



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Electrónica

“Estrategia de Control Asíncrono para la Estabilización de
una Clase de Sistemas No Lineales Conectados Mediante una
Red de Comunicación”

Tesis presentada a la

Facultad de Ciencias de la Electrónica

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ingeniería Electrónica, Opción Instrumentación
Electrónica**

por

Eliceo Águila Rojas

asesorado por

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Dr. Gerardo Mino Aguilar

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Electrónica

“Estrategia de Control Asíncrono para la Estabilización de
una Clase de Sistemas No Lineales Conectados Mediante una
Red de Comunicación”

Tesis presentada a la

Facultad de Ciencias de la Electrónica

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ingeniería Electrónica, Opción Instrumentación
Electrónica**

por

Eliceo Águila Rojas

asesorado por

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Dr. Gerardo Mino Aguilar

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez

Puebla, Pue., México.

Diciembre de 2014.

Título: “Estrategia de Control Asíncrono para la Estabilización de una Clase de Sistemas No Lineales Conectados Mediante una Red de Comunicación”

Estudiante: ELICEO ÁGUILA ROJAS

COMITÉ

Dra. Josefina Castañeda
Camacho
Presidente

M.C. Ana María Rodríguez
Domínguez
Secretario

M.C. Ricardo Álvarez González
Vocal

ASESORES

Dr. José Fermi Guerrero
Castellanos

Dr. Gerardo Mino Aguilar

Dr. W. Fermín Guerrero
Sánchez

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Capítulo 1

Introducción

El enfoque multidisciplinario del control automático ha permitido que hoy en día exista una gran interacción entre la ingeniería de control y la ciencia de las computadoras y particularmente los sistemas computacionales embebidos. A pesar de esta interacción, en los últimos años aún existe una brecha entre ambos campos de estudio, ya que el diseño de los algoritmos y leyes de control no necesariamente toman en cuenta las restricciones o las capacidades de cálculo del sistema computacional donde estos son implementados [?]. Las restricciones más comunes en los sistemas computacionales embebidos son la velocidad de procesamiento, el número de bits, tamaño de memoria, el ancho de banda de los propios buses de comunicación, entre otros [?], [?].

Lo que es evidente, es que en la práctica, no es realista implementar una ley de control en tiempo continuo. Como la entrada de control se calcula en un hardware digital, sólo una versión muestreada de la entrada se aplica a los actuadores. En general, el muestreo se elige de forma periódica, con un período muy pequeño de modo que la señal muestreada se asemeje o esté muy cerca de la continua. Sin embargo, el cálculo de los valores de control no se realiza instantáneamente y se requiere un período de muestreo mínimo que garantice que el controlador es capaz de calcular los datos correctos en el tiempo. En consecuencia, el uso de un período de muestreo pequeño requiere un procesador eficiente que permita calcular el valor del control en corto tiempo.

En esta situación una solución alternativa es desarrollar un algoritmo que provoque el período de muestreo con respecto al estado del sistema, como se muestra en la figura 1.1. Ya que la mayoría de los algoritmos de control que se utilizan actualmente en el control y estabilización de sistemas de bajo consumo de energía, están basados bajo el supuesto de que la medición y la actuación ocurren de forma síncrona en el tiempo. Sin embargo la realidad es que en la implementación entran en el terreno semi-síncrono debido al tiempo que toman los cálculos y los retardos producidos por ellos. Es por eso que se conciben los algoritmos de control síncronos como solo teóricamente posibles. El control basado en eventos pertenece a la clase de medición y actuación asíncrona, en el sentido de que los eventos son disparados por lo que ocurre en la medición y la actuación, lo que permite disminuir la carga del procesador de los sistemas de comunicación y en consecuencia la energía empleada para los cálculos. Esto es una característica altamente deseable en los sistemas embebidos donde la capacidad de cálculo y energía juegan un papel primordial. Es por ello que el enfoque basado en eventos representan una línea de investigación prometedora, para desarrollar nuevas estrategias de control en el que el intercambio de información entre los agentes de control, se produce por la activación de eventos específicos y no por el paso del tiempo [?].

La razón de tal interés en estas técnicas es una consecuencia directa del impacto que las redes de sensores inalámbricos (WSN) y sistemas de control en red (NCS) ofrecerán a la

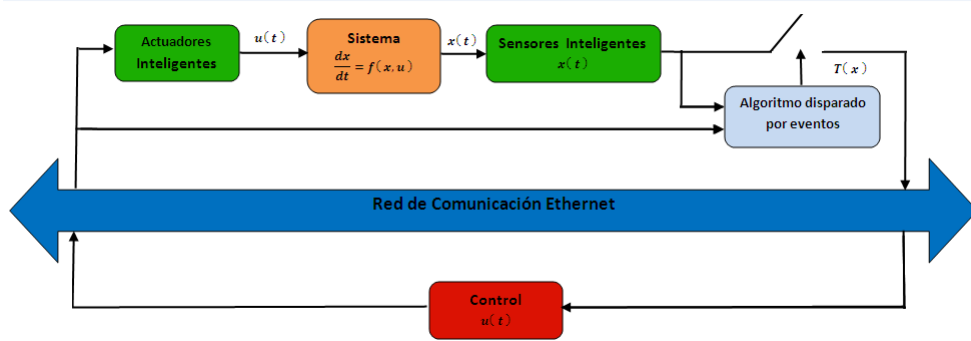


Figura 1.1: Esquema de un sistema de control en red (NCS) basado en eventos.

comunidad de la ingeniería de control. En primer lugar, las tecnologías inalámbricas aplicadas a los sensores y controladores permiten el despliegue de sistemas de control distribuido de una manera muy flexible y en lugares donde la instalación o el aumento de un sistema de control basado en componentes cableados tradicionales podrían ser imposible o muy caro [?], [?]. El desarrollo de sistemas de control en red basadas en internet, que están recibiendo una gran atención por parte del mundo industrial y académico ya que este tipo de NCS ofrecen características interesantes como, por ejemplo, la flexibilidad, menor coste, facilidad de extensión, etc [?].

Debido al interés que esta recibiendo los NCS por parte del mundo industrial en sistemas distribuidos, [?], [?], procesos industriales de suma importancia como es el caso de procesos químicos, donde el control de nivel de líquido en los depósitos son el centro de todos los sistemas de ingeniería química. El presente trabajo de tesis consiste en el diseño de una estrategia de control basado en eventos para el control de nivel de un sistema de tanques acoplados, donde se considera que el lazo de retroalimentación está constituido por una red de comunicación. El trabajo muestra un panorama general del interés, desde el punto de vista práctico, del sistema de tanques acoplados y aborda el estudio del modelo dinámico y las diferentes técnicas de control desarrolladas y reportadas en la literatura para este sistema. En seguida, se hace un estudio del control clásico diseñando una ley de control en tiempo continuo, que nos servirá como base para poder hacer una comparación con el enfoque basado en eventos. Posteriormente se hace un estudio del control basado en eventos haciendo una extensión a sistemas retroalimentados mediante una red de comunicación. Posteriormente se proponen dos leyes de control para la estabilización del nivel de tanques acoplados bajo un enfoque basado en eventos. La primera ley de control utiliza como detector de eventos la evolución de una Función de Lyapunov de Control (CLF) correspondiente al sistema. La segunda utiliza la evolución de la señal de control como detector de eventos, asumiendo que se cuenta con un control estabilizante. Para ambos casos, el lazo de retroalimentación está dado por una red de comunicación y para analizar el efecto de la misma, las simulaciones son realizadas mediante el uso del Toolbox de MATLAB True-Time, que permitirá analizar el tráfico de datos entre los diferentes subsistemas así como la estabilidad y el desempeño de los controles propuestos. Una comparación entre el enfoque basado en tiempo y el basado en eventos, además de controles reportados en la literatura permitirá arrojar conclusiones y emitir recomendaciones.

El presente trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2, se hace una revisión del estado del arte del control clásico y del control basado en eventos, así como los sistemas de control por red, y finalmente se menciona la importancia del sistema de tanques acoplados, que es el sistema donde se van a probar las leyes de control propuestas en este trabajo. En el Capítulo 3 se dan los fundamentos teóricos del control basado en eventos para sistemas

lineales de la forma $x = Ax + Bu$. Se menciona la teoría del primera ley de control propuesta, donde la función de error esta basada en la función de Lyapunov también conocida como Formula General para la estabilización de sistemas lineales. Enseguida se describe la teoría de la segunda ley de control propuesta, donde la función de error esta basada en la señal de control. A continuación en el Capítulo 4, se muestra el desarrollo del modelado y la linaización de los tres sistemas de tanques acoplados. Después se diseña un control Regulador Lineal Cuadrático en tiempo continuo para los tres sistemas sin considerar la red, una vez estabilizado los sistemas se hace una extensión donde el lazo de control se cierra mediante una red de comunicación, mediante el uso del Toolbox de Matlab TrueTime. Posteriormente se diseña una ley de control basada en eventos para cada sistema, utilizando la función de error basada en la función de Lyapunov, y otra ley de control para los tres sistemas utilizando la función de error basada en el control, y finalmente se dan las conclusiones.

El objetivo es mostrar que por medio del control basado en eventos utilizando la formula general [?] y la señal de control [?] como condición de evento, se puede reducir el uso de la red en un NCS sin comprometer el desempeño del control. A continuación se presentan el objetivo general y los objetivos específicos de este trabajo de tesis.

Objetivo General

Diseñar y simular un algoritmo de control basado en eventos, utilizando como lazo de retroalimentación una red de comunicación para el control de nivel de dos tanques acoplados.

Objetivos Específicos

- Realizar el estudio del paradigma del control basado en eventos.
- Estudio del estado del arte del control por red de comunicación utilizando el control basado en eventos “Networked event-based control system”.
- Estudio del estado del arte en el control de nivel de tanques acoplados.
- Diseñar un algoritmo de control disparado por eventos, usando la fórmula general para la estabilización de sistemas no lineales [?], para el control de nivel y simular en matlab.
- Diseñar un algoritmo de control basado en eventos usando una función de eventos basada en el control [?].
- Realizar una ampliación del diseño del algoritmo de control considerando la red de comunicación y simular en matlab.
- Simular el algoritmo de control correspondiente al sistema de tanques acoplados, mediante el uso del Toolbox de MATLAB True-Time.

Capítulo 2

Contexto y Motivaciones

En esta parte del documento primeramente se mencionan y revisan algunas de las técnicas comúnmente utilizadas en los sistemas de control por computadora, haciendo énfasis en que estas técnicas son de naturaleza síncrona, en el sentido que éstas asumen que las señales de control son actualizadas y aplicadas a la planta (proceso) en los instantes de muestreo t_k , los cuales son equidistantes, i.e. $t_k = kT$ con $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Posteriormente, introducimos la noción de “evento” y describimos de manera somera la importancia y beneficio de un sistema de control por computadora bajo el paradigma de muestreo o control “basado en eventos”. En este contexto, los instantes t_k en que se aplica la señal de control a la planta no son equidistantes, con lo que da origen a un sistema de control asíncrono. También, se describen los trabajos encontrados en la literatura así como las ventajas, desde el punto de vista tecnológico e implementación, y desventajas de los mismos. Se remarca que la principal desventaja de varios de los trabajos reportados, es la carencia de una formalidad matemática que permita comprender y predecir propiedades fundamentales de sistemas en lazo cerrado, como la convergencia y estabilidad asintótica. Posteriormente se describe el sistema de cuatro tanques al cual se aplicara la ley de control, donde se mencionan algunas características y algunas aplicaciones. Enseguida se describe el protocolo de comunicación Ethernet. Finalmente se abordan los conceptos importantes para el desarrollo de esta tesis del simulador TRUE TIME de MATLAB/Simulink.

2.1. Control Basado en Tiempo (síncronos)

Los avances tecnológicos en electrónica digital ocurridos durante la segunda mitad del siglo XX han originado un rápido desarrollo en la tecnología de las computadoras y de los sistemas embebidos. Esto ha tenido un gran impacto en un gran área de las ingenierías, incluyendo la ingeniería de control automático. Hoy en día, los algoritmos de control son indispensables para el correcto funcionamiento de una gran variedad de sistemas, como lo son los automóviles, los aviones, los satélites, robots y vehículos, las plantas industriales, los aceleradores de partículas, sistemas portables como los teléfonos celulares e incluso sistemas electrodomésticos. Dentro de estos sistemas “High-Tech”, una gran cantidad de algoritmos de control pueden ser encontrados. Estos algoritmos de control tienen como común denominador el que ellos son implementados en computadoras. De aquí, que la teoría para el análisis y diseño de sistemas de control por computadora es una parte crucial en la caja de herramientas de cualquier ingeniero en control. Una configuración general de un sistema de control por computadora se ilustra en la Figura 2.1. Una planta (proceso) en tiempo continuo es conectado con la computadora mediante un convertidor analógico-digital (A/D) y digital-analógico (D/A) que son referidos comúnmente como dispositivos de muestreo y retención, respectivamente. El convertidor A/D produce las muestras $y(t_k)$ de la señal de salida de la planta $y(t)$, a los tiempos de muestreo t_k y los envía al algoritmo de control que se encuentra en la computadora. El algoritmo de control procesa la secuencia $y(t_k)$ y produce una secuencia de señales de control $u(t_k)$. La secuencia $u(t_k)$ es convertida por el convertidor D/A en una señal continua a trozos $u(t)$ que es aplicada a la planta. Típicamente esto se realiza manteniendo constante el valor de la señal de control durante los intervalos de muestreo. En este proceso existe un reloj interno que “sincroniza” la operación del sistema. Además se asume que los instantes de muestreo t_k son equidistantes en el tiempo, i.e. $t_k = kT$ con $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ y donde $T > 0$ es el periodo de muestreo.

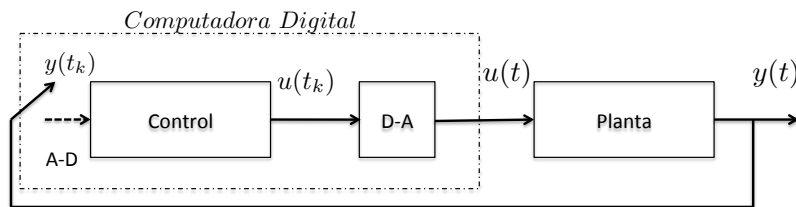


Figura 2.1: Configuración general de un sistema de control por computadora

El sistema de control basado en computadora mostrado en la Figura 2.1 es comúnmente referido como un “sistema de control muestreado” (sample-data control system) con el objetivo de enfatizar que el proceso de muestreo es un aspecto crucial. Cabe resaltar que debido a la naturaleza híbrida de los sistemas muestreados que envuelven una dinámica en tiempo continuo (planta) y una dinámica en tiempo discreto (control), su análisis y diseño no es trivial. Esto ha llevado al desarrollo de distintas técnicas para la implementación en tiempo real de los algoritmos de control. Una descripción muy completa de estas técnicas es dada en el mini-tutorial [?]:

Diseño en tiempo continuo (Emulación): Consiste en diseñar una ley de control en tiempo continuo para el modelo de la planta, el cual también se describe en tiempo continuo y entonces discretizar el controlador para realizar una implementación digital. Esta técnica involucra una aproximación (discretización) del controlador la cual es válida solamente para periodos de muestreo T muy pequeños, y las propiedades de estabilidad se pierden para periodos de

muestreo muy grandes. Algunas técnicas avanzadas de emulación permiten un rediseño del control que permite su implementación digital con periodos de muestreo mas grandes sin comprometer la estabilidad.

Diseño en tiempo discreto: Consiste en diseñar un controlador en tiempo discreto usando una discretización del modelo de la planta. Este método usa una aproximación (discretización) del modelo de la planta que ignora el comportamiento entre muestras. A pesar que este método no requiere un tiempo de muestreo pequeño para mantener estabilidad, el desempeño del sistema muestreado no es automáticamente garantizado puesto que el desempeño entre muestras puede ser inaceptable.

Diseño de sistemas de control muestreados: Este método usa un modelo muestreado exacto de la planta y entonces permite diseñar leyes de control que garantizan la estabilidad en lazo cerrado y respetan requerimientos de desempeño específicos para el sistema muestreado. Puesto que este método no usa aproximaciones del modelo de la planta o del controlador, éste permite garantizar estabilidad y desempeño para periodos de muestreo T arbitrariamente grandes.

Sin embargo, la teoría para los sistemas de control muestreados “No lineales” ha sido muy poco desarrollada comparada con su contraparte lineal. A pesar de que frecuentemente es posible utilizar la teoría para los sistemas de control muestreados lineales para resolver problemas de control no lineal, vía la técnica de linealización, existen muchas situaciones donde las no linealidades no pueden ser despreciadas. Por ejemplo, gran rango de operación o presencia de saturaciones en el lazo, entre otras. Además existe una gran área de aplicaciones donde los fenómenos no lineales no pueden ser ignorados, tales como los sistemas de control de nivel [?]. Estos sistemas presentan una dinámica altamente no lineal, lo que ha motivado el desarrollo de controles no lineales en los últimos años. Sin embargo estos controladores no lineales, no siempre son fácilmente implementables en plataformas digitales. Debido a su inherente simplicidad, la técnica de emulación es muy atractiva para la implementación de las leyes de control para “Coupled Tanks” sobre plataformas digitales como DSPs(Digital Signal Processor), FPGAs o microcontroladores. Desafortunadamente, emular controles hace propensa la inestabilidad puesto que son sistemas altamente no lineales. Para evitar esto, el periodo de muestreo se escoge muy pequeño. Sin embargo, el tiempo de muestreo requerido puede algunas veces exceder las limitaciones del hardware, por lo que es necesario utilizar algunos otros métodos que no sean la emulación, pero que también sean fácilmente implementables. Por lo tanto el diseño de leyes de control lineales y no lineales, para sistemas “no lineales” donde se ve envuelta la implementación de dichas leyes de control, en sistemas digitales con bajos recursos (computacionales y energéticos) es un problema que aún esta abierto y que merece la pena dirigir la atención hacia ello.

2.2. Control Basado en Eventos

En el lenguaje coloquial un evento es simplemente algo que sucede y que provoca un cambio por el simple hecho de suceder. Esta idea tan intuitiva y natural se cumple en el contexto de los sistemas de control. Como se menciona en párrafos anteriores, en un sistema de control muestreado la actualización de la señal de control cada tiempo de muestreo t_k supone la aparición de un “evento temporal” cuya frecuencia de ejecución está preestablecida de antemano. Existen sin embargo otra categoría de eventos que tienen también una gran importancia y que no pueden ser planificados a priori ya que su activación está relacionada con el instante de tiempo en que se cumple una determinada relación entre las variables de estado del sistema. A esta clase de eventos de les conoce como “eventos de estado”.

En un sistema de control basado en tiempo es la progresión autónoma del tiempo lo que dispara la ejecución de las acciones, mientras que en los sistemas de control basados en eventos es la *propia*

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES

2.2. CONTROL BASADO EN EVENTOS

evolución dinámica del sistema la que decide cuándo se ejecutará la próxima acción de control. Con el fin de ser claros en la idea y diferencia entre estos dos paradigmas, consideremos el ejemplo de un repartidor de pizzas que debe entregar el encargo a sus clientes en el lapso de una hora. En la situación del muestreo basado en tiempo, cada cliente dispone de un reloj para ir a comprobar cada 5 minutos si ha llegado un paquete conteniendo la pizza a su puerta. Si no ha llegado puede continuar con su trabajo. Sin embargo, en el caso del muestreo basado en eventos, el repartidor llama a la puerta del cliente específico quien abre la puerta y lo recoge. Los otros clientes pueden continuar sus tareas sin ser interrumpidos. Este simple ejemplo ilustra claramente que uno de los posibles beneficios del control basado en eventos es la reducción de la carga de trabajo, ya que los clientes no tienen que abrir innecesariamente sus puertas. Cuando extrapolamos esta idea a una aplicación de control muestreado esto se traduce en una reducción, de por ejemplo, el bus de comunicación y el uso del procesador. Desde un punto de vista de comportamiento del sistema de control en lazo cerrado, la ventaja real del control basado en eventos estriba en que la señal de control se actualizará inmediatamente después de que una acción exógena (por ejemplo una perturbación o un cambio en la señal de referencia) se presente en el sistema. Cuando se entrega un paquete se avisa al cliente que puede abrir la puerta inmediatamente. En la situación activada por tiempos pueden transcurrir hasta 5 minutos después de la entrega para que el cliente realice una acción.

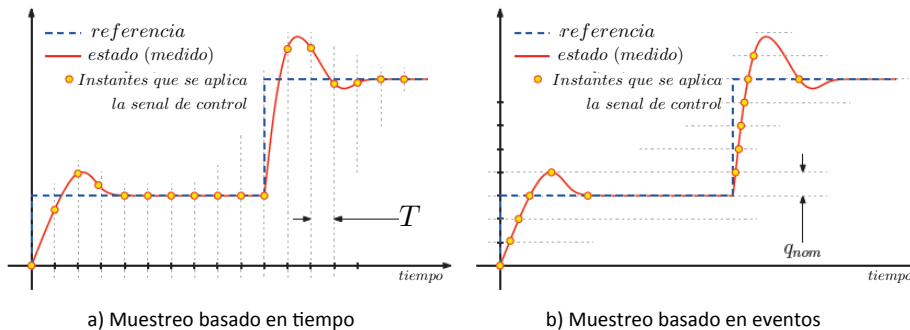


Figura 2.2: Mientras que el sistema a controlar es muestreado uniformemente en el tiempo en el caso sincrónico, el sistema es muestreado en amplitud (momento en el que sucede un evento) en el caso asíncrono.

En la Figura 2.2 se muestra la diferencia entre el muestreo basado en tiempo (caso sincrónico) y en eventos (caso asíncrono). A partir de ahora, en este documento, y en nuestras investigaciones, se llamará instante de muestreo o tiempo de muestreo t_k , al instante o tiempo en el cual la señal de control $u(t_k)$ es actualizada y aplicada a la planta.

El muestreo sincrónico es conocido como muestreo de Riemann, mientras que el muestreo asíncrono también es conocido como muestreo de Lebesgue, esto por su analogía en el cálculo de la integral de Riemann y Lebesgue, respectivamente [?].

El desarrollo de más y más sistemas asíncronos ha motivado el uso del control basado en eventos, las compañías han desarrollado versiones asíncronas de los componentes electrónicos que se utilizan en el control activado por tiempo, tal es el caso del Microcontrolador 80C51 de Philips Semiconductor el cual utiliza 4 veces menos consumo de energía que su contraparte sincrónica [?]. Además, se ha probado que la ausencia de sincronización reduce considerablemente el ruido y las emisiones electromagnéticas en dispositivos electrónicos cuando los eventos son mejor repartidos en el tiempo [?]. La noción de muestreo por evento también ha llamado la atención de la comunidad de procesamiento de señales donde se han publicado resultados interesantes

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES

2.2. CONTROL BASADO EN EVENTOS

(ver [?, ?] y referencias dentro). Con lo que a la comunidad de control automático respecta, es interesante mencionar que hoy en día existen muchos sensores y actuadores que trabajan mediante el cruce de nivel, provocando eventos. Ejemplos de ellos son: los sensores codificadores para medir la posición angular de un motor o en los sistemas de transportes donde la posición longitudinal de un vehículo se conoce solo cuando éste pasa determinadas marcas. En el caso de actuadores, encontramos por ejemplo a los satélites con impulsores o a los sistemas con modulación de pulsos de frecuencia. Si este tipo de sensores y/o actuadores son utilizados en un lazo de control cerrado, se tendrá inherentemente un sistema de control asíncrono.

Una de las primeras nociones del control basado en eventos fue reportada en [?] donde se establece que para una menor cantidad de muestras el desempeño del sistema de control en lazo cerrado es el mismo. Posteriormente, se propusieron versiones del famoso controlador “PID” en el contexto de control asíncrono [?, ?, ?, ?, ?]. La diferencia entre cada uno de los mencionados trabajos, estriba en la forma en que es definida la función que permite disparar el evento, es decir, la función de evento. A pesar que el control basado en eventos permite relajar la periodicidad de los cálculos del algoritmo de control y muestra claras ventajas en la implementación sobre sistemas embebidos [?] y sistemas distribuidos [?, ?], solo pocos trabajos reportan resultados teóricos acerca de la estabilidad, convergencia y desempeño. Por ejemplo, algunas propiedades de estabilidad y robustez como la estabilidad-entrada-estado ISS y el desempeño \mathcal{L}_∞ fueron estudiadas en [?, ?, ?, ?] para la estabilización de sistemas lineales en tiempo continuo y [?] para sistemas lineales en tiempo discreto. El trabajo reportado en [?] propone un algoritmo de control predictivo basado en modelo (MPC) en un contexto asíncrono. La ventaja principal es que se logra relajar la demanda computacional de los algoritmos sin afectar el desempeño. En el caso “no lineal”, algunas importantes aportaciones han sido realizadas como es el caso de [?, ?] donde la principal aportación se basa en la forma en que se elige la función de evento. En estos trabajos, la función de evento se basa en la evolución de la función de Lyapunov correspondiente al sistema. Sin embargo, en estos trabajos, el análisis de estabilidad es más intuitivo que formal. Una importante contribución en el análisis de la convergencia y estabilidad de sistemas no lineales, bajo un esquema de control basado en eventos, es dada en [?, ?, ?]. La principal contribución en estos trabajos es la determinación de la existencia de un intervalo de muestreo mínimo (recordemos que en el contexto de control asíncrono, el intervalo de muestreo es el tiempo en el que se realizan dos actualizaciones de la ley de control) para condiciones iniciales acotadas. La estrategia de actualización se basa en la existencia de una ley de control de estabilización Lipchitz y una ISS-CLF (Input-State-Stability Lyapunov-Control-Function), esto significa tener una CLF tal que $\frac{\partial V}{\partial x} f(x, k(x, \epsilon)) \leq -\alpha(\|x\|) + \beta(\|\epsilon\|)$ donde α y β son funciones de clase \mathcal{K}_∞ y $\epsilon = m - x$ denota el error de medida. El control es calculado y aplicado tan pronto como $\beta(\|\epsilon\|) \leq \sigma\alpha(\|x\|)$ asegurando el decrecimiento de la CLF con $0 < \sigma < 1$. Desafortunadamente, en estos trabajos, se asume que el control es Lipchitz al origen. Esta es una propiedad muy fuerte que se sabe no puede ser cumplida cuando se usan fórmulas generales para estabilización, como la fórmula general de Sontag [?]. Además, la estrategia de actualización asume que la CLF es acotada superiormente con respecto al estado y al error de medida, lo cual también es una restricción fuerte.

A pesar de que cada año en las conferencias regulares de control se presentan trabajos relacionados en control asíncrono, la literatura y la teoría que envuelve a los sistemas de control “asíncronos” o “basados en eventos” es aún escasa, lo que muestra que es un campo de investigación que aún tiene mucho por explorar y que es necesario aprovechar las oportunidades que esto ofrece. Por otro lado, desde el punto de vista tecnológico, el establecer una teoría sólida de este tipo de sistemas, permitirá la implementación de sistemas de control lineales utilizando recursos computacionales reducidos, sin necesidad de recurrir a la emulación a la discretización aproximada o exacta del sistema. Ejemplo de esto son los sistemas de control de nivel que serán presentados en esta tesis.

2.3. Sistemas de Control en Red (NCS)

Los ingenieros de control han utilizado los avances en el área de redes de comunicación y computadoras para alcanzar los requerimientos de tiempo real de los procesos. Esto dio origen a los sistemas de control en red (NCS). Los NCS son sistemas cuyo lazo de control se cierra a través de una red de comunicación [?]. La información en las NCS es intercambiada entre los componentes del sistema de control (sensores, actuadores y controlador) usando la red como lo muestra la figura 2.3. Tiene las ventajas de reducir el cableado del sistema, reducir los costos, mejorar el diagnóstico y mantenimiento e incrementar la flexibilidad [?].

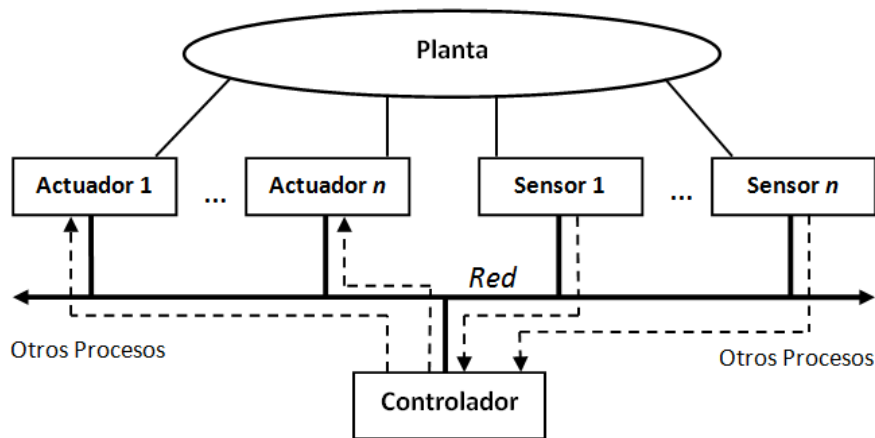


Figura 2.3: Diagrama de los sistemas de control en red.

Las aplicaciones futuras de control serán más ricas en información y tendrán implicadas comunicaciones en red, computo distribuido y niveles altos de lógica y decisión. Es por eso que las redes entre sensores, actuadores, y controladores deben ser tomadas en cuenta al desarrollar nuevos algoritmos para conciliar las necesidades de exactitud y tiempo de cómputo. El progreso requerirá ahora más que nunca de la interacción entre la teoría de la información, las ciencias de la computación y el control [?].

2.4. Ethernet

La forma más común, más fiable y más segura de conectar los nodos de comunicación a través de una red industrial es por cables. Existen varias tecnologías para el uso en aplicaciones industriales. Cada una de ellas se apoya en una serie de fabricantes de dispositivos. Como hemos presentado, los beneficios de las redes son principalmente la rentabilidad y fiabilidad. Cada tecnología respeta estas necesidades. Las principales diferencias están en las tasas de transferencia y los protocolos de comunicación.

Las tecnologías más antiguas, como el bus CAN o Profibus fueron diseñados desde cero para las necesidades industriales (fiabilidad, resistencia a las interferencias) y sus límites se están revelando en los últimos años, por ejemplo, el número máximo posible de nodos conectados, la velocidad de transferencia máxima. Debido a estas limitaciones, ha habido una iniciativa para utilizar la tecnología Ethernet existente utilizado en redes de área local. El Ethernet es la perspectiva debido a su alta tasa de transferencia, facilidad de instalación, hardware barato (en comparación con el hardware utilizado en buses de campo existentes) y de resistencia a las interferencias. Algunos de los fabricantes de equipos han estado desarrollando su propia aplicación industrial de

la Ethernet. Los ejemplos de las implementaciones es PROFINET de Siemens, EtherCAT por Beckhoff o Ethernet Powerlink por B&R. Las diferencias de las tecnologías son especialmente en sus protocolos de transferencia y el acceso al medio. Su característica común es la capa física (cables, interruptores). Un ejemplo de un protocolo basado en EtherCAT es mostrado en la figura 2.4.

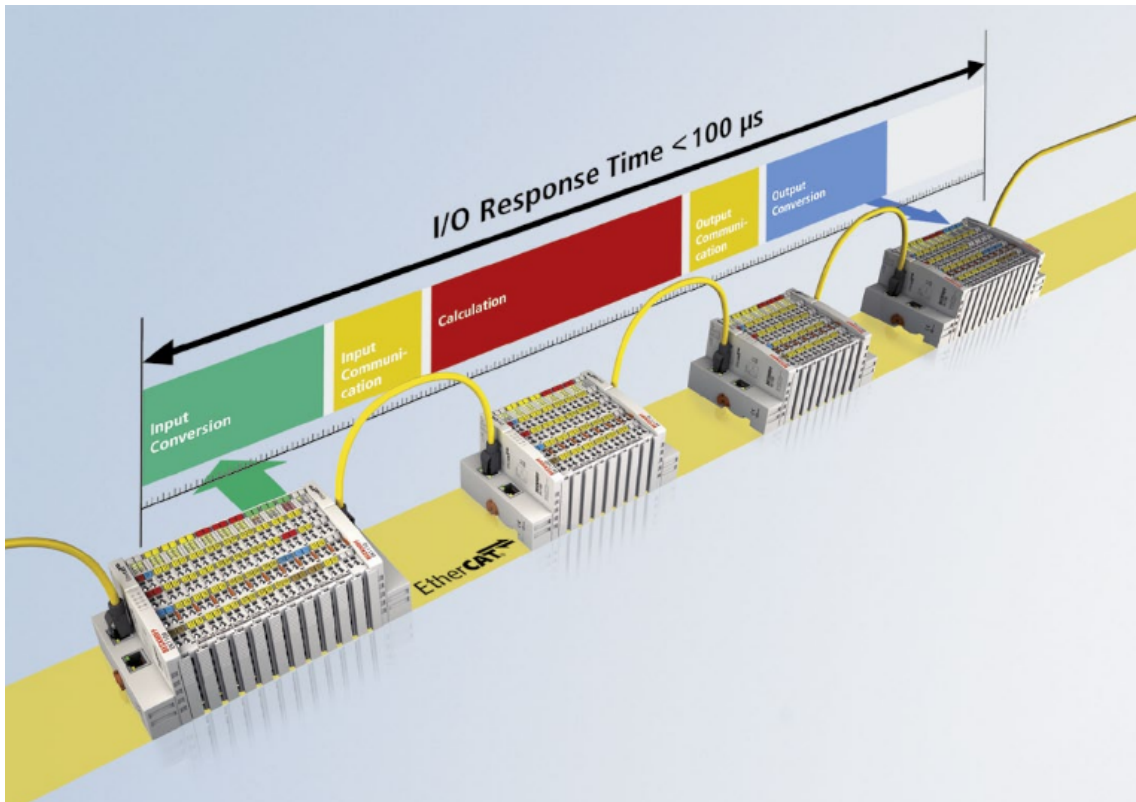


Figura 2.4: Diagrama de los sistemas de control en red.

Algunos equipos desarrollados con tecnología EtherCAT de Beckhoff Industrial PC son mostrados en la figura 2.5. La figura muestra en a) una Terminal EtherCAT para servo. El EL7201 EtherCAT es una terminal completa para un servo drive con un sistema integrado, diseño compacto para motores de hasta 200 W. Tecnología de medición en un terminal EtherCAT, PLC EtherCAT con 12,5 ms de ciclo de trabajo. En b) un PLC EtherCAT con 12,5 ms de ciclo de tiempo. Implementado en su totalidad con componentes estándar: Beckhoff Industrial PC, Software de control TwinCAT 3, componentes de E/S ultrarrápidos y EtherCAT. En c) un Equipo de Medición de potencia integrado en el sistema de E/S. El terminal EtherCAT EL3773 es un dispositivo de supervisión de potencia diseñado para la supervisión del estado de los sistemas de voltaje AC de 3 fases. Y en d) una tecnología de medición basada en terminal EtherCAT. Automatización Científica integra de alta precisión para la medición de temperatura y carga dinámica en el sistema de control.

2.5. Simulador TrueTime

TrueTime es una herramienta para MATLAB/Simulink que simula sistemas de control en tiempo real. Con TrueTime se puede simular en tiempo real el comportamiento temporal de núcleos

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES
2.5. SIMULADOR TRUETIME

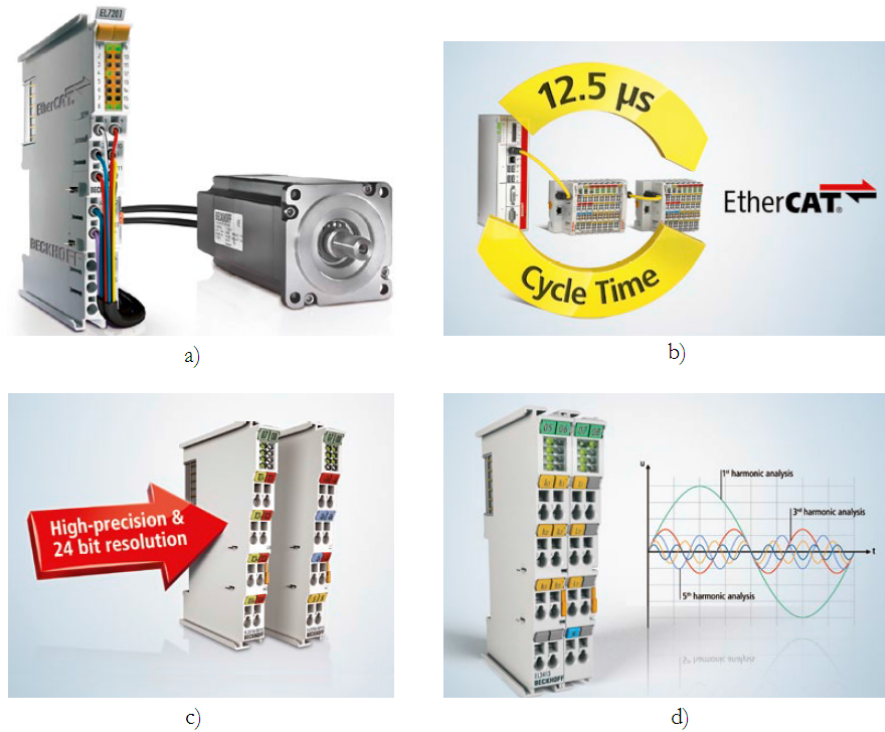


Figura 2.5: Equipos desarrollados con tecnología EherCAT de Beckhoff Industrial PC.(Cortesía de bechhoff)

multitarea que contienen tareas de controlador y mediante aquello se puede analizar los efectos del CPU y la red en el desempeño del control. Los bloques de TrueTime se conectan con bloques de Simulink para formar un sistema de control en tiempo real cuyo lazo de retroalimentación se cierra por medio de una red.

TrueTime ofrece bloques de Simulink para sus propósitos. Los dos bloques principales y en los que se centra esta breve descripción son el bloque de cómputo y el bloque de red, que se muestran junto con sus interfaces en la figura 2.6.

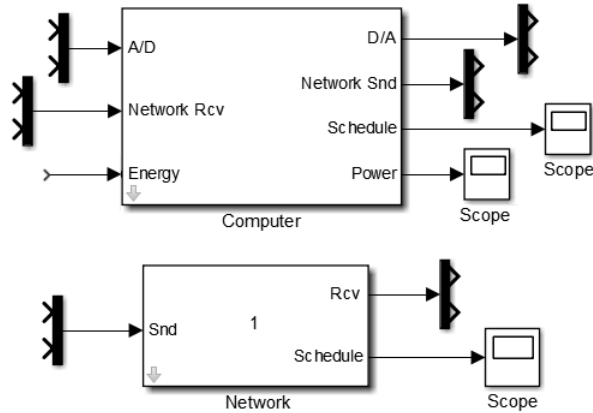


Figura 2.6: Bloques de cómputo y red para Simulink que proporciona TrueTime.

Las señales de entrada de los bloques son discretas excepto las señales conectadas al puerto A/D que son analógicas. Todas las señales de salida son discretas excepto las que provienen del puerto D/A. Los puertos Schedule y Monitors proporcionan gráficos del comportamiento de los recursos utilizados durante la simulación [62].

Antes de ejecutar una simulación es necesario inicializar los bloques de cómputo y de red, crear las tareas, las rutinas de interrupción, los temporizadores, monitores y demás elementos [63]. En las gráficas como las que se muestran en la figura 2.7 se pueden analizar las tareas de la red con respecto al tiempo. Muestran que nodo envía información, espera, o realiza alguna acción. Lo mismo ocurre con las tareas de cómputo. Muestran si la computadora está ejecutando una tarea, está en espera o no realiza acción alguna [62].

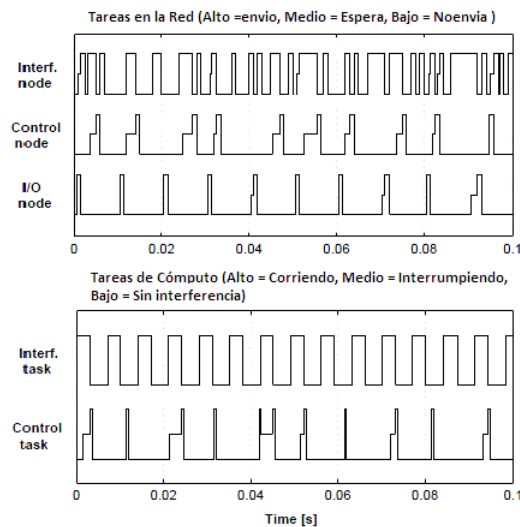


Figura 2.7: Gráficas de ejecución que proporcionan los bloques de red y cómputo de TrueTime.

2.5.1. El bloque de cómputo

El bloque de cómputo simula una computadora con un núcleo flexible en tiempo real que ejecuta subprocesos definidos por el usuario y rutinas de interrupción. Los subprocesos pueden ser síncronos o asíncronos y son usados para simular las tareas de control o de comunicación. Durante la simulación se ejecutan funciones escritas por el usuario en lenguaje C o en código M. El núcleo contiene estructuras de datos que comúnmente se encuentran en núcleos de tiempo real. Tales como una cola de procesos preparados (ready queue), una cola de espera (time queue), rutinas de interrupción, eventos y monitores, entre otras estructuras [62].

La ejecución del código está dividido en segmentos con diferentes tiempos de ejecución como se muestra en la figura 2.8. Los tiempos de ejecución pueden ser constantes, aleatorios o dependientes de los datos. El código de usuario se ejecuta al principio de cada segmento de código. El siguiente segmento no se ejecuta hasta que el tiempo asociado con el segmento previo ha transcurrido en la simulación. Esta construcción permite modelar diferentes aspectos de tiempo del código relevantes con su interacción con otras tareas. Incluyendo, cálculos, acciones de entrada y salidas, eventos de espera y ejecución en regiones críticas. Después de la ejecución del último segmento del código un interruptor de terminación de la tarea es activado. La ejecución volverá entonces de nuevo al primer segmento.

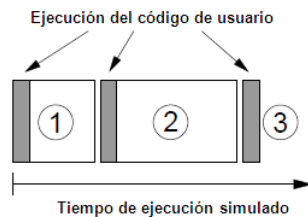


Figura 2.8: La ejecución del código de la computadora es modelada por un numero de segmentos de código con diferentes tiempos de ejecución.

El bloque de núcleo se configura por medio del bloque de parámetros de la figura 2.9 con los siguientes elementos.

- *Init function*: Nombre del script de inicialización.
- *Init function argument*: Permite inicializar parámetros de manera opcional.
- *Battery*: Se usa si el núcleo depende de una fuente de alimentación.
- *Clock drift*: El tiempo de deriva, 0.01 si el tiempo local debe correr un 1 % del tiempo nominal (el tiempo de la simulación).
- *Clock offset*: Una constante de tiempo de compensación para el tiempo nominal.

2.5.2. El bloque de red

El modelo del bloque de red es manejado por eventos y se ejecuta cuando un mensaje entra o abandona la red. Una cola de envíos guarda información de todos los mensajes en la red. Los mensajes contienen la información del nodo que envía o recibe, datos de usuario como señales medidas y señales de control, tiempo de transmisión y prioridad. Una función de prioridad definida por el usuario determina el orden en el cual los mensajes en la cola deben ser transmitidos. Esto permite modelar diferentes comportamientos de red. Cuando la transmisión de un mensaje se ha

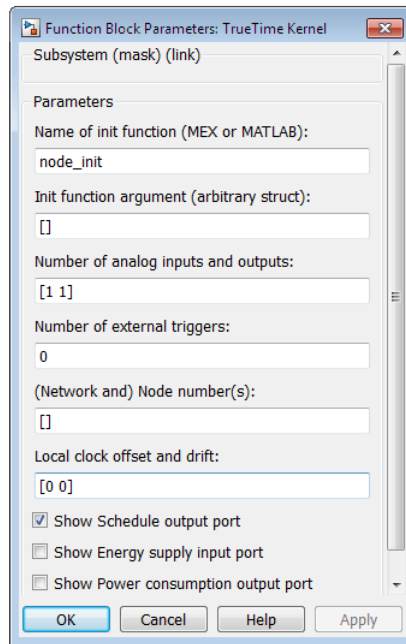


Figura 2.9: Bloque de parámetros del bloque de cómputo.

completado, se coloca en un buffer del nodo receptor, lo cual se notifica por un interruptor externo [62].

El bloque de red se configura con el bloque de parámetros de la figura 2.10. Los siguientes parámetros son los que una red Ethernet utiliza en TrueTime.

- *Network number*: El numero del bloque de red. Las redes deben ser numeradas de uno en adelante sean redes alámbricas o inalámbricas.
- *of nodes*: El número de nodos que están conectados a la red. Este número determinara la cantidad de transmisores y receptores y de entradas y salidas.
- *Data rate*: (bits/s): La velocidad de la red.
- *Minimum frame size (bits)*: Un mensaje mas pequeño que éste será rellenado para completar la mínima longitud aceptable.
- *Loss probability*: La probabilidad de que un mensaje se pierda durante la transmisión

2.5.3. Comandos de TrueTime

TrueTime contiene numerosos comandos que se pueden incluir en los códigos de usuario. Se clasifican en tres categorías de acuerdo a su tipo de uso que son: Script de inicialización, código de función de tarea y código de función de rutina de interrupción [63]. A continuación se enlistan en la tabla 2.1 los comandos que se utilizaron en las simulaciones que se realizaron para este trabajo de tesis.

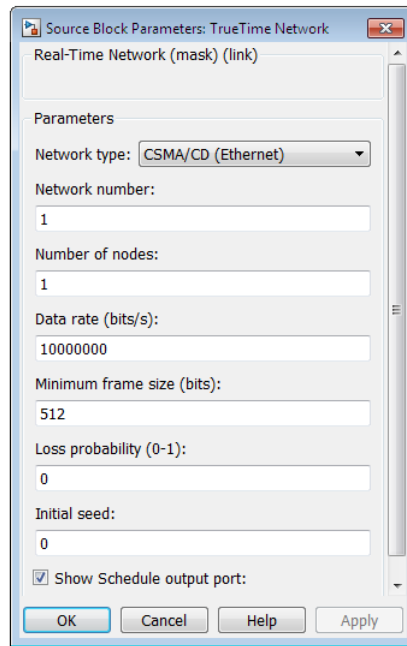


Figura 2.10: Bloque de parámetros de la red.

2.6. Sistemas de Tanques Acoplados y Aplicaciones

El hombre ha utilizado el control con fines variados a lo largo de la historia. Los griegos, hacia el año 300 A.C., utilizaban sistemas de control de nivel de líquidos. Los primeros sistemas de control conocidos, ya en la antigüedad, son mecanismos destinados al control del caudal para regular un reloj de agua o el control de nivel de líquido en una lámpara de aceite o en un recipiente de vino, que se mantiene lleno a pesar de los muchos vasos que se sacan. De hecho, el control del caudal de fluido se reduce al control del nivel del fluido, ya que un pequeño orificio producirá caudal constante si la presión es constante. El mecanismo de control de nivel de líquido inventado en la antigüedad y todavía usado para controlar nivel es la válvula flotante, semejante a la del depósito de agua de un inodoro corriente. El flotador está hecho de tal manera que, cuando el nivel baja, el caudal del depósito aumenta y cuando el nivel sube, el caudal disminuye y, si es necesario, se corta (2.11). En este caso el sensor y el actuador están combinados en el mismo dispositivo, el flotador y la combinación de tubo de alimentación.

El control de nivel en tanques son el centro de muchos procesos industriales, donde la necesidad de mantener un nivel deseado de líquido en un recipiente como lo es en ingeniería química, en sistemas de concentración, donde se emplean para controlar mezclas para reacciones químicas. A nivel académico, se han utilizado para el estudio y desarrollo de sistemas de control lineal y no lineal ya que es un sistema muy representativo. Dos configuraciones básicas son mostradas en la figura 2.12 y 2.13. Existen diferentes configuraciones de este tipo de sistemas, algunas de ellas pueden ser:

Sistema de tanques interconectados en serie: Consiste en tanques unidos uno tras otro de manera directa; es decir la salida de uno es la entrada del siguiente como se muestra en la figura 2.14. Otras configuraciones en serie podemos encontrar en la literatura como lo muestran la figura 2.15 y 2.16.

Sistema tanques no interactuantes o en cascada: Consiste en sistemas sistemas, simple-entrada simple-salida (SISO) conectados en cascada; es decir la salida del primero es la entrada del segundo y así sucesivamente hasta n tanques.

Comando	Descripción
ttInitKernel	Inicializa el núcleo.
ttInitKernel	Inicializa la interfaz de red.
ttInterruptHandler	Crea una rutina de interrupción.
ttCreateTask	Crea una tarea.
ttCreatePeriodicTask	Crea una tarea periódica.
ttCreateJob	Crea el trabajo de una tarea
ttSendMsg	Envía un mensaje a través de una red de TrueTime.
ttGetMsg	Obtiene un mensaje que fue recibido en una red TrueTime
ttAnalogOut	Escribe un valor en un puerto de salida analógico.
ttAnalogIn	Lee un valor de un puerto de entrada analógico.

Tabla 2.1: Comandos de TrueTime utilizados en las simulaciones de este trabajo de tesis.

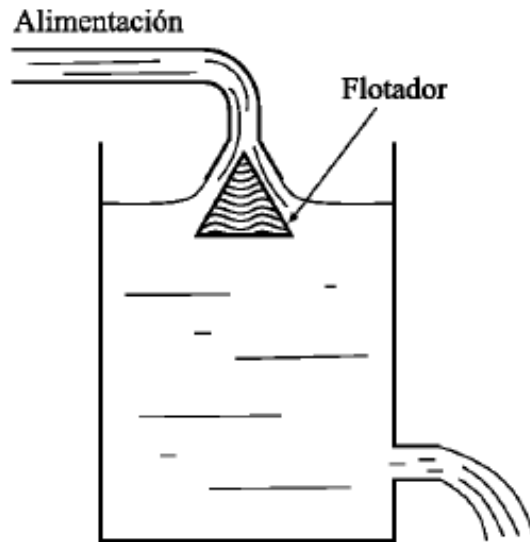


Figura 2.11: Tonel antiguo.

2.6.1. Técnicas de control desarrolladas para la regulación de nivel

La mayor parte de los trabajos reportados en la literatura para el control de nivel de este sistema, están basados en el enfoque basado en tiempo, donde en algunos de ellos utilizan técnicas de control lineal y no lineal. Algunas estrategias de control lineal como el predictivo con horizonte infinito y controles PID son propuestos en [?], [?], [?], [?], y [?], donde muestran la estabilización del sistema ante perturbaciones en el medio. Un control no lineal basado en modelos es reportado en [?]. También se desarrollaron diferentes algoritmos PID basados en eventos para sistemas de dos tanques acoplados. Ellos muestran claramente en la simulación de que el costo de CPU puede reducirse considerablemente sin pérdida del rendimiento, donde el envío de datos entre sensores, actuadores y la nueva actualización de la ley de control se reduce en un 75 % [?], [?]. Dos NCS basados en ethernet son propuestos en [?] y [?] para el proceso de dos y cuatro tanques.

Aplicaciones

Durante décadas, los cerveceros han hecho cábalas para tratar de transformar el proceso

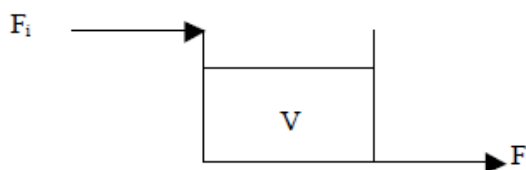


Figura 2.12: Configuración básica de un tanque.

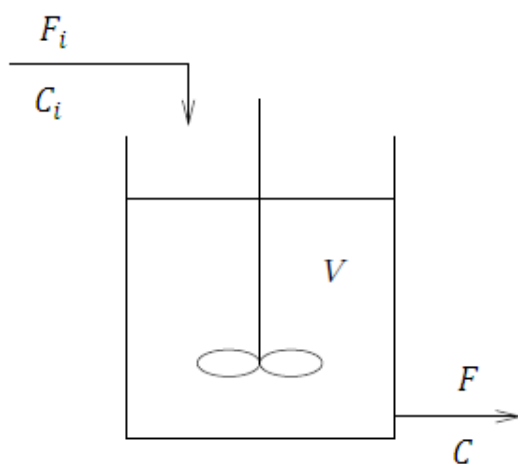


Figura 2.13: Reactor químico.

de fermentación por lotes (o discontinua) en un proceso continuo. Sin embargo, nadie había conseguido nunca aplicar este concepto a escala industrial. Según apunta el doctor Friedrich Jacob, director del Centro de Investigación Weihenstephan para la Elaboración de la Cerveza y Calidad Alimentaria, explica que “la cerveza es un producto muy complejo con cientos de componentes diferentes. Incluso cambios tecnológicos de menor importancia pueden resultar en que haya muy poca o demasiada cantidad de una sustancia en particular, lo que puede alterar, potencialmente, el sabor de la cerveza”.

Ahora, los investigadores de la Universidad Técnica de Munich (TUM) han desarrollado un proceso de fermentación que tiene lugar en etapas, a lo largo de una serie de *tanques interconectados*. Este sistema de tanques puede funcionar de forma continua, durante un período de varios meses, lo que conduce a una reducción del *consumo energético*. Este nuevo método también promete un aumento significativo de la eficiencia.

En la actualidad, las cerveceras utilizan tanques grandes de acero inoxidable para la fermentación. Estos tanques tienen una sola entrada y la salida en su base para el llenado y la descarga de la cerveza y levadura. Una vez que la fermentación y el ‘lagering’ se han completado, liberan el dióxido de carbono que se ha acumulado en los tanques y los limpian a fondo antes de que los tanques puedan ser rellenados con el siguiente lote de cerveza.

Con el fin de eliminar estos improductivos tiempos de parada (durante el vaciado, llenado y limpieza), los científicos de la TUM han desarrollado un nuevo proceso que permite fermentaciones continuas en una serie de *tanques interconectados*. “Simplemente equipar los tanques con un tubo

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES
2.6. SISTEMAS DE TANQUES ACOPLADOS Y APLICACIONES

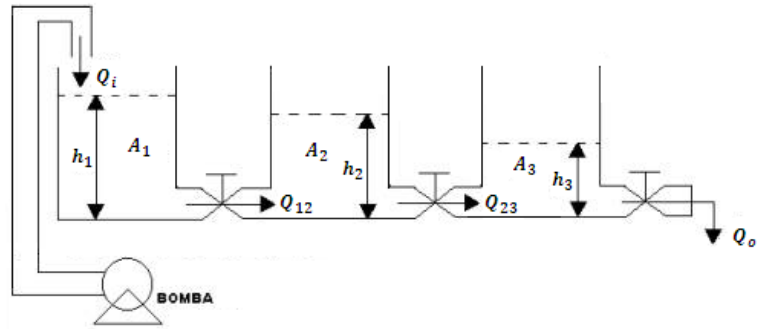


Figura 2.14: Sistema de tanques interconectados en serie.

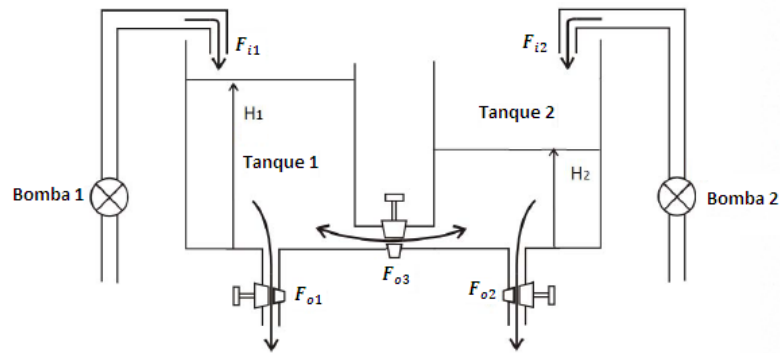


Figura 2.15: Sistema de tanques acoplados dos entradas dos salidas.

central y la parte inferior abierta permite la combinación de tanques con el fin de crear una reacción en cascada”, dice Müller-Auffermann.

Con este nuevo proceso, la levadura y otras sustancias sedimentadas pueden ser fraccionadas y volverse a utilizar si es necesario. “Con la instalación de un tubo orientado hacia abajo, hemos creado dos zonas de reacción en cada tanque. Ahora, a diferencia del sistema convencional, los fabricantes de cerveza pueden llenar y vaciar los tanques de forma continua desde la parte superior de los tanques. La parte inferior, por tanto, se puede utilizar para descargar células de levadura y otras partículas”.

Esta operación continua hace que la planta de fermentación sea más eficiente. “Reduce la incidencia de picos de energía, de modo que la fábrica ahorra en electricidad. Además, se perderá menos cerveza y se ahorrará en agua y detergentes de limpieza”, dice Müller-Auffermann. “En el desarrollo de esta tecnología, la simplicidad siempre estuvo en el foco principal”, añade, “dado que la levadura tiene un papel decisivo en la calidad de la cerveza, manejamos este sensible organismo de forma prácticamente idéntica al proceso tradicional. Esa es la clave para obtener un producto consistente”.

La universidad bávara ha presentado una solicitud de patente para este nuevo sistema, que están probando en el centro Weihenstephan. Según apuntan los investigadores, la industria cervecera alemana está considerando la aplicación de este nuevo método, más eficiente y respetuoso con el medio ambiente, para sus operaciones en un futuro cercano.

Otra aplicación importante se basa en los procesos petroquímicos donde el control de nivel es muy importante. El control se lleva a cabo mediante un PLC que controla el sistema y sensores

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES
2.6. SISTEMAS DE TANQUES ACOPLADOS Y APLICACIONES

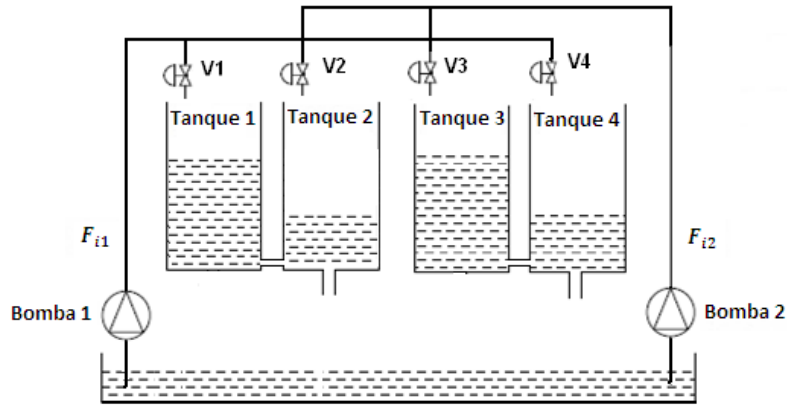


Figura 2.16: Sistema de tanques acoplados en serie.

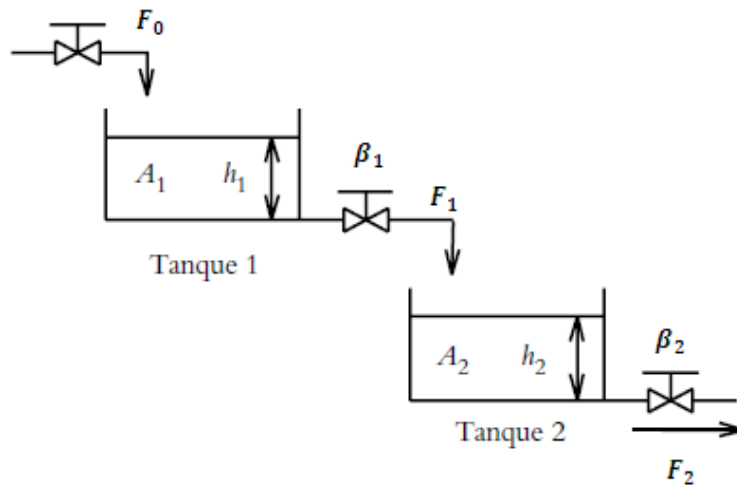


Figura 2.17: Sistema de tanques una entrada y una salida (sistema SISO) en cascada.

ultrasonicos figura 2.20.

CAPÍTULO 2. CONTEXTO Y MOTIVACIONES
2.6. SISTEMAS DE TANQUES ACOPLADOS Y APLICACIONES

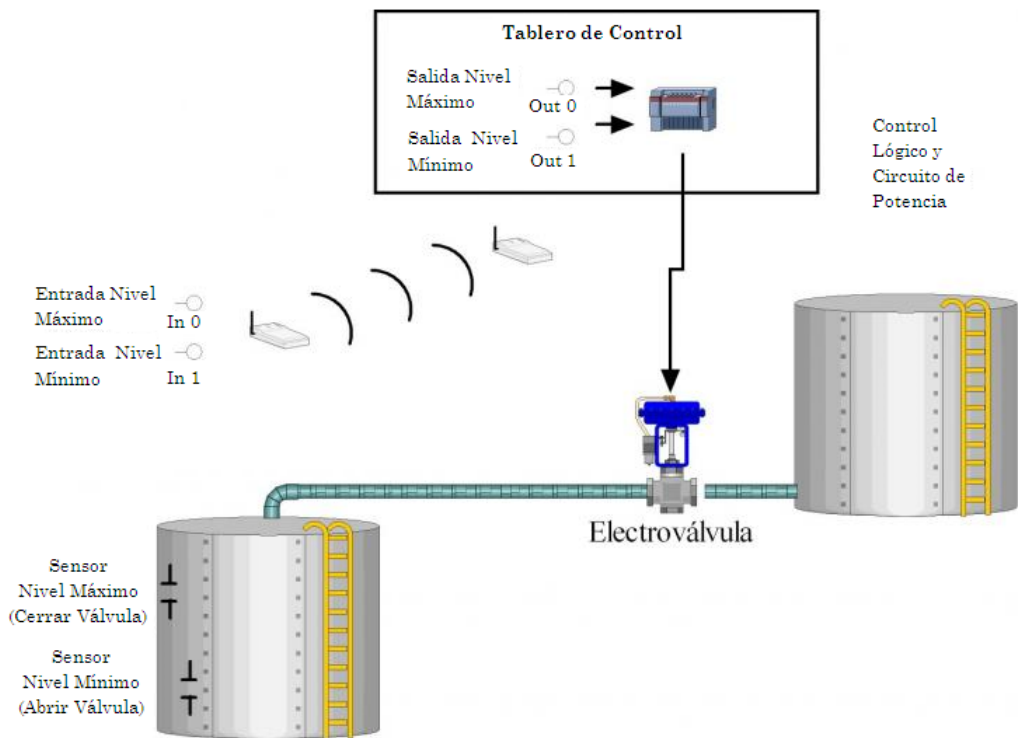


Figura 2.20: Planta petroquímica controlada por PLC

Capítulo 3

Control basado en eventos para sistemas lineales

En este Capítulo se describen los métodos que aplicaremos para estabilizar los sistemas de control de nivel. Primeramente se describe la fórmula general y algunos aspectos importantes para su aplicación. Posteriormente se menciona el segundo método donde la función de evento es mediante la señal de control.

3.1. Fórmula general para la estabilización de sistemas no lineales mediante control asíncrono

El presente proyecto se enmarca claramente en una investigación de ciencia básica. La contribución científica consiste en abordar la problemática de la estabilidad y estabilización de una clase de sistemas no lineales, a saber, sistemas no lineales afines en la entrada, utilizando un enfoque de control asíncrono (control basado en eventos). Consideremos primeramente la forma general de sistemas no lineales:

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{3.1}$$

donde $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$, $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$, y f una función Lipschitz anulándose en el origen. En el marco de *control asíncrono* (basado en eventos), usualmente se definen dos conjuntos de funciones:

- *función de evento* $e : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ que indica si es necesario (cuando $e \leq 0$) o no (cuando $e > 0$) recalcular y aplicar la señal de control al proceso. En su forma más general, la función de evento e toma el valor del estado actual x como una entrada y una memoria m del valor que tomo el estado la última vez en la que e fue negativa. Una versión *sin memoria* también es posible, en este caso tenemos una función de evento $e : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ que solo requiere el valor actual del estado. No se impondrá ninguna restricción a priori sobre la regularidad de e .
- *función de retroalimentación* k . Hablamos de una retroalimentación por eventos *estática* cuando $k : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$. Sin embargo, se puede adicionar el tiempo (entonces $k : \mathcal{X} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{U}$) o el índice de muestreo (entonces $k : \mathcal{X} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{U}$) para construir una retroalimentación por eventos *dinámica*.

CAPÍTULO 3. CONTROL BASADO EN EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES

3.2. ¿QUÉ PASA CON UNA SEÑAL DE CONTROL “ASÍNCRONA”?

La solución de (3.1) con un control basado en eventos (e, k) comenzando en $x_0 \in \mathcal{X}$ a $t = 0$ es entonces definido como la solución del sistema diferencial

$$\dot{x} = f(x, k(m)) \quad (3.2)$$

$$m = \begin{cases} x & \text{si } e(x, m) \leq 0, x \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\text{con: } x(0) = x_0 \text{ y } m(0) = x(0) \quad (3.4)$$

Si se asume que f es Lipchitz, siempre existe una única solución en el sentido de Caratheodory sin la necesidad de asumir una propiedad de suavidad en k tal como es reportado en [?] con eventos puntuales. Sin embargo, puede suceder que la solución no exista para todo $t \geq 0$ (como mostraremos en nuestros ejemplos de motivación). Sea $t \rightarrow x(t, x_0)$ esta solución. Para una función e y un control k como los definidos anteriormente, y para alguna condición inicial $x(t = 0) = x_0$ se define al conjunto de muestreo $T_{e,k,x_0} := \{t_0, t_1, t_2, \dots\}$ como el conjunto de los instantes de tiempo $t_0 = 0, t_1, \dots$ etc (tiempos de muestreo) para los cuales e es negativa. Entonces, la solución del sistema en lazo cerrado “basada en eventos” es definida para *al menos* todos los t positivos en $[0, \sup(T_{e,k,x_0})[$. Este intervalo es cerrado si $\sup(T_{e,k,x_0}) \in T_{e,k,x_0}$. Para ilustrar este comportamiento, damos a continuación unos ejemplos de los posibles fenómenos que pueden suceder con un control basado en eventos. y los cuales motivan nuestra investigación.

3.2. ¿Qué pasa con una señal de control “Asíncrona”?

Consideremos un simple integrador $\dot{x} = u$. Las funciones de eventos consideradas en estos ejemplos se asumen ser sin memoria y entonces solo pertenecen a \mathcal{X} . La señal de control permanece constante entre dos tiempos de muestreo t_i y t_{i+1} , de tal forma que: $x_{i+1} = x_i - (t_{i+1} - t_i) \cdot u$, denotando a x_i como el valor del estado cuando el evento $i^{\text{ésimo}}$ ocurre. Con las siguientes leyes de control y funciones de evento, tenemos los siguiente:

1. Tomemos $k(x) = -x$, $e(x) = 0$ cuando $|x| = \exp(-m)$, $m \in \{\mathbb{Z}\}$ y condición inicial $x_0 = 0$. Entonces $T_{e,k,x_0} := \{0\}$. Ahora tomemos $x_0 = 1$, la solución es $x_i = \exp(-i)$ y el tiempo de muestreo es constante (igual a $1 - \exp(-1)$) y $T_{e,k,x_0} := \{j \cdot (1 - \exp(-1)), j \in \{\mathbb{N}\}\}$. Para ambas condiciones iniciales las trayectorias son bien definidas para todo $t \in [0, +\infty[$.
2. Tomemos $k(x) = -x^{\frac{1}{2}}$, $e(x) = 0$ cuando $|x| = \frac{1}{i} k \in \{\mathbb{Z}\}$ y condición inicial $x_0 = 1$. En este caso el tiempo entre muestras es $t_{i+1} - t_i = \frac{1}{i^{\frac{1}{2}}(i+1)}$. Y cuando i tiende a definida solo para $t \in [0, \bar{t}[$
3. Tomemos $k(x) = -x^3$, $e(x) = 0$ cuando $|x| = \exp(-m)$, $m \in \mathbb{Z}$ y condición inicial $x_0 = 1$. En este caso el tiempo entre muestras es $t_{i+1} - t_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{-x^3} = \exp(2i) \cdot (1 - \exp(-1))$ y cuando i tiende a infinito, $t_{i+1} - t_i$ también tiende a infinito. La trayectoria es bien definida en $t \in [0, +\infty[$ como en el primer caso.
4. Consideremos ahora el sistema inestable $\dot{x} = (x + u)^3$. Siendo el control u constante entre cada instantes de muestreo, la solución es el de un sistema diferencial de Bernoulli cuya solución es:

$$x_{i+1} = \frac{x_i + u}{\sqrt{1 - 2(t_{i+1} - t_i) \cdot (x_i + u)^2}} - u$$

CAPÍTULO 3. CONTROL BASADO EN EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES
3.2. ¿QUÉ PASA CON UNA SEÑAL DE CONTROL “ASÍNCRONA”?

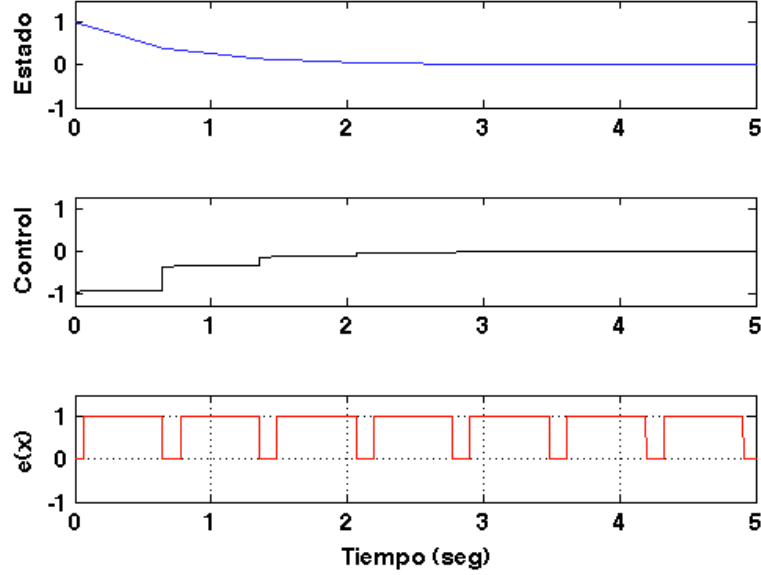


Figura 3.1: Caso 1: Instantes de muestreo periódico

Tomemos, $k(x) = -2x$, $e(x) = 0$ cuando $|x| = \exp(-m)$, $m \in \mathbb{Z}$ y condición iniciales $x_0 = 1$. Entonces la duración entre instantes de muestreo es:

$$t_{i+1} - t_i = \frac{\exp(2i)}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{(2 - \exp(-1))^2} \right]$$

y cuando i tiende a infinito, $t_{i+1} - t_i$ también tiende a infinito. Sin embargo, se puede probar que el origen es un punto asintóticamente estable del sistema en lazo cerrado y la trayectoria bien definida en $[0, +\infty[$ para cualquier condición inicial.

Par los casos del 1 al 5, es fácil probar que que el origen es un punto asintóticamente estable del sistema en lazo cerrado. El caso 1 muestra que el conjunto de muestreo es dependiente de las condiciones iniciales. Los casos 1 al 4 muestran que para un mismo sistema y condición inicial, el muestreo puede ser periódico (caso 1), se puede contraer (caso 2 y 3, con un límite finito o infinito) o expandir (caso 4) dependiendo de la ley de control y de la función de evento. Además, el caso 5 muestra la inconsistencia del teorema de muestreo de Shannon, en el paradigma del control basado en eventos, puesto que la duración entre instantes de muestreo puede crecer de manera infinita aún en un sistema que es inestable en lazo abierto. Estos ejemplos nos muestran los diferentes fenómenos que pueden suceder con un control asíncrono y nos indica que es necesario tener precauciones en el diseño de la ley de control y la función de evento, ya que tienen muchas implicaciones desde el punto de vista práctico. El efecto de la contracción del tiempo de muestreo es algo muy delicado, ya que a pesar de que las trayectorias en lazo cerrado son bien definidas, un tiempo de muestreo infinitamente rápido hace que la señal de control deje de ser continua originando fenómenos como el “chattering”. Por otro lado, un tiempo de muestreo demasiado largo puede hacer que las trayectorias del sistema en lazo cerrado converjan muy lentamente, lo cual tampoco es deseable desde un punto de vista de aplicación. Cabe mencionar que este tipo de efectos jamás han sido estudiados en los trabajos reportados, de manera cuidadosa, esto denota la originalidad que tendrá nuestra investigación. Dicho esto, enunciemos nuestras hipótesis.

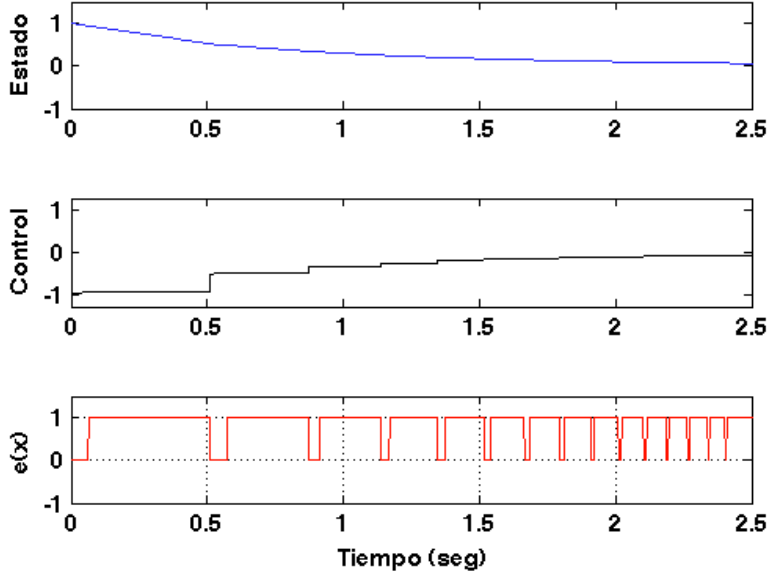


Figura 3.2: Caso 3: La duración entre instantes de muestreo se contrae

3.3. Definiciones preliminares

Usualmente, el conjunto de instantes donde los eventos ocurren es de medida nula, en el sentido de que el control es únicamente recalculado solo en distintos t . Sin embargo, si se toma $e(x) = 0$ para todo $x \in \mathcal{X}$ significa recalculer el control en cada x y por lo tanto aplicar un control en tiempo continuo de forma clásica. En el conjunto de medida no nula donde $e(x) = 0$, la solución se sobreentiende en el sentido clásico (con todas las posibles soluciones existentes si el entorno es discontinuo). En otras palabras, la solución puede ser destinada en el sentido de Caratheodory. Para comprender mejor, se define:

3.4. Control disparado por eventos para sistemas lineales con función de evento basada en el control

Considere un sistema lineal dado por:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.5}$$

con $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^p$. Para fines de simplicidad, se considera la estabilización con el instante de tiempo inicial $t_0 = 0$. También, por *retroalimentación basado en eventos* nos referimos a un conjunto de dos funciones, que son **i**) una función de evento $e : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ que indica si es necesario (cuando $e \leq 0$) o no (cuando $e > 0$) para calcular la ley de control, y **ii**) una función de retroalimentación $\gamma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$. La solución de (3.5) con una retroalimentación basada en eventos (e, γ) a partir de x_0 en $t = 0$ se define en [?] como la solución en el caso lineal (cuando esta existe) de el sistema diferencial.

CAPÍTULO 3. CONTROL BASADO EN EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES

3.4. CONTROL DISPARADO POR EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES CON FUNCIÓN DE EVENTO BASADA EN EL CONTROL

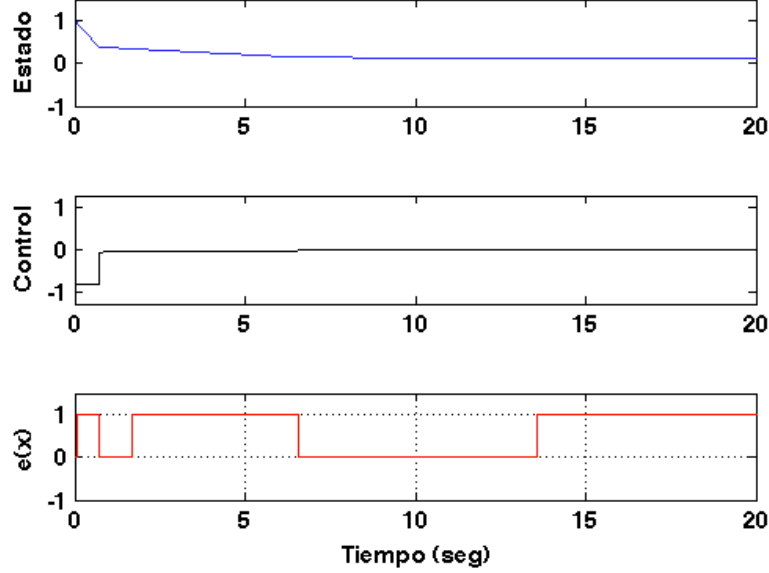


Figura 3.3: Caso 4: La duración entre instantes de muestreo se expande

$$\dot{x} = Ax + B\gamma(m) \quad (3.6)$$

$$m = \begin{cases} x & \text{si } e(x, m) \leq 0, x \neq 0 \\ m & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\text{con: } x(0) = x_0 \text{ y } m(0) = x(0) \quad (3.8)$$

y P , la solución de la ecuación de Ricatti:

$$PA + A^T P - 2\varepsilon P B B^T P = -Q \quad (3.9)$$

donde Q es una matriz simétrica definida positiva. Tomado $V = x^T P x$ como CLF, se deduce

$$\begin{aligned} a(x) &= x^T (PA + A^T P)x \\ b(x) &= 2x^T P B \end{aligned}$$

Tomando $\Delta(x) = I_n$ y $\theta(x) = \varepsilon^2 b(x)b(x)^T - 2\varepsilon a(x)$, el lazo de retroalimentación [ec.13] usando (3.9) se convierte en:

$$k(x) = -\varepsilon b(x)^T = \underbrace{-2\varepsilon B^T P x}_{=:K} \quad (3.10)$$

Reescribiendo $\theta(x)$, se tiene:

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \varepsilon^2 b(x)\Delta(x)b(x)^T - 2\varepsilon a(x) \\ &= 2\varepsilon x^T Q x \end{aligned}$$

Por lo tanto, aplicando el Teorema 6 da la función de evento $e(x, m) := 2\varepsilon x^T Q x - p \sup_{i \in \{1, \dots, p\}} [k_i(m) - k_i(x)]^2$ por lo tanto la aplicación de esta estrategia disparada por eventos $e(x, m) := \|k(x)\|^2 - p(1 + \sqrt{2}) \sup_{i \in \{1, \dots, p\}} [k_i(m) - k_i(x)]^2$ Si

CAPÍTULO 3. CONTROL BASADO EN EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES

3.4. CONTROL DISPARADO POR EVENTOS PARA SISTEMAS LINEALES CON FUNCIÓN DE EVENTO BASADA EN EL CONTROL

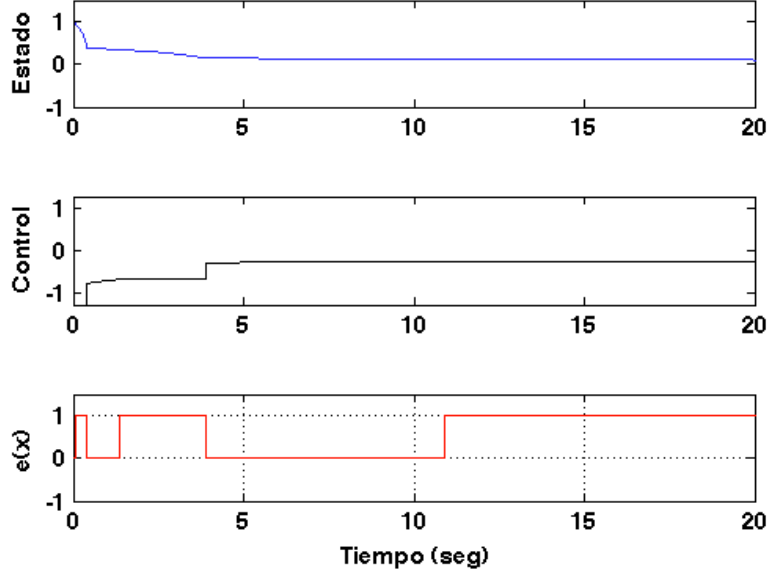


Figura 3.4: Caso 5: La duración entre instantes de muestreo se expande

esta función de evento es positiva, para todo $i \in \{1, \dots, p\}$:

$$p(1 + \sqrt{2})(k_i(x) - k_i(m))^2 < k(x)^T k(x) \quad (3.11)$$

Esta última inecuación aun se puede transformar como:

$$p(1 + \sqrt{2})\|k(x) - k(m)\|_\infty^2 < \|k(x)\|^2 \quad (3.12)$$

Introduciendo las desigualdades clásicas entre las normas, si la siguiente desigualdad se mantiene, entonces (3.12) también se mantiene:

$$(1 + \sqrt{2})\|(k(x) - k(m))\|_\infty^2 < \|k(x)\|^2 \quad (3.13)$$

$$(x - m)^T \Upsilon^T \Upsilon (x - m) < \frac{1}{1 + \sqrt{2}} x^T \Upsilon^T \Upsilon x \quad (3.14)$$

Capítulo 4

Control Basado en Eventos Aplicado al Sistema de Tanques Acoplados

En este capítulo, se presenta una metodología en desarrollo para modelos dinámicos de procesos químicos. En particular en procesos de control de nivel de líquido en tanques interconectados.

4.1. Modelado y Linealización

4.1.1. Modelado

Para poder modelar nuestro sistema es necesario conocer las siguientes definiciones.

Definición 2.1 (Sistema dinámico) Es aquel sistema en el cual su salida en el presente depende de una entrada en el pasado. En un sistema dinámico su salida cambia con el tiempo si este no está en su estado de equilibrio.

Definición 2.2 (Modelo matemático) Un modelo es una representación matemática de un sistema físico, biológico, químico o informático. El modelo nos permite razonar acerca del comportamiento futuro del sistema y hacer predicciones. También nos permite responder ciertas preguntas por medio del análisis y simulación computacional. Pueden existir varios modelos para un mismo sistema con diferentes niveles de fidelidad los cuales dependen del fenómeno de interés.

4.1.1.1. Ecuaciones de balance

El modelado de este tipo de sistemas se basa en el principio de balances de materia y energía está en las ecuaciones de balance en estado estacionario que tienen la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \text{masa o energía} \\ \text{entrando en el} \\ \text{sistema} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{masa o energía} \\ \text{abandonando el} \\ \text{sistema} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.1)$$

La ecuación (4.1) está definida de una forma general, para modelar sistemas de control de nivel de líquidos en depósitos, nos interesan las ecuaciones de balance instantáneas. Aquí escribimos las

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS

4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

ecuaciones del balance dinámico directamente, basadas en una velocidad de cambio instantánea (4.2):

$$\begin{bmatrix} \text{velocidad de acumulación} \\ \text{de masa en el sistema} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{velocidad de masa} \\ \text{que entra al sistema} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{velocidad de masa} \\ \text{que abandona el sistema} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Lo cual se puede escribir como

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \quad (4.3)$$

De esta forma se pueden obtener las ecuaciones de balance, para la variación del nivel de líquido en un tanque figura.4.1, asumiendo que la densidad del fluido es constante. Podemos encontrar cómo varía el volumen del tanque como una función del tiempo, si los flujos de entrada y salida varían.

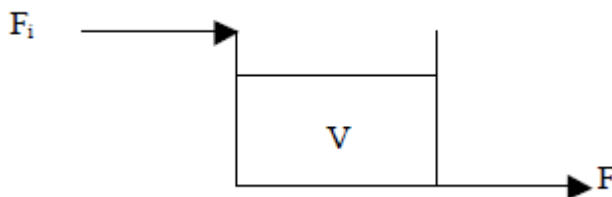


Figura 4.1: Tanque de líquido

El sistema es el líquido en el tanque, la superficie del líquido es el límite superior del sistema. La siguiente notación se usa en las ecuaciones de modelado:

F_i = Flujo volumétrico de entrada (*volumen/tiempo*).

F = Flujo Volumétrico de salida.

V_{mi} = Volumen del líquido en el tanque.

r = densidad del líquido (*masa/volumen*).

Escribiendo las ecuaciones del balance basadas en un ritmo de cambio instantáneo:

$$\begin{bmatrix} \text{velocidad de cambio} \\ \text{de la masa de agua} \\ \text{en el tanque} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{flujo másico de agua} \\ \text{de entrada al tanque} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{flujo másico de agua} \\ \text{de salida del tanque} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

La masa total de agua en el tanque es $V\rho$, el ritmo de cambio es $dV\rho/dt$, y la densidad de la corriente de salida es igual a que el tanque contiene:

$$\frac{dV\rho}{dt} = F_i\rho - F\rho \quad (4.5)$$

Esta hipótesis permite la formulación de una ecuación diferencial ordinaria (EDO). Nos referimos a cualquier sistema que puede ser modelado mediante EDO's como sistemas de parámetros localizados. También notar que la densidad de la corriente de salida debe ser igual a la densidad del agua en el tanque. Este conocimiento también nos permite decir que los términos de densidad en la Ecuación (4.5) son iguales. Esta ecuación se reduce entonces a

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \quad (4.6)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

La ecuación 4.6 es una ecuación diferencial ordinaria lineal (EDO), la cual es fácil de resolver si sabemos los flujos de entrada y salida como una función del tiempo, y si sabemos una condición inicial para el volumen en el tanque. En la ecuación 4.6 nos referimos a V como variable de estado, y F_i y F como variables de entrada (incluso aunque F sea un flujo de corriente de salida). Si la densidad permaneciese en la ecuación, nos referiríamos a ella como un parámetro. Para resolver este problema debemos especificar las entradas $F_i(t)$ y $F(t)$ y la condición inicial $V(0)$.

Este sistema sencillo proporciona una introducción a la noción de estados, entradas y parámetros. Ilustra cómo un balance de materia global se usa para encontrar cómo el volumen de un sistema de fase líquida cambia con el tiempo. Puede ser deseable tener la altura del tanque, h , más que el volumen del tanque como variable de estado. Si asumimos como constante el área de la sección transversal del tanque, A , podemos expresar el volumen del tanque como $V = Ah$ y la ecuación del modelo como:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_i}{A} - \frac{F}{A} \quad (4.7)$$

Si sabemos también que el flujo de salida del tanque es proporcional a la raíz cuadrada de la altura de líquido en el tanque, podemos usar la relación

$$F = \beta\sqrt{h} \quad (4.8)$$

donde β es un coeficiente de flujo, para encontrar

$$F = \frac{dh}{dt} = -\frac{\beta\sqrt{h}}{A} + \frac{F_i}{A} \quad (4.9)$$

Para este modelo nos referimos a h como la variable de estado, el flujo de entrada (F_i) como la variable de entrada y β y A como parámetros. Notar que un sistema único (en este caso, el tanque) puede tener ecuaciones y variables del modelo ligeramente diferentes, dependiendo de las hipótesis y los objetivos usados al desarrollar el modelo.

4.1.1.2. Modelado del sistema de dos tanques con configuración SISO y MIMO

Como se había mencionado anteriormente, el sistema de dos tanques acoplados consta de dos tanques interconectados por un canal de flujo fig.4.2, que hace que los niveles de los dos tanques interactúen. Cada tanque tiene una bomba independiente para la entrada de líquido. El canal que conecta los dos tanques se pueden variar con las válvulas. El sistema de tanques acoplados se puede configurar como un sistema SISO o como un sistema MIMO través de la manipulación de las bombas de entrada y las válvulas.

Partiendo de la teoría para el modelado de sistemas hidráulicos, se tiene que el cambio en el líquido (dh) almacenado en el tanque durante dt segundos es igual al flujo de entrada neto en el tanque durante esos mismos dt segundos, al desarrollar la ecuación de balance de masas tenemos:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = f_1(h_1, h_2, F_1, F_2) = F_{i1} - F_{o1} - F_{o3} \quad (4.10)$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = f_2(h_1, h_2, F_1, F_2) = F_{i2} - F_{o2} - F_{o3} \quad (4.11)$$

donde, h_1 , h_2 son las alturas de líquido en el tanque 1 y el tanque 2, respectivamente. A_1 y A_2 son las áreas de la sección transversal del tanque 1 y el tanque 2. F_{o3} es la velocidad de flujo entre los tanques. F_{i1} y F_{i2} son las velocidades de flujo de las bombas en el tanque 1 y el tanque 2 respectivamente. F_{o1} y F_{o2} son los caudales de salida de líquido del tanque 1 y el tanque 2, respectivamente.

Las ecuaciones de continuidad establecen que el flujo a través de un tubo viene dado por:

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

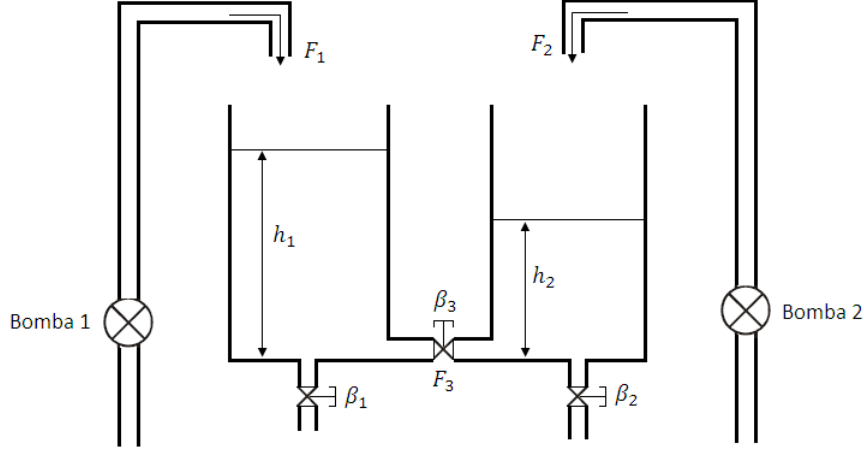


Figura 4.2: Sistema de dos tanques acoplados

$$F = av \quad (4.12)$$

Por la ecuación de Bernoulli para un fluido incompresible no viscoso en flujo constante, la velocidad del fluido puede definirse, aplicando la ley de Bernoulli, donde $v = \sqrt{2gh}$, g es la fuerza de gravedad. Sustituyendo el valor de v en la ecuación 4.12 se tiene que:

$$F = a \cdot \sqrt{2gh} \quad (4.13)$$

Para el sistema de tanques de la figura 4.2

$$F_{o1} = a_1 \cdot \sqrt{2gh_1} \quad (4.14)$$

$$F_{o2} = a_2 \cdot \sqrt{2gh_2} \quad (4.15)$$

$$F_{o3} = a_2 \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (4.16)$$

Simplificando

$$F_{o1} = a_1 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_1} = \beta_1 \cdot \sqrt{h_1} \quad (4.17)$$

$$F_{o2} = a_2 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_2} = \beta_2 \cdot \sqrt{h_2} \quad (4.18)$$

$$F_{o3} = a_2 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_1 - h_2} = \beta_2 \cdot \sqrt{h_1 - h_2} \quad (4.19)$$

donde, β_1 , β_2 y β_3 son constantes de proporcionalidad que dependerán del área de la sección transversal de cada área y la constante de gravitación. Mediante el uso de los valores de las ecuaciones (4.17) a (4.19) y sustituyendo en (4.10) y (4.11), da como resultado final las ecuaciones no lineales que describen la dinámica del sistema *MIMO*, que están dadas por:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_{i1}}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_1} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2} \quad (4.20)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{F_{i2}}{A_2} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_2} - \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{h_1 - h_2} \quad (4.21)$$

Ahora para la configuración de una sola entrada y una sola salida F_{o1} y F_{i2} las hacemos cero, ya que la válvula de salida del depósito 1 está cerrada y el suministro de líquido de la bomba 2 también se detuvo. La dinámica del sistema *SISO* queda de la forma:

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_{i1}}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2} \quad (4.22)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\beta_1}{A_2} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_2} \quad (4.23)$$

4.1.1.3. Modelado del sistema de cuatro tanques acoplados

El sistema consta de cuatro tanques interconectados y dos bombas (4.3); sus entradas son las tensiones a las dos bombas y las salidas son los niveles de agua en los dos tanques inferiores. Es un sistema de naturaleza no lineal, multivariable.

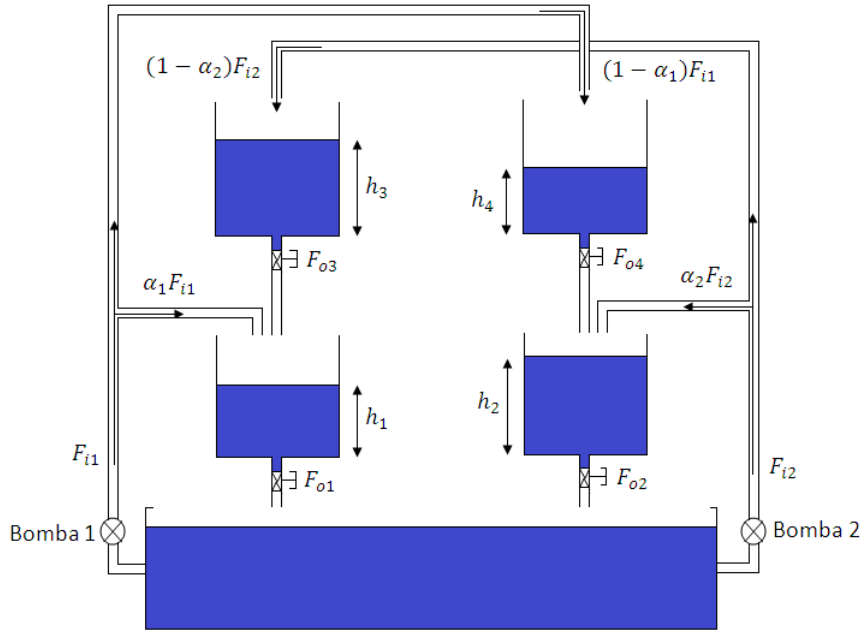


Figura 4.3: Sistema de cuatro tanques acoplados

Partiendo nuevamente de la teoría para el modelado de sistemas hidráulicos y las ecuaciones de balance, que se utilizaron en el sistema de dos tanques, ahora aplicamos para el sistema de cuatro tanques, obteniendo la ecuación dinámica de cada tanque; entonces tenemos:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = -F_{o1} + F_{o3} + \alpha_1 F_{i1} \quad (4.24)$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = -F_{o2} + F_{o4} + \alpha_2 F_{i2} \quad (4.25)$$

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = -F_{o3} + (1 - \alpha_2) F_{i2} \quad (4.26)$$

$$A_4 \frac{dh_4}{dt} = -F_{o4} + (1 - \alpha_1) F_{i1} \quad (4.27)$$

donde, h_1, h_2, h_3, h_4 son las alturas de líquido en cada uno de los tanques, respectivamente. A_1, A_2, A_3, A_2 son las áreas de la sección transversal de dichos tanques. F_{o1}, F_{o2}, F_{o3} y F_{o4} es la

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

velocidad de flujo de cada tanque. F_{i1} y F_{i2} son las velocidades de flujo de las bombas. α_1 y α_2 representan un porcentaje del flujo de cada bomba, respectivamente.

Considerando la ecuación de Bernoulli que define la velocidad de flujo. Para el sistema de tanques de la figura (4.3), los flujos se definen como:

$$F_{o1} = a_1 \cdot \sqrt{2gh_1} \quad (4.28)$$

$$F_{o2} = a_2 \cdot \sqrt{2gh_2} \quad (4.29)$$

$$F_{o3} = a_3 \cdot \sqrt{2gh_3} \quad (4.30)$$

$$F_{o4} = a_4 \cdot \sqrt{2gh_4} \quad (4.31)$$

Simplificando

$$F_{o1} = a_1 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_1} = \beta_1 \cdot \sqrt{h_1} \quad (4.32)$$

$$F_{o2} = a_2 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_2} = \beta_2 \cdot \sqrt{h_2} \quad (4.33)$$

$$F_{o3} = a_3 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_3} = \beta_3 \cdot \sqrt{h_3} \quad (4.34)$$

$$F_{o4} = a_4 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_4} = \beta_4 \cdot \sqrt{h_4} \quad (4.35)$$

donde, β_1 , β_2 y β_3 , β_4 son constantes de proporcionalidad que dependerán del área de la sección transversal de cada área y la constante de gravitación. Mediante el uso de los valores de las ecuaciones (4.32) a (4.35) y sustituyendo en (4.24), (4.25), (4.26) y (4.27) da como resultado las ecuaciones no lineales que describen la dinámica del sistema *MIMO*, que están dadas por:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_1} + \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_3} + \frac{\alpha_1}{A_1} F_{i1} \quad (4.36)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_2} + \frac{\beta_4}{A_2} \sqrt{h_4} + \frac{\alpha_2}{A_2} F_{i2} \quad (4.37)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{\beta_3}{A_3} \sqrt{h_3} + \frac{(1 - \alpha_2)}{A_3} F_{i2} \quad (4.38)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{\beta_4}{A_4} \sqrt{h_4} + \frac{(1 - \alpha_1)}{A_4} F_{i1} \quad (4.39)$$

4.1.2. Linealización

4.1.2.1. Conceptos teóricos

La idea central de la linealización es que teniendo un sistema dinámico no lineal $\dot{x} = f(x, u)$, se pueda escribir de la forma $\dot{x} = Ax + Bu$, haciendo pequeñas variaciones alrededor de un punto de equilibrio.

Definición 1.1 (Punto de equilibrio) Un punto de equilibrio de un sistema dinámico se define como un punto x_e para el cual si $x(t)$ parte de x_e , ahí se queda para todo $t \rightarrow \infty$. Es decir un punto donde el sistema no se mueve.

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

Para un sistema $\dot{x} = f(x, u)$ el equilibrio es dado para $u_e : f(x_e, u_e) = 0$. Tenemos entonces una pareja de puntos de equilibrio.

Mediante una expansión en series de Taylor se puede obtener un modelo aproximado lineal del sistema no lineal que se considera. Sea $f(x)$ una función definida en un intervalo que contiene al punto a , con derivada de todos los ordenes.

Tenemos la siguiente ecuación

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x - a)^n \quad (4.40)$$

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a) \quad (4.41)$$

La idea de Taylor fue construir un polinomio tal que en el punto $x = a$, tenga el mismo valor que $f(x)$.

Sea $\dot{x} = f(x, u)$ un sistema no lineal y $z = x - x_e$ un punto de equilibrio donde queremos linealizar, al hacer un cambio de variable logramos escribirlo de la forma $\dot{z} = f(z, u)$. Aplicando la aproximación de Taylor tenemos la siguiente aproximación en la vecindad de los puntos de equilibrio.

$$\dot{x} = f(x, u) \approx f(x_e, u_e) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_e, u_e)(x - x_e) + \frac{\partial f}{\partial u}(x_e, u_e)(u - u_e) + \dots \quad (4.42)$$

$$y = h(x) \approx h(x_e) + \frac{\partial h}{\partial x}(x_e)(x - x_e) + \frac{\partial h}{\partial u}(x_e, u_e)(u - u_e) + \dots \quad (4.43)$$

De esta forma el sistema con linealización Tangente o linealización Jacobiana alrededor del punto de equilibrio se expresa como:

$$\dot{z} = Az + Bv$$

$$w = Cz$$

donde los elementos de las matrices de linealización se definen de la forma:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{(x_1, \dots, x_n) = (0, \dots, 0)} \quad (4.44)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{(x_1, \dots, x_n) = (0, \dots, 0)} \quad (4.45)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_p} \end{bmatrix}_{(u_1, u_2, \dots, u_p) = (0, 0, \dots, 0)} \quad (4.46)$$

4.1.2.2. Linealización del sistema de dos tanques acoplados con configuración SISO y MIMO

Teniendo ya modelado el sistema representado por \sum_1 en ecuaciones diferenciales, donde se ve claramente que el sistema es de naturaleza no lineal, y para poder aplicar un control en tiempo continuo es necesario linealizar el sistema, ya que estas técnicas de control están enfocadas a sistemas lineales. Para ello se toma en cuenta pequeñas variaciones de F_{i1} y F_{i2} tanto en las entradas de control, respectivamente. Siendo h_1 y h_2 el cambio que resulta en las alturas de los dos tanques debido a esta variación.

$$\sum_1 := \begin{cases} A_1 \frac{dh_1}{dt} = f_1(h_1, h_2, F_1, F_2) = F_{i1} - F_{o1} - F_{o3} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = f_2(h_1, h_2, F_1, F_2) = F_{i2} - F_{o2} - F_{o3} \end{cases} \quad (4.47)$$

■ **Modelo linealizado Multi-entrada y Multi-salida**

Para linealizar el sistema primeramente se definen las siguientes variables de desviación.

$$\begin{aligned} x_1 &= h_1 - h_{1s} \\ x_2 &= h_2 - h_{2s} \end{aligned}$$

donde h_{1s} y h_{2s} son los puntos de equilibrio donde queremos estabilizar. Escribiendo las ecuaciones del sistema \sum_1 en términos de las variables de desviación. Y tomando en cuenta la derivada de las variables de desviación:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{h}_1 \\ \dot{x}_2 &= \dot{h}_2 \end{aligned}$$

entonces tenemos

$$\sum_2 := \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{F_{i1}}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{(x_1 + h_{1s})} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \\ \dot{x}_2 = \frac{F_{i2}}{A_2} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{(x_2 + h_{2s})} - \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \end{cases} \quad (4.48)$$

Note que el punto de equilibrio alrededor del cual se quiere linealizar es $h_{1e} = h_{1s}$ y $h_{2e} = h_{2s}$ $\Rightarrow x_{1e} = 0$ y $x_{2e} = 0$ es decir.

$$0 = \frac{F_{i1s}}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_{1s}} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.49)$$

$$0 = \frac{F_{i2s}}{A_2} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_{2s}} - \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.50)$$

Para que el sistema de ecuaciones \sum_2 tengan un Punto de Equilibrio (PE) en el origen de las nuevas coordenadas, el flujo F_{i1} y F_{i2} deben tener una componente constante F_{i1s} y F_{i2s} que permita llevar al sistema a las alturas h_{1s} y h_{2s} . De las ecuaciones (4.49) y (4.50) tenemos

$$F_{i1s} = \beta_1 \sqrt{h_{1s}} + \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.51)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

$$F_{i2s} = \beta_2 \sqrt{h_{2s}} + \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.52)$$

Definamos ahora la variable de control

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{i1} - F_{i1s} \\ F_{i2} - F_{i2s} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Sustituyendo los valores de (4.51) y (4.52) en (4.53) obtenemos

$$F_{i1} = u_1 + F_{i1s} = u_1 + \beta_1 \sqrt{h_{1s}} + \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.54)$$

$$F_{i2} = u_2 + F_{i2s} = u_2 + \beta_2 \sqrt{h_{2s}} + \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.55)$$

Haciendo una sustitución de (4.54) y (4.55) en el sistema \sum_2 se obtiene

$$\dot{x}_1 = \frac{u_1}{A_1} + \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_{1s}} + \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{x_1 + h_{1s}} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \quad (4.56)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u_2}{A_2} + \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_{2s}} + \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{x_2 + h_{2s}} - \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \quad (4.57)$$

De esta forma el sistema con linealización tangente o linealización jacobiana alrededor del punto de equilibrio se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

donde los elementos de las matrices de linealización se definen de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2)=(0,0)} \quad (4.58)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{u=0} \quad (4.59)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2)=(0,0)} \quad (4.60)$$

Notar que f_1 y f_2 son las ecuaciones (4.56) y (4.57).

Por otro lado suponiendo que se cuentan son sensores disponibles para medir la altura de los dos tanques; entonces $y = g(x_1, x_2, F) = x_1 + x_2$. La representación en el espacio de estados del sistema linealizado queda de la siguiente manera:

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_1}{2A_1\sqrt{h_{1s}}} - \frac{\beta_3}{2A_1\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} & \frac{\beta_3}{2A_1\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} \\ -\frac{\beta_3}{2A_2\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} & -\frac{\beta_2}{2A_2\sqrt{h_{2s}}} + \frac{\beta_3}{2A_2\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

▪ **Linealización Simple-Entrada Simple-Salida**

Teniendo ya modelado el sistema representado por \sum_{11} en ecuaciones diferenciales.

$$\sum_{11} := \begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{F_{i1}}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2} \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{\beta_1}{A_2} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_2} \end{cases} \quad (4.63)$$

Usando las variables de desviación definidas en el sistema *MIMO*

$$\begin{aligned} x_1 &= h_1 - h_{1s} \\ x_2 &= h_2 - h_{2s} \end{aligned}$$

donde h_{1s} y h_{2s} son los puntos de equilibrio donde queremos estabilizar. Escribiendo las ecuaciones del sistema \sum_{11} en términos de las variables de desviación. Y tomando en cuenta la derivada de las variables de desviación:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{h}_1 \\ \dot{x}_2 &= \dot{h}_2 \end{aligned}$$

entonces tenemos

$$\sum_{22} := \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{F_{i1s}}{A_1} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \\ \dot{x}_2 = \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{(x_2 + h_{2s})} \end{cases} \quad (4.64)$$

Note que el punto de equilibrio alrededor del cual se quiere linealizar es $h_{1e} = h_{1s}$ y $h_{2e} = h_{2s}$ $\Rightarrow x_{1e} = 0$ y $x_{2e} = 0$ es decir.

$$0 = \frac{F_{i1s}}{A_1} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.65)$$

$$0 = \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_{2s}} \quad (4.66)$$

Para que el sistema de ecuaciones definido como \sum_{22} tengan un Punto de Equilibrio (PE) en el origen de las nuevas coordenadas, el flujo F_{i1} debe tener una componente constante F_{i1s} que permita llevar al sistema a las alturas h_{1s} y h_{2s} . De la ecuación (4.65) tenemos:

$$F_{i1s} = \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.67)$$

Definamos ahora la variable de control

$$u_1 = F_{i1} - F_{i1s} \quad (4.68)$$

Sustituyendo el valor de (4.67) en (4.68) obtenemos

$$F_{i1} = u_1 + F_{i1s} = u_1 + \beta_3 \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} \quad (4.69)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

Haciendo una sustitución de (4.69) en el sistema \sum_{22} se obtiene

$$\dot{x}_1 = \frac{u_1}{A_1} + \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_{1s} - h_{2s}} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} \quad (4.70)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\beta_3}{A_2} \sqrt{(x_1 + h_{1s}) - (x_2 + h_{2s})} - \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{(x_2 + h_{2s})} \quad (4.71)$$

Ahora para llevar al sistema ya linealizado de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

donde los elementos de las matrices A, B y C del sistema linealizado se definen como en el sistema *MIMO* ecuaciones (4.58), (4.59) y (4.60). Por otro lado suponiendo que solo la altura del tanque dos es medible; entonces $y = g(x_1, x_2, F_{i1}) = x_2$. La representación en el espacio de estados del sistema *SISO* linealizado queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_3}{2A_1\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} & \frac{\beta_3}{2A_1\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} \\ \frac{\beta_3}{2A_2\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} & -\frac{\beta_3}{2A_2\sqrt{h_{1s}-h_{2s}}} - \frac{\beta_2}{2A_2\sqrt{h_{2s}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \quad (4.72)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

4.1.2.3. Linealización del sistema de cuatro tanques acoplados

Partiendo del modelo dinámico no lineal obtenido en la sección anterior, donde ahora lo nombramos \sum_{4T1} para facilitar la linealización.

$$\sum_{4T1} := \begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = -\frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_1} + \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_3} + \frac{\alpha_1}{A_1} F_{i1} \\ \frac{dh_2}{dt} = -\frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_2} + \frac{\beta_4}{A_2} \sqrt{h_4} + \frac{\alpha_2}{A_2} F_{i2} \\ \frac{dh_3}{dt} = -\frac{\beta_3}{A_3} \sqrt{h_3} + \frac{(1-\alpha_2)}{A_3} F_{i2} \\ \frac{dh_4}{dt} = -\frac{\beta_4}{A_4} \sqrt{h_4} + \frac{(1-\alpha_1)}{A_4} F_{i1} \end{cases} \quad (4.74)$$

Teniendo en cuenta pequeñas variaciones de F_{i1} y F_{i2} tanto en las entradas de control, respectivamente. Siendo h_1 , h_2 , h_3 y h_4 el cambio que resulta en las alturas de los cuatro tanques debido a esta variación. Para linealizar se definen las siguientes variables de desviación.

$$\begin{aligned} x_1 &= h_1 - h_{1s} \\ x_2 &= h_2 - h_{2s} \\ x_3 &= h_3 - h_{3s} \\ x_4 &= h_4 - h_{4s} \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

donde h_{1s} , h_{2s} , h_{3s} y h_{4s} son los puntos de equilibrio donde queremos estabilizar. Escribiendo el sistema \sum_{4T1} en términos de las variables de desviación. Tomando en cuenta la derivada de las variables de desviación:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{h}_1 \\ \dot{x}_2 &= \dot{h}_2 \\ \dot{x}_3 &= \dot{h}_3 \\ \dot{x}_4 &= \dot{h}_4 \end{aligned}$$

entonces tenemos

$$\sum_{4T2} := \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{\beta_1}{A_1}\sqrt{x_1+h_{1s}} + \frac{\beta_3}{A_1}\sqrt{x_3+h_{3s}} + \frac{\alpha_1}{A_1}F_{i1} \\ \dot{x}_2 = -\frac{\beta_2}{A_2}\sqrt{x_2+h_{2s}} + \frac{\beta_4}{A_2}\sqrt{x_4+h_{4s}} + \frac{\alpha_2}{A_2}F_{i2} \\ \dot{x}_3 = -\frac{\beta_3}{A_3}\sqrt{x_3+h_{3s}} + \frac{(1-\alpha_2)}{A_3}F_{i2} \\ \dot{x}_4 = -\frac{\beta_4}{A_4}\sqrt{x_4+h_{4s}} + \frac{(1-\alpha_1)}{A_4}F_{i1} \end{cases} \quad (4.75)$$

Note que los puntos de equilibrio alrededor del cual se quiere linealizar son $h_{1e} = h_{1s}$, $h_{2e} = h_{2s}$, $h_{3e} = h_{3s}$ y $h_{4e} = h_{4s}$ entonces $x_{1e} = 0$, $x_{2e} = 0$, $x_{3e} = 0$ y $x_{4e} = 0$ es decir.

$$0 = -\frac{\beta_1}{A_1}\sqrt{h_{1s}} + \frac{\beta_3}{A_1}\sqrt{h_{3s}} + \frac{\alpha_1}{A_1}F_{i1s} \quad (4.76)$$

$$0 = -\frac{\beta_2}{A_2}\sqrt{h_{2s}} + \frac{\beta_4}{A_2}\sqrt{h_{4s}} + \frac{\alpha_2}{A_2}F_{i2s} \quad (4.77)$$

$$0 = -\frac{\beta_3}{A_3}\sqrt{h_{3s}} + \frac{(1-\alpha_2)}{A_3}F_{i2s} \quad (4.78)$$

$$0 = -\frac{\beta_4}{A_4}\sqrt{h_{4s}} + \frac{(1-\alpha_1)}{A_4}F_{i1s} \quad (4.79)$$

Para que el sistema de ecuaciones \sum_{4T2} tengan un *PE* en el origen de las nuevas coordenadas, el flujo F_{i1} y F_{i2} deben tener una componente constante F_{i1s} y F_{i2s} que permita llevar al sistema a las alturas h_{1s} , h_{2s} , h_{3s} y h_{4s} . Despejando F_{i1s} y F_{i2s} de las ecuaciones (4.76) a (4.79) tenemos:

$$F_{i1s} = \frac{\beta_1}{\alpha_1}\sqrt{h_{1s}} - \frac{\beta_3}{\alpha_1}\sqrt{h_{3s}} \quad (4.80)$$

$$F_{i2s} = \frac{\beta_2}{\alpha_2}\sqrt{h_{2s}} - \frac{\beta_4}{\alpha_2}\sqrt{h_{4s}} \quad (4.81)$$

$$F_{i2s} = \frac{\beta_3}{(1-\alpha_2)}\sqrt{h_{3s}} \quad (4.82)$$

$$F_{i1s} = \frac{\beta_4}{(1-\alpha_1)}\sqrt{h_{4s}} \quad (4.83)$$

Definamos ahora el vector de control

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.1. MODELADO Y LINEALIZACIÓN

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{i1} - F_{i1s} \\ F_{i2} - F_{i2s} \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

Mediante el uso de los valores de (4.80) a (4.83) en (4.84) obtenemos

$$F_{i1} = u_1 + F_{i1s} = u_1 + \frac{\beta_1}{\alpha_1} \sqrt{h_{1s}} - \frac{\beta_3}{\alpha_1} \sqrt{h_{3s}} \quad (4.85)$$

$$F_{i2} = u_2 + F_{i2s} = u_2 + \frac{\beta_2}{\alpha_2} \sqrt{h_{2s}} - \frac{\beta_4}{\alpha_2} \sqrt{h_{4s}} \quad (4.86)$$

$$F_{i1} = u_1 + F_{i1s} = u_1 + \frac{\beta_3}{(1 - \alpha_2)} \sqrt{h_{3s}} \quad (4.87)$$

$$F_{i2} = u_2 + F_{i2s} = u_2 + \frac{\beta_4}{(1 - \alpha_1)} \sqrt{h_{4s}} \quad (4.88)$$

Haciendo una sustitución de (4.85) a (4.88) en el sistema de ecuaciones \sum_{4T2} se obtiene

$$\dot{x}_1 = -\frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{x_1 + h_{1s}} + \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{x_3 + h_{3s}} + \frac{\alpha_1 u_1}{A_1} + \frac{\beta_1}{A_1} \sqrt{h_{1s}} - \frac{\beta_3}{A_1} \sqrt{h_{3s}} \quad (4.89)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{x_2 + h_{2s}} + \frac{\beta_4}{A_2} \sqrt{x_4 + h_{4s}} + \frac{\alpha_2 u_2}{A_2} + \frac{\beta_2}{A_2} \sqrt{h_{2s}} - \frac{\beta_4}{A_2} \sqrt{h_{4s}} \quad (4.90)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{\beta_3}{A_3} \sqrt{x_3 + h_{3s}} + \frac{(1 - \alpha_2) u_2}{A_3} + \frac{\beta_3}{A_3} \sqrt{h_{3s}} \quad (4.91)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{\beta_4}{A_4} \sqrt{x_4 + h_{4s}} + \frac{(1 - \alpha_1) u_1}{A_4} + \frac{\beta_4}{A_4} \sqrt{h_{4s}} \quad (4.92)$$

De esta forma, el sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

donde los elementos de las matrices se definen de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 0)} \quad (4.93)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{(u_1, u_2) = (0, 0)} \quad (4.94)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \frac{\partial g_1}{\partial x_3} & \frac{\partial g_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2}{\partial x_3} & \frac{\partial g_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial g_3}{\partial x_1} & \frac{\partial g_3}{\partial x_2} & \frac{\partial g_3}{\partial x_3} & \frac{\partial g_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial g_4}{\partial x_1} & \frac{\partial g_4}{\partial x_2} & \frac{\partial g_4}{\partial x_3} & \frac{\partial g_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 0)} \quad (4.95)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.2. DISEÑO DEL CONTROL BASADO EN TIEMPO

Por otro lado suponiendo que se cuentan son sensores disponibles para medir la altura solamente de los tanques uno y dos; entonces $y_1 = g_1(x_1, x_2, x_3, x_4, F_{i1}, F_{i2}) = x_1$ y $y_2 = g_2(x_1, x_2, x_3, x_4, F_{i1}, F_{i2}) = x_2$. La representación en el espacio de estados del sistema linealizado queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_1}{2A_1\sqrt{h_{1s}}} & 0 & \frac{\beta_3}{2A_1\sqrt{h_{3s}}} & 0 \\ 0 & -\frac{\beta_2}{2A_2\sqrt{h_{2s}}} & 0 & \frac{\beta_4}{2A_2\sqrt{h_{4s}}} \\ 0 & 0 & -\frac{\beta_{43}}{2A_3\sqrt{h_{3s}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta_4}{2A_4\sqrt{h_{4s}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\alpha_2)}{A_3} \\ \frac{(1-\alpha_1)}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

4.2. Diseño del control basado en tiempo

El propósito principal del control de nivel presentado en esta sección es asegurar que el sistema de tanques acoplados mantenga un nivel o altura deseada en cada uno de sus tanques, constante, denotado como $H_d := (h_{wd}, h_{xd}, h_{yd}, h_{zd})$ y se mantenga ahí por siempre, partiendo de condiciones iniciales lo suficientemente cercanas. Como consecuencia el vector de nivel de altura debe ser llevado a cero y mantenerlo ahí en tiempo futuro. Matemáticamente lo anterior puede describirse como:

$$\begin{cases} (h_w, h_x, h_y, h_z) & \longrightarrow & (h_{wd}, h_{xd}, h_{yd}, h_{zd}) \\ x \longrightarrow 0 & \text{cuando} & t \longrightarrow \infty \end{cases}$$

con condiciones iniciales $h_w = h_{wd} \pm \xi_1$, $h_x = h_{xd} \pm \xi_2$, $h_y = h_{yd} \pm \xi_3$, $h_z = h_{zd} \pm \xi_4$ con ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 , ξ_4 constantes positivas lo suficientemente pequeñas.

4.2.1. Diseño de un control Regulador Lineal Cuadrático. Sin red

Considere las ecuaciones que describen la dinámica de los sistemas de tanques acoplados desarrolladas en la sección anterior.

Como se menciono anteriormente, considerando que el error entre las alturas iniciales y las alturas deseadas es pequeño se tiene:

$$\begin{cases} h_w - h_{wd} = \pm \xi_1 = 0 \\ h_x - h_{xd} = \pm \xi_2 = 0 \\ h_y - h_{yd} = \pm \xi_3 = 0 \\ h_z - h_{zd} = \pm \xi_4 = 0 \end{cases}$$

En consecuencia, es razonable considerar una aproximación lineal del modelo, como la vista en la sección 4.1. De esta manera la dinámica de los niveles del sistema queda expresada mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.98)$$

**CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS**
4.2. DISEÑO DEL CONTROL BASADO EN TIEMPO

donde $x = h - h_d$, con $h = (h_w, h_x, h_y, h_z)^T$ y $h_d = (h_{wd}, h_{xd}, h_{yd}, h_{zd})^T$, considerando que el máximo número de variables de estado con las que trabajamos es de cuatro. Las matrices A y B son diferentes para cada configuración.

Antes de continuar con el diseño del control es razonable verificar si el sistema (4.98) es controlable. Sea $C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$ la matriz controlabilidad. Verificar que es de rango n(rango pleno), por lo tanto el sistema es controlable y en consecuencia estabilizable.

El objetivo es diseñar un control de la forma

$$u = -kx \tag{4.99}$$

Sustituyendo el control en (4.98)

$$\dot{x} = (A - Bk)x \tag{4.100}$$

Para asegurar que todas las trayectorias de la ecuación (4.100) tiendan a cero tenemos que asegurar que $(A - Bk)$ sea Hurwitz.

Definición 3.1 (Matriz Hurwitz) Sea el sistema $\dot{x} = (A - Bk)x$ representado por variables de estado, es asintóticamente estable si la parte real de los valores propios de A es estrictamente negativa *i.e* $Re(v_p(A)) < 0$.

Regulador Lineal Cuadrático (LQR)

El problema del LQR con horizonte infinito es de los problemas más comunes entre los problemas de control optimal y se define de la siguiente forma:

Dado un sistema con multiple entrada

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x \in \mathbb{R}^n \quad \text{y} \quad u \in \mathbb{R}^p$$

Se pretende minimizar la siguiente función de coste:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \tag{4.101}$$

donde $Q \geq 0$, $R \geq 0$ son matrices simétricas positivas de apropiadas dimensiones. Esta función de coste representa un compromiso entre la distancia del estado al origen y el costo (amplitud) de la señal de control.

Mediante la selección de las matrices Q y R. Se puede balancear la velocidad de convergencia de las soluciones con el costo del control.

La solución a este problema es dado por la siguiente ley de control:

$$u = -R^{-1}B^T Px \tag{4.102}$$

donde $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz simétrica definida positiva que satisface la ecuación algebraica de Ricatti, dada por

$$PA + A^T P - PBQ^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{4.103}$$

La solución numérica a esta ecuación la podemos encontrar usando el comando "lqr" de MATLAB

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.2. DISEÑO DEL CONTROL BASADO EN TIEMPO

$$[k, p, e] = lqr(A, B, Q, R, N)$$

generalmente $N = 0$, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$.

4.2.2. Diseño de un Control LQR para el sistema de dos tanques configuración SISO

Considerando las matrices del sistema lienalizado en la sección 4.2, donde las matrices A y B son:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0016 & 0,0016 \\ 0,0016 & -0,0022 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,01 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con los valores definidos $\beta_1 = 0,7cm^2$, $\beta_2 = 0,4cm^2$, $A_1 = A_2 = 100cm^2$, $h_{1s} = 15cm$, $h_{2s} = 10cm$, $g = 980cm/seg^2$

El diagrama de control en simulink se muestra en la figura 4.4, y su respuesta en la figura 4.5.

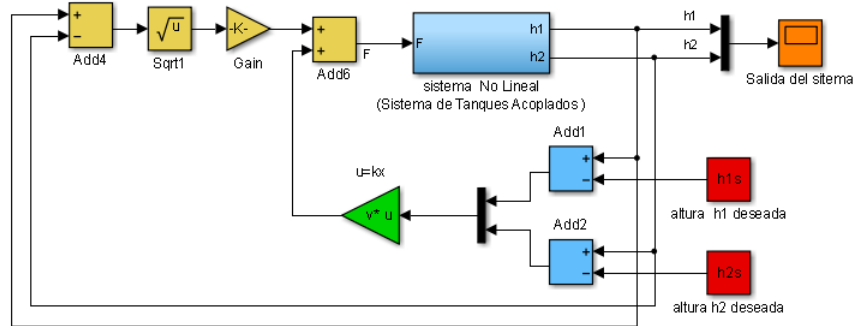


Figura 4.4: Diagrama de control de dos tanques acoplados

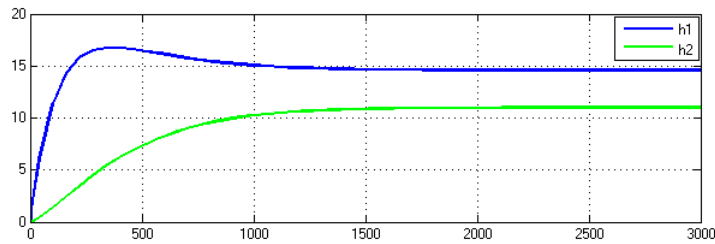


Figura 4.5: Respuesta del sistema de control a las alturas deseadas

En esta configuración tenemos un ligero error de estabilidad que va a ser necesario analizarlo mas a detalle. Este pequeño error se puede ver claramente en la figura ??, donde se ve como las variables de desviación no tienden exactamente a cero.

4.2.3. Diseño de un Control LQR para el sistema de dos tanques configuración MIMO

Considerando las matrices del sistema lienalizado en la sección 4.2, donde las matrices A y B son evaluadas con los valores $\beta_1 = 0,4cm^2$, $\beta_2 = 0,4cm^2$, $\beta_3 = 0,6cm^2$, $A_1 = A_2 = 100cm^2$,

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.2. DISEÑO DEL CONTROL BASADO EN TIEMPO

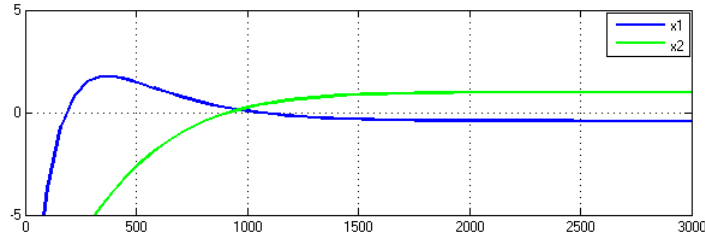


Figura 4.6: Convergencia de la variables de desviación

$h_{1s} = 20cm$, $h_{2s} = 15cm$ y $g = 980cm/seg^2$.

$$A = \begin{bmatrix} -0,0010 & 0,0009 \\ -0,0009 & 0,0008 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$

El diagrama de control en simulink se muestra en la figura 4.7, y su respuesta en la figura 4.8, donde se muestra la estabilidad a los niveles deseados.

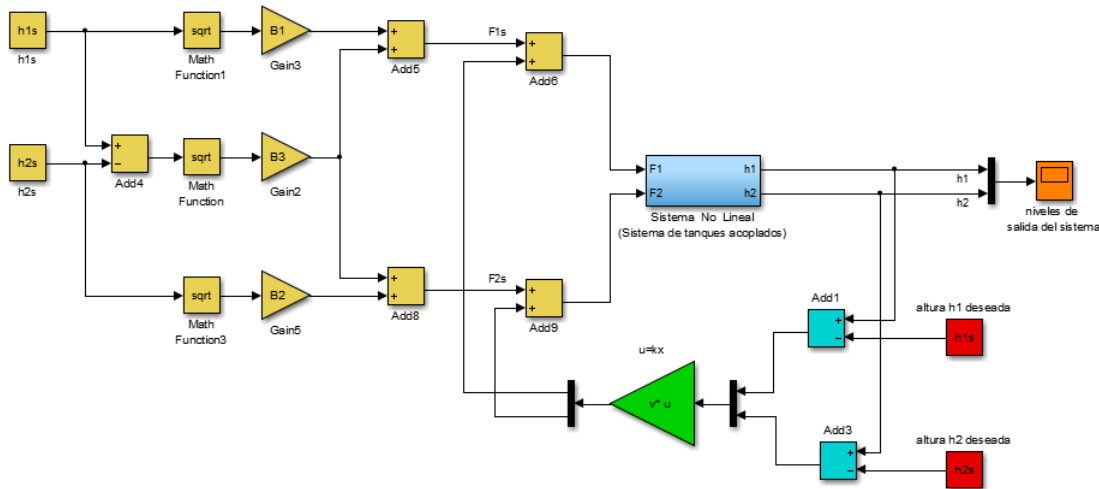


Figura 4.7: Diagrama de control de dos tanques acoplados

En la figura 4.10, se muestra como las variables de desviación tienden exactamente a cero.

4.2.4. Diseño de un Control LQR para el sistema de cuatro tanques acoplados

Considerando las matrices del sistema linealizado en la sección 4.2, donde las matrices A y B son evaluadas con los valores $\beta_1 = 0,7cm^2$, $\beta_2 = 0,5cm^2$, $\beta_3 = 0,7cm^2$, $\beta_4 = 0,5cm^2$, $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 0,5$, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 200cm^2$, $h_{1s} = 20cm$, $h_{2s} = 15cm$, $h_{3s} = 10cm$, $h_{4s} = 5cm$ y $g = 980cm/seg^2$.

$$A = \begin{bmatrix} -0,3913 & 0 & 0,5534 & 0 \\ 0 & -0,3227 & 0 & 0,5590 \\ 0 & 0 & -0,5534 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,5590 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,0025 & 0 \\ 0 & 0,0025 \\ 0 & 0,0025 \\ 0,0025 & 0 \end{bmatrix}$$

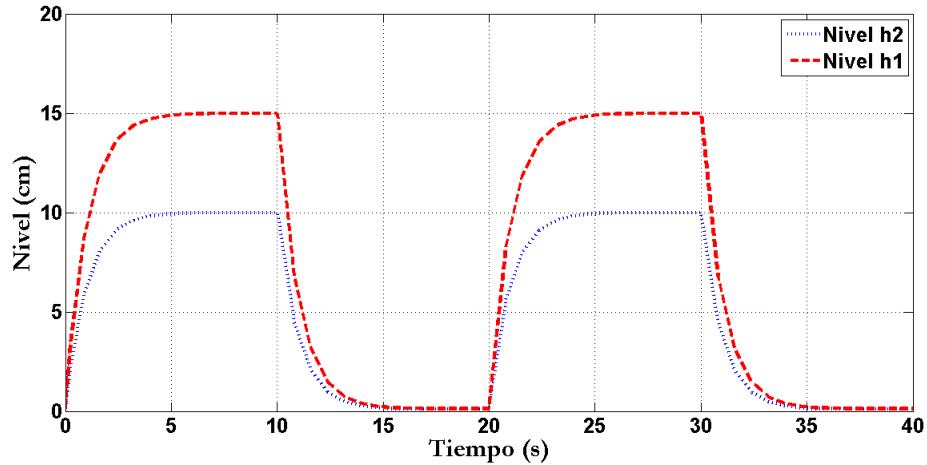


Figura 4.8: Estabilización del sistema a los niveles deseados ante perturbaciones

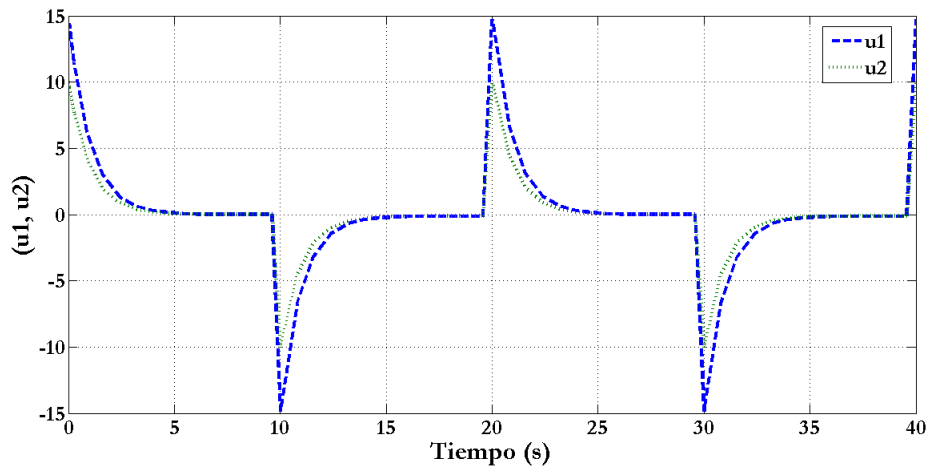


Figura 4.9: Señales de control

El diagrama de control en simulink se muestra en la figura ??, y su respuesta en la figura ??, donde se muestra la estabilidad a los niveles deseados.

En la figura ??, se muestra como las variables de desviación tienden exactamente a cero.

4.3. Control considerando la red. Toolbox TrueTime

4.3.1. Control para el sistema de dos tanques configuración MIMO

En esta sección se describe el diagrama a bloques en Simulink con los bloques que proporciona TrueTime, para la simulación del control de nivel del sistema de tanques acoplados. La figura ?? muestra el diagrama a bloques que ocupan ambos casos.

El diagrama contiene un bloque de red Ethernet con 3 nodos integrados en él. Tales nodos son los bloques Sensor-Actuador, Controlador e Interferencia. La planta a controlar (sistema de dos

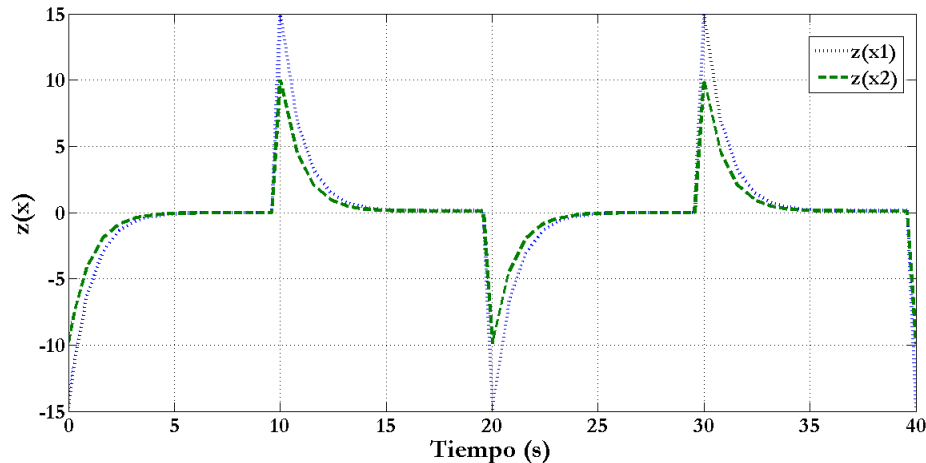


Figura 4.10: Convergencia de la variables de desviación a cero

tanques interconectados), es un bloque creado en simulink que modela la dinámica de la planta. El nodo Sensor-Actuador se encuentra conectado a la planta en modo actuador para aplicar la señal de control lqr de la ecuación [], y en modo sensor para medir la señal de salida $h(t)$. El bloque controlador contiene dos entradas analógicas por las cuales se reciben las señales de referencia y dos puertos digitales donde recibe el valor de la medición que le envía a través de la red el nodo Sensor. Con la información que obtiene calcula la señal de control que enviará al nodo Actuador.

La figura ?? muestra los bloques de cómputo que contienen dentro los bloques Actuador, Sensor, Controlador e Interferencia. Y a continuación se describe su funcionamiento:

La figura ?? muestra la respuesta de salida del sistema, los niveles de altura de los tanques h_1 y h_2 tienden a estabilizarse donde ahora los datos de los sensores, el actuador y el la computadora que calcula la señal de control se comunican por la red, se puede notar en la figura como se actualiza la señal de control y como envía los datos a través de la red.

4.3.2. Control para el sistema de cuatro tanques acoplados

El sistema de cuatro tanques acoplados es implementado en la plataforma de matlab Truetime como se muestra en la figura ??, la simulación se basa en el uso de una red de comunicación Ethernet, que es la que se encarga de cerrar el lazo de control. Se muestra que la respuesta tiene un pequeño retardo de unos 3 segundos en comparación con el de sin red. Las señal de control se muestran en la figura ??.

Teniendo una vez estos controles, lo que prosigue es interpretar el control LQR en tiempo continuo a un control basado en eventos.

4.4. Control Basado en Evenvos

4.4.1. CBE. Función de error basada en la función de Lyapunov (Formula general)

4.4.1.1. CBE para el sistema de cuatro tanques acoplados

En esta parte del documento aplicamos el control basado en eventos, donde la función de evento esta dada mediante la formula general. En el capitulo 2 se menciona que cuando la función de evento $e(x, m)$ es ≤ 0 se actualiza la ley de control al sistema, y en todo lo contrario se mantiene

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENTOS

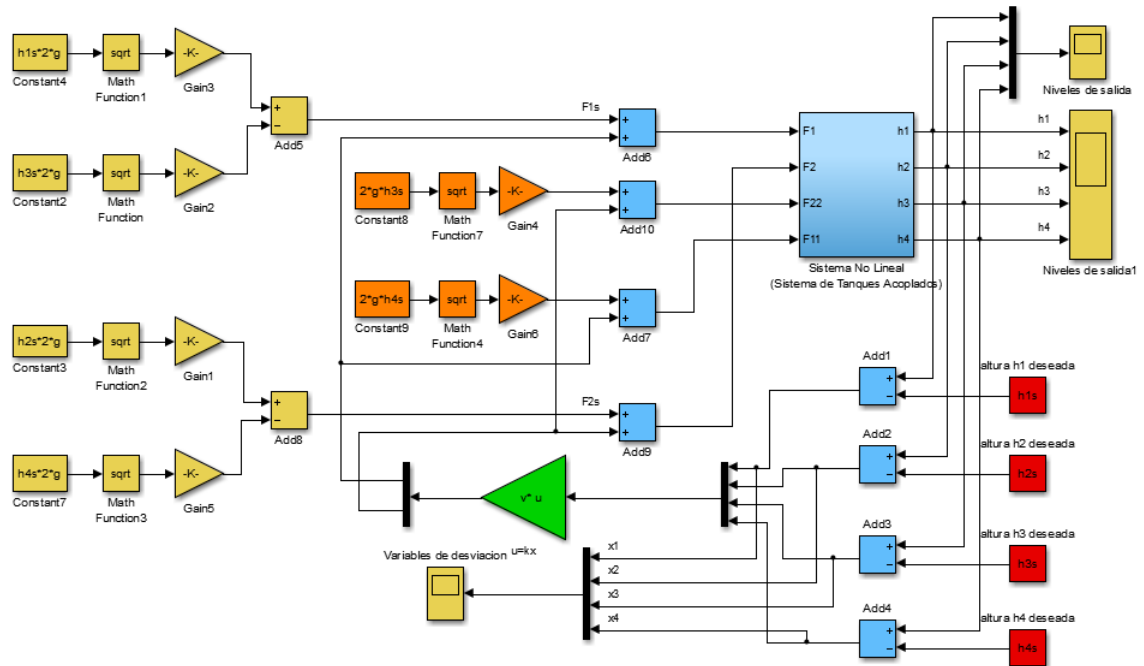


Figura 4.11: Diagrama de control de dos tanques acoplados

el control anterior. La figura ?? muestra la estabilización del sistema a los 3 segundos, donde seguimos teniendo una rápida respuesta en comparación basado en tiempo. La figura ?? muestra la evolución de la función evento y el numero de instantes cuando se aplica control a sistema en la figura, donde se muestra una reducción de un 70% del calculo de la ley de control.

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENVOS

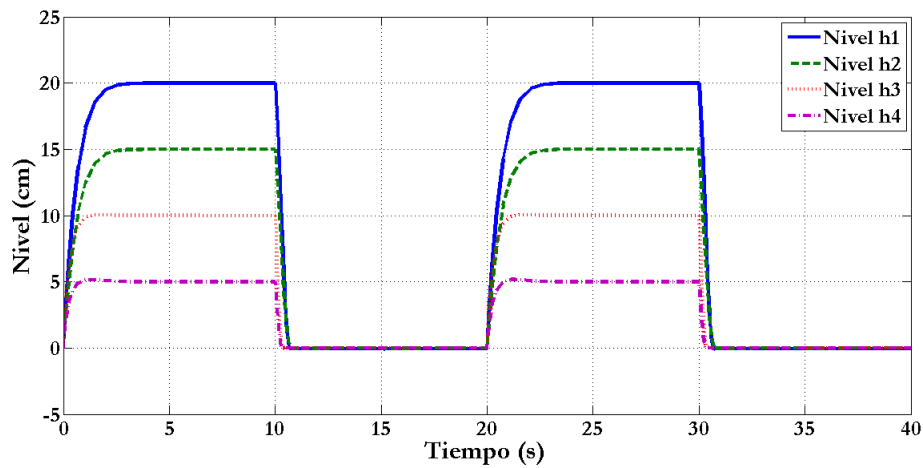


Figura 4.12: Estabilización del sistema a los niveles deseadas

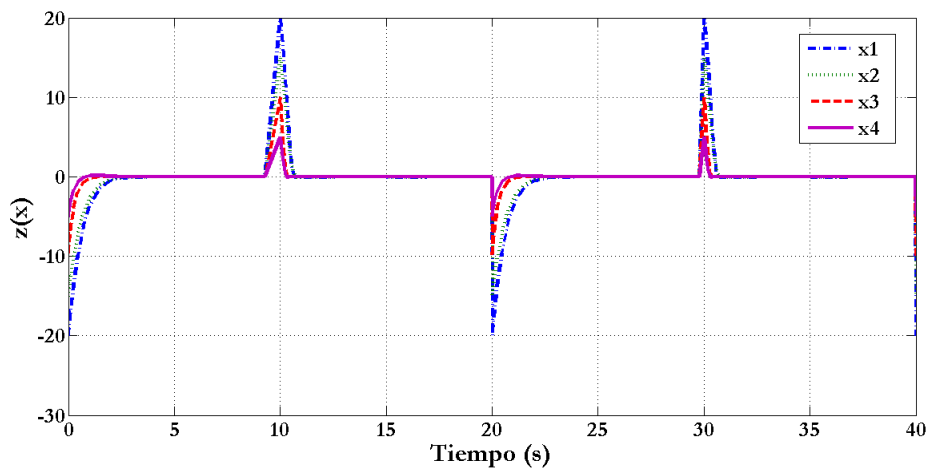


Figura 4.13: Convergencia de la variables de desviación

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENOS

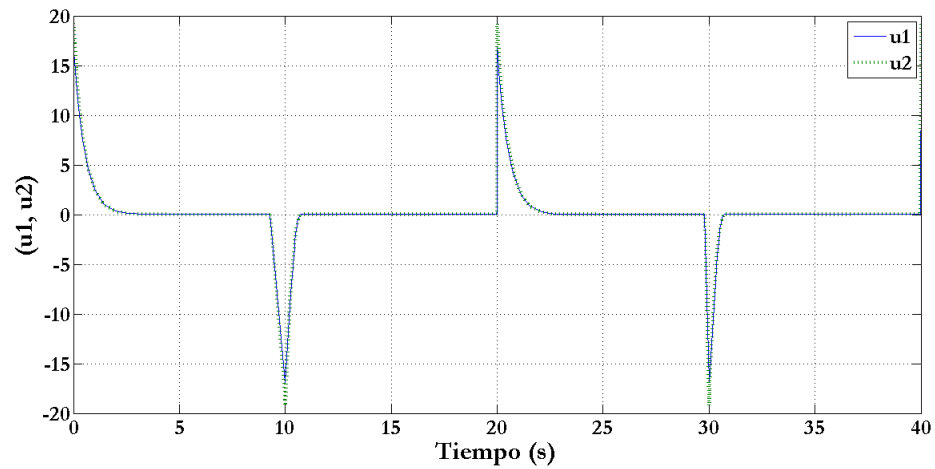


Figura 4.14: Convergencia de la variables de desviación

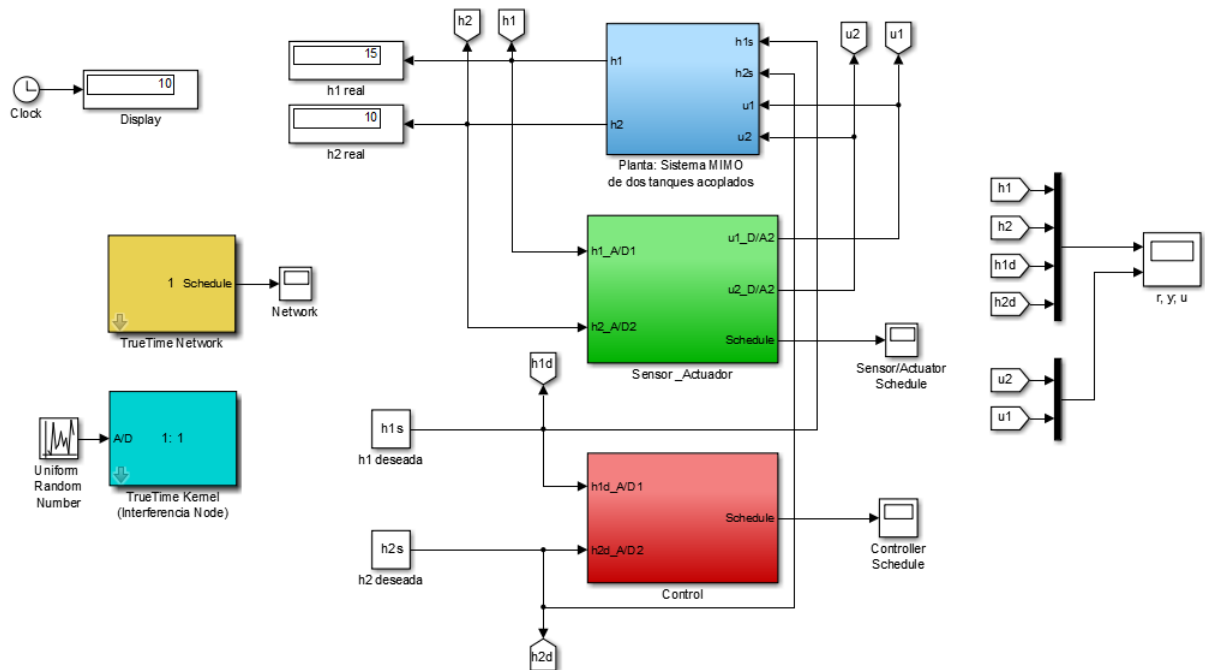


Figura 4.15: Diagrama de bloques en Simulink utilizando los recursos de Truetime.

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENVOS

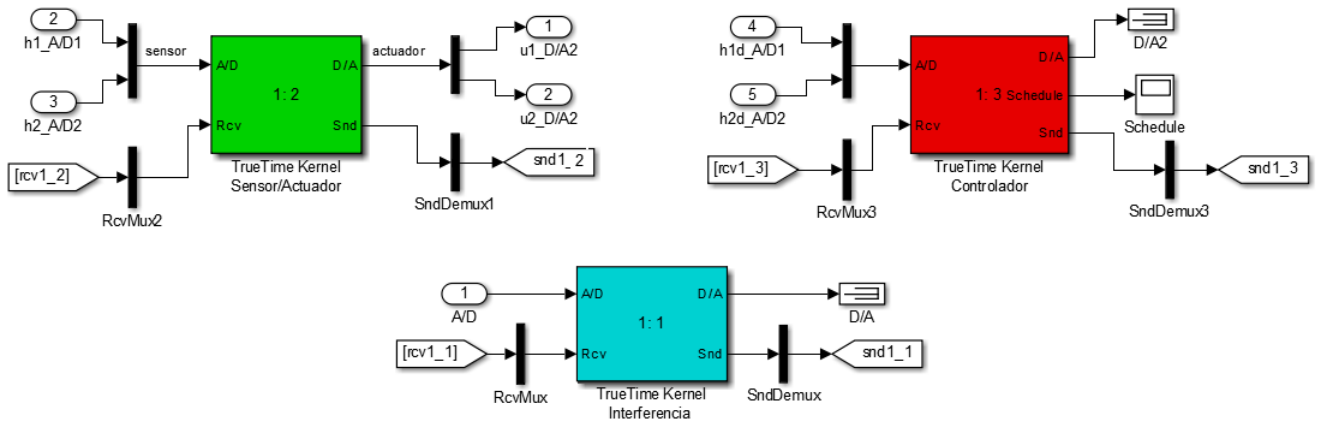


Figura 4.16: bloques de computo de los bloques actuador/sensor, controlador e interferencia.

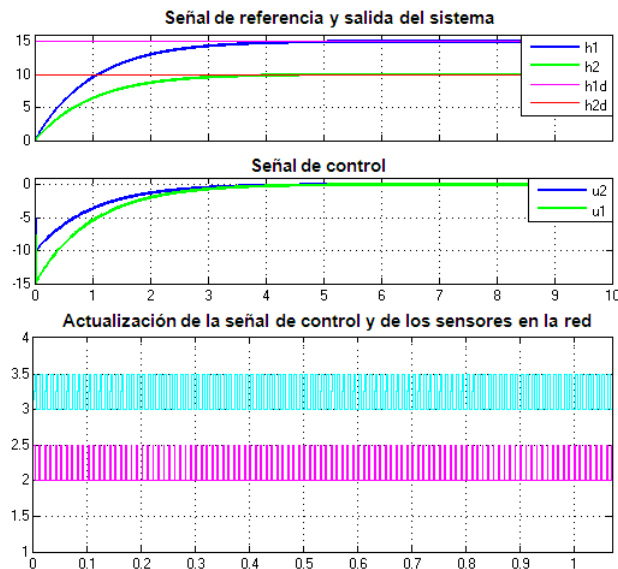


Figura 4.17: Respuesta de estabilización del sistema de tanques acoplados en los niveles de altura 10 cm y 15 cm, donde el lazo de retroalimentación es una red Ethernet.

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENVOS

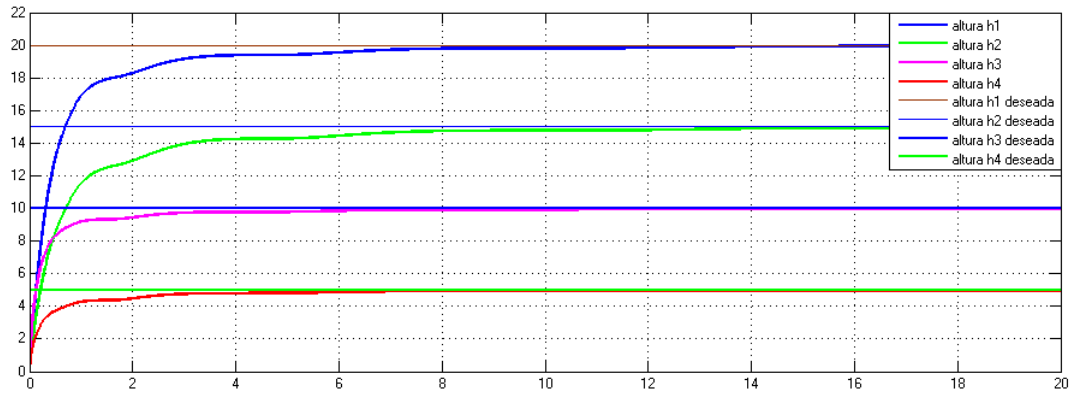


Figura 4.18: Estabilización del sistema de cuatro tanques acoplados en Truetime

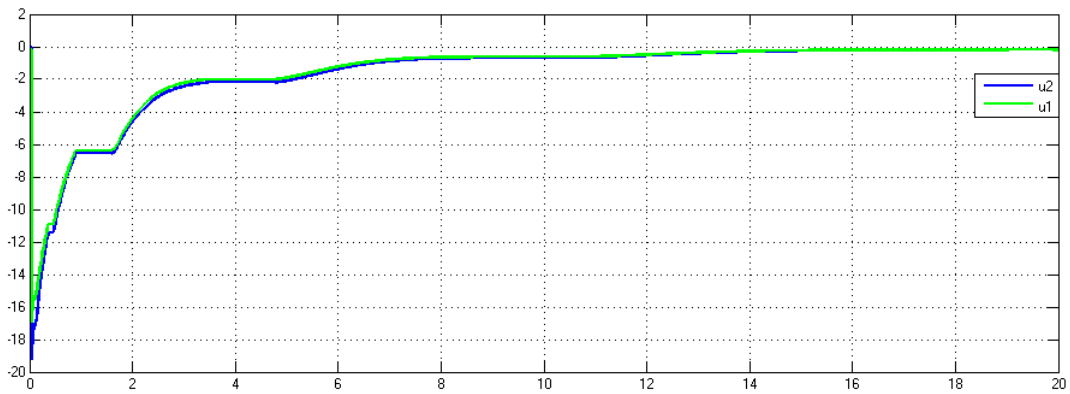


Figura 4.19: Señales de control

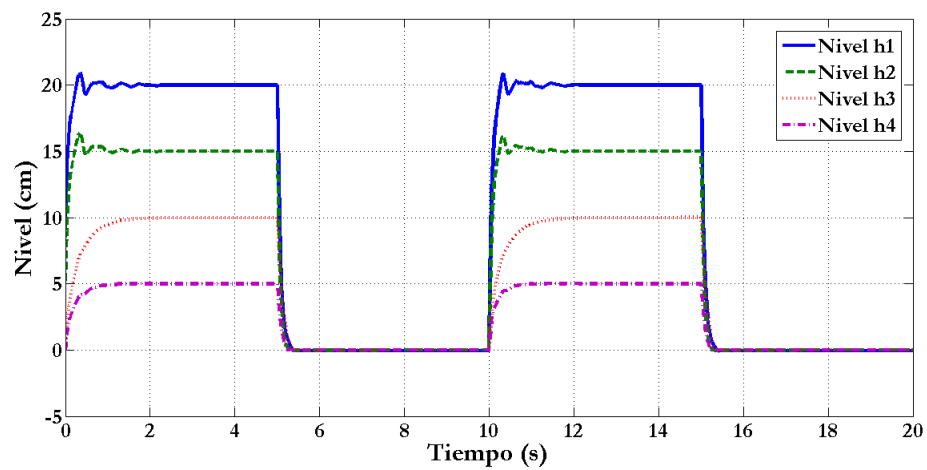


Figura 4.20: Estabilización del sistema a los niveles deseadas

CAPÍTULO 4. CONTROL BASADO EN EVENTOS APLICADO AL SISTEMA
DE TANQUES ACOPLADOS
4.4. CONTROL BASADO EN EVENVOS

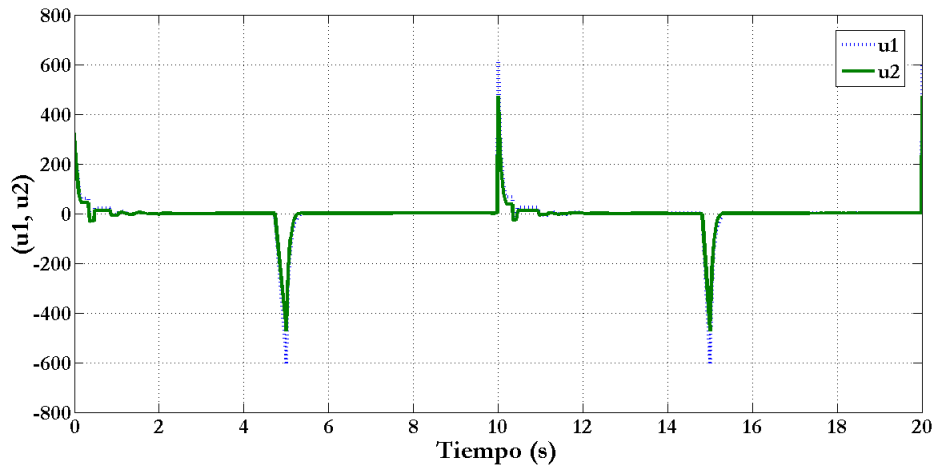


Figura 4.21: Señales de control

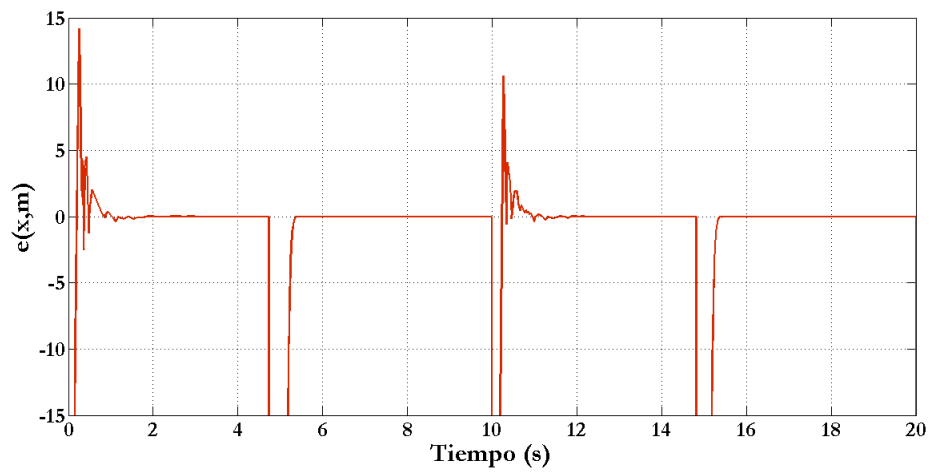


Figura 4.22: Función evento

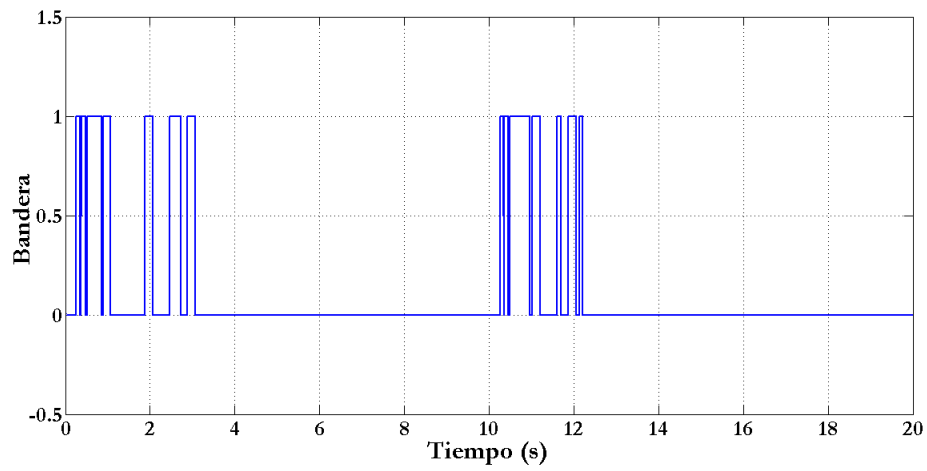


Figura 4.23: Instantes de tiempo de muestreo

Bibliografía

- [1] F. Aeschlimann, E. Allier, L. Fesquet, and M. Renaudin. Asynchronous FIR filters: towards a new digital processing chain. In *Proceedings of the 10th International Symposium on Asynchronous Circuits and Systems*, pages 198–206, 2004.
- [2] A. Anta and P. Tabuada. Self-triggered stabilization of homogeneous control systems. pages 4129–4134, 2008.
- [3] A. Anta and P. Tabuada. To sample or not to sample: Self-triggered control for nonlinear systems. 55:2030 – 2042, 2010.
- [4] K-E Årzén. A simple event-based PID controller. In *Preprints of the 14th World Congress of IFAC*, Beijing, P.R. China, 1999.
- [5] K.J. Åström and B. Bernhardsson. Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems. 2002.
- [6] B. Bidgaray-Fesquet and L. Fesquet. A fully nonuniform approach to FIR filtering. *International Conference on Sampling Theory and Applications*, 2009.
- [7] C. Canudas De Wit, J. Jaglin, and C. Siclet. Energy-aware 3-level coding and control co-design for sensor network systems. 2007.
- [8] F. H. Clarke, Y. S. Ledyaev, E. D. Sontag, and A. Subbotin. Asymptotic controllability implies feedback stabilization. 42(10):1394–1407, 1997.
- [9] T. Deepa, P. Lakshmi, and S. Vidya. Level control of quadruple tank process using discrete time model predictive control. In *Electronics Computer Technology (ICECT), 2011 3rd International Conference on*, volume 1, pages 162–166, April 2011.
- [10] M.C.F. Donkers and W.P.M.H. Heemels. Output-based event-triggered control with guaranteed \mathcal{L}_∞ -gain and improved event-triggering. 2010.
- [11] S. Durand and N. Marchand. An event-based pid controller with low computational cost. In *8th International Conference on Sampling Theory and Applications*, 2009.
- [12] S. Durand and N. Marchand. Further results on event-based PID controller. 2009.
- [13] A. Eqtami, D.V. Dimarogonas, and K.J. Kyriakopoulos. Event-triggered control for discrete-time systems. pages 1776–1781, 2010.
- [14] W. Heemels, J.H. Sandee, and P.P.J. van den Bosch. Analysis of event-driven controllers for linear systems. *International journal of control*, 81:571–590, 2009.
- [15] R. Jaisue, J. Chaoraingern, V. Tipsuwanporn, A. Numsomran, and P. Pholkeaw. A design of fuzzy pid controller based on arm7tdmi for coupled-tanks process. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on*, pages 610–613, Oct 2012.

- [16] Karl Henrik Johansson. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 8(3):456–465, Jan 2000.
- [17] J. Lunze and D. Lehmann. A state-feedback approach to event-based control. *Automatica*, 46:211–215, 2010.
- [18] N. Marchand, S. Durand, and J.F Guerrero-Castellanos. A general formula for the stabilization of event-based controlled systems. *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011, Orlando Florida.
- [19] Nicolas Marchand, Sylvain Durand, and Jose Fermi Guerrero Castellanos. A general formula for the stabilization of event-based controlled systems. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, 2011.
- [20] Nicolas Marchand, John Jairo Martinez Molina, Sylvain Durand, Fermi Guerrero-Castellanos, et al. Lyapunov event-triggered control: a new event strategy based on the control. In *Proceedings of the 9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 2013.
- [21] M. Mazo, A. Anta, and P. Tabuada. On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity. 2009.
- [22] S. Monaco and D Normand-Cyrot. Advanced tools for nonlinear sampled-data systems analysis and control, mini-tutorial. *European Journal of Control*, 53:221 – 241, 2007.
- [23] Richard M Murray. An introduction to networked control systems. *Journal on California Institute of Technology*, 2006.
- [24] A. Numsomran, T. Suksri, V. Tipsuwanporn, T. Trisuwannawat, and K. Tirasesth. Design of pi controller using decoupling and cra techniques for quadruple-tanks process. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on*, pages 1358–1363, Oct 2011.
- [25] A. Numsomran, V. Tipsuwanporn, T. Trisuwannawat, and K. Tirasesth. Design of pid controller for the modified quadruple-tank process using inverted decoupling technique. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on*, pages 1364–1368, Oct 2011.
- [26] Maben Rabi and Karl H Johansson. Event-triggered strategies for industrial control over wireless networks. In *Proceedings of the 4th Annual International Conference on Wireless Internet*, page 34. ICST (Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering), 2008.
- [27] Maben Rabi, Karl Henrik Johansson, and Mikael Johansson. Optimal stopping for event-triggered sensing and actuation. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pages 3607–3612. IEEE, 2008.
- [28] Tobias Raff, Christian Ebenbauer, and Prank Allgöwer. Nonlinear model predictive control: A passivity-based approach. In *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control*, pages 151–162. Springer, 2007.
- [29] Sven Reimann, Sanad Al-Areqi, and Steven Liu. An event-based online scheduling approach for networked embedded control systems. In *American Control Conference (ACC), 2013*, pages 5326–5331. IEEE, 2013.
- [30] J. Sánchez, M. Guarnes, S. Dormido, and A. Visioli. Comparative study of event-based control strategies: An experimental approach on a simple tank. 2009.

- [31] J.H. Sandee, W. Heemels, and P.P.J. van den Bosch. Event-driven control as an opportunity in the multidisciplinary development of embedded controllers. pages 1776–1781, 2005.
- [32] Yuntao Shi, Dehui Sun, Zhiju Li, Zhe Dong, and Daqian Liu. Multivariable model based control of quadruple tank process based on industry ethernet network control system. In *Modelling, Identification and Control (ICMIC), The 2010 International Conference on*, pages 779–784, July 2010.
- [33] J. Sánchez, M. Guarnes, and S. Dormido. On the application of different event-based sampling strategies to the control of a simple industrial process. *Sensors*, 9:6795–6818, 2009.
- [34] E. D. Sontag. *Mathematical control theory, deterministic finite dimensional systems*. Springer Verlag, New York Berlin Heidelberg, second edition, 1998.
- [35] P. Tabuada. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. 52(9):1680–1685, 2007.
- [36] K. Van Berkel, R. Burgess, J. Kessels, M. Roncken, F. Schaliq, and A. Peeters. Asynchronous circuits for low power: a DCC error corrector. *IEEE Design and Test of Computers*, 11(2):22–32, 1994.
- [37] H. Van Gageldonk, K. van Berkel, A. Peeters, D. Baumann, D. Gloor, and G. Stegmann. An asynchronous low-power 80C51 microcontroller. In *Proceedings of the 4th International Symposium on Advanced Research in Asynchronous Circuits and Systems*, pages 96–107, 1998.
- [38] Paolo Varutti, Benjamin Kern, Timm Faulwasser, and Rolf Findeisen. Event-based model predictive control for networked control systems. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 567–572. IEEE, 2009.
- [39] M. Velasco, P. Martí, and E. Bini. On Lyapunov sampling for event-driven controllers. 2009.
- [40] Gang Xiao, Shiming Yu, and Li Yu. Switch control between fcs and ethernet for chemical processes with large time lag. In *Intelligent Control and Automation, 2004. WCICA 2004. Fifth World Congress on*, volume 2, pages 1352–1356 Vol.2, June 2004.
- [41] Wei Zhang, Michael S Branicky, and Stephen M Phillips. Stability of networked control systems. *Control Systems, IEEE*, 21(1):84–99, 2001.
- [42] Xian-Ming Zhang and Qing-Long Han. Event-based dynamic output feedback control for networked control systems. In *American Control Conference (ACC), 2013*, pages 3008–3013. IEEE, 2013.