



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**SINTESIS DE PERFILES Y CORRIMIENTOS DE FASE ARBITRARIOS EN  
UN ARREGLO INTERFEROMETRICO DE TRAYECTORIA COMUN DE  
DOBLE VENTANA.**

Tesis presentada al

**Posgrado en Ciencias  
(Física Aplicada)**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**MAESTRÍA EN CIENCIAS  
(Física Aplicada)**

por

**Ceciibet Mendoza Rodríguez**

asesorada por

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez  
Dra. Areli Montes Pérez

Puebla, Pue  
Diciembre 2016

## Agradecimientos

La realización de una tesis no siempre es un camino fácil, siendo una labor ardua si no se dispusiera de la ayuda de terceros, siendo para mi un verdadero placer expresar en las siguientes líneas mis agradecimientos a las personas que estuvieron detrás de la realización del trabajo.

Agradezco de manera especial a mi asesor al Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez por su paciencia, apoyo y confianza para la elaboración y desarrollo de la tesis, así como también la ayuda y colaboración de mi coasesora Dra. Areli Montes Pérez.

Un sincero agradecimiento al Dr. Rigoberto Juárez Salazar por la ayuda y aportaciones brindadas al trabajo.

También sin duda alguna agradezco a mis padres por la paciencia y el apoyo incondicional que me han brindado, logrando de esta manera cumplir las metas y sueños que me he propuesto, sin importar la lejanía que esto conlleva. Así mismo a mis hermanas y amigos que me han seguido en este recorrido no siempre fácil, pero con sus palabras de aliento me han hecho seguir adelante.

A mis jurados el Dr. Cruz Meneses Fabián, la Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez y al Dr. Luis Manuel Arévalo Aguilar, por los comentarios, sugerencias, tiempo y apoyo en la revisión de la tesis.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por su apoyo y patrocinio y por último a Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) por su apoyo para exponer mi trabajo en congresos nacionales e internacionales.

# Índice

|  |    |
|--|----|
| <b>Resumen</b> . . . . .   | 5  |
| <b>1 Introducción</b> . . . . .  | 7  |
| 1.1 Objetivo . . . . .   | 7  |
| 1.2 Objetivos específicos . . . . .  | 8  |
| 1.3 Contenido . . . . .  | 8  |
| <b>2 Marco Teórico</b> . . . . .   | 9  |
| 2.1 Teoría escalar de la difracción . . . . .  | 9  |
| 2.2 Principio de Huygens . . . . .   | 10 |
| 2.3 Principio de Huygens-Fresnel . . . . .   | 10 |
| 2.4 Formulación de Huygens-Fresnel-Kirchhoff . . . . .   | 10 |
| 2.5 Difracción de Fresnel . . . . .  | 11 |
| 2.6 Difracción de Fraunhofer . . . . .   | 12 |
| 2.7 Fase introducida por una lente . . . . .   | 13 |
| 2.8 Transformación de Fourier por una lente delgada . . . . .  | 15 |
| 2.9 Desarrollo teórico de un sistema transformador óptico de Fourier modulando en amplitud . . . . .               | 18 |
| 2.10 Desarrollo teórico de un sistema transformador óptico de Fourier modulando en fase . . . . .                  | 21 |
| <b>3 Arreglo experimental</b> . . . . .  | 25 |
| 3.1 Modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM) . . . . .  | 25 |
| 3.2 Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana . . . . .   | 27 |
| 3.3 Funcionamiento experimental del sistema óptico modulado en amplitud . . . . .                                  | 30 |
| 3.4 Funcionamiento experimental del sistema óptico modulado en fase . . . . .                                      | 32 |
| <b>4 Resultados de modulación de Amplitud en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana</b> . . . . . | 33 |
| 4.1 Polinomios de Seidel . . . . .   | 33 |
| 4.2 Resultados de los interferogramas obtenidos en el plano de salida . . . . .                                    | 34 |
| 1) Esférica . . . . .  | 35 |
| 2) Coma . . . . .  | 35 |
| 3) Astigmatismo . . . . .  | 36 |
| 4) Desenfoque . . . . .  | 36 |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 4.3      | Polinomios de Zernike  | 38        |
| 4.4      | Interferogramas generados en el plano de salida  | 39        |
| <b>5</b> | <b>Resultados de modulación de fase en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana</b> | <b>43</b> |
| 5.1      | Polinomios de Seidel   | 43        |
| 5.2      | Polinomios de Zernike  | 44        |
| <b>6</b> | <b>Conclusiones</b>  | <b>49</b> |
|          | <b>Bibliografía</b>  | <b>51</b> |
|          | <b>Apéndice A MatLab</b>   | <b>53</b> |
| A.1      | Programa generador de la función picos   | 53        |
| A.2      | Programa generador de los interferogramas para fases arbitrarias y sus respectivos corrimientos.   | 54        |
|          | <b>Apéndice B Modulador espacial de luz</b>  | <b>57</b> |
|          | <b>Apéndice C Cámara Pixelink</b>  | <b>59</b> |
|          | <b>Apéndice D Demostración Transformada de Fourier de la función «Comb»</b>                        | <b>61</b> |

# Resumen

La tesis propone un método para generar fases arbitrarias en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana. El arreglo se basa en un sistema formador de imágenes  $4f$ . El plano objeto consiste de dos ventanas generadas mediante un LC-SLM (Liquid Crystal Spatial Light Modulator); en cada ventana un patrón de franjas será desplegado, en una de ellas se despliega un patrón de líneas rectas de tipo cosenoidal que servirá como haz de referencia y corrimiento de fase controlado; en la otra, se despliega un patrón de franjas cosenoidales deformadas, logradas a partir de los polinomios de Seidel y Zernike, esta ventana sirviendo como haz de prueba. Obteniendo la interferencia de los haces que cruzan las ventanas, en el plano de Fourier colocando una rejilla de Ronchi con una frecuencia adecuada para lograr la superposición correcta. Dependiendo si en el plano de Fourier se coloque un filtro que deje pasar un solo orden de difracción con información de ambas ventanas o no, obtendremos modulación en fase o amplitud, respectivamente, así mismo se propone generar interferogramas de manera dinámica y en tiempo real con ayuda del LC-SLM.



# Capítulo 1

## Introducción

La presente tesis plantea generar fases arbitrarias y corrimientos de fase en un arreglo de Fourier  $4f$  conocido como Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana (ITCDV) [3,4,6], las ventanas generadas en el plano de entrada son moduladas por medio de un Modulador Espacial de Luz de Cristal Líquido (LC-SLM por sus siglas en inglés Liquid Crystal - Spatial Light Modulator).

Los moduladores espaciales de luz son dispositivos capaces de modificar la amplitud, la fase o la polarización de un frente de luz, en el procesamiento óptico de imágenes son comúnmente utilizados los dispositivos de cristal líquido (LCD, Liquid Crystal Device), lo deseable de estos dispositivos es que poseen la capacidad de reconfigurarse en tiempo real. Son versátiles y programables, así, su empleo en el procesamiento de información es dinámico y en tiempo real [7]. Algunas de las aplicaciones de los LC-SLM han sido generar polinomios de Seidel y de Zernike [13], y en general se han utilizado para modular la amplitud o la fase de un frente de onda [2,8,9,16,17].

En este trabajo también son estudiados los polinomios de Seidel y Zernike, los cuales se usaron para generar frentes de onda o fases de acuerdo a este tipo de polinomios. Los polinomios de Seidel o Zernike han sido usados para describir las aberraciones en un frente de onda [3,5]. Las aberraciones clásicas tal como la aberración esférica, astigmatismo, coma, desenfoque e inclinación están relacionados directamente con polinomios de Seidel y se tienen relaciones con los polinomios de Zernike. En la tesis fueron utilizados los cinco primeros polinomios de Seidel y 18 de los 28 polinomios de Zernike, ambos en coordenadas cartesianas.

El objetivo principal y los objetivos específicos alcanzados en la tesis son los siguientes.

### 1.1 Objetivo

Construir un arreglo de Fourier  $4f$  conocido como un Interferómetro de Trayectoria Común con Doble Ventana para generar frentes de onda arbitrarios y corrimientos de fase, trabajando en especial con polinomios de Seidel y Zernike. La generación de las fases arbitrarias y los corrimientos de fase son producidos por medio de un Modulador Espacial de Luz de Cristal Líquido el cual trabaja en amplitud y sirve como un sistema corrector en tiempo real.

## 1.2 Objetivos específicos

- i. Construir el arreglo de Fourier  $4f$  en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana.
- ii. Generar fases arbitrarias o frentes de onda de acuerdo a los polinomios de Seidel y los polinomios de Zernike
- iii. El objetivo ii) se logra generando en una de las ventanas un interferograma utilizando polinomios de Seidel o de Zernike desde un programador, siendo desplegados en un Modulador Espacial de Luz de Cristal Líquido (LC-SLM) trabajando en amplitud.
- iv. Generar corrimientos de fase a la salida del arreglo experimental.
- v. Lo anterior es logrado con la segunda ventana, donde es desplegada un interferograma de líneas rectas y con fase inicial arbitraria.
- vi. Obteniendo a la salida patrones de interferencia modulados en amplitud o en fase, lograndose lo anterior en el plano de Fourier, al no filtrar un orden de difracción o habiendo un filtraje muy preciso de alguno de los órdenes laterales al orden cero, respectivamente. Para ambos casos siendo necesaria una rejilla de Ronchi para lograr la interferencia de ambas ventanas.

## 1.3 Contenido

En el segundo capítulo se abordan los temas de interés de la tesis, conceptos teóricos que nos ayudaron a entender el tema, así como la descripción matemática del arreglo modulado en amplitud y en fase.

En el tercer capítulo se presenta el arreglo experimental propuesto para la generación de fases arbitrarias y corrimientos de fase. En el cuarto capítulo se muestran los resultados donde son generados los polinomios de Seidel y de Zernike, respectivamente, observando los corrimientos de fase, proponiendo el sistema modulado en amplitud, en el quinto capítulo se muestran algunos resultados de la modulación en fase. En el sexto capítulo se plantea la conclusión de la tesis.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

En este capítulo se propone analizar conceptos básicos de la teoría desarrollada para el funcionamiento del arreglo propuesto, se desarrolla teóricamente el procesador óptico de Fourier.

### 2.1 Teoría escalar de la difracción

El fenómeno de la difracción juega un rol importante en las ramas de la física donde es estudiado la propagación de ondas. Utilizada para comprender distintos procesos tales como la formación de imágenes, el tratamiento óptico de señales, etc, es esencial tener en cuenta dicho fenómeno.

Sommerfeld la define como *cualquier desviación de los rayos de luz de su propagación rectilínea y que no puedan ser interpretados como reflexión o refracción*. Sin embargo, el primero en reportar dicho fenómeno fue Grimaldi en el año de 1665. Él había observado que cuando iluminaba una varilla con una fuente puntual, la sombra recogida sobre la pantalla poseía sombras brillantes en su interior. Lo cual iba en contra de la propagación rectilínea de la luz, postulada por la teoría corpuscular de aquel entonces [11,12].

La difracción es un fenómeno que se produce cuando un frente de onda queda truncado por un obstáculo o una abertura que se interpone en su camino. La difracción que se genera cuando una abertura es iluminada depende del montaje óptico: longitud de onda, distancia de la fuente - abertura, abertura - pantalla y la geometría de la abertura.

Cuando la abertura difractante y la pantalla de observación se localizan a distancias muy grandes la difracción es conocida como «Difracción de Fraunhofer», el otro caso sucede cuando la pantalla difractante y la pantalla de observación se localizan a una distancia cercana, pero mayor de  $\lambda$ , hablamos de «Difracción de Fresnel».

## 2.2 Principio de Huygens

En 1678 Huygens estableció *que cada punto en un frente de onda primario es considerado como una nueva fuente de ondas esféricas secundarias, de tal manera que el frente de onda primario es la envolvente de las ondas secundarias. Además las ondas avanzan con una rapidez y frecuencia igual a la de la onda primaria en cada punto del espacio.* [11,12]

Este principio no considera que las ondas esféricas secundarias interfieran entre sí, este hecho fue tomado en cuenta por Agustin Jean Fresnel, en el año de 1818. La combinación de la construcción de Huygens, con el principio de interferencia es conocido como el principio de Huygens-Fresnel.

## 2.3 Principio de Huygens-Fresnel

Este principio establece que *cada punto en un frente de onda en un instante dado, se considera como una fuente de ondas esféricas secundarias de la misma frecuencia que la onda primaria, en donde la amplitud del campo óptico en cualquier punto adelante es la superposición de las ondas esféricas secundarias, considerando las amplitudes y fases de estas ondas.*

Posteriormente, Gustav Kirchhoff, en el año de 1882 desarrolló una teoría escalar del fenómeno de la difracción de la luz, basada directamente en la solución de la ecuación diferencial de onda, y demostró que el principio de Huygens-Fresnel es una consecuencia de la ecuación de onda.

## 2.4 Formulación de Huygens-Fresnel-Kirchhoff

Considérese la difracción de un frente de onda monocromático debido a una abertura finita, en una pantalla opaca infinita.

El campo difractado se obtiene a partir de la integral de difracción de la formulación de Huygens-Fresnel-Kirchhoff, que se expresa de la siguiente manera:

$$G(\nu, \nu) = \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \frac{\exp(ikr)}{r} \cos(\bar{n}, \bar{r}) dx dy \quad (2.1)$$

esta integral de difracción, es una solución a la ecuación de Helmholtz, y se interpreta como una superposición de ondas esféricas secundarias, que se originan en fuentes puntuales secundarias sobre el plano de la abertura. La amplitud de estas ondas esféricas, por una parte es proporcional a la amplitud del campo óptico  $g(x, y)$  incidente en la abertura, y por otra parte es proporcional al factor  $1/\lambda$ . Además, esta amplitud se ve afectada por el término  $\cos(\bar{n}, \bar{r})$ , el cual es un factor de inclinación que describe la dirección de las ondas secundarias, y representa el coseno del ángulo entre el vector normal a la abertura  $\bar{n}$  y el factor de posición  $\bar{r}$ . Así mismo, estas ondas tienen un corrimiento de fase de  $\pi/2$ .

Se puede observar que la teoría escalar de difracción de Kirchhoff determina exactamente las amplitudes y fases atribuidas a las ondas esféricas secundarias, descritas en el principio de Huygens-Fresnel, y por lo tanto, esta teoría describe analíticamente la propagación de un frente de onda en el espacio libre.

## 2.5 Difracción de Fresnel

Considerése que la distancia  $Z$  al plano de observación, es mucho mayor que el tamaño de la abertura, esto es para el caso en que el ángulo entre los vectores  $\vec{n}$  y  $\vec{r}$ , no exceda a  $\pi/10$  rad ( $18^\circ$ ). Bajo estas condiciones son válidas las siguientes aproximaciones:

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}) \cong 1 \quad (2.2)$$

y

$$\frac{1}{r} \cong \frac{1}{Z} \quad (2.3)$$

por lo que la Ec. (2.1) se reduce a:

$$G(\nu, \mu) = \frac{1}{i\lambda Z} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) dx dy \quad (2.4)$$

la magnitud del vector  $\vec{r}$  esta definida como:

$$r = \sqrt{Z^2 + (\nu - x)^2 + (\mu - y)^2} \quad (2.5)$$

o equivalentemente

$$r = Z \sqrt{1 + [(\nu - x)^2 + (\mu - y)^2] / Z^2} \quad (2.6)$$

si al radical de la Ec. (2.6) se le aplica la expansión binomial

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (2.7)$$

y al concluir sólo se toman los dos primeros términos de ésta expansión, se obtiene la aproximación paraxial de la magnitud del vector  $\vec{r}$ , esto es

$$r = Z + \frac{(\nu - x)^2 + (\mu - y)^2}{2Z} \quad (2.8)$$

al sustituir la Ec. (2.8) en la integral de difracción dada por la Ec. (2.4) se obtiene

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp(i\mathbf{k}Z)}{i\lambda Z} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp\left[\frac{i\mathbf{k}}{2Z}((\nu - x)^2 + (\mu - y)^2)\right] dx dy \quad (2.9)$$

a la Ec. (2.9) se le conoce como la integral de difracción de Fresnel ó de campo cercano. Representa una superposición de ondas esféricas en la aproximación paraxial.

## 2.6 Difracción de Fraunhofer

Llamada también «difracción de campo lejano» ya que tiene lugar en un plano de observación a una distancia mucho mas lejana.

Si partimos de la Ec. (2.9) para encontrar la integral de difracción de Fraunhofer, se desarrollan los términos cuadráticos de la exponencial

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp(i k Z)}{i \lambda Z} \exp^{\frac{i k}{2 Z}(\nu^2 + \mu^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \times \exp\left[\frac{i k}{2 Z}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-\frac{i k}{Z}(x \nu + y \mu)\right] dx dy \quad (2.10)$$

En el campo lejano se considera la siguiente aproximación

$$Z \geq \frac{k}{2}(x^2 + y^2) \quad (2.11)$$

o

$$1 \geq \frac{k}{2 Z}(x^2 + y^2) \cong 0$$

Sustituyendo la Ec. (2.11) y la magnitud  $k = 2\pi / \lambda$  en la Ec. (2.10) se obtiene que

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp(i k Z)}{i \lambda Z} \exp^{\frac{i k}{2 Z}(\nu^2 + \mu^2)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda Z}(x \nu + y \mu)\right] dx dy \quad (2.12)$$

a esta ecuación se le conoce como la integral de difracción de Fraunhofer o de campo lejano. Si se consideran como cosenos directores los términos

$$L = \frac{\nu}{Z} \quad (2.13)$$

y

$$M = \frac{\mu}{Z} \quad (2.14)$$

entonces la Ec. (2.12) se puede expresar de la siguiente forma

$$G(L, M) = A \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp(-i k(Lx + My)) dx dy \quad (2.15)$$

en donde A es una constante compleja. Está ecuación es otra forma de expresar la integral de difracción de Fraunhofer.

Si se compara la forma de la Ec. (2.12), con la definición de la transformada de Fourier, el campo difractado puede ser expresado como

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp(i k Z)}{i \lambda Z} \exp\left[\frac{i k}{2 Z}(\nu^2 + \mu^2)\right] \mathfrak{F}\{g(x, y)\} \quad (2.16)$$

en donde las coordenadas de frecuencia espacial de la transformada de Fourier deben tomar los valores

$$\nu' = \frac{\nu}{\lambda Z} \quad (2.17)$$

y

$$\mu' = \frac{\mu}{\lambda Z} \quad (2.18)$$

En conclusión, la distribución del campo óptico en el patrón de difracción de Fraunhofer es la transformada de Fourier de la distribución del campo óptico sobre la abertura.

El patrón de difracción de Fraunhofer es observado en intensidad, el cual está dado por la siguiente expresión

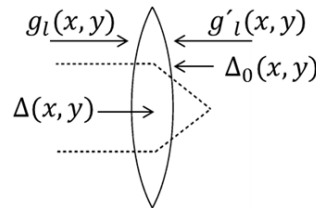
$$I(\nu, \mu) = \frac{1}{\lambda^2 Z^2} [\mathfrak{F}\{g(x, y)\}]^2 \quad (2.19)$$

en donde son evaluadas las frecuencias espaciales dadas en las Ecs. (2.17 y 2.18).

## 2.7 Fase introducida por una lente

Las lentes son elementos ópticos comúnmente utilizados para formar imágenes. Una lente generalmente esta compuesta de vidrio el cual es una material ópticamente denso, la velocidad de propagación del campo eléctrico, es menor que en el aire, por lo que las lentes introducen un retardo óptico o un desfaseamiento en un frente de onda.

Es denotada como  $g_L(x, y)$  a la distribución de amplitud del campo óptico incidente en la lente, y como  $g'_L(x, y)$  al campo óptico inmediato despues de la lente. Así mismo, se denota como  $\Delta(x, y)$  a la función de espesor de la lente, y a  $\Delta_0$  al máximo valor del espesor.



**Figura 2.1.** Lente convergente

Si se emplea esta notación, el retardo de fase total que sufre la onda es en la coordenada  $(x, y)$ , que introduce la lente, se expresa de la siguiente manera

$$\phi(x, y) = kn\Delta(x, y) + k[\Delta_0 - \Delta(x, y)] \quad (2.20)$$

en donde  $n$  es el índice de refracción del material de la lente,  $kn\Delta(x, y)$  es el retraso de fase introducido por la lente y  $k[\Delta_0 - \Delta(x, y)]$  es el retraso de fase introducido por la región permanente de espacio libre entre los dos planos que limitan la lente.

La lente puede ser representada por una transformación de fase, entre la amplitud del campo óptico incidente y la amplitud del campo óptico emergente.

$$t_L(x, y) = \exp(i k \Delta_0) \exp[i k (n-1) \Delta(x, y)] \quad (2.21)$$

por lo tanto el campo óptico  $g'_L(x, y)$  después de cruzar la lente, se relaciona con el campo óptico  $g_L(x, y)$  incidente, por medio de la relación.

$$g'_L(x, y) = t_L(x, y) g_L(x, y) \quad (2.22)$$

En la aproximación paraxial la función de espesor tiene una relación geométrica simple

$$(n-1)\Delta(x, y) = (n-1)\Delta_0 - \frac{(x^2 + y^2)}{2f} \quad (2.23)$$

en donde  $f$  es la distancia focal de la lente.

Al sustituir la Ec. (2.23) en la Ec. (2.21) se obtiene la transmitancia en amplitud de una lente

$$t_L(x, y) = \exp[i k n \Delta_0] \exp\left[-\frac{i k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.24)$$

si  $f$  es positiva la lente es convergente y si es negativa entonces la lente es divergente.

Debido a la extensión finita de la abertura de la lente, es necesario asociarle una función que represente la acción de corte de su pupila. A esta función se le conoce como «Función de pupila», denotada por  $\tilde{P}(x, y)$ , y es definida en los siguientes términos:

$$\tilde{P}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{para puntos dentro de la lente} \\ 0 & \text{para puntos fuera de la lente} \end{cases}$$

Al considerar el caso de las lentes delgadas, el espesor  $\Delta_0 \rightarrow 0$  y en consecuencia el factor de fase  $\exp(i k n \Delta_0) \rightarrow 1$  y por lo tanto la transformación de fase que introduce la lente queda así

$$T_L(x, y) = \tilde{P}(x, y) \exp\left[-\frac{i k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.25)$$

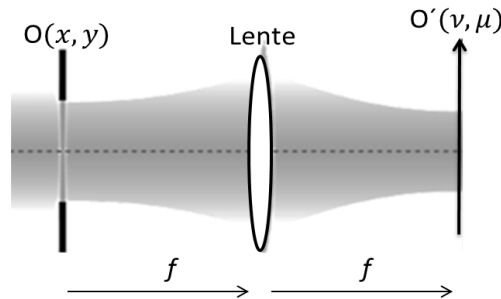
Finalmente, el campo óptico  $g'_L(x, y)$  inmediatamente después de cruzar la lente está dado por la relación

$$g'_L(x, y) = T_L(x, y) g_L(x, y) \quad (2.26)$$

en donde  $g_L(x, y)$  representa el campo óptico incidente en la lente.

## 2.8 Transformación de Fourier por una lente delgada

Existe una propiedad importante de una lente convergente, que es la de ejecutar transformaciones de Fourier. Se considera la configuración general, para llevar a cabo la operación de transformación de Fourier (Fig. 2.1)



**Figura 2.2.** Configuración para llevar a cabo la transformada de Fourier por medio de una lente delgada

Considérese un objeto con amplitud de transmitancia  $t(x, y)$  localizado a una distancia  $d$  de la lente delgada convergente de distancia focal  $f$ . El frente de onda que ilumina al objeto incide en forma a la normal, este frente de onda incidente, tiene una amplitud  $A$ .

La amplitud del campo óptico inmediatamente después del objeto es

$$g(x_0, y_0) = A_t(x_0, y_0) \quad (2.27)$$

Para hallar la distribución de amplitud del campo óptico  $g_L(x, y)$  que incide sobre la lente, se puede aplicar la integral de difracción de Fresnel, esto es

$$g(x, y) = \frac{1}{i\lambda d} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_0, y_0) \exp\left\{\frac{ik}{2d}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (2.28)$$

Esta integral puede ser escrita como la convolución de las funciones  $g(x, y)$  y  $h(x, y)$  donde

$$h(x, y) = \frac{1}{i\lambda d} \exp\left[\frac{ik}{2d}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.29)$$

Entonces,  $g_L(x, y)$  queda expresada así

$$g_L(x, y) = g(x, y) \otimes h(x, y) \quad (2.30)$$

Sea  $g'_L(x, y)$  la distribución de amplitud del campo óptico inmediatamente después de la lente, la cual esta dada por la siguiente expresión

$$g'_L(x, y) = \exp\left[-\frac{ik}{2f}(x^2+y^2)\right] g_L(x, y) \quad (2.31)$$

en donde se ha despreciado el factor de fase  $\exp(ikn\Delta_0)$  para el caso de lentes delgadas, y se ha considerado que la abertura de la lente es de extensión infinita, lo cual indica que el espectro del objeto está contenido dentro de la abertura, por lo tanto la función de la pupila es la unidad.

Para hallar la distribución de amplitud del campo  $G(\nu, \mu)$  en el plano focal de la lente, se aplica nuevamente la integral de difracción de Fresnel en la aproximación paraxial, esto es,

$$G(\nu, \mu) = \frac{1}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{+\infty} g'_L(x, y) \exp\left\{\frac{ik}{2f}[(\nu-x)^2+(\mu-y)^2]\right\} dx dy \quad (2.32)$$

sustituyendo la Ec. (2.31) en la Ec. (2.32) obtenemos

$$G(\nu, \mu) = \frac{1}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{+\infty} g_L(x, y) \exp\left\{-\frac{ik}{2f}(x^2+y^2)\right\} \times \exp\left\{\frac{ik}{2f}[(\nu-x)^2+(\mu-y)^2]\right\} dx dy \quad (2.33)$$

simplificando esta integral queda de la siguiente manera

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp\left\{\frac{ik}{2f}[\nu^2+\mu^2]\right\}}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{+\infty} g_L(x, y) \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda f}[\nu x + \mu y]\right\} dx dy \quad (2.34)$$

la Ec. (2.34) se puede representar por la Transformada de Fourier del campo  $g_L(x, y)$ , esto es

$$G(\nu, \mu) = \frac{\exp\left\{\frac{ik}{2f}[\nu^2+\mu^2]\right\}}{i\lambda f} \mathfrak{F}\{g_L(x, y)\} \quad (2.35)$$

de la Ec. (2.30) se tiene que

$$g_L(x, y) = g_0(x, y) \otimes h(x, y) \quad (2.36)$$

en donde el símbolo  $\otimes$  representa la operación de convolución.

Al aplicar el teorema de convolución, se tiene que la transformada de Fourier de  $g_L(x, y)$  es

$$G_L(\nu, \mu) = G_0(\nu, \mu)H(\nu, \mu) \quad (2.37)$$

en donde

$$\nu' = \frac{\nu}{\lambda f} \quad (2.38)$$

y

$$\mu' = \frac{\mu}{\lambda f} \quad (2.39)$$

$H(\nu, \mu)$  es la transformada de Fourier de  $h(x, y)$ , esto es,

$$H(\nu, \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) \exp^{-i2\pi[\nu x + \mu y]} dx dy \quad (2.40)$$

sustituyendo la Ec. (2.29) en la Ec. (2.40) se obtiene

$$H(\nu, \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i\lambda f} \exp\left[\frac{ik}{2d}(x^2 + y^2)\right] \exp(-i2\pi[\nu x + \mu y]) dx dy \quad (2.41)$$

al calcular la integral, se obtiene

$$H(\nu, \mu) = \exp[-i\pi\lambda d(\nu^2 + \mu^2)] \quad (2.42)$$

al sustituir la Ec. (2.42) en la Ec. (2.37) se obtiene

$$G_L = \exp[-i\pi\lambda d(\nu^2 + \mu^2)] G_0(\nu, \mu) \quad (2.43)$$

Por último, al sustituir esta ecuación en la Ec. (2.35) y simplificando términos se obtiene el campo óptico en el plano focal de la lente, lo cual queda expresado por

$$G(\nu, \mu) = \frac{1}{i\lambda f} \exp\left[\frac{ik}{2f}\left(1 - \frac{d}{f}\right)(\nu^2 + \mu^2)\right] \mathfrak{F}\{g_0(x_0, y_0)\} \quad (2.44)$$

evaluando en las frecuencias espaciales de la Ec. (2.40).

Concluyendo así que el campo óptico en el plano focal de la lente es equivalente a obtener el patrón de difracción de Fraunhofer del campo óptico irradiante después del objeto.

Finalmente, la distribución de intensidad del patrón de difracción en el plano focal de la lente está dado por:

$$I(\nu, \mu) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} |\mathfrak{F}\{g_0(x_0, y_0)\}|^2 \quad (2.45)$$

Por lo tanto, se concluye que una lente delgada convergente, tiene la propiedad de ejecutar transformaciones bidimensionales de Fourier, la cual se aplica considerablemente en el estado de la óptica de Fourier.

## 2.9 Desarrollo teórico de un sistema transformador óptico de Fourier modulando en amplitud

En la tesis se considerará la manera de trabajar nuestro sistema óptico con un LC-SLM modulando en amplitud y que tiene la ventaja de a la salida modular tanto en amplitud como en fase.

Se considera un sistema formador de imágenes lineal, el cual será descrito teóricamente, comenzando enunciando el siguiente Teorema [11].

### Teorema 2.1. Teorema de la Convolución

Dadas dos transformadas de Fourier de las funciones  $\mathcal{F}(\mu)$  y  $\mathcal{G}(\mu)$  el Teorema de la Convención establece que:

$$\mathcal{F}[\mathcal{H}(\mu)] = \mathcal{F}[\mathcal{F}(\mu)\mathcal{G}(\mu)] \quad (2.46)$$

es igual a

$$h(x) = f(x) \otimes g(x) \quad (2.47)$$

dónde  $\otimes$  denota convolución, la cual es calculada de la forma

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)g(x-s)ds \quad (2.48)$$

Dado el arreglo mostrado en la Figura 2.3

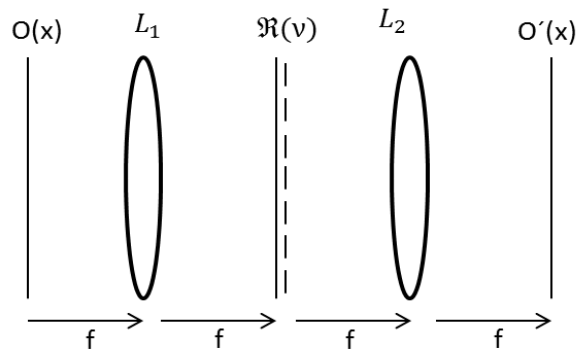


Figura 2.3. Arreglo  $4f$

dónde  $O(x)$  es el objeto de entrada y  $O'(x)$  el objeto de salida, en el plano de Fourier obtendremos  $O(v)$ , el cual en el arreglo experimental será filtrado por una rejilla cosenoidal que será denotada por la función «combs»

Entonces en el plano de Fourier tendremos la siguiente expresión

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nx_0) \quad (2.49)$$

En la tercera distancia focal tenemos la segunda lente transformadora de Fourier, por lo tanto tendremos que obtener la transformada de Fourier de cada uno de los términos de la multiplicación

$$\mathcal{F}\{R(\nu)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nx_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0) \quad (2.50)$$

la demostración viene dada en el apéndice D.

El plano objeto es denotado por

$$O(x) = w_D\left(x - \frac{x_0}{2}\right)f_1 + w_I\left(x + \frac{x_0}{2}\right)f_2 \quad (2.51)$$

donde

$$f_1(x, y) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi_1)) \quad (2.52)$$

y

$$f_2(x, y) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi_2)) \quad (2.53)$$

siendo  $\phi_1$  descrita por una cierta fase arbitraria que modelaremos con los polinomios de Seidel o Zernike siendo de la forma

$$\phi_1 = 2\pi fx + \phi'(x, y) \quad (2.54)$$

y  $\phi_2$  contendrá corrimientos de fase constantes, descritos en  $\varepsilon$

$$\phi_2 = 2\pi fx + \varepsilon \quad (2.55)$$

Para reconocer la salida del sistema óptico  $O'(x)$  se requiere hacer la convolución de la Ec (2.54) con la Ec. (2.53)

$$O'(x) = \left[ w_D\left(x - \frac{x_0}{2}\right)f_1 + w_I\left(x + \frac{x_0}{2}\right)f_2 \right] \otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0) \quad (2.56)$$

aplicando el Teorema de la convolución

$$O'(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ w_D\left(s - \frac{x_0}{2}\right)f_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0 - s)ds + w_I\left(s + \frac{x_0}{2}\right)f_2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0 - s)ds \right] \quad (2.57)$$

$$O'(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ w_D \left( x - nx_0 - \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x - nx_0 + \frac{x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.58)$$

Donde  $n$  nos indicará los órdenes de difracción, entonces

Si  $n=0$

$$O'(x) = \left[ w_D \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x + \frac{x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.59)$$

Si  $n=+1$

$$O'(x) = \left[ w_D \left( x - \frac{3x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.60)$$

Si  $n=-1$

$$O'(x) = \left[ w_D \left( x + \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x + \frac{3x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.61)$$

observando interferencia entre ciertas ventnas. A la salida del sistema tendremos la correlación de los órdenes  $0, \pm 1$ .

En el plano de salida  $O'(x)$  por efecto de la rejilla de Ronchi se obtienen las ventanas  $w_D$  y  $w_I$  replicadas y traslapadas  $w_{D_0}$  con  $w_{I+1}$  y  $w_{D_0}$  con  $w_{I-1}$ . Obteniendo en el plano imagen

$$O'(x) = \left[ w_D \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_2 + w_I \left( x + \frac{x_0}{2} \right) f_2 + w_D \left( x + \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_D \left( x - \frac{3x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x + \frac{3x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.62)$$

Tomando la interferencia de las ventanas con la correlación  $w_{D_0}$  con  $w_{I+1}$

$$O'(x) = \left[ w_D \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_1 + w_I \left( x - \frac{x_0}{2} \right) f_2 \right] \quad (2.63)$$

Obtenemos la Intensidad

$$I = w_{D,I} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [f_2 + f_1] \quad (2.64)$$

$$I = w_{D,I} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) \left[ \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi_2)) + \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi_1)) \right] \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} &= w_{D,I} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) \left[ 1 + \frac{1}{2}\cos(\phi_2) + \frac{1}{2}\cos(\phi_1) \right] \\ &= w_{D,I} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) \left[ 1 + \cos\left( \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \right) \cos\left( \frac{\phi_2 + \phi_1}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

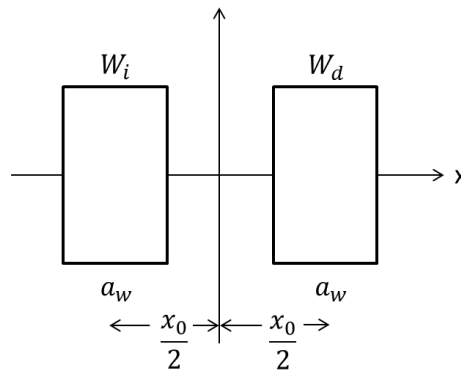
sustituyendo los valores de  $\phi_2$  y  $\phi_1$

$$I = w_{D,I} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) \left[ 1 + \cos\left( \frac{\varepsilon - \phi'}{2} \right) \cos\left( \frac{\phi' + \varepsilon}{2} + 2\pi fx \right) \right] \quad (2.66)$$

que describe lo que obtendremos a la salida del sistema, si es que no existe un proceso de filtraje en el plano de Fourier, notamos la interferencia que existe entre ambas ventanas, lograndose hacer corrimientos de fase desde las ventanas izquierdas  $L$  y en la otra introduciendo fases arbitrarias (en  $R$ ), en nuestro caso, trabajando con polinomios de Seidel y Zernike, el patrón de interferencia a la salida del arreglo trabaja la modulación del sistema óptico en amplitud, obteniendo un patrón no deseado.

## 2.10 Desarrollo teórico de un sistema transformador óptico de Fourier modulando en fase

Para el caso de usar el Interferómetro de Trayectoria Común con Doble Ventana para modulación de fase hay que considerar el siguiente arreglo experimental



**Figura 2.4.** Diagrama de la ubicación de las ventanas moduladas en la LC-SLM

$$w_i\left(\frac{x - \frac{x_0}{2}}{a_w}\right) \text{ ventana izquierda} \tag{2.67}$$

$$w_d\left(\frac{x + \frac{x_0}{2}}{a_w}\right) \text{ ventana derecha} \tag{2.68}$$

La  $w_i$  siendo multiplicada por  $f_i$  y la  $w_d$  por  $f_d$ .

Dónde  $f_i = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi f x + \phi))$

y  $f_d = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi f x + \varepsilon))$

$\phi$  es una función arbitraria dada por los polinomios de Seidel o Zernike + inclinación en  $x$   
 $\varepsilon$  una fase constante + inclinación en  $x$

Matemáticamente el plano objeto lo describiremos como

$$O(x) = \left[ w_i \otimes \delta\left(x + \frac{x_o}{2}\right) \right] f_i + \left[ w_d \otimes \delta\left(x - \frac{x_o}{2}\right) \right] f_d \quad (2.69)$$

En el plano de Fourier, tendremos que calcular la Transformada de Fourier del objeto, debido a que en la segunda distancia focal es colocada la primera lente  $L_1$ . Considerando solo una dimensión y usando el Teorema de la Convención dado por la Ec (2.46) obtenemos

$$\left( w_i e^{i2\pi\nu\frac{x_0}{2}} \right) \otimes \left[ \delta(0) + \frac{1}{2} C_i(\nu - f) + \frac{1}{2} C_i(\nu + f) \right] + \left( w_d e^{-i2\pi\nu\frac{x_0}{2}} \right) \otimes \left[ \delta(0) + \frac{1}{2} C_d(\nu - f) + \frac{1}{2} C_d(\nu + f) \right] \quad (2.70)$$

dónde  $C_i = \mathcal{F}(e^{i\phi_1})$

y  $C_d = \mathcal{F}(e^{i\phi_2})$

En el proceso de filtraje, se elige solamente  $\frac{1}{2}C_i(\nu - f)$  y  $\frac{1}{2}C_d(\nu - f)$  obteniendo

$$\left[ \left( w_i e^{i2\pi\nu\frac{x_0}{2}} \right) \otimes \frac{1}{2} C_i(\nu - f) \right] + \left[ \left( w_d e^{-i2\pi\nu\frac{x_0}{2}} \right) \otimes \frac{1}{2} C_d(\nu - f) \right] \quad (2.71)$$

En la Fig. (2.5) se observan los órdenes de difracción obtenidos en el plano de Fourier



**Figura 2.5.** Órdenes de difracción dados en el plano de Fourier

En el tercera distancia focal se coloca la segunda lente  $L_2$  implicando hacer la transformada inversa de Fourier, para obtener el plano de salida.

Quedando representado de la siguiente manera

$$\mathcal{F}^{-1} \left[ \left[ w_i \otimes \delta\left(x + \frac{x_o}{2}\right) e^{i2\pi f x} C_i(x) \right] + \left[ w_d \otimes \delta\left(x - \frac{x_o}{2}\right) e^{i2\pi f x} C_d(x) \right] \right] \quad (2.72)$$

Al obtener la convolución

$$w_i \left( \frac{x - \frac{x_o}{2}}{a_w} \right) e^{i2\pi f x} C_i(x) + w_d \left( \frac{x + \frac{x_o}{2}}{a_w} \right) e^{i2\pi f x} C_d(x) \quad (2.73)$$

quedando finalmente en el plano de salida

$$O'(x) = w_i \left( \frac{x - \frac{x_o}{2}}{a_w} \right) e^{i(\phi_1)} + w_d \left( \frac{x + \frac{x_o}{2}}{a_w} \right) e^{i(\phi_2)} \quad (2.74)$$

dónde

$$\phi_1 = 2\pi fx + \phi \quad (2.75)$$

$$\phi_2 = 2\pi fx + \varepsilon \quad (2.76)$$

El resultado obtenido por la Ec (2.74) se observa sin tener el efecto de la rejilla de Ronchi en el plano de Fourier.

Observando las ventanas con las fases  $e^{i\phi_1}$  y  $e^{i\phi_2}$ , respectivamente, de cada una de las ventanas desplegadas en el LC-SLM.

Para lograr la superposición de ambas ventanas se requiere la convolución de la Ec (2.74) con la transformada de Fourier de la rejilla de difracción.

La rejilla es propuesta por la función «Combs», la función como su transformada viene dada en la Ec. (2.50).

Obteniendo la convolución de la Ec. (2.74) con la transformada de Fourier dada en la Ec. (2.50), obtenemos en el plano de salida

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0) \quad (2.77)$$

aplicando el Teorema de la convolución

$$O'(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ w_d \left( s - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0 - s) ds + w_i \left( s + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0 - s) ds \right] \quad (2.78)$$

$$O'(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ w_d \left( x - nx_0 - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x - nx_0 + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.79)$$

Donde n nos indicará los órdenes de difracción, entonces

Si  $n = 0$

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.80)$$

Si  $n = +1$

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x - \frac{3x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.81)$$

Si  $n = -1$

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x + \frac{3x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.82)$$

al igual que como cuando se obtiene la modulación en amplitud, se observa la interferencia entre las ventanas teniendo a la salida del sistema la correlación de los órdenes 0,  $\pm 1$ .

En el plano de salida  $O'(x)$  por efecto de la rejilla de Ronchi se obtienen las ventanas  $w_d$  y  $w_i$  replicadas y traslapadas  $w_{d_0}$  con  $w_{i+1}$  y  $w_{d_0}$  con  $w_{i-1}$ . Obteniendo en el plano imagen

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} + w_i \left( x + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} + w_d \left( x + \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_d \left( x - \frac{3x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x + \frac{3x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.83)$$

Tomando la interferencia de las ventanas con la correlación  $w_{d_0}$  con  $w_{i+1}$

$$O'(x) = \left[ w_d \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_1} + w_i \left( x - \frac{x_0}{2} \right) e^{i\phi_2} \right] \quad (2.84)$$

Obtenemos la Intensidad

$$\begin{aligned} I &= w_{d,i} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [e^{i\phi_2} + e^{i\phi_1}] \quad (2.85) \\ &= w_{d,i} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [[e^{i\phi_2} + e^{i\phi_1}][e^{-i\phi_2} + e^{-i\phi_1}]] \\ &= w_{d,i} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [2 + e^{-i(\phi_2 - \phi_1)} + e^{i(\phi_2 - \phi_1)}] \\ &= w_{d,i} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [2 + 2 \cos(\phi_2 - \phi_1)] \end{aligned}$$

sustituyendo los valores de  $\phi_2$  y  $\phi_1$  dadas en las Ecs. (2.75 y 2.76)

$$\begin{aligned} \phi_2 - \phi_1 &= 2\pi f x + \phi - 2\pi f x - \varepsilon \\ \phi_2 - \phi_1 &= \phi - \varepsilon \end{aligned}$$

Dandonos como resultado

$$I = w_{d,i} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) [2 + 2 \cos(\phi - \varepsilon)] \quad (2.86)$$

que nos indica el resultado teórico al trabajar con el sistema óptico siendo modulado en fase. En el patrón de interferencia se observan los interferogramas dados por  $\phi$  con los corrimientos de fase que son modulados desde una de las ventanas.

En el capítulo siguiente es explicado el arreglo experimental que fue montado en el laboratorio.

# Capítulo 3

## Arreglo experimental

En este capítulo, se presenta el arreglo experimental utilizado para generar fases arbitrarias con ayuda de un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana (ITCDV), en un sistema formador de imágenes  $4f$ . Se hace una breve descripción del LC-SLM y la forma de uso. El experimento fue realizado en el Laboratorio de Pruebas Ópticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

### 3.1 Modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM)

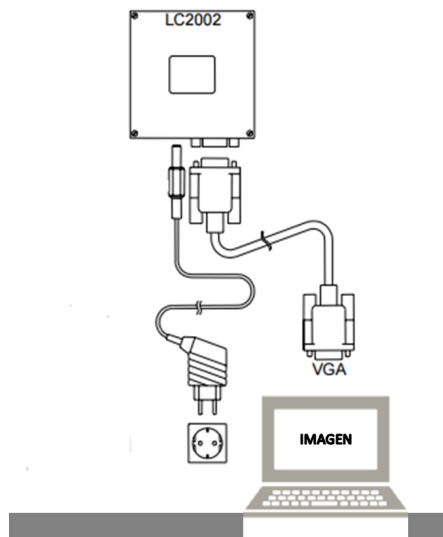
Es llamado modulador de luz espacial LC-SLM (Liquid Crystal-Spatial Light Modulator) a aquel dispositivo que nos permita controlar la intensidad, la fase o el estado de polarización en función del tiempo y el espacio del haz que incide en el dispositivo. Los SLM son clasificados dependiendo del fenómeno físico que se utilizó para su fabricación, en nuestro trabajo nosotros hicimos uso de cristales líquidos (LC-SLM) [7].

El dispositivo visualizador de imágenes LCD (Liquid Crystal Display) modelo LC2002 (Fig. 3.1) es una micropantalla de transmisión fabricada por Holoeye, una empresa Alemana. El dispositivo posee un área activa de 20mm x 15mm y una resolución de 800x600 pixeles, cada uno de los cuales mide  $32\mu m$  cuadrados.



**Figura 3.1.** SLM modelo LC2002

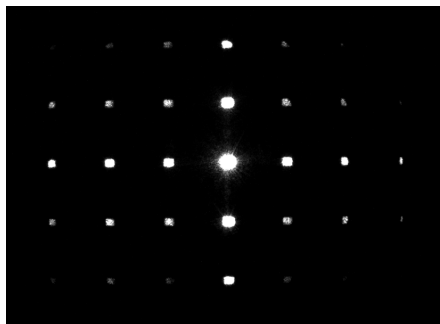
Para poder utilizar el SLM se requiere una computadora con un puerto VGA, en nuestro caso se ocupó una mini Laptop eMachine 355 la cual nos proporciona una resolución igual al modulador de luz espacial de 800x600 píxeles, logrando así que nuestras imágenes se desplegaran utilizando toda el área activa del modulador. Para lograr el buen funcionamiento del LC2002 éste tiene dos entradas: alimentación e imagen. La alimentación es proporcionada por un convertidor de 15V ac y la señal de la imagen es enviada por medio de la conexión VGA de la Laptop (Fig. 3.2).



**Figura 3.2.** Conectores del LC2002

El modulador de luz espacial de cristal líquido fue modulado en amplitud, y controlado desde la Laptop eMachine 355, desplegando las imágenes realizadas en MatLab desde el programa «Visualizador de fotos de Windows», previo a mandar las imágenes al SLM se comprobaba que la resolución de la Laptop fuera de 800x600 píxeles, y así obtener un óptimo funcionamiento del LC-SLM.

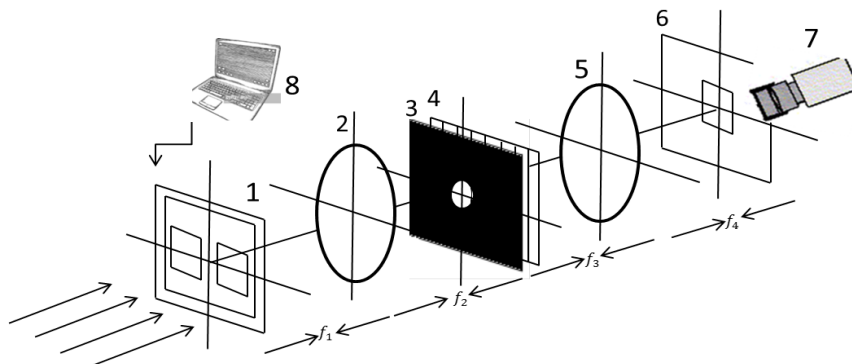
En la Fig. 3.3 se observan diferentes órdenes de difracción, esto se debe a que el SLM-LC es una estructura pixelada la cual actúa como una rejilla de difracción cuadrada.



**Figura 3.3.** Estructura pixelada del LC-SLM

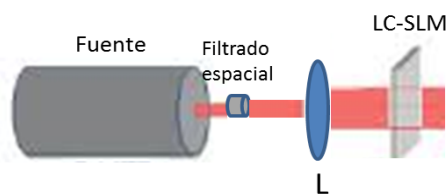
## 3.2 Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana

El interferómetro consta de un sistema formador de imágenes  $4f$ , observado en la Fig. (3.4)



**Figura 3.4.** Arreglo  $4f$ , 1) SLM-LC, 2) Lente, 3) Filtro, 4) Rejilla de Ronchi, 5) Lente, 6) Plano de salida, 7) Cámara CCD, 8) miniLaptop

la fuente es un láser de  $633nm$  el cual es expandido por un objetivo de microscopio y filtrado por un pinhole. Estos dos últimos elementos ópticos forman lo que llamamos «filtro espacial» el cual se hace con el propósito de filtrar el orden cero del patrón de difracción del láser, la fuente puntual genera una onda esférica, la cual es colimada por una lente convergente  $L$  de una distancia focal de  $f=50cm$ , para generar un frente de onda plano, el cual incide en el plano de entrada o plano objeto denotado por  $O(x)$ .



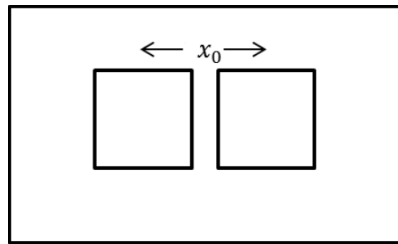
**Figura 3.5.** Filtrado espacial y haz colimado incidiendo sobre el LC-SLM

En el plano objeto se coloca el LC-SLM, desde aquí se modulan dos ventanas  $R$  (derecha) y  $L$  (izquierda) con una separación  $x_0$ , en una ventana se despliega un patrón de líneas rectas de tipo cosenoidal que nos sirve como haz de referencia y con corrimiento de fase controlado; en la otra, se despliega un patrón de franjas cosenoidales deformadas, generando un frente de onda siendo de la forma dada por los polinomios de Seidel o los polinomios de Zernike, para obtener una modulación en fase es necesario lograr filtrar perfectamente uno de los órdenes laterales al orden cero en el plano de Fourier para lo cual se requieren ciertas restricciones en los interferogramas que desplegaremos en el LC-SLM que serán explicadas más adelante.

A la primera distancia focal despues de colocar el LC-SLM es colocada una primera lente  $L_1$  con una distancia focal de  $f = 35\text{cm}$ , en donde es generada la primera transformada de Fourier, después a la segunda distancia focal se coloca una rejilla de Ronchi con una frecuencia  $\nu = 50 \text{ lineas/mm}$ , la cual es indispensable para lograr la superposición de ambas ventanas en el plano de salida  $O'(x)$ , para poder lograrlo es necesario saber el período adecuado de la rejilla, teniendo en cuenta la separación  $x_0$  entre las ventanas (Fig.3.6), para saberlo utilizamos la siguiente ecuación:

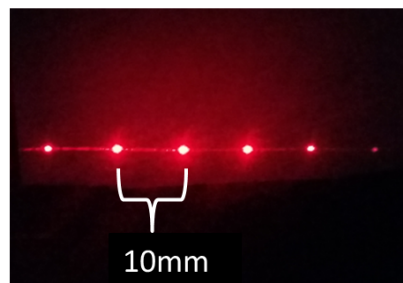
$$\tau = \frac{\lambda f}{x_0} \quad (3.1)$$

en dónde  $\tau$  es el período de la rejilla,  $\lambda$  es la longitud de onda del láser,  $f$  la distancia focal de las lentes (35cm) y  $x_0$  la distancia de separación que existe entre las ventanas.



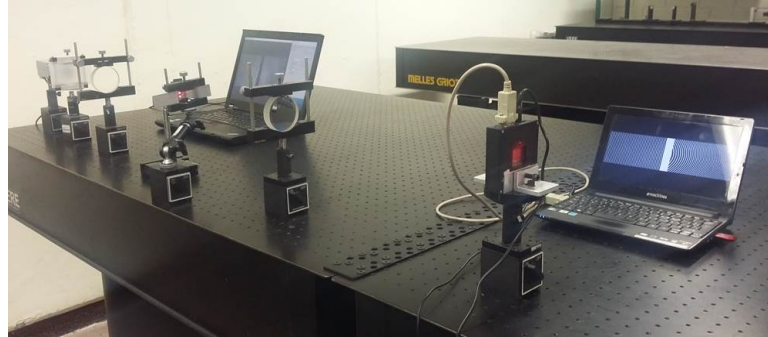
**Figura 3.6.** Arreglo del plano de entrada, formado por las dos ventanas separadas.

La distancia  $x_0$  puede ser determinada con la ayuda de la rejilla, colocando la fuente seguido de la rejilla de Ronchi de una frecuencia de  $\nu = 50 \text{ lineas/mm}$  y una pantalla a una distancia de 35cm, que es la distancia focal de las lentes, al hacer esto obtenemos que la distancia entre los órdenes de difracción es de aproximadamente 10mm, equivalente a una separación de 100 píxeles para generarlas en el programa.



**Figura 3.7.** Órdenes de difracción de la rejilla de Ronchi

Para generar cambios en la frecuencia portadora los corrimientos son hechos en el plano de Fourier trasladando axialmente la rejilla de Ronchi. A la tercera distancia focal es colocada una segunda lente  $L_2$  con una distancia focal igual a la primera lente ( $f = 35\text{cm}$ ), en la cual es recuperada la imagen del objeto, la cual es observada a la cuarta distancia focal en nuestro plano imagen. El arreglo montado en el laboratorio se muestra en la Figura 3.8.



**Figura 3.8.** Arreglo montado en el laboratorio

Los programas utilizados para generar fases arbitrarias en el SLM-LC se encuentran en el Apéndice A, las ventanas con los interferogramas fueron hechas desde MatLab. Los interferogramas utilizados están descritos matemáticamente de la siguiente forma

$$f_I = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi fx + \phi(x))) \quad (3.2)$$

donde la fase  $\phi(x)$  está descrita por los polinomios de Seidel o los polinomios de Zernike.

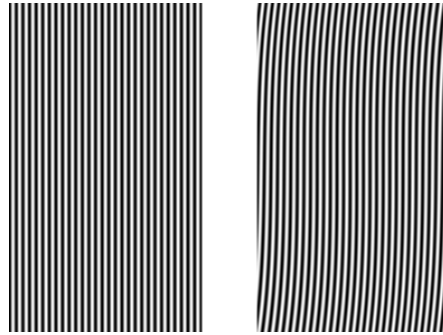
$$f_D = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi fx + \epsilon)) \quad (3.3)$$

en  $\epsilon$  es donde realizamos los corrimientos  $0, \frac{\pi}{2}, \pi$  y  $\frac{3\pi}{2}$ .

Sin embargo, para poder hacer un buen uso de nuestro procesador óptico de Fourier, los interferogramas que serán desplegados en el LC-SLM deben ser generados con algunas características, que al no tomarse en cuenta no podríamos obtener buenos resultados.

En el proceso de filtraje dado en el plano de Fourier al querer trabajar con modulación en fase o en amplitud, debemos de obtener órdenes de difracción de tal manera que los órdenes de ambas ventanas coincidan en el plano de Fourier, de no ser así, sería imposible lograr una interferencia en la salida del sistema, para lograr lo anterior es necesario sumarle a la fase dada por  $\phi(x)$  una inclinación en  $x$ , de la forma  $\phi(x) + Ex$ , siendo  $E$  igual a la frecuencia  $f$  que viene dada por la segunda ventana descrita en la Ec. (3.3).

Para conocer el valor idóneo que debíamos darle a  $\nu$  y por consecuencia a  $E$ , se tuvieron que ir programando distintos interferogramas con distintas frecuencias, e ir desplegándolas en el arreglo hasta observar una separación de órdenes que pudiera ser filtrado en el plano de Fourier. Obteniendo de esta forma que el valor óptimo era 25.



**Figura 3.9.** Ambas ventanas con mismo número de líneas

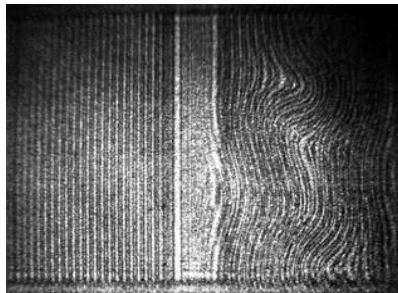
En la Fig. (3.9) se observan los órdenes de difracción que se obtuvieron al generar los interferogramas  $f_i$  y  $f_d$  con inclinación y frecuencia igual a 25. Se observa que entre los órdenes existe una separación que es posible filtrar.



**Figura 3.10.** Órdenes de difracción dados por ambas ventanas en el plano de Fourier,

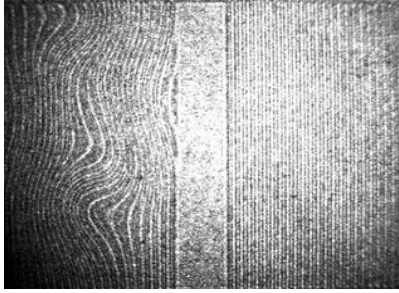
### 3.3 Funcionamiento experimental del sistema óptico modulado en amplitud

Nuestro arreglo experimental es modulado en amplitud cuando en el plano de Fourier no se lleva a cabo el proceso de filtraje, en el plano de entrada en el LC-SLM se observa lo siguiente



**Figura 3.11.** Captura de interferogramas vistos desde el LC-SLM

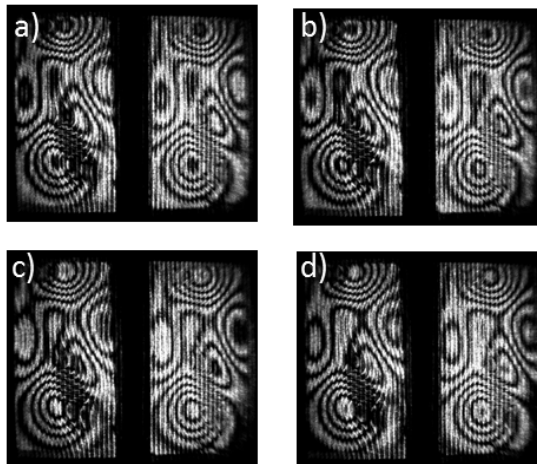
La Fig. (3.10) muestra los órdenes de difracción que se observan en el plano de Fourier al desplegar las ventanas en el modulador. Al no haber filtrado en el plano de Fourier lo que se obtiene a la salida posterior a la segunda lente es lo siguiente



**Figura 3.12.** Plano de salida, sin rejilla de Ronchi en el plano de Fourier

y si se coloca la rejilla de Ronchi, lo que obtenemos son patrones descritos por la Ec. (2.66)

En el plano de salida se logra hacer interferir ambas ventanas, logrando la correlación de los órdenes de difracción  $0, \pm 1$ , haciendo interferir el orden cero de la ventana derecha con el orden  $-1$  de la ventana izquierda y a su vez el orden cero de la ventana izquierda con el orden  $+1$  de la ventana derecha. Al momento de lograr una interferencia entre ambas ventanas se observa como al ir cambiando las imágenes desde la Laptop y proyectando en el LC-SLM el interferograma de líneas rectas y corrimientos de fase constantes va manipulando el interferograma con el patrón deformado dado por la otra ventana, observándose corrimientos de fase constantes en el plano de salida. Los cuales fueron capturados con una cámara Pixelink modelo PL-B781U.

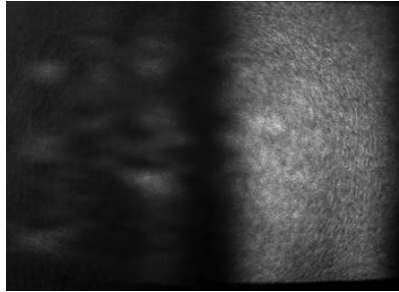


**Figura 3.13.** Patrones de interferencia a la salida del sistema

Los cuales se observan son descritos por la suma de ambas ventanas. Un ejemplo de la observación de los corrimientos de fase no las muestra la Fig 3.13, el patrón deformado es propuesto como la *función picos* la cual es generada desde Matlab (ver Apéndice A).

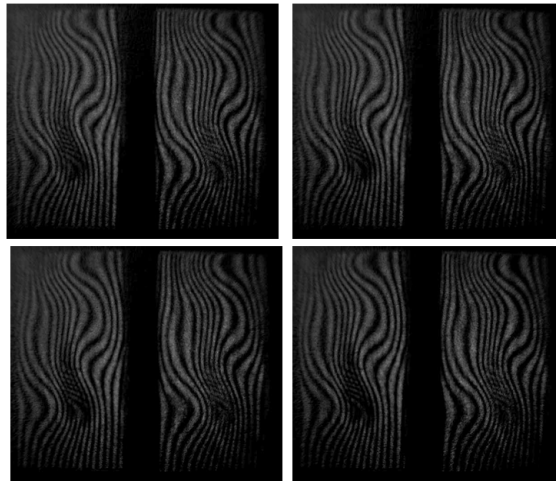
### 3.4 Funcionamiento experimental del sistema óptico modulado en fase

Para que nuestro arreglo sea modulado en fase, lo que se hace es filtrar el orden  $+1$  ó  $-1$  en el plano de Fourier, en nuestro caso filtramos el orden  $-1$  de la Fig. (3.10) obteniendo a la salida del sistema sin colocar aún la rejilla lo siguiente



**Figura 3.14.** Fases obtenidas a la salida del sistema

y al colocar la rejilla de Ronchi se obtiene el siguiente patrón de interferencia



**Figura 3.15.**

Siendo de interés que el LC-SLM al modular en amplitud, podamos obtener modulación en amplitud o en fase a la salida de nuestro sistema, dependiendo si es que en el plano de Fourier se lleve a cabo un proceso de filtraje o no.

En los capítulos posteriores se muestran los resultados obtenidos haciendo uso del arreglo propuesto. En el capítulo 4, se muestran los resultados cuando nuestro sistema óptico trabaja modulando en amplitud y en el capítulo 5 cuando se trabaja siendo modulado en fase.

## Capítulo 4

# Resultados de modulación de Amplitud en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana

En el presente capítulo se presenta los resultados de la modulación de amplitud del arreglo, así mismo se introduce la teoría de los Polinomios de Seidel, así como los corrimientos de fase generados de los mismos polinomios, haciendo uso del Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana, en un procesador de imágenes  $4f$ , el cual está descrito en el capítulo anterior, se muestran resultados experimentales.

A continuación se presentan los resultados arrojados al proponer la fase  $\phi(x, y)$  utilizando los polinomios de Seidel y de Zernike

### 4.1 Polinomios de Seidel

La calidad de las imágenes obtenidas en cualquier sistema óptico depende en gran medida de un efecto óptico llamado *aberraciones*. Las aberraciones son defectos de un sistema óptico, las cuales suelen producir distorsiones en las imágenes que empobrecen su calidad, por lo que en general, se deben tratar de reducir y lograr una mejora.

Las aberraciones han sido observadas desde que aparecieron los primeros instrumentos ópticos tales como microscopios, telescopios en los siglos XVII y XVIII, en su estudio han contribuido Erns Abbe (1840-1905), Ludwig Von Seidel (1821-1896) y Frits Zernike (1888-1966). Seidel estudio a detalle las aberraciones que llevan su nombre. Las aberraciones se

pueden clasificar en dos tipos: cromáticas y monocromáticas. Nosotros estamos interesados en las segundas, las cuales se presentan cuando el objeto es iluminado con luz de una sola longitud de onda.

En general, en un sistema óptico perfecto, el frente de onda que se obtiene a la salida del sistema usando una fuente de luz puntual como objeto, es de manera esférica, con su centro de convergencia en el punto imagen. Pero si el sistema tiene aberraciones, el frente de onda tiene deformaciones que lo desvían de la forma esférica y se puede representar por  $W(x, y)$ . Las deformaciones, medidas en el plano de la pupila de salida, en el caso de las aberraciones primarias, se pueden representar de la siguiente forma

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + Ex + Fy \quad (4.1)$$

donde: A= coeficiente de la aberración de esfericidad

B= coeficiente de la coma

C= coeficiente del astigmatismo

D= coeficiente del desplazamiento de foco

E= movimiento de la imagen en la dirección de  $x$

F= movimiento de la imagen en la dirección de  $y$

## 4.2 Resultados de los interferogramas obtenidos en el plano de salida

Los patrones fueron generados a través del software MatLab (ver Apéndice A), para producir las distintas aberraciones de Seidel, la fase  $\phi(x, y)$  fue expresada en coordenadas cartesianas, de la forma

$$\phi(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + Ex + Fy \quad (4.2)$$

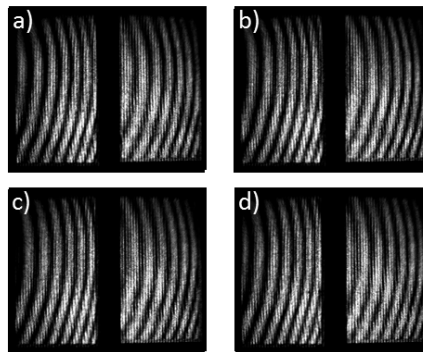
donde se buscaron valores pertinentes a los coeficientes A, B, C, D, E y F para lograr una imagen visible en los patrones de difracción observados en el plano de Fourier, obteniendo buenos resultados en los interferogramas en el plano de salida.

Como se ha mencionado para poder lograr un buen filtraje en el plano de Fourier debemos de enviar a la ventana derecha, modulada con fases distintas, un término de inclinación distinto de cero, después de varias pruebas se llegó a la conclusión que  $E=25$  era una buena propuesta tal que el filtrado se distingue perfectamente, sumándole este término a cada una de las aberraciones que se muestran. En la ventana izquierda se realizan los corrimientos de  $0$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$  y  $\frac{3\pi}{2}$  respectivamente, lográndolo hacer en tiempo real, gracias al modulador de luz espacial de cristal líquido.

### 1) Esférica

La aberración de esfericidad es una desviación de los rayos que produce diversos puntos de convergencia, al suceder esto los rayos marginales y paraxiales, provocan que la imagen de un objeto puntual que es colocado sobre el eje óptico no sea un punto si no una mancha más extendida.

La función de fase debe ser de la forma  $\phi(x, y) = A(x^2 + y^2)^2$ , siendo el coeficiente  $A=2$ , sumado a esto se agrega inclinación en  $x$ , siendo  $E=25$ .

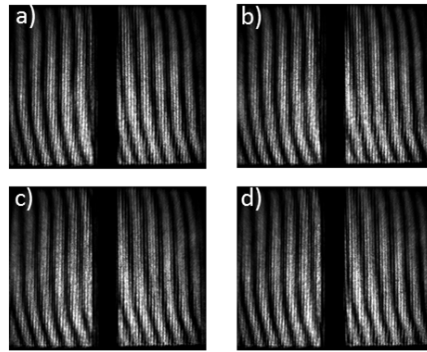


**Figura 4.1.** Imágenes con aberración esférica, y corrimientos de fase constante

### 2) Coma

Es una aberración primaria monocromática que deteriora la imagen, asociada con un punto objeto apartado del eje, aunque sea a una distancia corta. Los rayos que cruzan cerca del centro de la lente y los que cruzan a las orillas de la lente no tienen la misma desviación.

Su función de fase está dada por  $\phi(x, y) = B y(x^2 + y^2) + E x$ , el valor dado para  $B$  fue de  $B=2$  y  $E=25$ , para lograr filtrar los patrones de difracción en el plano de Fourier.

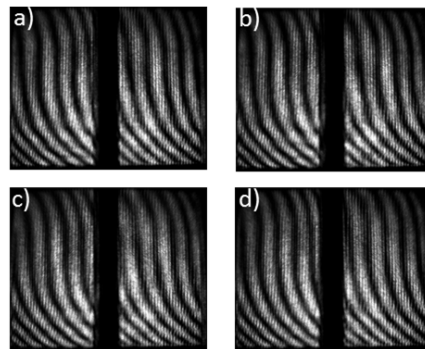


**Figura 4.2.** Imágenes con aberración de coma, y sus respectivos corrimientos.

### 3) Astigmatismo

Sucede cuando existe una separación entre los puntos de convergencia de los rayos que atraviesan la lente a través del diámetro vertical (rayos meridionales) y los que la atraviesan en el diámetro horizontal (rayos sagitales). Manifestándose en puntos fuera del eje óptico.

La función de fase es de la forma  $\phi(x, y) = C(x^2 + y^2) + Ex$ , con  $C=2$  y  $E=25$ .

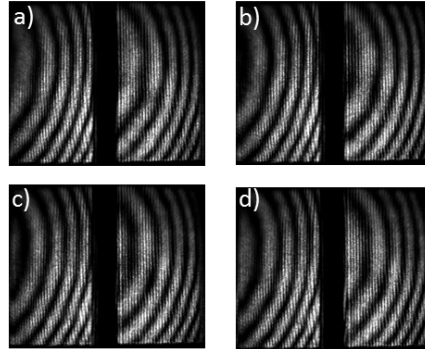


**Figura 4.3.** Imágenes con aberración de astigmatismo, mostrando los corrimientos de fase

### 4) Desenfoque

Esta aberración tiene su origen en la incapacidad del sistema óptico de enfocar la imagen en el plano gaussiano, el sistema óptico es capaz de formar una imagen ideal, pero el punto imagen no se localiza en el plano imagen Aunque no se suele considerar como aberración, es la causa más frecuente en la degradación en los sistemas formadores de imágenes. Siendo la

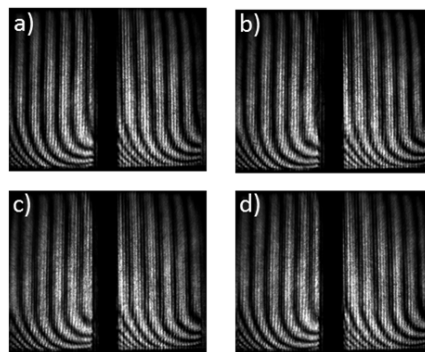
fase  $\phi(x, y) = D(x^2 + y^2) + Ex$ , con inclinación en  $E=25$  y desenfoque en  $D=4$ .



**Figura 4.4.** Imágenes con aberración de desenfoque y los corrimientos realizados.

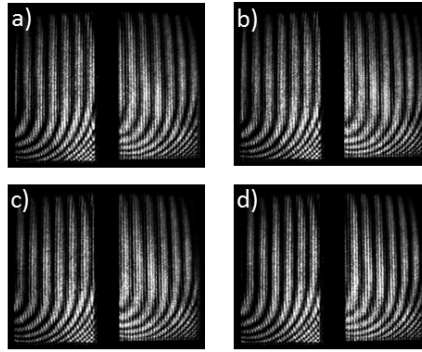
Tomando en cuenta los Polinomios de Seidel, se siguieron observando fases arbitrarias, proponiendo juntar dos tipos de aberraciones y expresandolas como fase en uno de los patrones de la ventana derecha y siguiendo haciendo los corrimientos en la ventana izquierda, se muestran los patrones obtenidos.

La Fig. (4.10) muestra las imágenes con aberraciones de coma mas esférica, y los corrimientos de 0 a  $\frac{3\pi}{2}$ , en un intervalo de  $\frac{\pi}{2}$ . La fase esta descrita de la forma  $\phi(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + By(x^2 + y^2) + Ex$ , los valores dados a cada coeficiente son 2, 3 y 25 respectivamente.



**Figura 4.5.** Coma y esférica

La fase dada en la siguiente figura es  $\phi(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + C(x^2 + y^2) + Ex$ , siendo  $A=2$ ,  $C=3$  y  $E=25$ , como se puede notar es la suma de las aberraciones esférica y astigmatismo, mostrando los corrimientos hechos desde el modulador de luz espacial de cristal líquido.



**Figura 4.6.** Esférica y astigmatismo

Dentro de la ventana izquierda proyectada en el SLM-LC se reproduce el desplazamiento de fase del patrón de líneas rectas de tipo cosenoidal, colocando el filtro dicho anteriormente y la rejilla de Ronchi en el plano de Fourier se logra hacer que la ventana izquierda que despliega el patrón de franjas cosenoidales deformadas en este caso por los Polinomios de Seidel se traslapen, logrando interferencia en el plano de salida, y obteniendo los corrimientos de fase de una manera optima y en tiempo real.

### 4.3 Polinomios de Zernike

Su nombre se debe a Frits Zernike, los polinomios de Zernike son de gran utilidad en la óptica, debido a que forman una base ortogonal completa en un círculo de radio unidad. Muchos instrumentos ópticos suelen tener una simetría y pupilas circulares, la expansión en los Polinomios de Zernike se pueden utilizar para describir cualquier función en el plano de la pupila, en particular, la aberración de onda. Por lo que suelen ser de interés en aplicaciones como el diseño óptico, medidas de calidad óptica, óptica adaptativa, interferometría, metrología de superficie, entre otros. Hoy en día los polinomios de Zernike están presentes en tecnologías actuales usadas en oftalmología, telescopios y simulación óptica.

Los polinomios ortonormales del círculo de Zernike  $Z_j(x, y)$  en coordenadas cartesianas  $(x, y)$  que son normalizadas por la pupila de radio  $a$ , son mostradas en la Tabla (5.1). Fueron de esta forma como se trabajaron en la tesis.

| Polinomios | $Z_j(x, y)$   |
|------------|---|
| $Z_1$      | 1   |
| $Z_2$      | $2x$  |
| $Z_3$      | $2y$  |
| $Z_4$      | $\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$                                 |
| $Z_5$      | $2\sqrt{6}xy$   |
| $Z_6$      | $\sqrt{6}(x^2 - y^2)$                                   |
| $Z_7$      | $\sqrt{8}y(3\rho^2 - 2)$                                |
| $Z_8$      | $\sqrt{8}x(3\rho^2 - 2)$                                |
| $Z_9$      | $\sqrt{8}y(3x^2 - y^2)$                                 |
| $Z_{10}$   | $\sqrt{8}x(x^2 - 3y^2)$                                 |
| $Z_{11}$   | $\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$                       |
| $Z_{12}$   | $\sqrt{10}(x^2 - y^2)(4\rho^2 - 3)$                     |
| $Z_{13}$   | $2\sqrt{10}xy(4\rho^2 - 3)$                             |
| $Z_{14}$   | $\sqrt{10}(\rho^4 - 8x^2y^2)$                           |
| $Z_{15}$   | $4\sqrt{10}xy(x^2 - y^2)$                               |
| $Z_{16}$   | $\sqrt{12}x(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)$                   |
| $Z_{17}$   | $\sqrt{12}y(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)$                   |
| $Z_{18}$   | $\sqrt{12}x(x^2 - 3y^2)(5\rho^2 - 4)$                   |
| $Z_{19}$   | $\sqrt{12}y(3x^2 - y^2)(5\rho^2 - 4)$                   |
| $Z_{20}$   | $\sqrt{12}x(16x^4 - 20x^2\rho^2 + 5\rho^4)$             |
| $Z_{21}$   | $\sqrt{12}y(16x^4 - 20x^2\rho^2 + 5\rho^4)$             |
| $Z_{22}$   | $\sqrt{7}(20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1)$          |
| $Z_{23}$   | $2\sqrt{14}xy(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6)$                 |
| $Z_{24}$   | $\sqrt{14}(x^2 - y^2)(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6)$         |
| $Z_{25}$   | $4\sqrt{14}xy(x^2 - y^2)(6\rho^2 - 5)$                  |
| $Z_{26}$   | $\sqrt{14}(8x^4 - 8x^2\rho^2 + \rho^4)(6\rho^2 - 5)$    |
| $Z_{27}$   | $\sqrt{14}xy(32x^4 - 32x^2\rho^2 + 6\rho^4)$            |
| $Z_{28}$   | $\sqrt{14}(32x^6 - 48x^4\rho^2 + 18x^2\rho^4 - \rho^6)$ |

**Tabla 4.1.** Polinomios de Zernike ortonormales en el círculo, en coordenadas cartesianas (x,y), los cuales son transformados por la pupila de radio  $a$ . Note que  $x = \rho\cos\theta$ ,  $y = \rho\sin\theta$  and  $0 \leq \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1$ .

## 4.4 Interferogramas generados en el plano de salida

La generación de frentes de onda de tipo Zernike utilizando el LC-SLM son mostrados a continuación. Para poder modularlos, la función de fase  $\phi(x, y)$  se sustituyó por los polinomios de Zernike, son mostrados 13 de los 28 polinomios descritos en la Tabla.

El arreglo para generar los frentes de onda de tipo Zernike ha sido descrito en el Capítulo 3.

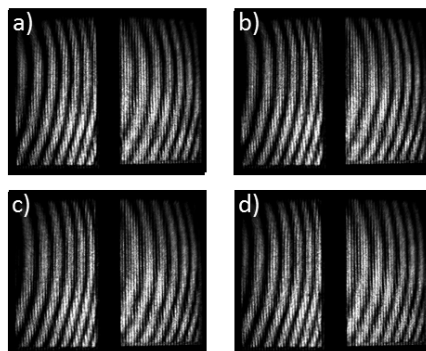


Figura 4.7.  $Z_4 (\sqrt{3}(2\rho^2 - 1))$

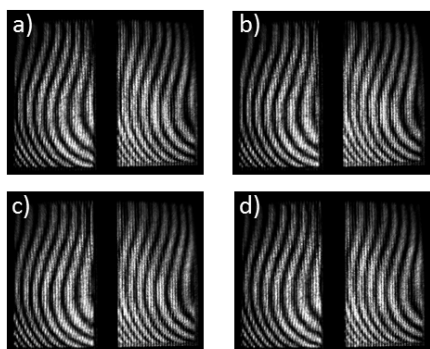


Figura 4.8.  $Z_7 (\sqrt{8}(3\rho^2 - 2))$

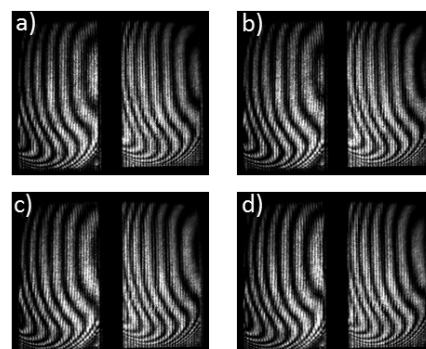


Figura 4.9.  $Z_{11} (\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1))$

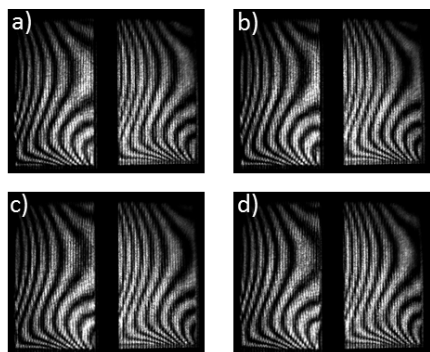


Figura 4.10.  $Z_{12} (\sqrt{10}(x^2 - y^2)(4\rho^2 - 3))$

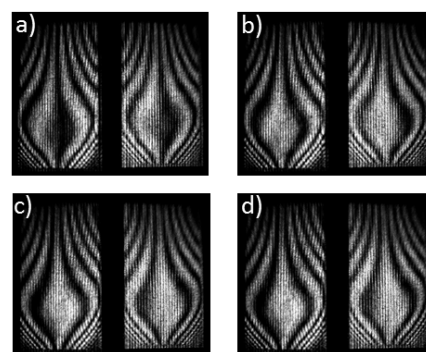


Figura 4.11.  $Z_{13} (2\sqrt{10}xy(4\rho^2 - 3))$

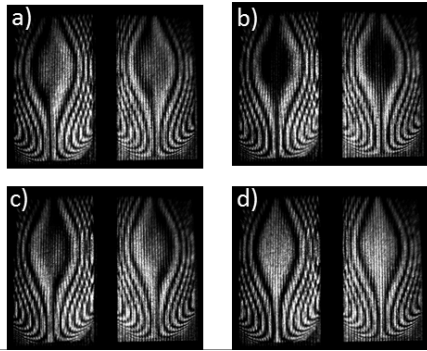


Figura 4.12.  $Z_{16} (\sqrt{12}x(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3))$

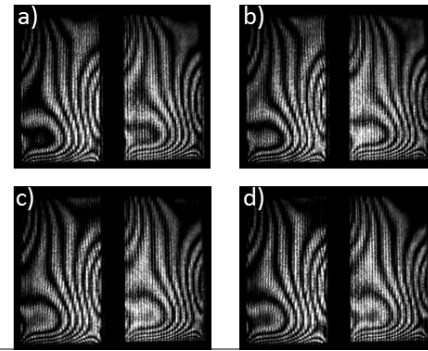


Figura 4.13.  $Z_{19} (\sqrt{12}y(3x^2 - y^2)(5\rho^2 - 4))$

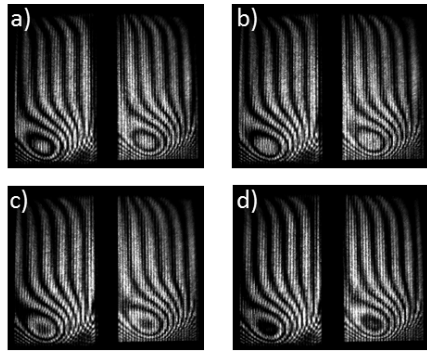


Figura 4.14.  $Z_{21} (\sqrt{12}y(16x^4 - 20x^2\rho^2 + 5\rho^4))$

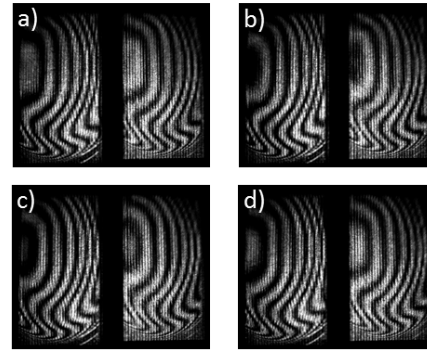


Figura 4.15.  $Z_{22} (\sqrt{7}(20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1))$

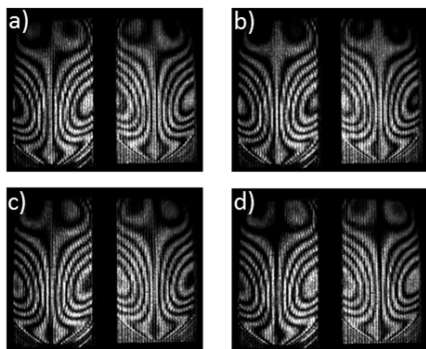


Figura 4.16.  $Z_{23} (2\sqrt{14}xy(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6))$

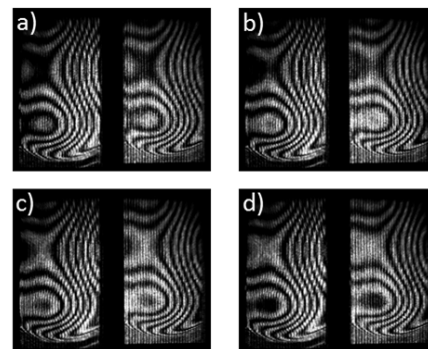
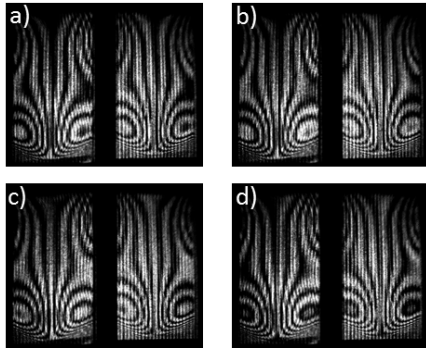
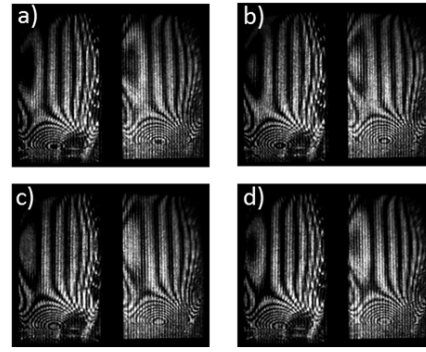


Figura 4.17.  $Z_{24} (\sqrt{14}(x^2 - y^2)(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6))$



**Figura 4.18.**  $Z_{25} (4\sqrt{14}xy(x^2 - y^2)(6\rho^2 - 5))$



**Figura 4.19.**  $Z_{26} (\sqrt{14}(8x^4 - 8x^2\rho^2 + \rho^4)(6\rho^2 - 5))$

Cuando se observa en detalle cada uno de los interferogramas de tipo Zernike, podemos notar los corrimientos de fase constantes que ocurren en cada uno de los distintos polinomios.

# Capítulo 5

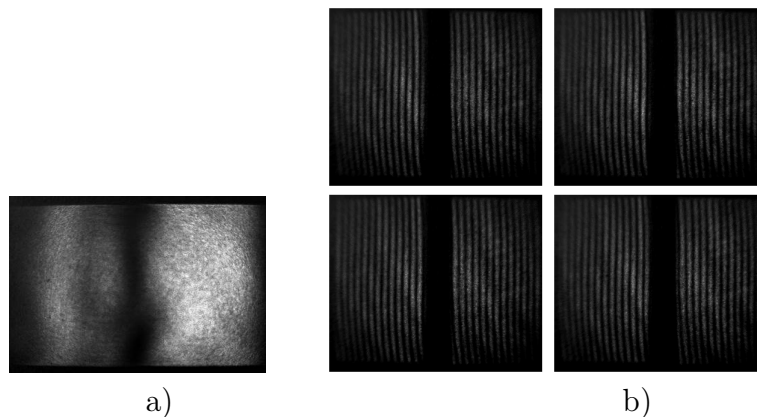
## Resultados de modulación de fase en un Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana

En el presente capítulo se presenta los resultados de la modulación en fase, haciendo uso del Interferómetro de Trayectoria Común de Doble Ventana, en un procesador de imágenes  $4f$ .

Presentandose solo algunos de los patrones de interferencia obtenidos.

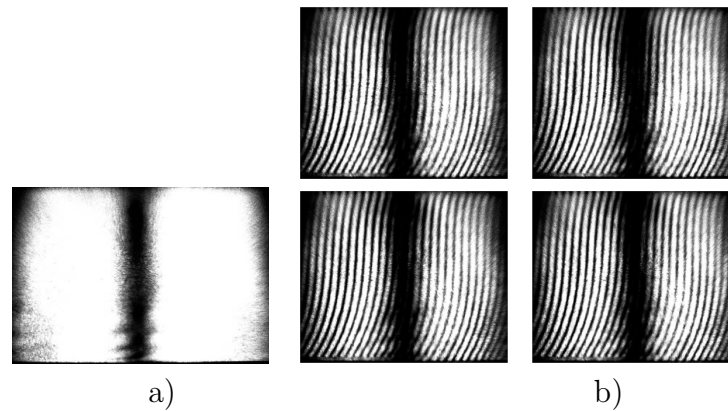
### 5.1 Polinomios de Seidel

La función de fase para la aberración de coma esta dada por:  $\phi(x, y) = By(x^2 + y^2) + Ex$ , el valor dado para B fue de  $B=2$  y  $E=25$



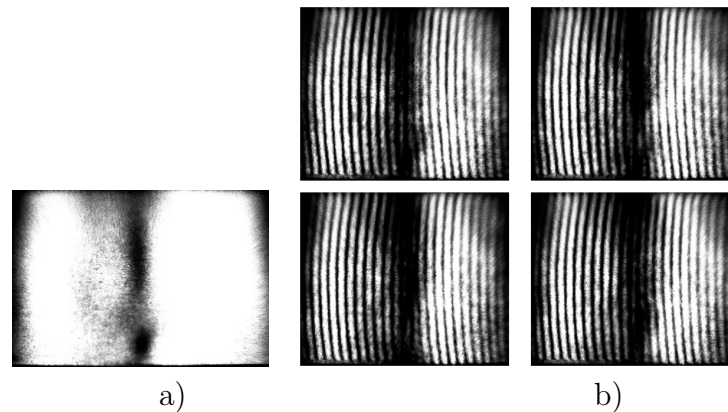
**Figura 5.1.** a) Señal de salida sin superposición b) Patrones de interferencia con aberración de coma, y sus respectivos corrimientos de fase

La función de fase es de la forma  $\phi(x, y) = C(x^2 + y^2) + Ex$ , con  $C=2$  y  $E=25$ .



**Figura 5.2.** a) Señal de salida sin superposición, b)Patrones de interferencia, con aberración de astigmatismo, mostrando los corrimientos de fase

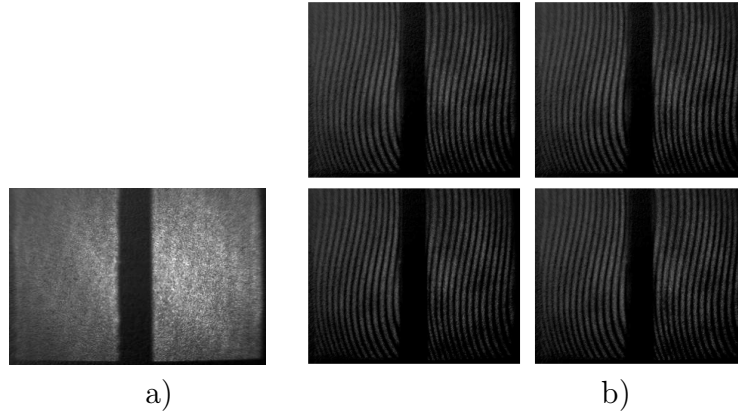
Siendo la fase  $\phi(x, y) = D(x^2 + y^2) + Ex$ , con inclinación en  $E=25$  y desenfoque en  $D=4$ .



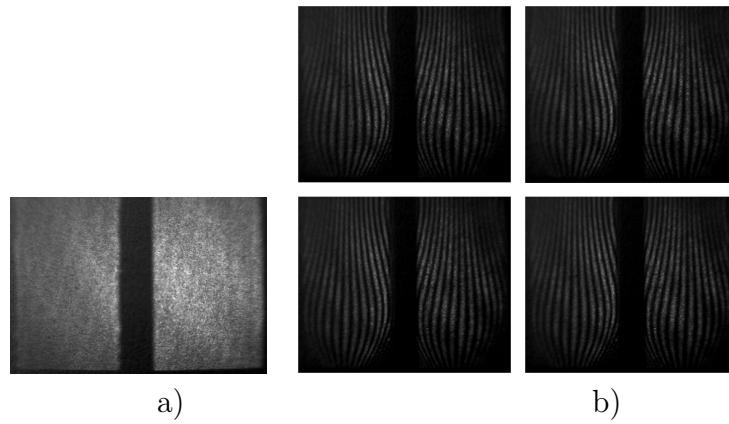
**Figura 5.3.** a) Señal de salida sin superposición, b)Patrones de interferencia con aberración de desplazamiento de foco y los corrimientos de fase.

## 5.2 Polinomios de Zernike

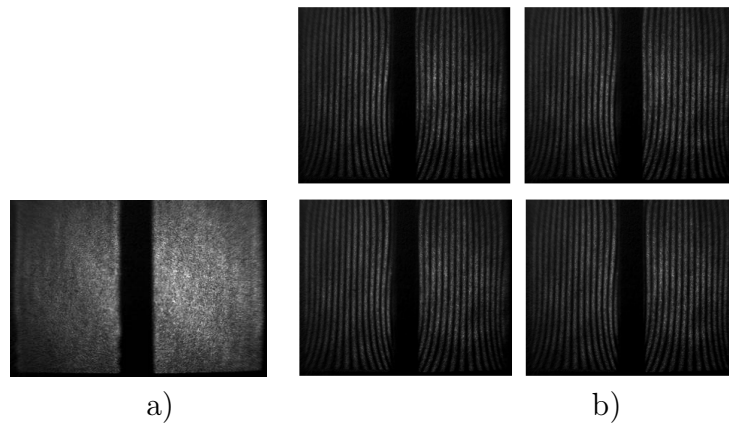
A continuación se muestran los frentes de onda generados con respecto a los polinomios de Zernike, modulados en fase. Para modularlos se utilizó el mismo método del capítulo anterior, cuya fase  $\phi(x)$  fue descrita por dichos polinomios.



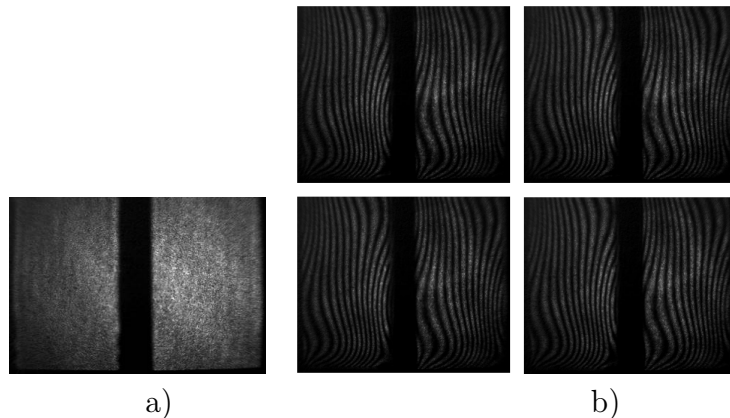
**Figura 5.4.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_7(\sqrt{8}(3\rho^2 - 2))$  mostrando los corrimientos de fase.



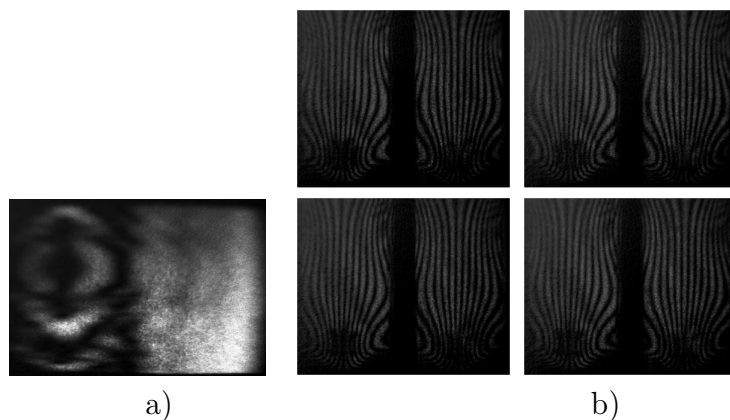
**Figura 5.5.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_{13}(2\sqrt{10}xy(4\rho^2 - 3))$  y se observan los corrimientos de fase.



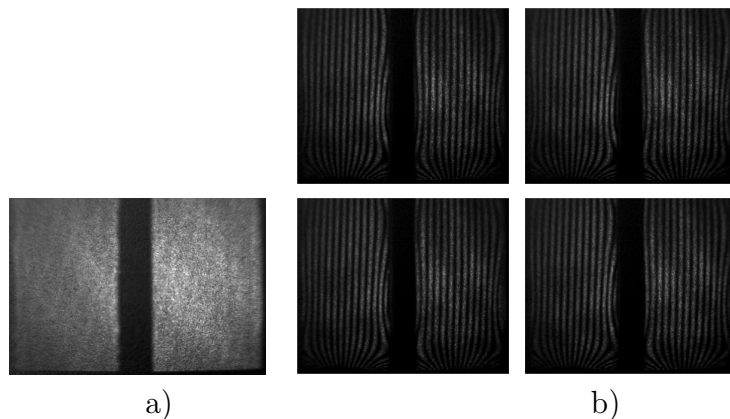
**Figura 5.6.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_{15}(4\sqrt{10}xy(x^2 - y^2))$  observando los corrimientos de fase



**Figura 5.7.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_{19} (\sqrt{12}y(3x^2 - y^2)(5\rho^2 - 4))$  mostrando los corrimientos de fase



**Figura 5.8.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_{25} (4\sqrt{14}xy(x^2 - y^2)(6\rho^2 - 5))$  observando los corrimientos de fase



**Figura 5.9.** a) Señal de salida sin superposición, b) Fase modulada por  $Z_{27} (\sqrt{14}xy(32x^4 - 32x^2\rho^2 + 6\rho^4))$  y se muestran los corrimientos de fase

Si se comparan los resultados de los patrones de interferencia modulados en fase con los que se modulan en amplitud, se observa una gran diferencia entre ellos, en ambos se generan corrimientos de fase, siendo estos manipulados desde una de las ventanas en tiempo real, sin embargo, los frentes de onda que se generan no serán los mismo al modularse en amplitud o en fase. La importancia de filtrar o no, es de suma relevancia en el trabajo, ya que dependiendo de lo que se quiera obtener, se debe hacer un buen uso del arreglo.



# Capítulo 6

## Conclusiones

En la tesis ha sido propuesto armar un Interferómetro de trayectoria común con doble ventana en un arreglo  $4f$ , con el objetivo de generar fases arbitrarias y corrimientos de fase constantes en tiempo real, proponiendo utilizar un Modulador Espacial de Luz con Cristal Líquido el cual trabaja en amplitud, siendo útil debido a que es un dispositivo que no consume mucha energía, es fácil de manipular y trabaja en tiempo real. Fue comprobada la rapidez con la que se puede trabajar en el procesamiento óptico, al tener el control de procesar y cambiar las imágenes dentro del modulador.

El interferómetro al ser de trayectoria común resultó estable, y fácil de alinear, debido a que su sistema consta de pocos elementos. Sin embargo, el LC-SLM por su estructura pixeleada resultaba un tanto complejo su uso, siendo necesario el proceso de filtraje en el plano de Fourier. Es en este plano donde se muestra la ventaja de trabajar con una pantalla de cristal líquido modulada en amplitud, al no haber filtrado se mostró que el arreglo trabaja en amplitud, y al filtrar el orden  $+1$  el arreglo trabaja en fase, obteniendo a la salida un patrón de interferencia de amplitud o de fase.

La propuesta de generar fases arbitrarias y corrimientos de fase controladas desde el LC-SLM mostraron una alta consistencia en los resultados, pudiendo observar en cada uno de los interferogramas capturados con la cámara Pixelink, los corrimientos de fase deseados, siendo estos manejados desde una Laptop, donde previamente se habían generado cada uno de los interferogramas desde el software de MatLab. Se generaron fases arbitrarias  $\phi(x, y)$  con ciertos polinomios de Seidel y Zernike.

El objetivo planteado en la presente tesis, fue generar dos ventanas cada una con un frente de onda diferente, en una de ellas se colocaría un patrón de líneas tipo cosenoidal con corrimientos de fase constante y en la otra un patrón de líneas con cierta deformación, pudiendo ser moduladas desde un LC-SLM en tiempo real y esté trabajando en amplitud, teniendo en el plano de Fourier un filtro donde se eligió uno de los ordenes laterales al orden cero, el filtraje siendo necesario para que nuestro sistema óptico trabajara en fase, ya que al no filtrar el arreglo trabaja en amplitud, seguido de colocar una rejilla de Ronchi con la intención de poder obtener a la salida la interferencia de ambas ventanas, y así lograr controlar los corrimientos de fase a partir de una de las ventanas. Se hicieron los cálculos teóricos y los experimentos correspondientes.



# Bibliografía

- [1] J. Ojeda Castañeda Adolf W. Lohmann. Computer generated holography: novel procedure. *Optics Communications*, 103:181, 1993.
- [2] Yobani Mejía Barbosa. The wavefront and its representation with zernike polynomials. *Ciencia, Tecnología, Salud*, 9(2):145–166, 2011.
- [3] S.N. Bezdid’Ko. The use of zernike polynomials in optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 41:425–429, 1974.
- [4] G. Rodríguez Zurita, C. Robledo Sánchez, R. Pastrana Sánchez, A. Ostrovsky C. Meneses Fabian, E. Barojas Gutierrez. Carrier fringes by axial translation of the first lens in a double aperture common-path interferometer. *Optics & Lasers in Engineering*, 56:164–168, 2014.
- [5] Gildardo Pablo, Lemus Alonso, Carlos Robledo Sánchez Cruz Meneses Fabian, Rosaura Kantun Montiel. Carrier fringes interferometry by superposing the first harmonic of two ruling with different period. *Optics & Laser in Engineering*, 54:27, 2014.
- [6] P.J. Kunst G. Harbers y G. W. R. Leibbrant. Analysis of lateral shearing interferograms by use of zernike polynomials. *Appl. Opt.*, 35:6162–6172, 1996.
- [7] Joseph W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, 1988.
- [8] Victor Arrizon Jorge Ojeda Castañeda. Sinthesis of 1d phase profiles with variable optical path. *Microwave and optical Technology Letters*, 5:429, 1992.
- [9] G. Wernicke L. Rückmann. *OptiXplorer Laboratory Tutorials Hardware Operating Instructions Software Operating Instructions*. HOLOEYE Photonics Ag, First edition, 2007.
- [10] Dirk-uwe Bartsch, William R. Freeman Lijun Zhu, Pang-Che Sun y Yeshaiahu Fainman. Wavefront generation of zernike polynomial modes with a micromachined membrane deformable mirror. *Appl. Opt.*, 38:6019–6026, 1999.
- [11] L. A. Puerta, R. Estévez, E. Fernández, A. Beléndez, I. Pascual M. L. Álvarez, A. Márquez. Caracterización de una pantalla de cristal líquido de baja resolución para su uso como modulador óptico. Volumen 40. *Óptica pura y aplicada*, 2007.
- [12] Seiji Kobayashi Mitsuo Takeda, Hideki Ina. Fourier transform method of fringe pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, 72(1), 1982.
- [13] D. Malacara. *Óptica básica*, volumen I. Fondo de Cultura Económica, Segunda edition, 2004.
- [14] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*, volumen I. Wiley, Third edition, 2007.
- [15] Teresita López Pais. Generación de polinomios de zernike usando una pantalla de cristal líquido. Tesis de maestría de fotoelectronica, FCFM-BUAP, 2000.
- [16] E. G. Steward. *Fourier Optics*. Dover Publications, 2004.
- [17] David Sánchez de la Llave Victor Arrizon. Common path interferometry with one-dimensional periodic filters. *Optics Letters*, 29:141, 2004.
- [18] Christopher C Wilcox. Optical phase aberration generation using a liquid crystal spatial light modulator. Maestro’s thesis, Electrical Engineering, University of New Mexico, December 2009.
- [19] Toyohiko Yatagai. Computer generated hologram and its applications. *Soc. of Prec. Eng.*, 19(3):163–168, 1985.



# Apéndice A

## MatLab

MATLAB es el nombre abreviado de «MATriz LABoratory». Es un software que nos sirve para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices, y por tanto se puede trabajar también con números escalares (tanto reales como complejos), con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más compleja.

Los programas hechos en MATLAB fueron necesarios para llevar a cabo la modulación del Modulador Espacial de Luz con cristal líquido modelo LC-2002. A continuación se muestran los programas realizados para la tesis.

### A.1 Programa generador de la función picos

```
clc
clear all
close all

sx = 800;
sy = 600;
espacio = 100;

MN = [sy,(sx - espacio)/2];
[~,x,y] = gcoord(MN,[]);
[X,Y] = meshgrid(x,y);

p = 20;
q = 20;
coorr = 3*pi/2;

%Generar imagen derecha
inclin = 120; %Control de inclinación
ampPic = 4; %Amplitud de la funcion picos 4
funcPicos = ampPic*peaks(3*X,3*Y)+inclin*X;
imgD = 0.5*(1 + cos(funcPicos));
```

```

%Generar espacio central
img0 = ones(size(X,1),espacio);

%Generar imagen izquierda
imgI = 0.5*(1 + cos(2*pi*q*(X)+coorr));

%Construir imagen total
imgTot = [imgI, img0, imgD];

imagesc(imgTot)

```

## A.2 Programa generador de los interferogramas para fases arbitrarias y sus respectivos corrimientos.

```

clc
clear all
close all

sx = 800;
sy = 600;
espacio = 100;

MN = [sy,(sx - espacio)/2];
[~,x,y] = gcoord(MN,[]);
[X,Y] = meshgrid(x,y);

p = .5;
q = 25;
coorr = 3*pi/2;

%Generar imagen derecha
Esfe = 2*(X.^2+Y.^2).^2;
Astig = 2*(X.^2 + 3*(Y.^2));
incli = 2*pi*q*X;
imgD = 0.5*(1 + cos(2*pi*p*Esfe+incli));

%Generar espacio central
img0 = ones(size(X,1),espacio);

%Generar imagen izquierda
imgI = 0.5*(1 + cos(2*pi*q*(X)+coorr));

```

```
%Construir imagen total  
imgTot = [imgI, img0, imgD];  
  
imagesc(imgTot)
```

Los programas muestran la forma en que fueron hechas las dos ventanas y tener el control de manipular el espacio entre ellas. Así mismo se muestra como se fueron generando las fases propuestas por los Polinomios de Seidel y Zernike y los corrimientos de fase modulados desde una de las ventanas.

El mismo algoritmo del programa fue reutilizado para ir generando las fases arbitrarias propuestos por los polinomios de Seidel y Zernike.



# Apéndice B

## Modulador espacial de luz

El modulador espacial de luz utilizado se muestra en la Figura B.1.



**Figura B.1.** Pantalla de cristal líquido LC-2002

Componentes para poder utilizar el modulador de luz espacial.



**Figura B.2.** Componentes de la SLM (LCD dispositivo visualizador de imágenes LC2002, Fuente de alimentación 15V= /0.8A, cable adaptador RS-232, cable VGA, anillo de montaje LC2002, OptiXplorer manual)




# Apéndice C

## Cámara Pixelink

La cámara y objetivo utilizada para capturar los interferogramas propuestos, son mostrados en la Figura C.1., las especificaciones de la cámara están descritas en la Figura C.2.



**Figura C.1.** Cámara Pixelink modelo PL-B781U, objetivo (2/3", 1:2.8, 12-36mm)



PixelLINK Capture OEM  
Copyright (C) 2012

This software is based in part on the work of the Independent JPEG Group.

PixelLINK Software

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| Release             | 8.7                  |
| Capture OEM Version | 2.3.4.0              |
| API Version         | 4.2.3.10 - 4.1.22.25 |

Driver Versions

|          |           |      |          |     |               |
|----------|-----------|------|----------|-----|---------------|
| IEEE1394 | 4.1.23.10 | USB2 | 4.2.2.34 | GEV | Not Installed |
|----------|-----------|------|----------|-----|---------------|

Currently Selected Camera

|                         |                    |
|-------------------------|--------------------|
| Serial Number           | 781001214          |
| Vendor Name             | PixelLINK          |
| Model Name              | B700               |
| Camera Name             | PixelLINK PL-B781U |
| Firmware Version        | 05.00.04.00        |
| FPGA Version            | 91.00.03.85        |
| FFC Type                | Unknown            |
| MAC Address             | Not applicable     |
| IP Address              | Not applicable     |
| IP Mask                 | Not applicable     |
| IP Engine Version       | Not applicable     |
| GigE Vision XML Version | Not applicable     |

PixelLINK Product Support

|       |   |
|-------|---|
| Web   | <a href="http://www.pixelink.com/support">http://www.pixelink.com/support</a> |
| Email | <a href="mailto:support@pixelink.com">support@pixelink.com</a>                |

**Figura C.2.** Descripción de cámara Pixelink



## Apéndice D

# Demostración Transformada de Fourier de la función «Comb»

La función combs es construida a partir de las funciones delta de Dirac

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0) \quad (\text{D.1})$$

Por definición la Transformada de Fourier de una función comb en el espacio es otra función comb similar en la frecuencia.

$$\mathcal{F}\{\text{comb}(x)\} = \text{comb}(\nu) \quad (\text{D.2})$$

### *Demostración*

Si

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_m \cdot e^{i2\pi nx_0 x}$$

Obteniendo su Transformada de Fourier

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \text{comb}(x) e^{-i2\pi kx} dx &= \int_{-\infty}^{\infty} C_m e^{i2\pi nx_0 x} e^{-i2\pi kx} dx \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(k - nx_0)x} dx \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_m \delta(k - nx_0) \end{aligned}$$

si  $k = nx_0 \Rightarrow 1$

$k \neq nx_0 \Rightarrow 0$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
 \text{Cm} &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{comb}(x) e^{-i2\pi kx} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_0) e^{-i2\pi kx} dx \\
 \text{si } n &= 0 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-i2\pi kx} dx \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Entonces

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 1 \cdot e^{i2\pi nx_0 x}$$

Obteniendo su transformada de Fourier

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{\text{comb}(x)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi nx_0 x} e^{i2\pi \nu x} dx \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(\nu - nx_0)x} dx \\
 \mathcal{F}\{\text{comb}(x)\} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - x_0)
 \end{aligned}$$