



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Cálculo de dimensión fractal y entropía en tumores  
benignos y malignos

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Jenifer Dorantes Garcia

Asesorada por

Dr. Cristian Heber Zepeda Fernández

Dr. Benito De Celis Alonso

Puebla Pue.  
Junio de 2021





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Cálculo de dimensión fractal y entropía en tumores  
benignos y malignos

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Jenifer Dorantes Garcia

Asesorada por

Dr. Cristian Heber Zepeda Fernández

Dr. Benito De Celis Alonso

Puebla Pue.  
Junio de 2021



**Título:** Cálculo de dimensión fractal y entropía en tumores benignos y malignos

**Estudiante:** JENIFER DORANTES GARCIA

COMITÉ

---

Dr. Javier Miguel Hernández López  
Presidente

---

Dr. Eduardo Moreno Barbosa  
Secretario

---

Dr. Mario Iván Martínez Hernández  
Vocal

---

Dr. Cristian Heber Zepeda Fernández  
Asesor

---

Dr. Benito De Celis Alonso  
Asesor



# Agradecimientos

Quisiera agradecer principalmente a toda mi familia, en especial a mis padres que realizaron tantos esfuerzos y sacrificios para que mis hermanos y yo cumpliéramos nuestros sueños, a mi madre Josefina por su incondicional apoyo y guía, a mi padre Miguel por sus consejos, apoyo y cariño. Gracias a ambos he podido cumplir una de mis metas en la vida. A mis hermanos Anet Michell y Miguel de Jesus por su cariño, apoyo y comprensión.

También quisiera agradecer a mis asesores de tesis el Dr. Benito de Celis Alonso y en especial al Dr. Cristian Heber Zepeda, por su tiempo, apoyo y enseñanzas para la realización de esta tesis. A mis sinodales; Dr. Javier Miguel Hernández López, Dr. Eduardo Moreno Barbosa, Dr. Mario Iván Martínez Hernández, por todas sus observaciones y consejos para la mejora de esta tesis.

A los mejores amigos que pude haber encontrado en la universidad, Adriana, Mildred, Margarita, Manuel y Hugo, por todos los momentos divertidos, las cosas que me enseñaron y el apoyo que me brindaron durante toda la carrera. Yo realmente espero que nuestra amistad dure para siempre.

También quisiera agradecer a todas la personas que me brindaron palabras de apoyo y admiración, que conocí oportunamente a lo largo de toda mi vida. A mis amigas de toda la vida, Claudia Martínez, Maricarmen Aguilar, Karla Jazmin, por su increíble amistad, apoyo y consejos.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>XIII</b>
<b>Introducción</b>	<b>XV</b>
<b>1. Fundamentos teóricos</b>	<b>1</b>
1.1. Cáncer . . . . .	1
1.1.1. ¿Qué es el cáncer de mama? . . . . .	2
1.1.2. Estadificación del cáncer de mama. . . . .	3
1.1.3. Distintos tipos de tumores en el cáncer de mama . . . . .	5
1.2. Rayos X . . . . .	6
1.2.1. Producción de Rayos X . . . . .	6
1.2.2. Espectro de los Rayos X . . . . .	7
1.2.3. Interacción de la radiación con la materia . . . . .	8
1.3. Equipos mamográficos . . . . .	11
1.4. Dimensión Fractal y Entropía de Shannon . . . . .	13
1.4.1. Dimensión Fractal . . . . .	13
1.4.2. Entropía de Shannon . . . . .	17
<b>2. Metodología</b>	<b>19</b>
2.1. Recolección de imágenes mamográficas . . . . .	19
2.2. Procesamiento de imágenes mamográficas . . . . .	19
2.2.1. Re - digitalización de imágenes mamográficas . . . . .	20
<b>3. Resultados</b>	<b>25</b>
3.1. Presentación e interpretación de datos . . . . .	25
3.2. Prueba de normalidad . . . . .	29
3.3. Prueba t de Student . . . . .	32
3.4. Prueba Mann- Whitney . . . . .	33
<b>4. Discusión</b>	<b>35</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>37</b>
<b>A. Imágenes mamográficas con tumor benigno</b>	<b>39</b>
<b>B. Imágenes mamográficas con tumor maligno</b>	<b>43</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>47</b>



# Índice de figuras

1.1. Anatomía de la mama femenina . . . . .	3
1.2. Cáncer de mama en el estado III . . . . .	4
1.3. Tubo de rayos X . . . . .	7
1.4. Los rayos X dentro del espectro electromagnético. . . . .	8
1.5. Espectro de emisión de haces de rayos X generados con tungsteno a distintos kilovoltajes pico (80 kVp, 100 kVp, 120 kVp y 140 kVp). . . . .	9
1.6. Absorción fotoeléctrica. . . . .	10
1.7. Dispersión Compton . . . . .	10
1.8. Mamografía tradicional vs mamografía digital . . . . .	11
1.9. Sistema de imágenes de mamografía . . . . .	12
1.10. Nubes . . . . .	13
1.11. Árboles . . . . .	13
1.12. Helechos . . . . .	13
1.13. Triángulo y alfombra de Sierpinski . . . . .	14
1.14. Curva de Kock . . . . .	14
1.15. Curva de dragón . . . . .	14
1.16. Curva de Kock . . . . .	16
1.17. . . . .	17
2.1. Imagen mamográfica y un histograma de la misma imagen. . . . .	20
2.2. Imagen mamográfica e histograma con un tumor señalado por un círculo . . . . .	21
2.3. Selección de la zona del tumor con un área rectangular . . . . .	22
2.4. Gráfica para determinar el área $A(\varepsilon)$ . . . . .	23
3.1. Gráfico de medias para la dimensión fractal en tumores benignos (DFB) y en tumores malignos (DFM) . . . . .	26
3.2. Gráfico de caja y bigotes de la dimensión fractal n tumores benignos (DFB) y en tumores malignos (DFM) . . . . .	26
3.3. Gráfico de medianas para la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y el tumores malignos (entropía maligna) . . . . .	27
3.4. Gráfico de Caja y Bigotes para la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y en tumores malignos (entropía maligna) . . . . .	28
3.5. Histograma para la dimensión Fractal benigna y prueba de normalidad. . . . .	29
3.6. Histograma para la entropía en tumores benignos (entropía benigna) . . . . .	30
3.7. Histograma para la entropía en tumores malignos. . . . .	31
3.8. Histograma de frecuencias de la dimensión fractal en tumores benignos (dimensión fractal benigna) y en tumores malignos (dimensión fractal maligna) . . . . .	32
3.9. Comparación de medias de la dimensión fractal en tumores benignos (dimensión fractal benigna) y en tumores malignos (dimensión fractal maligna) . . . . .	33

3.10. Histograma de frecuencias de la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y en tumores malignos (entropía maligna) . . . . .	34
4.1. Diagrama de dispersión de las variables DF y ES . . . . .	36
A.1. Mamografía 1 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D . . . . .	39
A.2. Mamografía 2 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D . . . . .	40
A.3. Mamografía 1 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D . . . . .	40
A.4. Mamografía 2 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D . . . . .	40
A.5. Mamografía 1 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D . . . . .	41
A.6. Mamografía 2 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D . . . . .	41
B.1. Mamografía 1 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D . . . . .	43
B.2. Mamografía 2 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D . . . . .	44
B.3. Mamografía 1 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D . . . . .	44
B.4. Mamografía 2 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D . . . . .	44
B.5. Mamografía 1 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D . . . . .	45
B.6. Mamografía 2 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D . . . . .	45

# Índice de tablas

3.1. Resumen Estadístico . . . . .	25
3.2. Resumen Estadístico . . . . .	27
3.3. Prueba de normalidad . . . . .	29
3.4. Prueba de normalidad . . . . .	30
3.5. Prueba de normalidad . . . . .	31



# Resumen

El cáncer de mama es el cáncer más común entre las mujeres en todo el mundo. Actualmente es la cuarta causa de muerte en México, después de enfermedades cardiovasculares, COVID-19 y diabetes [1]. En los últimos años, los países en desarrollo tienen un continuo crecimiento de este tipo de cáncer. El cáncer de mama representa el 22% de todos los cánceres más frecuentes en las mujeres, que es más del doble de la aparición de cáncer en mujeres en cualquier otro sitio [2]. En los hombres el cáncer de mama es poco común en comparación con el cáncer de mama en las mujeres.

La distinción entre los tipos de tumores (benigno y maligno) es un proceso muy complicado de realizar, esto debido principalmente a las características del tejido mamario de fondo, y a la apariencia anormal de los tumores. Si se sospecha de una masa mamaria visualizada en una imagen mamográfica, se pueden aplicar distintos métodos de análisis, entre los tipos de análisis estadísticos se encuentra el cálculo de la dimensión fractal.

Esta podría potencialmente predecir qué tipo de tumor se puede desarrollar. La hipótesis probada es que la dimensión fractal (DF) y la entropía de Shannon (ES) podrían cuantificar la diferencia entre tumores malignos y benignos. Se compararon 52 imágenes mamográficas con tumores benignos y 40 imágenes mamográficas con tumores malignos utilizando el método de Lundahl. Para obtener la DF y ES de los tumores presentes en las imágenes mamográficas, se utilizó un programa en ROOT que permitió convertir un archivo de imagen en un histograma 2D. En el código utilizado se introdujo una subrutina en el que se exportaron los datos de cada bin para tener su ubicación en un plano y el valor de su intensidad normalizada a uno. El análisis estadístico se realizó mediante la prueba t de student para la dimensión fractal y la prueba U de Mann-Whitney para la entropía de Shannon. Se encontraron diferencias estadísticamente significativas en la dimensión fractal, sin embargo, en la entropía de Shannon no fue posible encontrar diferencias estadísticamente significativas.

**Palabras clave:** *Dimensión fractal, entropía de Shannon, mamografías, método de Lundahl, ROOT.*



# Introducción

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS) el cáncer de mama es la principal causa de muerte por cáncer entre las mujeres en todo el mundo. En México es la principal causa de defunción por cáncer en las mujeres. Hasta el momento el único método de detección temprana del cáncer ha sido la mamografía. Sin embargo, su interpretación es un proceso muy difícil, esto debido a que los tejidos que componen la mama: glándula mamaria y tejido adiposo tienen coeficientes de atenuación a la radiación muy iguales y por lo tanto no existe mucha diferencia en el contraste.

Existen diversos trabajos en los que el concepto de dimensión fractal ha sido aplicado al análisis del cáncer de mama mediante el estudio de imágenes mamográficas. Por ejemplo, se utilizó un enfoque fractal para poder segmentar microcalcificaciones en las mamografías digitales [3]. Para la caracterización subjetiva del parénquima mamográfico mediante la asimetría del histograma de brillo de la imagen y la textura de la imagen caracterizada por la dimensión fractal [4]. Para caracterizar grupos de microcalcificaciones malignas y benignas en el tejido mamario utilizando geometría fractal [34].

Los resultados obtenidos en los trabajos mencionados sugieren que la entropía de Shannon y la dimensión fractal podrían ser variables que cuantifiquen la diferencia entre tumores malignos y benignos. Los objetivos del estudio fueron: (a) calcular la DF y ES de las imágenes mamográficas recolectadas en la base de datos The mammographic Image Analysis Society (MIAS), y (b) hacer un análisis estadístico de los resultados obtenidos.



# Capítulo 1

## Fundamentos teóricos

### 1.1. Cáncer

El cáncer es un grupo de más de 100 enfermedades, clasificadas según el tipo de tejido del que se originan las células cancerosas; el tratamiento y pronóstico de cada clasificación es diferente. Las anomalías en los genes que controlan la proliferación celular conducen al crecimiento desenfrenado que caracteriza a la célula cancerosa. Por lo tanto, para una oportuna detección y un mejor tratamiento, los oncólogos deben comenzar a comprender las raíces moleculares de la enfermedad: los genes, sus ARN mensajeros y las proteínas que producen [5].

La célula contiene su información en el ADN. Las células sanas tienen un ciclo de vida. Están programadas para crecer, dividirse y morir cuando se convierten en células viejas o están dañadas. Este tipo de muerte programada se llama apoptosis. Debido a la apoptosis, las células dañadas o viejas evitan transmitir el ADN defectuoso; cuando la célula cancerígena pierde la capacidad de muerte programada, el proceso de apoptosis se ve afectado por las células que continúan dividiéndose y multiplicándose, y el efecto cancerígeno se transmite a todas las células hijas.

La biología de la división, diferenciación y apoptosis celular es sumamente similar tanto en las células normales como en las cancerígenas. Las células cancerígenas generalmente contienen el complemento de biomoléculas que son necesarias para la supervivencia, proliferación, diferenciación, muerte celular y expresión de muchas funciones específicas de tipo celular. Sin embargo, si no se regulan adecuadamente estas funciones, se produce un fenotipo alterado y cáncer [5].

La agrupación de muchas células forma una masa celular conocida como tumor, existen tumores benignos formados por células sanas o tumores malignos formados por células cancerígenas, cuando un tumor crece puede llegar a comprimir tejidos y órganos perjudicando su función. Los tumores de células malignas, pueden infectar otros órganos con estas células defectuosas. No solo es probable que algunas células tumorales se separen y viajen por el cuerpo a través del sistema sanguíneo o el sistema linfático, sino que también se asienten en otro órgano y contaminan aún más el tejido causando metástasis.

La etiología del cáncer de mama es multifactorial e involucra la dieta, los factores reproductivos y los desequilibrios hormonales relacionados. A grandes rasgos existen dos causas que provocan estas mutaciones, las causas generadas y las causas adquiridas. Las causas heredadas se refieren a todo lo que tiene que ver con la genética. Existen varios genes que determinan nuestras características físicas tales como: el color de nuestros ojos, piel, cabello, nuestra altura, etc. pero también hay genes que promueven el desarrollo del cáncer, llamados oncogenes o protooncogenes. Estos son genes comunes y actúan como aceleradores causando que las células se dividan incontrolablemente. También hay razones adquiridas, es decir, factores externos que realizamos en nuestro día a día: el tabaquismo, la obesidad, la dieta desequilibrada o la falta de ejercicio son factores externos que conducen al desarrollo del cáncer [6].

### **1.1.1. ¿Qué es el cáncer de mama?**

El cáncer de mama comienza cuando las células cancerosas de mama empiezan a crecer sin control. Estas células normalmente forman tumores, que generalmente se pueden ver en las radiografías y también se pueden sentir como bultos o protuberancias. El cáncer de mama casi solo se presenta en mujeres, pero también se puede desarrollar en los hombres [7].

Los bultos sospechosos que se detecten en las mamas pueden ser benignos o malignos. Los tumores de mama benignos son crecimientos anormales que no se diseminan fuera de la mama. Aunque ciertos tipos de bultos benignos aumentan el riesgo de cáncer de mama en las mujeres, estos tumores no son potencialmente mortales. Cualquier bulto o cambio en la mama debe ser investigado por un doctor especialista para saber si es benigno o maligno y si puede afectar su riesgo futuro de contraer cáncer[7]

### **¿Cómo se origina el cáncer de mama?**

Según la Asociación Americana del Cáncer los cánceres de seno pueden formarse en diferentes partes de la mama (Figura 1.1).

- Carcinoma ductal: La mayoría de los cánceres de mama comienzan en los conductos que llevan la leche al pezón
- Carcinoma lobulillar: Algunos cánceres comienzan en las glándulas que producen leche (lóbulos)
- Otros tipos de cáncer de mama menos comunes, son el filoma y el angiosarcoma
- Muchos cánceres comienzan con otros tejidos de la mama. Estos cánceres se denominan sarcomas y linfomas, y en realidad no se consideran cáncer de mama.

Existen muchos tipos de cáncer que forman bultos en las mamas sin embargo existen algunos que no lo hacen. La mamografía de detección ha encontrado muchos canceres en etapa temprana, generalmente antes de que se sienta algún bulto o antes de que aparezcan los síntomas [8].

### **Propagación del cáncer de mama**

Cuando las células cancerosas llegan a la sangre o al sistema linfático y llegan a otras partes del cuerpo, el cáncer de mama se puede diseminar. El sistema linfático es una red de vasos linfáticos en todo el cuerpo que se conectan a los ganglios linfáticos. El líquido transparente en los vasos linfáticos se llama líquido linfático, contiene productos derivados de los tejidos y productos de desecho, así como células del sistema inmunológico. Los vasos linfáticos transportan el líquido linfático fuera de la mama [8].

En el caso del cáncer de mama, las células cancerosas pueden ingresar a los vasos linfáticos y comenzar a crecer en los ganglios linfáticos [8]. La mayoría de los vasos linfáticos de la mama drenan en:

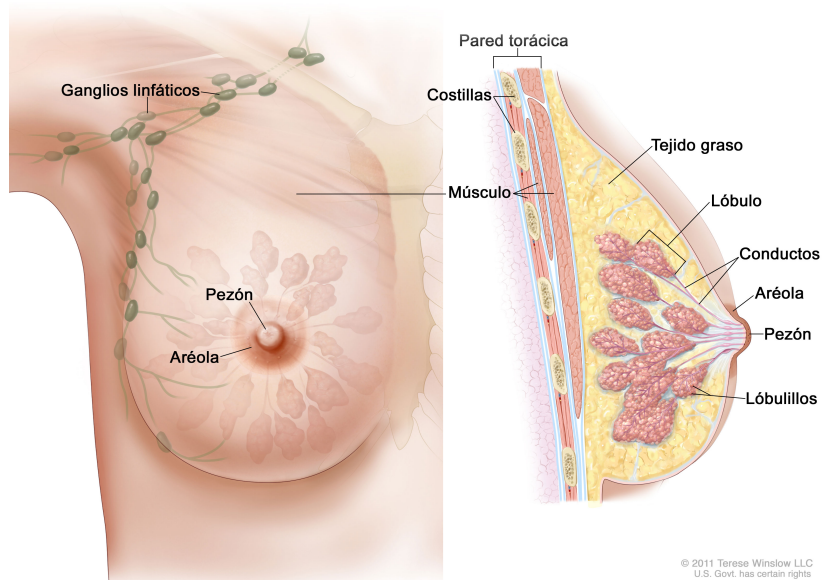


Figura 1.1: Anatomía de la mama femenina

- Los ganglios linfáticos localizados debajo del brazo (ganglios axilares).
- Los ganglios linfáticos que rodean la clavícula (ganglios linfáticos supraclaviculares [encima de la clavícula] e infraclaviculares [debajo de la clavícula]).
- Los ganglios linfáticos que se encuentran en el interior del tórax y cerca del esternón (ganglios linfáticos mamarios internos).

Si las células cancerosas se han diseminado a los ganglios linfáticos, es más probable que estas células pasen a través del sistema linfático y se diseminen a otras partes de su cuerpo. Cuantos más ganglios linfáticos haya en las células del cáncer de mama, mayor será la probabilidad de encontrar cáncer en otros órganos. Por lo tanto, encontrar cáncer en uno o más ganglios linfáticos generalmente afecta su plan de tratamiento. Por lo general, requiere cirugía para extirpar uno o más ganglios linfáticos y determinar si el cáncer se ha diseminado.

Sin embargo, algunas mujeres con células cancerosas en sus ganglios linfáticos no presentan metástasis, y es posible que algunas mujeres sin células cancerosas en sus ganglios linfáticos puedan desarrollar metástasis más adelante.

### 1.1.2. Estadificación del cáncer de mama.

Una vez que se diagnostique cáncer de mama, el médico investigará si el cáncer se ha diseminado y, si lo ha hecho, hasta dónde. Este proceso se conoce como estadificación (o determinación de la etapa). El estadio del cáncer describe la cantidad de cánceres en el cuerpo y ayuda a determinar su gravedad y el mejor tratamiento. Cuando se habla de estadísticas de supervivencia, los médicos también utilizan la estadificación del cáncer[9].

El cáncer de mama en sus primeras etapas se identifica como etapa 0 (carcinoma in situ) y los otros van desde la etapa I a la etapa IV [10]. Generalmente, cuanto menor es el número, menos se ha diseminado el cáncer. Mientras el número de la etapa es más alto (como por ejemplo en la etapa IV) significa que el cáncer se ha diseminado más. De manera similar, en una etapa, una letra minúscula indica una etapa menos avanzada.

### Stage IIIB Breast Cancer

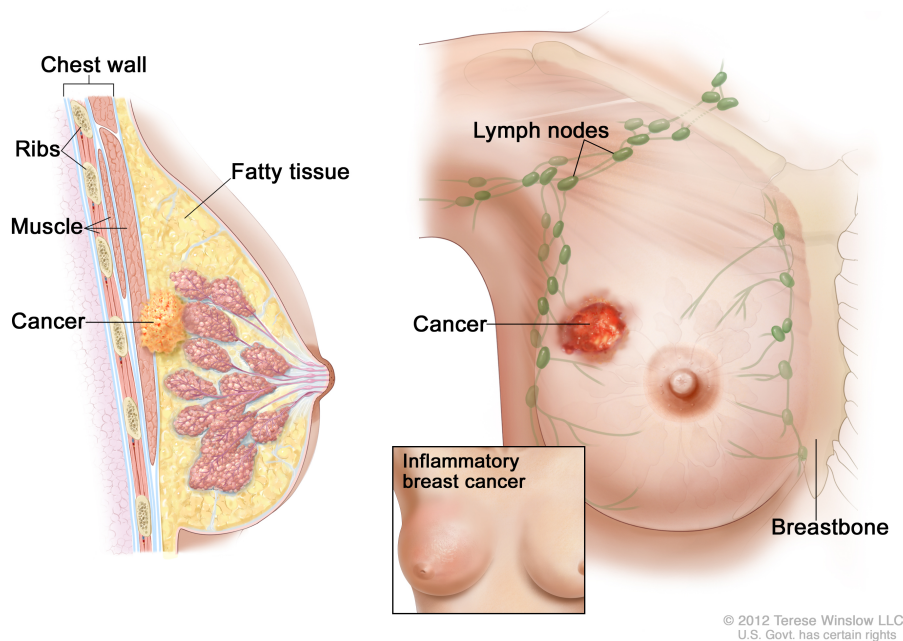


Figura 1.2: Cáncer de mama en el estado III .

#### ¿Cómo se determina la etapa?

El sistema de estadificación más utilizado para el cáncer de mama es el sistema TNM del American Joint Committee on Cancer (AJCC). El último sistema AJCC entró en vigor en enero de 2018, incluida la estadificación clínica y patológica del cáncer de mama [10].

Para determinar la etapa patológica se extrae una muestra del tejido que se obtuvo en la operación. Generalmente, si la cirugía no se puede realizar de inmediato o no se puede realizar, el cáncer se asigna a la etapa clínica. Esto es mediante los resultados de exámenes médicos, biopsias y estudios de imágenes. La fase clínica se utiliza para ayudar a planificar el tratamiento. Sin embargo, debido a que la diseminación del cáncer sobre pasa la estimación del estadio clínico, existe la probabilidad de que el pronóstico hecho de esta manera no sea tan preciso como el estadio patológico [9].

En estos dos sistemas de estadificación, se utilizan 7 variables de información:

- La extensión (tamaño) del tumor (T)
- La propagación a los ganglios linfáticos adyacentes (N)
- La propagación (metástasis) a sitios distantes (M)
- Estado del receptor de estrógeno (ER)
- Estado del receptor de progesterona (PR)
- Estado de HER2
- Grado del cáncer (G)

### 1.1.3. Distintos tipos de tumores en el cáncer de mama

El cáncer de mama puede ser el tumor maligno más famoso y uno de los tumores más comunes. Como la mayoría de los otros tumores, consiste en un grupo de células cancerosas o malignas que se multiplican sin control y pueden diseminarse a otros órganos o tejidos cercanos o a partes distantes del cuerpo. Generalmente, los tumores que se originan en la mama suelen aparecer en forma de lesiones más o menos claras, lo que facilita el control local mediante cirugía. El cáncer de mama se puede dividir en varios tipos según las características de las células cancerosas de mama que desarrolla y la extensión de la enfermedad y su evolución en el tiempo [11].

#### Clasificación morfológica

La mayoría de estos tumores provienen del tejido glandular de la mama, que está compuesto por lobulillos, glándulas creadoras de leche y conductos mamarios. Estos cánceres se originan en el epitelio y se denominan carcinomas. Otros tipos de tumores menos comunes se desarrollan a partir de células de diferentes orígenes, como el músculo, la grasa o el tejido conectivo, y se denominan sarcomas. En algunos casos, los tumores pueden estar compuestos por células de diferentes fuentes. Los tres tipos de tumores más comunes son: carcinoma ductal invasivo o infiltrante (CDI), carcinoma lobulillar invasivo o infiltrante (CLI) y carcinoma ductal "in situ" o intraductal (DCIS). El carcinoma ductal representa la gran mayoría de los casos (70-80%), mientras que el segundo carcinoma lobulillar representa del 5% al 7% de los casos [11].

#### Otros tipos de cáncer de mama

A continuación, hablaremos de otros tipos de cáncer de mama que se diagnostican con menos frecuencia desde una perspectiva molecular [11]:

- Carcinoma inflamatorio de mama: Es un tipo de cáncer de mama con comportamiento biológicamente agresivo, pero es poco frecuente (menos del 3% de los casos confirmados). Clínicamente, se caracteriza por enrojecimiento difuso y edema que afecta a un tercio o más de la piel de la mama. Estos cambios cutáneos se deben a la presencia de poblaciones de células malignas que bloquean los vasos linfáticos ubicados en la dermis de la mama. Es un tumor de rápido crecimiento, por lo que estos síntomas deben reconocerse para confirmar el diagnóstico y comenzar el tratamiento adecuado lo antes posible.
- Carcinoma lobulillar in situ (CLIS): Es causado por un crecimiento celular anormal en una o más áreas de los lóbulos. Su presencia indica que la persona tiene un mayor riesgo de cáncer de mama invasivo más adelante, que puede o no desarrollarse a partir del sitio original del carcinoma lobulillar in situ. El carcinoma lobulillar in situ usualmente se diagnostica antes de la menopausia, más comúnmente entre los 40 y 50 años de edad.
- La enfermedad mamaria de Paget fue descrita por Paget en 1874. Su principal manifestación es una lesión de eccema en el pezón, acompañada de descamación de la piel, posiblemente acompañada de picor y zonas irritadas de la mama. Casi siempre se relaciona con la presencia de carcinoma ductal in situ, aunque también puede estar relacionado con carcinoma invasivo. Es una forma rara de cáncer de mama, que es más común en mujeres mayores de 50 años. También puede aparecer en hombres.
- Tumor filodes o cistosarcoma filodes: representa menos de un 1% de los tumores de la mama, siendo en la mayoría de los casos de comportamiento benigno, por lo que la clasificación de los tumores de mama de la Organización Mundial de la Salud recomienda los términos de tumor filodes benigno, con bajo potencial de agresividad y maligno. Un porcentaje pequeño de pacientes presentan metástasis en los ganglios linfáticos regionales (axila) y más rara aún es la extensión del tumor a otras zonas distantes del cuerpo.

## 1.2. Rayos X

En 1895, el físico alemán Wilhelm Conrad Röntgen descubrió accidentalmente los rayos X mientras estudiaba los rayos catódicos en tubos de descarga de gas de alto voltaje (tubos Crooks). Aunque el tubo estaba en el interior de una caja de cartón negra, Roentgen descubrió que mientras el tubo funcionara, la pantalla cercana de cianuro de bario y platino emitiría fluorescencia. Después de realizar más experimentos determinó que la fluorescencia se debía al hecho de que la radiación invisible es más penetrante que la radiación ultravioleta. Roentgen llama a estos rayos invisibles “rayos X” porque se desconocía sus propiedades [12].

El descubrimiento de los rayos X se caracteriza por muchas propiedades sorprendentes, y esto hace que ocupe un lugar destacado entre los eventos de la historia de la humanidad. Primero, el descubrimiento fue accidental. En segundo lugar, probablemente no menos de una docena de contemporáneos de Roentgen habían observado previamente la radiación x, pero ninguno de estos otros físicos había reconocido su importancia ni la había investigado. En tercer lugar, Roentgen siguió su descubrimiento y en poco más de 1 mes, había descrito la radiación X con casi todas las propiedades que reconocemos hoy [13].

Los rayos X son radiaciones electromagnéticas cuya longitud de onda va desde unos 10 nm hasta 0,01 nm. Cuanto más corta sea la longitud de onda de los rayos X, mayor será su energía y poder de penetración. Los rayos de longitud de onda más larga, cercanos a la banda ultravioleta del espectro electromagnético, se denominan rayos X suaves; aquellos con longitudes de onda más cortas que están más cerca de la banda de rayos gamma o incluso se superponen con ella se denominan rayos X duros. Los rayos X "blancos" son los rayos X formados por una mezcla de muchas longitudes de onda diferentes, en cambio los rayos X monocromaticos estan formados por una sola longitud de onda [14].

El resultado de la transición de electrones atómicos de una órbita a otra es la producción de luz visible y rayos X. En la radiación de frenado o "bremsstrahlung", los rayos X se generan por el frenado o la deflexión de los electrones libres que atraviesan un campo eléctrico fuerte. El papel de los rayos gamma es similar al de los rayos X, que son producidos por transiciones de energía en el núcleo excitado [14].

A pesar del potencial uso industrial de los rayos X, Röntgen se negó a comercializar o solicitar una patente para su descubrimiento. Röntgen creía que sus hallazgos eran para la humanidad y, por lo tanto, no deberían ser objeto de patentes, licencias o contratos. Esto condujo a la rápida fabricación de los primeros tubos de rayos X médicos a precios muy razonables. Poco tiempo después del descubrimiento de los rayos X, se definieron claramente dos usos médicos, uno para el diagnóstico de enfermedades y el otro para el tratamiento de tumores. Desde entonces, el uso de los rayos X en la medicina ha jugado un papel clave en la medicina, especialmente gracias al desarrollo de tecnologías como la electrónica y la ciencia de los materiales, que han llevado la aplicación de los rayos X a un nivel muy complejo [14].

### 1.2.1. Producción de Rayos X

La función principal del sistema de imágenes de rayos X es acelerar los electrones desde el cátodo hacia el ánodo en el tubo de rayos X. Las tres partes principales de un sistema de imágenes de rayos X (mesa de operaciones, el tubo de rayos X y el generador de alto voltaje) están diseñadas para proporcionar una gran cantidad de electrones con alta energía cinética enfocada en un pequeño punto del ánodo [13].

Cuando un electrón de alta velocidad penetra en un material objetivo, pueden ocurrir tres interacciones principales [15].

1. Los electrones son desviados ligeramente por la nube de electrones del material objetivo. Estas pérdidas de energía provocan excitación y producción de calor, y explican la mayoría de las interacciones.

2. Los electrones entrantes interactúan con los electrones orbitales de la capa interna y tienen suficiente energía para expulsarlos. La vacante resultante se llena con un electrón de una capa exterior que emite un fotón de energía igual a la diferencia de energía entre las dos capas. Esto se llama radiación característica porque la diferencia de energía entre las capas orbitales depende del número atómico y es característica del material objetivo. Un electrón de una capa aún más alejada del núcleo llenará esta nueva vacante. Este proceso se repite, dando lugar a la emisión de una serie de líneas discretas de rayos X característicos. La radiación característica representa solo un pequeño porcentaje de los rayos X producidos.
3. Bremsstrahlung (radiación de frenado) representa la mayoría de los fotones de rayos X emitidos y ocurre cuando el electrón incidente pasa lo suficientemente cerca de la carga positiva del núcleo objetivo para ser atraído y, en consecuencia, desacelerado. La energía perdida debido a este efecto de frenado se emite como un fotón de rayos X. El electrón puede perder toda su energía incidente en una sola colisión con un núcleo.

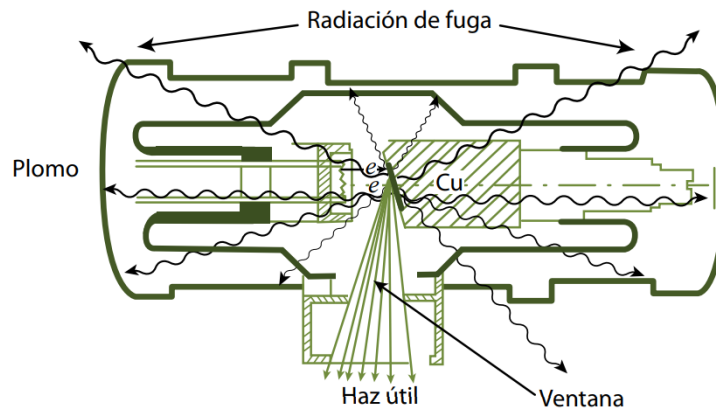


Figura 1.3: Tubo de rayos X

La base fundamental para la aplicación de los rayos X en muchos campos científicos es su propiedad de atenuación exponencial. Los rayos X que atraviesan el material pueden ser absorbidos o dispersarse a lo largo de su trayectoria, lo que reduce la intensidad original. El proceso de absorción o dispersión se debe a la interacción entre los átomos del medio y los rayos X [16].

### 1.2.2. Espectro de los Rayos X

El espectro de emisión de un haz de rayos X es una representación gráfica de la distribución de energía de los fotones que componen el haz. Sobre él se superponen el espectro continuo de fotones de frenado y el espectro discreto de fotones característicos. Comprender los espectros de emisión de rayos X es la clave para comprender cómo los cambios en el voltaje máximo, la corriente, el tiempo y el filtrado afectan la interacción del haz de rayos X con los tejidos, los receptores de imágenes y, en última instancia, cualquier material interpuesto en ellos [14].

Sabiendo esto, podemos saber cuál es la dosis absorbida por el paciente en cualquier punto, cuál es la calidad de la imagen (contraste, densidad óptica o nivel de señal, etc.), cuál es la cantidad de radiación dispersa, etc. Asimismo, al operarlo podemos modificar estos parámetros finales: dosis absorbida y calidad de imagen.

La energía máxima que puede tener un fotón en un haz de rayos X es numéricamente igual al voltaje pico (kVp) seleccionado para generar el haz. Es la energía máxima alcanzada por el espectro.

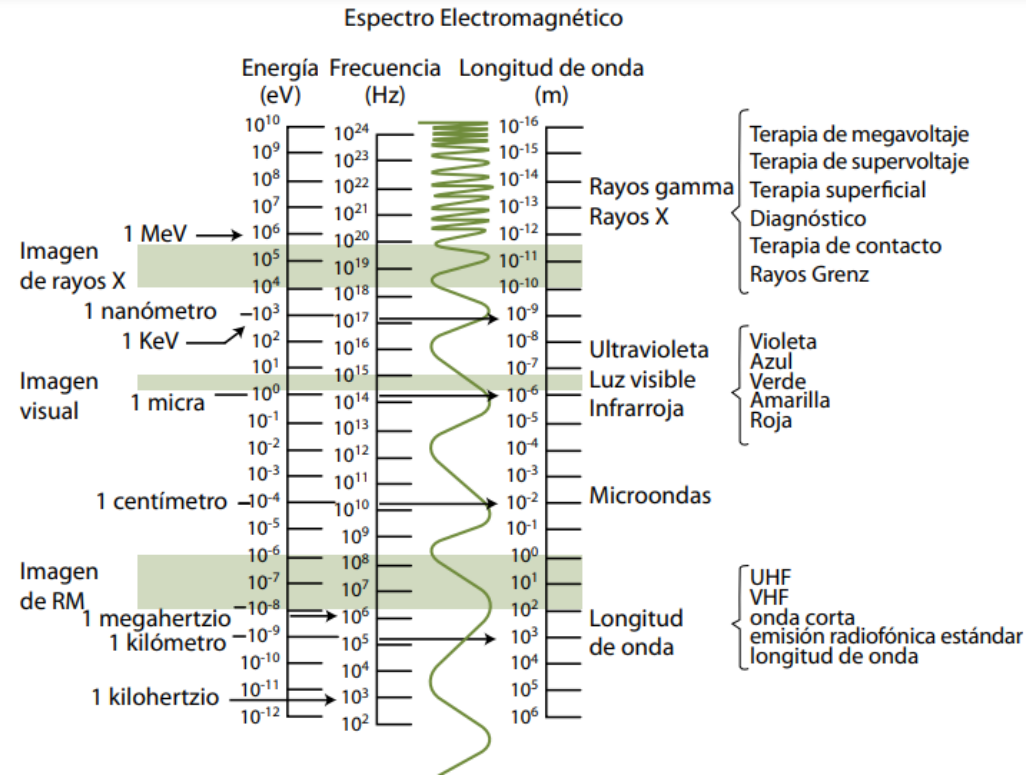


Figura 1.4: Los rayos X dentro del espectro electromagnético.

El espectro continuo (debido a la radiación de frenado) tiene un pico cuya energía es aproximadamente igual a un tercio de la máxima energía fotónica del espectro. La mama es un órgano compuesto por tejidos con densidad de masa y número atómico muy similares. Para maximizar la absorción diferencial de modo que podamos obtener una imagen con suficiente contraste, debemos utilizar un voltaje muy bajo, en algún punto intermedio entre 25 y 30 kV. En estos rangos, el efecto fotoeléctrico (que es lo que realmente nos proporciona la absorción diferencial) predomina sobre el efecto Compton y nos proporciona imágenes adecuadas. Sin embargo, los fotones con energía inferior a 15 keV en el espectro apenas llegan al receptor y lo más probable es que no contribuyan a la formación de imágenes [14].

### 1.2.3. Interacción de la radiación con la materia

El haz de rayos X emitido por el tubo es esencialmente uniforme en un plano perpendicular a su eje e interactúa con el tejido del paciente a medida que pasa por el tubo, y esta interacción proporciona información sobre el paciente. La información se convierte en una imagen a medida que pasa, afectando la película y otros receptores alternativos. Aunque la radiación electromagnética interactúa con la materia de formas muy diferentes, los procesos relevantes desde el punto de vista de la formación de la imagen a la energía de los rayos X que se emplean en radio-diagnóstico pueden reducirse a sólo dos fundamentales: el efecto fotoeléctrico y la dispersión Compton [14].

#### Efecto fotoeléctrico

Cuando un fotón interactúa con un átomo y cede toda su energía a un electrón en la capa interna (como K o L), este electrón sale con una energía que es la diferencia entre el fotón incidente y su

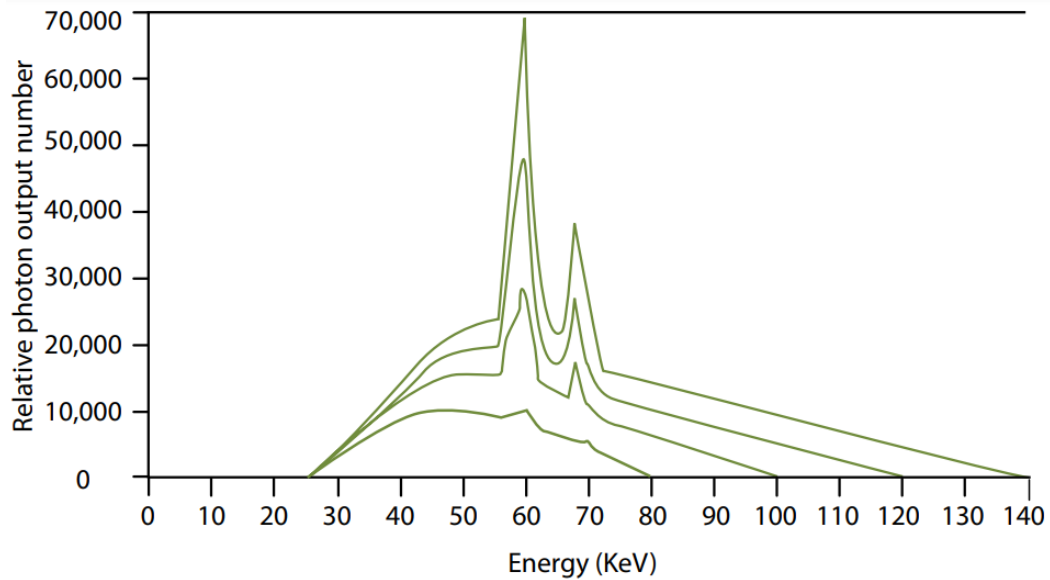


Figura 1.5: Espectro de emisión de haces de rayos X generados con tungsteno a distintos kilovoltajes pico (80 kVp, 100 kVp, 120 kVp y 140 kVp).

energía de enlace. Como resultado, los fotones desaparecen por completo, un proceso de absorción puro. Aunque la vacante producida dará lugar a su relleno con un electrón de una capa superior, con emisión de un fotón de energía característica, este fotón tendrá una dirección aleatoria y, en la inmensa mayoría de los casos, distinta de la del fotón incidente. Finalmente, cuando el efecto fotoeléctrico provoca una interacción, el haz pierde fotones que ya no llegan al sistema de imagen. La absorción fotoeléctrica es el fenómeno predominante cuando la energía de un fotón incidente es mayor pero está cerca de la energía de enlace de un electrón en un átomo. Es importante notar que si la energía del fotón es mayor que el enlace, entonces la probabilidad de interacción fotoeléctrica es aproximadamente proporcional a  $Z^3/E^3$  donde  $Z$  es el número atómico del material y  $E$  es la energía del fotón incidente [14].

### Dispersión Compton

La dispersión de Compton o la dispersión inelástica se produce principalmente cuando la energía del fotón incidente es mucho mayor que la energía de enlace de los electrones afectados. Cuando se genera, los fotones no se absorben ni se dispersan en una dirección variable, y una pérdida de energía que es pequeña para ángulos de dispersión también pequeños y mayor para dispersiones más importantes. La probabilidad de una interacción Compton no está correlacionada con el número atómico, sino con la densidad electrónica del material. Es casi constante en todos los componentes del tejido vivo excepto en el hidrógeno, que suele ser casi el doble del valor. Además, la interacción de Compton disminuye la probabilidad al aumentar la energía, pero es inversamente proporcional a la primera potencia de ésta [14].

En cuanto a la formación de imágenes, se puede resumir que la interacción de Compton conducirá a la aparición de una radiación dispersa (la cual llegará al soporte de imagen sin correlación con las estructuras atravesadas por el haz), con baja probabilidad de identificación entre determinados biomateriales y otros biomateriales, que da lugar a la aparición de radiación dispersa y que va siendo más dominante que el efecto fotoeléctrico conforme aumenta la energía de los rayos X [14].

**CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS**  
**1.2. RAYOS X**

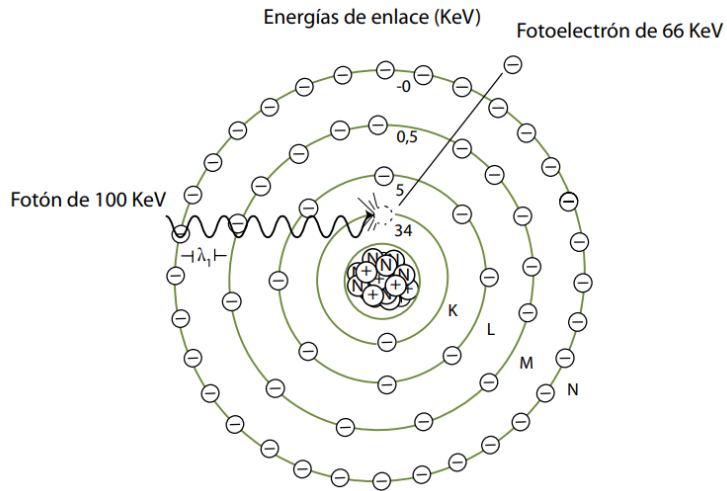


Figura 1.6: Absorción fotoeléctrica.

Aunque la vacante generada hará que se llene con electrones de la capa superior y emita un fotón con energía característica, el fotón tendrá una dirección aleatoria y, en la mayoría de los casos, será diferente a la dirección del fotón incidente. Finalmente, cuando el efecto fotoeléctrico provoca una interacción, el haz pierde fotones que ya no llegan al sistema de imagen. En cuanto a la formación de la imagen, se puede concluir que la interacción de Compton provocará la aparición de radiación dispersa (que llegará al soporte de la imagen y no tiene correlación con la estructura por donde pasa el haz), y la probabilidad de reconocimiento entre ciertos materiales biológicos es muy bajo. Para otros materiales biológicos, provoca la aparición de radiación dispersa y, a medida que aumenta la energía de los rayos X, se vuelve más dominante que el efecto fotoeléctrico [14].

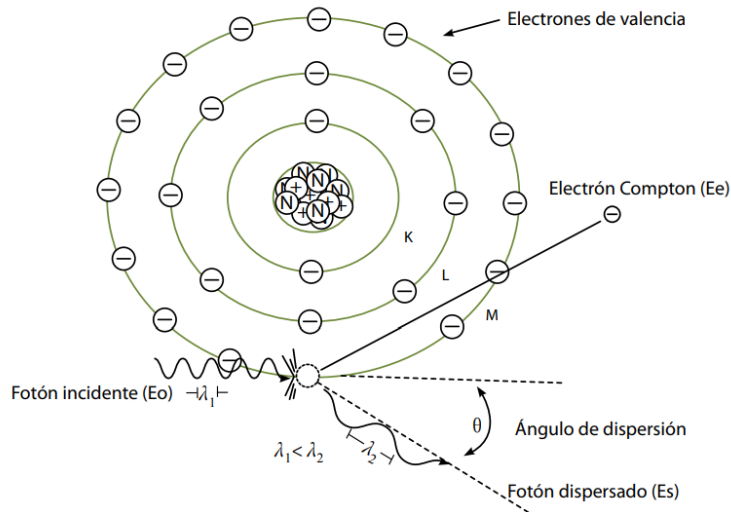


Figura 1.7: Dispersión Compton

### 1.3. Equipos mamográficos

La mamografía es un proceso radiográfico que se utiliza para examinar la mama. La mamografía es un método muy eficaz para detectar cáncer en estadio temprano [17]. En la mamografía de película, las áreas de baja densidad, como el tejido graso, parecen ser translúcidas (es decir, similares a un fondo negro), mientras que las áreas de tejido denso, como el tejido conectivo y el tejido glandular o los tumores, aparecen sobre un fondo negro más blanco. En una mamografía tradicional, se toman las vistas superior y lateral de cada seno, pero si el médico está preocupado por un área específica del seno, se pueden tomar otras vistas [18]. Si bien se utiliza principalmente para la detección y el diagnóstico del cáncer de mama, la mamografía también tiene valor en la localización quirúrgica de regiones sospechosas y en la orientación de biopsias [17].

El cáncer de mama se detecta sobre la base de cuatro tipos de signos en la mamografía:

1. La morfología característica de una masa tumoral, que puede incluir márgenes irregulares y espiculaciones.
2. Ciertas presentaciones de depósitos minerales, visualizados como motas llamadas microcalcificaciones.
3. Distorsión arquitectónica de los patrones de tejido normal causada por la enfermedad.
4. Asimetría entre las regiones correspondientes de los senos izquierdo y derecho.

Para realizar una mamografía, el radiólogo o técnico especializado debe apretar el seno entre dos placas transparentes. Estas placas están conectadas a una cámara altamente especializada para tomar dos fotografías de la mama desde dos ángulos diferentes. Luego, el técnico repite el proceso en el otro seno. La mama necesita ser comprimida porque apretarla reducirá su grosor. El haz de rayos X debe penetrar en la menor cantidad posible de capas de tejido superpuestas. Una mamografía de diagnóstico generalmente toma más tiempo que una mamografía de detección porque toma más imágenes desde más ángulos [19].

A su vez, la mamografía implica una exposición mínima a la radiación. De hecho, la exposición a la radiación de las mamografías modernas es mucho menor que la de las últimas décadas [15]. Esto indica que la dosis de radiación recibida durante la mamografía de detección es aproximadamente la misma que la dosis de radiación recibida por una persona en su hábitat natural [20]. La Sociedad Americana del Cáncer indica que la dosis de radiación recibida durante una mamografía de detección es aproximadamente la misma que recibe una persona en su hábitat natural (radiación de fondo) en un período de 3 meses [20].

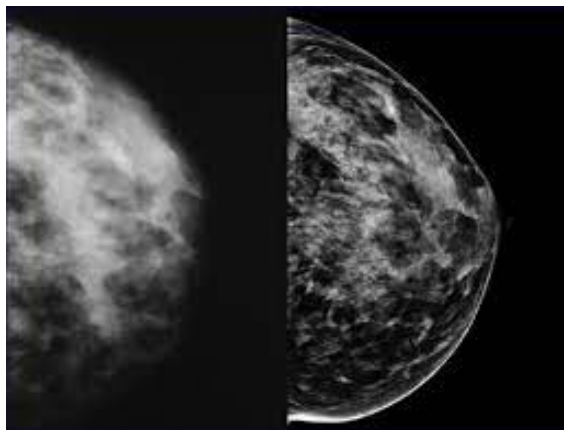


Figura 1.8: Mamografía tradicional vs mamografía digital

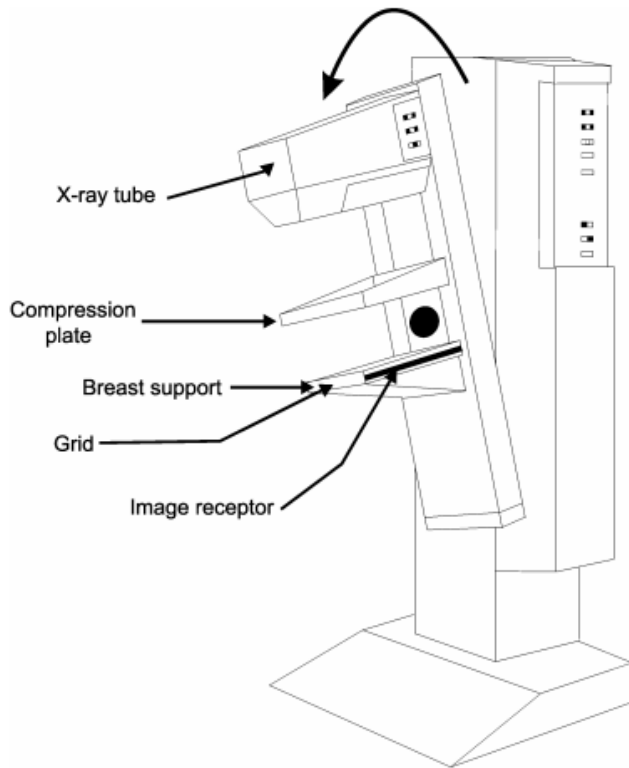


Figura 1.9: Sistema de imágenes de mamografía

La unidad de mamografía consta de un tubo de rayos X y un receptor de imagen montado en lados opuestos de un conjunto mecánico. Debido a que se deben tomar imágenes de la mama desde diferentes aspectos, el conjunto se puede girar alrededor de un eje horizontal, como se muestra en la figura 1.9 Para adaptarse a pacientes de diferentes alturas, se puede ajustar la elevación del conjunto [17].

La radiación que sale del tubo de rayos X pasa a través de un filtro de conformación espectral metálico, una abertura que define el haz y una placa de plástico, que comprime el seno sobre la plataforma de soporte del seno. Esos rayos X transmitidos a través del pecho y del soporte del pecho inciden en una rejilla antidispersión especialmente diseñada y luego inciden en el receptor de imagen, donde interactúan y depositan la mayor parte de su energía localmente. En los sistemas de mamografía digital basados en película de pantalla y casete, una fracción de los rayos X pasa a través del receptor sin interacción y estos rayos X inciden en el sensor del mecanismo de control automático de exposición (AEC) de la unidad de mamografía. En otros sistemas de mamografía digital, el mecanismo AEC es típicamente integral con el receptor de imagen digital. En todos los sistemas, los rayos X primarios restantes se atenúan mediante una parada de haz primario [17].

## 1.4. Dimensión Fractal y Entropía de Shannon

### 1.4.1. Dimensión Fractal

En 1982 el matemático polaco Benoit Mandelbrot introdujo el concepto de geometría fractal. En su obra titulada: “La geometría fractal de la naturaleza” introduce el concepto de fractal, que después sería utilizado para describir objetos con irregularidades [21]. Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica irregular, ocurre a diferentes escalas. En la naturaleza existen muchos fractales tales nubes, montañas, líneas costeras, copos de nieve y el sistema circulatorio.



Figura 1.10: Nubes



Figura 1.11: Árboles



Figura 1.12: Helechos

**CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS**  
**1.4. DIMENSIÓN FRACTAL Y ENTROPÍA DE SHANNON**

---

También existen fractales matemáticos, como los que vemos a continuación:

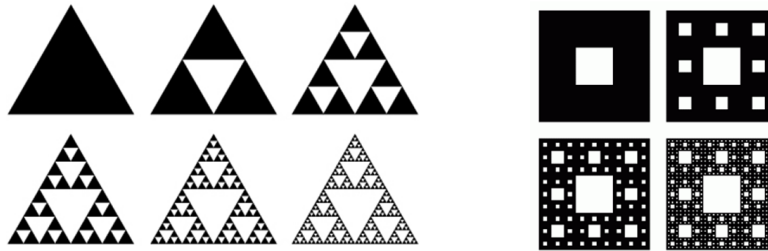


Figura 1.13: Triangulo y alfombra de Sierpinski

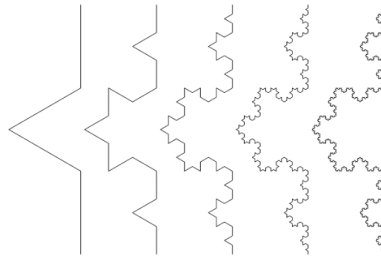


Figura 1.14: Curva de Kock

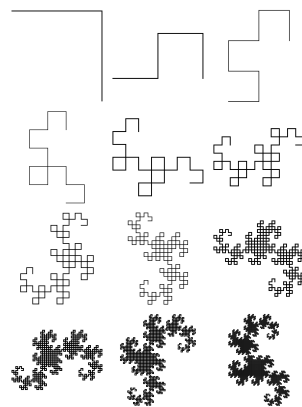


Figura 1.15: Curva de dragón

## CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 1.4. DIMENSIÓN FRACTAL Y ENTROPÍA DE SHANNON

---

La geometría fractal permite el reconocimiento y la descripción cuantitativa de formas complejas. A partir de la observación directa de la naturaleza, podemos observar que la mayoría de las células, tejidos y órganos son sistemas formados de componentes y fragmentos de diferentes niveles de complejidad y organización. Esto significa que un solo fragmento o elemento puede replicar todo el objeto del que se originó en diferentes escalas, en otras palabras, es auto-similar, aunque en un sentido estadístico. Estas formas complejas no pueden describirse y analizarse utilizando la geometría euclidiana. La geometría euclidiana se desarrolló para dibujar formas geométricas ideales y regulares que son poco comunes en los sistemas naturales y biológicos. La geometría fractal ha sido utilizada en diferentes áreas de la ciencia, entre ellas la medicina, en particular se ha encontrado una aplicación en la descripción de imágenes radiográficas.

En este análisis encontramos el concepto de dimensión fractal, esta dimensión fractal se ha calculado para caracterizar la textura en las regiones de la imagen. En este contexto una dimensión fractal baja corresponde a una textura más suave mientras que una dimensión fractal alta corresponde a una textura gruesa. A diferencia de la dimensión topológica, la dimensión fractal no es necesariamente un número entero. Existen muchos objetos naturales en los que su DF varía entre 1 y 2, depende de la complejidad del objeto que tan cercano será al uno o al dos, es decir, la dimensión fractal de un objeto con una estructura compleja tendrá un valor más cercano a dos que uno con una estructura más simple.

El concepto de dimensión fractal sirve para caracterizar la autosemejanza, la complejidad o las propiedades que llenan el espacio. Otra cosa interesante sobre la dimensión fractal es que su valor no es único, este depende del método empleado para su estimación y de la definición utilizada. Entre las dimensiones fractales más importantes se encuentran la dimensión de homotecia, la dimensión de pendiente de variable, la dimensión de Minkowski-Boulinganf y la dimensión utilizada por Lundahl.

#### Dimensión fractal de homotecia

Esta dimensión se define para cualquier objeto que se le pueda atribuir un tamaño total  $P$ , constituido por un número  $N$  de unidades más pequeñas [22]. La dimensión de homotecia se define de la siguiente manera:

$$D_{hom} = \frac{\log(N)}{\log(P/p)} \quad (1.1)$$

Donde:

$P$  es el tamaño del objeto

$p$  es el tamaño de cada uno de los elementos que lo componen

$N$  es el número de unidades que lo conforman

#### Dimensión de pendiente de variable

En 1961 Richardson propuso una metodología que relacionaba los logaritmos de una cierta medición  $P$  con una unidad de medida de un tamaño determinado  $p$  [23]. El artículo “¿Cuánto mide la costa de La Gran Bretaña?” hace referencia a la formulación y razonamiento de Richardson [24].

La fórmula para el perímetro propuesta por Richardson es:

$$L = MG^{(1-s)} \quad (1.2)$$

Donde:

$L$  es el perímetro medido

$G$  el factor de escala

$s$  la pendiente de la recta de mejor ajuste resultante en el gráfico de Richardson correspondiente

$M$  una constante

Luego definiendo la dimensión de pendiente de variable como:

$$D = 1 - s \quad (1.3)$$

En un artículo de Mandelbrot calculo la longitud de la costa de Gran Bretaña [24]. Al medir su longitud, el resultado dependía del tamaño de la regla que era utilizada, es decir, si utilizaba un regla muy pequeña la longitud de la costa era mayor comparado a si utilizaba una regla pequeña. También calculo la dimensión fractal de la costa de Gran Bretaña y descubrió que tenía un valor de 1.25.

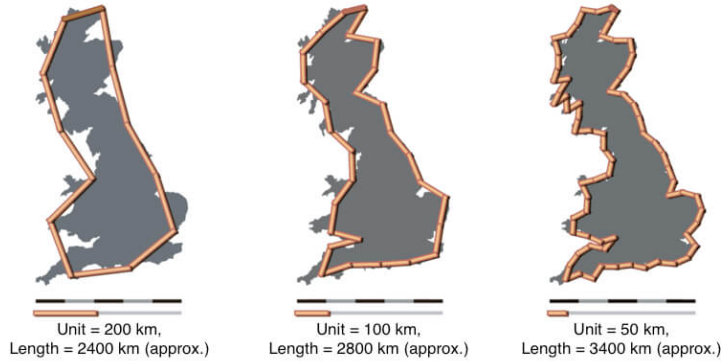


Figura 1.16: Curva de Kock

### Dimensión de Minkowski-Boulinganf

Para calcular la dimensión fractal de Minkowski-Bouligand (también conocida como dimensión de recuento de cajas) se calcula la cantidad de cuadros  $N(\varepsilon)$  de lado  $\varepsilon$  que son necesarias para cubrir al conjunto [25].

Entonces la dimensión de Minkowski-Boulinganf se define como:

$$D_F = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\frac{1}{\varepsilon})} \quad (1.4)$$

Finalmente, en este trabajo para calcular la dimensión fractal , hemos adaptado el enfoque de Lundahl [26]. Este cálculo es análogo a una "técnica de recuento de cajas". En este enfoque, el brillo,  $i$ , de cada píxel en  $(x, y)$  en una imagen digitalizada puede tratarse como una dimensión vertical que acompaña a la asignación bidimensional de píxeles (de tamaño  $\varepsilon \times \varepsilon$ ) en el proceso de digitalización, como en la figura 1.17.

El primer paso de la técnica de medición es determinar el área  $A(\varepsilon)$  de la superficie para un tamaño de píxel dado  $\varepsilon$ . El área se calcula sumando el área  $\varepsilon^2$  de cada píxel a la contribución del lado " expuesto " del marco (la diferencia de altura (o valor de píxel) entre píxeles adyacentes).

$$A(\varepsilon) = \sum_{x,y} \varepsilon^2 + \sum_{x,y} \varepsilon (|i_\varepsilon(x, y) - i_\varepsilon(x, y + 1)|) + (|i_\varepsilon(x, y) - i_\varepsilon(x + 1, y)|) \quad (1.5)$$

Mandelbrot mostró que para algunas estructuras o imágenes llamadas "fractales", existe una relación de ley de potencia entre  $A(\varepsilon)$  y  $\varepsilon$ , y el exponente está relacionado con la "dimensión fractal"[21]. Específicamente, para una imagen bidimensional, la dimensión fractal es:

$$D_f = 2 - \frac{\Delta \log[A(\varepsilon)]}{\Delta \log[\varepsilon]} \quad (1.6)$$

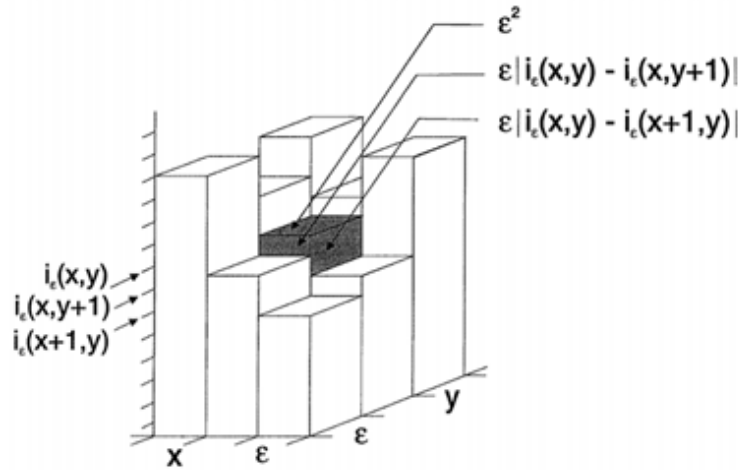


Figura 1.17:

### 1.4.2. Entropía de Shannon

Con el continuo avance de la tecnología las cantidades de información que se manejan han crecido. Primero que nada, podríamos preguntarnos el significado de la información, en un sentido general la información es el conjunto de datos organizados, que constituyen un mensaje sobre un determinado ente o fenómeno. La información tiene una relación estrecha con el orden. Por ejemplo, el orden de las letras hacen palabras y el orden de las palabras hacen oraciones que comunican información.

La teoría de la información, es una propuesta teórica realizada por Claude E. Shannon y Warren Weaver a finales de la década de los 40 [27]. La teoría está relacionada con las leyes matemáticas que gobiernan la transmisión y el procesamiento de la información, que involucran la medición y representación de la información y la capacidad de los sistemas de comunicación para transmitir y procesar información.

Desde la década de 1940, la gente ha estado buscando la compresión de datos debido a los resultados de los datos de la información proporcionada por Claude Shannon. Desde entonces, se ha desarrollado la compresión de datos, y uno de los cambios más importantes es la posición de sacrificio cada vez que se comprime la información, y la iniciativa inicial es mantener la integridad de la información.

Al comprimir un mensaje debemos asegurarnos de no perder información. Una manera de hacer esto es eliminar del mensaje información que podemos predecir, es decir, información que es redundante. Entonces podemos decir que lo máximo que podríamos comprimir un mensaje es cuando solo tenemos información que no podemos predecir, es decir, información aleatoria. Al final tendremos una versión más pequeña del mensaje original sin perder la integridad de la información. En otras palabras, la información “pura” es aleatoriedad, y el significado de aleatoriedad está relacionado con el desorden.

En 1948 se propuso por primera vez el concepto de la entropía de Shannon, llamada así por Claude Shannon. Esta entropía es una medida de la incertidumbre asociada con una variable aleatoria. Específicamente, la entropía de Shannon cuantifica el valor esperado de la información contenida en un mensaje. La entropía de Shannon de una variable aleatoria  $X$  se puede definir como en la Ec.1.7.

$$H(x) = H(P_1, \dots, P_n) = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i \quad (1.7)$$

**CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS**  
**1.4. DIMENSIÓN FRACTAL Y ENTROPÍA DE SHANNON**

---

$$P_i = Pr(X = x_i) \tag{1.8}$$

Donde

$x_i$  es el  $i$ -ésimo valor posible de  $X$

$n$  es el número total de símbolos

$P_i$  es la probabilidad de que  $X = x_i$

En el contexto de las imágenes digitales, una imagen  $M \times N$  se puede interpretar como una muestra de una fuente de escala de intensidad  $L$  que la emitió. Como resultado, podemos modelar las probabilidades del símbolo fuente usando el histograma de la imagen  $X$  (la imagen observada) y generar una estimación de la entropía fuente [27]. Por ejemplo, una imagen de grises de 8 bits permite  $L = 256$  escalas de grises de 0 a 255. Además, denote el número de píxeles dentro de la imagen  $X$  en la escala de intensidad de píxeles  $l$  como  $n_l$ . Luego

$$P_l = Pr(X = l) = \frac{n_l}{T} \tag{1.9}$$

donde  $l \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$  denota la escala de intensidad y  $T = M \times N$  es el número total de píxeles en la imagen  $X$ . Por lo tanto, la puntuación de entropía de Shannon de la imagen  $X$  se puede calcular como se muestra en la Ec. (1.10).

$$H(x) = - \sum_{i=1}^{L-1} P_i \log_2 P_i = \sum_{i=1}^{L-1} \frac{n_i}{T} \log_2 \frac{T}{n_i} \tag{1.10}$$

El valor máximo en la entropía de Shannon ocurre cuando todos los símbolos tienen la misma distribución probable. En este contexto una imagen tendrá una entropía baja cuando la mayoría de los píxeles tengan una intensidad similar o igual, por el contrario, si la imagen no es uniforme, es decir, la diferencia de la intensidad entre cada elemento de la imagen es mayor, la entropía tendrá un valor más alto.

# Capítulo 2

## Metodología

En este capítulo se describe y justifica los métodos de: adquisición y re-digitalización de imágenes, localización de tumores, cálculo de dimensión fractal y de entropía.

### 2.1. Recolección de imágenes mamográficas

Las imágenes mamográficas para este trabajo se extrajeron del sitio web Pilot European Image Processing Archive (PEIPA) que tienen la base de datos: The mammographic Image Analysis Society (MIAS)[28]. Esta base de datos está conformada por 322 imágenes mamográficas correspondientes a la proyección mediolateral oblicua (MLO); previo al análisis se descartaron imágenes de pacientes en las que no existe un diagnóstico dado. La base de datos proporciona detalles correspondientes a las imágenes mamográficas tales como:

- El carácter del tejido de fondo
- Clase de anomalía presente
- Gravedad de la anomalía
- Coordenadas de imagen (x, y) del centro de la anomalía
- Radio aproximado (en píxeles) de un círculo que encierra la anomalía.

Las imágenes se encuentran en formato PGM de 1024 x 1024 píxeles digitalizables a 8 bits y su tamaño es de 1.00 MB.

En este trabajo se analizaron 40 imágenes mamografías con tumores malignos y 52 imágenes mamografías con tumores benignos; de estos 92 casos, 36 corresponden a mamas con tejido graso, 30 a mamas con tejido graso glandular y 26 a mamas con tejido denso glandular.

### 2.2. Procesamiento de imágenes mamográficas

Después de seleccionar las imágenes mamográficas se realizó la conversión de formato de la imagen, del formato PMG a PNG, formato de imagen digital apto para el procesamiento posterior y que mantiene la calidad de la imagen original al no poseer compresión, como ya se mencionó cada píxel contiene la información de un valor de la escala gris en 8 bits.

Para poder analizar la imagen mamográfica se realizó un histograma 2D de la imagen como se muestra en la Figura 2.1. Este histograma nos permite conocer el número de píxeles en una imagen en función de su intensidad. Los histogramas se componen de bins, cada bin representa un cierto rango de valores de intensidad, que en nuestro caso la escala fue normalizada y los valores

de intensidad corren de cero a uno. Donde un valor de intensidad cercana a cero corresponde a una zona oscura, mientras que un valor de intensidad cercano a 1 corresponde a zonas claras o brillantes. El histograma se calculó examinando todos los píxeles de la imagen mamográfica y asignando a cada bin una intensidad.

El histograma de la imagen mamográfica tiene un sistema de coordenadas de tal manera que podemos conocer la ubicación de cada bin y así como el valor de su intensidad. El origen de este sistema de coordenadas se encuentra en el centro de la imagen. Lo importante de la creación del histograma es caracterizar a todos los bins de nuestra imagen, esto es, conocer la ubicación de cada bin (en el sistema de coordenadas) con su correspondiente intensidad para poder hacer un análisis de las mamografías.

El software utilizado fue ROOT, el sistema ROOT es un framework para el desarrollo de aplicaciones de análisis de datos científicos a gran escala desarrollado por el CERN. ROOT tiene implementadas varias librerías las cuales son clases de `c++`, y definen diferentes objetos que son útiles para la realización de cálculos matemáticos, procesamiento de imágenes, presentación de resultados en gráficos e histogramas, entre otras funciones.

### 2.2.1. Re - digitalización de imágenes mamográficas

A continuación, describiremos el algoritmo que utilizamos para el procesamiento de las imágenes mamográficas.

El código que utilizamos permite convertir un archivo de imagen en un histograma ROOT. Para leer un archivo de imagen, el primer paso es definir el archivo imagen como un objeto de la clase `TASImage` y luego obtener tanto el ancho como el alto de la imagen, mediante las funciones `Image.GetHeight` e `Image.GetWidth` propia de esta clase. El siguiente paso es convertir la imagen en un vector `argb`, cuyos componentes se pueden leer usando un bucle `for`. Para obtener un histograma a partir de la imagen, primero es necesario definir un histograma 2D como objeto de la clase `TH2D`, y luego mediante un bucle `for`, se rellena el histograma con cada componente del vector `argb` obtenido previamente en la fase de lectura de la imagen. En la siguiente figura 2.1 se muestra una imagen mamográfica junto con el histograma generado.

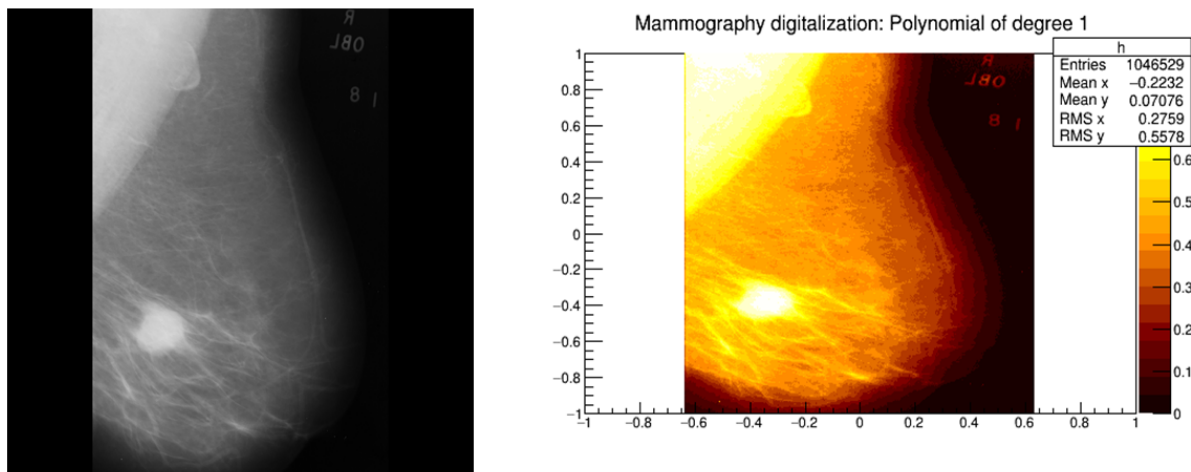


Figura 2.1: Imagen mamográfica y un histograma de la misma imagen.

### a) Localización de tumores

Una vez realizado lo anterior, como resultado obteníamos el histograma 2D de la mamográfica como se observa en la figura 2.2, también observemos en esta misma imagen como es posible distinguir el tumor del tejido mamario de fondo.

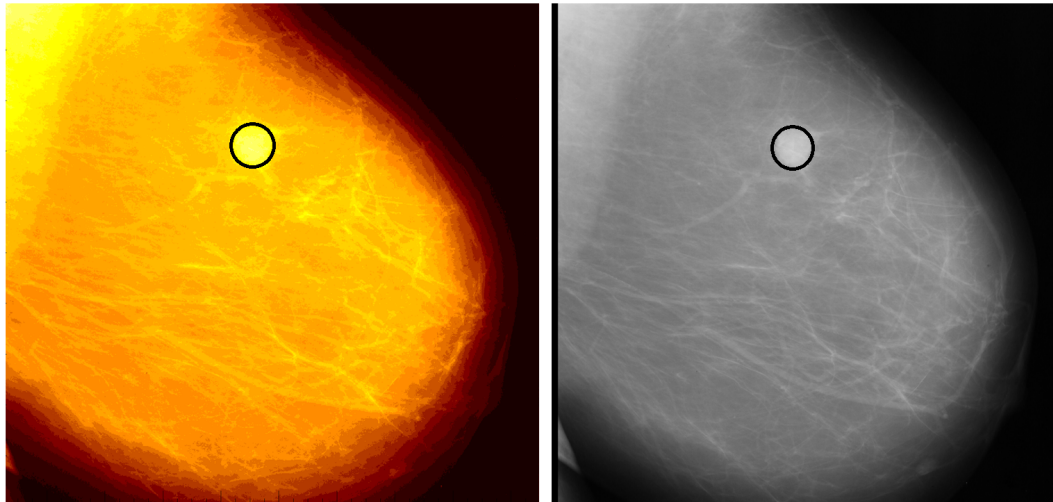


Figura 2.2: Imagen mamográfica e histograma con un tumor señalado por un círculo

A continuación, se procedió a determinar la región de interés en la mamografía, lo que se hizo fue seleccionar una región rectangular como se muestra en la Figura 2.3, la cual comprende la zona del tumor, la medida del rectángulo depende del tamaño del tumor en cada mamografía.

El programa además de calcular el nivel de gris de los bins en la imagen, también encuentra el bin con el nivel de gris más intenso en el rectángulo. Usualmente el nivel de gris más intenso corresponde a los bins que se encuentran dentro del área del tumor, sin embargo, la imagen mamográfica no está libre de imperfecciones. Estas imperfecciones pueden deberse a errores humanos tales como: restos de desodorante, perfume o talco en la paciente, un mamógrafo sucio o restos de polvo en el aire. Estas imperfecciones se ven como manchas blancas en la mamografía, manchas que podrían tener un bin con un nivel más alto que los que hay en la zona del tumor. Es por esto que se analizó un recuadro que encerrara al tumor y así poder obtener el bin que tuviera un nivel de intensidad alto en la zona del tumor.

En el código, se introdujo una rutina que exporta los datos de intensidad de toda la imagen a un archivo de texto plano. Dentro de la definición del histograma, a modo de comentario se introdujo un pequeño algoritmo que promedia los colores, para obtener una imagen en escala de grises, como se muestra en la figura 2.3.

En la figura 2.3, además de mostrar el histograma en escala de grises, se muestran los histogramas de los diferentes colores que componen la imagen de prueba. Todos estos histogramas tienen valores de intensidad entre 0 y 1.

En la línea donde se define el histograma, se definió un sistema de coordenadas, útil para ubicar cada píxel dentro del lienzo. En la figura 2.3, se utiliza un sistema de referencia entre -1 y 1 en coordenadas  $x$  y  $y$ . Además de todo lo dicho en la consola de ROOT el código nos informa cual es la coordenada  $(x, y)$  del cuadro que seleccionamos previamente para rodear al tumor que tiene la más alta intensidad de nivel de gris, con su respectiva intensidad. La coordenada  $(x, y)$  corresponde con el centro del tumor, que es el bin con la mayor intensidad.

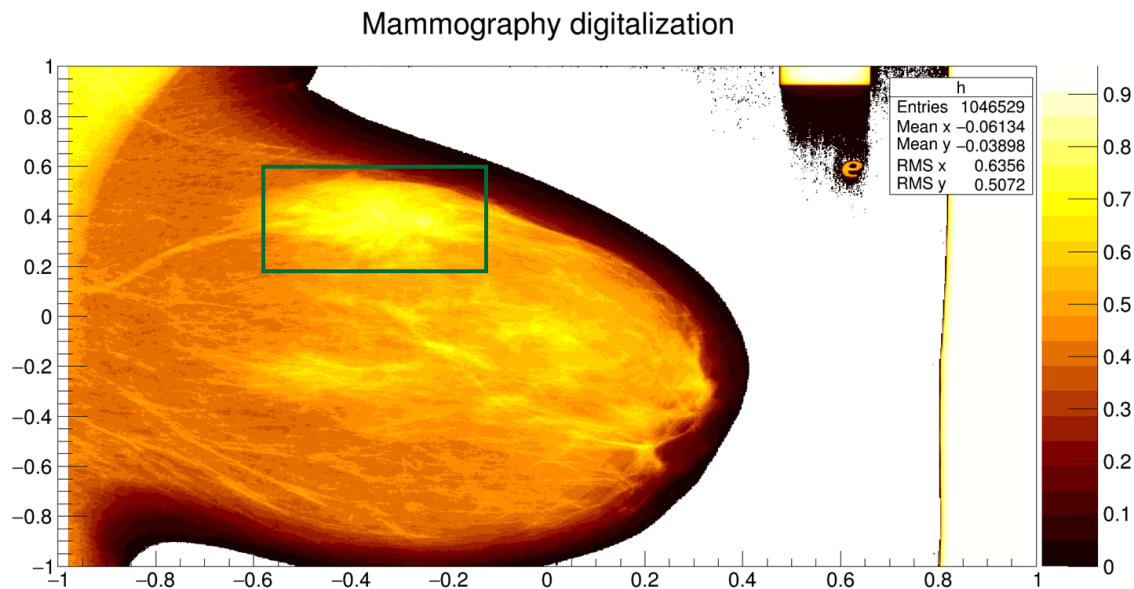


Figura 2.3: Selección de la zona del tumor con un área rectangular

### b) Cálculo de dimensión fractal y entropía

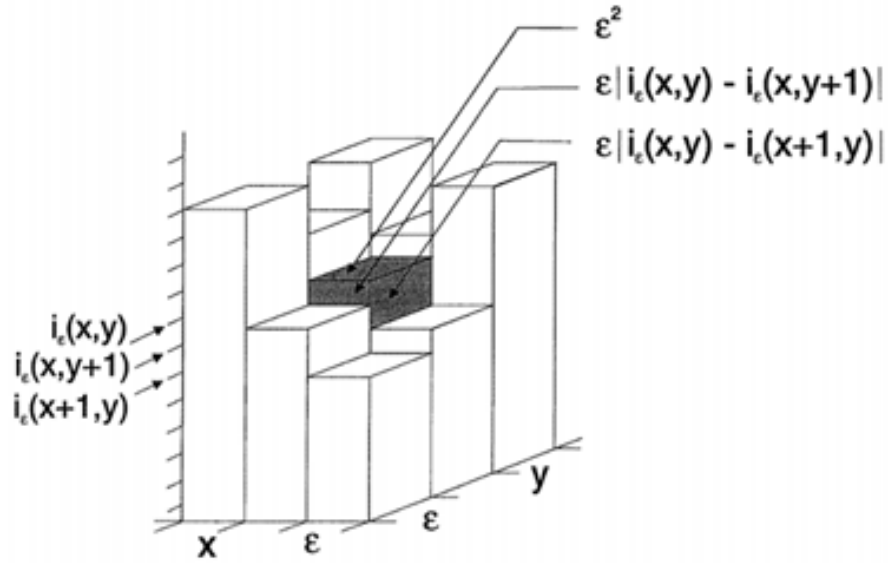
Para obtener la estimación de la dimensión fractal también se ocupó un código de programación en el cual se ocupó el fichero generado por el programa anterior. Para calcular la dimensión fractal y entropía, se consideró un radio  $R$  de un tamaño adecuado de tal manera que fue lo suficientemente grande para contener la mayoría de los píxeles pertenecientes al tumor y lo suficientemente pequeño para que los píxeles pertenecientes al tejido mamario con valores bajos de nivel de gris no perturben el valor de la dimensión fractal. Este radio  $R$  fue propuesto por la base de datos (MIAS). Tanto los tumores malignos como los tumores benignos tienen diferentes tamaños y formas, es por esto que el radio para cada tumor depende de cada mamografía.

En nuestro estudio el cálculo de la dimensión fractal fue hecho por el método de Lundahl [39]. Este método considera el brillo de cada bin,  $i$  en  $(x, y)$  en una imagen mamográfica, puede tratarse como una dimensión vertical que acompaña a la asignación bidimensional de bins (de tamaño  $\varepsilon \times \varepsilon$ ) en el proceso de digitalización.

La primera fase de este método es determinar el área  $A(\varepsilon)$  de la superficie del tumor para un tamaño de bin dado  $\varepsilon$  (donde  $\varepsilon = 0.007$ ). Esta superficie se calcula como la suma del área de cada bin  $\varepsilon^2$ , más las contribuciones de los lados “expuestos” de los cuadros (diferencia de altura o valor de bins entre bins vecinos). Esta diferencia de altura se hizo con el bin que tenía la intensidad más alta  $i_{max}$  y los demás bins que se encontraban dentro de la zona del tumor. El bin con la intensidad más alta dentro de radio  $R$  coincidía con la coordenada en el centro del tumor, es por esta razón que el paso anterior, el de acotar el área del tumor era de suma importancia.

El cálculo de la entropía de Shannon se obtuvo mediante la aplicación de la ecuación 2.2. En el contexto de las imágenes digitales, la entropía de Shannon cuantifica el valor esperado de la información contenida en un mensaje, donde la imagen es el mensaje de una fuente de escala de intensidad  $L$  emitida. Como resultado, podemos modelar las probabilidades del símbolo de origen utilizando el histograma de la imagen de mamográficos y generar una estimación de la entropía de origen. Sea  $n_i$  el número de píxeles en una imagen, entonces

$$P_l = Pr(X = l) = \frac{n_i}{T} \quad (2.1)$$



3

Figura 2.4: Grafica para determinar el área  $A(\varepsilon)$

Donde  $l \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$  denota la intensidad de escala y  $T = M \times N$  es el número total de píxeles en la imagen. Por lo tanto, la entropía de Shannon de la imagen mamográfica se puede definir como:

$$H(X) = - \sum_{l=1}^{L-1} P_l \log_2 P_l = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{n_l}{T} \log_2 \frac{T}{n_l} \quad (2.2)$$



# Capítulo 3

## Resultados

### 3.1. Presentación e interpretación de datos

La tabla 3.1 nos muestra un resumen estadístico de la dimensión fractal en ambos tipos de tumores. Se halló que la media de la dimensión fractal en los tumores malignos es mayor que la media de la dimensión fractal en los tumores benignos. El promedio registrado en tumores benignos fue de 2.385, mientras que la dimensión fractal en tumores malignos fue de 2.499 como se muestra en la figura 3.1.

Tabla 3.1: Resumen Estadístico

	Dimensión Fractal	
	Tumores Benignos	Tumores Malignos
Recuento	52	40
Promedio	2.385	2.499
Desviación Estándar	0.281	0.260
Coefficiente de Variación	11.810 %	10.422 %
Error Estándar	0.039	0.041
Mínimo	1.831	1.984
Máximo	3.198	3.075
Rango	1.366	1.090
Varianza	0.079	0.067
Sesgo Estandarizado	1.449	0.134
Curtosis Estandarizada	0.670	-0.893

El intervalo de confianza para la media y la desviación estándar de la dimensión fractal en los tumores benignos y malignos es del 95 %. La interpretación clásica de estos intervalos es que, en muestreos repetidos, estos intervalos contendrán la media verdadera o la desviación estándar verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95.0 % de las veces. En otras palabras, puede establecerse con 95.0 % de confianza, que la media verdadera de Dimensión Fractal Benigna se encuentra en algún lugar entre 2.306 y 2.463, en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 0.236 y 0.349. De manera similar la media verdadera de la dimensión Fractal Maligna se encuentra entre algún lugar entre 2.415 y 2.582 en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 0.213 y 0.334.

**Intervalos de confianza**

Intervalos de Confianza para Dimensión Fractal Benigna  
Intervalos de confianza del 95.0 % para la media:  
 $2.385 \pm 0.0784$  [2.306, 2.463]  
Intervalos de confianza del 95.0 % para la desviación estándar: [0.236, 0.349]

Intervalos de Confianza para Dimensión Fractal Maligna  
Intervalos de confianza del 95.0 % para la media:  
 $2.49925 \pm 0.0833097$  [2.415, 2.582]  
Intervalos de confianza del 95.0 % para la desviación estándar: [0.213, 0.334]

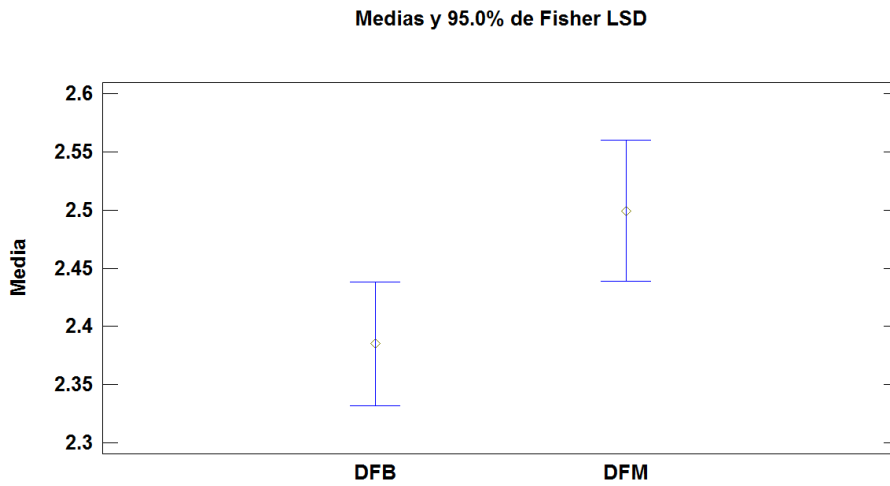


Figura 3.1: Gráfico de medias para la dimensión fractal en tumores benignos (DFB) y en tumores malignos (DFM)

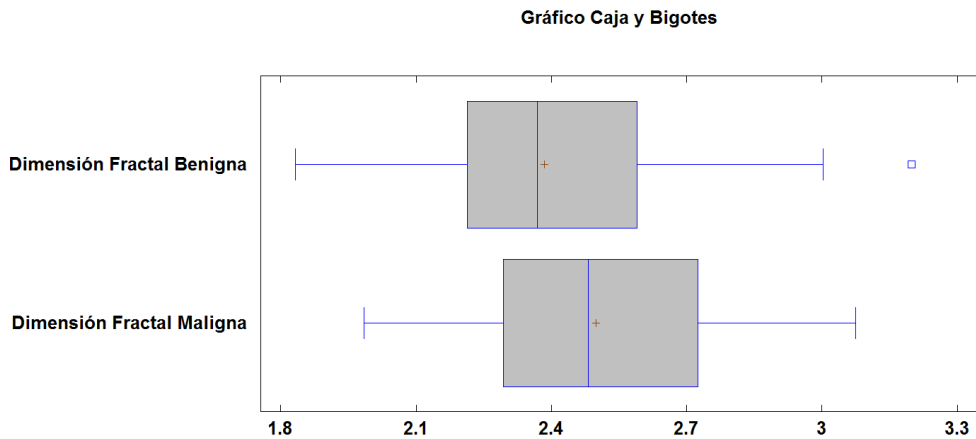


Figura 3.2: Gráfico de caja y bigotes de la dimensión fractal n tumores benignos (DFB) y en tumores malignos (DFM)

## CAPÍTULO 3. RESULTADOS

### 3.1. PRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE DATOS

La tabla 3.2 muestra el resumen estadístico de la entropía de Shannon en tumores benignos y malignos. La media de la entropía de Shannon en tumores malignos es mayor que la media de la entropía de Shannon en los tumores benignos. El promedio registrado en tumores benignos fue de 4969.23, mientras que la entropía de Shannon en tumores malignos fue de 6878.33. Sin embargo, no se encontraron diferencias significativas en la entropía de Shannon entre los tumores benignos y malignos.

**Gráfico de Medianas con Intervalos del 95.0% de Confianza**

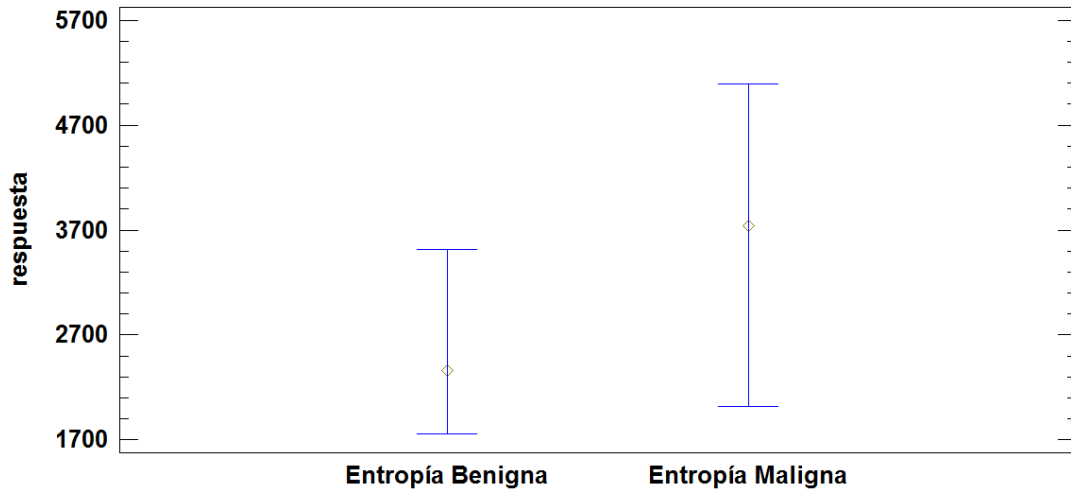


Figura 3.3: Gráfico de medianas para la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y el tumores malignos (entropía maligna)

Tabla 3.2: Resumen Estadístico

Entropía de Shannon		
	Tumores Benignos	Tumores Malignos
Recuento	52	40
Promedio	4969.23	6878.33
Mediana	2360.36	3737.47
Varianza	6.829E7	9.047E7
Desviación Estándar	8264.3	9511.95
Coefficiente de Variación	166.309 %	138.289 %
Error Estándar	1146.05	1503.97
Mínimo	396.786	525.878
Máximo	54551.6	52863.2
Rango	54154.8	52337.3
Sesgo Estandarizado	13.667	8.640
Curtosis Estandarizada	38.215	18.002

**Intervalos de confianza**

Intervalos de Confianza para Entropía Benigna  
Intervalos de confianza del 95.0% para la media:  
4969.23 +/- 2300.8 [2668.44, 7270.03]

Intervalos de Confianza para Entropía Maligna  
Intervalos de confianza del 95.0% para la media:  
6878.33 +/- 3042.08 [3836.25, 9920.4]

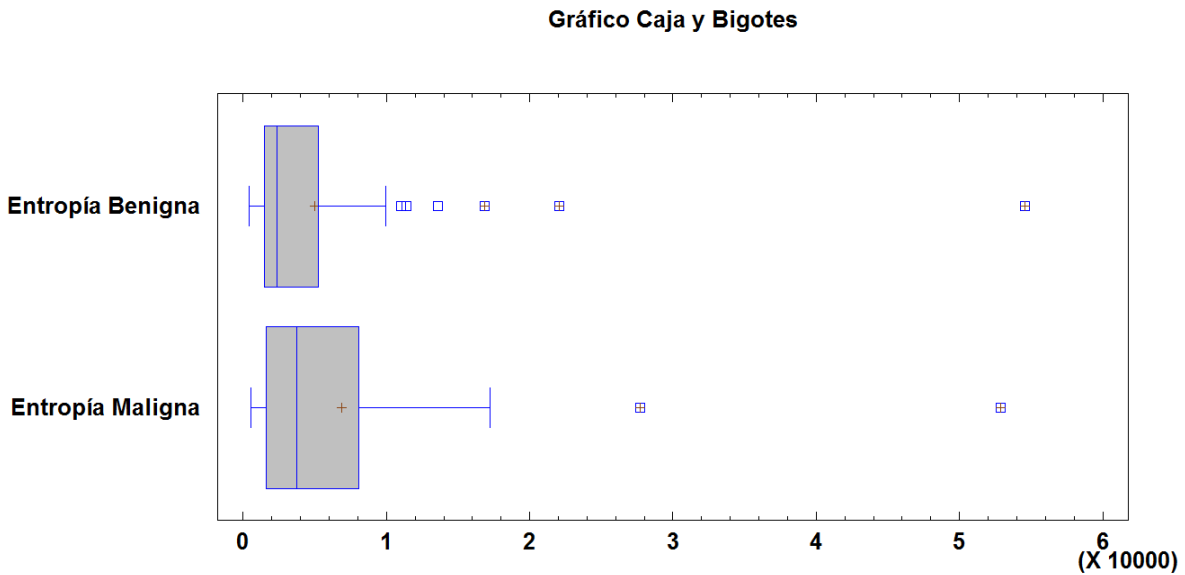


Figura 3.4: Gráfico de Caja y Bigotes para la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y en tumores malignos (entropía maligna)

### 3.2. Prueba de normalidad

Para poder comparar medias, desviaciones estándar y aplicar pruebas paramétricas o no paramétricas, es necesario comprobar que las variables de estudio tienen o no una distribución normal. Para realizar la prueba de normalidad se ha tomado un nivel de confianza del 95%, para la cual se planteó las siguientes hipótesis:

- H0 nula: El conjunto de datos tiene una distribución normal.
- H1 alterna: El conjunto de datos no tiene una distribución normal.

Para la dimensión fractal y entropía benigna se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov, porque el número de datos es mayor a 50. Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas en la dimensión fractal benigna es mayor que 0.05 ( $0.801 > 0.05$ ) no se puede rechazar la idea de que la dimensión fractal en tumores benignos proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Tabla 3.3: Prueba de normalidad  
 Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	DMAS	DMENOS	DN	Valor-P
Normal	0.0892	0.0493	0.0892	0.8015

En la figura 3.5 se observa el gráfico de histograma de la dimensión fractal benigna, se puede apreciar que tiene una distribución uniforme.

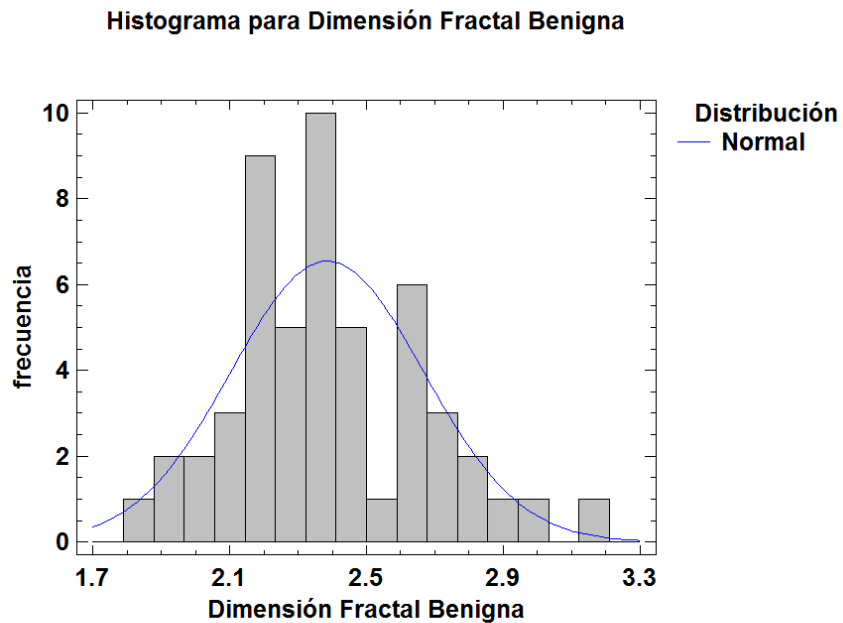


Figura 3.5: Histograma para la dimensión Fractal benigna y prueba de normalidad.

**CAPÍTULO 3. RESULTADOS**  
**3.2. PRUEBA DE NORMALIDAD**

En la tabla 3.4 se muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si la entropía en tumores benignos puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Tabla 3.4: Prueba de normalidad  
Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	DMAS	DMENOS	DN	Valor-P
Normal	0.2675	0.2900	0.2900	0.0003

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0.05, se puede rechazar la idea de que entropía Benigna proviene de una distribución normal con 95 % de confianza. En la figura 3.6 se observa el gráfico de histograma de la entropía de Shannon en tumores benignos, se puede apreciar que no tiene una distribución uniforme.

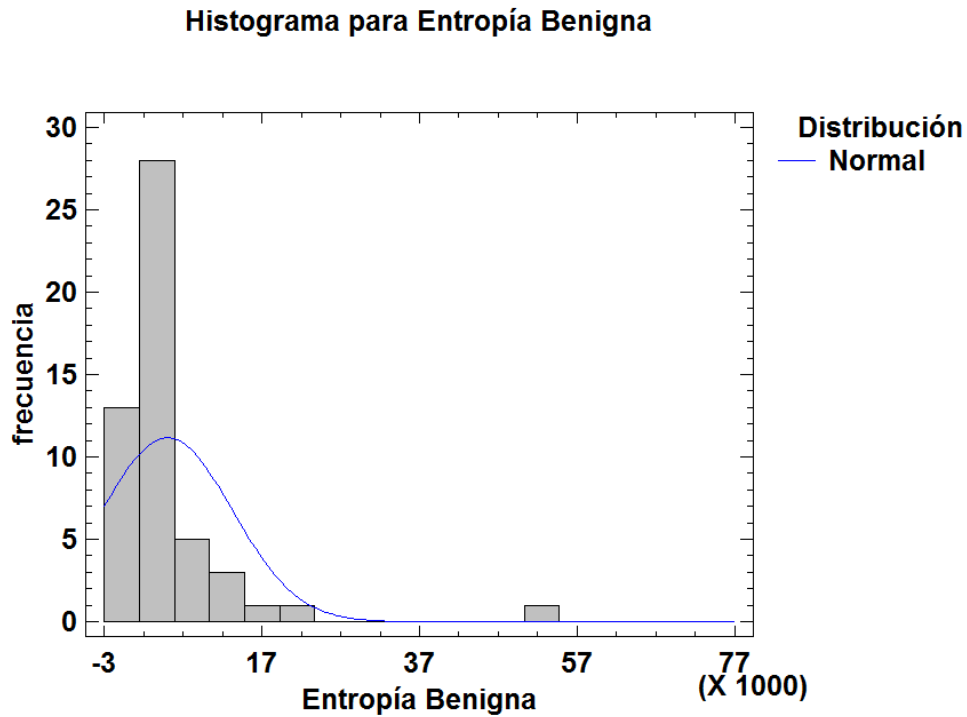


Figura 3.6: Histograma para la entropía en tumores benignos (entropía benigna)

Para la dimensión fractal y entropía maligna se aplicó la prueba de W de ShapiroWilk, porque el número de datos es menor a 50. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos. Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor a 0.05 ( $0.7123 > 0.005$ ), no se puede rechazar la idea de que Dimensión Fractal Maligna proviene de una distribución normal con 95 % de confianza.

Tabla 3.5: Prueba de normalidad  
Dimensión Fractal Maligna

Prueba	Estadístico S	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.97767	0.712302

En la figura 3.7 se observa el grafico de histograma de la dimensión fractal maligna, se puede apreciar que tiene una distribución uniforme.

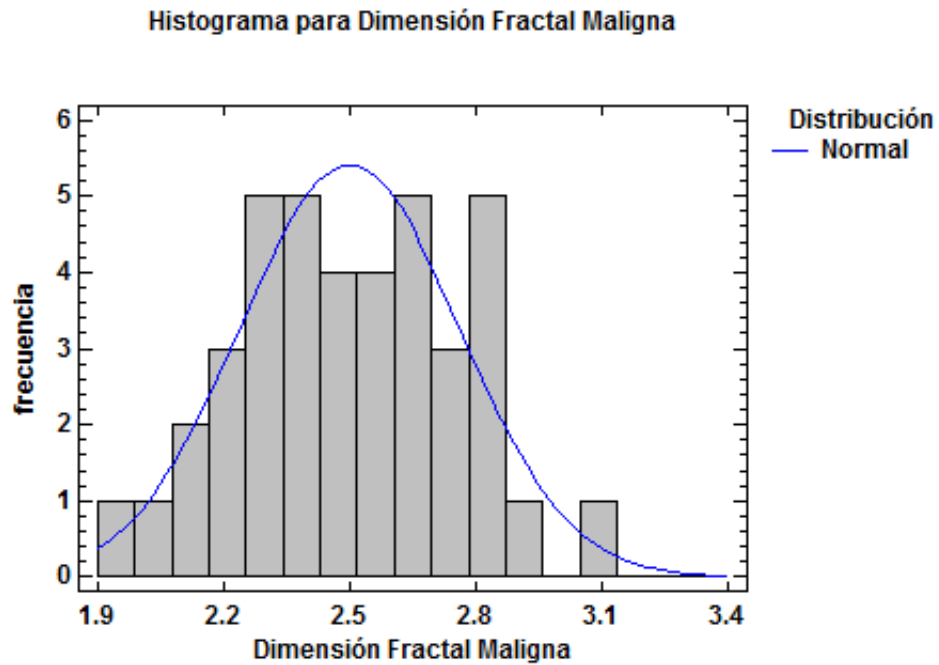


Figura 3.7: Histograma para la entropía en tumores malignos.

### 3.3. Prueba t de Student

Deseamos comprobar si existe una diferencia estadísticamente significativa en la dimensión fractal en tumores benignos y malignos. Por ello, se ha realizado un estudio en el que se han seleccionado 92 imágenes mamográficas con tumores, 40 con tumores malignos y 52 con tumores benignos. Se han comparado los valores de la dimensión fractal mediante la prueba t de Student, dado que se cumplen los requisitos básicos para su aplicación.

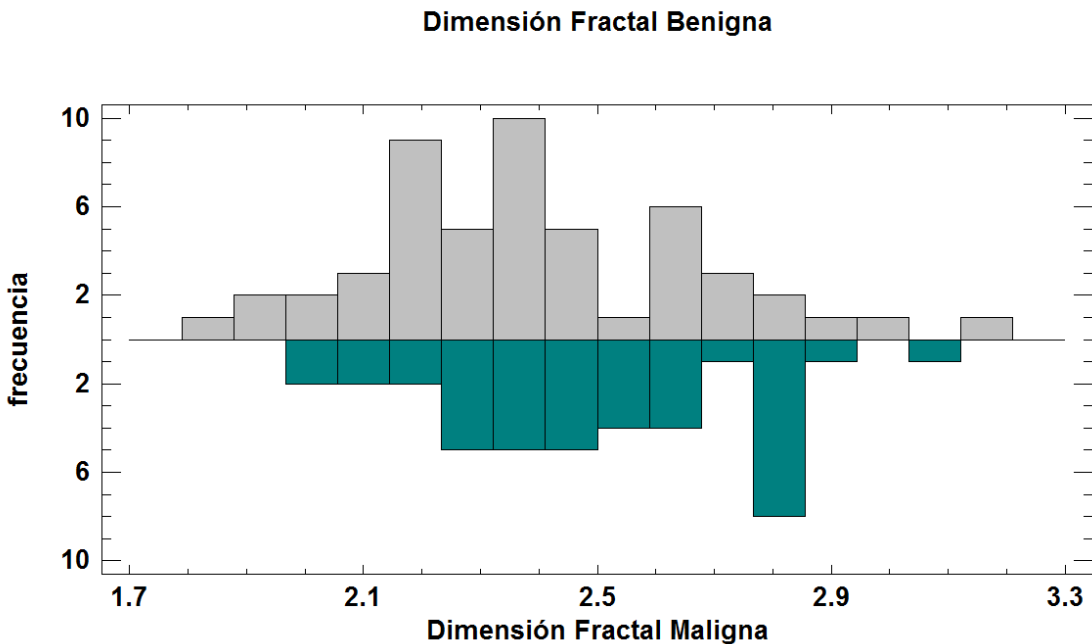


Figura 3.8: Histograma de frecuencias de la dimensión fractal en tumores benignos (dimensión fractal benigna) y en tumores malignos (dimensión fractal maligna)

Asumiendo igualdad de varianzas, obtenemos un p-valor resultante de contrarrestar nuestra hipótesis de igualdad de medias es de 0.049. A partir de este valor podemos contestar a la pregunta: ¿Son iguales las medias de la dimensión fractal entre ambos tipos de tumores? Si a priori definimos que  $\alpha = 0.05$ , el p-valor obtenido en la prueba es inferior a este valor, por lo que podemos rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias entre las medias de la dimensión fractal de los tipos de tumores.

Se construye los intervalos de confianza para cada media y para la diferencia entre medias. Observemos el intervalo de confianza para la diferencia entre las medias, el cual se extiende desde -0.228 hasta -0.00013. Puesto que el intervalo no contiene el valor 0, existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las dos muestras, con un nivel de confianza del 95.0%.

Esta prueba se ha construido para para determinar si la diferencia entre las dos medias es igual a 0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0. Puesto que el valor-P calculado es menor que 0.05, se puede rechazar la hipótesis nula en favor de la alterna.

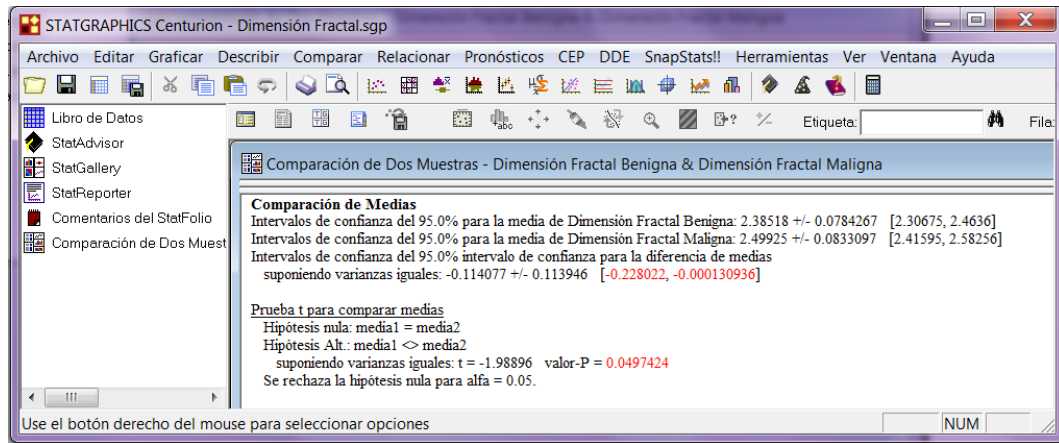


Figura 3.9: Comparación de medias de la dimensión fractal en tumores benignos (dimensión fractal benigna) y en tumores malignos (dimensión fractal maligna)

### 3.4. Prueba Mann- Whitney

Para saber si existe una diferencia estadísticamente significativa entre la entropía de Shannon entre los tumores benignos y malignos se empleó la prueba W de Mann-Whitney. Esto debido a que como vimos en las pruebas anteriores, la entropía en los tumores benignos y malignos tienen una distribución no normal.

Para realizar la prueba de Mann Whitney se ha tomado un nivel de confianza del 95 %, para la cual se planteó las siguientes hipótesis:

- H0 nula: El conjunto de datos de ambas muestras no tiene una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas.
- H1 alterna: El conjunto de datos ambas muestras si tiene una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas.

#### Comparación de Medianas

Mediana de muestra 1: 2360.36  
Mediana de muestra 2: 3737.47  
Prueba W de Mann-Whitney (Wilcoxon) para comparar medianas  
Hipótesis Nula: mediana1 = mediana2  
Hipótesis Alt.: mediana1 <> mediana2  
Rango Promedio de muestra 1: 42.740  
Rango Promedio de muestra 2: 51.387  
W = 1235.5 valor-P = 0.124

No se rechaza la hipótesis nula para  $\alpha = 0.05$ .

Esta prueba se construye combinando las dos muestras, ordenando los datos de menor a mayor, y comparando los rankeos promedio de las dos muestras en los datos combinados. Debido a que el valor-P es mayor que 0.05, no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medianas con un 5.0 %.

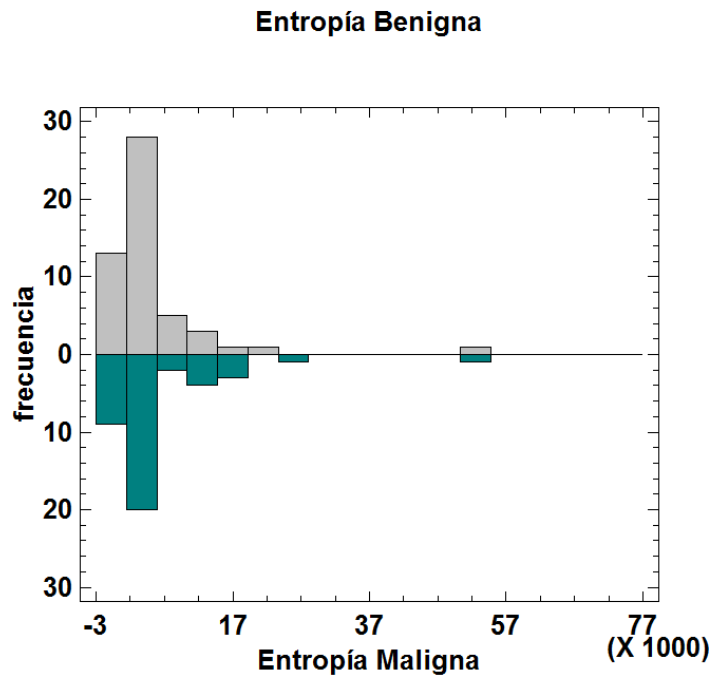


Figura 3.10: Histograma de frecuencias de la entropía en tumores benignos (entropía benigna) y en tumores malignos (entropía maligna)

## Capítulo 4

# Discusión

La distinción entre los tumores malignos y benignos ha sido de gran interés en los últimos años. En este estudio nos centramos en medir la dimensión fractal y entropía de Shannon en una región en la imagen mamográfica que se sabe contiene al tumor con la finalidad de evaluar su comportamiento y determinar si existe una diferencia entre ambos tipos de tumores.

Existen muchas investigaciones en diversas especialidades médicas donde hacen uso de la geometría fractal, por ejemplo, en las investigaciones realizadas por Esgiar, A. N. [30] donde se calcula el valor de la dimensión fractal de imágenes digitales con cáncer de colon y sin cáncer de colon, en la invariación de Ahihiko [31] se describe el crecimiento de tumores en ovarios usando diferentes técnicas de cálculo que estiman la dimensión fractal. Universidades españolas están experimentando un software para el cálculo de la dimensión fractal de las imágenes de resonancia magnética, estudio que podría ser de ayuda en el diagnóstico precoz de esclerosis múltiple, antes de la aparición de las lesiones cerebrales [32].

Al comparar los resultados de este trabajo con los de otros estudios, como los realizados por Scott Pohlman [33], Rangaraj [34] y Vic Velanovich [35-36], encontramos coincidencias respecto a la diferencia entre la dimensión fractal en tumores malignos y tumores benignos; reportándose en estos estudios que la dimensión fractal en tumores malignos es mayor que en los tumores benignos.

En cuanto a la Entropía de Shannon, los resultados de la investigación demuestran que no existe una diferencia significativa entre la entropía en tumores malignos y benignos. Se puede observar que el promedio de la ES en tumores malignos es 4969.23 mientras que en los tumores benignos es de 6878.33. Aunque la diferencia entre ambos promedios es mucha, no fue suficiente para que existiera una diferencia estadísticamente significativa.

En síntesis, encontramos más aspectos similares que diferencias con los pocos antecedentes de estudios que existen, los cuales enfocan la morfología del tumor a pesar de las diferencias en relación a la metodología del estudio y tiempo. Este estudio podría resumir que existen diferencias significativas entre los dos tipos de tumores pero que la dimensión fractal y la entropía de Shannon no pueden caracterizar y diferenciar completamente uno de otro. En la figura 4.1 vemos el gráfico de dispersión de la dimensión fractal y la entropía de Shannon de ambos tipos de tumores, en el observamos que con estas variables no se pueden discriminar un tumor de otro.

El rango de valores para la dimensión fractal en ambos grupos se superpuso indicando que con la dimensión fractal por sí sola no proporciona una alta especificidad. Sin embargo, los resultados de la investigación, demuestran que existe una diferencia estadísticamente significativa de la dimensión fractal entre tumores benignos y malignos, las imágenes mamográficas que utilizamos en este proyecto de investigación, muestran que la dimensión fractal en tumores malignos es mayor que la dimensión fractal en tumores benignos.

Se puede observar que el promedio de la dimensión fractal en tumores malignos es 2.499 mientras que en los tumores benignos fue de 2.385 y aunque a diferencia no es mucha, es suficiente para que exista una diferencia estadísticamente significativa entre ambos tipos de tumores.

En este estudio se omitió el análisis utilizando la vista craneocaudal debido a que no estaba disponible en la base de datos en donde se recopiló todas las imágenes mamográficas.

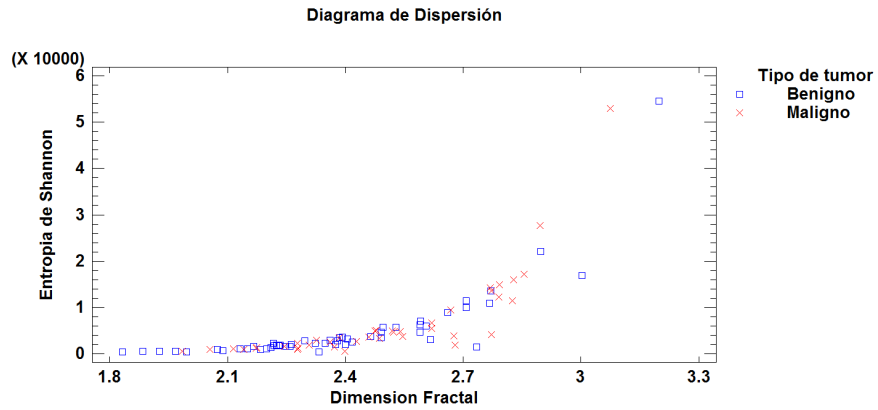


Figura 4.1: Diagrama de dispersión de las variables DF y ES

## Capítulo 5

# Conclusiones

Gracias a los avances tecnológicos en el área de las ciencias, podemos hacer uso de herramientas computacionales para la mejor diagnóstico del cáncer de mama. La ayuda de detección asistida por computadora ayuda a la detección de área donde posiblemente existe una lesión en la mama. Sin embargo, la delimitación del área de cualquier lesión, así como su caracterización queda a cargo del médico especialista.

Por otra parte, la identificación del tipo de tumor es una tarea muy complicada, debido principalmente a la naturaleza del tumor. Es por esta razón que surge la necesidad de mejorar estas herramientas computacionales, y encontrar otro tipo de variables que pudiera ayudar a caracterizar mejor el tipo de tumor, y así encontrar diferencias entre los tumores benignos y malignos.

En este trabajo de investigación hemos presentado los resultados obtenidos sobre los cálculos de dimensión fractal usando el método de Lundahl y el de la entropía de Shannon. Los resultados obtenidos muestran que en el conjunto de datos que son las 92 imágenes mamográficas, las variables dimensión fractal y entropía de Shannon no son suficientes para la caracterización y distinción entre los tumores benignos y malignos. Sin embargo, la dimensión fractal mostró ser una mejor variable para encontrar diferencias estadísticamente significativas entre ambos tipos de tumor.

También se encontró que la dimensión fractal en tumores malignos es mayor que en los tumores benignos, lo mismo sucedió con la entropía de Shannon, en los tumores malignos el valor de la ES era mayor que en los tumores benignos. Otro resultado interesante que se encontró, es que en ambos tipos de tumores, el bin con nivel de intensidad más alto en escala de grises coincide con el centro del tumor.

Como se mencionó en el principio de la tesis el concepto de dimensión fractal no sólo puede caracterizar la complejidad de los márgenes de una masa mamaria y tumores como muchos trabajos de investigación han ocupado, sino que también podemos caracterizarlas por el nivel de intensidad en escala de grises que presenta la imagen mamográfica como lo hicimos en este trabajo.

Anteriormente se mencionó que el tamaño de bin que se utilizó en este trabajo de investigación fue de 0.007, como trabajos posteriores podríamos proponer hacer el mismo análisis que se realizó en este trabajo pero cambiando el tamaño del bin, es decir, calcular la dimensión fractal y entropía de Shannon en mamografías con tumores benignos y malignos, pero esta vez cambiando el tamaño del bin, y observar cómo cambian los valores en la dimensión fractal y la entropía de Shannon.



## Apéndice A

# Imágenes mamográficas con tumor benigno

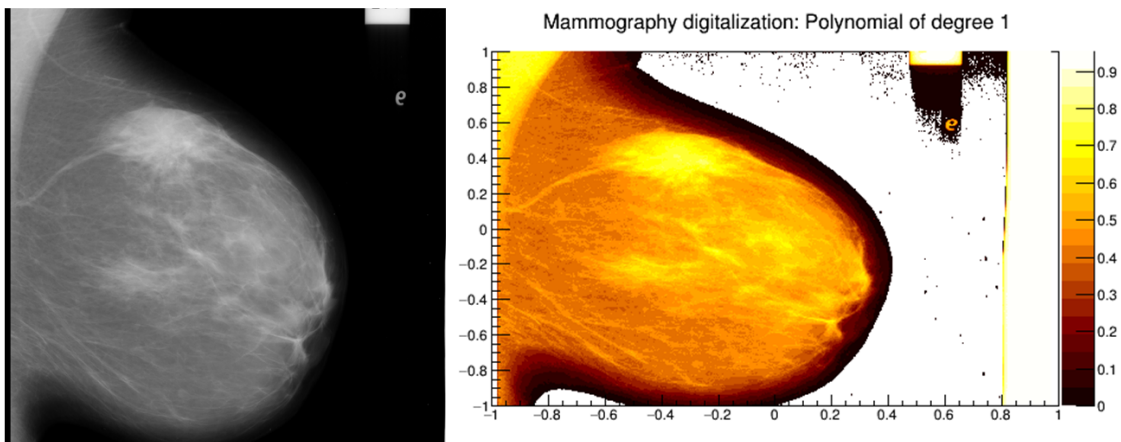


Figura A.1: Mamografía 1 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D

APÉNDICE A. IMÁGENES MAMOGRÁFICAS CON TUMOR BENIGNO

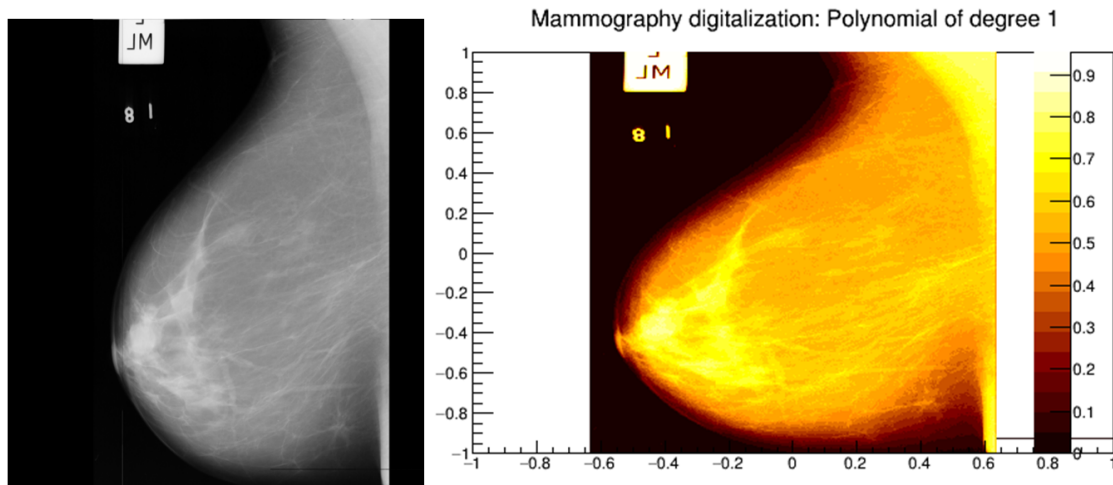


Figura A.2: Mamografía 2 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D

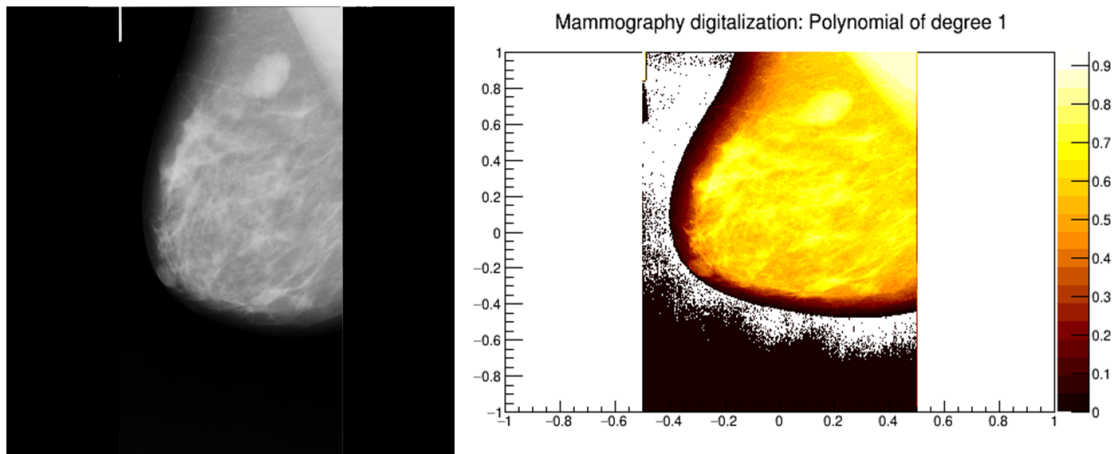


Figura A.3: Mamografía 1 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D

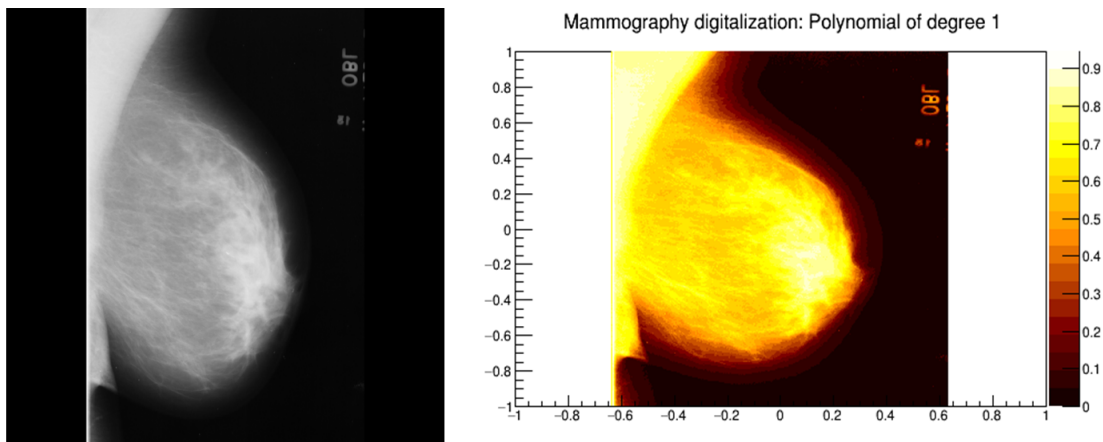


Figura A.4: Mamografía 2 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D

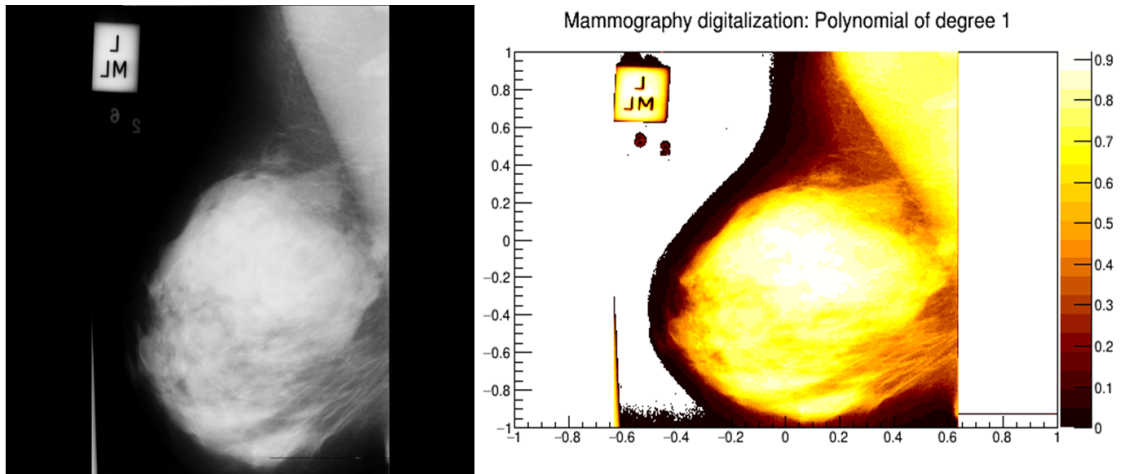


Figura A.5: Mamografía 1 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D

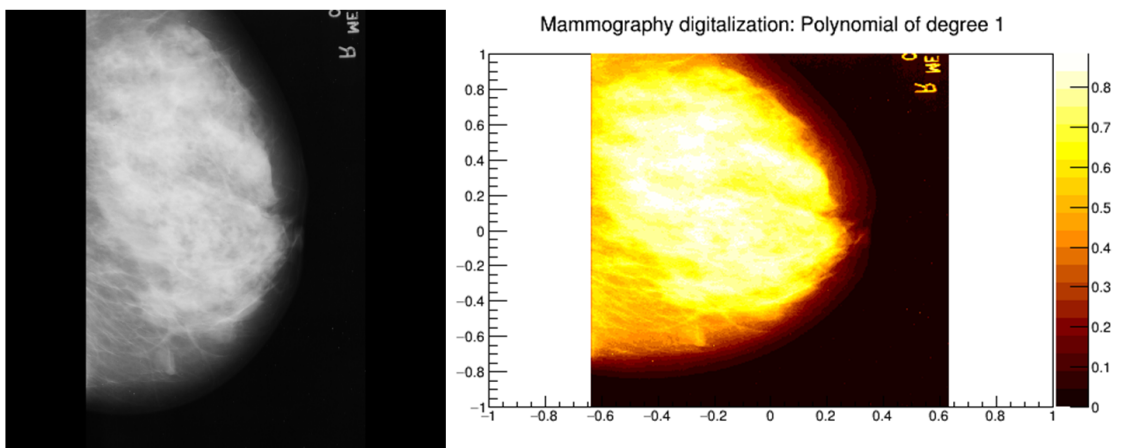


Figura A.6: Mamografía 2 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D



## Apéndice B

# Imágenes mamográficas con tumor maligno

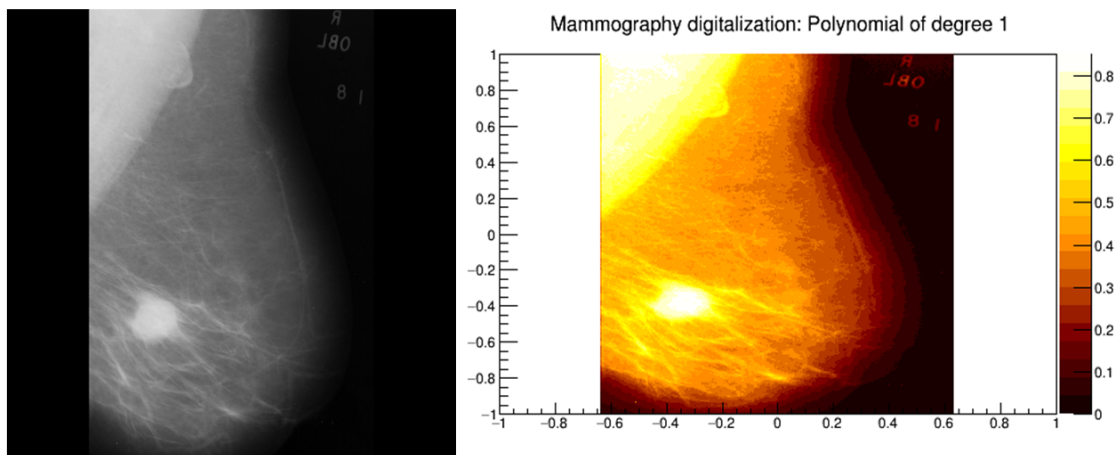


Figura B.1: Mamografía 1 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D

## APÉNDICE B. IMÁGENES MAMOGRÁFICAS CON TUMOR MALIGNO

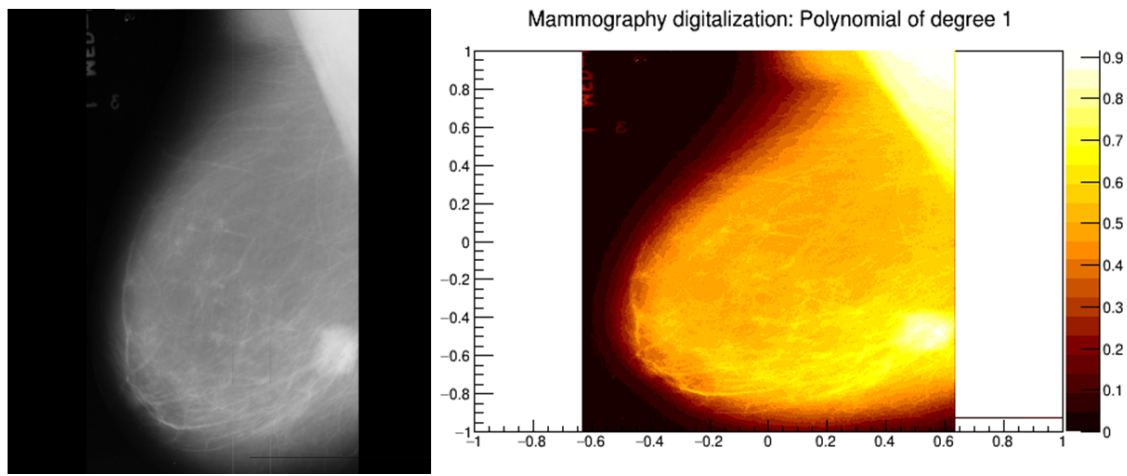


Figura B.2: Mamografía 2 original con tejido de fondo graso y su histograma 2D

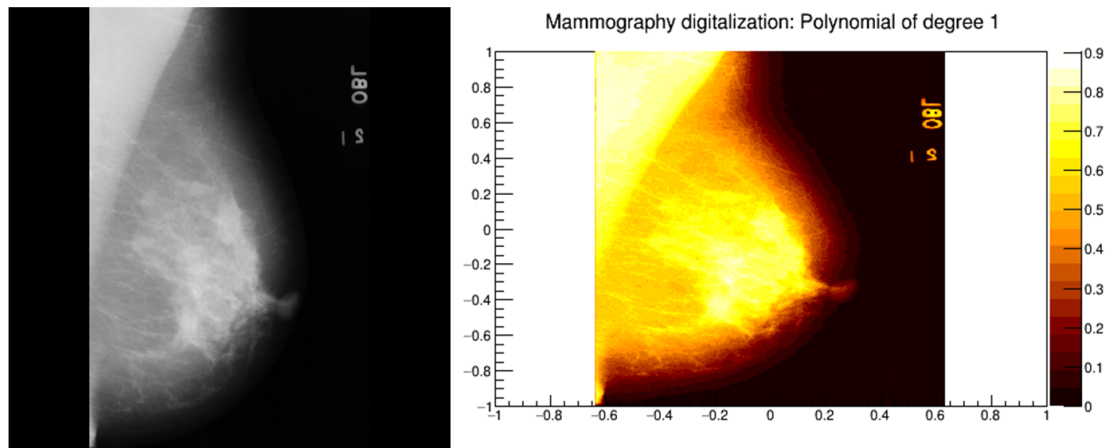


Figura B.3: Mamografía 1 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D

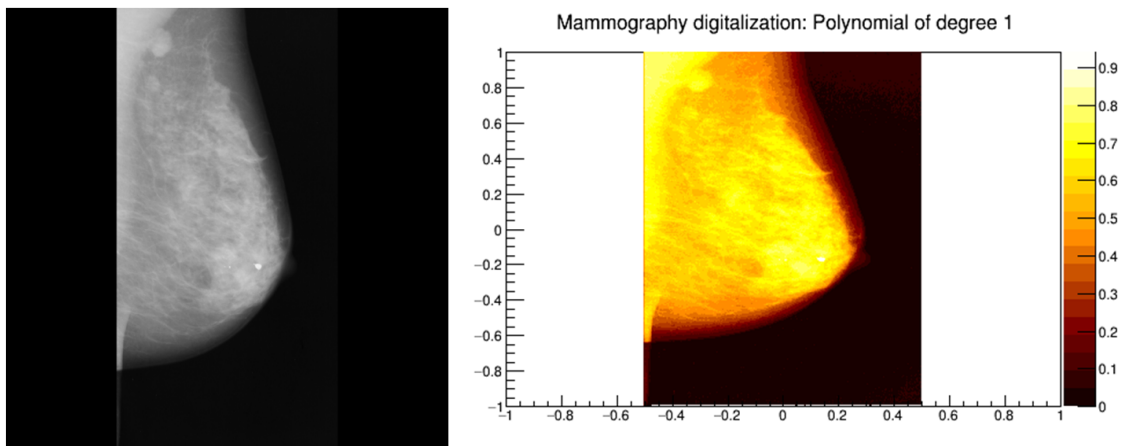


Figura B.4: Mamografía 2 original con tejido de fondo graso glandular y su histograma 2D

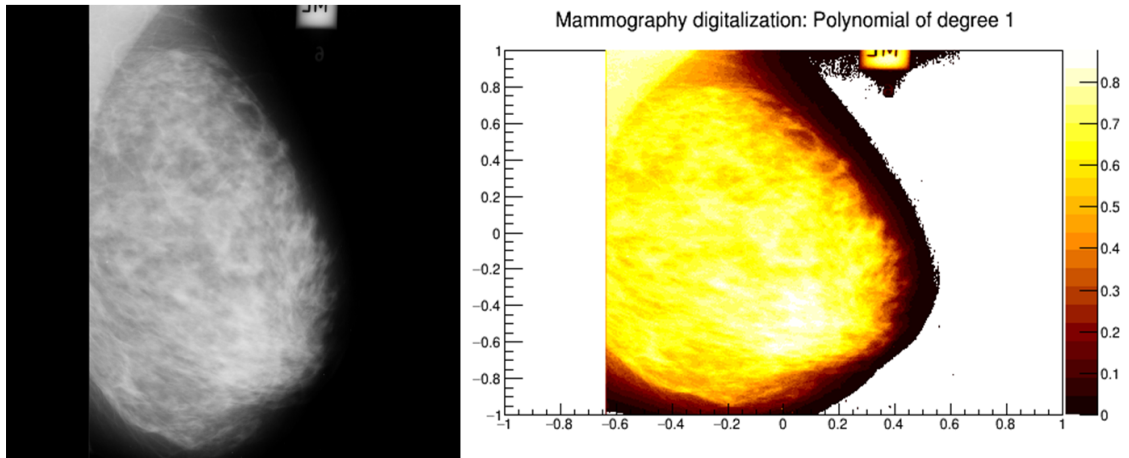


Figura B.5: Mamografía 1 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D

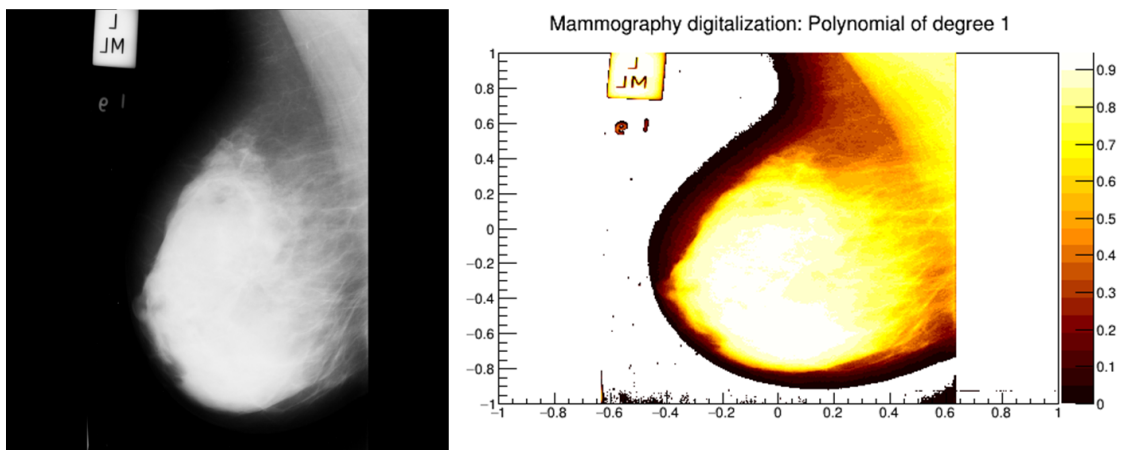


Figura B.6: Mamografía 2 original con tejido de fondo denso glandular y su histograma 2D



# Bibliografía

- [1] INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA Y GEOGRAFÍA (2016). *Estadísticas a propósito del día mundial contra el cáncer (4 de febrero)*.
- [2] PARKIN D. M., BRA F., FERLAY J., PISANI P. (2001). *Estimating the world cancer burden. Globocan 2000*. International journal of cancer, 94(2), 153-156.
- [3] LEFEBVRE, F., BENALI, H., GILLES, R., KAHN, E., & DI. PAOLA, R. (1995). *A fractal approach to the segmentation of microcalcifications in digital mammograms*. Medical Physics, 22(4), 381-390.
- [4] BYNG, J. W., BOYD, N. F., FISHELL, E., JONG, R. A., YAFFE, M. J. (1996). *Automated analysis of mammographic densities*. Physics in Medicine Biology, 41(5), 909.
- [5] JAMES F. HOLLAND, DONALD W., M.D. KUFE, RAPHAEL E., M.D. POLLOCK, RALPH R., M.D. WEICHELBAUM, EMIL, III, M.D. FREI, ROBERT C., JR. BAST (2000). *Cancer medicine (5th ed)*. B.C. Decker.
- [6] BOMBARDIERI, E., BONADONNA, G., & GIANNI, L. (EDS.). (2007). *Breast cancer: nuclear medicine in diagnosis and therapeutic options*. Springer Science & Business Media.
- [7] WHAT IS BREAST CANCER? (2018, 18 MAYO). *Breastcancer.Org*. Recuperado mayo de 2021, de [https://www.breastcancer.org/symptoms/understand\\_bc/what\\_is\\_bc](https://www.breastcancer.org/symptoms/understand_bc/what_is_bc).
- [8] WHAT IS BREAST CANCER? (2019, 18 SEPTIEMBRE). *American Cancer Society*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.cancer.org/cancer/breast-cancer/about/what-is-breast-cancer.html>.
- [9] BREAST CANCER STAGING. (2019, 24 SEPTIEMBRE). *Medlineplus*. Recuperado mayo de 2021, de <https://medlineplus.gov/ency/patientinstructions/000911.html>.
- [10] STAGES OF BREAST CANCER | UNDERSTAND BREAST CANCER STAGING. (2018, 20 NOVIEMBRE). *American Cancer Society*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.cancer.org/cancer/breast-cancer/understanding-a-breast-cancer-diagnosis/stages-of-breast-cancer.html>
- [11] TIPOS DE TUMORES DE MAMA | GEICAM - INVESTIGACIÓN EN CÁNCER DE MAMA. (S. F.). *GEICAM - Investigación en Cáncer de Mama*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.geicam.org/cancer-de-mama/tengo-cancer-de-mama/conoce-mejor-tu-enfermedad/tipos-de-tumores>.
- [12] BUSCH, U. (2016). *Wilhelm Conrad Roentgen. El descubrimiento de los rayos x y la creación de una nueva profesión médica*. Revista Argentina de Radiología, 80(4), 298–307. <https://doi.org/10.1016/j.rard.2016.08.003>.
- [13] BUSHONG, S. (2016). *Radiologic Science for Technologists: Physics, Biology and Protection* 11th: edn

- [14] BROSED, A., RUIZ, P., PIFARRE, X., TORRES, R., GONZALES, I. H., RIVAS, M. A., ... & RUIZ, J. C. (2012). *Radiodiagnóstico: bases físicas, equipos y control de calidad. Fundamentos de Física Médica*. Universidad Internacional de Andalucía, 2.
- [15] MAYLES, P., NAHUM, A., ROSENWALD, J. C. (EDS.). (2007). *Handbook of radiotherapy physics: theory and practice*. CRC Press.
- [16] VILLAFUERTE, M. R., DÁVALOS, A. M. (1995). *El uso de los rayos X en la medicina. Boletín de la Sociedad Mexicana de Física*. 9(4), 213-218.
- [17] DANCE, D. R., CHRISTOFIDES, S., MAIDMENT, A. D. A., MCLEAN, I. D., & NG, K. H. (2014). *Diagnostic radiology physics: A handbook for teachers and students*. Endorsed by: American Association of Physicists in Medicine, Asia-Oceania Federation of Organizations for Medical Physics, European Federation of Organizations for Medical Physics.
- [18] MAMMOGRAPHY. (2019, DICIEMBRE). *National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.nibib.nih.gov/science-education/science-topics/mammography>.
- [19] MAMMOGRAPHY TECHNIQUE AND TYPES. (2020, 15 DICIEMBRE). *Breastcancer.Org*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.breastcancer.org/symptoms/testing/types/mamograms/types>.
- [20] MAMMOGRAPHY. (2021, 20 JULIO). *Pearson, San Francisco, 2009. Radiologyinfo.Org*. Recuperado mayo de 2021, de <https://www.radiologyinfo.org/en/info/mammo>.
- [21] MANDELBROT, B. B., & LLOSA, J. (1997). *La geometría fractal de la naturaleza* (p. 680). Barcelona: Tusquets.
- [22] LÓPEZ, M. C. (2006). *Geometría fractal*. Del punto a los espacios multidimensionales, 159.
- [23] RICHARDSON, L. F. (1961). *The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels*. *General system yearbook*, 6, 139-187.
- [24] MANDEBROT, B. (1967). *How long is the coast of britain*. *Science*, 156, 636-638.
- [25] BARNESLEY M. F. (1988). *Fractals Everywhere* (Toronto: Academic).
- [26] LUNDAHL, T., OHLEY, W. J., KUKLINSKI, W. S., WILLIAMS, D. O., GEWIRTZ, H., & MOST, A. S. (1985). *Analysis and interpolation of angiographic images by use of fractals*.
- [27] WU, Y., ZHOU, Y., SAVERIADES, G., AGAIAN, S., NOONAN, J. P., & NATARAJAN, P. (2013). *Local Shannon entropy measure with statistical tests for image randomness*. *Information Sciences*, 222, 323-342.
- [28] THE MINI-MIAS DATABASE OF MAMMOGRAMS. (2012, 11 DICIEMBRE). *PEIPA*. Recuperado mayo de 2021, de <http://peipa.essex.ac.uk/info/mias.html>.
- [29] BYNG, J. W., BOYD, N. F., FISHELL, E., JONG, R. A., & YAFFE, M. J. (1996). *Automated analysis of mammographic densities*. *Physics in Medicine & Biology*, 41(5), 909.
- [30] ESGIAR, A. N., NAGUIB, R. N., SHARIF, B. S., BENNETT, M. K., MURRAY, A. (2002). *Fractal analysis in the detection of colonic cancer images*. *IEEE transactions on information technology in biomedicine*, 6(1), 54-58.
- [31] KIKUCHI, A., KOZUMA, S., SAKAMAKI, K., SAITO, M., MARUMO, G., YASUGI, T., & TAKETANI, Y. (2002). *Fractal tumor growth of ovarian cancer: sonographic evaluation*. *Gynecologic Oncology*, 87(3), 295-302.

- [32] JIMÉNEZ, J., ESTRELLA, A. L., ESTEBAN, F. J., NAVAS, J., VILLOSLADA, P., & DE MIRAS, J. R. (2013). *La dimensión fractal en Imagen Médica: Desarrollos y nuevos retos*. In *Proyectos de investigación, 2010-2011* [Archivo de ordenador] (pp. 225-238). Servicio de Publicaciones.
- [33] POHLMAN, S., POWELL, K. A., OBUCHOWSKI, N. A., CHILCOTE, W. A., GRUNDFESTBRONIATOWSKI, S. (1996). *Quantitative classification of breast tumors in digitized mammograms*. *Medical Physics*, 23(8), 1337-1345.
- [34] RANGAYYAN, R. M., NGUYEN, T. M. (2007). *Fractal analysis of contours of breast masses in mammograms*. *Journal of Digital Imaging*, 20(3), 223-237.
- [35] VELANOVICH, V. (1996). *Fractal analysis of mammographic lesions: a feasibility study quantifying the difference between benign and malignant masses*. *The American journal of the medical sciences*, 311(5), 211-214.
- [36] VELANOVICH, V. (1998). *Fractal analysis of mammographic lesions: a prospective, blinded trial*. *Breast cancer research and treatment*, 49(3), 245-249.