



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Estudio invariante de norma de los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* en el Modelo Estándar con Dimensiones Extras

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Alfonso de Jesús Correa León

Asesorado por

Dr. José de Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.
9 de julio de 2025



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Estudio invariante de norma de los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* en el Modelo Estándar con Dimensiones Extras

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Alfonso de Jesús Correa León

Asesorado por

Dr. José de Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.
9 de julio de 2025

Título: Estudio invariante de norma de los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^*
en el Modelo Estándar con Dimensiones Extras

Estudiante: ALFONSO DE JESÚS CORREA LEÓN

COMITÉ

Dra. Ana Aurelia Avilez López
Presidente

Dr. Héctor Nováles Sánchez
Secretario

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Vocal

Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez
Suplente

Dr. José de Jesús Toscano Chávez
Asesor

Agradecimientos

A mi madre, mi padre y mi hermano, por amarme tal como soy; y ayudarme siempre a florecer y perseguir mis sueños. Nada de esto sería posible sin ustedes. Este logro es un regalo de mí para ustedes. Gracias por labrar con su amor, su inmensa humanidad, su corazón y principios inquebrantables, a la persona que soy. Gracias por estar presentes en los momentos más felices de mi vida y llenarlos de ternura y entusiasmo. Pero jamás podré agradecerles lo suficiente por su dulce compañía en los momentos más difíciles de mi vida y por colmarme de amor cuando más lo necesité.

A mis amigas, amigos y familia que han estado ahí para brindarme su apoyo, su cariño y sus consejos, y hacer más ameno el tránsito por esta vida. A Mariana, Juvito, Pedrito, Fermin, Julián, Emilio, Alonso, Paulina, Eder, Noé; mi tío Fermín y mi tía Luz, mi tía Rosita y mi tío Juve, mi tío Peyo y mi tía Reina, mi tía Chayito y mi tío Héctor, mi tía Lila y mi tío Pepe; y no se diga de los pilares de la familia, mis abuelita Lucy y mi abuelito Juvenal. A mi prima Hildita, a mi chamán y yerbatero Miguel y a Felipe, a mis dos tías Lupitas, mi tía Meña y mi tío Delfino. A mi amiga Caro, a Juanpa, a Lupillo, Olga, Omar, José, Suje, Ferchin, Lalito, Marcelo, Yuri, Ángel, Orlando, Yoshua, Manu, Pame, Leo, Roni, Beymar, Pedro, Lore. A Amanda por ser tan comunicativa y por sentir y leer tanto. Gracias por tenderme su mano siempre, por ayudarme a crecer y por enseñarme lo bella que es la vida a su lado. Por hacerme sentir que no estoy solo en este mundo.

A mi asesor, el profesor Jesús Toscano. Por ver en mí el potencial para lograr todo esto que jamás me hubiera imaginado. Por su sabiduría y excelente guía para encaminar mi pasión por entender este mundo en el sendero más brillante y fascinante posible. Por su infinita paciencia y ayuda a lo largo de todo el tiempo que tengo el gusto de trabajar con él. Sin usted nada de esto sería posible.

A mis sinodales por brindarme su apoyo a lo largo de estos dos años de maestría y por hacerme las mejores preguntas.

A todas aquellas personas que luchan por construir un mundo mejor.

Índice general

Resumen	IX
Introducción	XI
1. Formalismo de Batalin-Vilkovisky y la simetría BRST	1
1.1. Introducción	3
1.2. Formalismo Campo-Anticampo y la Simetría BRST	3
1.2.1. Transformaciones de Norma y su estructura	4
1.2.2. Formalismo de Batalin-Vilkovisky	7
1.2.3. La simetría BRST clásica	10
1.2.4. Funcional fermiónica y fijación de norma	11
2. El Modelo Estándar con Dimensiones Extra Universales	15
2.1. Introducción	17
2.2. El Sector de Yang-Mills	21
2.2.1. Teoría Extradimensional	21
2.2.2. Ocultando la Simetría Extendida	22
2.2.3. Espectro de Masas	23
2.2.4. Transformaciones de Norma Estándar y No-Estándar	29
2.3. Sector de Higgs	31
2.3.1. Espectro de masas del sector bosónico Electrodebil	35
2.4. Fijación Covariante de la Norma	37
2.5. Términos Lagrangianos Selectos y Reglas de Feynman	46
2.5.1. Propagadores	47
2.5.2. Vértices del sector de norma	50
2.5.3. Escalares físicos	55
2.5.4. Pseudo Bosones de Goldstone	56
2.5.5. Mezclas	57
3. Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo	61
3.1. Función Vértice	63
3.2. Contribuciones Puras de Norma	65
3.2.1. Circulación Vector-Vector	65
3.2.2. Circulación Ghost-Antighost	68
3.2.3. Circulación $n - 1$ Escalares	69
3.2.4. Circulación Escalar-Vectorial	70
3.3. Contribuciones del Sector de Higgs	71
3.3.1. Diagramas Comunes a $A^{(0)*}$ y $Z^{(0)*}$	71
3.3.2. Contribuciones Únicas de $Z^{(0)*}$	81

4. Estructura Analítica de los Resultados	89
4.1. Correcciones radiativas en dimensiones extra	91
4.2. Panorama de las funciones Zeta	92
4.3. Divergencias de Kaluza-Klein	94
5. Conclusiones	105
5.1. Comentarios finales	107
5.2. Perspectivas a futuro	110
A. Apéndice A	113
A.1. Contribución Electrodébil	113
A.1.1. Circulación Vector-Vector	113
A.2. Contribución Del Sector de Higgs	115
A.2.1. Circulación Escalar $HW_s Z_s$	115
Bibliografía	119

Resumen

En este trabajo de tesis se plantea estudiar la sensibilidad a correcciones radiativas del vértice WWV^* (con el bosón neutro $V = \gamma$ o Z off-shell) dadas por las excitaciones de Kaluza-Klein del sector bosónico del Modelo Estándar. Esto dentro del contexto de una extensión del Modelo Estándar conocida como *dimensiones extras universales*, la cuál consiste no en una extensión del grupo de norma que determina la dinámica de la teoría, sino en una ampliación del grupo de Poincaré. Para este cometido se utilizó un procedimiento de fijación de la norma, para las excitaciones de Kaluza-Klein, covariante bajo el grupo usual $SU_L(2) \times U_Y(1)$ con la finalidad de obtener amplitudes bien comportadas para los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* . De estos vértices se extrajeron los factores de forma $\Delta\kappa$ y λ , expresados en términos de funciones de Passarino-Veltman. La naturaleza de esta teoría extradimensional a bajas energías da lugar a dos tipos de divergencias posibles: aquellas que usualmente emergen de integrales continuas de cuadrimomento en el espacio-tiempo de Minkowsky, y un nuevo tipo de divergencias debidas a las sumas discretas infinitas de las torres de Kaluza-Klein; asociadas con la variedad extradimensional compacta. Se muestra como estas amplitudes pueden expresarse en términos de productos entre una función Gamma y una función generalizada de Epstein, $\Gamma(s)E_\ell^{c^2}(s)$. Se introduce el panorama que permitirá estudiar y regularizar en un futuro a estas amplitudes en todos los rangos energéticos.

Introducción

A lo largo de la historia humana, el desarrollo del pensamiento filosófico y científico ha estado siempre acompañado de un cuestionamiento primordial: ¿De qué estamos hechos? En lo que concierne a la ciencias físicas, esta pregunta se puede reformular como: ¿cuál es la naturaleza del tejido más fundamental de este universo en el que habitamos? En el transcurso de las eras, muchos de nuestros antepasados se han aventurado a dar respuesta a esta incógnita, de acuerdo con su cultura y su cosmovisión. Desde la concepción de los griegos, de que los constituyentes más elementales del mundo y de las estrellas eran los sólidos perfectos, hasta la moderna noción del átomo y sus partículas fundamentales; podemos notar que estas distintas teorías e hipótesis tienen en común la creencia de que, si el universo está hecho de algo, más le vale a ese algo tener una estructura simple y bella. Esta carrera de lo elemental ha sido impulsada, en gran parte, por la intuición humana de que en cada estructura yace una infraestructura o superestructura, más simple y poderosa aún que la anterior. Mediante el paso de las generaciones, el avance del formalismo matemático y físico, y la transferencia de estos conocimientos; el ser humano ha ido agudizando y perfeccionando esta intuición, esta sensibilidad por lo elegante, lo bello y lo simétrico. Entre los logros más destacables de la humanidad, se encuentra una descripción compleja y al mismo tiempo elegante, que se ha concebido para describir los aspectos más profundos de la dinámica del universo; la cual se encuentra condensada en el poderoso concepto de invarianza local. Teorías que presentan un velo aparente de grados de libertad redundantes, que logran capturar la esencia de interacciones de la naturaleza tanto intrincadas como armónicas. Para poder alcanzar la coalescencia entre este poderoso concepto de simetría de norma, junto con la edificación que parece cimentar esta realidad: la mecánica cuántica, fue necesario un andamiaje adicional que permita sostener a la invarianza local ante los postulados de cuantización. Con esta ampliación del concepto de simetría de norma, nos referimos a la *Simetría BRST*. Es un hecho remarkable que los caminos que nos han llevado al progreso han consistido, invariablemente, en la ampliación del número de variables para elucidar una descripción más transparente y con esto introducir un principio de simetría más poderoso que nos permita extraer el contenido físico relevante del sistema. En este contexto, los campos fantasma y los anticampos del formalismo *Campo-Anticampo*, fungen como catalizadores, en el sentido en que su participación es indispensable en la obtención de una teoría cuántica de norma consistente; pero dentro del resultado final no queda rastro alguno de ellos.

Sucintamente, las partículas elementales son las representaciones del grupo de Poincaré reguladas por la carga BRST. Resulta que debido a la invarianza de norma, a la que están sujetas todas las teorías sobre las interacciones fundamentales de la naturaleza, no todos los vectores del espacio de estados cuánticos generados por las observables asociadas con el grupo de Poincaré son físicos, ya que algunos de ellos surgen como consecuencia de la existencia de grados de libertad espurios que son inherentes a las teorías de norma, así que se requiere de la presencia de una nueva observable, no directamente relacionada con las propiedades del espacio-tiempo, que permita distinguir a los estados físicos de los estados no físicos. Esta observable es la carga de Noether BRST, la cual surge de la simetría del mismo nombre y está estrechamente relacionada con la simetría de norma [1]. En efecto, la simetría BRST contiene a la simetría de norma [2], de la cual, a diferencia de esta última, un remanente de ella sobrevive el proceso de cuantización,

proporcionando un criterio que permite determinar el subespacio físico contenido en el espacio más amplio generado por el grupo de Poincaré $ISO(1, 3)$ [2].

Actualmente, la teoría que más éxito ha tenido en describir y predecir con un alto nivel de precisión, los fenómenos físicos que tienen lugar en las distancias más pequeñas que se han explorado hasta ahora, es el Modelo Estándar de partículas elementales. Esta teoría postula que todos los fenómenos físicos, a excepción de aquellos gravitatorios, pueden ser descritos mediante 3 fuerzas fundamentales, a saber: la fuerza fuerte, la fuerza débil y la fuerza electromagnética. Es una teoría cuántica relativista de campos caracterizada por una invarianza global bajo el grupo de Poincaré $ISO(1, 3)$; que establece los principios de simetría que describen a la cinemática de la física: las traslaciones, las rotaciones y los boosts, pero no guarda una relación con las leyes de ninguna fuerza. También se caracteriza por una invarianza local bajo el grupo de norma del Modelo Estándar $G_{SM}(\mathcal{M}^4) \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, donde \mathcal{M}^4 es la variedad soporte, es decir, el espacio-tiempo de Minkowski. De igual manera, estos grupos de Lie determinan las simetrías (ahora locales) que dan lugar a la dinámica de las fuerzas fuerte, débil y electromagnética, respectivamente. El desarrollo y sedimentación de este modelo, fue construyéndose durante varias décadas gracias a las diversas contribuciones de muchas personas, en donde la retroalimentación entre los progresos teóricos y experimentales, jugó un rol fundamental. Entre las últimas y más importantes contribuciones hechas al Modelo Estándar, se encuentran aquellas hechas por Salam, Glashow y Wienberg [3, 4, 5]. Quienes propusieron que, a una escala de energía mucho mayor a la escala de fermi v , las fuerzas electromagnética y débil podrían ser unificadas bajo la descripción de una sola fuerza, la electrodébil, descrita por el grupo de norma $\{SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)\}$, con 4 bosones mediadores no masivos. Y que, a escalas del orden de v , la simetría del grupo electrodébil es rota espontáneamente al grupo electromagnético. A esta escala de energía, la simetría del grupo $SU_L(2)$ ya no es manifiesta explícitamente, lo que trae como consecuencia que los campos correspondientes a 3 conexiones (bosones) de este grupo, puedan introducirse en la teoría con un término de masa distinto de cero; todo esto sin arruinar la invarianza de norma original. Esto es posible gracias a un mecanismo que fue introducido por Englert y Higgs [6, 7, 8]. Por lo que la fuerza débil y la fuerza electromagnética actúan de forma separada a estas escalas comparables con v , a través de 3 bosones masivos (W^+ , W^- y Z) de la simetría débil rota y un bosón sin masa (el fotón γ) de la simetría electromagnética. Este es el primer y más sencillo ejemplo de unificación en la física con un respaldo experimental consistente, en donde la noción de rompimiento espontáneo de una simetría, tiene una profunda importancia en el estudio teórico y el entendimiento de la física.

A pesar de lo útil y poderoso que ha sido el Modelo Estándar, aún existen fenómenos experimentales para los cuales este modelo falla en darles una explicación. Por esta razón, muchos esfuerzos han sido dirigidos en formular y construir nuevas teorías que vayan más allá del Modelo Estándar. Por una parte, para poder resolver estas incógnitas en donde el alcance del modelo actual se agota, y por otra, para poder vislumbrar el camino a seguir si es que nueva física es descubierta en los aceleradores en un futuro próximo. A estas teorías se les conoce como extensiones del Modelo Estándar, ya que siguen conteniendo a la teoría actual, pero proponen nuevas hipótesis y fundamentos para poder describir la física que no contempla dicho modelo.

Dentro de estas extensiones, existen teorías que consideran la posibilidad de que existan en nuestro universo más dimensiones de las 4 que se observan, una temporal y tres espaciales. Los trabajos de G. Nordström y T. Kaluza [9, 10], en donde intentaron unificar los campos gravitacional y electromagnético mediante el uso de una dimensión espacial extra, fueron pioneros en este ámbito. Más adelante, O. Klein [11] propuso que la compactificación de dichas dimensiones extra, podría explicar su no observabilidad a escala macroscópica. Posteriormente, el nacimiento de la teoría de cuerdas, sus subsiguientes avances y generalizaciones como una teoría del todo, han generado un gran interés y relevancia en las formulaciones donde se consideran dimensiones extras. Una compilación de los distintos progresos en el estudio de la teoría de cuerdas, supersimetría y supercuerdas, puede encontrarse en [12]. El interés en estudiar las implicaciones fenomenológicas de nuevos procesos físicos dados por dimensiones extra, aumentó después de que Antoniadis,

Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali [13, 14, 15] argumentaron que dimensiones extra relativamente grandes podrían ser detectadas en la escala de TeVs. En estas teorías se asume que el espacio que observamos de 3 dimensiones es solo una parte de un espacio más grande de d -dimensiones, conocido como bulto, en donde tanto los campos de norma y de materia del Modelo Estándar, pueden propagarse; a estas teorías se les conoce como dimensiones extra universales [16]. Si estas dimensiones extra existen, deben ser de menor tamaño que las distancias más pequeñas exploradas hasta ahora. Así que se asume que dichas dimensiones extra están debidamente compactificadas en una variedad suficientemente pequeña de tamaño R [17]. A una escala de energía Λ mucho mayor que la escala de compactificación R^{-1} ($\Lambda \gg R^{-1}$), se considera una teoría de campo definida en un espacio tiempo plano de $d = 4 + n$ dimensiones: $\mathcal{M}^d \equiv \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n = \mathcal{M}^{4+n}$, que es el producto cartesiano del espacio tiempo usual de Minkowski \mathcal{M}^4 con una variedad euclidiana n -dimensional \mathcal{N}^n , que representa una extensión espacial [18]. Los puntos de esta variedad extendida, se representan como $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^{4+n}$, con $x \in \mathcal{M}^4$ y $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$. A esta escala Λ , las distancias exploradas son tan pequeñas comparadas con el tamaño de las dimensiones extras, que estas pueden considerarse como infinitas para todo propósito práctico. Así, a estas escalas de energía podemos asumir que nuestra teoría es invariante bajo el grupo extendido de Poincaré $ISO(1, 3 + n)$, con n el número de dimensiones extra. Además, el grupo de norma que describe la dinámica de nuestra teoría a estas energías, se define ahora en la variedad extendida \mathcal{M}^{4+n} . En el caso del Modelo Estándar extendido a dimensiones extra universales, el grupo de norma que rige la teoría extendida es $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n}) \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^{4+n}) \times SU_L(2, \mathcal{M}^{4+n}) \times U_Y(1, \mathcal{M}^{4+n})$ [19]. A escalas de energía mucho más bajas, la compactificación de estas dimensiones extra se vuelve aparente, por lo que, para poder describir los fenómenos físicos, es necesario ocultar la simetría del bulto $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$ en la simetría estándar $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$ a través de mapeos canónicos que nos garanticen que no estamos pasando de una teoría a otra diferente, sino que estamos describiendo a la misma teoría pero en diferentes perspectivas. Cabe destacar que los grupos $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})$ y $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$ no difieren como grupos de Lie, ya que tienen el mismo número de generadores, pero sí como grupos de norma, pues el grupo extendido tiene un número mayor de conexiones debido a las dimensiones espaciales adicionales. Primero, es necesario mapear objetos covariantes de $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$ en objetos covariantes de $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$, para poder ocultar la simetría extendida. El hecho de que $G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})$ tenga un mayor número de conexiones que $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$ implica que la diferencia aparezca como representaciones tensoriales de $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$. Esto hace necesario formular un mecanismo que nos permita dotar de masa a tales conexiones en el proceso de compactificación, de manera análoga al mecanismo de Englert-Higgs. La siguiente transformación necesaria para ocultar la simetría

$$\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\} \xrightarrow{R^{-1}} \{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\} \quad (1)$$

es altamente no trivial, ya que requiere remover de manera explícita de la teoría, toda dependencia en los campos de las coordenadas \bar{x} de la variedad compacta. Para lograr esto, los campos que se propagan en el bulto son expandidos en una serie n -dimensional de Fourier y posteriormente las coordenadas de la variedad compacta son integradas a nivel de la acción [20], eliminando así toda dependencia en los campos de las n dimensiones extra. Como consecuencia de esto, la información que estaba contenida en los grados de libertad que contaban estas coordenadas extra $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$, se encuentra ahora codificada en forma de campos con una torre infinita de estados de Kaluza-Klein definidos en la variedad estándar \mathcal{M}^4 , donde las excitaciones individuales de Kaluza-Klein están numeradas por modos de Fourier. Al pasar a la teoría reducida $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$, estos campos de Kaluza-Klein son la única información restante de las dimensiones extra en nuestra teoría, por lo que podemos considerar a las contribuciones de estos campos en procesos perturbativos como el aporte neto de las dimensiones extra a la teoría estándar. Se hace la identificación de los estados no excitados o *modos cero* como los campos usuales del modelo estándar 4-dimensional.

Una forma de asegurar la existencia de estas dimensiones extra es a través de la observación directa de estas excitaciones de Kaluza-Klein en los aceleradores. Sin embargo, si estos estados

no pueden ser producidos directamente en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés), sus efectos virtuales podrían ser detectados por medio de mediciones de alta precisión, como aquellas planeadas a realizar en el Colisionador Lineal Internacional (ILC) [21]. Las observables electrodébiles, que pueden ser medidas de forma muy precisa ya que tienen lugar a energías bajas, pueden brindar información útil de nuevas escalas físicas de energía que son muy pesadas para ser detectadas directamente. Es importante calcular las contribuciones a orden de un lazo, de estas nuevas partículas de Kaluza-Klein, a las observables del Modelo Estándar que eventualmente pueden ser sensibles a efectos de nueva física. Los procesos en el modelo estándar que tienen lugar a partir de primer orden, son los mejores candidatos para probar estas teorías, sin embargo, los efectos de estos estados de Kaluza-Klein en los vértices WWZ y $WW\gamma$, serán de interés experimental en el ILC. Por lo que vale la pena ahondar en el estudio teórico de estos vértices bajo nuevos modelos. El vértice $WW\gamma$ ha sido motivo de varios estudios en el contexto de diversos modelos que van más allá del modelo estándar, no solo por su sensibilidad a efectos de nueva física, también existe un interés teórico en estudiar este vértice ya que puede ser útil para investigar el sector de norma del Modelo Estándar. Las contribuciones de un loop al vértice $WW\gamma$, que define las propiedades electromagnéticas del bosón W , han sido calculadas en el Modelo Estándar [22] así como en distintas extensiones de este, como lo son modelos con dos dobletes de Higgs [23], modelos supersimétricos [24, 25, 26], modelos 331 [27, 28], etc.

En este proyecto de tesis de maestría, nos interesa estudiar efectos de nueva física a orden de un lazo sobre los vértices electrodébiles WWV^* , con $V = \gamma$ o Z fuera de la capa de masa, en el contexto de una extensión del SM que surge no de una extensión del grupo de norma del modelo, sino de una ampliación del grupo de Poincaré.

En el proyecto se estudian las contribuciones a orden de un lazo de las excitaciones de Kaluza-Klein (KK) de las partículas del Modelo Estándar sobre los vértices WWV^* , con V^* un fotón o un bosón débil Z virtual. Dicho estudio será realizado en el contexto de *El Modelo Estándar con Dimensiones Extras* [19], el cual es una extensión del Modelo Estándar que incorpora efectos de dimensiones extras compactas. Aparte de la importancia fenomenológica del problema, una motivación adicional para estudiar las correcciones radiativas sobre estos vértices, surgen del hecho de que este tipo de extensiones del Modelo Estándar tienen un comportamiento a nivel de fluctuaciones cuánticas que se aparta sustancialmente de las predicciones de las teorías de campo convencionales, así que su escrutinio a nivel cuántico es, por lo tanto, de importante interés teórico.

El presente trabajo se encuentra estructurado de la siguiente manera: El primer capítulo fue pensado con el propósito de introducir la compleja noción de simetría de norma, a partir de bases conceptuales simples. Se aborda además, de manera cualitativa, los retos que ha planteado la comprensión e interpretación del concepto de simetría de norma y sus diversas manifestaciones presentes en el estudio de la física fundamental. También se introducen formalmente los elementos necesarios para nuestro cálculo; del bagaje teórico y técnico que constituyen al formalismo Campo-Anticampo y se muestra como de este se llega a la simetría BRST, de manera orgánica.

En el segundo capítulo, se construye la teoría efectiva del Modelo Estándar con dimensiones extra, partiendo de la teoría dinámica extradimensional, invariante bajo $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$, detallando cuidadosamente las distintas etapas que conforman al mecanismo de compactificación, para terminar con una teoría efectiva explícitamente invariante bajo los grupos usuales $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$. Se determina el contenido de nuevos campos que emergen del sector bosónico electrodébil, y se despliegan los diversos sectores que lo constituyen. Nos hemos enfocado en dicho sector, pues es a través de los grados de libertad bosónicos, que se manifiestan las intrincaciones dinámicas debidas a simetría de norma. La contribución fermiónica será abordada en una etapa posterior de la investigación. La parte central de este capítulo, sobre la cuál descansa toda esta investigación, compete al procedimiento novedoso que se empleó para fijar la norma covariantemente bajo el grupo electrodébil. Hecho que nos permite mantener intacta dicha simetría

a nivel de los modos cero, para obtener vértices invariantes de norma. Para esto se implementó el formalismo de Batalin-Vilkovisky en la teoría extradimensional para remover las redundancias del sistema de norma. Se termina este capítulo extrayendo de la teoría las interacciones de interés para el cálculo perturbativo, así como las reglas de Feynman que se calcularon a partir de estas.

El capítulo tercero consiste en la exposición meticulosa del cálculo analítico de los diversos diagramas a un lazo, que permite la dinámica de cada uno de los sectores de la teoría efectiva; para los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* . Se extraen de las amplitudes las contribuciones a los factores de forma $\Delta\kappa$ y λ en términos de funciones de Passarino-Veltman B_0 y C_0 . Se encuentran además, relaciones entre las contribuciones del sector fantasma con el de pseudo bosones de Goldstone, como es de esperarse dada la fijación covariante que se realizó.

En el cuarto capítulo se aborda el análisis de los resultados obtenidos, donde mostramos el tratamiento que se le dio a las funciones B_0 y C_0 dentro de las sumas discretas infinitas de Kaluza-Klein. Se encontró que las amplitudes resultantes de integrales de lazo donde circula un número infinito de excitaciones de Kaluza-Klein, se pueden resolver analíticamente en términos de productos entre una función Gamma y una función ℓ dimensional inhomogénea de Epstein, $\Gamma(s)E_\ell^{c^2}(s)$. Mostramos además el camino a seguir para expresar a esta función de Epstein en términos de funciones elementales bien estudiadas en la literatura. Para el escenario de compactificación pesada, se encontró que nuestros resultados son acordes al teorema de desacoplamiento, en el rango energético donde $0 < c^2 < 1$. También se enuncian las dificultades que supone el estudio de los casos $c^2 < 0$ y $c^2 > 1$. Todo esto con la finalidad de elaborar en un futuro, un análisis detallado de nuestros resultados en todo el rango energético posible; que abarca los escenarios de compactificación pesada $c^2 < 1$ y compactificación ligera $c^2 > 1$. Este último escenario no ha recibido atención suficiente en la literatura científica, por lo que su abordaje es uno de nuestros principales objetivos en una fase posterior de esta investigación.

Finalmente cerramos este proyecto con el capítulo 5 donde elaboramos sobre las conclusiones de nuestro proyecto de investigación, así como las perspectivas contempladas a futuro para profundizar en el estudio de estos vértices.

Capítulo 1

Formalismo de Batalin-Vilkovisky y la simetría BRST

Cuando consideramos y reflexionamos acerca de la Naturaleza en su dimensión más amplia, o en torno a la historia humana, o sobre nuestra propia actividad intelectual; a primera vista nos recibe la imagen de un entramado sin fin de relaciones y reacciones, permutaciones y combinaciones, en donde nada permanece como, donde y lo que era, sino que todo se mueve, cambia, se crea y deja de existir. Vemos entonces, en primera instancia, a la imagen como un todo, con sus partes individuales relegadas en mayor o menor medida a un segundo plano; observamos los movimientos, transiciones, conexiones, mas no aquello que se mueve, se combina y se conecta. Esta concepción del mundo ingenua y primitiva, pero esencialmente sensata, pertenece a la antigua filosofía griega, y fue primeramente formulada con claridad por Heráclito: todo es y no es, puesto que todo es fluido, todo es cambio incesante, perpetuamente concebido y destruido.

Friederich Engels
Del socialismo utópico al socialismo
científico.

1.1. Introducción

La riqueza de las teorías fundamentales en las que domina el modo de descripción cuántica de campos, se anuncia como un «delicado entramado de simetrías», siendo la simetría de norma, la forma elemental de esa riqueza. Nuestra investigación, por consiguiente, se inicia con el análisis de la simetría de norma. En particular, con el tratamiento especial al que debe someterse una teoría con simetría de norma, para poder ser cuantizada.

De manera general, que una teoría presente simetría de norma quiere decirnos que la descripción matemática de dicha teoría contiene cierta ambigüedad; es decir, la descripción matemática contiene más grados de libertad que el sistema físico en sí. Dentro de los sistemas de norma, existe la noción de un sistema constreñido, donde las ecuaciones de movimiento contienen funciones arbitrarias que representan la libertad de norma; lo que indetermina la evolución temporal de la descripción matemática. Un ejemplo de sistemas Hamiltonianos con constricciones son las ecuaciones de Maxwell para un campo electromagnético libre. En un sentido más específico, la libertad de norma describe el caso de teorías de Yang-Mills en las interacciones entre partículas elementales, donde la dinámica permitida se encuentra restringida por un principio de simetría local.

La parte sustancial de este capítulo, consiste en detallar formalmente los elementos esenciales del formalismo *Campo-Anticampo* donde emerge de manera orgánica la simetría *BRST*, que contiene en sí a la simetría de norma. Para este propósito seguiremos los pasos sentados en [2], por Gomis *et al.* Comenzamos ahondando en los avances más recientes en el estudio, descripción y comprensión de los sistemas con simetrías de Yang-Mills, recurriendo a la simetría *BRST* y al formalismo *Campo-Anticampo*; como arma principal que nos permitirá atacar el cálculo perturbativo de manera eficaz.

1.2. Formalismo Campo-Anticampo y la Simetría BRST

El auge de la electrodinámica cuántica como teoría cuántica invariante bajo el grupo abeliano $U(1)$, despertó interés en la cuantización de teorías de Yang-Mills, cuyo grupo de simetría es no abeliano. Una manera de abordar esta cuantización es mediante el formalismo de la *integral de caminos*; donde se intentó en un principio fijar la norma de manera que las trayectorias atravesaran las órbitas de gauge una sola vez. Sin embargo, al realizar la expansión perturbativa de la acción con la norma fijada de esta forma, llevó a una pérdida de unitariedad. Esto se solucionó introduciendo campos ficticios, llamados campos *fantasmas*, que sólo se propagaran en las líneas internas de los diagramas, a modo de corregir el problema de unitariedad.

El trabajo de Faddeev y Popov [29] arrojó luz a esta situación; ya que explicaron que al fijar la norma en la integral de caminos, debe considerarse también transformar apropiadamente a la medida de integración. Ellos realizaron esta transformación de la medida en términos de campos escalares de Grassmann (anticommutativos), que después integraron. Estos campos son justamente los campos fantasma y anti-fantasma, de Faddeev y Popov.

El concepto de campos *ghost* (*fantasmas*) se ha cristalizado como primordial para el estudio de sistemas dinámicos físicos equipados con una estructura geométrica local. La vital importancia de la implementación de los campos fantasma, es la de mantener una descripción con simetría local explícita de la teoría cuántica con libertad de norma; en términos de procesos elementales que solo involucren propagadores libres y vértices locales. También aseguran unitariedad e independencia de la elección de norma en virtud únicamente de procesos virtuales [30]. Después de la obra seminal de Faddeev y Popov para cuantizar sistemas con simetría de norma [29], los ghost fueron considerados meros artificios matemáticos que conducían a una representación correcta de la medida de

integración.

Sin embargo, fue con el descubrimiento de la simetría de Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) [2, 31, 32, 33] que se elevó a los campos ghost a jugar un papel mucho más profundo en la teoría. El hecho de que en la simetría BRST, los ghost se mezclen dinámicamente con los demás campos, esclareció el camino para llegar a la interpretación de que todos los campos de la teoría, incluyendo a los ghost, deben ser vistos como diversas manifestaciones de un mismo objeto geométrico.

La idea central de la teoría BRST es sustituir la libertad de norma original por una simetría fermiónica rígida— las variaciones de norma locales determinadas hasta una función arbitraria $\alpha^a(x)$, se convierten ahora en relaciones globales entre grados de libertad interactuantes: A_μ^a y C^a —actuando en un espacio fase extendido adecuadamente. La simetría BRST captura completamente la invarianza de norma original y nos conduce a una formulación más simple y orgánica de la teoría. Incluso podemos ir un paso más lejos que el camino trazado por Faddeev y Popov, al imponer directamente a la simetría BRST como la invarianza fundamental. En esto consiste el formalismo *Campo-Anticampo*, también llamado formalismo de Batalin-Vilkovisky, que nos permite estudiar sistemas de norma más generales, para los cuales el método de Faddeev y Popov es inadecuado.

Para poder desarrollar el formalismo Campo-Anticampo, comenzaremos por introducir las nociones básicas de una teoría de norma y sus ecuaciones constituyentes. Después analizaremos esta estructura y ecuaciones en una teoría pura de Yang-Mills formulada en $(4 + n)$ dimensiones extra, invariante bajo el grupo $SU(N, \mathcal{M}^d)$, donde \mathcal{M}^d es la variedad soporte de $d = 4 + n$ dimensiones y $\mathcal{M}^d \equiv \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$, con \mathcal{N}^n una variedad euclidiana. En tanto no compactifiquemos, se asumirá que los campos dependen tanto de puntos del espacio tiempo usual (denotados por x) como de las dimensiones extra (denotadas por \bar{x}). Posteriormente, construiremos el formalismo campo-anticampo a partir de esta teoría pura de Yang-Mills.

1.2.1. Transformaciones de Norma y su estructura

El ejemplo más familiar de una estructura de norma lo provee una teoría no abeliana de Yang-Mills ([34]); es decir, un grupo de Lie. El conmutador de dos generadores de un álgebra de Lie produce otro generador de álgebra de Lie. Al usar una base, ésta álgebra conmutativa es determinada por las constantes de estructura del grupo de Lie. Por ejemplo, para el álgebra de Lie del grupo $SU(2)$, hay tres generadores y la constante de estructura reside en el tensor antisimétrico de Levi-Civita ϵ^{ijk} . Sin embargo, una álgebra de conmutador determinada por un conjunto abstracto de constantes de estructura no necesariamente constituye a una álgebra de Lie. La identidad de Jacobi, que expresa la asociatividad del álgebra, debe satisfacerse.

Existen casos más complejos donde las constantes de estructura tienen dependencia en los campos; estos casos se conocen como *álgebras suaves*. Para estas teorías la identidad de Jacobi debe ser generalizada, y nuevos objetos tensoriales de grado mayor a las constantes de estructura pueden aparecer.

En otro tipo de teorías, resulta que los generadores de transformaciones de norma no son independientes. Esto ocurre cuando se presenta una “invarianza de norma“ para las transformaciones de norma mismas. Este es el caso de las teorías *reducibles*. Las preguntas que se pretenden resolver en esta sección para una teoría de norma genérica son: 1) ¿Cuales son los tensores estructurales de norma fundamentales? y 2) ¿Qué ecuación necesitan satisfacer? La respuesta a estas preguntas nos conducirá a la estructura de norma de la teoría.

Considérese un sistema cuya dinámica sea gobernada por la acción clásica $S_0[\Phi]$, la cual depende de n campos diferentes $\Phi^i(x)$, $i = 1, \dots, n$. El índice i puede etiquetar índices de Lorentz, espinoriales, o cualquier tipo de índice que distinga distintos campos genéricos. A nivel clásico, los

campos son funciones del espacio tiempo. Para su estudio cuántico, estos campos se promueven a operadores. Para nuestro cometido de introducir la estructura formal de una teoría de norma, nos es suficiente tratar únicamente al caso clásico.

Denotemos a la paridad estadística de los campos Φ^i como $\varepsilon(\Phi^i) = \varepsilon_i$. Cada campo Φ^i es conmutativo ($\varepsilon_i = 0$) o anticonmutativo $\varepsilon_i = 1$. Se tiene que $\Phi^i(x)\Phi^j(y) = (-1)^{\varepsilon_i\varepsilon_j}\Phi^j(y)\Phi^i(x)$.

Asumamos que la acción es invariante bajo un conjunto de m_0 ($m_0 \leq n$) transformaciones de norma no triviales, que en su versión infinitesimal tienen la siguiente forma:

$$\delta\Phi^i(x) = [R_\alpha^i(\Phi)\epsilon^\alpha](x), \quad \alpha = 1 \text{ o } 2 \dots \text{ o } m_0. \quad (1.1)$$

Aquí, $\epsilon^\alpha(x)$ son parámetros de norma infinitesimales; esto es, funciones arbitrarias de las variables del espacio-tiempo x , y R_α^i son los generadores de las transformaciones de norma. Estos generadores son operadores que actúan en los parámetros de norma. En el contexto de transformaciones integrales, $(R_\alpha^i(\Phi)\epsilon^\alpha)(x)$ puede ser representado como $\int dy R_\alpha^i(x, y)\epsilon^\alpha(y)$.

Es conveniente en este punto adoptar la siguiente notación. A menos que se indique lo contrario, la aparición de un índice discreto implica también la presencia de una variable espacio-temporal. De esta manera, al emplear la convención de suma en donde aparecen índices discretos repetidos, no solo se estará indicando una suma en dicho índice, sino también una integración sobre la variable del espacio tiempo correspondiente. Consideremos el siguiente producto matricial:

$$f_B^A = g_C^A h_B^C, \quad (1.2)$$

en esta notación compacta, este no es únicamente un producto en el espacio de índices, sino también en el espacio de funciones. Esta ecuación resume

$$f_B^A(x, y) = \sum_C \int dz g_C^A(x, z) h_B^C(z, y), \quad (1.3)$$

en la notación convencional. Aquí, la suma discreta sobre C lleva implícita también una suma continua sobre z ; mientras que los índices A y B representan además dependencia en las etiquetas continuas x y y , respectivamente.

Con esta convención en mano, las leyes de transformación

$$\delta\Phi^i(x) = \sum_\alpha \int dy R_\alpha^i(x, y)\epsilon^\alpha(y), \quad (1.4)$$

pueden escribirse sucintamente como

$$\delta\Phi^i = R_\alpha^i \epsilon^\alpha. \quad (1.5)$$

Aquí la suma discreta sobre α incluye la integración sobre y . Denotemos mediante $S_{0,i}(\Phi, x)$ a la variación de la acción respecto a $\Phi^i(x)$:

$$S_{0,i}(\Phi, x) \equiv \frac{\partial_r S_0[\Phi]}{\partial\Phi^i}, \quad (1.6)$$

donde el subíndice r denota derivación por la derecha. El hecho de que la acción sea invariante bajo transformaciones de norma de la forma (1.1) significa que las identidades de Noether

$$\int dx \sum_{i=1}^n S_{0,i}(x) R_\alpha^i(x, y) = 0, \quad (1.7)$$

se satisfacen. En notación compacta esto se lee como:

$$S_{0,i}R_\alpha^i = 0. \quad (1.8)$$

Las identidades de Noether son las ecuaciones clave de este apartado y pueden incluso considerarse como aquellas que determinan que una teoría sea invariante bajo transformaciones de norma de la forma (1.1).

Para comenzar teoría perturbativa, el punto de partida son las soluciones a las ecuaciones clásicas de movimiento $S_{0,i}(\Phi, x) = 0$ y luego realizamos una expansión al rededor de este punto. Se asume la existencia de al menos un punto estacionario $\Phi_0 = \{\Phi_0^j\}$ tal que

$$S_{0,i} \Big|_{\Phi_0} = 0. \quad (1.9)$$

Esto define a una superficie Σ en el espacio de funciones, que es de dimensión infinita en la presencia de simetrías de norma.

Como consecuencia de las identidades de Noether, las ecuaciones de movimiento no son independientes. Nuevos puntos de silla pueden ser encontrados aplicando transformaciones de norma a alguna solución particular. Estas nuevas soluciones no deben ser consideradas como un indicador de nueva física; los campos relacionados vía transformaciones de norma infinitesimales se consideran equivalentes.

Un aspecto crucial en donde la dificultad para cuantizar este tipo de teorías es expuesta, es que las identidades de Noether implican también que los propagadores no existen. Al derivar a las identidades por la izquierda respecto a Φ^j , se obtiene

$$\left(\frac{\partial_l \partial_r S_0}{\partial \Phi^i \partial \Phi^j} \right) R_\alpha^j \Big|_{\Phi_0} = 0. \quad (1.10)$$

Es decir, el hessiano $\partial_l \partial_r S_0 / \partial \Phi^i \partial \Phi^j$ de S_0 es degenerado en todo punto de la superficie estacionaria Σ . Los operadores R_α^i son los vectores nulos *on-shell*— las configuraciones de campos donde se cumplen las ecuaciones de movimiento —de este hessiano. Como los propagadores involucran el inverso de este hessiano, los propagadores no existen para ciertas combinaciones de campos. Esto significa que la expansión de lazos habitual no puede implementarse directamente, se requiere la introducción de un método para atravesar este problema.

Teorías de Yang-Mills

La teoría de Yang-Mills puede considerarse como la teoría de norma más conocida. Para cada álgebra de Lie \mathcal{G} , hay una teoría diferente. Los campos fundamentales son los potenciales de norma A_M^a donde hay un índice a por cada generador T^a del álgebra. En representación matricial, estos generadores son matrices antihermitianas normalizadas de tal forma que $Tr(T^a T^b) = -\delta^{ab}$. Los generadores satisfacen

$$[T^a, T^b] = f^{abc} T^c, \quad (1.11)$$

donde f^{abc} son las constantes de estructura de \mathcal{G} , son cantidades reales antisimétricas que deben satisfacer la identidad de Jacobi

$$f^{abe} f^{ecd} + f^{bce} f^{ead} + f^{cae} f^{ebd} = 0. \quad (1.12)$$

La acción de Yang-Mills es

$$S_0[\mathcal{A}^{aM}] = \int d^d x \left(-\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{F}_a^{MN} \right), \quad (1.13)$$

donde las curvaturas se definen como $\mathcal{F}_{MN}^a = \partial_M \mathcal{A}_N^a - \partial_N \mathcal{A}_M^a + g f^{abc} \mathcal{A}_M^b \mathcal{A}_N^c$. Los índices de Lorentz extradimensionales se denotarán con letras latinas mayúsculas y se definen como $M = 0, 1, 2, 3; 5, \dots, n \equiv \mu; \bar{\mu}$.

Las ecuaciones de movimiento, las transformaciones de norma y el álgebra de gauge son:

$$\mathcal{D}_M^{ab} \mathcal{F}_{MN}^b = 0, \quad (1.14)$$

$$\delta \mathcal{A}_M^a = \mathcal{D}^{Mab} \alpha^b, \quad (1.15)$$

$$[\delta_{\alpha_1}, \delta_{\alpha_2}] \mathcal{A}_M^c = \delta_{(\alpha_1, \alpha_2)} \mathcal{A}_M^c = \mathcal{D}_M^{cd} (g f^{abd} \alpha_1^b \alpha_2^a), \quad (1.16)$$

de manera que $\delta_{(\alpha_1, \alpha_2)} = g f^{abd} \alpha_1^b \alpha_2^a$. La derivada covariante es

$$\mathcal{D}_M^{ab} = \delta^{ab} \partial_M - g f^{abc} \mathcal{A}_M^c. \quad (1.17)$$

El operador R_α^i en (1.1) corresponde a \mathcal{D}_M^{ab} .

1.2.2. Formalismo de Batalin-Vilkovisky

Como se mostró anteriormente, una teoría con simetrías de norma no permite una cuantización como usualmente se procede en teorías de campo. Al ser el hessiano degenerado on-shell, la cuantización perturbativa por medio de propagadores y vértices no es posible. Cuantizar teorías de esta naturaleza de una manera covariante de norma, fue la motivación principal para desarrollar al formalismo campo-anticampo. A continuación presentaremos una síntesis de este formalismo en su versión clásica y el camino a seguir para su implementación cuántica. Esta sección se sustenta en el desarrollo meticuloso realizado en [2], donde además del caso de Yang-Mills, considera la cuantización de diversos sistemas de norma con este formalismo de Batalin-Vilkovisky.

Al espacio de configuración original, conformado por los campos de norma $\mathcal{A}^{aM}(x, \bar{x})$, se le añaden los campos ghost $\mathcal{C}^a(x, \bar{x})$ como grados de libertad físicos, tomando estos el papel de los parámetros de norma de la teoría $\alpha^a(x, \bar{x})$; que usualmente no se consideran como campos interactuantes. Los campos ghost se definen con estadística opuesta a los parámetros de norma:

$$\epsilon(\mathcal{C}^a) = \epsilon(\alpha^a) + 1 = 1 \pmod{2} \quad (1.18)$$

Así que son grados de libertad fermiónicos. Se asigna una carga aditiva conservada, denominada número de ghost, a cada uno de estos campos. A los campos originales \mathcal{A}^{aM} se les asigna un número de ghost cero, mientras que los campos \mathcal{C}^a tienen un número de ghost uno:

$$gh[\mathcal{A}^{aM}] = 0 \quad \text{y} \quad gh[\mathcal{C}^a] = 1 \quad (1.19)$$

Luego de este paso, introducimos un conjunto de nuevas variables dinámicas, se añade un anticampo por cada campo existente en la teoría:

$$\Phi^A = \{\mathcal{A}^{aM}, \mathcal{C}^a\} \leftarrow \text{Campos de la teoría} \quad (1.20)$$

$$\Phi_A^* = \{\mathcal{A}_{aM}^*, \mathcal{C}_a^*\} \leftarrow \text{Anticampos añadidos} \quad (1.21)$$

Formalismo de Batalin-Vilkovisky y la simetría BRST
1.2 Formalismo Campo-Anticampo y la Simetría BRST

Para distinguir a los campos de los anticampos, a estos últimos se les denota con un asterisco y se cambia la posición de los índices. La estadística y número de ghost de los anticampos están dados por:

$$gh[\Phi_A^*] = -gh[\Phi^A] - 1 \quad y \quad \epsilon(\Phi_A^*) = \epsilon(\Phi^A) + 1 \pmod{2} \quad (1.22)$$

Así que en nuestro caso de interés, tenemos

$$gh[\mathcal{A}_{aM}^*] = -1 \quad y \quad gh[\mathcal{C}_a^*] = -2, \quad (1.23)$$

$$\epsilon(\mathcal{A}_{aM}^*) = 1 \quad y \quad \epsilon(\mathcal{C}_a^*) = 0. \quad (1.24)$$

Se define una estructura simpléctica en el espacio de campos y anticampos, llamado antiparéntesis, con propiedades similares al paréntesis de Poisson gradado, definido como:

$$(X, Y) = \frac{\delta_r X}{\delta \Phi^A} \frac{\delta_l Y}{\delta \Phi_A^*} - \frac{\delta_r X}{\delta \Phi_A^*} \frac{\delta_l Y}{\delta \Phi^A}, \quad (1.25)$$

donde $X[\Phi^A, \Phi_A^*]$ y $Y[\Phi^A, \Phi_A^*]$ son funcionales que dependen de los campos y anticampos.

El antibracket define una estructura simpléctica impar ya que se puede expresar como:

$$(X, Y) = \frac{\delta_r X}{\delta z^a} \zeta^{ab} \frac{\delta_l Y}{\delta \Phi^b}, \quad \zeta^{ab} \equiv \begin{pmatrix} 0 & \delta_B^A \\ -\delta_B^A & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.26)$$

al agrupar colectivamente a los campos y anticampos bajo el índice $z^a = \{\Phi^A, \Phi_A^*\}$, $a = 1, \dots, 2N$, siendo N el número de campos Φ^A . El antiparéntesis en el espacio de campos y anticampos juega un papel análogo a aquel del paréntesis de Poisson. Mientras que el paréntesis de Poisson se utiliza a nivel clásico en sistemas Hamiltonianos, el antibracket se utiliza tanto a nivel clásico como cuántico en el formalismo lagrangiano. El anticampo Φ_A^* se puede pensar como el conjugado canónico de Φ^A , ya que

$$(\Phi^A, \Phi_A^*) = \delta_B^A. \quad (1.27)$$

Se introduce la noción de transformación canónica en el sentido de invarianza del antiparéntesis.

La acción clásica S_0 , que en el caso de una teoría de Yang-Mills pura tiene la forma

$$S_0[\mathcal{A}^{aM}] = \int d^d x \left(-\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{F}_a^{MN} \right), \quad (1.28)$$

es extendida para incluir términos que involucren a los campos ghost y a los anticampos, esta acción extendida la denotamos por S . Se define la ecuación maestra clásica haciendo uso del antiparéntesis:

$$(S, S) = 2 \frac{\delta_r S}{\delta \Phi^A} \frac{\delta_l S}{\delta \Phi_A^*} = 0, \quad (1.29)$$

donde $S[\Phi, \Phi^*]$ es una funcional de campos y anticampos con dimensiones de acción, número ghost cero y estadística par. Tomaremos a S como la acción de los campos y anticampos, aunque cabe aclarar que no toda solución a (1.29) es de interés. Las variaciones de la acción respecto a Φ^A y Φ_A^* , son las ecuaciones de movimiento:

$$\frac{\partial_r S}{\partial z^a} = 0. \quad (1.30)$$

Asumimos la existencia de al menos un punto estacionario para el cuál la ecuación (1.30) se cumpla. Denotamos mediante Σ a dicho subespacio de puntos estacionarios en el espacio de campos y anticampos:

$$\Sigma \iff \left\{ \frac{\partial_r S}{\partial z^a} = 0 \right\}. \quad (1.31)$$

Una acción S que satisface la ecuación maestra (1.29) posee su propio conjunto de invarianzas de norma. Al diferenciar (1.29) respecto a z^b se obtiene

$$\frac{\partial_r S}{\partial z^a} \mathcal{R}_b^a = 0, \quad a = 1, \dots, 2N, \quad (1.32)$$

$$\mathcal{R}_b^a \equiv \zeta^{ac} \frac{\partial_l \partial_r S}{\partial z^c \partial z^b}. \quad (1.33)$$

Aunque pareciera que existen $2N$ invarianzas de normas, no todas son independientes on-shell. Al diferenciar (1.32) respecto a z^d , multiplicar por ζ^{cd} , usando la definición de R_b^a en (1.33) e imponiendo la condición estacionaria (1.30), se encuentra que

$$R_a^c R_b^a \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (1.34)$$

es decir, R_b^a es nilpotente on-shell. Del álgebra lineal se conoce el resultado de que una matriz nilpotente $2N \times 2N$ tiene un rango menor o igual que N . En el punto estacionario existen al menos N relaciones entre los generadores de norma R_b^a y por lo que las $2N - r$ transformaciones de norma independientes on-shell es mayor o igual que N , donde r es el rango del hessiano de S en Σ :

$$r \equiv \text{rank} \left(\frac{\partial_l \partial_r S}{\partial z^a \partial z^b} \Big|_{\Sigma} \right). \quad (1.35)$$

Una solución a la ecuación maestra se denomina *solución propia* si

$$r = N, \quad (1.36)$$

además de requerir que la acción S contenga a la acción original S_0 , esto se logra imponiendo la siguiente condición de frontera en S

$$S[\Phi, \Phi^*] \Big|_{\Phi^*=0} = S_0[\Phi]. \quad (1.37)$$

Usualmente sólo las soluciones propias son de interés, ya que si $r = N$, el número de invarianzas de norma independientes del tipo (1.32) es igual al número de anticampos, que no son físicos y es necesario removerlos de manera especial de la teoría, de tal suerte que remover a los anticampos remueva a la vez la degeneración de las invarianzas de norma. Esta remoción se logra mediante un procedimiento de fijación de norma.

Para poder proceder con la fijación de norma y cuantización mediante integral de caminos, es necesario extender el conjunto mínimo de campos a uno no-mínimo. Resulta ser que se pueden añadir pares triviales a la teoría sin que se altere la ecuación maestra. Sean $\bar{\mathcal{C}}^a$ y \mathcal{B}^a dos nuevos campos, y $\bar{\mathcal{C}}_a^*$ y \mathcal{B}_a^* sus respectivos anticampos. Escogemos la paridad y número de ghost de estos nuevos campos de manera que

$$gh[\mathcal{B}^a] = gh[\bar{\mathcal{C}}^a] + 1 \quad \epsilon(\mathcal{B}^a) = \epsilon(\bar{\mathcal{C}}^a) + 1 \pmod{2}, \quad (1.38)$$

con esto se tiene que $gh[\bar{\mathcal{C}}_a^*] = -gh[\bar{\mathcal{C}}^a] - 1 = -gh[\mathcal{B}_a^*]$; y $\epsilon(\bar{\mathcal{C}}_a^*) = \epsilon(\bar{\mathcal{C}}^a) + 1 = \epsilon(\mathcal{B}^a)$. Con esto se tiene que la acción trivial

$$S_{triv} = \int d^d x \mathcal{B}^a \bar{\mathcal{C}}_a^* \quad (1.39)$$

se puede añadir a S sin afectar a la ecuación maestra. Cuando se implementa un conjunto no-mínimo de campos, la solución propia a la ecuación maestra es única hasta una transformación canónica y la introducción de pares triviales.

1.2.3. La simetría BRST clásica

La simetría BRST es un concepto crucial en las teorías con simetría de norma. La simetría BRST es el remanente de la invarianza de norma una vez se ha removido la degeneración; es decir, fijar la norma. Los tres aspectos que gobiernan a la transformación BRST son: nilpotencia, derivación gradada e invarianza de la acción S .

Incluso antes de fijar la norma, el formalismo campo-anticampo contiene a la simetría BRST. Mediante el antibracket, el generador δ_B de esta simetría es la solución propia misma. La transformación BRST clásica de una funcional X de campos y anticampos se define como

$$\delta_B X \equiv (X, S). \quad (1.40)$$

Las reglas de transformación para campos y anticampos es

$$\delta_B \Phi^A = \frac{\partial_l S}{\partial \Phi_A^*} \quad (1.41)$$

$$\delta_B \Phi_A^* = -\frac{\partial_l S}{\partial \Phi^A} = (-1)^{(\epsilon_A+1)} \frac{\partial_r S}{\partial \Phi^A}. \quad (1.42)$$

Como una consecuencia de la ecuación maestra, la acción S de campos y anticampos es invariante BRST

$$\delta_B S = 0. \quad (1.43)$$

El operador BRST δ es una derivación gradada nilpotente, dadas dos funcionales X y Y ,

$$\delta_B (XY) = X \delta_B Y + (-1)^{\epsilon_Y} (\delta_B X) Y, \quad (1.44)$$

$$\delta_B^2 X = 0. \quad (1.45)$$

Una funcional \mathcal{O} es una *observable clásica* si $\delta_B^2 \mathcal{O} = 0$ y $\mathcal{O} \neq \delta_B Y$, para alguna Y . Dos observables se consideran equivalentes si difieren por una variación BRST. Una combinación lineal y un producto de dos observables clásicas son invariantes BRST, por lo que las observables forman un álgebra.

Simetría BRST en Yang-Mills

Las teorías de Yang-Mills contienen un álgebra cerrada irreducible. El número de parámetros de norma es el rango del grupo. La solución propia que satisface la ecuación maestra clásica (1.29) es

$$S = \int d^d x \left\{ -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{F}^{aMN} + \mathcal{A}_{aM}^* \mathcal{D}^{abM} \mathcal{C}^b + \frac{1}{2} f^{abc} \mathcal{C}_c^* \mathcal{C}^b \mathcal{C}^a \right\}. \quad (1.46)$$

Las transformaciones BRST (1.41) y (1.42) son

$$\delta_B \mathcal{A}^{aM} = \mathcal{D}^{abM} \mathcal{C}^b, \quad (1.47)$$

$$\delta_B \mathcal{C}^a = \frac{1}{2} f^{bca} \mathcal{C}^c \mathcal{C}^b, \quad (1.48)$$

$$\delta_B \mathcal{A}_{aM}^* = -\mathcal{D}^{abN} \mathcal{F}_{NM}^b + f^{abc} \mathcal{A}_{cM}^* \mathcal{C}^b, \quad (1.49)$$

$$\delta_B \mathcal{C}_a^* = -\mathcal{D}^{abM} \mathcal{A}_{bM}^* + f^{abc} \mathcal{C}_c^* \mathcal{C}^b. \quad (1.50)$$

1.2.4. Funcional fermiónica y fijación de norma

El proceso de fijación de norma en el formalismo campo-anticampo prepara el terreno para proceder con la cuantización, vía integral de caminos, de teorías de norma. La solución propia S tiene N invarianzas de norma, que es igual al número de anticampos que contiene. La eliminación apropiada de los anticampos permite a la vez remover la degeneración de la teoría.

El concepto central en este proceso es una funcional Ψ con número ghost -1 y estadística impar $\epsilon(\Psi) = 1$. Sin embargo, la acción extendida S (1.46) no posee ningún campo que tenga número ghost -1 . Para poder construir una funcional Ψ adecuada, el par trivial de campos en (1.39) debe añadirse con la siguiente paridad y número ghost:

$$\epsilon(\bar{\mathcal{C}}^a) = \epsilon(\alpha^a) + 1 = 1 \quad , \quad \epsilon(\mathcal{B}^a) = \epsilon(\alpha^a) = 0, \quad (1.51)$$

$$gh[\bar{\mathcal{C}}^a] = -1 \quad , \quad gh[\mathcal{B}^a] = 0. \quad (1.52)$$

Los campos $\bar{\mathcal{C}}^a$ son los antifantasma de Faddeev-Popov de los campos \mathcal{C}^a .

No es posible remover los anticampos haciéndolos cero ya que regresaríamos a la teoría original S_0 , que posee degeneraciones. Los anticampos son eliminados usando una funcional fermiónica que fije la norma mediante

$$\Phi_A^* = \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi^A}. \quad (1.53)$$

Para que se cumpla esta ecuación, es necesario que Ψ sea fermiónica y con número ghost -1 . Estos atributos de Ψ no son una definición, sino que se imponen por consistencia. Denotamos a a superficie en el espacio funcional determinada por (1.53), como Σ_Ψ :

$$\Sigma_\Psi \iff \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi^A} = 0 \right\}. \quad (1.54)$$

La acción con norma fijada correspondiente es $S|_{\Sigma_\Psi} \equiv S_\Psi$. Esta acción con norma fijada ya no tiene invarianza de norma.

Para cuantizar la teoría, usamos el enfoque de integral de caminos con la implementación de la condición (1.53) mediante una función delta:

$$\begin{aligned} I_\Psi(X) &= \int [d\Phi][d\Phi^*] \delta\left(\Phi^* - \frac{\delta \Psi}{\delta \Phi^A}\right) e^{\frac{i}{\hbar} W[\Phi, \Phi^*]} X[\Phi, \Phi^*] \\ &= \int [d\Phi] e^{\frac{i}{\hbar} W[\Phi, \frac{\delta \Psi}{\delta \Phi}]} X\left[\Phi, \frac{\delta \Psi}{\delta \Phi}\right], \end{aligned} \quad (1.55)$$

donde X es alguna función de Green de interés. Aquí W corresponde a la generalización cuántica de la acción de anticampos S , que deben coincidir en el límite $\hbar \rightarrow 0$. Una elección de Ψ que permita la existencia de propagadores se conoce como *admissible*. Elegir una Ψ admisible adecuada es cuestión de destreza, ya que una elección juiciosa puede llevar a grandes simplificaciones en los cálculos, y la elección dependerá del cálculo en cuestión; funciones de Green, elementos de matriz

Formalismo de Batalin-Vilkovisky y la simetría BRST
1.2 Formalismo Campo-Anticampo y la Simetría BRST

S , renormalización, etc. La libertad que existe de elegir a Ψ corresponde a la libertad de elegir el procedimiento de fijación de la norma.

Sea el integrando en (1.55)

$$\mathcal{I}[\Phi, \Phi^*] \equiv e^{\frac{i}{\hbar} W[\Phi, \Phi^*]} X[\Phi, \Phi^*]. \quad (1.56)$$

Para que la integral $I_\Psi(X)$ sea infinitesimalmente independiente de la elección de Ψ , debe cumplirse que

$$\Delta \mathcal{I} = 0, \quad (1.57)$$

donde Δ es un operador de divergencia nilpotente en el espacio de campos y anticampos definido por

$$\Delta \equiv (-1)^{(\epsilon_A+1)} \frac{\partial_r}{\partial \Phi^A} \frac{\partial_r}{\partial \Phi_A^*}. \quad (1.58)$$

La funcional fundamental \mathcal{Z} , que se obtiene haciendo $X = 1$ en (1.55), también debe ser independiente de la norma, es decir, de la elección de Ψ . Esto sucede si W satisface la ecuación maestra clásica

$$\frac{1}{2} (W, W) = i\hbar \Delta W. \quad (1.59)$$

Cuando W satisface esta condición, entonces se requiere que la función de Green X debe satisfacer

$$(X, W) = i\hbar \Delta X, \quad (1.60)$$

si ha de ser independiente de la norma. Las ecuaciones (1.59) y (1.60) resumen las condiciones para que un cálculo sea independiente de la elección de Ψ . Estas condiciones se usan también para construir expansiones en serie de W y X .

Fijación de Norma en Yang-Mills

La solución propia de Yang-Mills, incluyendo la introducción del par trivial es:

$$S = \int d^d x \left\{ -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a \mathcal{F}^{aMN} + \mathcal{A}_{aM}^* \mathcal{D}^{abM} \mathcal{C}^b + \frac{1}{2} f^{abc} \mathcal{C}_c^* \mathcal{C}^b \mathcal{C}^a + \mathcal{B}^a \bar{\mathcal{C}}_a^* \right\}. \quad (1.61)$$

Una funcional que cumple los requisitos de estadística impar y número de ghost -1 es

$$\Psi = \int d^d x \bar{\mathcal{C}}_a^* \left(f^a + \frac{\xi}{2} \mathcal{B}^a \right), \quad (1.62)$$

donde f^a recibe el nombre de la *función que fija la norma*. Esta depende de los campos y sus derivadas, además de ser real e invariante de Lorentz y cumplir $\epsilon(f^a) = 0$, $gh[f^a] = 0$. El parámetro de norma $\xi \geq 0$ es una cantidad real.

La eliminación de los anticampos se efectúa usando (1.53), para obtener

$$\mathcal{A}_{aM}^* = \frac{\delta \Psi}{\delta \mathcal{A}^{aM}} = \bar{\mathcal{C}}^b \left(\frac{\partial f^b}{\partial \mathcal{A}^{aM}} - \partial_N \frac{\partial f^b}{\partial (\partial^N \mathcal{A}^{aM})} \right), \quad (1.63)$$

$$\mathcal{C}_a^* = \frac{\delta \Psi}{\delta \mathcal{C}^a} = \frac{\partial f^b}{\partial \mathcal{C}^a} \bar{\mathcal{C}}^b, \quad (1.64)$$

$$\bar{\mathcal{C}}_a^* = \frac{\delta \Psi}{\delta \bar{\mathcal{C}}^a} = f^a + \frac{\xi}{2} \mathcal{B}^a + \frac{\partial f^b}{\partial \bar{\mathcal{C}}^a} \bar{\mathcal{C}}^b \quad (1.65)$$

$$\mathcal{B}_a^* = \frac{\delta\Psi}{\delta\mathcal{B}^a} = \frac{\xi}{2}\bar{\mathcal{C}}^a. \quad (1.66)$$

Con esto se obtiene la acción BRST con norma fijada

$$S_\Psi = \int d^d x \left\{ -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{MN}^a\mathcal{F}^{aMN} + \bar{\mathcal{C}}^b \left(\frac{\partial f^b}{\partial\mathcal{A}^{aM}} - \partial_N \frac{\partial f^b}{\partial(\partial^N\mathcal{A}^{aM})} \right) \mathcal{D}^{acM}\mathcal{C}^c \right. \\ \left. + \frac{1}{2}f^{abc} \frac{\partial f^d}{\partial\mathcal{C}^c} \bar{\mathcal{C}}^d \mathcal{C}^b \mathcal{C}^a + \mathcal{B}^a \left(f^a + \frac{\xi}{2}\mathcal{B}^a + \frac{\partial f^b}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a} \bar{\mathcal{C}}^b \right) \right\}. \quad (1.67)$$

La teoría S_Ψ hereda un remanente de la simetría BRST, definida por el operador

$$\delta_{B\Psi} X \equiv (X, S) \Big|_{\Sigma_\Psi}. \quad (1.68)$$

Las transformaciones BRST con norma fijada, en el caso de teorías de Yang-Mills, son

$$\delta_{B\Psi}\mathcal{A}^{aM} = \mathcal{D}^{abM}\mathcal{C}^b, \quad (1.69a)$$

$$\delta_{B\Psi}\mathcal{C}^a = \frac{1}{2}f^{abc}\mathcal{C}^b\mathcal{C}^c, \quad (1.69b)$$

$$\delta_{B\Psi}\bar{\mathcal{C}}^a = \mathcal{B}^a, \quad (1.69c)$$

$$\delta_{B\Psi}\mathcal{B}^a = 0. \quad (1.69d)$$

En lo que respecta a los campos \mathcal{B}^a , la acción S_Ψ únicamente depende cuadráticamente de estos y no tienen término cinético. Esto permite integrarlos directamente en la funcional fundamental \mathcal{Z} mediante una integral Gaussiana; en donde se evalúa a los campos \mathcal{B}^a usando sus ecuaciones de movimiento

$$\frac{\partial\mathcal{L}_\Psi}{\partial\mathcal{B}^a} = f^a + \xi\mathcal{B}^a + \frac{\partial f^b}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a}\bar{\mathcal{C}}^b = 0, \quad (1.70)$$

lo cuál implica que

$$\mathcal{B}^a = -\frac{1}{\xi} \left(f^a + \frac{\partial f^b}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a}\bar{\mathcal{C}}^b \right). \quad (1.71)$$

Al sustituir este resultado en S_Ψ , se tiene

$$\mathcal{L}_\Psi = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{FPG}, \quad (1.72)$$

Con

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{MN}^a\mathcal{F}^{aMN}, \quad (1.73)$$

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi}f^a f^a, \quad (1.74)$$

$$\mathcal{L}_{FPG} = \bar{\mathcal{C}}^b \left(\frac{\partial f^b}{\partial\mathcal{A}^{aM}} - \partial_N \frac{\partial f^b}{\partial(\partial^N\mathcal{A}^{aM})} \right) \mathcal{D}^{acM}\mathcal{C}^c + \frac{1}{2}f^{abc} \frac{\partial f^d}{\partial\mathcal{C}^c} \bar{\mathcal{C}}^d \mathcal{C}^b \mathcal{C}^a \\ - \frac{1}{\xi}f^a \bar{\mathcal{C}}^b \frac{\partial f^b}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a} - \frac{1}{2\xi}\bar{\mathcal{C}}^b \frac{\partial f^b}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a} \bar{\mathcal{C}}^c \frac{\partial f^c}{\partial\bar{\mathcal{C}}^a}. \quad (1.75)$$

Formalismo de Batalin-Vilkovisky y la simetría BRST

1.2 Formalismo Campo-Anticampo y la Simetría BRST

El lagrangiano \mathcal{L}_Ψ (1.72) ha perdido ya su invarianza de norma, pero en 1975 Becchi, Rouet y Stora [31, 32]; e independientemente por Tyutin [33], descubrieron que \mathcal{L}_Ψ aún exhibe un remanente de esta simetría de norma, conocida como la simetría *BRST con norma fijada*. Esta es la simetría que prevalece a nivel cuántico. Podemos apreciar que mediante estas transformaciones, se modifica el carácter local de las transformaciones de norma originales (1.15), por relaciones globales entre los grados de libertad dinámicos de la teoría. Esto permite eliminar la degeneración de la teoría, y al mismo tiempo preservar una especie de “invarianza“ de norma dada por (1.69).

Capítulo 2

El Modelo Estándar con Dimensiones Extra Universales

El ser humano se apropia de su ser omnilateral de un modo omnilateral y, por tanto, como ser total. Cada una de sus relaciones *humanas* con el mundo— la vista, el oído, el olfato, el gusto, la sensibilidad, el pensamiento, la intuición, la percepción, la voluntad, la actividad, el amor —en una palabra, todos los órganos de su individualidad, como órganos que son directamente en su forma órganos comunales, representan, en su comportamiento *objetivo*, o, en su *comportamiento* hacia el *objeto*; la apropiación de éste. La apropiación de la realidad *humana*, su proceder hacia el objeto, es la *confirmación* de la *realidad humana*; es, por tanto, algo tan múltiple como múltiples son las *determinaciones esenciales* y las *actividades humanas*. Es *efectividad humana* y *sufrimiento humano*, pues el sufrimiento, humanamente concebido, es un goce del ser.

Karl Marx
Manuscritos Económicos y Filosóficos de
1844

2.1. Introducción

Partimos de una teoría efectiva de norma cuyos grados de libertad se rigen por los grupos extendidos $\{ISO(1, 3+n), G_{SM}(\mathcal{M}^d)\}$ y que, junto con sus parámetros de norma, están definidos en la totalidad de la variedad soporte $\mathcal{M}^d = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$; donde \mathcal{M}^4 es el espacio tiempo usual de Minkowski y \mathcal{N}^n representa una extensión espacial que consiste en una variedad compacta euclidiana n -dimensional. La acción de nuestra teoría se asume como una funcional de campos de norma y de materia, que denotamos aquí genéricamente como χ^A , definidos en los puntos de la variedad extendida $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^d$ con $x \in \mathcal{M}^4$ y $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$; estos campos constituyen distintas representaciones del grupo de Lorentz extendido $SO(1, 3+n)$. Debido a la dimensionalidad de la teoría $d = 4 + n$, con n un número arbitrario de dimensiones extras espaciales, esta teoría no es renormalizable mediante conteo de potencias, por lo que la acción correspondiente consiste en una serie infinita de términos invariantes de norma y de Lorentz de dimensión canónica ascendente:

$$S = \int d^4x d^n\bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}(\chi^A(x, \bar{x}), \partial_M \chi^A(x, \bar{x})) \quad (2.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}(\chi^A(x, \bar{x}), \partial_M \chi^A(x, \bar{x})) &= \mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}(\chi^A(x, \bar{x}), \partial_M \chi^A(x, \bar{x})) \\ &+ \sum_{\mathbf{d}} \frac{\lambda_{\mathbf{d}}}{\Lambda^{\mathbf{d}}} \mathcal{L}^{(\mathbf{d}+\mathbf{d})}(\chi^A(x, \bar{x}), \partial_M \chi^A(x, \bar{x})). \end{aligned} \quad (2.2)$$

En esta última expresión, el primer término $\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}$ consta de una réplica fiel de la lagrangiana del Modelo Estándar 4-dimensional, definida ahora en d dimensiones. La expresión $\mathcal{L}^{(\mathbf{d}+\mathbf{d})}$ denota interacciones invariantes de norma y de Lorentz de dimensión canónica mayor a d ; que involucran a los campos χ^A y sus derivadas $\partial_M \chi^A$, todas multiplicadas por constantes desconocidas $\lambda_{\mathbf{d}}/\Lambda^{\mathbf{d}}$. Estos términos de dimensión canónica creciente— cada término de la serie tiene mayor dimensión canónica que el anterior —mayor a d , son suprimidos por potencias inversas de una escala de energía desconocida Λ , la cuál se asume mucho mayor a la escala de Fermi. Notamos además el hecho de que el primer término no depende de la escala fundamental Λ , aunque sí depende de constantes de acoplamiento no adimensionales; hecho que, más adelante, será central en la descripción 4-dimensional de la teoría.

Asumimos que el tamaño promedio, R , de las dimensiones extra está muy por encima de la escala de distancias en la que esta teoría es válida, Λ^{-1} ; que para todo fin práctico, estas dimensiones extra pueden considerarse de tamaño infinito. Para energías mucho mayores que la escala de compactificación, R^{-1} , la descripción de campos es necesariamente invariante respecto a $ISO(1, 3+n)$ — donde se emplea una métrica $g_{MN} = \text{diag}(1, -1, \dots, -1)$. Sin embargo, dentro del enfoque de teorías efectivas, es posible derivar una descripción de bajas energías en donde n de las $3+n$ dimensiones presentan una geometría compacta; es decir, las n dimensiones extra están *compactificadas*. A este tratamiento nos referiremos como *mecanismo de compactificación*.

Nuestro objetivo es construir una extensión 4-dimensional del Modelo Estándar de toda la vida, asumiendo ahora la existencia de dimensiones extra compactificadas. De manera más precisa, nuestros esfuerzos están dirigidos en determinar las implicaciones fenomenológicas que la existencia de dimensiones extra tendría; sobre la dinámica propuesta por los grupos de simetría del Modelo Estándar. Para este cometido precisamos definir mapeos canónicos que nos permitan descender al régimen de bajas energías donde se manifiesta la geometría compacta de las dimensiones extra— de hecho, en la aproximación de lagrangiana efectiva, la teoría es válida sólo para energías menores a Λ . Esto se lleva a cabo rompiendo la simetría extendida $\{ISO(1, 3+n), G_{SM}(\mathcal{M}^d)\}$ en la simetría usual del Modelo Estándar $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$. El mecanismo de compactificación (a la escala

R^{-1}), seguido por el mecanismo de Higgs (a la escala v), se puede esquematizar en los siguientes rompimientos de simetría:

$$\begin{aligned} \{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\} &\xrightarrow{R^{-1}} \{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\} \\ &\xrightarrow{v} \{ISO(1, 3), SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times U_e(1, \mathcal{M}^4)\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Considerando que tanto $SO(1, 3)$ como $SO(n)$ son subgrupos de $SO(1, 3 + n)$, en el caso de campos vectoriales $\mathcal{A}_M(x, \bar{x})$ ($M = 0, 1, 2, 3; 5, \dots, d = \mu; \bar{\mu}$) podemos descomponerlos en un campo vectorial \mathcal{A}_μ (4 escalares) de $SO(1, 3)$ ($SO(n)$) y en n escalares $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}$ (un vector) de $SO(1, 3)$ ($SO(n)$). Para el caso de un campo escalar $\Phi(x, \bar{x})$ bajo $SO(1, 3 + n)$, también lo será bajo los grupos $SO(1, 3 + n)$ y $SO(n)$. Este es el primer mapeo que se encarga únicamente de ocultar la simetría de $ISO(1, 3 + n)$ en objetos covariantes de sus subgrupos $SO(1, 3)$ y $SO(n)$:

$$\begin{aligned} SO(1, 3 + n) &\mapsto \{SO(1, 3), SO(n)\} \\ \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) &\mapsto \{\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}), \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x})\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Donde $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$ denota un campo de norma genérico. No obstante, en la teoría prevalecen aún los grados de libertad enumerados por las coordenadas extras \bar{x} . Si deseamos construir una teoría efectiva en 4 dimensiones, no puede existir dependencia alguna respecto a estas coordenadas; razón por la cuál, se realiza un segundo mapeo canónico cuya misión será la de remover todo rastro de las coordenadas de \mathcal{N}^n de la teoría. Este paso es delicado, pues recordemos que las coordenadas extra etiquetan grados de libertad del sistema extendido, lo que equivale a decir que desempeñan un rol dinámico constituyente de la teoría extendida, por lo que deshacernos de ellas requiere hacerlo con cautela. Es importante volver a remarcar que en la construcción que tenemos en mente, consideramos indispensable lograr capturar de alguna forma el devenir dinámico y fenomenológico de los sistemas físicos, debido a la existencia de dimensiones extra universales, cuando estos son esculcados a través de nuestra lupa de bajas energías. Esta es la razón por la cuál nos referimos a este procedimiento como *romper la simetría extendida*, ya que nuestro objetivo es mantener intacta la invarianza de nuestra teoría respecto a los grupos extendidos $\{ISO(1, 3 + n), G_{SM}(\mathcal{M}^{4+n})\}$ al momento de traducirla al lenguaje de invarianza bajo sus subgrupos $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$; aún cuando las simetrías originales ya no sean manifiestas explícitamente. Aquí nos valdremos del poderoso concepto de mapeo canónico, de tal suerte que el paréntesis de Poisson fundamental definido por nuestros campos extradimensionales, sea preservado por las nuevas variables dinámicas 4-dimensionales. Antes de definir este mapeo, asumimos que nuestra variedad compacta \mathcal{N}^n cuenta con alguna geometría compacta dada y además que sobre ella está definido un conjunto completo de funciones ortonormales— las cuales dependen únicamente de las coordenadas \bar{x} . Equipados con estas propiedades de \mathcal{N}^n podemos proceder a expandir nuestras variables dinámicas en una serie n -dimensional de Fourier, donde los coeficientes de dichas funciones ortonormales en la expansión; únicamente dependerán de las coordenadas $x \in \mathcal{M}^4$, por lo que corresponderán a los campos interactuantes en la descripción efectiva 4-dimensional. Un aspecto de crucial importancia es que dentro de este conjunto completo de funciones, existe al menos una función constante $f^{(0)}$ la cuál no depende de ninguna forma de los detalles geométricos de la variedad compacta; anudado a esto, el hecho de que no parece haber evidencia experimental hasta este momento de la existencia de dimensiones extra, se postula que los campos efectivos a lo largo de la componente $f^{(0)}$ constituirán las variables dinámicas usuales del Modelo Estándar ya conocido, definido en 4-dimensiones. Hasta este punto, nada se ha asumido de las particularidades geométricas de \mathcal{N}^n — salvo la existencia del conjunto completo de funciones —, por lo que la discusión hasta este momento es completamente general para cualquier variedad compacta.

A partir de aquí, es necesario aterrizar esta formulación en alguna variedad concreta para poder explorar las consecuencias de dimensiones extra compactas; sobre nuestra teoría efectiva 4-dimensional. Asumimos que cada una de las n dimensiones extra, se encuentra compactificada en una variedad *Orbifold* S^1/Z_2 , cada una caracterizada por un radio R_i , $i = 1, \dots, n$; que por simplicidad los consideraremos a todos iguales. Esta variedad además de añadir propiedades de periodicidad sobre los campos χ^A respecto a las coordenadas extra \bar{x} , también permite que estos tengan propiedades de paridad bien definidas respecto al intercambio $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$. Las implicaciones de estos resultados en nuestro postulado de que los campos 4-dimensionales conocidos actualmente corresponden a los coeficientes de $f^{(0)}$, y el hecho de que esta función sea trivialmente par bajo $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$, nos lleva a la siguiente conclusión importante. Considerando que las dimensiones extra no han sido detectadas hasta ahora, significaría que, en caso de que estas existieran; los campos ya conocidos forzosamente deben ser pares bajo $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$ para que nuestra construcción sea consistente. Una forma de detectar dimensiones extra consistiría en que las simetrías conocidas hasta ahora, paridad bajo $x \in \mathcal{M}^4$ incluida, estuvieran incompletas, es decir; que sólo considerándose una dependencia en $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$ se satisficiera paridad. Como toda evidencia experimental apunta a que este no es el caso, una forma de mantener al Modelo Estándar como una teoría efectiva autocontenida, es decretando que los campos que comparta nuestra teoría con el Modelo Estándar usual; no sufran cambio alguno al intercambiar $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$ por $-\bar{x}$, que tales campos sean pares en \bar{x} . Por lo que todas aquellas partículas que prediga nuestro modelo, que no guarden ninguna correspondencia con las partículas detectadas hasta ahora, serán impares bajo $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$. Todo esto se sintetiza en un conjunto completo de funciones ortonormales $\{f_{\mathcal{E}}^{(0)}, f_{\mathcal{E}}^{(m)}, f_{\mathcal{O}}^{(m)}\}$ sobre las cuales expandimos los campos 4 + n -dimensionales en series múltiples de Fourier:

$$\chi_{\mathcal{E}}^A(x, \bar{x}) = f_{\mathcal{E}}^{(0)} \chi_{\mathcal{E}}^{(0)A}(x) + \sum_{(m)} f_{\mathcal{E}}^{(m)}(\bar{x}) \chi_{\mathcal{E}}^{(m)A}(x), \quad (2.5a)$$

$$\chi_{\mathcal{O}}^A(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_{\mathcal{O}}^{(m)}(\bar{x}) \chi_{\mathcal{O}}^{(m)A}(x). \quad (2.5b)$$

Donde los subíndices \mathcal{E} y \mathcal{O} indican si los campos son pares o impares bajo $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$. Una vez hecha esta expansión, los grados de libertad de la teoría extradimensional χ^A que eran etiquetados por las variables continuas \bar{x} , se encuentran ahora codificados en una torre infinita de *campos de Kaluza-Klein* (KK) $\chi^{(m)A}$ que dependen únicamente de x . La etiqueta continua \bar{x} ha sido reemplazada por un multi-índice discreto $(m) = (m_1, \dots, m_n)$, donde cada m_i , $i = 1, \dots, n$; corre sobre todos los números enteros. Es posible demostrar además que estos mapeos son, en efecto, canónicos; por lo que podemos estar tranquilos de que, en esencia, estamos describiendo al mismo sistema físico original, pero ahora desde una perspectiva 4-dimensional. Haciendo uso de la ortonormalidad del conjunto $\{f_{\mathcal{E}}^{(0)}, f_{\mathcal{E}}^{(m)}, f_{\mathcal{O}}^{(m)}\}$, podemos ver que los mapeos (2.5) son canónicos, ya que los paréntesis de Poisson fundamentales de los campos de norma definidos en la variedad extendida

$$\{\chi^A(x, \bar{x}), \Pi_{\chi}^B(x', \bar{x}')\} = \delta_{AB} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta(\bar{x} - \bar{x}'), \quad (2.6a)$$

$$\{\chi^A(x, \bar{x}), \Pi_{\chi}^B(x', \bar{x}')\} = \delta_{AB} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta(\bar{x} - \bar{x}'). \quad (2.6b)$$

se transforman en

$$\{\chi^{(m)A}(x), \pi_{\chi}^{(n)B}(x')\} = \delta_{AB} \delta^{(m)(n)} \delta(\vec{x} - \vec{x}'), \quad (2.7a)$$

$$\{\chi^{(m)A}(x), \pi_{\chi}^{(n)B}(x')\} = \delta_{AB} \delta^{(m)(n)} \delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (2.7b)$$

Aplicando el mismo mapeo al momento canónico conjugado Π_{χ}^A de χ^A . Esto se cumple tanto para los modos cero, las excitaciones pares o impares. Además, se ha definido el siguiente producto de deltas de Kronecker:

$$\delta_{(\underline{m})(\underline{n})} = \delta_{m_1 n_1} \delta_{m_2 n_2} \cdots \delta_{m_n n_n}. \quad (2.8)$$

Cabe resaltar que los mapeos (2.5) mantienen su carácter canónico sin importar el esquema de compactificación elegido o la geometría de la variedad; ya que sólo nos hemos valido de la completez del conjunto de funciones $\{f_{\mathcal{E}}^{(0)}, f_{\mathcal{E}}^{(m)}, f_{\mathcal{O}}^{(m)}\}$. De esta manera, las variables dinámicas de del Modelo Estándar usual— que en nuestro modelo corresponden a una descripción de muy bajas energías, mucho menores a la escala de compactificación; en cuyo caso, las partículas predichas por dimensiones extra se desacoplarían —corresponden a los *modos cero de Fourier* $\chi^{(0)A}$. Paralelamente, las torres o excitaciones de KK $\chi^{(m)A}$ se interpretan como los efectos de nueva física predichos por la existencia de dimensiones extra, manifestados durante el escrutinio experimental de la naturaleza en alguna vecindad de la escala de compactificación; asumiendo que en algún momento nos sean accesibles tales energías.

El último paso necesario para una descripción 4-dimensional de la teoría extradimensional, yace en escoger alguna observable definida en \mathcal{N}^n que genere a nuestro conjunto completo de funciones $\{f_{\mathcal{E}}^{(0)}, f_{\mathcal{E}}^{(m)}, f_{\mathcal{O}}^{(m)}\}$. Para este propósito empleamos a uno de los $\frac{n+1}{2}$ invariantes de Casimir del grupo $ISO(n)$, en particular a $\bar{P}^2 = \bar{P}_{\bar{\mu}} \bar{P}_{\bar{\mu}}$, siendo $\bar{P}_{\bar{\mu}}$ la constante de movimiento asociada al grupo de traslaciones $T(n)$ en la variedad compacta. Al ser \bar{P}^2 un operador hermitiano, tiene asociado un conjunto de eigenkets $\{|\bar{p}^{(m)}\rangle\}$ con eigenvalores $(\bar{p}^{(m)})^2 = \bar{p}^{(m)} \cdot \bar{p}^{(m)}$. De modo que este conjunto de eigenkets define a nuestro conjunto completo de funciones que identificamos como las funciones de onda en \mathcal{N}^n :

$$f_{\mathcal{E}, \mathcal{O}} = \langle \bar{x} | \bar{p}^{(m)} \rangle. \quad (2.9)$$

La elección de un producto de n copias del Orbifold $\mathcal{N}^n = S^1/Z_2 \times \cdots \times S^1/Z_2$ como nuestra variedad compacta, equivale a imponer determinadas condiciones de frontera sobre el conjunto completo de funciones— condiciones de Dirichlet para $f_{\mathcal{O}}^{(m)}$ y condiciones de Neumann para $f_{\mathcal{E}}^{(m)}$ — ; una vez resuelta la ecuación de movimiento $\langle \bar{x} | \bar{P}^2 | \bar{p} \rangle = \bar{p}^2 \langle \bar{x} | \bar{p} \rangle$. Como resultado de este proceso, se encuentran las siguientes funciones:

$$f_{\mathcal{E}}^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{(2\pi R)^n}}, \quad (2.10)$$

$$f_{\mathcal{E}}^{(m)} = \sum_{(\underline{m})} \sqrt{\frac{2}{(2\pi R)^n}} \cos(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}), \quad (2.11)$$

$$f_{\mathcal{O}}^{(m)} = \sum_{(\underline{m})} \sqrt{\frac{2}{(2\pi R)^n}} \sin(\bar{p}^{(m)} \cdot \bar{x}). \quad (2.12)$$

Donde R es el radio del Orbifold. Físicamente, la naturaleza compacta de la variedad, implica en cierto sentido *confinar* a los grados de libertad inherentes a \mathcal{N}^n . Como consecuencia, se nos despliega un espectro discreto de momentos en la variedad compacta

$$\bar{p}^{(m)} = \left(\frac{m_1}{R_1}, \dots, \frac{m_n}{R_n} \right). \quad (2.13)$$

Los aspectos más finos de estos mapeos, que aquí hemos presentado de manera concisa, se presentan a detalle y con más holgura en [35]. En dicho trabajo se estudiaron las implicaciones de la existencia de dimensiones extra universales, a una teoría pura de Yang-Mills efectiva en 4 dimensiones. Aquí presentamos un complemento a tal investigación, añadiendo el ingrediente de un sector de Higgs definido en dimensiones extra, el cuál, como es de esperarse, interactuará de manera especial con determinados grados de libertad de 3 bosones de norma a nivel de

rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil a la escala de Fermi. Paralelamente a todo este proceso, la compactificación de las dimensiones extra, suscitará aspectos fenomenológicos sutiles y muy llamativos. A continuación, estudiaremos la línea dorsal de los distintos sectores que conforman al Modelo Estándar Extendido a dimensiones extra; prestando especial atención a los vértices que serán necesarios para llevar a cabo el cálculo perturbativo.

Tomamos como punto de partida a la lagrangiana efectiva con términos de dimensión canónica $\mathbf{d} = 4$, la cual consiste en una réplica fiel de la densidad lagrangiana del Modelo Estándar usual, ahora definida en \mathcal{M}^d :

$$\mathcal{L}_{eff}^{d=4} = \int d\bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}. \quad (2.14)$$

Donde

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM} = \mathcal{L}_{(4+n)}^{YM} + \mathcal{L}_{(4+n)}^H + \mathcal{L}_{(4+n)}^C + \mathcal{L}_{(4+n)}^Y, \quad (2.15)$$

con $\mathcal{L}_{(4+n)}^{YM}$, $\mathcal{L}_{(4+n)}^H$, $\mathcal{L}_{(4+n)}^C$ y $\mathcal{L}_{(4+n)}^Y$ las generalizaciones $(4+n)$ -dimensionales de los sectores de Yang-Mills, de Higgs, de Corrientes y de Yukawa como los conocemos en el Modelo Estándar usual. Una vez implementado el mecanismo de compactificación, se tiene a nivel de la acción

$$S_{(4+n)}^{SM} = \int d^4x d^n\bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}^{SM} \quad (2.16)$$

que toda dependencia en las coordenadas de las dimensiones extra yace únicamente en funciones trigonométricas de \bar{x} , las cuales pueden integrarse directamente dada su ortogonalidad. El resultado es una teoría efectiva con todas sus variables dinámicas definidas en 4 dimensiones

$$S_{eff} = \int d^4x \mathcal{L}_{eff}^{d=4}. \quad (2.17)$$

2.2. El Sector de Yang-Mills

2.2.1. Teoría Extradimensional

Este sector se constituye por los tensores de intensidad de los campos de norma de los grupos extra dimensionales $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^d)$:

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{YM} = -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{MN}^i \mathcal{W}_i^{MN} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{MN} \mathcal{B}^{MN}. \quad (2.18)$$

Cuyas estructuras en términos de sus conexiones están dadas por:

$$\mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x}) = \partial_M \mathcal{W}_N^i(x, \bar{x}) - \partial_N \mathcal{W}_M^i(x, \bar{x}) + g_{(4+n)} \epsilon^{ijk} \mathcal{W}_M^j(x, \bar{x}) \mathcal{W}_N^k(x, \bar{x}), \quad (2.19a)$$

$$\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x}) = \partial_M \mathcal{B}_N(x, \bar{x}) - \partial_N \mathcal{B}_M(x, \bar{x}). \quad (2.19b)$$

La lagrangiana 2.18 es explícitamente invariante bajo el grupo de Poincaré extendido $ISO(1, 3+n)$, al igual que bajo las transformaciones de norma infinitesimales perfiladas por los grupos $SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)$:

$$\delta \mathcal{W}_M^i(x, \bar{x}) = \mathcal{D}_M^{ij} \alpha^j(x, \bar{x}), \quad (2.20a)$$

$$\delta \mathcal{B}_M(x, \bar{x}) = \partial_M \alpha(x, \bar{x}), \quad (2.20b)$$

donde

$$\mathcal{D}_M^{ij} = \partial_M \delta^{ij} - g_{(4+n)} \epsilon^{ijk} \mathcal{W}_M^k(x, \bar{x}) \quad (2.21)$$

es la derivada covariante del grupo $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$ en la representación adjunta, mientras que $\alpha^j(x, \bar{x})$ y $\alpha(x, \bar{x})$ son los parámetros de norma de los grupos $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^d)$, respectivamente. Nuestro enfoque de dimensiones extra universales descansa sobre la asunción de que dichos parámetros se propagan también en la totalidad de la variedad extendida. Más adelante elevaremos estos parámetros a la categoría de grados de libertad *fantasma* o *campos ghost*, lo que nos permitirá cuantizar la teoría de norma de manera elegante; preservando a su vez, el poderío que nos brinda simetría de norma para el cálculo posterior.

2.2.2. Ocultando la Simetría Extendida

Procedemos ahora realizando el primer mapeo 2.4 en las estructuras tensoriales 2.19; sobre ambos índices para obtener objetos covariantes de $SO(1, 3)$ y $SO(n)$: Para las curvaturas de $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$ se tiene

$$\begin{aligned} SO(1, 3 + n) &\mapsto \{SO(1, 3), SO(n)\} \\ \mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x}) &\mapsto \{\mathcal{W}_{\mu\nu}^i(x, \bar{x}), \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^i(x, \bar{x}), \mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^i(x, \bar{x})\}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Y para la curvatura abeliana

$$\begin{aligned} SO(1, 3 + n) &\mapsto \{SO(1, 3), SO(n)\} \\ \mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x}) &\mapsto \{\mathcal{B}_{\mu\nu}(x, \bar{x}), \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}(x, \bar{x}), \mathcal{B}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}(x, \bar{x})\}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Respecto al grupo de Lorentz usual $SO(1, 3)$, los mapeos anteriores arrojan objetos tensoriales de orden dos, uno y cero; en el orden que se presentan en 2.22-2.23. La cinemática contenida en estas curvaturas, aún se encuentra determinada explícitamente en términos de la simetría extendida de Lorentz; debido a su dependencia en \bar{x} . Es por esta razón que necesitamos de un segundo mapeo canónico que remueva completamente toda dependencia en las coordenadas \bar{x} . Esto se logra al expandir las curvaturas obtenidas de 2.22 y 2.23 directamente en torres de KK, es decir, tomando a cada tensor como un sólo objeto en la expansión de Fourier; y no expandiendo cada una de sus componentes individualmente. Con el criterio de paridad mencionado anteriormente, ligado con la naturaleza de las dimensiones extra; se postula que las 2-formas, 1-formas y 0-formas de $SO(1, 3)$ son objetos pares, impares y pares de KK, respectivamente. Una vez implementada la expansión de Fourier para las curvaturas 2.22 y 2.23; pares o impares usando 2.5 según sea el caso, y posteriormente integrando las coordenadas de \mathcal{N}^n usando la ortogonalidad de la base completa de funciones (ver [35, 18]), se obtiene un lagrangiano efectivo de Yang-Mills 4-dimensional dado por:

$$\mathcal{L}_{eff}^{YM} = \mathcal{L}_{VV}^{YM} + \mathcal{L}_{VS}^{YM} + \mathcal{L}_{SS}^{YM}. \quad (2.24)$$

Donde se identifican 3 sectores caracterizados por interacciones del tipo *Vector-Vector* (\mathcal{L}_{VV}^{YM}), *Vector-Escalar* (\mathcal{L}_{VS}^{YM}) y *Escalar-Escalar* (\mathcal{L}_{SS}^{YM}). Se encuentran las siguientes estructuras de los modos cero y las excitaciones de KK de las curvaturas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VV}^{YM} &= -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)i}(x) \mathcal{W}_i^{(0)\mu\nu}(x) - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)}(x) \mathcal{B}^{(0)\mu\nu}(x) \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{(m)} \left[\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)i}(x) \mathcal{W}_i^{(m)\mu\nu}(x) + \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)}(x) \mathcal{B}^{(m)\mu\nu}(x) \right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\mathcal{L}_{VS}^{YM} = \frac{1}{2} \sum_{(m)} \left[\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i}(x) \mathcal{W}^{(m)i\mu}_{\bar{\nu}}(x) + \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)}(x) \mathcal{B}^{(m)\mu}_{\bar{\nu}}(x) \right] \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SS}^{YM} = & -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i}(x) \mathcal{W}_i^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)}(x) \mathcal{B}^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \\ & - \frac{1}{4} \sum_{(m)} \left[\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i}(x) \mathcal{W}_i^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) + \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)}(x) \mathcal{B}^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.2.3. Espectro de Masas

Las distintas curvaturas provenientes de \mathcal{W}_{MN}^a y \mathcal{B}_{MN} , son en este punto explícitamente invariantes bajo el grupo usual $(SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4))$ y la simetría manifiesta del grupo extendido ha sido rota completamente. De la misma forma que con el mecanismo de Higgs, el procedimiento que nos permite descender a una descripción de bajas energías y obtener una descripción de la misma teoría, ahora gobernada de forma implícita bajo el grupo de simetría más amplio, traerá consigo una modificación cualitativa del contenido de campos de norma de la teoría y su estructura tensorial; hecho que, como es de esperarse, tendrá repercusiones en el espectro de masas de la teoría. A continuación se presentan las componentes tensoriales que constituyen a cada elemento de \mathcal{L}_{eff}^{YM} y posteriormente se describirán brevemente los aspectos fenomenológicos más interesantes que se desenvuelven en la teoría, al atravesar el mecanismo de compactificación.

Tensores de grado 2:

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i}(x) = W_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i}(x) + g f^{ijk} \sum_{(m)} W_{\mu}^{(m)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(m)k}(x), \quad (2.28a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i}(x) = & \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W_{\bar{\nu}}^{(m)j}(x) - \mathcal{D}_{\bar{\nu}}^{(0)ij} W_{\mu}^{(m)j}(x) \\ & + g f^{ijk} \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} W_{\mu}^{(r)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(s)k}(x), \end{aligned} \quad (2.28b)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)}(x) = B_{\mu\bar{\nu}}^{(0)}(x), \quad (2.29a)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)}(x) = \partial_{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(m)}(x) - \partial_{\bar{\nu}} B_{\mu}^{(m)}(x), \quad (2.29b)$$

con

$$B_{\mu\bar{\nu}}^{(0)}(x) = \partial_{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(0)}(x) - \partial_{\bar{\nu}} B_{\mu}^{(0)}(x), \quad (2.30a)$$

$$W_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i}(x) = \partial_{\mu} W_{\bar{\nu}}^{(0)i}(x) - \partial_{\bar{\nu}} W_{\mu}^{(0)i}(x) + g f^{ijk} W_{\mu}^{(0)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(0)k}(x), \quad (2.30b)$$

las componentes de las curvaturas de los grupos de norma usuales $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, respectivamente. Mientras que g y g' serán las constantes de acoplamiento re-escaladas de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, respectivamente, definidas por

$$g \equiv g_{(4+n)} f_{\mathcal{E}}^{(0)}, \quad (2.31a)$$

$$g' \equiv g'_{(4+n)} f_{\mathcal{E}}^{(0)}. \quad (2.31b)$$

Tensores de grado 1:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i}(x) &= \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W_{\bar{\nu}}^{(m)j}(x) + p_{\bar{\nu}}^{(m)} W_{\mu}^{(m)i}(x) \\ &\quad + g f^{ijk} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} W_{\mu}^{(r)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(s)k}(x), \end{aligned} \quad (2.32a)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)}(x) = \partial_{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(m)}(x) + p_{\bar{\nu}}^{(m)} B_{\mu}^{(m)}(x) \quad (2.32b)$$

donde se ha definido

$$p_{\bar{\mu}}^{(m)} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \frac{m_{\alpha}}{R_{\alpha}} \delta_{\bar{\mu}4+\alpha}, \quad (2.33)$$

de manera que

$$m_{(m)}^2 \equiv \bar{p}_{\bar{\mu}}^{(m)} p_{\bar{\mu}}^{(m)} = \left(\frac{m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{m_n}{R_n} \right)^2. \quad (2.34)$$

Tensores de grado 0:

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i}(x) = g \epsilon^{ijk} \sum_{(m)} W_{\mu}^{(m)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(m)k}(x), \quad (2.35a)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i}(x) = p_{\bar{\mu}}^{(m)} W_{\bar{\nu}}^{(m)i}(x) - p_{\bar{\nu}}^{(m)} W_{\mu}^{(m)i}(x) + g \epsilon^{ijk} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} W_{\mu}^{(r)j}(x) W_{\bar{\nu}}^{(s)k}(x), \quad (2.35b)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)}(x) = 0 \quad (2.36a)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)}(x) = p_{\bar{\mu}}^{(m)} B_{\bar{\nu}}^{(m)}(x) - p_{\bar{\nu}}^{(m)} B_{\mu}^{(m)}(x) \quad (2.36b)$$

Una vez conocida la forma de las diversas curvaturas en términos de los grados de libertad efectivos, podemos detallar la estructura dinámica que marcará el compás de las interacciones que surgen en \mathcal{L}_{eff}^{YM} . Anticipando además que una parte considerable de los vértices que propicia este sector; serán de nuestro especial interés para determinar las reglas de Feynman necesarias para el cálculo. Para no saturar las ecuaciones, omitiremos indicar la dependencia de los campos en los puntos x ; sin perder de vista que esta dependencia existe siempre, ya que son las variables de integración a nivel de la acción efectiva. A partir de este punto, dicha dependencia se asume implícita en las funciones del espacio tiempo usual. A continuación, se desarrollarán las expresiones explícitas para los distintos sectores de \mathcal{L}_{eff}^{YM} . Para fines prácticos y facilitar en análisis de las interacciones relevantes al cálculo, desglosaremos los distintos lagrangianos \mathcal{L}_{VV}^{YM} , \mathcal{L}_{VS}^{YM} y \mathcal{L}_{SS}^{YM} en lagrangianos más pequeños para poder estudiar a detalle la variedad de interacciones y mezclas entre modos cero y modos excitados.

Sector *Vector-Vector* de Yang-Mills:

Hemos seccionado las distintas interacciones que conforman a 2.25; para poder detallar su estructura explícita término por término, como sigue:

$$\mathcal{L}_{VV}^{YM(0)} \equiv -\frac{1}{4}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)i}\mathcal{W}_i^{(0)\mu\nu} - \frac{1}{4}\mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)}\mathcal{B}^{(0)\mu\nu} \quad (2.37a)$$

$$= -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}^{(0)}B^{(0)\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^{(0)i}W_i^{(0)\mu\nu} \quad (2.37b)$$

$$- \frac{1}{2}g\epsilon^{ijk}\sum_{(r)}W_{\mu\nu}^{(0)i}W^{(r)j\mu}W^{(r)k\nu} \quad (2.37c)$$

$$- \frac{1}{4}g^2\epsilon^{ijk}\epsilon^{ide}\sum_{(rs)}W_{\mu}^{(r)j}W_{\nu}^{(r)k}W^{(s)d\mu}W^{(s)e\nu}, \quad (2.37d)$$

$$\mathcal{L}_{VV}^{YM(m)} \equiv -\frac{1}{4}\sum_{(m)}\left\{\mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)}\mathcal{B}^{(m)\mu\nu} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)i}\mathcal{W}_i^{(m)\mu\nu}\right\} \quad (2.38a)$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{(m)}\left\{\partial_{\mu}B_{\nu}^{(m)}\partial^{\mu}B^{(m)\nu} - \partial_{\mu}B_{\nu}^{(m)}\partial^{\nu}B^{(m)\mu}\right\} \quad (2.38b)$$

$$+ \left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij}W_{\nu}^{(m)j}\right)\left(\mathcal{D}^{(0)ij\mu}W^{(m)j\nu}\right) - \left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij}W_{\nu}^{(m)j}\right)\left(\mathcal{D}^{(0)ij\nu}W^{(m)j\mu}\right) \quad (2.38c)$$

$$+ g\epsilon^{ijk}\sum_{(mrs)}\Delta_{(mrs)}\left[\left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)il}W_{\nu}^{(m)l}\right) - \mathcal{D}_{\nu}^{(0)il}W_{\mu}^{(m)l}\right]W^{(r)j\mu}W^{(s)k\nu} \quad (2.38d)$$

$$+ \frac{g}{2}\epsilon^{ide}\sum_{(mpq)}\Delta_{(mpq)}W_{\mu}^{(r)j}W_{\nu}^{(s)k}W^{(p)d\mu}W^{(q)e\nu}\left.\right\} \quad (2.38e)$$

Este sector es el equivalente al sector de Yang-Mills del Modelo Estándar usual, una vez rota espontáneamente la simetría electrodébil a la escala de Fermi. Ya que contiene las partes cinéticas de las excitaciones de KK vectoriales $W_{\mu}^{(m)i}$ (2.38c) y $B_{\mu}^{(m)}$ (2.38b) que; debido al mecanismo de compactificación, adquieren términos de masa como veremos a continuación. Notemos además que los modos cero de las curvaturas en 2.37b reproducen adecuadamente los campos de bajas energías del Modelo Estándar usual; mientras que el resto de los términos de 2.37c, 2.38c y 2.38d describen interacciones entre modos cero y modos excitados. Mientras que en 2.37d y 2.38e surgen interacciones únicamente entre modos de KK. Vale la pena señalar que estas últimas interacciones— caracterizadas por las integrales extradimensionales $\Delta_{(mrs)}$ en este sector y $\Delta'_{(mrs)}$ en el siguiente, definidas en 2.56 —sólo intervienen en la serie perturbativa a partir del segundo orden.

Sector *Vector-Escalar* de Yang-Mills:

Podemos desglosar al sector 2.26 de la siguiente manera, si usamos las formas obtenidas anteriormente para los tensores de grado 1:

$$\mathcal{L}_{VS}^{YM(\underline{m})} \equiv \sum_{(\underline{m})} \left\{ \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(\underline{m})} \mathcal{B}^{(\underline{m})\mu}{}_{\bar{\nu}} + \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(\underline{m})i} \mathcal{W}^{(\underline{m})i\mu}{}_{\bar{\nu}} \right\} \quad (2.39a)$$

$$= \sum_{(\underline{m})} \left\{ \frac{1}{2} \left(\partial_{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} \right) \left(\partial^{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} \right) + \frac{1}{2} \left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ik\mu} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})k} \right) \right. \quad (2.39b)$$

$$\left. + p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} B^{(\underline{m})\mu} \left(\partial_{\mu} B_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} \right) + p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} W^{(\underline{m})i\mu} \left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})j} \right) \right. \quad (2.39c)$$

$$\left. + \frac{1}{2} m_{(\underline{m})}^2 B_{\mu}^{(\underline{m})} B^{(\underline{m})\mu} + \frac{1}{2} m_{(\underline{m})}^2 W_{\mu}^{(\underline{m})i} W^{(\underline{m})i\mu} \right. \quad (2.39d)$$

$$\left. + g \epsilon^{ijk} \sum_{(\underline{rs})} \Delta'_{(\underline{msr})} \left[\left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)il} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})l} + p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} W_{\mu}^{(\underline{m})i} \right) W^{(\underline{r})j\mu} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{s})k} \right] \right. \quad (2.39e)$$

$$\left. + \frac{g}{2} \epsilon^{ide} \sum_{(\underline{pq})} \Delta'_{(\underline{mqp})} W_{\mu}^{(\underline{r})j} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{s})k} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{p})d\mu} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{q})e} \right\} \quad (2.39f)$$

El contenido de campos de este sector evoca aquél que surge en el sector cinético de Higgs cuando se rompe espontáneamente la simetría electrodébil, ya que es aquí donde surgen términos de masa para las conexiones asociadas con los generadores rotos del grupo. En el caso de compactificación, recordemos que $\{SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)\}$ y $\{SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)\}$ son idénticos como grupos de Lie, pero difieren como grupos de norma debido al mayor número de conexiones del primero. Por lo que los campos de gauge que adquieren masa en el proceso de compactificación— debido a la presencia de los términos lineales en $W_{\mu}^{(\underline{m})i}$ y $B_{\mu}^{(\underline{m})}$ presentes en 2.32—, están íntimamente ligados con la forma en la que la simetría de norma permea el postulado de la existencia de dimensiones extras espaciales. Es decir, los términos de masa para estas conexiones, son efectos que simetría de norma impone, dada la existencia de dimensiones extra.

Sector Escalar-Escalar: de Yang-Mills

El sector escalar que se despliega en \mathcal{L}_{SS}^{YM} presenta una cualidad bastante peculiar por lo que concierne al espectro de masas de los campos escalares. Veamos a detalle esta característica, expresando las componentes de los 0-tensores una vez realizado el mecanismo de compactificación. Usando los resultados de 2.35 y 2.36, definimos las siguientes lagrangianas:

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM(0)} \equiv -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i} \mathcal{W}_i^{(0)\mu\bar{\nu}} \quad (2.40a)$$

$$= -\frac{g^2}{4} \epsilon^{ijk} \epsilon^{ide} \sum_{(\underline{rs})} W_{\mu}^{(\underline{r})j} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{r})k} W_{\mu}^{(\underline{s})e} W_{\bar{\nu}}^{(\underline{s})d} \quad (2.40b)$$

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM(\underline{m})} \equiv \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\frac{1}{4} \mathcal{B}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} \mathcal{B}^{(\underline{m})\underline{\mu}\underline{\nu}} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})i} \mathcal{W}_i^{(\underline{m})\underline{\mu}\underline{\nu}} \right\} \quad (2.41a)$$

$$= - \sum_{(\underline{m})} \left\{ \frac{1}{2} B_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})} \mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} B_{\underline{\nu}}^{(\underline{m})} + \frac{1}{2} W_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})i} \mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} W_{\underline{\nu}}^{(\underline{m})i} \right. \quad (2.41b)$$

$$+ g p_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})} \sum_{(\underline{rs})} \Delta'_{(\underline{rsm})} \left(\epsilon^{ijk} W_{\underline{\nu}}^{(\underline{m})i} W_{\underline{\mu}}^{(\underline{r})j} W_{\underline{\nu}}^{(\underline{s})k} \right) \quad (2.41c)$$

$$\left. + \frac{g^2}{4} \epsilon^{ijk} \epsilon^{ied} \sum_{(\underline{rs})} \sum_{(\underline{pq})} \Delta'_{(\underline{rsm})} \Delta'_{(\underline{pqm})} \left(W_{\underline{\mu}}^{(\underline{r})j} W_{\underline{\nu}}^{(\underline{s})k} \right) \left(W_{\underline{\mu}}^{(\underline{p})e} W_{\underline{\nu}}^{(\underline{q})d} \right) \right\} \quad (2.41d)$$

El aspecto interesante que exhibe este sector, se manifiesta a través de la estructura tensorial que presentan los términos bilineales; la cuál se haya contenida en la *matriz de masa* $\mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})}$, la cuál está dada por:

$$\mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} \equiv m_{(\underline{m})}^2 \delta_{\underline{\mu}\underline{\nu}} - p_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})} p_{\underline{\nu}}^{(\underline{m})}. \quad (2.42)$$

La cual coincide con el tensor de inercia, por unidad de masa, de una sola partícula masiva localizada en $\mathbf{r}^\dagger = (p_5, \dots, p_{n+4})$, respecto a algún sistema de referencia Euclidiano n -dimensional, rotando con velocidad angular ω al rededor de algún eje arbitrario $\hat{\omega} = \boldsymbol{\omega}/\omega$ [36]. Esta matriz de masa, determinada en su totalidad por la invarianza de norma de la teoría extendida (2.18), da lugar a un campo escalar sin masa. Esto se observa directamente al tomar la traza de dicha matriz:

$$\delta^{\underline{\mu}\underline{\nu}} \mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} = (n-1) m_{(\underline{m})}^2, \quad (2.43)$$

donde se usó el hecho de que $\delta^{\underline{\mu}\underline{\nu}} \delta_{\underline{\mu}\underline{\nu}} = n$. Esta traza nos dice que para cada una de las $(2^n - 1)$ sumas de Fourier—dadas por las distintas combinaciones de los índices de KK (\underline{m}) —sobre los escalares $W_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})i}$ y $B_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})}$; existe en cada caso 1 torre de *pseudo bosones de Goldstone*, los cuales denotaremos por $W_G^{(\underline{m})i}$ y $B_G^{(\underline{m})}$. Además de $(n-1)$ torres de campos escalares físicos, todos degenerados en masa, a los cuales nos referiremos como $W_{\bar{n}}^{(\underline{m})i}$ y $B_{\bar{n}}^{(\underline{m})}$, con $\bar{n} = 1, \dots, n-1$. Podemos relacionar a estos pseudo bosones de Goldstone con los campos vectoriales de norma $W_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})i}$ y $B_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})}$; que también adquieren masa bajo este proceso de compactificación. Notemos que la relación es 1 a 1. Vale la pena aclarar, que hemos dado, provisionalmente, los nombres de pseudo bosones de Goldstone a $W_G^{(\underline{m})i}$ y $B_G^{(\underline{m})}$ en el sentido que: en primera, son escalares que carecen completamente de un término de masa en la lagrangiana, una vez nos trasladamos a los eigenestados de masa; una vez completado el mecanismo de compactificación. En segundo lugar, se encuentra que estos campos en realidad no son físicos, en tanto que es posible removerlos de la teoría mediante una *NSGT* específica; mediante una especie de “norma unitaria“ (véase [18, 35]). Por lo que, en lo que concierne a este sector de Yang-Mills; interpretamos que los grados de libertad que representan estos pseudo bosones, han sido absorbidos como la componente longitudinal de las excitaciones vectoriales $W_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})i}$ y $B_{\underline{\mu}}^{(\underline{m})}$ mediante el proceso de compactificación. Este sector \mathcal{L}_{SS}^{YM} se comporta pues, como un potencial de Higgs en la teoría usual, en la medida que es aquí donde se definen las masas de los escalares físicos y los no físicos. Más adelante veremos como, en contraste con una teoría pura de Yang-Mills, al añadir a nuestra teoría el ingrediente de un doblete de Higgs extradimensional; este aspecto referente a los escalares no físicos, se ve impactado por la presencia de los escalares que conforman a dicho doblete.

La matriz $\mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})}$ puede ser diagonalizada mediante una transformación ortogonal:

$$\mathfrak{M}_{\underline{\mu}\underline{\nu}}^{(\underline{m})} = \mathcal{R}_{\underline{\mu}\underline{\mu}'}^{(\underline{m})} \mathfrak{M}_{\underline{\mu}'\underline{\nu}'}^{(\underline{m})} \mathcal{R}_{\underline{\nu}\underline{\nu}'}^{(\underline{m})}, \quad (2.44)$$

con $\mathfrak{M}_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}^{(m)} = \text{diag}(m_{(m)}^2, m_{(m)}^2, \dots, m_{(m)}^2, 0)$. La matriz ortogonal $\mathcal{R}^{(m)}$ nos lleva de la base eigenestados de masa, a la base eigenestados de norma. Es decir transforma a los campos eigenestados de masa

$$W_{\bar{\mu}'}^{(m)i} \equiv \left(W_{\bar{n}}^{(m)i}, W_G^{(m)i} \right), \quad (2.45a)$$

$$B_{\bar{\mu}'}^{(m)} \equiv \left(B_{\bar{n}}^{(m)}, B_G^{(m)} \right), \quad (2.45b)$$

con $\bar{n} = 1, \dots, n-1$, en los campos eigenestados de norma $W_{\bar{\mu}}^{(m)i}$ y $B_{\bar{\mu}}^{(m)}$. Esto es

$$W_{\bar{\mu}}^{(m)i} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} W_{\bar{\mu}'}^{(m)i} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} W_{\bar{n}}^{(m)i} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} W_G^{(m)i}, \quad (2.46a)$$

$$B_{\bar{\mu}}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} B_{\bar{\mu}'}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} B_{\bar{n}}^{(m)} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} B_G^{(m)}, \quad (2.46b)$$

donde

$$\mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} \quad \wedge \quad \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = \delta_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}. \quad (2.47)$$

Debido a que $\mathcal{R}^{(m)}$ es una matriz ortogonal cuyas columnas están dadas por las componentes de momento de los ejes de rotación principales, se sigue la siguiente identidad:

$$p_{\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} = m_{(m)} \delta_{\bar{\nu}'G}, \quad (2.48)$$

de donde se infiere que

$$\mathcal{R}_{\bar{\nu}G}^{(m)} = \frac{p_{\bar{\nu}}^{(m)}}{m_{(m)}}. \quad (2.49)$$

Equipados con esta rotación, podemos expresar al sector escalar en términos de los eigenestados de masa:

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM(0)} \equiv -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)i} \mathcal{W}_i^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}} \quad (2.50a)$$

$$= -\frac{g^2}{4} \epsilon^{ijk} \epsilon^{ide} \sum_{(rs)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}'}^{(s)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\rho}'}^{(s)} \left(W_{\bar{\mu}'}^{(r)j} W_{\bar{\nu}'}^{(r)k} \right) \left(W_{\bar{\lambda}'}^{(s)e} W_{\bar{\rho}'}^{(s)d} \right) \quad (2.50b)$$

$$\mathcal{L}_{SS}^{YM(m)} \equiv \sum_{(m)} \left\{ -\frac{1}{4} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right\} \quad (2.51a)$$

$$= -\sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} m_{(m)}^2 B_{\bar{n}}^{(m)} B_{\bar{n}}^{(m)} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 W_{\bar{n}}^{(m)i} W_{\bar{n}}^{(m)i} \right\} \quad (2.51b)$$

$$+ gp_{\bar{\mu}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\lambda}'}^{(s)} \left(\epsilon^{ijk} W_{\bar{\nu}'}^{(m)i} W_{\bar{\mu}'}^{(r)j} W_{\bar{\lambda}'}^{(s)k} \right) \quad (2.51c)$$

$$+ \frac{g^2}{4} \epsilon^{ijk} \epsilon^{ied} \sum_{(rs)} \sum_{(pq)} \Delta'_{(rsm)} \Delta'_{(pqm)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(s)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}'}^{(p)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\rho}'}^{(q)} \left(W_{\bar{\mu}'}^{(r)j} W_{\bar{\nu}'}^{(s)k} \right) \left(W_{\bar{\lambda}'}^{(p)e} W_{\bar{\rho}'}^{(q)d} \right) \left. \right\} \quad (2.51d)$$

De igual manera, es necesario realizar esta misma rotación en el sector *Vector-Escalar* para obtener a toda la teoría expresada en sus eigenestados de masa. Una vez aplicando $\mathcal{R}^{(m)}$ en los campos escalares de \mathcal{L}_{VS}^{YM} se obtiene:

$$\mathcal{L}_{VS}^{YM(m)} \equiv \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} B_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} B^{(m)\mu}{}_{\bar{\nu}} + \frac{1}{2} W_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i} W^{(m)i\mu}{}_{\bar{\nu}} \right\} \quad (2.52a)$$

$$= \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} \left(\partial_\mu B_{\bar{n}}^{(m)} \right) \left(\partial^\mu B_{\bar{n}}^{(m)} \right) + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu B_G^{(m)} \right) \left(\partial^\mu B_G^{(m)} \right) \right. \quad (2.52b)$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_{\bar{n}}^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ik\mu} W_{\bar{n}}^{(m)k} \right) + \frac{1}{2} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_G^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ik\mu} W_G^{(m)k} \right) \quad (2.52c)$$

$$+ m_{(m)} B^{(m)\mu} \left(\partial_\mu B_G^{(m)} \right) + m_{(m)} W^{(m)i\mu} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_G^{(m)j} \right) \quad (2.52d)$$

$$+ \frac{1}{2} m_{(m)}^2 B_\mu^{(m)} B^{(m)\mu} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 W_\mu^{(m)i} W^{(m)i\mu} \quad (2.52e)$$

$$+ g \epsilon^{ijk} \sum_{(rs)} \Delta'_{(msr)} \left[\left(\mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\mu}'}^{(s)} \mathcal{D}_\mu^{(0)il} W_{\bar{\nu}'}^{(m)l} + m_{(m)} W_\mu^{(m)i} \delta_{G,\bar{\mu}'} \right) W^{(r)j\mu} W_{\bar{\mu}'}^{(s)k} \right. \quad (2.52f)$$

$$\left. + \frac{g}{2} \epsilon^{ide} \sum_{(pq)} \Delta'_{(mqp)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\mu}'}^{(s)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(q)} W_\mu^{(r)j} W_{\bar{\mu}'}^{(s)k} W^{(p)d\mu} W_{\bar{\nu}'}^{(q)e} \right] \quad (2.52g)$$

Es interesante observar que, una vez nos trasladamos a la base de eigenestados de masa, una vez completado el mecanismo de compactificación, surgen en este sector interacciones bilineales y trilineales de los campos vectoriales de norma que adquieren masa $W_\mu^{(m)i}$ y $B_\mu^{(m)}$; con sus pseudo bosones de Goldstone asociados $W_G^{(m)i}$ y $B_G^{(m)}$, respectivamente. Esta clase de interacciones son propias de un sector cinético de Higgs usual, una vez rota la simetría electrodébil. Razón por la cuál, interpretamos a este sector \mathcal{L}_{VS}^{YM} como un análogo a un sector cinético de Higgs, ya que además, es aquí donde surgen también términos de masa para las excitaciones de KK de norma.

2.2.4. Transformaciones de Norma Estándar y No-Estándar

Cerramos esta sección resaltando aspectos esenciales de invarianza de norma en la estructura de KK de la teoría, los cuales serán nuestro andamiaje cuando procedamos a cuantizar esta teoría de gauge.

Si partimos de las transformaciones infinitesimales de norma extradimensionales 2.20, y realizamos el segundo mapeo de Fourier 2.5a, tomando a los parámetros de norma $\alpha(x, \bar{x})$, $\alpha^i(x, \bar{x})$ como campos pares, es posible identificar dos tipos de transformaciones de norma: aquellas mediadas por los modos cero del parámetro de norma ($\alpha^{(0)}(x)$ y $\alpha^{(0)i}(x)$), así como un conjunto de transformaciones definidas por los modos excitados de estos parámetros ($\alpha^{(m)}(x)$ y $\alpha^{(m)i}(x)$). La variación infinitesimal de la conexión del grupo extradimensional $U_Y(1, \mathcal{M}^{n+4})$, 2.20b; da lugar a tres transformaciones de norma distintas para sus grados de libertad efectivos 4-dimensionales:

$$\delta B_\mu^{(0)}(x) = \partial_\mu \alpha^{(0)}(x) \quad (2.53a)$$

$$\delta B_\mu^{(m)}(x) = \partial_\mu \alpha^{(m)}(x), \quad (2.53b)$$

$$\delta B_{\bar{\mu}}^{(m)}(x) = p_{\bar{\mu}}^{(m)} \alpha^{(m)}(x) \quad (2.53c)$$

La transformación de norma del grupo extradimensional $SU_L(2, \mathcal{M}^{4+n})$, 2.20b, despliega las siguientes transformaciones de norma para sus respectivos campos de KK:

$$\delta W_\mu^{(0)i}(x) = \mathcal{D}_\mu^{(0)ij} \alpha^{(0)j}(x) + g\epsilon^{ijk} \sum_{(m)} W_\mu^{(m)j}(x) \alpha^{(m)k}(x), \quad (2.54a)$$

$$\delta W_\mu^{(m)i}(x) = g\epsilon^{ijk} W_\mu^{(m)j}(x) \alpha^{(0)k}(x) + \sum_{(r)} \mathcal{D}_\mu^{(mr)ij} \alpha^{(r)j}(x), \quad (2.54b)$$

$$\delta W_{\bar{\mu}}^{(m)i}(x) = g\epsilon^{ijk} W_{\bar{\mu}}^{(m)j}(x) \alpha^{(0)k}(x) - \sum_{(r)} \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ij} \alpha^{(r)j}(x) \quad (2.54c)$$

donde

$$\mathcal{D}_\mu^{(mr)ij} = \delta^{(mr)} \mathcal{D}^{(0)ij} - g\epsilon^{ijk} \sum_{(s)} \Delta_{(mrs)} W_\mu^{(s)k}, \quad (2.55a)$$

$$\mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{(mr)ij} = -\delta^{ij} p_{\bar{\mu}}^{(mr)} + g\epsilon^{ijk} \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} W_{\bar{\mu}}^{(s)k} \quad (2.55b)$$

y

$$p_{\bar{\mu}}^{(mr)} \equiv \int d^n \bar{x} f_{\mathcal{O}}^{(m)}(\bar{x}) \partial_{\bar{\mu}} f_{\mathcal{E}}^{(r)}(\bar{x}) = \delta^{(mr)} p_{\bar{\mu}}^{(m)1} \quad (2.56a)$$

$$\Delta_{(mrs)} \equiv \frac{1}{f^{(0)}} \int d^n \bar{x} f_{\mathcal{E}}^{(m)}(\bar{x}) f_{\mathcal{E}}^{(r)}(\bar{x}) f_{\mathcal{E}}^{(s)}(\bar{x}) \quad (2.56b)$$

$$\Delta'_{(msr)} \equiv \frac{1}{f^{(0)}} \int d^n \bar{x} f_{\mathcal{O}}^{(m)}(\bar{x}) f_{\mathcal{O}}^{(s)}(\bar{x}) f_{\mathcal{E}}^{(r)}(\bar{x}) \quad (2.56c)$$

En analogía con el comportamiento que exhiben los parámetros de norma que tiene lugar en el mecanismo de Englert-Higgs, identificamos a los modos cero $\alpha^{(0)}$ y $\alpha^{(0)i}$ como aquellos que reproducen invarianza de norma bajo los grupos 4-dimensionales $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ y $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$, respectivamente; razón por la cual nos referiremos a las transformaciones de norma dadas por estos parámetros como *Standard Gauge Transformations* (SGT, por sus siglas en inglés, o bien; *Transformaciones de Norma Estándar*). Es decir, aquellas transformaciones de norma que definen a aquel subgrupo al cuál se rompió la simetría del grupo extradimensional. Estas SGT se definen como aquellas que se obtienen haciendo cero los modos excitados, $\alpha^{(m)} = 0$ y $\alpha^{(m)i} = 0$. Para $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ tenemos las siguientes SGT:

$$\delta_s B_\mu^{(0)}(x) = \partial_\mu \alpha^{(0)}(x), \quad (2.57a)$$

$$\delta_s B_\mu^{(m)}(x) = 0, \quad (2.57b)$$

$$\delta_s B_{\bar{\mu}}^{(m)}(x) = 0. \quad (2.57c)$$

Mientras que para el grupo $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$, las SGT toman la siguiente forma:

$$\delta_s W_\mu^{(0)i}(x) = \mathcal{D}_\mu^{(0)ij} \alpha^{(0)j}(x), \quad (2.58a)$$

$$\delta_s W_\mu^{(m)i}(x) = g\epsilon^{ijk} W_\mu^{(m)j}(x) \alpha^{(0)k}(x), \quad (2.58b)$$

$$\delta_s W_{\bar{\mu}}^{(m)i}(x) = g\epsilon^{ijk} W_{\bar{\mu}}^{(m)j}(x) \alpha^{(0)k}(x). \quad (2.58c)$$

¹Es importante derivar cuidadosamente para obtener el signo correcto:
 $\partial_{\bar{\mu}} f_{\mathcal{E}}^{(r)}(\bar{x}) = \partial_{\bar{\mu}} \cos(p_{\bar{\alpha}}^{(r)} x_{\bar{\alpha}}) = \frac{\partial}{\partial x_{\bar{\mu}}} \cos(p_{\bar{\alpha}}^{(r)} x_{\bar{\alpha}}) = -\frac{\partial}{\partial x_{\bar{\mu}}} \cos(p_{\bar{\alpha}}^{(r)} x_{\bar{\alpha}}) = -(-p_{\bar{\mu}}^{(r)}) \sin(p_{\bar{\alpha}}^{(r)} x_{\bar{\alpha}}) = p_{\bar{\mu}}^{(r)} f_{\mathcal{O}}^{(r)}$.

Es bajo estas SGT que se manifiesta la invarianza de norma de la teoría bajo los grupos 4-dimensionales, ya que, como vemos; los modos cero $B_\mu^{(0)}$ y $W_\mu^{(0)i}$ se transforman debidamente como conexiones bajo $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ y $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$, respectivamente. Mientras que los campos de norma vectoriales $B_\mu^{(m)}$ y $W_\mu^{(m)i}$, así como sus respectivos escalares $B_\mu^{(m)}$ y $W_\mu^{(m)i}$; se transforman como escalares bajo $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ y en la representación adjunta de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$.

En esta misma línea, determinamos al resto de transformaciones de norma que son mediadas por los modos excitados $\alpha^{(m)}$ y $\alpha^{(m)i}$; como *Non-Standard Gauge Transformations* (NSGT en inglés, o *Transformaciones de Norma No-Estándar*). Esto en el sentido de que la presencia de estas transformaciones, mediadas por parámetros excitados, indica la existencia de una simetría de norma más amplia que engulle a aquella de los subgrupos usuales; pero que se manifiesta implícitamente debido a que la simetría extradimensional ha sido rota al régimen de bajas energías. Más adelante veremos que, este aspecto será de suma importancia cuando demos el cauteloso paso de cuantizar esta teoría de norma; específicamente, será determinante para definir al esquema con el cuál se fijará la norma. El conjunto de NSGT se define tomando $\alpha^{(0)} = 0$ y $\alpha^{(0)i} = 0$. Para el grupo abeliano, las NSGT son:

$$\delta_{ns} B_\mu^{(0)}(x) = 0 \quad (2.59a)$$

$$\delta_{ns} B_\mu^{(m)}(x) = \partial_\mu \alpha^{(m)}(x), \quad (2.59b)$$

$$\delta_{ns} B_\mu^{(m)}(x) = -p_\mu^{(m)} \alpha^{(m)}(x) \quad (2.59c)$$

Mientras que para el grupo no abeliano, las NSGT toman la siguiente forma:

$$\delta_{ns} W_\mu^{(0)i}(x) = g \epsilon^{ijk} \sum_{(m)} W_\mu^{(m)j}(x) \alpha^{(m)k}(x), \quad (2.60a)$$

$$\delta_{ns} W_\mu^{(m)i}(x) = \sum_{(x)} \mathcal{D}_\mu^{(mx)ij} \alpha^{(x)j}(x), \quad (2.60b)$$

$$\delta_{ns} W_\mu^{(m)i}(x) = - \sum_{(x)} \mathcal{D}_\mu^{(mx)ij} \alpha^{(x)j}(x). \quad (2.60c)$$

2.3. Sector de Higgs

El lagrangiano $(4+n)$ -dimensional del sector de Higgs está dado por:

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^H = (D_M \Phi)^\dagger (D^M \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.61)$$

donde $\Phi(x, \bar{x})$ es el doblete de Higgs definido en la variedad extendida. La derivada covariante electrodébil en la representación fundamental, tiene la siguiente anatomía en términos de sus conexiones extradimensionales:

$$D_M = \partial_M - ig_{(4+n)} \frac{\sigma^i}{2} W_M^i - ig'_{(4+n)} \frac{Y}{2} B_M. \quad (2.62)$$

Mientras que el potencial extradimensional de Higgs está dado como:

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda_{(4+n)} (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.63)$$

Asumimos que el doblete de Higgs sea una función par bajo la reflexión de las dimensiones extra, es decir, $\Phi(x, -\bar{x}) = \Phi(x, \bar{x})$. Con esto en mente, implementamos el mapeo correspondiente, 2.5a, para recuperar la teoría usual en el límite de bajas energías; donde tiene lugar el rompimiento espontáneo de simetría electrodébil a la escala de Fermi. Posteriormente aplicamos el primer mapeo

2.4 a la derivada covariante extradimensional, lo cuál nos arroja dos objetos: $D^\mu\Phi$ y $D^{\bar{\mu}}\Phi$, que identificamos como pares e impares, respectivamente; con lo que procedemos a descomponer a estos objetos en campos de KK usando 2.5a para el primero; y 2.5b para el segundo. Hecho esto, es posible reescribir al sector de Higgs, una vez integradas las dimensiones extra \bar{x} a nivel de la acción, de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{eff}^H = (D_\mu\Phi)^{(0)\dagger}(D^\mu\Phi)^{(0)} + \sum_{(m)} \left[(D_\mu\Phi)^{(m)\dagger}(D^\mu\Phi)^{(m)} \right. \quad (2.64a)$$

$$\left. + (D_{\bar{\mu}}\Phi)^{(m)\dagger}(D^{\bar{\mu}}\Phi)^{(m)} \right] - V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}). \quad (2.64b)$$

Donde

$$\Phi^{(0)} = \left(\frac{S_W^{(0)+}}{v+H^{(0)}+iS_Z^{(0)}} \right), \quad (2.65a)$$

$$\Phi^{(m)} = \left(\frac{S_W^{(m)+}}{H^{(m)}+iS_Z^{(m)}} \right). \quad (2.65b)$$

son el doblete usual de Higgs, y sus excitaciones de KK, respectivamente. Estas excitaciones mantienen los mismos números cuánticos que el doblete estándar, pero a diferencia de este, asumimos que no poseen un valor esperado del vacío distinto de cero.

Además, las derivadas covariantes

$$(D_\mu\Phi)^{(0)} = D_\mu^{(0)}\Phi^{(0)} - ig \sum_{(m)} \mathcal{O}_\mu^{(m)}\Phi^{(m)}, \quad (2.66a)$$

$$(D_\mu\Phi)^{(m)} = \sum_{(r)} D_\mu^{(mr)}\Phi^{(r)} - ig\mathcal{O}_\mu^{(m)}\Phi^{(0)}, \quad (2.66b)$$

$$(D_{\bar{\mu}}\Phi)^{(m)} = \sum_{(r)} D_{\bar{\mu}}^{(mr)}\Phi^{(r)} - ig\mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)}\Phi^{(0)}, \quad (2.66c)$$

se obtienen, por un lado, expandiendo a los objetos $D^\mu\Phi$ y $D^{\bar{\mu}}\Phi$ según el criterio de paridad establecido anteriormente; y por el otro lado, insertando la expansión de Fourier para cada campo individual que conforma a estas derivadas. Por último, se multiplican ambos términos de la igualdad por las funciones pares o impares, según sea el caso, y se integran las dimensiones extra valiéndose de la ortogonalidad de estas funciones. Para los campos vectoriales, tanto modos cero, como excitaciones de KK, se recupera la derivada covariante fundamental de $U_Y(1, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4)$, dada por:

$$D_\mu^{(0)} \equiv \partial_\mu - i\mathcal{O}_\mu^{(0)}, \quad \mathcal{O}_\mu^{(0)} \equiv \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(0)i} + \frac{g'}{g} \frac{Y}{2} B_\mu^{(0)}, \quad (2.67)$$

mientras que las derivadas covariantes extradimensionales están dadas por:

$$D_\mu^{(mr)} \equiv \delta^{(mr)} D_\mu^{(0)} - ig \sum_{(s)} \Delta_{(mrs)} \mathcal{O}_\mu^{(s)}, \quad \mathcal{O}_\mu^{(m)} \equiv \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(m)i} + \frac{g'}{g} \frac{Y}{2} B_\mu^{(m)}, \quad (2.68)$$

$$D_{\bar{\mu}}^{(mr)} \equiv -p_{\bar{\mu}}^{(r)} \delta^{(mr)} - ig \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(s)}, \quad \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \equiv \frac{\sigma^i}{2} W_{\bar{\mu}}^{(m)i} + \frac{g'}{g} \frac{Y}{2} B_{\bar{\mu}}^{(m)}. \quad (2.69)$$

Donde se recupera la derivada covariante en la representación fundamental $D_\mu^{(0)}$ que opera sobre los modos excitados del doblete. Por otra parte, el potencial de Higgs $V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)})$, en 2.64, tiene la siguiente estructura de KK:

$$V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}) = \mu^2 \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right) + \lambda \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right)^2 + \left(\mu^2 + 2\lambda \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \sum_{\langle m \rangle} \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(m)} \quad (2.70a)$$

$$+ \lambda \sum_{\langle m \rangle} \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \quad (2.70b)$$

$$+ 2\lambda \sum_{\langle mrs \rangle} \Delta_{\langle mrs \rangle} \left(\Phi^{(r)\dagger} \Phi^{(s)} \right) \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \quad (2.70c)$$

$$+ \lambda \sum_{\langle mrst \rangle} \Delta_{\langle mrst \rangle} \left(\Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(r)} \right) \left(\Phi^{(s)\dagger} \Phi^{(t)} \right), \quad (2.70d)$$

donde $\lambda = f_\mathcal{E}^{(0)} \lambda_{(4+n)}$, y la integral $\Delta_{\langle mrst \rangle}$, que consta de cuatro funciones pares, está dada como:

$$\int_0^{2\pi R_1} \cdots \int_0^{2\pi R_n} d^n \bar{x} f_\mathcal{E}^{(m)}(\bar{x}) f_\mathcal{E}^{(r)}(\bar{x}) f_\mathcal{E}^{(s)}(\bar{x}) f_\mathcal{E}^{(t)}(\bar{x}) \equiv f_\mathcal{E}^{(0)2} \Delta_{\langle mrst \rangle}. \quad (2.71)$$

Es en este sector donde relucen los aspectos nuevos que se tienen lugar en esta teoría extra-dimensional donde hemos añadido un doblete de Higgs; en comparación con el caso una teoría pura de Yang-Mills con dimensiones extras que se desarrolló anteriormente (véase [18, 35]). Como puede anticiparse, del término de interacción entre las excitaciones de norma y $\Phi^{(0)}$ presente en 2.66b, surgirá una contribución a la masa de los primeros; debido al valor esperado del vacío v del segundo. De la misma forma, del término lineal en $\Phi^{(0)}$ de 2.66c, surgirá una contribución a la masa de los campos escalares contenidos en $\mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)}$; debido a v .

Al igual que en la sección anterior, hemos separado los distintos tipos de interacciones presentes en 2.64; que conforman al sector \mathcal{L}_{eff}^H de la siguiente manera:

Sector *Vector-Escalar* de Higgs:

Los términos de 2.64a, que generan interacciones de tipo *Vector-Escalar*, lucen de la siguiente manera al ser desarrollados:

$$\mathcal{L}_{VS}^{H(0)} \equiv (D_\mu \Phi)^{(0)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(0)} \quad (2.72a)$$

$$= (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger (D^{(0)\mu} \Phi^{(0)}) \quad (2.72b)$$

$$+ ig \sum_{\langle m \rangle} \left(\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} D^{(0)\mu} \Phi^{(0)} - (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(m)} \right) \quad (2.72c)$$

$$+ \sum_{\langle mr \rangle} \Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(r)\mu} \Phi^{(r)} \quad (2.72d)$$

$$\mathcal{L}_{VS}^{H(m)} \equiv \sum_{(m)} \{ (D_\mu \Phi)^{(m)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(m)} \} \quad (2.73a)$$

$$= \sum_{(m)} \left\{ (D_\mu^{(0)} \Phi)^{(m)\dagger} (D^{(0)\mu} \Phi)^{(m)} \right. \quad (2.73b)$$

$$+ ig \left[\Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} D^{(0)\mu} \Phi^{(m)} - (D_\mu^{(0)} \Phi)^{(m)\dagger} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(0)} \right. \quad (2.73c)$$

$$\left. + \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} \left(\Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} D^{(0)\mu} \Phi^{(m)} - (D_\mu^{(0)} \Phi)^{(m)\dagger} \mathcal{O}^{(s)\mu} \Phi^{(r)} \right) \right] \quad (2.73d)$$

$$+ g^2 \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(0)} \quad (2.73e)$$

$$+ g^2 \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} \left(\Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(0)} + \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(s)\mu} \Phi^{(r)} \right. \quad (2.73f)$$

$$\left. + \sum_{(pq)} \Delta_{(mpq)} \Phi^{(p)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(q)} \mathcal{O}^{(s)\mu} \Phi^{(r)} \right) \} \quad (2.73g)$$

Nótese como 2.72a reproduce correctamente la parte cinética del doblete usual de Higgs, mientras que 2.73b proporciona la parte cinética del doblete excitado. Así mismo identificamos en 2.73e una corrección a la masa de los campos de norma vectoriales, que surge cuando se rompe la simetría electrodébil mediante el modo cero del doblete de Higgs.

Sector *Escalar-Escalar de Higgs:*

Las interacciones entre escalares surgen debido a los términos de 2.64b, cuya forma explícita está dada como:

$$\mathcal{L}_{SS}^{H(m)} \equiv (D_\mu \Phi)^{(m)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(m)} \quad (2.74a)$$

$$= \sum_{(m)} \left\{ ig p_\mu^{(m)} \left[\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(m)} \right. \right. \quad (2.74b)$$

$$\left. + \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} \left(\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \Phi^{(r)} - \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \Phi^{(m)} \right) \right] \quad (2.74c)$$

$$- m_{(m)}^2 \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(m)} + g^2 \left[- \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(0)} \right. \quad (2.74d)$$

$$\left. + \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} \left(\Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \Phi^{(r)} + \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(0)} \right) \right. \quad (2.74e)$$

$$\left. + \sum_{(s)} \Delta'_{(mpq)} \Delta'_{(msr)} \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \mathcal{O}_\mu^{(p)} \Phi^{(q)} \right] \} - V \left(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)} \right) \quad (2.74f)$$

Podemos notar en 2.74d la presencia de términos de masa para el doblete excitado, así como una contribución a la masa proporcional a la escala de Fermi v , para los escalares de Yang-Mills. Estas correcciones a las masas de las excitaciones de KK de los campos de Yang-Mills, junto con la que sucede en el sector anterior, muestran como la incorporación de un sector de Higgs en dimensiones extra; transforma profundamente no sólo el espectro de masas de la teoría, sino la dinámica misma de los grados de libertad efectivos. Esto se hará evidente en la sección siguiente, cuando analicemos a detalle los términos cuadráticos que resultan de sumar los sectores puramente escalares de Yang-Mills y de Higgs.

2.3.1. Espectro de masas del sector bosónico Electrodébil

Sector *Escalar-Escalar*:

De la totalidad del sector electrodébil bosónico que hemos construido, la sección que involucra únicamente interacciones entre campos escalares, se obtiene al sumar

$$\mathcal{L}_{SS,\text{boson}}^{EW} \equiv \mathcal{L}_{SS}^{YM(0)} + \mathcal{L}_{SS}^{YM(m)} + \mathcal{L}_{SS}^{H(m)} \quad (2.75)$$

Para ilustrar como el fenómeno del mecanismo usual de Higgs altera la dinámica de los campos escalares de la teoría, nos enfocaremos en estudiar a detalle únicamente la parte cuadrática de $\mathcal{L}_{SS,\text{boson}}^{EW}$. Para este fin, es conveniente introducir, al igual que en el Modelo Estándar usual, las siguientes rotaciones de la base de eigenestados de norma a eigenestados de masa:

Para los campos cargados, las transformaciones toman la siguiente forma

$$W_\mu^{(0)\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(0)1} \mp W_\mu^{(0)2}), \quad (2.76a)$$

$$W_\mu^{(m)\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(m)1} \mp W_\mu^{(m)2}), \quad (2.76b)$$

$$W_{\bar{\mu}}^{(m)\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\bar{\mu}}^{(m)1} \mp W_{\bar{\mu}}^{(m)2}), \quad (2.76c)$$

Mientras que para los campos neutros, las rotaciones mediante el ángulo débil $s_W/c_W \equiv \sin \theta_W / \cos \theta_W \equiv g'/g$, son las siguientes

$$Z_\mu^{(0)} \equiv c_W W_\mu^{(0)3} - s_W B_\mu^{(0)}, \quad A_\mu^{(0)} \equiv s_W W_\mu^{(0)3} + c_W B_\mu^{(0)}, \quad (2.77a)$$

$$Z_\mu^{(m)} \equiv c_W W_\mu^{(m)3} - s_W B_\mu^{(m)}, \quad A_\mu^{(m)} \equiv s_W W_\mu^{(m)3} + c_W B_\mu^{(m)}, \quad (2.77b)$$

$$Z_{\bar{\mu}}^{(m)} \equiv c_W W_{\bar{\mu}}^{(m)3} - s_W B_{\bar{\mu}}^{(m)}, \quad A_{\bar{\mu}}^{(\mu)} \equiv s_W W_{\bar{\mu}}^{(\mu)3} + c_W B_{\bar{\mu}}^{(m)}. \quad (2.77c)$$

$$(2.77d)$$

La masa de los campos escalares del sector de norma ($W_\mu^{(m)\pm}$, $Z_\mu^{(m)}$ y $A_{\bar{\mu}}^{(\mu)}$) reciben contribuciones de 2.41b y del segundo término de 2.74d. Mientras que la masa de los escalares excitados del doblete se genera en el primer término de 2.74d y en el potencial de 2.74f. La particularidad del espectro de masas escalares de la teoría, es la presencia de mezclas bilineales entre los campos escalares del sector de Yang-Mills con los de Higgs. Omitiendo los términos de masa de los modos cero, ya que no son relevantes para nuestro cálculo, se obtiene el siguiente espectro de masas para los escalares de KK:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SS,masa}^{EW} = & - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} (m_{H^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2) H^{(m)} H^{(m)} + \frac{1}{2} A_{\bar{\mu}}^{(m)} \mathfrak{M}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} A_{\bar{\nu}}^{(m)} \right. \\
& + \left(W_{\bar{\mu}}^{(m)-} \quad S_W^{(m)-} \right) \left[\begin{pmatrix} \mathfrak{M}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
& + \left. \begin{pmatrix} m_{W^{(0)}}^2 \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} & -im_{W^{(0)}} p_{\bar{\mu}}^{(m)} \\ im_{W^{(0)}} p_{\bar{\nu}}^{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} W_{\bar{\nu}}^{(m)+} \\ S_W^{(m)+} \end{pmatrix} \\
& + \frac{1}{2} \left(Z_{\bar{\mu}}^{(m)} \quad S_Z^{(m)} \right) \left[\begin{pmatrix} \mathfrak{M}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
& + \left. \begin{pmatrix} m_{Z^{(0)}}^2 \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} & -m_{Z^{(0)}} p_{\bar{\mu}}^{(m)} \\ -m_{Z^{(0)}} p_{\bar{\nu}}^{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} Z_{\bar{\nu}}^{(m)} \\ S_Z^{(m)} \end{pmatrix} \left. \right\}. \tag{2.78}
\end{aligned}$$

Donde se encuentra que la masa del campo excitado del Higgs es $m_{H^{(m)}}^2 \equiv m_{H^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$, con $m_{H^{(0)}} = \sqrt{2}\lambda v$ la masa del Higgs usual. Mientras que $m_{W^{(0)}} = gv/2$ y $m_{Z^{(0)}} = gv/2c_W$ son las masas de los campos de bajas energías $W_{\mu}^{(0)\pm}$ y $Z_{\mu}^{(0)}$. Los escalares $A_{\bar{\mu}}^{(m)}$, asociados al fotón, se combinan bajo la misma matriz que mezcla a los eigenestados de norma 2.42. El aspecto más interesante que revela esta expresión, es la mezcla balanceada entre los escalares cargados $W_{\bar{\mu}}^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$ por un lado; así como también entre los escalares neutros $Z_{\bar{\mu}}^{(m)}$ y $G_Z^{(m)\pm}$ por otro. Al aplicar la rotación a los eigenestados de masa mediante $\mathcal{R}^{(m)}$, es posible simplificar 2.78 para obtener:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SS,masa}^{EW} = & - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} m_{H^{(m)}}^2 H^{(m)} H^{(m)} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 A_{\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)} \right. \\
& + m_{W^{(m)}}^2 W_{\bar{n}}^{(m)-} W_{\bar{n}}^{(m)+} + \frac{1}{2} m_{Z^{(m)}}^2 Z_{\bar{n}}^{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} \\
& + \left(W_G^{(m)-} \quad S_W^{(m)-} \right) \begin{pmatrix} m_{W^{(0)}}^2 & -im_{W^{(0)}} m_{(m)} \\ im_{W^{(0)}} m_{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_G^{(m)+} \\ S_W^{(m)+} \end{pmatrix} \\
& + \frac{1}{2} \left(Z_G^{(m)} \quad S_Z^{(m)} \right) \begin{pmatrix} m_{Z^{(0)}}^2 & -m_{Z^{(0)}} m_{(m)} \\ -m_{Z^{(0)}} m_{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix} \left. \right\} \begin{pmatrix} Z_G^{(m)} \\ S_Z^{(m)} \end{pmatrix}. \tag{2.79}
\end{aligned}$$

Como ya hemos visto, del sector de Yang-Mills 2.18 surge un campo escalar ($W_G^{(m)\pm}$ y $Z_G^{(m)}$) sin masa para cada excitación vectorial de norma ($W_{\mu}^{(m)\pm}$ y $Z_{\mu}^{(m)}$). En este sentido, les hemos dado de manera provisional a los primeros, el nombre de pseudo bosones de Goldstone; ya que también en este mismo sector, una parte de los vectores de norma— originalmente no masivos por invarianza gauge en \mathcal{M}^{4+n} — adquieren un término de masa al atravesar el mecanismo de compactificación. Para el caso de una teoría de Yang-Mills pura— estudiada en [35, 18]— este nombre es adecuado, ya que todos los escalares surgen únicamente de \mathcal{L}_{eff}^H . Pero este nombre no es del todo correcto en nuestro modelo aquí desarrollado, ya que al estudiar $\mathcal{L}_{SS,masa}^{EW}$, es donde logramos percibir la manera profunda en la que la incorporación de un sector extradimensional de Higgs impacta en el espectro escalar de masas y la estructura dinámica del sistema. Este nombre no es del todo acertado ya que no contempla la presencia de los escalares que surgen del sector de Higgs, que pueden ser removidos mediante una SGT particular. En este aspecto, bien podrían ser tratados también como pseudo bosones de Goldstone; pero el tener dos pseudo bosones para cada conexión masiva no es para nada consistente. Este hecho se hace aún más grave al notar la mezcla entre

estos escalares de distinta procedencia: $W_{\bar{\mu}}^{(m)\pm}$ con $S_W^{(m)\pm}$; y $Z_{\bar{\mu}}^{(m)}$ con $S_Z^{(m)\pm}$. Con esto concluimos que ninguno de estos escalares es precisamente un pseudo bosón de Goldstone como tal.

Para nuestra fortuna, la misma teoría presenta una forma, simple pero remarcable, de superar esta aparente dificultad. Esto se logra notando que la matriz que mezcla a $W_{\bar{\mu}}^{(m)\pm}$ con $S_W^{(m)\pm}$, tiene el conjunto de eigenvalores $\{m_{W^{(m)}}^2 \equiv m_{W^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2, 0\}$. Mientras que aquella que mezcla $Z_{\bar{\mu}}^{(m)}$ con $S_Z^{(m)\pm}$, tiene a $\{m_{Z^{(m)}}^2 \equiv m_{Z^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2, 0\}$ como eigenvalores. De esta manera, escalares cargados físicos $W_n^{(m)\pm}$ y un escalar neutro físico $Z_n^{(m)}$, emergen de este sector; así como los verdaderos pseudo bosones de la teoría $G_W^{(m)\pm}$ y $G_Z^{(m)}$ no masivos; relacionados con las excitaciones vectoriales que adquieren masa $W_{\mu}^{(m)\pm}$ y $Z_{\mu}^{(m)}$, respectivamente. Estas matrices pueden ser diagonalizadas mediante las siguientes transformaciones unitarias:

$$\begin{pmatrix} W_G^{(m)+} \\ S_W^{(m)+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\varsigma_{\Theta}^{(m)} & i\kappa_{\Theta}^{(m)} \\ \kappa_{\Theta}^{(m)} & \varsigma_{\Theta}^{(m)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_n^{(m)+} \\ G_W^{(m)+} \end{pmatrix} \quad (2.80)$$

$$\begin{pmatrix} Z_G^{(m)} \\ S_Z^{(m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\varsigma_{\Omega}^{(m)} & \kappa_{\Omega}^{(m)} \\ \kappa_{\Omega}^{(m)} & \varsigma_{\Omega}^{(m)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_n^{(m)} \\ G_Z^{(m)} \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

Donde hemos definido a los ‘‘ángulos’’ de mezcla de KK como:

$$\varsigma_{\Theta}^{(m)} \equiv \frac{m_{W^{(0)}}}{m_{W^{(m)}}}, \quad \kappa_{\Theta}^{(m)} \equiv \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(m)}}}, \quad (2.82)$$

$$\varsigma_{\Omega}^{(m)} \equiv \frac{m_{Z^{(0)}}}{m_{Z^{(m)}}}, \quad \kappa_{\Omega}^{(m)} \equiv \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(m)}}}. \quad (2.83)$$

Una vez realizamos estas rotaciones, $\mathcal{L}_{SS,masa}^{EW}$ adquiere la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SS,masa}^{EW} = & - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} m_{H^{(m)}}^2 H^{(m)} H^{(m)} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 A_{\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)} \right. \\ & + m_{W^{(m)}}^2 W_{\bar{n}}^{(m)-} W_{\bar{n}}^{(m)+} + \frac{1}{2} m_{Z^{(m)}}^2 Z_{\bar{n}}^{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} \\ & \left. + m_{W^{(m)}}^2 W_n^{(m)-} W_n^{(m)+} + \frac{1}{2} m_{Z^{(m)}}^2 Z_n^{(m)} Z_n^{(m)} \right\}. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Se tiene así que, para la excitación vectorial masiva, $W_{\mu}^{(m)\pm}$ ($Z_{\mu}^{(m)}$); se generan $n - 1$ escalares masivos $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ ($Z_{\bar{n}}^{(m)}$), además de 1 escalar físico adicional $W_n^{(m)\pm}$ ($Z_n^{(m)}$). Paralelamente, surge también un escalar no físico $G_W^{(m)\pm}$ ($G_Z^{(m)}$) asociado con esta conexión: su pseudo bosón de Goldstone auténtico. Con lo que concluimos que para cada torre de KK de bosones de norma $W_{\mu}^{(m)\pm}$ y $Z_{\mu}^{(m)}$, emerge un total de n campos escalares físicos cuyas masas están dadas por $m_{W^{(m)}}$ y $m_{Z^{(m)}}$, respectivamente. Esto contrasta con el caso del campo de norma masivo $A_{\mu}^{(m)}$ asociado al fotón, que no recibe contribución a su masa proporcional a v ; y que asociado a este sólo tiene $n - 1$ escalares físicos.

2.4. Fijación Covariante de la Norma

En esta sección implementamos un procedimiento para fijar la norma, del tipo renormalizable. Como se vio en la sección 2.2.4, la teoría efectiva está dominada por dos tipos de transformaciones de norma infinitesimales, las SGT así como las NSGT. Por lo que precisamos de dos procedimientos que fijen la norma tanto para los modos cero $A_{\mu}^{(0)}$, como para los modos excitados $A_{\mu}^{(m)}$ ($A = W, B$).

Debido a que las SGT se definen para reproducir invarianza de norma bajo el grupo 4-dimensional mediante los modos cero de los parámetros de norma, mientras que las NSGT únicamente dependen de los parámetros excitados— en estas últimas transformaciones se encripta el remanente de la simetría de norma extendida, manifiesta implícitamente en la teoría efectiva—; es posible introducir métodos independientes para remover las redundancias de la teoría respecto a cada una de estas transformaciones [37]. En el contexto del Modelo Estándar usual, el conjunto de normas R_ξ nos permiten, además de definir los propagadores para las conexiones, también permiten remover de la teoría términos bilineales que mezclan bosones de norma y pseudo bosones de Goldstone; los cuales surgen como consecuencia del rompimiento espontáneo del grupo electrodébil. En el caso de nuestro modelo, este tipo de términos también surgen no sólo debido al mecanismo de Higgs, sino también a causa del mecanismo de compactificación de las dimensiones extra [37].

Aquí, el mecanismo de Higgs tiene lugar debido a un valor esperado del vacío distinto de cero que presenta el modo cero del doblete, $\Phi^{(0)}$. El doblete excitado $\Phi^{(m)}$ no presenta este fenómeno. Para los modos cero, se inducen términos bilineales mediante el sector cinético de Higgs:

$$(D_\mu^{(0)}\Phi^{(0)})^\dagger(D^{(0)\mu}\Phi^{(0)}) = (D_\mu^{(0)}\Phi_0^{(0)})^\dagger(D^{(0)\mu}\hat{\Phi}^{(0)}) + H.c + \dots \quad (2.85)$$

donde $\Phi_0^{(0)\dagger} = (0, v/2)$ y $\hat{\Phi}^{(0)} = \Phi^{(0)} - \Phi_0^{(0)}$. En la literatura se han desarrollado distintos procedimientos de fijación de la norma para remover la degeneración asociada a las SGT y eliminar los términos bilineales. Dentro de estos procedimientos, destacan aquellos conocidos como normas R_ξ [38, 39], o normas no lineales, que se construyen covariantemente a modo de introducir simplificaciones adicionales en los cálculos perturbativos. A continuación mostramos una norma no lineal covariante bajo el grupo electromagnético $U_e(1, \mathcal{M}^4)$, empleada en el Modelo Estándar usual [40]:

- Norma no lineal para los modos cero de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$

$$\begin{aligned} f^{(0)i} = & \left(\delta^{ij} \partial_\mu - g' \epsilon^{3ij} B_\mu^{(0)} \right) W^{(0)j\mu} \\ & + \frac{ig\xi}{2} \left[\Phi^{(0)\dagger} (\sigma^i - i\epsilon^{3ij} \sigma^j) \Phi_0^{(0)} \right. \\ & \left. - \Phi_0^{(0)\dagger} (\sigma^i + i\epsilon^{3ij} \sigma^j) \Phi^{(0)} + i\epsilon^{3ij} \Phi^{(0)\dagger} \sigma^j \Phi^{(0)} \right], \end{aligned} \quad (2.86)$$

- Norma no lineal para los modos cero de $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$

$$f^{(0)} = \partial_\mu B_\mu^{(0)} + \frac{ig'\xi Y_\Phi}{2} \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right). \quad (2.87)$$

Esta norma R_ξ especial, además de remover las mezclas bilineales de (2.85), modifica la estructura de los vértices $W^{(0)+}W^{(0)-}A^{(0)}$, $W^{(0)+}W^{(0)-}Z^{(0)}$, $W^{(0)+}W^{(0)-}A^{(0)}A^{(0)}$, $W^{(0)+}W^{(0)-}A^{(0)}Z^{(0)}$ y $W^{(0)+}W^{(0)-}Z^{(0)}Z^{(0)}$. También se encarga de eliminar los vértices $W^{(0)}G_W^{(0)}A^{(0)}$, $W^{(0)}, G_W^{(0)}Z^{(0)}$, $H^{(0)}W^{(0)}G_W^{(0)}A^{(0)}$, $H^{(0)}W^{(0)}G_W^{(0)}Z^{(0)}$, $G_Z^{(0)}W^{(0)}G_W^{(0)}A^{(0)}$ y $G_Z^{(0)}W^{(0)}G_W^{(0)}Z^{(0)}$.

Para el problema al que nos enfrentamos, basta con emplear una norma lineal que remueva los grados de libertad espurios de los modos cero, asociados a las SGT; y además cancele las mezclas bilineales de (2.85), aunque no afecte a los vértices:

- Norma lineal para los modos cero de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$

$$f^{(0)i} = \partial_\mu W^{(0)i\mu} + ig\xi \left(\Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} \right) \quad (2.88)$$

- Norma lineal para los modos cero de $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$

$$f^{(0)} = \partial_\mu B_\mu^{(0)} + \frac{ig'\xi Y_\Phi}{2} \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right). \quad (2.89)$$

Análogamente, el mecanismo de compactificación de las dimensiones extra produce mezclas bilineales entre las conexiones excitadas $A_\mu^{(m)}$ y los escalares $W_G^{(m)}$ ($A = W, B$). Estos términos surgen de:

$$\mathcal{L}_{VS}^{YM(m)} = \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu}_{\bar{\nu}} + \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}^{(m)i\mu}_{\bar{\nu}} \right\}. \quad (2.90)$$

Específicamente, del término 2.52d. Adicionalmente, el mecanismo de Higgs induce términos bilineales entre los escalares cargados $S_W^{(m)+}$ y la componente imaginaria $S_Z^{(m)}$ del doblete $\Phi^{(m)}$, con las excitaciones vectoriales $W_\mu^{(m)\pm}$ y $W_\mu^{(m)3}$, respectivamente. Estos términos provienen de:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}_{VS}^{H(0)} + \mathcal{L}_{VS}^{H(m)} \\ &= (D_\mu \Phi)^{(0)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(0)} + \sum_{(m)} \left\{ (D_\mu \Phi)^{(m)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(m)} \right\}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

específicamente, de los términos 2.72c y 2.73c.

Así pues, definimos a los siguientes lagrangianos que introducen dichas mezclas indeseadas:

$$\mathcal{L}_{VS, mix}^{YM(m)} = m_{(m)} B^{(m)\mu} \left(\partial_\mu B_G^{(m)} \right) + m_{(m)} W^{(m)i\mu} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_G^{(m)j} \right). \quad (2.92)$$

$$\mathcal{L}_{VS, mix}^{H(m)} = ig \left(\Phi_0^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \partial^\mu \Phi^{(m)} - (\partial_\mu \Phi^{(m)})^\dagger \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi_0^{(0)} \right). \quad (2.93)$$

Nos interesa estudiar las contribuciones de los campos de KK a los diagramas de lazo, por consiguiente, las amplitudes que calcularemos contendrán únicamente campos de KK circulando dentro de la integral de 4-momento. Para esta labor, escoger una norma para definir propagadores de las conexiones de KK será indispensable. Si además de esto, deseamos que la manera en la que se fije la norma, también mantenga intacta la estructura de gauge del grupo de bajas energías, determinada por las SGT; debemos cerciorarnos que nuestro procedimiento remueva exclusivamente aquellas redundancias asociadas con las NSGT. En el contexto de una sola dimensión extra, en [37] se mostró como remover las mezclas bilineales de 2.90 mediante un procedimiento de fijación de la norma para las NSGT que es covariante bajo SGT. En [41] se amplía este procedimiento para abordar el caso de n dimensiones extras. Además, en [42] se generalizó este método para cancelar también los términos bilineales de 2.91. Aquí presentamos una extensión de este abordaje para el caso de la teoría electrodébil, gobernada por un producto directo de grupos de simetría y que además presenta rompimiento espontáneo de simetría. Esto hace que el proceso de fijación de la norma sea mucho más elaborado, en comparación con los casos ya estudiados; mencionados anteriormente. Presentamos a continuación las funciones que se encargarán de fijar las NSGT [12]:

- Norma no lineal para modos de KK de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$

$$f^{(m)i} = \mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(m)j\mu} - \xi m_{(m)} W_G^{(m)i} + ig\xi \left(\Phi^{(m)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)} \right), \quad (2.94)$$

- Norma no lineal para modos de KK de $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$

$$f^{(m)} = \partial_\mu B^{(m)\mu} - \xi m_{(m)} B_G^{(m)} + ig' \xi \frac{Y_\Phi}{2} (\Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)}). \quad (2.95)$$

Esta forma de fijar la norma para las NSGT se transforma covariantemente bajo las SGT. La función $f^{(m)i}$ se transforma en la representación adjunta de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$. Mientras que $f^{(m)}$ es invariante bajo $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$. Al ser normas no lineales, su impacto no se limita a los propagadores, sino que modificará vértices de orden tres y cuatro de manera no trivial. De tal suerte que los vértices que surjan guardarán invarianza de norma.

La teoría cuántica de sistemas de norma es gobernada por la simetría *BRST* [31, 32, 33], que a nivel clásico emerge de manera natural en el contexto del *Formalismo Campo-Anticampo* [2].

Previo al estadio de cuantización, es necesario enlazar dinámicamente a los campos con sus respectivos anticampos, lo cuál requiere una aproximación clásica a la simetría *BRST*. Comenzamos con la acción extendida invariante bajo el grupo de Poincaré extendido $ISO(1, 3+n)$, cuya dinámica está caracterizada por una invarianza de norma bajo el grupo extendido $SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)$. Estas simetrías son manifiestas en la acción extendida:

$$S[\chi, \chi^*] = \int d^d x [\mathcal{L}_{SM}^{(4+n)} + \mathcal{W}_{iM}^* \mathcal{D}^{ijM} C^j + \frac{1}{2} g_{(4+n)} \epsilon_{ijk} C_k^* C^j C^i + \bar{C}_i^* B^i + \mathcal{B}_M^* \partial^M C + \bar{C}^* B + \mathcal{L}_{\Phi^* \Phi}^{(4+n)}], \quad (2.96)$$

con

$$\mathcal{L}_{\Phi^* \Phi}^{(4+n)} = ig_{(4+n)} \left[\Phi^{*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi - \Phi^\dagger \frac{\sigma^i}{2} \Phi^* \right] C^i + ig'_{(4+n)} \frac{Y}{2} [\Phi^{*\dagger} \Phi - \Phi^\dagger \Phi^*] C, \quad (2.97)$$

donde \mathcal{D}^{ijM} es la derivada covariante del grupo $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$ definida en 2.21. El asterisco denota los anticampos, mientras que los campos C son los campos fantasma de Faddeev-Popov; los parámetros de norma ascendidos como campos interactuantes fermiónicos. El par trivial de campos, \bar{C} y B son los anticampos de Faddeev-Popov y los campos auxiliares, respectivamente. Los últimos dos términos corresponden al grupo abeliano. Nótese la introducción del doblete y antidobleto de Higgs, que son necesarios en teorías con rompimiento espontáneo de simetría para poder generar masas no-físicas para los pseudo bosones de Goldstone y campos fantasma; mediante el procedimiento de fijar la norma. Los anticampos de Φ se encuentran en $\Phi^{*\dagger}$, mientras que los anticampos de Φ^\dagger están en Φ^* .

A continuación, realizamos el primer mapeo canónico de objetos simétricos bajo el grupo de Poincaré extendido $ISO(1, 3+n)$ a objetos simétricos de los subgrupos $ISO(1, 3)$ y $SO(n)$ 2.4

$$SO(1, 3+n) \mapsto SO(1, 3) \quad (2.98)$$

$$\mathcal{W}^{aM}(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{W}^{a\mu}(x, \bar{x}), \mathcal{W}^{a\bar{\mu}}(x, \bar{x})\} \quad (2.99)$$

$$\mathcal{W}_{aM}^*(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{W}_{a\mu}^*(x, \bar{x}), \mathcal{W}_{a\bar{\mu}}^*(x, \bar{x})\} \quad (2.100)$$

$$\mathcal{B}^M(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{B}^\mu(x, \bar{x}), \mathcal{B}^{\bar{\mu}}(x, \bar{x})\} \quad (2.101)$$

$$\mathcal{B}_M^*(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{B}_\mu^*(x, \bar{x}), \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^*(x, \bar{x})\} \quad (2.102)$$

Antes de realizar el segundo mapeo, es necesario establecer la paridad de los campos y anticampos bajo el intercambio $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$:

$$\left. \begin{array}{l}
 \mathcal{W}^{i\mu}(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{W}_{i\mu}^*(x, \bar{x}) \\
 C^i(x, \bar{x}) \\
 \bar{C}^i(x, \bar{x}) \\
 B^i(x, \bar{x}) \\
 C_i^*(x, \bar{x}) \\
 \bar{C}_i^*(x, \bar{x}) \\
 B_i^*(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{B}^\mu(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{B}_\mu^*(x, \bar{x}) \\
 C(x, \bar{x}) \\
 \bar{C}(x, \bar{x}) \\
 B(x, \bar{x}) \\
 C^*(x, \bar{x}) \\
 \bar{C}^*(x, \bar{x}) \\
 B^*(x, \bar{x}) \\
 \Phi(x, \bar{x}) \\
 \Phi^*(x, \bar{x})
 \end{array} \right\} \text{Pares} \quad (2.103)$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \mathcal{W}^{i\bar{\mu}}(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{W}_{i\bar{\mu}}^*(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{B}^{\bar{\mu}}(x, \bar{x}) \\
 \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^*(x, \bar{x})
 \end{array} \right\} \text{Impares} \quad (2.104)$$

Una vez integradas las dimensiones extra, tenemos la siguiente lagrangiana explícitamente invariante bajo el grupo usual

$$S[\chi, \chi^*] = \int d^4x \left\{ \mathcal{L}_{eff}^{d=4} + \mathcal{L}_{A^*C,V} + \mathcal{L}_{A^*C,S} + \mathcal{L}_{C^*CC} + \mathcal{L}_{\bar{C}^*B} + \mathcal{L}_{\Phi^*\Phi}^{d=4} \right\}. \quad (2.105)$$

Donde $\mathcal{L}_{eff}^{d=4}$ es el lagrangiano efectivo del Modelo Estándar con dimensiones extra universales analizado en la sección anterior, además

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{A^*C,V} &= W_\mu^{*(0)i} \left(\mathcal{D}^{(0)ij\mu} C^{(0)j} + g\epsilon^{ijk} \sum_{\langle m \rangle} W^{\mu(m)j} C^{\langle m \rangle k} \right), \\
 &+ \sum_{\langle m \rangle} W_{i\mu}^{*(m)} \left(\sum_{\langle r \rangle} \mathcal{D}^{\mu(mr)ij} C^{\langle r \rangle j} + g\epsilon^{ijk} W^{\mu(m)j} C^{\langle 0 \rangle k} \right) \\
 &+ B_\mu^{*(0)} \partial^\mu C^{(0)} + \sum_{\langle m \rangle} B_\mu^{*(m)} \partial^\mu C^{\langle m \rangle},
 \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{A^*C,S} &= \sum_{\langle m \rangle} W_{i\bar{\mu}}^{*(m)} \left(\sum_{\langle r \rangle} \mathcal{D}_{\bar{\mu}}^{\langle mr \rangle ij} C^{\langle r \rangle j} - g\epsilon^{ijk} W_{\bar{\mu}}^{\langle m \rangle j} C^{\langle 0 \rangle k} \right) \\
 &- \sum_{\langle m \rangle} B_{\bar{\mu}}^{*(m)} p_{\bar{\mu}}^{\langle m \rangle} C^{\langle m \rangle},
 \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{C^*CC} &= \frac{1}{2} g \epsilon^{ijk} \left[C_k^{*(0)} \left(C^{(0)j} C^{(0)i} + \sum_{(m)} C^{(m)j} C^{(m)i} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{(m)} C_k^{*(m)} \left(C^{(0)j} C^{(m)i} + C^{(m)j} C^{(0)i} + \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} C^{(r)j} C^{(s)i} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.108)$$

$$\mathcal{L}_{\bar{C}^*B} = \bar{C}_i^{*(0)} B^{i(0)} + \sum_{(m)} \bar{C}_i^{*(m)} B^{i(m)} + \bar{C}^{*(0)} B^{(0)} + \sum_{(m)} \bar{C}^{*(m)} B^{(m)}, \quad (2.109)$$

$$\mathcal{L}_{\Phi^*\Phi}^{d=4} = ig \left[\Phi^{(0)*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)*} \right] C^{(0)i} + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(0)*\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)*} \right] C^{(0)} \quad (2.110a)$$

$$+ \sum_{(m)} \left\{ ig \left[\Phi^{(m)*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)*} \right] C^{(m)i} + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(m)*\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)*} \right] C^{(m)} \right. \quad (2.110b)$$

$$+ ig \left[\Phi^{(0)*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)} - \Phi^{(m)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)*} \right] C^{(m)i} + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(0)*\dagger} \Phi^{(m)} - \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)*} \right] C^{(m)} \quad (2.110c)$$

$$+ ig \left[\Phi^{(m)*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)} - \Phi^{(m)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)*} \right] C^{(0)i} + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(m)*\dagger} \Phi^{(m)} - \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(m)*} \right] C^{(0)} \quad (2.110d)$$

$$\left. + \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} \left(ig \left[\Phi^{(m)*\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(r)} - \Phi^{(r)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)*} \right] C^{(s)i} + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(m)*\dagger} \Phi^{(r)} - \Phi^{(r)\dagger} \Phi^{(m)*} \right] C^{(s)} \right) \right\}. \quad (2.110e)$$

Esta acción aún posee invarianza de norma, por lo que debe introducirse un procedimiento que fije la norma para remover las redundancias de la teoría. Por otra parte, los anticampos no representan grados de libertad físicos, por lo tanto deben ser removidos de la teoría antes de poder cuantizarla. El criterio que nos permite remover a los anticampos de la teoría y al mismo tiempo, remover los grados de libertad espurios consiste en: introducir una funcional fermiónica de los campos $\Psi[\chi^A]$, con número ghost -1 y tal que, para cada campo χ^A , se satisfaga

$$\chi_A^* = \frac{\delta \Psi}{\delta \chi^A}. \quad (2.111)$$

En cierta superficie del espacio de configuraciones de campos y anticampos llamada \sum_{Ψ} . Esto hace necesario introducir el par de campos triviales ya que los primeros son los únicos campos con carga ghost -1 . La estructura de KK de nuestra funcional fermiónica es:

$$\Psi[\chi] = \Psi^{(0)}[\chi^{(0)}] + \sum_{(m)} \Psi[\chi^{(0)}, \chi^{(m)}] \quad (2.112)$$

De donde se obtiene

$$\chi_A^{*(0)} = \frac{\delta \Psi^{(0)}}{\delta \chi_A^{(0)}} + \sum_{(m)} \frac{\delta \Psi^{(m)}}{\delta \chi_A^{(0)}} \quad (2.113a)$$

$$\chi_A^{*(m)} = \sum_{(l)} \frac{\delta \Psi^{(l)}}{\delta \chi_A^{(m)}}. \quad (2.113b)$$

Para remover la degeneración de las SGT, se implementa la siguiente funcional fermiónica:

$$\Psi^{(0)} = \int d^4x \left\{ \bar{C}^{(0)} \left(f^{(0)} + \frac{\xi}{2} B^{(0)} \right) + \bar{C}^{(0)i} \left(f^{(0)i} + \frac{\xi}{2} B^{(0)i} \right) \right\} \quad (2.114)$$

Mientras que para las NSGT se emplea:

$$\Psi^{(\underline{m})} = \int d^4x \left\{ \bar{C}^{(\underline{m})} \left(f^{(\underline{m})} + \frac{\xi}{2} B^{(\underline{m})} \right) + \bar{C}^{(\underline{m})i} \left(f^{(\underline{m})i} + \frac{\xi}{2} B^{(\underline{m})i} \right) \right\}. \quad (2.115)$$

Los anticampos en la superficie \sum_{Ψ} están determinados por:

- Modos cero de $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$

$$B_{\mu}^{*(0)} = -\partial_{\mu} \bar{C}^{(0)} \quad (2.116a)$$

$$C^{*(0)} = 0 \quad (2.116b)$$

$$\bar{C}^{*(0)} = \partial_{\mu} B^{(0)\mu} + \frac{\xi}{2} B^{(0)} \quad (2.116c)$$

$$B^{*(0)} = \frac{\xi}{2} \bar{C}^{(0)} \quad (2.116d)$$

- Modos cero de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$

$$W_{i\mu}^{*(0)} = -\partial_{\mu} \bar{C}^{(0)i} - g \epsilon^{ijk} \sum_{(\underline{k})} \bar{C}^{(\underline{k})j} W_{\mu}^{(\underline{k})k} \quad (2.117a)$$

$$C_i^{*(0)} = 0 \quad (2.117b)$$

$$\bar{C}_i^{*(0)} = \partial_{\mu} W^{(0)i\mu} + \frac{\xi}{2} B^{(0)i} \quad (2.117c)$$

$$B_i^{*(0)} = \frac{\xi}{2} \bar{C}^{(0)i} \quad (2.117d)$$

- Modos cero del doblete de Higgs

$$\left[\Phi^{(0)*\dagger} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(0)j} \left(- \left[\Phi_0^{(0)\dagger} \right]_{\ell} \left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{\ell i} \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(0)} \left(- \left[\Phi_0^{(0)\dagger} \right]_i \right) \quad (2.118)$$

$$\left[\Phi^{(0)*} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(0)j} \left(\left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{i\ell} \left[\Phi_0^{(0)} \right]_{\ell} \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(0)} \left(\left[\Phi_0^{(0)} \right]_i \right) \quad (2.119)$$

- Modos Excitados de $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$

$$B_{\mu}^{*(\underline{m})} = -\partial_{\mu} \bar{C}^{(\underline{m})} \quad (2.120a)$$

$$B_{\bar{n}}^{*(\underline{m})} = 0, \quad \bar{n} = 1, \dots, n-1 \quad (2.120b)$$

$$B_G^{*(\underline{m})} = -\xi m_{(\underline{m})} \bar{C}^{(\underline{m})} \quad (2.120c)$$

$$C^{*(\underline{m})} = 0 \quad (2.120d)$$

$$\bar{C}^{*(\underline{m})} = f^{(\underline{m})} + \frac{\xi}{2} B^{(\underline{m})} \quad (2.120e)$$

$$B^{*(\underline{m})} = \frac{\xi}{2} \bar{C}^{(\underline{m})a} \quad (2.120f)$$

- Modos excitados de $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$

$$W_{i\mu}^{*(k)} = -\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} \bar{C}^{(m)j} \quad (2.121a)$$

$$W_{\bar{n}}^{*(m)} = 0, \quad \bar{n} = 1, \dots, n \quad (2.121b)$$

$$W_{iG}^{*(m)} = -\xi m_{(m)} \bar{C}^{(m)i} \quad (2.121c)$$

$$C_i^{*(m)} = 0 \quad (2.121d)$$

$$\bar{C}_i^{*(m)} = f^{(m)i} + \frac{\xi}{2} B^{(m)i} \quad (2.121e)$$

$$B_i^{*(m)} = \frac{\xi}{2} \bar{C}^{(m)i} \quad (2.121f)$$

- Modos excitados del doblete de Higgs

$$\left[\Phi^{(m)*\dagger} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(m)j} \left(- \left[\Phi^{(0)\dagger} \right]_\ell \left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{\ell i} \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(m)} \left(- \left[\Phi^{(0)\dagger} \right]_i \right) + \dots \quad (2.122)$$

$$\left[\Phi^{(m)*} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(m)j} \left(\left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{i\ell} \left[\Phi^{(0)} \right]_\ell \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(m)} \left(\left[\Phi^{(0)} \right]_i \right) + \dots \quad (2.123)$$

Para los antidobletes $\Phi^{*\dagger}$ y Φ^* , se muestran únicamente los términos que contribuirán a los términos de masa. Los puntos suspensivos indican términos adicionales que aquí omitimos.

La determinación de los anticampos en la acción efectiva, nos conduce a la acción con la norma fijada $S_\Psi = S[\Phi, \frac{\delta\Psi}{\delta\Phi}]$, que podemos escribir como:

$$\begin{aligned} S_\Psi = \int d^4x \left\{ \mathcal{L}_{eff}^{d=4} + \mathcal{L}_{FPG} \right. \\ \left. + B^{(0)}(f^{(0)} + \frac{\xi}{2} B^{(0)}) + \sum_{(m)} B^{(m)}(f^{(m)} + \frac{\xi}{2} B^{(m)}) \right. \\ \left. B^{(0)i}(f^{(0)i} + \frac{\xi}{2} B^{(0)i}) + \sum_{(m)} B^{(m)i}(f^{(m)i} + \frac{\xi}{2} B^{(m)i}) \right\}. \end{aligned} \quad (2.124)$$

Donde \mathcal{L}_{FPG} es el lagrangiano fantasma de Faddeev-Popov, que determina la dinámica completa del par ghost-antighost:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{FPG} = & - \left(\partial_\mu \bar{C}^{(0)i} + g\epsilon^{ijk} \sum_{(\underline{m})} \bar{C}^{(\underline{m})j} W_\mu^{(\underline{m})k} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ij\mu} C^{(0)j} + g\epsilon^{ijk} \sum_{(\underline{m})} W^{\mu(\underline{m})j} C^{(\underline{m})k} \right) \\
& - \sum_{(\underline{m})} \mathcal{D}_\mu^{(0)il} \bar{C}^{(\underline{m})l} \left(\sum_{(\underline{r})} \mathcal{D}^{\mu(\underline{mr})ij} C^{(\underline{r})j} + g\epsilon^{ijk} W^{\mu(\underline{m})j} C^{(0)k} \right) \\
& - \partial_\mu \bar{C}^{(0)} \partial^\mu C^{(0)} - \sum_{(\underline{m})} \partial_\mu \bar{C}^{(\underline{m})} \partial^\mu C^{(\underline{m})} \\
& + \sum_{(\underline{m})} \left[\xi m_{(\underline{m})}^2 \bar{C}^{(\underline{m})i} C^{(\underline{m})i} + g\epsilon^{ijk} \xi m_{(\underline{m})} \bar{C}^{(\underline{m})i} \left(W_G^{(\underline{m})j} C^{(0)k} + \sum_{(\underline{sr})} \Delta'_{(\underline{msr})} W_G^{(\underline{s})j} C^{(\underline{r})k} \right) \right] \\
& + \sum_{(\underline{m})} \xi m_{(\underline{m})}^2 \bar{C}^{(\underline{m})} C^{(\underline{m})}.
\end{aligned} \tag{2.125}$$

Se observa que los campos $B^{(0)}$, $B^{(0)i}$, $B^{(\underline{m})}$ y $B^{(\underline{m})i}$ no se propagan: lo que nos permite emplear sus ecuaciones de movimiento para integrarlos directamente a nivel de la acción cuántica. Lo que resulta en el lagrangiano encargado de fijar la norma \mathcal{L}_{GF} :

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (f^{(0)})^2 - \frac{1}{2\xi} - \frac{1}{2\xi} (f^{(0)i})^2 - \frac{1}{2\xi} \sum_{(\underline{m})} \left\{ (f^{(\underline{m})})^2 + (f^{(\underline{m})i})^2 \right\} \tag{2.126a}$$

$$= -\frac{1}{2\xi} (f^{(0)})^2 - \frac{1}{2\xi} (f^{(0)i})^2 \tag{2.126b}$$

$$+ \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\frac{1}{2\xi} \left(\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu} \right)^2 - \frac{1}{2\xi} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})j\mu} \right)^2 \right\} \tag{2.126c}$$

$$- \frac{1}{2}\xi \left(m_{(\underline{m})} W_G^{(\underline{m})i} \right)^2 - \frac{1}{2}\xi \left(m_{(\underline{m})} B_G^{(\underline{m})} \right)^2 \tag{2.126d}$$

$$- \frac{1}{2}\xi \left(ig' \frac{Y_\Phi}{2} (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(\underline{m})}) \right)^2 - \frac{1}{2}\xi \left(ig (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(\underline{m})}) \right)^2 \tag{2.126e}$$

$$+ m_{(\underline{m})} B_G^{(\underline{m})} \left(\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu} \right) + m_{(\underline{m})} W_G^{(\underline{m})i} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})j\mu} \right) \tag{2.126f}$$

$$- \left(\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu} \right) \left(ig' \frac{Y_\Phi}{2} (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(\underline{m})}) \right) - \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})j\mu} \right) \left(ig (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(\underline{m})}) \right) \tag{2.126g}$$

$$+ \xi m_{(\underline{m})} B_G^{(\underline{m})} \left(ig' \frac{Y_\Phi}{2} (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(\underline{m})}) \right) + \xi m_{(\underline{m})} W_G^{(\underline{m})i} \left(ig (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(\underline{m})}) \right) \tag{2.126h}$$

Con esta elección particular de esquema para fijar la norma de la teoría, se generan además términos de mezcla adicionales que permiten eliminar acoplamientos indeseados mediante términos de superficie:

- La cancelación de mezclas en Yang-Mills se logra al sumar \mathcal{L}_{GF} con $\mathcal{L}_{VS}^{YM(\underline{m})}$, para obtener un término de superficie. Puntualmente, es la suma de los términos (2.52d) con (2.126f) quien hace la magia:

$$\mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{VS, mix}^{YM(\underline{m})} = \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu})^2 - \frac{\xi}{2} m_{(\underline{m})}^2 B_G^{(\underline{m})2} \right. \quad (2.127a)$$

$$\left. - \frac{1}{2\xi} (\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})j\mu})^2 - \frac{\xi}{2} m_{(\underline{m})}^2 W_G^{(\underline{m})i2} \right. \quad (2.127b)$$

$$\left. + m_{(\underline{m})} W_G^{(\underline{m})i} (D_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})\mu j}) + m_{(\underline{m})} B_G^{(\underline{m})} (\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu}) \right. \quad (2.127c)$$

$$\left. + m_{(\underline{m})} W^{(\underline{m})i\mu} (\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_G^{(\underline{m})j}) + m_{(\underline{m})} B^{(\underline{m})\mu} (\partial_\mu B_G^{(\underline{m})}) + \dots \right\} \quad (2.127d)$$

$$= \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu})^2 - \frac{\xi}{2} m_{(\underline{m})}^2 B_G^{(\underline{m})2} \right. \quad (2.127e)$$

$$\left. - \frac{1}{2\xi} (\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(\underline{m})j\mu})^2 - \frac{\xi}{2} m_{(\underline{m})}^2 W_G^{(\underline{m})i2} + \dots \right\} \quad (2.127f)$$

Se genera una corrección no trivial a vértices cúbicos y cuárticos de bosones $W_\mu^{(\underline{m})i}$, además de contribución a masas no físicas para pseudo bosones de Goldstone; a la vez que permite cancelación de mezclas bilineales y trilineales mediante los términos de superficie que emergen al sumar (2.127c) con (2.127d).

- Cancelación de mezclas en el sector de Higgs

$$\mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{VS, mix}^{H(\underline{m})} = \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\xi m_{W^{(0)}}^2 S_W^{(\underline{m})+} S_W^{(\underline{m})-} - \frac{\xi}{2} m_{Z^{(0)}}^2 S_Z^{(\underline{m})2} \right. \quad (2.128a)$$

$$\left. - ig (\partial_\mu W^{(\underline{m})i\mu}) (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(\underline{m})}) \right. \quad (2.128b)$$

$$\left. - ig W_\mu^{(\underline{m})i} \left[(\partial^\mu \Phi^{(\underline{m})})^\dagger \frac{\sigma^i}{2} \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} (\partial^\mu \Phi^{(\underline{m})}) \right] \right. \quad (2.128c)$$

$$\left. - \frac{ig'}{2} (\partial_\mu B^{(\underline{m})\mu}) (\Phi^{(\underline{m})\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(\underline{m})}) \right. \quad (2.128d)$$

$$\left. - \frac{ig'}{2} B_\mu^{(\underline{m})} \left[(\partial^\mu \Phi^{(\underline{m})})^\dagger \Phi_0^{(0)} - \Phi_0^{(0)\dagger} (\partial^\mu \Phi^{(\underline{m})}) \right] + \dots \right\} \quad (2.128e)$$

$$= \sum_{(\underline{m})} \left\{ -\xi m_{W^{(0)}}^2 S_W^{(\underline{m})+} S_W^{(\underline{m})-} - \frac{\xi}{2} m_{Z^{(0)}}^2 S_Z^{(\underline{m})2} + \dots \right\} \quad (2.128f)$$

Tenemos aquí contribuciones a la masa para escalares no físicos junto con cancelación de mezclas bilineales vía términos de superficie al sumar (2.128b) con (2.128c), y (2.128d) con (2.128e).

2.5. Términos Lagrangianos Selectos y Reglas de Feynman

A continuación, seleccionaremos aquellas interacciones presentes en todo el modelo, que involucran a los campos que formarán parte de las amplitudes del cálculo posterior.

2.5.1. Propagadores

Aquí presentamos brevemente los propagadores necesarios para el cálculo así como los lagrangianos correspondientes que los definen.

Excitaciones Vectoriales

De las lagrangianas de Yang-Mills (2.38) y (2.39); en específico de los términos (2.38b), (2.38c), y (2.39d) construimos los propagadores de todos los modos excitados de norma. Pero por sí solos, estos lagrangianos son insuficientes para poder definir los propagadores de manera no ambigua; por lo que la inclusión de los términos que fijan la norma y nos habilitan definir propagadores es esencial. Por otro lado, del término (2.73e) del sector de Higgs, aporta una contribución a la masa de las excitaciones vectoriales $W_\mu^{(m)\pm}$ y $Z_\mu^{(m)}$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(m)}W^{(m)}} \equiv & -\frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ \partial_\mu B_\nu^{(m)} \partial^\mu B^{(m)\nu} - \partial_\mu B_\nu^{(m)} \partial^\nu B^{(m)\mu} - \frac{1}{2\xi} \left(\partial_\mu B^{(m)\mu} \right)^2 \right. \\ & + \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_\nu^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ij\mu} W^{(m)j\nu} \right) - \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_\nu^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ij\nu} W^{(m)j\mu} \right) - \frac{1}{2\xi} \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W^{(m)j\mu} \right)^2 \\ & \left. + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 B_\mu^{(m)} B^{(m)\mu} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 W_\mu^{(m)i} W^{(m)i\mu} + g^2 \Phi_0^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi_0^{(0)} \right\} \end{aligned} \quad (2.129)$$

Una vez nos trasladamos a la base de eigenestados de masa mediante (2.76), tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(m)}W^{(m)}}^{Prop} \equiv & \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} A^{(m)\mu} \left[g_{\mu\nu} (\square + m_{A^{(m)}}^2) + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \partial_\mu \partial_\nu \right] A^{(m)\nu} \right. \\ & + \frac{1}{2} Z^{(m)\mu} \left[g_{\mu\nu} (\square + m_{Z^{(m)}}^2) + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \partial_\mu \partial_\nu \right] Z^{(m)\nu} \\ & \left. + W^{(m)-\mu} \left[g_{\mu\nu} (\square + m_{W^{(m)}}^2) + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \partial_\mu \partial_\nu \right] W^{(m)+\nu} \right\}. \end{aligned} \quad (2.130)$$

Donde $m_{W^{(m)}}^2 = m_{W^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$, $m_{Z^{(m)}}^2 = m_{Z^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$ y $m_{A^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2$.

Ghost-Antighost

De \mathcal{L}_{FPG} se origina el término cinético de los ghost y antighost; así como términos de masa:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FPG} = & \sum_{\underline{mr}} \left\{ - \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} \bar{C}^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(mr)ik\mu} C^{(r)k} \right) - \partial_\mu \bar{C}^{(m)} \partial^\mu C^{(m)} + \xi m_{(m)}^2 \left(\bar{C}^{(m)i} C^{(m)i} + \bar{C}^{(m)} C^{(m)} \right) \right\} + \dots \\ = & \sum_{\underline{m}} \left\{ \bar{C}^{(m)j} \mathcal{D}_\mu^{(0)ji} \mathcal{D}^{(0)ik\mu} C^{(r)k} + \bar{C}^{(m)} \partial_\mu \partial^\mu C^{(m)} + \xi m_{(m)}^2 \left(\bar{C}^{(m)i} C^{(m)i} + \bar{C}^{(m)} C^{(m)} \right) \right\} + \dots \\ = & \sum_{\underline{m}} \left\{ \bar{C}^{(m)i} \square C^{(m)i} + \bar{C}^{(m)} \square C^{(m)} + \xi m_{(m)}^2 \left(\bar{C}^{(m)i} C^{(m)i} + \bar{C}^{(m)} C^{(m)} \right) \right\} + \dots \end{aligned} \quad (2.131)$$

Sólo mostramos los términos de interés para calcular propagadores, los puntos suspensivos indican más términos. Al rotar estos campos a la base de eigenestados de masa, de manera idéntica en que se rota a los campos bosónicos en (2.76), tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FGP}^{\bar{C}^{(m)}C^{(m)}} &\equiv \sum_{\underline{m}} \left\{ \bar{C}^{(m)-} \square C^{(m)+} + \bar{C}^{(m)+} \square C^{(m)-} + \bar{C}_Z^{(m)} \square C_Z^{(m)} + \bar{C}_A^{(m)} \square C_A^{(m)} \right. \\ &\quad \left. + \xi m_{\underline{m}}^2 \left(\bar{C}^{(m)-} C^{(m)+} + \bar{C}^{(m)+} C^{(m)-} + \bar{C}_Z^{(m)} C_Z^{(m)} + \bar{C}_A^{(m)} C_A^{(m)} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.132)$$

Sin embargo, la incorporación de un sector campo-anticampo de Higgs $\mathcal{L}_{\Phi^*\Phi}$ mediante $\Phi^{*\dagger}$ y Φ^* , los antidobletes de Φ y Φ^\dagger , respectivamente; también introduce una contribución a las masas no físicas del par ghost-antighost.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi^*\Phi} &= ig \left[\Phi^{(m)*\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \Phi^{(m)*} \right] C^{(m)j} \\ &\quad + ig' \frac{Y}{2} \left[\Phi^{(m)*\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)*} \right] C^{(m)} + \dots \end{aligned} \quad (2.133)$$

Usando las funciones que fijan la norma, encontramos que los anticampos del doblete son:

$$\left[\Phi^{(m)*\dagger} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(m)j} \left(- \left[\Phi^{(0)\dagger} \right]_\ell \left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{\ell i} \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(m)} \left(- \left[\Phi^{(0)\dagger} \right]_i \right) \quad (2.134)$$

$$\left[\Phi^{(m)*} \right]_i = ig\xi \bar{C}^{(m)j} \left(\left[\frac{\sigma^j}{2} \right]_{i\ell} \left[\Phi^{(0)} \right]_\ell \right) + ig' \xi \frac{Y}{2} \bar{C}^{(m)} \left(\left[\Phi^{(0)} \right]_i \right) \quad (2.135)$$

Notamos que al sustituir este resultado en 2.133, sólo los términos proporcionales a v contribuirán a las masas del par fantasma-antifantasma. En la base de eigenestados de masa, se obtiene:

$$\mathcal{L}_{\Phi^*\Phi}^{\bar{C}^{(m)}C^{(m)}} \equiv \xi m_{W^{(0)}}^2 \left(\bar{C}^{(m)-} C^{(m)+} + \bar{C}^{(m)+} C^{(m)-} \right) + \xi m_{Z^{(0)}}^2 \bar{C}_Z^{(m)} C_Z^{(m)} \quad (2.136)$$

Sumando $\mathcal{L}_{FGP}^{\bar{C}^{(m)}C^{(m)}}$ con $\mathcal{L}_{\Phi^*\Phi}^{\bar{C}^{(m)}C^{(m)}}$, obtenemos la lagrangiana del propagador del par ghost-antighost:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\bar{C}^{(m)}C^{(m)}}^{Prop} &\equiv \sum_{\underline{m}} \left\{ \bar{C}^{(m)-} \left(\square + \xi m_{W^{(m)}}^2 \right) C^{(m)+} + \bar{C}^{(m)+} \left(\square + \xi m_{W^{(m)}}^2 \right) C^{(m)-} \right. \\ &\quad \left. + \bar{C}_Z^{(m)} \left(\square + \xi m_{Z^{(m)}}^2 \right) C_Z^{(m)} + \bar{C}_A^{(m)} \left(\square + \xi m_{A^{(m)}}^2 \right) C_A^{(m)} \right\} \end{aligned} \quad (2.137)$$

$n - 1$ Escalares Físicos

De $\mathcal{L}_{VS}^{YM(m)}$ y $\mathcal{L}_{SS}^{YM(m)}$ se obtienen los propagadores para los $n - 1$ escalares físicos de Yang-Mills. Después de rotar a los escalares usando la matriz $\mathcal{R}^{(m)}$, extraemos los términos cinéticos y de masa de (2.52c) y (2.51b). Por otra parte, de (2.74d), el sector $\mathcal{L}_{SS}^{H(m)}$ también aporta una contribución a la masa de los escalares de Yang-Mills:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W_{\bar{n}}^{(m)}W_{\bar{n}}^{(m)}} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ \left(\mathcal{D}_\mu^{(0)ij} W_{\bar{n}}^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ik\mu} W_{\bar{n}}^{(m)k} \right) + \left(\partial_\mu B_{\bar{n}}^{(m)} \right) \left(\partial^\mu B_{\bar{n}}^{(m)} \right) \right. \\ &\quad \left. - m_{(m)}^2 B_{\bar{n}}^{(m)} B_{\bar{n}}^{(m)} - m_{(m)}^2 W_{\bar{n}}^{(m)i} W_{\bar{n}}^{(m)i} - 2g^2 \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(0)} \right\} \end{aligned} \quad (2.138)$$

Al trasladarnos a la base de eigenestados de masa vía (2.76), tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W_{\bar{n}}^{(m)} W_{\bar{n}}^{(m)}}^{Prop} \equiv & - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} A_{\bar{n}}^{(m)} \left[\square + m_{A^{(m)}}^2 \right] A_{\bar{n}}^{(m)} + \frac{1}{2} Z_{\bar{n}}^{(m)} \left[\square + m_{Z^{(m)}}^2 \right] Z_{\bar{n}}^{(m)} \right. \\ & \left. + W_{\bar{n}}^{(m)-} \left[\square + m_{W^{(m)}}^2 \right] W_{\bar{n}}^{(m)+} \right\} \end{aligned} \quad (2.139)$$

Higgs

De $\mathcal{L}_{VS}^{YM(m)}$ obtenemos la parte cinética de la excitación de KK del Higgs (2.73b), mientras que de $\mathcal{L}_{SS}^{YM(m)}$ rescatamos dos contribuciones a su masa; (2.74d) y (2.70b):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H^{(m)} H^{(m)}} \equiv & \sum_{(m)} \left\{ (D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(m)})^{\dagger} (D^{(0)\mu} \Phi^{(m)}) - m_{(m)}^2 \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(m)} \right. \\ & \left. - \lambda \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \left(\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.140)$$

De donde obtenemos,

$$\mathcal{L}_{H^{(m)} H^{(m)}}^{Prop} \equiv -\frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ H^{(m)} \left[\square + m_{H^{(m)}}^2 \right] H^{(m)} \right\}. \quad (2.141)$$

Pseudo Bosones de Goldstone y n -ésimos Escalares Físicos

Construir las funciones de dos puntos para los campos no físicos de los sectores de Yang-Mills y de Higgs, requiere especial atención. Recordemos que estos dos tipos de escalares que aparecen mezclados en la teoría, atraviesan un proceso de diagonalización que define un n -ésimo escalar físico, así como el auténtico pseudo bosón de Goldstone; para cada excitación vectorial de norma que adquiere masa.

Del sector $\mathcal{L}_{VS}^{YM(m)}$ y de \mathcal{L}_{GF} obtenemos los términos cinéticos, (2.52b) y (2.52c); y de masas no físicas, (2.127e) y (2.127f), para los escalares no masivos de Yang-Mills, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W_G^{(m)} W_G^{(m)}} \equiv & \frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ \left(\mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W_G^{(m)j} \right) \left(\mathcal{D}^{(0)ik\mu} W_G^{(m)k} \right) + \left(\partial_{\mu} B_G^{(m)} \right) \left(\partial^{\mu} B_G^{(m)} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\xi}{2} m_{(m)}^2 W_G^{(m)i2} - \frac{\xi}{2} m_{(m)}^2 B_G^{(m)2} \right\}. \end{aligned} \quad (2.142)$$

Mientras que de $\mathcal{L}_{VS}^{H(m)}$ (2.73b) y también de \mathcal{L}_{GF} (2.128f), es posible extraer los términos del propagador para los escalares no físicos del doblete de Higgs:

$$\mathcal{L}_{S_W^{(m)} S_W^{(m)}} \equiv \sum_{(m)} \left\{ (D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(m)})^{\dagger} (D^{(0)\mu} \Phi^{(m)}) - \xi m_{W^{(0)}}^2 S_W^{(m)+} S_W^{(m)-} - \frac{\xi}{2} m_{Z^{(0)}}^2 S_Z^{(m)2} \right\}. \quad (2.143)$$

Si procedemos a rotar estas lagrangianas mediante los ángulos de mezcla de KK, (2.80) y (2.81) y las sumamos, nos encontraremos con un resultado desagradable donde tenemos dependencias

explícitas de dichos ángulos y mezclas cuadráticas entre ambos tipos de escalares. Si somos precavidos, resulta que atravesar este contratiempo es en cambio simple. Basta con notar que existen términos adicionales proporcionales a ξ en \mathcal{L}_{GF} dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{S_W^{(m)} W_G^{(m)}} \equiv \sum_{(m)} \left\{ \xi m_{(m)} B_G^{(m)} \left(ig' \frac{Y_\Phi}{2} (\Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(m)}) \right) \right. \\ \left. + \xi m_{(m)} W_G^{(m)i} \left(ig (\Phi^{(m)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \Phi^{(m)}) \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.144)$$

Es necesario rotar también esta lagrangiana mediante los ángulos de mezcla de KK. Resulta que no es sino la suma,

$$\mathcal{L}_{W_G^{(m)} W_G^{(m)}} + \mathcal{L}_{S_W^{(m)} S_W^{(m)}} + \mathcal{L}_{S_W^{(m)} W_G^{(m)}}, \quad (2.145)$$

la que nos permite definir propagadores para los campos rotados. Al sumar estas tres lagrangianas, obtenemos propagadores bien definidos y además completamente independiente de los ángulos de mezcla de KK. Un aspecto que refleja la perspicacia de haber definido de esta manera a las funciones que fijan la norma, es que, contrario a lo que se pensaría; los escalares físicos $W_n^{(m)\pm}$ y $Z_n^{(m)}$ no reciben contribución alguna proporcional a ξ . Esta suma elimina de manera exacta este tipo de contribuciones no físicas; quedándonos únicamente con las masas definidas en (2.84) para los n -ésimos escalares. De esta manera, las distintas densidades que definen las funciones de dos puntos de estos singulares escalares son:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W_n^{(m)} W_n^{(m)}}^{Prop} \equiv - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} Z_n^{(m)} \left[\square + m_{Z^{(m)}}^2 \right] Z_n^{(m)} \right. \\ \left. + W_n^{(m)-} \left[\square + m_{W^{(m)}}^2 \right] W_n^{(m)+} \right\}, \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{G_W^{(m)} G_W^{(m)}}^{Prop} \equiv - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} G_Z^{(m)} \left[\square + \xi m_{Z^{(m)}}^2 \right] G_Z^{(m)} + \frac{1}{2} A_G^{(m)} \left[\square + \xi m_{A^{(m)}}^2 \right] A_G^{(m)} \right. \\ \left. + G_W^{(m)-} \left[\square + \xi m_{W^{(m)}}^2 \right] G_W^{(m)+} \right\}. \end{aligned} \quad (2.147)$$

2.5.2. Vértices del sector de norma

Del sector \mathcal{L}_{VV}^{YM} surgen interacciones de orden 3 y 4, específicamente de 2.37c y 2.38c. Cabe remarcar que la lagrangiana \mathcal{L}_{GF} modifica de forma no trivial los vértices que se presentan mediante términos proporcionales a ξ^{-1} .

Los vértices de orden 3, con un modo cero neutro $W_\mu^{(0)3} = A_\mu^{(0)}, Z_\mu^{(0)}$; y un modo cero cargado $W_\mu^{(0)\pm}$, tienen la siguiente estructura, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(0)3} W^{(m)-} W^{(m)+}} = - ig \sum_{(m)} \left[\left(\hat{W}_{\mu\nu}^{(m)+} W^{(m)-\nu} - \hat{W}_{\mu\nu}^{(m)-} W^{(m)+\nu} \right) W^{(0)3\mu} + \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)3} W^{(m)-\mu} W^{(m)+\nu} \right. \\ \left. - \frac{1}{\xi} W_\mu^{(0)3} \left(W^{(m)+\mu} \partial_\nu W^{(m)-\nu} - W^{(m)-\mu} \partial_\nu W^{(m)+\nu} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.148)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)\mp}W^{(m)\pm}W^{(m)3}} = & -ig \sum_{(m)} \left[\left(\hat{W}_{\mu\nu}^{(m)-} W^{(m)3\nu} - \hat{W}_{\mu\nu}^{(m)3} W^{(m)-\nu} \right) W^{(0)+\mu} + \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+} W^{(m)3\mu} W^{(m)-\nu} \right. \\
& - \left(\hat{W}_{\mu\nu}^{(m)+} W^{(m)3\nu} - \hat{W}_{\mu\nu}^{(m)3} W^{(m)+\nu} \right) W^{(0)-\mu} - \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)-} W^{(m)3\mu} W^{(m)+\nu} \\
& - \frac{1}{\xi} W_{\mu}^{(0)+} \left(W^{(m)-\mu} \partial_{\nu} W^{(m)3\nu} - W^{(m)3\mu} \partial_{\nu} W^{(m)-\nu} \right) \\
& \left. + \frac{1}{\xi} W_{\mu}^{(0)-} \left(W^{(m)+\mu} \partial_{\nu} W^{(m)3\nu} - W^{(m)3\mu} \partial_{\nu} W^{(m)+\nu} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.149}$$

Donde hemos definido

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{\pm} = \partial_{\mu} W_{\nu}^{\pm} - \partial_{\nu} W_{\mu}^{\pm} \tag{2.150}$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^3 = \partial_{\mu} W_{\nu}^3 - \partial_{\nu} W_{\mu}^3 \tag{2.151}$$

De aquí se desprenden las siguientes reglas de Feynman:

$$= -ig_{V^{(0)}} \left[(k_3 - k_2)_{\alpha} g_{\beta\rho} + (k_2 - k_1 + \frac{k_3}{\xi})_{\rho} g_{\alpha\beta} + (k_1 - k_3 - \frac{k_2}{\xi})_{\beta} g_{\rho\alpha} \right]$$

(2.152)

donde $g_{V^{(0)}} = s_W g = e$ en el caso donde $V^{(0)} = A^{(0)}$ o bien, $g_{V^{(0)}} = c_W g$ cuando $V^{(0)} = Z^{(0)}$. Esta regla de Feynman es idéntica para los vértices $W_{\alpha}^{(0)-} W_{\beta}^{(m)3} W_{\rho}^{(m)+}$ y $W_{\alpha}^{(0)+} W_{\beta}^{(m)-} W_{\rho}^{(m)3}$. Gracias a la fijación covariante de la norma, se obtiene una identidad tipo QED para este trivértice; lo cuál nos demuestra que la simetría electrodébil usual, $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, se mantiene intacta:

$$k^{\alpha} \Gamma_{\alpha\beta\rho} = -ig_{V^{(0)}} \left\{ \left[k_2^2 g_{\beta\rho} - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) k_{2\beta} k_{2\rho} \right] - \left[k_3^2 g_{\beta\rho} - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) k_{3\beta} k_{3\rho} \right] \right\}. \tag{2.153}$$

Las interacciones cuánticas surgen también de los mismos términos de \mathcal{L}_{VV}^{YM} mencionados previamente. Los términos de interés son

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)-}W^{(0)+}W^{(m)-}W^{(m)+}} = & \frac{g^2}{2} \sum_{(m)} \left[\left(W_{\mu}^{(0)+} W_{\nu}^{(m)-} - W_{\nu}^{(0)+} W_{\mu}^{(m)-} \right) \left(W^{(0)-\nu} W^{(m)+\mu} - W^{(0)-\mu} W^{(m)+\nu} \right) \right. \\
& + \left(W_{\mu}^{(m)-} W_{\nu}^{(m)+} - W_{\nu}^{(m)-} W_{\mu}^{(m)+} \right) \left(W^{(0)-\mu} W^{(0)+\nu} - W^{(0)-\nu} W^{(0)+\mu} \right) \\
& \left. - \frac{2}{\xi} W_{\mu}^{(0)+} W_{\nu}^{(0)-} W^{(m)-\mu} W^{(m)+\nu} \right]
\end{aligned} \tag{2.154}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)\mp}W^{(m)\pm}W^{(0)3}W^{(m)3}} = & -\frac{g^2}{2} \sum_{(m)} \left[\left(W_{\mu}^{(m)-}W_{\nu}^{(0)3} - W_{\nu}^{(m)-}W_{\mu}^{(0)3} \right) \left(W^{(0)+\mu}W^{(m)3\nu} - W^{(0)+\nu}W^{(m)3\mu} \right) \right. \\
& + \left(W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(0)3} - W_{\nu}^{(0)+}W_{\mu}^{(0)3} \right) \left(W^{(m)-\mu}W^{(m)3\nu} - W^{(m)-\nu}W^{(m)3\mu} \right) \\
& \left. - \frac{2}{\xi} W^{(m)3\mu}W_{\nu}^{(0)3}W^{(m)-\nu}W_{\mu}^{(0)+} + H.c. \right]
\end{aligned} \tag{2.155}$$

Cuyas reglas de Feynman son:

$$= c S_{\alpha\beta\rho\lambda} \tag{2.156}$$

Donde $S_{\alpha\beta\rho\lambda} = 2g_{\alpha\lambda}g_{\beta\rho} - g_{\alpha\beta}g_{\lambda\rho} - (1 + \frac{1}{\xi})g_{\alpha\rho}g_{\beta\lambda}$. Las distintas combinaciones de campos para este vértice, tienen las siguientes constantes:

c	$W^{(0)+}W^{(0)-}W^{(m)-}W^{(m)+}$	$W^{(0)+}W^{(0)3}W^{(m)3}W^{(m)-}$	$W^{(0)-}W^{(0)3}W^{(m)3}W^{(m)+}$
	ig^2	$-ig_{V^{(0)}}g_{V^{(KK)}}$	$-ig_{V^{(0)}}g_{V^{(KK)}}$

donde $g_{V^{(0)}} = e$ en el caso donde $W^{(0)3} = A^{(0)}$ o bien, $g_{V^{(0)}} = c_W g$ cuando $W^{(0)3} = Z^{(0)}$. Y además $g_{V^{(KK)}} = e$ en el caso donde $W^{(m)3} = A^{(m)}$ o bien, $g_{V^{(KK)}} = c_W g$ cuando $W^{(m)3} = Z^{(m)}$.

Para los escalares de Yang-Mills, las combinaciones de orden 3 y 4 están dadas por 2.39b en \mathcal{L}_{VS}^{YM} .

$$\mathcal{L}_{W^{(0)3}W_{\bar{n}}^{(m)-}W_{\bar{n}}^{(m)+}} = ig \sum_{(m)} W_{\mu}^{(0)3} \left(W_{\bar{n}}^{(m)-} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)+} - W_{\bar{n}}^{(m)+} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)-} \right), \tag{2.157}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)\mp}W_{\bar{n}}^{(m)\pm}W_{\bar{n}}^{(m)3}} = & -ig \sum_{(m)} \left[W_{\mu}^{(0)-} \left(W_{\bar{n}}^{(m)3} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)+} - W_{\bar{n}}^{(m)+} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)3} \right) \right. \\
& \left. - W_{\mu}^{(0)+} \left(W_{\bar{n}}^{(m)3} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)-} - W_{\bar{n}}^{(m)-} \partial^{\mu} W_{\bar{n}}^{(m)3} \right) \right],
\end{aligned} \tag{2.158}$$

$$\mathcal{L}_{W^{(0)\mp}W_{\bar{s}}^{(m)\pm}W^{(0)3}W_{\bar{s}}^{(m)3}} = -g^2 \sum_{(m)} W_{\mu}^{(0)3} W_{\bar{s}}^{(m)3} \left(W^{(0)+\mu}W_{\bar{s}}^{(m)-} + W^{(0)-\mu}W_{\bar{s}}^{(m)+} \right), \tag{2.159}$$

$$\mathcal{L}_{W^{(0)-}W^{(0)+}W_{\bar{s}}^{(m)-}W_{\bar{s}}^{(m)+}} = g^2 \sum_{(m)} W_{\mu}^{(0)-}W^{(0)+\mu}W_{\bar{s}}^{(m)-}W_{\bar{s}}^{(m)+}. \tag{2.160}$$

donde $\bar{s} = \bar{n}, G$. De aquí surgen los trivértices siguientes:

$$= -ig_{V^{(0)}}(k_2 - k_3)_\alpha \quad (2.161)$$

El vértice $W_\alpha^{(0)+}W_s^{(m)-}W_s^{(m)3}$ es idéntico al anterior, y $W_\alpha^{(0)-}W_s^{(m)+}W_s^{(m)3}$ también lo es salvo por un factor de -1 .

Para la interacción de orden 4 tenemos:

$$= cg_{\alpha\beta} \quad (2.162)$$

Las variantes de este vértice, tienen las siguientes constantes:

	$W^{(0)+}W^{(0)-}W_s^{(m)-}W_s^{(m)+}$	$W^{(0)+}W^{(0)3}W_s^{(m)3}W_s^{(m)-}$	$W^{(0)-}W^{(0)3}W_s^{(m)3}W_s^{(m)+}$
c	ig^2	$-ig_{V^{(0)}}g_{V^{(KK)}}$	$-ig_{V^{(0)}}g_{V^{(KK)}}$

Los acoplamientos con campos ghost se inducen en \mathcal{L}_{FPG} , precisamente en el término $-(\mathcal{D}^{(0)ij}\bar{C}^{(m)j})(\mathcal{D}^{(0)ik}C^{(m)k})$ de 2.124. A nivel de lagrangiana los trivértices son:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(0)}C^{(m)}\bar{C}^{(m)}} = & -ig \sum_{(m)} \left[W_\mu^{(0)3} \left(C^{(m)+}\partial^\mu \bar{C}^{(m)-} - \partial^\mu C^{(m)+}\bar{C}^{(m)-} - C^{(m)-}\partial^\mu \bar{C}^{(m)+} + \partial^\mu C^{(m)-}\bar{C}^{(m)+} \right) \right. \\ & - W_\mu^{(0)+} \left(C^{(m)3}\partial^\mu \bar{C}^{(m)-} - \partial^\mu C^{(m)3}\bar{C}^{(m)-} + \partial^\mu C^{(m)-}\bar{C}^{(m)3} - C^{(m)-}\partial^\mu \bar{C}^{(m)3} \right) \\ & \left. + W_\mu^{(0)-} \left(C^{(m)3}\partial^\mu \bar{C}^{(m)+} - \partial^\mu C^{(m)3}\bar{C}^{(m)+} + \partial^\mu C^{(m)+}\bar{C}^{(m)3} - C^{(m)+}\partial^\mu \bar{C}^{(m)3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.163)$$

De donde se obtienen las reglas de Feynman:

$$= c(k_3 - k_2)_\alpha, \quad (2.164)$$

donde las múltiples variaciones del vértice están dadas por

	$W^{(0)3}C^{(m)+}\bar{C}^{(m)-}$	$W^{(0)3}C^{(m)-}\bar{C}^{(m)+}$	$W^{(0)+}C^{(m)3}\bar{C}^{(m)-}$
c	$ig_{V^{(0)}}$	$-ig_{V^{(0)}}$	$-ig_{V^{(KK)}}$

El Modelo Estándar con Dimensiones Extra Universales
2.5 Términos Lagrangianos Selectos y Reglas de Feynman

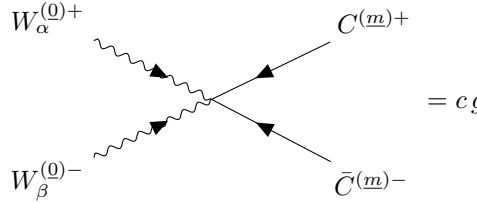
	$W^{(0)+}C^{(m)-}\bar{C}^{(m)3}$	$W^{(0)-}C^{(m)3}\bar{C}^{(m)+}$	$W^{(0)-}C^{(m)+}\bar{C}^{(m)3}$
c	$i\bar{g}_{V(KK)}$	$ig_{V(KK)}$	$-i\bar{g}_{V(KK)}$

Donde $g_{V(KK)} = e$ para $C^{(m)3} = C_A^{(m)}$, $g_{V(KK)} = c_W g$ cuando $C^{(m)3} = C_Z^{(m)}$, $\bar{g}_{V(KK)} = e$ para $\bar{C}^{(m)3} = \bar{C}_A^{(m)}$ y $\bar{g}_{V(KK)} = c_W g$ cuando $\bar{C}^{(m)3} = \bar{C}_Z^{(m)}$.

Mientras que los términos cuárticos emergen de:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(0)}W^{(0)}C^{(m)}\bar{C}^{(m)}} = g^2 \sum_{(m)} & \left[W_\mu^{(0)-}W^{(0)+\mu} \left(C^{(m)+}\bar{C}^{(m)-} + C^{(m)-}\bar{C}^{(m)+} + 2C^{(m)3}\bar{C}^{(m)3} \right) \right. \\ & - W_\mu^{(0)+}W^{(0)+\mu}C^{(m)-}\bar{C}^{(m)-} - W_\mu^{(0)-}W^{(0)-\mu}C^{(m)+}\bar{C}^{(m)+} \\ & + W_\mu^{(0)3}W^{(0)3\mu} \left(C^{(m)+}\bar{C}^{(m)-} + C^{(m)-}\bar{C}^{(m)+} \right) \\ & \left. - W_\mu^{(0)3} \left(W^{(0)+\mu} \left(C^{(m)-}\bar{C}^{(m)3} + C^{(m)3}\bar{C}^{(m)-} \right) + W^{(0)-\mu} \left(C^{(m)+}\bar{C}^{(m)3} + C^{(m)3}\bar{C}^{(m)+} \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.165)$$

De aquí se encuentra que,



$$= c g_{\alpha,\beta} \quad (2.166)$$

Las distintas combinaciones de campos para este vértice, tienen las siguientes constantes:

	$W^{(0)+}W^{(0)-}\bar{C}^{(m)-}C^{(m)+}$	$W^{(0)+}W^{(0)-}\bar{C}^{(m)+}C^{(m)-}$	$W^{(0)+}W^{(0)-}\bar{C}^{(m)3}C^{(m)3}$
c	ig^2	ig^2	$2i g_{V(KK)}\bar{g}_{V(KK)}$

	$W^{(0)+}W^{(0)3}\bar{C}^{(m)3}C^{(m)-}$	$W^{(0)+}W^{(0)3}\bar{C}^{(m)-}C^{(m)3}$	$W^{(0)-}W^{(0)3}\bar{C}^{(m)3}C^{(m)+}$	$W^{(0)-}W^{(0)3}\bar{C}^{(m)+}C^{(m)3}$
c	$-ig_{V^{(0)}}\bar{g}_{V(KK)}$	$-ig_{V^{(0)}}g_{V(KK)}$	$-ig_{V^{(0)}}\bar{g}_{V(KK)}$	$-ig_{V^{(0)}}g_{V(KK)}$

Estos vértices de 4 campos no existen en el método propuesto por Faddeev y Popov. En nuestro caso han emergido como consecuencia del procedimiento especial de fijación de norma, que es covariante bajo el grupo electrodébil. Por lo que el truco de Faddeev y Popov es insuficiente para un abordaje invariante de norma y fue indispensable partir del formalismo de Batalin-Vilkovisky; para poder emplear todo el poderío de covarianza de norma en nuestro cálculo perturbativo.

En lo que a los grados de libertad escalares concierne, se presenta una gran variedad de acoplamientos entre las conexiones de la teoría, los n -ésimos escalares físicos y los pseudo bosones de Goldstone asociados con cada conexión. Dividimos las interacciones de interés fenomenológico de la siguiente manera:

2.5.3. Escalares físicos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}(KK)(KK)} &= gm_{W^{(0)}} H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W^{(m)-\mu} + W_\mu^{(0)-} W^{(m)+\mu} \right) \\
&+ igm_{Z^{(0)}} c_W \kappa_\Omega^{(m)} Z_n^{(m)} \left(W_\mu^{(0)-} W^{(m)+\mu} - W_\mu^{(0)+} W^{(m)-\mu} \right) \\
&+ \frac{g}{2} (2c_W \varsigma_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)} + \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)}) \left[Z_n^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} \partial^\mu W_n^{(m)-} + W_\mu^{(0)-} \partial^\mu W_n^{(m)+} \right) \right. \\
&- \partial^\mu Z_n^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} + W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \left. \right] \\
&- \frac{i}{2} g \kappa_\Theta^{(m)} \left[H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} \partial^\mu W_n^{(m)-} - W_\mu^{(0)-} \partial^\mu W_n^{(m)+} \right) \right. \\
&- \partial^\mu H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} - W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \left. \right] \\
&+ g \kappa_\Theta^{(m)} \left[2m_{W^{(0)}} s_W A_\mu^{(m)} + m_{Z^{(0)}} (2c_W^2 - 1) Z_\mu^{(m)} \right] \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} + W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right), \tag{2.167}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{A^{(0)}(KK)(KK)} = -ieA_\mu^{(0)} \left(W_n^{(m)+} \partial^\mu W_n^{(m)-} - W_n^{(m)-} \partial^\mu W_n^{(m)+} \right), \tag{2.168}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Z^{(0)}(KK)(KK)} &= -igc_W \left(1 - \frac{\kappa_\Theta^{(m)2}}{2c_W^2} \right) Z_\mu^{(0)} \left(W_n^{(m)+} \partial^\mu W_n^{(m)-} - W_n^{(m)-} \partial^\mu W_n^{(m)+} \right) \\
&- gm_{Z^{(0)}} \kappa_\Theta^{(m)} Z_\mu^{(0)} \left(W_n^{(m)-} W^{(m)+\mu} + W_n^{(m)+} W^{(m)-\mu} \right) \\
&+ \frac{g \kappa_\Omega^{(m)}}{2c_W} Z_\mu^{(0)} \left(H^{(m)} \partial^\mu Z_n^{(m)} - Z_n^{(m)} \partial^\mu H^{(m)} \right) \\
&+ \frac{gm_{Z^{(0)}}}{c_W} Z_\mu^{(0)} Z^{(m)\mu} H^{(m)}, \tag{2.169}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}W^{(0)}(KK)(KK)} &= \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} \left[2(1 + \varsigma_\Theta^{(m)2}) W_n^{(m)+} W_n^{(m)-} + H^{(m)} H^{(m)} \right. \\
&\left. + (\kappa_\Omega^{(m)2} + 4c_W^2 \varsigma_\Omega^{(m)2}) Z_n^{(m)} Z_n^{(m)} \right]. \tag{2.170}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}A^{(0)}(KK)(KK)} &= \frac{g^2}{2} s_W \kappa_\Theta^{(m)} A^{(0)\mu} H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} + W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \\
&+ \frac{ig^2 s_W}{2} \left(2c_W \varsigma_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)} + \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} \right) A^{(0)\mu} Z_n^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} - W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \tag{2.171}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}Z^{(0)}(KK)(KK)} &= -\frac{gg'}{2} s_W \kappa_\Theta^{(m)} Z^{(0)\mu} H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} + W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \\
&+ \frac{ig}{2} \left(2c_W^2 g \varsigma_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)} - g' s_W \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} \right) Z^{(0)\mu} Z_n^{(m)} \left(W_\mu^{(0)+} W_n^{(m)-} - W_\mu^{(0)-} W_n^{(m)+} \right) \tag{2.172}
\end{aligned}$$

2.5.4. Pseudo Bosones de Goldstone

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}(KK)(KK)} &= igm_{Z^{(0)}} c_W \varsigma_{\Omega}^{(m)} G_Z^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)-} W^{(m)+\mu} - W_{\mu}^{(0)+} W^{(m)-\mu} \right) \\
&+ g s_W \kappa_{\Theta}^{(m)} \left[A_G^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} \partial^{\mu} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} \partial^{\mu} G_W^{(m)+} \right) \right. \\
&- \partial^{\mu} A_G^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \left. \right] \\
&- \frac{i}{2} g \varsigma_{\Theta}^{(m)} \left[H^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} \partial^{\mu} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} \partial^{\mu} G_W^{(m)+} \right) \right. \\
&- \partial^{\mu} H^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \left. \right] \\
&+ \frac{g}{2} (2c_W \kappa_{\Theta}^{(m)} \kappa_{\Omega}^{(m)} + \varsigma_{\Theta}^{(m)} \varsigma_{\Omega}^{(m)}) \left[G_Z^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} \partial^{\mu} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} \partial^{\mu} G_W^{(m)+} \right) \right. \\
&- \partial^{\mu} G_Z^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \left. \right] \\
&+ g \varsigma_{\Theta}^{(m)} \left[2m_{W^{(0)}} s_W A_{\mu}^{(m)} + m_{Z^{(0)}} (2c_W^2 - 1) Z_{\mu}^{(m)} \right] \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right), \tag{2.173}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{A^{(0)}(KK)(KK)} = -ie A_{\mu}^{(0)} \left(G_W^{(m)+} \partial^{\mu} G_W^{(m)-} - G_W^{(m)-} \partial^{\mu} G_W^{(m)+} \right), \tag{2.174}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Z^{(0)}(KK)(KK)} &= -igc_W \left(1 - \frac{\varsigma_{\Theta}^{(m)2}}{2c_W^2} \right) Z_{\mu}^{(0)} \left(G_W^{(m)+} \partial^{\mu} G_W^{(m)-} - G_W^{(m)-} \partial^{\mu} G_W^{(m)+} \right) \\
&- gm_{Z^{(0)}} \varsigma_{\Theta}^{(m)} Z_{\mu}^{(0)} \left(G_W^{(m)-} W^{(m)+\mu} + G_W^{(m)+} W^{(m)-\mu} \right) \\
&+ \frac{g \varsigma_{\Omega}^{(m)}}{2c_W} Z_{\mu}^{(0)} \left(H^{(m)} \partial^{\mu} G_Z^{(m)} - G_Z^{(m)} \partial^{\mu} H^{(m)} \right) \tag{2.175}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}W^{(0)}(KK)(KK)} &= \frac{g^2}{4} W_{\mu}^{(0)-} W^{(0)+\mu} \left[2(1 + \kappa_{\Theta}^{(m)2}) G_W^{(m)+} G_W^{(m)-} \right. \\
&\left. + (\varsigma_{\Omega}^{(m)2} + 4c_W^2 \kappa_{\Omega}^{(m)2}) G_Z^{(m)} G_Z^{(m)} \right]. \tag{2.176}
\end{aligned}$$

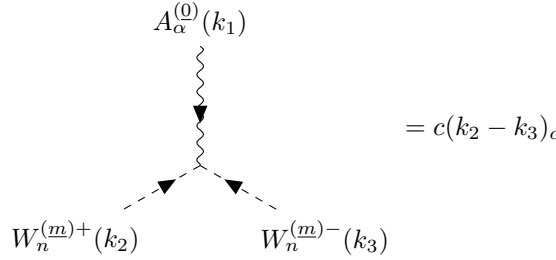
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}A^{(0)}(KK)(KK)} &= ig^2 s_W^2 \kappa_{\Theta}^{(m)} A^{(0)\mu} A_G^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \\
&+ \frac{g^2}{2} s_W \varsigma_{\Theta}^{(m)} A^{(0)\mu} H^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \\
&+ \frac{ig^2 s_W}{2} \left(2c_W \kappa_{\Theta}^{(m)} \kappa_{\Omega}^{(m)} + \varsigma_{\Theta}^{(m)} \varsigma_{\Omega}^{(m)} \right) A^{(0)\mu} G_Z^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \tag{2.177}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W^{(0)}Z^{(0)}(KK)(KK)} &= ig^2 s_W c_W \kappa_{\Theta}^{(m)} Z^{(0)\mu} A_G^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \\
&- \frac{gg'}{2} s_W \varsigma_{\Theta}^{(m)} Z^{(0)\mu} H^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} + W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \\
&+ \frac{ig}{2} \left(2c_W^2 g \kappa_{\Theta}^{(m)} \kappa_{\Omega}^{(m)} - g' s_W \varsigma_{\Theta}^{(m)} \varsigma_{\Omega}^{(m)} \right) Z^{(0)\mu} G_Z^{(m)} \left(W_{\mu}^{(0)+} G_W^{(m)-} - W_{\mu}^{(0)-} G_W^{(m)+} \right) \tag{2.178}
\end{aligned}$$

El Modelo Estándar con Dimensiones Extra Universales
2.5 Términos Lagrangianos Selectos y Reglas de Feynman

	c
$W_\alpha^{(0)\pm} W_\beta^{(m)\mp} H^{(m)}$	$igm_{W^{(0)}}$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_\beta^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\pm gm_{Z^{(0)}} c_W \kappa_\Omega^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_\beta^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\pm gm_{Z^{(0)}} c_W \varsigma_\Omega^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)\pm} A_\beta^{(m)} W_n^{(m)\mp}$	$i2g\kappa_\Theta^{(m)} m_{W^{(0)}} s_W$
$W_\alpha^{(0)\pm} A_\beta^{(m)} G_W^{(m)\mp}$	$i2g\varsigma_\Theta^{(m)} m_{W^{(0)}} s_W$
$W_\alpha^{(0)\pm} Z_\beta^{(m)} W_n^{(m)\mp}$	$ig\kappa_\Theta^{(m)} m_{Z^{(0)}} (2c_W^2 - 1)$
$W_\alpha^{(0)\pm} Z_\beta^{(m)} G_W^{(m)\mp}$	$ig\varsigma_\Theta^{(m)} m_{Z^{(0)}} (2c_W^2 - 1)$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(m)\pm} W_n^{(m)\mp}$	$-igm_{Z^{(0)}} \kappa_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(m)\pm} G_W^{(m)\mp}$	$-igm_{Z^{(0)}} \varsigma_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} Z_\beta^{(m)} H^{(m)}$	$gm_{Z^{(0)}}/c_W$

- Un campo vectorial y dos escalares:



$= c(k_2 - k_3)_\alpha, \quad (2.185)$

donde las constantes de los múltiples acoplamientos de campos, son:

	c
$A_\alpha^{(0)} W_n^{(m)+} W_n^{(m)-}$	$-ie$
$A_\alpha^{(0)} G_W^{(m)+} G_W^{(m)-}$	$-ie$
$Z_\alpha^{(0)} W_n^{(m)+} W_n^{(m)-}$	$-ic_W g \left(1 - \frac{\kappa_\Theta^{(m)2}}{2c_W^2} \right)$
$Z_\alpha^{(0)} G_W^{(m)+} G_W^{(m)-}$	$-ic_W g \left(1 - \frac{\varsigma_\Theta^{(m)2}}{2c_W^2} \right)$
$Z_\alpha^{(0)} W_n^{(m)+} G_W^{(m)-}$	$-\frac{ig}{2c_W} \varsigma_\Theta^{(m)} \kappa_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} G_W^{(m)+} W_n^{(m)-}$	$\frac{ig}{2c_W} \varsigma_\Theta^{(m)} \kappa_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} H^{(m)} Z_n^{(m)}$	$\frac{g\kappa_\Omega^{(m)}}{2c_W}$
$Z_\alpha^{(0)} H^{(m)} G_Z^{(m)}$	$\frac{g\varsigma_\Omega^{(m)}}{2c_W}$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$g s_W \varsigma_\Theta^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$-g s_W \kappa_\Theta^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$-\frac{g}{2} (2c_W \varsigma_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)} + \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\frac{g}{2} (2c_W \varsigma_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} - \kappa_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)})$
$W_\alpha^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\frac{g}{2} (2c_W \kappa_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)} - \varsigma_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$W_\alpha^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$-\frac{g}{2} (2c_W \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} + \varsigma_\Theta^{(m)} \varsigma_\Omega^{(m)})$
$W_\alpha^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} H^{(m)}$	$\pm \frac{i}{2} g \kappa_\Theta^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} H^{(m)}$	$\pm \frac{i}{2} g \varsigma_\Theta^{(m)}$

- Dos campos vectoriales y dos escalares:

$$= c g_{\alpha,\beta}, \quad (2.186)$$

	c
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} W_n^{(m)-} W_n^{(m)+}$	$\frac{ig^2}{2} (1 + \zeta_\Theta^{(m)2})$
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} G_W^{(m)-} G_W^{(m)+}$	$\frac{ig^2}{2} (1 + \kappa_\Theta^{(m)2})$
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} W_n^{(m)\mp} G_W^{(m)\pm}$	$-\frac{ig^2}{2} \zeta_\Theta^{(m)} \kappa_\Theta^{(m)}$
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} Z_n^{(m)} Z_n^{(m)}$	$\frac{ig^2}{4} (\kappa_\Omega^{(m)2} + 4c_W^2 \zeta_\Omega^{(m)2})$
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} G_Z^{(m)} G_Z^{(m)}$	$\frac{ig^2}{4} (\zeta_\Omega^{(m)2} + 4c_W^2 \kappa_\Omega^{(m)2})$
$W_\alpha^{(0)+} W_\beta^{(0)-} H^{(m)} H^{(m)}$	$\frac{ig^2}{4}$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} H^{(m)}$	$\frac{ig^2}{2} s_W \kappa_\Theta^{(m)}$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} H^{(m)}$	$\frac{ig^2}{2} s_W \zeta_\Theta^{(m)}$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$\mp g^2 s_W^2 \kappa_\Theta^{(m)}$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$\pm g^2 s_W^2 \zeta_\Theta^{(m)}$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\mp \frac{g^2 s_W}{2} (2c_W \zeta_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)} + \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\mp \frac{g^2 s_W}{2} (2c_W \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} + \zeta_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)})$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\pm \frac{g^2 s_W}{2} (2c_W \kappa_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)} - \zeta_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$A_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\pm \frac{g^2 s_W}{2} (2c_W \zeta_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} - \kappa_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)})$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} H^{(m)}$	$-\frac{ig'g}{2} s_W \kappa_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} H^{(m)}$	$-\frac{ig'g}{2} s_W \zeta_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$\mp g^2 s_W c_W \kappa_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} A_G^{(m)}$	$\pm g^2 s_W c_W \zeta_\Theta^{(m)}$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\mp \frac{g}{2} (2gc_W^2 \zeta_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)} - g' s_W \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\mp \frac{g}{2} (2gc_W^2 \kappa_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} - g' s_W \zeta_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)})$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} G_W^{(m)\mp} Z_n^{(m)}$	$\pm \frac{g}{2} (2gc_W^2 \kappa_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)} + g' s_W \zeta_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)})$
$Z_\alpha^{(0)} W_\beta^{(0)\pm} W_n^{(m)\mp} G_Z^{(m)}$	$\pm \frac{g}{2} (2gc_W^2 \zeta_\Theta^{(m)} \kappa_\Omega^{(m)} + g' s_W \kappa_\Theta^{(m)} \zeta_\Omega^{(m)})$

Capítulo 3

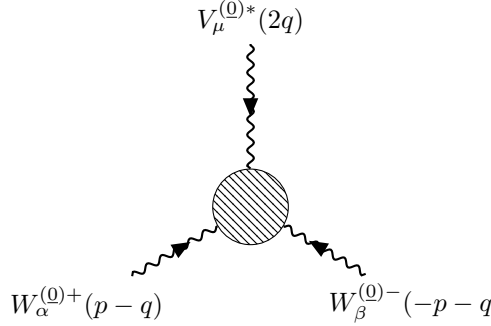
Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$
y WWZ^* a un lazo

Todo aquel que ama su arte persigue,
mediante la esencia profunda de su
técnica, revelar aquello que es invisible
para el ojo— mostrar la verdad, el
microscopio y el telescopio del tiempo, el
negativo del tiempo, la posibilidad de ver
a través de las fronteras y las distancias;
el tele-ojo, la visión en espontaneidad,
una especie de *decodificación comunista*
de la realidad.

Dziga Vértov
El CINE-OJO, 1922

3.1. Función Vértice

Conviene definir la función vértice usando la siguiente notación y convenciones para los momentos de las partículas externas:



$$= ig_{V^{(0)}} \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^{(0)}}(p, q) \quad (3.1)$$

Considerando sólo a los bosones $W^{(0)\pm}$ en la capa de masa y al bosón neutro $V^{(0)*} = A^{(0)*}, Z^{(0)*}$ fuera de esta, la cinemática del proceso es:

$$\left. \begin{array}{l} (p-q)_\alpha = 0 \\ (p+q)_\beta = 0 \end{array} \right\} \leftarrow \text{Condiciones de transversalidad,} \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (p-q)^2 = m_{W^{(0)}}^2 \\ (p+q)^2 = m_{W^{(0)}}^2 \end{array} \right\} \leftarrow \text{Condición de capa de masa.} \quad (3.3)$$

Gracias a la conveniente elección de momentos incidentes, se deriva el siguiente resultado consecuencia de las condiciones de transversalidad de los bosones $W^{(0)\pm}$; el cuál facilita sustancialmente los cálculos:

$$p \cdot q = 0. \quad (3.4)$$

Sean ϵ_α y ϵ_β los 4-vectores de polarización del $W^{(0)+}$ y $W^{(0)-}$, respectivamente. La amplitud entonces tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{M}_\mu = ig_{V^{(0)}} \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^{(0)}}(p, q) \epsilon_\alpha \epsilon_\beta. \quad (3.5)$$

Donde $g_{A^{(0)}} = e$ y $g_{Z^{(0)}} = gc_W$. La estructura del vértice es:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^{(0)}}(p, q) = \frac{1}{16\pi^2} \left\{ \mathcal{A} [2p_\mu g_{\alpha\beta} + 4(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})] \right. \\ \left. + 2\Delta\kappa (q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}) + \frac{4\lambda}{m_{W^{(0)}}^2} \left(p_\mu q_\alpha q_\beta - \frac{1}{2} q^2 p_\mu g_{\alpha\beta} \right) \right\} \quad (3.6)$$

El hecho de considerar que los modos cero neutrales, $A_\mu^{(0)*}$ y $Z_\mu^{(0)*}$, fuera de la capa de masa, implica necesariamente que éstos campos no cumplen tampoco condiciones de transversalidad, por lo que en el cálculo tendremos estructuras tensoriales proporcionales a q_μ . Las estructuras posibles son $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$. Sin embargo, simetría de norma no permite términos de esta forma, debido a que la identidad de Ward

$$q^\mu \mathcal{M}_\mu = 0, \quad (3.7)$$

no se cumpliría si los coeficientes de dichas estructuras fueran distintos de cero. Veremos a continuación que estas estructuras indeseadas están ausentes en todas nuestras amplitudes.

A nivel de árbol $\mathcal{A} = 1$, mientras que $\Delta\kappa$ y λ son cero. Los coeficientes $\Delta\kappa$ y λ surgen a partir de un lazo. No obstante, aquí podemos apreciar claramente que el factor de forma \mathcal{A} contiene una parte proporcional a la misma estructura tensorial que define a $\Delta\kappa$. Esto nos indica que la interacción de dimensión 4, $(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})$, emerge a nivel de árbol pero sólo para definir a \mathcal{A} . No es sino hasta el primer orden de la serie perturbacional, que dicha estructura tensorial comienza a revelarnos información acerca del factor de forma $\Delta\kappa$. En este mismo tenor, ponemos el foco de atención en el factor de forma λ para enfatizar que es de dimensión canónica 6; por lo que su presencia está prohibida a nivel de árbol, y surge únicamente a nivel de un lazo.

Puestos sobre capa de masa, estos factores de forma definen los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico del bosón de norma $W^{(0)\pm}$ como sigue:

$$\begin{aligned} \mu_W &= \frac{e}{2m_{W^{(0)}}} (2 + \Delta\kappa) \\ Q_W &= -\frac{e}{m_{W^{(0)}}} (1 + \Delta\kappa + \lambda). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Al calcular las correcciones cuánticas a orden de un lazo, se debe obtener necesariamente expresiones con la siguiente estructura [43]:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^{(0)}}(p, q) = \left\{ a_1^{V^{(0)}} p_\mu g_{\alpha\beta} + a_2^{V^{(0)}} (q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}) + a_3^{V^{(0)}} p_\mu q_\alpha q_\beta \right\}. \quad (3.9)$$

De aquí se sigue que los factores de forma deseados se obtienen mediante:

$$\Delta\kappa_{V^{(0)}} = \frac{1}{2} \left(a_2^{V^{(0)}} - 2a_1^{V^{(0)}} - q^2 a_3^{V^{(0)}} \right) \quad (3.10)$$

y

$$\lambda_{V^{(0)}} = \frac{m_{W^{(0)}}^2}{4} a_3^{V^{(0)}}. \quad (3.11)$$

A continuación, desplegaremos todas las contribuciones a los factores de forma, $\Delta\kappa$ y λ , provenientes del sector bosónico del Modelo Estándar con dimensiones extra. Las distintas contribuciones bosónicas a estos factores de forma son:

$$\Delta\kappa_{1-loop}^{(KK)Bsn} = \Delta\kappa_{V^{(0)*}^{CPN}} + \Delta\kappa_{V^{(0)*}^{CSH}}, \quad (3.12a)$$

$$\lambda_{1-loop}^{(KK)Bsn} = \lambda_{V^{(0)*}^{CPN}} + \lambda_{V^{(0)*}^{CSH}}. \quad (3.12b)$$

Donde hemos dividido a las contribuciones en aquellas que provienen del sector de norma CPN , y aquellas que provienen del sector de Higgs CSH . Estas, a su vez, se subdividen en las siguientes contribuciones. Primero tenemos a las Contribuciones Puras de Norma (CPN):

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}^{CPN}} = \Delta\kappa_{V^{(0)*, V^{(m)}}^{CPN}} + \Delta\kappa_{V^{(0)*, C_V^{(m)}}^{CPN}} + \Delta\kappa_{V^{(0)*, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN}} + \Delta\kappa_{V^{(0)*, VVH}^{CPN}} + \Delta\kappa_{V^{(0)*, VVZ_s}^{CPN}}, \quad (3.13a)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}^{CPN}} = \lambda_{V^{(0)*, V^{(m)}}^{CPN}} + \lambda_{V^{(0)*, C_V^{(m)}}^{CPN}} + \lambda_{V^{(0)*, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN}}. \quad (3.13b)$$

Donde la única forma de diferenciar a los casos $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ de $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, es mediante la constante de acoplamiento $g_{V^{(0)}} = e$ para el primer caso, y $g_{V^{(0)}} = c_W g$ para el segundo.

Por otra parte, tenemos a las Contribuciones del Sector de Higgs (CSH), donde

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} = \Delta\kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH}, \quad (3.14a)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} = \lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} + \lambda_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH}. \quad (3.14b)$$

Estas constan de dos partes. La primera está conformada por contribuciones comunes para los casos $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. La diferencia radica en que son proporcionales a diferentes constantes:

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} = \Delta\kappa_{V^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{V^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{V^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} + \Delta\kappa_{V^{(0)*}, W_s W_s V}^{CEM}, \quad (3.15a)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} = \lambda_{V^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{V^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{V^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}. \quad (3.15b)$$

Por último, tenemos aquellas contribuciones que sólo existen para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$:

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH} = \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, VVW_s}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s V H}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W Z H}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W Z_s H}^{CSH}, \quad (3.16a)$$

$$\lambda_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH} = \lambda_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH}. \quad (3.16b)$$

Esta diferenciación para las CSH se debe al rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil al grupo electromagnético, lo que impacta a la dinámica del sector de Higgs. A continuación, analizaremos y explicaremos la causa de esta distinción.

3.2. Contribuciones Puras de Norma

De la amplia gama de interacciones suscitadas por los mecanismos de compactificación y de Higgs, conviene separar la totalidad de diagramas de acuerdo al sector de donde emergen sus vértices. Distinguiremos entre aquellos acoplamientos que afloran del sector de Yang-Mills, de aquellos que brotan del sector de Higgs. Esto debido a que los primeros tienen como origen el tensor de intensidad extradimensional \mathcal{W}_{MN}^i (2.19a); el cuál es manifiestamente covariante bajo $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$. Una vez se atraviesa el protocolo de compactificación, todas estas interacciones guardarán una invarianza explícita bajo el grupo usual $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$; incluidas aquellas implementadas en el formalismo Campo-Anticampo; gracias a la forma covariante en que se fijó la norma.

Por otra parte, el modo cero del sector extradimensional de Higgs (2.61); es el encargado de romper espontáneamente la simetría del grupo electrodébil en aquella del grupo electromagnético a la escala de Fermi v : $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4) \xrightarrow{v} U_e(1, \mathcal{M}^4)$. Lo que significa que en términos de los grados de libertad efectivos, la dinámica del sector de Higgs será explícitamente covariante bajo $U_e(1, \mathcal{M}^4)$, aunque mantiene su invarianza implícitamente bajo el grupo electrodébil. Estas diferencias se harán evidentes cuando comparemos las contribuciones del sector de Higgs a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* .

En este apartado presentamos los diagramas cuyas interacciones provienen de las curvaturas de Yang-Mills, que involucran a los campos $W_\mu^{(0)i}$, $W_\mu^{(m)i}$ y $W_{\bar{n}}^{(m)i}$; así como de la dinámica proveniente de \mathcal{L}_{FPG} , donde se matrimonia el par $C^{(m)i}$ - $\bar{C}^{(m)i}$ que se acopla a los modos cero vectoriales. Nos referiremos a estas contribuciones como Contribuciones Puras de Norma (CPN).

3.2.1. Circulación Vector-Vector

Los diagramas donde se integran únicamente excitaciones vectoriales en el loop, resultan en la siguiente contribución:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.2 Contribuciones Puras de Norma

(3.17a)

(3.17b)

(3.17)

(3.17c)

(3.17d)

Solo el diagrama de triángulo (3.17a) contribuye al factor λ , debido a que es el único conformado por un producto de tres vértices proporcionales linealmente a los momentos. Por el mismo hecho, este es el único diagrama que arroja términos proporcionales a $q_\mu q_\alpha q_\beta$. Además de términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$. Sin embargo, la suma de los coeficientes de cada una de estas estructuras que contienen a q_μ es idénticamente cero en este diagrama.

El segundo (3.17b) y tercer (3.17c) diagrama son iguales a

$$= g_{V(\kappa\kappa)}^2 B_0^{V2} (-8p_\mu g_{\alpha\beta} - 8q_\mu g_{\alpha\beta} + 16q_\alpha g_{\beta\mu}),$$

(3.18)

$$= g_{V^{(\kappa\kappa)}}^2 B_0^{V^2} (-8p_\mu g_{\alpha\beta} + 8q_\mu g_{\alpha\beta} - 16q_\beta g_{\alpha\mu}), \quad (3.19)$$

por lo que su suma cancela al factor $q_\mu g_{\alpha\beta}$, además de que se obtiene un coeficiente común para la estructura de interés $(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})$.

El cuarto diagrama (3.17d) sólo contiene una contribución común para la resta $(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})$, y no arroja términos con q_μ ni p_μ . Como se esperaba, la contribución total de este sector no contiene términos que dependan de q_μ , por lo que se cumple la identidad de Ward.

Se obtienen los siguientes factores de forma libres de divergencias ultravioletas; respecto a las sumas continuas. En el capítulo 4 mostraremos que esta contribución a los factores de forma, así como todas las demás que se presentan en este capítulo, son finitas.

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} = g_{V^{(\kappa\kappa)}}^2 \sum_{(m)} \frac{1}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^3} & \left(a_1 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{QV^2} + a_2 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_3 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{V^3W^3} \right. \\ & \left. + a_4 \Delta B_0^{QV^2} + a_5 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_6 \Delta B_0^{V^3W^3} + c_1 k_{(m)}^2 C_0^Q + c_2 C_0^Q + b_1 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W^3} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} = g_{V^{(\kappa\kappa)}}^2 \sum_{(m)} \frac{1}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^3} & \left(a_7 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{QV^2} + a_8 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_9 k_{(m)}^2 \Delta B_0^{V^3W^3} \right. \\ & \left. + a_{10} \Delta B_0^{QV^2} + a_{11} \Delta B_0^{V^2V^3} + a_{12} \Delta B_0^{V^3W^3} + c_3 k_{(m)}^2 C_0^Q + c_4 C_0^Q + b_2 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W^3} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde hemos definido:

$$Q^2 \equiv 4q^2 \quad (3.22a)$$

$$\Delta B_0^{QV^2} \equiv B_0(Q^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{V^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) \quad (3.22b)$$

$$\Delta B_0^{V^2V^3} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{V^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{V^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) \quad (3.22c)$$

$$\Delta B_0^{V^3W^3} \equiv B_0(0, m_{V^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) \quad (3.22d)$$

$$C_0^Q \equiv C_0(Q^2, m_{W^{(0)}}^2, m_{W^{(0)}}^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{V^{(m)}}^2) \quad (3.22e)$$

$$B_0^{W^3} \equiv B_0(0, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (3.22f)$$

$$B_0^{V^2} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{V^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (3.22g)$$

y los factores a_i , b_i y c_i son polinomios que dependen de las masas y la energía de la colisión. Su forma detallada se encuentra en el Apéndice A.

3.2.2. Circulación Ghost-Antighost

Las contribuciones dadas por la dinámica del par ghost-antighost tienen las mismas topologías que las contribuciones netamente vectoriales, lo cuál es consecuencia de nuestro procedimiento covariante de fijación de la norma. Cada amplitud se multiplica por un factor de -1 por ser campos fermiónicos, y también por un factor de 2 para considerar tanto a los ghost como a los antighost.

(3.23)

El diagrama de triangulo (3.23a) es el único que contribuye a ambos factores de forma. También de este diagrama se obtienen términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$, pero los coeficientes de cada una de estas estructuras que involucran a q_μ suman cero. El resto de diagramas (3.23b), (3.23c) y (3.23d) resultan ser cero individualmente. Por lo que la contribución de este bloque de diagramas también preserva identidad de Ward.

Los factores de forma que surgen de este sector, guardan una relación simple con aquellos obtenidos en los diagramas Vector-Vector, (3.20) y (3.21):

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN} = -\frac{1}{2}\Delta\kappa_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} + g_{V^{(K\kappa)}}^2 \sum_{(m)} 4 (m_{V^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) C_0^V \quad (3.24)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN} = -\frac{1}{2}\lambda_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} \quad (3.25)$$

3.2.3. Circulación $n - 1$ Escalares

Del 0-tensor de la curvatura no abeliana (2.35), surgen $n - 1$ excitaciones escalares físicas degeneradas en masa, la cuál resulta ser idéntica a la masa de las excitaciones vectoriales. Su contribución guarda una estrecha similitud con la de los sectores anteriores, pues recordemos que todos estos campos tienen origen en la misma curvatura del grupo $SU_L(2, \mathcal{M}^d)$. Los diagramas posibles donde circulan estos $n - 1$ escalares físicos son:

(3.26a)

(3.26b)

$$(3.26)$$

(3.26c)

(3.26d)

Se encuentra la siguiente relación entre la contribución de los $n - 1$ campos escalares con aquella del par ghost-antighost, (3.24) y (3.24):

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN} = -\frac{n-1}{2}\Delta\kappa_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN}, \quad (3.27)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN} = -\frac{n-1}{2}\lambda_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN}. \quad (3.28)$$

Aquí, al igual que en el sector fantasma-antifantasma, encontramos que sólo el diagrama triangular (3.26a) es distinto de cero. También en este diagrama emergen términos del tipo $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$; pero para cada una de estas estructuras, sus coeficientes suman cero.

3.2.4. Circulación Escalar-Vectorial

Existen 3 contribuciones mixtas donde circulan campos vectoriales y un escalar dentro del loop, que son comunes tanto a $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ como a $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Difiriendo únicamente en la constante $g_{V^{(0)}}$. Estos diagramas sólo contribuyen al factor $\Delta\kappa$.

El primero es cuando circula una excitación del Higgs, $H^{(\underline{m})}$, y dos excitaciones vectoriales $W_\mu^{(\underline{m})\pm}$:

(3.29)

(3.29a)

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}, VVH}^{CPN} = \sum_{(\underline{m})} \frac{g^2 m_{W^{(0)}}^2 4 \left(\Delta B_0^{QH2} + m_{H^{(0)}}^2 C_0^H \right)}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)} \quad (3.30)$$

En los otros dos diagramas, circulan las mismas dos excitaciones vectoriales $W_\mu^{(\underline{m})\pm}$, junto con el n -ésimo escalar físico $Z_n^{(\underline{m})}$ y el pseudo bosón de Goldstone $G_Z^{(\underline{m})}$:

(3.31a)

+

(3.31b)

(3.31)

$$\Delta\kappa_{V^{(0)*}, VVZ_s}^{CPN} = \sum_{(\underline{m})} \frac{g^2 c_W^2 m_{Z^{(0)}}^2 4 \left(\Delta B_0^{QZ2} + m_{Z^{(0)}}^2 C_0^Z \right)}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)} \quad (3.32)$$

Donde se hicieron las siguientes definiciones

$$\Delta B_0^{QH2} \equiv B_0(Q^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2) - B_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{H^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (3.33a)$$

$$\Delta B_0^{QZ2} \equiv B_0(Q^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2) - B_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{Z^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (3.33b)$$

$$C_0^H \equiv C_0(Q^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{H^{(\underline{m})}}^2), \quad (3.33c)$$

$$C_0^Z \equiv C_0(Q^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{Z^{(\underline{m})}}^2). \quad (3.33d)$$

El acoplamiento de $Z_n(\underline{m})$ con los campos vectoriales es proporcional al coseno del ángulo de KK $\kappa_\Omega^{(\underline{m})}$; mientras que el de $G_Z^{(\underline{m})}$ es proporcional al seno $\zeta_\Omega^{(\underline{m})}$. Es muy interesante notar que cuando sumamos ambos diagramas, (3.31a) con (3.31b), obtenemos un resultado independiente del ángulo de KK, Ω .

Ninguno de estos tres diagramas (3.29a), (3.31a) y (3.31b), arroja términos proporcionales a q_μ .

Es remarcable notar que en estas Contribuciones Puras de Norma (CPN), la única forma de distinguir a los casos $V^{(\underline{0})*} = A^{(\underline{0})*}$ y $V^{(\underline{0})*} = Z^{(\underline{0})*}$, es mediante la constante de acoplamiento $g_{V^{(\underline{0})}}$. Lo cuál nos demuestra que la simetría del grupo de norma $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$, se mantiene intacta a nivel de un lazo para estas contribuciones. Pues recordemos que todas estas interacciones se originan en la misma estructura de norma de Yang-Mills, encriptada en las curvaturas, $-\frac{1}{4}\mathcal{W}_{MN}^i\mathcal{W}_i^{MN}$, y la dinámica del par ghost-antighost con las conexiones, $\mathcal{W}_{iM}^*\mathcal{D}^{ijM}\mathcal{C}^j$; que después del mecanismo de compactificación, las interacciones que suscitan son manifiestamente covariantes bajo $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$. Por lo que era de esperarse que todas las contribuciones del sector de Yang-Mills a estos vértices, mantuvieran explícitamente su covarianza de norma; gracias a la elección especial del procedimiento para fijar la norma de forma covariante.

3.3. Contribuciones del Sector de Higgs

En esta sección se concentran los diagramas construidos con vértices provenientes del sector de Higgs, que son afectados por el rompimiento de la simetría electrodébil $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ al grupo electromagnético $U_e(1, \mathcal{M}^4)$. Por esta razón, la simetría electrodébil no es manifiesta explícitamente en los diagramas de este sector; sino que se encuentra oculta. Esta es la razón por la cuál existe una ligera diferencia entre las contribuciones a $\Delta\kappa_{A^{(\underline{0})*}}^{CSH}$ y $\lambda_{A^{(\underline{0})*}}^{CSH}$; en comparación con $\Delta\kappa_{Z^{(\underline{0})*}}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(\underline{0})*}}^{CSH}$. Además, es por esta misma razón que emergen las contribuciones $\Delta\kappa_{Z^{(\underline{0})*} Excl.}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(\underline{0})*} Excl.}^{CSH}$, exclusivas del caso $V^{(\underline{0})*} = Z^{(\underline{0})*}$. Ya que sólo en este caso se genera una especie de cambio de sabor para los campos de KK, lo que amplía la riqueza de los diagramas a considerar en tal caso. Nos referiremos a todas estas contribuciones como Contribuciones del Sector de Higgs (CSH).

Dentro de las contribuciones $\Delta\kappa_{V^{(\underline{0})*}}^{CSH}$ y $\lambda_{V^{(\underline{0})*}}^{CSH}$, tendremos principalmente dos tipos de diagramas: aquellos donde solo circulan escalares en el loop, y aquellos donde se mezclan campos escalares con campos vectoriales en el loop.

3.3.1. Diagramas Comunes a $A^{(\underline{0})*}$ y $Z^{(\underline{0})*}$

Circulación Escalar Pura: Higgs, n -ésimos Escalares Físicos y Pseudo Bosones de Goldstone.

- Diagramas escalares posibles para $A^{(\underline{0})*}$:

Para el caso $V^{(\underline{0})*} = A^{(\underline{0})*}$, cuando sólo se integran campos escalares dentro del loop, se encuentra que los diagramas posibles de construir son:

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram (3.34a): Triangle loop with } A_\mu^{(0)*}(2q) \text{ at top, } W_\alpha^{(0)+}(p-q) \text{ at bottom left, } W_\beta^{(0)-}(-p-q) \text{ at bottom right. Internal lines } W_n^{(m)+} \text{ and } S^{(m)}. \\
 & \text{Diagram (3.34b): Bubble loop with } A_\mu^{(0)*}(2q) \text{ at top left, } W_\alpha^{(0)+}(p-q) \text{ at bottom left, } W_\beta^{(0)-}(-p-q) \text{ at bottom right. Internal lines } W_n^{(m)-} \text{ and } S^{(m)}. \\
 & \text{Diagram (3.34c): Bubble loop with } W_\alpha^{(0)+}(p-q) \text{ at bottom left, } W_\beta^{(0)-}(-p-q) \text{ at bottom right, } A_\mu^{(0)*}(2q) \text{ at top right. Internal lines } W_n^{(m)+} \text{ and } S^{(m)}. \\
 & \text{Diagram (3.34d): Bubble loop with } W_\alpha^{(0)+}(p-q) \text{ at bottom left, } W_\beta^{(0)-}(-p-q) \text{ at bottom right, } A_\mu^{(0)*}(2q) \text{ at top. Internal lines } W_n^{(m)-} \text{ and } S^{(m)}. \\
 & \text{Equation (3.34):} \\
 & \quad + \left(W_n^{(m)\pm} \rightarrow G_W^{(m)\pm} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.34}$$

Donde $S^{(m)} = A_G^{(m)}, Z_n^{(m)}, G_Z^{(m)}$ y $H^{(m)}$. Es interesante notar que sólo los diagramas de triángulo (3.34a) son distintos de cero. Estos diagramas de triángulo, (3.34a), arrojan también términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$; pero en cada diagrama, los coeficientes de estas estructuras tensoriales suman cero exactamente. Por lo que no existe dependencia de q_μ .

- Diagramas escalares posibles para $Z^{(0)*}$

En el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, cuando únicamente circulan campos escalares en los diagramas de lazo, tenemos una variedad de diagramas similares a los diagramas del caso $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ (3.34); pero se añaden nuevos diagramas que son posibles gracias al cambio de sabor entre los escalares cargados $W_n^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$:

$$\begin{aligned}
 & \text{(3.35a)} \quad \text{(3.35b)} \quad + \quad \text{(3.35c)} \quad \text{(3.35d)} \\
 & \text{(3.35e)} \quad \text{(3.35f)} \\
 & + \left(W_n^{(m)\pm} \rightarrow G_W^{(m)\pm} \right)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Donde $S^{(m)} = A_G^{(m)}$, $Z_n^{(m)}$, $G_Z^{(m)}$ y $H^{(m)}$. Resulta ser que sólo los diagramas triangulares (3.35a) y (3.35b) son distintos de cero. Todos los demás son cero individualmente. Los diagramas triangulares nos arrojan términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$, pero para cada diagrama, los coeficientes de estas estructuras indeseadas suman cero exactamente.

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH}$ y $\lambda_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH}$:

Para el caso $V^{(0)*} = A^{(0)*}$, cuando circula el pseudo bosón $A_G^{(m)}$, se tienen los siguientes diagramas distintos de cero:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

(3.36a)

(3.36b)

(3.36)

Los factores de forma que arrojan estos diagramas, guardan la siguiente relación sobresaliente con los del sector ghost-antighost, (3.24) y (3.25). Esto es una consecuencia directa de haber implementado una norma no lineal [39, 38]:

$$\Delta\kappa_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2}\Delta\kappa_{A^{(0)*}, C_A^{(m)}}^{CPN}, \quad (3.37)$$

$$\lambda_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2}\lambda_{A^{(0)*}, C_A^{(m)}}^{CPN}. \quad (3.38)$$

Los acoplamientos entre los pseudo bosones de Goldstone $A_G^{(m)}$ y $W_n^{(m)\pm}$, son proporcionales al seno del ángulo de KK, $\zeta_\Theta^{(m)}$. Mientras que los acoplamientos entre $A_G^{(m)}$ y $G_W^{(m)\pm}$, son proporcionales al coseno, $\kappa_\Theta^{(m)}$. Notablemente, al sumar ambos diagramas, (3.36a) con (3.36b), obtenemos un resultado independiente del ángulo de mezcla de KK, Θ .

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH}$:

Para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, consideramos las siguientes contribuciones de $A_G^{(m)}$:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

(3.39)

Al sumar todos estos diagramas, se encuentra la siguiente relación entre sus factores de forma con su contribución análoga del sector ghost-antighost (3.24) y (3.25):

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2}\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, C_A^{(m)}}^{CPN}, \quad (3.40)$$

$$\lambda_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2}\Delta\lambda_{Z^{(0)*}, C_A^{(m)}}^{CPN}. \quad (3.41)$$

Los acoplamientos de los escalares cargados $W_n^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$, con el bosón de norma $Z_\mu^{(0)}$; dependen de $\zeta_\Theta^{(m)}$ y $\kappa_\Theta^{(m)}$. Pero la suma de los cuatro diagramas cancela toda dependencia del ángulo de KK, Θ .

Hacemos notar que cuando circula el pseudo bosón $A_G^{(m)}$, los factores de forma de ambos casos: (3.37) y (3.38) cuando $V^{(0)*} = A^{(0)*}$; cumplen la misma relación que (3.40) y (3.41), cuando $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$.

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH}$ y $\lambda_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH}$

Para el caso $V^{(0)*} = A^{(0)*}$, cuando circulan los escalares neutros $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$, tenemos cuatro diagramas distintos de cero:

$$\begin{aligned}
 & \text{(3.42a)} \quad \text{(3.42b)} \\
 & + \left(Z_n^{(m)} \rightarrow G_Z^{(m)} \right) \\
 & \hspace{15em} (3.42)
 \end{aligned}$$

En este escenario, la mezcla del escalar no físico de Yang-Mills $Z_G^{(m)}$, con el escalar neutro del doblete Higgs $S_Z^{(m)}$; que forman a los escalares $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$, resulta en una modificación a la relación que se esperaría entre esta contribución con su contraparte del sector ghost-antighost. Las relaciones análogas a (3.37) y (3.38), que cumplen estos diagramas son:

$$\Delta\kappa_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{c_W^2} \right) \Delta\kappa_{A^{(0)*}, C_Z^{(m)}}^{CPG}, \quad (3.43)$$

$$\lambda_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{c_W^2} \right) \lambda_{A^{(0)*}, C_Z^{(m)}}^{CPG}. \quad (3.44)$$

Podemos atribuir tal modificación al escalar $S_Z^{(m)}$, que no es proporcional a c_W en la lagrangiana.

En estos diagramas tenemos distintos acoplamientos entre los escalares cargados $W_n^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$, con los escalares neutros $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$. Cada uno de estos acoplamientos son proporcionales a sumas y restas de productos entre $\zeta_\Theta^{(m)}$, $\kappa_\Theta^{(m)}$, $\zeta_\Omega^{(m)}$ y $\kappa_\Omega^{(m)}$. De manera remarcable, al sumar todos los diagramas (3.42a), (3.42b), y sus análogos al hacer $Z_n^{(m)} \rightarrow G_Z^{(m)}$, obtenemos un resultado independiente de los ángulos de KK, Θ y Ω .

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH}$

Para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, cuando circulan los escalares neutros $Z_G^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$, tenemos los siguientes ocho diagramas:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

$(3.45a)$ $(3.45b)$
 $(3.45c)$ $(3.45d)$
 $(3.45e)$ $(3.45f)$
 $(3.45g)$ $(3.45h)$

(3.45)

La contribución que resulta de sumar todos estos diagramas (3.45), cumple la siguiente relación con su contraparte ghost-antighost (3.24) y (3.25):

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1 - 2c_W^2}{8c_W^4} \right) \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, C_Z^{(m)}}^{CPN}, \quad (3.46)$$

$$\lambda_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1 - 2c_W^2}{8c_W^4} \right) \lambda_{Z^{(0)*}, C_Z^{(m)}}^{CPN}. \quad (3.47)$$

Aquí también ocurre que el escalar del doblete de Higgs $S_Z^{(m)}$ introduce acoplamientos que no son proporcionales a c_W . Lo que ocasiona que las relaciones (3.46) y (3.47), no coincidan con (3.40) y (3.41).

Los distintos acoplamientos entre los escalares cargados, $W_n^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$; con los escalares neutros, $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$, dependen de sumas y restas de productos entre $\zeta_\Theta^{(m)}$, $\kappa_\Theta^{(m)}$, $\zeta_\Omega^{(m)}$ y $\kappa_\Omega^{(m)}$. Sin embargo, la suma de todos estos diagramas (3.45) conspira para eliminar toda dependencia de los ángulos de mezcla, Θ y Ω .

Traemos a la atención que cuando circulan los escalares $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$, los factores de forma de ambos casos: (3.43) y (3.44) cuando $V^{(0)*} = A^{(0)*}$; difieren ligeramente respecto a las relaciones (3.46) y (3.47), cuando $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Ya que en cada caso, la proporcionalidad depende de constantes distintas. Esta es una manifestación sutil de cómo el rompimiento de la simetría electrodébil; afecta las interacciones del sector de Higgs.

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}$ y $\lambda_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}$:

Los últimos diagramas netamente escalares para $V^{(0)*} = A^{(0)*}$, describen la contribución de una excitación del Higgs $H^{(m)}$ con los escalares cargados $W_n^{(m)\pm}$ y $G_W^{(m)\pm}$:

(3.48a)

(3.48b)

(3.48)

Los factores de forma que arrojan estos diagramas son idénticos a aquellos del sector ghost-antighost, (3.24) y (3.25), salvo el intercambio $m_{V^{(0)}} \rightarrow m_{H^{(0)}}$ y un factor de proporcionalidad:

$$\Delta\kappa_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} = -\frac{g^2}{8g_{V^{(0)}}^2} \Delta\kappa_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN}, \quad \text{con } m_{V^{(0)}} \rightarrow m_{H^{(0)}}. \quad (3.49)$$

$$\lambda_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} = -\frac{g^2}{8g_{V^{(0)}}^2} \lambda_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN}, \quad \text{con } m_{V^{(0)}} \rightarrow m_{H^{(0)}}. \quad (3.50)$$

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

La suma de ambos diagramas, (3.48a) con (3.48b), elimina toda dependencia del ángulo de mezcla Θ .

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}$:

La última contribución netamente escalar, para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, consta de los siguientes diagramas con el Higgs:

(3.51a)

(3.51b)

(3.51c)

(3.51d)

(3.51)

Esta contribución guarda una simple relación con su contraparte $V^{(0)*} = A^{(0)*}$, (3.49) y (3.50):

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} = \left(1 - \frac{1}{2c_W^2}\right) \Delta\kappa_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} \quad (3.52)$$

$$\lambda_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CEM} = \left(1 - \frac{1}{2c_W^2}\right) \lambda_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CEM} \quad (3.53)$$

Esta diferenciación es otra manifestación más de cómo el rompimiento de la simetría electro-débil; matiza ligeramente a las interacciones mediadas por $A^{(0)*}$ y $Z^{(0)*}$.

Circulación Escalar-Vectorial:

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{A^{(0)},W_s W_s V}^{CEM}$

Para concluir las contribuciones del caso $V^{(0)*} = A^{(m)}$, tenemos los siguientes diagramas posibles que incorporan una excitación vectorial interna con dos escalares:

(3.54a)

(3.54b)

(3.54)

Estos sólo contribuyen al factor $\Delta\kappa$:

$$\Delta\kappa_{A^{(0)},W_s W_s V}^{CSH} = \sum_{(m)} \frac{8\delta_{A^{(0)},V^{(m)}} \left(\Delta B_0^{QV^2} + (-2m_{W^{(0)}}^2 + m_{V^{(0)}}^2 + \frac{1}{2}Q^2) C_0^Q \right)}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)}, \quad (3.55)$$

Donde

$$\delta_{A^{(0)},A^{(m)}} = e^2 m_{W^{(0)}}^2 \quad (3.56a)$$

$$\delta_{A^{(0)},Z^{(m)}} = \frac{g^2}{4} (1 - 2c_W)^2 m_{Z^{(0)}}^2. \quad (3.56b)$$

Cada uno de estos diagramas, (3.54a) y (3.54b), arroja términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$, pero para cada diagrama, el coeficiente total de esta estructura es cero.

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{Z^{(0)},W_s W_s V}^{CEM}$

Los diagramas análogos a (3.54) para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, incorporan cambio de sabor entre escalares:

(3.57a)

(3.57b)

(3.57c)

(3.57d)

(3.57)

Cuya contribución satisface la siguiente relación con su contraparte $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ (3.55):

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s W_s V}^{CSH} = \left(1 - \frac{1}{2c_W^2}\right) \Delta\kappa_{A^{(0)*}, W_s W_s V}^{CSH}. \quad (3.58)$$

Solo al sumar estos cuatro diagramas (3.57) se elimina toda dependencia de la estructura $q_\mu g_{\alpha\beta}$, la única estructura tensorial indeseada que surge. También al sumar los cuatro diagramas se elimina toda dependencia del ángulo de KK, Θ .

Es remarcable notar que la constante que enlaza a ambas contribuciones donde circulan campos escalares y vectoriales en el loop, coincide con aquella que enlaza el caso netamente escalar donde circula el Higgs (3.52). Este hecho nos demuestra que, a pesar de que la simetría electrodébil se ha roto espontáneamente, ésta se encuentra aún presente en la teoría de manera implícita. El hecho de que estas amplitudes para $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, coincidan hasta una constante de proporcionalidad, es consecuencia del vestigio de simetría electrodébil; que aún sigue gobernando el trasfondo dinámico del sector de Higgs.

3.3.2. Contribuciones Únicas de $Z^{(0)*}$

Como se mencionó anteriormente, la manera especial en la que se removió la degeneración de norma de la teoría; despliega una abundante multiplicidad de interacciones posibles entre el bosón neutro $Z_\mu^{(0)*}$ con las diversas excitaciones vectoriales y escalares presentes en la teoría, ya que sólo éste bosón de norma tiene el atributo de introducir una especie de cambio de sabor entre los campos de KK.

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

Circulación Escalar Pura: Higgs, n -ésimos Escalares Físicos y Pseudo Bosones de Goldstone.

- Contribución a $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH}$ y $\lambda_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH}$:

Dentro de las contribuciones exclusivas para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, es posible construir los siguientes diagramas netamente escalares:

(3.59)

La suma de todos estos diagramas (3.59) resulta en contribuciones para ambos factores de forma:

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH} = & \frac{g^2}{c_W^2} \sum_{(m)} \frac{1}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^3} \left(a_{13}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{HZH2} + a_{14}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{H2H3} + a_{15}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{Z2Z3} \right. \\ & + a_{16}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{Z2W3} + a_{17}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{H3Z3} + a_{18} \Delta B_0^{HZH2} + a_{19} \Delta B_0^{H2H3} + a_{20} \Delta B_0^{Z2Z3} \\ & \left. + a_{21} \Delta B_0^{Z2W3} + a_{22} \Delta B_0^{H3Z3} + c_5 k_{(m)}^2 C_0^{HZ} + c_6 C_0^{HZ} + b_3 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W3} \right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH} = & \frac{g^2}{c_W^2} \sum_{(m)} \frac{1}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^3} \left(a_{23}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{HZH2} + a_{24}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{H2H3} + a_{25}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{Z2Z3} \right. \\ & + a_{26}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{Z2W3} + a_{27}k_{(m)}^2 \Delta B_0^{H3Z3} + a_{28} \Delta B_0^{HZH2} + a_{29} \Delta B_0^{H2H3} + a_{30} \Delta B_0^{Z2Z3} \\ & \left. + a_{31} \Delta B_0^{Z2W3} + a_{32} \Delta B_0^{H3Z3} + c_7 k_{(m)}^2 C_0^{HZ} + c_8 C_0^{HZ} + b_4 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W3} \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

Donde se definió:

$$\Delta B_0^{HZH2} \equiv B_0(Q^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2) - B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) \quad (3.62a)$$

$$B_0^{H2H3} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{H^{(m)}}^2, m_{H^{(m)}}^2) \quad (3.62b)$$

$$B_0^{Z2Z3} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{Z^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2) \quad (3.62c)$$

$$B_0^{Z2W3} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) \quad (3.62d)$$

$$B_0^{H3Z3} \equiv B_0(0, m_{H^{(m)}}^2, m_{H^{(m)}}^2) - B_0(0, m_{Z^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2) \quad (3.62e)$$

$$C_0^{HZ} \equiv C_0(Q^2, m_{W^{(0)}}^2, m_{W^{(0)}}^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(0)}}^2) \quad (3.62f)$$

Estos diagramas deben ser sumados por pares horizontalmente para eliminar los términos indeseables proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$; y también para obtener un coeficiente común a $(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})$. Por ejemplo, al sumar a los diagramas (3.59a) con (3.59b), se eliminan los términos indeseables proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$ y $q_\mu q_\alpha q_\beta$, y además obtenemos un coeficiente común para la estructura de interés $(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})$. Lo mismo ocurre al sumar a los diagramas (3.59c) con (3.59d), (3.59e) con (3.59f), etc.

Respecto a la dependencia de los ángulos de mezcla Θ y Ω ; resulta ser que sólo al sumar todos estos diagramas (3.59), se obtienen factores de forma totalmente independientes de dichos ángulos de KK. La forma explícita de los factores a_i , b_i y c_i se despliega en el Apéndice A.

Circulación Escalar-Vector

- Contribuciones a $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, VVW_s}^{CSH}$, $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s V H}^{CSH}$, $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W Z H}^{CSH}$ y $\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W Z_s H}^{CSH}$.

Los siguientes diagramas que mezclan escalares y vectores, son exclusivos del caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

(3.63a)

(3.63b)

(3.63c)

(3.63d)

(3.63)

Que sólo contribuyen al factor $\Delta\kappa$:

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, VVW_S}^{CSH} = \frac{\delta_{Z^{(0)}, V^{(m)}} 4 \left(\Delta B_0^{QV^2} + C_0^Q (-4m_{W^{(0)}}^2 + m_{V^{(0)}}^2 + Q^2) \right)}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)}, \quad (3.64)$$

donde

$$\delta_{Z^{(0)}, A^{(m)}} = e^2 m_{Z^{(0)}}^2 \quad (3.65a)$$

$$\delta_{Z^{(0)}, Z^{(m)}} = \frac{g^2}{2} (2c_W^2 - 1) m_{Z^{(0)}}^2. \quad (3.65b)$$

Al sumar horizontalmente a los diagramas (3.63a) con (3.63b), se obtiene un coeficiente común para la estructura de interés ($q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}$); y también de esta manera se cancelan los términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$, que es la única estructura indeseada que se genera. Lo mismo ocurre para la suma de (3.63c) con (3.63d).

También es posible construir diagramas similares a los anteriores, con una excitación del Higgs $H^{(m)}$ en lugar del vector neutro excitado $V^{(m)}$:

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

(3.66)

Los cuales sólo contribuyen al factor $\Delta\kappa$. Al sumar los diagramas horizontalmente: (3.66a) con (3.66b), y (3.66c) con (3.66d); obtenemos un coeficiente común para $(q_\alpha g_{\beta\mu} - q_\beta g_{\alpha\mu})$. No se genera ningún término con q_μ en estos diagramas. La suma de estos cuatro diagramas es independiente del ángulo de mezcla, Θ .

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s V H}^{CSH} = \frac{g^2 m_{Z^{(0)}}^2 \left(\Delta B_0^{QH2} + m_{H^{(0)}}^2 C_0^H \right)}{(4m_{W^{(0)}}^2 - Q^2)}. \quad (3.67)$$

Otra combinación única para el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$ es:

(3.68)

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

Que de igual manera, sólo contribuyen a $\Delta\kappa$:

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, WZH}^{CSN} = \frac{4g^2 m_{Z^{(0)}}^2}{Q^2 (Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)} \left[m_{W^{(0)}}^2 (\Delta B_0^{H^2 Z^2} + (m_{Z^{(0)}}^2 - m_{H^{(0)}}^2) C_0^{HZ}) \right. \\ \left. - \frac{Q^2}{2} (-\Delta B_0^{HZH^2} + (2m_{W^{(0)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^2) C_0^{HZ}) + \frac{1}{2} Q^4 C_0^{HZ} \right], \quad (3.69)$$

Es necesario sumar ambos diagramas, (3.68a) con (3.68b), para eliminar toda dependencia de $q_\mu g_{\alpha\beta}$; que es la única estructura indeseada que surge. Al sumarlos de esta manera, también se obtiene un coeficiente común para la estructura de interés ($q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}$).

Por último tenemos la siguiente combinación particular que no contribuye al factor λ :

$$(3.70)$$

La suma de estos diagramas nos arroja la siguiente contribución:

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*}, WZH}^{CEM} = \frac{32g^2 m_{Z^{(0)}}^2}{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)} \left[-\Delta B_0^{HZH^2} - \Delta B_0^{H^2 Z^2} \right. \\ \left. + (m_{H^{(0)}}^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^2 - Q^2) C_0^{HZ} \right]. \quad (3.71)$$

Sumando horizontalmente a los diagramas (3.70a) con (3.70b), y a (3.70c) con (3.70d); se cancelan exactamente los términos proporcionales a $q_\mu g_{\alpha\beta}$. Sólo al sumar los cuatro

diagramas, se elimina toda dependencia del ángulo de KK, Ω .

Se han definido adicionalmente las siguientes restas de funciones B_0 :

$$\Delta B_0^{HZZ2} \equiv B_0(Q^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2) - B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (3.72a)$$

$$B_0^{H2Z2} \equiv B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{H^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2) - B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2). \quad (3.72b)$$

De todas estas interacciones que emanan del sector de Higgs, se puede identificar en los diagramas comunes a $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, que ya no sólo difieren por el valor de la constante de acoplamiento $g_{V^{(0)}} = e, c_W g$; sino que se distinguen mediante constantes más elaboradas que dependen del coseno del ángulo electrodébil, c_W . Esto lo atribuimos a la mezcla delicada entre los escalares no físicos $Z_G^{(m)}$ y $S_Z^{(m)}$ que diagonalizamos para formar a $Z_n^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$. El escalar que proviene del doblete de Higgs, $S_Z^{(m)}$, no tiene el coeficiente c_W en la lagrangiana, lo que introduce estas constantes de proporcionalidad particulares entre los casos $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Fuera de estas constantes, las contribuciones comunes a ambos casos tienen la misma estructura. Esto refleja el indicio de simetría electrodébil, que aún gobierna a la teoría; aunque esta se haya roto espontáneamente.

Por otro lado, gracias al cambio de sabor del $Z^{(0)*}$, aflora toda una nueva gama de diagramas que sólo existen en el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Esto es un síntoma que nos indica que las contribuciones provenientes del sector de Higgs, no preservan covarianza electrodébil de manera explícita para las amplitudes a un lazo; esta sigue presente solo implícitamente. Debido a que este sector es quien rompe espontáneamente simetría electrodébil, a la simetría electromagnética, mediante el modo cero del doblete de Higgs $\Phi^{(0)} \rightarrow \Phi_0^{(0)} + \hat{\Phi}^{(0)}$.

Conviene resumir las contribuciones a los factores de forma que hemos obtenido. Recordemos que las contribuciones bosónicas de KK a un lazo, se dividen en aquellas que surgen del sector de norma y las que surgen del sector de Higgs:

$$\Delta \kappa_{1-loop}^{(KK)Bsn} = \Delta \kappa_{V^{(0)*}}^{CPN} + \Delta \kappa_{V^{(0)*}}^{CSH}, \quad (3.73a)$$

$$\lambda_{1-loop}^{(KK)Bsn} = \lambda_{V^{(0)*}}^{CPN} + \lambda_{V^{(0)*}}^{CSH}. \quad (3.73b)$$

Las Contribuciones Puras de Norma (CPN) para el factor $\Delta \kappa$ provienen de (3.20), (3.24), (3.27), (3.30) y (3.32). Mientras que para λ , provienen de (3.21), (3.25) y (3.28).

$$\Delta \kappa_{V^{(0)*}}^{CPN} = \Delta \kappa_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} + \Delta \kappa_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN} + \Delta \kappa_{V^{(0)*}, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN} + \Delta \kappa_{V^{(0)*}, VVH}^{CPN} + \Delta \kappa_{V^{(0)*}, VVZ_s}^{CPN}, \quad (3.74a)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}}^{CPN} = \lambda_{V^{(0)*}, V^{(m)}}^{CPN} + \lambda_{V^{(0)*}, C_V^{(m)}}^{CPN} + \lambda_{V^{(0)*}, S_{n-1}^{(m)}}^{CPN}. \quad (3.74b)$$

En estas contribuciones, la única forma de diferenciar a los casos $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ de $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, es mediante la constante de acoplamiento $g_{V^{(0)}} = e$, para el primer caso y $g_{V^{(0)}} = c_W g$, para el segundo. Esto demuestra que las amplitudes a un lazo preservan covarianza de norma electrodébil.

Por otra parte, tenemos a las Contribuciones del Sector de Higgs (CSH), donde

$$\Delta \kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} = \Delta \kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} + \Delta \kappa_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH}, \quad (3.75a)$$

$$\lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} = \lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} + \lambda_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH}. \quad (3.75b)$$

Contribuciones a los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* a un lazo
3.3 Contribuciones del Sector de Higgs

Estas contribuciones constan de dos partes. La primera está conformada por diagramas comunes para los casos $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Las contribuciones comunes al factor $\Delta\kappa$ están dadas por (3.37), (3.43), (3.49), (3.55), (3.40), (3.46), (3.52) y (3.58). Mientras que las contribuciones comunes al factor λ están dadas por (3.38), (3.44), (3.50), (3.41), (3.47) y (3.53).

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_{V^{(0)*}}^{CSH} &= \Delta\kappa_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} + \Delta\kappa_{A^{(0)}, W_s W_s V}^{CEM} \\ &+ \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)}, W_s W_s V}^{CEM}, \end{aligned} \quad (3.76a)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{V^{(0)*}}^{CSH} &= \lambda_{A^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{A^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{A^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH} \\ &+ \lambda_{Z^{(0)*}, A_G^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{Z^{(0)*}, Z_n^{(m)} G_Z^{(m)}}^{CSH} + \lambda_{Z^{(0)*}, W_s W_s H}^{CSH}. \end{aligned} \quad (3.76b)$$

Estas contribuciones comunes a $V^{(0)*} = A^{(0)*}$ y $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, difieren entre sí mediante distintos factores de proporcionalidad. Pero comparten la misma estructura. Esta es una manifestación sutil del impacto que tiene el rompimiento de la simetría electrodébil en el sector de Higgs.

Por último, tenemos aquellas contribuciones que sólo existen en el caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$. Para el factor $\Delta\kappa$, estas contribuciones están dadas por (3.60), (3.64), (3.67), (3.69) y (3.71). Mientras que sólo existe una contribución de este tipo al factor λ , dada por (3.61).

$$\Delta\kappa_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH} = \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, VVW_s}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, W_s V H}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, WZ H}^{CSH} + \Delta\kappa_{Z^{(0)*}, WZ_s H}^{CSH}, \quad (3.77a)$$

$$\lambda_{Z^{(0)*} Excl.}^{CSH} = \lambda_{Z^{(0)*}, HW_s Z_s}^{CSH}. \quad (3.77b)$$

El hecho de que existan estas amplitudes exclusivas del caso $V^{(0)*} = Z^{(0)*}$, es consecuencia del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. Y se manifiesta justamente en la dinámica de este sector, pues recordemos que es a través del doblete usual de Higgs que se lleva a cabo esta ruptura de simetría.

Capítulo 4

Estructura Analítica de los Resultados

¿Cómo puede una teoría crítica morder la realidad? En primer lugar, hay que hundir el pensamiento y la creación en la propia existencia, en la propia época, en la propia carne. La búsqueda de radicalidad pasa necesariamente por *la radicalidad de la búsqueda*. Aferrar la realidad desde la propia «vida dañada» no es algo dado. No basta con abrir los ojos para ver el presente sin modelo, sin categorías previas, sin el peso de la repetición, sin ideología.

Mario Perniola
Los situacionistas

4.1. Correcciones radiativas en dimensiones extra

En el capítulo 2, desarrollamos la construcción del sector bosónico de la teoría efectiva del Modelo Estándar extendido a dimensiones extra universales. En este capítulo, elaboraremos al rededor de ciertos aspectos y dificultades técnicas que afloran en el estudio fenomenológico, a nivel de correcciones radiativas, de nuestra teoría con dimensiones extra. Nos enfocaremos en escrutinar el comportamiento divergente de nuestro modelo a nivel de un lazo; pues es a partir de este orden que se despliegan modificaciones a las observables del Modelo Estándar por la presencia de los modos de KK [16]. Resulta ser que, además de las divergencias ultravioletas, debidas a efectos de altas energías en el espacio-tiempo usual, que son ya conocidas en el Modelo Estándar, la presencia de campos de KK puede dar origen también a este tipo de divergencias UV. Aun más, una nueva especie de divergencias emerge, en principio, debido a la presencia de un número infinito de modos de Fourier para las excitaciones de KK. En esta extensión del Modelo Estándar, se consideran tres clasificaciones para las funciones de Green: las funciones de Green estándar (definidas como aquellas amplitudes cuyas patas externas son campos usuales del Modelo Estándar, es decir, modos cero de KK), las funciones de Green híbridas (cuyas patas externas son una mezcla de modos cero y modos excitados) y funciones de Green no estándar (donde la totalidad de las patas externas son excitaciones de KK). El cálculo central de este trabajo, desarrollado en el capítulo 3, se reduce a una función de Green estándar. Ha sido mostrado anteriormente, por miembros de nuestro equipo de investigación, que dentro de las funciones de Green estándar, pueden suscitarse divergencias asociadas al número infinito de excitaciones de KK; las cuales fungen un rol central al emplear el poder predictivo de la teoría en el estudio de observables del Modelo Estándar [41, 44]. Estas divergencias, que no emergen debido a efectos de pequeñas distancias en la variedad del espacio-tiempo 4-dimensional, sino por el número infinito de campos de KK— que pueden interpretarse como efectos de pequeñas distancias en la variedad compacta —, son generalmente aceptadas en la literatura. Sin embargo, no se ha establecido algún consenso para su tratamiento, debido a que la estructura divergente de la teoría depende directamente; en cómo se lleve a cabo el procedimiento de compactificación de las dimensiones extra. Nuestra propuesta consiste en un esquema de compactificación que geoméricamente emula la esencia física del famoso efecto Casimir. En el capítulo 3 se despliega este esquema de compactificación que reproduce las mismas condiciones de frontera del efecto Casimir, que consiste en asumir a nuestra variedad \mathcal{N}^n como n copias del Orbifold S^1/Z_2 ; cuyos radios R_i , en general distintos para cada copia, hemos asumido iguales por simplicidad. En nuestro proceso de compactificación, los campos dinámicos $\chi(x, \bar{x})$ gobernados por los grupos extradimensionales $\{ISO(1, 3 + n) \times G_{SM}(\mathcal{M}^d)$, que son periódicos en las coordenadas \bar{x} , se expanden en bases pares o impares de Fourier, cuyas funciones ortogonales son sometidas a condiciones de frontera de Neumann y Dirichlet en los extremos $\bar{x}_i = 0$ y $\bar{x}_i = \pi R_i$, de cada Orbifold S^1/Z_2 . La teoría efectiva que emerge consta de dos partes, una que consiste en interacciones de dimensión canónica menor o igual a cuatro— que contiene dentro de sí al lagrangiano del Modelo Estándar —; y otra parte que consta de interacciones no renormalizables de dimensión canónica mayor a cuatro (el primer y segundo término en (2.2, respectivamente). Por lo que esta teoría es no renormalizable por conteo de potencias. Sin embargo, se ha mostrado que la teoría no pierde su poder predictivo debido a que sí puede ser renormalizado en un sentido moderno [45, 46, 47, 48, 49, 50].

En esta investigación de la estructura a un lazo del Modelo Estándar con dimensiones extra, la función de Epstein, una generalización multidimensional de la famosa función Zeta de Riemann [51, 52, 53, 54], emerge de manera natural. Dentro de la investigación puramente matemática, la función Zeta de Riemann y sus extensiones constituyen un campo de estudio muy interesante y fructífero en sí, con implicaciones importantes en teoría de números [55, 56, 57]. El uso sistemático de funciones Zeta y sus métodos de regularización, se han venido estudiando desde los años 70, con trabajos pioneros por Dowker y Critchely [58] en el contexto de teorías de campo efectivas; y por Hawking [59] en integrales dentro de espacios curvados. La aplicación de la función Zeta ha sido

acuñada en distintos campos como gravedad cuántica y cosmología [60, 61, 62], teoría de cuerdas [63], y cristalografía [64, 65, 66, 67]. La amplia gama de sus aplicaciones es desarrollada en detalle en [68, 69]. Quizá una de las aplicaciones más prominentes de la función Zeta tiene lugar en el cálculo de la energía del vacío físico, o efecto Casimir, de un campo cuantizado en la presencia de condiciones de frontera externas; de donde se deriva la fuerza de Casimir entre dos placas paralelas. La obtención de la energía del vacío para campos escalares a distintos límites de temperatura se resuelve mediante la función Zeta de Epstein. Como veremos a continuación, nuestro estudio de las funciones de Green estándar, depende intrínsecamente de la función inhomogénea de Epstein. Procederemos haciendo un uso exhaustivo de una expansión derivada por Elizalde y Romero [70], quién ha continuado ampliando y actualizando las distintas soluciones analíticas de esta función en la variedad de casos y circunstancias posibles que suscita su aplicación. En nuestro estudio de los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* , hemos encontrado que las distintas divergencias que emergen debido al espacio-tiempo usual y a las dimensiones extra, se cancelan impecablemente en el cálculo de los factores de forma de interés, $\Delta\kappa$ y λ . Uno de los objetivos primarios de este capítulo es establecer el uso de la función generalizada de Epstein como herramienta predilecta de un esquema de regularización que nos permita asimilar las amplitudes físicas en el marco del Modelo Estándar extradimensional desarrollado en el capítulo 2.

Comenzaremos por introducir la artillería matemática que nos permitirá aterrizar las predicciones de nuestra teoría en cantidades físicas medibles experimentalmente. Posteriormente describiremos nuestra indagación sobre la estructura divergente de nuestras amplitudes, codificada en sumas infinitas de funciones de Passarino-Veltman dependientes de masas de KK. Esto se logra mediante una parametrización de Feynman adecuada, que transluce la estructura de las sumas infinitas y nos permite situar a las funciones de Epstein que definen nuestras amplitudes.

4.2. Panorama de las funciones Zeta

Leonhard Euler (1707-1783) encontró por primera vez la siguiente identidad

$$\prod_p (1 - p^{-s})^{-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad s > 1, \quad (4.1)$$

con s es un número real y p un número primo, en su búsqueda de una demostración del teorema de Euclides, lo que lo llevó a considerar la divergencia de la serie de los recíprocos de todos los números primos. El lado derecho de la ecuación es una función con variable real s . La igualdad relaciona el comportamiento de esta función con las propiedades de los números primos.

Más de cien años después, Bernhard Riemann partió de esta identidad para concluir que, para ser capaz de estudiar la distribución de los números primos, era necesario permitir que s fuera una variable compleja. Denotó a esta función compleja por $\zeta(s)$, y por tal motivo se conoce como la función Zeta de Riemann:

$$\zeta(s) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^s} \quad s \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(s) > 0. \quad (4.2)$$

La cual es absolutamente convergente para $\operatorname{Re}(s) > 1$. No obstante, existe una técnica para definir valores de ζ en el dominio $\operatorname{Re}(s) < 0$, a partir de sus valores en la región $\operatorname{Re}(s) > 1$, usando [71]:

$$\zeta(s) = \frac{\pi^{s-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)} \zeta(1-s). \quad (4.3)$$

Conocida comúnmente como la *fórmula de reflexión* de la función Zeta; cuya existencia es una propiedad importante común para todas las funciones Zeta. Es mediante esta expresión que se llega al resultado contra intuitivo de la suma de los enteros positivos:

$$\zeta(-1) = \sum_{m=1}^{\infty} m = -\frac{1}{2}. \quad (4.4)$$

Los llamados ceros triviales de la función ζ son los enteros negativos impares, $s = -2, -4, \dots, -2n$, surgen debido a los polos de $\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)$. La singularidad de $\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)$ en $s = 0$, se compensa con el polo de $\zeta(1)$, de manera que $\zeta(0) = -1/2$. Para los puntos dentro de la región $0 \leq \text{Re}(s) \leq 1$, conocida como la banda crítica, se tiene la siguiente continuación analítica

$$\zeta(s) = \frac{1}{1-2^{1-s}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{m^s} \quad 0 \leq s \leq 1. \quad (4.5)$$

Con esto tenemos que el valor de la función Zeta dentro de la banda crítica está determinada por (4.2), a la derecha de este intervalo está dada por (4.3), mientras que a la izquierda de la banda es (4.5) quién determina el valor de $\zeta(s)$; salvo por el polo de esta función en $\zeta(1)$. La conjetura de Riemann establece que todos los ceros no triviales de $\zeta(s)$ yacen en la línea crítica definida por $\text{Re}(s) = 1/2$. A pesar de ser este el problema matemático sin resolver más importante, de acuerdo con Hilbert; y tener profundas implicaciones en teoría de números, estos aspectos de la función Zeta no son relevantes para nuestro trabajo.

Una generalización de la función de Riemann es la función de Hurwitz, definida por

$$\zeta_H(s, a) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m+a)^s} \quad s \in \mathbb{C}, \quad \text{Re}(s) > 1, \quad a \neq 0, -1, -2, \dots \quad (4.6)$$

Que se reduce a la función Zeta cuando $a = 1$. Su continuación analítica al plano complejo, excepto por $s = 1$, está dada por

$$\zeta_H(s, a) = \frac{1}{s-1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{m}{k} (a+k)^{1-s}. \quad (4.7)$$

Sin embargo, en los cálculos de correcciones radiativas en el ámbito de teorías con dimensiones extra, nos encontramos con sumas múltiples de n entradas; con n el número de dimensiones extra. Resulta ser, que este tipo de sumas corresponden a un caso particular de un miembro de la amplia familia de funciones Zeta de Epstein [52, 53, 68]. Dado un entero positivo p , y sean

$$\begin{aligned} \vec{g} &\equiv (g_1, \dots, g_p) & g_i &\in \mathbb{R}, \quad \vec{g} \in \mathbb{R}^p, \\ \vec{h} &\equiv (h_1, \dots, h_p) & h_i &\in \mathbb{R}, \quad \vec{h} \in \mathbb{R}^p, \\ \vec{m} &\equiv (m_1, \dots, m_p) & m_i &\in \mathbb{R}, \quad \vec{m} \in \mathbb{Z}^m, \end{aligned} \quad (4.8)$$

vectores con componentes reales y enteras como se indica. Definimos al producto escalar entre vectores como

$$(\vec{g}, \vec{h}) = \sum_{\nu=1}^p g_{\nu} h_{\nu}. \quad (4.9)$$

Sea además c una matriz $p \times p$ simétrica, con su forma cuadrática asociada φ definida por

$$\varphi(x) = \sum_{\mu, \nu=1}^p c_{\mu\nu} x_{\mu} x_{\nu}. \quad (4.10)$$

Si suponemos que la parte real de $\varphi(x)$ es definida positiva, se tiene que, para alguna variable compleja s ; la función Zeta de Epstein de orden p , con característica $\left| \frac{\vec{g}}{\vec{h}} \right|$ y módulo $(c_{\mu\nu})$, está definida por

$$Z \left| \frac{\vec{g}}{\vec{h}} \right| (s)_\varphi = Z \left| \frac{g_1 \cdots g_p}{h_1 \cdots h_p} \right| (s)_\varphi = \sum'_{m_1, \dots, m_p = -\infty}^{\infty} [\varphi(\vec{m} + \vec{g})]^{-\frac{s}{2}} e^{2\pi i(\vec{m}, \vec{h})}, \quad (4.11)$$

donde la suma primada (\prime) indica que se deben omitir los valores de m_1, \dots, m_p tales que $\vec{m} + \vec{g} = 0$, cuando g_1, \dots, g_p son todos enteros. Esta serie converge absolutamente para $Re(s) > p$, y define a una función analítica de s . La ecuación funcional

$$\pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) Z \left| \frac{\vec{g}}{\vec{h}} \right| (s)_\varphi = \Delta^{-\frac{1}{2}} e^{-2\pi i(\vec{g}, \vec{h})} \pi^{-\frac{p-s}{2}} \Gamma\left(\frac{p-s}{2}\right) Z \left| \frac{\vec{h}}{-\vec{g}} \right| (p-s)_{\varphi^*}, \quad (4.12)$$

donde φ^* denota la forma cuadrática de la matriz inversa de c y Δ el determinante de c , constituye la piedra angular en la cual descansa la teoría de las funciones zeta; y de la cuál se desprenden todas las fórmulas de reflexión como casos particulares. Por ejemplo, cuando $p = 1$, $\vec{g} = \vec{h} = 0$, $\varphi = \mathbf{1}$ (operador identidad), se tiene que

$$Z \left| \frac{0}{0} \right| (s)_\mathbf{1} = 2\zeta(s). \quad (4.13)$$

Otro caso especial es cuando $\vec{g} = \vec{h} = 0$ y φ es tal que $(c_{\mu\nu}) = \text{diag}(a_1, \dots, a_p)$. Se obtiene que

$$Z \left| \frac{0 \cdots 0}{0 \cdots 0} \right| (s)_{\text{diag}(a_1, \dots, a_p)} = \sum'_{m_1, \dots, m_p = -\infty}^{\infty} (a_1 m_1^2 + \cdots + a_p m_p^2)^{-\frac{s}{2}}. \quad (4.14)$$

El caso especial de (4.14) cuando $\varphi = \mathbf{1}$ es la definición de la función homogénea de Epstein, denotada por

$$E_\ell(s) = \sum'_{m_1, \dots, m_p = -\infty}^{\infty} \frac{1}{(m_1^2 + \cdots + m_\ell^2)^s}. \quad (4.15)$$

Crucial para este trabajo de investigación es la función inhomogénea ℓ dimensional de Epstein, o función generalizada de Epstein, definida por

$$E_\ell^c(s) = \sum'_{m_1, \dots, m_p = 1}^{\infty} \frac{1}{(m_1^2 + \cdots + m_\ell^2 + c^2)^s}, \quad (4.16)$$

donde c es una constante. Esta función tiene polos simples en $s = \frac{\ell}{2}, \frac{\ell-1}{2}, \dots$, excepto para $s = 0$ [70].

4.3. Divergencias de Kaluza-Klein

Nuestra teoría efectiva del Modelo Estándar en dimensiones extra universales, se distingue notoriamente de otras teorías efectivas convencionales, por distintas razones principales. La primera es que nuestra teoría efectiva únicamente introduce dos parámetros adicionales a los ya presentes en el Modelo Estándar usual, el tamaño de las dimensiones extra R y el número de dimensiones extra n . Las masas de las nuevas partículas que predice la teoría, están determinadas por productos de índices de Fourier con la escala de compactificación R^{-1} . El aspecto más relevante en esta teoría es que, además de las interacciones invariantes bajo $\{SO(1, 3) \times G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$ entre campos usuales del Modelo Estándar (denotados como modos cero de Fourier), emerge

además un número infinito de campos de KK con leyes de transformación bien definidas bajo estos grupos. Recordemos que los grupos de norma del Modelo Estándar usual $G_{SM}(\mathcal{M}^4)$ y su generalización extradimensional $G_{SM}(\mathcal{M}^d)$, coinciden como grupos de Lie ya que tienen el mismo número de generadores; pero difieren como grupos de norma por el mayor número de conexiones de este último, a causa de las dimensiones extra. Este número infinito de campos también puede dar lugar a que surjan dos tipos de divergencias en las amplitudes: adicionalmente de aquellas divergencias asociadas con efectos de pequeñas distancias presentes en teorías de campo definidas en \mathcal{M}^4 , también pueden emerger divergencias aunadas a las contribuciones virtuales de un número infinito de partículas. Nos referiremos al primer tipo de divergencias como divergencias estándar o continuas, y al segundo tipo como divergencias no estándar o discretas. Este es el caso de contribuciones hasta primer orden a funciones de Green estándar. Estas funciones juegan un papel crucial en fenomenología ya que en ellas se incorpora el impacto que tienen las dimensiones extra en observables del Modelo Estándar. Es importante señalar que, debido a la conservación de momento extradimensional, no existen acoplamientos entre modos cero con un solo campo de KK, estos sólo se acoplan en pares con los modos cero. Por lo que las contribuciones de los modos excitados a funciones de Green estándar, tienen lugar a partir de un lazo.

En correcciones radiativas a primer orden, la amplia gama de amplitudes tensoriales puede ser reducida y expresada en términos de funciones escalares de Passarino-Veltman A_0, B_0, C_0, D_0 , etc. Estas además pueden ser resueltas en términos de funciones elementales mediante parametrizaciones de Feynman adecuadas. Consideremos una función escalar de N -puntos, F_N , que surja de la circulación de excitaciones de KK en el lazo:

$$F_N = \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \int d^D k \frac{1}{\left[k^2 - m_{\chi_0}^2 \right] \left[(k+p_1)^2 - m_{\chi_1}^2 \right] \cdots \left[(k+p_{N-1})^2 - m_{\chi_{N-1}}^2 \right]}. \quad (4.17)$$

donde hemos omitido el factor global del loop $i/16\pi^2$. Después de realizar parametrización de Feynman, se obtiene

$$\begin{aligned} F_N &= \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \Gamma(N) \sum_{(m)} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - \Delta_{(m)}^2)^N} \\ &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} I_N \sum_{(m)} \Gamma\left(N - \frac{D}{2}\right) \left(\Delta_{(m)}^2\right)^{-(N-\frac{D}{2})}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

con μ^2 la escala de regularización dimensional y $\Delta_{(m)}^2$ una función cuadrática de los parámetros x_i , momentos externos y masas de KK internas; que, dada la estructura de estas masas, puede expresarse como

$$\Delta_{(m)}^2 = k_{(m)}^2 + \Delta_{(0)}^2. \quad (4.19)$$

A partir de este punto, cambiamos la notación para la masa de, KK definida en (2.34), por $m_{(m)}^2 \rightarrow k_{(m)}^2$; esto para enfatizar su carácter como variable de momento en la variedad \mathcal{N}^n que es sometida a la suma infinita discreta de todos sus valores posibles— de manera análoga a la variable continua de cuadrimomento k_μ en las integrales de lazo. En (4.19), el factor $\Delta_{(0)}^2$ es el factor que resultaría de (4.17) si todas las masas fueran modos cero.

$$\Delta_{(0)}^2 = m_{\chi_0}^2 + \sum_{i,j=1}^{N-1} p_i p_j x_i x_j - \sum_{i=1}^{N-1} \left(p_i^2 + m_{\chi_0}^2 - m_{\chi_i}^2 \right) x_i. \quad (4.20)$$

Además se ha introducido la siguiente notación para la integral paramétrica

$$I_N \equiv \int_0^1 dx_1 \cdots dx_n \delta \left(\sum_{i=1}^N x_i - 1 \right) \quad (4.21)$$

Es evidente que la integral (4.18) en k diverge para $N \leq 2$, lo que induce divergencias estándar; cuyo tratamiento requiere del esquema de regularización dimensional. Además de esto, la suma discreta $\sum_{(m)}$ puede dar lugar a divergencias no estándar debido a las sumas infinitas. El propósito de esta sección es mostrar que a través del mismo esquema de regularización dimensional, empleado usualmente para tratar con las divergencias continuas, es posible regularizar simultáneamente a las divergencias discretas que puedan surgir. Después de todo, tienen el mismo origen, en tanto que provienen de las magnitudes k_μ y $p_\mu^{(m)}$, que están ligadas a las variedades \mathcal{M}^4 y \mathcal{N}^n a través de transformadas (k_μ) y series ($p_\mu^{(m)}$) de Fourier, respectivamente. El secreto reside en expresar la sumas infinitas de Fourier, $\sum_{(m)}$, en términos de funciones de Epstein y valeros de su continuación analítica; que es justamente la propiedad que se explota de la función Gamma para llevar a cabo la regularización dimensional. Al considerar iguales a todos los radios de los n Orbifolds S^1/Z_2 , podemos expresar a la masa excitada en (4.19), como $k_{(m)}^2 = R^{-2} \underline{m}^2$, donde \underline{m} es cualquier combinación posible de índices de Fourier. Si además definimos $c_N^2 \equiv \Delta_{(0)}^2 / R^{-2}$ y tenemos en cuenta que las sumas múltiples de Fourier puede expresarse como [18, 35]

$$\sum_{(m)} = \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \sum_{m_1, \dots, m_\ell=1}^{\infty}, \quad (4.22)$$

tenemos el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} F_N &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{-(N-\frac{D}{2})} I_N \sum_{(m)} \Gamma \left(N - \frac{D}{2} \right) (\underline{m}^2 + c_N^2)^{-(N-\frac{D}{2})} \\ &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{-(N-\frac{D}{2})} I_N \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma \left(N - \frac{D}{2} \right) \\ &\times \sum_{m_1, \dots, m_\ell=1}^{\infty} (\underline{m}_1^2 + \cdots + \underline{m}_\ell^2 + c_N^2)^{-(N-\frac{D}{2})} \\ &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{-(N-\frac{D}{2})} I_N \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} E_\ell^{c_N^2} \left(N - \frac{D}{2} \right) \Gamma \left(N - \frac{D}{2} \right). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Esto nos muestra que tanto la función Gamma como la función de Epstein, están definidas en el plano complejo. Como es bien sabido, los polos de la función Gamma se localizan en $N - \frac{D}{2} = 0, -1, -2, \dots$, mientras que los polos de la función inhomogénea de Epstein residen en $N - \frac{D}{2} = \frac{\ell}{2}, \frac{\ell-1}{2}, \dots, \frac{1}{2}$. De manera que las divergencias estándar y no estándar emergen como polos de la función Gamma y la función de Epstein, respectivamente. Además de este tipo de funciones escalares del tipo F_N , en nuestro cálculo emergen además funciones de Passarino-Veltman que están multiplicadas por masas excitadas $k_{(m)}^2$, las cuáles requieren de un tratamiento especial. Consideremos la siguiente forma de una amplitud de lazo general:

$$\hat{\mathcal{F}}_N^M \equiv \frac{(4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}}}{i\pi^{\frac{D}{2}}} \times \sum_{(\underline{m})} \left(m_{\chi(\underline{m})}^2\right)^M \int d^D k \frac{1}{\left[k^2 - m_{\chi_0(\underline{m})}^2\right] \left[(k+p_1)^2 - m_{\chi_1(\underline{m})}^2\right] \cdots \left[(k+p_{N-1})^2 - m_{\chi_{N-1}(\underline{m})}^2\right]}, \quad (4.24)$$

donde M puede ser un entero positivo o negativo. El caso $M = 0$ reproduce los resultados anteriores. El caso que nos concierne es cuando $M = \hat{N}$ es positivo, se encuentra que:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{F}}_N^{\hat{N}} &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{\frac{D}{2}-N+\hat{N}} I_N \Gamma\left(N - \frac{D}{2}\right) \sum_{(\underline{m})} \left(k_{(\underline{m})}^2 + c_0^2\right)^{\hat{N}} \left(k_{(\underline{m})}^2 + c_N^2\right)^N \\ &= (-1)^N (4\pi\mu^2)^{2-\frac{D}{2}} (R^{-2})^{\frac{D}{2}-N+\hat{N}} I_N \sum_{K=0}^{\hat{N}} \binom{\hat{N}}{K} \left(N - \frac{D}{2} - 1\right)_{\hat{N}-K} (c_0^2 - c_N^2)^K \\ &\times \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma\left(N - \frac{D}{2} + K - \hat{N}\right) E_{\ell}^{c_N^2} \left(N - \frac{D}{2} + K - \hat{N}\right), \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde $c_0^2 = m_{\chi_0(\underline{m})}^2/R^{-2}$, y también se usó la definición del factorial descendente

$$(x)_n \equiv x(x-1)(x-2)\cdots(x-n+1) = \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-n+1)}, \quad (4.26)$$

que emplearemos más adelante en (4.27), (4.31) y (4.35). Para obtener el resultado (4.25) se ha utilizado el teorema del binomio para expresar a $\left(k_{(\underline{m})}^2 + c_0^2\right)^{\hat{N}}$ en productos de $\left(k_{(\underline{m})}^2 + c_N^2\right)$ y $(c_0^2 - c_N^2)$. Debido al desacoplamiento que presenta la teoría, no se espera que surjan términos con $\hat{N} > 1$; que es justamente lo que sucede en nuestros cálculos. Para $\hat{N} = 1$ se tiene

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{F}}_N^1 &= (-1)^N \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{-\left(\frac{D}{2}-2\right)} (R^{-2})^{3-N} I_N \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \\ &\times \left\{ \left(N - \frac{D}{2} - 1\right) \Gamma\left(N - \frac{D}{2} - 1\right) E_{\ell}^{c_N^2} \left(N - \frac{D}{2} - 1\right) \right. \\ &\left. + (c_0^2 - c_N^2) \Gamma\left(N - \frac{D}{2}\right) E_{\ell}^{c_N^2} \left(N - \frac{D}{2}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

A continuación, presentaremos a las funciones de Passarino-Veltman que surgieron en nuestro cálculo, después de haber recibido estos tratamientos.

La función B_0 aparece de dos maneras, aislada y multiplicada por el momento discreto $k_{(\underline{m})}^2$. Sus soluciones en términos de funciones generalizadas de Epstein, una vez realizado el cambio de variable $D \rightarrow 4 - \epsilon$, son

$$\begin{aligned} \sum_{(\underline{m})} B_0 &\equiv \sum_{(\underline{m})} B_0(p^2, m_{a(\underline{m})}^2, m_{b(\underline{m})}^2) \\ &= \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{\frac{\epsilon}{2}} \int_0^1 dx \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) E_{\ell}^{c_B^2} \left(\frac{\epsilon}{2}\right), \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde se han hecho las siguientes definiciones

$$c_B^2 \equiv \frac{\Delta_{(0)B}^2}{R^{-2}} \quad (4.29a)$$

$$\Delta_{(0)B}^2 \equiv xm_a^2 + (1-x)m_b^2 - p^2x(1-x). \quad (4.29b)$$

Podemos realizar la integral paramétrica directamente para encontrar

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx c_B^2 &= \frac{1}{R^{-2}} \int_0^1 dx (xm_a^2 + (1-x)m_b^2 - p^2x(1-x)) \\ &= \frac{1}{R^{-2}} \left(\frac{m_a^2}{2} + \frac{m_b^2}{2} - \frac{p^2}{6} \right). \end{aligned} \quad (4.30)$$

La segunda estructura que emerge en el cálculo, que involucra a la función B_0 , es

$$\begin{aligned} \sum_{(m)} k_{(m)}^2 B_0 &= \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} (R^{-2})^1 \int_0^1 dx \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \\ &\quad \times \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left\{ E_\ell^{c_B^2} \left(\frac{\epsilon}{2} - 1\right) - c_B^2 E_\ell^{c_B^2} \left(\frac{\epsilon}{2}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Para la función C_0 , también nos encontramos con dos situaciones análogas:

$$\begin{aligned} \sum_{(m)} C_0 &\equiv \sum_{(m)} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_a^2, m_b^2, m_c^2) \\ &= - \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} \left(\frac{1}{R^{-2}} \right) \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) E_\ell^{c_C^2} \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right), \end{aligned} \quad (4.32)$$

donde

$$c_C^2 \equiv \frac{\Delta_{(0)C}^2}{R^{-2}} \quad (4.33a)$$

$$\Delta_{(0)C}^2 \equiv (y^2 - y)p_1^2 + (z^2 - z)p_2^2 + 2yzp_1 \cdot p_2 + (1 - y - z)m_a^2 + ym_b^2 + zm_c^2. \quad (4.33b)$$

En este caso también podemos hacer la integral paramétrica directamente, teniendo cuidado de considerar el factor $\int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy = 1/2$ que llevarían términos que no dependan de c_C^2 cuando se expanda en serie a la función de Epstein en términos de funciones más simples. Más adelante veremos que al expandir a (4.32) no tendremos factores independientes de c_C^2 , pero sí ocurrirán al expandir (4.35). Este factor de 1/2 es indispensable para asegurar que el teorema de desacoplamiento se cumpla, ya que estos términos independientes de c^2 , y por tanto de R^{-1} , se cancelarán de manera fina para darnos un resultado que se desacopla debidamente. Esto se estropea si no consideramos este factor de 1/2.

$$\begin{aligned} \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy c_C^2 &= \frac{1}{R^{-2}} \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy \left((y^2 - y)p_1^2 + (z^2 - z)p_2^2 + 2yzp_1 \cdot p_2 \right. \\ &\quad \left. + (1 - y - z)m_a^2 + ym_b^2 + zm_c^2 \right) \\ &= \frac{1}{12R^{-2}} (2m_a^2 + 2m_b^2 + 2m_c^2 - p_1^2 - p_2^2 + p_1 \cdot p_2). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Cuando la función C_0 se multiplica por el momento discreto, se tiene que

$$\begin{aligned} \sum_{(m)} k_{(m)}^2 C_0 &= - \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \\ &\times \Gamma \left(1 + \frac{\epsilon}{2} \right) \left\{ E_{\ell}^{c_C^2} \left(\frac{\epsilon}{2} \right) - c_C^2 E_{\ell}^{c_C^2} \left(1 + \frac{\epsilon}{2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

A partir de este punto, para poder proceder con el análisis, es necesario descomponer a las funciones generalizadas de Epstein en términos de funciones elementales cuyo comportamiento esté bien estudiado en la literatura. El primer paso consiste en expresar a la función inhomogénea ℓ -dimensional, en términos de la función inhomogénea unidimensional [70]:

$$E_{\ell}^{c^2}(s) = \frac{(-1)^{\ell-1}}{2^{\ell-1}} \sum_{p=0}^{\ell-1} \binom{\ell-1}{p} (-1)^p \frac{\Gamma(s - \frac{p}{2})}{\Gamma(s)} E_1^{c^2} \left(s - \frac{p}{2} \right) \quad (4.36)$$

Los polos de esta función no se deben a las singularidades de la función Gamma, sino por los polos de $E_1^{c^2}(s - \frac{p}{2})$ para valores de s tales que $s - \frac{p}{2} = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$. Como p corre de 0 a $\ell - 1$, se obtiene que las singularidades de $E_{\ell}^{c^2}(s)$ se encuentran en $s = \frac{\ell}{2}, \frac{N-1}{2}, \frac{N-2}{2}, \dots$, excepto para $s = 0, -1, -2, \dots$, ya que la función Gamma en el denominador hace finita a la función.

Lo que sigue ahora es expresar a la función inhomogénea unidimensional de Epstein en términos de funciones más simples, como la función Gamma y la función Zeta. Para proceder, hay dos posibles casos a considerar. El primer caso es cuando $c^2 < 1$, que corresponde en nuestro cálculo al escenario de compactificación pesada, donde la escala de compactificación es más grande que la escala del proceso de colisión ($\sqrt{Q^2} < R^{-1}$); este es el caso donde se consume el teorema de desacoplamiento [72]. El segundo escenario es el de compactificación ligera, $c^2 > 1$, que corresponde a cuando la escala de compactificación es menor a la escala del proceso ($\sqrt{Q^2} > R^{-1}$). En la literatura están bien estudiadas las expansiones de la función de Epstein, $E_1^{c^2}(s)$, cuando $0 < c^2$, pero la situación cambia para $c^2 < 0$, ya que existe la posibilidad de que $m^2 + c^2 = 0$; lo que dificulta el análisis y precisa de un estudio muy cuidadoso que excede los alcances de esta tesis de maestría. Resulta ser que la función $B_0(Q^2, m_{W(m)}^2, m_{W(m)}^2)$ posibilita este último caso para su parámetro asociado $c_{B_0}^2$:

$$\int_0^1 dx c_{B_0}^2 = \frac{1}{R^{-2}} \int_0^1 dx (m_{W(\omega)}^2 - Q^2(1-x)x) = \frac{1}{R^{-2}} \left(m_{W(\omega)}^2 - \frac{Q^2}{6} \right), \quad (4.37)$$

que se hace menor o igual a cero para $\sqrt{Q^2} \geq \sqrt{6}m_{W(\omega)}$. Por lo que el análisis posterior es válido para un rango de energías menores a este valor. El resto de funciones de Passarino-Veltman no tienen este problema. Por otra parte, la convergencia de nuestros resultados está garantizada para una sola dimensión extra, este límite está determinado por (4.32), donde la función de Epstein $E_{\ell}^{c_C^2}(1 + \frac{\epsilon}{2})$ presenta divergencias a partir de $n = 2$.

Tomaremos como muestra la contribución a los factores de forma que surge del sector de Yang-Mills, para mostrar que los resultados obtenidos son libres de divergencias estándar y no estándar para una sola dimensión extra; y que además están en concordancia con el teorema de desacoplamiento. Los factores de forma hallados tienen la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \Delta \kappa_{V^{(\underline{0})^*}, V^{(\underline{m})}}^{CPN} = g_{V^{(KK)}}^2 \sum_{(\underline{m})} \frac{1}{(4m_{W^{(\underline{0})}}^2 - Q^2)^3} & \left(a_1 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{QV^2} + a_2 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_3 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{V^3W^3} \right. \\ & \left. + a_4 \Delta B_0^{QV^2} + a_5 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_6 \Delta B_0^{V^3W^3} + c_1 k_{(\underline{m})}^2 C_0^Q + c_2 C_0^Q + b_1 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W^3} \right), \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{V^{(\underline{0})^*}, V^{(\underline{m})}}^{CPN} = g_{V^{(KK)}}^2 \sum_{(\underline{m})} \frac{1}{(Q^2 - 4m_{W^{(\underline{0})}}^2)^3} & \left(a_7 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{QV^2} + a_8 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{V^2V^3} + a_9 k_{(\underline{m})}^2 \Delta B_0^{V^3W^3} \right. \\ & \left. + a_{10} \Delta B_0^{QV^2} + a_{11} \Delta B_0^{V^2V^3} + a_{12} \Delta B_0^{V^3W^3} + c_3 k_{(\underline{m})}^2 C_0^Q + c_4 C_0^Q + b_2 \frac{\epsilon}{2} B_0^{W^3} \right). \end{aligned} \quad (4.39)$$

Donde $g_{V^{(KK)}} = e$, cuando circula en el lazo un fotón excitado $A_\mu^{(\underline{m})}$, y $g_{V^{(KK)}} = c_w g$, cuando circula $Z_\mu^{(\underline{m})}$. Se han hecho también las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} \Delta B_0^{QV^2} &\equiv B_0(Q^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2) - B_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{V^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2), \\ \Delta B_0^{V^2V^3} &\equiv B_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{V^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2) - B_0(0, m_{V^{(\underline{0})}}^2, m_{V^{(\underline{0})}}^2), \\ \Delta B_0^{V^3W^3} &\equiv B_0(0, m_{V^{(\underline{0})}}^2, m_{V^{(\underline{0})}}^2) - B_0(0, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2), \\ C_0^Q &\equiv C_0(Q^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{V^{(\underline{0})}}^2), \\ B_0^{W^3} &\equiv B_0(0, m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Mientras que los factores a_i , b_i y c_i , son polinomios que dependen de las masas $m_{W^{(\underline{0})}}^2$ y $m_{V^{(\underline{0})}}^2$, así como también de la energía de la colisión $\sqrt{Q^2}$.

La función $B_0^{W^3}$ por sí sola contiene divergencias estándar, manifiestas en el polo de la función $\Gamma(\frac{\epsilon}{2})$. En los factores de forma, a pesar de que tenemos una función de este tipo, $B_0^{W^3}$; aparece multiplicada por un factor $\frac{\epsilon}{2}$; de manera que

$$\begin{aligned} \sum_{(\underline{m})} \left(\frac{\epsilon}{2}\right) B_0^{W^3} &= \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{\frac{\epsilon}{2}} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \underbrace{\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)}_{c_{W^{(\underline{0})}}^2} E_\ell^{c_{W^{(\underline{0})}}^2} \left(\frac{\epsilon}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{\frac{\epsilon}{2}} \sum_{\ell=1}^n \binom{n}{\ell} \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) E_\ell^{c_{W^{(\underline{0})}}^2} \left(\frac{\epsilon}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde $c_{W^{(\underline{0})}}^2 \equiv \frac{W^{(\underline{0})}}{R^{-2}}$.

Para una sola dimensión extra y en el escenario de compactificación pesada, donde $0 < c^2 < 1$, la función unidimensional inhomogénea de Epstein se puede expandir en serie, mediante el teorema del binomio, de la siguiente forma:

$$E_1^{c^2}(s) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(k+s)}{k! \Gamma(s)} \zeta(2k+2s) (c^2)^k. \quad (4.42)$$

Con esto se obtiene que

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{(m)} \left(\frac{\epsilon}{2}\right) B_0^{W3} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{\frac{\epsilon}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) E_1^{c_W^2(\omega)}\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = -\frac{1}{2}, \quad (4.43)$$

que es independiente del valor de $c_W^2(\omega)$. Pareciera que tenemos un problema con las cantidades $(-\frac{1}{2}b_1)$ y $(-\frac{1}{2}b_2)$, que surgen al aplicar el resultado (4.43) en los factores de forma (4.38) y (4.39), ya que estas cantidades no dependen del parámetro R^{-1} ; que es quién marca la pauta en el teorema de desacoplamiento. Recordemos que la totalidad de los factores de forma calculados, debe desaparecer en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$. Más adelante veremos que emergen más términos que tampoco dependen de R^{-1} , pero resulta ser que todos los factores de esta naturaleza, conspiran entre sí para cancelarse exactamente.

Las funciones B_0 obtenidas en (4.28), que no están multiplicadas por momentos discretos, presentan el siguiente comportamiento:

$$\begin{aligned} \sum_{(m)} B_0 &= \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}}\right)^{\frac{\epsilon}{2}} \left\{ \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \zeta(\epsilon) - \zeta(\epsilon+2) \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{m_a^2(\omega)}{2R^{-2}} + \frac{m_b^2(\omega)}{2R^{-2}} - \frac{p^2}{6R^{-2}}\right) \right. \\ &+ \frac{1}{2} \zeta(\epsilon+4) \Gamma\left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{m_a^2(\omega)}{2R^{-2}} + \frac{m_b^2(\omega)}{2R^{-2}} - \frac{p^2}{6R^{-2}}\right)^2 \\ &\left. - \frac{1}{6} \zeta(\epsilon+6) \Gamma\left(3 + \frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{m_a^2(\omega)}{2R^{-2}} + \frac{m_b^2(\omega)}{2R^{-2}} - \frac{p^2}{6R^{-2}}\right)^3 + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Donde los puntos suspensivos indican términos con potencias crecientes de $1/R^{-2}$. El término que encripta la divergencia estándar de esta función está contenido en $\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)$, que además no tiene ninguna dependencia en las masas, lo que implica que la resta de dos funciones B_0 de este tipo será finita y además se desacoplará en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$.

Denotamos a la resta entre dos funciones B_0 como

$$\Delta B_0^{p_1 p_2} \equiv B_0(p_1^2, m_{1(m)}^2, m_{2(m)}^2) - B_0(p_2^2, m_{3(m)}^2, m_{4(m)}^2), \quad (4.45)$$

tenemos entonces que la resta de dos de estas funciones B_0 tiene la siguiente forma en el límite $\epsilon \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \sum_{(m)} \Delta B_0^{p_1 p_2} &= \frac{\pi^2}{48988800 R^{-2}} \left\{ -1360800 (3m_{1(\omega)}^2 + 3m_{2(\omega)}^2 - 3m_{3(\omega)}^2 - 3m_{4(\omega)}^2 - p_1^2 + p_2^2) \right. \\ &+ \frac{7560\pi^2}{R^{-2}} ((-3m_{1(\omega)}^2 - 3m_{2(\omega)}^2 + p_1^2)^2 - (-3m_{3(\omega)}^2 - 3m_{4(\omega)}^2 + p_2^2)^2) \\ &+ \frac{80\pi^4}{(R^{-2})^2} (-3m_{1(\omega)}^2 + 3m_{2(\omega)}^2 - p_1^2)^3 + (3m_{3(\omega)}^2 + 3m_{4(\omega)}^2 - p_2^2)^3 \\ &\left. + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Notamos que (4.46) se desacopla en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$.

La función C_0 que no está multiplicada por el momento discreto, (4.32), no presenta divergencias estándar, además de que desaparece en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$:

$$\sum_{(m)} C_0 = - \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} \left(\frac{1}{R^{-2}} \right) \left\{ \Gamma \left(1 + \frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(2 + \epsilon) \right. \\ \left. - \frac{c_C'^2 \Gamma \left(2 + \frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(4 + \epsilon)}{12} + \frac{(c_C'^2)^2 \Gamma \left(3 + \frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(6 + \epsilon)}{288} + \dots \right\}, \quad (4.47)$$

donde

$$c_C'^2 \equiv \frac{1}{R^{-2}} \left(2m_{a^{(0)}}^2 + 2m_{b^{(0)}}^2 + 2m_{c^{(0)}}^2 - p_1^2 - p_2^2 + p_1 \cdot p_2 \right). \quad (4.48)$$

Podemos evaluar directamente el límite $\epsilon \rightarrow 0$ para obtener:

$$\sum_{(m)} C_0 = - \frac{1}{6R^{-2}} \pi^2 + \frac{c_C'^2 \pi^4}{1080R^{-2}} - \frac{(c_C'^2)^2 \pi^6}{136080R^{-2}} + \dots. \quad (4.49)$$

Cuando la función B_0 sí está multiplicada por un momento discreto, el caso de (4.31), tenemos la siguiente situación:

$$\sum_{(m)} k_{(m)}^2 B_0 = \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} \left\{ (R^{-2}) \Gamma \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(\epsilon - 2) \right. \\ \left. + \left[-\Gamma \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(\epsilon) - \left(\frac{\epsilon}{2} - 1 \right) \Gamma \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \zeta(\epsilon) \right] \left(\frac{m_{a^{(0)}}^2}{2} + \frac{m_{b^{(0)}}^2}{2} - \frac{p^2}{6} \right) \right. \\ \left. + \Gamma \left(1 + \frac{\epsilon}{2} \right) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{2} - 1 \right) \zeta(2 + \epsilon) + \zeta(2 + \epsilon) \right] \frac{1}{R^{-2}} \left(\frac{m_{a^{(0)}}^2}{2} + \frac{m_{b^{(0)}}^2}{2} - \frac{p^2}{6} \right)^2 \right. \\ \left. + \Gamma \left(2 + \frac{\epsilon}{2} \right) \left[-\frac{1}{2} \zeta(4 + \epsilon) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{6} \left(\frac{\epsilon}{2} - 1 \right) \zeta(4 + \epsilon) \right] \frac{1}{(R^{-2})^2} \left(\frac{m_{a^{(0)}}^2}{2} + \frac{m_{b^{(0)}}^2}{2} - \frac{p^2}{6} \right)^3 + \dots \right\}. \quad (4.50)$$

Resulta ser que esta función es finita en sí, pues los términos que parecen ser problemáticos en realidad carecen de divergencias en su conjunto. Para el primer término, el polo de la función $\Gamma(\frac{\epsilon}{2})$ es regulado por el cero de la función $\zeta(\epsilon)$ cuando $\epsilon \rightarrow 0$; resultando en un valor finito:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (R^{-2}) \Gamma \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \zeta \left(2 \left(\frac{\epsilon}{2} - 1 \right) \right) = 2 (R^{-2}) \zeta'(-2), \quad (4.51)$$

donde la prima en la función Zeta indica derivación. A pesar de que este término no se desacopla en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$, este tipo de funciones $k_{(m)}^2 B_0$ siempre aparece restada con otra función del mismo tipo, y como este término que no se desacopla no depende de las masas, la resta elimina estos términos.

El término siguiente que involucra dos veces a la función problemática $\Gamma(\frac{\epsilon}{2})$, resulta ser finito cuando $\epsilon \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned}
-\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) - \left(\frac{\epsilon}{2} - 1\right)\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) &= -\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) + \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) - \frac{\epsilon}{2}\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) \\
&= -\frac{\epsilon}{2}\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon) \\
&= -\Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon), \\
\Rightarrow \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[-\Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)\zeta(\epsilon)\right] &= -\Gamma(1)\zeta(0) = \frac{1}{2}.
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Este elemento de (4.50) nos arroja un término que no depende de R^{-1} pero sí de las masas, por lo que la resta entre dos estructuras de este tipo; no se deshace de estos términos que no se desacoplan. Sin embargo, veremos a continuación que estos términos que no se desacoplan serán cancelados finamente al ser sumados. En el límite $\epsilon \rightarrow 0$, una resta entre este tipo de funciones tiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
\sum_{(m)} k_{(m)}^2 \Delta B_0^{p_1 p_2} &= \frac{1}{293932800} \left\{ 24494400 (3m_{1(\omega)}^2 + 3m_{2(\omega)}^2 - 3m_{3(\omega)}^2 - 3m_{4(\omega)}^2 - p_1^2 + p_2^2) \right. \\
&\quad + \frac{68040\pi^2}{R^{-2}} (3m_{1(\omega)}^2 + 3m_{2(\omega)}^2 + 3m_{3(\omega)}^2 + 3m_{4(\omega)}^2 - p_1^2 - p_2^2) \\
&\quad \times (3m_{1(\omega)}^2 + 3m_{2(\omega)}^2 - 3m_{3(\omega)}^2 - 3m_{4(\omega)}^2 - p_1^2 + p_2^2) \\
&\quad - \frac{5040\pi^4}{(R^{-2})^2} \left[(3(m_{1(\omega)}^2 + m_{2(\omega)}^2) - p_1^2)^3 - (3(m_{3(\omega)}^2 + m_{4(\omega)}^2) - p_2^2)^3 \right] \\
&\quad \left. + \dots \right\}.
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Como podemos notar, esta resta de funciones nos arroja un término que no depende de R^{-1} , por lo que no se desacopla. No obstante, estos términos conspirarán entre sí para cancelarse unos con otros.

Para la función C_0 multiplicada por $k_{(m)}^2$, la situación en (4.35), tenemos

$$\begin{aligned}
\sum_{(m)} k_{(m)}^2 C_0 &= - \left(\frac{4\pi\mu^2}{R^{-2}} \right)^{\frac{5}{2}} \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{12} c_C'^2 \Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \zeta\left(2\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{(c_C'^2)^2 \Gamma\left(2 + \frac{\epsilon}{2}\right) \zeta\left(2 + 2\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)\right)}{144} + \dots \right\},
\end{aligned} \tag{4.54}$$

que en el límite $\epsilon \rightarrow 0$, se reduce a un resultado finito

$$\sum_{(m)} k_{(m)}^2 C_0 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{72} \pi^2 c_C'^2 - \frac{1}{12960} \pi^4 (c_C'^2)^2 + \dots, \tag{4.55}$$

mismo que también nos arroja un término que no depende de R^{-1} , por lo que no se desacopla.

En conclusión, se puede apreciar directamente en 4.46 que, cuando la diferencia ΔB_0 no se multiplica por el momento discreto, la función escalar se esfuma en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$. Este no es el caso cuando el momento $k_{(m)}^2$ sí multiplica a ΔB_0 . En el segundo caso, 4.53, la resta nos arroja

un primer término que no depende de R , por lo que no desaparece en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$. El resto de términos son proporcionales a $1/R^{-2}$, por lo que no causan problema alguno. En el caso de $k_{(m)}^2 C_0$ tenemos el mismo comportamiento que en 4.53. Por lo tanto, concluimos que las soluciones de $k_{(m)}^2 \Delta B_0$ (4.53) y $k_{(m)}^2 C_0$ (4.35) nos arrojan términos que no tienen ninguna dependencia en el parámetro R^{-1} .

Es aquí donde las consecuencias del teorema de desacoplamiento relucen con fulgor. Pues resulta ser que, al sustituir los resultados anteriores en cada uno de los factores de forma $\Delta\kappa$ (4.38) y λ (4.39); la suma de todos los términos provenientes de 4.53 y 4.55, que no dependen de R^{-1} , se cancelan exactamente con aquellos términos provenientes de $(-\frac{1}{2}b_1)$ para $\Delta\kappa$ y $(-\frac{1}{2}b_2)$ para λ ; que tampoco dependen de R^{-1} . Por lo que el teorema de desacoplamiento se cumple para las contribuciones calculadas de nuestra teoría efectiva. Esto también se cumple para las contribuciones provenientes del resto de sectores. Esto nos sirve para corroborar que nuestros cálculos son correctos.

Se tiene además que en todas las contribuciones obtenidas para estos factores de forma, se encuentra una proporcionalidad con el factor $1/(Q^2 - 4m_{w(\Omega)}^2)^3$, como se aprecia en (4.38) y (4.39). Esto no genera problema alguno, ya que las configuraciones posibles a las que pueden acceder las partículas finales en el espacio fase, dentro de un proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, están restringidas a energías mayores a $\sqrt{Q^2} > 2m_{W(\Omega)}$.

Capítulo 5

Conclusiones

Spiritus ubi vult spirat: et vocem ejus audis, sed nescis unde veniat, aut quo vadat; sic est omnis, qui natus est ex spiritu.

El viento donde quiere sopla, y oyes su sonido, pero no sabes de dónde viene ni a dónde va: así es todo aquel que es nacido del Espíritu.

Juan 3:8

Afuera hacía un hermoso frío seco; millares de estrellas centelleaban en el cielo: las mismas estrellas. Miré esos astros inmóviles tironeados por fuerzas contrarias. La luna caía hacia la tierra, la tierra hacia el sol. ¿El sol caía? ¿Hacia qué estrella desconocida? ¿No podía ocurrir que su caída compensara la de la tierra y que en verdad nuestro planeta estuviera clavado en el medio del cielo? ¿Cómo saberlo? ¿Se sabría algún día? ¿Y se sabría por qué las masas se atraían? La atracción: era una palabra cómoda que servía para explicarlo todo. ¿Era algo más que una palabra? ¿Éramos verdaderamente más sabios que los alquimistas de Carmona? Habíamos arrojado luz sobre ciertos hechos que ellos ignoraban, los habíamos agrupado en el orden correcto; pero ¿habíamos dado un solo paso que nos hundiera en el corazón misterioso de las cosas? ¿Era la palabra fuerza más clara que la palabra virtud? ¿Era más clara la palabra atracción que la palabra alma? Y cuando llamábamos electricidad a la causa de los fenómenos que provocábamos frotando ámbar o vidrio, ¿estábamos mejor informados que cuando llamábamos Dios a la causa del mundo?

Simone de Beauvoir
Todos los hombres son mortales

5.1. Comentarios finales

En esta tesis de maestría se ha abordado el problema de estudiar los vértices WWV^* , con $V^* = \gamma^*$ ó Z^* fuera de la capa de masa, en la extensión al Modelo Estándar con n Dimensiones Extra Universales. Para poder conocer las implicaciones fenomenológicas de dicha teoría y su impacto en correcciones radiativas a primer orden; se precisó, en una etapa inicial, de la construcción de la teoría efectiva a partir de la cual se calcularon las reglas de Feynman necesarias. Dadas las complicaciones emergen al cuantizar una teoría de norma, y del hecho de que una pata externa de la función vértice está fuera de capa de masa, abordar este problema demandó una aproximación no convencional al proceso de fijación de norma para cuantizar la teoría perturbativamente y obtener funciones de Green bien comportadas. De estos vértices se obtuvieron las contribuciones provenientes de todo el espectro bosónico de nuevas partículas que predice nuestra teoría, a los factores de forma $\Delta\kappa$ y λ , relacionados con cantidades estacionarias del bosón W . Como era esperado, todas las contribuciones calculadas para estos factores resultaron libres de divergencias ultravioleta. Lo que distingue a esta extensión del Modelo Estándar, del resto de teorías efectivas, es la emergencia de un número infinito de campos de Kaluza-Klein asociados con los grados de libertad usuales de la teoría; lo que implica considerar las contribuciones virtuales de un número infinito de campos, que a su vez conlleva a la aparición de una nueva especie de divergencias posibles causadas por las sumas discretas de Kaluza-Klein. Se mostró que el tratamiento de este tipo de amplitudes de lazo se puede efectuar mediante regularización dimensional y la incorporación en las amplitudes de la función generalizada de Epstein $E_\ell^{c^2}(s)$; la cual se encontró que siempre aparece multiplicada por una función Gamma $\Gamma(s)$. Se encontraron imprevistos debidos a la presencia de indeterminaciones presentes en los factores de forma, y el limitado estudio en la literatura de las funciones de Epstein en rangos de valores negativos del parámetro c^2 ; que nos impidieron continuar con el análisis numérico de los factores de forma en todos los rangos energéticos posibles.

A continuación presentaremos una condensación de los elementos clave en el desarrollo de la presente tesis de maestría.

- La dinámica sentada por $\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}$ es gobernada por los grupos extradimensionales $\{ISO(1, 3+n), G_{SM}(\mathcal{M}^d)\}$, que se rompen a la simetría usual $\{ISO(1, 3), G_{SM}(\mathcal{M}^4)\}$ a la escala R^{-1} ; a este proceso denominamos *mecanismo de compactificación*.
- Las observables de momento en la variedad compacta $,P_{\bar{\mu}}$ y \bar{P}^2 , generan una base común en la totalidad del espacio de Hilbert, $\{|0\rangle, |p^{(m)}\rangle\}$. Los grados de libertad efectivos: las conexiones, sus escalares asociados y sus parámetros de norma, son vectores generados por esta base:

$$|\mathcal{A}_\mu(x)\rangle = A_\mu^{(0)}(x)|0\rangle + \sum_{(m)} A_\mu^{(m)}(x)|p^{(m)}\rangle, \quad (5.1a)$$

$$|\mathcal{A}_{\bar{\mu}}(x)\rangle = A_{\bar{\mu}}^{(0)}(x)|0\rangle + \sum_{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)}(x)|p^{(m)}\rangle, \quad (5.1b)$$

$$|\alpha(x)\rangle = \alpha^{(0)}(x)|0\rangle + \sum_{(m)} \alpha^{(m)}(x)|p^{(m)}\rangle. \quad (5.1c)$$

- La representación de estos vectores en la base de las coordenadas de \mathcal{N}^n , $\langle\bar{x}|$, nos permite remover la dependencia de las coordenadas extra de los campos: $\chi(x, \bar{x}) \rightarrow \{\chi^{(0)}(x), \chi^{(m)}(x)\}$ mediante series de Fourier múltiples.
- Sobre estas funciones base $\langle\bar{x}|p^{(m)}\rangle = f^{(m)}(\bar{x})$ se imponen condiciones de frontera que emulan el escenario del efecto Casimir, un producto de n variedades Orbifold S^1/Z_2 como variedad

compacta. Esto despliega un espectro discreto de momentos en las coordenadas extra, como etapa final del mecanismo de compactificación.

- Estos mapeos canónicos dividen a las transformaciones de norma de los grupos extradimensionales en transformaciones de norma estándar (SGT), definidas por los grupos de simetría usuales, y transformaciones no estándar (NSGT). Las conexiones asociadas con las SGT son los modos cero vectoriales $A_\mu^{(0)}$, que se transforman como campos de norma bajo los grupos usuales. Mientras que las excitaciones vectoriales $A_\mu^{(m)}$ se asocian con las NSGT; y su existencia señala la simetría extradimensional oculta que permanece en la teoría.
- Los campos de norma excitados $A_\mu^{(m)}$, así como sus escalares asociados $A_{\bar{\mu}}^{(m)}$, se transforman como campos de materia en la representación adjunta de los grupos usuales. El mecanismo de compactificación nos permite dotarlos de masa. Los efectos de dimensiones extra se desacoplan en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$, gracias a estos términos de masa.
- Las variables dinámicas de la teoría extradimensional interactúan conforme a los grupos de norma $\{SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)\}$:

$$W^{iM}(x, \bar{x}), B^M(x, \bar{x}), \Phi(x, \bar{x}). \quad (5.2)$$

Luego de integrar las dimensiones extra a nivel de la acción, valiéndonos de la ortogonalidad de las funciones base, se despliega el siguiente espectro de partículas luego de atravesar el mecanismo de compactificación y de Higgs:

- Modos Cero (Campos usuales del Modelo Estándar)

$$\left. \begin{matrix} W_\mu^{(0)i} \\ B_\mu^{(0)} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} W_\mu^{(0)\pm} \\ Z_\mu^{(0)} \\ A_\mu^{(0)} \end{matrix} \right. \quad (5.3)$$

$$H^{(0)} \mapsto H^{(0)} \quad (5.4)$$

- Campos KK vectoriales

$$\left. \begin{matrix} W_\mu^{(m)i} \\ B_\mu^{(m)} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} W_\mu^{(m)\pm} \\ Z_\mu^{(m)} \\ A_\mu^{(m)} \end{matrix} \right. \quad (5.5)$$

- Campos KK escalares y pseudo-bosones de Goldstone:

$$\left. \begin{matrix} W_{\bar{n}}^{(m)i} \\ B_{\bar{n}}^{(m)} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} W_{\bar{n}}^{(m)\pm} \\ Z_{\bar{n}}^{(m)} \\ A_{\bar{n}}^{(m)} \end{matrix} \right. \quad \bar{n} = 1, \dots, n-1. \quad (5.6)$$

$$\left. \begin{matrix} W_G^{(m)i} \\ B_G^{(m)} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} W_G^{(m)\pm} \\ Z_G^{(m)} \\ A_G^{(m)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} H^{(m)} \\ W_G^{(m)\pm} \\ S_W^{(m)\pm} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} G_W^{(m)\pm} \\ W_n^{(m)\pm} \end{matrix} \right. \quad (5.7)$$

$$\left. \begin{matrix} \Phi^{(m)} \\ S_W^{(m)\pm} \\ S_Z^{(m)} \\ H^{(m)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} Z_G^{(m)} \\ S_Z^{(m)} \\ A_G^{(m)} \end{matrix} \right\} \mapsto \left\{ \begin{matrix} G_Z^{(m)} \\ Z_n^{(m)} \end{matrix} \right.$$

- Fue necesario ampliar a los grados de libertad del sistema mediante el formalismo Campo-Anticampo para remover la degeneración de invarianza de norma bajo el grupo electrodébil. La acción extendida es invariante bajo simetría BRST clásica:

$$S = \int d^4x d^n\bar{x} [\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM} + \mathcal{W}_{iM}^* \mathcal{D}^{ijM} C^j + \frac{1}{2} g_{(4+n)} \epsilon_{ijk} C_k^* C^j C^i + B^i \bar{C}_i^* + \Phi^* \delta\Phi + \mathcal{B}_M^* \partial^M C + B \bar{C}^*] \quad (5.8)$$

- Para remover la degeneración de las NSGT, se implementaron las siguientes funciones que fijan la norma; covariantes bajo $SU_L(2, \mathcal{M}^4)$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, respectivamente:

$$f^{(m)i} = \mathcal{D}_{\mu}^{(0)ij} W^{(m)j\mu} - \xi m_{(m)} W_G^{(m)i} + ig\xi (\phi^{(m)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \phi^{(0)} - \phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^i}{2} \phi^{(m)}), \quad (5.9)$$

$$f^{(m)} = \partial_{\mu} B^{(m)\mu} - \xi m_{(m)} B_G^{(m)} + ig' \xi \frac{Y_{\phi}}{2} (\phi^{(m)\dagger} \phi^{(0)} - \phi^{(0)\dagger} \phi^{(m)}). \quad (5.10)$$

Estas funciones modifican algunos vértices de la teoría. Remarcamos las cancelaciones finas de acoplamientos bilineales y trilineales $W^{(m)i\mu} W_G^{(m)i}$, $B^{(m)\mu} B_G^{(m)}$ y $W_{\mu}^{(0)i} W^{(m)j\mu} W_G^{(m)k}$. Se obtuvo además una relación entre las contribuciones de campos ghost y pseudo bosones de Goldstone.

- El símil de nuestro enfoque con el Background Field Method permitió usar la norma de Feynman-t'Hooft $\xi = 1$ para obtener un amplitudes independientes de la norma:

Background Field Method $Q_{\mu}^a \rightarrow A_{\mu}^a + Q_{\mu}^a$	Campo de Fondo Clásico: A_{μ}^a	Campo Cuántico: Q_{μ}^a	Función que Fija la Norma para Q: $f^a = \mathcal{D}^{ab\mu} Q_{\mu}^b$
Dimensiones Extra $A_{\mu}^a(x, \bar{x}) \rightarrow A_{\mu}^{(0)a}(x) + A_{\mu}^{(m)a}(x)$	Modos cero: $A_{\mu}^{(0)a}$	Modos Excitados: $A_{\mu}^{(m)a}$	Función que Fija la Norma para KK: $f^{(m)a} = \mathcal{D}^{(0)ab\mu} A_{\mu}^{(m)a}$

- Gracias a la fijación covariante de la norma, se obtiene la siguiente identidad de Ward tipo QED, que enlaza a los trivértices $W^{(m)} + W^{(m)} - V^{(0)}$ con los propagadores de las conexiones $W_{\mu}^{(m)\pm}$; lo cuál nos demuestra que la covarianza electrodébil usual bajo $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, se mantiene intacta:

$$k^{\alpha} \Gamma_{\alpha\beta\rho} = -ig_{V^{(0)}} \left\{ \left[k_{2\beta}^2 g_{\beta\rho} - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) k_{2\beta} k_{2\rho} \right] - \left[k_{3\beta}^2 g_{\beta\rho} - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) k_{3\beta} k_{3\rho} \right] \right\}. \quad (5.11)$$

- Se generan contribuciones idénticas del sector puro de norma para ambos vértices. Estas contribuciones mantienen covarianza explícita electrodébil a un lazo. Para las contribuciones del sector de Higgs, surge un conjunto de diagramas comunes a $A^{(0)*}$ y $Z^{(0)*}$, que difieren en factores de proporcionalidad. Emergen además diagramas exclusivos de $Z^{(0)*}$. Estas contribuciones no preservan covarianza electrodébil explícita, sino implícita. La suma de estas combinaciones es independiente de los ángulos de mezcla de Kaluza-Klein.
- Los factores de forma $\Delta\kappa$ y λ se obtuvieron en términos de funciones B_0 y C_0 , que en algunos casos aparecieron multiplicadas por un momento discreto $k_{(m)}^2$. Se usó parametrización de Feynman para expresar a estas funciones en términos de productos de una función Gamma con una función de Epstein. La convergencia de nuestros resultados está garantizada para $n = 1$ dimensión extra.

- Las divergencias estándar que pueden surgir de estas amplitudes, se hacen manifiestas como polos de la función Gamma, mientras que aquellas divergencias no estándar debidas a las sumas discretas infinitas, las encripta la función de Epstein. Es muy interesante notar que ambas funciones no pueden ser divergentes simultáneamente.
- Para una sola dimensión extra, y en el escenario de compactificación pesada donde $0 < c^2 < 1$, es posible expandir a la función de Epstein unidimensional en términos de la función Zeta, usando el teorema del binomio:

$$E_1^{c^2}(s) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(k+s)}{k! \Gamma(s)} \zeta(2k+2s) (c^2)^k. \quad (5.12)$$

Al emplear este resultado para los factores de forma hallados, se comprobó que estos son exentos tanto de divergencias estándar, como de divergencias no estándar. Además se comprobó el desacoplamiento de la teoría en el límite $R^{-1} \rightarrow \infty$.

En conclusión, los vértices $WW\gamma^*$ y WWZ^* constituyen el laboratorio predilecto para explorar la naturaleza de norma del sector electrodébil. Estos vértices adquieren un carácter de vital importancia, dentro de mediciones de alta precisión para colisiones e^+e^- que tendrán lugar en el ILC. Por otra parte, la búsqueda de dimensiones extra continúa siendo uno de los focos principales de atención dentro de todos los experimentos actuales de física de altas energías [73, 74, 75, 76, 77, 78]. Lo que nos exhorta a seguir explorando interacciones insignia de la dinámica de norma constituyente del Modelo Estándar; dentro de los múltiples modelos con dimensiones extra, de manera que nos permitan orientarnos en la búsqueda de nueva física. De elemental relevancia es la incógnita que gira en torno a la geometría particular que puedan poseer estas dimensiones extra, ya sean planas o curvadas. Para estos cometidos, las técnicas de regularización de funciones Zeta se han posicionado como herramientas indispensables en el estudio de teorías cuánticas de campo formuladas en esta clase de geometrías.

5.2. Perspectivas a futuro

Se tiene contemplada la publicación de los siguientes artículos de investigación, donde este trabajo de tesis ha contribuido:

- *Gauge Structure of Yang-Mills Theories with Extra Dimensions*
 - Trabajo conjunto entre los miembros del grupo de investigación involucrados en dimensiones extras.
 - Se realiza un análisis clásico de las teorías de Yang-Mills en dimensiones extra.
- *Batalin-Vilkovisky description of Yang-Mills Theories with Extra Dimensions*
 - Trabajo conjunto entre los miembros del grupo de investigación involucrados en dimensiones extras.
 - Uso del Formalismo Campo-Anticampo y Background Field Method para modos cero.
 - Cálculo de la función beta en QCD en forma covariante bajo $SU_C(3, \mathcal{M}^4)$ utilizando el método del kernel de calor.
 - Discusión sobre la dependencia del parámetro de norma ξ .
- *$SU_L(2) \times U_Y(1)$ -covariant one-loop study of the off-shell $W^-W^+V^*$ ($V^* = \gamma^*, Z^*$) vertices in the Standard Model with Extra Dimensions*
 - Esta será la publicación del presente trabajo de tesis.

- En una etapa posterior se abordará el cálculo de la contribución bosónica de los modos cero usando el Background Field Method. Debe incluirse la contribución de los modos cero de leptones y quarks.
 - Los resultados analíticos de la parte bosónica de modos de KK se encuentran en esta tesis
 - Es necesario calcular también la contribución fermiónica de KK. Esto se hará en una etapa futura.
 - Se analizarán los cambios en los factores de forma como función de la energía. Las contribuciones novedosas son el estudio de compactificación ligera ($\sqrt{Q^2} > R^{-1}$) y pesada ($\sqrt{Q^2} < R^{-1}$), así como regularización de funciones de Epstein.
- *Effects of extra dimensions on W^-W^* pair production at the ILC*
- Análisis detallado de la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, en los escenarios de compactificación pesada y ligera, usando los resultados del artículo anterior.

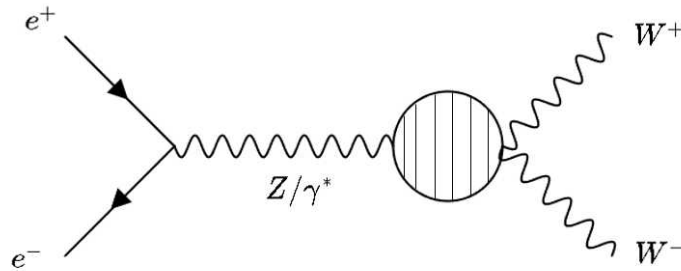


Figura 5.1: Dispersión $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, que contiene la contribución más significativa de dimensiones extra, cuyos efectos sobre observables del Modelo Estándar emergen a partir de un lazo.

- Con este trabajo se habrá completado el estudio de los vértices WWV^* en dimensiones extra.
- *Proyecto tentativo de tesis doctoral: Estudio de renormalización en teorías de Yang-Mills con Dimensiones Extras*
- Estudiar renormalización de teorías de Yang-Mills con dimensiones extra estudiando los tres tipos de funciones de Green: Estándar, Híbridas y No estándar.
 - El estudio se realizará en el contexto de la teoría pura de Yang-Mills invariante bajo $SU(N)$.
 - Se requiere del uso sistemático del Background Field Method para el modo cero y modos excitados.
 - Se realizará el cálculo mediante determinantes funcionales invariantes bajo $SU(N, \mathcal{M}^4)$.
 - Se mantiene continuidad en la línea de investigación que se ha venido trabajando desde la licenciatura hasta la maestría.

Apéndice A

Apéndice A

Aquí presentamos la forma explícita de los coeficientes de las funciones de Passarino-Veltman de nuestros resultados presentados en el capítulo 3.

A.1. Contribución Electrodébil

A.1.1. Circulación Vector-Vector

$\Delta\kappa_{V^{(0)*}, V^{(0)}}^{CPN}$

$$a_1 = -\frac{256}{3}m_{W^{(0)}}^2(4m_{W^{(0)}}^2 - Q^2) \quad (\text{A.1})$$

$$a_2 = \frac{32}{3}(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^2 \quad (\text{A.2})$$

$$a_3 = -\frac{8}{3m_{W^{(0)}}^2}(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)(2m_{W^{(0)}}^2(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2) - m_{V^{(0)}}^2(Q^2 - 24m_{W^{(0)}}^2)) \quad (\text{A.3})$$

$$a_4 = \frac{8}{3}(6m_{V^{(0)}}^4(8m_{W^{(0)}}^2 + 3Q^2) - 2m_{W^{(0)}}^2(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)^2 + 3m_{V^{(0)}}^2(8Q^2m_{W^{(0)}}^2 - 48m_{W^{(0)}}^4 + Q^4)) \quad (\text{A.4})$$

$$a_5 = -\frac{8}{3m_{W^{(0)}}^2}(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)(m_{V^{(0)}}^4(Q^2 - 24m_{W^{(0)}}^2) + m_{V^{(0)}}^2(48m_{W^{(0)}}^4 - 7Q^2m_{W^{(0)}}^2) + 2m_{W^{(0)}}^4(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)) \quad (\text{A.5})$$

$$a_6 = -\frac{8}{3}(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)(2m_{W^{(0)}}^2(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2) - m_{V^{(0)}}^2(Q^2 - 24m_{W^{(0)}}^2)) \quad (\text{A.6})$$

$$c_1 = 16(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)(m_{V^{(0)}}^2(8m_{W^{(0)}}^2 + Q^2) + 2m_{W^{(0)}}^2(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)) \quad (\text{A.7})$$

$$c_2 = 8 \left(m_{V^{(0)}}^2 \left(Q^3 - 4Qm_{W^{(0)}}^2 \right)^2 + 2m_{V^{(0)}}^6 \left(8m_{W^{(0)}}^2 + 3Q^2 \right) + m_{W^{(0)}}^2 \left(4m_{W^{(0)}}^2 - Q^2 \right)^3 \right. \\ \left. + 4m_{V^{(0)}}^4 \left(Q^2 m_{W^{(0)}}^2 - 20m_{W^{(0)}}^4 + Q^4 \right) \right) \quad (\text{A.8})$$

$$b_1 = \frac{8}{3m_{W^{(0)}}^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(m_{V^{(0)}}^4 \left(Q^2 - 24m_{W^{(0)}}^2 \right) + m_{V^{(0)}}^2 \left(48m_{W^{(0)}}^4 - 2Q^2 m_{W^{(0)}}^2 \right) \right) \\ + 4m_{W^{(0)}}^4 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \quad (\text{A.9})$$

$\lambda_{V^{(0)*}, V^{(0)}}^{CPN}$

$$a_7 = -\frac{64}{3Q^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(3Q^2 m_{W^{(0)}}^2 - 4m_{W^{(0)}}^4 \right) \quad (\text{A.10})$$

$$a_8 = -\frac{64}{3Q^2} m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right)^2 \quad (\text{A.11})$$

$$a_9 = \frac{32}{3Q^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(m_{V^{(0)}}^2 \left(6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2 \right) + m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \right) \quad (\text{A.12})$$

$$a_{10} = \frac{32}{3Q^2} m_{W^{(0)}}^2 \left(-6m_{V^{(0)}}^4 \left(3Q^2 - 2m_{W^{(0)}}^2 \right) + m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right)^2 \right) \\ + m_{V^{(0)}}^2 \left(48Q^2 m_{W^{(0)}}^2 - 48m_{W^{(0)}}^4 - 9Q^4 \right) \quad (\text{A.13})$$

$$a_{11} = \frac{32}{3Q^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(- \left(m_{V^{(0)}}^4 \left(6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2 \right) \right) - 2m_{V^{(0)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 9m_{W^{(0)}}^2 \right) \right) \\ + m_{W^{(0)}}^4 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \quad (\text{A.14})$$

$$a_{12} = \frac{32}{3Q^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(m_{V^{(0)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \left(6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2 \right) + m_{W^{(0)}}^4 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \right) \quad (\text{A.15})$$

$$c_3 = -\frac{32}{Q^2} m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(4m_{V^{(0)}}^2 \left(Q^2 - m_{W^{(0)}}^2 \right) - 6Q^2 m_{W^{(0)}}^2 + 8m_{W^{(0)}}^4 + Q^4 \right) \quad (\text{A.16})$$

$$c_4 = -\frac{32}{Q^2} m_{V^{(0)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \left(m_{V^{(0)}}^4 \left(6Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) + \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right)^2 \left(Q^2 - 2m_{W^{(0)}}^2 \right) \right) \\ + 6m_{V^{(0)}}^2 \left(-5Q^2 m_{W^{(0)}}^2 + 4m_{W^{(0)}}^4 + Q^4 \right) \quad (\text{A.17})$$

$$b_2 = -\frac{16}{3Q^2} \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \left(-2m_{V^{(0)}}^4 \left(6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2 \right) + 4m_{V^{(0)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \left(6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2 \right) \right) \\ + Q^2 m_{W^{(0)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2 \right) \quad (\text{A.18})$$

A.2. Contribución Del Sector de Higgs

A.2.1. Circulación Escalar $HW_s Z_s$

$\Delta\kappa_{Z^{(\omega)*}, HW_s Z_s}^{CSH}$

$$a_{13} = \frac{16}{3} m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2) \quad (\text{A.19})$$

$$a_{14} = \frac{1}{3} (Q^4 - 16m_{W^{(\omega)}}^4) \quad (\text{A.20})$$

$$a_{15} = -\frac{1}{12m_{W^{(\omega)}}^2} (Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2) (m_{H^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 24m_{W^{(\omega)}}^2) + 4m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 6m_{Z^{(\omega)}}^2) + Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 96m_{W^{(\omega)}}^4) \quad (\text{A.21})$$

$$a_{16} = \frac{1}{12m_{W^{(\omega)}}^2} (Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2) (m_{H^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 24m_{W^{(\omega)}}^2) + 8m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 3m_{Z^{(\omega)}}^2) + Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 48m_{W^{(\omega)}}^4) \quad (\text{A.22})$$

$$a_{17} = \frac{1}{12Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2} (Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2) (m_{H^{(\omega)}}^2 (-12Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 - 8m_{W^{(\omega)}}^4 + Q^4) + 4m_{W^{(\omega)}}^2 (2m_{W^{(\omega)}}^2 (m_{Z^{(\omega)}}^2 + 7Q^2) - 3Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^4)) \quad (\text{A.23})$$

$$a_{18} = \frac{1}{12Q^2} (-m_{H^0}^2 (16Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 (m_{Z^{(\omega)}}^2 + 4Q^2) + 16m_{W^{(\omega)}}^4 (11Q^2 - 4m_{Z^{(\omega)}}^2) + 3Q^4 (Q^2 - 10m_{Z^{(\omega)}}^2)) + m_{H^{(\omega)}}^4 (56Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 - 32m_{W^{(\omega)}}^4 + 3Q^4) + (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) (-3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 16m_{W^{(\omega)}}^4 (2m_{Z^{(\omega)}}^2 + 13Q^2) + 8m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^4 - 7Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2))) \quad (\text{A.24})$$

$$a_{19} = \frac{1}{12Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2} (m_{H^{(\omega)}}^2 m_{W^{(\omega)}}^2 (27Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 32m_{W^{(\omega)}}^4 (2m_{Z^{(\omega)}}^2 + 5Q^2) - 2m_{W^{(\omega)}}^2 (32Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 49Q^4) - 96m_{W^{(\omega)}}^6 + Q^6) - (m_{H^{(\omega)}}^4 (-16Q^4 m_{W^{(\omega)}}^2 + 10Q^2 m_{W^{(\omega)}}^4 + 32m_{W^{(\omega)}}^6 + Q^6)) + m_{W^{(\omega)}}^2 (-3Q^6 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^4 - 96m_{W^{(\omega)}}^6 (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) + 16m_{W^{(\omega)}}^4 (-5Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 - 2m_{Z^{(\omega)}}^4 + 7Q^4) + m_{W^{(\omega)}}^2 (-34Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 26Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^4 + 8Q^6))) \quad (\text{A.25})$$

$$a_{20} = -\frac{1}{12Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2} (30Q^2 m_{H^{(\omega)}}^4 m_{W^{(\omega)}}^4 + m_{H^{(\omega)}}^2 m_{W^{(\omega)}}^2 (3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + m_{W^{(\omega)}}^2 (48Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 - 58Q^4) - 96m_{W^{(\omega)}}^6 + Q^6) + Q^6 m_{Z^{(\omega)}}^4 - 96m_{W^{(\omega)}}^8 (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) - m_{W^{(\omega)}}^2 (3Q^6 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 13Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^4) + 16m_{W^{(\omega)}}^6 (7Q^4 - 15Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2) + m_{W^{(\omega)}}^4 (6Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 66Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^4 + 8Q^6)) \quad (\text{A.26})$$

$$a_{21} = \frac{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)}{12} \left(m_{H^{(0)}}^2 (Q^2 - 24m_{W^{(0)}}^2) + 8m_{W^{(0)}}^2 (Q^2 - 3m_{Z^{(0)}}^2) + Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 + 48m_{W^{(0)}}^4 \right) \quad (\text{A.27})$$

$$a_{22} = \frac{1}{12Q^2} \left(30Q^2 m_{H^{(0)}}^4 m_{W^{(0)}}^2 + m_{H^{(0)}}^2 (15Q^4 m_{Z^{(0)}}^2 - 2m_{W^{(0)}}^2 (4Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 + 29Q^4)) + 32m_{W^{(0)}}^4 m_{Z^{(0)}}^2 - 96m_{W^{(0)}}^6 + Q^6 \right) - 3Q^6 m_{Z^{(0)}}^2 + 3Q^4 m_{Z^{(0)}}^4 - 96m_{W^{(0)}}^6 (Q^2 - m_{Z^{(0)}}^2) + 16m_{W^{(0)}}^4 (-5Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 - 2m_{Z^{(0)}}^4 + 7Q^4) + m_{W^{(0)}}^2 (-34Q^4 m_{Z^{(0)}}^2 + 26Q^2 m_{Z^{(0)}}^4 + 8Q^6) \quad (\text{A.28})$$

$$c_5 = \frac{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)}{2} \left(-m_{H^0}^2 (8m_{W^{(0)}}^2 + Q^2) + 8m_{W^{(0)}}^2 (Q^2 - m_{Z^{(0)}}^2) - Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 + 16m_{W^{(0)}}^4 \right) \quad (\text{A.29})$$

$$c_6 = -\frac{5}{2Q^2} \left(Q^2 m_{H^{(0)}}^6 m_{W^{(0)}}^2 + m_{H^{(0)}}^4 (3Q^4 m_{Z^{(0)}}^2 - 16Q^2 m_{W^{(0)}}^4 + m_{W^{(0)}}^2 (3Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 - 10Q^4)) - 16m_{W^{(0)}}^6 \right) + m_{H^{(0)}}^2 (-2Q^6 m_{Z^{(0)}}^2 + 3Q^4 m_{Z^{(0)}}^4 + 32m_{W^{(0)}}^6 (m_{Z^{(0)}}^2 + Q^2)) + 16m_{W^{(0)}}^4 (2Q^4 - 3Q^2 m_{Z^{(0)}}^2) + m_{W^{(0)}}^2 (-12Q^4 m_{Z^{(0)}}^2 + 3Q^2 m_{Z^{(0)}}^4 + 5Q^6) + m_{W^{(0)}}^2 (Q^2 - m_{Z^{(0)}}^2)^2 (-16Q^2 m_{W^{(0)}}^2 + 5Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 - 16m_{W^{(0)}}^4) \quad (\text{A.30})$$

$$b_3 = \frac{1}{12Q^2 m_{W^{(0)}}^2} (Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2) \left(Q^4 (-2m_{H^{(0)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 + m_{H^{(0)}}^4 - 2m_{W^{(0)}}^2 m_{Z^{(0)}}^2 + 8m_{W^{(0)}}^4 + m_{Z^{(0)}}^4) - 4Q^2 m_{W^{(0)}}^2 (6m_{H^{(0)}}^2 (m_{Z^{(0)}}^2 - 2m_{W^{(0)}}^2) + 3m_{H^{(0)}}^4 - 12m_{W^{(0)}}^2 m_{Z^{(0)}}^2 + 8m_{W^{(0)}}^4 + 3m_{Z^{(0)}}^4) - 8m_{W^{(0)}}^4 (m_{H^{(0)}}^2 - m_{Z^{(0)}}^2)^2 \right) \quad (\text{A.31})$$

$\lambda_{Z^{(0)*, HW_s Z_s}^{CSH}}$

$$a_{23} = -\frac{64m_{W^{(0)}}^6}{3Q^2} - 4Q^2 m_{W^{(0)}}^2 + \frac{64m_{W^{(0)}}^4}{3} \quad (\text{A.32})$$

$$a_{24} = -\frac{8m_{W^{(0)}}^2}{3Q^2} (-6Q^2 m_{W^{(0)}}^2 + 8m_{W^{(0)}}^4 + Q^4) \quad (\text{A.33})$$

$$a_{25} = \frac{(Q^2 - 4m_{W^{(0)}}^2)}{3Q^2} \left(- (m_{H^{(0)}}^2 (6m_{W^{(0)}}^2 + Q^2)) + 2m_{W^{(0)}}^2 (7Q^2 - 3m_{Z^{(0)}}^2) - Q^2 m_{Z^{(0)}}^2 \right) \quad (\text{A.34})$$

$$a_{26} = -\frac{(Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2)}{3Q^2} \left(-\left(m_{H^{(\omega)}}^2 (6m_{W^{(\omega)}}^2 + Q^2) \right) + 2m_{W^{(\omega)}}^2 (5Q^2 - 3m_{Z^{(\omega)}}^2) - Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 \right) \quad (\text{A.35})$$

$$a_{27} = -\frac{1}{3Q^4} (Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2) \left(m_{W^{(\omega)}}^2 \left(-8m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^2 - 2m_{Z^{(\omega)}}^2) - 9Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 11Q^4 \right) - m_{H^{(\omega)}}^2 \left(-3Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 + 16m_{W^{(\omega)}}^4 + Q^4 \right) \right) \quad (\text{A.36})$$

$$a_{28} = -\frac{1}{3Q^4} m_{W^{(\omega)}}^2 \left(m_{H^{(\omega)}}^4 \left(34Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 - 64m_{W^{(\omega)}}^4 + 3Q^4 \right) + m_{H^{(\omega)}}^2 \left(30Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 32m_{W^{(\omega)}}^4 (4m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^2) - 4m_{W^{(\omega)}}^2 (23Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 14Q^4) - 3Q^6 \right) + (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) \left(-3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 32m_{W^{(\omega)}}^4 (2m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^2) + m_{W^{(\omega)}}^2 (22Q^4 - 34Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2) \right) \right) \quad (\text{A.37})$$

$$a_{29} = \frac{1}{3Q^4} \left(2m_{H^{(\omega)}}^2 \left(-4m_{W^{(\omega)}}^6 (16m_{Z^{(\omega)}}^2 + 7Q^2) + 2m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^6 - 6Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2) + 7m_{W^{(\omega)}}^4 (7Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 2Q^4) \right) - \left(m_{H^{(\omega)}}^4 \left(-7Q^4 m_{W^{(\omega)}}^2 + 52Q^2 m_{W^{(\omega)}}^4 - 100m_{W^{(\omega)}}^6 + Q^6 \right) + m_{W^{(\omega)}}^2 (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) \left(3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 4m_{W^{(\omega)}}^4 (Q^2 - 7m_{Z^{(\omega)}}^2) - 2m_{W^{(\omega)}}^2 (8Q^4 - 5Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2) \right) \right) \right) \quad (\text{A.38})$$

$$a_{30} = \frac{1}{3Q^4} \left(12m_{H^{(\omega)}}^4 \left(2Q^2 m_{W^{(\omega)}}^4 - 3m_{W^{(\omega)}}^6 \right) + Q^2 m_{H^{(\omega)}}^2 m_{W^{(\omega)}}^2 \left(m_{W^{(\omega)}}^2 (6m_{Z^{(\omega)}}^2 - 32Q^2) + 6Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 24m_{W^{(\omega)}}^4 - Q^4 \right) + Q^6 \left(-m_{Z^0}^4 \right) + 10Q^4 m_{W^{(\omega)}}^2 m_{Z^{(\omega)}}^4 - 4m_{W^{(\omega)}}^6 \left(Q^4 - 9m_{Z^{(\omega)}}^4 \right) + 2m_{W^{(\omega)}}^4 \left(-15Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 - 9Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^4 + 8Q^6 \right) \right) \quad (\text{A.39})$$

$$a_{31} = -\frac{1}{3Q^2} m_{W^{(\omega)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2 \right) \left(-\left(m_{H^{(\omega)}}^2 (6m_{W^{(\omega)}}^2 + Q^2) \right) + 2m_{W^{(\omega)}}^2 (5Q^2 - 3m_{Z^{(\omega)}}^2) - Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 \right) \quad (\text{A.40})$$

$$a_{32} = \frac{1}{3Q^4} m_{W^{(\omega)}}^2 \left(m_{H^{(\omega)}}^4 \left(36m_{W^{(\omega)}}^4 - 24Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 \right) + m_{H^{(\omega)}}^2 \left(-15Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 - 8m_{W^{(\omega)}}^4 (8m_{Z^{(\omega)}}^2 + 3Q^2) + m_{W^{(\omega)}}^2 (46Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 32Q^4) + Q^6 \right) + (Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2) \left(3Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 4m_{W^{(\omega)}}^4 (Q^2 - 7m_{Z^{(\omega)}}^2) - 2m_{W^{(\omega)}}^2 (8Q^4 - 5Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2) \right) \right) \quad (\text{A.41})$$

$$c_7 = -\frac{2}{Q^2} m_{W^{(\omega)}}^2 \left(Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2 \right) \left(-2m_{H^{(\omega)}}^2 (Q^2 - m_{W^{(\omega)}}^2) + 2m_{W^{(\omega)}}^2 (m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^2) - 2Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^4 \right) \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned}
c_8 = & -\frac{2}{Q^4} m_{W^{(\omega)}}^2 \left(Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 \left(m_{H^{(\omega)}}^4 \left(6m_{Z^{(\omega)}}^2 + 9Q^2 \right) + m_{H^{(\omega)}}^2 \left(8Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 6m_{Z^{(\omega)}}^4 - 6Q^4 \right) \right. \right. \\
& - 4m_{H^{(\omega)}}^6 + \left. \left. \left(Q^2 - 4m_{Z^{(\omega)}}^2 \right) \left(Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2 \right)^2 \right) + m_{W^{(\omega)}}^4 \left(-6m_{H^{(\omega)}}^4 \left(m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^2 \right) \right. \right. \\
& - 2m_{H^{(\omega)}}^2 \left(2Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 3m_{Z^{(\omega)}}^4 + 3Q^4 \right) + 6m_{H^{(\omega)}}^6 + 6 \left(Q^2 - m_{Z^{(\omega)}}^2 \right)^2 \left(m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^2 \right) \left. \right. \\
& \left. \left. + Q^4 m_{H^{(\omega)}}^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 \left(-3m_{H^{(\omega)}}^2 - 3m_{Z^{(\omega)}}^2 + 2Q^2 \right) \right) \right) \tag{A.43}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 = & \frac{1}{3Q^4} \left(Q^2 - 4m_{W^{(\omega)}}^2 \right) \left(-2m_{H^{(\omega)}}^2 m_{W^{(\omega)}}^2 \left(2m_{W^{(\omega)}}^2 \left(8m_{Z^{(\omega)}}^2 + 3Q^2 \right) - 9Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + Q^4 \right) \right. \\
& + m_{H^{(\omega)}}^4 \left(-3Q^2 m_{W^{(\omega)}}^2 + 16m_{W^{(\omega)}}^4 + Q^4 \right) + Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^4 + 4m_{W^{(\omega)}}^4 \left(-3Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 4m_{Z^{(\omega)}}^4 + Q^4 \right) \\
& \left. - m_{W^{(\omega)}}^2 \left(2Q^4 m_{Z^{(\omega)}}^2 + 3Q^2 m_{Z^{(\omega)}}^4 + Q^6 \right) \right) \tag{A.44}
\end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] N Nakanishi and I Ojima. *Covariant Operator Formalism of Gauge Theories and Quantum Gravity*. WORLD SCIENTIFIC, 1990.
- [2] Joaquim Gomis, Jordi París, and Stuart Samuel. Antibracket, antifields and gauge-theory quantization. *Physics Reports*, 259(1–2):1–145, August 1995.
- [3] Abdus Salam and J. C. Ward. Weak and electromagnetic interactions. *Il Nuovo Cimento*, 11(4):568–577, 2 1959.
- [4] Sheldon L. Glashow. The renormalizability of vector meson interactions. *Nuclear Physics*, 10:107–117, 1959.
- [5] Steven Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 11 1967.
- [6] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:321–323, 8 1964.
- [7] Peter W. Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:508–509, 10 1964.
- [8] Peter Ware Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, 12:132–133, 1964.
- [9] Gunnar Nordstrom. On the possibility of unifying the electromagnetic and the gravitational fields. *Phys. Z.*, 15:504–506, 1914.
- [10] TH. KALUZA. On the unification problem in physics. *International Journal of Modern Physics D*, 27(14):1870001, 2018.
- [11] Oskar Klein. Quantentheorie und fünfdimensionale relativitätstheorie. *Zeitschrift für Physik*, 37(12):895–906, 12 1926.
- [12] Javier Montaña, Héctor Novales-Sánchez, and J. Jesús Toscano. Effects of universal extra dimensions on top-quark electromagnetic interactions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 47(1), 12 2019.
- [13] Ignatios Antoniadis. A Possible new dimension at a few TeV. *Phys. Lett. B*, 246:377–384, 1990.
- [14] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and Gia Dvali. The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Physics Letters B*, 429(3):263–272, 1998.
- [15] Ignatios Antoniadis, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and Gia Dvali. New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a tev. *Physics Letters B*, 436(3):257–263, 1998.
- [16] Thomas Appelquist, Hsin-Chia Cheng, and Bogdan Dobrescu. Bounds on universal extra dimensions. *Physical Review D*, 64, 12 2000.

- [17] A. Flores-Tlalpa, Jesus Montaño, H. Novales-Sánchez, Francisco Zavaleta, and J. J. Toscano. One-loop effects of extra dimensions on the wwy and wwz vertices. *Physical Review D*, 83, 08 2010.
- [18] I. García-Jiménez, A. Granados-González, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano. Symmetry in the extra-dimensional yang-mills theory and its kaluza-klein effective description, 2018.
- [19] I. García-Jiménez, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano. The standard model in extra dimensions and its kaluza-klein effective lagrangian.
- [20] M. A López-Osorio, E Martínez-Pascual, G Nápoles-Cañedo, and J. J. Toscano. One-loop order effects from one extra universal dimension on $\lambda\varphi^4$ theory. *Journal of Physics Communications*, 4:115004, 11 2020.
- [21] G. Weiglein *et al.* Physics interplay of the lhc and the ilc. *Physics Reports*, 426(2-6):47–358, 4 2006.
- [22] W A Bardeen, R Gastmans, and B Lautrup. Static quantities in weinberg’s model of weak and electromagnetic interactions. *Nucl. Phys. B*46: No. 1, 319-31(1972)., 1 1972.
- [23] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo. Anomalous magnetic and quadrupole moments of the w boson in the two-higgs-doublet model. *Phys. Rev. D*, 36:859–862, 8 1987.
- [24] C. L. Bilchak, R. Gastmans, and A. Van Proeyen. Static quantities in supersymmetry. *Nuclear Physics B*, 273(1):46–74, 8 1986.
- [25] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo. Anomalous moments of w bosons in broken-supersymmetric models. *Phys. Rev. D*, 38:860–864, 8 1988.
- [26] A.B. Lahanas and V.C. Spanos. Static quantities of the w boson in the MSSM. *Physics Letters B*, 334(3-4):378–390, 8 1994.
- [27] G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano. Bilepton gauge boson contribution to the static electromagnetic properties of the w boson in the minimal 3-3-1 model. *Phys. Rev. D*, 65:013005, 12 2001.
- [28] J. L. García-Luna, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano. Static quantities of the w boson in the $SU_L(3) \times U_X(1)$ model with right-handed neutrinos. *Phys. Rev. D*, 69:093005, 5 2004.
- [29] L. D. Faddeev and V. N. Popov. Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field. *Phys. Lett. B*, 25:29–30, 1967.
- [30] Marc Henneaux and Claudio Teitelboim. *Quantization of Gauge Systems*. Princeton University Press, 1992.
- [31] C. Becchi, A. Rouet, and R. Stora. Renormalization of the Abelian Higgs-Kibble Model. *Commun. Math. Phys.*, 42:127–162, 1975.
- [32] C. Becchi, A. Rouet, and R. Stora. Renormalization of Gauge Theories. *Annals Phys.*, 98:287–321, 1976.
- [33] I. V. Tyutin. Gauge Invariance in Field Theory and Statistical Physics in Operator Formalism. 1975.
- [34] C. N. Yang and R. L. Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Phys. Rev.*, 96:191–195, Oct 1954.

- [35] A. de J. Correa León. *Aspectos del vértice $WW\gamma$ a orden de un lazo en el modelo estándar y en dimensiones extras*. Tesis licenciatura, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Junio 2023. Repositorio Institucional <https://repositorioinstitucional.buap.mx/items/59d910a0-daeb-4385-b355-22b6c1747ddb>.
- [36] Timon Idema. *Mechanics and Relativity*. TU Delft Open, 2018.
- [37] H. Novales Sánchez and J. J. Toscano. Gauge invariance and quantization of yang-mills theories in extra dimensions. *Physical Review D*, 82(11), 12 2010.
- [38] Kazuo Fujikawa. ξ -limiting process in spontaneously broken gauge theories. *Phys. Rev. D*, 7:393–398, Jan 1973.
- [39] C. G. Honorato and J. J. Toscano. U e (1)-covariant r ξ gauge for the two-higgs doublet model. *Pramana*, 73(6):1023–1039, December 2009.
- [40] J.G. Méndez and J.J. Toscano. A nonlinear r_ξ -gauge for the electroweak theory. *Revista Mexicana de Física*, Vol. 50 No. 4:346–352, 08 2004.
- [41] M. Huerta-Leal, H. Novales-Sánchez, and J.J. Toscano. Gauge-invariant approach to the beta function in yang-mills theories with universal extra dimensions. *Physical Review D*, 101(9), May 2020.
- [42] A. Cordero-Cid, M. Gómez-Bock, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano. The standard model with one universal extra dimension, 2012.
- [43] Joannis Papavassiliou and Kostas Philippides. Gauge-invariant three-boson vertices in the standard model and the static properties of the w. *Physical Review D*, 48(9):4255–4268, nov 1993.
- [44] E. Martínez-Pascual, G. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, A. Sierra-Martínez, and J.J. Toscano. Implications of extra dimensions on the effective charge and the beta function in quantum electrodynamics. *Physical Review D*, 101(3), February 2020.
- [45] Steven Weinberg. *The Quantum Theory of Fields*. Cambridge University Press, 1995.
- [46] Joseph Polchinski. Effective field theory and the fermi surface. In *Theoretical Advanced Study Institute (TASI 92): From Black Holes and Strings to Particles*, pages 0235–276, 6 1992.
- [47] C. P. Burgess and David London. Uses and abuses of effective lagrangians. *Phys. Rev. D*, 48:4337–4351, 1993.
- [48] H. Georgi. *Weak Interactions and Modern Particle Theory*. 1984.
- [49] Martin B. Einhorn and Jose Wudka. The bases of effective field theories. *Nucl. Phys. B*, 876:556–574, 2013.
- [50] Thomas Appelquist and Claude Bernard. Strongly interacting higgs bosons. *Phys. Rev. D*, 22:200–213, Jul 1980.
- [51] Bernhard Riemann. Ueber die anzahl der primzahlen unter einer gegebenen grösse. *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 1859.
- [52] Paul Epstein. Zur theorie allgemeiner zetafunctionen. *Mathematische Annalen*, 56(4):615–644, 12 1903.
- [53] P. Epstein. Zur theorie allgemeiner zetafunktionen. ii. *Mathematische Annalen*, 63(2):205–216, 6 1906.

- [54] E. W. Barnes. The theory of the double gamma function. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, 196, page 265–387, 1901.
- [55] T.M. Apostol. *Introduction to Analytic Number Theory*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer New York, 1998.
- [56] H. Davenport and H.L. Montgomery. *Multiplicative Number Theory*. F.W.Gehring P.R.Halmos and C.C.Moore. Springer-Verlag, 1980.
- [57] E.C. Titchmarsh and D.R. Heath-Brown. *The Theory of the Riemann Zeta-function*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1986.
- [58] J. S. Dowker and Raymond Critchley. Effective lagrangian and energy-momentum tensor in de sitter space. *Phys. Rev. D*, 13:3224–3232, Jun 1976.
- [59] S. W. Hawking. Zeta function regularization of path integrals in curved spacetime. *Communications in Mathematical Physics*, 55(2):133–148, Jun 1977.
- [60] Emilio Elizalde. Zeta functions and the cosmos—a basic brief review. *Universe*, 7(1):5, 2020.
- [61] Emilio Elizalde. Uses of zeta regularization in qft with boundary conditions: A cosmological casimir effect. *J. Phys. A*, 39:6299–6307, 2006.
- [62] S.D. Odintsov, D. Sáez-Gómez, and P.D.S.X.D.U.P. de Cataluny. *Cosmology, Quantum Vacuum and Zeta Functions: In Honor of Emilio Elizalde*. Springer Proceedings in Physics. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [63] J. Polchinski. *String Theory: Volume 1, An Introduction to the Bosonic String*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 2005.
- [64] I J Zucker. Exact results for some lattice sums in 2, 4, 6 and 8 dimensions. *Journal of Physics A: Mathematical, Nuclear and General*, 7(13):1568, sep 1974.
- [65] I J Zucker. Madelung constants and lattice sums for invariant cubic lattice complexes and certain tetragonal structures. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 8(11):1734, nov 1975.
- [66] I J Zucker and M M Robertson. Exact values of some two-dimensional lattice sums. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 8(6):874, jun 1975.
- [67] R E Crandall and J P Buhler. Elementary function expansions for madelung constants. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 20(16):5497, nov 1987.
- [68] E Elizalde, S D Odintsov, A Romeo, A A Bytsenko, and S Zerbini. *Zeta Regularization Techniques with Applications*. WORLD SCIENTIFIC, 1994.
- [69] E. Elizalde. *Ten Physical Applications of Spectral Zeta Functions*. Lecture Notes in Physics. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [70] E Elizalde and A Romeo. Epstein-function analysis of the casimir effect at finite temperature for massive fields. *International Journal of Modern Physics A; (United States)*, 7:229, 11 1992.
- [71] G.B. Arfken, G.B. Arfken, H.J. Weber, and F.E. Harris. *Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide*. Elsevier Science, 2012.
- [72] Thomas Appelquist and J. Carazzone. Infrared singularities and massive fields. *Phys. Rev. D*, 11:2856–2861, 5 1975.
- [73] Greg Landsberg. Collider searches for extra dimensions, 2004.

- [74] D Seitova, M V Savina, and S V Shmatov. The microscopic black hole production at the lhc with the cms experiment. *Journal of Physics: Conference Series*, 1337(1):012010, oct 2019.
- [75] Katherine J. Mack and Robert McNees. Bounds on extra dimensions from micro black holes in the context of the metastable higgs vacuum. *Phys. Rev. D*, 99:063001, Mar 2019.
- [76] T J Humanic. Extra-dimensional physics with p+p in the ALICE Experiment. Technical report, CERN, Geneva, 2005.
- [77] Avnish, Kirtiman Ghosh, Tapoja Jha, and Saurabh Niyogi. Minimal and nonminimal universal extra dimension models in the light of lhc data at 13 tev. *Phys. Rev. D*, 103:115011, Jun 2021.
- [78] Kyoungchul Kong, Konstantin Matchev, and Geraldine Servant. Extra Dimensions at the LHC. pages 306–324, 1 2010.