7, 10]:

$$I(x, y, z) = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + 2\sqrt{\mathbf{I}_1\mathbf{I}_2} \cos[\Delta\phi(x, y, z)] \quad (3.7)$$

donde  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  es la diferencia de fase. Esta es la ecuación básica que describe la interferencia. La intensidad detectada varía con la diferencia de fase entre las dos ondas, como se observa en la Figura 3.1. En esta figura se esquematiza la variación de la intensidad en función de la diferencia de fase entre dos ondas que interfieren, en donde los puntos máximos significan franjas brillantes y los puntos mínimos son franjas oscuras, esto visto desde el punto de vista de intensidad de la luz. En la teoría se conoce que las franjas oscuras significan interferencia destructiva, y las franjas brillantes interferencia constructiva. Estas franjas brillantes y oscuras que se alternan en el patrón de intensidad se denominan *franjas de interferencia*. La diferencia de fase está relacionada con la diferencia de longitudes de caminos ópticos (CO) entre la fuente y el punto de observación para las dos ondas, por lo tanto la diferencia de camino óptico (DCO) entre las dos ondas es [1, 10]:

$$DCO = CO_1 - CO_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\phi \quad (3.8)$$

o

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} DCO \quad (3.9)$$

donde la diferencia de fase cambia  $2\pi$  cada vez que la DCO aumenta en una longitud de onda. Por lo tanto, la DCO es constante a lo largo de una franja.

La interferencia constructiva se produce cuando las dos ondas están en fase, y se obtiene una franja brillante o un valor máximo en el patrón de intensidad. Esto corresponde cuando la diferencia de fase es un múltiplo entero de  $2\pi$  o una DCO que es un múltiplo de la longitud de onda. Una franja oscura o de un valor mínimo en el patrón de intensidad resulta de la interferencia destructiva cuando las dos ondas están fuera de fase por un múltiplo impar de  $\pi$  o una DCO que es un número impar de medias longitudes de onda [10]. Para las condiciones entre estos valores, se obtiene un valor intermedio de la intensidad. Dado que tanto la DCO como la diferencia de fase aumentan con el número entero de  $m$ , el valor absoluto de  $m$  se denomina orden de interferencia. Estos valores se resumen en la Tabla 3.1.

|                    | $\Delta\phi$ | DCO              |
|--------------------|--------------|------------------|
| Franjas Brillantes | $2m\pi$      | $m\lambda$       |
| Franjas Oscuras    | $2(m+1)\pi$  | $(m+1/2)\lambda$ |

Tabla 3.1: Diferencia de fase y DCO para franjas brillantes y oscuras.

A menudo es más conveniente reescribir la ecuación 3.7 como:

$$I(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y) \cos[\Delta\phi(x, y, z)]\} \quad (3.10)$$

o

$$I(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y) \cos[2\pi DCO(x, y)/\lambda]\} \quad (3.11)$$

donde  $I_0(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y)$ , y

$$\gamma(x, y) = \frac{2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2}}{I_1(x, y) + I_2(x, y)} \quad (3.12)$$

donde  $I_0(x, y)$  representa la intensidad promedio y  $\gamma(x, y)$  es el contraste o visibilidad de la franja local. La visibilidad de la franja también se puede calcular de manera equivalente utilizando la fórmula estándar para la modulación [10]

$$\gamma(x, y) = \frac{I_{max}(x, y) - I_{min}(x, y)}{I_{max}(x, y) + I_{min}(x, y)} \quad (3.13)$$

donde  $I_{max}$  e  $I_{min}$  son las intensidades máximas y mínimas en el patrón de interferencia.

La visibilidad puede tener valores entre cero y uno. La máxima visibilidad se producirá cuando las dos ondas tengan la misma intensidad. La visibilidad será cero cuando una de las ondas tenga intensidad cero. En general, las intensidades de las ondas pueden variar con la posición, de modo que la intensidad promedio y la visibilidad de la franja también pueden variar a lo largo del patrón de interferencia.

A lo largo de este tema, se ha asumido que las fuentes que producen las dos ondas tienen la misma frecuencia. Sin embargo, en la práctica se requiere que ambas fuentes se deriven de una sola fuente. Existen dos métodos generales para producir ondas mutuamente coherentes. El primero se denomina *División de frente de onda* y el segundo es la *División de amplitud* [1]. En el presente trabajo de tesis se estudia el método de división de amplitud, enfocándonos particularmente en dos interferómetros, el interferómetro de Michelson y el interferómetro cíclico.

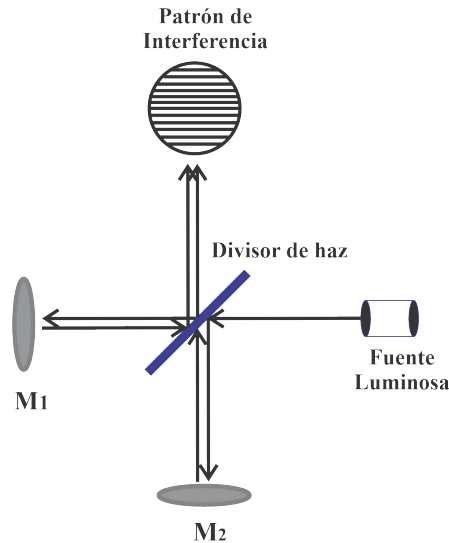


Figura 3.2: Diagrama del interferómetro de Michelson por división de amplitud.

### 3.1. Interferencia por división de amplitud

El método de división de amplitud consiste en dividir el haz original en dos haces de diferente amplitud sin disminuir la extensión del frente de onda. Esta división de amplitud se efectúa mediante un prisma divisor de haz o un espejo semirreflector, y luego se reúnen los haces de nuevo por cualquiera medio, por lo general usando el mismo dispositivo divisor de haz [1].

#### 3.1.1. Interferómetro de Michelson

Alrededor de 1880, A. Michelson desarrolló no sólo métodos más eficientes y convenientes para generar y evaluar patrones de interferencia, sino que mostró como los procedimientos emergentes acarrearían decisivo impacto en la metrología, en la Geodesia, en la astrofísica, en la espectroscopía, en el concepto de coherencia de campos y en la teoría de la relatividad [11].

El interferómetro de Michelson es un instrumento de división de amplitud. La configuración básica del sistema interferométrico de Michelson se muestra en la Figura 3.2; donde a partir de un haz de luz que proviene de una fuente luminosa es transmitida a un divisor de haz el cual teóricamente divide en un 50 por ciento el haz, creando así dos haces de luz, siendo el primero el haz transmitido, quien es nuevamente proyectado al divisor de haz por un espejo  $M_1$ , y es dividido nuevamente por el haz divisor proyectándose, entonces hacia una pantalla donde se superpondrá con el haz reflejado, quien es proyectado nuevamente al divisor como el haz transmitido, pero ahora por un segundo espejo  $M_2$ , produciendo interferencia [12].

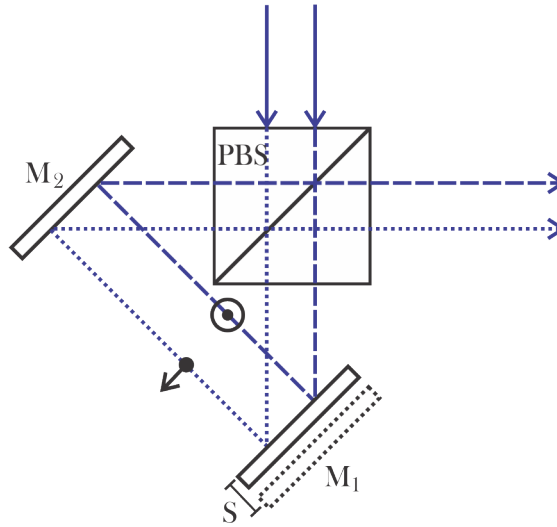


Figura 3.3: Interferómetro cíclico.

### 3.1.2. Interferómetro cíclico

En este sistema, dos haces viajan alrededor de una misma trayectoria cíclica en direcciones opuestas. En la Figura 3.3 se muestra un diseño típico, el cual es iluminado por un haz polarizado a  $45^\circ$  que incide en un cubo divisor polarizado (Polarizer Beam Splitter, por sus siglas en inglés PBS), que permite dividir al haz incidente en sus componentes horizontal y vertical. El haz con polarización vertical (línea punteada con punto con flecha) se refleja y el haz con polarización horizontal (línea discontinua con círculo con punto) se transmite. Cada haz se dirige hacia los espejos  $M_1$  y  $M_2$ , respectivamente, donde son reflejados en dirección hacia el espejo opuesto y son reflejados nuevamente hacia el divisor de haz polarizado, formando de esta manera un circuito de trayectoria triangular cíclica con los haces, viajando en sentidos opuestos uno con respecto al otro. El espejo  $M_1$  es el que tiene desplazamiento lateral, denotado por  $S$ . Por último, al recombinarse en el divisor de haz, estos haces salen del sistema interferométrico con polarizaciones ortogonales entre ellos. Debido a que es un sistema que se autorreferencia, se puede generar un corrimiento lateral en los haces que interfieren, de forma que al superponerse, los frentes de onda en la salida del interferómetro generan un interferograma [13]. Este interferómetro es de suma importancia en el presente trabajo de tesis, ya que ofrece la bondad de que es un interferómetro estable ante vibraciones.

## 3.2. Interferómetros de autorreferencia

En el interferómetro de Michelson (o sus variantes) y en el experimento de Young se considera que las dos ondas superpuestas poseen distintas distribuciones de fase. En muchas ocasiones, para visualizar la distribución de fase de una de estas dos ondas, se usa una onda con una distribución de fase conocida (una onda plana o una esférica). Esta onda se conoce como onda de referencia. Pero es posible usar la misma onda de inspección

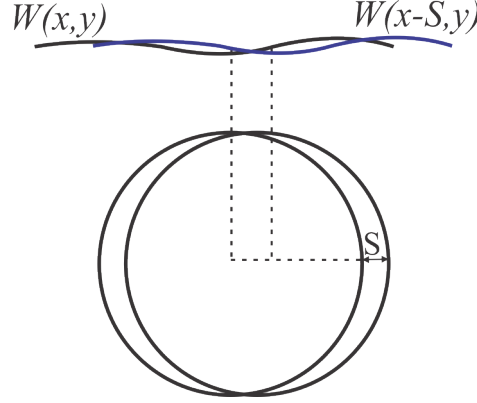


Figura 3.4: Frentes de onda en un interferómetro de desplazamiento lateral [15].

como referencia de sí misma a condición de modificarla apropiadamente antes de una superposición. La interpretación de las franjas es distinta a la del caso con referencia simple y depende del tipo de modificación realizada. Dicha modificación puede expresarse como una transformación, por ejemplo, un desplazamiento lateral, un desplazamiento radial, o un giro (desplazamiento rotacional) [14].

En el Interferómetro cíclico, se puede generar un desplazamiento lateral en los frentes de onda [15]. Donde los dos frentes de onda que producen el interferograma tienen las mismas deformaciones  $W(x, y)$  pero esta uno de ellos desplazado lateralmente respecto al otro una distancia  $\mathbf{S}$  como se ilustra en la Figura 3.4 (esta distancia  $\mathbf{S}$  la da el espejo  $M_1$ , ver Figura 3.3). La diferencia de camino óptico en este caso está dada por [15]:

$$DCO(x, y) = W(x, y) + W(x - \mathbf{S}, y) \quad (3.14)$$

Si el desplazamiento lateral  $\mathbf{S}$  es pequeño con respecto al diámetro del frente de onda podemos hacer una aproximación en serie de Taylor para la diferencia de camino óptico, dada por [15]:

$$DCO(x, y) = \mathbf{S} \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} \quad (3.15)$$

donde el desplazamiento lateral  $\mathbf{S}$  es en la dirección  $x$ .

Hasta este momento, se ha presentado la teoría básica de la interferometría, así como el estado del arte del interferómetro de Michelson y del interferómetro cíclico. En esta tesis, el interferómetro cíclico juega un papel muy importante, debido a que es un interferómetro estable ante vibraciones mecánicas, el cual permite la generación de estados de polarización con la ayuda de un cubo divisor polarizado, lo cual facilita el estudio de objetos dinámicos. Por otro lado, el interferómetro de Michelson y el interferómetro cíclico son interferómetros que trabajan bajo el principio de la interferencia por división de amplitud y esto nos permite replicar los patrones de interferencia sin la necesidad de rejillas de difracción, evitando los errores generados por estos dispositivos.

En la siguiente sección asociaremos la teoría de la interferometría con el corrimiento de fase por polarización.

## Capítulo 4

# Interferometría heterodina

La interferometría óptica, es considerada como una técnica de medición de diferencias de caminos ópticos, cuyas bases fueron establecidas por Albert A. Michelson en las últimas décadas del siglo XIX [16], la cual se funda en la superposición de dos o más haces luminosos que satisfacen las condiciones necesarias (amplitud y fase) para permitir la detección de un patrón de interferencia. Este patrón se percibe como una serie de regiones brillantes y oscuras distribuidas sobre un plano de observación. De acuerdo al valor de la fase que mantengan los haces en una región determinada, es que ésta aparece brillante (diferencia de fase igual a  $2\pi$  radianes, o un múltiplo) u oscura (diferencia de fase igual a  $\pi$  radianes, o un múltiplo impar).

Uno de los problemas de la interferometría, consiste en determinar la distribución de fase entre los haces sobre la base de un patrón de interferencia, fundándose en las variaciones de la irradiancia a lo largo y ancho del campo de observación. La manera en que se modifica un patrón de interferencia dando paso a otro diferente, permite conocer cómo evoluciona la distribución de fase [16]. Aunque mediante la interferometría se busca por lo general, determinar las propiedades ópticas del medio transmisor de los haces que interfieren, el conocimiento relativo de la distribución de la fase no se limita a esto y proporciona, generalmente información diversa que depende de las circunstancias particulares en las que se realicen las mediciones.

La determinación inteferométrica de diferencias de fase entre dos frentes de onda luminosa, puede proporcionar la distribución de fase de uno de los frentes de onda cuando se conoce la del segundo (haz de referencia). La precisión ha estado restringida a algunas fracciones de longitud de la onda empleada. Esto se debe a que la información de la fase debe extraerse de una distribución espacial de irradiancias que no sólo es afectada por la fase misma sino también por los cambios de amplitud que cada uno de los frentes de onda poseen en el espacio, cambios que en general no se conocen. Por otro lado, que la fase sea particularmente confiable a partir de máximos y mínimos del patrón de interferencia, favorece una estrategia de muestreo, en la cual, los puntos de medición resultan separados en intervalos iguales de valores de fase, en lugar de estar separadas en intervalos iguales en el espacio. Estos inconvenientes se pueden superar si se introduce una fase adicional, en este capítulo se denota como  $f$  (por conveniencia de notación) en las ondas que interfieren de manera que module el patrón de interferencia en forma conveniente para su procesamiento posterior. La modulación del patrón puede ser temporal o espacial. Es esencialmente tem-

poral si la fase introducida únicamente varía en el tiempo, es decir, ( $f = f(t)$ ). El patrón puede ser modulado sólo espacialmente, cuando  $f$  surja al inclinar uno de los frentes de onda, es decir, al formar un ángulo con respecto a la dirección  $x$ . Así,  $f$  resulta proporcional a  $x$ , luego entonces  $f = f(x)$  [17]. La modulación temporal del patrón de interferencia puede conseguirse introduciendo un pequeño corrimiento en la frecuencia de uno de los dos haces. La modulación resulta entonces sinusoidal en cualquier punto del patrón y vibra con una frecuencia igual a la diferencia de frecuencias introducida entre los haces [18]. La irradiancia sobre un punto fijo del patrón varía temporalmente con una fase determinada por la diferencia de fase entre los haces. La irradiancia sobre un punto fijo del patrón varía temporalmente con una fase determinada por la diferencia de fase entre los haces sobre este mismo punto. De este modo, una diferencia de fase óptica puede aparecer como una diferencia de fase entre dos señales eléctricas siempre que se conviertan los cambios de irradiancia en señales eléctricas de manera proporcional. Este procedimiento permite medir la fase en cualquier posición dentro del patrón de franjas con una precisión mejor que  $2\pi/1000$  radianes [14] y se le conoce como detección heterodina [19] o interferometría heterodina en contraposición a la interferometría estática o interferometría homodina, que no modula al patrón de franjas en modo alguno.

## 4.1. Interferometría por corrimiento de fase

El concepto detrás del corrimiento de fase, consiste en la introducción de una variable espacial en una diferencia de fase entre el frente de onda de referencia y el frente de onda de prueba [15]. Una señal de la variable espacial es producida en cada punto medido en el interferograma, y la fase relativa entre los dos frentes de onda es una ubicación que está codificada en esa señal. Las expresiones generales para los frentes de onda de referencia y prueba en el interferómetro son:

$$w_r(x, y) = a_r(x, y)e^{i[\phi_r(x, y) - f_n]} \quad (4.1)$$

$$w_t(x, y) = a_t(x, y)e^{i\phi_t(x, y)} \quad (4.2)$$

respectivamente, donde  $a_r(x, y)$  y  $a_t(x, y)$  son las amplitudes, por conveniencia de notación para este capítulo se utiliza la letra  $a$  para referirnos a la letra  $A$  del capítulo 2,  $\phi_r(x, y)$  y  $\phi_t(x, y)$  son las fases de los frentes de onda y  $f_n$  es una variable de cambio de fase espacial introducida en el haz de referencia. Realmente,  $f_n$  es el cambio de fase relativo entre los dos haces, el cual puede ser producido en el cambio de cualquiera de los dos haces, de referencia o de prueba. El resultado del patrón de intensidad de la superposición de dos ondas es [15]:

$$I(x, y) = |w_r(x, y) + w_t(x, y)|^2 \quad (4.3)$$

llegando a la siguiente expresión:

$$I(x, y) = a(x, y) + m(x, y) \cos[\phi_t(x, y) - \phi_r(x, y) + f_n] \quad (4.4)$$

donde  $a(x, y) = a_t^2(x, y) + a_r^2(x, y)$  es la intensidad promedio, y  $m(x, y) = 2a_r(x, y)a_t(x, y)$  es la modulación de la intensidad. Además, es de utilidad definir  $\Delta\phi(x, y)$  como la diferencia de fase de los frentes de onda  $\phi_t(x, y) - \phi_r(x, y)$ , con lo que se tiene:

$$I(x, y) = a(x, y) + m(x, y) \cos[\Delta\phi(x, y) + f_n] \quad (4.5)$$

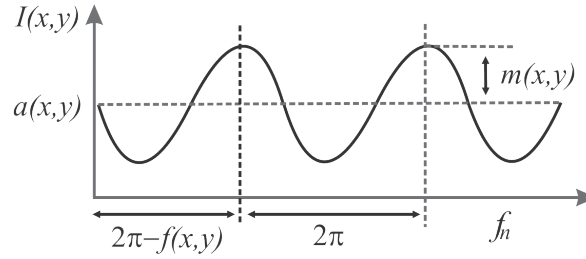


Figura 4.1: Variación de la intensidad con la fase de referencia en un punto del interferograma [15].

conocida como la ecuación fundamental de la interferometría por corrimiento de fase [15]. La intensidad en cada punto varía como una función sinusoidal del cambio de fase  $f_n$ , con una compensación espacial dada por la fase desconocida del frente de onda.

Este resultado puede ser visualizado al graficar la intensidad como una función de  $f_n$ ; para un cambio de fase lineal, que equivale a la variación de la intensidad. En la Figura 4.1 se muestra la intensidad de un interferograma con una medición individual de puntos, variando sinusoidalmente con la fase, donde se identifican los tres parámetros más importantes de esta señal. El término  $a(x, y)$  es la intensidad promedio,  $m(x, y)$  es la mitad del pico del valle, y la fase  $\Delta\phi(x, y)$  desconocida está relacionada con el cambio de fase espacial de esta variación sinusoidal. La fase del frente de onda puede ser calculada a partir de este retraso. El mapeo completo de  $\Delta\phi(x, y)$ , puede ser medido mediante el monitoreo y comparación de este retardo temporal para todos los puntos requeridos en la medición del interferograma. De esta forma, la modulación de intensidad y el término promedio es separado de el retraso, y por tanto, la fase del frente de onda también es desacoplada de estos términos [15].

La mayor diferencia entre los diversos esquemas de detección en el corrimiento de fase; es la manera en la cual la fase de referencia es variada, y el número de veces junto a la velocidad con la cual el patrón de interferencia es medido. Todas estas variaciones se reducen a encontrar la mejor forma de recopilar y analizar los datos interferométricos capturados, de modo que la ecuación (4.4) sea resuelta para la fase desconocida del frente de onda. Se debe considerar, que la mejor solución puede ser influenciada por factores tales como; la complejidad de programación computacional, la sensibilidad a errores de cambio de fase y ruidos, velocidad de datos o compatibilidad con el sistema de detección.

#### 4.1.1. Técnicas de Corrimiento de Fase

El objetivo principal de las medidas interferométricas es la evaluación de la distribución de la fase en un patrón de franjas. Entre las técnicas para la evaluación de la fase se pueden mencionar las siguientes: transformada de Fourier (también conocido como método de Takeda) [20, 21], de corrimiento de fase y el método directo [22].

El método de corrimiento de fase logra una mayor precisión en la evaluación de la fase dado el número de imágenes necesarias (al menos tres). En cambio los métodos de Fourier y directo no son lo bastante precisos, ya que solo utilizan un simple interferograma, en el cual, realizan todo el procedimiento para el cálculo de la fase. Estos dos últimos métodos,

sin embargo son aplicables en eventos dinámicos, ya que en estos métodos solo bastan dos patrones, un patrón de prueba y un patrón de referencia. Estos métodos son aplicables en la industria para el control de calidad [23, 24].

En la presente tesis, dada la importancia de la eficiencia del método de corrimiento de fase y de las ventajas que nos ofrecen los interferómetros por división de amplitud (interferómetro cíclico e interferómetro de Michelson), se propone sustituir componentes como el piezoeléctrico, por un arreglo de polarizadores a diferentes ángulos para introducir el corrimiento de fase en el interferograma, logrando optimizar el tiempo de captura, es decir, en una sola toma obtener cuatro corrimientos de fase (cambio de polarización). A continuación se hace una revisión muy general sobre el uso del piezoeléctrico y el uso de polarizadores en la técnica de corrimiento de fase.

#### 4.1.2. Técnicas de corrimiento de fase utilizando un transductor piezoeléctrico

Convencionalmente, se desplaza un espejo o una rejilla para generar corrimientos de fase pero esta técnica tiene la limitante de estudiar objetos estáticos o con variaciones temporales muy lentas. En la Figura 4.2 se muestra el caso en el que el corrimiento de fase se realiza moviendo uno de los espejos con un transductor piezoeléctrico. Fabricados de plomo-zinc-titanato (PZT) u otros materiales cerámicos. Estos dispositivos se expanden o se contraen con un voltaje aplicado. Al cambiar discretamente el voltaje aplicado, el espejo se mueve produciendo una pequeña variación de la fase óptica [25]. Los transductores piezoeléctricos se utilizan ampliamente en micro y nanoposicionamiento, micro y nanomanipulación, microscopio de fuerza atómica, supresión de vibraciones y óptica debido al alto ancho de banda y a la resolución de desplazamiento nanométrico [26]. Sin embargo, los materiales piezoeléctricos tienen varias desventajas, como no linealidad, histéresis y respuesta a la temperatura. Por lo tanto, el desplazamiento de un transductor piezoeléctrico debe calibrarse para permitir que la fase del frente de onda se mida con precisión [27].

En otro caso se usan elementos difractivos, como rejillas de amplitud o fase, en estos casos la rejilla se mueve perpendicular al eje óptico para generar corrimientos de fase en el interferograma. En la Figura 4.3 se muestra un sistema interferométrico de trayectoria común o doble ventana con rejilla de Ronchi [28], en este caso la rejilla se mueve operando un actuador, el actuador se debe calibrar para generar los corrimientos de fase necesarios.

#### 4.1.3. Técnicas de corrimiento de fase por polarización y difracción

Las técnicas de desplazamiento de fase por polarización se han aplicado en diversas áreas, como la holografía digital, ESPI y shearografía porque permiten el análisis no invasivo de las muestras. Estas técnicas tienen la ventaja de no requerir componentes mecánicos, como PZT, para obtener los desfases, disminuyendo la sensibilidad del sistema frente a vibraciones externas [29]. Se puede combinar el uso de elementos difractivos y de polarización, como se observa en la Figura 4.4, para generar n-interferogramas con corrimientos de fase independientes. Sin embargo, en estos sistemas el elemento difractivo genera errores en la amplitud y modulación de las franjas de interferencia, por lo que hay que usar algoritmos de normalización y filtrado durante el procesamiento de las franjas. En todos los casos, la colocación de los polarizadores al ángulo adecuado es crítica para el procesamiento de la

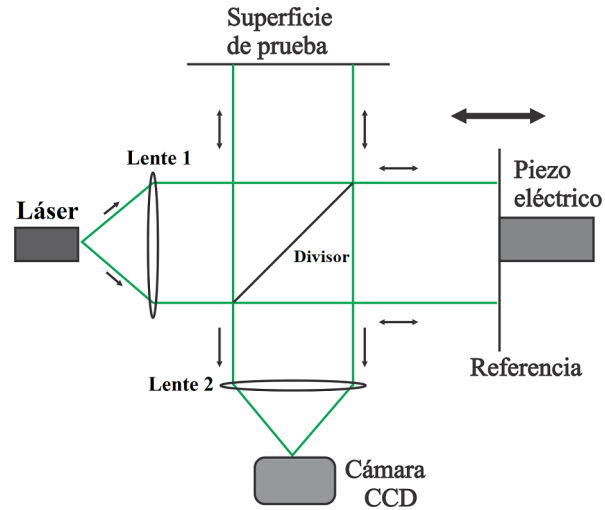


Figura 4.2: Corrimiento de fase por etapas a partir del desplazamiento de un espejo con un Piezoeléctrico.

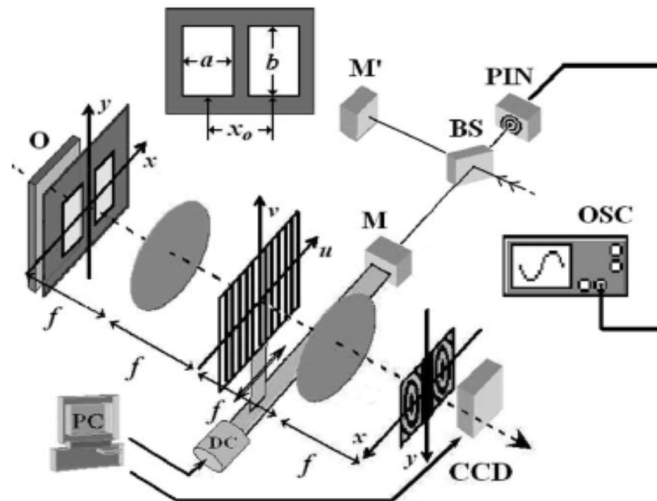


Figura 4.3: Interferómetro de doble ventana [28].

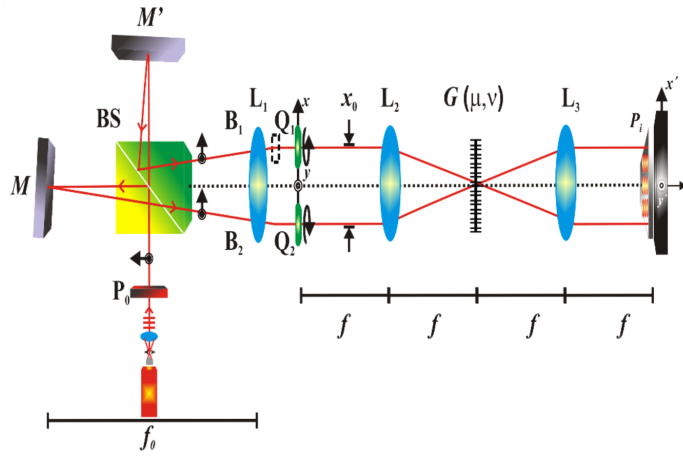


Figura 4.4: Interferómetro de corrimiento de fase simultáneo que emplea la técnica de difracción y polarización. [29]

fase y pueden inducir errores en los corrimientos de las franjas [29].

#### 4.1.4. Técnicas de corrimiento de fase por polarización usando una matriz de micropolarizadores

Existen sistemas interferométricos (como ejemplo la Figura 4.5) en los cuales se ha usado una matriz de micropolarizadores para generar cuatro corrimientos en una sola toma [30]. Estos sistemas tienen la ventaja de que solo es necesario colocar una matriz en la entrada de la cámara CCD, sin embargo, para ello es necesario primero ajustar y calibrar la CCD junto con la matriz de micropolarizadores, y para procesar la información se requieren de algoritmos que decodifiquen el interferograma. Adicionalmente, es necesario suprimir vibraciones para evitar errores en el cálculo de la fase.

En esta tesis se toma el trabajo de Brock N. y colaboradores [30] como referencia para la generación de corrimientos de fase en una sola toma. Por lo que se utiliza una matriz de polarizadores (arreglo de películas linealmente polarizadas y orientadas a cierto ángulo), la cual es colocada a la entrada de la cámara CCD. Sin embargo, a diferencia del trabajo reportado y como se menciona en la sección 3.1.2, en este arreglo el interferómetro cíclico es un interferómetro estable ante vibraciones mecánicas, lo cual permite la generación de estados de polarización y en consecuencia mediciones más confiables, que al acoplarlo con un interferómetro de Michelson los interferogramas generados se pueden replicar sin la necesidad de rejillas de difracción.

A continuación se describirá los métodos para el cálculo de la fase de los interferogramas, así como la interferometría por corrimiento de fase en una sola toma.

## 4.2. Detección de la fase

Como fue descrito anteriormente, en la ecuación (4.5), existen tres cantidades desconocidas ( $a$ ,  $m$  y  $\Delta\phi$ ). Para calcular la fase es necesario tener al menos tres intensidades para

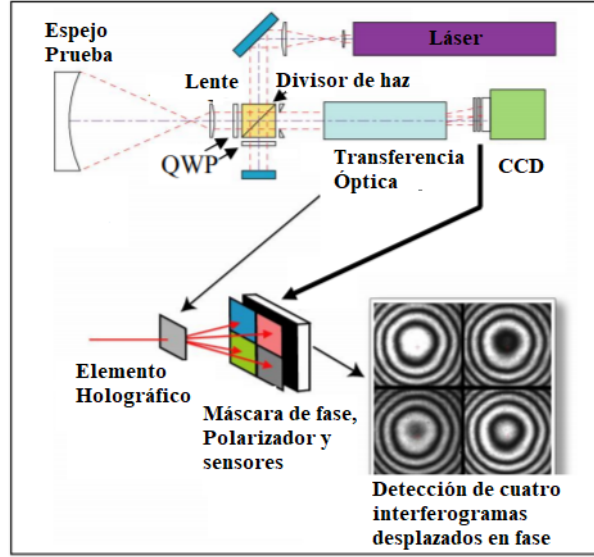


Figura 4.5: Interferómetro de corrimiento de fase simultáneo con micropolarizadores [30].

formar un sistema de ecuaciones por punto, que permitan calcular la fase [31]. Mediante la introducción de tres corrimientos perfectamente conocidos en la fase de uno de los haces, se obtienen tres interferogramas independientes, lo que implica tener tres ecuaciones con tres incógnitas y tres parámetros conocidos (las fases) por punto. Es decir, el  $i$ -ésimo patrón de interferencia puede escribirse como:

$$I_i = a\{1 + m \cos(\Delta\phi + f_n)\} \quad (4.6)$$

con  $i = 1, 2, 3$ . Si los valores de  $f_n$  son  $0^\circ, 120^\circ$  y  $-120^\circ$ , se tendrá para un punto en particular, las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_1 &= a\{1 + m \cos \Delta\phi\} \\ I_2 &= a\{1 - (m/2) \cos \Delta\phi - (m\sqrt{3}/2) \text{sen} \Delta\phi\} \\ I_3 &= a\{1 - (m/2) \cos \Delta\phi + (m\sqrt{3}/2) \text{sen} \Delta\phi\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

En este sistema de ecuaciones, tras eliminar  $m$  y  $a$ , admite como solución para  $\Delta\phi$ , la siguiente expresión:

$$\tan \Delta\phi = \frac{\sqrt{3}(I_3 - I_2)}{2I_1 - I_2 - I_3} \quad (4.8)$$

en donde se calcula la tangente inversa para determinar el  $\Delta\phi$ . Nótese que tanto  $a$  como  $m$ , son constantes en un mismo punto durante las tres mediciones.

#### 4.2.1. Método de cuatro corrimientos

Este algoritmo, requiere de cuatro mediciones de intensidad en cada punto correspondiente a  $i = 4$ , si cada corrimiento se realiza en intervalos iguales de modo que la función

$f_n$  tome los valores  $0, \pi/2, \pi$  y  $3\pi/2$ , sustituyendo cada valor en la ecuación (4.6), resulta el siguiente sistema de ecuaciones [31]:

$$\begin{aligned} I_1 &= a + m \cos(\Delta\phi) \\ I_2 &= a + m \cos(\Delta\phi + \pi/2) \\ I_3 &= a + m \cos(\Delta\phi + \pi) \\ I_4 &= a - m \cos(\Delta\phi + 3\pi/2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

simplificando mediante identidades trigonométricas, se obtiene:

$$\begin{aligned} I_1 &= a + m \cos(\Delta\phi) \\ I_2 &= a - m \sin(\Delta\phi) \\ I_3 &= a - m \cos(\Delta\phi) \\ I_4 &= a + m \sin(\Delta\phi) \end{aligned} \quad (4.10)$$

resolviendo analíticamente el sistema de ecuaciones,

$$\begin{aligned} I_1 - I_3 &= 2m \cos(\Delta\phi) \\ I_4 - I_2 &= 2m \sin(\Delta\phi) \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\tan \Delta\phi = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \quad (4.12)$$

por tanto,

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \quad (4.13)$$

donde esta ecuación se evalúa en cada punto de medición para obtener un mapeo del frente de onda medido. Este frente de onda se puede relacionar fácilmente con la altura de la superficie del objeto o la diferencia de camino óptico:

$$DCO(x, y) = \lambda\Delta\phi/2\pi \quad (4.14)$$

#### 4.2.2. Algoritmo simétrico de $(N + 1)$ interferogramas

Una expresión para extraer la fase teniendo  $(N + 1)$  patrones de interferencia con un corrimiento de fase uniforme es la siguiente:

$$\tan \Delta\phi = - \left( \frac{\sum_{i=1}^N I_i \sen(\alpha_i)}{\sum_{i=1}^N I_i \cos(\alpha_i)} \right) \quad (4.15)$$

donde  $\alpha_i = 2\pi(N - 1)/N$  esta expresión es valida para todos los algoritmos con  $N$  corrimientos igualmente y uniformemente espaciados [31], el primer patrón tiene un corrimiento cero y esta centrado en el origen, el ultimo patrón tiene un corrimiento  $i = N + 1$  que equivale a obtener una fase de  $2\pi$ .

### 4.3. Interferometría por corrimiento de fase en una sola toma

La interferometría de corrimiento de fase es una técnica confiable para extraer la información de la fase de los interferogramas [16]. Esta técnica se basa en un sistema de ecuaciones lineales que utilice al menos tres diversos interferogramas obtenidos de la misma distribución de la fase. Para obtener estos interferogramas, se tienen que introducir ciertos desplazamientos de fase entre el frente de onda desconocido y la onda de referencia.

Para obtener  $N$  interferogramas,  $N - 1$  corrimientos deben ser realizados. Para el caso de distribuciones estáticas de fase, se pueden obtener  $N = 4$  interferogramas, haciendo cuatro tomas secuenciales. Sin embargo, cuando una distribución de la fase que varía en el tiempo deba ser extraída, se necesita una técnica conveniente capaz de conseguir los cuatro interferogramas con los corrimientos necesarios en una sola toma. Uno de ellos es un método de corrimiento espacial de fase generado con un elemento holográfico, usado para medir las deformaciones transitorias con interferometría electrónica de moteado (ESPI por sus siglas en ingles) [31].

Sin embargo, aunque estos métodos son versátiles, algunos de ellos necesitan componentes especiales y/o de difícil fabricación [14]. La mayoría de estos métodos mencionados realizan los corrimientos de fase por medios ópticos, así que una ventaja de estos sistemas resulta ser su estabilidad mecánica [14]. En la mayoría de los casos se busca obtener varios patrones sobre los cuales se puedan generar corrimientos de fase por métodos simples y conocidos.

#### 4.3.1. Modulación de fase con polarización

Como es bien sabido, cuando tenemos polarizaciones circulares cruzadas podemos modular el patrón de interferencia manipulando polarizadores lineales. Esta característica se puede incluir en el sistema que se esta probando, por lo que se necesita generar polarización circular, siendo conveniente utilizar placas retardadoras de  $\lambda/4$  a la longitud de onda del láser determinado; sin embargo, este detalle se puede ignorar y usar placas retardadoras que no estén diseñadas para operar con la longitud de onda del láser empleado, siempre y cuando se realicen las correcciones adecuadas [15]. A continuación, se presenta el desarrollo matemático para la realización del corrimiento de fase mediante polarizadores y placas retardadoras de onda.

#### 4.3.2. Patrones de interferencia generados con polarizadores y placas retardadoras

En general, se puede calcular los corrimientos de fase producidos por la superposición de dos campos con un estado de polarización elíptico. De esta manera, la polarización de los frentes de onda pueden ser descritos mediante vectores de Jones (Consultar apéndice A):

$$\vec{U}_L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\beta} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\vec{U}_R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\beta} \end{pmatrix} e^{-i\Delta\phi(x,y)}, \quad (4.17)$$

## Interferometría heterodina

### 4.3 Interferometría por corrimiento de fase en una sola toma

estos vectores representan los estados de polarización de dos haces después de pasar por una placa retardadora que introduce un retardo de fase igual a  $\pm\beta$ . Cada haz entra a la placa con una polarización lineal a  $\pm 45^\circ$ , con respecto a el eje rápido de la placa retardadora. Los índices  $L$  y  $R$  denotan polarización a izquierda y derecha respectivamente, por lo que los vectores rotan en direcciones opuestas. En la trayectoria de uno de los haces se lleva una distribución de fase  $\Delta\phi(x, y)$ . Cuando el campo de interferencia se observa al colocarse un polarizador lineal con su eje de transmisión a un ángulo  $\psi$  se obtendrá:

$$\vec{U}_1 = U_l^\psi \vec{U}_L \quad (4.18)$$

$$\vec{U}_2 = U_l^\psi \vec{U}_R, \quad (4.19)$$

donde  $\vec{U}_1$  y  $\vec{U}_2$  son los estados de polarización emergentes después de colocar el último polarizador, siendo  $U_l^\psi$  la matriz de transmisión del polarizador lineal, dada como:

$$\vec{U}_l^\psi = \begin{pmatrix} \cos^2 \psi & \text{sen } \psi \cos \psi \\ \text{sen } \psi \cos \psi & \text{sen}^2 \psi \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

por lo que, el patrón de interferencia resultante  $\vec{U}_T$  se puede escribir como:

$$|\vec{U}_T|^2 = |\vec{U}_1 + \vec{U}_2|^2, \quad (4.21)$$

realizando las operaciones correspondientes se obtiene:

$$|\vec{U}_T|^2 = 1 + \text{sen } 2\psi \cos \beta + A(\psi, \beta) \cos[\xi(\psi, \beta) - \Delta\phi(x, y)], \quad (4.22)$$

donde  $\xi(\psi, \beta)$  es el corrimiento de fase y  $A(\psi, \beta)$  la amplitud, son funciones dependientes del ángulo de rotación del polarizador  $\psi$  y el retardo de fase  $\beta$  introducido por la placa retardadora. Expresadas explícitamente de la siguiente manera:

$$\xi(\psi, \beta) = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{sen } 2\psi \text{ sen } \beta + \text{sen}^2 \psi \text{ sen } 2\beta}{\cos^2 \psi + \text{sen}^2 \psi \cos 2\beta + \text{sen } 2\psi \cos \beta} \right] \quad (4.23)$$

$$A(\psi, \beta) = \left[ \cos^4 \psi + \text{sen}^4 \psi + \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2\beta\right) \text{sen}^2 2\psi + 2 \text{sen} 2\psi \cos \beta \right] \quad (4.24)$$

El caso ideal (retardo exacto) sería para un valor de  $\beta = \pi/2$ . Cuando se da este caso encontramos que  $\xi(\psi, \beta) = 2\psi$ ,  $A(\psi, \beta) = 1$ . Sustituyendo los valores de  $\xi(\psi, \beta)$  y  $A(\psi, \beta)$ , la ecuación (4.22) se reduce a:

$$|\vec{U}_T|^2 = 1 + \cos[2\psi - \Delta\phi(x, y)], \quad (4.25)$$

la cual es la expresión conocida para corrimiento de fase generada con polarizadores lineales (modulación de polarización). La ecuación (4.25), es muy similar a la ecuación fundamental de la interferometría por corrimiento de fase, excepto por un valor de  $2\psi$ , donde el corrimiento  $f_n$  está directamente relacionado con el ángulo  $\psi$ , que representa el ángulo de rotación del polarizador que modula al patrón de interferencia, de manera que  $f_n = 2\psi$ .

Ya que convencionalmente se usa el algoritmo de cuatro corrimientos, al variar el ángulo de polarización en la ecuación adecuadamente, obtendremos  $i$ -patrones con los corrimientos de fase que necesitemos. De esta manera, podemos rescribir este resultado como:

$$|\vec{U}_i|^2 = 1 + \cos[2\psi_n - \Delta\phi(x, y)], \quad (4.26)$$

con  $i = 1 \dots 4$ . Con ello la fase relativa puede ser calculada como:

$$\tan\Delta\phi = \frac{|\vec{U}_1|^2 - |\vec{U}_3|^2}{|\vec{U}_2|^2 - |\vec{U}_4|^2}, \quad (4.27)$$

donde  $|\vec{U}_1|^2$ ,  $|\vec{U}_2|^2$ ,  $|\vec{U}_3|^2$  y  $|\vec{U}_4|^2$  son las intensidades medidas para cada valor de  $\psi$  dados por  $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = \pi/4$ ,  $\psi_3 = \pi/2$  y  $\psi_4 = 3\pi/4$ .

El caso para el cual el retardo introducido por las placas sea diferente de  $\pi$ , es decir, cuando el polarizador lineal y la placa retardadora de onda no trabajan a la misma longitud de onda del láser utilizando, se debe utilizar las ecuaciones (4.23) y (4.24) para conocer el valor correcto de  $\psi$  que generará los corrimientos requeridos para usar el algoritmo de cuatro corrimientos de obtención de fase.



## Capítulo 5

# Desarrollo experimental y resultados

### 5.1. Desarrollo experimental

Una vez visto los conceptos básicos como la ecuación de onda, la representación y polarización de las ondas electromagnéticas, el fenómeno de interferencia, el estado del arte de las técnicas de corrimiento de fase, así como las ventajas y desventajas de los diferentes dispositivos para la detección de la fase. En esta sección se explicará el arreglo experimental del sistema interferométrico propuesto, la obtención y el procesamiento de los patrones de interferencia para calcular la fase envuelta y desenvuelta de los objetos de prueba, así como, los resultados experimentales obtenidos.

#### 5.1.1. Arreglo experimental

En la Figura 5.1, se muestra el arreglo interferométrico propuesto, el cual está formado por tres interferómetros acoplados: el primero (**SI**) corresponde a un interferómetro cíclico y el segundo (**SII**) y tercero (**SIII**), corresponden a interferómetros de Michelson. Este sistema cuenta con un láser de 532 nm, utilizado como fuente de iluminación coherente; un sistema de lentes; un polarizador lineal (**P**); una matriz de polarizadores lineales; y una cámara CDD. El sistema de lentes está constituido por un objetivo invertido de 40X con apertura numérica (NA) de 0.65 y dos lentes positivas ( $L_1$ ) y ( $L_2$ ) con distancias focales de 75.6 mm y 200 mm, respectivamente.

Dentro del sistema interferométrico, la luz láser incide sobre la muestra transparente y el objetivo invertido es el encargado de coleccionar y amplificar la luz transmitida por la muestra. Una de las ventajas principales de los objetivos invertidos es que permiten observar las muestras situadas en el fondo del recipiente, lo cual resulta muy útil para mantener las muestras hidratadas y libres de cubreobjetos que puedan deformar la superficie de la muestra. Los rayos de luz que salen del objetivo inciden sobre la lente ( $L_1$ ) y después sobre la lente ( $L_2$ ), para obtener una imagen ampliada del objeto. Posteriormente, la luz es polarizada a  $45^\circ$ , entra al primer sistema interferométrico **SI** e incide en el cubo divisor polarizado (**PBS**), este divide al vector del campo eléctrico en sus dos componentes; horizontal y vertical, los haces viajan en trayectorias cíclicas dentro del primer sistema

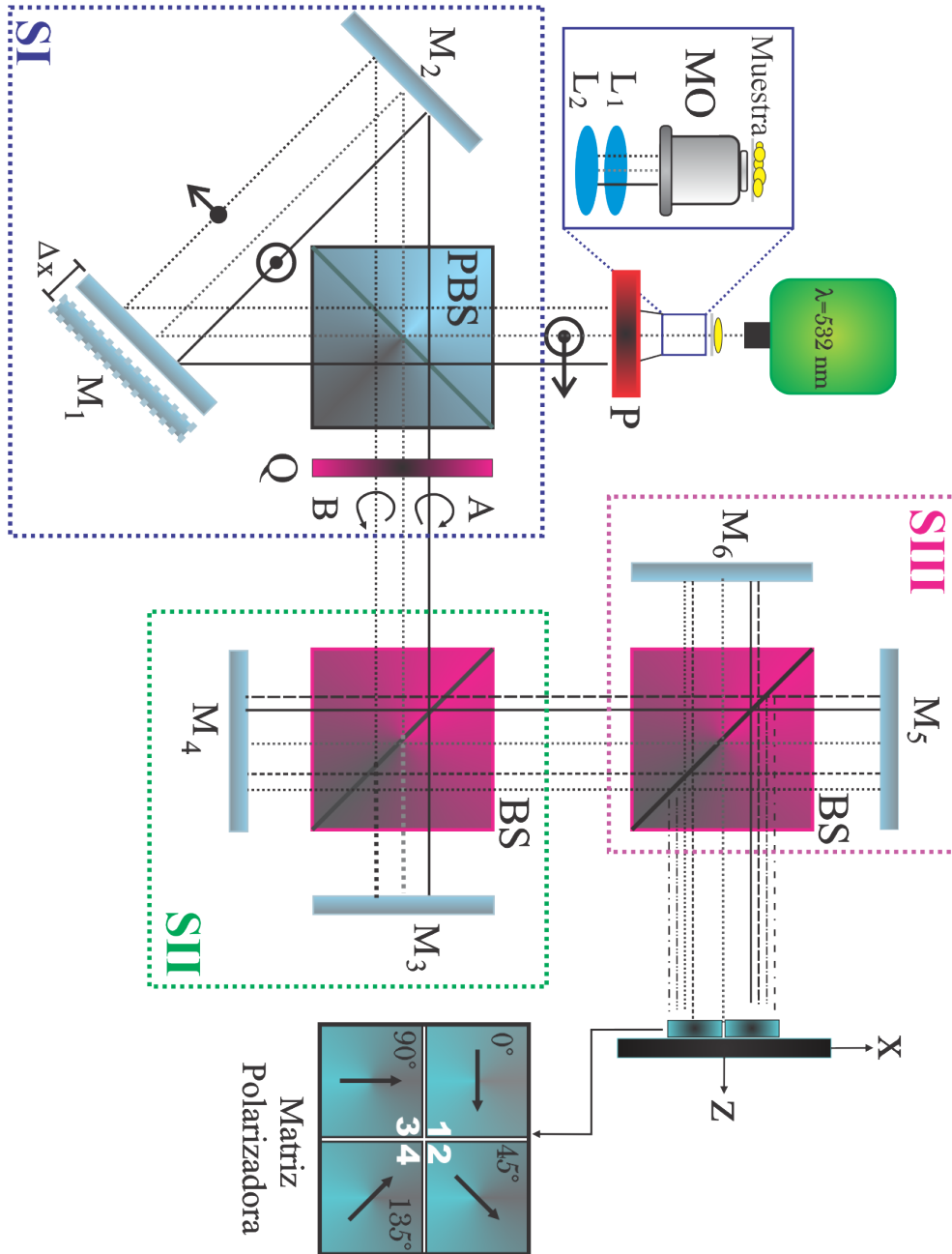


Figura 5.1: Interferómetro propuesto. **SI**: interferómetro cíclico, **SII** y **SIII**: interferómetros de Michelson, MO: Objetivo de microscopio. L: Lente. P: Polarizador lineal. PBS: Divisor de haz polarizado. BS: Divisor de haz. M: Espejo. Q: Placa de cuarto de onda.

óptico, y a la salida, ambos haces pasan por una placa retardadora de cuarto de onda (**Q**), la cual, genera estados de polarización circular izquierda y circular derecha. Los haces **A** y **B** se obtienen con un desplazamiento lateral  $\Delta x$ . En esta etapa no se detecta ningún patrón de interferencia, debido a que la luz presenta estados de polarización ortogonal. Sin embargo, es posible observar un patrón de interferencia colocando un polarizador lineal a la salida de este interferómetro. El haz con polarización circular cruzada entra al segundo sistema **SII**; este sistema duplica al haz incidente, generando un total de dos haces, los cuales mantienen sus estados de polarización. El tercer interferómetro **SIII**, duplica los dos haces incidentes que emergen del segundo sistema interferométrico para generar un total de cuatro patrones de interferencia. Los patrones de interferencia y los cambios de fase se producen colocando una matriz polarizadora de  $2 \times 2$ , donde cada elemento de la matriz corresponde a un polarizador lineal (analizador) al ángulo  $\psi_n$ . Finalmente, los interferogramas son capturados por una la cámara CCD.

### 5.1.2. Cálculo de la fase envuelta

El objeto de fase que se coloca en el sistema interferométrico se puede expresar matemáticamente como [31]:

$$O(x, y) = 1 + i\phi(x, y) \quad (5.1)$$

donde se ha considerado que el objeto es de fase, es decir,  $|\phi(x, y)|^2 \ll 1$ . Partiendo de que la fase permite conocer la forma del objeto, en este trabajo se utiliza el método de cuatro pasos, estudiado en la sección 4.2.1, para calcular la fase del objeto.

Teniendo en cuenta que los cuatro patrones de interferencia se adquirieron en una sola toma, cada patrón generado se puede expresar de la siguiente manera:

$$I_i(x, y) = a + m \cos[2\psi_n + \Delta\phi(x, y)] \quad (5.2)$$

donde  $I_i$  representa el patrón de interferencia generado por un polarizador colocado en un ángulo  $\psi_n$ . En esta técnica, los polarizadores se colocaron a  $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = 45$ ,  $\psi_3 = 90$  y  $\psi_4 = 135$ , generando cuatro corrimientos relativos de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$  respectivamente. Sustituyendo cada valor en la ecuación (5.2), resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= a - m \cos[\Delta\phi(x, y)] \\ I_2(x, y) &= a - m \sin[\Delta\phi(x, y)] \\ I_3(x, y) &= a + m \cos[\Delta\phi(x, y)] \\ I_4(x, y) &= a + m \sin[\Delta\phi(x, y)] \end{aligned} \quad (5.3)$$

Donde la fase se recupera con la siguiente ecuación:

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1} \right] \quad (5.4)$$

La recuperación de fase del objeto  $\Delta\phi(x, y)_O$  incluye una fase de referencia. Por lo que, la fase final será:

$$\Delta\phi(x, y)_O = \Delta\phi(x, y)_{Prueba} - \Delta\phi(x, y)_{ref} \quad (5.5)$$

donde  $\Delta\phi(x, y)_{ref}$  es la fase calculada sin objeto de prueba y  $\Delta\phi(x, y)_{prueba}$  es la fase calculada con el objeto de prueba.

### 5.1.3. Cálculo de la fase desenvuelta

El procedimiento para el desenvolvimiento de fase consiste en recuperar los valores originales de fase a partir de los valores principales (fase envuelta), es decir, se obtiene un mapa de fase continua a partir de uno discontinuo [15]. Antes de evaluar la fase  $\Delta\phi$ , se deben corregir las discontinuidades que se presentan como resultado de la función arctan. Para corregir las discontinuidades se debe extender el rango de cálculo de la fase, de 0 a  $2\pi$ . Esto es posible ya que los signos del seno y del coseno se conocen independientemente del signo de la tangente. En el conjunto de ecuaciones (4.11), para el algoritmo de cuatro pasos, las ecuaciones son directamente proporcionales al seno y al coseno. La Tabla 5.1 da las condiciones necesarias para convertir los resultados de arcotangente a valores entre 0 y  $2\pi$ , como una función de los valores de seno y coseno. El resultado de esta corrección es obtener el módulo  $2\pi$  de la fase del frente de onda, cada vez que la fase real sea igual a un múltiplo de  $2\pi$ , el valor calculado vuelve a un valor cero. Por simplicidad, esta fase corregida será referida como módulo  $2\pi$  de la fase.

| sen | cos | Corrección de fase $\Delta\phi$ | Rango de fase     |
|-----|-----|---------------------------------|-------------------|
| 0   | +   | 0                               | 0                 |
| +   | +   | $\Delta\phi$                    | 0 a $\pi/2$       |
| +   | 0   | $\pi/2$                         | $\pi/2$           |
| +   | -   | $\Delta\phi + \pi$              | $\pi/2$ a $\pi$   |
| 0   | -   | $\pi$                           | $\pi$             |
| -   | -   | $\Delta\phi + \pi$              | $\pi$ a $3\pi/2$  |
| -   | 0   | $3\pi/2$                        | $3\pi/2$          |
| -   | +   | $\Delta\phi + 2\pi$             | $3\pi/2$ a $2\pi$ |

Tabla 5.1: Corrección de fase [15].

El paso final en el proceso de reconstrucción del frente de onda es quitar las discontinuidades de  $2\pi$  que están presentes en los datos de la fase sin procesar. Este proceso se denomina desenvolvimiento de fase, integración de fase o continuidad de fase [15] y convierte los datos en módulo de fase de  $2\pi$  a una representación continua del frente de onda bajo prueba. Siempre que una discontinuidad grande ocurre en la reconstrucción,  $2\pi$  o múltiplos de  $2\pi$  son sumados o restados para unir los datos y remover la discontinuidad. En este trabajo, las fases envueltas y desenvueltas se obtuvieron mediante el método de desenvolvimiento iterativo propuesto por Kerr et. al. [32, 33].

### 5.1.4. Procedimiento experimental y numérico

A continuación, se mencionan los pasos experimentales para obtener los patrones de interferencia de prueba y los patrones de interferencia de referencia de los eventos estáticos:

1. Se diseñó y se implementó experimentalmente el sistema interferométrico descrito en la sección 5.1.1.
2. Se analizaron tres muestras estáticas con el sistema interferométrico propuesto: el ala de una libélula, células de cáncer cervicouterino y células de cáncer de colon.

3. Para las muestras estáticas, se obtuvieron cuatro patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$  sin el objeto de estudio en una sola toma, los cuales fueron nombrados patrones de referencia. También, se obtuvieron cuatro patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$  con el objeto de estudio en una sola toma, los cuales fueron nombrados patrones de prueba. Este procedimiento se realizó para cada muestra.

El procesamiento de interferogramas se llevó a cabo para obtener la fase envuelta, la fase desenvuelta y fase óptica de la muestra en 3D, el cual se describe a continuación:

1. Una vez obtenidos los patrones de interferencia para cada muestra (cuatro de prueba y cuatro de referencia), cada interferograma fue recortado y guardado en formato .bmp.
2. Se utilizó el algoritmo que se muestra en el apéndice C para:
  - a) Filtrar los interferogramas, esto se requiere fundamentalmente para suavizar las franjas y, en general, mejorar su relación señal.
  - b) Obtener la fase envuelta de referencia y de prueba.
  - c) Obtener la fase desenvuelta de prueba y de referencia.
  - d) Restar la fase desenvuelta de referencia y la fase desenvuelta de prueba y así obtener la fase del objeto.
  - e) Obtener la fase óptica del objeto de estudio en 3D.

## 5.2. Resultados experimentales

Para cerciorarnos de que se obtienen resultados cualitativos confiables, en este trabajo se estudia la morfología del ala de una libélula. Esto como primera calibración del sistema interferométrico propuesto, así como los algoritmos numéricos usados. El resultado fue comparado con el trabajo reportado por Sergio Reyes y colaboradores, en el trabajo tesis de licenciatura titulado “Corrimiento de fase por etapas usando polarización”, en donde se reporta la reconstrucción en 3D del ala de un mosquito, utilizando un interferómetro cíclico y cambiando los estados de polarización usando un polarizador convencional [34]. Cabe mencionar que a diferencia de este trabajo reportado, nosotros trabajaremos con una matriz de polarizadores a diferentes ángulos.

Para el análisis del ala de libélula, se sigue el procedimiento experimental y numérico enunciado en la sección 5.1.4. En la Tabla 5.2 se muestran los ocho patrones de interferencia obtenidos para el ala de libélula. En esta tabla, la primera fila especifica la posición del polarizador en la matriz de polarizadores, la segunda fila señala los ángulos de rotación de cada uno de los polarizadores y la tercera fila describe el corrimiento de fase que genera cada uno de estos polarizadores, por lo que, en la cuarta y quinta fila se presentan los patrones de interferencia de prueba y de referencia con corrimientos de fase relativos de  $90^\circ$  o  $\pi/2$  respectivamente, los cuales fueron capturados por una cámara CCD en una sola toma. En la Figura 5.2 se observan las fases envueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.2a y 5.2b) y las fases desenvueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.2c y 5.2d) para el ala de libélula. Finalmente, en la Figura 5.3 se muestra la reconstrucción morfológica del ala de una libélula.

**Desarrollo experimental y resultados**  
5.2 Resultados experimentales

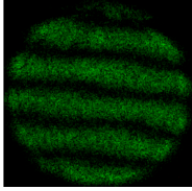
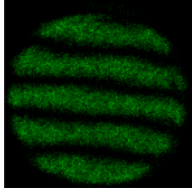
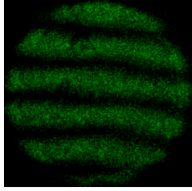
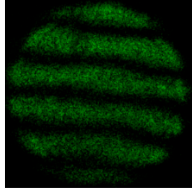
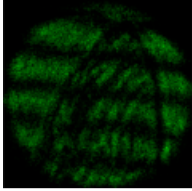
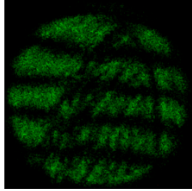
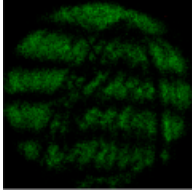
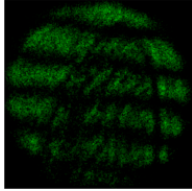
| Posición del polarizador | 1   | 2   | 3  | 4   |
|--------------------------|---|---|--|---|
| Rotación del polarizador | 0°  | 45°   | 90°  | 135°  |
| Corrimientos de fase     | 0°  | 90°   | 180°   | 270°  |
| Patrones de Referencia   |  |  |  |  |
| Patrones de Prueba       |  |  |  |  |

Tabla 5.2: Patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$  de referencia y de prueba del ala de libélula, respectivamente.

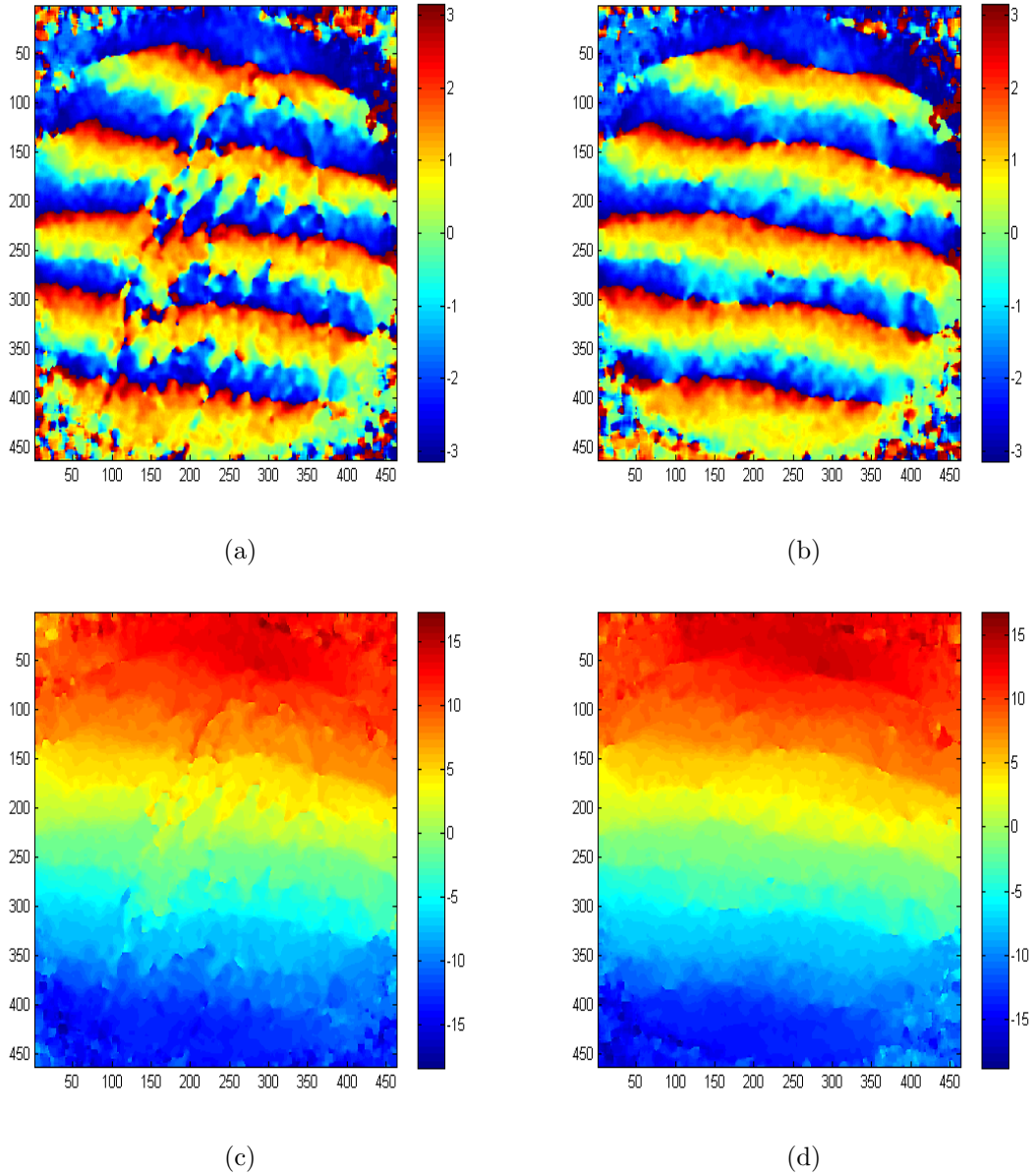


Figura 5.2: Fases envueltas y desenvueltas de referencia y de prueba del ala de libélula, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia.

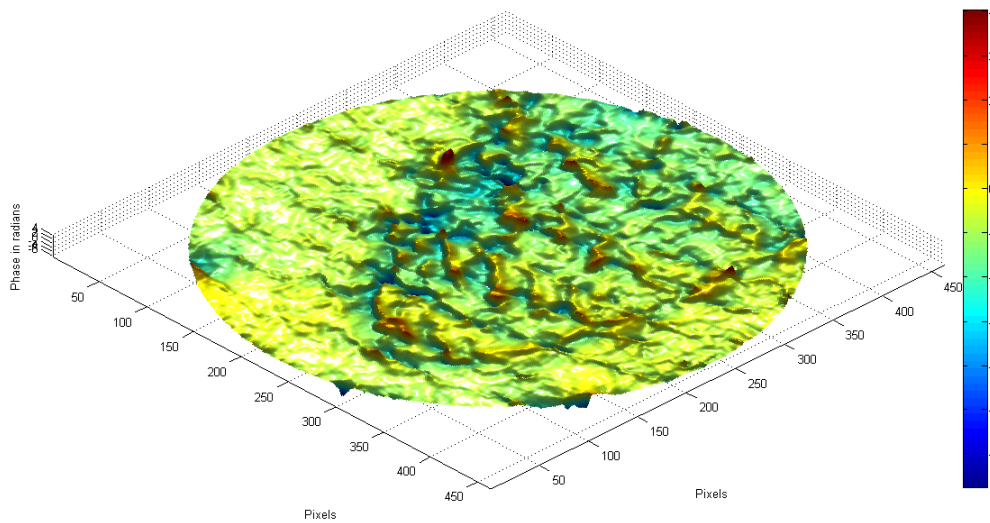


Figura 5.3: Imagen en 3D del ala de una libélula.

Una vez calibrado nuestro sistema interferométrico propuesto, el objetivo es testar con muestras biológicas.

El cáncer cervicouterino se puede detectar mediante la observación de los cambios en el color, la forma y la textura, del núcleo y del citoplasma, de las células anormales presentes en el cuello uterino. La morfología y la topografía de estas anomalías permiten clasificar a estas células según su gravedad, en simples lesiones infecciosas (CIN1) o en lesiones preinvasivas (CIN2 y CIN3), según la clasificación de Richart [35], ver Figura 5.4. Esta información ayuda a los especialistas a diferenciar entre células anormales cancerosas o precancerosas y células normales o anormales no cancerosas. Sin embargo, la observación y clasificación de estas células se realiza convencionalmente con un microscopio óptico y en base a criterios puramente cualitativos, lo cual implica dificultad y subjetividad a la hora de emitir un diagnóstico y, en consecuencia, la aparición de resultados falsos positivos y falsos negativos que están relacionados principalmente por errores en la toma y procesamiento de la muestra, y errores en la búsqueda e identificación de células malignas.

Actualmente, se utiliza el procesamiento digital de imágenes para el estudio y la detección oportuna de cáncer. En la cual se calculan y se observan características propias de la muestra a partir de imágenes digitales. Algunos investigadores han propuesto el desarrollo de herramientas computacionales para la detección de cambios morfológicos en las células de la región del cuello uterino [36], utilizando bases de datos que contienen imágenes de células anómalas como se observa en el inciso (a) y (b) de la Figura 5.5 y células normales como las mostradas en el inciso (c) y (d) de la Figura 5.5. Por lo que, la obtención y el procesamiento digital de imágenes es cada vez más importante en el campo de la biología celular para la generación de nuevas técnicas de diagnóstico, tanto experimentales como numéricas. Debido a esto, en la presente tesis, se propone un sistema interferométrico como una herramienta para la obtención y caracterización de imágenes de células cancerosas, con el fin de estudiar con mayor profundidad los cambios en la morfología celular y mejorar las pruebas de diagnóstico. En este apartado de resultados experimentales se estudian

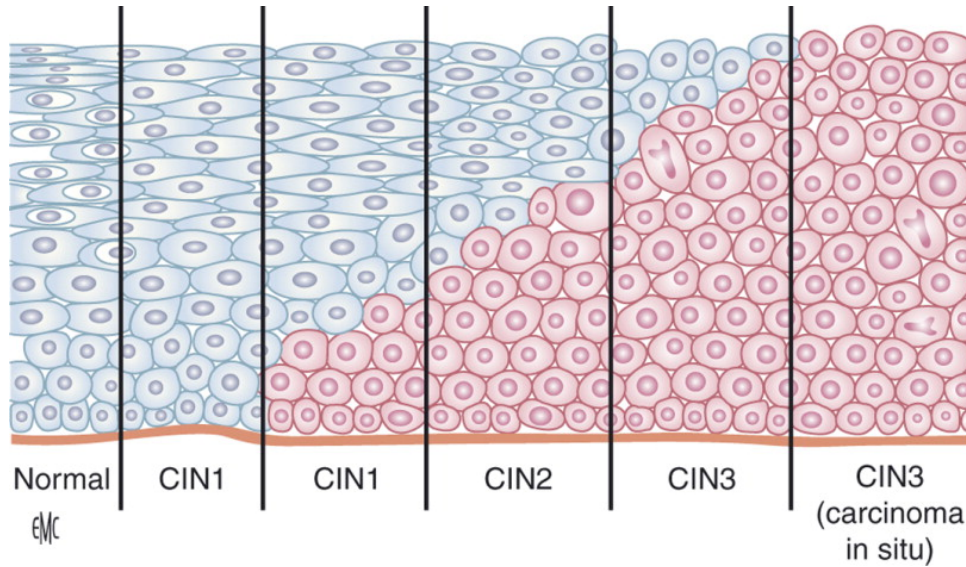


Figura 5.4: Esquema de las lesiones escamosas intraepiteliales. Neoplasia intraepitelial cervical (CIN, por sus siglas en inglés): leve (CIN1), moderada (CIN2) e intensa (CIN3) [35]

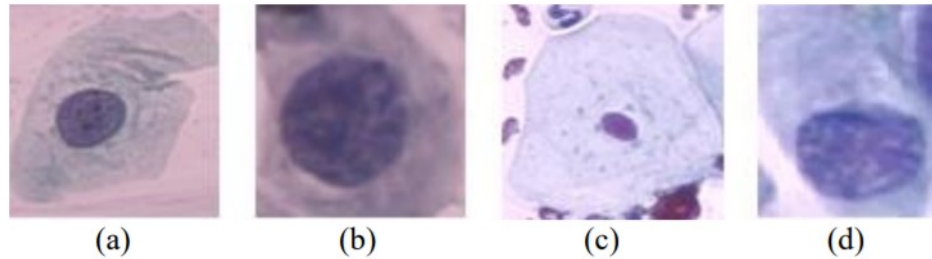


Figura 5.5: Ejemplo de células de prueba de Papanicolaou incluidas en la base de datos Herval: (a)-(b) Células anómalas y (c)-(d) células normales [36]

dos tipos de células cancerígenas, de cáncer cervicouterino y de colon, dichas muestras fueron preparadas y proporcionadas por la Dra. Maura Cárdenas Garcia de la Facultad de Medicina de la BUAP.

De igual manera, para el estudio morfológico de las muestras de células de cáncer, se sigue el procedimiento experimental y numérico enunciado en la sección 5.1.4. En la Tabla 5.3 se presentan los ocho patrones de interferencia obtenidos para el estudio de las células de cáncer cervicouterino. En este cuadro, la primera fila especifica la posición del polarizador en la matriz de polarizadores, la segunda fila señala los ángulos de rotación de cada uno de los polarizadores y la tercera fila muestra el corrimiento de fase que genera cada uno de estos polarizadores, por lo que, en la cuarta y quinta fila se presentan los patrones de interferencia de prueba y de referencia con corrimientos de fase relativos de  $90^\circ$  o  $\pi/2$  respectivamente, los cuales fueron capturados por una cámara CCD en una sola toma. Por otro lado y como resultado del procedimiento numérico, en la Figura 5.6

**Desarrollo experimental y resultados**  
5.2 Resultados experimentales

se observan las fases envueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.6a y 5.6b) y las fases desenvueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.6c y 5.6d) para la muestra de células de cáncer cervicouterino. Por último, en la Figura 5.7 se muestra la reconstrucción morfológica en 3D de las células de cáncer cervicouterino.

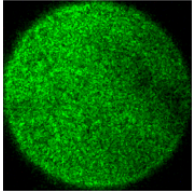
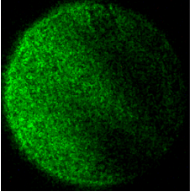
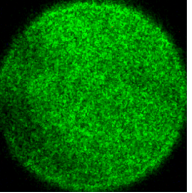
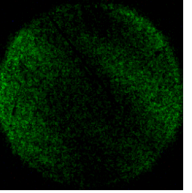
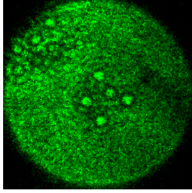
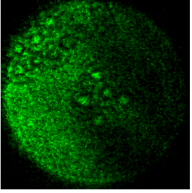
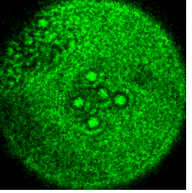
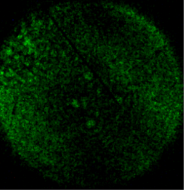
| Posición del polarizador | 1  | 2  | 3   | 4  |
|--------------------------|--|--|---|--|
| Rotación del polarizador | 0°   | 45°  | 90°   | 135°   |
| Corrimientos de fase     | 0°   | 90°  | 180°  | 270°   |
| Patrones de Referencia   |   |   |   |   |
| Patrones de Prueba       |  |  |  |  |

Tabla 5.3: Patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$  de referencia y de prueba (células de cáncer cervicouterino), respectivamente.

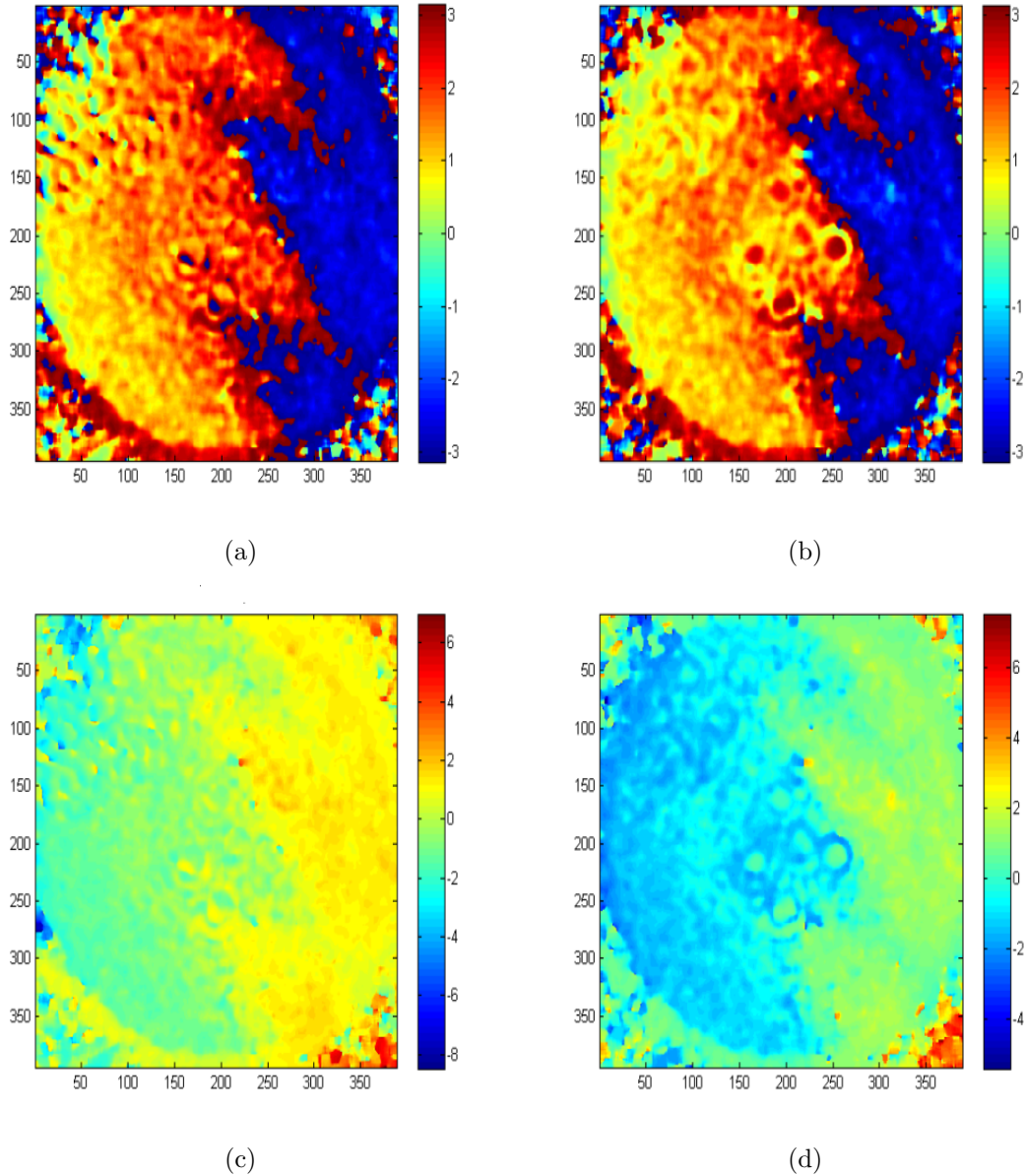


Figura 5.6: Fases envueltas y desenvueltas de prueba y de referencia de las células de cáncer cervicouterino, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia.

De acuerdo a la literatura, una característica importante en las células cancerosas es su relación núcleo/citoplasma, esta relación comúnmente está entre 1:4 y 1:6 para células normales y 1:1 para células cancerosas [37]. Otra característica es la forma irregular, por ejemplo, las células anormales pueden presentar formas circulares, de renacuajo, ovaladas, cuadradas y mixtas, mientras que los núcleos en células normales suelen tener una forma circular y lisa [37]. También, la estructura de una célula anormal es pleomórfica [37],

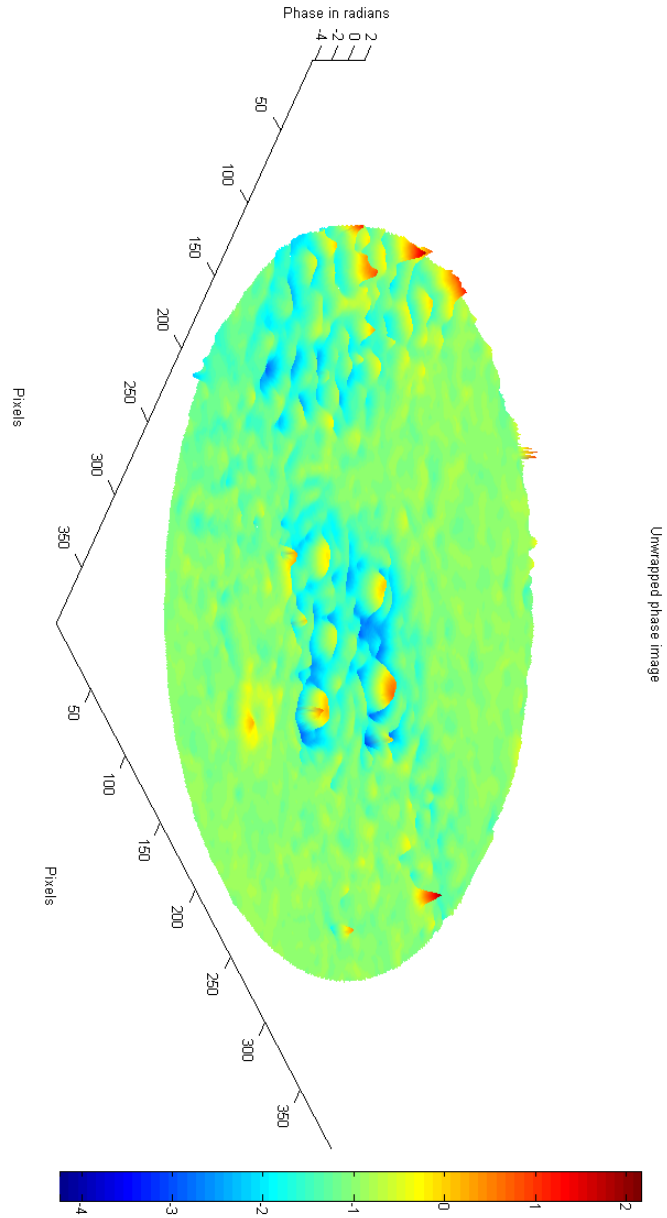


Figura 5.7: Imagen en 3D de células de cáncer Cervicouterino.

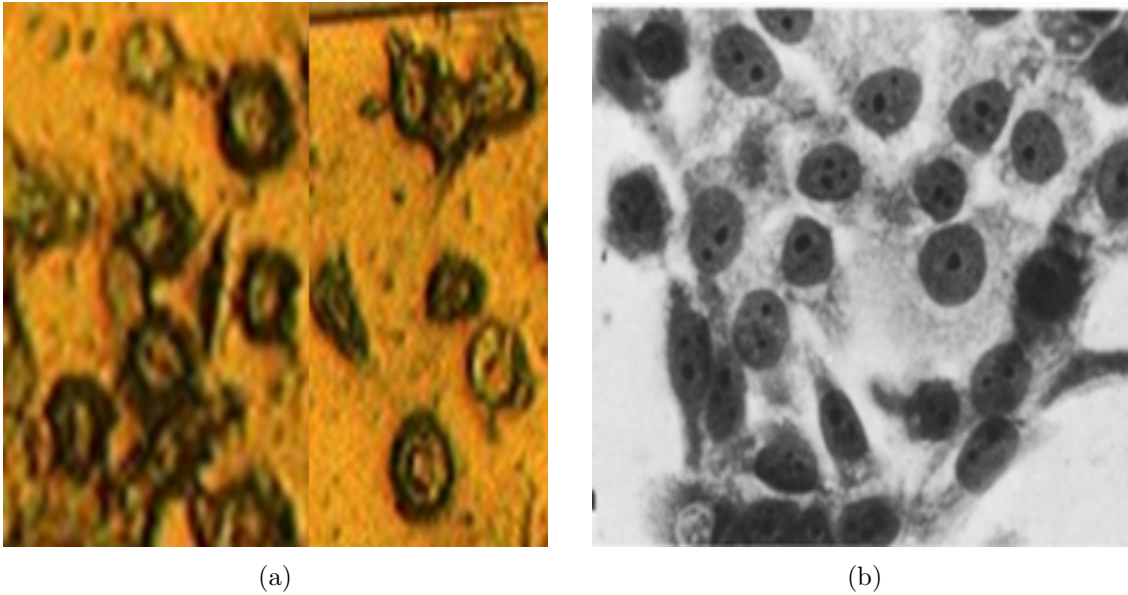


Figura 5.8: Micrografías de células de cáncer cervicouterino. a) Micrografía de células de cáncer cervicouterino tomada con un microscopio óptico a 8x (trabajo realizado en la presente tesis. b) Micrografía de células de cáncer cervicouterino reportada en la literatura [38].

en la que el tamaño de la célula es muy variable, por lo que, para fines comparativos, las células de cáncer analizadas por el sistema interferométrico en este trabajo también fueron observadas mediante un microscopio óptico a 8x (ver Figura 5.8a) y comparadas con una micrografía correspondiente a células de cáncer cervicouterino reportada en la literatura (ver Figura 5.8b). Por lo que se puede concluir, que la Figura 5.8a corresponde a una muestra de células de cáncer cervicouterino.

Una segunda muestra biológica estudiada son las células de cáncer de colon. En la Tabla 5.4 se presentan los ocho patrones de interferencia obtenidos para el estudio de las células de cáncer de colon. De igual manera, en esta tabla, la primera fila describe la posición del polarizador en la matriz de polarizadores, la segunda fila señala los ángulos de rotación de cada uno de los polarizadores y la tercera fila describe el corrimiento de fase que genera cada uno de estos polarizadores, por lo que, en la cuarta y quinta fila se presentan los patrones de interferencia de prueba y de referencia con corrimientos de fase relativos de  $90^\circ$  o  $\pi/2$  respectivamente, los cuales fueron capturados por una cámara CCD en una sola toma. En la Figura 5.9 se observan las fases envueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.9a y 5.9d) y las fases desenvueltas de prueba y de referencia (ver Figuras 5.9c y 5.9d) para la muestra de células de cáncer de colon. Por último, en la Figura 5.10 se muestra la reconstrucción morfológica en 3D de las células de cáncer de colon.

De la misma manera, para fines comparativos, las células de cáncer de colon analizadas en este trabajo por el sistema interferométrico fueron observadas mediante un microscopio óptico a 8x (ver Figura 5.11a) y comparadas con las micrografías encontradas en la literatura (ver Figura 5.11b). En ambas figuras se puede observar que las células poseen nucléolos prominentes y céntricamente ubicados, además, tienden a aglomerarse debido al

**Desarrollo experimental y resultados**  
5.2 Resultados experimentales

grado de mucina (mucosa producida por las células), típicas características de un carcinoma colorrectal [40].

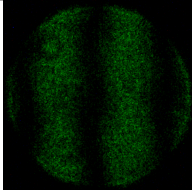
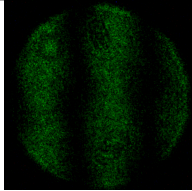
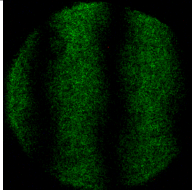
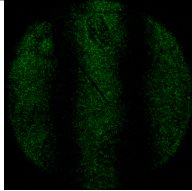
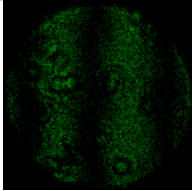
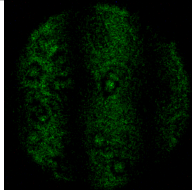
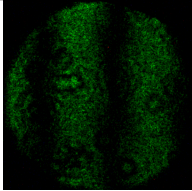
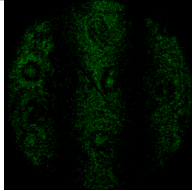
| Posición del polarizador | 1   | 2   | 3  | 4   |
|--------------------------|---|---|--|---|
| Rotación del polarizador | 0°  | 45°   | 90°  | 135°  |
| Corrimientos de fase     | 0°  | 90°   | 180°   | 270°  |
| Patrones de Referencia   |  |  |  |  |
| Patrones de Prueba       |  |  |  |  |

Tabla 5.4: Patrones de interferencia con corrimientos de fase relativos de  $\pi/2$  de referencia y de prueba (células de cáncer de colon), respectivamente.

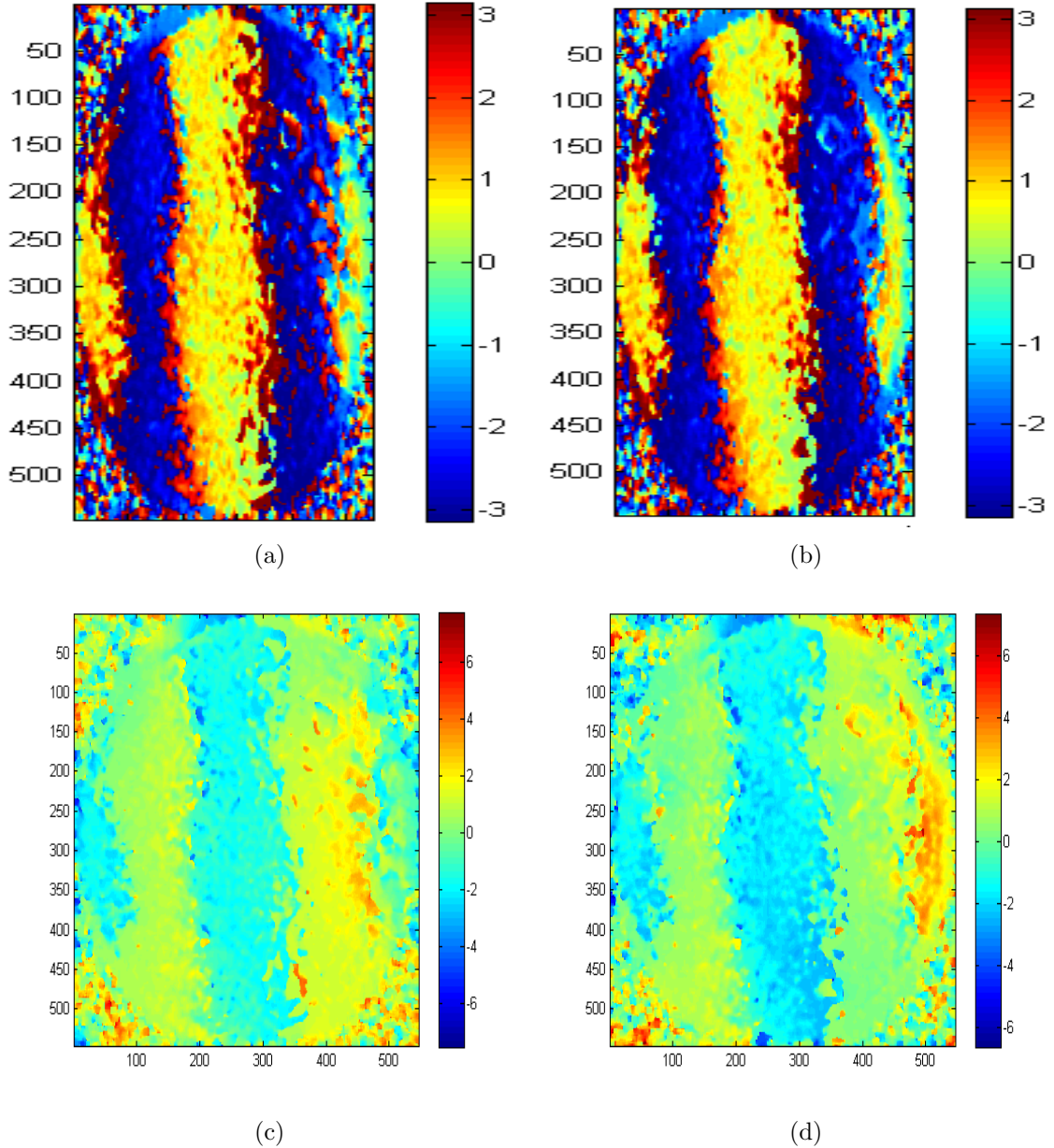


Figura 5.9: Fases envueltas y desenvueltas de prueba y de referencia de las células de cáncer de colon, respectivamente. (a) Fase envuelta de prueba (b) Fase envuelta de referencia. (c) Fase desenvuelta de prueba. (d) Fase desenvuelta de referencia.

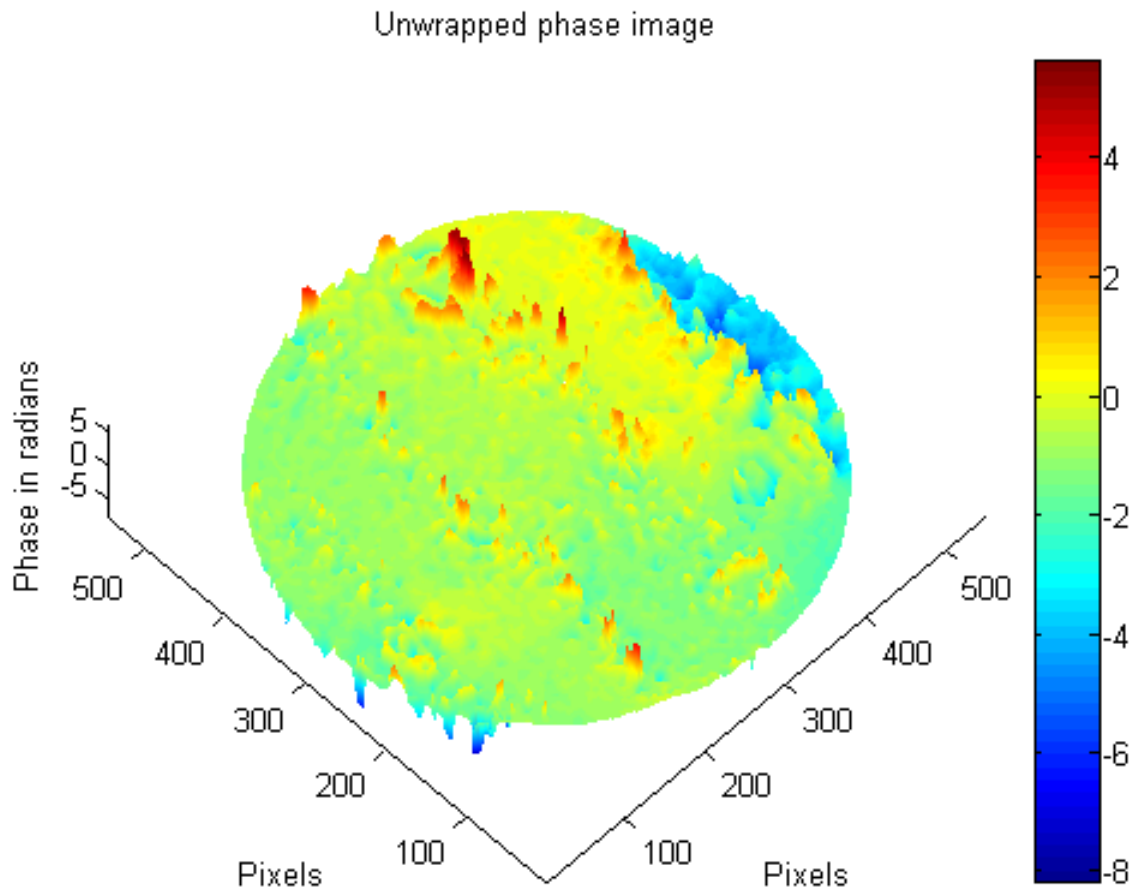


Figura 5.10: Imagen en 3D de células de cáncer de colon.

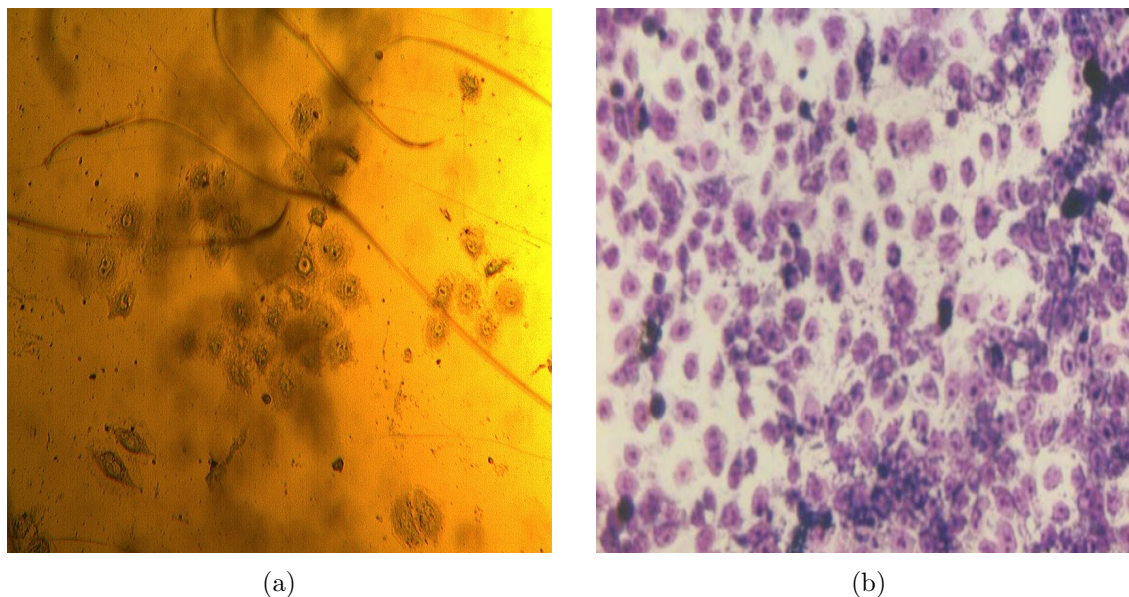


Figura 5.11: Micrografías de células de cáncer cervicouterino. a) Micrografía de células de cáncer de colon tomada con un microscopio óptico a 8x (trabajo realizado en la presente tesis). b) Micrografía de células de cáncer de colon reportada en la literatura [39].

En el estudio de la muestra de cáncer de colon, no se obtuvo una reconstrucción morfológica en 3D de buena calidad, esto se atribuye a las siguientes razones: se observó que las células se encontraban aglomeradas, haciendo imposible su distinción en los patrones de interferencia, en consecuencia de lo anterior, el objetivo de microscopio con el cual se cuenta no es el adecuado para observar este tipo de muestras. Se decidió presentar estos resultados como prueba de que el sistema interferométrico tiene detalles que deben ser considerados en la zona donde se coloca la muestra, que es en donde el objetivo de microscopio magnifica la muestra. Por último, en este trabajo no se reportaron resultados cualitativos como el espesor o las dimensiones reales de las muestras, debido a que no se cuantifico el índice de refracción.



## Capítulo 6

# Conclusiones generales

Como es bien sabido, cuando la luz incide sobre una muestra biológica, la información de ciertas características como la forma se encuentra contenidas en la luz transmitida, reflejada y emitida, y con el objetivo de obtener imágenes amplificadas y nítidas de una determinada muestra, esta información es recuperada y traducida mediante el uso de equipos sofisticados y costosos. Por otro lado, cuando se utiliza un microscopio óptico se puede visualizar una imagen ampliada de la muestra pero no se pueden determinar ciertas características como el espesor. Por fortuna, el estudio de estas características físicas se puede realizar mediante el análisis de patrones de interferencia, sin la necesidad de destruir la muestra. El éxito de esto, depende de la medición de la fase óptica. Por lo que en este trabajo se implementó un sistema óptico, el cual está formado por tres interferómetros acoplados y una matriz de polarizadores lineales, los cuales permiten la captura de cuatro interferogramas simultáneamente, teniendo en cada interferograma un valor diferente de corrimiento de fase para obtener el mapeo del frente de onda, lo cual posibilita el estudio de objetos estáticos y dinámicos, reduciendo el número de pasos necesarios para calcular la fase óptica, lo que permite mejorar la precisión en las mediciones. Por otra parte, del sistema propuesto no cuenta con elementos difractivos para replicar los patrones de interferencia, de modo que los errores generados por el uso de rejillas no están presentes, de igual manera, el uso del interferómetro cíclico permite la estabilidad del sistema ante vibraciones mecánicas.

Se revisaron los conceptos básicos que preceden al fenómeno de interferencia, la teoría de la interferometría por corrimiento de fase, el estado del arte de las técnicas de corrimiento de fase y los métodos de detección de la fase, teoría que sustenta el trabajo realizado. Con el fin de obtener la reconstrucción morfológica en 3D de muestras biológicas, en este trabajo también se menciona la descripción del sistema interferométrico propuesto, los pasos experimentales para la obtención y el procesamiento de patrones de interferencia y el cálculo de la fase envuelta y desenvuelta de los objetos de estudio.

Los resultados mostraron que el sistema propuesto en la presente tesis tiene potencial para la caracterización morfológica cualitativa y cuantitativa de microestructuras transparentes. Sin embargo, debido a que no se midió el índice de refracción de las muestras, no se obtuvieron las dimensiones en unidades de longitud de los objetos de estudio, es decir, las dimensiones reales del objeto de estudio, por lo que sólo se presenta la reconstrucción morfológica (mapa de fase) en 3D del ala de libélula y de las células de cáncer

cervicouterino.

Por otro lado, en el estudio de la muestra de las células de cáncer de colon no se obtuvo la reconstrucción morfológica en 3D, esto es debido a que se le atribuye a que el cultivo de estas células tienden a aglomerarse, haciendo imposible su valoración, así mismo, el objetivo de microscopio que se utilizó no es el adecuado debido a su corto alcance en su magnificación.

Como trabajo a futuro se propone hacer pruebas con el uso de objetivos de microscopio de mayor magnificación, así como el uso de objetivos en donde es necesario el uso de aceites de inmersión con valores de índice de refracción entre 1.482 y 1.516, para reducir la refracción de la luz en el aire, permitiendo imágenes más nítidas y con mejor resolución. Así como también se propone el estudio de muestras en eventos dinámicos.

El presente trabajo de tesis, dio lugar a la publicación de un artículo de investigación, en la revista científica “Applied Optics ” y la participación a dos congresos nacionales:

- García-Lechuga, L., Pérez-Luna, P., Flores, V. H., Montes-Pérez, A., Quiroz-Rodríguez, A., Manuel Islas-Islas, J., Toto-Arellano, N. I. (2020). Parallel phase shifting radial shear interferometry with complex fringes and unknown phase shift. *Applied Optics*, 59(7), 2128. <https://doi.org/10.1364/ao.385632>
- X congreso Nacional de Tecnología Aplicada a Ciencias de la Salud, con el póster titulado “Microscopio láser basado en un sistema interferométrico ”, con fecha del 14 de Junio de 2019.
- LXII Congreso Nacional de Física, con el póster titulado “Caracterización morfológica de células de cáncer mediante interferometría óptica ”, con fecha del 6 de Octubre de 2019.

# Apéndice A

## El Formalismo de Jones

En óptica, la luz polarizada puede ser descrita mediante el **Formalismo de Jones**. Este formalismo fue inventado por R. Clark Jones en 1941 [41]. En el cual la luz polarizada es representada por un vector, llamado *vector de Jones*, y los elementos ópticos lineales están representados por matrices, llamadas *matrices de Jones*.

Al trabajar con el Formalismo de Jones suponemos lo siguiente:

- El haz de luz es infinito, monocromático, con frente de onda plano y coherente.
- La interacción del haz incidente con el dispositivo óptico es lineal y conserva la frecuencia de la luz.
- El elemento óptico solo modifica el estado de polarización de la luz.

### A.1. Los vectores de Jones

De acuerdo a la expresión de superposición de dos haces ortogonales linealmente polarizados y colinales, en la ecuación (A.1), la amplitud del campo resultante en notación compleja es:

$$\vec{E}_0^c = E_x^0 e^{-i\alpha_x} + E_y^0 e^{-i\alpha_y} \quad (\text{A.1})$$

que puede escribirse alternativamente como

$$\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x^0 e^{-i\alpha_x} \\ E_y^0 e^{-i\alpha_y} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

o, normalizando a la magnitud del vector y usando  $\Delta\alpha = \alpha_y - \alpha_x$  con  $\tan \alpha_a = \frac{E_y^0}{E_x^0}$

$$\frac{E_x^0 e^{-i\alpha_x}}{\sqrt{E_x^{02} + E_y^{02}}} \begin{pmatrix} 1 \\ \left(\frac{E_y^0}{E_x^0}\right) e^{-i\Delta\alpha} \end{pmatrix} = \frac{e^{-i\alpha_x}}{(1 + \tan^2 \alpha_a)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \alpha_a e^{-i\Delta\alpha} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

expresión conocida como vector de Jones describiendo el estado de polarización del campo  $\vec{E}^c$ .

Para describir la polarización lineal, se considera el caso donde  $\Delta\alpha = 0$  y  $\alpha_x = 0$ . La ecuación queda como:

$$\frac{E_x^0}{\sqrt{E_x^{02} + E_y^{02}}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{E_y^0}{E_x^0} \end{pmatrix} = \frac{1}{(1 + \tan^2 \alpha_a)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \alpha_a \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

y reducible al caso  $E_x^0 = E_y^0 = 1$  (polarización lineal a  $\alpha_a = 45^\circ$ ) como

$$\vec{lp45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Los casos de polarización circular izquierda ( $\ell$ ) y derecha ( $\Re$ ) resultan de considerar  $\Delta\alpha = \pm\pi/2$  respectivamente según la notación de la sección. Entonces, los vectores  $\ell$  y  $\Re$  se escriben como:

$$\vec{rcp} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \vec{lcp} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Dos estados polarización circulares de igual amplitud y giros opuestos generan un estado de polarización lineal:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

## A.2. Ortogonalidad

Sean  $\vec{J}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $\vec{J}_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  vectores de amplitud.

Donde el producto punto de dos vectores esta dado por

$$\vec{J}_1 \cdot \vec{J}_2 = \vec{J}_1^\dagger \vec{J}_2^* = \begin{pmatrix} J_{1x} \\ J_{1y} \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} J_{2x} \\ J_{2y} \end{pmatrix}^* = (J_{1x} \quad J_{1y}) \begin{pmatrix} J_{2x}^* \\ J_{2y}^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Se obtiene:

$$\vec{J}_x \cdot \vec{J}_y = \frac{1}{2} (1 \quad 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.9})$$

De igual manera, con

$$\vec{C}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ y } \vec{C}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix},$$

Por lo que  $\vec{C}_R$  y  $\vec{C}_L$ , son ortogonales al igual que  $\vec{J}_x$  y  $\vec{J}_y$ .

### A.3. Las matrices de Jones

Un cambio de estado de polarización del vector  $J$  al vector  $J'$  se puede expresar mediante la ecuación (A.10).

$$J' = \begin{pmatrix} J'_x \\ J'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Donde  $\mathbb{J}$ ,

$$\mathbb{J} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

es la matriz de transformación correspondiente a un elemento óptico.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de matrices de Jones para diferentes elementos ópticos.

Polarizador lineal a un ángulo  $\theta$

$$P_\theta = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Polarizador Lineal a  $+45^\circ$

$$LP_{+45} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Polarizador Lineal a  $-45^\circ$

$$LP_{-45} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Placa de Cuarto de Onda con Eje Rápido Vertical

$$QWP_\nu = e^{i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Placa de Cuarto de Onda con Eje Rápido Horizontal

$$QWP_\nu = e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Placa con retardo  $\varphi$  y con el eje Rápido a un Ángulo  $\theta$

$$PL = \begin{bmatrix} e^{\frac{i\varphi}{2}} (\cos^2(\theta) + e^{i\varphi} \sin^2(\theta)) & -\sin(2\theta) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ -\sin(2\theta) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) & e^{\frac{i\varphi}{2}} (\cos^2(\theta) + e^{i\varphi} \sin^2(\theta)) \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

#### A.4. Interferencia de haces con polarización circular cruzada

En este ejemplo se mostrará la modulación en polarización encontrada al obtener la interferencia de dos haces con polarización circular cruzada, en uno de estos haces se tiene un cambio en la fase debido a un objeto transparente que tiene ese comportamiento.

El haz objeto **A** y el haz de referencia **B** cuentan con polarización circular cruzada entre sí. Se definen respectivamente como:

$$\vec{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\varphi} \quad ; \quad \vec{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (\text{A.19})$$

Al utilizar un polarizador lineal  $P_\theta$  a un ángulo  $\theta$  se obtiene

$$\vec{D} = P_\theta \vec{C} = P_\theta (\vec{A} + \vec{B}) = P_\theta \vec{A} + P_\theta \vec{B} \quad (\text{A.20})$$

Obteniendo los términos pertenecientes al haz del objeto y al haz de referencia por separado se tiene que:

$$P_\theta \vec{A} = \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Se multiplican matrices y se reescribe el resultado como:

$$P_\theta \vec{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta - i \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta - i \sin^2 \theta \end{bmatrix} = \frac{\cos \theta - i \sin \theta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Por lo tanto

$$\vec{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i\varphi}(\cos \theta + i \sin \theta) + (\cos \theta - i \sin \theta)] \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Reagrupando los términos de la amplitud

$$\vec{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\cos \theta(1 + e^{i\varphi}) + i \sin \theta(e^{i\varphi} - 1)] \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

Se obtiene el patrón de intensidad debido a la siguiente definición:

$$I = |\vec{D}|^2 = \vec{D} \vec{D}^* \quad (\text{A.25})$$

Utilizando la propiedad trigonométrica  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  se obtiene:

$$2I = [\cos \theta (1 + e^{i\varphi}) + i \sin \theta (e^{i\varphi} - 1)] [\cos \theta (1 + e^{-i\varphi}) - i \sin \theta (e^{-i\varphi} - 1)] \quad (\text{A.26})$$

Por lo tanto:

$$2I = \cos^2(1 + e^{i\varphi})(1 + e^{-i\varphi}) + i \sin \theta \cos \theta (e^{i\varphi} + 1)(e^{-i\varphi} - 1) + i \sin \theta \cos \theta (e^{i\varphi} - 1)(e^{-i\varphi} + 1) + \sin^2 \theta (e^{i\varphi} - 1)(e^{-i\varphi} - 1).$$

$$2I = \cos^2 \theta (1 + e^{i\varphi} + 1 + e^{-i\varphi}) - i \sin \theta \cos \theta (1 + e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} - 1) + i \sin \theta \cos \theta (1 + e^{i\varphi} - e^{-i\varphi} - 1) + \sin^2 \theta (1 - e^{i\varphi} - e^{-i\varphi} + 1).$$

$$2I = \cos^2 \theta (2 + e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) + i \sin \theta \cos \theta (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) + i \sin \theta \cos \theta (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) + \sin^2 \theta (2 - e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}).$$

Utilizando las propiedades de  $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$  y  $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$  se obtiene:

$$2I = \cos^2 \theta (2 + 2 \cos \varphi) + i 2 \sin \theta \cos \theta (2i \sin \varphi) + \sin^2 \theta (2 - 2 \cos \varphi)$$

$$2I = 2 \cos^2 \theta + 2 \cos^2 \theta \cos \varphi - 4 \sin \theta \cos \theta \sin \varphi + 2 \sin^2 \theta - 2 \sin^2 \theta \cos \varphi \quad (\text{A.27})$$

Utilizando  $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$$2I = 2 + 2 \cos 2\theta \cos \varphi - 4 \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \quad (\text{A.28})$$

Utilizando  $\sin(2\theta) = 2 \cos \theta \sin \theta$

$$2I = 2 + 2 \cos 2\theta \cos \varphi - 2 \sin 2\theta \sin \varphi \quad (\text{A.29})$$

Utilizando  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$  finalmente se obtiene:

$$I = 1 + \cos(2\theta + \varphi) \quad (\text{A.30})$$

Lo que nos menciona que el corrimiento en fase obtenido será al doble de lo que se encontrará en el polarizador lineal.



## Apéndice B

# Algoritmo numérico en MATLAB

Se promedia cada una de las intensidades de los 4 patrones de Prueba

```
Ia=double(rgb2gray((imread('a.bmp'))));  
h = fspecial('gaussian',10,5);  
I1 = imfilter(Ia, h);  
c1= Ia(:,150);
```

```
Ib=double(rgb2gray(imread('b.bmp')));  
h = fspecial('gaussian',10,5);  
I2 = imfilter(Ib, h);
```

```
Ic=double(rgb2gray(imread('c.bmp')));  
h = fspecial('gaussian',10,5);  
I3 = imfilter(Ic, h);
```

```
Id=double(rgb2gray(imread('d.bmp')));  
h = fspecial('gaussian',10,5);  
I4 = imfilter(Id, h);
```

Se promedia cada una de las intensidades de los 4 patrones de referencia

```
Iar=double(rgb2gray((imread('ra.bmp'))));  
hr = fspecial('gaussian',10,5);  
I1r = imfilter(Iar, h);  
c1r= Iar(:,150);
```

```
Ibr=double(rgb2gray(imread('rb.bmp')));  
hr = fspecial('gaussian',10,5);  
I2r = imfilter(Ibr, h);
```

```
Icr=double(rgb2gray(imread('rc.bmp')));  
hr = fspecial('gaussian',10,5);  
I3r = imfilter(Ic, h);
```

```
Idr=double(rgb2gray(imread('rd.bmp')));  
hr = fspecial('gaussian',10,5);  
I4r = imfilter(Idr, h);
```

Se obtiene la fase envuelta del objeto, usando cuatro corrimientos relativos de  $90^\circ$

```
w0=pi/2;  
h4convs=I1-I2*(1+exp(-1i*w0)+exp(-2i*w0))+I3*(exp(-1i*w0)+exp(-2i*w0)+exp(-  
3i*w0))-I4*exp(-3i*w0);  
phasee = angle(h4convs);  
amplitudee = abs(h4convs);
```

Se obtiene la fase envuelta de referencia, usando cuatro corrimientos relativos de  $90^\circ$

```
w0=pi/2;  
h4rconvs=I1r-I2r*(1+exp(-1i*w0)+exp(-2i*w0))+I3r*(exp(-1i*w0)+exp(-2i*w0)+exp(-  
3i*w0))-I4r*exp(-3i*w0);  
phaser = angle(h4rconvs);  
amplituder = abs(h4rconvs);
```

Desenvolver fase envuelta

# Bibliografía

- [1] Malacara D.. (2015). *óptica Básica*. México: Fondo de Cultura Económica.
- [2] Malacara, M. Servin, and Z. Malacara, *Interferofram Analysis for Optical Testing* (Dekker, New York, 1998)
- [3] Millerd J. E et al, U.S. Patent 7,057,738 B2 (2006).
- [4] Millerd J. E et al, Pixelated phase-mask dynamic interferometer, *Proc. SPIE*, 5531, 304-314 (2004).
- [5] Gabas Masip, J. (2015). Maxwell: la teoría electromagnética de la luz. *Arbor*, 191(775), a265. <https://doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5004>
- [6] Warren Blaker J.. (1973). *Enfoque Sobre Física*. México: Compañía Esitorial Continental, S. A.
- [7] HECHT, E.. (1987). *óptica*. Editorial Addison-Wesley.
- [8] Sanghera, P. (2007). *RFID+ Physics, Math, and RFID: Mind the Gap. RFID+ Study Guide and Practice Exams*, 1â20. <https://doi.org/10.1016/b978-159749134-1.50005-0>
- [9] Rodríguez, Z., Pastrana, R., Ochoa, O.. (2014). *Polarización y celdas con cristales líquidos nemáticos*. Editorial Academica Española.
- [10] Greivenkamp, J. E. (1995). *Interference*. En *Handbook of Optics*(pp. 2.3-2.43): McGraw-Hill, Inc.
- [11] Rodriguez, G. (2016). *Óptica Física*. de Facultad Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla Sitio web: [www.fcfm.buap.mx/gzurita](http://www.fcfm.buap.mx/gzurita).
- [12] Ready, J. F. (1997). *Principles Used in Measurement. Industrial Applications of Lasers*, 248â255. <https://doi.org/10.1016/b978-012583961-7/50011-9>
- [13] Toto-Arellano, N. I., Serrano-García, D. I., Martínez-García, A. (2013). Parallel two-step phase shifting interferometry using a double cyclic shear interferometer. *Optics Express*, 21(26), 31983. <https://doi.org/10.1364/oe.21.031983>
- [14] Rodriguez, G. (2013). *Apuntes de Interferometría Óptica Contemporánea*. Editorial Académica Española.
- [15] D. Malacara, *Óptical Shop Testing*, Tercera Edición, Jonh Wiley and Sons Inc, 2007. pp.547-549 y 5558-559.

- [16] Rodriguez, G. . (1991). Interferometrías heterodina y cuasi heterodina: ideas fundamentales. *Revista Mexicana de Física*, 37, 396-417.
- [17] M. Takeda, "Spatial-carrier fringe-pattern analysis and its applications to precision interferometry and profilometry: an overview", *Industrial Metrology* 1, Elsevier, (1990).
- [18] J.W Wagner. "Heterodyne holographic interferometry for high resolution 3-D sensing", preprint, The Johns Hopkins University, Center for Nondestructive Evaluation, Maryland Hall 102, 34th and Charles Streets, Baltimore, Maryland 21218, USA.
- [19] R. Dandliker, "Heterodyne Holographic Interferometry", *Progress in Optics*, Vol. XVII, North-Holland, (1980).
- [20] J. M. Weathers, W.A. Foster, W.F. Swinson J.L. Turner, Integration of Laser-Speckle and Finite- Element Techniques of Stress Analysis, *Experimental Mechanics*, 25, 60-65(1985).
- [21] M. Takeda, H. Ina and S. Kobayashi, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc.Am.*, 72, No.1, 156-160(1982).
- [22] D. W. Robinson, G. T. Reid, *Interferogram analysis: digital fringe pattern measurement techniques*, Institute of Physics publishing (1993).
- [23] Martínez, A., Rayas, J., Puga, H., Genovese, K. (2010). Iterative estimation of the topography measurement by fringe-projection method with divergent illumination by considering the pitch variation along the x and z directions. *Optics and Lasers in Engineering*, 48(9), 877-881. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2010.04.002>
- [24] A. Martínez, J.A. Rayas, J.M. Flores M., R. Rodríguez-Vera y D. Donato Aguayo. (17 de mayo de 2005). Técnicas ópticas para el contorno de superficies tridimensionales. *REVISTA MEXICANA DE FÍSICA*, 51, 431-436.
- [25] Schreiber, H., Bruning, J. H.. *Phase Shifting Interferometry*. *Optical Shop Testing*, 547-666. <https://doi.org/10.1002/9780470135976.ch14>
- [26] Li, P. Z., Wang, X. D., Sui, Y. X., Zhang, D. F., Wang, D. F., Dong, L. J., Ni, M. Y. (2017). Piezoelectric Actuated Phase Shifter Based on External Laser Interferometer: Design, Control and Experimental Validation. *Sensors*, 17(4), 838. <https://doi.org/10.3390/s17040838>
- [27] Jaing, C. C., Shie, Y. L., Tang, C. J., Liou, Y. Y., Chang, C. M., Yang, C. R. (2009). Determination of displacement with a piezoelectric transducer using phase-shift algorithms. *Optical Review*, 16(2), 170-172. <https://doi.org/10.1007/s10043-009-0029-0>
- [28] Meneses-Fabian, C., Rodriguez-Zurita, G., Vazquez-Castillo, J. F., Robledo-Sanchez, C., Arrizón, V. (2006). Common-path phase-shifting interferometer with binary grating. *Optics Communications*, 264(1), 13-17. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2006.02.024>

- [29] Serrano-García, D. I., Toto-Arellano, N. I., Martínez-García, A., Álvarez, J. A. R., Zurita, G. R. (2012). Dynamic phase profile of phase objects based in the use of a quasi-common path interferometer. *Optik*, 123(19), 1742â1745. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2012.02.044>
- [30] N. Brock, J. Hayes, B. Kimbrough, J. Millerd, M. North-Morris, M. Novak and J. C. Wyant, *Dynamic Interferometry ,Novel Optical Systems Design and Optimization VIII*, edited by José M. Sasián, R. John Koshel, Richard C. Juergens, Proceedings of SPIE, 5875 (SPIE, Bellingham, WA, 2005).
- [31] N. I. Toto Arellano (2008), *Interferometría de rejila de fase con polarización casí-circular y corrimiento de fase de varias etapas con una sola toma*, tesis para la obtención de grado de doctorado. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.
- [32] Kerr, D.; Kaufmann, G.H.; Galizzi, G.E. Unwrapping of Interferometric Phase-fringe Maps by the Discrete Cosine Transform. *Appl. Opt.* 1996, 35(5), 818-816.
- [33] Ghiglia, D.C; Romero, L.A. Robust Two-dimensional Weighted and Unweighted Phase Unwrapping that Uses Fast Transforms and Iterative Methods . *J.Opt. Soc. Am. A* 1994, 11 (1), 107-117.
- [34] Reyes Barragán , S. (2019). *Corrimiento de fase por etapas usando polarización (Licenciatura )*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- [35] Baldauf, J. J., Averous, G., Baulon, E., Thoma, V., Talha-Vautravers, A., Sananes, N., Akladios, Y. (2013). Neoplasias intraepiteliales del cuello uterino. *EMC - Ginecología-Obstetricia*, 49(3), 1â23. [https://doi.org/10.1016/s1283-081x\(13\)65435-1](https://doi.org/10.1016/s1283-081x(13)65435-1)
- [36] Rodríguez-Vázquez, S. (2015). Clasificación de células cervicales con Máquinas de Soporte Vectorial empleando rasgos del núcleo. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 115â127. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=378343682006>
- [37] Rahmadwati, Naghdy, G., Ros, M., Todd, C. (2012). Morphological Characteristics of Cervical Cells for Cervical Cancer Diagnosis. *Advances in Intelligent and Soft Computing*, 235â243. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-28308-6\\_32](https://doi.org/10.1007/978-3-642-28308-6_32)
- [38] Klopp AH, Eifel PJ, Berek JS, Konstantinopoulos PA. Cancer of the cervix, vagina and vulva. DeVita VT Jr, Lawrence TS, Rosenberg SA.(2015). *Cancer: Principles and Practice of Oncology*. (10th Edition). Philadelphia: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams Wilkins. 72:1013-1047.
- [39] Roomi, M. W. (2019). Nutrient Mixture Inhibits Proliferation, Invasion, Apoptosis, and Curbs Inflammatory Markers in Human Colon Cancer Cell Line HCA-7. *JOURNAL OF CELLULAR MEDICINE AND NATURAL HEALTH*, 1â9. <https://www.jcmnh.org/antitumor-effect-of-a-nutrient-mixture-on-colon-cancer-cells/pdf>
- [40] Remo, A., Fassan, M., Vanoli, A., Bonetti, L. R., Barresi, V., Tatangelo, F., Gafa, R., Giordano, G., Pancione, M., Grillo, F., Mastracci, L. (2019). Morphology and Molecular Features of Rare Colorectal Carcinoma Histotypes. *Cancers*, 11(7), 1036. <https://doi.org/10.3390/cancers11071036>

[41] William, A.. (1964). Polarized Light. N. J.: Van Nostrand Momentum books.