



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**LA INFLUENCIA DEL CONTEXTO Y LA FORMULACIÓN EN
EL MODELO SITUACIONAL DE UN PROBLEMA
MATEMÁTICO: UN ESTUDIO CON ALUMNOS DEL NIVEL
MEDIO SUPERIOR**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA

LIC. BRISA MÓNICA IZAMAR RODRÍGUEZ JIMÉNEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

CO-DIRECTOR DE TESIS

DR. JOSÉ GABRIEL SÁNCHEZ RUÍZ

PUEBLA, PUE. JUNIO 2019



BUAP.

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

LIC. BRISA MÓNICA IZAMAR RODRÍGUEZ JIMÉNEZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 30 de mayo de 2019, con la tesis titulada:

“La influencia del contexto y la formulación en el modelo situacional de un problema matemático: Un estudio con alumnos del nivel medio superior”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E
H. Puebla de Z. a 10 de junio de 2019


DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV
COORDINADOR DE LA MAESTRIA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Cop. Archivo
DR. ISM / Lager

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 50 00 Ext. 7550 y 7552

Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

De enero 2017 a diciembre 2018

N° de CVU: 816748

AGRADECIMIENTOS

A mi padres, hermanos y amigos por apoyarme en todo momento.

A mi pareja por apoyarme incondicionalmente en todos los aspectos, antes y durante el
Posgrado.

A los catedráticos del Posgrado por sus consejos y enseñanzas.

A mi comité tutorial, formado por el Dr. Josip Slisko Ignjatov, el Dr. José Gabriel Sánchez
Ruíz y la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar, gracias a su guía, observaciones,
paciencia y enseñanza se logró culminar este proyecto.

A la Lic. Abigail García Martínez por su amabilidad y paciencia desde el inicio hasta la
conclusión de este proceso.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE DE IMÁGENES	6
RESUMEN	8
ABSTRACT	9
INTRODUCCIÓN	10
Capítulo 1	12
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
Introducción	12
1.1. Objetivos.....	13
1.2. Justificación	13
1.3. Preguntas de investigación	14
Capítulo 2	15
MARCO TEÓRICO	15
Introducción	15
2.1. Relación entre modelo situacional y contexto	15
1.2. Dibujo situacional y dibujo matemático.....	16
1.3. Contrato didáctico.....	17
Capítulo 3	19
MARCO DE REFERENCIA	19
Introducción	19
3.1. Resolución de problemas.....	19
3.2. Investigaciones previas.....	20
Capítulo 4	21
MARCO METODOLÓGICO	21

Introducción	21
4.1. Diseño de la investigación.....	21
4.1.1. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	21
4.1.2. Diseño de instrumentos	24
4.2. Población y muestra.....	25
4.2.1. Participantes del estudio.....	25
4.3. Plan de análisis	26
4.3.1. Categorías para modalidad uno: alpinista versión 1 y limpiador versión 1	28
4.3.2. Categorías para modalidad dos: alpinista versión 1 y limpiador versión 2.....	30
4.3.3. Categorías para modalidad tres: alpinista versión 2 y limpiador versión 1	32
4.3.4. Categorías para modalidad cuatro: alpinista versión 2 y limpiador versión 2.....	34
Capítulo 5	36
ANÁLISIS DE LOS DATOS	36
Introducción	36
5.2. Análisis de la modalidad 1.....	40
5.1.1. Representación general e individual de instrumentos	40
5.1.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos	44
5.1.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos	49
5.1.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos.....	51
5.1.5. Utilización de razones trigonométricas y ejemplos.....	54
5.4. Análisis de la Modalidad 2	60
5.2.1. Representación general e individual de instrumentos	60
5.2.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos	65
5.2.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos	67
5.2.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos.....	70

5.2.5.	Utilización de razones trigonométricas y ejemplos.....	74
5.6.	Análisis de la modalidad 3.....	77
5.3.1.	Representación general e individual de instrumentos	77
5.3.2.	Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos	82
5.3.3.	Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos	88
5.3.4.	Presencia de contrato didáctico y ejemplos.....	91
5.3.5.	Utilización de razones trigonométricas y ejemplos.....	94
5.7.	Análisis de la Modalidad 4.....	97
5.4.1.	Representación general e individual de instrumentos	97
5.4.2.	Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos	102
5.4.3.	Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos	107
5.4.4.	Presencia de contrato didáctico y ejemplos.....	109
5.4.5.	Utilización de razones trigonométricas y ejemplos.....	113
Capítulo 6	115
CONCLUSIONES	115
6.1.	Conclusiones por cada modalidad	116
6.2.	Relación de los resultados con la lectura revisada	118
6.3.	Implicaciones y Prospectiva	121
REFERENCIAS	122
APÉNDICES	124

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Problemas utilizados en cada modalidad	24
Tabla 2. Categorías para el análisis de las representaciones	28
Tabla 3. Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 2.....	30
Tabla 4. Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 3.....	32
Tabla 5. Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 4.....	34
Tabla 6. Idoneidad para DIBUJO SITUACIONAL de versión 1 de ambos problemas	37
Tabla 7. Idoneidad para DIBUJO SITUACIONAL de versión 2 de ambos problemas	38
Tabla 8. Idoneidad para DIBUJO MATEMÁTICO en las 2 versiones de ambos problemas	38
Tabla 9. Representación general de los instrumentos en la Modalidad 1	40
Tabla 10. Puntajes obtenidos por alumnos en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 1 ...	41
Tabla 11. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 1	43
Tabla 12. Representaciones distintas de ambos problemas realizadas por cada alumno	44
Tabla 13. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo situacional de cada problema.....	45
Tabla 14. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema.....	49
Tabla 15. Formas de presencia de contrato didáctico en ambos problemas.....	51
Tabla 16. Representación general de los instrumentos de la Modalidad 2	61
Tabla 17. Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 2	61
Tabla 18. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 2	63
Tabla 19. Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno	64
Tabla 20. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema.....	65
Tabla 21. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema.....	68
Tabla 22. Representaciones realizadas más presencia de contrato didáctico.....	70
Tabla 23. Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas.....	70
Tabla 24. Representación general de los instrumentos	77

Tabla 25. Comparación de idoneidad en la representación del dibujo situacional respecto a cada problema por alumno	78
Tabla 26. Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 3	79
Tabla 27. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 3	81
Tabla 28. Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno	81
Tabla 29. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema.....	82
Tabla 30. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema.....	88
Tabla 31. Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas.....	91
Tabla 32. Representación general de los instrumentos de la Modalidad 4	98
Tabla 33. Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 4	98
Tabla 34. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 4.....	100
Tabla 35. Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno. Modalidad 4.....	100
Tabla 36. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema.....	102
Tabla 37. Comparación de idoneidad en la representación del dibujo situacional respecto a cada problema por alumno	103
Tabla 38. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema.....	107
Tabla 39. Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas.....	109

ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1. Alumno #11 de la modalidad 1, dibujo situacional.....	46
Imagen 3. Alumno #86 de la modalidad 1, dibujo situacional.....	47
Imagen 2. Alumno #35 de la modalidad 1, dibujo situacional.....	47
Imagen 4. Alumno #85 de la modalidad 1, dibujo situacional.....	48
Imagen 5. Alumno #6 de la modalidad 1, dibujo situacional y dibujo matemático.....	50
Imagen 6. Alumno #21 de la modalidad 1, dibujo matemático.	51
Imagen 7. Alumno #42 en la modalidad 1 presencia de contrato didáctico.....	52
Imagen 8. Alumno #24 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.....	53
Imagen 9. Alumno #29 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.....	53
Imagen 10. Alumno #31 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.....	54
Imagen 11. Alumno #50 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.....	55
Imagen 12. Alumno #84 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.....	55
Imagen 13. Alumno #68 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.	56
Imagen 14. Alumno #7 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.....	57
Imagen 15. Alumno #20 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.	58
Imagen 16. Alumno #27 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.	58
Imagen 17. Alumno #4 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.	59
Imagen 19. Alumno #11 de la modalidad 2, dibujo situacional.....	66
Imagen 18. Alumno #12 de la modalidad 2, dibujo situacional.....	67
Imagen 20. El alumno #19 de la modalidad 2, dibujo matemático.....	69
Imagen 21. Alumno #30 de la modalidad 2, dibujo matemático.	69
Imagen 22. Alumno #10 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.....	71
Imagen 23. Alumno #17 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.....	72
Imagen 24. Alumno #24 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.....	72
Imagen 25. Alumno #45 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.....	73
Imagen 26. Alumno #38 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.....	74
Imagen 27. Alumno #60 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.....	75
Imagen 28. Alumno #16 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.....	75
Imagen 29. Alumno #30 de la modalidad 2, uso de las razones trigonométricas.	76
Imagen 30. Alumno #23 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	83

Imagen 31. Alumno #51 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	84
Imagen 32. Alumno #14 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	85
Imagen 33. Alumno #38 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	86
Imagen 34. Alumno #53 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	86
Imagen 35. Alumno #45 de la modalidad 3, dibujo situacional.....	87
Imagen 36. Alumno #27 de la modalidad 3, dibujo matemático.	89
Imagen 37. Alumno #28 de la modalidad 3, dibujo matemático.	90
Imagen 38. Alumno #2 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.....	92
Imagen 39. Alumno #42 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.....	92
Imagen 40. Alumno #16 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.....	93
Imagen 41. Alumno #91 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.....	93
Imagen 42. Alumno #5 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.....	94
Imagen 43. Alumno #27 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.....	95
Imagen 44. Alumno #38 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.....	95
Imagen 45. Alumno #39 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.....	96
Imagen 46. Alumno #1 de la modalidad 4, dibujo situacional.....	104
Imagen 47. Alumno #16 de la modalidad 4, dibujo situacional.....	104
Imagen 48. Alumno #51 de la modalidad 4, dibujo situacional.....	105
Imagen 49. Alumno #18 de la modalidad 4, dibujo situacional.....	105
Imagen 50. Alumno #57 de la modalidad 4, dibujo situacional.....	106
Imagen 51. Alumno #8 de la modalidad 4, dibujo matemático.	108
Imagen 52. Alumno #28 de la modalidad 4, dibujo matemático.	108
Imagen 53. Alumno #3 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	110
Imagen 54. Alumno #6 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	110
Imagen 55. Alumno #15 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	111
Imagen 56. Alumno #91 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	111
Imagen 57. Alumno #7 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	112
Imagen 58. Alumno #2 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.....	112
Imagen 59. Alumno #29 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas.....	113
Imagen 60. Alumno #50 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas.....	114
Imagen 61. Alumno #53 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas.....	114

RESUMEN

En un estudio previo realizado por Jiménez (2011) se investigó tanto el cambio de contexto como el cambio de formulación de un problema matemático presentado en un libro de texto, pero sin obtener un resultado concreto de qué fue lo que influía más en la representación adecuada del modelo situacional que realiza el alumno en la resolución de un problema.

Con base en este estudio previo se genera nuestra investigación, teniendo como preguntas: ¿Cómo influye el cambio de contexto en la representación del modelo situacional de un problema matemático? y ¿Cómo influye el cambio de formulación en la representación del modelo situacional de un problema matemático? Para dar respuesta a estas preguntas se formaron 4 versiones del problema utilizado por Jiménez: la primera versión fue conservando el problema tal y como se presenta en libro de texto, la segunda versión fue cambiando el contexto del problema original a un contexto más cercano al alumno sin modificar la formulación, teniendo estas dos versiones se generan otras dos cambiando la formulación y así obteniendo cuatro versiones del problema para distribuirlos en cada modalidad en distintas combinaciones. La investigación utiliza una metodología cualitativa de tipo exploratorio. Participó una población de 400 estudiantes de nivel medio superior en el Estado de Puebla, Puebla. Se analiza la idoneidad de las representaciones del modelo situacional realizadas por los alumnos, ya sea en dibujo situacional o dibujo matemático, así como la de presencia del contrato didáctico.

ABSTRACT

In a previous study carried out by Jiménez (2011), investigated both the change of context and change of formulation of a mathematical problem presented in a textbook, but without obtaining a concrete result of what was most influencing the adequate representation of the situational model that the student performs in the resolution of a problem.

Based on this previous study our research is generated, having as questions: How does the change of context influence a mathematical problem in the representation of the situational model? and How does the change in the formulation of a mathematical problem influence the representation of the situational model? To answer these questions, four versions of the problem used by Jiménez were formed: the first version was keeping the problem as it is presented in the textbook, the second version changed the context of the original problem to a context closer to the student without modifying the formulation, having these two versions generate two others changing the formulation and thus obtaining four versions of the problem to distribute them in each modality in different combinations. The research uses a qualitative methodology of exploratory type. Participated a sample of 400 students of high school level in the State of Puebla, Puebla. The suitability of the representations of the situational model made by the students is analyzed, either in situational drawing or mathematical drawing, as well as the forms of didactic contract presence.

INTRODUCCIÓN

El propósito de esta investigación es explorar el modelo situacional a través del dibujo situacional y dibujo matemático que construyen los alumnos con base en dos contextos distintos, utilizando el contexto que maneja el libro de texto y otro con un contexto más cercano a los estudiantes, así como los fenómenos que lleguen a presentarse, como el “contrato didáctico”.

Este trabajo está estructurado en seis capítulos cuyo contenido es el siguiente: En el Capítulo 1 se presenta el planteamiento del problema a partir del cual surge este trabajo, cuáles son los objetivos, la justificación y las preguntas de investigación. Se hace mención de la investigación previa la cual se utiliza como base para orientar el trabajo, replantear el abordaje metodológico del trabajo y confrontar los resultados obtenidos.

El segundo capítulo muestra aspectos teóricos de la relación entre modelo situacional y contexto. Así como las diferencias entre dibujo matemático o dibujo situacional para la representación del modelo situacional, refiriendo a Rellensmann, Schukajlow y Leopold (2016). Dentro de este mismo capítulo se hace mención del fenómeno “contrato didáctico” y las creencias matemáticas que pueden presentarse en los alumnos.

El Capítulo 3 presenta el marco referencial, algunas investigaciones de resolución de problemas, así como investigaciones sobre el contexto utilizado en problemas matemáticos, y trabajos en los cuales se hizo análisis del modelo situacional representado por los alumnos.

En el Capítulo 4 se hace una descripción de la metodología utilizada para el desarrollo de la investigación la cual tiene un enfoque cualitativo de tipo exploratorio. Se hace mención del diseño de instrumentos, con base en cómo se realizó el cambio de formulación y cambio de contexto del problema original para formar las cuatro modalidades, cada modalidad con dos problemas en distinto contexto.

El Capítulo 5 muestra el análisis del desempeño de los 400 estudiantes que participaron realizando una representación del modelo situacional ya sea con dibujo situacional, dibujo matemático o si existe la presencia del contrato didáctico, la categorización utilizada en cada modalidad y en cada problema en sus distintas versiones, dependiendo del contexto y el cambio de formulación. También se presenta cómo se hizo la comparación de idoneidad de la representación del modelo

situacional por estudiante; y algunos ejemplos de cada situación que se encontraron en las representaciones.

En el Capítulo 6 se presentan los resultados obtenidos y conclusiones, haciendo la relación de los resultados con la bibliografía revisada, así como la conclusión de cada modalidad.

Capítulo 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Introducción

En el estudio realizado por Jiménez (2011), se investigó el efecto del cambio de contexto, así como el cambio de formulación de un mismo problema matemático tomado de un libro de texto para nivel básico (Secundaria). Para ello se presentaron ambos problemas reformulados a un grupo de estudiantes; a continuación, presento dicho problema: “Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?” (Almaguer, 2008, p. 133).

Sus resultados sugirieron que influye más el cambio de contexto reformulado, aunque no aportaron evidencia contundente sobre si es esto, o una nueva formulación en la representación adecuada del modelo situacional que realiza el alumno, lo que tiene más influencia en la resolución de un problema; sin dar la libertad al alumno de utilizar un dibujo situacional o un dibujo matemático, condicionándolo a que únicamente debe hacer el dibujo situacional y en otra sección un dibujo matemático utilizando triángulos rectángulos.

En esta investigación se retoma el problema del libro de texto utilizado por Jiménez, realizando tres versiones más del problema, una con cambio de contexto y las otras dos con cambio de formulación, colocándolos en distintas combinaciones para formar cuatro modalidades y así obtener un resultado más contundente.

1.1.Objetivos

Identificar la influencia de los cambios de formulación y de contextualización en los problemas matemáticos en la construcción adecuada del modelo situacional.

Explorar el desempeño de los estudiantes en la construcción del modelo situacional a través del dibujo situacional o del dibujo matemático de un problema cuando se presenta un contexto más cotidiano a ellos.

1.2.Justificación

Los problemas matemáticos pueden ser comprendidos de forma más adecuada por el alumno mediante la activación y la aplicación de conocimientos previos sobre el mundo real (Vicente, 2007). Si el alumno no conoce el contexto en que el problema está planteado, su representación será de acuerdo con lo que cree que es y en consecuencia desarrollará con dificultad la interpretación adecuada del problema.

“Al plantear problemas matemáticos resulta indispensable, establecer relaciones entre las situaciones del ámbito escolar con las de la vida cotidiana, a nivel familiar, social y laboral, para lo cual, la resolución de problemas debe ligarse con habilidades que capacitan el uso de herramientas y procedimientos basados en rutinas, como con la aplicación de principio, leyes generales, conceptos y criterios” (Villalobos, 2008, p. 42).

Este estudio habla sobre los nuevos retos en la educación matemática, entre ellos está la importancia de conocer el contexto real y tipo de estudiante al que se le va a enseñar, así como enfatizar cuestiones claves sobre el trabajo de resolución de problemas.

1.3.Preguntas de investigación

De lo anteriormente expuesto se han derivado las siguientes preguntas:

¿Cómo influye el cambio de contexto en la representación del modelo situacional de un problema matemático?

¿Cómo influye el cambio de formulación en la representación del modelo situacional de un problema matemático?

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

Introducción

Los problemas matemáticos se presentan día a día en el salón de clases, existen problemas matemáticos en los libros de texto donde el contexto utilizado es desconocido para el alumno, dificultando así su resolución. Cuando un docente aplica un problema matemático a sus estudiantes, es común ver que el docente inicia la resolución del problema con un dibujo, esto para que el alumno pueda comprender la situación en la que es presentado dicho problema, pero ¿qué ocurre cuando el alumno debe realizar la representación sin ayuda del docente? ¿qué necesitan saber o conocer los estudiantes para realizar la representación adecuada de un problema?

2.1.Relación entre modelo situacional y contexto

Los problemas matemáticos suelen presentarse en algún tipo de “contexto cotidiano” algunos podrían decirse fantasiosos y otros realistas, pero esta investigación se centra en el contexto utilizado. “Los conocimientos sobre el mundo del sujeto contribuyen a que el alumno represente (y, por lo tanto, comprenda) los problemas matemáticos” (Vicente y Orrantia, 2007, p. 69) es decir, el alumno puede relacionar los conocimientos de su vida cotidiana con lo enunciado en los problemas, enfrentándose a una dificultad muy grande cuando no conoce los elementos a los que se refiere el contexto del problema. Hay muy pocas situaciones problemáticas que no permiten visualización, pero hay muchos problemas que no se pueden resolver sin una representación visual. Creando un modelo mental de lo que se comprendió de la situación a partir de una situación en la memoria episódica que forma parte de la memoria a largo plazo (Van Dijk, 2001).

Díaz y Poblete (2001) en su estudio inician dando distintas definiciones de problema, la mayoría de ellas mencionando que un problema en matemáticas intenta resolver una pregunta o una tarea determinada, haciendo referencia a un tipo de situación, un contexto en donde se tratan algunos objetos o relaciones, en donde el alumno con su experiencia y con la

información proporcionada intenta responder a dicha pregunta. Realizan una clasificación de los problemas rutinarios y no rutinarios considerando la naturaleza y el contexto del problema. Concluyendo que, si el alumno puede matematizar la situación de manera casi automática y sin esfuerzo, entonces no se trata de un problema de contexto sino de un ejercicio de matematización.

Van Dijk y Kintsch (1983, citado en Juárez y Slisko, 2014) señalan que un modelo situacional es una estructura integrada de información que recoge información episódica previa acerca de alguna situación, así como información general instantánea de la memoria semántica.

“La estructura de los modelos mentales se define con un esquema que consiste en algunas categorías muy generales, como Escenario (Tiempo, Lugar), Participantes (y sus varios roles), y un Evento o Acción” (Van Dijk, 2001, p. 71). En otras palabras, si el alumno no está familiarizado con la situación y/o contexto que se presenta en el problema será difícil tener un modelo mental de tal situación. Otros autores también comentan que dicho modelo de situación es el resultado de la información que se deriva del conocimiento previo del lector (Juárez, Mejía, González y Slisko, 2014).

1.2. Dibujo situacional y dibujo matemático

En el estudio realizado por Rellensmann, Schukajlow y Leopold (2016), se examinaron la interacción entre los estudiantes, el conocimiento estratégico sobre el dibujo, la precisión de los dibujos creados y el rendimiento en los modelos matemáticos. A partir de esta investigación, se utilizarán los conceptos de *dibujo situacional* y *dibujo matemático* para la representación del modelo situacional, ellos los describen de la siguiente manera:

Describen al dibujo situacional como la representación exteriorizada del modelo de situación que representa gráficamente los objetos descritos en la situación del problema de acuerdo con su apariencia visual, siendo menos abstracta. Dan como ejemplo, que en un dibujo situacional se muestra gráficamente los objetos relevantes del problema como un camión de bomberos con ruedas, una escalera etc.

Al dibujo matemático lo describen como un dibujo abstracto porque proporciona una representación externa del modelo matemático, mencionando que un dibujo matemático muestra solo los objetos relevantes para la solución de la situación del problema, y estos se reducen a sus características matemáticas relevantes. Podemos entender que en un dibujo matemático únicamente se utilizarán los objetos matemáticos que se manejen en el problema, como son los datos numéricos, la descripción de la situación quizá con alguna representación geométrica y el desarrollo de la resolución de acuerdo con dicho objeto matemático.

1.3. Contrato didáctico

Las creencias matemáticas son una de las componentes del conocimiento subjetivo implícito del individuo (basado en la experiencia) sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Gil, Blanco y Guerrero, 2005). Los alumnos suelen estar “acostumbrados” a la situación: si el profesor les da un problema, siempre deben dar una respuesta numérica, sin importar lo que las instrucciones soliciten. Brousseau define “contrato didáctico” como:

En una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene, generalmente, como tarea resolver un problema (matemático), que le es presentado; pero el acceso a esta tarea se realiza a través de una interpretación de las preguntas hechas, de las informaciones proporcionadas, de las obligaciones impuestas, que son las constantes de la forma de enseñar del docente. Estos hábitos (específicos) del docente esperados por el estudiante y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico (citado en D’Amore, Fandiño, Marazzani, y Sbaragl, 2010, p. 153)

El contrato didáctico tiene distintas cláusulas. En la que nosotros nos enfocaremos es en la cláusula de delegación formal, que dice: “se trata de interpretar aritméticamente el texto, pasando de su formulación en lengua natural a la expresión aritmética que lleva de los datos al resultado” (D’Amore y Martini, 1997). Una vez que el estudiante pasa por esta cláusula, suele olvidarse del resto del texto o enunciado y solo ubica los datos numéricos para poder “resolver” dicho problema, sin tomar en cuenta lo que solicita dicho texto; donde el

estudiante deja de razonar o controlar las instrucciones del problema y se vuelve un compromiso para el estudiante dar un resultado cuando no se solicita.

Por otro lado, los autores Vicente, Dooren y Verschaffel (2008) resumen las palabras de Greer acerca del “contrato experimental”, como el contrato entre alumnos y maestro que establece:

- a) La resolución consiste simplemente en elegir y ejecutar una (o varias) de las cuatro operaciones básicas;
- b) Estas operaciones deben aplicarse sobre (todos) los números que aparecen en el enunciado del problema, y;
- c) No es necesario considerar seriamente las posibles incoherencias e la aplicación de estas operaciones respecto al mundo real al que alude la situación descrita por el problema.

Así, como las cláusulas de contrato didáctico y las de contrato experimental mencionadas anteriormente, se puede entender que los alumnos con base en sus creencias de la resolución de problemas enfrentarán estas situaciones de contrato, en donde utilizarán todos los datos numéricos para dar una respuesta igualmente numérica.

Capítulo 3

MARCO DE REFERENCIA

Introducción

En este capítulo se hace mención de algunas investigaciones realizadas en el análisis de modelo situacional, así como la resolución de problemas matemáticos y los pasos a seguir que sugieren algunos autores para una mejor resolución.

3.1. Resolución de problemas

“Problema: consiste en la decodificación de los símbolos escritos y en la conversión del enunciado matemático en una representación mental” (Juidías y Rodríguez, 2007). Para esto, Polya (1965) menciona que hay cuatro pasos importantes en la resolución de problemas matemáticos: (1) Comprender el problema; (2) Hacer un plan para su solución; (3) Ejecutar matemáticamente el plan y (4) Analizar el significado de la solución. Polya, también, recomienda dibujar una figura hipotética suponiendo la condición del problema totalmente satisfecha, comentando que esta recomendación se aplica a los problemas de construcción geométrica. Sin embargo, no hay motivo alguno de limitarla solamente a estos problemas y recomendable para todos los “problemas por resolver”.

Lo primero para la resolución de un problema de acuerdo con Polya, es la comprensión del problema y para esto, es necesario un proceso de lectura, porque a partir de lo que el alumno comprende de lo leído procede a realizar la solución al problema, pero ¿qué pasa cuando el problema no es entendido completamente por el alumno? El modelo de Kintsch (1988, citado en Manjarrez, Alejo y Slisko, 2013) establece tres niveles de proceso de lectura que se requieren para la resolución de un problema: El primero es el superficial (denominado código de superficie), que consiste en una lectura mecánica, sin comprensión, en una decodificación de los signos escritos en lenguaje oral. Otro nivel es la base textual, en la que el lector entiende las ideas del texto en sí mismo. Un tercer nivel es el de los modelos situacionales, en el cual el lector elabora una representación mental del texto, integrándolo con sus

conocimientos previos. En este último nivel, el sujeto, mediante inferencias, ha desactivado la información irrelevante e inconsistente, y ha reforzado los elementos apropiados contextualmente, seleccionando la respuesta correcta de entre los resultados generados.

La resolución de un problema inicia con la lectura, de acuerdo con lo mencionado arriba, si un alumno no cumple con el primer paso de Polya “comprender el problema” no podrá desarrollar los otros niveles dificultando la resolución del problema, es por ello por lo que un problema deberá estar redactado de tal manera que el alumno pueda comprenderlo fácilmente.

3.2. Investigaciones previas

Como ya se mencionó arriba se utiliza como base de nuestro estudio la investigación de Rellensmann, Schukajlow y Leopold (2016), la cual investiga los roles que desempeñan los conocimientos estratégicos sobre el dibujo y la precisión de los diferentes tipos de dibujos en el rendimiento del modelado matemático.

En otra investigación similar de modelo situacional se exploró y comparó las diferencias en la construcción del modelo situacional de un problema trigonométrico aplicado en cuatro versiones a estudiantes de secundaria, el cual concluye en la importancia del modelo situacional para la comprensión de un problema matemático (Hernández, Juárez y Slisko, 2014).

La investigación de Bravo (2015) acerca de la importancia del contexto en las matemáticas, propone material de apoyo para los docentes en donde los alumnos puedan desarrollar actividades directamente en el plano de su entorno, que a partir de los contenidos vistos en el aula busquen salidas pertinentes para experimentar los elementos presentes en su contexto más próximo y así trabajar desde éste los contenidos y los procesos matemáticos dando lugar a un aprendizaje significativo. Concluyendo que el contexto social juega un papel importante en el aprendizaje del niño, ya que a través de la cultura y sus elementos podrá observar, comprender, intuir y aprender lo que pasa a su alrededor, todo eso le proporcionará la seguridad del saber hacer.

Capítulo 4

MARCO METODOLÓGICO

Introducción

En este capítulo se describe el marco metodológico que se siguió en el desarrollo de la investigación. La investigación tiene un enfoque cualitativo de tipo exploratorio con una mínima cuantificación de la presencia de ciertas categorías del desempeño estudiantil. Se estudia el desempeño de los estudiantes al realizar una representación visual, ya sea con dibujo situacional o un dibujo matemático. También, se analiza si existe la presencia del contrato didáctico. El estudio trata de encontrar si el desempeño estudiantil es idóneo o no idóneo, dependiendo el contexto que se utilice y la formulación de los problemas en cuatro modalidades.

4.1. Diseño de la investigación

El diseño de las cuatro modalidades es con base en un problema tomado de un libro de texto de nivel secundaria de la CONALITEG (Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos), el cual lleva por título “Matemáticas 3” del autor Almaguer, G. (2008). Con este problema se realiza un cambio de contexto y un cambio de formulación, combinando los problemas resultantes en cuatro distintas formas como se mencionará en el siguiente apartado.

Estas cuatro modalidades se aplicaron respetando las filas distribuidas en un salón, es decir, la modalidad uno se aplicó a la fila uno, la modalidad dos a la fila dos, la modalidad 3 a la fila tres y la modalidad 4 a la fila cuatro, dentro de un mismo salón. Se repite si hay más filas.

4.1.1. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Dicho problema utiliza una formulación sencilla pero un contexto poco familiar para los estudiantes del lugar donde se aplicaron los instrumentos.

1. *Problema original*: Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado? (Almaguer, 2008, p. 133).

Este se referirá como problema “*Alpinista versión 1*”

Para crear el problema con nuevo contexto se mantuvo la formulación del problema original y realizando los siguientes cambios:

- Tripulantes → Bombero
- Acantilado → Edificio
- Alpinista → Limpiador de ventanas

Quedando de la siguiente manera:

2. *Problema con nuevo contexto*: Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Se referirá como problema “*Limpiador versión 1*”

El cambio de formulación se realizó haciendo más explícitos los enunciados del problema, es decir:

Frase 1 del problema original: “*Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado...*” se cambió por: “*Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado*”.

El cambio de esta oración se debe a la propuesta de utilizar únicamente un objeto, es decir “el barco”; la formulación original utiliza más objetos al mencionar a toda la tripulación y el barco enseguida mencionando la distancia a la que está del acantilado, se hizo el cambio para mencionar únicamente el barco situado a 500 metros de distancia del acantilado.

Frase 2 del problema original: “*observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30°* ” se cambió por: “*Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un*

alpinista”. El cambio de esta frase se realizó con base a UN solo tripulante observando con binoculares al acantilado, mientras que en el problema original se menciona “observan la cima de *éste*” al mencionar la palabra “*éste*” el alumno debe reconstruir el texto sobre a qué objeto se refiere (acantilado) y en el cambio se escribe concretamente “el tripulante ve claramente el acantilado”. Otro cambio en la oración fue la utilización de los ángulos en la formulación original se hace el cambio de ángulos bruscamente y en la nueva formulación se hace especificando cuando los binoculares forman un ángulo qué es lo que está viendo el tripulante.

Frase 3 del problema original: *¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?* se cambió por: *¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?* El cambio de esta frase se debe únicamente a la palabra “cumbre” por “cima”, durante toda la formulación del problema original utiliza la palabra “cima” pero al final en la pregunta la cambia por cumbre.

La primera redacción pone una carga de comprensión a los estudiantes generando obstáculos para la comprensión de textos, para mejorar la comprensión se debe evitar que el lector deba reconstruir el texto. Se realizó una pequeña encuesta para corroborar si el cambio de formulación mejoró con la nueva redacción, la cual indicó que los alumnos prefieren el cambio de formulación al problema. Los resultados de esta pequeña encuesta se encuentran en el Apéndice 6.

Utilizando los cambios de enunciados en los problemas, quedaron las siguientes versiones:

3. *Problema original con cambio de formulación:* Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. *¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?* (problema “alpinista versión 2”).

4. *Problema con cambio de contexto y con cambio de formulación:* Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos

binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 200 con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 150 con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio? (problema “limpiador versión 2”).

4.1.2. Diseño de instrumentos

De esta manera se tienen cuatro problemas lo cuales en cada modalidad estarán combinados como se presenta a continuación:

- En la primera modalidad (Apéndice 1), se presenta el problema original del barco y el problema con cambio de contexto utilizando la misma formulación que la del barco.
- En la segunda modalidad (Apéndice 2), se presenta el problema original del barco y el problema con cambio de formulación del limpia ventanas.
- En la tercera modalidad (Apéndice 3), se utiliza el problema del barco con cambio de formulación y el problema del limpia ventanas con formulación sencilla.
- Y en la cuarta modalidad (Apéndice 4), se utiliza el problema del barco y el problema del limpia ventanas ambos con cambio de formulación.

Las modalidades y los problemas definitivos se presentan en la Tabla 1:

Tabla 1. *Problemas utilizados en cada modalidad*

MODALIDAD	PROBLEMAS PRESENTADOS
1	alpinista versión 1 y limpia ventanas versión 1
2	alpinista versión 1 y limpia ventanas versión 2
3	alpinista versión 2 y limpia ventanas versión 1
4	alpinista versión 2 y limpia ventanas versión 2

4.2. Población y muestra

Se trabajó con una población de 400 alumnos de nivel medio superior de cuatro escuelas públicas de nivel bachillerato del Estado de Puebla, a través de un muestreo no probabilístico y seleccionadas por disponibilidad. Las edades de los alumnos oscilaban entre los 15 y 18 años.

4.2.1. Participantes del estudio

Se procuró que los bachilleratos donde se aplicaron los instrumentos fueran zonas urbanas del Estado de Puebla. A continuación, se presentan las características principales de estas escuelas:

1. Bachillerato General “Quetzalcóatl” con domicilio en la colonia Unidad Habitacional INFONAVIT San Jorge, Prolongación de la 14 sur s/n Puebla, Puebla. Es Bachillerato público y de ámbito urbano, cuenta con turno matutino. Se encuentra en una zona totalmente pavimentada y con fácil acceso al transporte público.
2. Bachillerato General “Itzcóatl” con domicilio en la calle 14 Sur, San Francisco Totimehuacán, Puebla, Pue. Es Bachillerato público con turno vespertino, comparte instalaciones por las mañanas con la Sec. Tec. Núm. 102. Se encuentra junto a la unidad habitacional INFONAVIT San Jorge. El transporte público más cercano es a dos cuadras de distancia de la entrada de la escuela.
3. Instituto de Investigación y Enseñanza Iberoamericana A.C. con domicilio en Calle 19 Ote. 217, El Carmen, 72530 Puebla, Pue. Es preparatoria privada incorporada a la BUAP, tiene amplio acceso al transporte público, sus estudiantes tienen nivel socioeconómico medio alto.
4. Colegio de Bachilleres del Estado de Puebla Plantel 1 con domicilio en San José Xilotzingo, Puebla, Pue. Es Bachillerato público, cuenta con la infraestructura necesaria, se encuentra en una calle cerrada, tiene acceso cercano al transporte público, los estudiantes provienen principalmente de la comunidad de San Francisco Totimehuacán.

4.3. Plan de análisis

El análisis de las representaciones realizadas por los alumnos se llevó a cabo explorando los “elementos” contenidos en el texto como son: datos numéricos, personajes, objetos matemáticos y/o sustantivos. Se considera un punto por cada aspecto mencionado en el texto que el alumno haya dibujado o representado, para esto se crearon tablas de categorización de idoneidad de la representación, es importante aclarar que estas tablas se desarrollaron bajo nuestro criterio.

Cada tabla de categorización de idoneidad se creó con base en el enunciado del problema, es decir, con el problema original:

“Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35°, cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30°. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?”

La categorización se realizó con los elementos contenidos en el enunciado:

1. Tripulantes o barco
2. alpinista
3. cima del Acantilado
4. 500 metros entre barco y pie de acantilado
5. ángulo de 35°
6. ángulo de 30°

Y agregando en la categoría objetos matemáticos como:

7. verticalidad del acantilado
8. líneas de vista a la cima del acantilado
9. línea de vista al alpinista

Estos nueve elementos son los que forman las características para explorar la “idoneidad” del *dibujo situacional* construido por el alumno con el problema original.

Pero, si el alumno realizó una representación utilizando objetos matemáticos como el triángulo rectángulo, entonces, las categorías para explorar esta “idoneidad” son:

1. Utilización de triángulo rectángulo
2. Señala ángulo y cantidad correspondiente a la representación de línea de vista a la cima del acantilado.
3. Señala ángulo y cantidad correspondiente a la representación de línea de vista al alpinista.
4. Utiliza cateto horizontal para representar la distancia entre barco y pie de acantilado.

Estos cuatro elementos forman las características para la categorización del *dibujo matemático* realizado por el alumno.

Si en la representación realizada por el alumno hay presencia de contrato didáctico entonces se utilizan las categorías de:

1. Escribe elementos del texto arbitrariamente
2. Utiliza las cantidades del texto con operaciones arbitrarias.

En los problemas concambio de formulación se agregan dos características a la categorización con dibujo situacional, las cuales son:

- Se presentan binoculares en uso correcto
- Respeto o señala línea horizontal respecto a los binoculares

Estas características se utilizan con ambos contextos. A continuación, en el siguiente apartado se desarrolla la categorización por cada modalidad con los dos problemas correspondientes, para la representación realizada por el alumno, ya sea con: dibujo situacional, dibujo matemático o presencia de contrato didáctico.

4.3.1. Categorías para modalidad uno: alpinista versión 1 y limpiador versión 1

En la tabla 2 se presentan las categorías utilizadas para la exploración de las representaciones realizadas por los alumnos. Las modalidades inician con una categoría previa (A) en donde se cuantifica las representaciones realizadas, es decir, si los alumnos realizaron alguna representación en ambos problemas, si realizaron solo la representación del problema uno o si realizaron la representación del problema dos.

La clasificación de las categorías se divide de acuerdo con los elementos de la representación realizada: dibujo situacional o dibujo matemático y/o presencia de contrato didáctico de acuerdo con cada versión de los problemas utilizados; cada categoría está formada por las características contenidas en los problemas de acuerdo con la representación realizada y cada característica es un punto para la idoneidad de la representación.

Tabla 2. *Categorías para el análisis de las representaciones*

CATEGORÍA	CARACTERÍSTICAS DE LA REPRESENTACIÓN	PUNTOS
(A)	Del problema 1 y 2	-
Realizaron alguna representación	Solo el problema 1	-
	Solo el problema 2	-
	1. Se presenta edificio	1
Dibujo situacional (B) Elementos en el texto (Limpiador versión 1)	2. Se presenta edificio con verticalidad	1
	3. Se presenta bombero en el dibujo	1
	4. Se presenta limpiador	1
	5. Distancia de 200 m entre edificio y bombero	1
	6. Señala línea de vista hacia techo	1
	7. Señala línea de vista hacia el limpiador	1
	8. Escribe ángulo de 20° hacia el techo	1
	9. Escribe ángulo de 15° hacia el limpiador	1
	Dibujo matemático	1. Utiliza triangulo rectángulo para hacer la representación

(C)	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el techo	1
Elementos en el texto (Limpiador versión 1)	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el limpiador	1
	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 200 metros.	1
<hr/>		
Presencia de contrato didáctico	Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
(D)	Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
(limpiador, versión 1)		
<hr/>		
	1. Se presenta acantilado	1
	2. Se presenta acantilado con verticalidad	1
Dibujo situacional	3. Se presenta alpinista	1
(E)	4. Se presenta barco y/o tripulación	1
Elementos en el texto	5. Señala línea de vista al alpinista	1
(alpinista, versión 1)	6. Señala línea de vista a la cima de acantilado	1
	7. Distancia 500 m correcta	1
	8. Escribe ángulo de 35° hacia la cima	1
	9. Escribe ángulo de 30° hacia el alpinista	1
<hr/>		
	1. Utiliza triangulo rectángulo para hacer la representación	1
Dibujo matemático	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia la cima del acantilado	1
(F)	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el alpinista	1
Elementos en el texto (alpinista, versión 1)	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 500 metros	1
<hr/>		
Presencia de contrato didáctico	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
(G)	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
(alpinista, versión 1)		
<hr/>		

4.3.2. Categorías para modalidad dos: alpinista versión 1 y limpiador versión 2

Con el problema del alpinista se repiten las categorías E, F y G, las cuales se utilizan en la categorización de la modalidad 1. En la tabla 3 se presentan las categorías de la modalidad dos.

Tabla 3. Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 2

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	PUNTOS
(A)	Del problema 1 y 2	-
Realizaron alguna representación	Solo el problema 1	-
	Solo el problema 2	-
Dibujo situacional (E) Elementos en el texto (alpinista, versión 1)	1. Se presenta acantilado	1
	2. Se presenta acantilado con verticalidad	1
	3. Se presenta alpinista	1
	4. Se presenta barco y/o tripulación	1
	5. Señala línea de vista al alpinista	1
	6. Señala línea de vista a la cima de acantilado	1
	7. Escribe distancia de 500 m correcta	1
	8. Escribe ángulo de 35° hacia la cima	1
	9. Escribe ángulo de 30° hacia el alpinista	1
Dibujo matemático (F) Elementos en el texto (alpinista, versión 1)	1. Utiliza triángulo rectángulo para hacer la representación	1
	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia la cima del acantilado	1
	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el alpinista	1
	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 500 metros.	1
Presencia de contrato didáctico (G) (alpinista, versión 1)	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1

	1. Se presenta edificio	1
	2. Se presenta edificio con verticalidad	1
	3. Se presenta bombero	1
	4. Se presentan limpiador	1
Dibujo situacional	5. Se presentan binoculares en uso correcto	1
(H)	6. Respeta o señala línea horizontal respecto a los binoculares	1
Elementos en el texto	7. Distancia de 200 m entre edificio y bombero	1
(Limpiador versión 2)	8. Línea de vista hacia el techo	1
	9. Línea de vista hacia el limpiador	1
	10. Escribe ángulo de 20° vista hacia el techo	1
	11. Escribe ángulo de vista 15° al limpiador	1
	1. Utiliza triangulo rectángulo para hacer la representación	1
Dibujo matemático	2. Señala el ángulo de 20° correctamente haciendo la representación de la vista al techo.	1
(I)	3. Señala el ángulo de 15° correctamente haciendo la representación de la vista al limpiador.	1
Elementos en el texto	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 200 metros.	1
(Limpiador versión 2)		
Presencia de contrato didáctico	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
(J)	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
(Limpiador versión 2)		

4.3.3. Categorías para modalidad tres: alpinista versión 2 y limpiador versión 1

Con el problema del limpiador versión 1 se repiten las categorías B, C y D que se utilizaron en la categorización de la modalidad y con el problema del alpinista versión 2 se utilizan nuevas categorías, las categorías utilizadas en esta modalidad (3) se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4. *Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 3*

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	PUNTOS
Dibujo situacional (B) Elementos en el texto (Limpiador versión 1)	1. Se presenta edificio	1
	2. Se presenta edificio con verticalidad	1
	3. Se presenta bombero en el dibujo	1
	4. Se presenta limpiador	1
	5. Distancia de 200 m entre edificio y bombero	1
	6. Señala línea de vista hacia techo	1
	7. Señala línea de vista hacia el limpiador	1
	8. Escribe ángulo de 20° hacia el techo	1
	9. Escribe ángulo de 15° hacia el limpiador	1
Dibujo matemático (C) Elementos en el texto (Limpiador versión 1)	1. Utiliza triángulo rectángulo para hacer la representación	1
	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el techo	1
	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el limpiador	1
	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 200 metros.	1
Presencia de contrato didáctico (D) (limpiador, versión 1)	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
Dibujo situacional	1. Se presenta acantilado	1
	2. Se presenta acantilado con verticalidad	1

(K)	3.. Se presenta alpinista	1
Elementos en el texto	4. Se presentan barco/tripulación	1
(alpinista, versión 2)	5. Se presentan binoculares en uso correcto	1
	6. Respeta o señala línea horizontal respecto a los binoculares (no respeta cuando vista sale de los pies o suelo)	1
	7. Distancia de 500 m entre barco y acantilado	1
	8. Línea de vista hacia al acantilado	1
	9. Línea de vista hacia el alpinista	1
	10. Escribe ángulo de 35° correcto con vista hacia la cima del acantilado	1
	11. Escribe ángulo de vista 30° correcto con vista al alpinista	1
<hr/>		
	1. Utiliza triangulo rectángulo para hacer la representación	1
Dibujo Matemático	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia la cima	1
(L)	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el alpinista	1
Elementos en el texto	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 500 metros.	1
(alpinista, versión 2)		
<hr/>		
Presencia de contrato didáctico	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
(M)	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
(alpinista, versión 2)		
<hr/>		

4.3.4. Categorías para modalidad cuatro: alpinista versión 2 y limpiador versión 2

Con el problema del alpinista versión 2 se repiten las categorías K, L y M que se utilizaron en la categorización de la modalidad tres.

Y con el problema de limpiador versión 2 se repiten las categorías H, I y J que se utilizaron en la categorización de la modalidad dos.

Tabla 5. Categorías para el análisis de las representaciones en la modalidad 4

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	PUNTOS
Dibujo situacional (H) Elementos en el texto (Limpiador versión 2)	1. Se presenta edificio	1
	2. Se presenta edificio con verticalidad	1
	3. Se presenta bombero en el dibujo	1
	4. Se presenta limpiador	1
	5. Se presentan binoculares en uso correcto	1
	6. Respeta o señala línea horizontal respecto a los binoculares	1
	7. Distancia de 200 m entre edificio y bombero	1
	8. Señala línea de vista hacia techo	1
	9. Señala línea de vista hacia el limpiador	1
	10. Escribe ángulo de 20° hacia el techo	1
	11. Escribe ángulo de 15° hacia el limpiador	1
Dibujo matemático (I) Elementos en el texto (Limpiador versión 2)	1. Utiliza triángulo rectángulo para hacer la representación	1
	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el techo	1
	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el limpiador	1
	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 200 metros.	1
	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1

Presencia de contrato didáctico (J) (limpiador versión 2)	4. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1
Dibujo situacional (K) Elementos en el texto (alpinista, versión 2) para	1. Se presenta acantilado	1
	2. Se presenta acantilado con verticalidad	1
	3. Se presenta alpinista	1
	4. Se presentan barco/tripulación	1
	5. Se presentan binoculares en uso correcto	1
	6. Respeta o señala línea horizontal respecto a los binoculares (no respeta cuando vista sale de los pies o suelo)	1
	7. Distancia de 500 m entre barco y acantilado	1
	8. Línea de vista hacia al acantilado	1
	9. Línea de vista hacia el alpinista	1
	10. Escribe ángulo de 35° correcto con vista hacia la cima del acantilado	
	11. Escribe ángulo de vista 30° correcto con vista al alpinista	
Dibujo matemático (L) Elementos en el texto (alpinista, versión 2)	1. Utiliza triangulo rectángulo para hacer la representación	1
	2. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia la cima	1
	3. Señala el ángulo correctamente haciendo la representación de la vista hacia el alpinista	1
	4. Utiliza cateto horizontal para representar distancia de 500 metros.	1
Presencia de contrato didáctico (M) (alpinista, versión 2)	1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	1
	2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	1

Capítulo 5

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Introducción

Para el análisis de cada una de las modalidades se hace la siguiente propuesta en la cual se explora la idoneidad de las representaciones realizadas por los estudiantes utilizando las categorías mencionadas en el capítulo anterior, se realizaron los siguientes análisis en cada modalidad:

- a) Representación realizada general por modalidad.
- b) Idoneidad de dibujo situacional entre problema alpinista versus problema limpiador (de acuerdo con la versión utilizada de cada modalidad).
- c) Idoneidad de dibujo matemático entre problema alpinista versus problema limpiador (de acuerdo con la versión utilizada de cada modalidad).
- d) Presencia de contrato didáctico.
- e) Uso de razones trigonométricas

A continuación, se hace más explícito el análisis de estos 5 puntos.

En cada modalidad se cuantificó la representación general de los 100 alumnos, es decir, el número de alumnos que realizó “dibujo situacional”, el número de alumnos que realizó “dibujo matemático”, el número de alumnos que presentó “contrato didáctico” y los alumnos que “dejaron en blanco” tanto del problema del alpinista como del problema del limpiador en cualquiera de sus versiones.

De igual manera se cuantificó la idoneidad de la representación individual (dibujo situacional o matemático) en ambos problemas realizada por alumno, es decir, de un alumno se cuantifica el puntaje obtenido en el problema del alpinista y en el problema del limpiador, registrando la frecuencia de alumnos que obtuvieron el mismo puntaje en ambos problemas, dependiendo de la representación realizada: dibujo situacional, dibujo matemático o presencia de contrato didáctico. Para tomar el puntaje de “idóneo” y “no idóneo” se utiliza a

partir de la mediana (Me) del total de puntos para una representación “idónea” y por debajo de la mediana será una representación “no idónea”, como se presenta en la tabla 6.

Se hace la propuesta de este procedimiento porque una representación puede ser adecuada para su solución, aunque no tenga todos los elementos contenidos en el texto. Por ejemplo, si en la representación no se encuentra “el alpinista” pero el resto de los elementos están representados de forma correcta, no debe desmeritar la idoneidad del dibujo.

Tabla 6. *Idoneidad para DIBUJO SITUACIONAL de versión 1 de ambos problemas*

Alpinista versión 1		Limpiador versión 1	
9 puntos		9 puntos	
8 puntos		8 puntos	
7 puntos	Idóneo	7 puntos	Idóneo
6 puntos		6 puntos	
5 puntos		5 puntos	
4 puntos		4 puntos	
3 puntos	No idóneo	3 puntos	No idóneo
2 puntos		2 puntos	
1 punto		1 punto	

Con las versiones uno de los problemas el puntaje total consta de 9 puntos, será idóneo a partir de 5, y por debajo de 5 será no idóneo.

Tabla 7. *Idoneidad para DIBUJO SITUACIONAL de versión 2 de ambos problemas*

Alpinista versión 2		Limpiador versión 2	
11 puntos		11 puntos	
10 puntos		10 puntos	
9 puntos	Idóneo	9 puntos	Idóneo
8 puntos		8 puntos	
7 puntos		7 puntos	
6 puntos		6 puntos	
5 puntos		5 puntos	
4 puntos		4 puntos	
3 puntos	No idóneo	3 puntos	No idóneo
2 puntos		2 puntos	
1 punto		1 punto	

Con las versiones dos de los problemas que su puntaje máximo es de 11, será idóneo a partir de 6 puntos y por debajo de 6 será “no idóneo”.

Para la idoneidad del dibujo matemático ocurrirá lo mismo, utilizando la mediana de los puntajes, como se muestra en la tabla 8:

Tabla 8. *Idoneidad para DIBUJO MATEMÁTICO en las 2 versiones de ambos problemas*

Alpinista Versión 1 y 2		Limpiador versión 1 y 2	
4 puntos	Idóneo	4 puntos	Idóneo
3 puntos		3 puntos	
2 puntos	No idóneo	2 puntos	No idóneo
1 punto		1 punto	

Dentro de los resultados se detectaron dos formas de manifestación del contrato didáctico. La primera, consiste en el uso arbitrario de todos los datos numéricos del texto en la representación visual o colocados de manera arbitraria sin operar dichas cantidades, es decir,

en la hoja del problema plasman los datos numéricos del problema sin orden y sin congruencia respecto a lo que dice el problema.

Y en la segunda forma, los alumnos operan las cantidades del texto para obtener la solución al problema (a pesar de que no se solicitó la solución), utilizando alguna operación aritmética como sumas, restas, multiplicación y división en distintas combinaciones. El alumno utiliza las cantidades para intentar resolver los problemas con una regla de tres, operando los metros con los ángulos, realiza el mismo proceso en ambos problemas.

También se presenta en cada modalidad los casos en que los alumnos resolvieron el problema correctamente con el uso de razones trigonométricas o que tuvieron algún error en el desarrollo de la solución, cabe recordar, que esta investigación y los instrumentos NO solicitan la solución a los problemas.

5.2. Análisis de la modalidad 1

Recordemos los problemas utilizados en esta modalidad:

1. *Problema original*: “Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?” (Almaguer, 2008, p. 133).

2. *Problema con nuevo contexto*: Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

5.1.1. Representación general e individual de instrumentos

Para realizar el análisis de la categoría “A” las representaciones realizadas por la muestra de 100 estudiantes se presenta en la Tabla 9:

Tabla 9. Representación general de los instrumentos en la Modalidad 1

Representación realizada	Problema de alpinista	Problema de limpiador
Dibujo situacional	65	81
Dibujo matemático	10	9
Contrato didáctico	11	10
Dejaron en blanco	14	0
Total de instrumentos	100	100

En este análisis general de resultados se presenta un promedio de 72 estudiantes que realizó la representación de los problemas con un dibujo situacional, algunos con ambos problemas, otros con uno de los dos problemas. También hubo alumnos que no realizaron ningún tipo de representación y en su lugar hubo presencia de contrato didáctico al querer resolver los problemas. Y 14 alumnos dejaron en blanco el problema del alpinista.

En la Tabla 10 se presentan los puntajes obtenidos por alumno en ambos problemas, presentando con cursiva la frecuencia en que es notable la idoneidad del problema del limpiador versus la del alpinista.

Tabla 10. *Puntajes obtenidos por alumnos en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 1*

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 1	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 1	FRECUENCIA de alumnos
0 puntos	2 puntos	3
	3 puntos	1
	<i>7 puntos</i>	<i>3</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>3</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>3</i>
1 punto	3 puntos	1
	4 puntos	2
	<i>5 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>6 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>2</i>
2 puntos	2 puntos	2
	3 puntos	1
	4 puntos	3
	<i>5 puntos</i>	<i>3</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
3 puntos	2 puntos	1
	4 puntos	2
	<i>5 puntos</i>	<i>3</i>
	<i>6 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>7 puntos</i>	<i>2</i>
4 puntos	4 puntos	2
	<i>5 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>7 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
5 puntos	5 puntos	1

	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
	5 puntos	1
6 puntos	<i>7 puntos</i>	2
	<i>8 puntos</i>	2
7 puntos	6 puntos	2
	9 puntos	3
8 puntos	8 puntos	3
	9 puntos	3
9 puntos	1 punto	1
	6 puntos	1
	9 puntos	9
Total, frecuencia en dibujo situacional		76

En la tabla 10 se puede apreciar que 27 estudiantes tienen un mejor desempeño con el problema del limpiador en la representación del dibujo situacional, utilizando “5, 6, 7, 8 y 9” puntos como dibujo situacional “idóneo” con el problema del limpiador contra “4, 3, 2 y 1” puntos como NO idóneo para problema del alpinista. Y a diferencia del problema del alpinista en donde solo tres estudiantes tuvieron un mejor desempeño en este problema que con el del limpiador, siendo “9,8,7,6 y 5” puntos como idóneo para alpinista contra “4, 3, 2 y 1” como NO idóneo para limpiador. El resto de los estudiantes obtuvieron puntuaciones semejantes tanto para idóneo o no idóneo.

En la tabla 11 muestra la frecuencia de puntaje en dibujo matemático, así como los alumnos que presentaron contrato didáctico en ambos problemas por alumno.

Tabla 11. *Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 1*

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 1	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 1	FRECUENCIA DE ALUMNOS
	2 puntos	2
3 puntos	3 puntos	2
	4 puntos	1
4 puntos	4 puntos	3
PRESENCIA DE CONTRATO DIDÁCTICO EN AMBOS		7
Total de alumnos con dibujo situacional, matemático y contrato didáctico		91

En esta representación no hubo un gran margen de diferencia entre idóneo y no idóneo, las representaciones realizadas en ambos problemas se asemejan mucho teniendo como diferencia la falta de algún valor numérico. Sin embargo, los alumnos que no realizaron representación acudieron al contrato didáctico, presentándose en dos formas distintas que se mencionarán en el apartado “presencia de contrato didáctico”.

El resto de los alumnos realizaron una serie de combinaciones; por ejemplo, en un problema realizaron el dibujo situacional y en el otro dibujo matemático, también la presencia del contrato didáctico en una de las dos representaciones. A continuación, en la tabla 12, se enlistan estos casos, así como su puntaje obtenido en la representación realizada:

Tabla 12. Representaciones distintas de ambos problemas realizadas por cada alumno

Representación realizada	Puntaje obtenido	Representación realizada	Puntaje obtenido	Frecuencia de alumnos con los mismos aspectos
ALPINISTA V1	A-V1	LIMPIADOR V1	L-V1	
Dibujo matemático	4	Dibujo situacional y contrato didáctico	2	1
Dibujo situacional	2	Contrato didáctico	1	1
Dibujo matemático	3	Dibujo situacional y contrato didáctico	8	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	8	1
Contrato didáctico	1	Dibujo situacional y contrato didáctico	3	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	3	1
Dejo en blanco	0	Contrato didáctico	1	2
Dibujo situacional	4	Dibujo matemático	2	1

Nota: Las abreviaturas **A-V1** significa *alpinista versión 1*. La abreviatura **L-V1** significa *Limpiador Versión 1*.

5.1.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos

Una característica sobresaliente que se encontró en los instrumentos es que los alumnos realizan con mayor eficiencia el desarrollo de dibujo situacional con el contexto del limpiador, en cambio se presentaron dificultades en el contexto del alpinista teniendo como un error frecuente la representación del acantilado.

La categorización B, se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación, siendo 9 la representación idónea del dibujo situacional con base al contexto que se maneja en el problema del limpiador, y 1 donde únicamente representa algo mencionado en el texto.

La categorización D, se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación, siendo 9 la representación idónea del dibujo situacional en base al contexto que se maneja en el problema y 1 donde únicamente representa algo mencionado en el texto. Ambas categorías

se presentan en la tabla 13 en la que se presentan los puntajes obtenidos en la representación del dibujo situacional.

Tabla 13. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo situacional de cada problema*

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (limpiador versión 1)	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (Alpinista versión 1)
9 pts.	20	11
8 pts.	15	6
7 pts.	9	5
6 pts.	6	5
5 pts.	10	2
4 pts.	9	6
3 pts.	5	10
2 pts.	6	11
1 pts.	1	9
Total de alumnos	81	65

Nota: Tabla de frecuencia del puntaje obtenido en representaciones de dibujo situacional (no son puntajes individuales, son generales)

Los alumnos que obtuvieron 9 puntos fueron 20 de 76 que representaron con dibujo situacional entre ellos los que únicamente resolvieron el problema 1, realizaron el dibujo situacional correctamente a la comprensión del problema, dibujando el edificio, el bombero, el limpiador, la distancia entre edificio y bombero de 200 metros, las líneas y ángulos de vista correctamente a partir de los ojos hasta el techo y el limpiador. Los alumnos que obtuvieron 8 puntos fue debido a que no representaron un elemento del texto, en el caso de la mayoría

no dibujaron el limpiador de ventanas. Mientras que los alumnos tuvieron de 6 a 5 puntos tuvieron un error en la línea de vista o representando al limpiador como un punto en el edificio. Los alumnos que presentaron 4 y 3 puntos se debieron primordialmente a la ausencia de bombero, limpiador y líneas de vista, ya que solo realizaban el ángulo correspondiente al techo o la distancia de 200 metros lo manejaban como la altura del edificio. Por último, los alumnos que obtuvieron 2 puntos se debieron a que únicamente representaron el edificio y el bombero sin ningún dato adicional.

A continuación, se presentan algunos casos donde la construcción del problema del limpiador cumple con los 9 puntos de las categorías antes mencionadas, pero que en el problema del alpinista no hay representación satisfactoria.

En la imagen 1 se observan las representaciones realizadas por el Alumno #11 de la modalidad 1, el cual obtuvo 8 puntos en su dibujo situacional del limpiador, pero 1 punto con el dibujo situacional del alpinista.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

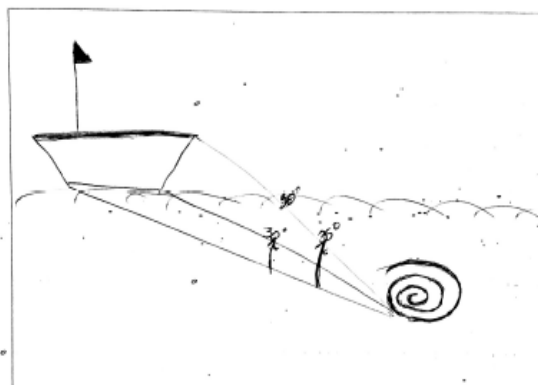
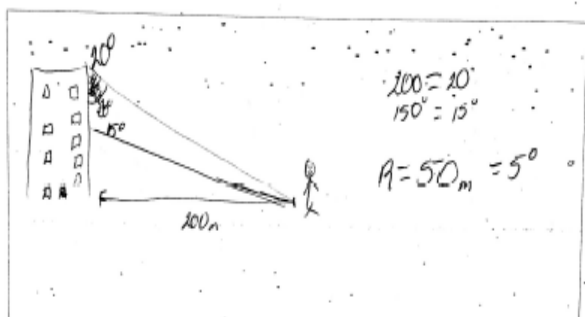
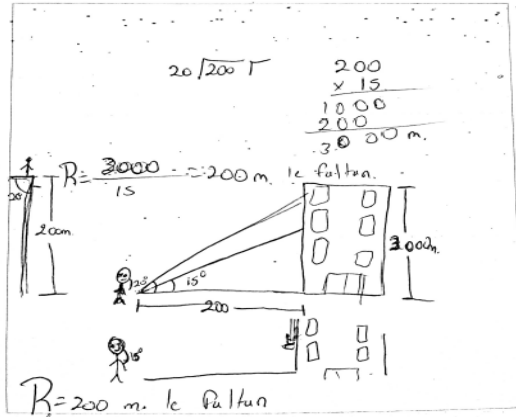


Imagen 1. Alumno #11 de la modalidad 1, dibujo situacional

En la imagen 2 se observa las representaciones con dibujo situacional del alumno #35 el cual obtuvo 7 puntos en el dibujo situacional del limpiador; pero 1 punto en el dibujo situacional del alpinista.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

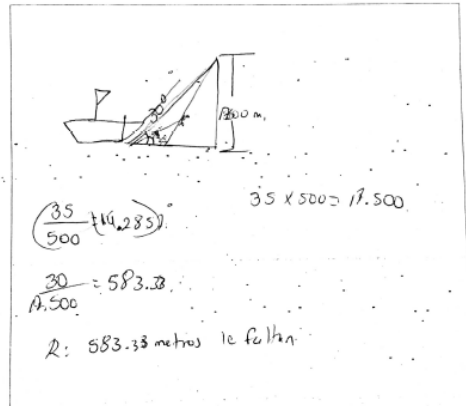
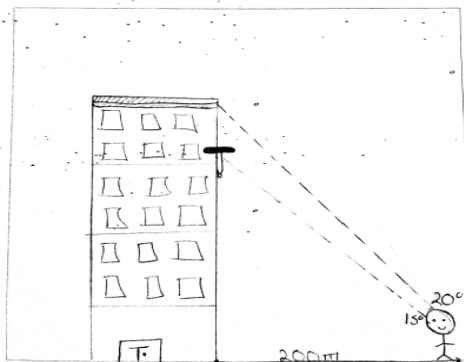


Imagen 2. Alumno #35 de la modalidad 1, dibujo situacional.

En la imagen 3 el alumno #86 obtuvo 9 puntos en su dibujo situacional del limpiador y dejó en blanco el problema del alpinista.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

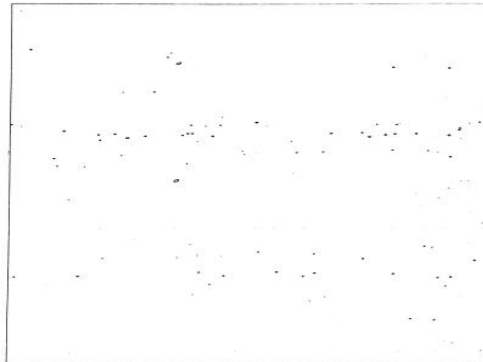
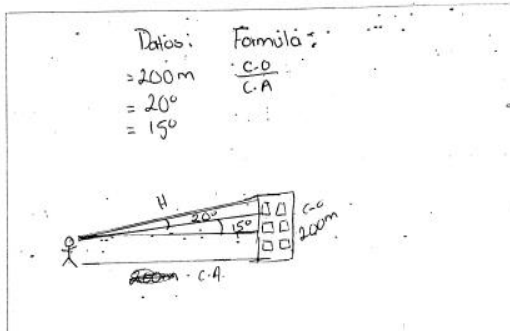


Imagen 3. Alumno #86 de la modalidad 1, dibujo situacional.

La imagen 4 presenta las representaciones realizadas por el alumno #85. Obtuvo 7 puntos en la representación del dibujo situacional del limpiador, pero 3 puntos con el problema del alpinista.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

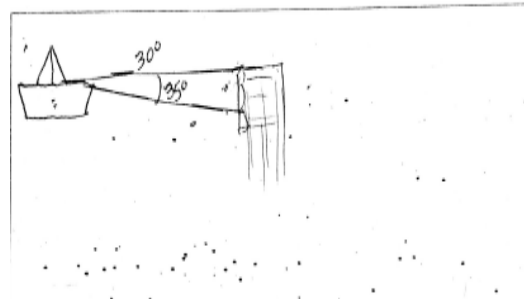


Imagen 4. Alumno #85 de la modalidad 1, dibujo situacional.

5.1.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos

La categoría C, se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación, siendo 4 la representación idónea del dibujo matemático con base a lo que se maneja en el problema y disminuyendo hasta 1 con una representación no idónea.

La categoría F, se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación, siendo 4 la representación idónea del dibujo matemático en base a lo que se maneja en el problema y disminuyendo hasta 1 con una representación no idónea.

Tabla 14. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de alumnos que representaron con D.M. (limpiador, versión 1)	Frecuencia de Alumnos que representaron D.M. (alpinista, versión 1)
4 pts.	4	4
3 pts.	2	6
2 pts.	3	0
1 pt.	0	0
Total de alumnos	9	10

Nota: Tabla de frecuencia del puntaje obtenido en representaciones de dibujo matemático (no son puntajes individuales, son generales)

De acuerdo con la Tabla 14 fueron cuatro alumnos que no realizaron dibujo situacional, pero si dibujo matemático. Estos alumnos cumplieron con las condiciones del problema, representando dentro de un triángulo rectángulo los dos ángulos correspondientes a la vista del bombero y utilizando el cateto de base como la distancia de los 200 metros. Los alumnos que no realizaron la representación del problema con un dibujo situacional intentaron hacerlo

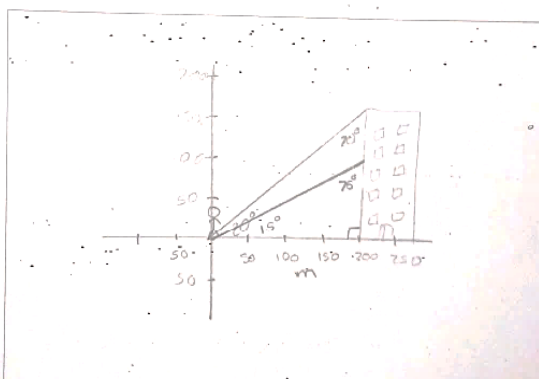
con dibujo matemático, pero al igual que los resultados del dibujo situacional no se logró la representación adecuada del contexto del problema.

A continuación, se presentan algunos ejemplos individuales de dibujo matemático realizado por los estudiantes:

En la imagen 5 se presentan las representaciones con dibujo matemático del alumno #6 en el problema del limpiador utiliza un dibujo situacional con 5 puntos de idoneidad; pero con el problema del alpinista realiza un dibujo matemático obteniendo 4 puntos de idoneidad.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

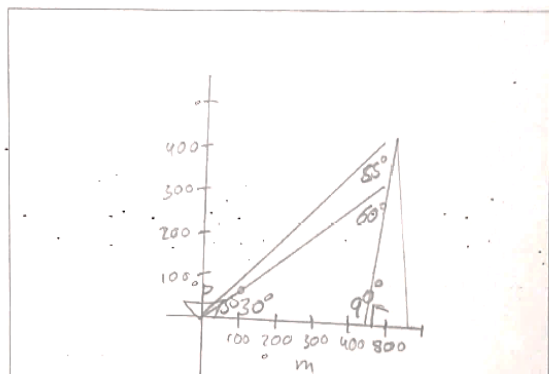
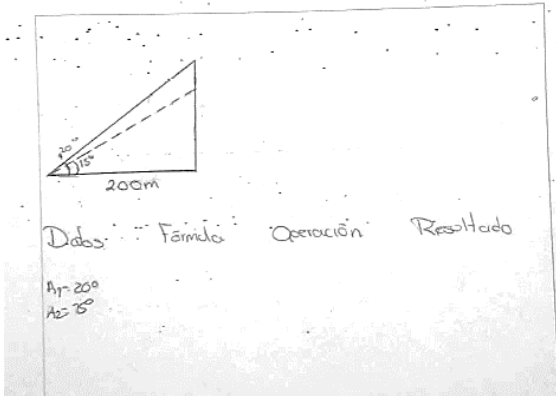


Imagen 5. Alumno #6 de la modalidad 1, dibujo situacional y dibujo matemático.

En la imagen 6 se presentan los dibujos matemáticos del alumno #21. Este alumno realiza dibujo matemático en ambos problemas, coloca un triángulo rectángulo, líneas de vista de acuerdo con los ángulos, cumpliendo con todas las características con el problema del limpiador; sin embargo, con el problema del alpinista coloca de manera errónea la distancia de 500 m la cual debería estar en el cateto horizontal del triángulo, pero la coloca en el cateto vertical.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?
- Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

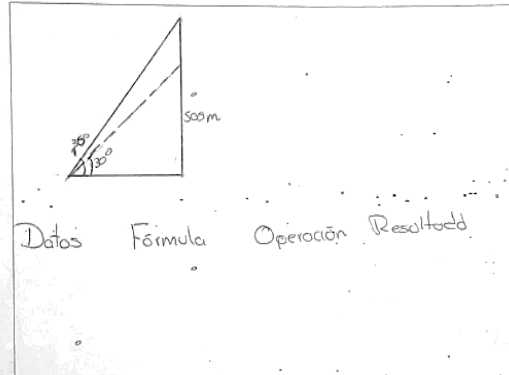


Imagen 6. Alumno #21 de la modalidad 1, dibujo matemático.

5.1.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos

Dentro de los resultados se encontró presencia del contrato didáctico, siguiendo 3 procesos utilizando las cantidades presentadas en los problemas: 1) utilizan regla de tres; 2) utilizan ángulos aleatoriamente; y 3) realizan sumas y restas con esas cantidades. A continuación, en la Tabla 15 se presenta la frecuencia de cada aspecto mencionado anteriormente.

Tabla 15. Formas de presencia de contrato didáctico en ambos problemas

Presencia de contrato didáctico	Frecuencia en alumnos que realizaron el mismo procedimiento en ambos problemas
1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	8

2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente

Nota: La frecuencia presentada corresponde al procedimiento que realizó un mismo alumno en ambos problemas.

La imagen 7 es un ejemplo de la presencia de la primera forma de contrato didáctico, en la cual únicamente se colocan los datos numéricos contenidos en el problema de manera arbitraria.

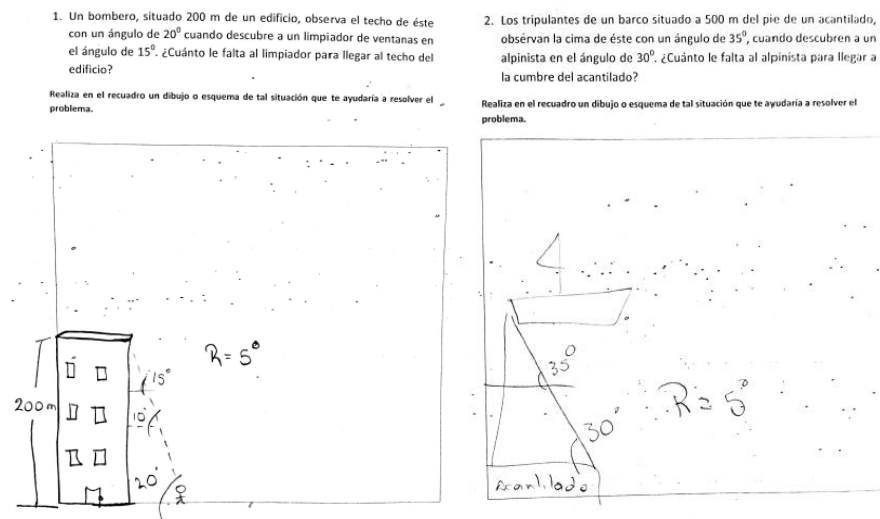
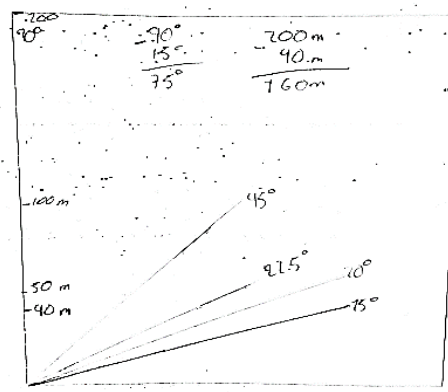


Imagen 7. Alumno #42 en la modalidad 1 presencia de contrato didáctico

La imagen 8 presenta la presencia de la primera y segunda forma de contrato didáctico del alumno #24, ya que realiza restas de forma arbitraria con las cantidades de los problemas, también representa ángulos aleatorios.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio? 75° $760m$

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado? 60° $764.44...$

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

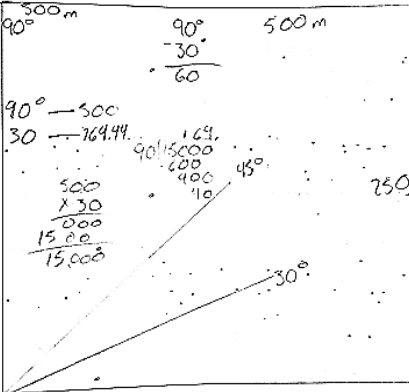
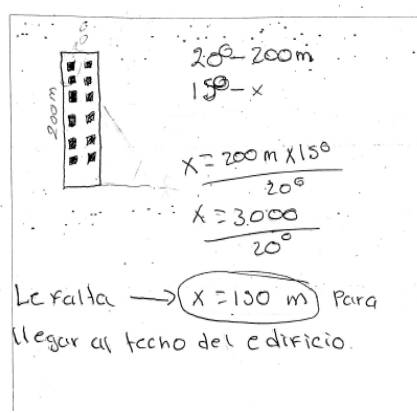


Imagen 8. Alumno #24 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.

En las imágenes 9 y 10 se presenta la segunda forma de contrato didáctico. Por ejemplo, en la imagen 9 el alumno utiliza cantidades del texto arbitrariamente con una regla de tres en ambos problemas.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

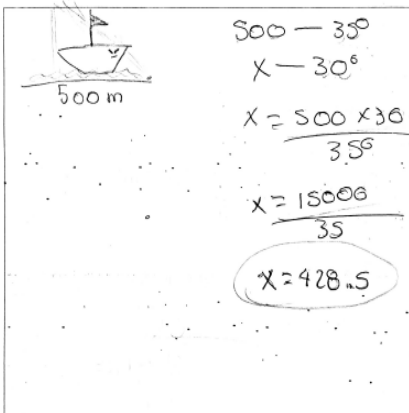
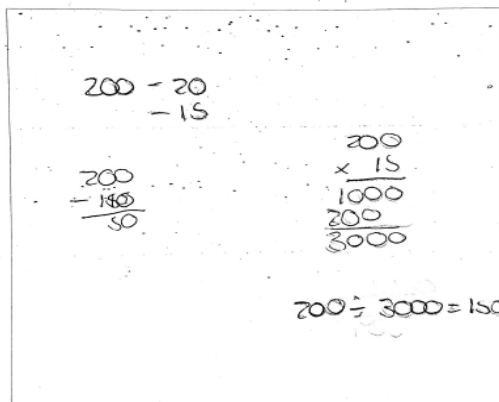


Imagen 9. Alumno #29 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.

La imagen 10 de igual manera es la segunda forma de presencia de contrato didáctico presentando sumas, multiplicaciones y restas de manera arbitraria en ambos problemas.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

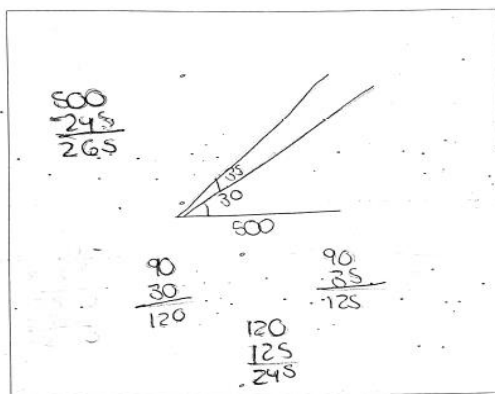


Imagen 10. Alumno #31 en la modalidad 1, presencia de contrato didáctico.

5.1.5. Utilización de razones trigonométricas y ejemplos

Hubo alumnos que intentaron resolver los problemas aun cuando no se solicitó. De los 100 instrumentos aplicados solo 7 estudiantes utilizaron las razones trigonométricas para desarrollar la solución a los problemas. Sin embargo, solo tres alumnos resolvieron correctamente el problema del limpiador, obteniendo las distancias del edificio y restando ambas cantidades; uno de estos tres alumnos resolvió de forma correcta el problema del limpiador, dejando en blanco el problema del alpinista. Y los otros dos estudiantes resolvieron ambos problemas correctamente aplicando el mismo procedimiento en cada problema. Así mismo, estos alumnos son los que realizaron el dibujo situacional idóneo. A continuación, en las imágenes 11, 12 y 13 se presentan los dibujos realizados por dichos alumnos:

En la imagen 11 el alumno resolvió correctamente ambos problemas con razones trigonométricas. Obtuvo los nuevos de idoneidad en el dibujo situacional de cada problema.

Resuelve los siguientes problemas:

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 11. Alumno #50 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 12 el alumno resolvió correctamente el primer problema (limpiador), pero el segundo lo dejó completamente en blanco.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 12. Alumno #84 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 13 el alumno respondió correctamente ambos problemas utilizando razones trigonométricas, su dibujo situacional es satisfactorio en los dos problemas.

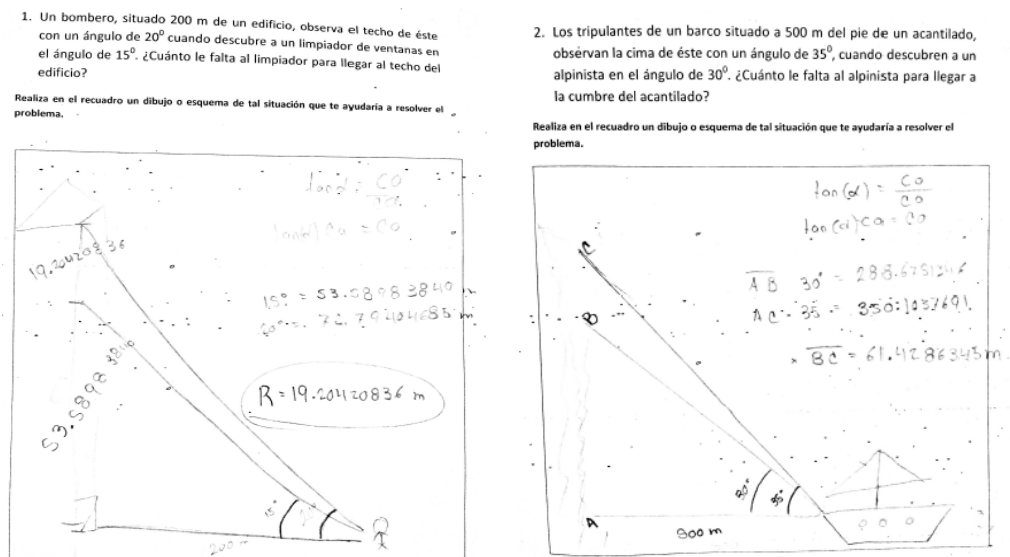


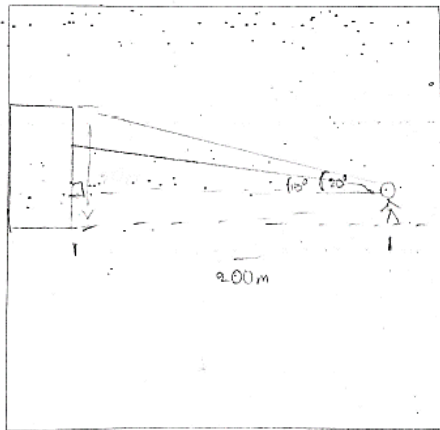
Imagen 13. Alumno #68 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.

Los otros cuatro alumnos que utilizaron razones trigonométricas no llegaron al resultado correcto, teniendo en común la falta de despeje en las razones para poder aplicarlas correctamente. Tres de estos estudiantes obtuvieron los puntos máximos de idoneidad en su dibujo situacional y matemático del problema del limpiador; pero dos no cumplieron con los puntos de idoneidad con el problema del alpinista. A continuación, en las imágenes 14, 15, 16 y 17 se presentan los casos mencionados:

En la imagen 14 el alumno utilizó las funciones trigonométricas erróneamente, sin continuar con su procedimiento. El dibujo situacional del problema del limpiador es idóneo, pero el dibujo del alpinista no logra alcanzar los puntos de idoneidad.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

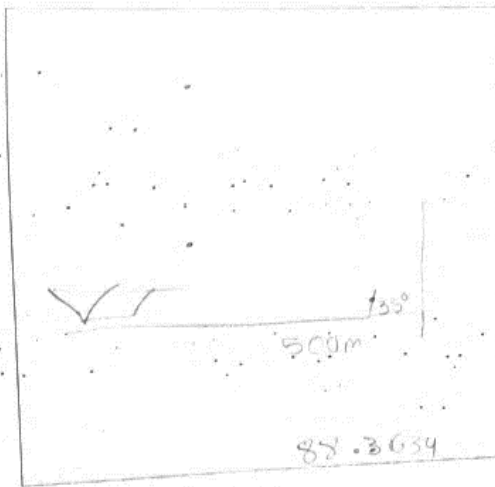
Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



$$\begin{aligned} \text{sen } 20^\circ &= \frac{20}{h} \\ \text{cos } 20^\circ &= \frac{20}{h} \\ \text{tan } 20^\circ &= \frac{20}{h} \\ \text{co} &= \text{tan } 20^\circ \\ \text{co} &= 0.364 \end{aligned}$$

2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

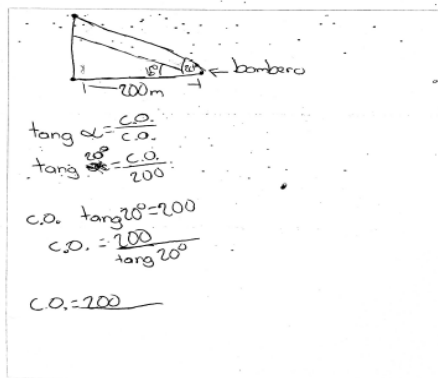


$$88.3634$$

Imagen 14. Alumno #7 de la modalidad 1, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 15 el alumno #20 realiza los despejes correctamente en ambos problemas, pero solo de un ángulo en cada problema, sin continuar con la obtención del otro para realizar la resta. Su dibujo matemático es idóneo en ambos.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?
- Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?
- Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

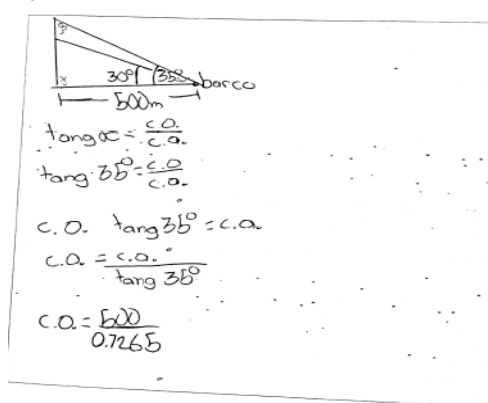
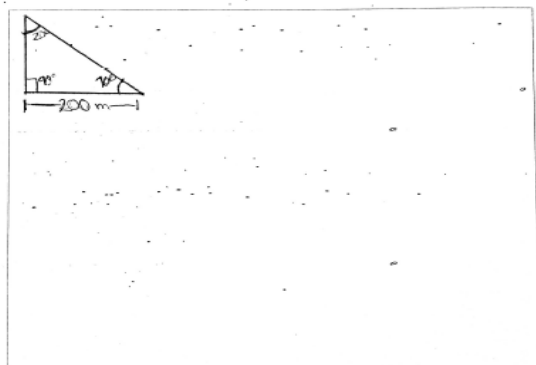


Imagen 15. Alumno #20 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.

En la imagen 16 se presentan las representaciones realizadas por el alumno #27 en el primer problema solo realiza su dibujo matemático con un ángulo, y en el segundo hace uso de las razones trigonométricas, teniendo error en el despeje para obtener el cateto opuesto.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?
- Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?
- Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

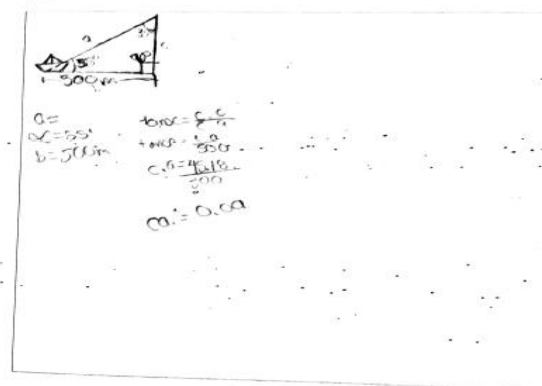
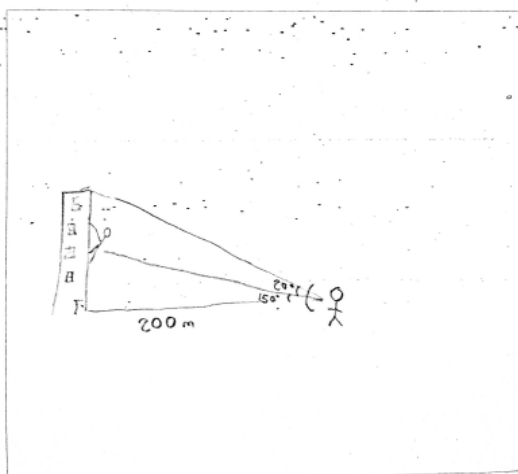


Imagen 16. Alumno #27 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.

En la imagen 17 se presenta dibujo situacional idóneo en ambos problemas. En el primero del limpiador no realiza ningún tipo de operaciones, pero en el segundo además de su dibujo situacional idóneo utiliza las razones trigonométricas, equivocándose en el orden de la razón colocándola inversa.

1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

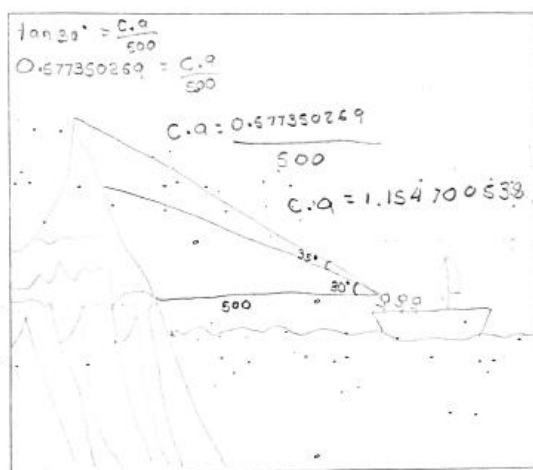


Imagen 17. Alumno #4 de la modalidad 1, uso de las razones trigonométricas.

5.4. Análisis de la Modalidad 2

Recordemos que esta modalidad está conformada por los siguientes problemas:

1. *alpinista versión 1*: Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?
2. *Limpiador versión 2*: Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Para este instrumento se mantuvo la versión original del problema junto con el problema de cambio de contexto y cambio de formulación, aplicado de igual manera a 100 estudiantes y utilizando las categorías E, F y G para el problema del alpinista versión 1; y las categorías H, I y J para el problema del limpiador versión 2.

5.2.1. Representación general e individual de instrumentos

Con base en las características de las categorías anteriores se obtuvieron los siguientes resultados, en una muestra de 100 alumnos:

Para realizar el análisis se hicieron dos clasificaciones principales, 1) los alumnos que representaron ambos problemas y 2) los que solo representaron uno. En la Tabla 16 se muestra el total de representaciones que realizaron en los 100 instrumentos.

Tabla 16. Representación general de los instrumentos de la Modalidad 2

Representación realizada	Problema de alpinista. V1	Problema de limpiador V2
Dibujo situacional	53	67
Dibujo matemático	17	16
Contrato didáctico	16	14
Dejaron en blanco	14	3
<i>Total instrumentos</i>	100	100

Versión 1 (V1)
Versión 2 (V2)

En la tabla 16 se muestra que 67 estudiantes optaron por realizar una representación con dibujo situacional con el problema del limpiador y solo 53 estudiantes con el problema del alpinista. Los alumnos que optaron por dibujo matemático lo representaban en ambos problemas; por otro lado, un promedio de 15 alumnos realizó contrato didáctico. Y de igual manera que en la modalidad anterior 14 alumnos dejaron en blanco el problema del alpinista, pero esta vez, 3 alumnos dejaron en blanco el problema del limpiador.

En la Tabla 17 se presenta la frecuencia de puntajes obtenidos por alumno en ambos problemas, presentando con cursiva la frecuencia en que es notable la idoneidad del problema del limpiador versus la del alpinista.

Tabla 17. Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 2

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 1	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 2	FRECUENCIA de alumnos
	1 puntos	1
	4 puntos	1
0 puntos	<i>6 puntos</i>	<i>4</i>
	<i>7 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>3</i>

	<i>11 puntos</i>	<i>1</i>
1 punto	5 puntos	1
2 puntos	2 puntos	1
	5 puntos	1
3 puntos	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
4 puntos	3 puntos	1
	4 puntos	2
	5 puntos	1
	<i>6 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
5 puntos	4 puntos	1
	<i>7 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>11 puntos</i>	<i>1</i>
6 puntos	3 puntos	2
	<i>7 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>1</i>
7 puntos	3 puntos	1
	<i>6 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>7 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>10 puntos</i>	<i>4</i>
8 puntos	<i>11 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>6 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>2</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>4</i>
9 puntos	<i>11 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>8 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>9 puntos</i>	<i>1</i>
	<i>10 puntos</i>	<i>2</i>
Total, frecuencia en dibujo situacional en ambos problemas		58

La tabla 17 presenta los puntajes obtenidos en las representaciones de dibujo situacional realizadas por cada uno de los estudiantes en ambos problemas. Obteniendo que 27 alumnos de 58 que realizaron dibujo situacional tienen un mejor puntaje con el problema del limpiador. A diferencia de 3 alumnos que tienen dibujo situacional idóneo en alpinista, pero en limpiador no. El resto de los estudiantes se acercan a los puntajes en ambos problemas.

En la tabla 18 se muestra la frecuencia del puntaje obtenido en el dibujo matemático de ambos problemas por alumno:

Tabla 18. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 2

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 1	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 2	FRECUENCIA DE ALUMNOS
1 puntos	1 puntos	1
	2 puntos	1
2 puntos	2 puntos	3
	4 puntos	2
3 puntos	3 puntos	2
4 puntos	4 puntos	5
PRESENCIA DE CONTRATO DIDÁCTICO EN AMBOS		11
Total de alumnos con dibujo situacional, matemático y contrato didáctico		83

El resto de los alumnos realizaron una serie de combinaciones; por ejemplo, en un problema realizaron dibujo situacional y en el otro dibujo matemático. En la tabla 19 se enlistan estos casos, así como su puntaje obtenido en la representación realizada:

Tabla 19. Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno

Representación realizada	Puntaje obtenido	Representación realizada	Puntaje obtenido	Frecuencia de alumnos con los mismos aspectos
ALPINISTA V1	A-V1	LIMPIADOR V2	L-V2	
Contrato didáctico	1	Dibujo situacional	8	1
Contrato didáctico	1	Dibujo situacional con contrato didáctico	5	1
Contrato didáctico	1	Dibujo situacional	4	1
contrato didáctico	1	Dibujo situacional	3	1
Dibujo matemático	4	Dibujo situacional con contrato didáctico	8	1
Dibujo matemático	2	Dibujo situacional con contrato didáctico	6	1
Dibujo situacional con contrato didáctico	6	Dibujo matemático con contrato didáctico	4	1
Dibujo situacional	9	Dibujo matemático	4	1
Dibujo situacional	8	contrato didáctico	1	1
Dibujo matemático	2	Dibujo situacional con contrato didáctico	2	1
Dibujo matemático	3	Contrato didáctico	1	1
Dibujo matemático	2	Contrato didáctico	1	1
Dibujo matemático con contrato didáctico	1	Dejo en blanco	0	2

Abreviaturas:

A-V1 Alpinista versión 1

L- V2 Limpiador versión 2

En la tabla 19 se observan las representaciones distintas que hicieron los estudiantes en ambos problemas, algunos tienen dibujo situacional idóneo en el problema del limpiador, pero en el problema del alpinista existe la presencia de contrato didáctico, otros realizaron dibujo matemático, pero con presencia de contrato didáctico al intentar resolver los problemas.

5.2.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos

La categoría “E” se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación, siendo 9 la representación idónea del dibujo situacional con base al contexto que se maneja en el problema del alpinista, y 1 donde únicamente representa algo mencionado en el texto.

La categoría “H”, se evalúa con un punto en cada aspecto contenido en la representación en el problema del limpiador con cambio de formulación, siendo 11 la representación idónea del dibujo situacional con base al contexto que se maneja y 1 donde únicamente representa algo mencionado en el texto.

En la tabla 20 se observa que el problema del alpinista versión 1 existe una cantidad mayor de representaciones de dibujo situacional, a pesar de tener una formulación sencilla. Y en el problema del limpiador versión 2 con cambio de formulación es menor el número de alumnos que realizan representación con dibujo situacional. En esta representación un gran número de alumnos llegan a la idoneidad del dibujo, pero solo 4 de 100 cumplen con todos los aspectos del dibujo situacional en limpiador.

Tabla 20. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema*

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (alpinista versión 1)	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (limpiador versión 1)
	11 pts.	-----
10 pts.	-----	6
9 pts.	5	11
8 pts.	9	12
7 pts.	9	6

6 pts.	7	9
5 pts.	7	4
4 pts.	7	7
3 pts.	1	5
2 pts.	2	2
1 pts.	1	1
Total de alumnos	48	67

Nota: La versión 1 del problema del alpinista solo tuvo como máximo 9 puntos de idoneidad, es por ello por lo que las celdas tienen guiones en la segunda columna.

A continuación, en la imagen 18 y 19 se presentan dos ejemplos de alumnos con dibujo situacional en ambos problemas con mejor desempeño con el problema de limpiador.

En la imagen 18 el alumno #12 obtuvo 4 puntos de 9 en el dibujo situacional con el problema del alpinista presentando contrato didáctico en este problema; pero con el problema de limpiador su dibujo situacional obtuvo 6 puntos de 11 y de igual manera con presencia de contrato didáctico.

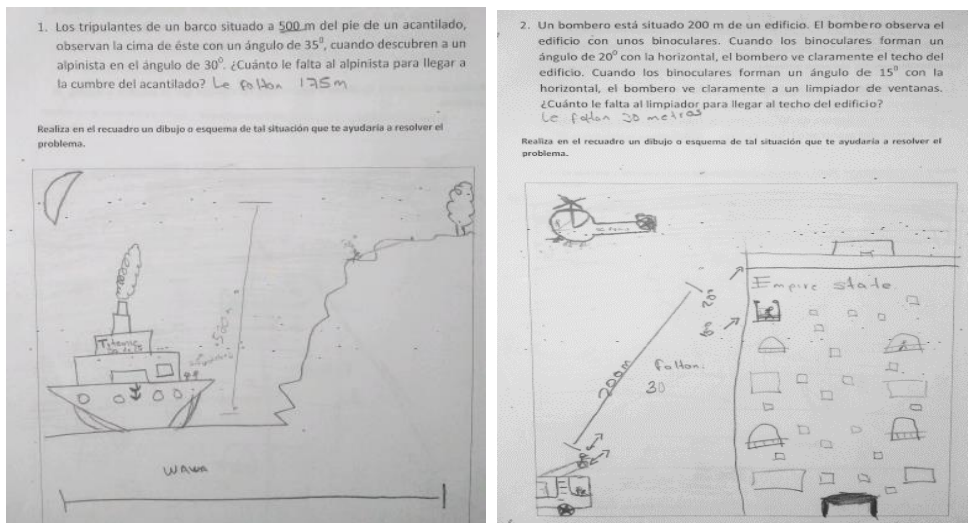


Imagen 18. Alumno #11 de la modalidad 2, dibujo situacional.

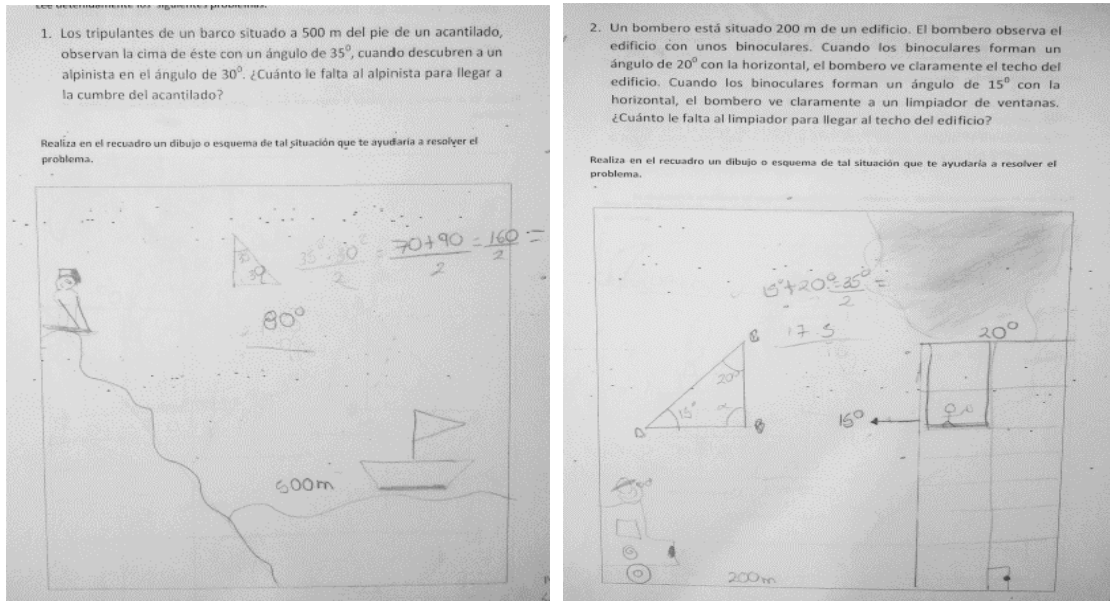


Imagen 19. Alumno #12 de la modalidad 2, dibujo situacional.

Y en la imagen 19 el alumno #11 presenta 3 puntos de 9 en su dibujo situacional de alpinista y 8 de 11 puntos en el de limpiador, no hay presencia de contrato didáctico.

5.2.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos

En la categoría F se evalúa con un punto cada aspecto contenido en la representación, siendo 4 la representación idónea del dibujo matemático en base a lo que se maneja en el problema y disminuyendo hasta 1.

En la categoría I se evalúa con un punto cada aspecto contenido en la representación, siendo 4 la representación idónea del dibujo matemático en base a lo que se maneja en el problema y disminuyendo hasta 1.

Tabla 21. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema*

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de alumnos que representaron con D.M. (alpinista, versión 1)	Frecuencia de Alumnos que representaron D.M. (limpiador, versión 2)
4 pts.	6	9
3 pts.	3	2
2 pts.	7	4
1 pt.	4	1
Total de alumnos	20	16

Nota: Tabla de frecuencia del puntaje obtenido en representaciones de dibujo matemático (no son puntajes individuales, son generales).

De acuerdo con la tabla 21 un promedio de 8 alumnos obtuvo 4 puntos, logrando la idoneidad del dibujo matemático en ambos problemas; sin embargo, fueron 10 alumnos los que obtuvieron 2 puntos en el problema del alpinista.

En la imagen 20 el problema del alpinista presenta un dibujo matemático en el cual obtuvo 3 puntos de 4, ya que no señala la distancia que correspondería al cateto adyacente de los ángulos dados, con presencia de contrato didáctico utilizando las cantidades que aparecen en

el texto para operaciones arbitrarias. En el problema del limpiador coloca la distancia de 200 m como la altura del edificio obteniendo de igual manera 3 puntos de 4.

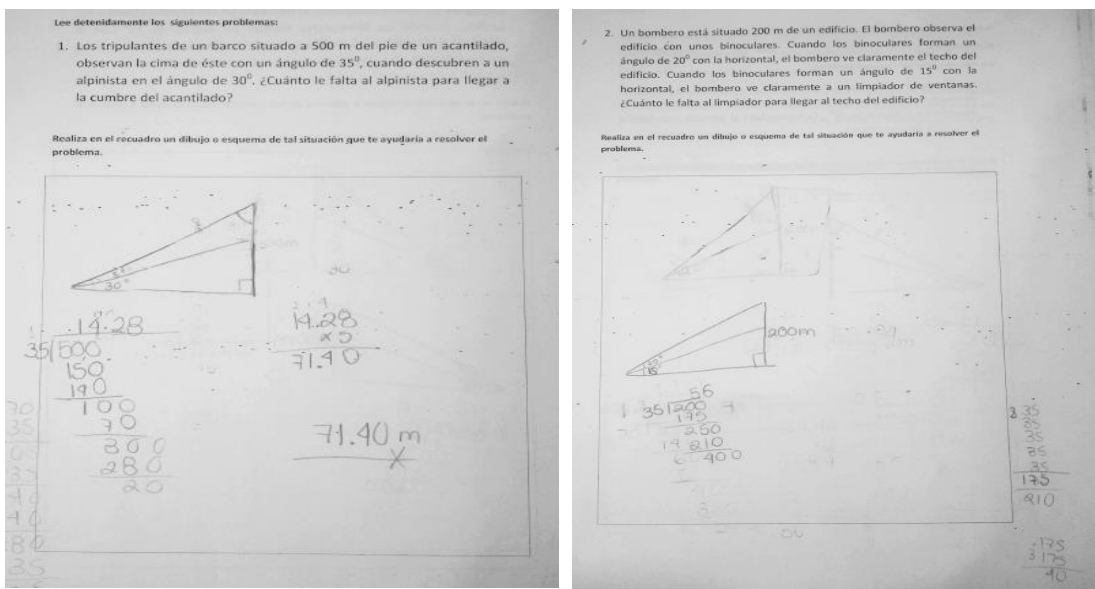


Imagen 20. El alumno #19 de la modalidad 2, dibujo matemático.

En la imagen 21 el alumno utiliza dibujo matemático en el problema del alpinista obteniendo 2 puntos de 4, con presencia de contrato didáctico escribiendo y utilizando las cantidades que aparecen en el texto. En el problema del limpiador, a pesar de que dibuja un edificio, se tomó como dibujo matemático ya que presenta más características de éste que del situacional, obteniendo 3 puntos de 4 debido a que no marcó el segundo ángulo de 15°.

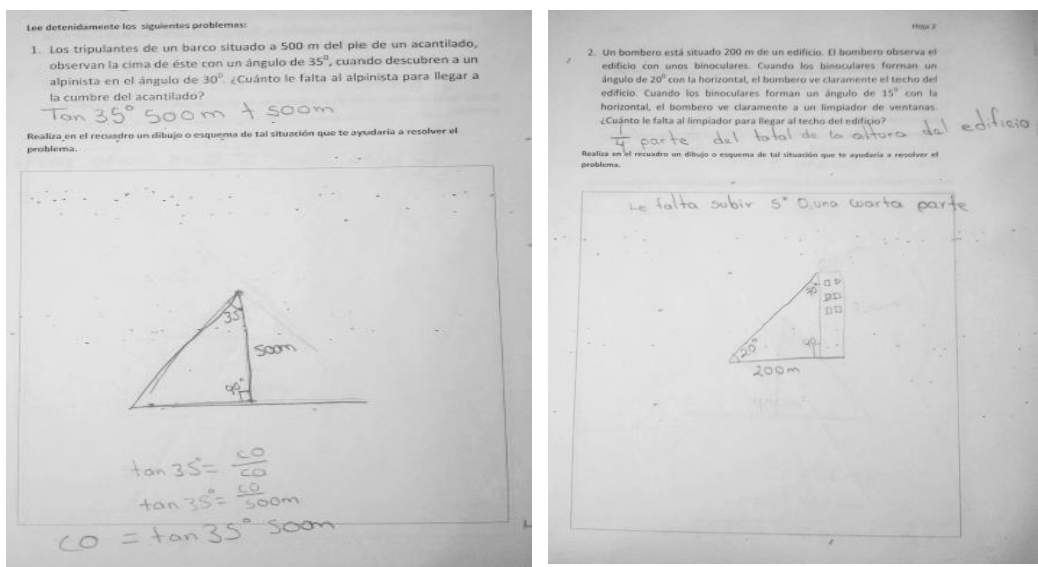


Imagen 21. Alumno #30 de la modalidad 2, dibujo matemático.

5.2.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos

Algunos alumnos realizaron su dibujo situacional o dibujo matemático con presencia de contrato didáctico, en la Tabla 22 se muestra esta frecuencia:

Tabla 22. Representaciones realizadas más presencia de contrato didáctico

Problema	Dibujo situacional más contrato didáctico	Dibujo matemático más contrato didáctico
Alpinista versión 1	7	10
Limpiador versión 2	19	5

En el caso del problema del alpinista son 7 alumnos que presentaron dibujo situacional más contrato didáctico, pero este dibujo que presentan tiene un mínimo de los aspectos considerados para un dibujo situacional idóneo; sin embargo, ocurre lo contrario para el problema del limpiador, el dibujo situacional de la mayoría de estos alumnos está aproximado al máximo puntaje para la representación idónea del dibujo situacional.

A continuación, en la tabla 23 se presenta la frecuencia de las formas que se presenta únicamente el contrato didáctico sin representación, también se consideran los alumnos que tienen dibujo situacional o matemático más contrato didáctico.

Tabla 23. Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas

Presencia de contrato didáctico	Alpinista Versión 1	Limpiador Versión 2
1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	9	8
2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	25	16

En la primera forma de presencia de contrato didáctico, se encontró que 8 alumnos presentaron esta forma en los dos problemas, escribiendo los datos numéricos del enunciando

aleatoriamente, colocando los ángulos y su medida sin un orden o en un lugar específico. Uno de estos alumnos solo presentó esta forma de contrato didáctico y dejó en blanco el problema del limpiador.

En la segunda forma de presencia de contrato didáctico se encontraron 25 alumnos que desarrollaron el uso de operaciones aritméticas con el problema del alpinista; con el problema del limpiador fueron 16 alumnos que realizaron operaciones aritméticas aleatoriamente en distintas combinaciones como son sumas y multiplicaciones o formando regla de tres. La mayoría de estos estudiantes realizaron operaciones en ambos problemas, pero la minoría que son 9, realizaron operaciones únicamente con el problema del alpinista y con el del limpiador realizaron dibujo situacional o matemático con un puntaje entre 8-6 y 4-3 respectivamente.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de elementos del texto arbitrariamente, en la imagen 22 y 23 los alumnos representan los ángulos mencionados en el texto presentando la primera forma de contrato didáctico.

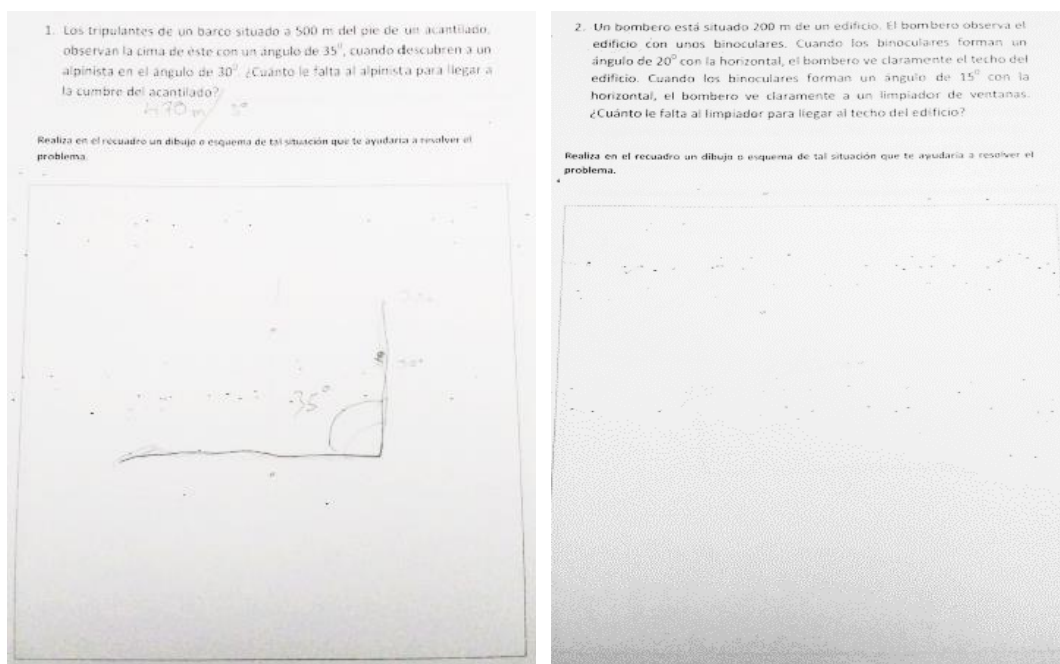


Imagen 22. Alumno #10 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 23. Alumno #17 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.

Los siguientes ejemplos de las imágenes 24 y 25 presentan la segunda forma de contrato didáctico, uso de cantidades del texto arbitrariamente:

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado? *Si el ángulo es de 35° o distancia de 500m solo le hace falta el 5°*

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio? *Pues se el bombero está a 200m si se acerca con los binoculares aumentarían los grados entonces sería 10° los que le hacen falta para llegar al techo.*

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 24. Alumno #24 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

$$500 \text{ m}$$

$$\frac{500}{35^\circ} = 14.28$$

$$\begin{array}{r} \times 30^\circ \\ 14.28 \\ \hline 428.4 \end{array}$$

$$R = 428 \text{ m}$$

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

$$\frac{200 \text{ m}}{20^\circ} = 10$$

$$R = 150 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 15 \\ \hline 150 \text{ m} \end{array}$$

Imagen 25. Alumno #45 de la modalidad 2, presencia de contrato didáctico.

5.2.5. Utilización de razones trigonométricas y ejemplos

Cuatro alumnos utilizan las razones trigonométricas para la resolución del problema, pero solo uno de ellos lo resuelve correctamente. En la imagen 26 el alumno hace uso de las razones trigonométricas, a pesar de que no presenta la función utilizada tiene correctos ambos resultados, en su dibujo situacional de alpinista obtuvo 9 puntos de 9, pero en el problema del limpiador realiza dibujo matemático con 4 puntos de 4.

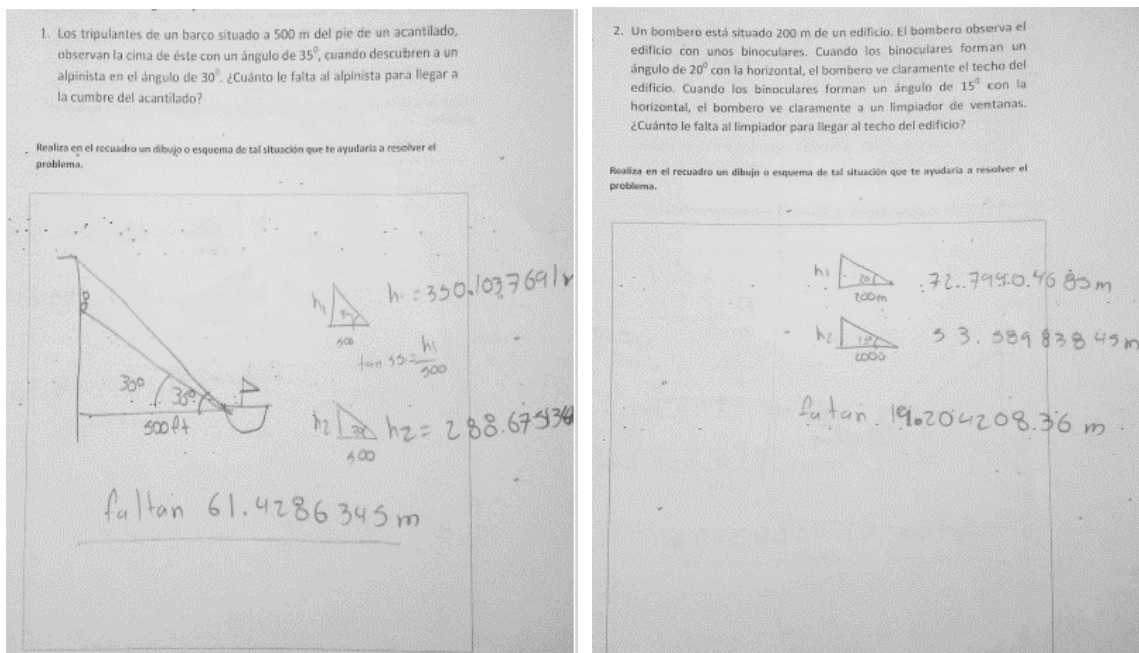


Imagen 26. Alumno #38 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 27 el alumno #16 escribe las razones trigonométricas, pero no logra llegar al resultado y realiza operaciones utilizando las cantidades del problema, obtuvo 4 puntos de 4 en ambos problemas con su dibujo matemático.

En la imagen 28 se presenta el alumno #60 intenta utilizar las razones trigonométricas, pero únicamente logra escribirlas, obtuvo 9 puntos de 9 en problema de alpinista; y 9 puntos de 11 en el problema del limpiador.

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

$\text{Sen } 35^\circ = \frac{CO}{500}$ $\text{Sen } 30^\circ = \frac{CO}{500}$ $\frac{90^\circ}{125}$
 $\text{Cos } 35^\circ = \frac{CA}{500}$ $\text{Cos } 30^\circ = \frac{CA}{500}$ $\frac{125^\circ}{125}$
 $\text{Tan } 35^\circ = \frac{CO}{CA}$ $\text{Tan } 30^\circ = \frac{CO}{CA}$ $\frac{180^\circ}{0.55}$

$\text{Tan } 35^\circ = \frac{CO}{500}$ $\text{Tan } 30^\circ = \frac{CO}{500}$ $CO_1 - CO_2 = X$
 $\text{Tan } (35^\circ) 500 = CO_1$ $\text{Tan } (30^\circ) 500 = CO_2$

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

$\text{Sen } 20^\circ = \frac{CO}{H}$ $\text{Sen } 15^\circ = \frac{CO}{H}$
 $\text{Cos } 20^\circ = \frac{CA}{H}$ $\text{Cos } 15^\circ = \frac{CA}{H}$
 $\text{Tan } 20^\circ = \frac{CO}{CA}$ $\text{Tan } 15^\circ = \frac{CO}{CA}$

$\text{Tan } 20^\circ = \frac{CO}{200}$ $\text{Tan } 15^\circ = \frac{CO}{200}$
 $\text{Tan } (20^\circ) 200 = CO_1$ $\text{Tan } (15^\circ) 200 = CO_2$

$CO_1 - CO_2 = X$

Imagen 28. Alumno #16 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Seno $\frac{CO}{HIP}$
 Coseno $\frac{CA}{HIP}$
 Tangente $\frac{CO}{CA}$

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Seno $\frac{CO}{HIP}$
 Coseno $\frac{CA}{HIP}$
 Tangente $\frac{CO}{CA}$

$20 + 44 \times 200 =$
 $15 \tan \times 200 =$

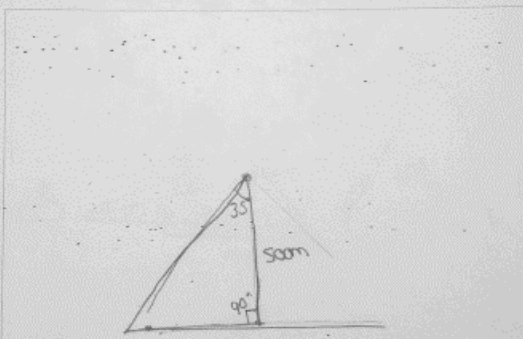
Imagen 27. Alumno #60 de la modalidad 2, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 29 el alumno #30 solo menciona la razón trigonométrica pero no logra hacer el despeje para poder resolver, obtiene 2 puntos de 4 en su dibujo matemático del alpinista, y 4 puntos de 11 en dibujo situacional del limpiador.

1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° , ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?

$\tan 35^\circ 500m + 500m$

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



$\tan 35^\circ = \frac{CO}{CO}$
 $\tan 35^\circ = \frac{CO}{500m}$
 $CO = \tan 35^\circ \cdot 500m$

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

$\frac{1}{4}$ parte del total de la altura del edificio

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Le falta subir 5° O una cuarta parte

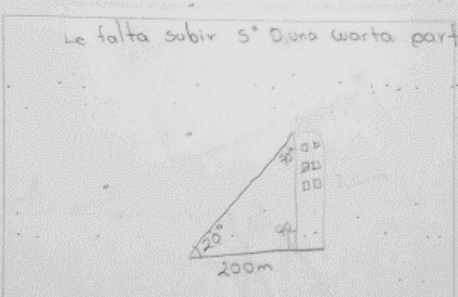


Imagen 29. Alumno #30 de la modalidad 2, uso de las razones trigonométricas.

5.6. Análisis de la modalidad 3

La modalidad tres está formada por los siguientes problemas:

1. **Alpinista versión 2:** Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?
2. **Limpiador versión 1:** Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Para este instrumento se utilizó el problema de contexto original con cambio de formulación (Alpinista versión 2) y el problema de nuevo contexto con formulación original sencilla (limpiador versión 1), aplicado de igual manera a 100 estudiantes y cuantificando su dibujo situacional y matemático con las categorías B, C y D para el problema del limpiador; y las categorías K, L y M para el problema del alpinista.

5.3.1. Representación general e individual de instrumentos

En la Tabla 24 se muestra el total de representaciones que se realizaron los alumnos en los 100 instrumentos.

Tabla 24. *Representación general de los instrumentos*

Representación realizada	Problema de alpinista	Problema de limpiador
Dibujo situacional	79	74
Dibujo matemático	6	7
Contrato didáctico	11	10
Dejaron en blanco	4	9
<i>Total instrumentos</i>	100	100

De acuerdo con la tabla 24, en esta modalidad existe un número elevado de representaciones con dibujo situacional en el problema del alpinista con una mínima diferencia de 3 alumnos con el problema del limpiador. Para el resto de las representaciones fueron entre 8 y 9 alumnos los que realizaron dibujo matemático en problema de alpinista y en problema de limpiador, respectivamente.; 9 alumnos que presentan la presencia de contrato didáctico; y 5 alumnos dejaron en blanco los problemas.

En la tabla 25 se muestra los resultados del Dibujo Situacional con mayor puntaje de idoneidad con respecto al otro.

Tabla 25. *Comparación de idoneidad en la representación del dibujo situacional respecto a cada problema por alumno*

Dibujo Situacional idóneo	Dibujo situacional de menor puntaje respecto al otro	Frecuencia
Alpinista Versión 2	Limpiador Versión 1	34
Limpiador Versión 1	Alpinista Versión 2	17

Se puede observar que en esta modalidad 3, el dibujo situacional del alpinista versión 2 (se conserva contexto, pero se cambia la formulación) existe un mejor desempeño de 34 alumnos que cumplen con los puntajes de 11 a 6 puntos de idoneidad a diferencia del problema de limpiador (cambio de contexto, formulación sencilla) en donde tienen puntajes bajos, estos resultados son en base al mismo alumno. Y solo 17 alumnos logran representar de mejor manera el problema del limpiador. En la tabla 26 se muestra la frecuencia y puntaje de grado de idoneidad de los alumnos con dibujo situacional satisfactorio en el problema de alpinista con 11 puntos en adelante y en dibujo situacional de limpiador no idóneo con puntajes menores.

Tabla 26. Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 3

Puntaje del dibujo situacional en problema de ALPINISTA V2	Puntaje del dibujo situacional en problema de LIMPIADOR V1	FRECUENCIA
11 puntos	0 puntos	2
	4 puntos	1
	5 puntos	1
	6 puntos	1
	9 puntos	1
10 puntos	3 puntos	1
	4 puntos	1
	5 puntos	2
	7 puntos	3
	8 puntos	2
	9 puntos	6
9 puntos	0 puntos	1
	2 puntos	2
	4 puntos	1
	5 puntos	2
	6 puntos	1
	7 puntos	4
	8 puntos	3
	9 puntos	5
8 puntos	0 puntos	1
	4 puntos	1
	7 puntos	1
	8 puntos	2
	9 puntos	2
7 puntos	0 puntos	2
	6 puntos	1
	7 puntos	1
6 puntos	3 puntos	1

	4 puntos	1
5 puntos	6 puntos	1
	9 puntos	1
4 puntos	5 puntos	4
	6 puntos	1
	9 puntos	1
3 puntos	0 puntos	1
	2 puntos	1
	3 puntos	4
	4 puntos	2
	6 puntos	1
	8 puntos	1
	9 puntos	1
2 puntos	0 puntos	2
	9 puntos	1
1 puntos	3 puntos	1
0 puntos	2 puntos	1
	4 puntos	1
	5 puntos	1
Total alumnos que representaron con dibujo situacional ambos problemas		79

De acuerdo con la tabla 26, se puede apreciar que 34 alumnos de 100 tienen un dibujo situacional idóneo en problema del alpinista, y que solo 17 de alumnos de 100 tienen dibujo situacional idóneo en el problema del limpiador; el resto de los alumnos realizaron dibujo matemático o contrato didáctico, que se desglosara más adelante.

En la tabla 27 se muestra la frecuencia de puntaje en dibujo matemático en ambos problemas por alumno:

Tabla 27. Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 3

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 2	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 1	FRECUENCIA DE ALUMNOS
2 puntos	2 puntos	1
4 puntos	4 puntos	4
PRESENCIA DE CONTRATO DIDÁCTICO EN AMBOS		5
Total de alumnos con dibujo situacional, matemático y contrato didáctico		89

El resto de los alumnos realizaron una serie de combinaciones; por ejemplo, en un problema realizar dibujo situacional y en el otro dibujo matemático, a continuación, se enlistan estos casos, así como su puntaje obtenido en la representación realizada en la tabla 28.

Tabla 28. Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno

Representación realizada ALPINISTA V2	Puntaje obtenido A-V2	Representación realizada LIMPIADOR V1	Puntaje obtenido L-V1	Frecuencia de alumnos con los mismos aspectos
Dibujo situacional con contrato didáctico	7	Dibujo matemático con contrato didáctico	3	1
Dibujo situacional	9	Contrato didáctico	2	1
Dibujo situacional con contrato didáctico	2	Dibujo matemático con contrato didáctico	1	1
Dibujo situacional	1	Dibujo matemático	4	1
Dibujo matemático	3	Dibujo situacional	7	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	8	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional con Contrato didáctico	3	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	3	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	4	1

Contrato didáctico	2	Dibujo situacional con Contrato didáctico	2	1
Dejo en blanco	0	Contrato didáctico	2	1

Abreviaturas:

A-V2 Alpinista versión 2

L-V1 Limpiador versión 1

5.3.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos

En la tabla 29 se presentan los puntajes de Dibujo situacional en ambos problemas de manera global.

Tabla 29. Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo Situacional (alpinista versión 2)	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo Situacional (Limpiador versión 1)
11 pts.	6	-----
10 pts.	15	-----
9 pts.	20	18
8 pts.	7	9
7 pts.	5	10
6 pts.	2	6
5 pts.	2	10
4 pts.	6	9
3 pts.	11	8
2 pts.	3	4
1 pts.	2	0

Nota: La versión 1 del problema del limpiador solo tiene 9 puntos de idoneidad, es por ello por lo que las celdas tienen guiones en la columna correspondiente.

De los alumnos que realizaron dibujo situacional para alpinista, 20 de ellos tienen una idoneidad de 9 puntos, 15 alumnos de 10 puntos y 6 alumnos de 11 puntos, teniendo un total de 41 alumnos que realizan un dibujo situacional satisfactorio con el problema del alpinista. A diferencia de problema del limpiador solo 27 alumnos logran realizar el problema del limpiador de manera satisfactoria.

Ejemplos de dibujo situacional idóneo para ambos problemas:

En la imagen 30, el alumno #23 en ambos problemas presenta dibujo situacional idóneo, en alpinista obtuvo 9 puntos y en problema de limpiador obtuvo 8 puntos, se observa que en el problema de alpinista representa las líneas de vista correctamente desde los ojos y no desde los pies como en el problema del limpiador.

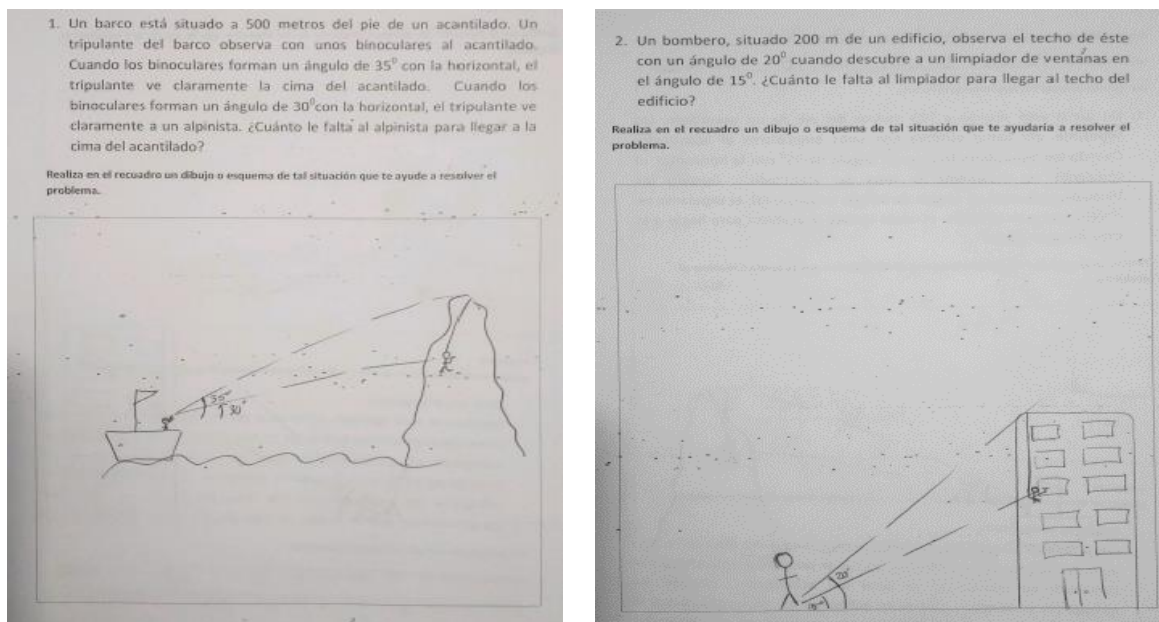


Imagen 30. Alumno #23 de la modalidad 3, dibujo situacional.

La imagen 31 presenta las representaciones del alumno #51, en problema de alpinista obtiene 10 puntos debido a que no tiene verticalidad su acantilado, las líneas de vista son correctas al igual que los ángulos; sin embargo, en el problema del limpiador obtiene los 9 puntos de dibujo situacional, pero cometiendo el mismo error que el alumno anterior, las líneas de vista las marca desde el suelo y no de los ojos.

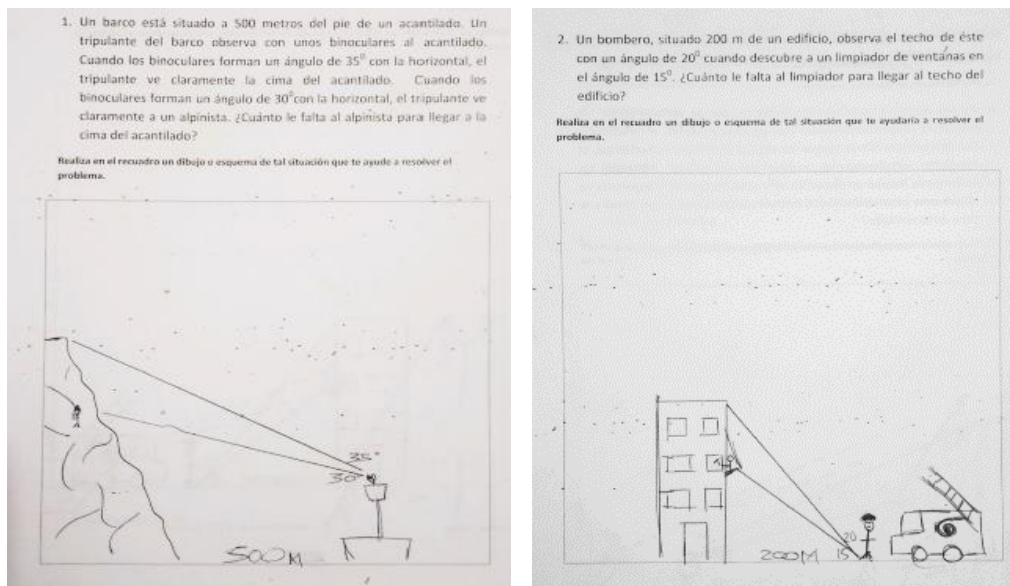


Imagen 31. Alumno #51 de la modalidad 3, dibujo situacional.

Algunos ejemplos de dibujo situacional idóneo para problema de alpinista se presentan en la imagen 32 en donde el alumno #14 se presenta dibujo situacional idóneo con 11 puntos en el problema del alpinista, pero en el de limpiador solo obtiene 1 punto por representar al bombero.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Imagen 32. Alumno #14 de la modalidad 3, dibujo situacional.

Y en la imagen 33 se presenta la representación del alumno #38 (modalidad 3) presta 8 puntos de 11 en dibujo situacional de alpinista junto con funciones trigonométricas erróneas y en problema de limpiador presenta 2 puntos de 9

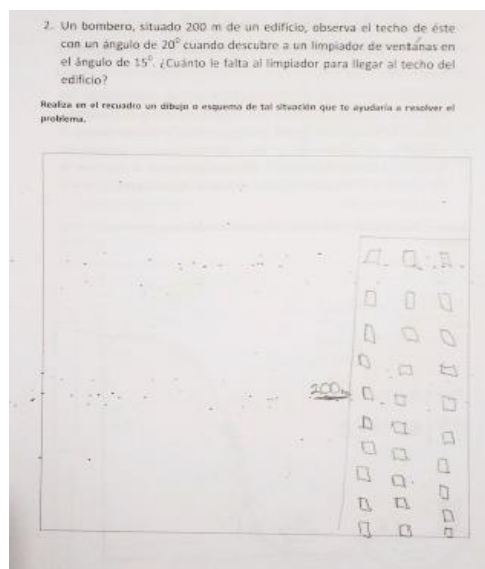
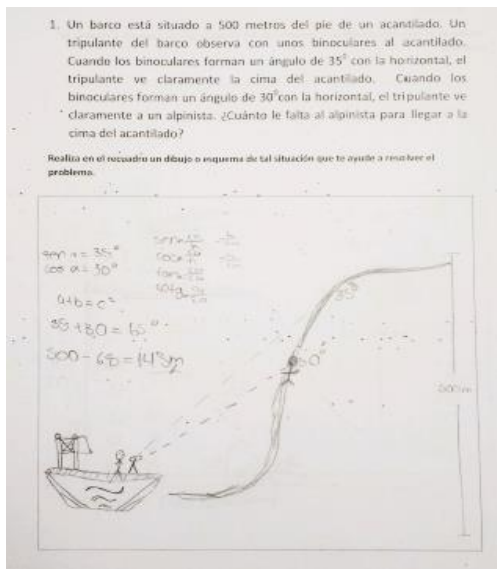


Imagen 33. Alumno #38 de la modalidad 3, dibujo situacional.

En la imagen 34 el alumno #53 obtuvo 11 puntos de 11 en problema de alpinista y 5 puntos de 9 en problema de limpiador.

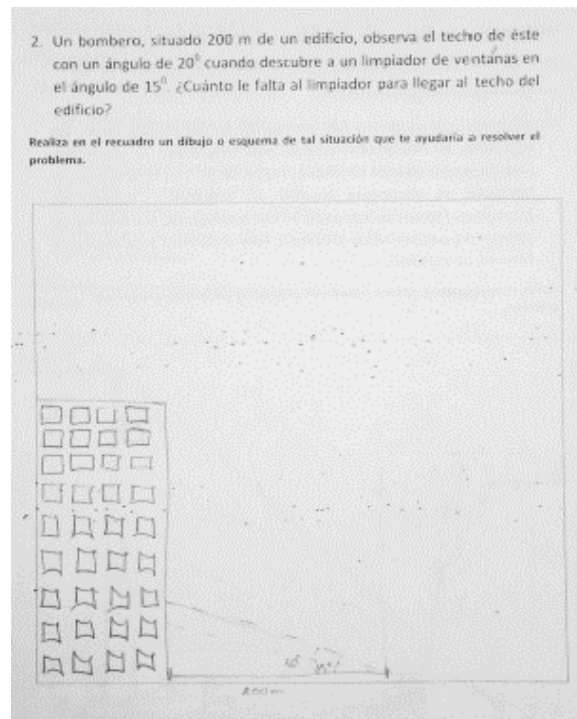
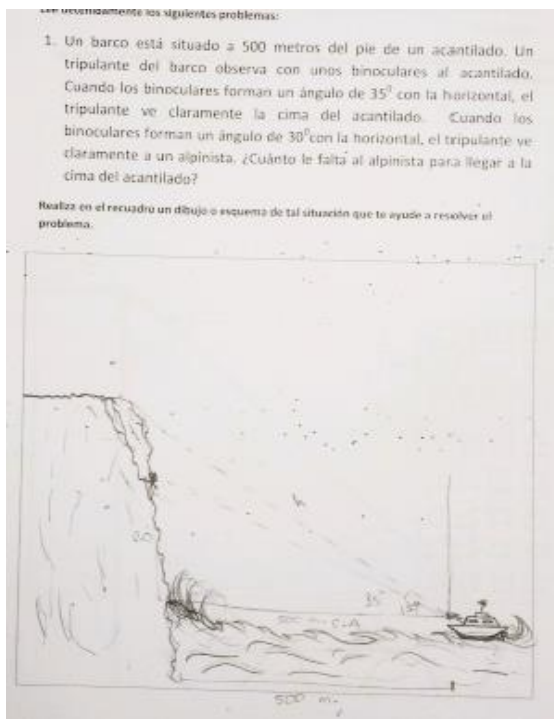


Imagen 34. Alumno #53 de la modalidad 3, dibujo situacional.

Un ejemplo de dibujo situacional idóneo para problema de limpiadores el que se presenta en la imagen 35, en la cual el alumno #45 (modalidad 3) se presenta mejor dibujo situacional con el problema del limpiador obteniendo 9 puntos de 9; y el dibujo situacional del alpinista obtiene 2 puntos de 11.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Imagen 35. Alumno #45 de la modalidad 3, dibujo situacional.

5.3.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos

En la tabla 30 se muestra la frecuencia de los alumnos que realizaron dibujo matemático en su representación de cada problema, así como los puntajes que obtuvieron por dicha representación.

Tabla 30. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema*

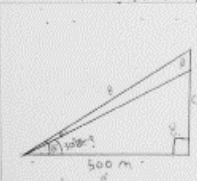
Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo matemático (alpinista versión 2)	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo matemático (Limpiador versión 1)
4 pts.	4	5
3 pts.	1	1
2 pts.	1	1
1 pt.	0	0

Un porcentaje mínimo de los estudiantes realizaron dibujo matemático para la representación de cada problema, encontrando que el 5% de la población estudiada en el instrumento 3, obtiene los 4 puntos de idoneidad en el dibujo matemático, colocando un triángulo rectángulo dentro de otro para representar las líneas de vista y sus ángulos, así como la distancia de lo que representa el cateto adyacente a los ángulos.

La imagen 36 es un ejemplo de dibujo matemático para problema de alpinista y limpiador, en donde el alumno obtiene los 4 puntos en ambos problemas, intenta resolverlos, pero se queda en la escritura de una razón trigonométrica, realiza dos triángulos para representar cada una de las vistas tanto en alpinista como en limpiador, únicamente le faltó escribir la distancia de 500 y 200 metros.

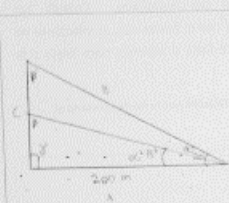
1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



DATOS	Fórmula	Operación	Resultado
$\alpha = 35^\circ$	$\text{TAN} \alpha = \frac{AC}{AB}$		
$\alpha = 30^\circ$	$\text{TAN} \alpha = \frac{AC'}{AB}$		
$\beta = 35^\circ$			
$\beta = 30^\circ$	$x = C - C'$		
$\alpha = 35^\circ$			
$\alpha = 30^\circ$			
$A = 500$			
$A = 500$			
$B =$			
$B =$			
$C =$			
$C =$			


DATOS	Fórmula	Operación	Resultado
$\alpha = 20^\circ$	$\text{TAN} \alpha = \frac{AC}{AB}$		
$\alpha = 15^\circ$	$\text{TAN} \alpha = \frac{AC'}{AB}$		
$\beta = 20^\circ$			
$\beta = 15^\circ$	$x = C - C'$		
$\alpha = 20^\circ$			
$\alpha = 15^\circ$			
$A = 200$			
$A = 200$			
$B =$			
$B =$			
$C =$			
$C =$			

Imagen 36. Alumno #27 de la modalidad 3, dibujo matemático.

En la imagen 37 el alumno realiza dos triángulos para representar cada una de las vistas tanto en alpinista como en limpiador, únicamente le faltó escribir la distancia de 500 y 200 metros.

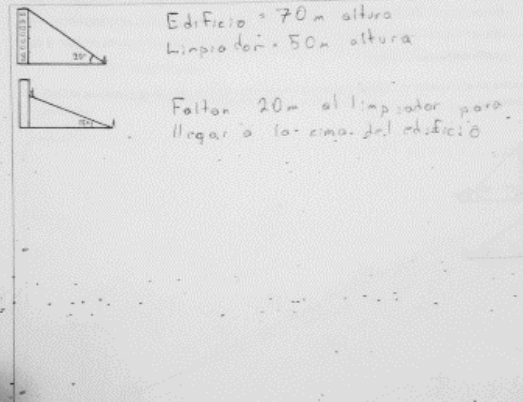
1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



Edificio = 70 m altura
Limpiador = 50 m altura

Faltan 20 m al limpiador para llegar a la cima del edificio.

Imagen 37. Alumno #28 de la modalidad 3, dibujo matemático.

5.3.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos

Se encontró un promedio de 21 alumnos que realizaron una de las dos formas de contrato didáctico. Nuevamente, la primera forma de contrato didáctico consiste cuando los alumnos escriben o representan todos los elementos del enunciado arbitrariamente, dibujando los ángulos en cualquier parte de la hoja o simplemente colocando los datos numéricos aleatoriamente por toda la hoja. Y en la segunda forma de contrato didáctico, los alumnos utilizan las cantidades del enunciado para hacer sumas, restas, multiplicación o división en distintas combinaciones. En la tabla 31 se desglosa la frecuencia que corresponde al total de alumnos que presentan cualquiera de las dos formas del contrato didáctico, incluye a los que presentan ambos aspectos o solo uno de ellos y los que tienen dibujo situacional o matemático con contrato didáctico.

Tabla 31. *Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas*

Presencia de contrato didáctico	Alpinista Versión 2	Limpiador Versión 1
1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	21	24
2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	19	21

Estos son algunos ejemplos de contrato didáctico en los cuales no hay representación. La imagen 38 presenta en ambos problemas la segunda forma de contrato didáctico.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Imagen 38. Alumno #2 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.

En la imagen 39, el alumno #42 (modalidad 3) en ambos problemas hay presencia de la segunda forma de contrato didáctico, ya que hace uso de todos los datos numéricos.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Imagen 39. Alumno #42 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.

Ahora se presentan algunos ejemplos de contrato didáctico y dibujo situacional:

En la imagen 40, el alumno #16 realiza contrato didáctico con problema de alpinista, pero en el problema de limpiador obtiene 8 puntos.

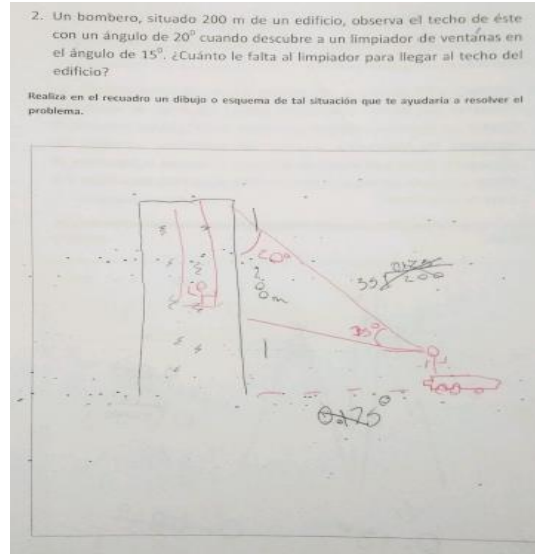
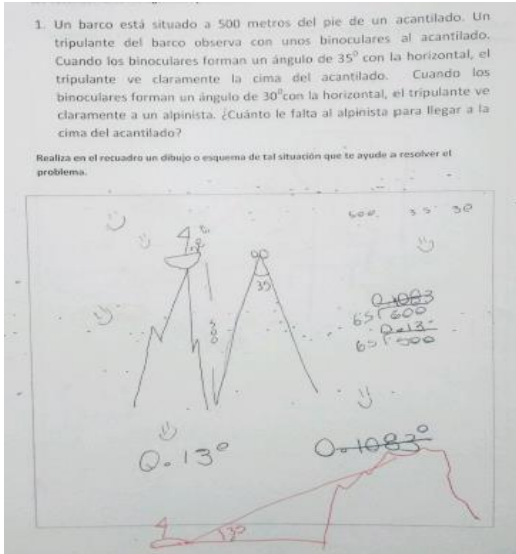


Imagen 40. Alumno #16 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.

Y en la imagen 41, el alumno #91 presenta dibujo situacional de 9 puntos en problema de alpinista, pero con el problema de limpiador presenta contrato didáctico utilizando las cantidades que aparecen en el texto como operaciones matemáticas.

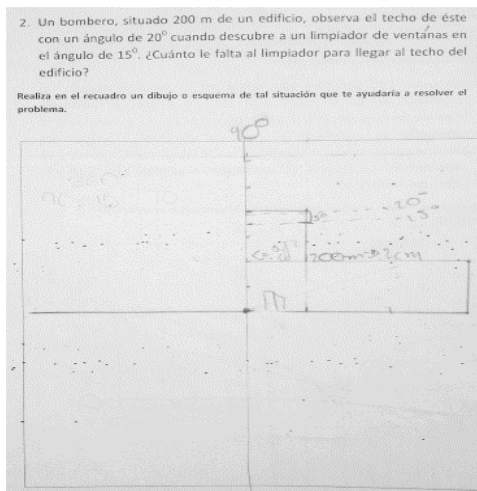
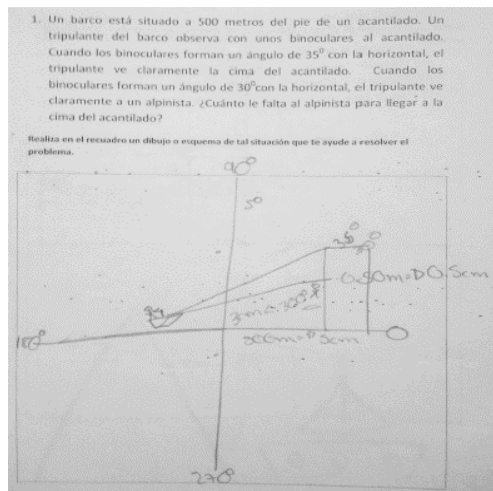


Imagen 41. Alumno #91 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

R= le falta 5° para llegar a la cima.

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

R= le falta 5° grados al limpiador.

Imagen 42. Alumno #5 de la modalidad 3, presencia de contrato didáctico.

5.3.5. Utilización de razones trigonométricas y ejemplos

En esta modalidad (3), solo tres alumnos hacen uso de las razones trigonométricas, uno de ellos las utiliza en ambos problemas, pero sin tener éxito para resolverlos, y los otros dos alumnos colocan las razones trigonométricas en el problema del alpinista, de igual manera sin tener éxito para resolver el problema; por ejemplo, en la imagen 43, este alumno representa los ángulos y medidas con símbolos para identificarlos en los “datos” del problema, en la fórmula únicamente coloca la razón tangente pero no termina de sustituir y resolver el problema. Obtuvo 4 puntos de 4 en dibujo matemático de ambos problemas.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

DATOS	FORMULA	ORDENAR	RESULTADO
$\alpha' = 35^\circ$	$TAN \alpha' = \frac{AC}{500}$		
$\alpha'' = 30^\circ$	$TAN \alpha'' = \frac{AB}{500}$		
$B' = 50$			
$B'' = 60$			
$B' = 40$			
$B'' = 40$			
$A' = 500$			
$A'' = 500$			
$B' = 50$			
$B'' = 60$			
$B' = 40$			
$B'' = 40$			

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

DATOS	FORMULA	OPERACION	RESULTADO
$\alpha' = 20^\circ$	$TAN \alpha' = \frac{AC}{200}$		
$\alpha'' = 15^\circ$	$TAN \alpha'' = \frac{AB}{200}$		
$B' = 70m$			
$B'' = 75$			
$B' = 40$			
$B'' = 40$			
$A = 200$			
$A = 200$			
$B =$			
$B =$			
$C =$			
$C =$			

Imagen 43. Alumno #27 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.

Las representaciones del alumno de la imagen 44 escribe las tres razones trigonométricas relacionándolas con los ángulos que se mencionan en el texto, no identifica la que debe utilizar y también escribe el teorema de Pitágoras. Obtuvo 9 puntos de 11 en su dibujo situacional con el problema del alpinista y solo 2 puntos de 9 en el problema del limpiador.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

$\sin \alpha = 35^\circ$
 $\cos \alpha = 30^\circ$
 $a^2 + b^2 = c^2$
 $35 + 30 = 65$
 $500 - 65 = 435m$

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

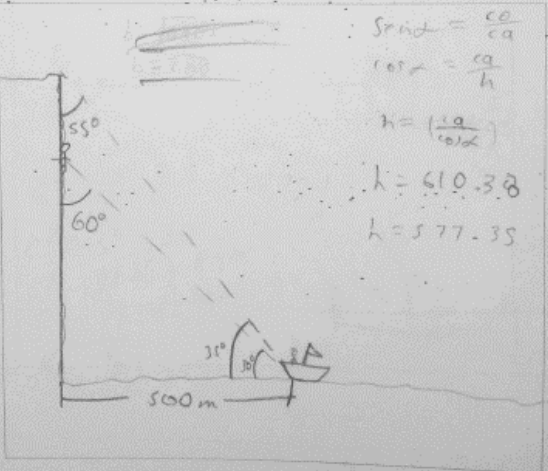
Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Imagen 44. Alumno #38 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 45 el alumno utiliza la razón seno y coseno intentando obtener la hipotenusa, pero no la altura, en su dibujo situacional del problema de alpinista obtiene 9 puntos de 11; y con el problema de limpiador ya no se presentan razones trigonométricas, obtiene 9 puntos de 9.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



$$\text{Sen } \alpha = \frac{ca}{ca}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{ca}{h}$$

$$h = \left(\frac{ca}{\text{cos } \alpha} \right)$$

$$h = 610.38$$

$$h = 577.35$$

2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

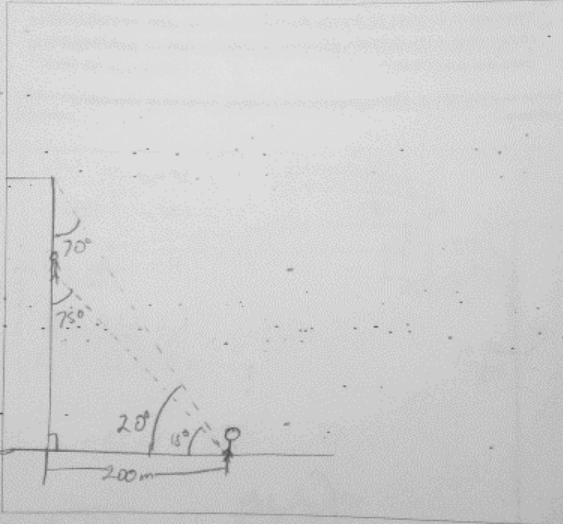


Imagen 45. Alumno #39 de la modalidad 3, uso de razones trigonométricas.

5.7. Análisis de la Modalidad 4

La modalidad cuatro está formada por los siguientes problemas:

1. **Alpinista versión 2:** Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?
2. **Limpiador versión 2:** Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Para este instrumento se utilizó el cambio de formulación de ambos problemas, aplicado de igual manera a 100 estudiantes y cuantificando su dibujo situacional y dibujo matemático con las categorías H, I y J para el problema del limpiador; y las categorías K, L y M para el problema del alpinista.

5.4.1. Representación general e individual de instrumentos

En este instrumento 65 alumnos realizaron dibujo situacional con el problema del alpinista, obteniendo distintos puntajes de idoneidad; y 70 alumnos realizaron dibujo situacional con el problema del limpiador con distintos puntajes de idoneidad. De los estudiantes realizaron dibujo matemático, fueron 16 con el problema del alpinista y 11 con el problema del limpiador. Por otro lado, los alumnos que se detectaron con el fenómeno de contrato didáctico, 18 lo hicieron con el problema del alpinista y 12 con el problema del limpiador. Y solo un alumno dejó en blanco el problema del alpinista y 7 con el problema del limpiador. En la tabla 32 se muestra el desglose del total de representaciones que se realizaron en los 100 instrumentos.

Tabla 32. *Representación general de los instrumentos de la Modalidad 4*

Representación realizada	Problema de alpinista Versión 2	Problema de limpiador Versión 2
Dibujo situacional	67	70
Dibujo matemático	15	13
Contrato didáctico	17	10
Dejaron en blanco	1	7
<i>Total instrumentos</i>	100	100

La tabla 33 presenta la frecuencia del puntaje en dibujo situacional en ambos problemas de manera individual por cada alumno que obtuvo los mismos puntajes:

Tabla 33. *Puntajes obtenidos por alumno en el DIBUJO SITUACIONAL MODALIDAD 4*

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 2	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 2	FRECUENCIA de alumnos
0 puntos	11 puntos	1
	2 puntos	1
	4 puntos	1
	6 puntos	1
	8 puntos	1
1 punto	4 puntos	1
	5 puntos	1
2 puntos	0 puntos	1
	3 puntos	2
	4 puntos	1
	5 puntos	1
3 puntos	9 puntos	1
	0 puntos	1
	2 puntos	1
	3 puntos	1
4 puntos	4 puntos	2

	5 puntos	1
	0 puntos	1
5 puntos	5 puntos	1
	6 puntos	1
	8 puntos	2
	10 puntos	1
6 puntos	4 puntos	1
	6 puntos	1
	8 puntos	1
	10 puntos	1
7 puntos	4 puntos	1
	5 puntos	2
	6 puntos	1
	8 puntos	1
	10 puntos	1
	11 puntos	1
8 puntos	4 puntos	1
	6 puntos	1
	7 puntos	1
	8 puntos	2
	9 puntos	2
9 puntos	0 puntos	1
	3 puntos	1
	9 puntos	3
10 puntos	0 puntos	1
	4 puntos	1
	6 puntos	1
	7 puntos	2
	9 puntos	2
	10 puntos	3
11 puntos	9 puntos	1
	10 puntos	1
	11 puntos	4
Total, frecuencia en dibujo situacional en ambos problemas		64

En la tabla 34 se presenta la frecuencia de puntaje en dibujo matemático en ambos problemas por alumno:

Tabla 34. *Puntajes obtenidos por alumno en la representación del Dibujo Matemático y Contrato didáctico. Modalidad 4*

Puntajes obtenidos en ALPINISTA VERSIÓN 2	Puntajes obtenidos en LIMPIADOR VERSIÓN 2	FRECUENCIA DE ALUMNOS
2 puntos	0 puntos	1
	2 puntos	2
4 puntos	0 puntos	1
	3 puntos	1
	4 puntos	4
PRESENCIA DE CONTRATO DIDÁCTICO EN AMBOS		8
Total, de alumnos con dibujo situacional, dibujo matemático y contrato didáctico		81

El resto de los alumnos realizaron una serie de combinaciones; por ejemplo, en un problema aplicó dibujo situacional y en el otro dibujo matemático. A continuación, en la tabla 35 se enlistan estos casos, así como su puntaje obtenido en la representación realizada:

Tabla 35. *Representaciones distintas en ambos problemas realizadas por cada alumno. Modalidad 4*

Representación realizada ALPINISTA V2	Puntaje obtenido A-V2	Representación realizada LIMPIADOR V2	Puntaje obtenido L-V2	Frecuencia de alumnos con los mismos aspectos
Dibujo situacional	9	Contrato didáctico	1	1
Dibujo situacional	7	dibujo matemático	4	1
Dibujo situacional	6	dibujo matemático	2	1
Dibujo matemático	4	Contrato didáctico	2	1
Dibujo matemático y Contrato didáctico	4	Dibujo situacional	5	1

Dibujo matemático	4	Dibujo situacional	4	1
Dibujo situacional y Contrato didáctico	4	Dibujo situacional	8	1
Dibujo matemático y Contrato didáctico	3	Dibujo situacional	5	2
Dibujo matemático	3	Dibujo situacional	6	1
Contrato didáctico	2	Dibujo matemático y Contrato didáctico	4	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional y Contrato didáctico	6	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	8	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional y Contrato didáctico	5	1
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	9	2
Contrato didáctico	2	Dibujo situacional	4	1
Contrato didáctico	1	Dibujo situacional	3	1
Contrato didáctico	1	Dibujo matemático	3	1

Abreviaturas:

(M4) Modalidad 4

(A-V2) Alpinista versión 2

(L-V2) Limpiador versión 2

5.4.2. Dibujo situacional para ambos contextos y ejemplos

En la tabla 36 se muestran los puntajes obtenidos en la representación con dibujo situacional de ambos problemas, siendo 11 el puntaje más alto para dibujo situacional idóneo y descendiendo para dibujo situacional no idóneo.

Tabla 36. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del dibujo situacional de cada problema*

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (alpinista versión 2)	Frecuencia de Alumnos que representaron Dibujo Situacional (Limpiador versión 2)
11 pts.	6	6
10 pts.	10	7
9 pts.	6	9
8 pts.	7	9
7 pts.	8	3
6 pts.	5	8
5 pts.	6	10
4 pts.	7	11
3 pts.	6	5
2 pts.	2	2
1 pts.	4	0
Total	67	70

Se puede observar en la tabla 36 que fueron 15 alumnos los que tienen mejor dibujo situacional con el problema del alpinista obteniendo 11 y 10 puntos, a diferencia del problema del limpiador que fueron 11 alumnos los que obtuvieron la misma puntuación; sin embargo, con los puntajes de 9, 8 y 7, existe una frecuencia mayor de alumnos que obtuvieron esas puntuaciones en problema de limpiador y una frecuencia menor en el problema del alpinista.

En la tabla 37 se muestran los resultados en dibujo Situacional con mayor puntaje de idoneidad con respecto al otro.

Tabla 37. *Comparación de idoneidad en la representación del dibujo situacional respecto a cada problema por alumno*

Dibujo Situacional idóneo (11,10 y 9 puntos)	Dibujo situacional de menor puntaje respecto al otro (8 a 0 puntos)	Frecuencia
Alpinista Versión 2	Limpiador Versión 2	9
Limpiador Versión 2	Alpinista Versión 2	6

La tabla 37 solo se presentan los puntajes de dibujo situacional idóneo; sin embargo, en cada problema hay puntajes menores a 9 que es mejor representación que en la del otro problema, es decir, un alumno pudo obtener 8 puntos en problema de alpinista, pero 3 puntos en problema de limpiador, o viceversa, pero en la tabla únicamente se manejan los dibujos idóneos entre 11 y 9 puntos, más adelante se verán a detalle.

A continuación, se presentan ejemplos de alumnos que obtuvieron mejor puntaje en problema de alpinista que en el de limpiador:

En la imagen 46, el alumno obtuvo 11 puntos en problema de alpinista y 10 puntos en problema de limpiador, el punto faltante en este problema se debe a que el alumno no presenta el limpia ventanas, pero se considera dibujo situacional idóneo.

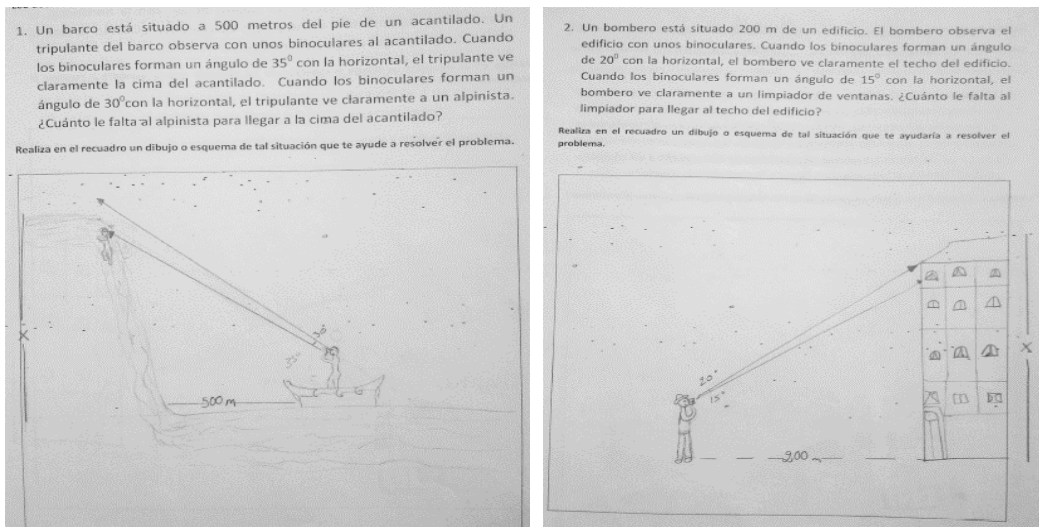


Imagen 46. Alumno #1 de la modalidad 4, dibujo situacional.

En la imagen 47 el alumno presenta 10 puntos en problema de alpinista y deja en blanco el problema del limpiador, el punto restante del alpinista se debe a la falta de distancia de 500 metros entre acantilado y barco.

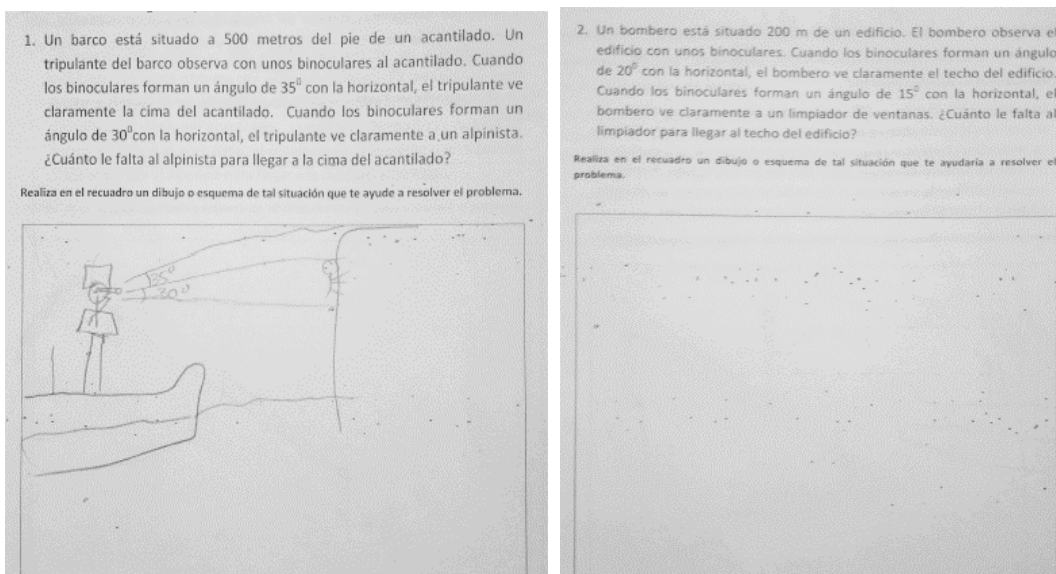


Imagen 47. Alumno #16 de la modalidad 4, dibujo situacional.

En la imagen 48 el alumno presenta 10 puntos en ambos problemas.

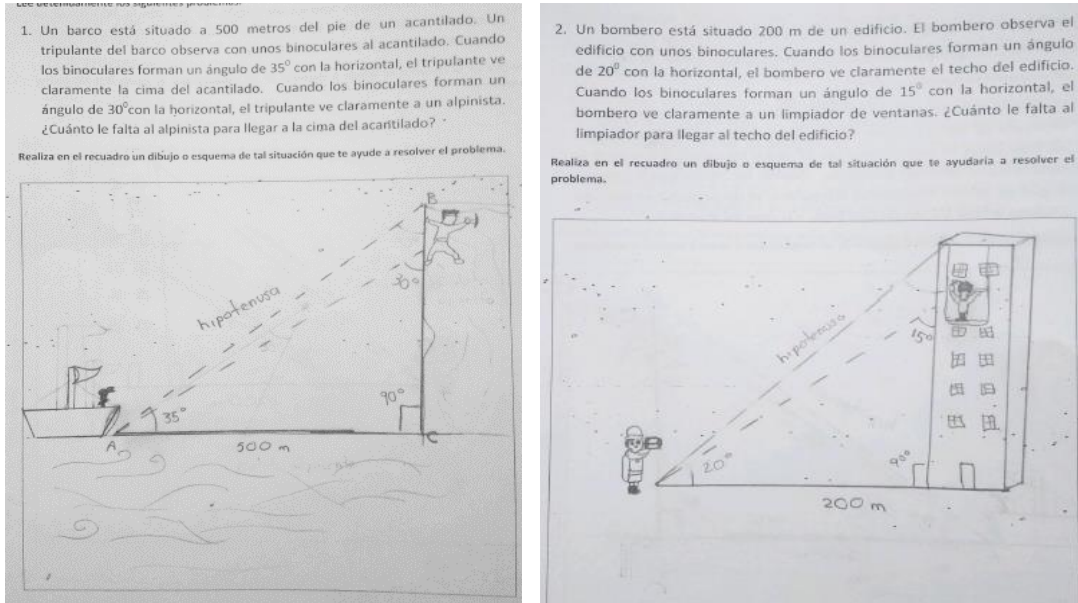


Imagen 48. Alumno #51 de la modalidad 4, dibujo situacional.

En la imagen 49 el alumno presenta 11 puntos en problema de limpiador y 7 puntos en problema de alpinista. También hay presencia de contrato didáctico en ambos problemas.

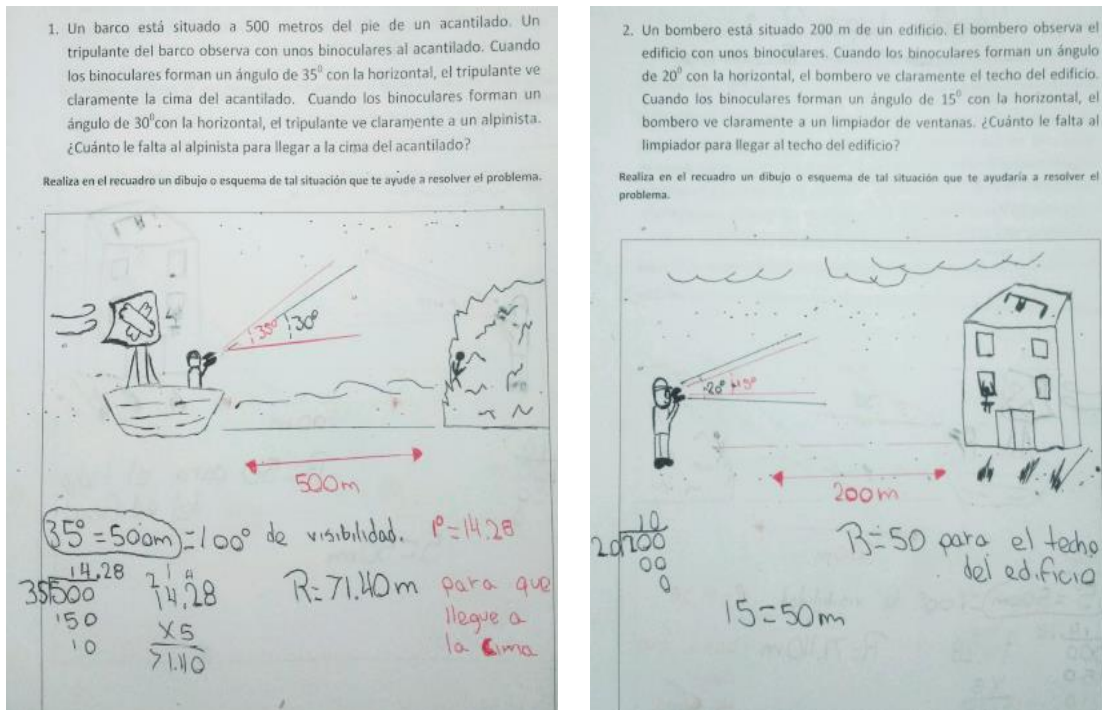


Imagen 49. Alumno #18 de la modalidad 4, dibujo situacional.

En la imagen 50 el alumno presenta 10 puntos en problema del limpiador y 5 puntos en el problema del alpinista

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 50. Alumno #57 de la modalidad 4, dibujo situacional.

5.4.3. Dibujo matemático para ambos contextos y ejemplos

En la tabla 38 se muestra la frecuencia de los alumnos que realizaron dibujo matemático en su representación de cada problema, así como los puntajes que obtuvieron por dicha representación.

Tabla 38. *Frecuencia de puntajes obtenidos en las representaciones del Dibujo Matemático de cada problema*

Puntos obtenidos con base en los elementos del texto	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo matemático (alpinista versión 2)	Frecuencia de Alumnos que representaron dibujo matemático (Limpiador versión 2)
4 pts.	9	8
3 pts.	3	1
2 pts.	3	4
1 pt.	0	0
Total de alumnos	15	13

De los alumnos que realizaron dibujo matemático para la representación de los problemas, nueve alumnos lo realizaron correctamente con el problema del alpinista, y seis alumnos con el problema del limpiador. En la tabla 38 se puede apreciar que los alumnos realizaron un mejor dibujo matemático con el problema del alpinista, a diferencia que con el problema del limpiador.

A continuación, se presentan ejemplos de alumnos que realizaron dibujo matemático para la representación de ambos problemas, en la imagen 51 el alumno obtuvo 4 puntos en su representación de dibujo matemático con el problema del alpinista, pero en el problema de limpiador presenta contrato didáctico.

En la imagen 52 el alumno presenta 4 puntos en dibujo matemático de alpinista, pero en el problema del limpiador obtuvo 3 puntos.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Imagen 51. Alumno #8 de la modalidad 4, dibujo matemático.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.

Dato	Formula	Operación	Resultado
$A_1 = 30^\circ$			
$A_2 = 35^\circ$			
$D = 500m$			

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.

Datos	Formula	Operación	Resultado
$A_1 =$			
$A_2 =$			

Imagen 52. Alumno #28 de la modalidad 4, dibujo matemático.

5.4.4. Presencia de contrato didáctico y ejemplos

La tabla 39 presenta la frecuencia del total de alumnos que presentan cualquiera de las dos formas de presencia del contrato didáctico, incluye a los que presentan ambos aspectos o solo uno de ellos y los que tienen dibujo situacional o matemático con contrato didáctico.

Tabla 39. *Formas de presencia de contrato didáctico de ambos problemas*

Presencia de contrato didáctico	Alpinista Versión 2	Limpiador Versión 2
1. Escribe elementos del texto arbitrariamente	25	16
2. Utiliza cantidades del texto arbitrariamente	16	6

De acuerdo con la tabla 39, existe un mayor número de presencia del contrato didáctico en el problema del alpinista, siendo 25 alumnos que lo hacen escribiendo los elementos del texto arbitrariamente y 16 alumnos los que utilizan las cantidades con operaciones básicas. En el problema del limpiador, el contrato didáctico se hace presente con 16 alumnos que escriben los elementos del texto arbitrariamente y 6 alumnos que utilizan los datos numéricos para obtener una solución por medio de operaciones aritméticas sin tener éxito en el resultado. Adelante se presentan ejemplos de contrato didáctico (imagen 53 y 54), de dibujo situacional con contrato didáctico (imagen 55 y 56) y dibujo matemático con contrato didáctico (imagen 57 y 58).

La imagen 53 presenta en ambos problemas contrato didáctico escribiendo elementos del texto arbitrariamente y utilizándolos con operaciones.

<p>1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p>	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p>
<p>Handwritten work for problem 1:</p> $\begin{array}{r} 35^\circ \quad 30^\circ \\ \times 50 \\ \hline 1050 \\ 1750 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 50 \overline{) 1750} \\ \underline{100} \\ 750 \\ \underline{700} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$ <p>$R = 21^\circ$</p>	<p>Handwritten work for problem 2:</p> $\begin{array}{r} 200 \\ \times 15 \\ \hline 1000 \\ 3000 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 20 \overline{) 3000} \\ \underline{400} \\ 2000 \\ \underline{2000} \\ 0 \end{array}$ <p>$R = 150^\circ$</p>

Imagen 53. Alumno #3 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

En la imagen 54 el alumno presenta contrato didáctico en ambos problemas, en ambos problemas se presenta las cantidades que aparecen en el texto de los problemas para realizar operaciones aritméticas.

<p>1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p>	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p>
<p>Handwritten work for problem 1:</p> <p>50 m.</p> $0.6 = 7m.$ $\frac{30}{0.6} = 50 m.$	<p>Handwritten work for problem 2:</p> <p>50 m.</p> $\frac{200}{20} = 0.1$ $\frac{15}{0.1} = 50$

Imagen 54. Alumno #6 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

En la imagen 55 el alumno presenta contrato didáctico con problema de alpinista, pero en problema de limpiador realiza dibujo situacional de 5 puntos.

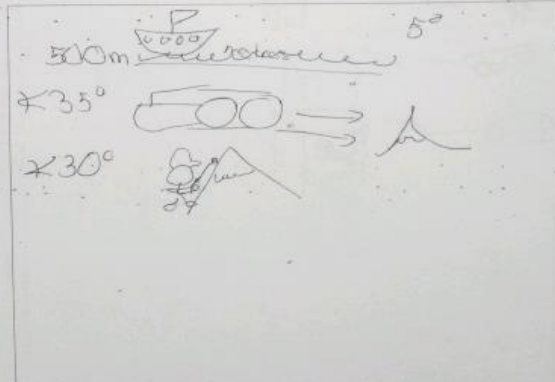
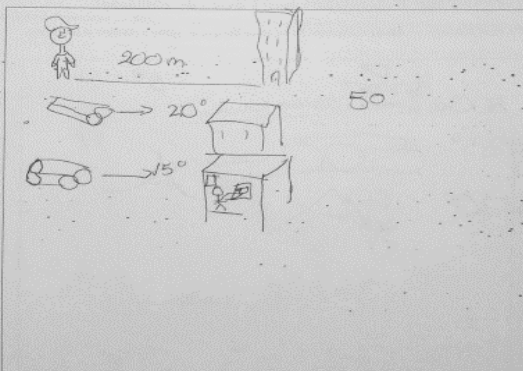
<p>1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p>	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p>
	

Imagen 55. Alumno #15 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

En la imagen 56 el alumno presenta 9 puntos en dibujo situacional de alpinista, y contrato didáctico en problema de limpiador.

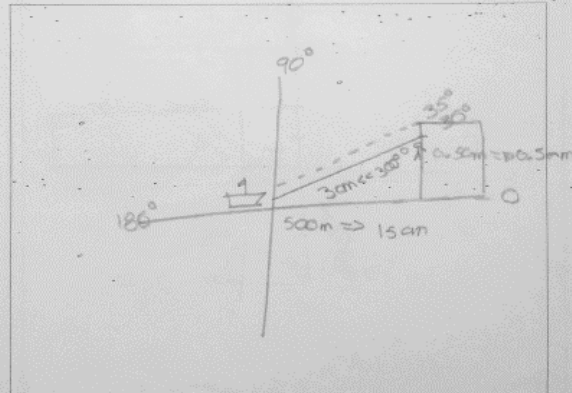
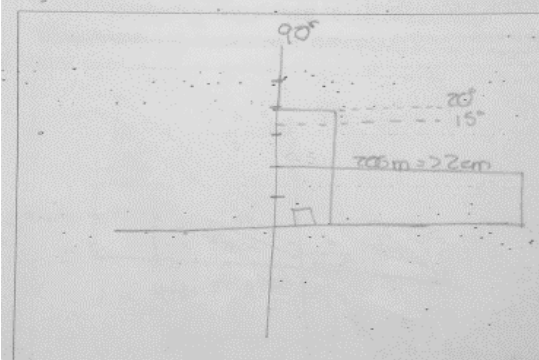
<p>1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p>	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p>
	

Imagen 56. Alumno #91 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

En la Imagen 57 el alumno presenta en su dibujo matemático con la utilización de las cantidades presentadas en el texto del alpinista, pero en el problema del limpiador solo está representado su dibujo matemático sin presencia de contrato didáctico.

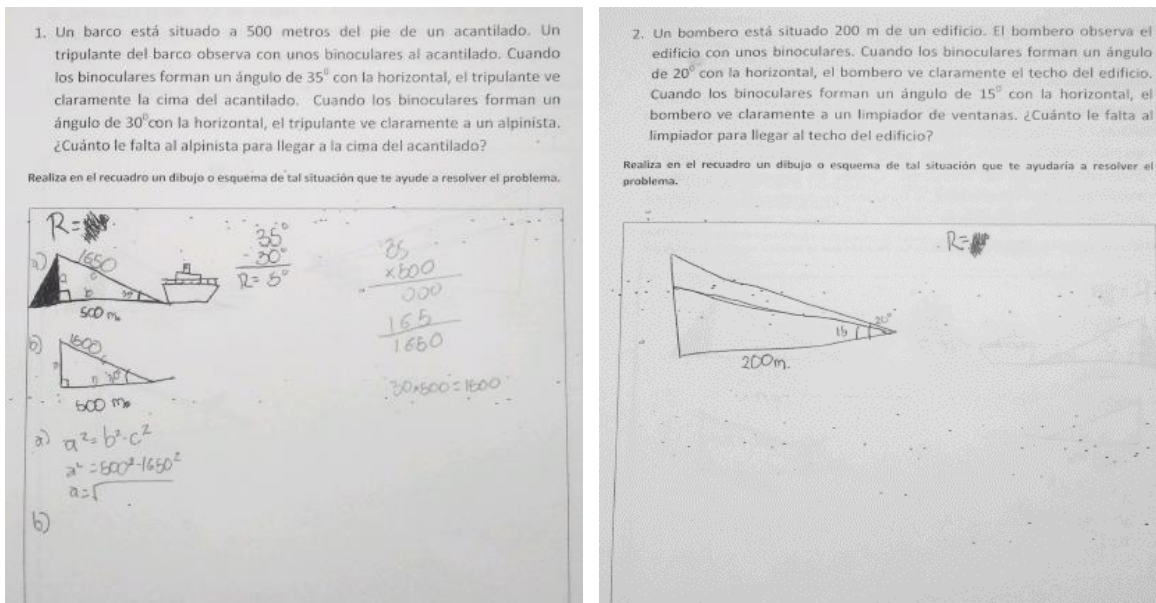


Imagen 57. Alumno #7 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

En la imagen 58 el alumno presenta contrato didáctico en ambos problemas, pero con dibujo matemático en el problema del limpiador.

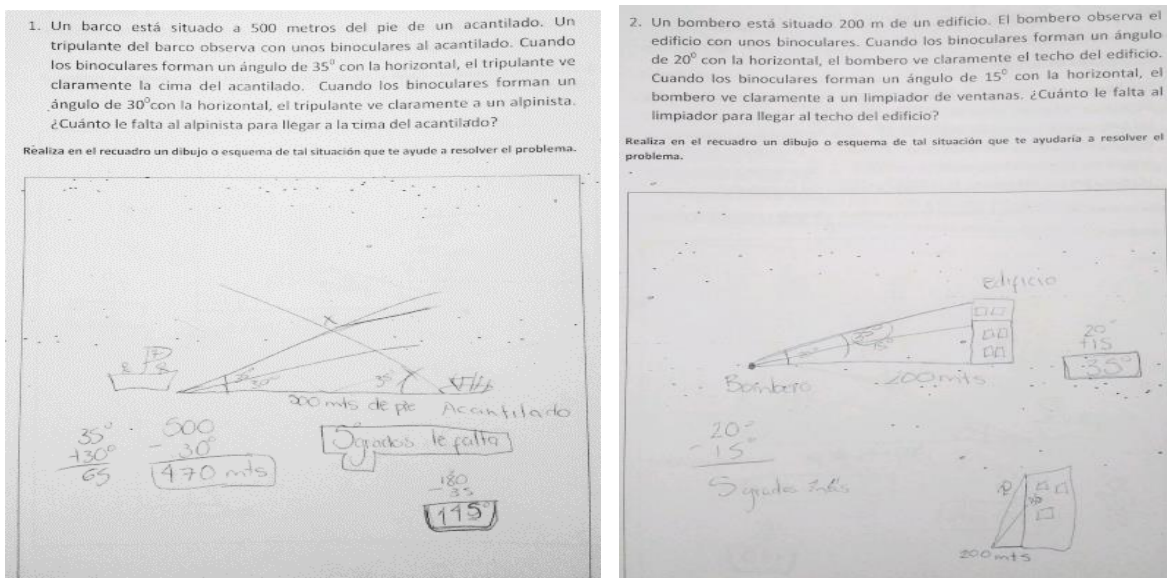


Imagen 58. Alumno #2 de la modalidad 4, presencia de contrato didáctico.

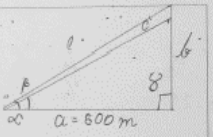
5.4.5. Utilización de razones trigonométricas y ejemplos

En esta modalidad (4), solo son 3 alumnos que intentan resolver el problema del alpinista utilizando razones trigonométricas, pero sin tener éxito en la resolución, y de esos tres alumnos solo 2, usan las razones en ambos problemas. Dichos alumnos se presentan en las imágenes 59, 60 y 61 respectivamente.

En la imagen 59 el alumno escribe las cantidades que aparecen en el problema relacionándolas con la razón tangente, pero no logra sustituir y despejar correctamente. Obtiene 4 puntos de 4 en su dibujo matemático de ambos problemas.

1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

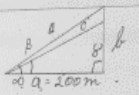
Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



<p><i>Datos</i></p> <p>$a = 500\text{ m}$</p> <p>$b =$</p> <p>$c =$</p> <p>$\alpha = 35^\circ$</p> <p>$\beta = 30^\circ$</p>	<p><i>fórmula</i></p> $\tan = \frac{CO}{CA}$	<p><i>Operaciones</i></p> $\tan \alpha = \frac{b}{500\text{ m}}$ $b = \frac{500\text{ m}}{\tan \alpha}$
---	--	---

2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.



<p><i>Datos</i></p> <p>$a = 200\text{ m}$</p> <p>$b =$</p> <p>$c =$</p> <p>$\alpha = 20^\circ$</p> <p>$\beta = 15^\circ$</p>	<p><i>fórmula</i></p> $\tan = \frac{CO}{CA}$	<p><i>Operaciones</i></p> $\tan \alpha = \frac{b}{200}$ $b = \frac{\tan \alpha}{200}$
---	--	---

Imagen 59. Alumno #29 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas.

En la imagen 60 el alumno utiliza la razón tangente pero no realiza la sustitución y despeje correctamente, obtuvo 4 puntos de 4 en su dibujo matemático de ambos problemas.

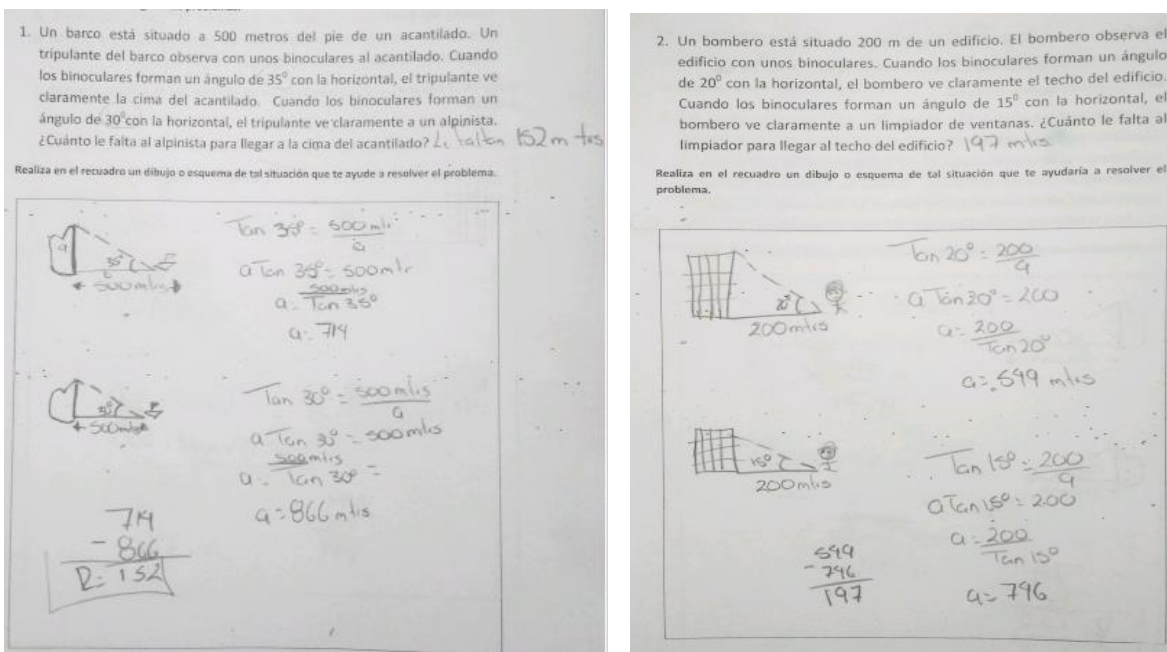


Imagen 60. Alumno #50 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas

En la imagen 61 el alumno utiliza la razón tangente con el problema del alpinista, pero no sustituye de manera correcta por lo que obtiene un resultado erróneo. En su dibujo situacional de alpinista tiene 8 puntos de 11; y en el problema del limpiador obtiene 9 puntos de 11.

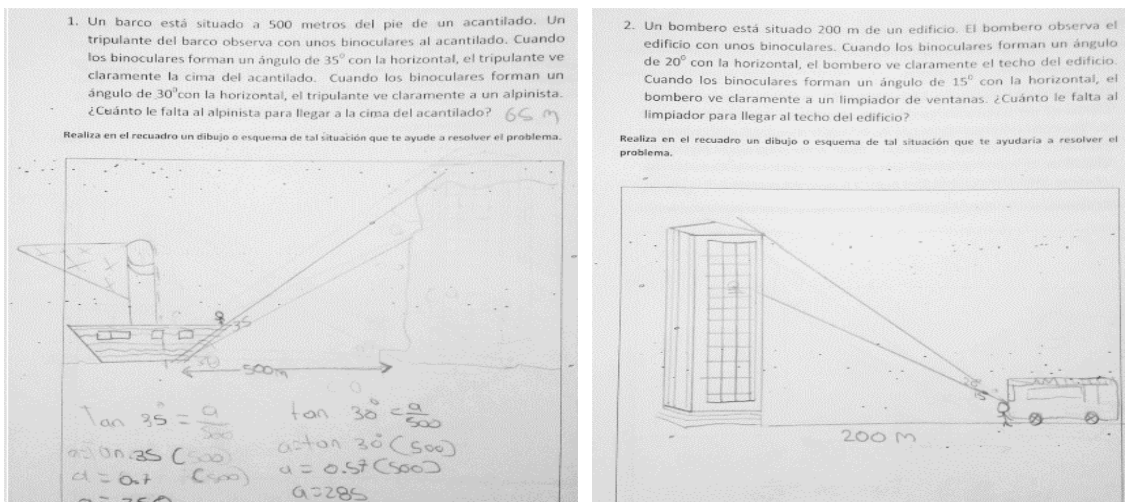


Imagen 61. Alumno #53 de la modalidad 4, uso de razones trigonométricas

Capítulo 6

CONCLUSIONES

Para responder a la primera pregunta de investigación *¿Cómo influye el cambio de contexto en la representación del modelo situacional de un problema matemático?* se puede observar que los alumnos, involucrados en la investigación, presentan un mejor desempeño en la representación con el problema del limpiador y edificio que fue un contexto más cercano a los estudiantes, esto solo cuando es una formulación sencilla y con una deficiencia en la representación del problema del acantilado y alpinista, ya que desconocen cómo es un acantilado. Pero, si existe un cambio de formulación a una más adecuada en un contexto poco familiar, los alumnos desempeñan mejor la representación del problema, así como su posible solución, de esta manera se da respuesta a la segunda pregunta de investigación *¿Cómo influye el cambio de formulación en la representación del modelo situacional de un problema matemático?* Por lo que se puede concluir que un contexto familiar facilita la representación del problema, así como una formulación más adecuada para un contexto poco familiar y en consecuencia existe una mejor comprensión para la resolución.

A continuación, en el punto 6.1 se presentan las conclusiones por cada modalidad y sus aspectos más relevantes en cada una. En el punto 6.2 se presenta la relación de los resultados y conclusiones con la lectura revisada. Terminando este trabajo con el punto 6.3 acerca de las implicaciones y prospectiva de la investigación.

6.1. Conclusiones por cada modalidad

Análisis de la modalidad 1, el problema original y el problema de nuevo contexto

Se llega a la conclusión de que los alumnos involucrados en la investigación presentan una mejor comprensión del problema con el nuevo contexto del limpiador y edificio, que del problema original del acantilado y alpinista, ambos con formulaciones sencillas; siendo así, que están más familiarizados con el primer contexto y realizan una representación más adecuada de él. A pesar de que hubo casos donde su dibujo situacional del limpiador fue satisfactorio, el problema del alpinista no logró un puntaje similar, al contrario, existen deficiencias en la representación de este problema y algunos simplemente decidieron no realizarlo. Un porcentaje pequeño de alumnos intentaron resolver el problema con razones trigonométricas, en donde su error frecuente fue al despejar la función o al no realizar la resta de las alturas. Por otro lado, hubo la presencia de contrato didáctico con mayor frecuencia con el problema del alpinista.

Análisis de la modalidad 2, el problema original y el problema de nuevo contexto con cambio formulación

Al aplicar este instrumento se encontraron resultados similares al anterior, dificultad para representar el acantilado; sin embargo, disminuyó el número de representaciones idóneas con el problema del limpiador, ya que al tener otra formulación los alumnos comentaban que “no era comprensible”, dibujaban los binoculares, pero seguían dibujando las líneas de vista en el piso y no en los ojos, consideraban la distancia entre el bombero y el edificio como la altura del edificio. Hubo menor éxito en el dibujo situacional del limpiador, pero aun así hubo mejor puntaje en este problema que en el del alpinista. Los alumnos que realizaron dibujo matemático intentaban resolver cualquiera de los dos problemas, cayendo en una de las dos formas de contrato didáctico, presentándose con mayor frecuencia en el problema del alpinista.

Análisis de la modalidad 3, problema original con cambio de formulación y problema con nuevo contexto y formulación sencilla

Los alumnos presentaron un dibujo situacional satisfactorio cuando se les presentó el problema del alpinista con un cambio de formulación, representando correctamente las líneas de vista con sus ángulos respecto a los binoculares y a la comprensión de que el alpinista se encontraba escalando un acantilado. En este instrumento aumentó considerablemente el número de representaciones idóneas con el problema del alpinista, el problema del limpiador sigue presentando representaciones satisfactorias, pero en un menor número. En este instrumento son pocos los alumnos que realizaron dibujo matemático, obteniendo el mismo puntaje satisfactorio en ambos problemas. El contrato didáctico se hace presente en ambos problemas con una diferencia en el problema del limpiador dándole la mayoría. Se hace uso de las razones trigonométricas, pero no logran tener éxito al resolverlo, teniendo como error común el despeje.

Análisis de la modalidad 4, ambos problemas con cambio de formulación

Es mínima la diferencia entre el dibujo situacional idóneo del problema del alpinista al del limpiador, en este instrumento se detectó que, al resolver el problema del alpinista, los alumnos realizaban de la misma manera el problema del limpiador, lo que llevó a que ambos problemas tuvieran una representación idónea. Sin embargo, hay excepciones en donde el problema del limpiador tiene un puntaje menor comparado con el que obtuvo el del alpinista, hablando del mismo alumno. Por otro lado, en este instrumento se presentó con mayor frecuencia el fenómeno de contrato didáctico, a pesar de que el dibujo situacional o matemático fueran idóneos, los alumnos realizaban algún tipo de operación para intentar resolver el problema.

6.2. Relación de los resultados con la lectura revisada

Contexto

En relación con los contextos de los problemas, recordemos que “La estructura de los modelos mentales se define con un esquema que consiste de algunas categorías muy generales, como Escenario (Tiempo, Lugar), Participantes (y sus varios roles), y un Evento o Acción” (Van Dijk, 2001, p. 71). Y una característica que se encontró en los instrumentos es que los alumnos, involucrados en la investigación, realizan con mayor eficiencia el dibujo situacional con el contexto del limpiador cuando tiene formulación sencilla. En cambio, se presentan dificultades con el contexto del alpinista y formulación sencilla, teniendo como un error frecuente la representación del acantilado, ya que lo dibujan como una montaña o una cascada en donde el barco se encontraba ubicado de forma incorrecta y no toman en cuenta la verticalidad del acantilado. A diferencia del contexto del limpiador, el 100% de los estudiantes que realizaron dibujo situacional en este problema en cualquiera de sus dos formas (formulación sencilla o cambio de formulación), dibujaban el edificio como un rectángulo vertical y cuadrados simulando las ventanas, de esta manera obtenían los dos primeros aspectos: representación del edificio y verticalidad del edificio. Algunas de las dificultades más presentadas que tuvieron en ambos problemas, fue la representación de las líneas de vista, ya que consideraban el ángulo en los pies y no en los ojos como debiera ser; otra dificultad fue la representación de la distancia entre pie del acantilado/edificio y el barco/bombero, colocándola como la altura del edificio o del acantilado.

Cuando se aplicaron los instrumentos muchos comentaban, que no sabían cómo es o qué es un acantilado, solamente se guiaban por el barco “porque debe estar en el mar”.

Formulación

Con relación a la formulación, se detectó que los estudiantes realizan una representación satisfactoria con el problema del alpinista y su nueva formulación, cumpliendo con una idoneidad de 9, 10 y 11 puntos de los elementos que deberían representar. Al dibujar los binoculares, realizaban correctamente las líneas de vista con respecto a la horizontal de los ojos. Esto no sucedió en el problema del limpiador con una formulación modificada; en este, los estudiantes dibujaban al personaje sosteniendo los binoculares con la mano hacia abajo y no a la altura de los ojos. Lo anterior tenía como resultado que las líneas de vista salieran del piso. Aunque la diferencia no fue sustancial, el dibujo situacional mejoró notablemente en el problema del alpinista con cambio de formulación. De esta manera se observa que, al cambiar la formulación del problema, esta se mejoró.

Para comprender mejor estos resultados, se aplicó una breve encuesta (Apéndice5) a una población distinta a la del estudio, con una muestra de 90 estudiantes de nivel medio superior con edades de entre 15 y 17 años, en la cual se solicita que elijan la formulación del problema del alpinista que les parezca más comprensible (versión 1: problema original; y versión 2: cambio de formulación) y que escribieran las palabras que se les dificultaban de cada problema. Como resultado se obtuvo (Apéndice 6) que 51 alumnos eligieron la versión 2 como mejor formulación, argumentando que la formulación nueva es mejor porque es más clara. Por otro lado, los 39 estudiantes que eligieron la formulación original argumentaron que era mejor porque es más corta. Sin embargo, cuando escriben las palabras que más se les dificultaron, algunos escribían en el problema original, pero en el problema con nueva formulación no colocaban ninguna palabra con la cual hayan tenido dificultad.

Estos resultados se presentan en el Apéndice 5 en donde se comparan las palabras con las que tuvieron más dificultad en cada problema. De acuerdo con dichos resultados, se corrobora hasta cierto punto lo dicho anteriormente: el cambio de formulación puede mejorar la comprensión del texto del problema y, consecuentemente, la generación de los dibujos situacional y matemático.

Contrato didáctico

Los instrumentos no solicitan la solución a los problemas, pero los estudiantes que intentan resolverlos, en su mayoría, tienen su dibujo situacional o matemático idóneo al enunciado del texto, se acercan a la solución, pero fallan en lo algorítmico. De acuerdo con lo establecido del contrato experimental¹, efectivamente los alumnos que intentaban resolver los problemas con una o varias de las cuatro operaciones básicas aplicándolos con todos los números que aparecen en el enunciado del problema.

Se encontró que el alumno que utiliza un método en un problema, también lo hace en el segundo problema. Son pocos los casos en que cambian de método para resolver cada problema. En la mayoría de los instrumentos, los alumnos que dejaron en blanco un problema, era el problema con el contexto del alpinista.

¹Contrato experimental: página 14.

6.3. Implicaciones y Prospectiva

En esta investigación se observó que tanto el contexto y la formulación influyen en la representación del problema, a través de los puntajes obtenidos en las representaciones. Sin embargo, dichos puntajes para el desempeño de las representaciones únicamente se asignaron bajo el criterio de la autora. Por lo tanto, se cree conveniente para un estudio futuro, desde un punto de vista metodológico, incorporar la participación de uno o dos evaluadores externos, con el fin de evitar el sesgo en la puntuación asignada. De esta manera se podría calcular el índice de concordancia o de confiabilidad de las puntuaciones asignadas.

En relación con la parte contextual del estudio, sería recomendable la realización de un pretest sobre las características de contexto en las que viven y/o estudian los participantes, así como, realizar agrupamientos con base en la escuela de pertenencia de los participantes, tratar de conservar la particularidad, en cada grupo de participantes de cada escuela.

Por ello, se hace la recomendación de cambiar el contexto de los problemas de los libros de texto si parece inadecuado. Esto implica que el docente sea conocedor del contexto en el cual está ubicada la escuela, las actividades que tienen los estudiantes fuera del aula de clases, para poder adaptar dichos problemas al contexto de los estudiantes, esto ayudará a una mejor comprensión de la situación para poder representarlo con facilidad. De igual manera hacer más explícitas las formulaciones de los problemas, cambiando la formulación a una que podría considerarse más adecuada para su comprensión sin dejarlo a la intuición de lo que el alumno cree que es. Estos aspectos pueden ayudar a la comprensión y representación de los problemas para una mejor resolución, considerando siempre que puede existir la presencia del contrato didáctico o experimental.

REFERENCIAS

- Almaguer, G., Rodríguez Arizpe, L., Cantú, F., Rodríguez, R. (2008). *Matemáticas 3*. México: Limusa, p. 133.
- Bravo, C. M. (2015). *La Importancia del Contexto en la Educación Matemática Infantil*. Universidad Internacional de La Rioja. Recuperable en:
<https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3382/BRAVO%20CRUZ%2C%20MANUELA.pdf?sequence=1>
- Díaz, M. V. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 33-41.
- Gil, N., Blanco, L. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32.
- Jiménez, C. & Slisko, J. (2011). *El impacto de diferentes contextualizaciones y formulaciones en la habilidad de los alumnos de construir los modelos situacional y matemático en la resolución de problemas*. (Tesis de Licenciatura). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.
- Juárez, J., Slisko, J. & Hernández, L. (2015). La construcción del modelo situacional de un problema histórico: ¿el árbol roto o el bambú roto? En F. Rodríguez y R. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. La profesionalización Docente desde los posgrados de calidad en Matemática Educativa* (pp. 165-173). Oaxaca: CIMATES.
- Juárez, J., Mejía, A., González, M. y Slisko, J. (2014). La construcción del modelo situacional de un problema matemático: El análisis basado en el Marco del Experimentador Inmerso. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 87, 81-99.
- Juidías, J. y Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*. 342, 257-286

Manjarrez, J., Alejo, C., Slisko, J. (2013). El rol complementario de los dibujos en la explicitación de modelos situacionales: un estudio de caso con las estudiantes de Bachillerato sobre los movimientos. *Latinamerican journal of physics education*, 7(3), 436-444.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rellensmann, J., Schukajlow, S. y Leopold, C. (2016). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*. 95, 53-78.

Van Dijk, T. (2001). Algunos principios de una teoría del contexto. *Revista latinoamericana de estudios del discurso*, 1(1), 69-81.

Vicente, S., Dooren, W. y Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20 (4), 391-406.


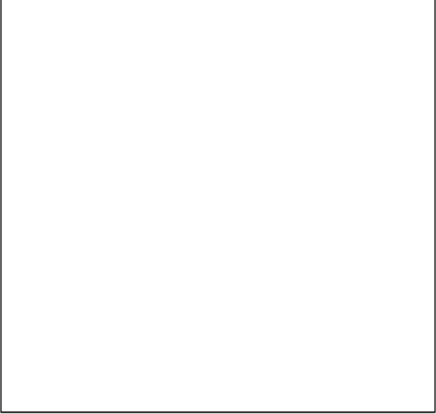
Vicente, S. y Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61-85.

Villalobos, X. (2008). Resolución de Problemas Matemáticos: Un cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6 (3), 36-58.

APÉNDICES

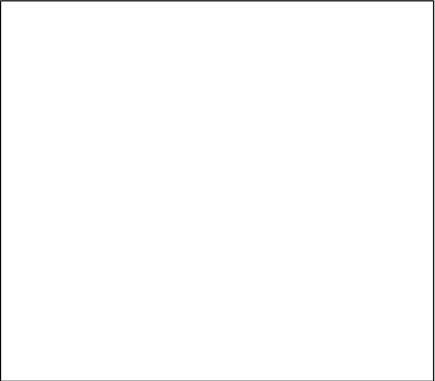

APÉNDICE 1

INSTRUMENTO MODALIDAD UNO

<p>Nombre del alumno: _____</p> <p>Nivel educativo: _____ Edad: _____ sexo: <input type="checkbox"/> (F) <input type="checkbox"/> (M)</p> <p>Lee detenidamente los siguientes problemas:</p> <p>1. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15°. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p> 	<p>2. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35°, cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30°. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p> 
---	--

APÉNDICE 2

INSTRUMENTO MODALIDAD DOS

<p>Nombre del alumno: _____</p> <p>Nivel educativo: _____ Edad: _____ sexo: (F) (M)</p> <p>Lee detenidamente los siguientes problemas:</p> <p>1. Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35°, cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30°. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p> 	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayudaría a resolver el problema.</p> 
--	---

APÉNDICE 3

INSTRUMENTO MODALIDAD TRES

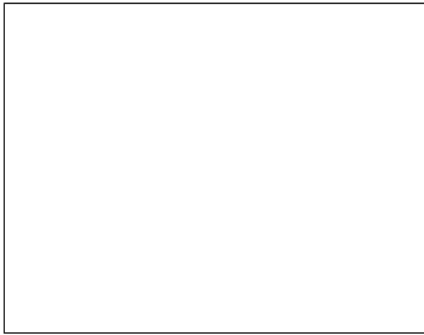
Nombre del alumno: _____

Nivel educativo: _____ Edad: _____ sexo: (F) (M)

Lee detenidamente los siguientes problemas:

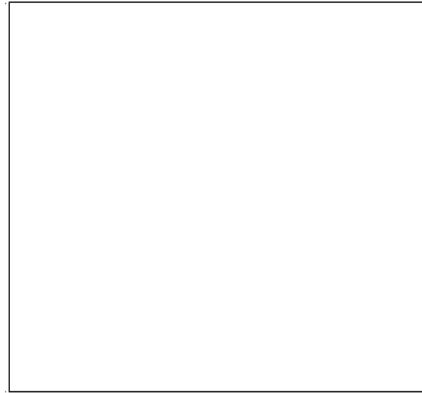
1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



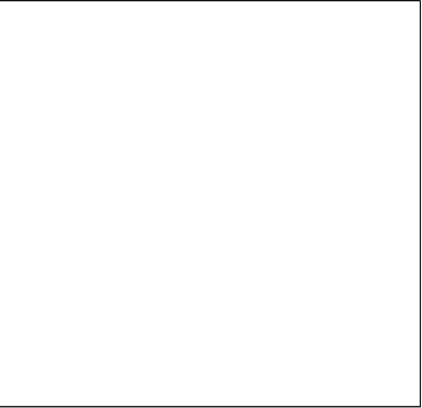
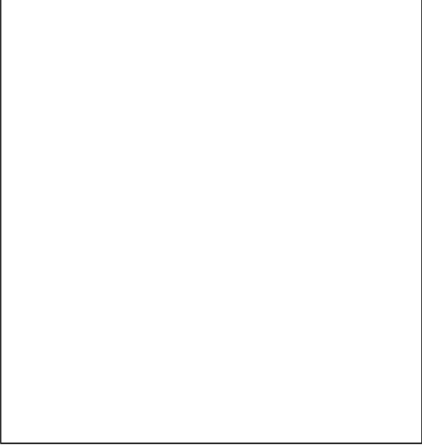
2. Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.



APÉNDICE 4

INSTRUMENTO MODALIDAD CUATRO

<p>Nombre del alumno: _____</p> <p>Nivel educativo: _____ Edad: _____ sexo: (F) (M)</p> <p>Lee detenidamente los siguientes problemas:</p> <p>1. Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p> 	<p>2. Un bombero está situado 200 m de un edificio. El bombero observa el edificio con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con la horizontal, el bombero ve claramente el techo del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con la horizontal, el bombero ve claramente a un limpiador de ventanas. ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?</p> <p>Realiza en el recuadro un dibujo o esquema de tal situación que te ayude a resolver el problema.</p> 
--	--

APÉNDICE 5

ENCUESTA SOBRE LA FORMULACIÓN CON EL PROBLEMA DEL ALPINISTA

Nombre del alumno: _____ (F) (M) Edad: _____

Nivel escolar: _____

Lee detenidamente dos **formulaciones** de un mismo problema y responde las preguntas que vienen después. **NO RESUELVAS EL PROBLEMA.**

PRIMERA FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	SEGUNDA FORMULACIÓN DEL PROBLEMA
<p>Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35°, cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30°. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?</p>	<p>Un barco está situado a 500 metros del pie de un acantilado. Un tripulante del barco observa con unos binoculares al acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 35° con la horizontal, el tripulante ve claramente la cima del acantilado. Cuando los binoculares forman un ángulo de 30° con la horizontal, el tripulante ve claramente a un alpinista. ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cima del acantilado?</p>

1. ¿Qué formulación del problema es más clara para ti? (a) Primera; (b) Segunda.
2. ¿Por qué? (Describe ampliamente tus razones.)

3. En el siguiente espacio escribe las tres palabras que más te dificultaron la comprensión de dos diferentes formulaciones del problema.

Primera formulación del problema	Segunda formulación del problema
1.	1.
2.	2.
3.	3.

APÉNDICE 6

RESULTADOS DE LA ENCUESTA SOBRE LA FORMULACIÓN CON EL PROBLEMA DEL ALPINISTA

Tabla 1 Apéndice 6.

Frecuencia de la pregunta ¿Qué formulación del problema es más clara para ti?

Opciones	Frecuencia
Problema (1) “versión original”	39
Problema (2) “nueva formulación”	51
Total de muestra	90

Nota: 51 alumnos eligieron como problema más claro cuando presenta una nueva formulación.

Tabla 2 Apéndice 6. *Palabras con las que tuvieron dificultad los estudiantes que eligieron como mejor formulación la VERSIÓN ORIGINAL*

Formulación original Versión 1	Frecuencia	Cambio de formulación Versión 2	Frecuencia
Alpinista	19	Alpinista	15
Acantilado	34	Acantilado	29
Tripulantes	10	Tripulante	14
Ángulos	2	Horizontal	6
Metros del pie	2	Metros del pie	3
Cumbre	25	Cumbre	5
Situado	5	Binoculares	15
Cima	1	Cima	1
No escribió	2	Ángulos	2
		No escribió	4

Nota: se puede observar que los alumnos que eligieron la opción 1 (versión original) como más clara, se les dificultó la palabra “acantilado” argumentando no saber qué es.

Tabla 3 Apéndice 6. *Palabras con las que tuvieron dificultad los estudiantes que eligieron como mejor formulación la VERSIÓN CON CAMBIO DE FORMULACIÓN*

Formulación original	Frecuencia	Cambio de formulación	Frecuencia
Versión 1		Versión 2	
Alpinista	24	Alpinista	23
Acantilado	41	Acantilado	36
Tripulantes	13	Tripulante	20
Ángulos	3	Horizontal	15
Pie	6	Metros del pie	8
Cumbre	40	Cumbre	1
Situado	9	Binoculares	13
Cima	1	Cima	3
Éste	1	Ángulos	8
Barco	1	Situado	3
No escribió	1	Claramente	2
		No escribió	2