



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Efectos del decaimiento de la materia oscura en el proceso  
de nucleosíntesis primordial de elementos ligeros

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Fernando Morales Diaz

Asesorado por

Dra. Ana Aurelia Avilez López

Puebla Pue.  
18 de septiembre de 2025





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Efectos del decaimiento de la materia oscura en el proceso  
de nucleosíntesis primordial de elementos ligeros

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Fernando Morales Diaz

Asesorado por

Dra. Ana Aurelia Avilez López

Puebla Pue.  
18 de septiembre de 2025



**Título:** Efectos del decaimiento de la materia oscura en el proceso de nucleosíntesis primordial de elementos ligeros

**Estudiante:** FERNANDO MORALES DIAZ

COMITÉ

---

Dr. Carlos Varela Carlos  
Presidente

---

Dr. Luis Enrique Padilla Albores  
Secretario

---

Dr. Gilberto Aguilar Pérez  
Vocal

---

Dra. María Isabel Pedraza Morales  
Vocal

---

Dra. Ana Aurelia Avilez López  
Asesor



# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia y amigos que siempre me apoyaron a lo largo de toda mi carrera, quienes me alentaron a no desistir y quienes confiaron en mí en todo momento.

Esta tesis está dedicada a mis padres, que siempre me han apoyado, quienes sin importar las circunstancias siempre me apoyaron para seguir adelante y concluir mis estudios.

Estoy muy agradecido con la Dra. Ana Aurelia Avilez López, pues siempre me apoyó. Gracias a ella este trabajo se ha realizado, muchas gracias por siempre tenerme paciencia y siempre ser comprensiva. Espero que continúe inspirando a más estudiantes, pues es una gran maestra e investigadora, pero sobre todo es un gran ser humano.

A mi padre, Servio Tulio, quien siempre ha dado todo por su familia, y me enseñó a ser una gran persona y que en ningún momento dudó de mí.

A mi madre, María de los Ángeles, quien desde niño siempre estuvo para mí y que siempre ha confiado en mí.

A mi hermana, Jocelyn, que me ha ayudado a salir adelante y me inspira a ser una mejor persona.

A Pablo, Isaac, Uriel, José Pablo, mis compañeros y amigos de universidad, quienes fueron un gran apoyo para culminar mi carrera.

A Paula, quien por mucho tiempo ha sido mi compañera de vida y quien siempre ha estado apoyándome desde que nos conocimos.

# Índice general

|   |          |
|---|----------|
| Agradecimientos   | V        |
| Índice general  | VI       |
| Índice de figuras   | VIII     |
| Índice de tablas  | X        |
| Resumen   | XI       |
| Objetivos   | XIII     |
| Introducción  | XV       |
| Antecedentes  | XVII     |
| <b>1 Expansión del Universo y modelo cosmológico <math>\Lambda</math>CDM</b>                  | <b>1</b> |
| 1.1 Ley de Hubble . . . . .   | 2        |
| 1.2 Explicación de la ley de Hubble a partir de Relatividad General . . . . .                 | 3        |
| 1.3 La métrica FLRW . . . . .   | 3        |
| 1.4 Coordenadas comóviles y el factor de escala . . . . .                                     | 4        |
| 1.5 Ecuaciones de Friedmann . . . . .   | 4        |
| 1.6 Ecuación de continuidad y el contenido de materia y energía en el universo . . . . .      | 5        |
| 1.7 Densidad crítica y parámetros de densidad . . . . .                                       | 6        |
| 1.8 Ecuación de Friedmann Adimensional . . . . .  | 6        |
| <b>2 Proceso de Nucleosíntesis Primordial</b>   | <b>9</b> |
| 2.0.1 Densidad numérica de las partículas . . . . .   | 10       |
| 2.0.2 Más allá del equilibrio y la ecuación de Boltzmann . . . . .                            | 11       |
| 2.0.3 Procesos nucleares fuera del equilibrio . . . . .                                       | 13       |
| 2.0.4 Freeze Out de la fracción de Protones . . . . .   | 16       |
| 2.1 Cuello de botella del Deuterio . . . . .  | 18       |
| 2.1.1 Importancia de la ecuación de Saha . . . . .  | 21       |
| 2.2 Ecuación de evolución de las abundancias . . . . .  | 22       |
| 2.2.1 Solución mediante el método de integración y el método Runge-Kutta de orden 2 . . . . . | 22       |
| 2.3 La importancia que tienen las abundancias de helio en el BBN . . . . .                    | 24       |
| 2.3.1 Cálculo de la densidad y fracción de masa de $^4\text{He}$ . . . . .                    | 24       |
| 2.3.2 Evolución y relevancia de las abundancias de helio . . . . .                            | 24       |
| 2.4 Dependencia entre las abundancias de elementos y la densidad bariónica . . . . .          | 26       |
| 2.4.1 Relación entre la densidad bariónica y las abundancias elementales . . . . .            | 26       |
| 2.4.2 Mediciones de la densidad bariónica a partir de las abundancias . . . . .               | 26       |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>3</b> | <b>Proceso de Decaimiento de un campo escalar pesado como materia oscura</b>                               | <b>29</b> |
| 3.1      | Un campo escalar como materia oscura . . . . .   | 30        |
| 3.2      | Deducción de las ecuaciones de continuidad<br>de la materia oscura y los productos de decaimiento. . . . . | 34        |
| 3.3      | Entropía de las especies oscuras . . . . .   | 36        |
| 3.3.1    | Soluciones para las densidades de energía y de entropía . . . . .  | 37        |
| <b>4</b> | <b>Implementación del código Alterbbn</b>  | <b>39</b> |
| 4.1      | Código AlterBBN . . . . .  | 40        |
| 4.2      | Resultados de las cotas de los parámetros y de las abundancias de $Y_p$ . . . . .                          | 42        |
| 4.3      | Conclusiones . . . . .   | 46        |
| <b>5</b> | <b>Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase</b>                             | <b>47</b> |
|          | <b>Conclusiones</b>  | <b>47</b> |
| 5.1      | Apéndice 2: Funciones especiales . . . . .   | 52        |
|          | <b>Bibliografía</b>  | <b>55</b> |

# Índice de figuras

|  |  |    |
|--|--|----|
| Figura 1.1:  |  |    |
| Las galaxias tienen velocidades peculiares las cuales dan lugar a incertidumbres que originan la dispersión en el diagrama de Hubble. Imagen obtenida de [4]. . . . .  |  | 3  |
| Figura 1.2:  |  |    |
| Esta gráfica representa las predicciones del modelo $\Lambda$ CDM, mostrando la evolución de las componentes del universo. . . . .   |  | 7  |
| Figura 1.3:  |  |    |
| Esta gráfica muestra de manera clara que las diferentes observaciones cosmológicas convergen en una región muy pequeña del espacio de parámetros. Donde los ejes de la gráfica representan las densidades relativas de dos componentes clave del universo, mientras que las diferentes regiones de la gráfica están delimitadas por curvas de contorno que representan los resultados de diferentes observaciones cosmológicas [14].   |  | 8  |
| Figura 2.1:  |  |    |
| En la siguiente figura se ilustra el proceso de síntesis de los núcleos de los elementos ligeros. Hasta que la temperatura baje a 0.08 MeV, las componentes de $p$ , $n$ y $D$ están en equilibrio entre sí y desacoplados del resto (el cuello de botella del deuterio). Sin embargo, tan pronto como la temperatura baja a 0.08 MeV, los procesos $DD$ se vuelven muy eficientes, convirtiendo rápidamente las contribuciones de deuterio de las componentes $np$ en elementos más pesados. Finalmente, casi todos los neutrones libres se han ligado en núcleos. Alrededor de este tiempo, las abundancias de los elementos en los diversos componentes se congelan en sus valores constantes finales. Imagen tomada de [5]. . . . .  |  | 18 |
| Figura 2.2:  |  |    |
| La evolución de las abundancias de los elementos ligeros formados en BBN, como función de la temperatura (eje inferior) y del tiempo cósmico $t$ (eje superior). Imagen tomada de [14] . . . . .   |  | 25 |
| Figura 2.3:  |  |    |
| Predicciones de las abundancias primordiales de elementos ligeros en función de la densidad de bariones actual ( $\rho_{b,0}$ , eje inferior) a partir de la teoría del BBN. El parámetro de densidad correspondiente ( $\Omega_b$ ) y donde se asumió $h = 0,65$ . La extensión vertical de los rectángulos marca los valores medidos de las abundancias (arriba: ${}^4\text{He}$ , centro: $D$ , abajo: ${}^7\text{Li}$ ). Los resultados de la extensión horizontal provienen de la superposición de estos intervalos con curvas calculadas a partir de modelos teóricos. Los rangos en $\Omega_b$ permitidos por estas tres especies se superponen, como se indica por la franja vertical. Las mediciones de deuterio proporcionan las restricciones más estrictas para $\Omega_b$ . Imagen obtenida de [22] . . . . . |  | 27 |

Figura 3.1:  
 La evolución de las densidades de radiación y energía,  $\phi$ , y la entropía,  $S$ , a lo largo de la época de desintegración de  $\phi$  fuera de equilibrio (líneas continuas). Las líneas discontinuas indican la evolución de  $\rho_R$  y  $\rho_\phi$  en ausencia de decaimiento. Imagen obtenida de [10]. . . . . 38

Figura 4.1:  
 Comparación de las abundancias de  $Y_p$  según diferentes autores. Cada gráfico muestra los intervalos correspondientes a las mediciones de Aver (2015) [27], Peimbert (2016) [26] e Izotov(2014) [28]. . . . . 43

Figura 4.2: Gráfica de calor y curvas de nivel sobre los datos validos de  $Y_p$ . . . . . 43

# Índice de tablas

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Tabla con las distintas especies. . . . .  | 6  |
| 2.1 | Tabla de algunos elementos con sus energías de enlace. Tabla tomada de [10] . . .                        | 14 |
| 4.1 | Mediciones de la producción de $Y_p = n/T^3$ del Helio realizado por las colaboraciones [26–28]. . . . . | 42 |

# Resumen

La evolución del universo temprano, antes del proceso de nucleosíntesis primordial es una época desconocida, pero de gran interés, ya que muchas de las respuestas a grandes incógnitas de la física moderna podrían encontrarse en esta época. Si bien, a partir de extrapolar la física conocida puede reconstruirse su posible evolución, no existe evidencia observacional que permita confirmar cómo se llevó a cabo.

De acuerdo al modelo del Big Bang, sabemos que en esa época el universo transitó por un rango de energía que abarca de la escala de Planck hasta la escala de  $MeV$ , llegando finalmente a la época de nucleosíntesis primordial.

Durante la época de nucleosíntesis primordial, otros procesos pudieron haber estado involucrados en la síntesis de elementos ligeros, afectándolos de alguna manera. Estos procesos requieren física más allá del modelo estándar para describirlos. En particular, este trabajo se enfoca en el decaimiento de la materia oscura como un campo escalar pesado en partículas relativistas, el cual pudo haber ocurrido posteriormente al proceso de formación de la abundancia residual de materia oscura, debido a un proceso de aniquilación de ésta, fuera del equilibrio químico.

Después de estudiar el decaimiento de un campo escalar en partículas relativistas y su interacción con el universo temprano, se llega a determinar que los efectos en las abundancias de elementos ligeros se produjeron debido a un aumento en la entropía por volumen comóvil dada la producción de partículas ultra-relativistas. Por lo tanto, las mediciones de las abundancias de estos elementos constituyen una prueba para explicar este proceso. Dichas mediciones, se comparan con los valores observables que tenemos al día de hoy, producidos por el proceso de nucleosíntesis primordial en el Big Bang. Por lo tanto, las mediciones actuales de estas abundancias proporcionan una valiosa herramienta para validar o rechazar el escenario propuesto.

Para realizar el análisis y comprensión de este modelo, se utilizó el programa público desarrollado en C, AlterBBN, el cual nos permite calcular numéricamente las abundancias de los elementos ligeros durante nucleosíntesis primordial. Este programa nos permite simular distintos escenarios, incluyendo el escenario del decaimiento de un campo escalar, el cual depende de dos parámetros. A través de varias corridas, se pudieron encontrar los intervalos donde los valores de las abundancias sea mantuvieran compatibles con las observaciones del BBN.

Una vez encontrado los primeros parámetros, se elaboró un código en Jupyter que facilitó el análisis y depuración de los datos de las abundancias de los elementos primordiales, enfocándose en las abundancias de helio primordial  $Y_p$  y Deuterio. Para ilustrar esto de manera gráfica y tener una mejor interpretación de los datos y cálculos que se hacen a través de este trabajo, definimos los intervalos de los valores observados por distintos autores. Con esto podemos definir un meshgrid y definiendo la abundancia de helio primordial respecto a los dos parámetros, se puede graficar una superficie acotada por los intervalos del autor que queremos comparar. Así, se clasifican los datos que son consistentes con las observaciones y concluir los parámetros que son

compatibles con el BBN. Además, se complementa con otra gráfica sobre las curvas de nivel y una gráfica de calor de los datos válidos.

Este trabajo da una descripción del impacto del decaimiento de la materia oscura sobre la nucleosíntesis primordial, proporcionando un conjunto de parámetros y cotas que podrían ser fundamentales para futuras investigaciones en cosmología.

# Objetivos

## General

Estudiar los efectos de un proceso de decaimiento de la materia oscura escalar en la síntesis de elementos ligeros en el universo temprano. Se asume que este proceso ocurrió después del proceso de aniquilación de la materia oscura fuera del equilibrio que dio lugar a la formación de la abundancia residual de materia oscura detectada hoy en día. En segundo lugar interesa estimar los valores de la tasa de decaimiento así como la densidad inicial de materia oscura escalar consistentes con las últimas mediciones de la abundancia del helio reportada por diversas fuentes.

## Específicos

- Estudiar de manera general la historia térmica del universo temprano, con especial énfasis en las etapas que conforman el proceso de nucleosíntesis primordial.
- Estudiar de manera general los procesos físicos involucrados en las diferentes etapas de la nucleosíntesis primordial de elementos ligeros en el universo temprano. Particularmente el sistema de ecuaciones de Boltzmann que describen a las abundancias de núcleos de diferentes elementos en cada etapa de la época de nucleosíntesis.
- Derivar las ecuaciones de continuidad que describen la evolución de las densidades de energía de las especies fuera del equilibrio, esto es, MO y sus productos de decaimiento a partir de algunos principios de la termodinámica y mecánica estadística. Lo anterior con el fin de comprender los principios físicos a partir de los cuales se construye el modelo de MO decayente bajo consideración.
- Derivar algunas expresiones para las densidades de energía de especies en equilibrio como función de la temperatura a partir de principios de mecánica estadística y a partir de uso de funciones especiales. Lo anterior con el fin de comprender la construcción de las ecuaciones implementadas en el código AlterBBN.
- Calcular numéricamente las abundancias del Helio y del Deuterio de acuerdo al modelo SDDM usando el módulo PHI del código público AlterBBN.
- Estudiar los efectos que produce el decaimiento de la MO en las abundancias del Helio durante BBN nucleosíntesis.
- Determinar las constricciones en el espacio de parámetros del modelo SDDM de acuerdo a las medidas más recientes de las abundancias del Helio y el Deuterio.



# Introducción

El proceso de nucleosíntesis primordial es una parte importante en la teoría del Big Bang, tal proceso trae consigo las abundancias de elementos ligeros, dicha abundancias son importantes evidencias para esta teoría.

La nucleosíntesis primordial consiste en la formación de núcleos debido a la fusión de protones y neutrones bajo condiciones en que la densidad y temperatura del plasma son lo suficientemente altas. Este nos da las abundancias de elementos ligeros como el Helio, Deuterio, Litio,  $^3\text{He}$  y  $^4\text{He}$ .

Es importante mencionar que también existe otro tipo de nucleosíntesis, conocida como nucleosíntesis estelar. La nucleosíntesis estelar ocurre dentro de las estrellas y se encarga de la creación de elementos mas pesados que el Hidrógeno y el Helio.

A temperaturas de alrededor  $0,1\text{MeV}$ , los protones y neutrones comenzaron a fusionarse para formar núcleos de helio y deuterio, liberando grandes cantidades de energía en el proceso. A medida que el Universo se expandió y enfrió, se formaron nubes de gas compuestas de los elementos ligeros. Cabe destacar que el helio y el hidrógeno son los elementos más abundantes en el universo siendo el hidrógeno el primero y el helio el segundo. Con estas nubes de gas comienza la formación estelar, conforme estas nubes se acumularon, la gravedad comenzó a comprimir la materia, generando una presión y temperatura cada vez mayores en su interior, llegando a un proceso de fusión nuclear en su núcleo y siendo este responsable de la producción de elementos más pesados.

Si bien las condiciones para la creación de los elementos ligeros también se da en procesos estelares, la mayoría de estos núcleos se formaron en la nucleosíntesis primordial. De hecho históricamente una de las primeras teorías de la creación de elementos, propuesta por G.Burbidge, M.Burbidge, Fowler, y Hoyle, coincidía con que la creación de los elementos se daban dentro de las estrellas. Sin embargo las predicciones de las abundancias, no satisfacían, a las observaciones, pues las abundancias estimadas de materia eran muy pequeñas respecto a las observadas. Finalmente se propuso que la mayor parte de los elementos ligeros se formaron mucho antes que las estrellas. En 1942, George Gamow empezó a hablar del origen de los elementos poco después del big bang, proponiendo una teoría que sería satisfactoria, la teoría de nucleosíntesis primordial [13].

Cabe mencionar que la nucleosíntesis estelar, no es el único que se encarga de crear a los elementos pesados, elementos mas pesados como el oro y otros átomos mas pesados, se forman en procesos estelares más energéticos, como explosiones de supernovas y choques de objetos compactos como estrellas de neutrones o agujeros negros [6].

Así podemos concluir, que la mayor parte de los núcleos atómicos más ligeros se produjeron minutos después del Big Bang, mientras que los núcleos pesados se dan dentro de las estrellas u otros procesos estelares [7].



# Antecedentes

El estudio de la materia oscura es fundamental, pues constituye el 27% del contenido del universo, aunque su naturaleza sigue siendo desconocido, sin embargo en la mayoría de los modelos cosmológicos se toma en cuenta su existencia para poder explicar el universo como lo observamos. Típicamente se considera que la materia oscura esta conformada por partículas muy pesadas que no interactúan con el resto de la materia y por lo tanto son estables. Sin embargo, en algunos modelos cosmológicos se considera la posibilidad de que la materia oscura pueda decaer suficientemente lento como para no detectar sus productos de decaimiento. En este trabajo estudiamos un modelo cosmológico en el cual la materia oscura es de este tipo y corresponde a un campo escalar. El proceso de decaimiento de la materia oscura es una transición de fase en la cual los productos de decaimiento son partículas relativistas pertenecientes al sector oscuro. Estos productos pueden influir en la evolución del universo, particularmente en la producción de elementos ligeros durante el proceso de nucleosíntesis primordial.

En este trabajo se obtienen cotas observacionales sobre los parámetros de este modelo. Para ello se estudiaron los procesos físicos que se dan en la época de nucleosíntesis. Por un lado la nucleosíntesis de elementos ligeros misma y por otro lado, el decaimiento del campo escalar que modifica este proceso. A su vez se realizaron los cálculos correspondientes para describir los efectos del decaimiento del campo escalar en las propiedades del fluido cósmico. Este modelo ya ha sido estudiado anteriormente, estos estudios se ocupan como antecedentes para verificar los resultados obtenidos y compararlos con los datos observados. Considerando dos artículos principales como antecedentes para este trabajo, debido a que el escenario que es de interés, se hace referencia en ellos.

Para empezar se propone utilizar los conocimientos de las propiedades de las partículas de reliquias de CDM y medidas de los parámetros del modelo cosmológico, mas allá del modelo estándar, ya que este no nos da un candidato directo a materia oscura; para proveer la información antes de nucleosíntesis.

Cabe mencionar que dentro de los antecedentes se consideran modelos con campos escalares que decaen como un campo modulo y quintaesencia como en [2]. El punto clave que tienen en común dichos modelos y el que se considera en este trabajo es que se considera un proceso del decaimiento de un campo escalar, el cual recalienta <sup>1</sup> al Universo a una temperatura  $T_{RH}$  el cual tiene efectos en el proceso de nucleosíntesis.

En el caso de [9], se encontró la disminución de la densidad del numero de neutralinos. como efecto de tomar un candidato específico para la materia oscura.

En este trabajo, se presenta una introducción general, incluyendo la etapa de nucleosíntesis primordial y las ecuaciones fundamentales. Después, se introduce la materia oscura y su posible

---

<sup>1</sup>con recalentamiento, nos referimos a un aumento en la temperatura debido a una transferencia de calor que usualmente entre los cosmólogos se suele llamar inyección de entropía.

influencia en la nucleosíntesis primordial. Desarrollando los cálculos teóricos hasta la implementación numérica para la estimación de las abundancias de elementos ligeros. En el siguiente capítulo, se presentan los resultados obtenidos y su comparación con datos observacionales, proporcionando las cotas sobre los parámetros del modelo. Finalmente, se dan las conclusiones de este trabajo y posibles investigaciones que se pueden dar a partir de esta tesis.

## Capítulo 1

# Expansión del Universo y modelo cosmológico $\Lambda$ CDM

El estudio del universo y su evolución ha sido objetivo de estudio a través de la historia de la humanidad hasta la actualidad. Este estudio del universo nos ha dado varios modelos cosmológicos desde hace muchos tiempo, por mencionar algunos están como ejemplo el modelo cosmológico de Einstein, después apareció el modelo de Alexander Friedmann y Georges Lemaitre, el modelo estacionario y por ultimo se llega al modelo cosmológico estándar, que surge de incluir en el contenido material del universo a la materia oscura. El modelo mas simple y con mayor aceptación actualmente es el modelo  $\Lambda$ CDM [4].

El principio cosmológico es un postulado fundamental, y una base para los modelos cosmológicos. Este principio nos dice que el universo es homogéneo e isótropo espacialmente, es decir, que en el universo tanto la geometría como la distribución de materia, se ven iguales en todas partes y tienen las mismas propiedades en cualquier punto sin importar la dirección, por lo que el modelo cosmológico nos dice que en el universo no hay un lugar ni dirección que sea particularmente especial.

Es importante mencionar que el principio cosmológico no se cumple a pequeñas escalas, un ejemplo sería el de nuestro sistema solar. El principio cosmológico se cumple, a grandes escalas. La escala usada en el PC es el Mega-pársec (Mpc) que es igual a 3.26 millones de años luz, la cual es del orden de magnitud de las distancias entre galaxias vecinas. Sin embargo, el PC aplica a escalas demasiado grandes, que es a partir de 100 Mpc en adelante [7].

Como se ha mencionado, hay distintos modelos cosmológicos que describen el universo observable. En cualquier modelo deben considerarse evidencias observacionales fundamentales como la expansión del universo; el fondo cósmico de radiación y las abundancias de elementos ligeros.

## 1.1. Ley de Hubble

Un antecedente muy importante que da cuenta a la expansión del universo, es la Ley de Hubble. La cual relaciona mediciones de corrimiento al rojo con medidas de distancia de galaxias lejanas. Dichas medidas de corrimiento al rojo <sup>1</sup> permiten estimar la velocidad relativa entre galaxias que se alejan una de otras, conocida como velocidad de recesión:

$$v_r = H_0 d_L,$$

la velocidad de recesión aumenta mientras la galaxia es más lejana. La velocidad de recesión y la distancia son proporcionales y tienen una constante de proporcionalidad se conoce como la constante de Hubble.

$$H_0 \sim 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}.$$

Cabe mencionar que si bien la anterior estimación es una buena aproximación, al día de hoy diferentes mediciones de esta se encuentran en tensión [7].

Como consecuencia, las galaxias no son las que se desplazan por el espacio, sino el espacio es el que se esta expandiendo. Por lo que antes la distancia entre galaxias era mucho menor que al día de hoy. El siguiente diagrama nos ayudara a entender mejor la Ley de Hubble.

---

<sup>1</sup>las cuales corresponden a un desplazamiento hacia longitudes de onda mas largas respecto al espectro observado en la tierra.

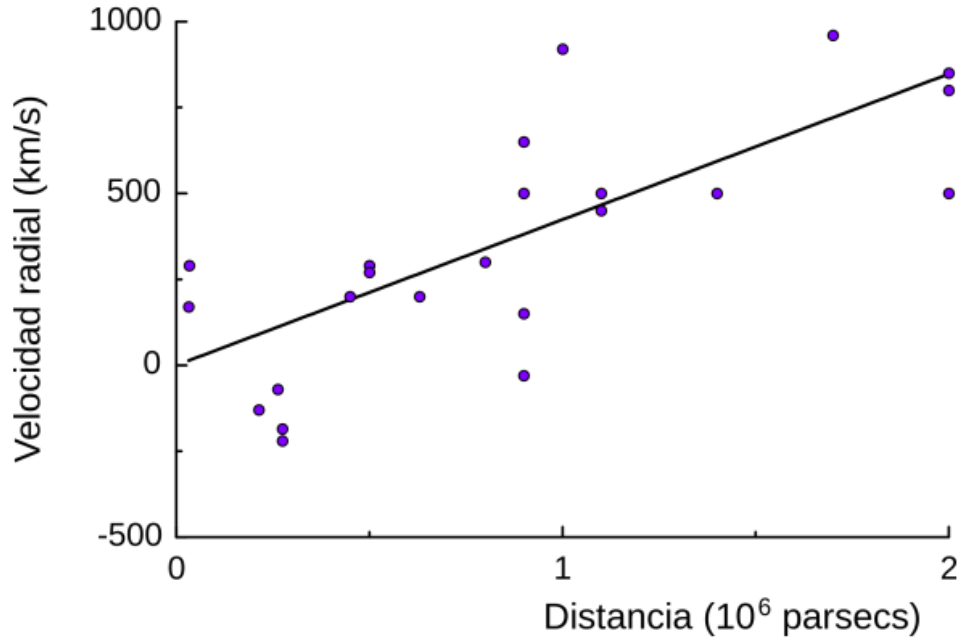


Figura 1.1:  
Las galaxias tienen velocidades peculiares las cuales dan lugar a incertidumbres que originan la dispersión en el diagrama de Hubble. Imagen obtenida de [4].

## 1.2. Explicación de la ley de Hubble a partir de Relatividad General

Cuando Hubble encontró la relación entre el espacio y la velocidad de recesión, Einstein y d’Sitter buscaban hacer pruebas para la teoría de relatividad, estudiando propiedades a las ecuaciones de Einstein. Friedmman se enfocó en resolver el enigma de la recesión de las galaxias, y su explicación se basó en una solución propuesta por Robertson y Walker, ésta consistía en que el universo se expandía. Al final Lamaitre unificó los trabajos y dio a conocer la relación entre las soluciones de Einstein y d’Sitter, y la Ley de Hubble [21].

## 1.3. La métrica FLRW

Para describir un universo en expansión, isotrópico y homogéneo, se utiliza la métrica de Friedman-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW), que nos describe la geometría del espacio-tiempo.

La métrica de FLRW en coordenadas espaciales comóviles es [21]:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (1.1)$$

donde  $k$  representa la curvatura del espacio, que puede tomar distintos valores que describen distintos tipos de universo: si  $k = 0$ , el universo sería plano; si  $k > 0$ , es esférico; si  $k < 0$ , es hiperbólico.

Ya que se vió un poco de teoría y de observación, a continuación se verá un poco de la formulación matemática. Una base fundamental del modelo cosmológico estándar es la relatividad general, donde la gravedad es un efecto geométrico, debido a que la materia genera una curvatura en el espacio-tiempo; la geometría nos determina el movimiento de las partículas. Matemáticamente esto se describe por las ecuaciones de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

donde  $G_{\mu\nu}$  es el tensor de Einstein que describe la curvatura del espacio-tiempo,  $8\pi G$  es el factor de proporcionalidad y  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento de la materia, que en el modelo estándar corresponde al de un fluido perfecto, como:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Introduciendo la constante cosmológica tenemos:

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

la constante cosmológica  $\Lambda$ , fue introducida por Einstein, y hoy en día se interpreta como la energía del vacío.

## 1.4. Coordenadas comóviles y el factor de escala

Un concepto importante en cosmología son las coordenadas comóviles, este sistema mantiene fija las posiciones relativas entre objetos, como las galaxias, a pesar de que el universo se expanda.

Imaginemos dos observadores comóviles en el espacio, cada uno está situado en un nodo de una red imaginaria, que se expande junto con el universo. La distancia entre los observadores aumentará, pero ellos no lo notarán, para ellos los nodos siguen en las mismas coordenadas, llamadas coordenadas comóviles. Este sistema se mueve junto con la expansión del universo, a diferencia de las coordenadas fijas, que si cambian.

Para calcular la distancia física o propia a través del tiempo, se multiplica el factor de escala  $a(t)$  por las distancias comóviles:

$$r(t) = a(t)x,$$

donde el factor de escala cuantifica cómo cambian las dimensiones espaciales del universo a través del tiempo.

## 1.5. Ecuaciones de Friedmann

Las ecuaciones de Friedmann se derivan de las ecuaciones de Einstein para la relatividad general, pero aplicadas a la métrica de FLRW. La primer ecuación de Friedmann nos describe la tasa de expansión en términos del parámetro de Hubble.

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\text{tot}} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{Kc^2}{a^2}. \quad (1.4)$$

La tasa de expansión se ve relacionada con la densidad de energía total  $\rho_{\text{tot}}$ , la constante cosmológica  $\Lambda$  y la curvatura del espacio  $k$ .

La segunda ecuación de Friedmann, se deriva a partir de la ecuación de continuidad, nos describe la aceleración de la expansión del universo:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho_{\text{tot}} + \frac{3P_{\text{tot}}}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.5)$$

Estas ecuaciones nos permiten estudiar la dinámica del universo en función de los distintos componentes del fluido.

## 1.6. Ecuación de continuidad y el contenido de materia y energía en el universo

La ecuación de continuidad describe cómo cambia la densidad de energía del universo cuando este se expande, dependiendo de las distintas especies que lo componen y de la presión. Para un fluido, la ecuación de continuidad indica como la densidad de energía  $\rho$  de las diferentes especies cambian con el tiempo, asegurando que la energía total del universo se conserve, y de esta manera afectando al factor de escala.

A partir de las identidades de Bianchi y las ecuaciones de Einstein se implica que el tensor de energía momento de la materia se conserva. La conservación se expresa de la siguiente manera:

$$\nabla_{\mu} T_i^{\mu\nu} = 0,$$

donde  $T_i^{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento y  $\nabla_{\mu}$  es la derivada covariante asociada a la métrica. Tomando la métrica de FLRW y considerando a la materia y la energía como un fluido perfecto caracterizado por la densidad  $\rho$  y la presión  $P$ . El índice cero de la ecuación anterior gobierna la evolución de la densidad, reduciéndose a:

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + P_i) = 0,$$

La ecuación de estado  $w_i = \frac{P_i}{\rho_i}$  describe la relación entre la presión y la densidad de energía para diferentes componentes del universo. Es importante para entender como se comporta un fluido, y como influye en la evolución del universo. La ecuación de estado permite clasificar las diferentes componentes del cosmos, y nos proporciona información sobre la naturaleza de cada tipo de fluido, como se puede ver en la tabla (1.6). El determinar el valor del parámetro de estado no es algo tan sencillo. Sin embargo, mediante observaciones es posible inferir su valor. Estos valores tienen un papel fundamental en las ecuaciones de Friedmann.

La ecuación de estado no solo define la dinámica del fluido, sino que también afecta la historia térmica y la evolución del universo. Es esencial comprender este parámetro para explorar la composición de este modelo, pues la materia se describe como un fluido perfecto uniforme barotrópico.

Ocupando la ecuación de estado  $w$  de la especie, se tiene:

$$\dot{\rho}_i + 3H\rho_i(1 + w_i) = 0.$$

El universo esta compuesto de distintas especies de partículas, las cuales son las componentes de la densidad de energía en el universo que afectan en la expansión del universo. En el universo tardío podemos distinguir, dos tipos de especies: las partículas relativistas y las no relativistas. Las partículas no relativistas contiene a los bariones y a la materia oscura, mientras que las partículas relativistas se forman por radiación, como fotones y neutrinos relativistas.

Se asume que las especies no interactúan entre sí, a excepción de que sea por medio de la gravedad, así que cada una de ellas tiene una ecuación de continuidad que describe su evolución energética.

| Especie        | Ecuación de estado       | Ecuación de continuidad       | $\rho(a)$                   |
|----------------|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| Materia        | $\omega_m = 0$           | $\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0$ | $\rho_m \sim a^{-3}$        |
| Radiación      | $\omega_r = \frac{1}{3}$ | $\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = 0$ | $\rho_r \sim a^{-4}$        |
| Energía Oscura | $\omega_\Lambda = -1$    | $\dot{\rho}_\Lambda = 0$      | $\rho_\Lambda = \text{cte}$ |

Tabla 1.1: Tabla con las distintas especies.

## 1.7. Densidad crítica y parámetros de densidad

La densidad crítica es un valor teórico de la densidad de energía total del universo, con este valor podemos manejar las unidades de energía de distintas especies de partículas, utilizando la densidad crítica como unidad de medida. Al día de hoy, la densidad crítica  $\rho_{c0}$  representa la densidad en un universo plano que da lugar a la tasa de Hubble observada al día de hoy. De la ecuación de Friedmman (1.5), tenemos que la densidad crítica es:

$$\rho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

Las densidades relativas son parámetros adimensionales que nos dan la relación entre la densidad de energía de una especie y la densidad crítica, definida en un tiempo propio propio  $t$  :

$$\Omega_i(t) = \frac{\rho_i(t)}{\rho_c(t)} = \frac{8\pi G}{3H(t)^2} \rho_i(t),$$

donde la densidad crítica en un tiempo  $t$  es:

$$\rho_c(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}.$$

Ocupando la primer ecuación de Friedmann, se pueden expresar las densidades relativas como:

$$\Omega_i(t) = \frac{\rho_i(t)}{\rho_{\text{tot}} - \rho_K}, \quad \text{donde} \quad \rho_K = \frac{3Kc^2}{8\pi G a^2}.$$

Las densidades relativas son cantidades adimensionales que miden la cantidad relativa de cada componente del universo. Estas nos ayudan a entender la composición energética del universo en diferentes épocas.

La figura 1.2 nos muestra como las densidades relativas evolucionan a través del tiempo, según las predicciones de  $\Lambda$ CDM. Se observa cómo la radiación dominó en las etapas tempranas del universo. Posteriormente, la materia es la que domina la siguiente etapa, resultando en la formación de galaxias y cúmulos. Finalmente, la energía oscura es el componente dominante, en las etapas mas recientes, dando paso a una expansión acelerada del universo.

## 1.8. Ecuación de Friedmann Adimensional

Para tener las soluciones de la ecuación de Friedmann, es conveniente reescribirla en términos de las densidades relativas, ya que son parámetros adimensionales que nos simplifica el análisis.

La ecuación de Friedmann se escribirá como:

$$H(t)^2 = H_0^2 \left( \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{\text{tot}(t)} - \frac{Kc^2}{H_0(t)^2 a(t)^2} \right),$$

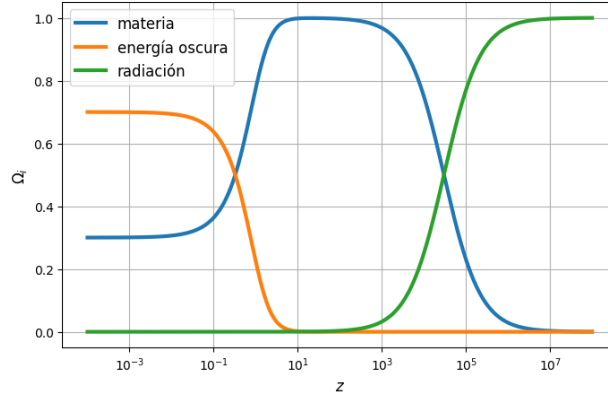


Figura 1.2:  
Esta gráfica representa las predicciones del modelo  $\Lambda$ CDM, mostrando la evolución de las componentes del universo.

donde la densidad total esta dada por las suma de las densidades de cada especie. Así, se tiene:

$$H^2 = H_0^2 \left( \frac{\rho_m(a) + \rho_r(a) + \rho_\Lambda}{\rho_{0c}} - \frac{\rho_K(a)}{\rho_{0c}} \right).$$

Ocupando las soluciones de las ecuaciones de continuidad de la tabla 1.6, podemos describirla de la siguiente manera:

$$H^2 = H_0^2 (\Omega_{0m}a^{-3} + \Omega_{0r}a^{-4} + \Omega_{0\Lambda} - \Omega_{0K}a^{-2}) \quad (1.6a)$$

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{(\Omega_{0m}a^{-3} + \Omega_{0r}a^{-4} + \Omega_{0\Lambda} - \Omega_{0K}a^{-2})} \quad (1.6b)$$

Tomando, por convención al día de hoy, al factor de escala igual 1, se obtiene la ecuación de constricción:

$$\Omega_{0m} + \Omega_{0r} + \Omega_{0\Lambda} - \Omega_{0K} = 1.$$

Esta ecuación implica que la suma de todas las densidades relativas sera igual a 1, entonces la energía total del universo se distribuye en estas componentes. Aunque la componente  $\Omega_{0r}$  se puede despreciar en el universo tardío.

El modelo de concordancia dentro del marco de  $\Lambda$ CDM es el conjunto específico de valores para los parámetros que mejor se ajustan con las observaciones cosmológicas. El universo tardío se ve compuesto principalmente por tres componentes: materia bariónica (5%), materia oscura (27%) y energía oscura (68%). Los valores mas aceptados son:  $\Omega_m \approx 0,31$ ,  $\Omega_\Lambda \approx 0,69$ ,  $\Omega_k \approx 0$ .

La gráfica 1.3 muestra los parámetros actuales en el modelo de concordancia. El área sombreada, es la intersección que indica los rangos compatibles con los distintos datos cosmológicos mas recientes. Es decir, las observaciones nos dan un modelo cosmológico donde el universo esta dominado por energía oscura, el universo es plano y donde la materia bariónica también es necesaria.

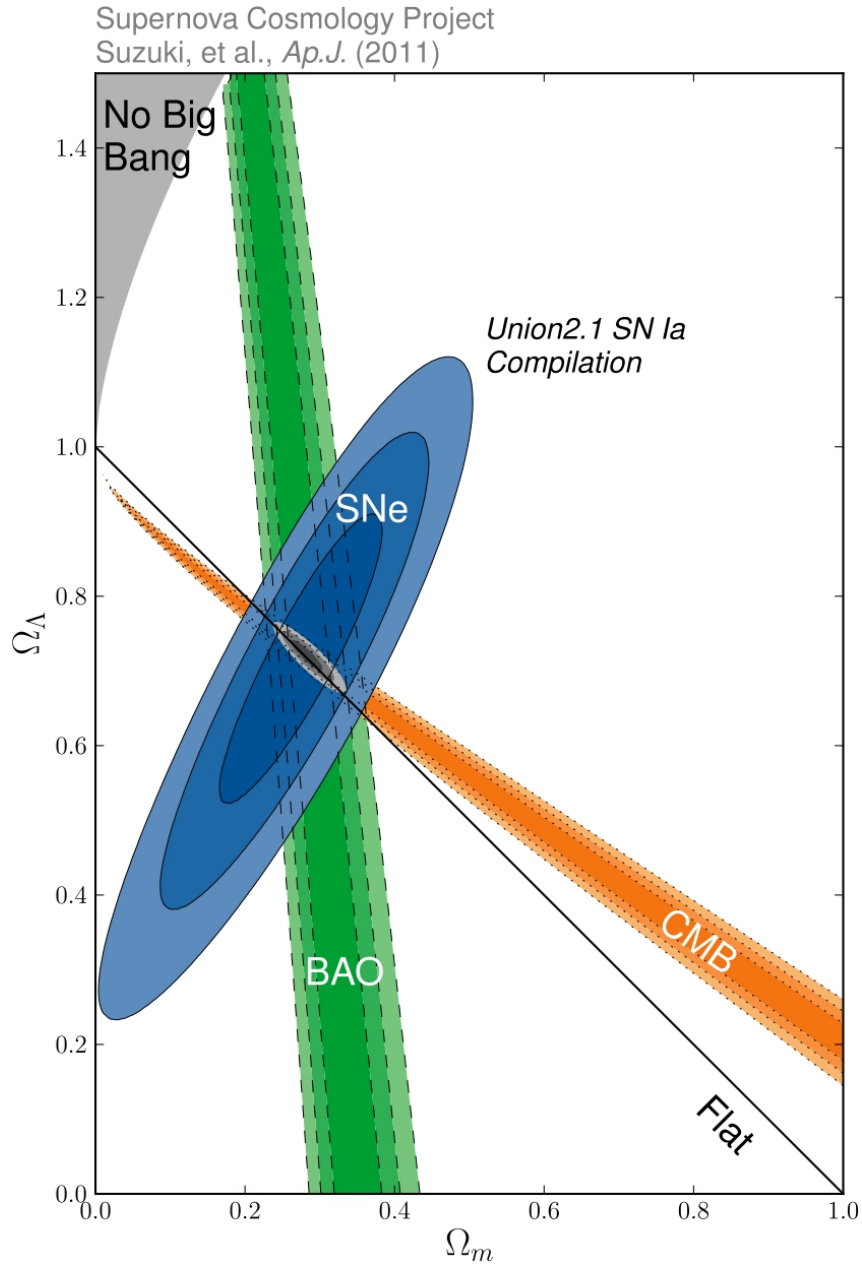


Figura 1.3:

Esta gráfica muestra de manera clara que las diferentes observaciones cosmológicas convergen en una región muy pequeña del espacio de parámetros. Donde los ejes de la gráfica representan las densidades relativas de dos componentes clave del universo, mientras que las diferentes regiones de la gráfica están delimitadas por curvas de contorno que representan los resultados de diferentes observaciones cosmológicas [14].

## Capítulo 2

# Proceso de Nucleosíntesis Primordial

Como se ha mencionado ya, la visión más aceptada sobre el origen del universo se basa en el modelo cosmológico estándar, que describe un universo en expansión definido por un espacio-tiempo de FLRW. Este modelo considera que, en su origen, el universo era un plasma de muy alta energía que se ha ido expandiendo y enfriando hasta nuestros días, dando lugar a diferentes transiciones de fase que han llevado al universo a su estado actual.

Uno de los logros más notables de la teoría del Big Bang es su capacidad de explicar la composición química del Universo. Combinada con la teoría de evolución estelar y procesos de altas energía como lo son las supernovas y fenómenos de cuerpos compactos, esta teoría nos permite predecir con precisión las abundancias de elementos ligeros en el universo. Es por esta razón, que es uno de los modelos más aceptados en la cosmología.

La historia del universo se divide en varios periodos importantes. En este trabajo, nos vamos a enfocar en el intervalo entre el desacople de neutrinos y el final de nucleosíntesis. Este periodo se caracteriza por procesos fundamentales, que afectan las propiedades del universo hasta que llegue al estado actual que podemos observar.

La nucleosíntesis primordial ocurrió desde los primeros segundos hasta unos tres minutos después del Big Bang. En ese periodo, el Universo era muy caliente y denso, por lo que no había átomos estables formados. En lugar de eso, el Universo estaba lleno de una sopa de partículas subnucleares. Conforme el universo se enfriaba debido a su expansión, el plasma cósmico consistía en las siguientes partículas:

- Partículas relativistas en equilibrio: fotones, electrones y positrones.
- Partículas relativistas en proceso de desacoplamiento: neutrinos.
- Partículas no relativistas: bariones, específicamente neutrones y protones.

Como dato adicional, también ya existía una reliquia de materia oscura que se desacopló del plasma, (posiblemente antes de esta época como asumimos en este trabajo) y que solo interactuaba gravitacionalmente con las demás partículas.

La nucleosíntesis de elementos ligeros marcó la formación de los primeros núcleos de los elementos más simples del universo como el hidrógeno, el helio y el litio. La teoría del Big Bang sugiere que estos elementos se formaron en los primeros minutos después de la gran explosión, mediante la fusión de protones y neutrones. Durante este proceso, los protones y neutrones se combinan para formar núcleos de deuterio, que a su vez se fusionaron para formar helio y sus isótopos, como el  $^3\text{He}$  y el  $^4\text{He}$ . De esta manera, el proceso ocurre como una cadena de reacciones nucleares.

Las abundancias predichas de los elementos se pueden verificar a través de observaciones, lo que nos proporcionaría una forma de evaluar la precisión de nucleosíntesis y para entender la composición química primordial del universo.

### 2.0.1. Densidad numérica de las partículas

La densidad numérica representa el número de partículas por unidad de volumen en el universo temprano, un parámetro fundamental para determinar las proporciones relativas de elementos ligeros durante la nucleosíntesis primordial. Estas densidades se calculan integrando las distribuciones estadísticas en el espacio fase, como se demuestra en el Apéndice 1. La densidad numérica en equilibrio térmico, y dependiendo de la energía cinética, se expresa como [5]:

- Bosones en el régimen relativista ( $k_B T \gg m_B c^2$ ):

$$n_B = \gamma (k_B T)^3 \Gamma(3) \zeta(3),$$

donde  $\gamma = \frac{g_i}{2\pi^2 \hbar^3 c^3}$ ,  $\Gamma(n)$  es la función Gamma, que generaliza el factorial para números reales y complejos, cumpliendo  $\Gamma(n) = (n-1)!$  para enteros positivos; en este caso  $\Gamma(3) = 2$ . Por otro lado,  $\zeta(s)$  es la función zeta de Riemann, definida como  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$  para  $s > 1$ , cuyo valor en  $s = 3$  es  $\zeta(3) \approx 1,20206$ . Ambas funciones aparecen de manera natural al resolver las integrales asociadas a la estadística de Bose-Einstein.

- Fermiones en el régimen relativista:

$$n_F = \frac{3}{4} \gamma (k_B T)^3 \Gamma(3) \zeta(3).$$

Para el régimen no relativista ( $mc^2 \gg k_B T$ ), la densidad de número está dado por:

$$n_i = \frac{g_i}{\hbar^3} \left( \frac{m_i k_B T}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_i c^2}{k_B T}},$$

donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann, y el término exponencial se le denomina factor de supresión (dado que al aumentar la temperatura, la exponencial suprime el número de ocupación de los estados de alta energía).

## 2.0.2. Más allá del equilibrio y la ecuación de Boltzmann

Es importante conocer la distribución de partículas en el espacio, considerando su interacción entre ellas. Debido a que el universo se expandía y enfriaba, las reacciones que mantenían el equilibrio comenzaron a ocurrir más lentamente. Si el proceso directo ocurre con mayor probabilidad que el proceso inverso, entonces:

1. Se rompe el equilibrio químico, debido a que las reacciones no se cancelan entre si, y las abundancias cambian.
2. La evolución de la densidad numérica de una especie  $n_1$  depende del tiempo.

Usando la ecuación de Liouville que describe la evolución de la distribución de las partículas en el espacio fase en el régimen relativista

$$\frac{df}{dt} = \hat{L}_{\text{FWR}}(f_i) = C[f_i]. \quad (2.1)$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Haciendo un promedio en el espacio fase de una de las especies.

$$\begin{aligned} (\star) \quad a^{-3} \frac{d}{dt}(a^3 n_1) &= \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi\hbar)^3 2E_1} C[f_1(P_1)] = \\ &= \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi\hbar)^3 2E_1} \int \frac{d^3 P_2}{(2\pi\hbar)^3 2E_2} \int \frac{d^3 P_3}{(2\pi\hbar)^3 2E_3} \int \frac{d^3 P_4}{(2\pi\hbar)^3 2E_4} \delta(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) \\ &\quad \times \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |M|^2 [f_3 f_4 - f_1 f_2]. \end{aligned}$$

El cual nos describe cómo va evolucionar la densidad numérica  $n_1$ , debido a la expansión del universo y de dispersión en que dos partículas en su estado inicial son destruidas y dos partículas en el estado final son creadas.

El primer término  $f_3 f_4$  representa a la tasa de creación de partículas. Por otro lado, el segundo término  $f_1 f_2$  describe a la tasa de destrucción de partículas.

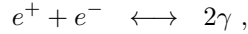
Para simplificar ( $\star$ ):

Se asume que los procesos de dispersión ocurren en equilibrio cinético, lo que significa que la función de distribución de cada especie sigue teniendo la forma de una distribución de Bose-Einstein o Fermi-Dirac:

$$f_i(P_i, t) = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu_i(t)}{KT}} \pm 1}.$$

Sin embargo, como no hay equilibrio químico, los potenciales químicos  $\mu_i$  no tienen balance entre sí y dependen explícitamente del tiempo.

En equilibrio químico, las interacciones entre especies fijarían relaciones entre los potenciales químicos, por ejemplo el caso del proceso de aniquilación electrón-positrón, en equilibrio químico:



que implicaría la relación:

$$\mu_{e^+} + \mu_{e^-} = 2\mu_\gamma.$$

Pero dado que el equilibrio químico no se mantiene, esta relación no es válida en general y los potenciales químicos evolucionan con el tiempo. Como consecuencia, la distribución  $f_i(P_i, t)$  también depende del tiempo, y su evolución está gobernada por la ecuación de Liouville (2.1).

Se toma el límite clásico: debido a que la temperatura es baja en comparación con la energía en reposo de las partículas. En este límite la estadística es irrelevante, la ocupación de los estados cuánticos es mucho menor que uno, lo que permite despreciar el término  $\pm 1$  en el denominador de la función de distribución y aproximarla por la estadística clásica de Maxwell-Boltzmann. Además, dado que la temperatura es lo suficientemente baja, la función de distribución está dominada por el término exponencial. Lo que simplifica el desarrollo de la evolución de  $n_1$ :

$$n_1(t, T) = \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi\hbar)^3 2E_1} f_1(P_1, t) = e^{\frac{\mu_1(t)}{KT}} n_1^{(0)}(T).$$

La relación entre las densidades de número y los potenciales químicos se pueden expresar como:

$$e^{\frac{\mu_i}{KT}} = \frac{n_i}{n_i^{(0)}}, \quad f_i = e^{\frac{\mu_1}{KT}} e^{\frac{-E_i}{KT}} = \frac{n_i}{n_i^{(0)}} e^{\frac{-E_i}{KT}}.$$

La diferencia entre las tasas de creación y aniquilación de las partículas cuando interactúan es:

$$\Delta = f_3 f_4 - f_1 f_2 = \frac{n_3}{n_3^{(0)}} \frac{n_4}{n_4^{(0)}} e^{\frac{-(E_3+E_4)}{KT}} - \frac{n_1}{n_1^{(0)}} \frac{n_2}{n_2^{(0)}} e^{\frac{-(E_1+E_2)}{KT}}.$$

Factorizando y considerando que en el proceso se conserva la energía:

$$\Delta = e^{\frac{-(E_1+E_2)}{KT}} \left[ \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right].$$

Recordando que la densidad numérica de partículas  $n_i$  en equilibrio químico, en el régimen clásico y el régimen relativista:

$$n_i^0 = \begin{cases} \frac{g_i}{2\pi^3 \hbar^3 c^3} \left( \frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_i c^2}{KT}}, \\ \frac{\mathcal{S} g_i \Gamma(3) \zeta(3)}{2\pi^2 c^3 \hbar^3} (KT)^3. \end{cases}$$

La ecuación de evolución simplificada conocida como la ecuación de Boltzmann, queda como:

$$a^{-3} \frac{d}{dt} (a^3 n_1) = n_1^{(0)} n_2^{(0)} \langle \sigma \nu \rangle \left[ \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right],$$

Donde la sección eficaz promediada térmicamente, se define como:

$$\langle \sigma \nu \rangle \equiv \prod_{i=1}^4 \frac{1}{n_i^{(0)}} \int \frac{d^3 P_i}{(2\pi\hbar)^3 2E_i} \delta(E) \delta(P) |M|^2 e^{-\frac{(E_1+E_2)}{kT}},$$

la cual cuantifica la tasa de interacción en promedio.

La ecuación simplificada, describirá la evolución temporal de las densidades numericas de las especies debido a las reacciones nucleares y expansión del universo en el BBN.

### Ecuación de Saha

La ecuación de Saha es un caso particular de la ecuación de Boltzmann. Cuando la sección eficaz promediada térmicamente es muy grande en comparación con la tasa de cambio de la densidad de numero comóvil de la especie 1. En un gas ionizado, nos permite estimar la fracción de núcleos con más de un nucleón en relación con los núcleos más simples. Esta ecuación tiene en cuenta las propiedades fundamentales de los elementos involucrados, como las energías de ionización y los números de degeneración, así como la temperatura del gas. Así, la ecuación de Boltzmann que describe la relación entre las densidades de partículas es:

$$\frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} = \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}}.$$

Esta ecuación es válida si consideramos válida la ley de la conservación y la energía, y para cualquier proceso en donde inicialmente tengamos 2 partículas, hasta que finalmente tenemos (posiblemente) otras 2 partículas distintas. Además, se supone que el proceso directo ocurre con mayor probabilidad que el proceso inverso.

### 2.0.3. Procesos nucleares fuera del equilibrio

Para comprender a profundidad el proceso de nucleosíntesis primordial, es necesario revisar algunos fundamentos de la física nuclear que sustentan este fenómeno. En esta sección, aplicaremos los conceptos desarrollados previamente sobre la evolución de densidades numéricas y equilibrio termodinámico al estudio de los procesos nucleares involucrados en la nucleosíntesis del Big Bang (BBN).

La física nuclear juega un papel importante antes y durante el proceso de nucleosíntesis primordial, ya que nos permite entender las propiedades de los núcleos, así como calcular las tasas de reacción y las probabilidades de formación de cada núcleo ligero. Esto es fundamental para describir con precisión como se generaron los elementos ligeros.

Comenzamos considerando las consecuencias del equilibrio estadístico nuclear entre las especies nucleares ligeras. La densidad numérica de una especie nuclear no relativista, en equilibrio cinético  $A(Z)$  con numero de masa  $A$  y carga  $Z$  esta dada por [10]:

$$n_a = g_A \left( \frac{m_A T}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\left( \frac{\mu_A - m_A}{T} \right)}, \quad (2.2)$$

donde  $\mu_A$  es el potencial químico de las especies. Aquí  $m_A$  es la masa en reposo de la partícula nuclear  $A(Z)$ , es decir, el núcleo con número de masa  $A$  y número de carga  $Z$ . En unidades naturales, la masa  $m_A$  se expresa en unidades de energía. Y  $g_A$  es el factor de degeneración de espín de la partícula nuclear  $A(Z)$ , que cuenta el número de estados cuánticos disponibles para la partícula. Para un núcleo con espín  $J$ , esta definida como:

$$g_A = 2J + 1.$$

El factor de degeneración es importante porque afecta la abundancia de una especie de partícula nuclear en equilibrio. Esta ecuación también se aplica para los neutrones y protones.

Si las reacciones nucleares que producen la especie  $A$ , que esta compuesta por  $Z$  protones y  $A - Z$  neutrones, ocurren a una tasa mayor que la expansión del universo, entonces estas reacciones pueden mantenerse en equilibrio químico.

En equilibrio químico, el potencial químico de la especie  $A(Z)$  se relaciona con los potenciales químicos de los protones y neutrones de la siguiente manera:

$$\mu_A = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n.$$

Dado que (2.2) es válida para protones y neutrones, podemos expresar el potencial químico de  $A$  en términos de las densidades numéricas:

$$e^{\frac{\mu_A}{T}} = e^{\frac{Z\mu_p + (A-Z)\mu_n}{T}} = n_p^Z n_n^{A-Z} 2^{-A} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3A}{2}} e^{\frac{Z\mu_p + (A-Z)\mu_n}{T}}.$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (2.2), obtenemos:

$$n_A = g_A A^{\frac{3}{2}} 2^{-A} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} n_p^Z n_n^{A-Z} e^{\frac{B_A}{T}},$$

donde  $m_N$  es la masa del nucleón. En este contexto se considera que no hay diferencia entre las masas del neutrón  $m_n$ , el protón  $m_p$  y la masa promedio por nucleón en la especie  $A$  (es decir  $\frac{m_A}{A}$ ), y por lo que se toman como iguales.

El termino  $B_A$  corresponde a la energía de enlace nuclear, que se define como la diferencia entre la masa total de un núcleo con  $Z$  protones y  $A - Z$  neutrones, esto difiere ligeramente de tomar la masa de los protones y neutrones individualmente. Definido como [4]:

$$B_A \equiv Zm_p + (A - Z)m_n - m.$$

Las energías de enlace nuclear se encuentran en el rango de MeV. A continuación, se presenta una tabla que resume las energía de enlace para algunos de los elementos:

| ${}^A_Z$            | $B_A$ (MeV) | $g_A$ |
|---------------------|-------------|-------|
| ${}^2_1\text{H}$    | 2.22        | 3     |
| ${}^3_1\text{H}$    | 6.92        | 2     |
| ${}^3_2\text{He}$   | 7.72        | 2     |
| ${}^4_2\text{He}$   | 28.3        | 1     |
| ${}^{12}_6\text{C}$ | 92.2        | 1     |

Tabla 2.1: Tabla de algunos elementos con sus energías de enlace. Tabla tomada de [10]

Un protón individual se denomina  ${}^1\text{H}$  o simplemente  $p$ . Si un protón se combina con un neutrón, se forma el núcleo de deuterio  ${}^2\text{H}$  o solo  $D$ . De manera similar, un núcleo con un protón y dos neutrones forman tritio  ${}^3\text{H}$  o  $T$ . Por otro lado los núcleos con dos protones son helio  $\text{He}$ , que pueden tener uno  ${}^3\text{He}$  o dos neutrones  ${}^4\text{He}$ . Estos son los dos isótopos más importantes del helio en la nucleosíntesis primordial.

Es importante destacar que los elementos tienen un número fijo de protones, mientras que sus isótopos se diferencian por la cantidad de neutrones que tienen. Por ejemplo  ${}^3\text{He}$  y  ${}^4\text{He}$  contienen dos protones, pero difieren en sus neutrones (uno y dos respectivamente).

Además, en el universo temprano, los neutrones y protones pueden convertirse entre sí a través de interacciones débiles, como por ejemplo el decaimiento beta. Estos procesos son esenciales en las etapas iniciales de la nucleosíntesis, como se verá a continuación.

#### 2.0.4. Freeze Out de la fracción de Protones

El proceso conocido como freeze-out es una etapa crucial muy importante en el universo temprano, pues este momento establece la relación final entre protones y neutrones. Este fenómeno es esencial para entender la formación de los elementos ligeros.

Antes del freeze-out, el número de protones y neutrones variaba debido a que las reacciones nucleares eran las responsables del equilibrio entre los protones y neutrones. A medida que el universo se expandía y enfriaba, estas reacciones dejaron de ser eficientes, congelando el número de protones y neutrones.

Las principales reacciones entre los protones y neutrones eran [7]:

- $p + e^- \longleftrightarrow n + \nu$
- $p + \bar{\nu} \longleftrightarrow n + e^+$
- $n \longleftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

Las primeras 2 reacciones mantendrán la relación neutrón-protón si la velocidad de las reacciones son mas grandes que la tasa de expansión. La última reacción de la lista, se trata del decaimiento de neutrones (o también conocido como decaimiento beta). Estas reacciones mantenían en equilibrio químico y térmico a los protones y neutrones con las otras partículas, mientras que los elementos ligeros se formaron mediante interacciones electromagnéticas [7].

La distribución de equilibrio que nos dan las reacciones, se determinan por el factor de Boltzmann:

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{K_B T}\right),$$

donde  $\Delta m = m_n - m_p = 1,293 \frac{MeV}{c^2}$  es la diferencia de masa entre neutrones y protones. Esta expresión nos dice que los neutrones son un poco más pesados que los protones, debido a esto es posible el decaimiento beta.

Cuando la temperatura del universo cae debajo de  $T \sim 1MeV$ , las reacciones entre neutrones y protones ya no son lo suficientemente rápidas para contrarrestar la expansión. En ese momento ocurre lo que llamamos freeze-out, donde la relación neutrón-protón se congela aproximadamente  $\frac{n_n}{n_p} \approx \frac{1}{6}$ .

Después del freeze-out, las reacciones se vuelven raras, pues las anteriores se basan en interacciones ligeras las mismas que mantienen a los protones y neutrones en equilibrio térmico, y su relación ya no se describe por el factor de Boltzmann. Sin embargo, los neutrones restantes comienzan a decaer en protones con el tiempo  $\tau_n$ . Este decaimiento redujo la cantidad de neutrones, pero el enfriamiento continuo del universo permitió que los neutrones se unieran rápidamente a protones, formando deuterio y, eventualmente,  $^4He$ . Esto permitió que una fracción de los neutrones hayan sobrevivido hasta el día de hoy como parte de estos núcleos.

El hecho de que la formación de elementos ligeros no comenzó inmediatamente después del freeze-out, se debe a la baja energía de enlace del deuterio, que genera el cuello de botella del deuterio en el proceso de formación de núcleos más pesados. Es por esto que, las reacciones nucleares responsables de la formación de elementos ligeros sólo comenzaron cuando la temperatura disminuyó aún más.

En resumen, el freeze-out establece la cantidad de protones y neutrones iniciales para la creación de los elementos ligeros como el helio, deuterio y litio. Este proceso nos da las condiciones iniciales adecuadas para la síntesis de las abundancias observadas en la actualidad.

## 2.1. Cuello de botella del Deuterio

Tras haber analizado la etapa del freeze-out, ahora se analizará el fenómeno al cuello de botella de deuterio. Esta etapa marca la transición para la creación de las abundancias de los elementos ligeros, mediante las reacciones en cadena que se desencadena a partir del deuterio. Esto se puede ver en la figura 2.1.

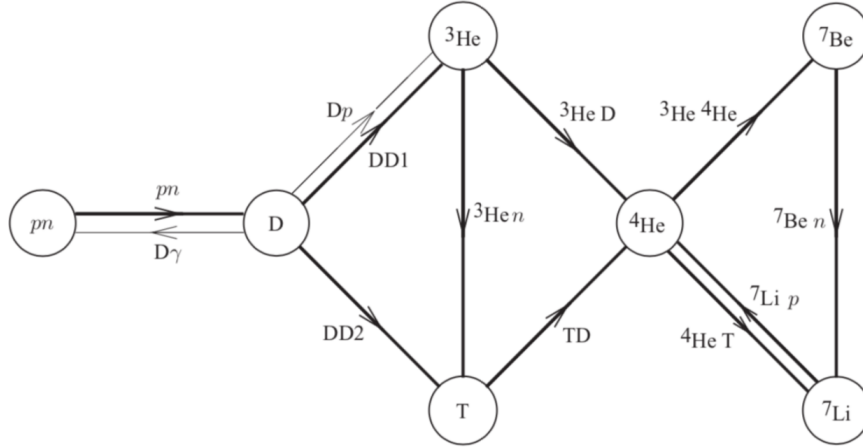


Figura 2.1:

En la siguiente figura se ilustra el proceso de síntesis de los núcleos de los elementos ligeros. Hasta que la temperatura baje a 0.08 MeV, las componentes de  $p$ ,  $n$  y  $D$  están en equilibrio entre sí y desacoplados del resto (el cuello de botella del deuterio). Sin embargo, tan pronto como la temperatura baja a 0.08 MeV, los procesos  $DD$  se vuelven muy eficientes, convirtiendo rápidamente las contribuciones de deuterio de las componentes  $np$  en elementos más pesados. Finalmente, casi todos los neutrones libres se han ligado en núcleos. Alrededor de este tiempo, las abundancias de los elementos en los diversos componentes se congelan en sus valores constantes finales. Imagen tomada de [5].

El deuterio, aunque se comenzó a formar en etapas anteriores (aproximadamente a temperaturas  $T > 0,1MeV$ ), se destruía debido a que la temperatura era demasiado alta, permitiendo que los fotones lo destruyera. No fue sino hasta que el universo se enfrió por debajo de esas temperaturas que el deuterio se formó en cantidades significativas.

En el universo temprano el deuterio se produce a partir de la siguiente reacción.



donde un neutrón y un protón se combinan a través de la fuerza nuclear fuerte para formar un núcleo de deuterio  $D$ , liberando en el proceso un fotón. El como fue evolucionando la abundancia de deuterio se describe mediante la ecuación de Boltzmann, en términos de la temperatura y la energía.

Para hacer el cálculo de la abundancia de deuterio, se asumirá lo siguiente:

- Los grados de libertad del deuterio, el protón y el neutrón son,  $g_D = 3$  y  $g_p = 2 = g_{\bar{n}}$ .
- La masa del protón y del neutrón son prácticamente iguales ( $m_p = m_{\bar{n}}$ .)
- Si tenemos la masa del deuterio, el protón y el neutrón, se cumple que la energía de enlace del núcleo de deuterio  $B_D = m_p + m_{\bar{n}} - m_D$ .

- Supondremos que nuestro baño térmico son los fotones, por ende  $n_\gamma = n_\gamma^{(0)}$ .
- El cociente de barión fotón está dado como  $N_b = \frac{n_b}{n_\gamma} = 5,5 \times 10^{-10} \left( \frac{\Omega_b \hbar^2}{0.020} \right)$ .
- Tenemos que el deuterio, el protón y el neutrón no son partículas relativistas, por lo tanto, utilizamos su respectiva ecuación para determinar su densidad de número.

La reacción nuclear relevante para el deuterio es la ecuación (2.1), de tal forma que la ecuación de Saha toma la forma:

$$\frac{n_p n_{\bar{n}}}{n_p^0 n_{\bar{n}}^0} = \frac{n_D n_\gamma}{n_D^0 n_\gamma^0},$$

dado que se asume que los fotones actúan como un baño térmico, es decir  $n_\gamma = n_\gamma^0$ , podemos eliminar ese término de la expresión anterior y simplificarlo. Las densidades de número con superíndice 0 son los valores correspondientes al equilibrio químico, mientras que cuando no lo tienen estos representan los valores fuera del equilibrio químico. Después, hay que agrupar a un lado todos los valores que no tienen ese superíndice, para poderse expresar como:

$$\frac{n_D}{n_p n_{\bar{n}}} = \frac{n_D^0}{n_p^0 n_{\bar{n}}^0}.$$

Sustituyendo las expresiones de las densidades numéricas correspondientes:

$$\frac{n_D}{n_p n_{\bar{n}}} = \frac{\left( \frac{g_D}{\hbar^3} \right) \left( \frac{m_D k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_D c^2 / k_B T}}{\left( \frac{g_p}{\hbar^3} \right) \left( \frac{m_p k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_p c^2 / k_B T} \left( \frac{g_{\bar{n}}}{\hbar^3} \right) \left( \frac{m_{\bar{n}} k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_{\bar{n}} c^2 / k_B T}}.$$

Sustituyendo los valores de los grados de libertad  $g_D = 3$ ,  $g_p = 2$ , y  $g_{\bar{n}}$  y agrupando términos se obtiene:

$$\frac{n_D}{n_p n_{\bar{n}}} = \frac{3}{4} \hbar^3 \left( \frac{\frac{m_D k_B T}{2\pi}}{\frac{m_p k_B T}{2\pi} \cdot \frac{m_{\bar{n}} k_B T}{2\pi}} \right)^{3/2} e^{\frac{c^2}{k_B T} (m_p + m_{\bar{n}} - m_D)}.$$

Simplificando términos y consideran que la masa del protón es igual a la masa del neutrón  $m_p \approx m_{\bar{n}}$ , se obtiene:

$$\frac{n_D}{n_p n_{\bar{n}}} = \frac{3}{4} \hbar^3 \left( \frac{2\pi m_D}{m_p^2 k_B T} \right)^{3/2} e^{\frac{c^2}{k_B T} (B_D)}.$$

Si utilizamos que  $N_b n_\gamma = n_p$  y  $N_b n_\gamma = n_{\bar{n}}$ , respectivamente, y multiplicamos ambos extremos por  $N_b$ , se obtiene:

$$\frac{n_D}{N_b} = N_b n_\gamma^2 \frac{3}{4} \hbar^3 \left( \frac{2\pi m_D}{m_p^2 k_B T} \right)^{3/2} e^{\frac{c^2}{k_B T} B_D}.$$

Por último, si hacemos la suposición de que  $m_D$  es aproximadamente igual a  $m_p + m_{\bar{n}}$  entonces  $m_D = 2m_p$ , sustituyendo en la expresión anterior:

$$\frac{n_D}{N_b} = n_\gamma^2 N_b \frac{3}{4} \hbar^3 \left( \frac{4\pi}{m_p k_B T} \right)^{3/2} e^{\frac{c^2}{k_B T} B_D}. \quad (2.4)$$

## Proceso de Nucleosíntesis Primordial

### 2.1 Cuello de botella del Deuterio

---

El valor numérico de 2.1 depende de los valores que se tomen de los parámetros  $\Omega_b \hbar^2$ ,  $T$  y  $B_D$ .

Recordemos que durante el universo temprano prevalecían condiciones extremas a temperaturas superiores a 0.01 MeV ( $1,16 \times 10^8$  K). En esa etapa no es posible formar núcleos con más de un nucleón en el universo temprano, debido a la energía térmica y radiación tan elevada que había en ese momento, entonces los fotones tuvieron demasiada energía cinética (mucho más grandes que las energías de enlace de los elementos), suficiente para romper los núcleos formados debido a las colisiones violentas y provocando la desintegración del deuterio (el elemento más ligero).

Cuando la temperatura desciende por debajo de 0.01 MeV, la energía cinética de las partículas disminuye lo suficiente para que la interacción nuclear fuerte se vuelva lo suficientemente fuerte para superarla. En estas condiciones, el deuterio ya puede sobrevivir y dar paso a la formación de elementos más pesados mediante reacciones en cadena. A partir de este momento sería el fin del cuello de botella del deuterio.

Por otro lado, la formación de los nucleones también se da en el interior de las estrellas, pues las temperaturas son muy altas, pero la densidad de partículas y radiación es mucho menor en comparación con el universo temprano, gracias a esto se crea un entorno propicio para la formación de núcleos más pesados mediante la fusión nuclear. Estos procesos liberan una enorme cantidad de energía en forma de radiación y son responsables de mantener la estabilidad y el brillo de las estrellas.

### 2.1.1. Importancia de la ecuación de Saha

La ecuación de Saha es fundamental, pues sirve para estudiar la ionización y la formación de núcleos en diferentes condiciones térmicas. En el caso de la formación de núcleos con más de un nucleón, como el  ${}^4\text{He}$ , en el universo primitivo o en el interior de las estrellas, la ecuación de Saha se utiliza para estimar la fracción de estos núcleos en relación con los núcleos más simples, como el hidrógeno. Un punto importante es que la ecuación de Saha es una aproximación y no tiene en cuenta otros efectos y procesos complejos, tales como las reacciones nucleares. Sin embargo, en muchas situaciones, esta ecuación proporciona resultados cuantitativos razonables para comprender la formación y la evolución de los elementos en el universo.

Para calcular la fracción de átomos de deuterio  $D$  en relación con los átomos de hidrógeno  $H$ , a temperaturas superiores a 0.01 MeV en el universo temprano, la ecuación de Saha se expresa como:

$$\frac{n_D}{n_H} = \left( \frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{g_D}{g_H} \right) e^{-\frac{(E_D - E_H)}{k_B T}}, \quad (2.5)$$

donde  $n_D$  es la densidad numérica de átomos de deuterio,  $n_H$  es la densidad numérica de átomos de hidrógeno neutros,  $m_e$  es la masa del electrón,  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $T$  es la temperatura del gas,  $h$  es la constante de Planck,  $g_D$  es el número de degeneración del estado de deuterio,  $g_H$  es el número de degeneración del estado de hidrógeno,  $E_D$  es la energía de ionización del deuterio y  $E_H$  es la energía de ionización del hidrógeno.

Para realizar el cálculo, se asumirán los siguientes valores:  $g_D = 1$ ,  $g_H = 2$ ,  $E_D = 2,2$  MeV y  $E_H = 0$ . Sustituyendo estos valores en la ecuación de Saha y realizando los respectivos cálculos, se obtiene

$$\frac{n_D}{n_H} \approx 2,41 \times 10^{27}.$$

Esto indica que la fracción de átomos de deuterio en relación con los átomos de hidrógeno neutros en el universo primitivo a temperaturas superiores a 0.01 MeV era extremadamente baja. Por lo tanto, la formación de núcleos con más de un nucleón, como el deuterio, era altamente improbable bajo estas condiciones.

Para calcular la formación de núcleos con más de un nucleón a temperaturas superiores a 0.01 MeV en el interior de las estrellas, la ecuación de Saha se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{n_{{}^4\text{He}}}{n_H} = \left( \frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{g_{{}^4\text{He}}}{g_H} \exp\left(-\frac{E_{{}^4\text{He}} - E_H}{k_B T}\right),$$

Considerando los siguientes valores:  $g_{{}^4\text{He}} = 1$ ,  $g_H = 2$ ,  $E_{{}^4\text{He}} = 23,8$  MeV y  $E_H = 0$ . Al sustituirlo dentro de la ecuación de Saha, da como resultado:

$$\frac{n_{{}^4\text{He}}}{n_H} \approx 2,41 \times 10^{36}.$$

Esto indica que la fracción de átomos de  ${}^4\text{He}$  en relación con los átomos de hidrógeno neutros en el interior de las estrellas a temperaturas superiores a 0.01 MeV es extremadamente alta. Por lo tanto, la formación de núcleos con más de un nucleón, como el  ${}^4\text{He}$ , es altamente probable y eficiente bajo estas condiciones.

En conclusión el cuello de botella del deuterio es el periodo en que se dificulta la síntesis o producción eficiente de deuterio en el universo temprano, debido a la alta energía de los fotones que destruían constantemente los núcleos recién formados. A medida que la temperatura del universo

desciende por debajo de 0.1 MeV se alcanza una temperatura crítica, haciendo que la tasa de reacción de los neutrones se volviera más lenta, permitiendo que las reacciones de fusión del deuterio se volvieran más eficientes y los neutrones libres se unieran en núcleos más pesados.

## 2.2. Ecuación de evolución de las abundancias

La evolución de las abundancias de los elementos ligeros esta descrita por el sistema de ecuaciones acopladas de Boltzmann [3]:

$$\frac{dY_i}{dt} = N_i \sum_{j,k,l,m,n} \left( -\frac{Y_i^{N_i} Y_j^{N_j} Y_k^{N_k}}{N_i! N_j! N_k!} \Gamma_{ijk \rightarrow lmn} + \frac{Y_l^{N_l} Y_m^{N_m} Y_n^{N_n}}{N_l! N_m! N_n!} \Gamma_{lmn \rightarrow ijk} \right), \quad [3] \quad (2.6)$$

Aquí, la abundancia del núcleo de la especie  $i$ -ésima se define como  $Y_i = \frac{X_i}{A_i}$ , donde  $X_i = \frac{n_i}{n_B}$  es la fracción de masa del núcleo  $i$  y  $A_i$  es su número atómico.  $N_i$  es la densidad de número de la especie nuclear  $i$ -ésima,  $\Gamma_{ij \rightarrow kl}$  es la tasa de reacción directa y  $\Gamma_{kl \rightarrow ij}$  es la tasa de reacción inversa promediada térmicamente.

Esta ecuación puede escribirse en forma matricial:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = M(\mathbf{Y})\mathbf{Y},$$

donde  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  es el vector de abundancias y  $M(\mathbf{Y})$  es una matriz que depende de  $\mathbf{Y}$ . Este sistema linealizado se puede resolver numéricamente.

En equilibrio químico, las tasas de las reacciones directas e inversas se igualan, y las abundancias de los núcleos no cambian con el tiempo. Debido a la expansión y el enfriamiento del universo, el equilibrio químico se pierde, haciendo que las abundancias evolucionen. La evolución de las abundancias de los elementos ligeros es fundamental en nucleosíntesis primordial porque describe como cambian las concentraciones de elementos ligeros a medida que el universo se expande. Al describir las interacciones nucleares, nos conecta las condiciones físicas del universo temprano, como la temperatura y densidad de bariones, con las abundancias finales.

### 2.2.1. Solución mediante el método de integración y el método Runge-Kutta de orden 2

La integración discreta de las abundancias se realiza utilizando, la siguiente relación entre los valores de la solución a pasos de tiempo consecutivos en el dominio discretizado del sistema.

$$\mathbf{Y}_{n+1} = [1 + M(\mathbf{Y}_n)\Delta t]\mathbf{Y}_n.$$

Para mejorar la precisión, se puede reformular como [15]:

$$\mathbf{Y}_{n+1} = [1 - M(\mathbf{Y}_n)\Delta t]^{-1}\mathbf{Y}_n,$$

haciendo que mejore la convergencia hasta para valores pequeños de  $\Delta t$ .

El método de Runge-Kutta de orden 2 mejora la precisión evaluando derivadas en puntos intermedios [16]:

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{Y}_n + \frac{1}{2} \left( \frac{d\mathbf{Y}}{dt}(t_n) + \frac{d\mathbf{Y}}{dt}(t_n + \Delta t) \right) \Delta t,$$

donde:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt}(t_n + \Delta t) = M(\mathbf{Y}_n + \Delta t)(\mathbf{Y}_n + \Delta t).$$

El paso de tiempo  $\Delta t$  se adapta dinámicamente como:

$$\Delta t = \min \left( \frac{T}{\frac{dT}{dt}}, c_t \frac{Y}{\frac{dY}{dt}}, \left[ 1 + \frac{\log(Y)}{\log(Y_{\min})} \right] c_Y \right).$$

donde  $c_Y$  y  $c_t$  son parámetros que controlan la velocidad y estabilidad del método. Aunque este método es rápido y preciso, puede tener problemas de convergencia.

Ambos métodos tienen como propósito resolver la ecuación de evolución de las abundancias, escoger uno del otro, depende del problema. El código AlterBBN, implementa estos métodos para integrar las ecuaciones y obtener las abundancias finales de los elementos ligeros.

## 2.3. La importancia que tienen las abundancias de helio en el BBN

Después de que se forma una cantidad significativa de deuterio durante la nucleosíntesis primordial, este elemento da lugar a elementos más pesados. En el universo temprano, los elementos que se produjeron con una gran abundancia fueron el hidrógeno (debido el exceso de protones, ya que no había suficientes neutrones para unirse) y el  $^4\text{He}$  que resulto el núcleo más estable en ese periodo. En la figura 2.1 se ve como el deuterio se convirtió en  $^3\text{He}$  y al combinar el tritio con el deuterio se convierte en  $^4\text{He}$ .

La síntesis de  $^4\text{He}$  se llevó la mayor parte de neutrones debido a la alta energía de enlace, por lo que se convirtió en el proceso más eficiente lo cual permitió alcanzar el equilibrio. Las abundancias del  $^4\text{He}$  se ven afectadas por varios parámetros fundamentales, como la densidad de bariones, el número de familias de neutrinos, la tasa de expansión del universo y la constante de Hubble. Por esta razón, medir la fracción de  $^4\text{He}$  es crucial, para obtener información sobre estos parámetros y para validar el modelo cosmológico estándar. Además, las observaciones y predicciones de  $^4\text{He}$  imponen restricciones a los modelos cosmológicos alternativos del universo temprano, así como a las condiciones del Bing Bang.

### 2.3.1. Cálculo de la densidad y fracción de masa de $^4\text{He}$

Como se mencionó anteriormente, la densidad numérica de los núcleos de helio es un parámetro fundamental. Dado que todos los neutrones presentes en el universo temprano están ligados con  $^4\text{He}$ , su densidad se puede calcular como  $n_{He} = \frac{n_n}{2}$  ya que todo núcleo de helio contiene dos neutrones.

Además, la densidad numérica de protones libres después de la formación de helio se expresa como:  $n_H = n_p - n_n$ , debido a que  $^4\text{He}$  contiene un número igual de protones y neutrones.

La fracción de masa de  $^4\text{He}$  respecto a la densidad bariónica,  $Y_p$ , está dada por [7]:

$$Y_p = \frac{4n_{He}}{4n_{He} + n_H} = \frac{2n_n}{n_p + n_n} = \frac{2(n_n/n_p)}{1 + (n_n/n_p)} \approx 0,25, \quad (2.7)$$

donde en el último paso, se utilizó la relación  $n_n/n_p \approx 1/7$  a la temperatura de la formación del deuterio  $T_D$ .

Este calculo predice que alrededor de una cuarta parte de la masa bariónica del universo debería estar en forma de  $^4\text{He}$ . Este resultado es una predicción robusta del modelo Big Bang, y está en excelente acuerdo con las observaciones astronómicas.

### 2.3.2. Evolución y relevancia de las abundancias de helio

En la figura 2.2, se muestra la evolución de las abundancias de los elementos ligeros durante el BBN. La disminución en la abundancia de neutrones en los primeros  $\sim 3$  minutos se debe a la desintegración de neutrones. La densidad del deuterio aumenta abruptamente, vinculada a la fuerte disminución de la densidad de neutrones, y alcanza un máximo en  $t \sim 3$  minutos porque entonces su densidad se vuelve suficientemente grande para que comience la formación eficiente de  $^4\text{He}$ . Sólo unos pocos núcleos de deuterio no encuentran un compañero de reacción y permanecen, con una fracción de masa de  $\sim 10^{-5}$ . Sólo se forman algunos otros núcleos ligeros en el Big Bang, principalmente  $^3\text{He}$  y  $^7\text{Li}$ .

En épocas posteriores, las abundancias de helio cambian debido a la fusión nuclear en las estrellas, donde se producen núcleos más pesados (los metales). Sin embargo, la cantidad total de

helio producido en las estrellas es menor, por alrededor de un orden de magnitud en comparación con el helio generado durante el BBN.

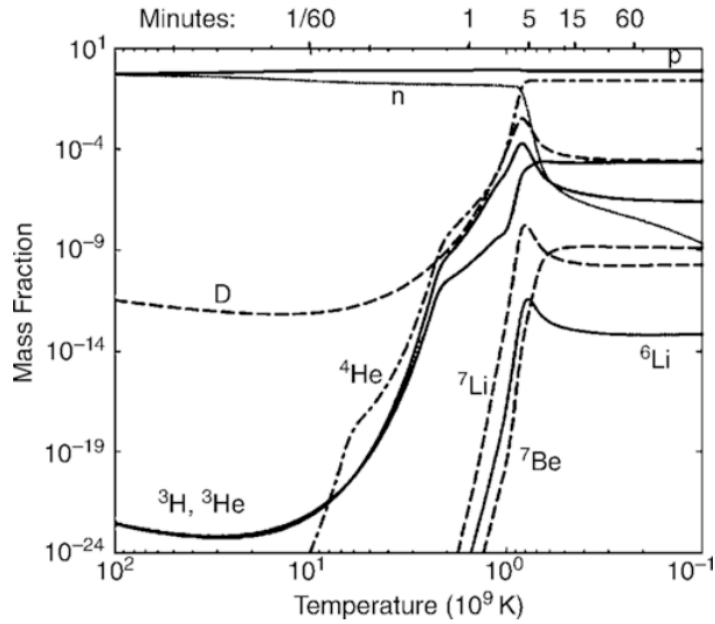


Figura 2.2:

La evolución de las abundancias de los elementos ligeros formados en BBN, como función de la temperatura (eje inferior) y del tiempo cósmico  $t$  (eje superior). Imagen tomada de [14]

De esta manera se ve el papel importante que toma el helio en el proceso de nucleosíntesis primordial y es una de las principales evidencias que respaldan el Big Bang. Las observaciones actuales de  $^4\text{He}$  muestran un acuerdo con las predicciones del modelo estándar. Estas mediciones dan validez a las teorías cosmológicas y también nos proporcionan restricciones esenciales para entender los parámetros del universo temprano.

## 2.4. Dependencia entre las abundancias de elementos y la densidad bariónica

Al final de los primeros tres minutos, la composición de el componente bariónico de nuestro Universo se puede describir de la siguiente manera: El 25 % de la masa bariónica está ligada a núcleos de  ${}^4\text{He}$ , el 75 % en núcleos de hidrógeno, y con rastros de otros núcleos ligeros, como el deuterio,  ${}^3\text{He}$  y  ${}^7\text{Li}$ .

No se pueden formar núcleos más pesados debido a la ausencia de núcleos estables con el número de masa 5 u 8, por lo que impide la producción de nuevos núcleos estables mediante colisiones entre núcleos mas ligeros. Además, las colisiones entre tres núcleos son demasiado raras en el universo temprano, por lo que no podría contribuir a la nucleosíntesis [7].

### 2.4.1. Relación entre la densidad bariónica y las abundancias elementales

Las abundancias de  ${}^4\text{He}$  y el deuterio depende directamente de la densidad bariónica en el Universo, como se puede ver en la figura 2.3, y pueden ser comprendidas tomando las siguientes consideraciones:

- La densidad bariónica  $\Omega_b$  está relacionada con la relación barión-fotón como:

$$\eta = \frac{\rho_b}{\rho_\gamma} = 6,1 \times 10^{-10}.$$

Cuando la densidad bariónica  $\Omega_b$  sea mayor, entonces mayor será la relación barión-fotón  $\eta$ , pues menos neutrones decaen antes de formar helio. También, de 2.3.1, implica que  $Y_p$  aumenta con el aumento de  $\Omega_b$ .

- La abundancia de deuterio disminuye cuando mayor es  $\Omega_b$ , pues una mayor densidad bariónica acelera y hace mas eficiente la conversión de deuterio en  ${}^4\text{He}$ . Como consecuencia habrá menos núcleos de deuterio.

Las bandas de color en la figura 2.3 representan los valores teóricos predichos por los modelos de nucleosíntesis primordial para distintos valores de densidad bariónica, mientras que los rectángulos negros muestran las abundancias observacionales. Se observa que existe una región estrecha de la densidad bariónica (sombreada en azul) donde coinciden las predicciones teóricas con las observaciones para la mayoría de los elementos ligeros, lo cual permite restringir con precisión el valor de  $\Omega_b$ .

### 2.4.2. Mediciones de la densidad bariónica a partir de las abundancias

En la figura 2.3, las abundancias medidas corresponden a la altura de lo rectángulos, mientras las líneas de colores corresponden a las abundancias calculadas a partir de la teoría. Cada elemento nos da un rango de valores permitidos para la densidad bariónica  $\Omega_b$ , que corresponde a la base de los rectángulos. Claramente el rango con menos incertidumbre lo proporciona la abundancia del deuterio y corresponde al ancho de la banda azul, esto lo convierte en la mejor estimación de la cantidad de Bariones que tenemos hasta el día de hoy. Las mediciones de las abundancias primordiales de  ${}^4\text{He}$  y deuterio, junto con modelos detallados de nucleosíntesis en el universo temprano, permiten determinar a  $\eta$  o  $\Omega_b$ .

La medición de la abundancia de deuterio es especial, pues es una medida particularmente sensible para  $\Omega_b$ . La medición se hace a partir de las líneas de absorción QSO. Las líneas de absorción QSO se dan debido a los cuasares (QSOs - Quasi-Stellar Objects), un quasar es una

fuente de luz muy distante que se ocupan para indagar el gas que interviene, pues su luz al viajar por el universo, atraviesa nubes de gas y estas dan las líneas de absorción de sus espectros. Podemos decir que las abundancias se miden a partir de líneas de la profundidad, de las líneas de absorción del gas intergaláctico lejano.

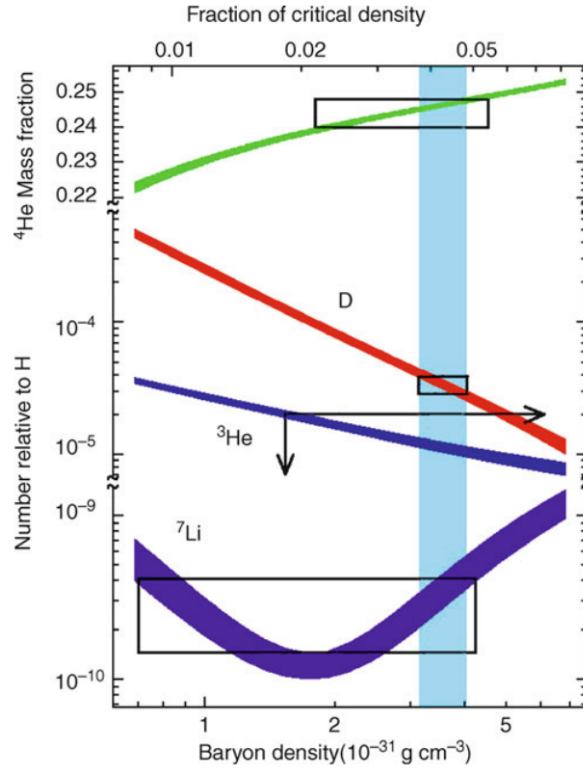


Figura 2.3:

Predicciones de las abundancias primordiales de elementos ligeros en función de la densidad de bariones actual ( $\rho_{b,0}$ , eje inferior) a partir de la teoría del BBN. El parámetro de densidad correspondiente ( $\Omega_b$ ) y donde se asumió  $h = 0,65$ . La extensión vertical de los rectángulos marca los valores medidos de las abundancias (arriba:  ${}^4\text{He}$ , centro: D, abajo:  ${}^7\text{Li}$ ). Los resultados de la extensión horizontal provienen de la superposición de estos intervalos con curvas calculadas a partir de modelos teóricos. Los rangos en  $\Omega_b$  permitidos por estas tres especies se superponen, como se indica por la franja vertical. Las mediciones de deuterio proporcionan las restricciones más estrictas para  $\Omega_b$ . Imagen obtenida de [22]

La intensidad relativa de las líneas de  ${}^4\text{He}$  y deuterio tienen frecuencias de transición ligeramente diferentes debido a las diferentes masas de sus núcleos. La abundancia relativa del deuterio medida en líneas de absorción de QSO es:  $D/H \approx 3,4 \times 10^{-5}$ .

Dado que el gas intergaláctico que produce estas líneas de absorción es pobre en metales y apenas afectado por la nucleosíntesis estelar, esta relación  $D/H$  debería estar cerca del valor primordial. Usando este dato y las predicciones de las curvas del modelo mostradas en 2.3.1, se puede calcular:

$$\Omega_b h^2 \approx 0,02.$$

Asumiendo una constante de Hubble de  $H_0 \sim 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , lo que implica  $h^2 \approx 1/2$ ,

obtenemos  $\Omega_b \approx 0,04$ . Sin embargo, dado que  $\Omega_m > 0,1$ , este resultado implica que los bariones representan sólo una pequeña fracción de la materia en el universo. Por lo tanto, la mayor parte de la materia debe ser materia oscura no bariónica.

Para evitar la consideración de una fracción dominante de materia oscura no bariónica, se han propuesto modelos alternativos, por ejemplo, el de la nucleosíntesis inhomogénea. Pero, estos dan valores que son demasiado bajos para reproducir los valores de  $\Omega_b$ , por lo tanto, no proporcionan una alternativa viable. Esto da pie a considerar en el modelo la existencia de materia oscura, que en este trabajo además probamos la hipótesis de que ésta sea inestable.

Por otro lado, cabe mencionar que el modelo de nucleosíntesis primordial tiene una dependencia en el número de familias de neutrinos relativistas. Se asume que no existen más de tres familias de neutrinos relativistas. De lo contrario si se asumiera  $N_\nu > 3$ , las predicciones cuantitativas de BBN cambiarían, la expansión del universo ocurriría mas rápido debido a que habría una mayor densidad de energía  $\rho(T)$ . Esto dejaría menos tiempo para la desintegración de neutrones, dando una mayor abundancia helio. Desde 1990 se concluyó a partir de las predicciones del BBN (con incertidumbres relativamente grandes) que  $N_\nu \simeq 3$ , esto fue confirmado en laboratorio con las mediciones experimentales del bosón Z [7].

La dependencia de las abundancias primordiales con la densidad bariónica y su medición de líneas espectrales, son una herramientas fundamental para entender la composición del universo. La observación mas importante, es que la mayor parte la materia total no es bariónica, la mayor parte se atribuye a la materia oscura no bariónica.

## Capítulo 3

# Proceso de Decaimiento de un campo escalar pesado como materia oscura

En este capítulo se revisará cómo una gran parte de la materia en el universo corresponde a la materia oscura. Esta materia no es directamente visible, ni detectable mediante interacciones electromagnéticas de esta con la materia ordinaria, pues esta hecha de partículas neutras eléctricamente y sin carga de color; su existencia se infiere a través de los efectos gravitacionales que ejerce sobre la materia visible y las estructuras en el universo. Previamente, se mencionó que, durante las primeras etapas del universo, el plasma primigenio contenía una reliquia de materia oscura que interactuaba principalmente mediante la interacción débil, y después del desacople de la materia oscura los procesos mediados por esta última dejaron de ser eficientes quedando una remanente que solo afecta gravitacionalmente al resto de la materia.

La naturaleza y composición de la materia oscura siguen siendo desconocidas. Al día de hoy, se han propuesto varios candidatos, como: WIMPs (partículas masivas que interactúan débilmente), neutrinos estériles y MACHOs (objetos compactos de halo masivo). El modelo predominante es el de la materia oscura fría (CDM), que consiste de partículas no relativistas que se comporta como un fluido tipo polvo. Este modelo tiene gran aceptación, ya que explica de manera sencilla la formación y evolución de estructuras a grandes escalas durante la historia cósmica; sin embargo, también tiene ciertas inconsistencias que han llevado a considerar otros modelos alternativos [24].

En este trabajo, se tomará un modelo alternativo de materia oscura CDM basado en un campo escalar, el cual puede desempeñar el papel de la materia oscura en la evolución del universo, debido a que un solo campo puede tener diferentes fases y así jugar el papel de diferentes componentes en la evolución cósmica. Un caso particular puede ser el de un campo como el inflatón, que posteriormente podría convertirse en materia oscura.

La clave de este modelo radica en que se asume que la materia oscura como campo escalar sufre una transición de fase que consiste en un decaimiento, el cual libera una considerable cantidad de energía, en forma de partículas ultra-relativistas. Dicha transición produce cambios en las propiedades del universo. Particularmente en la termodinámica de la materia durante el decaimiento.

Considerando ahora el caso de una especie  $\phi$  que no sea relativista, con una vida relativamente larga. Al no ser relativista, la densidad de energía de esta especie decrece proporcionalmente a  $a^{-3}$ , donde  $a$  es el factor de escala. En contraste, la densidad de energía de la radiación decrece como  $a^{-4}$ . La suposición de que esta especie tenga una vida relativamente larga es importante, ya que permite que la densidad de energía domine el universo durante un tiempo antes de que este decaiga. Al hacerlo, es posible que este libere una considerable cantidad de entropía en el proceso [10]. Para describir este proceso fuera del equilibrio, se analizará el decaimiento de una especie de partícula masiva fuera de equilibrio. Este proceso tiene la capacidad de producir una cantidad considerable de entropía, lo que afecta al comportamiento térmico y dinámico del universo. El decaimiento de estas partículas introduce cambios importantes en la evolución del cosmos.

### 3.1. Un campo escalar como materia oscura

Actualmente, los campos tienen un papel muy importante en la física fundamental pues representan entes físicos que dan lugar a las partículas de las cuales se forma la materia en el universo. Un campo es un sistema con infinito número de grados libertad, lo que significa que, a diferencia de un sistema mecánico con un número finito de coordenadas generalizadas, un campo asigna una variable a cada punto del espacio-tiempo, de modo que en principio hay que especificar un valor independiente en cada punto. Por ejemplo, los electrones son excitaciones de un campo fermiónico. Las interacciones entre partículas se describen a partir del intercambio de partículas mediadoras, como por ejemplo los fotones en el caso de interacciones electromagnéticas entre

electrones o positrones.

Un campo escalar es un tipo particular de campo que asigna un valor numérico a cada punto del espacio-tiempo. Matemáticamente es una función que toma valores en cada coordenada del espacio-tiempo y no tiene componentes vectoriales ni dirección, solo magnitud. Cabe mencionar que las excitaciones de un campo escalar corresponden a partículas con espín cero. El único campo escalar detectado hasta ahora es el campo de Higgs. Sin embargo, se considera la posibilidad de que existan otros campos escalares hipotéticos que aun no se detectan, como el campo del inflatón, del axiÓN o como grados de libertad nuevos en teorías modificadas de la gravedad. El campo que seria un buen candidato para considerarlo en este trabajo, seria el del campo modulli el cual surge de compactificaciones en teorías con dimensiones extra. El campo modulli puede ser muy pesado, y por ello pueden decaer en partículas del modelo estándar o el sector oscuro. A continuación, se analizará la dinámica de un campo escalar relativista, esto es, de manera consistente con relatividad especial y general relativista. [15]

Considerando un campo escalar  $\phi(t, x)$ , que tiene un energía cinética, y un potencial de energía. La primera contribución corresponde al término cinético, el cual es invariante bajo las transformaciones de Lorentz, y el cual, en un espacio de LFRW tiene la forma: [15]:

$$-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2,$$

Entonces podemos escribir la densidad lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \int d^3x \left[ -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + V(\phi) \right],$$

donde  $g^{\mu\nu}$  corresponde a la métrica de LFRW,  $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ . El segundo término corresponde al potencial del campo y define las autointeracciones del mismo.

La evolución del campo sigue del principio de Hamilton considerando la funcional de acción siguiente:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt \mathcal{L}.$$

El conjunto de configuraciones del campo que minimice dicha funcional nos dará la evolución del sistema. El principio de mínima acción nos da las ecuaciones de campo haciendo que la variación de acción sea igual a cero.

Para describir el campo, es en un espacio tiempo curvo y con ello considerar los efectos de la gravedad como requerimos en este trabajo, es necesario considerar la contribución de la curvatura en la acción y la variación del campo, expresado como:

$$S = S_{\text{EH}} + S_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{R}{\kappa} + \frac{1}{2}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi + V(\phi) \right\}. \quad (3.1)$$

donde nabla es la derivada covariante asociada a la métrica del espacio tiempo curvo  $g_{\mu\nu}$  y R es el escalar de Ricci.

Variando la acción total respecto al tensor métrico  $\delta g^{\mu\nu}$  en ambos términos, obtenemos las ecuaciones de Einstein acopladas al campo escalar [23]:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}^{(\phi)},$$

## Proceso de Decaimiento de un campo escalar pesado como materia oscura

### 3.1 Un campo escalar como materia oscura

donde  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$  es el tensor de Einstein. Además de que  $T_{\mu\nu}^{(\phi)}$ , se obtiene variando la acción asociada al campo escalar:

$$\delta S_\phi = -\frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu}^{(\phi)} \delta g^{\mu\nu}, \quad (3.2)$$

el cual explícitamente corresponde a:

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \phi \nabla_\beta \phi - V(\phi) \right). \quad (3.3)$$

De ahí la densidad de energía y presión del campo escalar en un universo de FLRW, se puede describir a partir de las componentes del tensor de energía momento del campo (3.3):

$$T_{00}^{(\phi)} = \rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V. \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{3} \text{Tr} \left( T_{ij}^{(\phi)} \right) = P_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V. \quad (3.5)$$

Dichas densidades influyen en la expansión del universo, como una fuente de energía y presión en las ecuaciones de Friedmann.

Al variar la acción respecto al campo escalar, tenemos la ecuación de Klein-Gordon:

$$\square\phi - \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0. \quad (3.6)$$

donde  $\square\phi = \nabla_\mu \nabla^\mu \phi$ , es el operador d'Alembertiano.

En un universo en expansión descrito por la métrica de FLRW dada en la ecuación (1.3), la ecuación de Klein-Gordon describe como evoluciona el campo escalar considerando la expansión cósmica, tomando la forma:

$$\ddot{\phi} = -3H\dot{\phi} - V_\phi, \quad (3.7)$$

donde  $\frac{dV}{d\phi} = V_\phi$ .

Para determinar la ecuación de Friedmann que gobierna, la dinámica de expansión del universo descrita por el factor de escala, se deriva a partir de las ecuaciones de Einstein (1.2) acoplada al campo escalar mediante su densidad de energía:

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3} \rho_\phi. \quad (3.8)$$

La ecuación (3.7) se puede escribir en términos de  $\rho_\phi$  y  $P_\phi$ , y deducir la ecuación de continuidad:

$$\dot{\rho}_\phi = \ddot{\phi}\dot{\phi} + V_\phi\dot{\phi}. \quad (3.9)$$

Sustituyendo (3.7) en (3.9):

$$\dot{\rho}_\phi = \dot{\phi}(-3H\dot{\phi} - V_\phi) + V_\phi\dot{\phi} = -3H\dot{\phi}^2. \quad (3.10)$$

$$\rho_\phi + P_\phi = \dot{\phi}^2. \quad (3.11)$$

Sustituyendo 3.11 en 3.10:

$$\dot{\rho}_\phi = -3H(\rho_\phi + P_\phi). \quad (3.12)$$

Reorganizando se tiene:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + P_\phi) = 0. \quad (3.13)$$

Las ecuaciones mostradas anteriormente describen a la materia oscura como un campo escalar desacoplado del resto de la materia. Sin embargo, en este trabajo se considera la posibilidad de que dicho campo decaiga a grados de libertad relativistas pertenecientes al sector oscuro, usualmente llamados "radiación oscura"<sup>1</sup>, y por lo tanto, se da un intercambio de energía entre estas especies el cual se describe a partir de un término de colisión en las ecuaciones de continuidad respectivas. Si bien en este trabajo se estudia a este par de especies como campos clásicos en el límite de fluidos, por lo tanto, se ignoran las propiedades a nivel fundamental de la materia y radiación oscura, el estudio en el límite de fluidos puede englobar diversos escenarios descritos a nivel fundamental por teorías de un campo escalar algún grado de libertad relativista que bien puede ser un campo vectorial como un fotón oscuro o bien neutrinos estériles ligeros, etc.

Un caso sencillo se da cuando un campo vectorial con simetría  $U(1)$  local se acopla al campo escalar que juega el papel de materia oscura. El siguiente Lagrangiano es invariante bajo dichas transformaciones las cuales tienen la forma  $\phi \rightarrow e^{i\alpha(x)}$ .

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}D_\mu\phi D^\mu\phi^* + V(\phi) + \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + I(A_\mu, \phi), \quad (3.14)$$

donde  $I(A_\mu, \phi)$  es un término de acoplamiento no mínimo entre el fotón oscuro y el campo escalar y  $V(\phi)$  describe las autointeracciones del campo escalar. El tensor de campo asociado al campo  $A_\mu$ , definido como:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

La derivada covariante asociada al grupo de simetría  $U(1)$  permite introducir el acoplamiento mínimo entre el campo escalar  $\phi$  y el campo  $A_\mu$  y se define como:

$$D_\mu\phi = \partial_\mu\phi + \alpha A_\mu.$$

Si el campo decayera a fotones del modelo estándar, se observarían señales electromagnéticas que nos permitirían detectarlo, lo cual sabemos no ha sucedido. Pero si el campo decae en radiación oscura, este podría tener efectos en la formación de estructuras cósmicas.

El término de interacción efectivo entre el campo escalar (o pseudo-escalar) y el campo  $A_\mu$  en algunos trabajos se describe en el contexto de un modelo de teoría de campos efectiva [15]. El término de interacción efectivo  $I_s(A_\mu, \phi)$  depende de si es un campo escalar o pseudo-escalar.

Si  $\phi$  es un escalar entonces un término efectivo posible para describir el decaimiento sería

$$I_s(A_\mu, \phi) = \lambda\phi F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (3.15)$$

o en caso de que  $\phi$  fuera un pseudo-escalar:

$$I_{ps}(A_\mu, \phi) = \lambda\phi F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}. \quad (3.16)$$

Los términos de interacción efectivos, permiten modelar el acoplamiento entre el campo escalar con el sector visible o el sector oscuro. Entonces, puede generar señales observables, como radiación electromagnética o efectos en la formación de estructuras cósmicas, dependiendo de si el campo interactúa en fotones o en radiación oscura. [25]

---

<sup>1</sup>estos grados de libertad no son descritos por el modelo estándar de partículas e interacciones elementales

## 3.2. Deducción de las ecuaciones de continuidad de la materia oscura y los productos de decaimiento.

Para este análisis, es importante considerar la evolución de la densidad de energía de las partículas no relativistas  $\phi$ , ya que estas sufren un proceso de decaimiento en un volumen comóvil. Suponiendo que la energía liberada por el decaimiento de  $\phi$  se convierte rápidamente en partículas relativistas y que estas partículas luego se termalizan, entonces la densidad de energía del universo se distribuye en dos componentes principales:

- Partículas no relativistas: La materia residual que no ha decaído.
- Radiación: Producto del decaimiento

Procederemos a deducir las ecuaciones de continuidad para ambas componentes.

### Ecuación de continuidad de para la materia oscura

En el escenario del decaimiento del campo escalar primordial, la densidad de energía de  $\rho_\phi$  se describe mediante la siguiente ecuación de Boltzmann [3]:

$$\frac{d\rho_\phi}{dt} = -nH\rho_\phi - \Gamma_\phi\rho_\phi, \quad (3.17)$$

donde  $n$  es el exponente que caracteriza el decrecimiento de la densidad el campo escalar en términos del factor de escala,  $\Gamma_\phi = \frac{1}{\tau}$  es la tasa de decaimiento (siendo  $\tau$  el tiempo de vida promedio de  $\phi$ ).

Para deducir dicha ecuación, se asume que ambas especie forman un fluido respectivamente los cuales se acoplan entre si debido al decaimiento. Dependiendo del tiempo de vida de  $\phi$ , se consideran dos casos:

- Vida larga  $\tau \gg t_H$ : La partícula domina la densidad de energía del universo durante un tiempo mayor a un tiempo de Hubble y decae muy lentamente.
- Vida corta  $\tau \rightarrow 0$ : La partícula decae rápidamente y por lo tanto deja de dominar desde épocas tempranas en la histórica cósmica de la materia oscura.

Considerando un volumen comóvil unitario  $V = \hat{a}^3\hat{v} = a^3$ , la densidad de energía de la materia oscura escalar no es constante debido a la producción de radiación oscura por el decaimiento de la partícula, lo cual genera que la entropía no sea constante ( $\hat{S} \neq \text{constante}$ ).

En este trabajo se hace la suposición usual de que el decaimiento es exponencial, esto es, el numero de partículas de materia oscura  $\phi$  disminuye de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\frac{dN_\phi}{dt} = -n\frac{N_\phi}{\tau}. \quad (3.18)$$

Considerando el caso mas simple para  $n=1$ , se tiene que:

$$\frac{dN_\phi}{dt} = -\frac{N_\phi}{\tau}. \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{N_\phi} \frac{dN_\phi}{dt} = -\frac{1}{\tau}.$$

**Proceso de Decaimiento de un campo escalar pesado como materia oscura**  
 3.2 Deducción de las ecuaciones de continuidad  
 de la materia oscura y los productos de decaimiento.

---

Integrando respecto al tiempo propio:

$$\ln N_\phi = -\frac{t}{\tau} + \ln N_{\phi_i}.$$

Despejando  $N_\phi$ :

$$N_\phi = N_{\phi_i} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

El termino  $\exp(-\frac{t}{\tau})$  describe como decae  $N_{\phi_i}$  con el tiempo. Si  $\tau$  es muy pequeño entonces la exponente tiende a ser negativo y la exponencial tiende a cero, entonces las partículas decaen muy rápido y por lo tanto no tendría una gran contribución desde etapas tempranas. Cuando  $\tau$  es muy grande entonces se iría a cero, por lo que la exponencial tiende a 1, por lo que la partícula sería mas estable, mas tiempo de vida y su valor si tendría una gran contribución hasta épocas tardías.

Ahora, considerando  $N_x = V\eta_\phi = a^3\eta_\phi$  y sustituyendola en la ecuacion 3.2:

$$\frac{dN_\phi}{dt} = \frac{da^3n_\phi}{dt} = -\frac{a^3n_\phi}{\tau}.$$

Expandiendo:

$$a^3\dot{n}_\phi + 3a^2\dot{a}n_\phi = -\frac{a^3n_\phi}{\tau},$$

Dividiendo entre  $a^3$ :

$$\dot{n}_\phi + 3Hn_\phi = -\frac{n_\phi}{\tau}.$$

Multiplicando por  $m_\phi$  (para especies relativistas  $\rho = mn$ )

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\rho_\phi = -\frac{n}{\tau}\rho_\phi. \quad (3.20)$$

(3.20) es la ecuación de continuidad para la especie de materia oscura escalar, la cual es la versión modificada de (3.1), considerando ahora que existe una disminución de energía debido al decaimiento.

**Ecuación de continuidad para la radiación oscura**

Si ahora consideramos un sistema mixto, el volumen incluiría tanto a la materia oscura como a la radiación.

Entonces la ecuación de continuidad se puede deducir a partir de la primera ley de la termodinámica aplicada a un volumen comóvil:

$$dQ = TdS = dU + PdV = dE + pdV = 0, \quad (3.21)$$

$dQ = 0$ , pues el sistema completo es cerrado.

La energía total  $E$  se distribuye como:

$$E = v\rho_{tot} = v(\rho_R + \rho_\phi).$$

Para un volumen comóvil  $\hat{v} = a^3$ , ya que tomamos un fluido mixto, en la parte de la presión se involucra solo la radiación, pues la materia oscura no ejerce presión.

$$P = \frac{1}{3}\rho_R.$$

Por lo tanto, la ecuación (3.2) se escribe como:

$$\begin{aligned}
 d(a^3 \rho_R) + d(a^3 \rho_\phi) + \frac{1}{3} \rho_R da^3 &= 0, \\
 d(a^3 \rho_R) + \frac{1}{3} \rho_R da^3 &= -d(a^3 \rho_\phi), \\
 3a^2 \rho_R \dot{a} dt + a^3 \dot{\rho}_R dt + \rho_R a^2 \dot{a} dt &= -da^3 \rho_\phi, \\
 a^3 \left( 4 \frac{\dot{a}}{a} \rho_R + \dot{\rho}_R \right) &= -\frac{da^3 \rho_\phi}{dt}. \tag{3.22}
 \end{aligned}$$

El lado derecho de la ecuación, se deduce como en el caso de la ecuación (3.24), con la ecuación (3.2), así tendríamos que:

$$\frac{d(a^3 \rho_\phi)}{dt} = -\frac{a^3 \rho_\phi}{\tau} n. \tag{3.23}$$

Sustituyendo (3.23) en (3.22), obtenemos la ecuación de continuidad para un fluido mixto:

$$\dot{\rho}_R + 4H \rho_R = \frac{n}{\tau} \rho_\phi. \tag{3.24}$$

Con esto, hemos deducido las ecuaciones de continuidad para una especie de materia oscura y otro de radiación, los cuales intercambian energía entre si. Aunque en conjunto estos forman un solo fluido adiabático, cada uno de ellos es un fluido no perfecto debido a su mutuo intercambio de energía. Estas ecuaciones nos describen el efecto del decaimiento de la materia oscura, como la transferencia de energía a la radiación.

### 3.3. Entropía de las especies oscuras

En el universo temprano ocurrieron procesos en los cuales, las tasas de reacción entre las partículas, eran mucho mayores que la tasa de expansión del universo. Como resultado, el equilibrio térmico local del baño de partículas se mantuvo, lo que llevo a que la entropía por volumen comóvil permaneciera constante. Lo anterior ocurriría si no existiera el decaimiento de la materia oscura. A continuación, se tomará el decaimiento de partículas y veremos como modifica a la entropía.

La segunda ley de la termodinámica (3.2) aplicada a un elemento de volumen comóvil del fluido de materia oscura.

Considerando que el volumen propio esta dado por:  $V = a^3 \hat{v} = a^3$ . Además, la densidad energía es  $\rho = \frac{E}{V}$ , y la presión depende de la densidad  $P(\rho)$ .

Reescribiendo la energía E como:

$$E = \rho V = \rho a^3,$$

entonces la segunda ley puede escribirse como:

$$dQ = TdS = dE + PdV = d(\rho_\phi a^3) + P_\phi da^3. \tag{3.25}$$

Desarrollando los términos se tiene que:

$$dQ = a^3 \dot{\rho} dt + 3a^2 \dot{a} dt \rho + P(3a^2 \dot{a} dt)$$

Agrupando los términos:

$$TdS = a^3 \left( \dot{\rho}_\phi + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho_\phi + P_\phi) \right) dt. \tag{3.26}$$

Esta ecuación, es la ecuación de continuidad para  $\rho_\phi$ . Si existe decaimiento, el  $dQ$  no sera nulo, pues la energía asociada al decaimiento contribuye a un cambio en la entropía. Si no hubiese decaimiento ( $\tau \rightarrow 0$ ) entonces

$$TdS = 0,$$

lo que implica que la entropía se conservaría. Sin embargo, si consideramos el decaimiento, el cambio en la entropía esta dado por [10]:

$$TdS = \frac{(da^3 \rho_\phi)}{\tau}, \quad (3.27)$$

donde  $\rho_\phi$  es la densidad de energía de la especie en decaimiento y  $\tau$  es su vida media.

La entropía comóvil se puede expresar en términos de la densidad propia. Si consideramos la entropía total, entonces [10]:

$$S = V s = a^3 \hat{v} \hat{s}. \quad (3.28)$$

Reescribiendo la densidad comóvil de entropía:

$$\hat{s} = \frac{S}{\hat{v}} = a^3 s. \quad (3.29)$$

De la ecuación (3.27), tenemos:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{a^3 \rho_\phi}{T\tau} = \frac{V \rho_\phi}{T\tau}. \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.29) en (3.30)

$$\frac{d\hat{s}}{dt} = \frac{a^3 \rho_\phi}{\tau T}.$$

Derivando y dividiendo entre  $a^3$ , se obtiene la ecuación que describe la evolución de la entropía debido al decaimiento:

$$\dot{s} + 3Hs = \frac{\rho_\phi}{T\tau}, \quad (3.31)$$

donde  $H = \frac{\dot{a}}{a}$ . Esta ecuación nos demuestra como el decaimiento de la partículas modifica la evolución de la entropía. Cuando el decaimiento ocurre, se crean partículas relativistas y además el proceso inverso no tiene lugar, por lo que el decaimiento es un proceso irreversible y en consecuencia la entropía aumenta.

### 3.3.1. Soluciones para las densidades de energía y de entropía

La soluciones para las ecuaciones continuidad y la ecuación (3.31) deducida en la anterior seccion, se representan en la figura 3.1.

Los ejes de las gráficas corresponde al logaritmo de la densidad de energía normalizada respecto a la de la partícula de materia oscura. El otro eje es el de la densidad de entropía normalizada respecto a la densidad de entropía inicial. El eje horizontal corresponde al logaritmo del factor de escala [11].

La línea discontinua que es la densidad de energía de la radiación oscura en el caso donde no hay decaimiento de  $\phi$ , se observa que este decrece como una ley de potencia debido a la expansión. Sin embargo, en la línea continua (donde hay decaimiento de  $\phi$ ), se aprecia un incremento en  $\rho_R$  debido a la energía transferida de la materia oscura a la radiación a partir del decaimiento.

En cuanto a  $\rho_\phi$ , si no hay decaimiento, entonces su densidad solo va decreciendo debido a la expansión del universo. Por otro lado, cuando existe el decaimiento, entonces podemos ver como la densidad de energía tiene una tendencia a decrecer de manera exponencial decreciente. Este comportamiento esta bien descrito por la ecuación (3.17).

En el caso de la entropía, se observa un aumento debido al decaimiento de la partícula  $\phi$ , lo que implica que la entropía esta relacionado con la radiación generada por el decaimiento. Inicialmente, las curvas de la gráfica llegan a coincidir en el principio de los dos escenarios, pero cuando no hay decaimiento, la entropía solo decrece conforme el universo se va expandiendo. En cambio, cuando hay decaimiento, la entropía comienza con un valor muy bajo y crece progresivamente hasta llegar a un estado de equilibrio y tomar un valor constante. El incremento en la densidad de entropía total debido al del decaimiento de  $\phi$  es consistente con la segunda ley de la termodinámica, pues la entropía de un sistema cerrado no puede disminuir en procesos irreversibles como el decaimiento de partículas fuera del equilibrio.

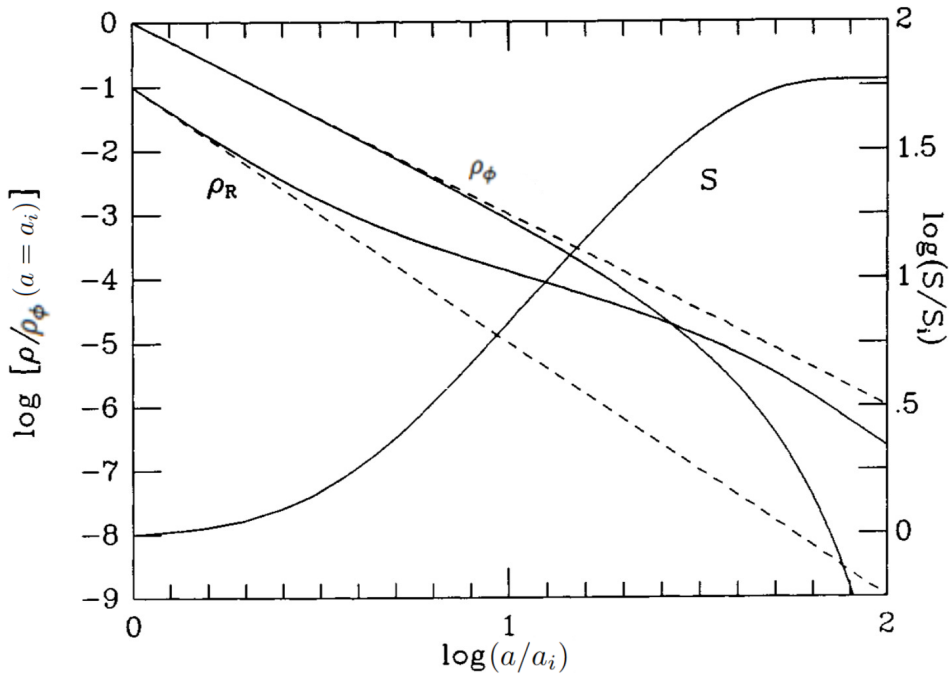


Figura 3.1:  
 La evolución de las densidades de radiación y energía,  $\phi$ , y la entropía,  $S$ , a lo largo de la época de desintegración de  $\phi$  fuera de equilibrio (líneas continuas). Las líneas discontinuas indican la evolución de  $\rho_R$  y  $\rho_\phi$  en ausencia de decaimiento. Imagen obtenida de [10].

## Capítulo 4

# Implementación del código Alterbbn

En este capítulo se busca resolver las ecuaciones de Boltzmann descritas anteriormente, las cuales describen la evolución de las abundancias de elementos ligeros. Al mismo tiempo se resuelven numéricamente las ecuaciones dinámicas de la cosmología de fondo, que describen la evolución del factor de escala y de las especies interactuantes, la materia oscura que decae (DCDM) y la radiación oscura (DR).

La solución de las ecuaciones nos permite analizar como la expansión del universo se ve modificada debido a las interacciones entre especies del sector oscuro, y a través del decaimiento de la materia oscura escalar. El efecto principal se debe a una transferencia de calor entre especies, que da lugar a un incremento en la entropía por volumen comóvil, y como consecuencia modifica la evolución de la temperatura durante la evolución cósmica, en la época de nucleosíntesis primordial.

En este trabajo se utilizó el código público AlterBBN, en el cual se implementan las ecuaciones antes mencionadas, así como el método de integración de Runge-Kutta 2 para resolverlas numéricamente, y con ello predecir las abundancias de elementos ligeros. En este trabajo se busca predecir las abundancias de Helio y Deuterio específicamente dado que actualmente se han realizado mediciones precisas de estos elementos, que nos permiten mejorar las estimaciones del tiempo de vida de la materia oscura escalar inestable.

## 4.1. Codigo AlterBBN

AlterBBN es un código público escrito en el lenguaje de programación C, diseñado para calcular las abundancias de los elementos generados durante la época de BBN. Este código utiliza como unidad principal de energía y temperatura los  $GeV$  y considera unidades naturales, donde  $c = \hbar = K_B = 1$  [3].

La física detrás de este código, es consistente con lo presentado en los capítulos anteriores, donde se describen con mayor detalle las ecuaciones que describen las reacciones nucleares y las condiciones iniciales necesarias, dependiendo del escenario que se quiera estudiar.

AlterBBN nos permite explorar diferentes escenarios modificados. El modelo modificado que se ocupo para este trabajo fue el del decaimiento de un campo escalar (alter.phi). En este escenario, se implementan las ecuaciones mostradas en capítulos anteriores, como la evolución de la densidad del campo escalar, descrita por la ecuación (3.17), donde  $\Gamma_\phi$  tiene relación con la temperatura de recalentamiento  $T_{RH}$  según la relación [3]:

$$\Gamma_\phi = \sqrt{\frac{4\pi^3 g_{eff}(T_{RH})}{45}} \frac{T_{RH}^2}{M_p} \quad (4.1)$$

donde  $g_{eff}$  es el numero de grados de libertad efectivos relativistas.  $M_p$  es la masa de Planck.  $T_{RH}$  es un parámetro que puede interpretarse como una temperatura característica que corresponde a un parámetro que indica la temperatura del universo cuando tenia la edad del tiempo de vida de la materia oscura, indicando que la mayor parte de la materia oscura decayó.

El decaimiento del campo escalar nos da una inyección de entropía a temperatura constante. Dicho incremento en la entropía por volumen comóvil, la cual se asocia a las especies relativistas por ser las mas energéticas, se describe por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \hat{s}_{rad}}{\partial t} = -3H \hat{s}_{rad} + \frac{\Gamma_\phi \rho_\phi}{T}.$$

Una vez estudiado el trasfondo del código, se aprendió a ejecutarlo y procesar los datos de salida del mismo programa. En este caso, el modelo tiene sólo dos parámetros de entrada: la densidad inicial del campo escalar  $\rho_\phi$  y la temperatura de recalentamiento  $T_{RH}$ . Al introducir estos parámetros, el programa nos genera los datos de las abundancias de los elementos primordiales. Estos resultados incluyen los valores mínimos, máximos y centrales de las abundancias de los elementos ligeros primordiales, además de verificar si son compatibles con las predicciones del BBN.

## 4.2. Resultados de las cotas de los parámetros y de las abundancias de $Y_p$

En los últimos años en plena era de cosmología de alta precisión, las mediciones de abundancias de Helio y Deuterio realizadas por diferentes colaboraciones han mejorado significativamente. Uno de los objetivos principales de este trabajo es considerar estos resultados para actualizar las cotas sobre el tiempo de vida de la materia oscura escalar así como su abundancia, la cual esta directamente controlada por la  $\rho_\phi$  inicial.

Con los datos obtenidos, se pueden comparar las abundancias de helio primordial. Para esto, se van considerar las mediciones de la tabla (4.1), cuyas constricciones están a un nivel de confianza del 68 %.

| Autores         | $Y_p$ _min | $Y_p$ _central | $Y_p$ _max |
|-----------------|------------|----------------|------------|
| Aver (2015)     | 0.2409     | 0.2449         | 0.2489     |
| Peimbert (2016) | 0.241700   | 0.2446         | 0.2475     |
| Izotov (2014)   | 0.2529     | 0.2551         | 0.2573     |

Tabla 4.1: Mediciones de la producción de  $Y_p = n/T^3$  del Helio realizado por las colaboraciones [26–28].

Con el propósito de estudiar la viabilidad del modelo cosmológico con materia escalar inestable que estudiamos, comparamos las predicciones de las abundancias de Helio obtenidas a partir de AlterBBN para diferentes realizaciones del modelo, cada una de ellas, asociada a un conjunto de valores de los parámetros  $\rho_\phi^i$  y  $T_{RH}$  (o el tiempo de vida). Para hacer dicho análisis a partir de los datos de salida de AlterBBN.

Se desarrolló un código en Python, implementado en Jupyter, el cual por un lado permite automatizar la obtención de los datos de salida y por otro lado filtrar dichos datos dependiendo de si son compatibles con las mediciones mostradas en la tabla 4.1. De esta manera, se pueden determinar los intervalos de los parámetros compatibles con las mediciones que permitan comprobar su rango de validez. Los resultados obtenidos permiten generar gráficos que ilustran las comparaciones entre teoría y observaciones.

A continuación, se presentan tres gráficos que nos muestra las abundancias de  $Y_p$ , en el modelo del campo escalar que decae (superficie marcada con puntos grises). Así como los planos de colores que representan las cotas para las mediciones de  $Y_p$  correspondientes a diferentes colaboraciones

Los resultados que muestran estas gráficas son las regiones en el plano  $\rho_\phi$ - $T_{RH}$  del modelo permitidas por las mediciones. En las gráficas asociadas con las cotas de Aver y Peimbert, representadas por lo puntos amarillos, se observa que los resultados son compatibles con el BBN. Sin embargo, el tercer panel a la derecha de la figura (4.1), ningún punto es válido, ya que todos los valores caen fuera de las cotas propuestas por Izotov.

En la gráfica (4.2) se presenta una vista mas clara del espacio de parámetros y de las regiones permitidas en este. A su vez, se muestra un sección transversal de la abundancia de Helio mediante una gráfico de calor y curvas de nivel.

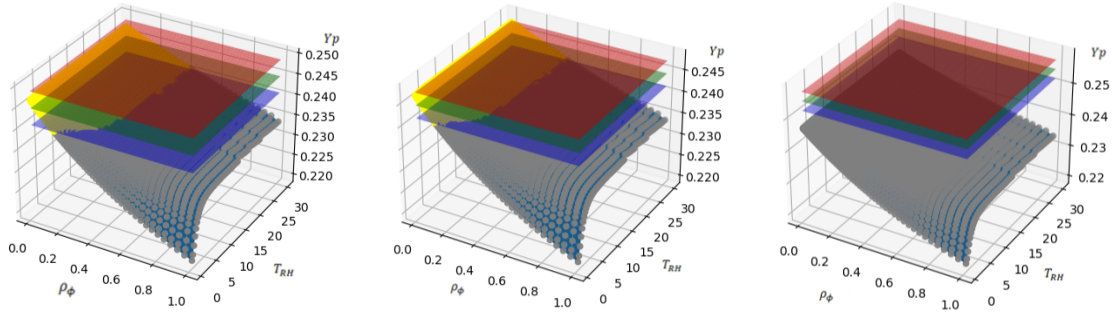


Figura 4.1: Comparación de las abundancias de  $Y_p$  según diferentes autores. Cada gráfico muestra los intervalos correspondientes a las mediciones de Aver (2015) [27], Peimbert (2016) [26] e Izotov(2014) [28].

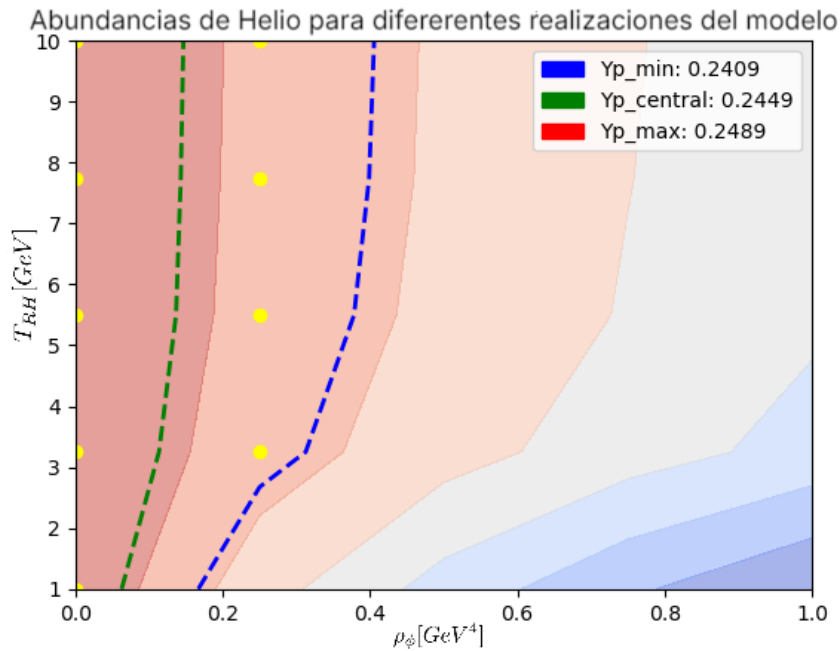


Figura 4.2: Gráfica de calor y curvas de nivel sobre los datos validos de  $Y_p$ .

En la figura (4.2), se muestran las líneas verde y azul que representan la cota central y mínima de las abundancias de helio primordial reproducidas a partir de las simulaciones del código realizado. Debido a que  $\rho_\phi$  esta en función de la  $T_{RH}$ , la abundancia de materia oscura crecerá o decrecerá conforme lo haga la  $T_{RH}$ . Las cotas tienen una pendiente positiva, lo que indica un crecimiento en la abundancia de helio primordial. Las abundancias mínima y central de helio muestran un comportamiento similar: para temperaturas muy altas, sus valores se estabilizan y tienden a formar una línea vertical, indicando que el numero de partículas se vuelve constante. Esto representa las cotas máximas necesarias para el modelo del campo escalar.

Conforme el decaimiento es más eficiente, la  $T_{RH}$  permitida aumenta, como consecuencia la abundancia inicial de materia oscura tiende a un valor constante. La densidad de materia

oscura necesaria es pequeña. Cuando la temperatura es pequeña, también lo hace la cantidad de partículas de materia oscura, ya que se necesita menos energía par producir  $Y_p$ . Por lo tanto con temperaturas mas bajas, se observan una menor cantidad de partículas de materia oscura conforme el universo se expande.

La tasa de decaimiento esta relacionada con el tiempo de vida de la especie de materia oscura. Basándonos en la ecuación (4.1), también podemos analizar la relación entre la tasa de decaimiento y la temperatura de recalentamiento, y tener los valores de  $T_{RH}$  a traves de la relación:

$$T_{RH} = \sqrt{\frac{m_p}{c_0} \Gamma_\phi}, \quad (4.2)$$

donde  $c_0 = \left(\frac{4\pi^3 g_{eff}}{45}\right)^{1/2}$ . A continuación, veremos que cuanto mayor es  $T_{RH}$ , la tasa de decaimiento sera mayor.

Para verificar que los resultados de este trabajo sean compatibles con las cotas existentes para el tiempo de vida de la materia oscura correspondiente a datos cosmológicos como mediciones de las anisotropías del CMB y la distribución de materia a gran escala. Considerando la cota inferior  $\tau > 246$  Gyr [19], tenemos el valor correspondiente de la tasa de decaimiento y de la temperatura de reheating.

$$\Gamma_\phi = 8,5 \times 10^{-44} \text{ GeV}.$$

Sustituyendo  $\Gamma_\phi$  en (4.2), y tomando los valores:  
 $M_p = 1,22 \times 10^{19} \text{ GeV}$ ,  $g_{eff} = 10,75$ ,  $c_0 \approx 5,45$ .

$$T_{RH}^{\max} = \sqrt{\frac{(1,22 \times 10^{19})}{5,45} (8,5 \times 10^{-44})} = \sqrt{1,904 \times 10^{-25}} \approx 4,36 \times 10^{-13} \text{ GeV}.$$

Si el total de materia oscura fuera inestable.

Las anteriores cotas fueron obtenidas bajo la suposición de que si el total de la materia oscura es inestable, por lo cual son muy restrictivas. Sin embargo, si solo una fracción fuera inestable, como consideramos en este trabajo el tiempo de vida puede ser menor y  $T_{RH}$  tomar valores mayores a dicha cota. En esta situación se consideran dos tipos de materia oscura, una estable y otra inestable, por lo que la materia estable podría haber decaído antes de nucleosíntesis, mientras que la materia inestable tendría un tiempo de vida demasiado grande que al día de hoy todavía no decaiga. Tomando como cota inferior:  $T_{RH} \approx 1 \text{ MeV} = 10^{-3} \text{ GeV}$  y  $g_{eff} \approx 10,75$  [20], pues es la temperatura donde ocurre nucleosíntesis primordial, y podría haber efectos sobre la creación de los elementos ligeros.

Sustituyendo en (4.1):

$$\Gamma_\phi = (0,87 \times 10^{-25})(1,519 \times 10^{24}) = 1,32 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1} \times \frac{3,154 \times 10^{16} \text{ s}}{1 \text{ Gyr}} = 4,16 \times 10^{15} \text{ Gyr}^{-1}$$

Si tomamos el ultimo caso, correspondería a un caso extremo en el cual la materia oscura habría decaído justo antes nucleosíntesis primordial, y afectaría significativamente el proceso de nucleosíntesis.

Cabe destacar que la linea roja, correspondiente a la cota máxima, no aparece en la gráfica. Esto se debe a que el numero de bariones para nuestras cotas está fijo; por lo tanto, es imposible observar la linea roja para dicho valor. Sin embargo, si se modificara el número de bariones, seria

posible predecir la cota superior.

A pesar de que hay un aumento en la entropía, la expansión del universo es mayor y provoca que el universo se enfríe, haciendo que la densidad de partículas disminuya. La temperatura y la densidad al estar relacionados mediante el decaimiento, entonces la temperatura de recalentamiento depende directamente de la densidad.

### 4.3. Conclusiones

Este trabajo se dedicó al estudio de la época de nucleosíntesis primordial, con un modelo alternativo de  $\Lambda$ CDM, el cual considera el decaimiento de un campo escalar como materia oscura, el cual decae en partículas relativistas.

Uno de los resultados que se encontraron, es el efecto del decaimiento de un campo escalar como materia oscura, este nos da un recalentamiento que modifica la producción de elementos ligeros. Otro resultado es el de la producción y aumento de entropía debido al proceso de decaimiento.

Se determinaron cotas para los parámetros del modelo de materia oscura, los cuales pueden modelarse para una fracción de materia oscura. Además, se predijeron las abundancias de  $Y_p$ , cuyos resultados coincidieron con las cotas observacionales de otros autores.

En la elaboración de esta tesis, no se alcanzó a realizar las reproducciones de las abundancias del Deuterio o otro elemento ligero. El código desarrollado deberá modificarse dependiendo del elemento con el que se quiera realizar, por lo que este trabajo da pie a futuros trabajos, lo cual es conveniente para poder tener los parámetros necesarios para que el modelo propuesto tenga mayor validez. Si bien el modelo puede predecir abundancias de Helio dentro de las cotas observacionales, la cota superior no logra predecirse. Sin embargo, consideramos que será posible hacerlo en trabajos futuros al dejar la cantidad de bariones como parámetro libre.

En conclusión este trabajo sienta las bases para seguir trabajando en un modelo alternativo en la nucleosíntesis primordial, enfocándose en analizar otros núcleos para comparar el modelo de decaimiento de la materia oscura como un campo escalar.

## Capítulo 5

# Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase

Si tenemos un espacio fase, que corresponde a los estados de una partícula, se define una densidad de probabilidad  $f(P, T)$ :

$$f(P, T) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1}.$$

Donde  $E$  es la energía de la partícula,  $\mu$  es el potencial químico, y el signo  $\pm$  corresponde a los fermiones (+) o bosones(-).

El sistema que se toma es isotrópico y homogéneo. El numero de estados de una partícula por unidad de volumen en el espacio de fases esta dado por:  $\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}$ , donde  $d^3p$  representa el diferencial de volumen en el espacio momento.

De relatividad especial, se tiene la relación:  $E^2 = p^2 + m^2, \implies p = \sqrt{E^2 - m^2}$ .

Derivando implícitamente, se obtiene:

$$E = PdP.$$

El numero de densidad de partículas es:

$$\bar{N} = g \int f(p) \frac{d^3p d^3x}{(2\pi\hbar)^3}.$$

donde  $g$  es el grado de degeneración y  $f(p)$  es la densidad de probabilidad que se definió.

El diferencial de volumen en coordenadas esféricas en el espacio momento es:

$$d^3p = p^2 \sin \theta dp d\theta d\phi.$$

Integrando respecto a  $\theta$  y  $\phi$

$$d^3p = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} p^2 \sin \theta dp d\theta d\phi.$$

Por lo tanto:

$$d^3p = 4\pi p^2 dp.$$

## Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase

---

Sustituyendo en la densidad de partículas, tenemos:

$$\bar{n} = g4\pi \int_0^{\infty} f(p) \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}.$$

La densidad de energía de las partículas esta dada por:

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2\hbar^2} \int_0^{\infty} \frac{Ep^2 dp}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1}.$$

Cambiando la variable de  $p$  a  $E$  y usando  $p = \sqrt{E^2 - m^2}$ , se tiene:

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2\hbar^3} \int_m^{\infty} \frac{E\sqrt{E^2 - m^2} E dE}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1}.$$

Tomando unidades naturales  $\hbar = c = k = 1$  y redefiniendo las variables:  $\alpha = \frac{m}{T}$ ,  $\beta = \frac{\mu}{T}$ ,  $x = \frac{E}{T}$ . donde  $x = \frac{E}{T} \rightarrow dE = T dx$  si  $T$ .

Definiendo la densidad de partículas  $\rho_p$  y antipartículas  $\rho_{\bar{p}}$ :

$$\rho_p = \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{x^2 \sqrt{x^2 - \alpha^2} dx}{e^{x-\beta} \pm 1}. \quad (5.1)$$

$$\rho_{\bar{p}} = \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{x^2 \sqrt{x^2 - \alpha^2} dx}{e^{x+\beta} \pm 1}. \quad (5.2)$$

La suma de las densidades es:

$$\rho_p + \rho_{\bar{p}} = \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_{\alpha}^{\infty} x^2 (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx. \quad (5.3)$$

Esta suma  $\rho_p + \rho_{\bar{p}}$  es importante debido a que este proceso se da tanto en equilibrio como fuera de él. Para simplificar la expresión, introducimos funciones especiales.

Se busca demostrar :

$$\rho_p + \rho_{\bar{p}} = c(T)(J_{\mp}^{(3)} + \alpha^2 J_{\mp}^{(1)})$$

donde  $c(T) = \frac{gT^4}{2\pi^2}$ . Definiendo a las integrales auxiliares:

$$J_{\mp}^{(\nu)}(\alpha, \beta) \equiv \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx$$

Usando la definición anterior, se puede seguir con la demostración:

$$\begin{aligned} (J_{\mp}^{(3)} + \alpha^2 J_{\mp}^{(1)}) &= \int_{\alpha}^{\infty} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx + \int_{\alpha}^{\infty} \alpha^2 (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx, \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} \left[ (x^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}} + \alpha^2 (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx, \end{aligned}$$

Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase

---

$$\begin{aligned} &= \int_{\alpha}^{\infty} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} [x^2 - \alpha^2 + \alpha^2] \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx, \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} x^2 (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx, \end{aligned}$$

Que multiplicado por  $c(T)$  tenemos:

$$\frac{gT^4}{2\pi^2} \int_{\alpha}^{\infty} x^2 (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \pm 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \pm 1} \right] dx,$$

por lo que se cumple  $\rho_p + \rho_{\bar{p}} = c(T)(J_{\mp}^{(3)} + \alpha^2 J_{\mp}^{(1)})$

Utilizando las propiedades diferenciales de  $J$ , se pueden construir expresiones para integrales de ordenas mayores a partir de las integrales de orden inferior. Estas propiedades se dan a partir de la relación de recurrencia [5].

$$\frac{dJ_{\mp}^{\nu}}{d\alpha} = -\alpha\nu J^{\nu-2}. \quad (5.4)$$

En particular, para el caso de  $J_{\mp}^{(-1)}$ , se puede escribir como una serie infinita convergente en términos de funciones modificadas de Bessel de segundo orden [5]:

$$J_{\mp}^{(-1)} = \sum_{n=1}^{\infty} (\pm 1)^{n+1} \cosh \beta n \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{\sqrt{x^2 - \alpha^2}} dx$$

Ahora buscamos expresar a  $J_{\mp}^1$  como una suma infinita de funciones de Bessel, para eso usamos el resultado anterior y el hecho:

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\mp}^1}{d\alpha} &= -\alpha\nu J^{-1} \\ \frac{dJ_{\mp}^1}{d\alpha} &= -\alpha \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cosh \beta n \int_{-\alpha}^{\infty} e^{-nx} (x^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} dx \\ dJ_{\mp}^1 &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cosh \beta n \int_{-\alpha}^{\infty} dx \int d\alpha e^{-nx} (-2\alpha)(x^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos \beta n \int_{-\alpha}^{\infty} dx e^{-nx} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Podemos comparar la ecuación anterior

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} -1^{n+1} \cos \beta n \int_{\alpha}^{\infty} dx e^{-nx} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Pero  $y = \frac{x}{\alpha} \implies x = y\alpha, dx = dy\alpha$ . Los limites serán:

$$x = \alpha \longrightarrow y = 1.$$

$$x = \infty \longrightarrow y = \infty.$$

Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase

---

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \alpha \int_1^{\infty} dx e^{-ny\alpha} (y\alpha^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}} \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \alpha \int_1^{\infty} dy e^{-ny\alpha} (\alpha^2(y^2 - 1))^{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Si  $z = n\alpha$

$$\begin{aligned} &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \left(\frac{z}{n}\right)^4 \int_1^{\infty} dy e^{-zy} (y^2 - 1)^{\frac{3}{2}}. \\ K_r(z) &= \frac{\sqrt{\pi}}{(r - \frac{1}{2})!} \left(\frac{1}{2}z\right)^r \int_1^{\infty} e^{-zx} (x^2 - 1)^{r - \frac{1}{2}} dx. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Las ecuaciones (5) [11] son las funciones de Bessel modificadas de segundo tipo, son una de las soluciones a la ecuación diferencial de Bessel.

Podemos escribir el ultimo resultado en términos de la función de Bessel, debido a que las integrales tienen la misma forma

$$\int_1^{\infty} e^{-zx} (x^2 - 1)^{r - \frac{1}{2}} dx = \frac{(r - \frac{1}{2})!}{\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2}z\right)^r} K_r(z).$$

Para el caso  $r = 2$ , tenemos:

$$\int_1^{\infty} e^{-zx} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{(2 - \frac{1}{2})!}{\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2}z\right)^2} K_2(z).$$

Pero  $(\frac{3}{2})! = \Gamma(\frac{5}{2})$  y  $\Gamma(\frac{5}{2}) = \frac{3}{2} \cdot \Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\pi} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$ .

Entonces:

$$\int_1^{\infty} e^{-zx} (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{\frac{3\sqrt{\pi}}{4}}{\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2}z\right)^2} K_2(z) = \frac{3}{z^2} K_2(z).$$

$$\Rightarrow J_{\mp}^1 = 6 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^4} K_2(z).$$

De la relación :

$$\frac{dJ_{\mp}^{(3)}}{d\alpha} = -3\alpha J_{\mp}^{(1)}.$$

Ya se tiene una expresión para  $J_{\mp}^{(1)}$  en términos de una serie y la función de Bessel  $K_2(z)$ :

Usamos la relación diferencial para integrar y obtener  $J_{\mp}^{(3)}$ :

$$\frac{dJ_{\mp}^{(3)}}{d\alpha} = -3\alpha J_{\mp}^{(1)}.$$

$$\frac{dJ_{\mp}^{(3)}}{d\alpha} = -3\alpha \left( 6 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^4} K_2(z) \right).$$

## Apéndice 1: Cálculos de las densidades de partículas en el espacio fase

---

Simplificando:

$$\frac{dJ_{\mp}^{(3)}}{d\alpha} = -18\alpha \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^4} K_2(z).$$

Para obtener  $J_{\mp}^{(3)}$ , integramos ambos lados con respecto a  $\alpha$ :

$$J_{\mp}^{(3)} = -18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^4} \int \alpha K_2(z) d\alpha.$$

Si  $z = n\alpha$ . Sustituyendo:

$$J_{\mp}^{(3)} = -18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^6} \int z K_2(z) dz.$$

La integral se resuelve utilizando propiedades de las funciones de Bessel. Sabemos que:

$$\int z K_2(z) dz = -z K_1(z) + C.$$

Por lo tanto:

$$J_{\mp}^{(3)} = -18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^6} (-z K_1(z) + C).$$

Ignorando la constante de integración (se busca la forma funcional), la expresión final para  $J_{\mp}^{(3)}$  es:

$$J_{\mp}^{(3)} = 18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^3}{n^6} K_1(z).$$

Sustituyendo las expresiones para  $J_{\mp}^{(1)}$  y  $J_{\mp}^{(3)}$  en términos de las funciones de Bessel, obtenemos:

$$\begin{aligned} \rho_p + \rho_{\bar{p}} &= c(T) \left( J_{\mp}^{(3)} + \alpha^2 J_{\mp}^{(1)} \right) = \\ \rho_p + \rho_{\bar{p}} &= \frac{gT^4}{2\pi^2} \left( 18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^3}{n^6} K_1(z) + \alpha^2 \cdot 6 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cos(\beta n) \frac{z^2}{n^4} K_2(z) \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Estas expresiones están relacionadas con las propiedades de las partículas y nos permiten calcular la densidad de energía, en función de la temperatura  $T$ . Este resultado proporciona una herramienta teórica para estudiar la densidad de las partículas y el equilibrio químico durante el proceso de decaimiento de un campo escalar.

## 5.1. Apéndice 2: Funciones especiales

Demostración de regala de recurrencia de las funciones de Bessel A partir de la definición de

$$J_{\mp}^{(\nu)}(\alpha, \beta) \equiv \int_a^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx$$

Derivando tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\mp}^{(\nu)}}{d\alpha} &= \frac{d}{d\alpha} \int_a^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \frac{d}{d\alpha} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ &= \frac{d}{d\alpha} \int_a^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \frac{d}{d\alpha} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ &= \int_a^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\nu/2}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} (x^2 - \alpha^2)^{\nu/2} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} \right] dx \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} -\nu \alpha (x^2 - \alpha^2)^{\nu/2} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} \right] dx \\ &= -\nu \alpha \int_{\alpha}^{\infty} (x^2 - \alpha^2)^{\nu/2} \left[ \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} \right] dx \\ &= -\nu \alpha J_{\mp}^{(\nu-2)} \end{aligned}$$

Para  $\nu = 1$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\mp}^1}{d\alpha} &= -\alpha J_{\mp}^{-1} \\ \Rightarrow J_{\mp}^1 &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ \frac{dJ_{\mp}^1}{d\alpha} &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} \frac{1}{2} (x^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} (-2\alpha) dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \frac{1}{2} (x^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} (-2\alpha) dx \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{-\alpha (x^2 + \alpha^3)^{-\frac{1}{2}}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{-\alpha (x^2 + \alpha^3)^{-\frac{1}{2}}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\infty} -\alpha (x^2 + \alpha^3)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \right] dx \\ &= -\alpha \int_{\alpha}^{\infty} (x^2 + \alpha^3)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \right] dx \\ &= -\alpha (1) J_{\mp}^{-1} \end{aligned}$$

Para  $\nu = 3$

$$\begin{aligned}
 \frac{dJ_{\mp}^3}{d\alpha} &= -\alpha\nu J^1 \\
 \implies \frac{dJ_{\mp}^3}{d\alpha} &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial\alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\partial}{\partial\alpha} \frac{(x^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\
 &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} \frac{3}{2} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} (-2\alpha) dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \frac{3}{2} (x^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} (-2\alpha) dx \\
 &= \int_{\alpha}^{\infty} \frac{-3\alpha(x^2 + \alpha^3)^{-\frac{1}{2}}}{e^{x-\beta} \mp 1} dx + \int_{\alpha}^{\infty} \frac{-3\alpha(x^2 + \alpha^3)^{-\frac{1}{2}}}{e^{x+\beta} \mp 1} dx \\
 &= \int_{\alpha}^{\infty} -3\alpha(x^2 + \alpha^3)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \right] dx \\
 &= -\alpha 3 \int_{\alpha}^{\infty} (x^2 + \alpha^3)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{e^{x-\beta} \mp 1} + \frac{1}{e^{x+\beta} \mp 1} \right] dx \\
 &= -\alpha(3)J_{\mp}^1
 \end{aligned}$$



# Bibliografía

- [1] BENJAMIN AUDREN, JULIEN LESGOURGUES, GIANPIERO MANGANO, PASQUALE DARIO SERPICO, THOMAS TRAM, *Strongest model-independent bound on the lifetime of Dark Matter*, [arXiv:1407.2418](https://arxiv.org/abs/1407.2418) [astro-ph.CO], Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, vol. 12, p. 028, 2014.
- [2] A. ARBEY, J. ELLIS, F. MAHMOUDI, G. ROBBINS, *Dark Matter Casts Light on the Early Universe*, [arXiv:1807.00554](https://arxiv.org/abs/1807.00554) [hep-ph], Journal of High Energy Physics, vol. 10, p. 132, 2018.
- [3] A. ARBEY, J. AUFFINGER, K. P. HICKERSON, E. S. JENSSEN, *AlterBBN v2: A public code for calculating Big-Bang nucleosynthesis constraints in alternative cosmologies*, [arXiv:1806.11095](https://arxiv.org/abs/1806.11095) [astro-ph.CO], Computer Physics Communications, vol. 248, p. 106982, 2020.
- [4] SCOTT DODELSON, *Modern Cosmology*, Academic Press, Amsterdam, 2003.
- [5] V. MUKHANOV, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press, Oxford, 2005.
- [6] ANDREW R. LIDDLE, *An introduction to modern cosmology*, 1998.
- [7] PETER SCHNEIDER, *Extragalactic Astronomy and Cosmology An Introduction*, Springer Berlin, 2016.
- [8] S. BURLES, K. M. NOLLETT, MICHAEL S. TURNER, *Deuterium and big bang nucleosynthesis*, [arXiv:astro-ph/9903300](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9903300), Nuclear Physics A, vol. 663, pp. 861c–864c, 2000.
- [9] GRACIELA B. GELMINI, PAOLO GONDOLO, *Neutralino with the right cold dark matter abundance in (almost) any supersymmetric model*, [arXiv:hep-ph/0602230](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0602230), Physical Review D, vol. 74, p. 023510, 2006.
- [10] EDWARD W. KOLB, MICHAEL S. TURNER, *The Early Universe*, vol. 69, 1990.
- [11] ERIC W. WEISSTEIN, *Modified Bessel Function of the Second Kind*, <https://mathworld.wolfram.com/ModifiedBesselFunctionoftheSecondKind.html>, From MathWorld—A Wolfram Web Resource, 2002.
- [12] N. AGHANIM ET AL. (PLANCK COLLABORATION), *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, [arXiv:1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209) [astro-ph.CO], Astronomy & Astrophysics, vol. 641, p. A6, 2020.
- [13] MARTIN WHITE, *Big Bang Nucleosynthesis*, <https://w.astro.berkeley.edu/~mwhite/darkmatter/bbn.html> Accessed: 2024-10-03.
- [14] N. SUZUKI ET AL., *The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the Dark-energy Constraints above  $z > 1$  and Building an Early-type-hosted Supernova Sample*, The Astrophysical Journal, vol. 746, no. 1, p. 85, 2012.

- [15] DANIEL BAUMANN, *Cosmology*, Cambridge University Press, 2022.
- [16] WILLIAM H. PRESS, SAUL A. TEUKOLSKY, WILLIAM T. VETTERLING, BRIAN P. FLANERY, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*, September 1992.
- [17] KALOIAN LOZANOV, *Lectures on Reheating after Inflation*, Max Planck Institute for Astrophysics, Karl-Schwarzschild-Str. 1, 85748 Garching, Germany, 2018.
- [18] GABRIEL GERMAN, *Reheating dynamics in inflationary cosmology: insights from  $\alpha$ -attractor and  $\alpha$ -Starobinsky models*, arXiv:2411.01716 [astro-ph.CO], European Physical Journal Plus, vol. 140, no. 2, p. 129, 2025.
- [19] S. ALVI, T. BRINCKMANN, M. GERBINO, M. LATTANZI & L. PAGANO, *Do you smell something decaying? Updated linear constraints on decaying dark matter scenarios*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, vol. 2022, no. 11, pp. 015, 2022. doi:10.1088/1475-7516/2022/11/015.
- [20] S. HANNESTAD, *What is the lowest possible reheating temperature?*, Physical Review D, vol. 70, pp. 043506, 2004. doi:10.1103/PhysRevD.70.043506.
- [21] HANNU KURKI-SUONIO, *Cosmology I*, [Notas de clase], 2021.
- [22] D. TYTLER, J.M. O'MEARA, N. SUZUKI & D. LUBIN, *Deuterium and the Baryon Density of the Universe*, Physics Reports, vol. 333, pp. 409-432, 2000. Reprinted with permission from Elsevier.
- [23] SEAN M. CARROLL, *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*, Pearson/Addison Wesley, San Francisco, 2003.
- [24] A. BOYARSKY, M. DREWES, T. LASSERRE, S. MERTENS & O. RUCHAYSKIY, *Sterile Neutrino Dark Matter*, Prog. Part. Nucl. Phys., vol. 104, pp. 1-45, 2019. arXiv:1807.07938 [hep-ph], doi:10.1016/j.pnpnp.2018.07.004.
- [25] J. ELLIS, S.A.R. ELLIS, J. QUEVILLON, V. SANZ & T. YOU, *On the Interpretation of a Possible  $\sim 750$  GeV Particle Decaying into  $\gamma\gamma$* , Journal of High Energy Physics, vol. 2016, no. 3, pp. 176, 2016. arXiv:1512.05327 [hep-ph]. Reprinted with permission from Springer.
- [26] A. PEIMBERT, M. PEIMBERT & V. LURIDIANA, *The primordial helium abundance and the number of neutrino families*, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, vol. 52, no. 2, pp. 419-424, 2016. arXiv:1608.02062 [astro-ph.CO].
- [27] E. AVER, K.A. OLIVE & E.D. SKILLMAN, *The effects of He I  $\lambda 10830$  on helium abundance determinations*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, vol. 2015, no. 07, pp. 011, 2015. doi:10.1088/1475-7516/2015/07/011.
- [28] Y.I. IZOTOV, T.X. THUAN & N.G. GUSEVA, *A new determination of the primordial He abundance using the He I  $\lambda 10830$  Å emission line: cosmological implications*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 445, no. 1, pp. 778-793, 2014. doi:10.1093/mnras/stu1771.