



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Código Python para la simulación de detección de exoplanetas

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Marlon Steve García Mejía

Asesorado por

Dr. Roberto Vázquez Meza (IA - UNAM)

Dr. Oscar Mario Martínez Bravo (FCFM - BUAP)

Puebla Pue.
3 de junio de 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Código Python para la simulación de detección de exoplanetas

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Marlon Steve García Mejía

Asesorado por

Dr. Roberto Vázquez Meza (IA - UNAM)

Dr. Oscar Mario Martínez Bravo (FCFM - BUAP)

Puebla Pue.
3 de junio de 2024

**Título: Código Python para
la simulación de detección de exoplanetas**
Estudiante: MARLON STEVE GARCÍA MEJÍA

COMITÉ

Dr. Varela Carlos Enrique
Presidente

Dr. Mauricio Reyes Ruiz
Secretario

Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán
Vocal

Dra. Avilez López Ana Aurelia
Vocal

Dr. Roberto Vázquez Meza (IA - UNAM)
Dr. Oscar Mario Martínez Bravo (FCFM - BUAP)
Asesor

Agradecimientos

Quiero expresar mi profunda gratitud a mi director de tesis el Dr. Roberto Vázquez Meza, quien me ha guiado con sabiduría y paciencia durante todo el proceso. Su consejo y apoyo siempre han sido fundamentales para llevar a cabo proyectos además de este trabajo, por las enseñanzas y por mostrar que sí se puede trabajar con entusiasmo; no tengo palabras suficientes para agradecerle.

Al Dr. Óscar Martínez por el apoyo mostrado en la realización de la tesis.

A mi familia, mis papás, mis hermanos que siempre me dan su apoyo incondicional en todo momento. Su amor y calidez que me impulsaron a seguir adelante.

Agradezco a Paola, por todo el apoyo, amor y su compañía en la realización de este trabajo; por ayudarme a mantener motivación para todo y por siempre alentarme a mejorar.

A mis grandes amigos, que me ha dejado la universidad; Alan, Aisha, Marlon R., Fide, Fanny, Eira y Víctor; por las risas y momentos de presión que nos ha dado la carrera.

A los grandes profesores que me han orientado, Dra. Olga F, Dr. Varela, Dr. Humberto, gracias por permitirme trabajar con ustedes.

A mi jurado, por el tiempo y dedicación a este proyecto.

De igual manera, agradezco al Instituto de Astronomía de la UNAM por permitir tener mi estancia para el avance de mi tesis en Ensenada y permitirme conocer a grandes personas.

Por último, pero no menos importante, quiero agradecer a todas las personas que me dieron y me siguen dando la motivación a estudiar esta gran carrera.

Gracias, ya que hicieron posible la realización de mi tesis. Este proyecto no habría sido posible sin su ayuda y apoyo. ¡A todos gracias!

“Mucho que aprender todavía tienes”. - Maestro Yoda, Star Wars.

Índice general

Resumen	XIII
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Hipótesis	2
1.4. Justificación	2
2. Marco teórico	3
2.1. Leyes de Kepler	3
2.2. Introducción a los Exoplanetas	4
2.2.1. Métodos de detección	6
2.2.2. Caracterización de exoplanetas	9
2.2.3. Zona habitable	10
2.2.4. Exoplanetas y su impacto en la Astrofísica	12
2.3. Principios básicos de la simulación computacional	13
2.3.1. Simulación de exoplanetas	13
3. Metodología	15
3.1. Formalismo matemático	15
3.2. Diseño del código con MATHEMATICA	19
3.3. Diseño del código en Python	20
3.4. Comparación con datos del telescopio Kepler	21
3.5. Pruebas de uso	22
4. Resultados	23
4.1. Animación con Python	23
4.2. Validación de resultados	25
4.2.1. Resultados de las encuestas	26
5. Discusión	33
5.1. La relevancia del código y su capacidad en la educación y divulgación.	33
5.2. Cuestionario	34
5.3. Ventajas de usar este método	34
5.4. Limitaciones	35
5.5. Proyecto a futuro	36
6. Conclusiones	37
A. Código Mathematica	39

B. Código Python I	41
C. Código Python II	45
Bibliografía	47

Índice de figuras

2.1. Leyes de Kepler	4
2.2. Diferentes exoplanetas.	5
2.3. Velocidades radiales.	7
2.4. Curva de luz.	8
2.5. Atmósfera planetaria WASP 39b.	10
2.6. Discos protoplanetarios.	11
2.7. Zona habitable.	11
3.1. Área en diferentes momentos	16
3.2. Área de un segmento circular.	17
3.3. Modelado del tránsito de un exoplaneta con MATHEMATICA	19
3.4. Representación de una estrella y un planeta con Python.	20
3.5. Curva de luz del exoplaneta TrES-2b o Kepler-1b detectada por el telescopio Kepler	22
4.1. Valores de entrada en el código Python	24
4.2. Visualización de las gráficas	24
4.3. Simulación del exoplaneta	25
4.4. Ajuste de simulación	26
4.5. Primer pregunta cuestionario posterior.	27
4.6. Segunda pregunta cuestionario anterior.	28
4.7. Tercera pregunta cuestionario anterior.	29
4.8. Cuarta pregunta cuestionario anterior.	30
4.9. Quinta pregunta cuestionario anterior.	31

Índice de tablas

2.1. Número de exoplanetas detectados en cada método.	6
---	---

Resumen

El estudio de los exoplanetas representa un campo de significativa importancia en la Astrofísica contemporánea, y la disponibilidad de herramientas computacionales precisas y fiables para su modelado es de vital relevancia para profundizar en la comprensión de su naturaleza y origen. El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de una aplicación computacional para modelar la curva de luz de un exoplaneta con fines didácticos. Esta aplicación se fundamenta en la integración de un algoritmo diseñado para simular el comportamiento del exoplaneta, así como en la comparación de dicha simulación con la curva de luz observacional.

En una fase inicial, se llevó a cabo una revisión de la literatura científica relacionada con los exoplanetas, con el objetivo de analizar detalladamente las técnicas primordiales empleadas en su detección y modelado. Posteriormente, se implementó una metodología para desarrollar una aplicación destinada al modelado de exoplanetas. Esta aplicación permite la entrada de varios parámetros, tales como el ángulo de inclinación, el radio del exoplaneta con respecto a la estrella y el radio orbital. Todo esto con el objetivo de observar y analizar las diferentes representaciones gráficas generadas por dichas variaciones.

La aplicación desarrollada fue concebida haciendo uso de los lenguajes de programación Mathematica y Python. Además fue sometida a un proceso de pruebas y validaciones con el propósito de garantizar su precisión. Diseñada con una interfaz sencilla y accesible, esta herramienta permite a los usuarios explorar diversas configuraciones de exoplanetas y visualizar de manera clara los resultados obtenidos, de esta forma se facilita la comparación entre las curvas de luz teóricas generadas por la simulación y aquellas obtenidas mediante los datos del telescopio.

En términos generales, este trabajo de tesis representa un aporte significativo al campo de la enseñanza de la Astrofísica y la Astrobiología, al simplificar la comprensión de las mediciones de los exoplanetas y sus curvas de luz. Además, este trabajo demuestra el potencial de la programación y la tecnología computacional para la mejora de nuestra comprensión de los cuerpos celestes situados más allá de nuestro Sistema Solar.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

El estudio de exoplanetas ha cobrado un impulso significativo en las últimas décadas gracias a misiones espaciales como Kepler y TESS, que han proporcionado una cantidad abundante de datos sobre cuerpos celestes fuera de nuestro Sistema Solar. El análisis de las curvas de luz, esencial para la detección y caracterización de exoplanetas, ha demostrado ser una herramienta crucial en este campo. Sin embargo, la interpretación de estas curvas de luz requiere de un entendimiento profundo de fenómenos físicos y astronómicos complejos, lo que representa un reto significativo para estudiantes y educadores.

A pesar de la importancia de las curvas de luz en la Astronomía moderna, existen pocas herramientas accesibles y educativas dedicadas a simular y visualizar estos fenómenos de manera interactiva y comprensible para los estudiantes de ciencias. La mayoría de los programas disponibles son altamente técnicos y no están diseñados con un enfoque pedagógico, limitando su utilidad en un contexto educativo.

El desarrollo de un software que simule curvas de luz de exoplanetas no solo servirá como una valiosa herramienta educativa, sino que también fomentará el interés y la comprensión de los estudiantes sobre la investigación espacial y la Astrobiología. Este proyecto busca llenar la brecha existente, proporcionando una plataforma que demuestre los principios físicos y matemáticos involucrados en la Astronomía de exoplanetas de una manera accesible y atractiva.

Este trabajo no solo tiene la intención de ser una herramienta didáctica para estudiantes de Física y Astronomía, sino que también se espera que sea un recurso útil para los educadores que buscan integrar tecnologías de simulación en sus currículos. Al proporcionar acceso a software educativo, se promueve una mayor inclusión y democratización del conocimiento científico avanzado, permitiendo que una audiencia más amplia participe en el fascinante campo de la Astrofísica.

1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un software educativo diseñado para simular las curvas de luz de exoplanetas. Este código integrará un algoritmo que permitirá no solo la simulación de dichas curvas, sino también su comparación directa con datos obtenidos a través de observaciones astronómicas. La aplicación brindará la posibilidad de modificar diversas configuraciones del exoplaneta, tales como los ángulos de inclinación, el radio del planeta y su radio orbital. Esto permitirá al usuario visualizar los efectos de estos parámetros en las curvas de luz, facilitando un entendimiento profundo de cómo estos factores influyen en las observaciones astronómicas y permitiendo comparar los resultados simulados con datos reales.

Como parte de este trabajo, se pretende evaluar la comprensión de las personas mediante un cuestionario con la finalidad de:

- **Reforzar el aprendizaje.** Después de una explicación, es común que las personas retengan parte de la información, pero pueden olvidar detalles importantes. Al responder un cuestionario, refuerzan lo que han aprendido, ayudando a consolidar el conocimiento en sus mentes.
- **Identificar áreas de confusión.** Los exoplanetas y los métodos de detección pueden ser conceptos complejos para algunas personas. Un cuestionario permite identificar áreas específicas en las que las personas pueden estar confundidas o necesitar más claridad. Esto ayuda al facilitador a ajustar su enfoque y ofrecer más explicaciones donde sea necesario.
- **Fomentar la participación activa.** Al participar en un cuestionario, las personas se involucran activamente en el proceso de aprendizaje. Esto les permite poner en práctica lo que han aprendido y les brinda una sensación de logro cuando responden correctamente.
- **Medir el nivel de comprensión.** El cuestionario proporciona una forma objetiva de medir el nivel de comprensión de las personas sobre el tema. Esto es útil tanto para los participantes, ya que les permite evaluar su propio conocimiento, como para el facilitador, ya que puede evaluar la efectividad de su enseñanza.
- **Promover la curiosidad y el intercambio de ideas.** Durante la discusión posterior al cuestionario, las personas pueden plantear preguntas adicionales o compartir sus propias ideas y opiniones. Esto fomenta la curiosidad y el intercambio de conocimientos, enriqueciendo la experiencia educativa para todos los involucrados.

1.3. Hipótesis

La hipótesis central de esta tesis sostiene que el uso de este código facilitará la comprensión de los conceptos fundamentales sobre los exoplanetas y sus características entre los usuarios, convirtiéndose en una herramienta valiosa para la enseñanza y la divulgación de estos conceptos. Se espera que al interactuar con este software, los estudiantes y el público general puedan familiarizarse más profundamente con los métodos de detección de exoplanetas, fortaleciendo sus habilidades analíticas y estimulando su interés y curiosidad científica.

Este código se implementará en entornos educativos y será objeto de estudio en clases, donde se evaluará su eficacia a través de su uso directo. Se organizarán presentaciones sobre exoplanetas y sus métodos de detección, durante las cuales se demostrará la funcionalidad de la aplicación desarrollada.

1.4. Justificación

La integración de investigaciones teóricas sobre exoplanetas con el desarrollo de herramientas prácticas, como este software, establece una base sólida para la exploración y comprensión en el campo. La justificación para desarrollar esta aplicación se fundamenta en varias necesidades:

- Fomentar la enseñanza de métodos de detección de exoplanetas.
- Estimular el uso de herramientas computacionales para aumentar la curiosidad y el aprendizaje activo.
- Facilitar la divulgación científica, permitiendo compartir avances y descubrimientos con un público más amplio.

Esta aplicación, diseñada para modelar curvas de luz de exoplanetas, aspira a despertar un interés renovado en la comunidad educativa y el público en general, promoviendo una mayor participación en este ámbito de estudio.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Leyes de Kepler

Las Leyes del Movimiento Planetario de Kepler, establecidas por Johannes Kepler en 1618, son principios fundamentales que rigen el movimiento de los cuerpos celestes (Field, 2013). Posteriormente, Newton explicó estas leyes cuando publicó su obra *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, en donde utilizó su teoría de la Gravitación Universal para demostrar que las Leyes de Kepler son el resultado de un campo de fuerza atractivo $F \propto r^{-2}$ (Rodrigues y Dias, 2022). Las leyes de Kepler han sido fundamentales para comprender la dinámica planetaria e incluso para estudiar el movimiento de satélites artificiales, y han inspirado varios algoritmos de optimización, como el Algoritmo de Optimización de Kepler (KOA), que imita el movimiento planetario para la resolución de problemas (Abdel-Basset et al., 2023). Las Leyes de Kepler son las siguientes:

- **Primera ley.** Establecida por Johannes Kepler en 1609 y perfeccionada por Newton en 1665, la primera ley de Kepler postula que las órbitas de los planetas son elípticas, con el Sol ubicado en uno de sus focos (Fig. 2.1A). Este principio se extendió con la formulación de la ley de Gravitación Universal de Newton, revelando que las trayectorias orbitales pueden adoptar cualquier forma cónica, incluyendo elipses, parábolas e hipérbolas. Esta comprensión ha sido crucial para describir no solo las órbitas planetarias, típicamente elípticas, sino también las trayectorias parabólicas e hiperbólicas de cometas no periódicos. Hoy, la primera ley de Kepler continúa siendo fundamental para entender el movimiento planetario en nuestro Sistema Solar y resalta el legado revolucionario de Kepler en el ámbito de la Astronomía y la Mecánica Celeste (Osserman, 2001).
- **Segunda ley.** Conocida también como la Ley de las Áreas Iguales, la segunda ley de Kepler establece que un planeta barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales durante su órbita alrededor del Sol (Fig. 2.1B). Propuesta por Johannes Kepler en 1618 y más tarde fundamentada por Isaac Newton en 1665, esta ley es una consecuencia de la conservación del momento angular. Además, se ha identificado una interesante correlación entre las trayectorias descritas por la segunda ley de Kepler y la geometría de las fracciones continuas, tema que ha sido explorado en los estudios de Oleg Karpenkov. Estos descubrimientos subrayan la relevancia continua de las leyes de Kepler, no solo en la mecánica celeste clásica, sino también en el estudio moderno de los sistemas exoplanetarios (Schröder y Treder, 2001).
- **Tercera ley.** Esta ley establece que el cuadrado del período orbital de un planeta es proporcional al cubo de la longitud de su semieje mayor (Fig. 2.1C). Esta relación matemática vincula la distancia de un planeta al Sol con la duración de su órbita, indicando que cuanto mayor es la distancia, más tiempo requiere el planeta para completar una vuelta alrededor del

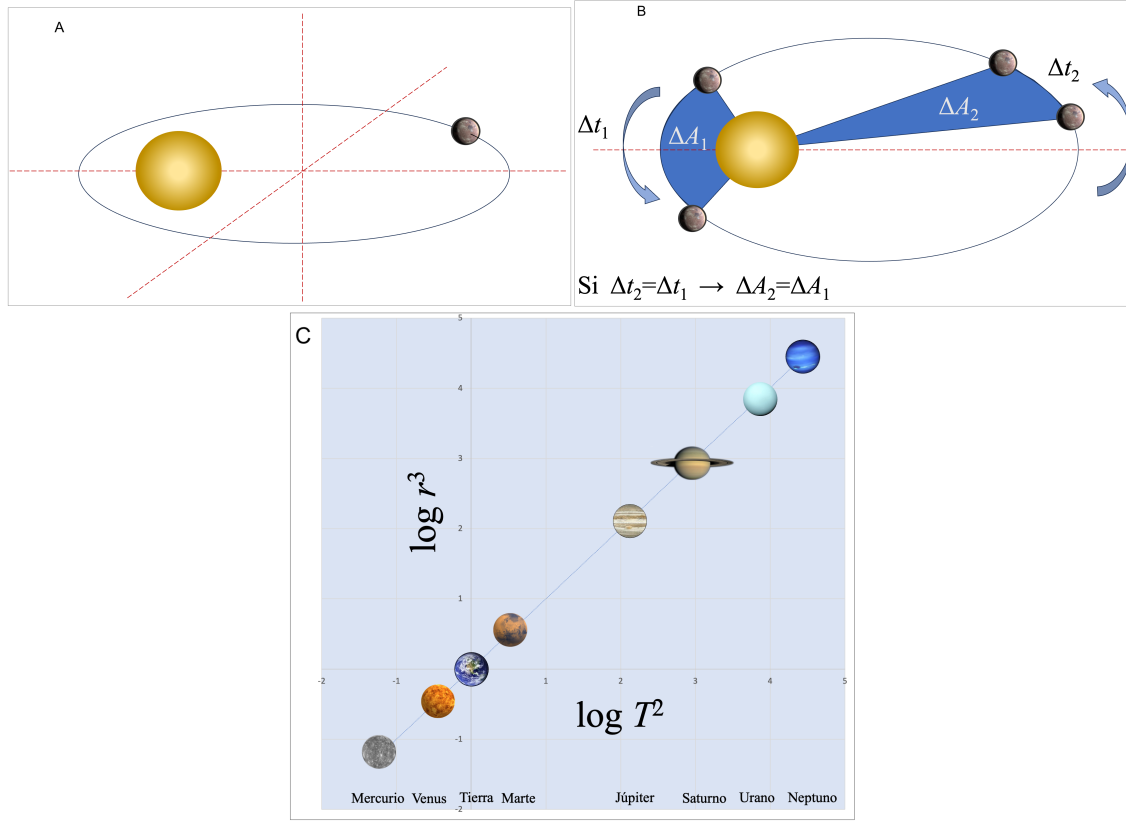


Figura 2.1: Leyes de Kepler: (A) Primera, los planetas giran en torno al Sol describiendo órbitas elípticas con el Sol en uno de sus focos. (B) Segunda, el radio vector que une a un planeta con el Sol describe áreas iguales, ΔA , en intervalos de tiempo iguales, Δt . (C) Tercera, el cuadrado del periodo orbital de los planetas, T , es proporcional al cubo de su distancia media al Sol, r . En esta figura se presenta una gráfica del logaritmo de r^3 (con r en Unidades Astronómicas, 149.59 millones de km), como función del logaritmo de T^2 , (con T en años terrestres, 365.24 días).

Sol. Esta ley es crucial para entender el movimiento de los planetas tanto en nuestro Sistema Solar como en otros sistemas exoplanetarios, proporcionando una base para la Mecánica Celeste y la Astrofísica. Se puede derivar fácilmente cuando se iguala la fuerza centrípeta del Sol sobre un planeta con la fuerza gravitacional establecida por Newton. Además, el análisis de cómo las relaciones de masa y las distancias orbitales se comportan en condiciones de órbitas excéntricas revela patrones de ley de potencia que son fundamentales para comprender la formación y la dinámica de tales órbitas (Schröder y Treder, 2001).

2.2. Introducción a los Exoplanetas

Los exoplanetas son planetas que orbitan alrededor de otras estrellas diferentes a nuestro Sol. Su estudio proporciona información valiosa sobre la naturaleza y el origen de los cuerpos celestes más allá de otros sistemas planetarios. En la astrofísica moderna, la detección de exoplanetas comenzó en 1988, cuando el astrónomo alemán Alexander Wolszczan logró detectar los dos primeros exoplanetas conocidos alrededor de la estrella de neutrones PSR B1257 + 12 (Wolszczan, 1994). Los planetas giran alrededor de un púlsar que es una estrella que emite radiación muy intensa a intervalos cortos y regulares. Sin embargo, este descubrimiento no fue confirmado, dejando la

primera detección sin validarse hasta varios años después. Por otra parte, Mayor y Queloz (1995), confirmaron la detección del primer exoplaneta que orbita una estrella de tipo solar y recibieron por ello el premio Nobel de Física en 2019.

La diversidad de exoplanetas abarca una amplia gama de características planetarias. De acuerdo con el sitio web de la NASA, hasta la fecha, se han confirmado más de 5,600 exoplanetas, y más de 10,000 candidatos, los cuales requieren ser confirmados. Entre los planetas detectados se encuentran aquellos con evidencia de composición rocosa y dimensiones modestas, así como gigantes gaseosos. También se identifican otros tipos, como los denominados Júpiter Calientes, Super Tierras y mini Neptunos. También hay exoplanetas que orbitan alrededor de Sistemas Binarios (exoplanets.nasa.gov).

La detección y el modelado de exoplanetas se ha convertido en uno de los campos más interesantes y de mayor relevancia en la Astrobiología.

La mayoría de los exoplanetas se detectan a través de métodos indirectos, como la detección de tránsitos planetarios, la medición de variaciones en la velocidad radial de la estrella anfitriona, el efecto en el brillo de una estrella de fondo debido a la curvatura gravitacional, entre otros (Chen, 2023).

Estos métodos permiten a los científicos inferir la presencia de un planeta y obtener información sobre sus características físicas. Los exoplanetas varían en tamaño, desde planetas rocosos similares a la Tierra (o incluso más pequeños) hasta gigantes gaseosos, varias veces más grandes que Júpiter. La comprensión de la distribución y las propiedades de los exoplanetas ha llevado a la identificación de varios tipos de sistemas planetarios, incluidos sistemas con múltiples planetas y sistemas con planetas en órbitas muy cercanas a su estrella. Además, se ha descubierto que algunos exoplanetas orbitan en la zona habitable de su estrella, definida como el lugar en donde las condiciones pueden ser adecuadas para la existencia de agua líquida, indispensable para las reacciones metabólicas de la vida, tal y como la conocemos. (Robinson, 2018). El tema de Zonas Habitables lo profundizaremos en la sección 2.2.3.

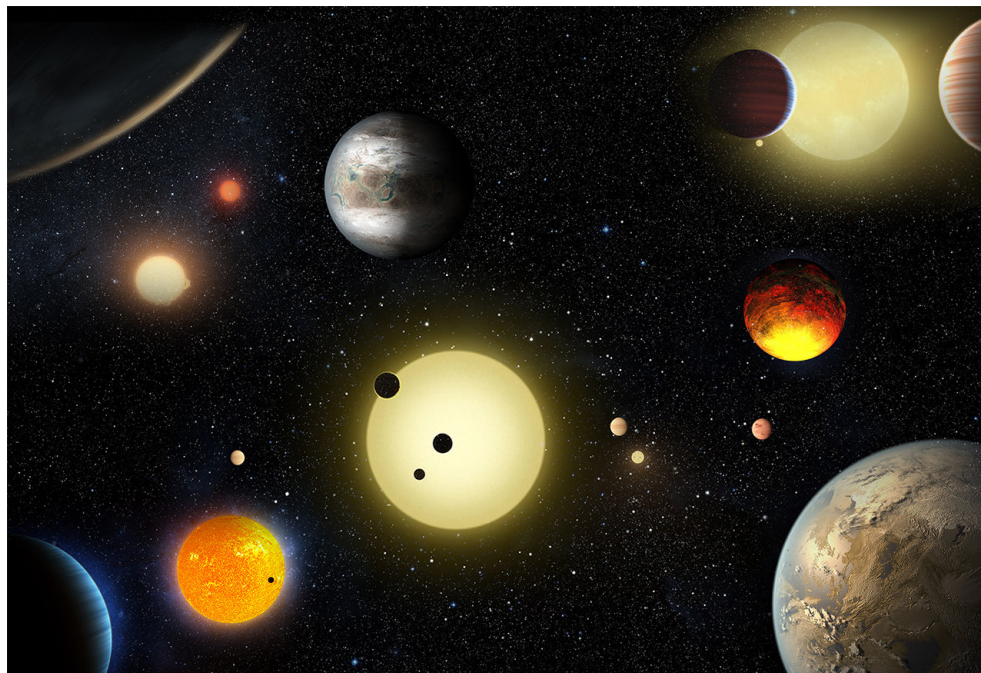


Figura 2.2: Concepción artística para mostrar diferentes exoplanetas (NASA).

Tabla 2.1: Número de exoplanetas detectados en cada método.

Método	Exoplanetas detectados
Tránsito	4,173 (74.2 %)
Velocidades radiales	1,090 (19.4 %)
Microentes gravitacionales	217 (3.85 %)
Imagen directa	77 (1.35 %)
Astrometría	3 (0.05 %)
Otros métodos	66 (1.15 %)
TOTAL	5,626 (100 %)

Fuente: exoplanets.nasa.gov (consulta: 13 de mayo de 2024).

Los trabajos de investigación sobre los exoplanetas también han proporcionado información sobre la formación y evolución de los sistemas planetarios. Se sabe que los planetas se forman a partir de discos de material que rodean a las estrellas jóvenes y su detección en diferentes etapas evolutivas ha permitido a los científicos investigar este proceso en detalle (Tackley, 2023). Además, este tipo de estudios nos ha llevado a la identificación de fenómenos, como los planetas errantes, es decir, que no están unidos a ninguna estrella, y los sistemas planetarios que orbitan alrededor de sistemas binarios, compuestos por dos estrellas (Williams & Wong, 2017).

El estudio de los exoplanetas es un campo de investigación que ayuda a comprender la diversidad y complejidad de los sistemas planetarios en nuestra galaxia. Los nuevos descubrimientos en este campo tendrán un impacto significativo en nuestra comprensión de la formación y evolución de los sistemas planetarios y nos podrán proporcionar información importante sobre la existencia de vida en otros lugares del universo (Garcia-Sage et al., 2023).

2.2.1. Métodos de detección

El descubrimiento del primer exoplaneta en 1995 condujo a un incremento en la detección de exoplanetas, revelando una amplia gama de mundos posibles y el interés en las teorías de formación y evolución de planetas (Marcelin et al., 2023). La detección de exoplanetas se realiza utilizando diversas técnicas (véase Tabla 2.1), como el análisis de conjuntos de datos de curvas de luz, la medición de oscilaciones de velocidad radial, entre otros (Nieto & Díaz, 2023).

Los métodos de aprendizaje automático se han vuelto comunes en la investigación de descubrimiento y categorización de exoplanetas, mejorando la identificación de señales de exoplanetas en curvas de luz (Flasseur et al., 2023).

Miles de exoplanetas han sido descubiertos mediante la búsqueda de pequeños cambios periódicos en el brillo de las estrellas, conocidos como tránsitos, que revelan la prevalencia de planetas más grandes que la Tierra y más pequeños que Neptuno que orbitan estrellas similares al Sol. La búsqueda de exoplanetas requiere avances en telescopios, instrumentos y técnicas de observación, incluidos métodos de cómputo, como el algoritmo de mínimos cuadrados de ajuste de cajas, el algoritmo de mínimos cuadrados de tránsito y técnicas de aprendizaje automático (Chen, 2023).

A través de la detección y caracterización de exoplanetas, los científicos han hecho nuevas preguntas sobre el origen y evolución de la vida en el universo. Durante siglos, la existencia de exoplanetas fue puramente especulativa, basada en teorías y modelos astronómicos. Sin embargo, a partir de la década de 1990, los avances tecnológicos en la detección de estrellas cercanas permitieron a los científicos comenzar a buscar evidencia directa de la existencia de planetas orbitando alrededor de ellas (Cassan, 2021).

Velocidades Radiales

El método de las velocidades radiales es uno de los primeros métodos utilizados para detectar exoplanetas (Hatzes, 2016). Consiste en observar variaciones en la velocidad radial de una estrella, causada por la fuerza gravitacional ejercida por un planeta suficientemente masivo que orbita alrededor de la estrella.

Este método se basa en el efecto Doppler, en donde la variable característica (frecuencia o longitud de onda) de una onda isotrópica, cuya fuente está en movimiento, es recibida por el observador de forma alterada si una componente del vector velocidad de la fuente está en la dirección de su línea de visión.

La relación entre la velocidad radial y el cambio en la longitud de onda observada debido al efecto Doppler es:

$$V_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c. \quad (2.1)$$

donde λ_0 es la longitud de onda en reposo, $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ es el cambio de la longitud de onda con respecto a la de reposo y c es la velocidad de la luz.

Este cambio en la variable permite medir el cambio en la velocidad radial de la estrella a lo largo del tiempo. Al analizar estas variaciones, los astrónomos pueden predecir con precisión la existencia de los exoplanetas, así como su relación de masas y radios orbitales, dependiendo de las características espectrales de la estrella (Hatzes et al., 2010).

El método ha sido ampliamente utilizado debido a su simplicidad y capacidad para proporcionar características básicas de los sistemas planetarios. Sin embargo, tiene limitaciones, como por ejemplo, que solo puede predecir la masa mínima de los exoplanetas, además de verse afectado por errores instrumentales y fuentes de ruido (Tian, 2023).

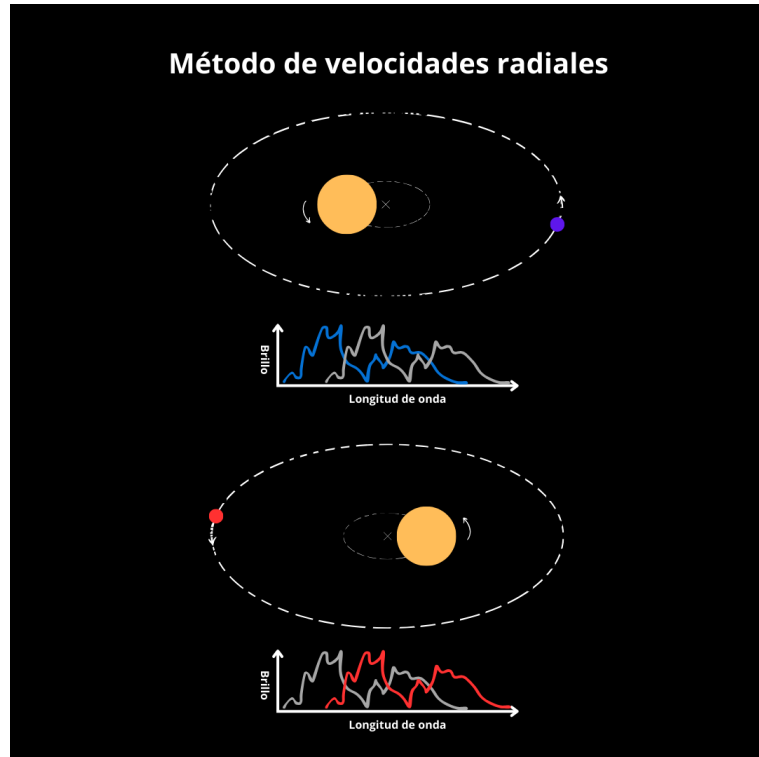


Figura 2.3: Velocidades radiales.

Método de tránsito

El método de tránsito es un método exitoso de descubrimiento de exoplanetas que utiliza fotometría para detectar planetas en tránsito (Deeg & Alonso, 2018). Consiste en observar la disminución del brillo de una estrella cuando un planeta pasa frente a ella (ver Figura 2.4), esta reducción en la luz se puede medir y utilizar para inferir la presencia de un planeta y su tamaño relativo al de la estrella (Morris, 2019).

Este método proporciona un amplio conjunto de parámetros que se pueden obtener de los planetas en tránsito, especialmente cuando se combina con observaciones de velocidad radial (Wang et al., 2021). Sin embargo, este método tiene limitaciones, como la baja probabilidad de que ocurran tránsitos en sistemas planetarios orientados al azar y la presencia de fenómenos astrofísicos que pueden imitar tránsitos y dar lugar a falsas detecciones (Feng et al., 2019).

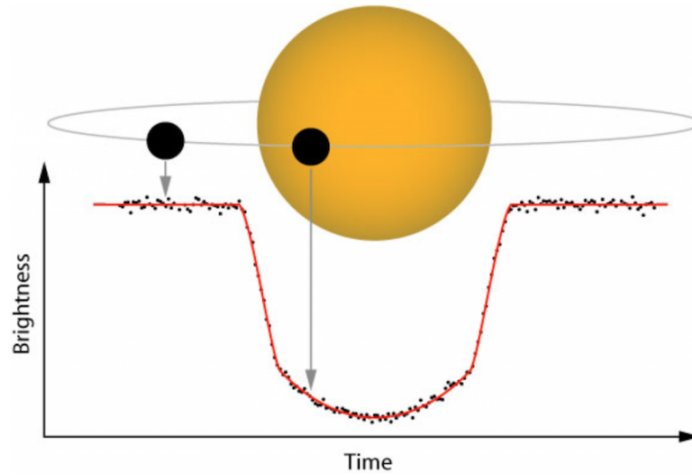


Figura 2.4: Curva de luz obtenida por el tránsito de un exoplaneta sobre el disco estelar (Next Generation Transit Survey, 2024).

Microlente gravitacional

El método de microlente gravitacional tiene el potencial de descubrir un gran número de planetas en tránsito midiendo curvas de luz precisas y paralajes relativos de millones de estrellas (Bennett, 2009).

Mientras que las curvas de luz de tránsito planetario tienen una forma familiar, las curvas de luz de microlente pueden mostrar una amplia variedad de morfologías cuando son perturbadas por planetas, ya que en eso se basa el método de detección (Rogers & Schechter, 2010)

Varios estudios han utilizado estudios de microlente para buscar candidatos a planetas en tránsito y han encontrado resultados prometedores (Abe et al., 2005), poniendo en relieve la necesidad de realizar observaciones de seguimiento, como mediciones espectroscópicas y fotométricas de alta precisión, para confirmar la presencia de planetas.

Una vez que se logra la detección de un exoplaneta, los científicos pueden utilizar la información disponible sobre la estrella anfitriona y el planeta para inferir detalles acerca de la composición, el tamaño, la atmósfera y la órbita del planeta. Estos datos desempeñan un papel fundamental al proporcionar información relevante sobre la formación y la evolución de los sistemas planetarios, así como la posibilidad de vida en otros mundos por lo que el descubrimiento de exoplanetas ha supuesto un gran avance para la Astrobiología (Deeg & Belmonte, 2018).

2.2.2. Caracterización de exoplanetas

La caracterización de exoplanetas implica la recopilación y análisis de datos de diversas técnicas de detección para determinar parámetros como el tamaño, la masa, la densidad, la temperatura, la atmósfera, la composición química y la estructura geológica.

Al estudiar la relación entre la masa y el tamaño de un exoplaneta, los astrónomos pueden inferir su densidad, donde m es la masa del planeta, V el volumen de la masa y ρ la densidad.

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (2.2)$$

Modelos teóricos sencillos de tres componentes (roca, hielo y agua líquida), pueden ayudarnos a comprender el tipo de planetas que se descubren. Este problema ha llevado al desarrollo de enfoques innovadores, como los modelos de aprendizaje automático como ExoMDN, que pueden caracterizar la estructura interior de los exoplanetas en función de parámetros observables (Baumeister & Tosi, 2023). También hay esfuerzos para acoplar el modelado de la atmósfera y el interior con la actividad biológica para evaluar la habitabilidad de los exoplanetas (Stephane, 2023). SLOppy, un software que ha mejorado el análisis de los espectros de transmisión óptica para restringir la composición de las atmósferas exoplanetarias (Sicilia et al., 2022).

La espectroscopía es una herramienta esencial en la caracterización de exoplanetas, ya que permite analizar la luz emitida por estos cuerpos y descomponerla en sus diferentes longitudes de onda (Holmberg & Madhusudhan, 2023). Al estudiar los espectros, se puede identificar elementos químicos, moléculas y compuestos presentes en la atmósfera de los exoplanetas. Esta técnica proporciona información detallada sobre la composición atmosférica, incluyendo la presencia de gases como dióxido de carbono, metano o agua, elementos fundamentales en la búsqueda de mundos potencialmente habitables (Seager & Deming, 2010).

Además, la observación de la luz estelar filtrada a través de las atmósferas de los exoplanetas, conocida como espectroscopía de tránsito, ofrece pistas cruciales sobre la composición química y física de estas atmósferas (Kreidberg et al., 2014). Los gases presentes en las atmósferas exoplanetarias absorben ciertas longitudes de onda de la luz estelar, lo que se traduce en patrones específicos en los espectros que se pueden interpretar para inferir la presencia y abundancia de diferentes elementos y compuestos.

La detección de agua líquida y la presencia de gases como oxígeno, dióxido de carbono y metano son consideradas señales clave en la evaluación de la habitabilidad de un mundo distante (Rugheimer & Kaltenegger, 2018).

La espectroscopía de la atmósfera de exoplanetas ha sido un problema muy difícil de estudiar, debido a que la absorción de luz por parte de los mismos es de una fracción muy pequeña. Sin embargo, los más recientes avances tecnológicos nos han dado excelente resultado. Me refiero al telescopio espacial James Webb de la NASA, que ha logrado una primicia al proporcionar un perfil molecular y químico de la atmósfera de un exoplaneta llamado WASP-39b (Fig. 2.5), un “Saturno caliente” que orbita alrededor de una estrella a unos 700 años luz de distancia. El telescopio ha identificado un contenido atmosférico muy rico, con componentes como agua, dióxido de carbono, dióxido de azufre, monóxido de carbono y sodio (Holmberg & Madhusudhan, 2023).

Un paso importante para comprender las observaciones del telescopio espacial James Webb es la primera simulación atmosférica de un exoplaneta en un laboratorio. Los investigadores han recreado las condiciones de presión y temperatura de un exoplaneta y han analizado su espectro para estudiar su composición y neblina. La neblina es una capa de partículas sólidas suspendidas en el gas que puede alterar la forma en que la luz interactúa con el gas y dificultar la detección de moléculas como el agua (He et al., 2023).

Además, el telescopio espacial James Webb podrá cartografiar la atmósfera de los exoplanetas mediante dos métodos: el análisis de la curva de fase y la cartografía de eclipses secundarios. Estos métodos permiten medir la variación espacial de la atmósfera al observar cómo cambia el brillo del planeta según su posición respecto a su estrella. De esta forma, se puede obtener información

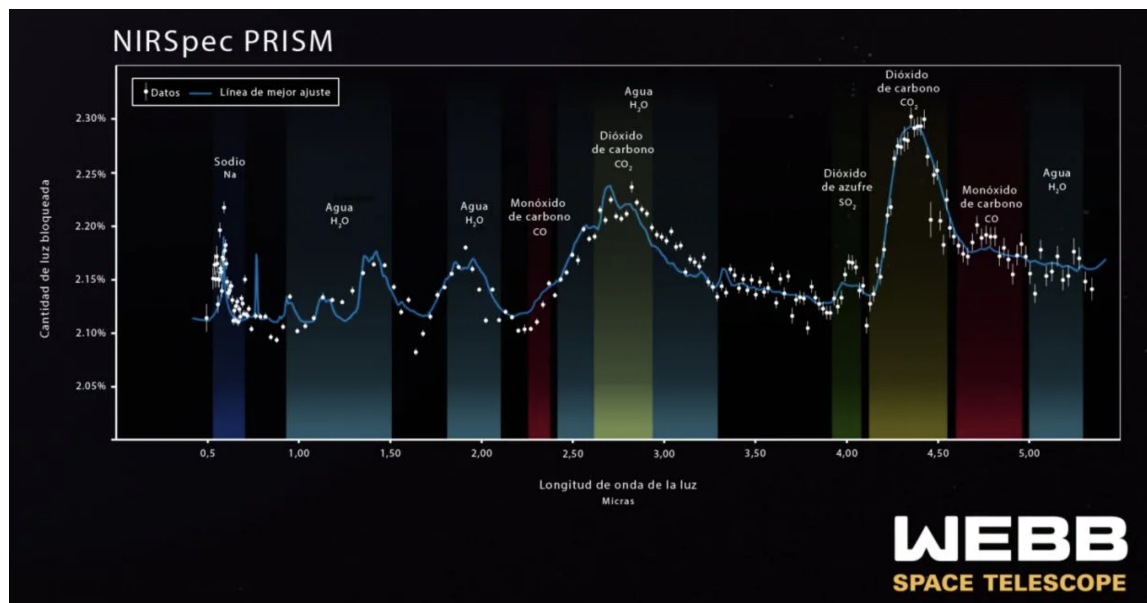


Figura 2.5: Composición atmosférica del exoplaneta Wasp 39b. (Webb Space Telescope, NASA).

sobre las nubes, las corrientes atmosféricas y las diferencias climáticas entre el día y la noche del planeta.

Los astrónomos también están investigando la estructura y evolución de los sistemas planetarios, como los discos protoplanetarios que rodean a las estrellas jóvenes. Estos discos están compuestos por gas y polvo y son el lugar donde se forman los planetas. Los estudios de la estructura de estos discos pueden proporcionar información sobre el proceso de formación planetaria. Esto se ha logrado utilizando el arreglo de radiotelescopios ALMA (*Atacama large Millimeter Array*; Wang et al., 2021, ver Fig. 2.6). Los casos de los discos protoplanetarios de V883 Orionis y TW Hydrae han destacado por su relevancia en el estudio de la formación planetaria. V883 Orionis su rápido crecimiento y evolución han despertado un gran interés entre los astrónomos, ya que podría proporcionar información sobre las etapas tempranas de la formación planetaria en sistemas estelares jóvenes (Lee et al., 2019).

Para AS 209, aunque más reciente, este disco también ha arrojado luz sobre los procesos de formación planetaria y ha destacado la importancia de estudiar sistemas estelares jóvenes para comprender mejor la evolución de los planetas (Macías et al., 2021).

Con técnicas cada vez más sofisticadas, los astrónomos no solo están descubriendo nuevos exoplanetas, sino que también están obteniendo información detallada sobre sus propiedades físicas y atmosféricas (Murgas Alcaino, 2013).

La detección y caracterización de exoplanetas ha llevado a la identificación de varios tipos de sistemas planetarios, incluyendo sistemas con múltiples planetas y sistemas con planetas en órbitas cercanas a su estrella anfitriona (conocidos como planetas “calientes”). Además, se ha descubierto que algunos exoplanetas orbitan en la llamada “zona habitable” de su estrella anfitriona, donde las condiciones pueden ser adecuadas para la existencia de agua líquida (Mazevet et al., 2023).

2.2.3. Zona habitable

Uno de los temas más importantes en la búsqueda de exoplanetas es la identificación de aquellos que podrían albergar vida. Los científicos han definido la **Zona de Habitabilidad** o **Zona Habitable** como la región alrededor de una estrella donde las condiciones son adecuadas para la

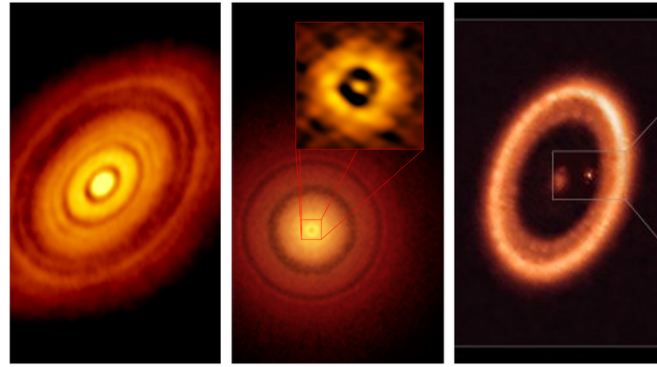


Figura 2.6: *Izquierda*: Imagen de emisión de polvo en el continuo del disco alrededor de HL Tau (ALMA Partnership et al., 2015). *Centro*: Observaciones de ALMA de la estructura en forma de anillo y el espacio a 1 UA en TW Hydra (Andrews et al., 2016). *Derecha*: Observaciones de ALMA en emisión del continuo submilimétrico de un candidato a protoplaneta (Benisty et al., 2021).

existencia de agua líquida en la superficie de un planeta (Kasting et al., 1993; ver Fig. 2.7).

La zona habitable es importante en la Astrobiología ya que se considera que el agua líquida es un requisito esencial para la vida tal como la conocemos. Los planetas en la zona habitable podrían tener la capacidad de soportar la vida si se satisfacen otras condiciones: la capacidad para retener una atmósfera, la composición química de dicha atmósfera, tener un sustrato (suelo) con determinados componentes, entre otros. En nuestro propio sistema solar, la zona habitable se encuentra aproximadamente entre las órbitas de Venus y Marte (Kasting et al., 1993).

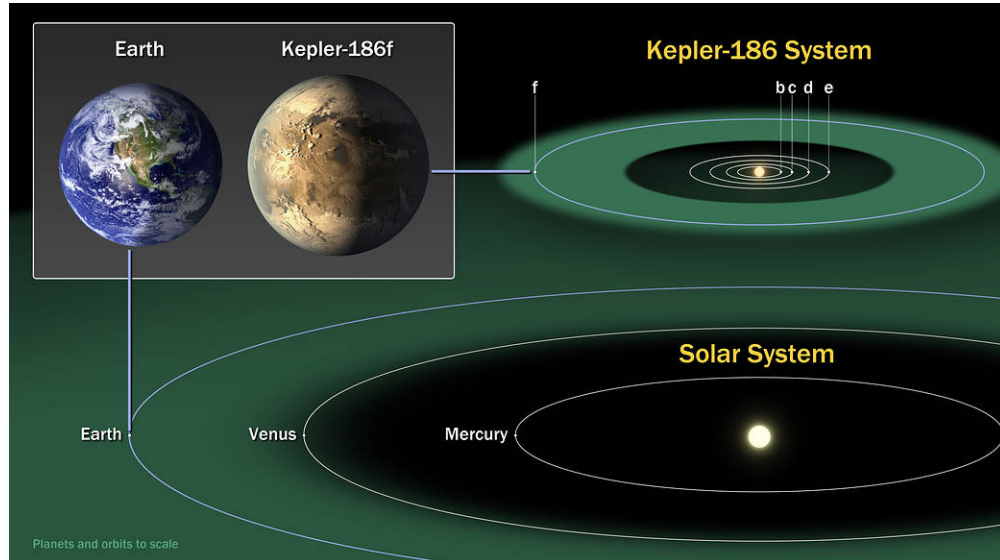


Figura 2.7: Comparación entre zonas habitables: la del Sistema Solar (donde se encuentra la Tierra) y la del sistema de la estrella Kepler-186 (donde se encuentra el exoplaneta Kepler-186f).

Se han propuesto otras zonas habitables, como la zona habitable extendida y la zona habitable de exolunas. La zona habitable extendida se refiere a una región más allá de la zona habitable clásica donde planetas con atmósferas densas podrían tener agua líquida en la superficie. Por otra

parte la zona habitable de exolunas se refiere a la región alrededor de un planeta gigante donde las lunas del planeta podrían tener condiciones adecuadas para la vida, como las lunas de Júpiter las cuales tienen agua líquida debajo de una superficie de hielo conformada por varios kilómetros de espesor. La identificación de planetas en la zona habitable es un paso importante en la búsqueda de vida. La investigación en la zona habitable sigue siendo un campo de estudio y en constante evolución en la Astrobiología (Heller y Armstrong, 2014; Pierrehumbert, 2011).

¿Qué es la Astrobiología?

La Astrobiología es un campo científico multidisciplinario que tiene como objetivo estudiar acerca del origen, evolución, distribución y futuro de la vida en todo el Universo, considerando a la Tierra como el único ejemplo conocido de vida, hasta ahora (Montoya et al., 2022).

Esta área de la ciencia explora los requisitos para que surja la vida y las características de los mundos habitables, tratando de responder preguntas fundamentales sobre la vida. Su multidisciplinariedad abarca la biología, la química, la física, la geología, la astronomía, etc. Los científicos en este campo están interesados en la búsqueda de vida extraterrestre, ya sean formas de vida primitivas como bacterias o incluso en seres inteligentes (Hallsworth et al., 2021).

Mientras que la Astronomía proporciona el contexto para comprender el origen y la evolución de la vida en la Tierra, los descubrimientos sobre la biósfera terrestre informan nuestro pensamiento sobre la vida en otros lugares (Chyba & Hand, 2005). La Astrobiología también estudia los parámetros físicos y químicos que permiten la aparición de vida en la Tierra, que es crucial para comprender nuestro propio entorno y para la búsqueda de vida en otros planetas (Cockell, 2015).

2.2.4. Exoplanetas y su impacto en la Astrofísica

La tecnología y las técnicas de observación continúan evolucionando, lo que amplía nuestra capacidad para detectar y estudiar los exoplanetas.

El telescopio espacial Kepler utilizó la técnica de tránsito (véase sección 2.2.1.) para detectar casi 3,000 exoplanetas. El éxito de la misión de Kepler demostró que la detección de exoplanetas no solo era posible, sino que la convirtió en algo habitual. En 2013 el telescopio espacial Kepler de la NASA, completó su misión principal de cuatro años, durante la cual descubrió más de 2.600 exoplanetas (Incha et al., 2023).

El descubrimiento de exoplanetas ha revolucionado nuestra comprensión de los sistemas planetarios, extendiendo el campo de la física y la química estelar más allá de las estrellas mismas para explorar su impacto en los planetas que las orbitan. Antes de este hallazgo, la atención se centraba en estudiar las estrellas de manera aislada. Sin embargo, ahora se sabe que los sistemas planetarios son comunes y que pueden presentar una gran variedad de configuraciones orbitales alrededor de sus estrellas. Esto ha motivado a los astrofísicos a investigar cómo las dinámicas de estos sistemas afectan a los planetas involucrados (Rojas-Ayala, 2023).

La caracterización de las atmósferas de los exoplanetas se ha convertido en un campo crucial dentro de la astrofísica. Los avances en espectroscopia han permitido descubrir atmósferas con complejas composiciones químicas, generando nuevas preguntas sobre cómo se forman y evolucionan los planetas. Este enfoque ha mejorado los modelos teóricos de formación planetaria, que se han enriquecido notablemente con los datos recabados de la detección de exoplanetas.

2.3. Principios básicos de la simulación computacional

Las Ciencias Computacionales han sido una herramienta esencial en el campo de la física y la astrofísica, principalmente para la simulación y análisis de datos. Así, la programación permite a los investigadores simular diferentes escenarios, lo que les lleva a comprender mejor los datos obtenidos por los telescopios y mejorar nuestro entendimiento de la naturaleza de los cuerpos celestes (Astropy Collaboration et al., 2013).

Python es un lenguaje de programación versátil y potente que se utiliza ampliamente en diversos campos científicos, como el análisis de datos, el aprendizaje automático, entre otros. Proporciona un lenguaje ideal para el desarrollo de aplicaciones y cuenta con un amplio ecosistema de bibliotecas y herramientas que soportan diferentes tareas científicas (Markelov, 2023).

Python también se utiliza en la educación, incluidos los cursos de informática, donde se puede utilizar para resolver tareas de programación y simplificar la resolución de problemas utilizando estructuras algorítmicas y estructuras de datos. Además, Python es muy utilizado en la enseñanza de programación a estudiantes de disciplinas de ciencias e ingeniería (Lin, 2022).

2.3.1. Simulación de exoplanetas

La simulación de exoplanetas proporciona la capacidad de modelar y predecir el comportamiento de sistemas planetarios (Perryman, 2011). La evolución de los modelos teóricos ha sido impulsada por los datos derivados de la detección de exoplanetas (Mayor & Queloz, 1995). La simulación ha permitido probar y perfeccionar estas teorías, proporcionando una comprensión más detallada de los procesos implicados en la formación planetaria. Ha facilitado la exploración de factores como la metalicidad estelar y la presencia de planetas gigantes en la configuración de sistemas planetarios (Santos et al., 2004).

Un aspecto relevante es la capacidad de la simulación de exoplanetas para investigar la dinámica de estos sistemas. La modelación precisa del movimiento planetario ha permitido a los astrónomos realizar predicciones más exactas acerca de la ubicación y órbita de los planetas (Ford et al., 2000). Asimismo, ha posibilitado el estudio de factores disruptivos, como la perturbación gravitatoria entre planetas y la existencia de discos protoplanetarios, en la dinámica de estos sistemas (Armitage, 2010). Al modelar las condiciones superficiales, como temperatura y presión atmosférica, los científicos han identificado planetas con mayores probabilidades de albergar vida (Kasting et al., 1993). Esta herramienta ha permitido, estudiar cómo la actividad estelar y las interacciones estrella-planeta impactan en la habitabilidad de los exoplanetas (Lammer et al., 2009).

Los estudios de tránsito se diseñan en función de factores como el tamaño de la muestra, la cobertura temporal, la precisión de la detección, el brillo de la muestra y los métodos para extraer eventos de tránsito de las curvas de luz. Se espera que el método de tránsito continúe impulsando la ciencia de los exoplanetas a través de nuevos descubrimientos y el desarrollo de nuevos instrumentos (Deeg & Alonso, 2018).

También se han utilizado algoritmos de aprendizaje automático en el campo de la detección de exoplanetas. Un estudio propuso una arquitectura siamesa que logró una precisión del 99 % en la clasificación de la presencia de exoplanetas con menos datos (Singh, 2023). Otro estudio exploró el uso de redes neuronales en el método de velocidad radial para la detección de exoplanetas, logrando una reducción del 28 % en falsos positivos y un tiempo de ejecución significativamente más rápido en comparación con los métodos tradicionales (Prithivraj, 2023).

Estos hallazgos sugieren que los algoritmos de aprendizaje automático pueden mejorar la precisión y la eficiencia de las técnicas de detección de exoplanetas.

En nuestro caso, la propuesta de esta tesis, es desarrollar una herramienta que sea de utilidad en la enseñanza de los conceptos fundamentales de la Astrobiología y la Astrofísica Planetaria, incluso para estudiantes que no necesariamente son de Ciencias, y a los cuales les podría quedar más claro cómo se determinan los parámetros de los sistemas exoplanetarios que se obtienen a partir de los datos.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Formalismo matemático

Las primeras ecuaciones para poder reproducir el método de tránsito son las de dos circunferencias, una para simular una estrella (s) y la otra el exoplaneta (p). Plantearemos las curvas paramétricas para dibujar ambos cuerpos, como:

$$x_s = h_s + R_s \cos \theta_s \quad x_p = h_p + R_p \cos \theta_p \quad (3.1)$$

$$y_s = k_s + R_s \sin \theta_s \quad y_p = k_p + R_p \sin \theta_p \quad (3.2)$$

en donde el punto (h, k) es el centro de cada circunferencia, R su radio, y θ el ángulo, medido desde su centro, que sería el parámetro que se mueve de 0 a 2π para cubrir todos los puntos (x, y) de cada lugar geométrico. Los subíndices s y p señalan las ecuaciones para cada cuerpo, estrella y planeta, respectivamente.

Para simplificar nuestro modelo, pondremos a la estrella inmóvil con centro en el origen, así, el único parámetro libre sería el ángulo θ_p al cual redefiniremos como ϕ , siempre medido desde el centro del planeta. Entonces, las ecuaciones paramétricas cambiarán ligeramente,

$$x_s = R_s \cos \theta_s \quad x_p = h_p + R_p \cos \phi \quad (3.3)$$

$$y_s = R_s \sin \theta_s \quad y_p = k_p + R_p \sin \phi \quad (3.4)$$

Ahora bien, cuando ambas circunferencias se interseccionan, el punto (x_s, y_s) es igual al punto (x_p, y_p) , por lo que podemos utilizar la siguiente relación para encontrar su valor:

$$R_s^2 = x_s^2 + y_s^2 \quad (3.5)$$

$$R_s^2 = x_p^2 + y_p^2 \quad (3.6)$$

$$R_s^2 = (h_p + R_p \cos \phi)^2 + (k_p + R_p \sin \phi)^2 \quad (3.7)$$

Resolviendo el problema cuando ambas circunferencias están alineadas (esto se justificará más adelante), el valor de h_p no es otro más que el valor de la distancia entre centros, d , que será el único parámetro “libre”. Entonces,

$$R_s^2 = (d + R_p \cos \phi)^2 + (k_p + R_p \sin \phi)^2 \quad (3.8)$$

sería la ecuación a resolver, en donde buscaremos los valores de ϕ , como función de d , que satisfacen esa ecuación, pues R_s , R_p y k_p son constantes.

Como es de esperarse, la solución analítica no es posible, por lo que se debe resolver numéricamente. En el software MATHEMATICA, por ejemplo, es más conveniente dividir todo entre R_s^2 y escribir la ecuación de esta forma:

$$1 = \left(\frac{d}{R_s} + \frac{R_p}{R_s} \cos \phi \right)^2 + \left(\frac{k_p}{R_s} + \frac{R_p}{R_s} \sin \phi \right)^2 \quad (3.9)$$

Una vez resolviendo esta ecuación, encontraremos los dos puntos de intersección de las circunferencias (x_i, y_i) , como función de la distancia entre sus centros d ,

$$x_i = x_i(\phi) = x_i(\phi(d)) = x_i(d) \quad (3.10)$$

$$y_i = y_i(\phi) = y_i(\phi(d)) = y_i(d) \quad (3.11)$$

Considerando que la estrella está en el origen y que ambas circunferencias están alineadas en x , los puntos de intersección tienen el mismo valor $x_i = x'_i$ y un valor simétrico $y_i = -y'_i$. Los puntos de intersección son muy útiles para encontrar el área oscurecida de la estrella, debido al tránsito.

Como se puede observar en la Fig. 3.1, el área oscurecida de la estrella, debida al tránsito, tiene cuatro momentos diferentes: (A) antes de que inicie el tránsito, $d > R_s + R_p$; (B) cuando inicia el tránsito, $d \leq R_s + R_p$, pero $d > R_s$; (C) cuando el centro del planeta entra al disco estelar, $d \leq R_s$, y finalmente (D) cuando el tránsito ya es total. La salida del tránsito pasará por los mismo momentos pero en sentido inverso.

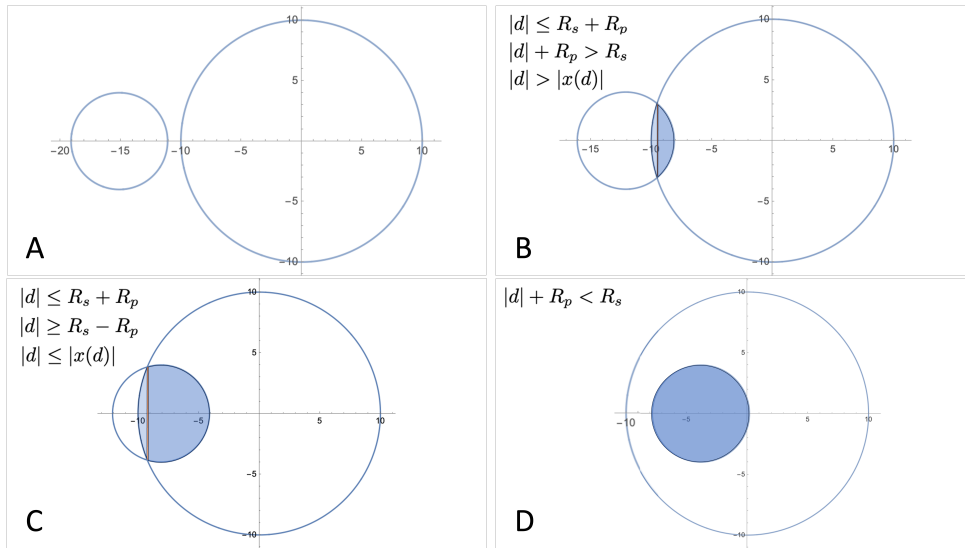


Figura 3.1: Área que se debe restar al área de la estrella en cuatro diferentes momentos: (A) antes de iniciar el tránsito, (B) cuando ya inició el tránsito, (C) antes de iniciar la totalidad y (D) la totalidad del tránsito.

En el momento (A) el área oscurecida A_D es nula, mientras que en el momento (D), el área oscurecida es igual al área del planeta, $A_D = \pi R_p^2$. Veamos con cuidado el momento (B). En este caso, al área oscurecida está formada por dos segmentos circulares, uno proveniente del planeta A_p y el otro de la estrella A_s . Así, el área total oscurecida es $A_D = A_p + A_s$. Por otra parte, en el caso del momento (C), el área del planeta es la complementaria al segmento, en este caso, $A_D = (\pi R_p^2 - A_p) + A_s$.

Entonces, debemos saber cómo se calculan las áreas de los segmentos, para poder determinar el área A_D , en cada momento.

En la Fig. 3.2, se puede apreciar que el segmento de un círculo se puede determinar con dos parámetros, h y s ,

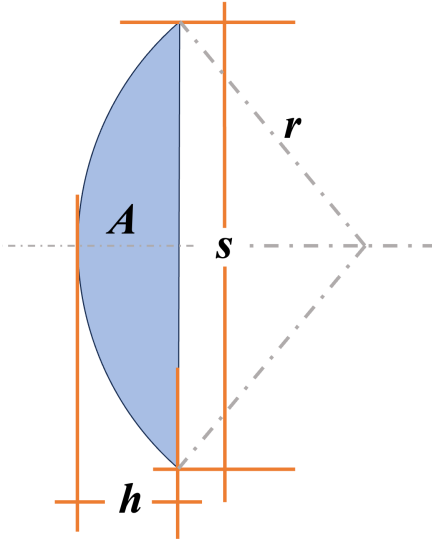


Figura 3.2: Área de un segmento circular (adaptado de Gieck, 2023).

en donde h es el ancho del segmento, el cual es igual el radio del círculo menos la distancia desde el centro del círculo hasta la cuerda (línea recta que conecta los extremos del arco), mientras que s es la longitud del segmento, la cuerda que conecta los extremos del arco.

La fórmula para calcular el área de un segmento circular (Fig. 3.2), es decir, la región entre un arco de circunferencia y su cuerda es

$$A = \frac{h}{6s}(3h^2 + 4s^2). \quad (3.12)$$

Tal como puede observarse en la Fig. 3.1, en el caso del segmento que corresponde a la estrella, éste es $h_s = R_s - x_i$, mientras que para el caso del planeta, $h_p = R_p - (d - x_i)$ para el momento (B), y $h_p = R_p + (d - x_i)$ para el momento (C). Para ambos momentos, la longitud de la cuerda es $s = \Delta y = |y_i - y'_i| = |2y_i|$. Es decir, que, finalmente, tanto los valores de h , como los de s dependen sólo de d , es decir, las áreas de los segmentos dependen sólo de d , y por lo tanto, el área osurecida por el tránsito, sólo depende de d , como variable, y de los radios de las circunferencias, como constantes.

Entonces, para obtener la curva de luz, basta obtener el valor del brillo de la estrella, el cual dependerá del área osurecida, la cual depende de la distancia entre los centros de las circunferencias, la cual no depende de otra cosa más que del tiempo. Escrito como porcentaje tendríamos,

$$B(t) = 100 \left(1 - \frac{A_D(t)}{\pi R_s^2} \right). \quad (3.13)$$

Ahora haremos cambios en las variables para poder plantear las ecuaciones en los programas que utilizaremos. Las funciones HHs y HHp corresponden al valor de h para la estrella (s) y el planeta (p), respectivamente. El valor de la cuerda s es igual a la distancia entre los puntos de intersección (x_i, y_i) y (x'_i, y'_i) , que para el caso más sencillo de las circunferencias con centros alineados, sólo corresponde a la diferencia $\Delta y = |y_i - y'_i| = |2y_i|$. Todo esto aplica sólo cuando las dos circunferencias están haciendo intersección. Antes del tránsito, el brillo es el 100 %, y cuando el tránsito es total, el porcentaje del brillo disminuye como una fracción igual a la diferencia de áreas totales dividida por el área de la estrella $\frac{A_s - A_p}{A_s}$.

Aquí calcularemos el brillo de la estrella dependiendo de d , la distancia entre los centros de la estrella y el planeta. Dicha distancia es función del tiempo, pero por el momento derivaremos todo en función de d como si fuera una variable independiente.

Si se observa en los dibujos, HHs sólo estaría definido como un número diferente de 0 si el tránsito se encuentra apenas empezando, es decir, desde el inicio del tránsito hasta que el momento en que el planeta está totalmente dentro del área de la estrella.

$$\begin{aligned}
 \text{HHs}(d) &= \begin{cases} R_s - |x(d)| & \text{si } |d| \leq R_s + R_p \text{ y } |d| + R_p > R_s, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \\
 \text{HHp}(d) &= \begin{cases} R_p - (|d| - |x(d)|) & \text{si } |d| \leq R_s + R_p \text{ y } |d| > |x(d)|, \\ R_p + (|d| - |x(d)|) & \text{si } |d| \leq |x(d)| \text{ y } |d| \geq R_s - R_p, \\ 0 & \text{si } |d| + R_p < R_s, \end{cases} \\
 \text{SS}(d) &= \begin{cases} 2|y(d)| & \text{si } |d| \leq R_s + R_p \text{ y } |d| + R_p > R_s, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \\
 \text{AreaS1}(d) &= \begin{cases} \frac{\text{HHs}(d)}{6\text{SS}(d)} (3\text{HHs}(d)^2 + 4\text{SS}(d)^2) & \text{si } |d| \leq R_s + R_p \text{ y } |d| + R_p > R_s, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \\
 \text{AreaS2}(d) &= \begin{cases} \frac{\text{HHp}(d)}{6\text{SS}(d)} (3\text{HHp}(d)^2 + 4\text{SS}(d)^2) & \text{si } |d| \leq R_s + R_p \text{ y } |d| > |x(d)|, \\ \pi R_p^2 - \frac{\text{HHp}(d)}{6\text{SS}(d)} (3\text{HHp}(d)^2 + 4\text{SS}(d)^2) & \text{si } |d| \leq |x(d)| \text{ y } |d| \geq R_s - R_p, \\ \pi R_p^2 & \text{si } |d| + R_p < R_s, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \\
 \text{AreaPlaneta}(d) &= \text{AreaS1}(d) + \text{AreaS2}(d), \\
 \text{Brillo}(d) &= 100 \left(\frac{\pi R_s^2 - \text{AreaPlaneta}(d)}{\pi R_s^2} \right).
 \end{aligned}$$

En este desarrollo, R_s y R_p son los radios de la estrella y el planeta, respectivamente, d es la distancia entre centros de ambas circunferencias, x es la distancia desde el centro de la estrella a la línea de intersección (cuando la hay), $2y$ es el tamaño de la cuerda (cuando hay intersección). Con esas variables se calculan HHs, HHp y SS, las cuales se utilizan en la fórmula 3.12 para obtener las áreas, ya sea de la estrella o del planeta, de acuerdo a la Fig. 3.2 y, dependiendo de la fase en la que se encuentre el tránsito, esas áreas se suman o restan para obtener las áreas de sombra, AreaS1, relacionada con la geometría de la estrella y AreaS2, relacionada con la geometría del planeta. El área que se oculta de la estrella corresponde a la suma de AreaS1 y AreaS2, y la llamamos AreaPlaneta. Así, la variable Brillo corresponde con el brillo que se recibe, porcentualmente al brillo de la estrella. Graficando este valor, como función del tiempo, tendremos la curva de luz.

3.2. Diseño del código con MATHEMATICA

Se desarrolló un código en MATHEMATICA (Wolfram, 1988), tomando como base los principios matemáticos de la sección anterior, con la intención original de probar la metodología.

- Comenzamos con la definición de parámetros. Se definen los parámetros de dos circunferencias que serán para la Estrella y el Planeta. Estos datos incluyen el radio y las coordenadas de su centro.
- Posteriormente se muestran las ecuaciones paramétricas de las dos circunferencias utilizando ParametricPlot, para poder hacer esta forma de Estrella y Planeta.
- Se resuelven las ecuaciones para encontrar los puntos de intersección entre las dos circunferencias. Estos ángulos se asignan a las variables ϕ_1 y ϕ_2 .
- Se calculan las coordenadas (x, y) de los puntos de intersección usando los ángulos obtenidos previamente.
- Se definen funciones para calcular el área de segmentos circulares de la Estrella y el Planeta para diferentes valores de una variable d .
- Se calcula el área total de la sombra proyectada por el Exoplaneta sobre la Estrella.
- Se genera un valor de tiempo aleatorio.
- Se calcula el brillo como el porcentaje de la Estrella que no está cubierto por la sombra del Exoplaneta que pasa frente.
- La simulación de un valor de brillo aleatorio se hace con la función de tiempo para obtener los pasos que tendrá la simulación en MATHEMATICA. Se obtiene el brillo con la ecuación 3.13.
- Se genera la gráfica de la función de brillo, el código comienza definiendo una interfaz gráfica interactiva utilizando la función Manipulate.

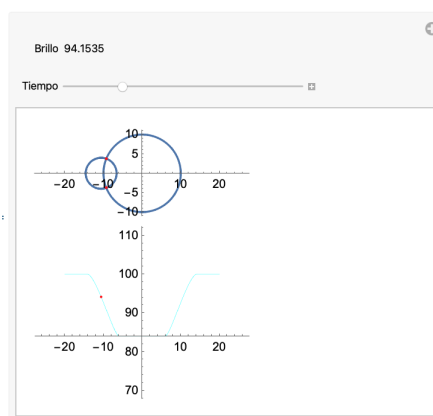


Figura 3.3: Modelado del tránsito de un exoplaneta con MATHEMATICA

Esta gráfica muestra la representación de las circunferencias, así como los puntos de intersección entre ellas (Fig. 3.3). Se utiliza la función ParametricPlot para trazar una curva que representa el brillo en función del tiempo o posición durante el tránsito. Se utiliza la función ParametricPlot nuevamente para trazar la posición actual del exoplaneta durante el tránsito.

El código en MATHEMATICA se muestra en el Apéndice A. Después de este ejercicio, se procedió a pasar el código a PYTHON.

3.3. Diseño del código en Python

El código desarrollado en Python se construyó sobre la base proporcionada por las líneas de código en MATHEMATICA. En este código se han incorporado variables que se solicitan al usuario, que son el radio del planeta respecto a la estrella, el radio orbital (distancia en el eje x desde el centro de la estrella al valor que asignemos) y el ángulo de inclinación del planeta tomando como referencia el eje x igual a cero. Estas variables nos ayudan a graficar de diferente manera, con esto se busca un mejor entendimiento sobre la curva de luz.

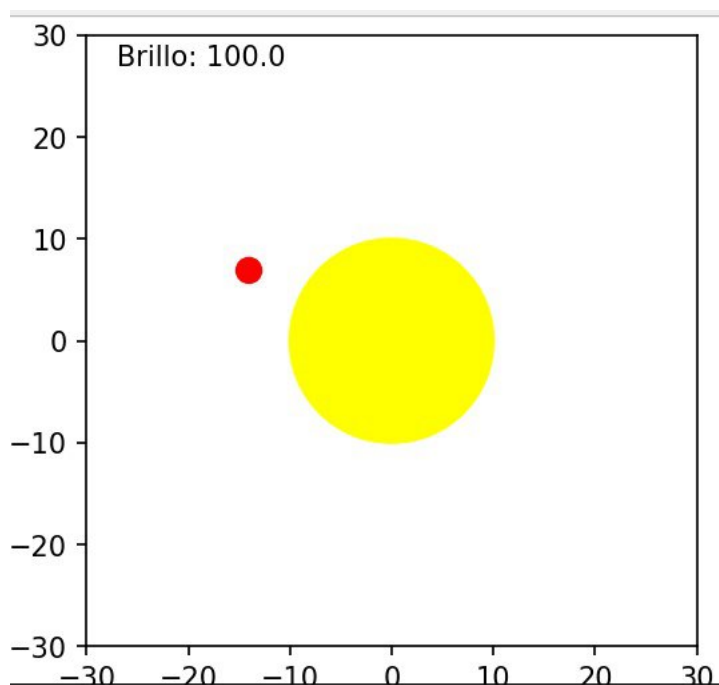


Figura 3.4: Representación de una estrella y un planeta con Python.

El modelo matemático utiliza diversas bibliotecas, como NumPy para el procesamiento numérico, Matplotlib para la visualización gráfica y SymPy para el álgebra simbólica. Este modelo ha sido diseñado para ofrecer una alta flexibilidad y personalización, lo que permite a los usuarios modificar los parámetros iniciales tanto de la estrella como del planeta. Esta versatilidad lo convierte en una herramienta ideal tanto para entornos educativos como para investigaciones introductorias.

Para la intersección de círculos tenemos diferentes casos:

- Si la distancia entre los centros es mayor o igual a la suma de los radios, entonces los círculos no se intersectan y el área de intersección es 0.
- Si la distancia es menor o igual a la diferencia de los radios y z_1 es negativo, entonces el círculo 2 está completamente dentro del círculo 1 y el área de intersección es πr_2^2 .
- Si la distancia es menor o igual a la diferencia de los radios y z_1 es positivo, entonces el círculo 1 tapa completamente al círculo 2 y el área es 0.
- En cualquier otro caso, los círculos se intersectan y se calcula el área de esta intersección utilizando la fórmula de área de un segmento circular:

$$A = A_1 + A_2 - A_{\text{superposicion}} \quad (3.14)$$

en donde

$$A_1 = r_1^2 \cdot \arccos \left(\frac{d^2 + r_1^2 - r_2^2}{2dr_1} \right) \quad (3.15)$$

es el área del sector circular del círculo 1.

$$A_2 = r_2^2 \cdot \arccos \left(\frac{d^2 + r_2^2 - r_1^2}{2dr_2} \right) \quad (3.16)$$

es el área del sector circular del círculo 2.

$$A_{\text{superposicion}} = \frac{1}{2} \sqrt{(-d + r_1 + r_2) \cdot (d + r_1 - r_2) \cdot (d - r_1 + r_2) \cdot (d + r_1 + r_2)} \quad (3.17)$$

es el área del segmento de la superposición.

Este enfoque de resolución de ecuaciones contribuye a mejorar la precisión de la simulación y facilita la identificación de tránsitos planetarios.

Este código se encarga de crear una animación para visualizar la órbita de un planeta alrededor de una estrella (Fig. 3.4). En particular, se ha creado una curva paramétrica para la estrella y el exoplaneta, lo que permite dibujar la trayectoria y las coordenadas de la caja. Luego, se utilizan las fórmulas para calcular el brillo de la estrella en diferentes momentos.

Para animar el movimiento del planeta alrededor de la estrella y actualizar la visualización del brillo relativo del sistema durante la animación, determinamos el orden de visualización de los círculos tomando en cuenta un eje z , cuando z es positivo se establece el orden de visualización del círculo de la estrella por encima del círculo del planeta. Si z es negativo o cero el planeta se encuentra en o por debajo del plano orbital de la estrella.

Esto ayuda a poder calcular el brillo ya que si z es positivo, el brillo se fija en 100 para indicar que el planeta no está eclipsando la estrella ahora si es negativo o cero, se calcula el área de intersección entre los dos círculos usando la función del área de intersección de los círculos.

Vale la pena comentar que en este código se implementó el ángulo de inclinación del plano orbital del exoplaneta. Pensamos que habría problema para deproyectarlo, pero después de varias pruebas y razonamientos, concluimos que tal como estamos haciendo los cálculos, una órbita proyectada con un ángulo de inclinación i , equivale a un sistema lineado y rotado, de tal manera que no se necesita hacer correcciones pues todos los cálculos se basan en la distancia entre los centros de las circunferencias como único parámetro variable, el cual depende sólo del tiempo.

El código correspondiente a esta sección se encuentra disponible en el Apéndice B.

3.4. Comparación con datos del telescopio Kepler

Los datos del telescopio Kepler los descargamos de un archivo csv de la página MAST (Mikulski Archive for Space Telescopes) y posteriormente hicimos un ajuste para que sólo aparezca una fracción de todos los datos que nos proporcionan, para centrarnos en una curva de luz de este archivo. El código correspondiente se encuentra en el Apéndice C.

La combinación de estos dos enfoques, el modelo matemático y el análisis de datos reales, permite una comprensión más completa para tener una idea de la proporción del tamaño del exoplaneta, nosotros en el código vamos a agregar los valores que creemos que puede tener este exoplaneta para poder igualar la gráfica real.

La finalidad de esta comparación es poder superponer ambas gráficas, la obtenida a partir de los datos reales y la simulada, para determinar si el planeta simulado podría ser el planeta real observado y así podamos encontrar, a ensayo y error, los parámetros más apropiados que representan esos datos: relación de tamaños, inclinación y tamaño de la órbita (Figs. 4.4, 3.5).

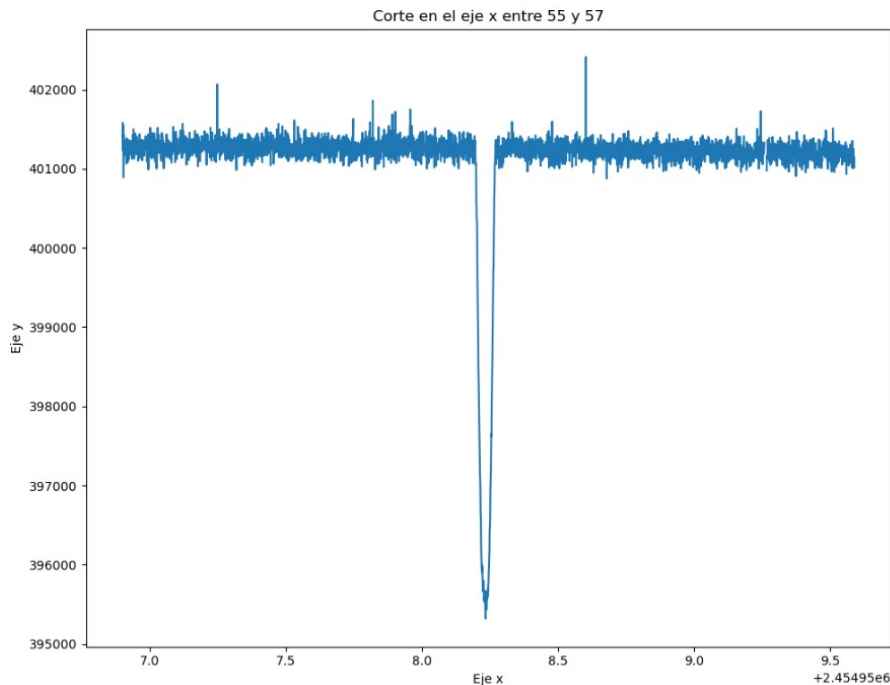


Figura 3.5: Curva de luz de otro planeta del telescopio Kepler

3.5. Pruebas de uso

Para evaluar el código, se hace una presentación en aula, donde se habla sobre exoplanetas, métodos de detección y el código realizado. Posterior a la plática se evalúa al grupo con un test y compartimos el código realizado desde Google Colab, para que los asistentes se familiaricen con el tema de la programación y la curva de luz simulada. Al terminar la plática se aplica una encuesta para poder validar lo que se presentó.

A continuación se describen los pasos que se llevaron a cabo:

- Diseño de la encuesta: Se elaboró una encuesta para recopilar información relevante sobre el código y los conocimientos previos de los participantes.
- Aplicación de la primera encuesta: Se administró la primera encuesta a los participantes antes de la charla para saber sus conocimientos previos.
- Realización de la plática: Se llevó a cabo una charla detallada sobre los exoplanetas y el código, explicando su propósito, estructura y funcionamiento.
- Aplicación de la segunda encuesta: Se aplicó una segunda encuesta, fue copia de la primera para obtener la información necesaria.
- Análisis de datos: Se analizaron las respuestas de ambas encuestas para identificar cualquier cambio en la comprensión después de la charla.
- Interpretación de resultados: Finalmente, se interpretaron los resultados para determinar el impacto de la charla informativa en la comprensión del código de la tesis.

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo, se exponen los resultados obtenidos a partir de la implementación del código destinado a simular la curva de luz de un exoplaneta. El enfoque principal del trabajo fue el desarrollo de un modelo del exoplaneta en órbita alrededor de su estrella y la adaptación del código resultante para su disponibilidad como recurso de código abierto, con el propósito de facilitar su uso en entornos educativos.

Además, se incluyen los resultados de dos encuestas realizadas a estudiantes que se les dió una charla de exoplanetas, el código y su aplicación. Este análisis busca evaluar el nivel de comprensión y conocimiento que los estudiantes tenían anteriormente y el adquirido tras la exposición del material proporcionado.

4.1. Animación con Python

El código desarrollado en Python para simular la curva de luz de un exoplaneta se fundamentó en la metodología previamente establecida y construida sobre la base proporcionada por las líneas de código en MATHEMATICA. Esta implementación se caracterizó por la inclusión de variables solicitadas al usuario, tales como el radio del planeta respecto a la estrella, el radio orbital y el ángulo de inclinación de la órbita del planeta con respecto a la perpendicular de la línea de visión.

Estas variables desempeñaron un papel crucial en la creación de gráficos que permitieron una comprensión más profunda de la curva de luz. El modelo matemático adoptado hizo uso de diversas bibliotecas, incluyendo NumPy para el procesamiento numérico, Matplotlib para la visualización gráfica y SymPy para el álgebra simbólica. Esta flexibilidad y personalización permitieron a los usuarios ajustar los parámetros iniciales tanto de la estrella como del planeta, lo que convirtió al código en una herramienta adaptable y adecuada para entornos educativos.

Además, el código abordó la resolución de ecuaciones para calcular las áreas de intersección entre los círculos que representan a la estrella y al planeta. Esta estrategia contribuyó significativamente a mejorar la precisión de la simulación y simplificó la identificación de tránsitos planetarios. Se consideraron diferentes escenarios en función de la distancia entre los centros de los círculos y los radios, lo que permitió calcular el área de intersección mediante la fórmula del área de un segmento circular.

Asimismo, se implementó una animación para visualizar la órbita del planeta alrededor de la estrella. Se empleó una curva paramétrica para representar la trayectoria y las coordenadas del sistema, seguido por el cálculo de los valores de brillo de la estrella en distintos momentos. Se tuvo en cuenta el orden de visualización de los círculos y el área de intersección entre ellos para determinar el brillo relativo del sistema.

Al establecer el orden de visualización de los círculos con respecto al eje z , se simplificó el cálculo del brillo. Cuando el valor de z fue positivo, el brillo se fijó en 100 para indicar que el

planeta no eclipsaba la estrella. En caso contrario, se calculó el área de intersección entre los dos círculos para determinar el brillo relativo del sistema. Este enfoque permitió una representación precisa y detallada de la dinámica entre el exoplaneta y su estrella, facilitando la comprensión del comportamiento observado en los tránsitos planetarios.

```
Agrega el radio del planeta con respecto al radio de la estrella: .16  
Agrega el radio orbital del planeta: 2  
Agrega el ángulo de inclinación del planeta (en grados): 20
```

Figura 4.1: Datos de entrada que solicita el código

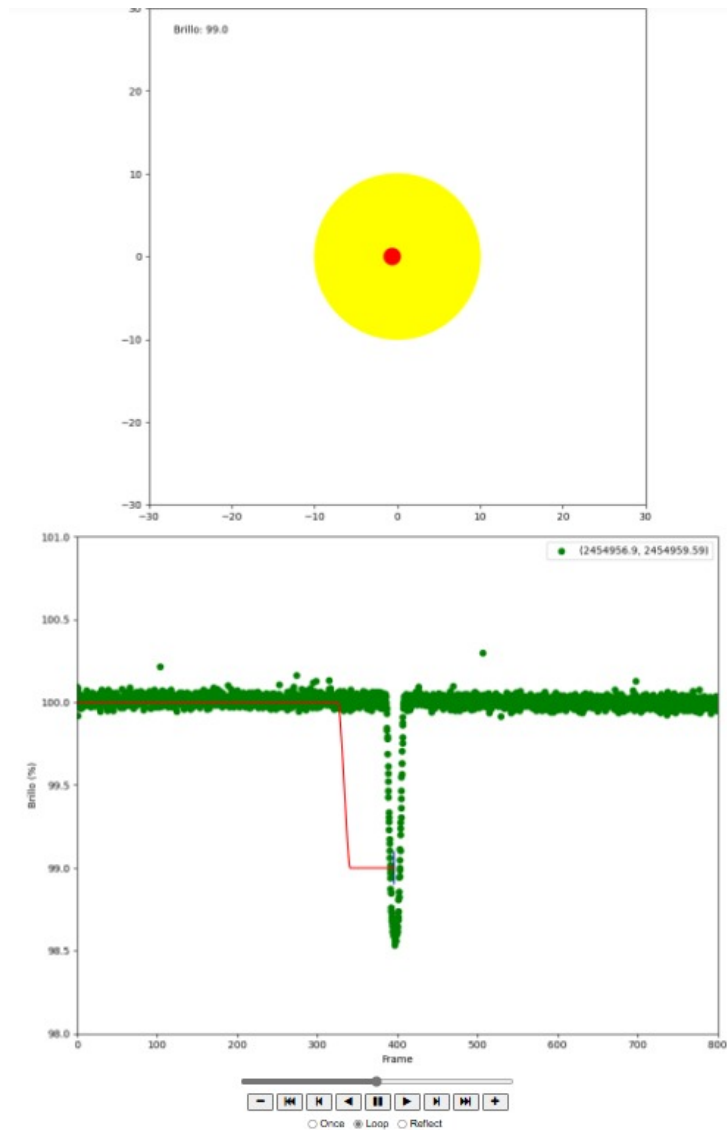


Figura 4.2: Visualización de la curva de luz y el exoplaneta con su estrella, ambas gráficas se mueven de manera sincronizada.

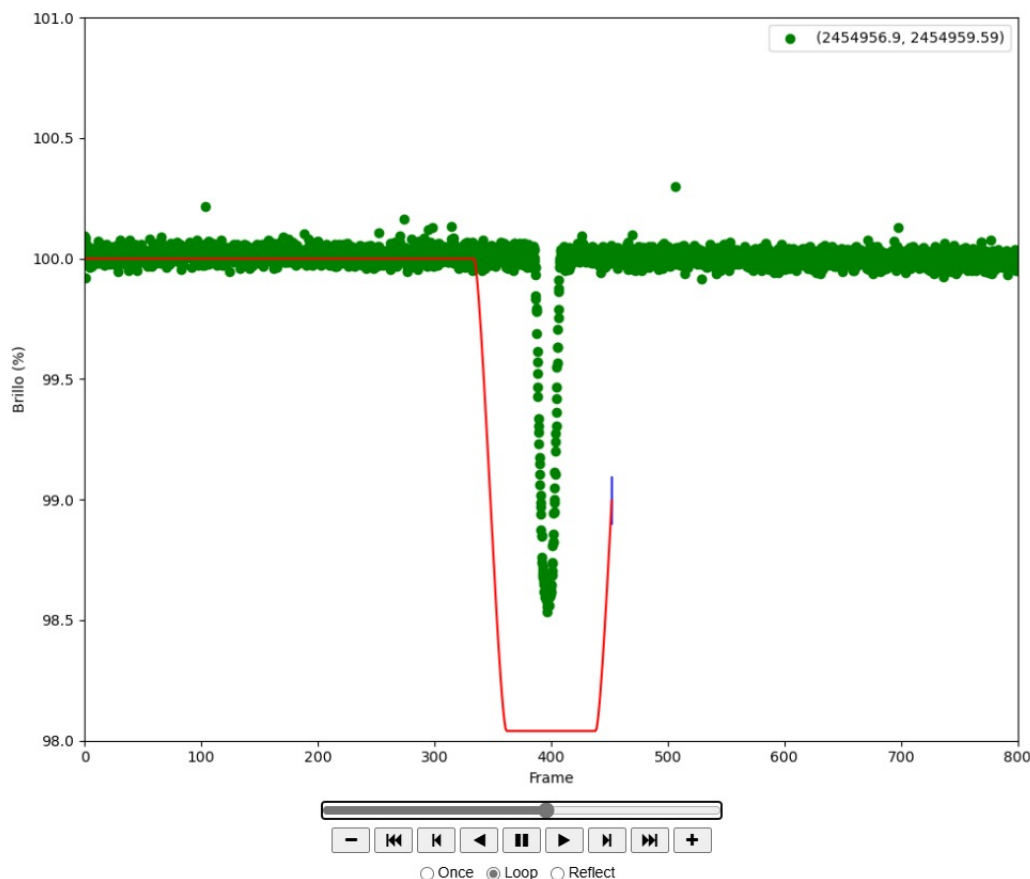


Figura 4.3: Al asignar valores al código, se observa la línea roja como la representación de los datos adquiridos. Se anima al usuario para que modifique los datos de entrada de tal manera que la línea roja, que indica el avance del exoplaneta, se ajuste a la gráfica verde, que son los datos observados.

4.2. Validación de resultados

En el marco de la validación de los resultados obtenidos, se llevó a cabo un proceso de evaluación mediante dos encuestas diseñadas para medir el nivel de comprensión y aprendizaje de los participantes antes y después de una charla introductoria sobre exoplanetas y el código de la simulación. Estas encuestas se aplicaron tanto al inicio como al término de la sesión informativa, con el objetivo de capturar tanto el estado inicial de conocimiento como su posible evolución tras la exposición al contenido presentado.

Cada encuesta comprendió un conjunto de preguntas seleccionadas para abordar distintos aspectos relacionados con los exoplanetas, así como la simulación de curvas de luz y la aplicación de la simulación del código. Las interrogantes planteadas buscaron evaluar la comprensión de conceptos fundamentales, la habilidad para interpretar datos y la percepción general del tema tratado.

Con un enfoque para la comprensión de todas las edades, se diseñaron cinco preguntas, procurando abarcar un espectro amplio de temas relevantes. Estas interrogantes fueron elaboradas con la intención de proporcionar una evaluación exhaustiva del conocimiento adquirido por los participantes a lo largo de la charla.

Posteriormente, los datos recopilados se obtuvieron por un cuestionario de Google Forms, cen-

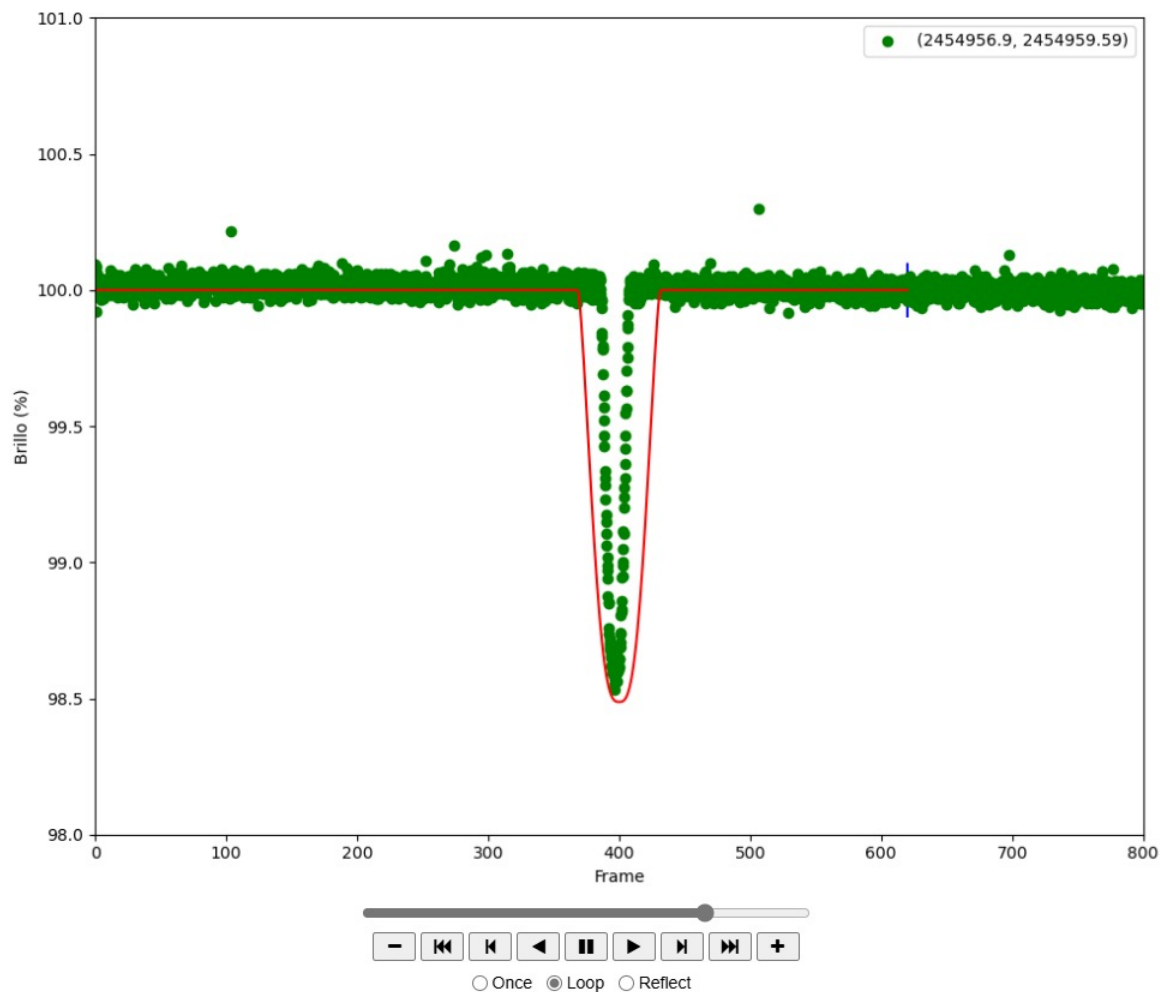


Figura 4.4: La curva roja se observa con buen ajuste.

trándose en la comparación entre las respuestas iniciales y finales de cada encuesta. Este análisis se llevó a cabo utilizando gráficos de pasteles, los cuales permitieron visualizar de manera clara y concisa la evolución de las respuestas a lo largo del tiempo.

Los resultados obtenidos de este proceso de evaluación brindaron una valiosa información del enfoque educativo empleado durante la charla sobre exoplanetas.

4.2.1. Resultados de las encuestas

La encuesta se dividió en dos partes, está compuesta por 5 preguntas, estas 5 preguntas se hacen antes y después de la plática y el manejo del código.

En el primer cuestionario se tienen 50 respuestas y en el segundo cuestionario 66 respuestas, la implementación de un cuestionario previo a la charla se impartió después de la plática a chicos de preparatoria.

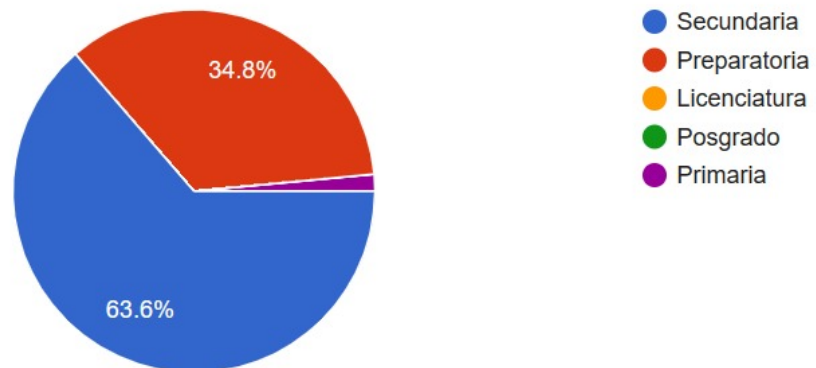
Las preguntas realizadas fueron:

- **Pregunta 1:** ¿Cuál es tu grado académico?

- **Pregunta 2:** ¿Qué es un exoplaneta?
- **Pregunta 3:** ¿Qué método de detección se utiliza en el código?
- **Pregunta 4:** ¿Cuántos exoplanetas se han descubierto?
- **Pregunta 5:** ¿Cuál es el objetivo principal de la animación en el código?

¿Cuál es tu grado académico?

66 respuestas



¿Cuál es tu grado académico?

50 respuestas

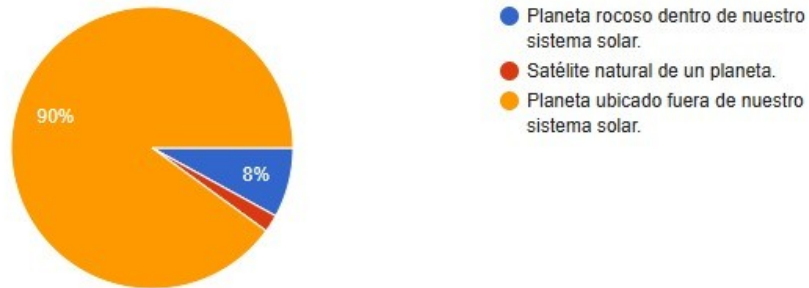


Figura 4.5: Primer pregunta cuestionario posterior.

¿Qué es un exoplaneta?

50 respuestas

 Copiar



¿Qué es un exoplaneta?

66 respuestas

 Copiar

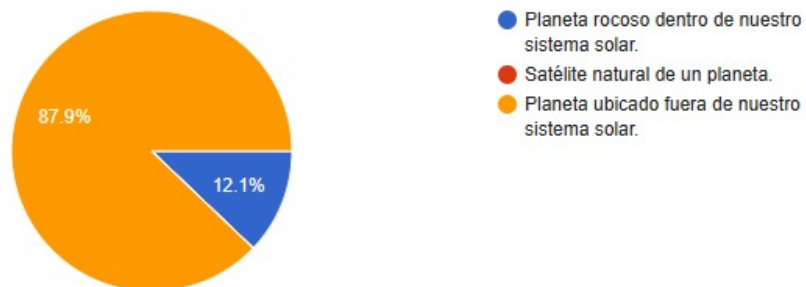
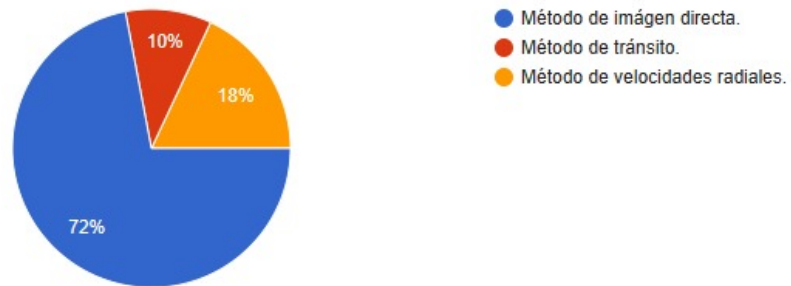


Figura 4.6: Segunda pregunta cuestionario anterior.

¿Qué método de detección se utiliza en el código?

 Copiar

50 respuestas



¿Qué método de detección se utiliza en el código?

 Copiar

66 respuestas

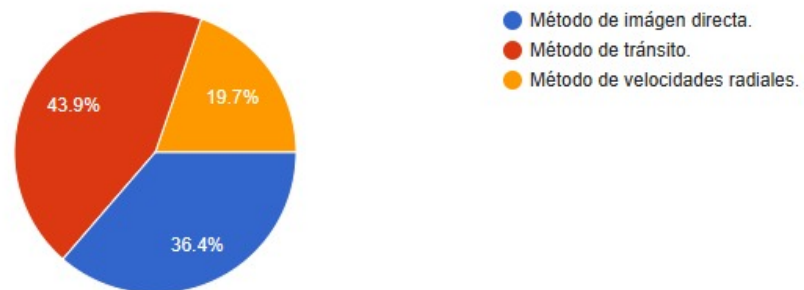


Figura 4.7: Tercera pregunta cuestionario anterior.

¿Cuántos exoplanetas se han descubierto?

 Copiar

50 respuestas



¿Cuántos exoplanetas se han descubierto?

 Copiar

66 respuestas

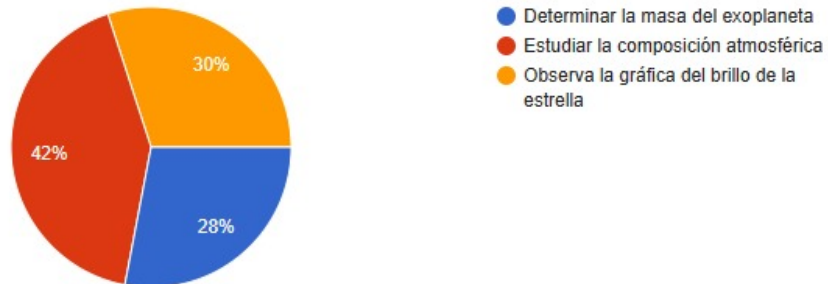


Figura 4.8: Cuarta pregunta cuestionario anterior.

¿Cuál es el objetivo principal de la animación en el código?

 Copiar

50 respuestas



¿Cuál es el objetivo principal de la animación en el código?

 Copiar

66 respuestas

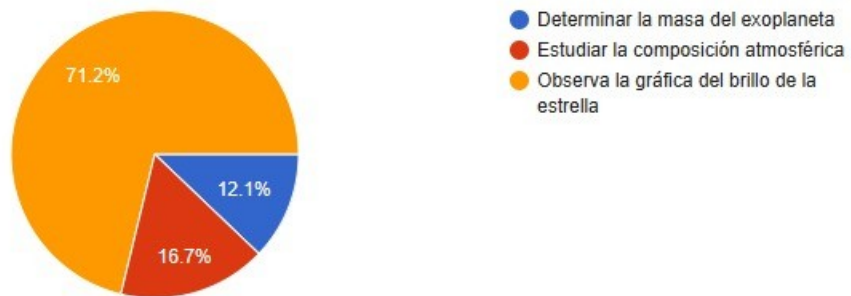


Figura 4.9: Quinta pregunta cuestionario anterior.

Capítulo 5

Discusión

5.1. La relevancia del código y su capacidad en la educación y divulgación.

El desarrollo de una herramienta de simulación dedicada a modelar la curva de luz de exoplanetas en torno a su estrella, mediante un enfoque matemático, resulta beneficioso para su utilización como recurso educativo y de divulgación científica. Esta herramienta no sólo facilita la detección y caracterización de exoplanetas, sino que también promueve el interés por la ciencia y la programación.

El código desarrollado en esta investigación permite explorar diversos parámetros de los sistemas planetarios y realizar simulaciones de escenarios hipotéticos de manera efectiva. Esta capacidad facilita la predicción y comprensión de la detección de exoplanetas y sus características.

El potencial de esta herramienta trasciende la simulación de exoplanetas alrededor de estrellas individuales, pudiendo ser aplicada para estudiar la dinámica de sistemas planetarios en entornos más complejos, como sistemas binarios o múltiples, mediante los cálculos correspondientes.

La relevancia del código y su utilidad en la educación y divulgación científica se reflejan en diferentes áreas, donde la integración de herramientas de programación en las aulas se muestra como un recurso fundamental para la formación académica.

La incorporación de la programación en el ámbito educativo promueve el desarrollo del pensamiento computacional y la resolución de problemas, habilidades esenciales para los estudiantes. Además, estimula la creatividad y la innovación al permitir a los estudiantes crear sus propias soluciones a desafíos específicos y desarrollar proyectos, lo que contribuye al fomento del interés por la ciencia.

La inclusión de herramientas de programación en el currículo escolar desempeña un papel crucial en la promoción del pensamiento crítico, la creatividad y la innovación.

La diferencia entre el código de Python y Mathematica es que Wolfram Mathematica necesita de licencia mientras que Python es un código abierto, por lo que el uso del código se puede hacer en Google Colab que ayuda a ejecutar el código teniendo internet. Además de la diferencia en el modelo de licencia, Python y Wolfram Mathematica también presentan divergencias en cuanto a su enfoque y funcionalidades.

Python es un lenguaje de programación de propósito general que se ha convertido en uno de los más populares en el ámbito de la ciencia de datos y la computación científica. Su sintaxis es clara y legible lo que lo hace ideal para tener un buen entendimiento, mientras que su amplia comunidad de desarrolladores contribuye constantemente con bibliotecas y herramientas que abarcan desde el análisis de datos hasta la inteligencia artificial.

Por otro lado, Wolfram Mathematica es una herramienta computacional poderosa que se centra en la manipulación simbólica y numérica, así como en la visualización de datos. A diferencia de

Python, Mathematica ofrece una interfaz de usuario interactiva basada en cuadernos, lo que facilita la exploración y la experimentación con conceptos matemáticos y científicos. Además, Mathematica incluye una vasta colección de funciones integradas y algoritmos optimizados para una amplia gama de aplicaciones técnicas y científicas.

Los códigos desarrollados en Mathematica y Python fueron un complemento pero Python nos ayuda a poder compartir este código de manera más rápida.

5.2. Cuestionario

El propósito del cuestionario es evaluar el nivel de comprensión alcanzado por los participantes durante una charla y su familiarización con conceptos de programación aplicados al código, además de evaluar su capacidad para aplicar estos conocimientos en la práctica.

Al analizar los resultados del cuestionario, se observa que la mayoría de los participantes tienen un nivel académico equivalente al de la educación secundaria, como se puede apreciar en la Figura 4.5.

Respecto a la segunda pregunta, se destaca que se obtuvo un porcentaje alto de respuestas correctas sobre lo que es un exoplaneta, tanto en la encuesta previa como en la posterior, lo que sugiere una sólida comprensión por parte de los alumnos, como se puede observar en la Figura 4.6.

Sin embargo, sin mencionar lo que se haría con el código, se obtuvo una respuesta alta para el “Método de imagen directa” en la tercera pregunta del cuestionario antes de la explicación del código, como se observa en la Figura 4.7 (arriba). Por otro lado, en la Figura 4.7 (abajo), se observa un mayor porcentaje para el “método de detección adecuado” utilizado en el código, pero se nota que hay un porcentaje muy similar, lo que sugiere mejorar esta explicación para el futuro.

En cuanto a la cuarta pregunta, se obtuvo un gran porcentaje de respuestas correctas en ambos cuestionarios. Sin embargo, después de la charla, se observó una mejora significativa en la respuesta correcta, con un aumento del 20 % entre ambas gráficas de la Figura 4.8.

Finalmente, antes de la charla, el objetivo principal del código se planteó como “Determinar la masa del planeta”, pero como los participantes no tenían conocimiento previo sobre el tema, los resultados estuvieron equilibrados, como se muestra en la Figura 4.9.

Es relevante señalar que en ambas encuestas, los alumnos demostraron un alto nivel de comprensión al responder a las preguntas. Este resultado indica una sólida asimilación de los conceptos presentados durante la charla y resalta la efectividad de la introducción al tema.

Estos hallazgos sugieren la importancia de continuar promoviendo la divulgación y la educación en este campo, así como de seguir desarrollando estrategias efectivas para el aprendizaje y la comprensión de temas complejos.

5.3. Ventajas de usar este método

El método de tránsito es uno de los métodos de detección de exoplanetas más utilizados y efectivos. A través de este método, es posible obtener una serie de datos valiosos sobre un exoplaneta, en comparación con otros métodos de detección. Algunos de los datos clave que se pueden obtener mediante el método de tránsito son:

- Radio del exoplaneta (Tamaño): El método de tránsito proporciona una medida directa del radio del exoplaneta. Cuando un exoplaneta pasa por delante de su estrella anfitriona, bloquea parte de la luz de la estrella, lo que resulta en una disminución en el brillo observado proporcional a la diferencia de áreas. La profundidad del tránsito está relacionada con el tamaño relativo del exoplaneta en comparación con su estrella. Si se conoce el tipo espectral de la estrella, se tiene una estimación de su tamaño, por lo que al relacionarse el área del planeta con el de su estrella, se puede estimar el tamaño del planeta.

- **Período orbital (Año del exoplaneta):** Observando múltiples tránsitos, es posible determinar el período orbital del exoplaneta, es decir, cuánto tiempo le lleva al exoplaneta completar una órbita alrededor de su estrella anfitriona. Esto proporciona información sobre la duración de un año en el exoplaneta y, de hecho, la repetitividad periódica del tránsito es garantía de la confirmación que se trata efectivamente de un exoplaneta.
- **Inclinación de la órbita:** La forma en que un exoplaneta transita frente a su estrella proporciona información sobre la inclinación de su órbita en relación con la línea de visión desde la Tierra. Si el estado de meseta en la parte baja de la curva de luz es muy extendido, eso significa que el tránsito es total y por lo tanto el ángulo de la órbita con respecto a la línea de visión es casi 90° . Por el contrario, si apenas y toca el fondo, significa que su inclinación es menor a 90° . El uso del código puede ayudar a determinar si la órbita del exoplaneta es casi perpendicular o casi paralela a nuestra línea de visión, dependiendo también de la combinación de los parámetros de tamaño (exoplaneta y órbita).

En comparación con otros métodos de detección, como la velocidad radial o el método de imagen directa, el método de tránsito es especialmente útil para obtener información sobre el período, el tamaño del exoplaneta y el de su órbita, así como la inclinación de la misma. Además, es uno de los pocos métodos que permite la detección de exoplanetas rocosos en órbitas cercanas a su estrella, lo que hace que sea una herramienta esencial en la búsqueda de mundos similares a la Tierra.

5.4. Limitaciones

Si bien el método de tránsito proporciona datos valiosos sobre los exoplanetas, existen ciertos datos que no se pueden obtener utilizando este método, pero que otros métodos de detección podrían proporcionar.

- **Masa del exoplaneta:** El método de tránsito no proporciona una medida directa de la masa del exoplaneta. Mientras que otros métodos, como la velocidad radial (método de velocidad Doppler), pueden determinar la masa al medir las oscilaciones de la estrella anfitriona debido a la influencia gravitatoria del exoplaneta.
- **Composición superficial:** El método de tránsito no revela información detallada sobre la composición de la superficie del exoplaneta, como la presencia de océanos, continentes o características geológicas específicas. Los métodos de imagen directa y la espectroscopia infrarroja podrían proporcionar detalles sobre la superficie de un exoplaneta.
- **Orientación y geometría:** El método de tránsito sólo puede detectar exoplanetas cuyas órbitas estén alineadas de manera que pasen frente a su estrella desde nuestra perspectiva en la Tierra, con un pequeño margen con respecto a la línea de visión. Esto significa que solo detectará una fracción de los exoplanetas en órbita alrededor de otras estrellas. Los exoplanetas cuyas órbitas están inclinadas de tal manera que no transitan frente a su estrella no pueden ser detectados por este método.
- **Dificultad para exoplanetas distantes:** Detectar tránsitos de exoplanetas en sistemas estelares distantes puede ser más complicado debido a la menor cantidad de luz que recibimos de esas estrellas, lo que puede dificultar la detección de tránsitos sutiles.
- **Periodos muy grandes:** También es muy difícil detectar tránsitos de exoplanetas con periodos muy grandes (del orden de años), porque será poco probable que tengamos eventos repetidos que nos permitan hacer la confirmación de la detección de un exoplaneta.

A pesar de estas limitaciones, el método de tránsito se continúa usando en la búsqueda y caracterización de exoplanetas. Su capacidad para ofrecer datos sobre el tamaño, la órbita ha conducido a usar estas variables en el código de la simulación.

5.5. Proyecto a futuro

A futuro se espera desarrollar una aplicación para tener el código en modo de aplicación; el desarrollo de una aplicación es beneficioso para asimilar la curva de luz y ayudar a la comprensión didáctica al ser una herramienta para ser usada en el aula.

Con la información del telescopio Kepler, hemos obtenido buenos resultados que han ayuda a una buena comprensión del método de tránsito. Al emplear datos más recientes proporcionados por el telescopio TESS podríamos obtener una visualización aún más detallada y precisa de los exoplanetas.

Capítulo 6

Conclusiones

Se desarrolló una herramienta de simulación de órbita de exoplanetas; este trabajo ha culminado con el desarrollo exitoso de una herramienta para simular la órbita de exoplanetas alrededor de estrellas utilizando un modelo matemático.

Esta herramienta no solo ofrece una representación visual precisa de la curva de luz de los exoplanetas, sino que también permite a estudiantes explorar una variedad de configuraciones planetarias, como ángulos de inclinación, radio del planeta y radio orbital.

Es un apoyo útil para la divulgación y la educación, su capacidad para visualizar de manera clara y precisa los conceptos astronómicos complejos permite aumentar la comprensión pública de la detección y caracterización de exoplanetas. Además, la implementación de un cuestionario estructurado proporciona una herramienta efectiva para evaluar y mejorar la comprensión de los participantes, promoviendo un mayor interés en el estudio de los exoplanetas y la ciencia.

Cabe mencionar que el cuestionario que fue diseñado con el objetivo de evaluar la comprensión de los participantes sobre los exoplanetas, los métodos de detección utilizados para su estudio y el uso del código abierto fue una excelente herramienta, pero con capacidad de mejorarse. Este cuestionario no solo busca reforzar el aprendizaje y permitir la identificación de áreas de confusión, sino que también fomenta la participación activa de los participantes en el proceso de aprendizaje.

Finalmente considero que el proyecto completo, incluyendo el código, la presentación y el cuestionario, me ayudaron a comprender que algunos de los problemas educativos pueden apoyarse en la tecnología computacional, combinada con ciencia atractiva y novedosa, así como con herramientas clásicas, para ayudar a mejorar la comprensión de conceptos y relaciones entre variables del entorno. Espero poder seguir aportando experiencia a la formación de recursos humanos y a la comunicación de la ciencia.

Apéndice A

Código Mathematica

```
Radio y coordenadas del centro de la circunferencia ESTRELLA.  
Rs := 10; hs := 0.0; ks := 0.0;
```

```
Radio y coordenadas del centro de la circunferencia PLANETA  
Rp := 4; hp := -8.1; kp := 0.0;  
a = hp - Rp; b = hs + Rs;
```

```
Ecuaciones de la circunferencia(paramétricas)
```

```
Show[ParametricPlot[{hs + Rs*Cos[theta], ks + Rs*Sin[theta]},  
{theta, 0, 2*Pi}], ParametricPlot[{hp + Rp*Cos[theta],  
kp + Rp*Sin[theta]}, {theta, 0, 2*Pi}],  
PlotRange -> {{a, b}, {-1*Rs, Rs}}]
```

```
Obtención de los puntos de intersección de ambas circunferencias  
(ks=hs=0).
```

```
Elimina theta del sistema de ecuaciones de STAR y PLANET, y despeja fi.
```

```
Angulos =  
Solve[1 == (d/Rs + (Rp/Rs)*Cos[fi])^2 + (kp/Rs + (Rp/Rs)*Sin[fi])^2, fi];
```

```
Muestra los dos posibles valores numéricos de fi y asignalos a  
"phi1" y "phi2".
```

```
phi1 = fi /. Angulos[[1, 1]];  
phi2 = fi /. Angulos[[2, 1]] ;
```

```
Muestra los dos puntos de intersección.
```

```
punto1x[d_] = d + Rp*Cos[phi1];  
punto1y[d_] = kp + Rp*Sin[phi1];  
punto2x[d_] = d + Rp*Cos[phi2];  
punto2y[d_] = kp + Rp*Sin[phi2];
```

```
Área de segmento circular STAR: A = (h/6s) (3h2 + 4s2)  
[Manuel de Fórmulas Técnicas, K. Gieck, R. Gieck]
```

```

HHs[d_] = If[Abs[d] <= Rs + Rp && Abs[d] + Rp > Rs,
  Rs - Abs[punto1x[d]], 0]; (* h de la estrella *)
HHp[d_] = If[Abs[d] <= Rs + Rp && Abs[d] > Abs[punto1x[d]],
  Rp - (Abs[d] - Abs[punto1x[d]]), (* h del planeta *)

If[Abs[d] <= Abs[punto1x[d]] && Abs[d] >= Rs - Rp,
  Rp + (Abs[d] - Abs[punto1x[d]]), If[Abs[d] + Rp < Rs, 0]]];
SS[d_] = If[Abs[d] <= Rs + Rp && Abs[d] + Rp > Rs,
  2 * Abs[punto1y[d]], 0];
(* s válido para ambos: estrella y planeta *)
AreaS1[d_] = If[Abs[d] <= Rs + Rp && Abs[d] + Rp > Rs,
  (HHs[d]/(6*SS[d]))*(3*((HHs[d])^2) + 4*((SS[d])^2)), 0];
(* Área del segmento de la estrella *)
AreaS2[d_] = If[Abs[d] <= Rs + Rp && Abs[d] > Abs[punto1x[d]],
  (HHp[d]/(6*SS[d]))*(3*((HHp[d])^2) + 4*((SS[d])^2)),
  If[Abs[d] <= Abs[punto1x[d]] && Abs[d] >= Rs - Rp,
    N[Pi*Rp^2] - (HHp[d]/(6*SS[d]))*(3*((HHp[d])^2) + 4*((SS[d])^2)),
    If[Abs[d] + Rp < Rs, N[Pi*Rp^2], 0]]];
(* Área del segmento del planeta *)
AreaPlaneta[d_] = N[AreaS1[d] + AreaS2[d]]; (* Área de la sombra final *)
Tempo[d_] = 5*RandomReal[{-1, 1}];
Brighthness[d_] = 100*(N[Pi*Rs^2] - AreaPlaneta[d])/N[Pi*Rs^2];
(* Porcentaje de estrella cubierta por la sombra del planeta *)
DIBUJO
  Manipulate[
    Column[{
      Brillo = 100*(N[Pi*Rs^2] - AreaPlaneta[Hhpl])/N[Pi*Rs^2];
      Show[ParametricPlot[{hs +Rs*Cos[theta],
        ks + Rs*Sin[theta]}, {theta, 0, 2*Pi}],

        ParametricPlot[{Hhpl + Rp*Cos[t], kp+ Rp*Sin[t]}, {t, 0, 2*Pi}],

        ListPlot[{{punto1x[Hhpl], punto1y[Hhpl]}, {punto2x[Hhpl],
          punto2y[Hhpl]}},
          PlotStyle -> {Red, Thick}],
        PlotRange -> {{-25, 25}, {-1*Rs, Rs}},
        Show[ParametricPlot[{s, Brighthness[s]}, {s, -20, 20},
          PlotStyle -> {Cyan, Thin}],
          (* ParametricPlot[{s,Tempo[s]+
            Brighthness[s]}, {s,-20,20},PlotStyle\{Rule\ {Blue,Thin}}, *)
          ParametricPlot[{Hhpl, Brillo}, {t, 0, 2*Pi},
            PlotStyle -> {Red, Thick}],
            PlotRange -> {{-25, 25}, {70, 110}}]],
        {Brillo, Appearance -> "Labeled"},
        Control@{{Hhpl, -20, "Tiempo"}, -20, +20, 0.01}]

```

Apéndice B

Código Python I

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import matplotlib.animation as animation
from matplotlib.patches import Circle
import pandas as pd

# Parámetros
Radio_star = 10
while True:
    try:
        Rpf = float(input("Agrega el radio del planeta con
        respecto al radio de la estrella: "))
    except ValueError:
        print("Debes escribir un número positivo entre 0.01 y 0.4")
        continue

    if Rpf < 0.01:
        print("Debes escribir un número positivo entre 0.01 y 0.4")
        continue
    else:
        if Rpf > 0.4:
            print("Debe ser un número menor a 0.4")
            continue
        else:
            break

Radio_planet = Rpf * Radio_star

while True:
    try:
        R_orbf = float(input("Agrega el radio orbital del planeta: "))
    except ValueError:
        print("Debes escribir un número positivo entre 2 y 10")
        continue

    if R_orbf < 2:
        print("Debes escribir un número positivo entre 2 y 10")
```

```

        continue
    else:
        if R_orbf > 10:
            print("Debe ser un número menor a 10")
            continue
        else:
            break

Orbita = R_orbf * Radio_star

Pasos = 800

while True:
    try:
        Angulo_inclinacion = float(input("Agrega el
        ángulo de inclinación del planeta (en grados): "))
    except ValueError:
        print("Debes escribir un número entre -90 y 90.")
        continue

    if -90 <= Angulo_inclinacion <= 90:
        break
    else:
        print("El ángulo de inclinación debe estar entre 0 y 90 grados.")

Caja = 1.5 * Orbita
Inclinacion = np.radians(90 + Angulo_inclinacion)

# Función para calcular área de intersección de círculos
def area_interseccion_circulos(x1, y1, r1, x2, y2, z1, r2):
    d = np.sqrt((x2 - x1)**2 + (y2 - y1)**2)

    if d >= r1 + r2: # No hay intersección
        return 0
    elif d <= abs(r1 - r2) and z1 < 0: # El círculo 2 está
    completamente dentro del círculo 1
        return np.pi * (r2**2)
    elif d <= abs(r1 - r2) and z1 >= 0: # El círculo 1
    tapa completamente al círculo 2
        return 0
    else: # Hay intersección
        a = (r1**2 - r2**2 + d**2) / (2 * d)
        h = np.sqrt(r1**2 - a**2)
        term1 = r1**2 * np.arccos((d**2 + r1**2 - r2**2) / (2 * d * r1))
        term2 = r2**2 * np.arccos((d**2 + r2**2 - r1**2) / (2 * d * r2))
        term3 = 0.5 * np.sqrt((-d + r1 + r2) *
        (d + r1 - r2) * (d - r1 + r2) * (d + r1 + r2))
        return term1 + term2 - term3

# Cargar datos desde el archivo CSV
workbook1 = "exoplaa.csv"
df = pd.read_csv(workbook1)

```

```

# Crear la figura y los ejes para dos subgráficas
fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(10, 15))

# Configurar la primera subgráfica (axs[0]) para la animación
axs[0].set_xlim(-1 * Caja, Caja)
axs[0].set_ylim(-1 * Caja, Caja)
axs[0].set_aspect('equal')
circle_central = plt.Circle((0, 0), Radio_star, color='yellow')
axs[0].add_artist(circle_central)
circle = plt.Circle((-1 * Orbits, 0), Radio_planet, color='red')
axs[0].add_artist(circle)
time_text = axs[0].text(0.05, 0.95, '', transform=axs[0].transAxes,
color='black')

# Configurar la segunda subgráfica (axs[1]) para el gráfico de brillo
axs[1].set_xlim(0, Pasos)
axs[1].set_ylim(98, 101)
axs[1].set_xlabel('Frame')
axs[1].set_ylabel('Brillo (%)')
area_dif_values = []
line, = axs[1].plot([], [], 'r-')
moving_circle = Circle((0, 100), 0.1, color='blue')
axs[1].add_patch(moving_circle)

# Graficar los datos de Kepler sobre la segunda gráfica
cut_limits = [(2454956.9, 2454959.59)]
for x_min, x_max in cut_limits:
    mask2 = (df['Tiempo'] >= x_min) & (df['Tiempo'] <= x_max)
    df_cut = df[mask2]
    # Escalar los datos de Kepler para que 99.7% sea el 100% de brillo
    brightness_scaled = df_cut['Flujo'] / (0.997 * df_cut['Flujo'].max()) * 100
    axs[1].scatter((df_cut['Tiempo'] - x_min) / (x_max - x_min) * Pasos,
    brightness_scaled, label=f'({x_min}, {x_max})', color='green')

# Agrega leyenda
axs[1].legend()

def init():
    circle.set_center((-1 * Orbits, 0))
    time_text.set_text('')
    line.set_data([], [])
    moving_circle.center = (0, 100)
    return circle, circle_central, time_text, line, moving_circle

def animate(frame):
    x = np.cos(0.5*np.pi + 2 * np.pi * frame / Pasos) * Orbits
    y = np.sin(0.5*np.pi + 2 * np.pi * frame / Pasos) * Orbits
    * np.cos(Inclinacion)
    z = np.sin(0.5*np.pi + 2 * np.pi * frame / Pasos) * Orbits
    circle.set_center((x, y))
    if z > 0:

```

```
        circle.set_zorder(0)
        circle_central.set_zorder(1)
        area_diferencia = 100
    else:
        circle.set_zorder(1)
        circle_central.set_zorder(0)
        area_diferencia = 100 * (1 -
            (area_interseccion_circulos(0, 0, Radio_star,
                x, y, z, Radio_planet)) / (np.pi * Radio_star**2))
    time_text.set_text('Brillo: {}'.format(area_diferencia))
    area_dif_values.append(area_diferencia)
    frames = list(range(len(area_dif_values)))
    line.set_data(frames, area_dif_values)
    if len(area_dif_values) > 0:
        moving_circle.center = (frame, area_dif_values[-1])
    else:
        moving_circle.center = (frame, 100) # Valor de y predeterminado
        si area_dif_values está vacío
    return circle, circle_central, time_text, line, moving_circle

anim = animation.FuncAnimation(fig, animate, frames=Pasos,
    interval=1, init_func=init, blit=False, repeat=True)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Apéndice C

Código Python II

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import animation
from IPython.display import HTML
from matplotlib import rc
rc('animation', html='jshtml')
plt.rcParams['animation.embed_limit'] = 256 # o cualquier otro valor
en MB que necesites

anim = animation.FuncAnimation(fig, animate, frames=Pasos,
interval=1, init_func=init, blit=False, repeat=True)

anim
```


Bibliografía

- Abdel-Basset, M., Mohamed, R., Azeem, S. A. A., Jameel, M., & Abouhawwash, M. (2023). Kepler optimization algorithm: A new metaheuristic algorithm inspired by Kepler's laws of planetary motion. *Knowledge-Based Systems*, 268, 110454. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.knosys.2023.110454>
- Abe, F., Bond, I. A., Furuta, Y., Hearnshaw, J. B., Kilmartin, P. M., Kurata, Y., Masuda, K., Matsubara, Y., Muraki, Y., Noda, S., Okajima, K., Rattenbury, N. J., Sako, T., Sullivan, D. J., Sumi, T., Tristram, P. J., Wood, J. N., Yanagisawa, T., & Yock, P. (2005). Candidate extrasolar planet transits discovered in the Microlensing Observations in Astrophysics-I Galactic bulge data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. <https://doi.org/10.1111/J.1365-2966.2005.09573.X>
- ALMA Partnership, Brogan, C. L., Pérez, L. M., Hunter, T. R., Dent, W. R. F., Hales, A. S., Hills, R. E., Corder, S., Fomalont, E. B., Vlahakis, C., Asaki, Y., Barkats, D., Hirota, A., Hodge, J. A., Impellizzeri, C. M. V., Kneissl, R., Liuzzo, E., Lucas, R., Marcelino, N., . . . Tatematsu, K. (2015). The 2014 ALMA Long Baseline Campaign: First Results from High Angular Resolution Observations toward the HL Tau Region. *ApJ*, 808(1), Artículo L3, L3. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/808/1/L3>
- Andrews, S. M., Wilner, D. J., Zhu, Z., Birnstiel, T., Carpenter, J. M., Pérez, L. M., Bai, X.-N., Öberg, K. I., Hughes, A. M., Isella, A., & Ricci, L. (2016). Ringed Substructure and a Gap at 1 au in the Nearest Protoplanetary Disk. *ApJ*, 820(2), Artículo L40, L40. <https://doi.org/10.3847/2041-8205/820/2/L40>
- Baumeister, P., & Tosi, N. (2023). ExoMDN: Rapid characterization of exoplanet interior structures with Mixture Density Networks.
- Benisty, M., Bae, J., Facchini, S., Keppler, M., Teague, R., Isella, A., Kurtovic, N. T., Pérez, L. M., Sierra, A., Andrews, S. M., Carpenter, J., Czekala, I., Dominik, C., Henning, T., Menard, F., Pinilla, P., & Zurlo, A. (2021). A Circumplanetary Disk around PDS70c. *ApJ*, 916(1), Artículo L2, L2. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac0f83>
- Bennett, D. P. (2009). Detection of Extrasolar Planets by Gravitational Microlensing. *arXiv: Earth and Planetary Astrophysics*.
- Cassan, A. (2021). New Worlds Ahead: The Discovery of Exoplanets. *Unknown Journal*. <https://typeset.io/papers/new-worlds-ahead-the-discovery-of-exoplanets-4kxsggx7sy>
- Chen, W. (2023). The Comparison of Five Methods of Detecting Exoplanets. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, 38. <https://doi.org/10.54097/hset.v38i.5812>
- Chyba, C. F., & Hand, K. P. (2005). ASTROBIOLOGY: The Study of the Living Universe. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. <https://doi.org/10.1146/ANNUREV.ASTRO.43.051804.102202>
- Cockell, C. S. (2015). *Astrobiology: Understanding Life in the Universe*.
- Deeg, H. J., & Alonso, R. (2018). Transit Photometry as an Exoplanet Discovery Method. En H. J. Deeg & J. A. Belmonte (Eds.), *Handbook of Exoplanets* (pp. 1-25). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-30648-3_117-1
- Deeg, H. J., & Belmonte, J. A. (2018). *Handbook of Exoplanets*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-55333-7>

- Feng, Q., Zhang, T., Hong, B., Zhang, Z., Zhang, Z., Qin, T., & Xu, X. (2019). Transit time method level meter calibration device.
- Field, J. (2013). *Mysterium Cosmographicum* 1596, 30-72. <https://doi.org/10.5040/9781472556554.ch-003>
- Flasseur, O., Bodrito, T., Mairal, J., Ponce, J., Langlois, M., & Lagrange, A.-M. (2023). Combining multi-spectral data with statistical and deep-learning models for improved exoplanet detection in direct imaging at high contrast. *arXiv e-prints*, Artículo arXiv:2306.12266, arXiv:2306.12266. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.12266>
- Garcia-Sage, K., Farrish, A. O., Airapetian, V. S., Alexander, D., Cohen, O., Domagal-Goldman, S., Dong, C., Gronoff, G., Halford, A. J., Lazio, J., Luhmann, J. G., Schwieterman, E., Sciola, A., Segura, A., Toffoletto, F., Vievering, J., Ahmed, M. R., Bali, K., & Rau, G. (2023). Star-Exoplanet Interactions: A Growing Interdisciplinary Field in Heliophysics. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 10, Artículo 25, 25. <https://doi.org/10.3389/fspas.2023.1064076>
- Hallsworth, J. E., Mancinelli, R. L., Conley, C. A., Dallas, T. D., Rinaldi, T., Davila, A. F., Benison, K. C., Rapoport, A., Cavalazzi, B., Selbmann, L., Changela, H., Changela, H., Westall, F., Yakimov, M. M., Amils, R., & Madigan, M. T. (2021). Astrobiology of life on Earth. *Environmental Microbiology*. <https://doi.org/10.1111/1462-2920.15499>
- Hatzes, A. P. (2016, enero). The Radial Velocity Method for the Detection of Exoplanets. En V. Bozza, L. Mancini & A. Sozzetti (Eds.), *Methods of Detecting Exoplanets: 1st Advanced School on Exoplanetary Science* (p. 3, Vol. 428). https://doi.org/10.1007/978-3-319-27458-4_1
- Hatzes, A. P., Cochran, W. D., & Endl, M. (2010, enero). The Detection of Extrasolar Planets Using Precise Stellar Radial Velocities. En N. Haghighipour (Ed.), *Planets in Binary Star Systems* (p. 51, Vol. 366). https://doi.org/10.1007/978-90-481-8687-7_3
- He, C.-H., Radke, M. J., Moran, S. E., Horst, S. M., Lewis, N. K., Moses, J. I., Marley, M. S., Batalha, N. E., Kempton, E. M.-R., Morley, C. V., Valenti, G., & Vuitton, V. (2023). Optical Properties of Organic Hazes in Water-rich Exoplanet Atmospheres: Implications for Observations with JWST.
- Heller, R., & Armstrong, J. (2014). Superhabitable Worlds. *Astrobiology*, 14(1), 50-66. <https://doi.org/10.1089/ast.2013.1088>
- Holmberg, M., & Madhusudhan, N. (2023). Exoplanet spectroscopy with JWST NIRISS: diagnostics and case studies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*.
- Incha, E., Vanderburg, A., Jacobs, T., LaCourse, D., Bieryla, A., Pass, E., Howell, S. B., Berlind, P., Calkins, M. L., Esquerdo, G. A., Latham, D. W., & Mann, A. W. (2023). Kepler's Last Planet Discoveries: Two New Planets and One Single-Transit Candidate from K2 Campaign 19. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. <https://doi.org/10.1093/mnras/stad1049>
- Kasting, J. F., Whitmire, D. P., & Reynolds, R. T. (1993). Habitable Zones around Main Sequence Stars. *Icarus*, 101(1), 108-128. <https://doi.org/10.1006/icar.1993.1010>
- Kreidberg, L., Bean, J., Désert, J.-M., et al. (2014). Clouds in the atmosphere of the super-Earth exoplanet GJ 1214b. *Nature*, 505, 69-72. <https://doi.org/10.1038/nature12888>
- Lee, J.-E., Lee, S., Baek, G., Aikawa, Y., Cieza, L. A., Yoon, S.-Y., Herczeg, G. J., Johnstone, D., & Casassus, S. (2019). The ice composition in the disk around V883 Ori revealed by its stellar outburst. *Nature Astronomy*.
- Macías, E., Guerra-Alvarado, O., Carrasco-González, C., Ribas, A., Espaillat, C., Huang, J., & Andrews, S. M. (2021). Characterizing the dust content of disk substructures in TW Hydrae. *Astronomy and Astrophysics*. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202039812>
- Marcelin, M., Boisse, I., Ferrari, M., Hebrard, G., & Hugot, E. (2023). The first detection of an exoplanet that opened a new field in planetology. *Photoniques*, 119, 36-40. <https://doi.org/10.1051/photon/202311936>

- Mayor, M., & Queloz, D. (1995). A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, *378*(6555), 355-359. <https://doi.org/10.1038/378355a0>
- Mazevet, S., Affholder, A., Sauterey, B., Bixel, A., Apai, D., & Ferriere, R. (2023). Prospects for the characterization of habitable planets [Online first]. *Comptes Rendus. Physique*. <https://doi.org/10.5802/crphys.154>
- Montoya, L., Cordero, G., & Ramírez Jiménez, S. (2022, agosto). *Astrobiología. Una visión trans-disciplinaria de la vida del universo*.
- Morris, B. M. (2019). How to Discover a Planet Orbiting a Distant Star. *Frontiers for Young Minds*. <https://doi.org/10.3389/frym.2018.00074>
- Murgas Alcaíno, F. (2013, enero). *Caracterización de atmósfera de exoplanetas a través de tránsitos* *Caracterización de atmósfera de exoplanetas a través de tránsitos* *Characterization of exoplanet atmospheres through transits*; [Tesis doctoral, University of La Laguna, Spain].
- Next Generation Transit Survey. (2024). Next Generation Transit Survey [Accessed: 2024-03-04].
- Nieto, L. A., & Díaz, R. F. (2023). ExoplanNET: A deep learning algorithm to detect and identify planetary signals in radial velocity data. *A&A*, *677*, Artículo A48, A48. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202346417>
- Osserman, R. (2001). Kepler's Laws, Newton's Laws, and the Search for New Planets. *The American Mathematical Monthly*, *108*(9), 813-820. <https://doi.org/10.1080/00029890.2001.11919816>
- Pierrehumbert, R. T. (2011). A Palette of Climates for Gliese 581g. *ApJ*, *726*(1), Artículo L8, L8. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/726/1/L8>
- Robinson, T. D. (2018). Characterizing Exoplanet Habitability. En H. J. Deeg & J. A. Belmonte (Eds.), *Handbook of Exoplanets* (pp. 3137-3157). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-55333-7_67
- Rodrigues, R. C., & Dias, P. M. C. (2022). The Laws of Planetary Motion (A Teaching Method Inspired by the History of Physics). *The Physics Teacher*, *60*(8), 684-685. <https://doi.org/10.1119/5.0058067>
- Rogers, L. A., & Schechter, P. L. (2010). A Visual Guide to Planetary Microlensing. *arXiv: Earth and Planetary Astrophysics*.
- Rojas-Ayala, B. (2023). Twenty-five years of exoplanet discoveries: The exoplanet hosts. En *Title of the Book*. Publisher Name.
- Rugheimer, S., & Kaltenegger, L. (2018). Spectra of Earth-like Planets through Geological Evolution around FGKM Stars. *The Astrophysical Journal*, *854*(1), 19. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aaa47a>
- Schröder, W., & Treder, H.-J. (2001). Kepler and gravitation. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, *36*(1), 119-121. <https://doi.org/10.1556/ageod.36.2001.1.10>
- Seager, S., & Deming, D. (2010). Exoplanet Atmospheres. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, *48*(1), 631-672. <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081309-130837>
- Sicilia, D., Malavolta, L., Pino, L., Scandariato, G., Nascimbeni, V., Piotto, G., & Pagano, I. (2022). Characterization of exoplanetary atmospheres with SLOppy. *Astronomy and Astrophysics*. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202244055>
- Tackley, P. J. (2023). Studies of terrestrial exoplanet thermo-chemical-magmatic mantle and lithosphere dynamics and evolution [Published on May 14, 2023]. *Unknown Journal*. <https://typeset.io/papers/studies-of-terrestrial-exoplanet-thermo-chemical-magmatic-luwsrov6>
- Tian, B. (2023). The Way to Detect Exoplanetary Systems and the Limitations of the Doppler Method. *The 2nd International Conference on Computing Innovation and Applied Physics*. *ACTA ASTRONOMICA SINICA*, *421*, 181. <https://doi.org/10.54254/2753-8818/5/20230374>
- Wang, S., Kanagawa, K. D., & Suto, Y. (2021). Architecture of Planetary Systems Predicted from Protoplanetary Disks Observed with ALMA. I. Mass of the Possible Planets Embedded

- in the Dust Gap. *The Astrophysical Journal*, 923(2), 165. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac2d95>
- Williams, P., & Wong, S. (2017). Wandering world. *SIGGRAPH Asia 2017 Art Gallery*. <https://doi.org/10.1145/3143748.3143750>
- Wolfram, S. (1988). *Mathematica - A System for Doing Mathematics by Computer*. Longman Higher Education, Addison Wesley Pub. ISBN 978-0201193343.
- Wolszczan, A. (1994). Confirmation of Earth-Mass Planets Orbiting the Millisecond Pulsar PSR B1257+12. *Science*, 264(5158), 538-542. <https://doi.org/10.1126/science.264.5158.538>