



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, OPCIÓN
INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA

Tesis para obtener el Grado de:
MAESTRO EN INGENIERÍA EN ELECTRONICA

“Uso del filtro de Kalman en un modulador Sigma-Delta
analógico para incrementar su resolución efectiva”

Presenta:

Lic. Abraham Bonilla Torreblanca*

Directores:

Dr. Víctor Rodolfo González Díaz

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

*Becario CONACYT

Puebla, Puebla, Noviembre 2018

Agradecimientos

Agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y a la Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE), por darme la oportunidad de desarrollarme en el ámbito académico y profesional, por el uso de las instalaciones y la beca de colegiatura.

Agradezco a CONACYT por el apoyo con una beca, que me dio la oportunidad de enfocarme en concluir con esta labor hasta su conclusión.

Agradezco a mis asesores, Dr. Víctor R. González y Dr. Fermi Guerrero. Por su labor para asistirme, dándome la oportunidad de trabajar con ustedes hasta el final de este posgrado y a la planta docente al compartir sus conocimientos, así como a mis sinodales en especial, por sus correcciones y sugerencias.

Agradezco a mis amigos y compañeros de posgrado que han estado presentes a lo largo de este trayecto y trabajo, que también han sufrido realizando sus propios proyectos.

Agradecimientos

Agradezco a Dios primeramente, por que me brinda la vida y me bendice con la oportunidad de superarme, permitiéndome llegar al final de esta etapa, la realización de un posgrado y las oportunidades de disfrutar de la compañía de familiares y amigos, compañeros y maestros.

Agradezco a mis padres A. Miguel Bonilla y Concepción Torreblanca. Por apoyarme, por el esfuerzo que han realizado a lo largo de estos años y que como fruto de su perseverancia, educación y amor, me han guiado hasta donde me encuentro, una meta mas cumplida y a mis hermanos que han estado con migo.

Agradezco a mi novia A. Celeste López por apoyarme y por los momentos de paciencia mientras me encontraba realizando este trabajo, por el cariño mostrado y el amor dado.

Agradezco a mis familiares y amigos que me han brindado sus ánimos, ayuda y consejos durante este tiempo y etapa.

Índice general

1. Introducción	13
1.1. Objetivos	15
1.2. Justificación	16
2. Marco teórico y estado del arte	17
2.1. Modulador Sigma-Delta	17
2.2. Conceptos básicos	19
2.2.1. Muestreo	19
2.2.2. Cuantificación	20
2.3. Modulador Sigma-Delta de primer orden	23
2.3.1. Sobremuestreo	24
2.3.2. Conformado del ruido	26
2.4. Filtro de Kalman	29
2.4.1. Algoritmo del filtro de Kalman	30
2.5. Modulador Sigma-Delta y filtro de Kalman	32
3. Modulador Sigma-Delta de tiempo continuo (SDTC)	33
3.1. Comparación de moduladores Sigma-Delta	33
3.1.1. Ventajas del modulador SDTC con respecto al SDTD	34
3.1.2. Desventajas del modulador SDTC con respecto al SDTD	34
3.2. Modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden	35

3.2.1.	Modulador Sigma-Delta modelado con influencia de la ganancia DC finita	37
3.3.	Modulador Sigma-Delta con ruido en el sistema	39
3.4.	El modulador Sigma-Delta en el espacio de estados	41
3.4.1.	Espacio de estados del modulador SDTC	41
4.	Filtro de Kalman y Modulador SDTC	43
4.1.	Modelo de modulador SDTC en el filtro de Kalman	43
4.1.1.	Ruido en el sistema	43
4.1.2.	Prueba del filtro de Kalman	44
4.2.	Compensación del modulador SDTC de primer orden	47
4.2.1.	Compensación por retroalimentación de los estados	47
4.2.2.	Propuesta de compensación para el modulador Sigma-Delta de primer orden	49
4.2.3.	Simulación de compensación	50
4.2.4.	Integrador con pérdida	51
4.2.5.	Compensación con filtro de Kalman del integrador	51
4.2.6.	Compensación con filtro de Kalman, respuesta del Modulador SDTC	52
4.2.7.	Compensación modulador SDTC con un ESO	53
4.3.	Comparación de compensaciones ESO y filtro de Kalman	60
4.3.1.	Comentarios finales de comparación	61
5.	Síntesis del filtro de Kalman	63
5.1.	Modelo en Verilog para el filtro de Kalman	63
5.1.1.	Elementos del filtro de Kalman	64
5.1.2.	Elementos en Verilog del filtro de Kalman	66
5.2.	Síntesis de un filtro de Kalman en Cadence®	71
5.2.1.	Simulación Virtuoso	71
5.2.2.	Síntesis final del filtro de Kalman en tecnología de 180nm	75

6. Conclusiones y trabajo futuro	80
6.1. Conclusión	80
6.2. Trabajo futuro	81
A.	82
A.1. Ruido blanco	82
A.2. Aliasing	83
B.	84
B.1. Bases probabilistas del filtro e Kalman	84
B.1.1. Media y varianza	85
B.1.2. Distribución normal o gaussiana	86
B.1.3. Correlación y covarianza	87
C.	88
C.1. Codigos Verilog	88
C.1.1. Estimación	88
C.1.2. Ganancia de Kalman	89
C.1.3. Corrección	90
C.1.4. Entrada	90
C.1.5. Control	91
C.1.6. Kalman	91
D.	92
D.1. Características de la tecnología de 180nm	92
D.1.1. Características del proceso	92
D.1.2. Características de los dispositivos	93
E.	95
E.1. Artículos y Congresos	95
E.1.1. Congreso Nacional de Control Automático 2018 (CNCA)	95

E.1.2. 2° Coloquio en Electrónica Analógica y Digital 2018 (COLEAD)	96
E.2. Estancia de Investigación	97
E.2.1. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE)	97
Bibliografía	98

Índice de figuras

2.1. Modulador Sigma-Delta básico	18
2.2. Diagrama de comparación de los distintos convertidores	18
2.3. Señal continua muestreada	19
2.4. Diagrama de entrada salida del cuantificador	21
2.5. Diagrama del error del cuantificador	22
2.6. Diagrama de cuantificador linealizado	23
2.7. Diagrama de distribución de ruido	23
2.8. Sobremuestreo de una Señal	25
2.9. Diagrama de distribución de ruido	26
2.10. Diagrama del modulador Sigma-Delta linealizado	26
2.11. Diagrama de distribución de ruido	27
2.12. Algoritmo de un filtro Kalman digital	29
2.13. Ciclo de funcionamiento del filtro Kalman digital	31
3.1. Diagrama del modulador Sigma-Delta de primer orden de tiempo con- tinuo	34
3.2. Modelo en Simulink del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden	35
3.3. salida de simulación modulador sigma-delta de tiempo continuo de pri- mer orden magnitud/frecuencia	36
3.4. PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden	37
3.5. Modelo de integrador	38

3.6. Diagrama en Simulink del modulador Sigma-Delta de segundo orden de tiempo continuo con ganancia finita	38
3.7. PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo con ganancia finita, comparando con el ideal	39
3.8. Diagrama de Modulador $\Sigma\Delta$ con ganancia DC finita y ruidos aditivos.	40
3.9. PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo con ganancia finita con ruido y sin ruido, comparando con el ideal	40
3.10. Espacio de estados.	41
4.1. Modelo en Simulink de modulador SDTC y filtro de Kalman	45
4.2. Comparación respuesta filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta .	45
4.3. Respuesta filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta	46
4.4. Comparación respuesta PSD filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta	47
4.5. Esquema de retroalimentación de estados	48
4.6. Esquema de retroalimentación de los estados con filtro de Kalman . .	48
4.7. Simulación filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta de primer orden	49
4.8. Comparación de compensación con integrador ideal y con pérdida. . .	50
4.9. Comparación entre un integrador ideal y con pérdida.	51
4.10. Comparación entre un integrador compensado con Kalman, ideal y con pérdida.	52
4.11. Compensación del modulador Sigma-Delta	52
4.12. Compensación del modulador Sigma-Delta	53
4.13. Espacio de estados de modulador SDTC con ESO	56
4.14. Simulación del observador y el integrador.	57
4.15. Salida del integrador con ganancia DC finita y ESO.	57
4.16. Modelo de compensación del modulador Sigma-Delta	58
4.17. Comparación de integradores idel, compensado y con pérdida	58
4.18. comparación del PDS.	59
4.19. Comparación del modulador Sigma-Delta compensado, con integrador ideal y no ideal.	60

5.1. Ciclo de Kalman propuesto.	65
5.2. Modulo de Estimación.	66
5.3. Modulo de Ganancia de Kalman.	67
5.4. Modulo de Corrección.	68
5.5. Modulo de Entrada (Referencia).	69
5.6. Modulo de Control.	70
5.7. Modulo de Kalman.	71
5.8. Filtro de Kalman.	72
5.9. Filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta.	72
5.10. Respuesta del filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta, reloj 10 veces superior.	73
5.11. Respuesta de filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta, reloj 20 veces superior.	74
5.12. Filtro de Kalman conexiones.	76
5.13. Filtro de Kalman a esquema de diseño nivel de celdas digitales.	77
5.14. Elementos que componen la síntesis del filtro de Kalman y su área en micrometros cuadrados μm^2	77
5.15. Layout del filtro de Kalman.	78
5.16. Área de los módulos de Kalman en micrómetros cuadrados μm^2	78
5.17. Consumo de potencia de los módulos de la síntesis del filtro de Kalman en nano-Watts (nW).	79
5.18. Consumo de potencia de los elementos y nodos de conexión de la síntesis del filtro de Kalman.	79
A.1. Ruido blanco, (a)función de autocorrelación, (b)función de la densidad espectral	82
A.2. Efecto de Aliasing	83
B.1. Señal aleatoria de ruido [21]	84
B.2. Grafica de una distribución gaussiana[21]	87

Índice de Tablas

3.1. Valores de simulación aproximados basada en [31]	36
4.1. Valores de simulación normalizados	46
4.2. Comparación con valores de simulación normalizados	61
4.3. Comparación de mejora aproximada para la compensación	61

Capítulo 1

Introducción

El procesamiento de señales es importante en todos los ámbitos, por medios digitales a partir de las señales analógicas. Los convertidores analógico-digital (ADC) y digital-analógico (ADC) son indispensables para estas tareas dada la importancia de los dispositivos de procesamiento digital como las computadoras. Dentro de los ADC existe uno que ha tenido un mayor auge en los últimos años. Hablamos del modulador Sigma-Delta, un convertidor con un alta resolución, para aplicaciones que se consideran de media-baja velocidad de conversión. Estos pueden ser de tipo continuo o discreto y al igual que muchos dispositivos presentan ciertas no idealidades. En el caso del modulador Sigma-Delta, se presentan problemas en sus componentes que limitan su funcionamiento óptimo. Algunas de estas no idealidades son la limitada ganancia en DC o ganancia DC finita, ancho de banda limitado y el ruido inmerso en los circuitos que realizan la integración. Este tipo de limitaciones suelen presentarse en mayor medida para los dispositivos continuos basados en elementos analógicos, que usualmente son los más populares.

Otra de las cosas que se busca hoy en día, es poder llevar toda esa tecnología a la implementación en circuitos integrados; con la finalidad que puedan ser utilizados en una infinidad de dispositivos o simplemente por los beneficios en consumo de

potencia. Se continua trabajando para poder realizar nuevas arquitecturas o compensaciones que permitan un desempeño más óptimo para este dispositivo [3][13], que permitan una implementación a nivel circuito integrado.

Para obtener mejores resultados con esta tecnología y el modulador Sigma-Delta, se propone el uso del filtro Kalman. Con la finalidad de realizar con ayuda del filtro de Kalman una compensación que nos permita recuperar la resolución efectiva de conversión de este dispositivo. Finalmente se puede mencionar que el filtro Kalman en esencia es un algoritmo que se comporta de manera similar a un observador de estados. Este permite estimar los estados internos de un sistema o los estados no medibles del mismo, cuya ventaja es que puede ser utilizado con un dispositivo programable y con un bajo costo de memoria.

El trabajo se presenta en capítulos, siendo en el Capítulo 2 un marco teórico así como el estado del arte, Capítulo 3 es sobre el modulador Sigma-Delta en tiempo continuo, Capítulo 4 se tratará la aplicación del filtro de Kalman para compensar el integrador del modulador Sigma-Delta, el Capítulo 5 se trata de una aplicación integrada del filtro de Kalman, finalmente el Capítulo 6 presenta las conclusiones y trabajo futuro.

1.1. Objetivos

General:

Aplicar un filtro de Kalman que permita reducir las pérdidas en el integrador de un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo analógico de un bit con el propósito de incrementar su resolución efectiva.

Específicos:

- 1.-Seleccionar un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo analógico de un bit y obtener su modelo matemático en espacio de estados.
- 2.-Aplicar un filtro Kalman para compensar la ganancia finita en un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo y presentar una simulación.
- 3.- Realizar el diseño del filtro Kalman para aplicar a un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo analógico de un bit para el uso de un dispositivo programable y una aplicación integrada.
- 4.-Validar los resultados mediante la comparación con un modulador Sigma-Delta sin compensar y con una compensación similar.

1.2. Justificación

El filtro de kalman es un algoritmo que tiene una gran extensión en su uso desde que en 1960 cuando fue propuesto por primera vez, utilizado incluso por la NASA en el tiempo que busco llevar al hombre en la luna. En nuestro tiempo el filtro de Kalman ha tenido distintas aplicaciones por su versatilidad en una variedad de disciplinas, entre las que se encuentran la estimación demográfica, procesamiento de señales biológicas, sistemas de navegación, predecir el comportamiento de variables económicas, procesamiento de imágenes y sobre todo el control [9][10][11][12].

Dada la versatilidad del filtro de Kalman, se propone el uso de este con la finalidad de aplicarlo a un modulador Sigma-Delta. En este caso, aplicarlo a uno de tiempo continuo y analógico. Siendo este tipo de modulador Sigma-Delta, una de las mejores opciones de convertidores analógicos-digitales de alta resolución, estables y relativamente sencillos de implementar. El modulador Sigma-Delta es afectado por la ganancia DC finita en un elemento del cual se compone, que es un integrador. Buscamos alcanzar mejores resoluciones, eliminando el efecto que produce la ganancia DC finita. A través de permitir al integrador un comportamiento sin el efecto de la ganancia DC finita, dado que este elemento es indispensable en el optimo funcionamiento del modulador Sigma-Delta. Esto significa que si es posible realizar dicha compensación, esta puede tener aun una amplia variedad de aplicaciones, dado que un integrador lo utilizamos en una infinidad de distintos dispositivos.

Capítulo 2

Marco teórico y estado del arte

2.1. Modulador Sigma-Delta

El primer modulador Sigma-Delta, fue propuesto en 1960 por C.C. Cutler como un decodificador de señal sobre-maestreado, que usaba un cuantificador de un bit. Posteriormente dos años mas tarde, en 1962 por H. Inose e Y. Yasuda se publico un convertidor ADC denominado propiamente Sigma-Delta. El cual usaba los principios de la modulación delta juntamente con un integrador [1]. Fue hasta mediados de los 80 que empezaron a desarrollar y utilizar ampliamente, tras la publicación de J.C Candy en 1985 de un modulador Sigma-Delta de segundo orden [2]. Estos convertidores surgen de las necesidades de hacer uso de dispositivos que no sean tan complejos, donde sea posible obtener altas resoluciones al realizar las conversiones analógico-digitales.

El modulador Sigma-Delta($\Sigma\Delta$), esta fundamentalmente compuesto de un integrador, un muestreador, un cuantificador uniforme de un bit y un convertidor digital-analógico en la retroalimentación que lo hace un dispositivo fuertemente no-lineal [3], véase la Figura 2.1.

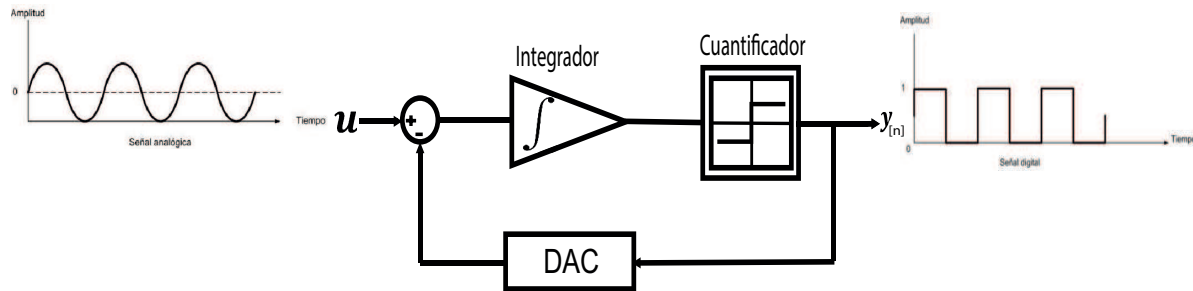


Figura 2.1: Modulador Sigma-Delta básico

El modulador Sigma-Delta es un convertidor clasificado dentro de los convertidores de baja-media velocidad [15], la Figura 2.2 nos permite observar una rápida comparación entre los dispositivos más usados hoy en día.

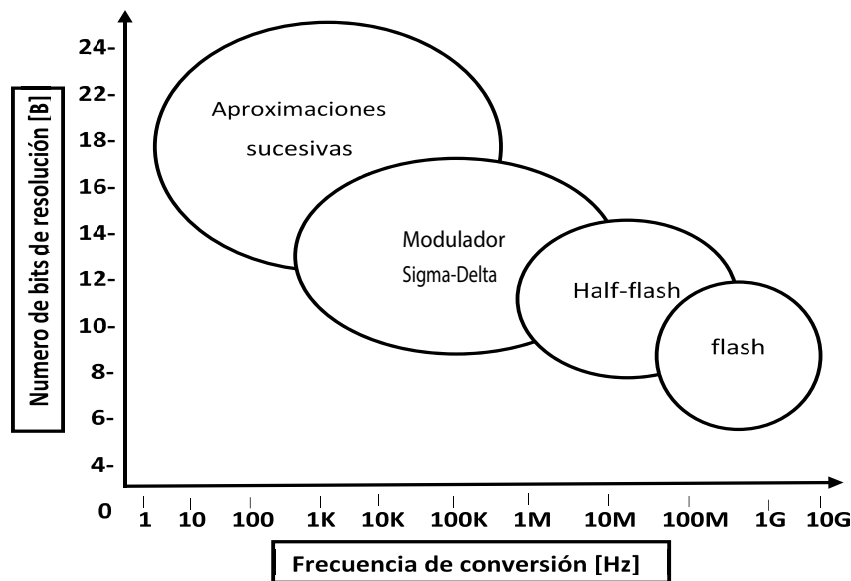


Figura 2.2: Diagrama de comparación de los distintos convertidores

Se observa, que cuanto mas resolución se puede alcanzar implica un costo en la velocidad de conversión. Con esto podemos darnos cuenta de la importancia de este tipo de dispositivos, para aplicaciones donde sea necesaria una alta resolución y no sea tan imprescindible su velocidad de conversión. Es muy usado en tareas de procesamiento de señales y comunicaciones.

2.2. Conceptos básicos

La conversión de señales analógicas en el dominio digital se puede separar en dos operaciones básicas: muestreo uniforme en tiempo y cuantificación en amplitud [22].

2.2.1. Muestreo

El muestreo de una señal continua en el tiempo, consiste en la obtención de una serie de muestras de la señal original en determinados instantes de tiempo. Generalmente el muestreo se realiza de forma periódica, donde los instantes de muestreo suceden cada cierto intervalo de tiempo. Este intervalo de muestreo se denomina periodo de muestreo T , idealmente, un muestreador produce una secuencia de funciones delta cuya amplitud es igual a la señal en los tiempos de muestreo. Para el muestreo uniforme con el período T [3], la salida de un muestreador está dada por (2.1):

$$x^*(t) = x^*(nT) = \sum x(t)\delta(t - nT) \quad (2.1)$$

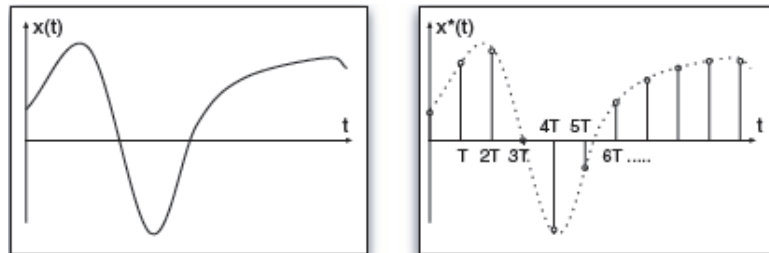


Figura 2.3: Señal continua muestreada

La Figura 2.3 muestra la forma de onda de una señal de tiempo continuo y la señal de datos muestreados resultante. La conversión de datos muestreados se hace, como se indica en la ecuación (2.1), por la superposición de deltas ponderados. Sin embargo, un circuito práctico no genera deltas sino pulsos con duración finita y amplitudes iguales a la entrada en las instancias de muestreo. Independientemente de la forma y duración del impulso, los impulsos están destinados a representar la entrada sólo

en los tiempos de muestreo exactos, nT . La ecuación (2.1) describe la no linealidad inherente de la operación de muestreo: la entrada se multiplica por una secuencia de funciones delta (observe que la multiplicación es una operación no lineal). Por lo tanto, como se muestra en la Figura 2.3, el muestreo de una señal es equivalente a la mezcla de la señal con un tren de deltas [3].

La elección correcta del periodo de muestreo o frecuencia de muestreo, que es el número de muestras que se toman por segundo, es un factor importante, de esto depende el grado de fiabilidad de los datos digitales que se obtiene en la conversión. Según el teorema de Nyquist-Shannon nos indica que la frecuencia de muestreo f_S ha de ser siempre mayor o igual al doble de la máxima frecuencia del espectro de la señal de entrada f_B (frecuencia base), para que se pueda garantizar la recuperación de la señal original [22].

$$f_S > f_B = f_N \tag{2.2}$$

Si no se cumple, entonces la señal no podrá ser reconstruida correctamente ya que se pierde información al producirse solapamiento de parte del espectro de la señal. Este fenómeno se denomina “aliasing”. Apéndice A.

2.2.2. Cuantificación

El proceso de cuantificación en amplitud, codifica un rango continuo de valores analógicos en un conjunto de niveles discretos, es decir que cambia una señal de datos muestreados de nivel continuo a nivel discreto. El intervalo dinámico del cuantificador se divide en un número de intervalos iguales, cada uno de los cuales está representado por una amplitud analógica dada. Este proceso es irreversible, ya que el número de valores de amplitud de entrada analógica que se muestrea y se mapea en un número finito de valores de amplitud en salida así, incluso el proceso de cuantificación ideal

introduce intrínsecamente errores a la señal. Si la entrada analógica se asigna en niveles discretos de 2^N , se dice que el cuantificador tiene N bits de resolución. Si todos estos niveles están equidistantes, el cuantificador es uniforme.

Los espacios uniformes entre dos niveles de salida del cuantificador adyacentes se definen como el tamaño de paso del cuantificador [22]: a escala completa, N número de bits y 2^N es el nivel de cuantificación, en la Figura 2.4 se ilustra que a una determinada entrada que aumenta en el intervalo de $(-FS/2, FS/2)$ en un cuantificador de un bit o multibit se le asigna un valor discreto.

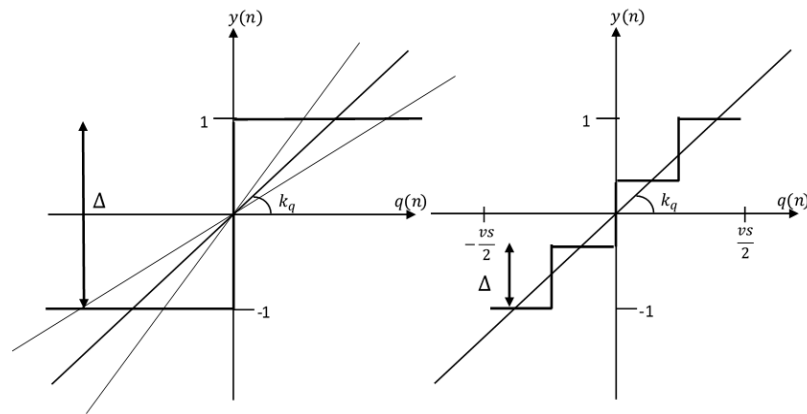


Figura 2.4: Diagrama de entrada salida del cuantificador

Como se muestra en la Figura 2.5. El error de cuantificación resultante de esa operación se define como la diferencia entre la entrada del cuantificador y su salida. Obviamente, una señal de entrada que excede el intervalo de entrada válido, da como resultado un error de cuantificación monótonamente creciente, que se conoce comúnmente como región de sobrecarga o saturación de un cuantificador, mientras que para señales de entrada entre $-FS/2$ y $FS/2$, el error de cuantificación $e(n)$ está limitada dentro de $[-\Delta/2, \Delta/2]$.

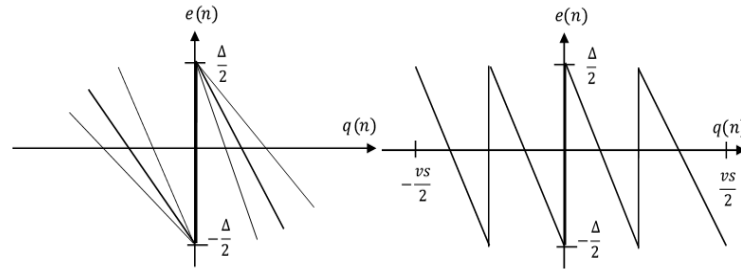


Figura 2.5: Diagrama del error del cuantificador

Con lo anterior es posible observar que la cuantificación corresponde a la adición de un error de cuantificación a la entrada [22]. Un gran error de cuantificación conduce a una capacidad reducida para conservar las características de la señal. El efecto del ruido se cuantifica mediante la relación señal-ruido (SNR) en decibelios, definida por la ecuación (2.3) donde P_s es la potencia de la señal y P_n es la potencia del ruido en la banda de interés.

$$SNR|_{dB} = 10 \log \frac{P_{sign}}{P_{noise}} \quad (2.3)$$

Como dato adicional, al estudiar el efecto de la cuantificación es conveniente usar el concepto SNR, usar este concepto sólo es viable si el error de cuantificación puede considerarse como ruido. Sin embargo, esto no siempre es posible, ya que algunos tipos de entradas conducen a un error de cuantificación distinto del ruido [3].

El cuantificador es un elemento no lineal pero es posible establecer un modelo lineal suponiendo al cuantificador como una fuente de ruido blanco uniformemente distribuido a lo largo del ancho de banda y no correlacionado con la entrada [17], donde se tiene un $X(s)$ a la entrada y un $Y(s)$ a la salida con un error aditivo, siendo expresado como $Y(s) = X(s) + E(s)$ en el dominio de la frecuencia Figura 2.6.

De esta manera su densidad espectral de potencia del ruido del cuantificador $P_e(f)$

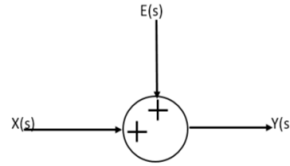


Figura 2.6: Diagrama de cuantificador linealizado

sera blanca y uniformemente distribuida en un intervalo de $\pm \frac{f_s}{2}$ donde f_s es frecuencia de muestreo Figura 2.7.

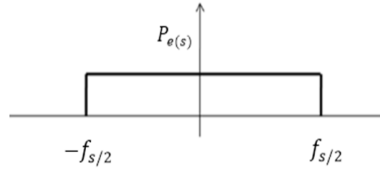


Figura 2.7: Diagrama de distribución de ruido

si se integra $P_e(s)$ es posible obtener potencia total de ruido.

$$P_e(s) = \frac{\Delta^2}{6 * f_s} \quad (2.4)$$

Potencia total del ruido:

$$\int_{-f_s/2}^{f_s/2} P_e^2(s) df = \frac{\Delta^2}{12} \quad (2.5)$$

y su amplitud será:

$$P_e(s) = \frac{\Delta}{\sqrt{12 * f_s}} \quad (2.6)$$

2.3. Modulador Sigma-Delta de primer orden

El modulador sigma-delta se basa en hacer que la mayor parte del ruido se concentre fuera de la banda de interés y se desplace a frecuencias mas altas para posteriormente filtrar, para lograr que se diferencien las frecuencias altas de la banda base en un mismo espectro es necesario que se realice un sobremuestreo de la señal, es decir

que se realice el muestreo a una frecuencia mayor al ancho de banda, esto es por que el modulador Sigma-Delta se basa en los conceptos de sobremuestreo y conformado del ruido.

2.3.1. Sobremuestreo

El sobremuestreo es el proceso en el cual la señal es muestreada a una frecuencia superior a dos veces su ancho de banda base, es decir por encima del limite de la banda Nyquist, este es usualmente representado por las siglas en ingles de OSR (Over Sampling Ratio), es muy utilizado para disminuir los requerimientos de los filtros antialiasing muy complejos. El sobremuestreo también permite mejorar la relación señal-ruido (SNR) y por tanto la resolución efectiva del convertidor.

$$OSR = \frac{f_S}{2f_N} \quad (2.7)$$

OSR =Sobremuestreo

f_S =frecuencia de muestreo

f_N =frecuencia Nyquist

La relación señal-ruido recordemos es la relación que hay entre la potencia de la señal y la potencia del error, esto nos permite observar que si el error disminuye, su relación aumenta, lo que implica un aumento en la resolución efectiva, esto se puede observar en la siguiente ecuación.

$$SNR = 6.02 * ENOB + 1.76 \quad (2.8)$$

SNR =Relación Señal Ruido

$ENOB$ =Numero efectivo de bits

De acuerdo a la ecuación (2.9), si se muestrea a una tasa mayor a Nyquist lo que se consigue es que $P_e(f)$ se expanda y el ancho de banda de interés sea menor al

ancho de banda de $P_e(f)$, esto es que se distribuye a lo largo del ancho de banda total, por lo que la potencia del ruido disminuye.

Ruido de cuantificación se estima con:

$$\int_{-f_s}^{f_s} P_e^2(f) dt = \frac{\Delta^2}{12} \frac{1}{OSR} \quad (2.9)$$

Por tanto, con el sobremuestreo se disminuye la potencia del ruido de cuantificación y aumenta la relación SNR y con esto el rango dinámico es decir el numero efectivo de bits (ENOB), esto se refleja en la ecuación (2.10):

$$ENOB = \frac{SNR_{uniforme}(dB) - 1.76}{6.02} \quad (2.10)$$

La Figura 2.8 nos permite ver el espectro de una señal donde podemos observar de manera mas clara la señal y el ruido después de hacer una operación de sobremuestreo a una señal.

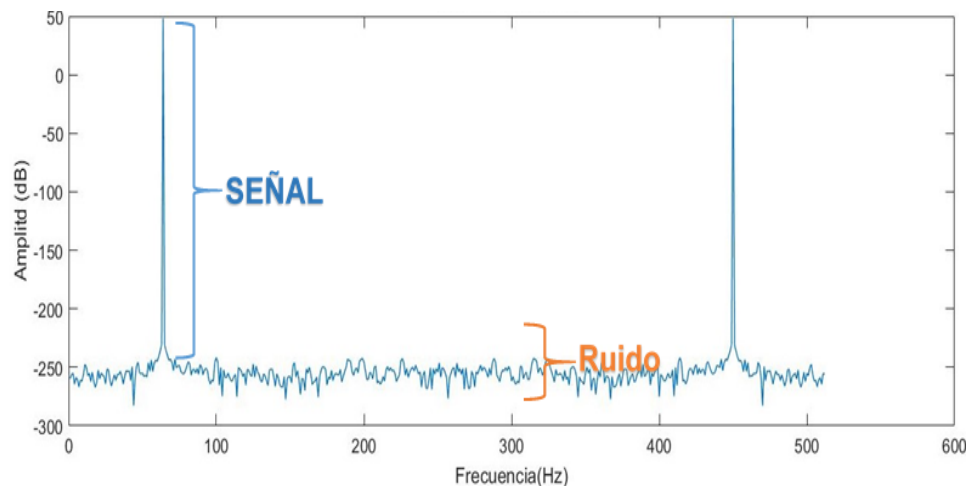


Figura 2.8: Sobremuestreo de una Señal

2.3.2. Conformado del ruido

El conformado del ruido consiste en hacer que la mayor parte del ruido que se encuentra en la banda Nyquist se lleve a frecuencias altas y sea filtrado, al disminuir el ruido se incrementa la relación señal-ruido (SNR) lo cual aumenta la resolución del convertidor.

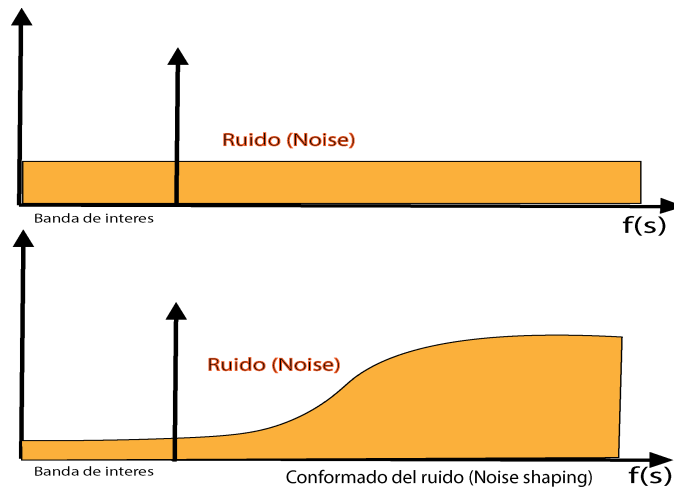


Figura 2.9: Diagrama de distribución de ruido

Conocemos que la densidad espectral del ruido de cuantificación es plana, y si agrega un filtro, el ruido toma la forma de dicho filtro es decir se moldea el ruido o se esta conformando, Figura 2.9.

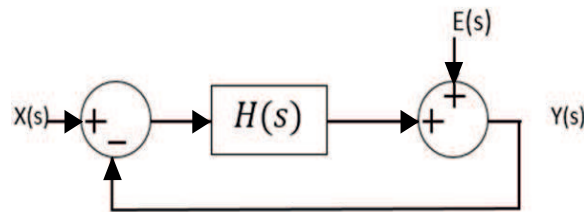


Figura 2.10: Diagrama del modulador Sigma-Delta linealizado

El modulador Sigma-Delta es no-lineal y se debe en su mayoría al cuantificador, usando el modelo lineal de la Figura 2.10 este ruido se considera aditivo a la salida del

integrador. De esto podemos observar que es posible ver al sistema como un sistema que tiene dos entradas y una salida con una entrada de señal y una de error. Tomando esto como referencia y la función que representa al filtro tendremos que dependerá de dos funciones de transferencia, una función de transferencia para el ruido de cuantificación (NTF) y una para la señal de entrada (STF).

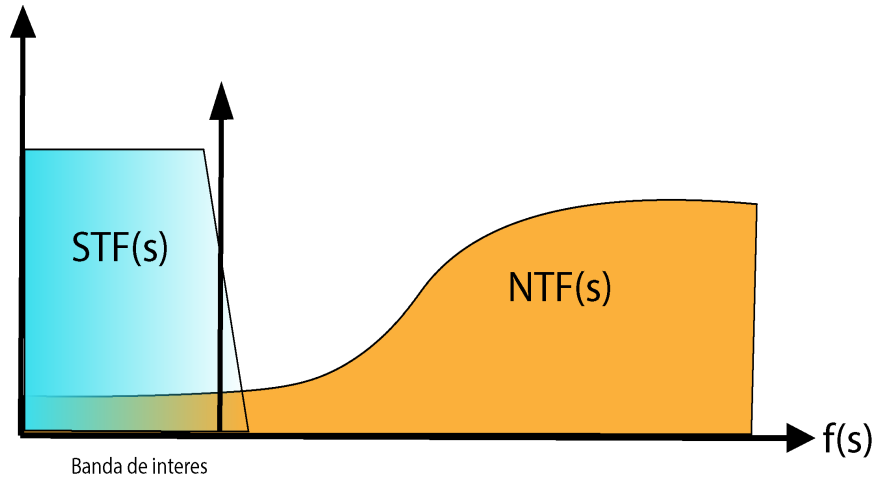


Figura 2.11: Diagrama de distribución de ruido

Usando el principio de superposición para poder obtener las dos funciones de transferencia, primero hacemos que el error sea igual $E(s) = 0$, desarrollamos para la salida $Y(s)$ para la entrada $X(s)$, el resultado de esto sería nuestra función de transferencia de entrada es decir la STF (Signal Transfer Function).

$$(X(s) - Y(s))H(s) = Y(s)$$

$$X(s) = Y(s) \frac{(1+H(s))}{H(s)}$$

$$H(s)_{ST} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H(s)}{1 + H(s)} \quad (2.11)$$

Por otro lado, si se toma una entrada $X(s) = 0$ se puede obtener salida $Y(s)$ en función del error $E(s)$ y tener la función de transferencia del error es decir la NTF (Noise Transfer Function)

$$(E(s) - Y(s))H(s) = Y(s)$$

$$E(s) = Y(s)(1 + H(s))$$

$$H(s)_{NT} = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + H(s)} \quad (2.12)$$

De manera que la salida $Y(s)$ dependerá de la suma de ambas funciones de transferencia H_{ST} y H_{NT} de forma que nos queda:

$$Y(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} * X(s) + \frac{1}{1 + H(s)} * E(s) \quad (2.13)$$

$$Y(s) = H_{ST} * X(s) + H_{NT} * E(s) \quad (2.14)$$

Lo que se busca tener es una ganancia alta ya que el modulador trabaja con frecuencias bajas de manera que la H_{NT} tienda a 0 eliminando el ruido y H_{ST} tenga una tendencia a 1 permitiendo el paso de la señal como en la Figura 2.11, el bloque mas sencillo que cumple con esta característica, es un integrador de ganancia $\frac{1}{\tau}$:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s} \quad (2.15)$$

$$\text{con } \tau = \frac{1}{w_0}$$

si sustituimos (2.15) en (2.13) obtenemos :

$$Y(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s} * X(s) + \frac{1}{1 + \tau s} * E(s) \quad (2.16)$$

$$Y(s) = \frac{\frac{s}{w_0}}{1 + \frac{s}{w_0}} * X(s) + \frac{1}{1 + \frac{s}{w_0}} * E(s) \quad (2.17)$$

$$\text{con } w_0 = 2\pi f_c$$

2.4. Filtro de Kalman

El filtro Kalman es un algoritmo recursivo propuesto por Rudolf E. Kalman en 1960 [5] retomando los estudios de N. Wiener [20] y un año más tarde en conjunto con R. Bucy [6] presentan el filtro de Kalman como lo conocemos hoy, este algoritmo estima el estado no observable de un estado dinámico en forma de espacio de estados (State-Space) [7] que tiene algunas variantes, cuando es aplicado a un sistema no-lineal [8]. La probabilidad tiene un papel clave en la descripción de señales de ruido o aleatorias, esto es especialmente importante en el filtrado de Kalman. Se le conoce a veces como filtrado estadístico. Sin embargo, esto es un poco inapropiado, porque el filtrado de Kalman se basa en descriptores probabilísticos de las señales y el ruido, y se supone que se conocen al principio del problema de filtrado véase Apéndice B.

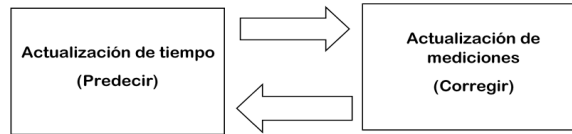


Figura 2.12: Algoritmo de un filtro Kalman digital

Después de 50 años el filtro de Kalman sigue siendo una herramienta muy utilizada en nuestro tiempo y nuevas aplicaciones siguen apareciendo regularmente [21].

El filtro de Kalman es un algoritmo que apunta al problema de tratar de estimar un estado $x \in R^n$ en un proceso controlado en tiempo discreto [4], donde es necesario tener el modelo de espacio de estados del sistema que se desea utilizar [8].

$$x_k = A_D x_{k-1} + B_D \mu_k + W_{k-1} \quad (2.18)$$

La observación (medición) del proceso ocurre en puntos discretos en el tiempo de acuerdo con la relación lineal dada en la variable $z \in R^m$:

$$z_k = H x_k + V_k \quad (2.19)$$

Las variables aleatorias W_{k-1} y V_k representan el ruido del proceso y de la medición. Se asumen que son independientes una de la otra, blancas y con distribución normal.

2.4.1. Algoritmo del filtro de Kalman

El filtro de Kalman funciona de manera cíclica, es decir, un proceso iterativo. Este se compone de dos grupos de ecuaciones. Las primeras son encargadas de proyectar hacia el tiempo siguiente, mientras que el segundo grupo se encarga de la actualización de las mediciones, Figura 2.12.

Las ecuaciones que proyectan en el tiempo están dadas por: Las ecuaciones que actualizan el tiempo están dadas por:

$$\hat{x}_k^- = A_D \hat{x}_{k-1} \quad (2.20)$$

$$P_k^- = A_D P_{k-1} A_D^T + Q \quad (2.21)$$

A y B son matrices del modelo de estados, mientras que Q es la varianza del ruido del proceso y P es la covarianza del error en el filtro de Kalman. Se observa como la actualización de tiempo proyecta el estado y la covarianza estimados adelante en el tiempo del paso $k - 1$ al paso k (2.21).

Las ecuaciones que actualizan las mediciones son:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (2.22)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (Z_k - H \hat{x}_k^-) \quad (2.23)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (2.24)$$

Donde R es la covarianza del ruido de medición, y K_k es la ganancia de Kalman. Finalmente se hace un cambio de variables para la retroalimentación, es decir, actualizar los valores iniciales:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} \quad (2.25)$$

$$P_k = P_{k-1} \quad (2.26)$$

La primera tarea durante la corrección de la proyección del estado o la actualización de las mediciones es el cálculo de la ganancia de Kalman K_k (2.22). Este factor de

ponderación o ganancia es seleccionado de tal forma que minimice la covarianza del error de la nueva estimación del estado. El siguiente paso es realmente medir el proceso para obtener Z_k y entonces generar una nueva estimación del estado que incorpora la nueva observación como en la ecuación (2.23). El paso final es obtener una nueva estimación de la covarianza del error mediante la ecuación (2.24).

Después de cada par de actualizaciones, tanto del tiempo como de la medida, el proceso es repetido tomando como punto de partida las nuevas estimaciones del estado y de la covarianza del error. Esta naturaleza recursiva es una de las características llamativas del filtro de Kalman, a continuación la Figura 2.13 muestra el ciclo del algoritmo del filtro de Kalman.

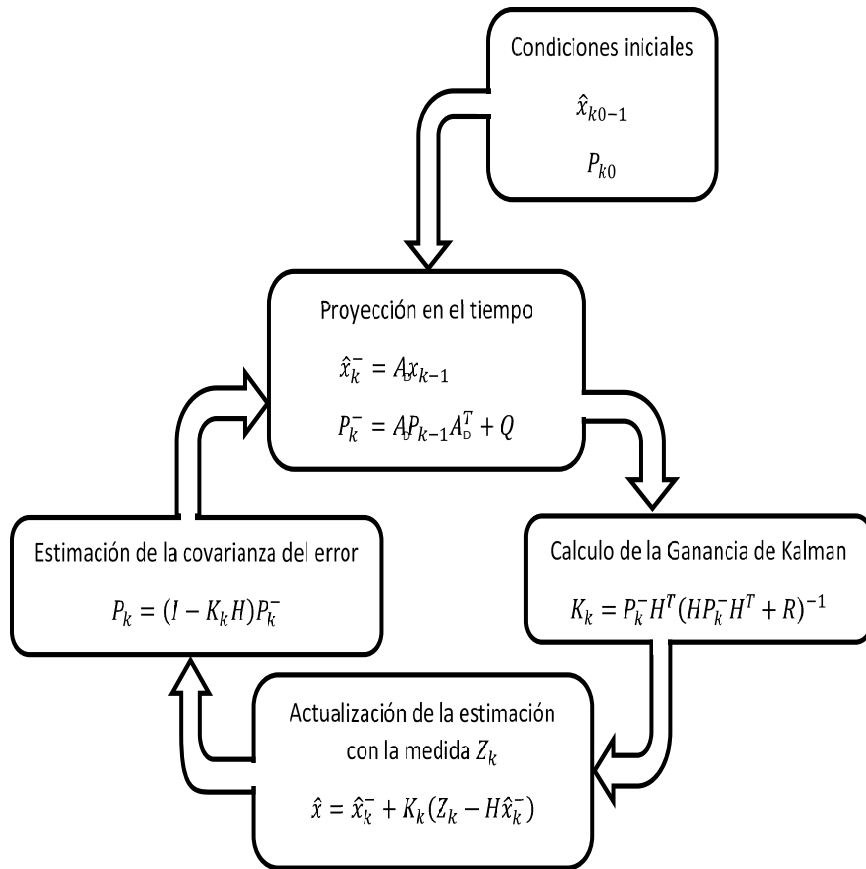


Figura 2.13: Ciclo de funcionamiento del filtro Kalman digital

2.5. Modulador Sigma-Delta y filtro de Kalman

El uso del filtro kalman como apoyo para mejorar el funcionamiento y resolución de un modulador Sigma-Delta es algo que ya se ha trabajado antes, no se ha hecho mucho hincapié en conocer históricamente cuando se empezó a trabajar al modulador en conjunto con el filtro de Kalman.

De los trabajos encontrados que se destaca que en todos ellos es muy recurrente el tomar moduladores Sigma-Delta de segundo y tercer orden. Donde en muchos de ellos se utiliza para su estudio, la función para un integrador con ganancia finita formulada de acuerdo al análisis realizado por M.Ormannts y F. Gerfers [22] siendo los mas destacados en el banco de información de la librería digital de la IEEE, en estos trabajos se trabaja con una variante del filtro de kalman para sistemas no-lineales, que es el filtro de Kalman Unscented.

En cada uno de los artículos revisados [13][23][24][25][26] se busca el conocer una no-idealidad dentro del modulador Sigma-Delta, principalmente en el integrador o integradores del mismo para facilitar su uso en espacio de estados, es común que el modulador trabaje unicamente con un cuantificador de 1 bit, además de ser un elemento altamente no-lineal y difícil de modelar de manera que se pueda usar en el filtro de Kalman. Existen también varios trabajos donde se busca el modelado en espacio de estados que mejor describa a este dispositivo [27][28][29][30]. Como nota final, la mayoría de trabajos encontrados sobre el modulador Sigma-Delta y el filtro de Kalman son derivados de los mismos trabajos presentados por M.Ormannts y F. Gerfers [22].

Capítulo 3

Modulador Sigma-Delta de tiempo continuo (SDTC)

Idealmente la resolución del modulador esta determinado por el orden del filtro, la relación de sobremuestreo y el número de niveles de cuantificación. Si se desea incrementar su resolución seria necesario en incrementar el orden de los filtros o del cuantificador o una mayor frecuencia de muestreo, sin embargo, el incrementar el orden de los filtros o del cuantificador suele ser más problemático que beneficioso pues suele afectar la estabilidad del sistema. Es común que se busque una forma para incrementar la frecuencia de muestreo manteniendo sus características y que su ancho de banda se vea incrementado sin perder resolución. Una forma de conseguir velocidades de reloj de muestreo mayores consiste en implementar el filtro con circuitos de tiempo continuo.

3.1. Comparación de moduladores Sigma-Delta

Los moduladores $\Sigma\Delta$ de tiempo continuo (SDTC), se diferencian de los moduladores de tiempo discreto (SDTD) por que el muestreo se lleva acabo después del integrador. Este trabajo hará uso del modulador de tiempo continuo, puesto que las prestaciones para el diseño de los circuitos son relajadas, para anchos de banda mayores.

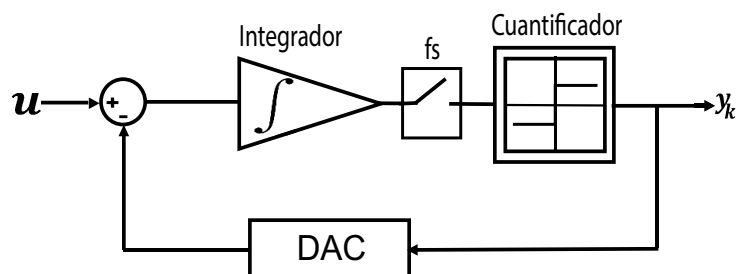


Figura 3.1: Diagrama del modulador Sigma-Delta de primer orden de tiempo continuo

3.1.1. Ventajas del modulador SDTC con respecto al SDTD

EL modulador SDTC presenta ciertas ventajas [18] en relación al SDTD ya que éste se ve limitado en su tiempo de establecimiento después del filtrado de la señal además que los moduladores SDTC son capaces de trabajar a frecuencias de muestreo mayores que los SDTD. Al momento de implementarse el ancho de banda de los dispositivos activos se pueden reducir ya que estos operan con señales continuas y no discretas, otra ventaja es que no aparecen *glitches* en los nodos de masa virtual de los amplificadores operacionales, que si puede suceder al usarse capacitores conmutados. Un problema que si es importante es el fenómeno de Aliasing, es por eso que los moduladores SDTD siempre emplean un filtro antialiasing a la entrada mientras que los moduladores SDTC usan filtros antialiasing sencillos o pueden prescindir de ellos por sus características intrínsecas de filtrado.

3.1.2. Desventajas del modulador SDTC con respecto al SDTD

Algunos de los inconvenientes de los moduladores SDTC es que estos continúan presentando problemas asociados a la incertidumbre del instante de muestreo o el llamado *jitter* de la señal de reloj y a la metaestabilidad del comparador que influye en resolución final de manera más importante que en los moduladores SDTD, esto se debe a que en el DAC situado en la retroalimentación existe un retardo relativamente grande en muchas ocasiones que afecta al sistema denominado retardo de bucle de exceso ELD (Exces Loop Delay) que es propio de los moduladores SDTC.

3.2. Modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden

La estructura general de un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden se puede observar en la Figura 3.1, el cual solo presenta un integrador, un cuantificador uniforme de un bit para este caso y un punto de muestreo, tomando como referencia este modelo se hizo una simulación en Simulink/Matlab. Estos elementos de manera ideal, se pueden observar el esquema de la Figura 3.2.

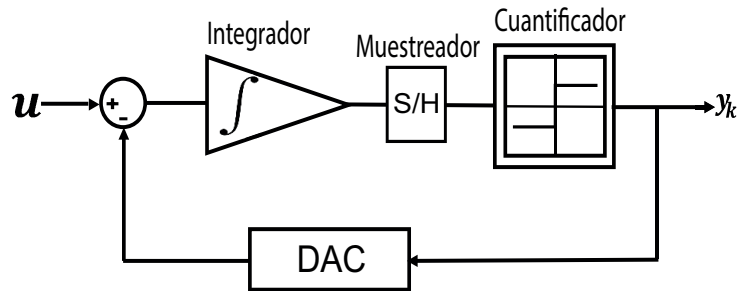


Figura 3.2: Modelo en Simulink del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden

Es necesario mencionar que existen distintas arquitecturas para los moduladores Sigma-Delta. En todas ellas existen los mismos elementos básicos, con la diferencia que puede cambiar el número de valores del cuantificador y el la resolución del DAC en la retroalimentación. Para este caso se toma una configuración *sigle-loop*, es decir con una sola línea de retroalimentación, puesto que se considera un DAC de un bit de salida lo que evita los problemas de linealidad del DAC y permite una simulación mas sencilla. De manera ideal en la literatura se tiene que la resolución del modulador Sigma-Delta de primer orden viene dada por una relación de 1.5 bits por octava y una relación de SNR de 9 dB por octava [1].

Se realizó la simulación de de un modulador Sigma-Delta de primer orden cuya salida que se observa en la Figura 3.3 y los valores de simulación esta en la Tabla 3.1.

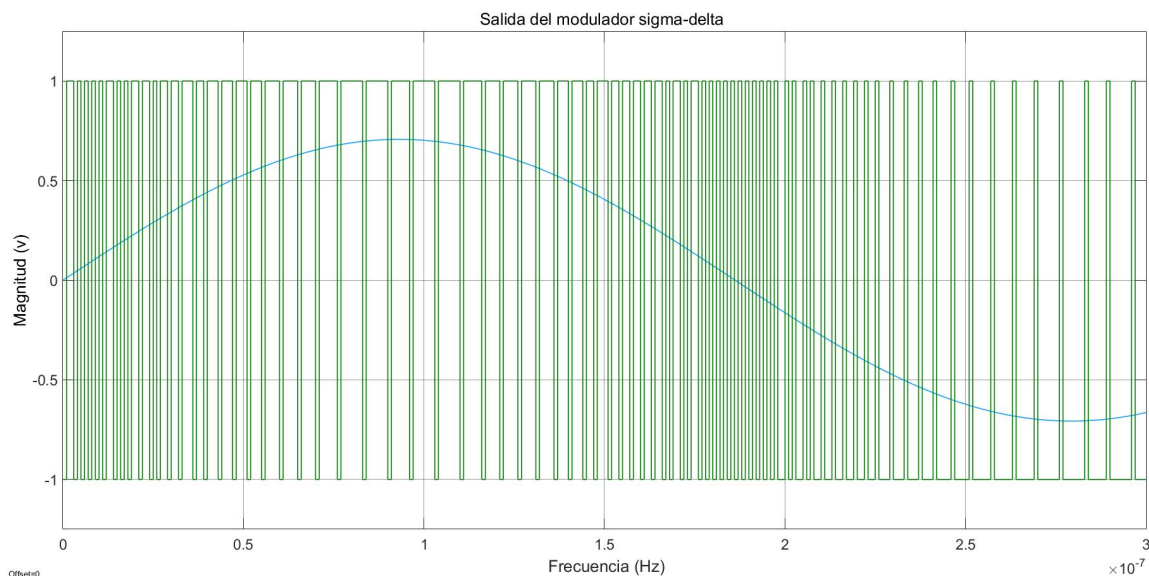


Figura 3.3: salida de simulación modulador sigma-delta de tiempo continuo de primer orden magnitud/frecuencia

Señal sinusoidal	26.823Mhz
ancho de banda Bw	104 Mhz
Numero de muestras N	4096
sobremuestreo OSR	48
frecuencia de muestreo fs	1Mhz

Tabla 3.1: Valores de simulación aproximados basada en [31]

Para asegurar su funcionamiento es necesario observar el comportamiento de la densidad espectral de potencia (PDS siglas en ingles) de la salida del modulador y usando como apoyo el programa de Matlab tenemos como resultado la Figura 3.4 y a si mismo mediante esta misma función obtenemos el calculo de la SNR y el ENOB que marca la resolución de este convertidor ADC.

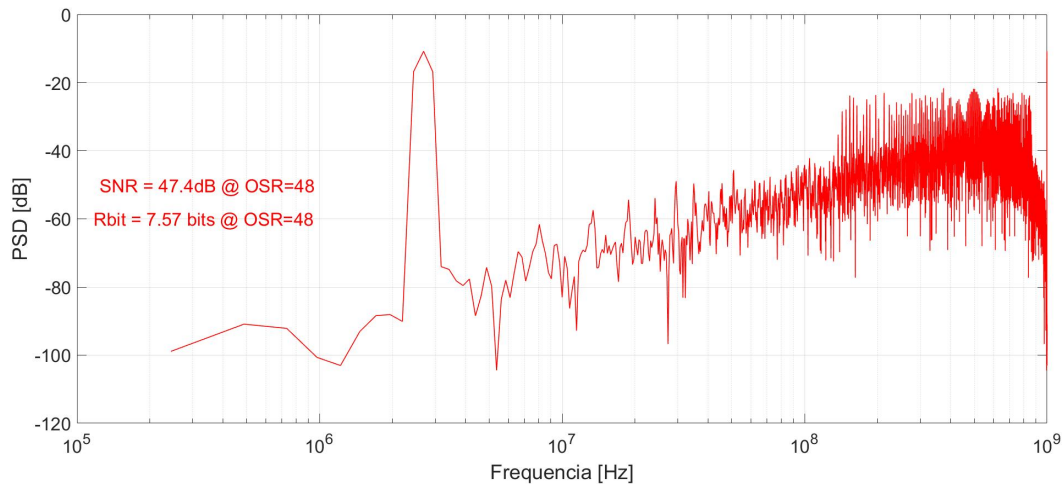


Figura 3.4: PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo de primer orden

La respuesta obtenida es acorde a la respuesta típica de un modulador Sigma-Delta de acuerdo a la literatura [3], y también es posible saber que se tiene una resolución de 7.9 bits para este caso concreto y una relación de SNR de 49.3 dB, pero recordemos que es un modulador de forma ideal.

3.2.1. Modulador Sigma-Delta modelado con influencia de la ganancia DC finita

Sabemos que los integradores reales presentan distintas no idealidades que afectan al sistema, entre estas existe una conocida como ganancia DC finita o ganancia de tensión a lazo abierto, ganancia diferencial. Idealmente es infinita mientras que de manera real es finita y disminuye con la frecuencia de trabajo usualmente en una relación de $A_{dB} = 20 \log \frac{V_{out}}{V_{in}}$, esto repercute directamente en la resolución del modulador, pues afecta la relación SNR.

Se presenta la función de transferencia de un integrador en el cual se toma en cuenta la no idealidad de la ganancia DC finita tomando un integrador conformado por un OpamAp (Amplificador Operacional) de la Figura 3.5.

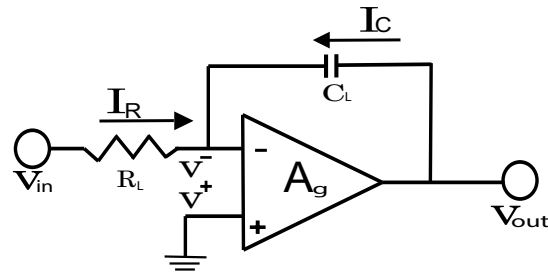


Figura 3.5: Modelo de integrador

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \left(\frac{A_g}{sC_L R_L (A_g + 1) + 1} \right) \quad (3.1)$$

Donde:

A_g es finita siendo la ganancia del integrador

$v_- \neq 0$ y $v_+ = 0$ Si tomamos esta función y la aplicamos junto a la estructura del modulador Sigma-Delta para poder obtener el modelo de la Figura 3.6 el cual representa un modelado contemplando la no idealidad de la ganancia finita.

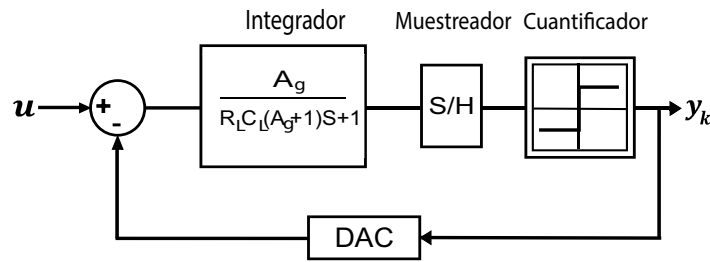


Figura 3.6: Diagrama en Simulink del modulador Sigma-Delta de segundo orden de tiempo continuo con ganancia finita

Simulando con una ganancia de $A_g = 10$, cuya salida es la Figura 3.7, representa su PSD haciendo uso de los valores de la Tabla 3.1, donde se observa que aun conserva la respuesta típica de un modulador Sigma-Delta pero su resolución se vio afectada, siendo inferior en comparación al caso ideal, es posible concluir que esta afecta directamente a la resolución de un modulador Sigma-Delta de tiempo continuo.

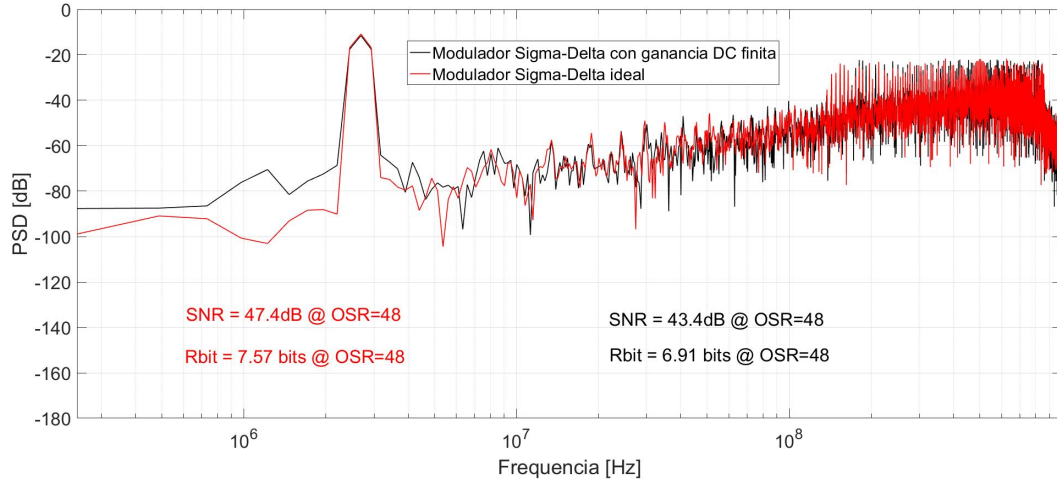


Figura 3.7: PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo con ganancia finita, comparando con el ideal

3.3. Modulador Sigma-Delta con ruido en el sistema

El modulador Sigma-Delta de tiempo continuo se ve afectado por ruidos aditivos al sistema, ya sea el ruido que vine de la misma señal que se desea convertir o bien el que se produce en sus elementos. Estas ecuaciones se basan de un modulador Sigma-Delta diseñado por medio de un OpAmp con capacitores conmutados, esto es utilizado en su diseños en circuito integrado. Para todos estos ruidos existen ecuaciones que los describen [3,22].

Error de Jitter

$$\Delta X(nT) = A * w_{in} * \delta(nT) \cos(w_{in} nT) \quad (3.2)$$

Ruido térmico KT/C

$$v_n, C_s(w) = \sqrt{\frac{kT}{C_s}} \quad (3.3)$$

Sin embargo, para este trabajo se toma el modelo propuesto en el trabajo [32] adaptado al modulador Sigma-Delta de tiempo continuo para simular los ruidos en el sistema, como en el diagrama de la Figura 3.8.

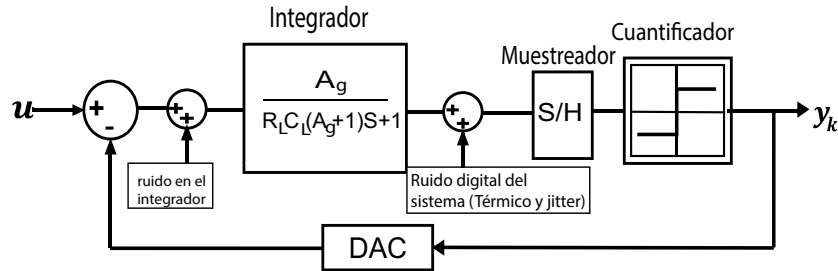


Figura 3.8: Diagrama de Modulador $\Sigma\Delta$ con ganancia DC finita y ruidos aditivos.

Para comprobar la diferencia que existe entre este modelo y los anteriores, tomamos los valores de simulación de la Tabla 3.1 y observamos la respuesta de la Densidad Espectral de Potencia (PSD) del modulador y comparamos.

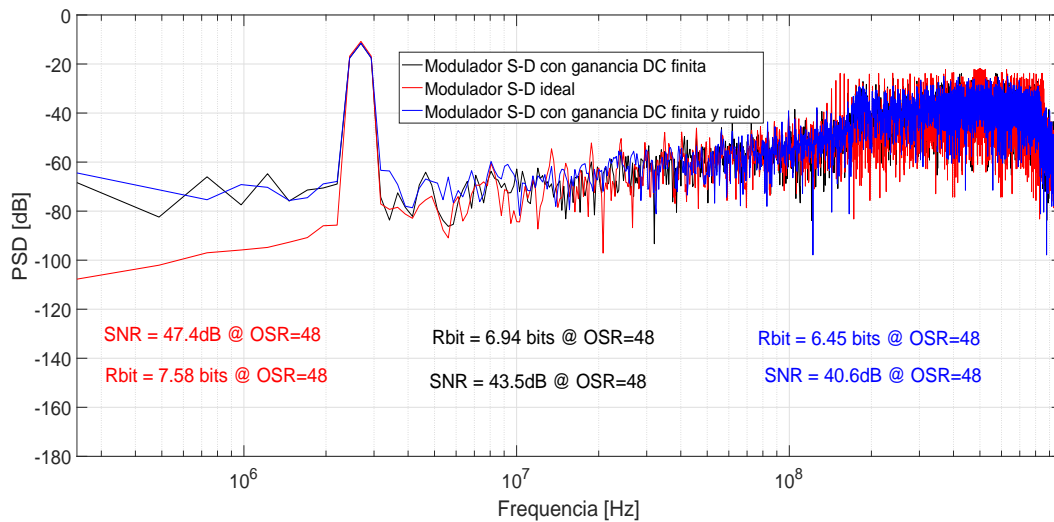


Figura 3.9: PDS del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo con ganancia finita con ruido y sin ruido, comparando con el ideal

Mediante esta simulación se muestra que todos estos ruidos presentes en el sistema también afectan de manera directa al modulador Sigma-Delta, donde se observa que la ganancia DC finita es la que mas influye en la pérdida de resolución. Esta simulación utiliza parámetros de ruido adicional de señal de entrada de $10^{-4}v_{rms}$ y de $10^{-3}v_{rms}$ para el ruido en el integrador.

3.4. El modulador Sigma-Delta en el espacio de estados

Al obtener un modelo en espacio de estados del modulador Sigma-Delta debemos recordar que este sistema es altamente no lineal, si se toma la configuración “single-loop” para el modulador se puede resolver el problema del DAC, sin embargo para el caso del cuantificador existe su modelo lineal pero solo es útil para fines de estudio del modulador. Se propone usar un espacio de estados de los elementos internos del modulador como en la Figura 3.10, es decir, se modela el integrador del modulador Sigma-Delta, dado que es el elemento afectado por la ganancia finita.

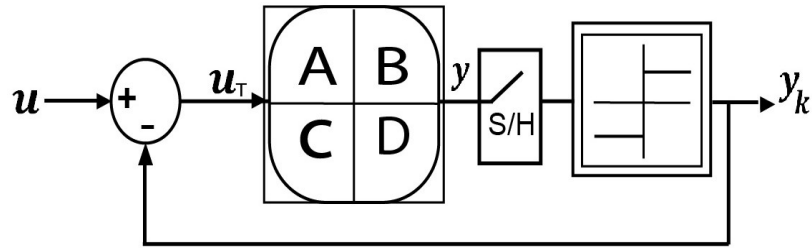


Figura 3.10: Espacio de estados.

Para poder aplicarse en un elemento discreto es necesario realizar una transformación de las matrices o parámetros a tiempo discreto:

$$A_D = e^{ATs} \quad (3.4)$$

$$B_D = \int_0^{Ts} e^{A\tau} B d\tau \quad (3.5)$$

$$C_D = H = C \quad (3.6)$$

3.4.1. Espacio de estados del modulador SDTC

Para el caso de un modulador Sigma-Delta de primer orden se toma la entrada u_T como una diferencia entre la salida del modulador y la señal de entrada de este

sistema, tomando lo que es un modelo típico espacio de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.7)$$

$$y = Cx \quad (3.8)$$

con:

$$u = u_T - y_k \quad (3.9)$$

Tomando el modelo del integrador incluyendo la ganancia finita obtendríamos parámetros reales que definirían el espacio de estados, donde las ecuaciones 3.7 y 3.8 tomarían valores:

$$A = \frac{-1}{R_L C_L (A_g + 1)}$$

$$B = \frac{A_g}{R_L C_L (A_g + 1)}$$

$$C = 1$$

Nota: Los valores tanto de R_L y C_L dependen de la frecuencia de muestreo que se utilice, sus valores se calculan en base a la frecuencia de muestreo sobremuestreada, tomándose como la frecuencia de corte del integrador.

Capítulo 4

Filtro de Kalman y Modulador SDTC

4.1. Modelo de modulador SDTC en el filtro de Kalman

Para poder aplicar el filtro de Kalman utilizando el modelo en espacio de estados del modulador Sigma-Delta obtenido en la sección 3.4, utilizando Simulink/Matlab. Para hacer esto tomamos cada una de las ecuaciones del algoritmo de funcionamiento del filtro de Kalman Sección 2.4, diseñando el filtro según el ciclo de la Figura 2.11, donde los valores del espacio de estados del modulador Sigma-Delta son las matrices que tendrá el filtro de Kalman, para este caso las matrices A y C .

4.1.1. Ruido en el sistema

El filtro de Kalman necesita las medidas de la varianza del ruido presente en el sistema y en la mediciones [21]. Para el caso del modulador Sigma-Delta, se tiene conocimiento de dicho ruido y se puede considerar gaussiano y blanco [1].

Las variables Q y R del filtro de Kalman determinaran si tiene mayor peso la estimación inicial o la medición real para la estimación final. El ruido en el modulador Sigma-Delta ronda una varianza de 10^{-4} a 10^{-15} aproximadamente [22].

4.1.2. Prueba del filtro de Kalman

Como el filtro de Kalman es un estimador u observador de estados, es necesario demostrar que este efectivamente esta funcionando, mostrando una respuesta estimada similar al sistema observado. Lo que se busca es diseñar un filtro de Kalman, basado en las ecuaciones de la sección 2.4.1 implementado en ellas el modelo en espacio de estados del modulador $\Sigma\Delta$ de la sección 3.4.1.

Donde el modelo obtenido para su implementación en Simulink/Matlab, está dado por:

Condiciones iniciales:

$$\hat{x}_0^- = 0 \quad P_0^- = 10^{-15} \quad (4.1)$$

Los valores iniciales mínimos que se consideraron para este caso se muestran en (4.1).

Estimación:

$$\hat{x}_k^- = A_D \hat{x}_{k-1} \quad (4.2)$$

$$P_k^- = A_D P_{k-1} A_D^T + Q \quad (4.3)$$

Donde A_D toma el parámetro real de A del espacio de estados de modulador $\Sigma\Delta$, transformado a un parámetro para espacio de estados en tiempo discreto, utilizando la ecuación (3.4).

Corrección:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (4.4)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (Z_k - H \hat{x}_k^-) \quad (4.5)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (4.6)$$

En este caso H toma el valor de C del espacio de estados del modulador $\Sigma\Delta$, tomando en cuenta la ecuación (3.6). Donde z , para este caso es la salida del integrador del modulador $\Sigma\Delta$. Siendo la referencia para el calculo del error.

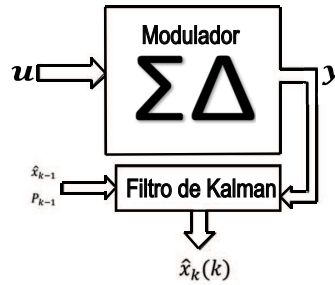


Figura 4.1: Modelo en Simulink de modulador SDTC y filtro de Kalman

Se utilizó el modelo de la Figura 4.1 para una comparación con el sistema original y el filtro de Kalman usando Simulink, donde se toman valores de simulación normalizados, esto con el fin de ser utilizados posteriormente, Tabla 4.1.

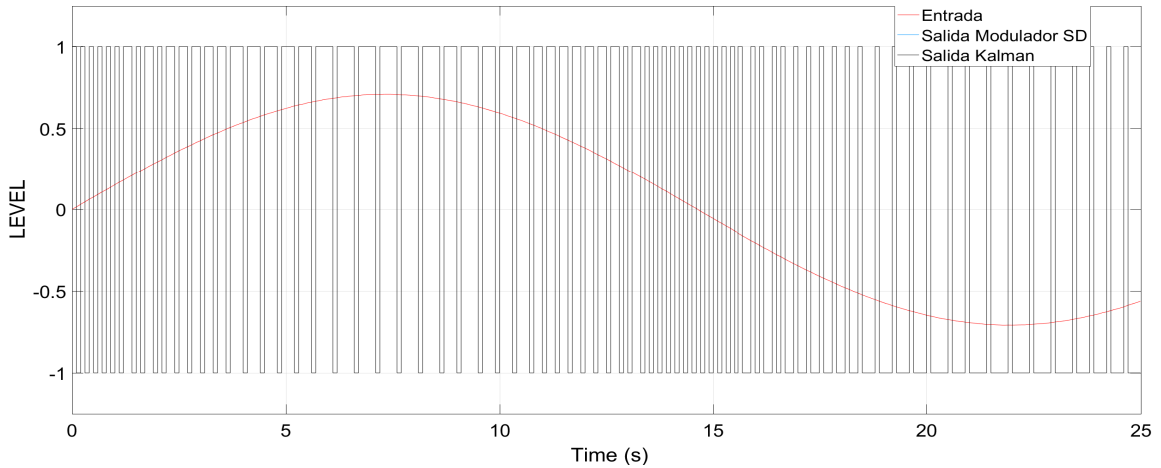


Figura 4.2: Comparación respuesta filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta

Nota: Para poder observar que efectivamente esta funcionando, se añade a la salida del filtro de Kalman un modelo de DAC unicamente para 1 bit, para este caso se emula con un cuantificador de 1 bit.

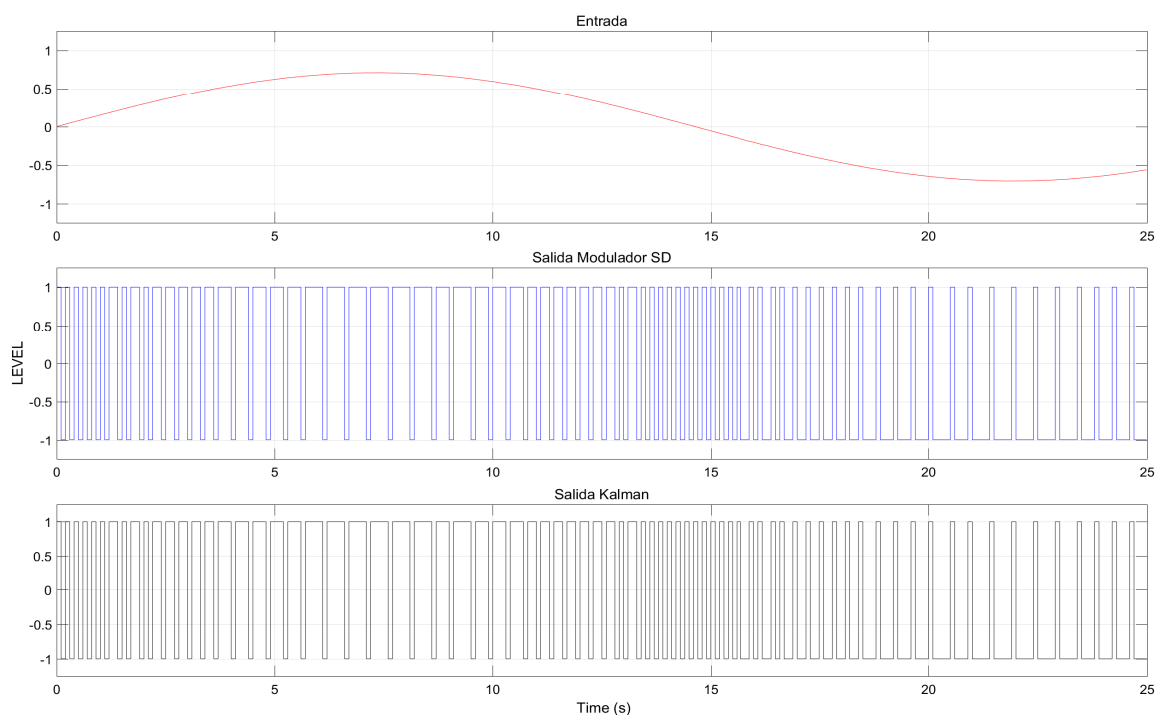


Figura 4.3: Respuesta filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta

La simulación mostrada en la Figura 4.2 y 4.3, nos permite observar que la respuesta del filtro de Kalman es idéntica a la del modulador Sigma-Delta teóricamente, lo que muestra que esta funcionando correctamente.

En la Figura 4.4, se observa que la salida el filtro de Kalman para su espectro (PSD) coincide con la respuesta del modulador Sigma-Delta, lo que significa que efectivamente el filtro de Kalman esta observado satisfactoriamente al sistema.

Numero de muestras N	2048
Sobremuestreo OSR	48
Frecuencia de muestreo f_s	10hz
Ganancia DC finita A_g	4

Tabla 4.1: Valores de simulación normalizados

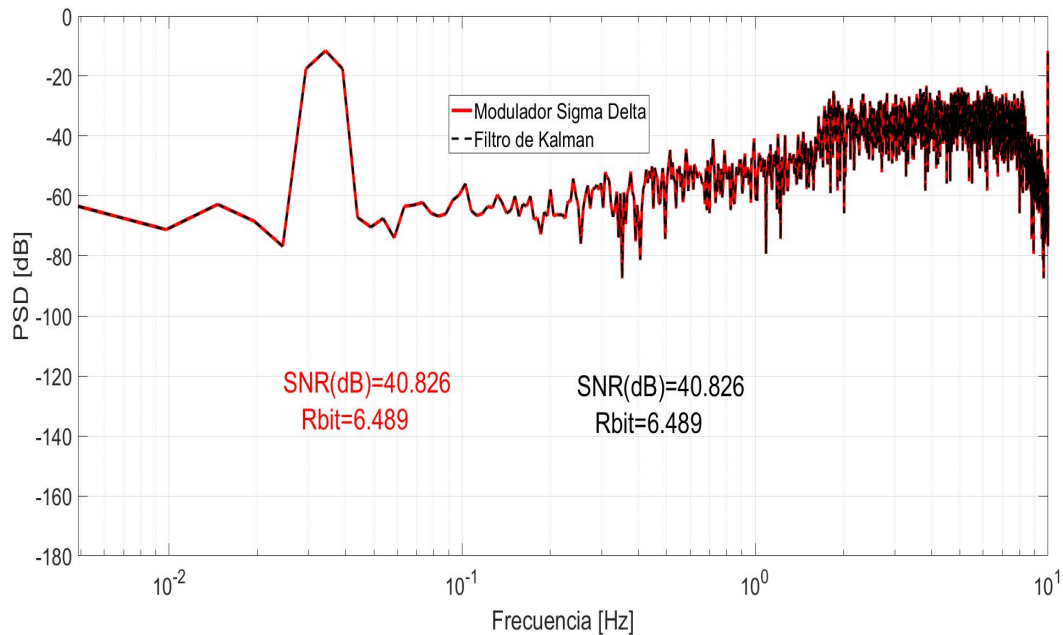


Figura 4.4: Comparación respuesta PSD filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta

4.2. Compensación del modulador SDTC de primer orden

Ya que el filtro de Kalman nos permite observar los estados del sistema o una aproximación de los mismos, es posible aplicar la retroalimentación de los estados como una opción para realizar una compensación al modulador. Lo que buscaremos con este método es que el integrador se comporte como un integrador ideal en la medida de lo posible al mover los polos del mismo. este método suele ser utilizado con observadores.

4.2.1. Compensación por retroalimentación de los estados

Este método usa los estados y una ganancia k para modificar los polos del sistema de acuerdo a las especificaciones deseadas. La Figura 4.5 es el modelo, donde se tiene es una entrada de control en lazo cerrado del sistema dada como $u_c = u - kx$.

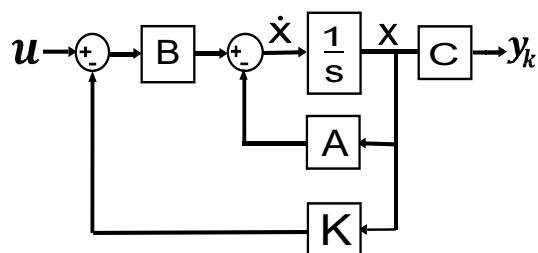


Figura 4.5: Esquema de retroalimentación de estados

En nuestro caso lo que se hace es que tendremos el estado x a través del filtro de Kalman como se muestra en la Figura 4.6.

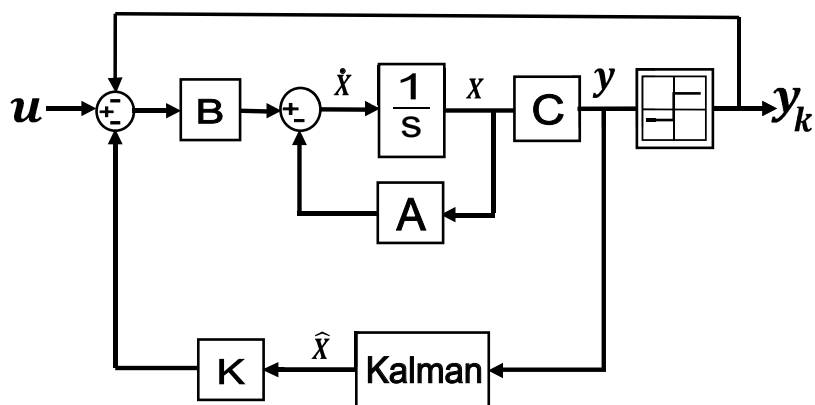


Figura 4.6: Esquema de retroalimentación de los estados con filtro de Kalman

Se puede observar que nuestro sistema tomando en cuenta las ganancias quedaría descrito de la siguiente manera:

$$\dot{x} = (A - BK)x - Bu \quad (4.7)$$

$$y = Cx \quad (4.8)$$

Cabe mencionar que la retroalimentación de los estados solo afecta a los polos del mismo y no a los ceros, debe tenerse cuidado con no al realizar la retroalimentación de estados cancelar algún cero con el nuevo polo o el sistema ya no sería observable además de que este no influye en la controlabilidad del sistema.

Para calcular la ganancia K existen diferentes métodos, algunos son:

1. Método arbitrario al tomar el polinomio característico de tu sistema he igualar con los polos deseados.
2. Ubicación de polos deseados mediante el uso de la forma canónica controlable.
3. Utilizando la ecuación de ackerman.
4. Usar Lyapunov para ubicar el vector de ganancia de manera que no se obtengan coeficientes de ganancia similares al vector original A .

Es posible mencionar que la ganancia suele ser negativa. Para facilitar las operaciones se utilizó el comando `acker(A,B,P)` de Matlab para obtener el valor de la ganancia K , el polo del integrador ideal es $p = 0$, por tanto este es el polo deseado.

4.2.2. Propuesta de compensación para el modulador Sigma-Delta de primer orden

La propuesta de aplicación para compensación se utiliza la retroalimentación de estados, donde para conocer el estado deseado se toma el filtro de Kalman, como en la Figura 4.7.

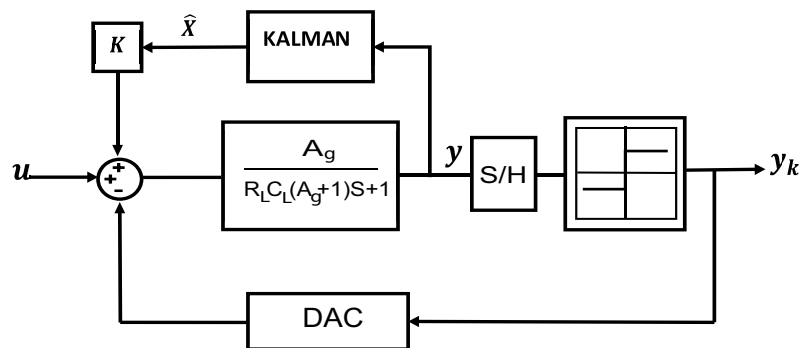


Figura 4.7: Simulación filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta de primer orden

Se busca con la retroalimentación de estados que el integrador con pérdida se comporte como un integrador ideal. La ganancia K obtenida es igual a la inversa negativa de la ganancia finita, $K = -\frac{1}{A_g}$ del sistema, es decir, que es necesario conocer un aproximado de este valor para compensar el integrador con pérdida.

4.2.3. Simulación de compensación

Para comprobar lo que es la propuesta de compensación, primero tomamos los valores normalizados de la Tabla 4.1, para observar el efecto que tiene la ganancia DC finita que se compensara en esta prueba.

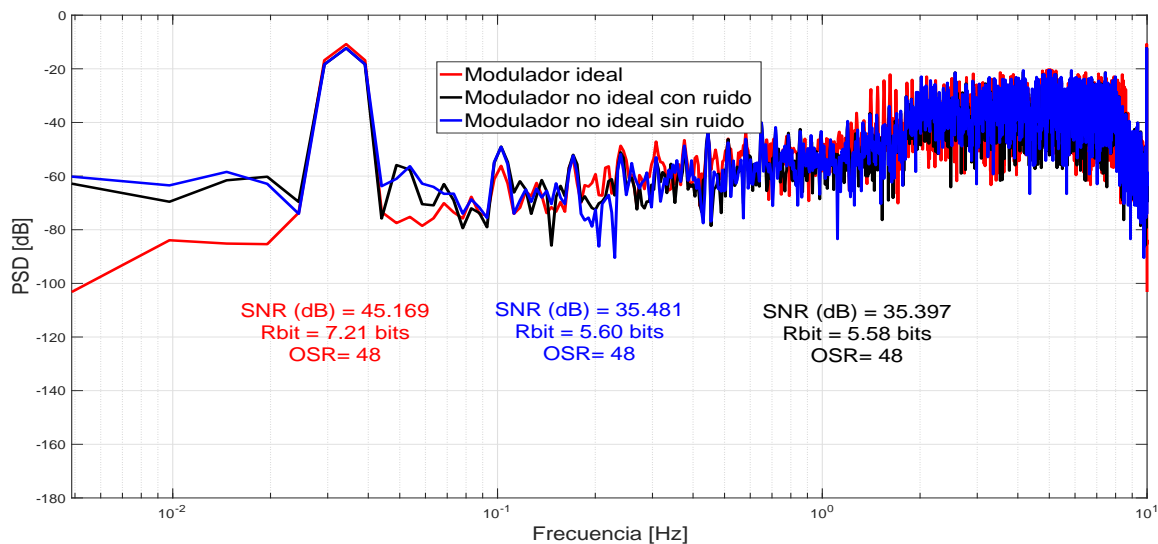


Figura 4.8: Comparación de compensación con integrador ideal y con pérdida.

La Figura 4.8 muestra una comparación del espectro de la salida del modulador con el efecto del ruido para un integrador con pérdida, así como sin los efectos del ruido, junto a una respuesta con un integrador ideal.

La simulación toma un ruido con una varianza de 10^{-3} para el ruido térmico del muestreador, un ruido aditivo al integrador con pérdida. Una señal sinusoidal con un ruido aditivo de 10^{-4} . Se toman valores altos del ruido para ilustrar mejor su efecto.

4.2.4. Integrador con pérdida

Para poder observar de mejor forma el efecto unicamente de la ganancia DC finita en el integrador, se toma el modelo del integrador con una pérdida conservando, los valores de simulación normalizados, donde a la entrada tenemos un escalón.

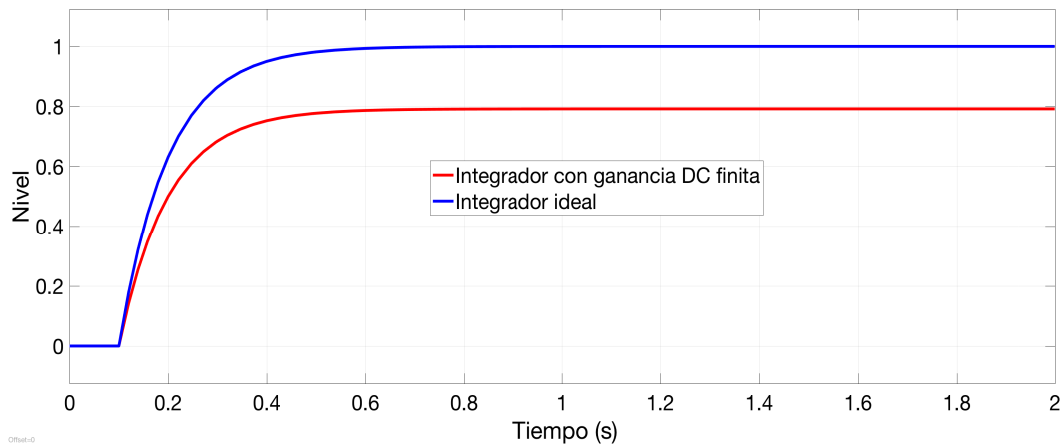


Figura 4.9: Comparación entre un integrador ideal y con pérdida.

La simulación mostrada en la Figura 4.9 es para comparar el efecto de la ganancia DC finita sobre el integrador. Se observa que efectivamente la ganancia DC finita limita la respuesta del integrador.

4.2.5. Compensación con filtro de Kalman del integrador

Para el filtro de Kalman es necesario tomar las ecuaciones de la sección 3.3. Siguiendo el modelo de la propuesta de compensación por medio de la retroalimentación de estados, donde buscamos que la respuesta del integrador se asemeje a la respuesta de un integrador ideal. La simulación de la Figura 4.10 muestra que la compensación por medio del filtro de Kalman, permite tener una respuesta cercana a la respuesta de un integrador ideal, tomando unicamente el efecto de la ganancia DC finita. Al obtener una mejora en la respuesta en el integrador, significa que es posible aplicarlo al modelo del modulador Sigma-Delta para buscar obtener una recuperación en la resolución.

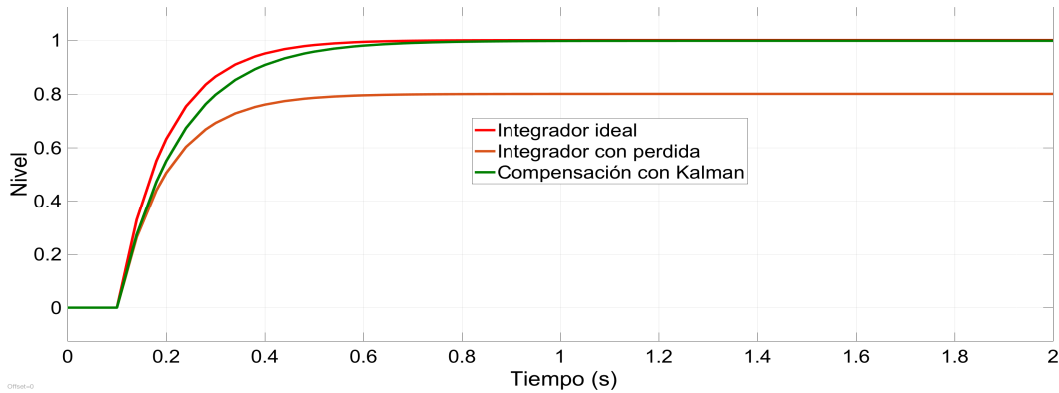


Figura 4.10: Comparación entre un integrador compensado con Kalman, ideal y con pérdida.

4.2.6. Compensación con filtro de Kalman, respuesta del Modulador SDTC

Utilizando los parámetros de simulación anteriores, comprobamos la compensación del integrador del modulador Sigma-Delta. Se utilizan parámetros de ruido adicional de señal de entrada de $10^{-4}v_{rms}$ y de $10^{-3}v_{rms}$ para el ruido en el integrador, además de un ruido térmico para una temperatura de $300k^{\circ}$.

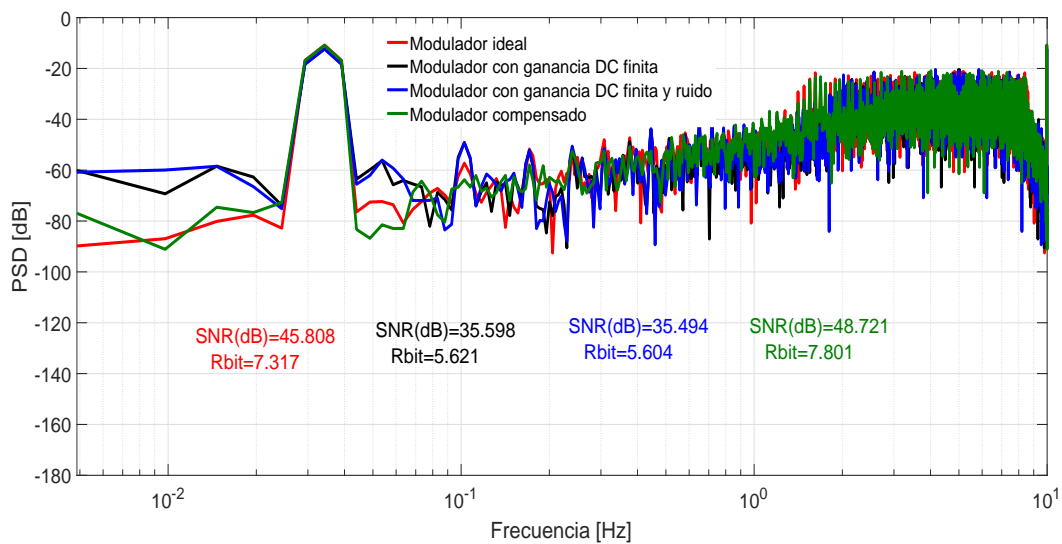


Figura 4.11: Compensación del modulador Sigma-Delta

En la respuesta de la Figura 4.11 se muestra el PSD del modulador Sigma-Delta. Es posible observar que la compensación del integrador nos permite de manera teórica la recuperación de la resolución de nuestro modulador Sigma-Delta, aun con la influencia del ruido y la ganancia DC finita. La ganancia DC finita $A_g = 4$ fue seleccionada con un valor muy limitado, para demostrar de manera teórica el funcionamiento de la propuesta.

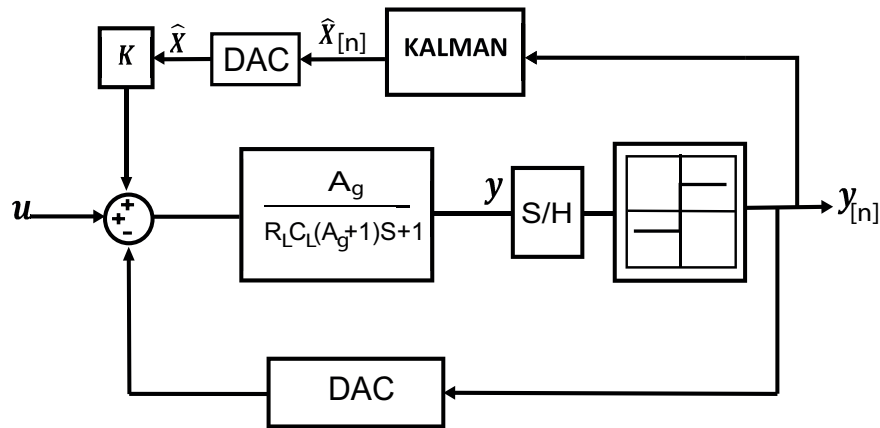


Figura 4.12: Compensación del modulador Sigma-Delta

Debe recordarse que en una aplicación real, la referencia se tomaría a partir de la conversión realizada por el modulador Sigma-Delta, puesto que el filtro de Kalman al ser discreto es utilizado de manera digital, Figura 4.12

4.2.7. Compensación modulador SDTC con un ESO

Otra propuesta de compensación es utilizar un estimador de estados diferente, en este caso un Observador de Estado Extendido o ESO (Extended State Observer), también llamado LESO para su versión más común para sistemas lineales (Lineal Extended State Observer) [33]. El ESO puede ser diseñado en tiempo discreto o continuo. Para la compensación del modulador Sigma-Delta, se utiliza un ESO en tiempo continuo, su versión analógica. Tomando como referencia un control de rechazo activo de perturbaciones ADRC [34,35] por sus siglas en inglés (Active Disturbance Rejection Control).

El ADRC consiste en estimar la perturbación que se desea conocer, para posteriormente con una ganancia de compensación, retroalimentar al sistema original para eliminar dicha perturbación.

Basado en el espacio de estados del integrador, sección 3.4.1 del modulador $\Sigma\Delta$ de primer orden, tenemos:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.9)$$

$$y = Cx \quad (4.10)$$

$$\text{con: } u = u_0 - y_k$$

$$u_0 = \text{entrada de señal}$$

Para hacer el observador ESO lo que hacemos es tomar o realizar una copia del sistema, pero en este caso se tomara de la siguiente manera:

$$\dot{z} = \alpha + \rho u \quad (4.11)$$

$$\bar{y} = z \quad (4.12)$$

con:

\dot{z} = variable de estimada del estado del sistema

$\alpha = Ax$ Representa donde se encuentra la perturbación

ρ = matriz de entrada B

Para nuestro observador, necesitamos conocer ρ puesto que es necesario para el observador. Además que la variable que se estimara será α , será nuestra perturbación [34,35]. El observador ESO tendrá la siguiente forma:

$$\dot{z} = \eta + L_1(y - \bar{y}) + \rho u \quad (4.13)$$

$$\dot{\eta} = L_0(y - \bar{y}) \quad (4.14)$$

con:

η = es la perturbación

L_1 y L_2 = son las ganancias del observador

Las ganancias del observador son necesarias para asegurar que el comportamiento del sistema original, además que estas ganancias permiten asegurar la estabilidad del observador, para obtenerlas es necesario observar la dinámica del error del observador.

$$\begin{aligned}
 e &= y - z \\
 \dot{e} &= \dot{y} - \dot{z} \\
 \dot{e} &= \alpha + \rho u - (\eta + L_1 e + \rho u) \\
 \dot{e} &= \alpha - \eta - L_1 e \\
 \ddot{e} &= \dot{\alpha} - \dot{\eta} - L_1 \dot{e} \\
 \ddot{e} &= \dot{\alpha} - L_0 e - L_1 \dot{e} \\
 \ddot{e} + L_1 \dot{e} + L_0 e &= \dot{\alpha}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto la dinámica del error se escribe de la forma:

$$\ddot{e} + L_1 \dot{e} + L_0 e = \dot{\alpha} \quad (4.15)$$

Utilizando transformada de Laplace en (4.15), obtenemos una función de la forma (4.16), de la cual es posible obtener la función de transferencia de la función (4.17) del error.

$$E(s)(S^2 + L_1 S + L_0) = \alpha(s)S \quad (4.16)$$

$$E(s) = \frac{\alpha(s)}{S^2 + L_1 S + L_0} \quad (4.17)$$

Dicha dinámica se representa en espacio de estados como:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -L_0 & -L_1 \end{pmatrix}}_{A_{obs}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B_{obs}} \alpha(t)$$

$$e(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}}_{C_{obs}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Si L_0 y L_1 se seleccionan tal que la matriz A_{Obs} sea Hurwitz con valores propios reales aislados en orden decreciente $\lambda_1(A_{obs}) < \lambda_2(A_{obs})$ entonces dado [35], es posible mostrar que el error converge a una circunferencia de radio $\varrho = \frac{\bar{\alpha}K_0}{\lambda_1}$.

Donde $\bar{\alpha} = \|T\|\|T^{-1}\|$ y K_0 es la cota máxima de α siendo T una matriz que diagonaliza a la matriz A_{Obs} . Si se estima de manera correcta, el error debe converger a cero. Donde w_n tiene el valor de la frecuencia del sistema, en nuestro caso es la frecuencia de muestreo utilizada para el modulador $\Sigma\Delta$. La forma de aplicar el observador ESO con el modulador Sigma-Delta se muestra en la Figura 4.13.

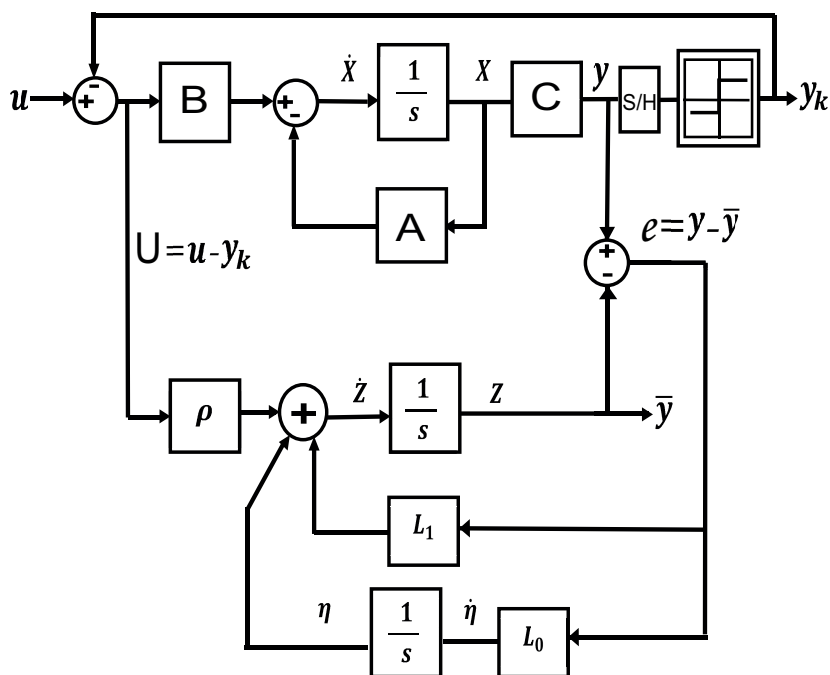


Figura 4.13: Espacio de estados de modulador SDTC con ESO

Los valores para las matrices A , $B = \rho$ y C son tomadas del espacio de estados del modulador $\Sigma\Delta$, sección 3.4. En este caso el observador está en tiempo continuo, no se realiza la conversión de valores a tiempo discreto. Para evaluar el diseño del observador propuesto, se toma nuevamente el modelo del modulador $\Sigma\Delta$.

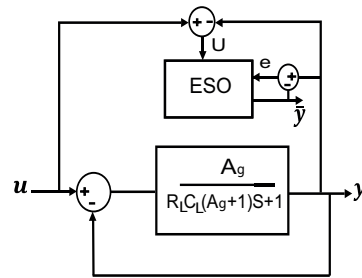


Figura 4.14: Simulación del observador y el integrador.

El observador y el integrador con pérdida están estimulados con un entrada de escalón para evaluar la respuesta del sistema. Tomando como referencia los valores de la Tabla 4.1 y el modelo de la Figura 4.14.

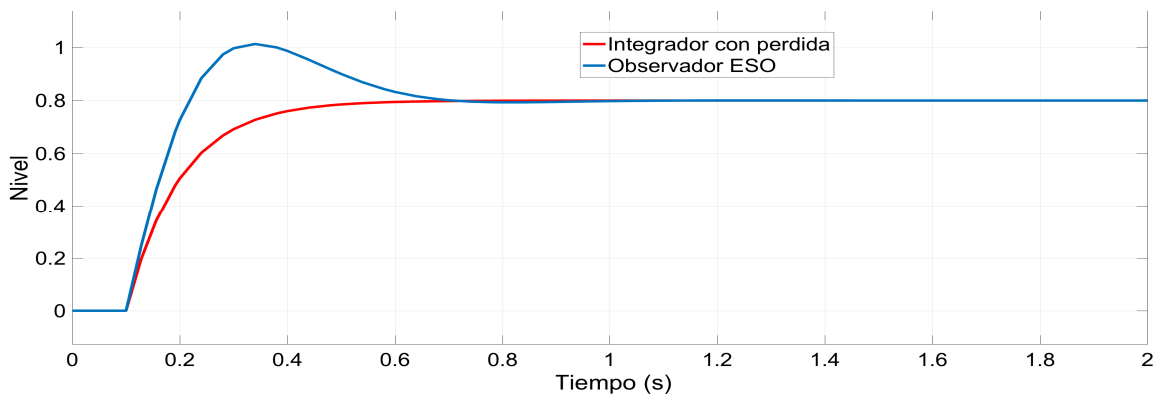


Figura 4.15: Salida del integrador con ganancia DC finita y ESO.

Figura 4.15 muestra la respuesta transitoria y el observador sigue al integrador, por lo que se considera que el observador esta funcionando satisfactoriamente.

Para la compensación del sistema, es necesario retroalimentar la perturbación estimada a través del ESO. La Figura 4.16 muestra la implementación a nivel de bloque del sistema y el uso de la compensación basada en el ADRC. La compensación del ADRC debe cancelar la perturbación α al estimar el parámetro η . La ganancia K asegura que el estado estimado pueda eliminar la perturbación cuando η es cercano al valor estimado de α . Esta ganancia debería depender de la ecuación característica

del error del integrador. El modulador Sigma-Delta es de primer orden y el control depende solo de un coeficiente dado el único integrador en uso.

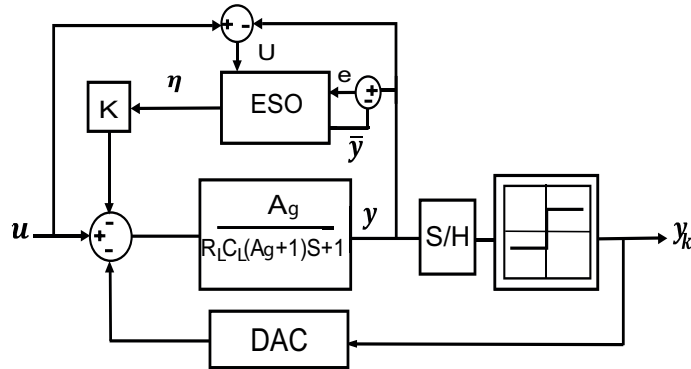


Figura 4.16: Modelo de compensación del modulador Sigma-Delta

Tomando los mismo valores de simulación previa, pero implementado la compensación para el integrador.

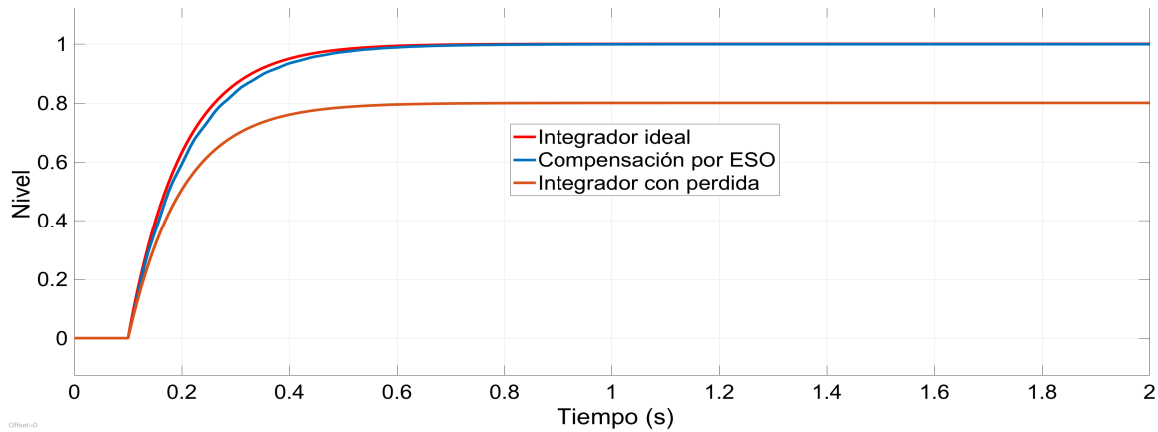


Figura 4.17: Comparación de integradores idel, compensado y con pérdida

Se muestra en la Figura 4.17. que la respuesta del integrador compensado es muy cercana al integrador ideal, en comparación al integrador con el efecto de la ganancia DC finita. se observa que la inclusión de una ganancia del punto de retroalimentación asegura la cancelación, la ganancia se toma como $K = 25$ basados en la Figura 4.16

Finalmente en la Figura 4.18 se muestra una simulación, donde se observa el espectro (PDS) de la respuesta del modulador $\Sigma\Delta$ compensada y la compara con un modulador con un integrador con pérdida, tomando el caso ideal.

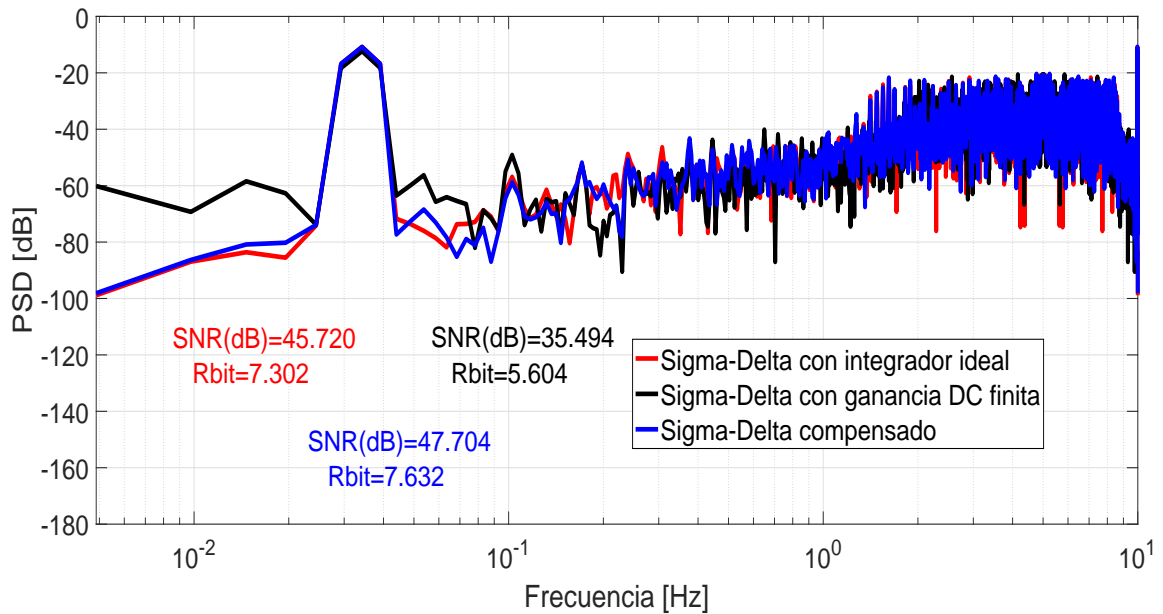


Figura 4.18: comparación del PDS.

Se observa que la compensación en el integrador afecta directamente el comportamiento del modulador Sigma-Delta y se refleja en su resolución, que se recupera incluso con una ganancia finita muy baja, por lo que la compensación por ESO es efectiva.

Nota: El control ADRC se usa usualmente añadiendo otro bloque de control [34,35], pero para el modulador $\Sigma\Delta$, hacemos un punto de retroalimentación para el sistema, con el propósito de cancelarlo con la perturbación presente en el sistema y disminuir sus efectos.

4.3. Comparación de compensaciones ESO y filtro de Kalman

En esta sección se realizó una comparación entre la compensación propuestas mediante el filtro de Kalman y un Observador de Estado Extendido, donde se muestra su respuesta en frecuencia, para los valores normalizados de la Tabla 4.1, con la diferencia que se han tomado parámetros de ruido adicional de señal de entrada de $10^{-4}v_{rms}$ y de $10^{-4}v_{rms}$ para el ruido en el integrador, con un ruido térmico para una temperatura de $300k^{\circ}$, siendo valores mas reales.

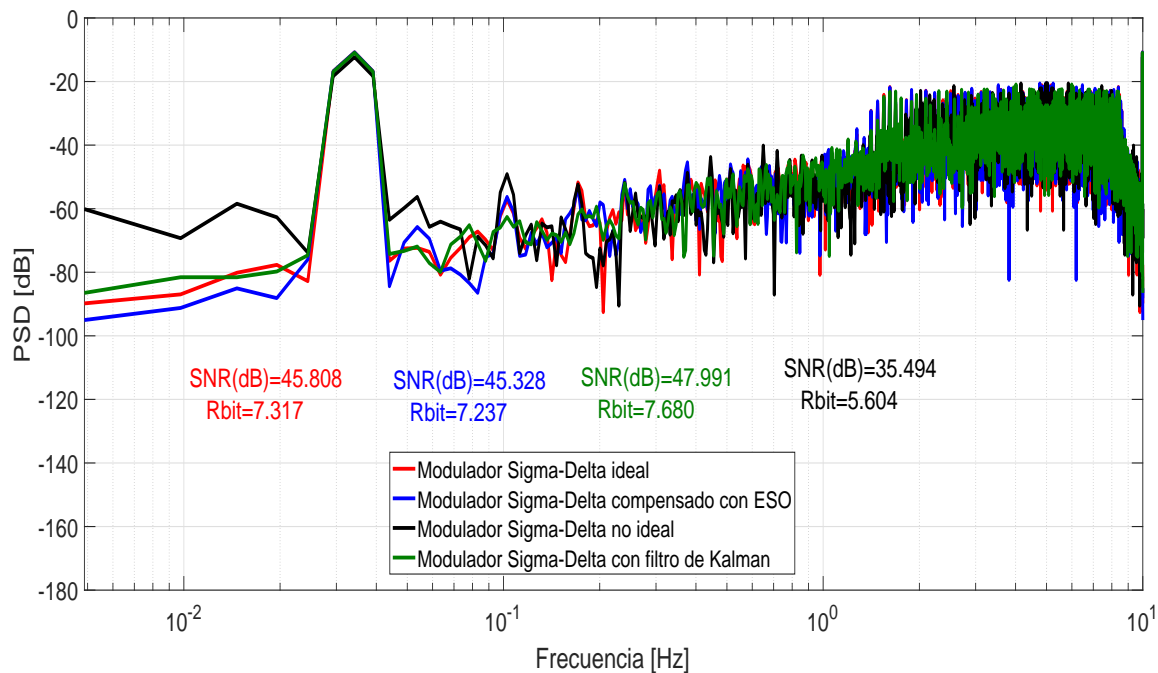


Figura 4.19: Comparación del modulador Sigma-Delta compensado, con integrador ideal y no ideal.

Para ambos casos se observa una leve reducción en comparación a las anteriores simulaciones. En esta el filtro de Kalman, aparentemente es mejor, dado que no tiene influencia del ruido de entrada de la señal. Tomando un resultado mas real, se puede considerar que ambas compensaciones permiten obtener una recuperación del sistema.

COMPENSACIÓN	SNR(dB)	ENOB[N]
No ideal	35.494	5.604
Filtro de Kalman	47.991	7.680
Observador ESO	45.328	7.237

Tabla 4.2: Comparación con valores de simulación normalizados

Sistema	SNR ideal	SNR no-ideal	SNR	Incremento	Implementación
Filtro de Kalman	45.808dB	35.494dB	47.991dB	104 %	Simulación
Observador ESO	45.808dB	35.494dB	45.328dB	98.9 %	Simulación
Referencia [26]	94.5dB	51.5dB	93.5dB	98.9 %	Digital
Referencia [31]	85.2dB	59.3dB	79.3dB	93.07 %	Analógico

Tabla 4.3: Comparación de mejora aproximada para la compensación

4.3.1. Comentarios finales de comparación

El filtro de Kalman

1. Tiene la ventaja que únicamente se necesita tomar la referencia presidiendo de la entrada.
2. Para su implementación es posible realizar una modificación al mismo para evitar las operaciones que impliquen una división [36].
3. Su aplicación en dispositivos programables tiene un costo de memoria bajo con respecto a otro tipo de observadores, incluido el ESO.
4. Tiene la desventaja que al ser de tiempo discreto, es necesaria una conversión de señales que repercute en un resultado inferior de compensación.

Observador de Estado Extendido.

1. Tiene la ventaja de ser aplicado en tiempo continuo.
2. Tiene la ventaja que es mas sencillo de implementar.
3. Funciona para compensar aun otras no idealidades tomadas en cuenta.

4. Tiene la desventaja que a estimación depende de elementos con perdidas, lo cual puede llegar a repercutir en una variación de estimación.
5. Tiene la desventaja que si se utilizara el observador con elementos programables tiene un mayor costo de memoria con respecto al filtro de Kalman.
6. Se debe tomar en cuenta que es necesario un calculo correcto de las ganancias del observador ya que de lo contrario el sistema no será estable.

Capítulo 5

Síntesis del filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un elemento que puede ser diseñado de manera analógica y digital, siendo el primero una versión rara vez utilizada, mientras que el filtro de Kalman digital es un elemento con una gran variedad de aplicaciones. Ya que una de las tendencias en tecnología es llevar los dispositivos a una aplicación en circuito integrado, en este capítulo se presenta el diseño de una versión del filtro de Kalman para aplicación en circuito integrado, mediante el uso del lenguaje HDL (Hardware Description Language) Verilog [37], con ayuda del software Virtuoso de Cadence [37] la síntesis de este dispositivo, para una tecnología de 180nm.

5.1. Modelo en Verilog para el filtro de Kalman

El lenguaje HDL es diferente a un lenguaje de programación, ya que este no describe instrucciones, si no, elementos físicos, en este caso, elementos de circuitos electrónicos con lógica digital, esto para el caso de Verilog.

El lenguaje Verilog nos permitirá hacer una descripción de nuestro dispositivo, su funcionamiento o lógica. Para el diseño del filtro de Kalman describiremos su comportamiento y funcionamiento, lo que nos permitirá diseñar cada uno de los elementos que describen el algoritmo del filtro de Kalman (Capítulo 2) y traducirlo a elementos

digitales. Para el diseño del filtro de Kalman, se tomaron los valores y parámetros de la Tabla 4.1 y así obtenernos un modelo en espacio de estados.

5.1.1. Elementos del filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo como se muestra en la Figura 2.11 (Capítulo 2). Para el diseño del filtro de Kalman mediante Verilog, se ha tomado el algoritmo y se dividió en 3 elementos principalmente, que son:

1. Estimación: Ecuaciones que proyectan en el tiempo.
2. Ganancia de Kalman: ganancia que garantiza la mejor respuesta de Kalman.
3. Corrección: Ecuaciones que actualizan las mediciones.

Cada uno de estos elementos consta representa el ciclo del algoritmo iterativo del filtro de Kalman, y se añadieron 2 2 elementos adicionales indispensables para su diseño.

1. Entrada: Cada iteración tomada como referencia de la salida del modulador Sigma-Delta de tiempo continuo y se adapta a un código en tamaño de 7 bits.
2. Control: Necesario para asegurar que el filtro de Kalman siga cada uno de los pasos del algoritmo hasta que se tenga resultado del anterior.

Para el diseño del filtro de Kalman se realizó una modificación al mismo, ya que se piensa en una aplicación física, esta modificación se realizó en la ganancia de Kalman, donde se elimina la división que se realiza en ese elemento, por un valor constante para multiplicar de valor $\frac{1}{R}$, siendo R la covarianza del ruido de medición. Esta modificación se basa en [36].

Ganancia de Kalman:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (5.1)$$

Donde sabemos que en nuestro caso la matriz $C = H$ en tiempo discreto tiene un valor de 1, siendo P_k^- la covarianza del error en el filtro de Kalman para el estado anterior.

$$K_k = P_k^- (R)^{-1} \quad (5.2)$$

Las demás ecuaciones conservan su forma, tanto la de estimación como las de corrección.

Estimación:

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} \quad (5.3)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (5.4)$$

Corrección:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (Z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (5.5)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (5.6)$$

Para el diseño por tanto tenemos un ciclo como en la Figura 5.1, iniciando por la estimación.

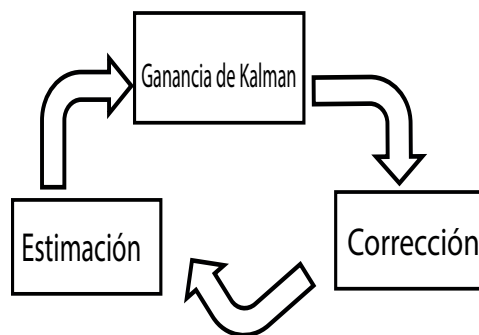


Figura 5.1: Ciclo de Kalman propuesto.

5.1.2. Elementos en Verilog del filtro de Kalman

Una vez que tenemos cada uno de los elementos seleccionados, realizamos un modelo de cada uno en Verilog, según su función y ecuación. En este caso debemos empezar a tomar en cuenta que al ser un elemento gobernado por un tiempo tendremos un reloj para los elementos y un control que distribuye el flujo de información y el ciclo del filtro de Kalman.

Se describen cada uno de los módulos de Verilog que representan cada elemento del filtro de Kalman, los códigos en Verilog se encuentran en el Anexo C.

Nota: Las operaciones contienen elementos en decimales, pero, Verilog para una implementación de síntesis no permite el uso de operaciones en punto flotante. Por lo que se utiliza la lógica de un punto flotante, tomando los primeros 4 bits decimales y los siguientes 3 bits enteros, utilizando de esta forma para este diseño una palabra de 7 bits, pero no utilizando el tipo de variable en punto flotante que tiene Verilog.

Estimación:

Este elemento está basado en las ecuaciones de estimación en el tiempo (5.3, 5.4), es el encargado de tomar los valores de la matriz A_D del modelo en espacio de estados y los valores de covarianza del ruido Q y covarianza del error de Kalman P y permitir al filtro de Kalman estimar como se comportara el sistema, en este caso el modulador Sigma-Delta para un tiempo siguiente k .

Entrada	Tamaño	Salida	Tamaño
x	7 bits	xk	7 bits
p	7 bits	pk	7 bits
clk	1 bit	s	1 bits
a	1 bit		

Figura 5.2: Modulo de Estimación.

Donde:

x =estado estimado anterior (x_k)

p =covarianza de Kalman anterior P_k

clk =reloj que controla el modulo

a =control de inicio

xk =estado estimado siguiente (x_{k+1})

pk =covarianza de Kalman siguiente P_{k+1}

s =control de final.

Lo que tenemos es un elemento que funciona de manera que sus entradas x y p son usadas junto a la covarianza del ruido del sistema Q para efectuar las operaciones de las ecuaciones de proyección en el tiempo, donde esta controlado por un reloj clk . Los resultados de las operaciones son dados por xk y pk .

Nota: el valor de la covarianza del ruido del sistema Q depende del sistema, para nuestro caso tiene un valor 1.2, traducido de palabra digital en bits a valor real, para nuestro punto flotante es $Q = 16$.

Ganancia de Kalman:

Este elemento consiste en tomar los valores de salida del modulo de **estimación** y guardarlos para el siguiente módulo, con la finalidad que no se pierda información. Realiza el calculo de la ganancia de Kalman de acuerdo a lo propuesto en la sección 5.1.1.

Entrada	Tamaño	Salida	Tamaño
p	7 bit	pk	7 bits
x	7 bits	xk	7 bits
clk	1 bit	k	7 bits
a	1 bit	s	1 bit

Figura 5.3: Modulo de Ganancia de Kalman.

Donde:

x =estado estimado (x_k)

p =covarianza de Kalman P_k

clk =reloj que controla el modulo

a =control de inicio

xk =estado estimado (x_k)

pk =covarianza de Kalman P_k

k =Ganancia de Kalman

s =control de final.

Este elemento funciona tomando las entradas x y p y las envía directamente a las salidas xk y pk . Utiliza la entrada p y la covarianza del ruido de medición R para el calculo de la ganancia de Kalman k .

Nota: El valor de la covarianza del ruido R depende de como es obtenida la referencia, para nuestro caso $R = 0.9$, para nuestro punto flotante es $R = 15$

Corrección:

Este elemento toma los valores estimados que vienen del módulo anterior, donde la referencia se toma de la salida del modulador $\Sigma\Delta$. A partir del error se actualiza la medición y nos entrega la mejor estimación del estado a la salida.

Entrada	Tamaño	Salida	Tamaño
x	7 bits	xk	7 bits
p	7 bits	pk	7 bits
z	7 bits	s	1 bits
k	7 bits		
clk	1 bit		
a	1 bit		

Figura 5.4: Modulo de Corrección.

Donde:

x =estado estimado (x_k)

p =covarianza de Kalman P_k

z = referencia del Modulador SDTC

k =ganancia de Kalman

clk =reloj que controla el modulo

a =control de inicio

xk =mejor estado estimado (x_k)

pk =covarianza de Kalman mejor P_k

s =control de final.

Este módulo toma las entradas x,p,k respectivamente y utilizando la referencia z realiza en calculo de estimación de estado final xk y covarianza del error pk . Nuestra salida final es xk la cual es la salida final del filtro de Kalman, y estas entradas nuevamente son introducidas al filtro de Kalman, para reiniciar las iteraciones.

Todos los módulos anteriores, para poder iniciar es necesario que la entrada a tenga valor de 1, cuando tiene un valor 0 conserva los valores anteriores y no efectúa ninguna operación, la variable s marca que las operaciones finalizaron y puede pasar al siguiente elemento del ciclo de Kalman.

Entrada:

Este módulo toma las muestras de referencia del modulador Sigma-Delta y lo convierte en una palabra en bits para poder ser utilizada en el filtro de Kalman digital.

Entradas	Tamaño	Salidas	Tamaño
referencia	1 bit	z	7 bits
clk	1 bit		

Figura 5.5: Modulo de Entrada (Referencia).

Donde:

referencia =valor de salida tomado del modulador Sigma-Delta observado

clk =reloj que controla el módulo

z =referencia convertida en palabra de 7 bits.

Control:

Este elemento es muy importante, ya que permite que el sistema funcione según el ciclo establecido, como su nombre indica, controla el filtro de Kalman y el flujo de la información.

Entrada	Tamaño	Salida	Tamaño
<i>ae</i>	1 bit	<i>se</i>	1 bit
<i>ak</i>	1 bit	<i>sk</i>	1 bit
<i>ac</i>	1 bit	<i>sc</i>	1 bit
<i>clk</i>	1 bit		

Figura 5.6: Modulo de Control.

Donde:

ae=salida final módulo de estimación
ak=salida final módulo de Ganancia de kalman

ac=salida final modulo de corrección

clk =reloj que controla el módulo

se=control inicial módulo de estimación

sk=control inicial de módulo Ganancia de Kalman

sc=control inicial módulo de corrección.

Este módulo lo que hace es recibir el valor de control final de un modulo para dar paso al siguiente, este proceso se repite todo el tiempo, bloqueando los módulos anteriores y posteriores hasta que se reciba un valor de entrada que marque que el modulo que esta efectuando una operación a finalizado sus cálculos.

Kalman:

Este modulo solo tiene la tarea de unir todos los módulos, solo cuando se requiera, pueden usarse los módulos por separado.

Entradas	Tamaño	Salidas	Tamaño
ref	1 bit	salida	7 bits
clk	1 bit		

Figura 5.7: Modulo de Kalman.

Donde:

ref =valor de salida tomado del modulador Sigma-Delta observado

clk =reloj que controla el módulo

z =Salida de estado estimado del filtro de Kalman en palabra de 7 bits.

5.2. Síntesis de un filtro de Kalman en Cadence®

Para la síntesis del filtro de Kalman , primero se realiza una simulación que consiste en tomar el modelo que tenemos en Verilog y realizar una simulación en Virtuoso, observando su funcionamiento, ya que esta simulación es mas cercana a una aplicación real. Posteriormente se toma el modelo una ves comprobado su funcionamiento y se realiza una síntesis que nos permita obtener el diseño en circuito integrado del Filtro de Kalman, todo esto con ayuda del software de Cadence®.

5.2.1. Simulación Virtuoso

Generamos un modelo del filtro de Kalman para poder realizar la simulación, para el diseño del filtro de Kalman se utilizaron los parámetros de la Tabla 4.1 y los módulos en Verilog.

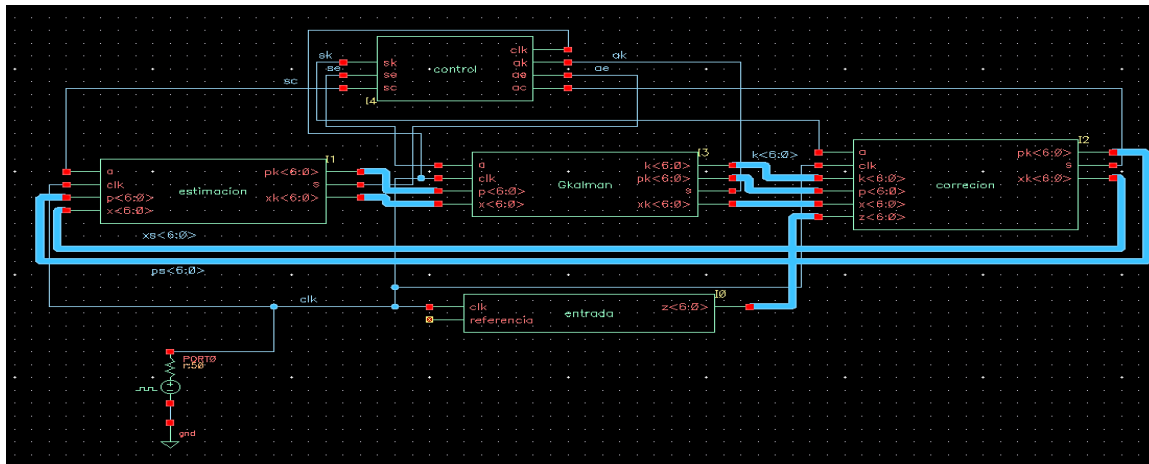


Figura 5.8: Filtro de Kalman.

La Figura 5.8 muestra el diseño del filtro de Kalman realizado en Verilog y se muestra en un diseño de Virtuoso. Para realizar la simulación de prueba, tomamos un modulador Sigma-Delta diseñado en Verilog previamente, mostrado en la Figura 5.9.

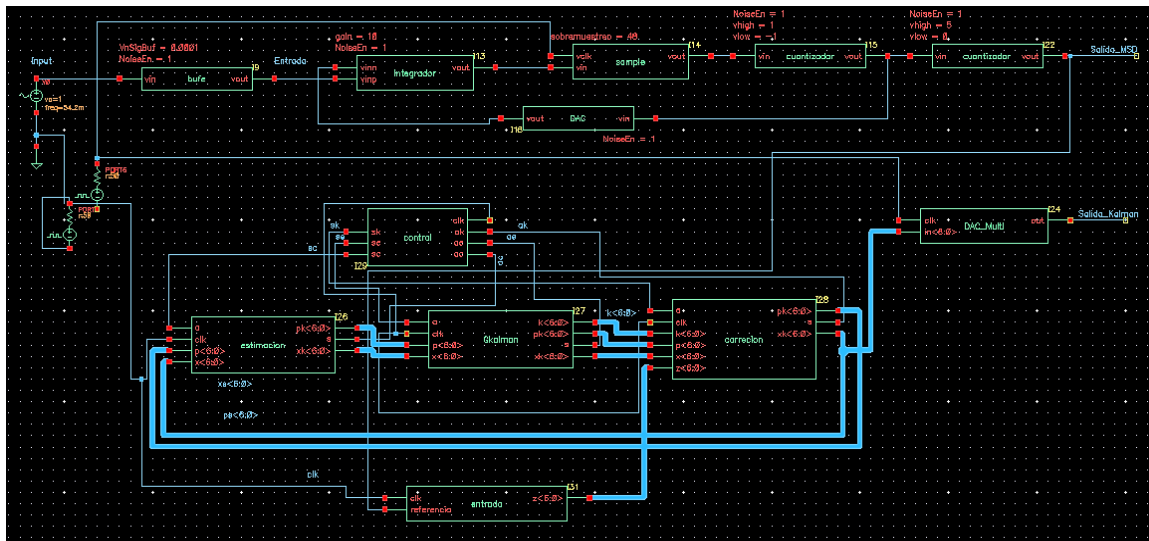


Figura 5.9: Filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta.

Nota: El reloj del filtro de Kalman debe ser mas veloz, es decir a una frecuencia mas alta que el reloj del modulador $\Sigma\Delta$, para permitir al filtro de Kalman realizar todas las operaciones necesarias. Con una relación 10 veces mas veloz, es decir 10 veces la frecuencia del reloj del modulador $\Sigma\Delta$ como mínimo, cuanto mas alto mejor sera la estimación.

Realizamos una simulación para observar la respuesta de nuestro Filtro de Kalman, como en la sección 4.1.2. Esta simulación presenta una un reloj 10 veces superior para el filtro de Kalman.

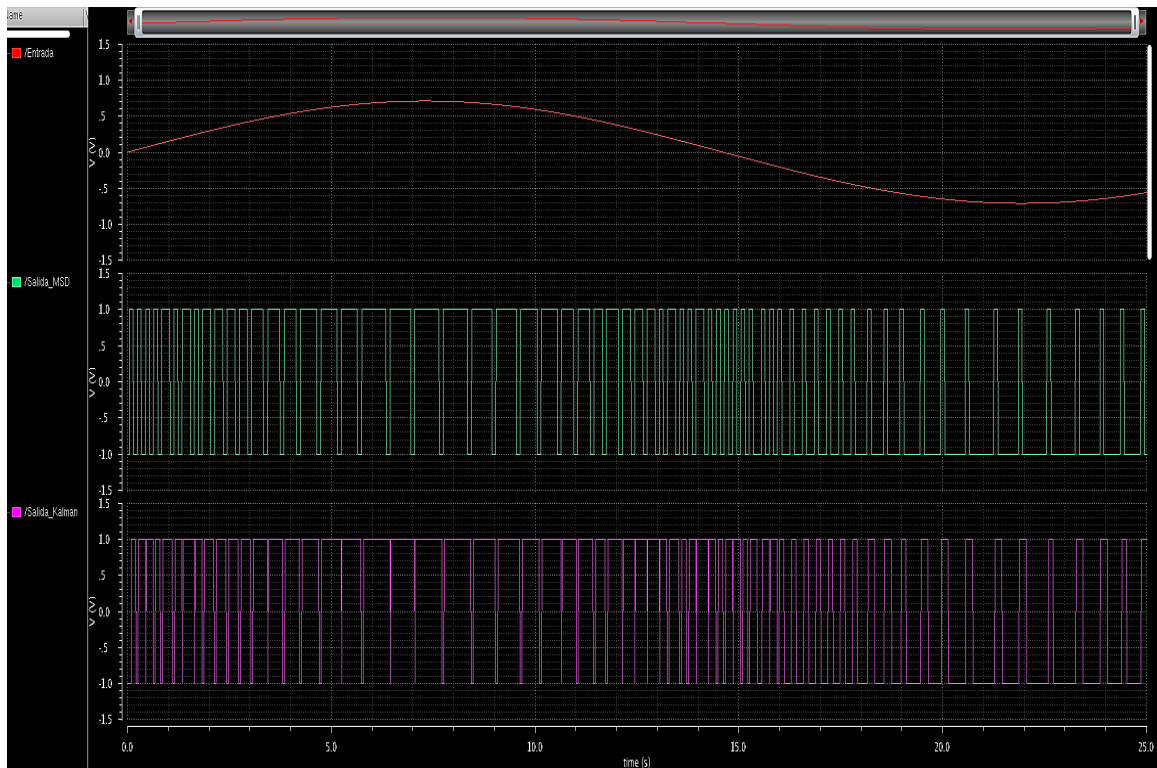


Figura 5.10: Respuesta del filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta, reloj 10 veces superior.

La simulación de la Figura 5.10 permite observar que nuestro filtro de Kalman esta estimando correctamente al modulador $\Sigma\Delta$, pero se debe mencionar que es una estimación que muestra un leve error.

Posteriormente se presenta una simulación con una frecuencia de reloj 20 veces mayor para el filtro de Kalman, con respecto al modulador $\Sigma\Delta$.

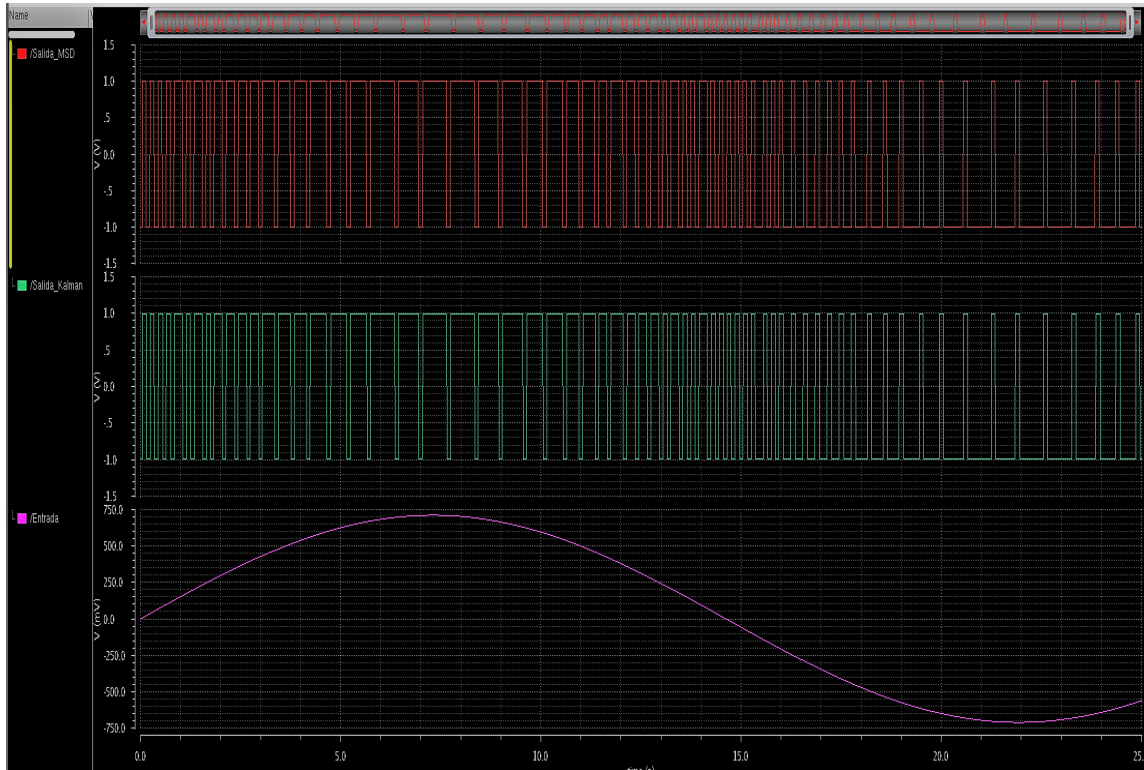


Figura 5.11: Respuesta de filtro de Kalman y modulador Sigma-Delta, reloj 20 veces superior.

De la simulación de la Figura 5.11 obtenemos una respuesta para el filtro de Kalman con un error mínimo, por lo que se puede concluir que esta estimando correctamente al modulador $\Sigma\Delta$ con mas precisión conforme se tiene un reloj superior al del sistema original.

5.2.2. Síntesis final del filtro de Kalman en tecnología de 180nm

La tecnología de 180nm data de los años 1998 y 1999, posteriormente fue sustituida en su nivel de uso para tecnología de 150nm en los 2000. Esta tecnológica tiene la característica que funciona con un voltaje de operación de 1.8v a 3.3v.

Sus características principales son:

- 4 a 6 capas de metal
- Capacitores de metal-aislante (MIM) de $1,0fF/\mu m_2$
- Capacitores de metal aislante (MIM) de $2.0fF/\mu m_2$ (depende del diseño)
- Condensadores apilados de metal-aislante (MIM) de $4.0fF/\mu m_2$ (depende del diseño)
- Proceso de salicide con bloqueo opcional.
- 1.8 V, 3.3V de voltaje central
- 3.3 VI / O voltaje con entrada tolerante de 5V
- Resistencias de poly,diffusion y well.

Si se desean conocer mas características véase el Anexo D.

Una vez que se comprueba que el filtro de Kalman tiene una respuesta satisfactoria, se procede a realizar lo que es la síntesis de este dispositivo, mediante el usos de celdas digitales para la aplicación de un circuito integrado.

Tomando lo que es el modelo en Verilog que tenemos en Virtuoso, se procede a convertir en un elemento que contenga los distintos dispositivos digitales que describan al filtro de Kalman, diseñando en Verilog.

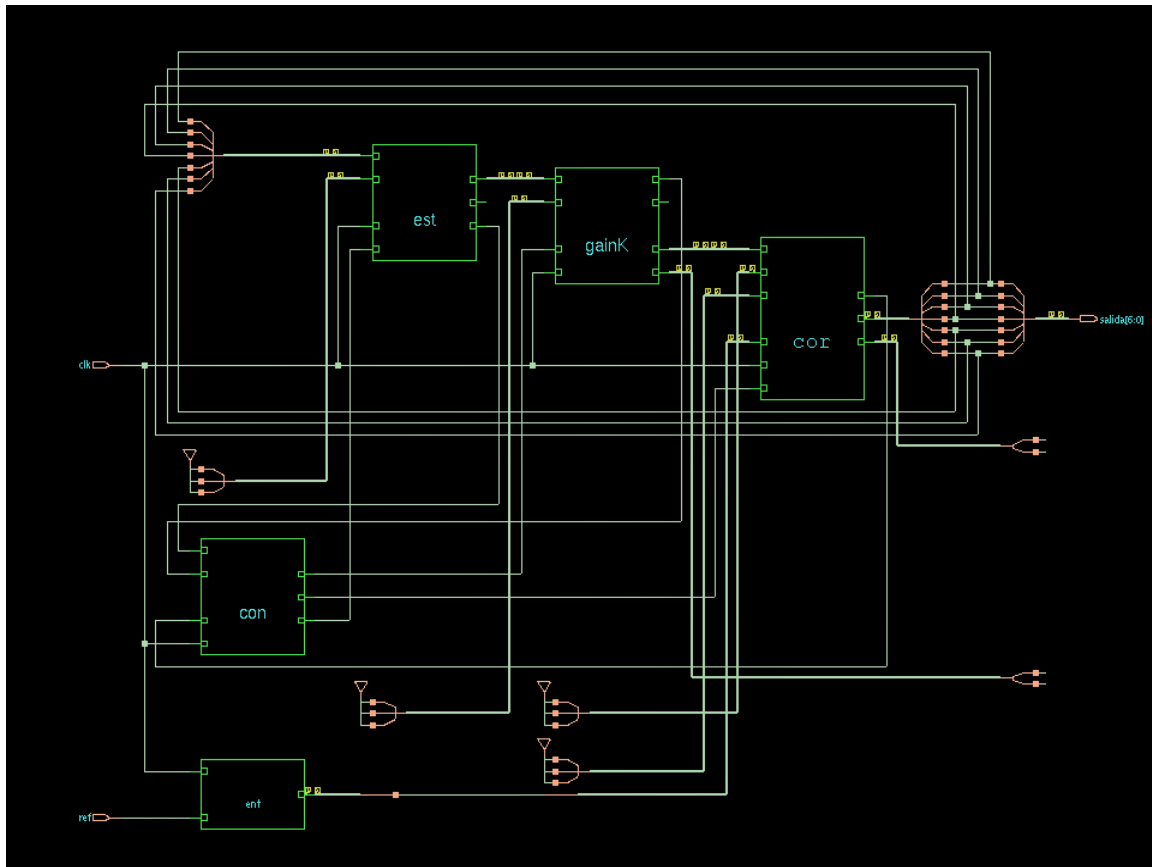


Figura 5.12: Filtro de Kalman conexiones.

A partir de este elemento y con ayuda del software de Cadence®, podemos obtener lo que es un modelo del filtro de Kalman a nivel de celdas digitales integradas, el cual se muestra como en la Figura 5.13, para este caso utilizamos la tecnología de 180nm, donde se tienen 123 elementos o celdas digitales que componen este dispositivo, Figura 5.14

Para que ya sea considerado para una implementación a nivel integrado, es necesario obtener el layout del filtro de Kalman. Utilizando nuevamente Cadence® obtenemos el modelo final del filtro de Kalman en layout, véase la Figura 5.15, este modelo ya representa un elemento físico en circuitos digitales y está listo para ser utilizado en una implementación mediante su fabricación.

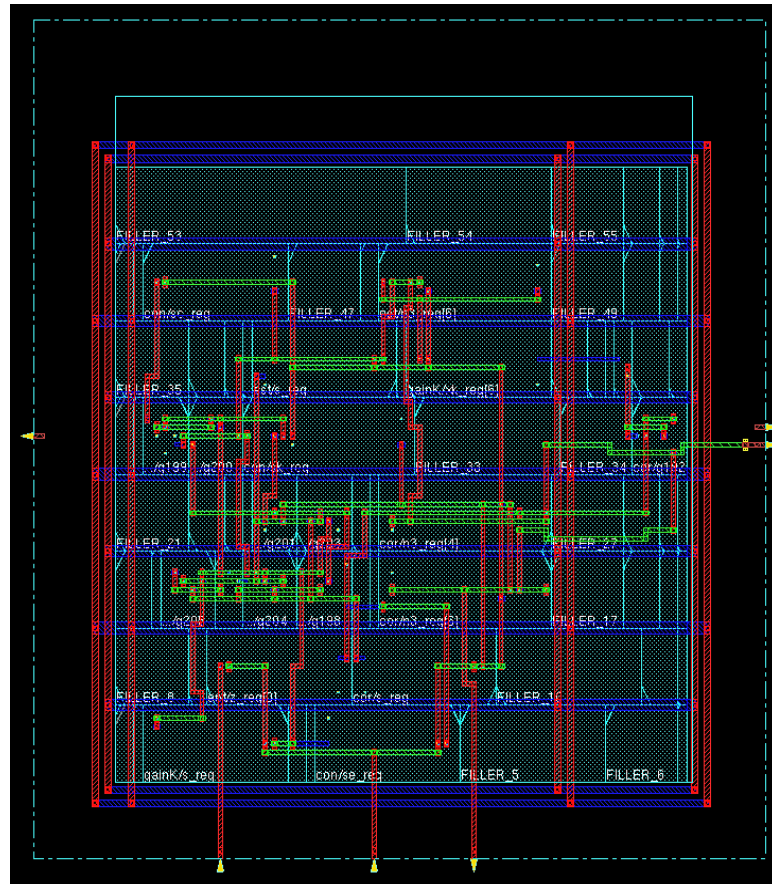


Figura 5.13: Filtro de Kalman a esquema de diseño nivel de celdas digitales.

Type	Instances	Area	Area %
sequential	28	1512.40	46.90
inverter	13	81.25	2.50
logic	82	1628.02	50.50
TOTAL	123	3221.67	99.90

Figura 5.14: Elementos que componen la síntesis del filtro de Kalman y su área en micrometros cuadrados μm^2 .

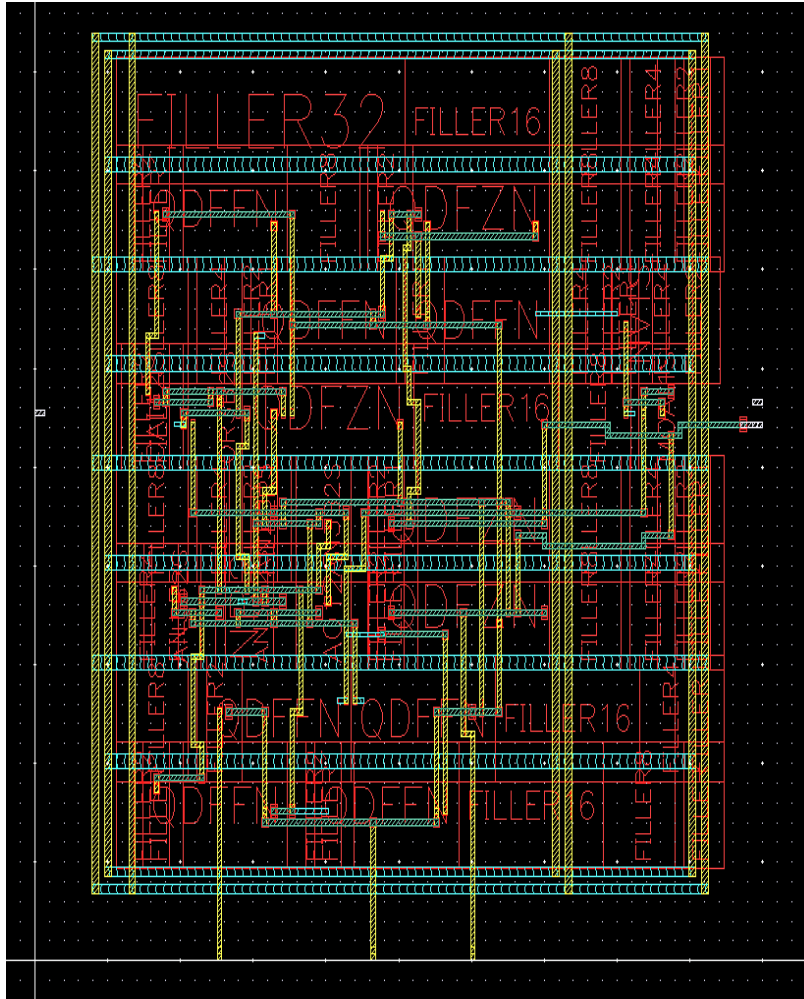


Figura 5.15: Layout del filtro de Kalman.

Instance	Cells	Cell Area	Net Area	Total Area	Wireload	WL Flag
Kalman	123	3221.67	0.00	3221.67	enG5K	(S)
Kalman/con	11	293.73	0.00	293.73	enG5K	(S)
Kalman/cor	68	1493.65	0.00	1493.65	enG5K	(S)
Kalman/ent	1	49.00	0.00	49.00	enG5K	(S)
Kalman/est	35	984.31	0.00	984.31	enG5K	(S)
Kalman/gainK	8	399.97	0.00	399.97	enG5K	(S)

Figura 5.16: Área de los módulos de Kalman en micrómetros cuadrados μm^2 .

Instance	Cells	Leakage (nW)	Internal (nW)	Net (nW)	Switching (nW)
Kalman	123	11.86	119889.85	86672.53	206562.37
Kalman/con	11	1.16	9513.42	7347.37	16860.79
Kalman/cor	68	5.23	54247.28	51356.53	105603.81
Kalman/ent	1	0.22	2644.31	594.00	3238.31
Kalman/est	35	3.44	32468.25	15501.37	47969.62
Kalman/gainK	8	1.80	21016.58	9298.12	30314.70

Figura 5.17: Consumo de potencia de los módulos de la síntesis del filtro de Kalman en nano-Watts (nW).

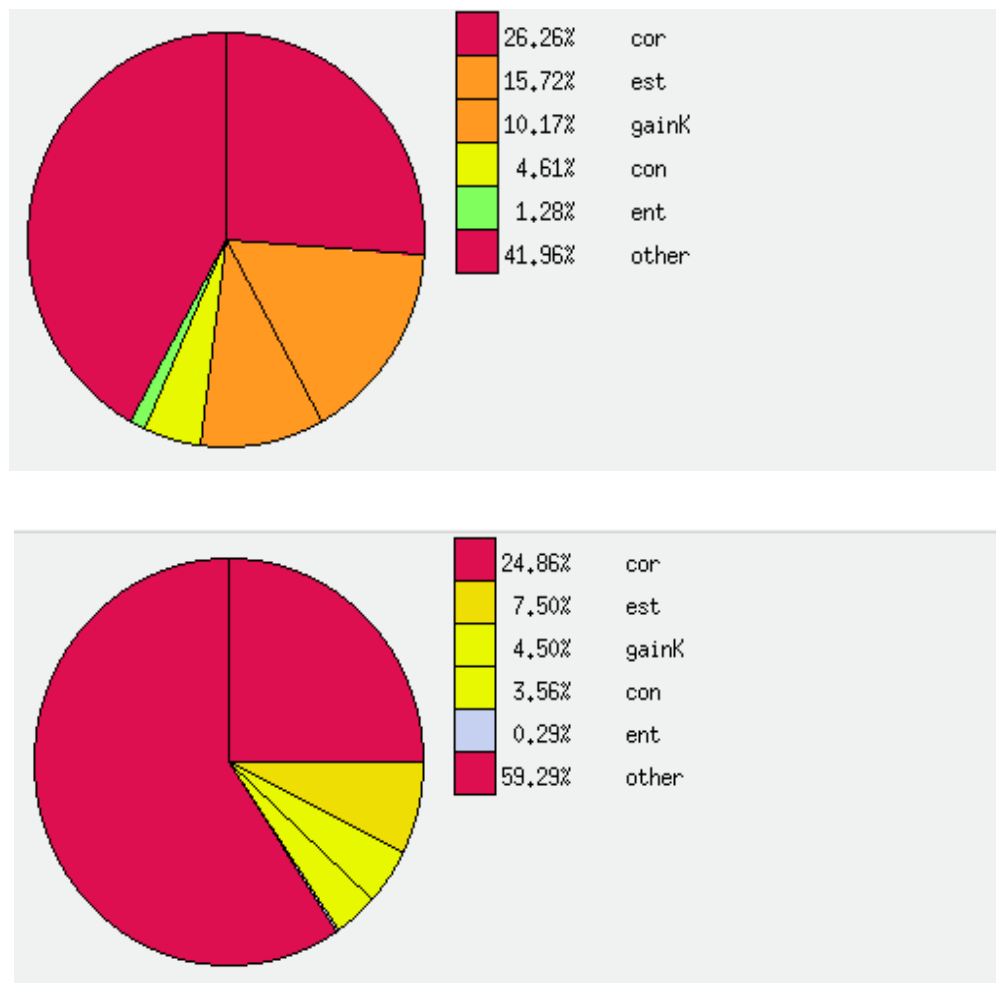


Figura 5.18: Consumo de potencia de los elementos y nodos de conexión de la síntesis del filtro de Kalman.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Conclusión

Mediante el análisis de lo que es el efecto de la ganancia DC finita dentro del modulador Sigma-Delta se observó que esta repercute directamente en la relación Señal-Ruido limitando y disminuyendo la resolución efectiva de este convertidor analógico-digital.

Con el diseño de un filtro de Kalman como un estimador de estados basado en el integrador de un modulador Sigma-Delta, tomando en cuenta la función de transferencia con el efecto de la ganancia DC finita y la **retroalimentación de estados**. Se compensó de manera teórica un modulador Sigma-Delta con una ganancia DC finita muy limitada, logrando una recuperación de 1.7 bits como mínimo y un incremento de 10 dB de SNR para una ganancia DC muy limitada.

A través del diseño de un Observador de Estado Extendido (ESO) como otra opción para disminuir o eliminar el efecto negativo de la ganancia DC finita en el modulador Sigma-Delta, dando como resultado una recuperación de 1.5 bits y una SNR de 9.8dB, siendo el observador de estados un elemento en tiempo continuo .

Finalmente se obtuvo el diseño de un filtro de Kalman para aplicaciones integradas funcional, que puede ser aplicado a un modulador Sigma-Delta con las características mostradas para este trabajo. Sin embargo, es un diseño que puede ser adaptado a otros moduladores Sigma-Delta con distintos parámetros, siempre que se hagan las modificaciones correspondientes para el uso del filtro de Kalman respecto al modelo en espacio de estados del modulador Sigma-Delta.

6.2. Trabajo futuro

Para dar continuidad a este trabajo es posible realizar:

Diseñar un modulador Sigma-Delta para una aplicación específica, diseñando un filtro de Kalman que compense a este dispositivo y permita obtener mejores resultados para su aplicación.

Realizar la implementación física del filtro de Kalman, mediante la fabricación de un circuito integrado y realizar las pruebas correspondientes para garantizar su óptimo funcionamiento.

Proponer nuevos diseños de un filtro de Kalman para un circuito integrado, utilizando otras variantes que existen, como los filtro de Kalman para sistemas no-lineales.

Aplicar una propuesta de compensación, pero utilizando un Observador de Estado Extendido y llevarlo a una implementación en circuito integrado.

Apéndice A

A.1. Ruido blanco

El ruido blanco se define como un proceso aleatorio estacionario que tiene una función de densidad espectral constante. El término "blanco" es una transición de la óptica, donde la luz blanca es luz que contiene todas las frecuencias visibles. Denotando la amplitud espectral del ruido blanco como A , entonces tenemos [21]:

$$s_{wn}(j\omega) = A \quad (\text{A.1})$$

La correspondiente función de autocorrelación para el ruido blanco es entonces:

$$R_{wn}(\tau) = A\delta(\tau) \quad (\text{A.2})$$

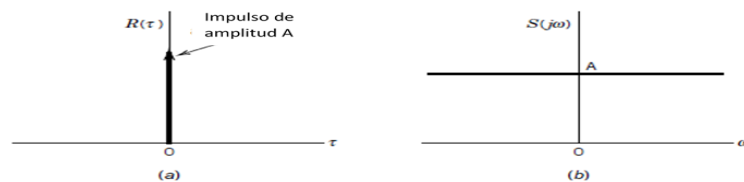


Figura A.1: Ruido blanco, (a)función de autocorrelación, (b)función de la densidad espectral

El ruido blanco de banda limitada es un proceso aleatorio cuya amplitud espectral es

constante en un rango finito de frecuencias, y cero fuera de ese rango. Si el ancho de banda incluye el origen (a veces llamado banda de base), entonces tenemos

$$S_{bwn}(jw) = \begin{cases} A & |w| \leq 2\pi W \\ 0 & |w| > 2\pi W \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Donde W es el ancho de banda físico en hertz. La correspondiente función de autocorrelación es:

$$R_{wn}(\tau) = 2WA \frac{\sin(2\pi W\tau)}{2\pi W\tau} \quad (\text{A.4})$$

A.2. Aliasing

El aliasing es el efecto que causa que señales continuas al momento de muestrearlas se tornen indistinguibles, esto es que la señal original no puede ser reconstruida a partir de la señal digital y es debido a una superposición en el espectro de la señal muestreada ya que la frecuencia de muestreo es insuficiente para capturar los cambios en la señal original, es decir que no cumple con el criterio de Nyquist-Shannon que nos dice que $f_s \geq 2F_{b_{max}}$, es decir que la frecuencia con que se muestrea la señal debe ser como mínimo el doble de la frecuencia máxima de la señal.

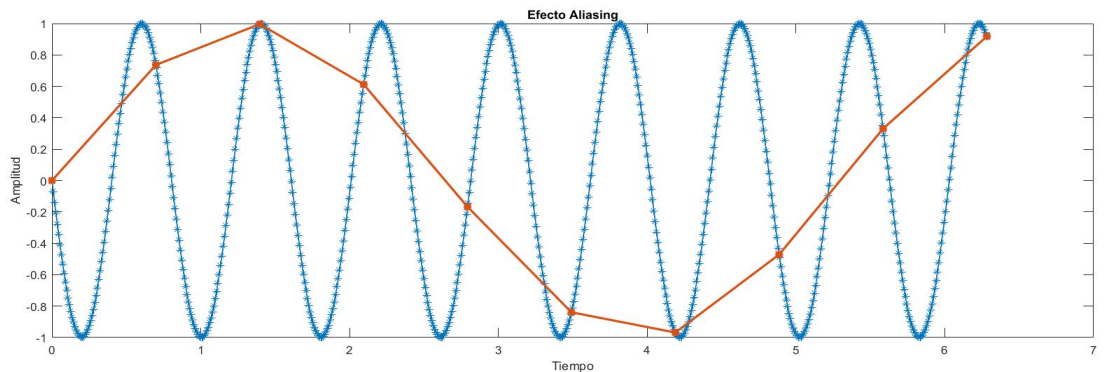


Figura A.2: Efecto de Aliasing

Apéndice B

B.1. Bases probabilistas del filtro e Kalman

Las señales de ruido (Figura B.1) no se pueden describir con funciones matemáticas explícitas tales como ondas sinusoidales, funciones escalonadas, y similares. Su descripción debe ser puesta en términos probabilísticos.

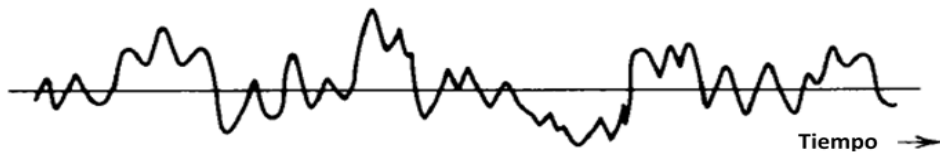


Figura B.1: Señal aleatoria de ruido [21]

Los investigadores tempranos reconocieron que las señales aleatorias podían ser descritas fríamente en términos de su contenido espectral, pero una descripción matemática rigurosa de tales señales no fue formulada hasta los años 40, sobre todo con el trabajo de Wiener y de Rice [20].

B.1.1. Media y varianza

El promedio se relaciona con la probabilidad. Por lo tanto, necesitamos formalizar la noción de promedio, debemos tener en cuenta que siempre promediamos los números. El promedio es sólo la suma de los números divididos por el número de cantidades que se promedian. En el caso aleatorio, el promedio muestral o la media muestral de una variable aleatoria X , y se expresa como μx o simplemente μ , es común referirse a esta media como la variable aleatoria X y se puede expresar como $E(X)$. El promedio o la media esta definida como:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} \quad (\text{B.1})$$

Comenzando con una probabilidad discreta, imagine una variable aleatoria cuyas n realizaciones posibles sean x_1, x_2, \dots, x_n . Las probabilidades correspondientes son p_1, p_2, \dots, p_n . Si tenemos N muestras, donde N es grande, esperamos aproximadamente $p_1 N x_1, p_2 N x_2$, etc. Por lo tanto, el promedio de la muestra sería

$$\bar{X}_{\text{muestra}} \approx \frac{(p_1 N)x_1 + (p_2 N)x_2 + \dots + (p_n N)x_n}{N} \quad (\text{B.2})$$

Esto sugiere la siguiente definición de valor esperado X para la probabilidad discreta es:

$$\mu = X = E(X) = \sum_n^{i=1} p_i x_i \quad (\text{B.3})$$

Donde n es el número de valores permisibles de la variable aleatoria X . Similarmente, para una variable aleatoria continua X , tenemos:

$$\mu = X = E(X) = X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (\text{B.4})$$

si X es una variable aleatoria discreta con distribución de probabilidad $f(x)$ y media

μ , la varianza de X se expresa como σ^2 y se define:

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum (x - \mu)^2 f(x) \quad (\text{B.5})$$

y cuando es continua:

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) \quad (\text{B.6})$$

La varianza es una propiedad estadística muy utilizada en las señales aleatorias, pues si se llegara a saber la varianza de una señal que de otro modo fuera supuesta constante alrededor de un valor, la magnitud de la varianza daría una ponderación de cuanto ruido tiene la señal, si X es continua, la raíz cuadrada de la varianza $\sqrt{\sigma^2} = \sigma$, se llama desviación estándar de X

B.1.2. Distribución normal o gaussiana

La variable aleatoria X se denomina normal o gaussiana si su función de densidad de probabilidad es:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (x - m_x)^2 \right] \quad (\text{B.7})$$

Observe que esta función de densidad contiene dos parámetros μ (B.6) y σ^2 (B.8). Éstas son la media y la varianza de la variable aleatoria. Observe que la función de densidad normal se especifica completamente asignando valores numéricos a la media y la varianza. Así, una notación abreviada ha llegado a un uso común para designar una variable aleatoria normal. Cuando escribimos:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (\text{B.8})$$

Queremos decir que X es normal con su media dada por el primer argumento entre paréntesis y su varianza por el segundo argumento.

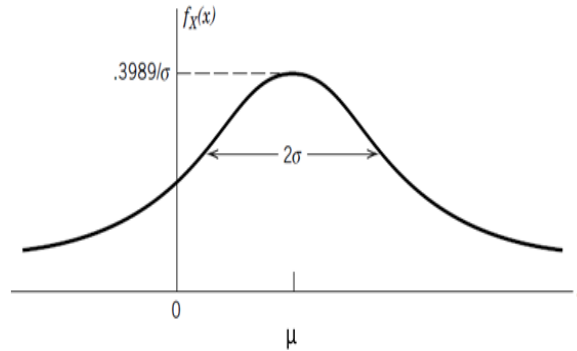


Figura B.2: Grafica de una distribución gaussiana[21]

B.1.3. Correlación y covarianza

La covarianza se mide como el valor que se espera de los productos de las desviaciones de dos variables aleatorias respecto a sus correspondientes medias. Una varianza es un caso especial de covarianza. Cabe mencionar que sólo la función de densidad de probabilidad conjunta proporciona la descripción completa de la relación probabilista entre dos variables aleatorias X e Y .

La regla de Bayes ofrece una manera de especificar la densidad de probabilidad condicional de una variable aleatoria X dada Y , variable aleatoria, a regla de Bayes se define como

$$f_{X|Y}(x) = \frac{f_{X|Y}(y)f_X(x)}{f_Y(y)} \quad (\text{B.9})$$

El producto de dos variables aleatorias X e Y es de especial interés. En general, es dado por

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{xy}(x, y) dx dy \quad (\text{B.10})$$

La covarianza puede ser definida como :

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (\text{B.11})$$

Si se desea mas información consultar la referencia [21], toda la información de este apartado proviene de la misma.

Apéndice C

C.1. Codigos Verilog

C.1.1. Estimación

```
module estimacion (x,p,clk,a,xk,pk,s);  nx=x;
input [6:0]x,p;                        np=p;
input clk,a;                          r=a;
output [6:0]xk,pk;                    if(2'b10|cuen)
output s;                             begin
                                       if (r==1)begin
reg [6:0]xk,pk,np,nx;                n1=A*np*Ai;
reg[8:0]n1,n2,n3;                   n2=n1+Qk;
reg[2:0]cuen,cuenta;               n3=nx*A;
reg r,s;                           pk=n2[6:0];
                                       xk=n3[6:0];
                                       s=1;
parameter A=20;                    end
parameter Ai=12;                    end
parameter Qk=16;
                                       else begin
always @(posedge clk)              n1=n1;
begin                               n2=n2;
```

```

n3=n3;
pk=n2[6:0];
xk=n3[6:0];
s=0;
r=0;
end
cuen=2'b11;
end

else begin
n1=10'b0000000000;
n2=10'b0000000001;
n3=10'b0000000000;
pk=n2[6:0];
xk=n3[6:0];
s=1;
cuen=2'b11;
r=0;
end

endmodule

```

C.1.2. Ganancia de Kalman

```

module Gkalman (x, p,a,clk,s,k,xk,pk);
input [6:0]p,x;
input a,clk;
output [6:0]k,xk,pk;
output s;
reg [9:0]n;
reg [6:0]k,xk,pk,n1,n2;
reg s,r;
parameter R=15;

always @(posedge clk)begin
r=a;
n1=p;
n2=x;
pk=n1;
xk=n2;
if (r==1)begin
n=n1*R;
k=n[6:0];
s=1;
end
else begin
n=n;
k=n[6:0];
s=0;
r=0;
end
endmodule

```

C.1.3. Corrección

```

    module correccion (x,p,k,z,clk,a,s,xk,pk); n4=1-k;
input [6:0]x,p,k,z;                n5=n4*np;
input a,clk;                       xk=n3[6:0];
output [6:0]xk,pk;                 pk=n5[6:0];
output s;                          s=1;
                                   end
reg[6:0]xk,pk,nx,np;
reg[9:0]n1,n2,n3,n4,n5;           else begin
reg s,r;                          n3=n3;
                                   n5=n5;
always @(posedge clk) begin      pk=n5[6:0];
r=a;                              xk=n3[6:0];
np=p;                            s=0;
nx=x;                            r=0;
if(r==1)begin                   end
n1=z-nx;                         end
n2=k*n1;                         endmodule
n3=x+n2;

```

C.1.4. Entrada

```

    module entrada (clk,referencia,z);
input referencia, clk;
output [6:0]z;
reg [6:0]z;
always @(posedge clk)
begin
z=5'b00000,referencia;
end
endmodule

```

C.1.5. Control

```

    module control (ae,ak,ac,clk,se,sk,sc);  se=0;
input ae,ak,ac,clk;                        sk=0;
output se,sk,sc;                           sc=1;
reg se,sk,sc;                               end
always @(posedge clk)begin                else if(ae==0 g ak==0 g ac==1)
if (ae==1 g ak==0 g ac==0)                begin
begin                                       se=1;
se=0;                                       sk=0;
sk=1;                                       sc=0;
sc=0;                                       end
end                                           end
else if(ae==0 g ak==1 g ac==0)            endmodule
begin

```

C.1.6. Kalman

```

    module Kalman (clk,ref,salida);
input clk,ref;
output [6:0]salida;
wire [6:0]x,p,x1,p1,x2,p2,z,k,salida;
wire ae,ak,ac,se,sk,sc;
entrada ent(.clk(clk),.referencia(ref),.z(z));
estimacion est (.x(x),.p(p),.clk(clk),.a(sc),.xk(x1),.pk(p1),.s(ae));
Gkalman gainK(.x(x1), .p(p1),.a(se),.clk(clk),.s(ak),.k(k),.xk(x2),.pk(p2));
correccion cor(.x(x2),.p(p2),.k(k),.z(z),.clk(clk),.a(sk),.s(ac),.xk(x),.pk(p));
control con(.ae(ae),.ak(ak),.ac(ac),.clk(clk),.se(se),.sk(sk),.sc(sc));
assign salida = x;
endmodule.

```

Apéndice D

D.1. Características de la tecnología de 180nm

D.1.1. Características del proceso

Tensión de funcionamiento	1.8 V, 3.3 V
Material de sustrato	Tipo P
Longitud del transistor dibujado	0.18 μm
Espesor del óxido de la puerta	2.9 nm / 6.5 nm
Contacto / Vía Tamaño	0,22 μm / 0,26 μm
Espesor de metal	M1-MTop-1 - 0,56 μm MT (0,8um) - 0,94 μm MT (3,0um) - 3,14 μm
Pitch Metal contactado	
Metal 1	0.46 μm
Metal 2-Top-1	0,56 μm
Tapa de metal (0.8 μm)	0.9 μm
Tapa de metal (3.0 μm)	6 μm
Composicion metalica	Al-0.5% Cu / TiN

Opciones de proceso	Capas de máscara
1 poly, 4 metal	25
1 poly, 5 metal	27
1 poly, 6 metal	29
1 poly, 4 metal, MIM	26
1 poly, 5 metal, MIM	28
1 poly, 6 metal, MIM	30

D.1.2. Características de los dispositivos

(Todos los valores típicos a 25 ° C)

Transistores:

Canal N	Valor típico	Unidad
V_t (VT estándar)	0.476	V
I_{dsat} (VT estándar)	600	$\mu A / \mu m$
V_t (VT alto)	0.649	V
I_{dsat} (Alta VT)	410	$\mu A / \mu m$
V_t (VT nativo)	-0.093	V
I_{dsat} (VT nativo)	546	$\mu A / \mu m$

Canal p	Valor típico	Unidad
V_t (VT estándar)	-0.49	V
I_{dsat} (VT estándar)	-260	$\mu A / \mu m$
V_t (VT alto)	-0.65	V
I_{dsat} (Alta VT)	-178	$\mu A / \mu m$

Capacitores:

Área MIM única	1	fF / μm^2
Área MIM única (HD)	2	fF / μm^2
Área MIM apilada (HD)	4	fF / μm^2
Moscap (puerta delgada)	6.5	fF / μm^2
Moscap (puerta gruesa)	4.88	fF / μm^2
Moscap lineal (puerta delgada)	7.9	fF / μm^2
Moscap lineal (puerta gruesa)	3.7	fF / μm^2
Finger Cap	0,51	fF / μm^2
Finger Cap (alta densidad)	0.7	fF / μm^2

Resistencias:

	Valor típico	Unidad
N + Poly	6.55	Ω / cuadrado
P + Poly	5.78	Ω / cuadrado
N + Poly No resuelto	290	Ω / cuadrado
P + Poly No resuelto	290	Ω / cuadrado
N-Difusión No resuelto	68	Ω / cuadrado
P-Difusión No resuelto	127	Ω / cuadrado
P+ Poly Low Temp Coeff	295	Ω / cuadrado
Resistencia de alta poli	1037	Ω / cuadrado
N-bien	950	Ω / cuadrado
Resistencia de alta poli	1037	Ω / cuadrado
Resistencia metálica superior (0.8 μm)	37	m Ω / cuadrado
Resistencia metálica superior (3 μm)	9.8	m Ω / cuadrado

Celdas:

Celdas de núcleo estándar	Densidad (puertas / mm ²)	Tensión de funcionamiento	Fugas (nW)	Retardo de propagación (ps)	Potencia Dinámica (mW / MHz / gate)
Célula de núcleo estándar de 1,8 V	99.6 k	1 V, 1.5 V, 1.8 V	0.136	137 con 0.015 pF L	0.000031
Célula central de baja fuga de 1,8 V	99.6 k	1.5 V, 1.8 V	0.008	171 con 0.0148 pF L	0.000021
Núcleo de alto voltaje de 3.3 V	70.8 k	3.3 V	0.00097	112 con 0.0194 pF L	0.00016
Cambio de nivel	n / A	1.8 V, 3.3 V	n / A	n / A	n / A

Apéndice E

E.1. Artículos y Congresos

E.1.1. Congreso Nacional de Control Automático 2018 (CN-CA)



En el CNCA 2018 se presentó el artículo “Reducción de los Efectos de la Ganancia DC Finita en un Modulador Sigma-Delta por Medio de Observadores de Estado”, derivado de este trabajo de Tesis.

E.1.2. 2° Coloquio en Electrónica Analógica y Digital 2018 (COLEAD)



En el 2° COLEAD 2018 se presentó el artículo “Aplicación de un Observador de Estado Extendido para Disminuir los Efectos de la Ganancia DC Finita en un Modulador Sigma-Delta”, derivado de este trabajo de Tesis.

E.2. Estancia de Investigación

E.2.1. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE)



Carta de Liberación
Estancia de Investigación

Fecha: 2 de agosto de 2018

A QUIEN CORRESPONDA
BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
Presente

Por medio de la presente, se hace constar que el alumno Abraham Bonilla Torreblanca de la maestría de Ingeniería en Electrónica, opción instrumentación de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Facultad Ciencias de la Electrónica cumplió satisfactoriamente su estancia, continuando con el trabajo de tesis que lleva por nombre "Uso del filtro de Kalman en un modulador Sigma-Delta analógico para incrementar su resolución efectiva" durante el periodo del 1 de Mayo al 31 Julio de 2018 en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE).



Dr. José Alejandro Díaz Méndez
Investigador Titular
Coordinación de Electrónica



Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Calle Luis Enrique Erró No.1 Santa María Tonantzintla, Puebla-México C.P. 72840 Conmutador 266 31 00

Dirección General Tel: 247 20 44 Fax 247 25 80	Dirección de Investigación Tel: 247 43 06	Coordinación Óptica Tel: 247 29 40
Dirección de Administración y Finanzas Tel: 247 43 21 Fax 247 01 81	Dirección de Desarrollo Tecnológico Tel: 247 43 14	Coordinación Electrónica Tel: 247 05 17
Dirección de Formación Académica Tel: 247 27 42	Coordinación Astrofísica Tel: 247 22 31	Coordinación Ca. Computacionales Tel: 266 31 00 Ext. 8302

Bibliografía

- [1] R. Schreier y G. C. Temes, “*Understanding Delta-Sigma Data Converters*”, IEEE Press, 2005.
- [2] J.C. Candy. “*A use of double integration in sigma-delta modulation*”, IEEE Trans. Communications, pp. 249-258, Marzo 1985.
- [3] Franco Maloberti “*Data converters*”, Springer 2007
- [4] José A. Castañeda Cárdenas, Manel A. Nieto Arias, Víctor A. Ortiz Bravo “*Analysis and application of the Kalman filter to a signal with random noise*”, Scientia et Technica Año XVIII, Vol. 18, No 1, Abril de 2013. Universidad Tecnológica de Pereira.
- [5] R.E. Kalman *filtro kalman : uso 2. R.E. Kalman*, “*A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*,” *Trans. ASME*, J. Basic Eng., 35–45 (March 1960).
- [6] Kalman, R.E., and R.S. Bucy *New Results in Linear Filtering and Prediction Theory*, *Trans. ASME*, J. Basic Engineering, vol 83, pp 95-107, 1961.
- [7] Blake, Andrew (2002) “*State-Space Models and the Kalman Filter: Application, Formulation and Estimation*”, Bank of England.

-
- [8] E. A. Wan and R. van der Merwe “*The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation*”, In Proceedings of IEEE Symposium 2000 on Adaptive Systems for Signal Processing, Communications and Control (AS-SPCC) Lake Louise, Canada, October 2000.
- [9] Qi-tu Zhang, Haykin S “*Tracking characteristics of the Kalman filter in a nonstationary environment for adaptive filter applications*”, 1983
- [10] D. J. Jwo and S. C. Chang, “*Application of Optimization Technique for GPS Navigation Kalman Filter Adaptation*”, 2004
- [11] P. Meller and R. Laban, “*Aplicación del filtro de Kalman a la estimación de elasticidades variables en el mercado del trabajo chileno*”, 1987
- [12] L.D. Avendaño, L.E. Avendaño, J.M Ferrero, G., “*Castellanos, Improvement of an extended Kalman filter power line interference suppressor for ECG signal*”, 2007
- [13] Matthias Lorenz, Rudolf Ritter, Jens Anders and Maurits Ortmanns, “*Estimation of Non-Idealities in Sigma-Delta Modulators for Test and Correction Using Unscented Kalman Filters*”, May 2015 IEEE.
- [14] R.del Río,F.Medeiro, B.Pérez Verdú,J.M. de la Rosaand A. Rodríguez Vazquez,“*CMOS Cascade Sigma-delta Modulators for sensors and Telecom-Error Analysis and Practical Design*” ,Springer,2006
- [15] D. Johns y K. Martin,“*Analog Integrated Circuit Design*”, John Wiley y Sons,1997.
- [16] A. Di Giandomenico, S. Paton, A. Wiesbauer, L. Hernández, T. Pötscher,L. Dörrer,“*15 MHz Bandwidth Sigma-Delta ADC with 11 Bits of Resolution in 0.13 μ m CMOS*”, John Wiley y Sons,1997.

- [17] R.M. Gray., “*Quantization Noise in $\Sigma \Delta$ A/D Converters*”, S.R. Norsworthy, R. Schreier, y G.C. Temes, editores, “*Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design, and Simulation*”, capítulo 4. IEEE Press, New York, 1997
- [18] J.A. Cherry y W.M. Snelgrove, “*Continuous-time delta-sigma modulators for high-speed A/D conversion: theory, practice, and fundamental performance limits*”, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 2000.
- [19] J. F. Jensen, G. Raghavan, A. E. Cosand, and R. H. Walden, “*A 3.2-GHz second-order delta-sigma modulator implemented in InP HBT technology*”, IEEE J. Solid-State Circ., pages 1119–1127, Octubre 1995.
- [20] N. Wiener, “*Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*”, New York: Wiley, 1949.
- [21] Robert Grover Brown, Patrick Y.C. Hwang, “*Introduction to Random signals and Applied Kalman Filtering*”, John Wiley y Sons, Inc., cuarta edición 2012.
- [22] M. Ortmanns, F. Gerfers, “*Continuous-Time, Sigma-Delta A/D Conversion*”, Springer, 2006.
- [23] Alexander Buhmann, Matthias Keller, Maurits Ortmanns, and Yiannos Manoli, “*An Unscented Kalman Filter for the Estimation of Circuit Nonidealities with Implicit Decimation in Continuous-Time Multibit Sigma-Delta Modulators*”, 2007 IEEE.
- [24] Matthias Lorenz, Timon Brückner, Rudolf Ritter, Jens Anders and Maurits Ortmanns, “*A Square Root Unscented Kalman Filter for Estimating DAC and Loop-filter Nonidealities in Continuous-Time Sigma-Delta Modulators*”, 2014 IEEE.
- [25] Matthias Lorenz, Michael Maurer, Yiannos Manoli and Maurits Ortmanns, “*Joint Estimation of Filter Nonidealities in Continuous-Time Sigma-Delta Modulators by using an Unscented Kalman Filter*”, 2012 IEEE.

- [26] Matthias Lorenz, Michael Maurer, Yiannos Manoli and Maurits Ortmanns “*A Spherical Simplex Unscented Kalman Filter with Smart Sigma-Point Processing for Estimations in CT $\Sigma \Delta$ Modulators*”, 2014 IEEE.
- [27] Amit Kumar Gupta, Edgar Sanchez Sinencio “*State space approach to design of continuous time sigma delta ADC with delay in feedback path*”, 2006 IEEE.
- [28] Matthias Keller, Alexander Buhmann, Maurits Ortmanns, Yiannos Manoli, “*A Method for the Discrete-Time Simulation of Continuous-Time Sigma-Delta Modulators*”, 2007 IEEE.
- [29] Chatree Budsabathon, Nikinori Nishihara, “*Design of high order stable delta sigma modulator with state space aproach*”, 2004 IEEE.
- [30] MB. KoroBec, M. Colob, 2. hEej, D. Donlagid, “*State space stability analysis of sigma-delta modulators*”, 1991 IEEE.
- [31] Victor R.Gonzalez Diaz , AldoPena Perez and Franco Maloberti ,”*Continuos Time sigma-delta modulator with efficient gain compensated integrators*”, ELSEVIER, Microelectronics Journal 56(2016)38–45
- [32] S. Brigati, F. Francesconi, P. Malcovati, D. Tonietto, A. Baschiroto and F. Maloberti. (1999), IEEE “*Modeling Sigma-Delta Modulator Non-Idealities in Simulink*”. No. 4, pp. ISCAS’99. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems VLSI.
- [33] Yuqiong Zhang, Yali Xue, Donghai Li, Zhiqiang Gao, Haiming Niu and Huanpao Huang. “*Frequency Response Analysis on Modified Plant of Extended State Observer*”, 17th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2017) .
- [34] Li Hui Yin zhide Fan Yu Li Fengyi Song Chuang, “*Linear Active Disturbance Rejection Control on Angle of Attack Tracking Z*”, Electronics Instrumentation and Information Systems (EIIS), 2017 First International Conference on.

- [35] J.F. Guerrero-Castellanos, H. Rifai, V. Anrnez-Paniagua, J. Linares-Flores, L. Saynes-Torres and S. Mohammed(). “*Robust Active Disturbance Rejection Control via Control Lyapunov Functions: application to Actuated-Ankle-Foot-Orthosis*”. To appear in Control Engineering Practice, 2018.
- [36] Dan Simon (2006)., “*Optimal State Estimation, Kalman, H and Nonlinear Approaches*”, Cleveland State University chapter 4 and 5 John Wiley and Sons, Inc. All rights reserved.
- [37] Cadence® (2002). “*Cadence® Verilog® Language and Simulation*”, version 3.4