



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Atrapamiento óptico usando el vórtice perfecto.

Tesis presentada al
Posgrado en Física
(Física Aplicada)

como requisito parcial para la obtención del grado de

Maestro en Ciencias
(Física aplicada)

por

Joaquín García García

asesorado por

Dr. Andrey S. Ostrovsky

Puebla Pue.
Junio de 2016

Título: Atrapamiento óptico usando el vórtice perfecto.
Estudiante: JOAQUÍN GARCÍA GARCÍA

COMITÉ

Dr. Rosario Pastrana Sánchez
Presidente

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Secretario

Dr. Rubén Ramos García
Vocal

Dr. Andrey S. Ostrovsky
Asesor

Agradecimientos

Gracias a mi asesor el Dr. Andrey S. Ostrovsky por el tiempo y el apoyo, compartir sus saberes y servirme de guía para llevar por el buen camino el proceso de realización de esta tesis.

A la Dr. Carolina Rickenstoff por sus conocimientos y consejos.

A los miembros del comité tutorial por su disposición, apoyo, comentarios y asesoramiento.

A mis compañeros de laboratorio por su gran ayuda.

A mi familia por apoyarme constante e incondicional durante toda mi vida.

A la Dra. Maribel Méndez Ótero y al Dr. Severino Muñoz Aguirre por su asistencia para lidiar con varios asuntos administrativo y académicos.

Al personal administrativo y a las secretarias de posgrado por su apoyo en la realización de trámites.

Gracias al CONACYT por otorgarme la beca económica que hizo posible realizar mis estudios de maestría.

Índice general

Resumen	v
1. Introducción	1
2. Momento de la luz	5
2.1. Momento lineal	5
2.2. Momento angular	6
2.2.1. Momento angular de spin	7
2.2.2. Momento angular orbital	8
2.3. Transferencia de Momento	8
2.4. Conclusiones	9
3. Vórtice óptico perfecto	11
3.1. Vórtices ópticos	11
3.2. Generación y observación de vórtices	14
3.3. Vórtice óptico perfecto	18
3.3.1. Técnica de generación de vórtice óptico perfecto basada en la serie de Bessel	18
3.3.2. Técnica de generación de vórtice óptico perfecto basada en fórmula de clausura	24
3.4. Conclusiones	28
4. Pinzas ópticas en base del vórtice óptico perfecto	31
4.1. Pinzas ópticas	31
4.1.1. Régimen de óptica de rayos	31
4.1.2. Régimen de Rayleigh	34
4.1.3. Régimen de MIE	35
4.2. Atrapamiento de partículas con vórtice óptico	36
4.3. Arreglo experimental de pinzas ópticas con vórtice óptico	40
4.4. Experimentos y resultados	42
4.5. Conclusiones	44
5. Conclusiones Generales	45
A. Modulaci3n	51
A.1. Cristales líquidos	51
A.2. Modelo físico-matemático del MEL-CL	52
A.3. Casos particulares del MEL-CL	54
B. Publicaciones	57
C. Participaciones en congresos	59

Resumen

En esta tesis se plantea construir un sistema de pinzas ópticas empleando el vórtice óptico perfecto, generado haciendo uso del modulador espacial de luz de pantalla de cristal líquido modelo PLUTO- VIS, para un experimento de atrapamiento de partículas pequeñas.

Capítulo 1

Introducción

Los primeros precedentes de que la luz puede ejercer una fuerza en la materia se dan en el siglo XVII cuando el astrónomo Johannes Kepler (1571-1630) sugirió que la cola de los cometas era barrida por la luz del Sol porque siempre apuntaba en dirección contraria a él.

A finales del siglo XIX James Clerk Maxwell sintetizó en un elegante conjunto de ecuaciones todo el conocimiento acumulado sobre electricidad y magnetismo en las cuales estableció la existencia de ondas electromagnéticas [1], concluyendo que las ondas electromagnéticas ejercían una fuerza o presión de radiación. Con la llegada del siglo XX la naturaleza corpuscular de la luz fue evidenciada por Plank y Einstein, añadiendo nuevos conocimientos sobre la luz y su interacción con la materia. De esta forma, se estableció que la luz se compone por partículas llamadas fotones, los cuales, aunque no poseen masa en reposo tienen energía y momento cuantizados [2].

El atrapamiento óptico no pudo ser verificado sino hasta 1970 debido a que este fenómeno origina fuerzas extremadamente pequeñas del orden de pN [3]. Gracias a la creación de los láseres en 1960, los investigadores tuvieron a su disposición fuentes que podían ser enfocadas en haces muy delgados y potentes, adecuados para realizar los experimentos. Fue así como Arthur Ashkin, un científico de los laboratorios Bell, fue capaz de desplazar [4] y levitar [5] partículas dieléctricas por medio de un arreglo de haces encontrados. Este hecho marca el inicio del atrapamiento óptico y el desarrollo de las pinzas ópticas. Una pinza óptica se forma por medio de un haz de luz altamente enfocado obtenido a la salida de un lente objetivo con gran apertura numérica. Cuando una partícula dieléctrica se acerca al foco formado por el haz experimenta una fuerza debida a la transferencia de momento de los fotones con los que interactúa. La fuerza total se divide en dos componentes conocidas como fuerza de dispersión y fuerza de gradiente.

Actualmente, las pinzas ópticas pueden atrapar objetos desde 5nm hasta 10 micrómetros de tamaño [6-8] aplicando fuerzas de hasta 100 pN, cuyo rango resulta ideal para emplearlo en el estudio de propiedades físicas de sistemas biológicos como células y moléculas. Debido a sus características las pinzas ópticas resultan una herramienta menos invasiva y manejable que la micro pipeta, la manipulación mediante micro agujas y la microscopia de fuerza atómica.

A medida que se han creado nuevos métodos para crear perfiles de haces se han empleado haces de luz más complejos para atrapar partículas, un ejemplo importante es el conocido como vórtice óptico. El vórtice óptico es un haz de luz con un frente de onda helicoidal, caracterizado por una distribución de intensidad en forma de anillos con una singularidad de fase y por tanto, cero amplitud de campo en el centro. En un vórtice óptico la fase está cambiando de acuerdo con la expresión $exp(i\nu\phi)$, donde ϕ es el ángulo azimutal en coordenadas polares y ν es un número entero conocido como carga topológica.

Los vórtices ópticos llevan momento angular orbital, propiedad que los han hecho una herramienta muy eficaz en muchas aplicaciones relacionadas con la manipulación óptica y la captura de partículas pequeñas. Como es bien conocido el haz de vórtice posee un frente de onda helicoidal que proporciona un momento angular orbital (OAM) cuya potencia aumenta con su carga

topológica [9]. Por desgracia, las técnicas conocidas para generar vórtices ópticos exhiben una relación directa entre el radio del vórtice y su carga topológica, haciendo problemático conseguir precisión espacial y alto momento angular orbital al mismo tiempo [10-13]. Recientemente, Ostrovsky y Rickenstoff [14] reportaron un nuevo tipo de vórtice óptico llamado vórtice perfecto cuyo radio no depende de su carga topológica y que tiene el máximo gradiente del campo en su anillo central. El concepto de vórtice perfecto ya es ampliamente reconocido por la comunidad óptica [15-21].

En dicho trabajo se demostró que el vórtice perfecto se puede generar aproximadamente en la transformada de Fourier con un sistema óptico de cristal líquido (LC) modulador espacial de luz (MEL) de fase controlado por ordenador. Parte de este trabajo fue retomado en mi tesis de licenciatura **Generación de vórtices ópticos por medio del modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS y su aplicación en pinzas ópticas**, como parte del proyecto VIEP OSA- EXC13-I, donde bajo la asesoría del Dr. Andrey S. Ostrovsky se logró generar el vórtice perfecto haciendo uso del MEL-CL modelo PLUTO-VIS y emplearlo en atrapamiento de partículas pequeñas. Desafortunadamente la técnica original para generar el vórtice perfecto era muy complicada en su realización práctica debido a la modulación compleja del modo de transmisión del MEL utilizado. En consecuencia, la calidad del vórtice generado era bastante pobre. Por esta razón en esta tesis proponemos una forma más directa [22] de obtener el vórtice perfecto que destaca por la sencillez de su realización práctica y la calidad de resultados experimentales.

En esta tesis se continúa con el trabajo planteado en la tesis de licenciatura; se usará la nueva técnica para generar el vórtice perfecto empleando el MEL-CL PLUTO-VIS y se utilizará para obtener vórtices ópticos que puedan ser aplicados en un arreglo de pinzas ópticas. En los trabajos antes mencionados el uso del vórtice perfecto en atrapamiento óptico se presenta como una ilustración de una posible aplicación del método propuesto y por tanto se consideran como resultados preliminares; es en esta tesis donde nos enfocaremos completamente en su uso y aplicación en atrapamiento óptico. Esto plantea nuevos problemas a resolver para tener un sistema de pinzas ópticas funcional.

Objetivo

El objetivo principal de esta tesis es el diseño y construcción de un sistema experimental de pinzas ópticas que emplee al vórtice óptico perfecto como vórtice de atrapamiento.

Metas

Las metas a cumplir dentro de este trabajo son:

1. Mejorar la técnica de generación del vórtice óptico perfecto.
2. Describir la fenomenología del momento angular orbital.
3. Generación de vórtices ópticos empleando la técnica que se ha desarrollado.
4. Diseño de un arreglo experimental de pinzas ópticas.
5. Realización de experimentos de atrapamiento óptico de micropartículas.
6. Publicación de resultados en revistas indizadas y presentación en congresos.
7. Contribuir al proyecto VIEP-OSA-EXC-13-I.

Contenido

El contenido de la tesis comienza en el capítulo 2 con el desarrollo de la teoría físico-matemática del momento de la luz, su origen, generación y transmisión. En el capítulo 3 se aborda el concepto de vórtice óptico, perfecto sus representaciones matemáticas y sus técnicas de generación, comparando cada una de forma experimental y empleando simulación por computadora. En el capítulo 4 se plantea la aplicación del vórtice óptico perfecto en un arreglo de pinzas ópticas para atrapamiento

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

de partículas. Finalmente, los resultados principales de este trabajo se resumen capítulo 5 como conclusiones generales. Además, forma parte de esta tesis la bibliografía consultada y como un anexo se incluye el desarrollo de la teoría correspondiente a los moduladores de pantalla de cristal líquido, así como las copias de participaciones de congresos y publicaciones realizadas por el autor durante la permanencia en el programa de estudios de maestría.

Capítulo 2

Momento de la luz

En el presente capítulo abordaremos el concepto de momento de la luz por el cual los fotones interactúan con la materia, dando origen al atrapamiento óptico. Se comenzará con la descripción y deducción de los tres tipos de momentos conocidos que porta la luz: momento lineal, momento angular de spin y momento angular orbital. Finalmente desarrollaremos los mecanismos de transferencia del momento de la luz hacia la materia que interactúa con ella

2.1. Momento lineal

Como cualquier otra partícula el fotón posee un determinado momento. Tomando la idea de un fotón como un paquete de energía localizado, habrá que considerarlo como una partícula de energía $\xi = h\nu$ y momento p ; con propiedades muy especiales. Consideremos la ecuación para la energía relativista total de una partícula en términos de su masa en reposo m_0 y su velocidad v [2]:

$$\xi = m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (2.1)$$

Puesto que la velocidad de un fotón es igual a c y su contenido energético $\xi = \nu h$ es finito, resulta evidente que la masa en reposo de un fotón deberá ser cero. Por lo tanto, se puede considerar al fotón como una partícula de masa en reposo cero y energía total relativista ξ la cual es por completo energía cinética. El momento de un fotón se puede evaluar de la relación general entre la energía relativista total ξ , el momento p y la masa en reposo m_0 como:

$$\xi^2 = c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2; \quad (2.2)$$

para un fotón, el segundo sumando es igual a cero y entonces se tiene:

$$p = \xi/c = h\nu/c, \quad (2.3)$$

$$p = h/\lambda = \hbar k, \quad (2.4)$$

donde $\hbar = h/2\pi$ es conocida como la constante reducida de Planck y k es el vector de onda de módulo $k = 2\pi/\lambda$. La ecuación 2.4 se conoce como momento lineal y está presente en todos los fotones; cuando una partícula dieléctrica colisiona con un fotón sufre un cambio en su posición y velocidad de signo contrario al momento del fotón con el que chocó.

Por su parte, la teoría ondulatoria de Maxwell [23] para la radiación electromagnética establece que la densidad de energía debida al campo \vec{E} es

$$u_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2, \quad (2.5)$$

mientras que para el campo \vec{B} vale

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2. \quad (2.6)$$

Definiendo a la presión radiativa P , como la densidad total de energía transportada por la onda electromagnética se tiene la expresión

$$P = u_E + u_B = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2; \quad (2.7)$$

la cual alternativamente, se puede expresar en términos de la magnitud vector de Poynting S como

$$P(t) = \frac{S(t)}{c} \quad (2.8)$$

Como los campos \vec{E} y \vec{B} cambian rápidamente, $S(t)$ también lo hace, entonces por razones prácticas nos ocupamos de la presión media :

$$\langle P(t) \rangle_T = \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c} = \frac{I}{c}, \quad (2.9)$$

donde I es la intensidad del haz y $\langle \cdot \rangle$ denota el promedio temporal.

La fuerza ejercida por un rayo en una superficie absorbente de área A expresada en newton por metro cuadrado es:

$$AP = \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (2.10)$$

Sea p_v el momento por unidad de volumen de la radiación, entonces una cantidad de momento $\Delta p = p_v(c\Delta t A)$ es transportada hacia la superficie durante cada intervalo de tiempo Δt y

$$AP = \frac{p_v(c\Delta t A)}{\Delta t} = A \frac{S(t)}{c}; \quad (2.11)$$

por lo tanto, la densidad de volumen del momento electromagnético es:

$$p_v = \frac{S}{c^2}. \quad (2.12)$$

Si la superficie resulta ser perfectamente reflectora, el rayo incidente con velocidad $+c$, saldrá reflejado con una velocidad $-c$. Esto equivale a dos veces el cambio de momento que ocurre en la absorción, y por tanto:

$$\langle P(t) \rangle_T = 2 \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c}; \quad (2.13)$$

y el momento de un fotón resulta

$$p = \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c} = \frac{\xi}{c}, \quad (2.14)$$

como ya se había demostrado en (2.3).

2.2. Momento angular

Conforme avanzan a través del espacio, algunos tipos de haces de luz rotan. Tales haces de luz poseen momento angular. Hay dos maneras particulares importantes en las cuales los haces de luz pueden rotar: si todo vector de polarización rota, la luz posee momento angular de spin (SAM); si la estructura de fase rota, la luz tiene momento angular orbital (OAM). Tomando la expresión de la densidad de momento lineal en un campo electromagnético [24]

$$\vec{\rho}_{em} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{S} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} \quad (2.15)$$

donde \vec{S} es el vector de Poynting, \vec{E} y \vec{B} son los campos eléctrico y magnético respectivamente, μ_0, ϵ_0 son las permitividad y permeabilidad del vacío respectivamente y \times el producto cruz. La relación ente el momento lineal y el momento angular está dada por

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{\rho}_{em} \quad (2.16)$$

con \vec{r} la posición de la partícula desde el origen. Entonces la densidad de momento angular en un campo electromagnético resulta

$$\vec{l}_{em} = \vec{r} \times \rho_{em} = \epsilon_0 \vec{r} \times [\vec{E} \times \vec{B}] \quad (2.17)$$

El momento angular total se obtiene al integrar \vec{l}_{em} sobre todo el volumen, de tal manera

$$\vec{L} = \int_V \vec{l}_{em} d_{vol} = \int_V \epsilon_0 \vec{r} \times [\vec{E} \times \vec{B}] \quad (2.18)$$

De acuerdo con [25] si se expresa el campo magnético en términos del vector potencial ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$), el momento angular puede escribirse como

$$\vec{L} = \frac{1}{\mu_0 c^2} \int_V \left[\vec{E} \times \vec{A} + \sum_{j=1}^3 E_j (\vec{x} \times \nabla) A_j \right] d_{vol} \quad (2.19)$$

Es conocido tanto de mecánica clásica como de física atómica [26] que el momento angular puede separarse en 2 partes diferentes: momento angular orbital y de spin. Es por eso que es razonable suponer que el momento angular del campo electro magnético puede separarse también en dos partes diferentes

$$\vec{L} = \vec{L}_{orb} + \vec{L}_{spin}$$

Observamos que el segundo término en 2.19 contiene el conocido operador angular orbital $\vec{L} = -i(\vec{r} \times \nabla)$ de mecánica cuántica, entonces este término lo identificamos como el momento angular orbital. El primer término corresponderá entonces al momento angular de spin.

$$\vec{L}_{spin} = \frac{1}{\mu_0 c^2} \int_V [\vec{E} \times \vec{A}] d_{vol} = \int_V \vec{l}_{spin} d_{vol} \quad (2.20)$$

$$\vec{L}_{orb} = \frac{1}{\mu_0 c^2} \int_V \sum_{j=1}^3 E_j (\vec{x} \times \nabla) A_j d_{vol} = \int_V \vec{l}_{orb} d_{vol} \quad (2.21)$$

2.2.1. Momento angular de spin

Considerando el caso de una onda plana circularmente polarizada [27] definida por los potenciales

$$\vec{A} = A_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{i(kx - \omega t)} \quad V^{(c)} = 0 \quad (2.22)$$

entonces su campo eléctrico queda

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} = \frac{i\omega}{c} A_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.23)$$

Tomando el promedio temporal de la densidad del momento angular de spin dada en 2.20 tenemos

$$\begin{aligned}
 \langle \vec{l}_{spin} \rangle &= \frac{1}{2} \epsilon_0 Re \left(\vec{E}^* \times \vec{A} \right) & (2.24) \\
 &= \frac{1}{2} \epsilon_0 Re \left((iwA_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{i(kx-wt)})^* \times A_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{i(kx-wt)} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \epsilon_0 w A_0^2 Re \left((i(\hat{x} \pm i\hat{y}))^* \times (\hat{x} \pm i\hat{y}) \right) \\
 &= \pm \epsilon_0 w A_0^2 \hat{z}
 \end{aligned}$$

resultado que es evidentemente distinto de cero, si se hubiera empleado una onda plana linealmente polarizada el resultado anterior hubiese sido cero, demostrando que solamente una onda circularmente (o elípticamente) polarizada porta momento angular de spin.

2.2.2. Momento angular orbital

El ejemplo más sencillo de un haz de luz con OAM es uno con una fase en el plano transversal $\phi(\vec{r}, \phi) = \exp(i\nu\phi)$, donde ϕ es la coordenada angular y ν puede ser cualquier valor entero, positivo o negativo. Tales haces tienen frentes de fase helicoidal con el número de hélices entrelazadas dependiendo de la magnitud y del signo de ν . Uno puede observar de inmediato que un campo electromagnético transversal a estos frentes de fase tiene componentes axiales. Equivalentemente, el vector de Poynting, el cual es siempre paralelo a la superficie normal a estos frentes de fase, tiene una componente azimutal alrededor del haz y por tanto un momento angular a lo largo del eje del haz.

Fue un gran avance el reconocer que todo haz con fase helicoidal lleva OAM equivalente al valor de $\nu\hbar$ por fotón [28]. Sin embargo, tal vez lo que es más sorprendente no es que los haces con fase helicoidal lleven un momento angular, sino que este OAM, al igual que el spin, debe estar en unidades de \hbar .

El que el OAM debe estar cuantizado en unidades de \hbar se deduce de un argumento geométrico sencillo. A un radio r , la inclinación del frente de fase, y por tanto del vector de Poynting, con respecto del eje del haz es simplemente $\nu\lambda/2\pi r$. Esto, a su vez, establece la componente azimutal del momento lineal de luz como $\hbar\kappa_0\nu\lambda/2\pi r$ por fotón [29], el cual, cuando es multiplicado por el vector radio, da un momento angular de $\nu\hbar$ por fotón [30].

2.3. Transferencia de Momento

Un paso importante ha sido observar la transferencia de momento angular a la materia. Uno de los acercamientos para observar la acción de torque directamente se demostró en 1995 sobre la base de las pinzas ópticas. Tradicionalmente, las pinzas ópticas usan haces de luz altamente enfocados para atrapar partículas microscópicas. La absorción de la luz, y su momento angular, provocan que la partícula gire, y esto se atribuyó correctamente a la transferencia de OAM de la luz a la materia [31]. Tal transferencia de momento angular y el torque correspondiente sobre la partícula convierten a las pinzas ópticas en una especie de llave inglesa o una llave óptica. Experimentos posteriores utilizan haces de forma helicoidal en fase que también fueron polarizadas circularmente tal que contenían tanto componente OAM y SAM [32].

Se cree generalmente que OAM y SAM son independientes cuando la luz se propaga en o a través de un medio transparente homogéneo e isotrópico, y por lo tanto no se pueden convertir. Sin embargo, se ha demostrado que la transferencia de SAM a OAM de hecho puede ocurrir en tales medios cuando un haz gaussiano o haz de vórtice polarizada circularmente se enfoca a través de una lente con gran apertura numérica (NA). La equivalencia observada de OAM y SAM en estas “llaves ópticas” resulta ser algo engañoso. Los mecanismos para la transferencia de OAM y SAM no son los mismos. El mecanismo de transferencia para OAM surgió de la

absorción de la luz para los que, en la escala macroscópica, los componentes orbitales y de spin son de hecho indistinguibles. Sin embargo, mientras que la birrefringencia circular a lineal convierte la polarización y por lo tanto cambia el SAM causando una partícula birrefringente para hacer girar, no cambia los frentes de fase helicoidales y por lo tanto no interactúa con el OAM.

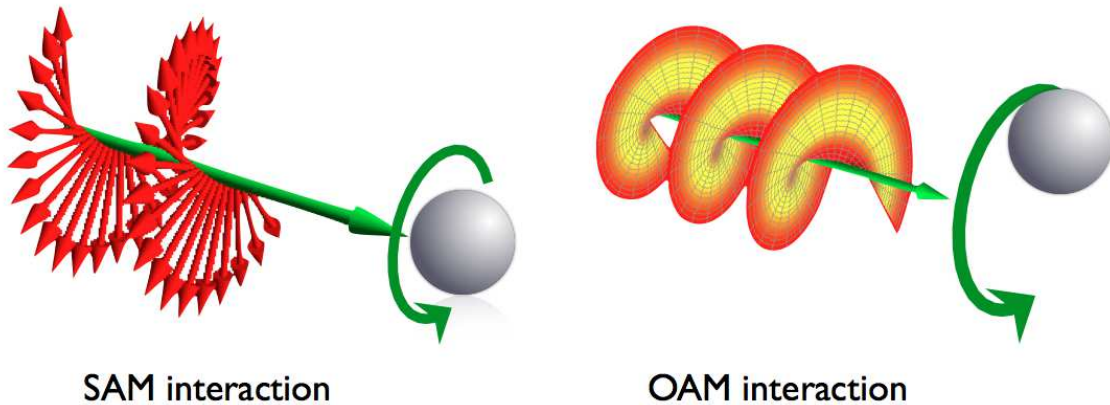


Figura 2.1: Interacción del momento angular con una partícula

La distribución espacial del momento angular y de spin también es diferente. Incluso los efectos de la absorción de la OAM y la SAM pueden diferir cuando el haz óptico es grande en comparación con el tamaño de la partícula. Incluso en una escala mayor se observan dos formas distintas de transferencia de momento angular, por ejemplo, cuando una partícula pequeña se introduce fuera del eje en un haz grande, circularmente polarizado y de fase helicoidal. Cada punto en el haz está polarizado circularmente, y por lo tanto una pequeña partícula birrefringente experimenta un torque, causando que gire alrededor de su propio eje. Sin embargo, cuando una muestra sobre una pequeña región fuera del eje, los frentes de fase helicoidal aparecen como una onda plana inclinada.

2.4. Conclusiones

En este capítulo se discutieron los fundamentos físico matemáticos de las componentes de momento presentes en un campo electromagnético. Se detallaron las condiciones bajo las cuales un tipo de onda electromagnética presenta un determinado momento. Así mismo se mencionaron los mecanismos mediante los cuales se realiza la transferencia de momento de la onda electromagnética hacia las partículas que interactúan con ella. Será mediante el empleo de la teoría expuesta en esta parte que se desarrollará en capítulos posteriores las bases de la teoría de atrapamiento en pinzas ópticas.

Capítulo 3

Vórtice óptico perfecto

En este capítulo expondremos el concepto de vórtice óptico perfecto iniciando por su definición matemática y propiedades físicas. A continuación, desarrollaremos los métodos de generación del vórtice óptico perfecto empleando dos representaciones para posteriormente mencionar la técnica propuesta. En cada caso se analizará la técnica empleando simulación por computadora y resultados experimentales.

3.1. Vórtices ópticos

Un vórtice óptico es un haz cuyo frente de onda se propaga en forma helicoidal a lo largo de su eje de propagación que al ser proyectado en una pantalla plana produce una distribución de intensidad transversal en forma de anillo. La fase de un vórtice óptico se caracteriza mediante la expresión:

$$\exp(i\nu\varphi), \quad (3.1)$$

donde φ es el ángulo azimutal dado en coordenadas polares y ν se conoce como carga topológica. El parámetro ν es un número entero cuyo signo proporciona el sentido de giro de la fase y su magnitud indica el número de saltos 2π en el frente de onda (Fig. 3.1). Como ya se ha mencionado, esta cualidad origina momento orbital angular capaz de capturar e inducir torque en la materia proporcional a la carga topológica del vórtice.

Para comprender la generación de vórtices ópticos resulta útil introducir la transformada de Fourier [33] en un sistema óptico dada por la expresión

$$T(p, q) = U_0 \iint_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(px + qy)\right] dx dy, \quad (3.2)$$

donde $t(x, y)$ es la transmitancia del objeto, λ es la longitud de onda y f es la distancia focal de la lente. Aplicando el cambio de coordenadas polares:

$$\begin{aligned} r &= (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} & x &= r \cos \varphi \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & y &= r \sin \varphi \end{aligned}, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \rho &= (p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}} & p &= \rho \cos \theta \\ \theta &= \arctan\left(\frac{q}{p}\right) & q &= \rho \sin \theta \end{aligned}, \quad (3.4)$$

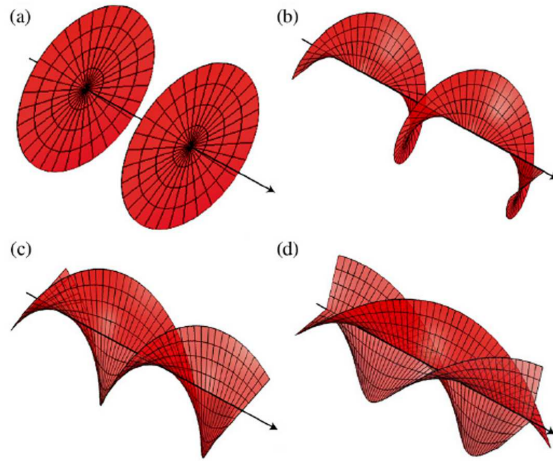


Figura 3.1: Frentes de onda de diferentes vórtices a) $\nu=0$, b) $\nu=1$, c) $\nu=2$ d) $\nu=3$.

la transformada de Fourier se escribe como

$$T(\rho, \theta) = U_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} t(r, \varphi) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos(\varphi - \theta) \right] r dr d\theta. \quad (3.5)$$

De manera sencilla es posible analizar la formación de vórtices a partir del arreglo presentado en la figura 3.2. Sean

$$t_1(r, \varphi) = \exp(i\nu\varphi), \quad (3.6)$$

$$t_2(r, \varphi) \approx \delta(r - r_0), \quad (3.7)$$

las funciones correspondientes a un vórtice óptico de carga topológica ν y una máscara anular delgada, respectivamente.

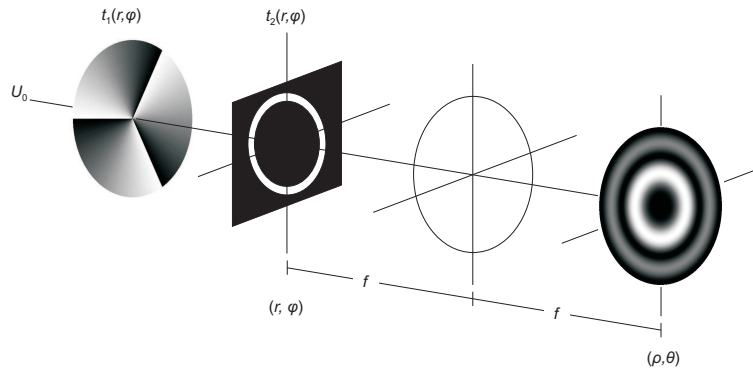


Figura 3.2: Sistema óptico de generación de vórtices.

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.1. VÓRTICES ÓPTICOS

Sustituyendo en la Ec. (3.5) el valor $t(r, \varphi) = t_1 t_2$ y realizando el cambio de variable $\varphi = (\alpha - \theta)$, $d\varphi = d\alpha$ resulta

$$U(\rho, \theta) = U_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \exp[i\nu(\alpha - \theta)] \delta(r - r_0) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos \alpha\right) r dr d\alpha; \quad (3.8)$$

posteriormente agrupando constantes y arreglando el orden de las integrales, la expresión anterior se reescribe como

$$U(\rho, \theta) = U_0 \exp(-i\nu\theta) \int_0^\infty r \delta(r - r_0) \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\alpha) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos \alpha\right) d\alpha dr. \quad (3.9)$$

Aplicando en la Ec. (3.9) la identidad de Bessel

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\theta) \exp(ix \cos \theta) d\theta, \quad (3.10)$$

y la propiedad de filtración de la función Delta, la transformada de Fourier toma la forma

$$U(\rho, \theta) = A_0 \exp(-i\nu\theta) r_0 J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r_0 \rho\right), \quad (3.11)$$

donde $A_0 = 2\pi(-i)^{-\nu} U_0$. La señal (3.11) posee un vórtice óptico dado por $\exp(-i\nu\theta)$ mientras que su intensidad está dada por

$$I(\rho, \theta) = A_0^2 r_0^2 J_\nu^2\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r_0 \rho\right). \quad (3.12)$$

En la figura 3.3 se gráfica el perfil de intensidad (3.12) para los valores $A_0=1$, $r_0=1\text{mm}$, $2\pi r_0/\lambda f=9.9\text{mm}^{-1}$ y las cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$.

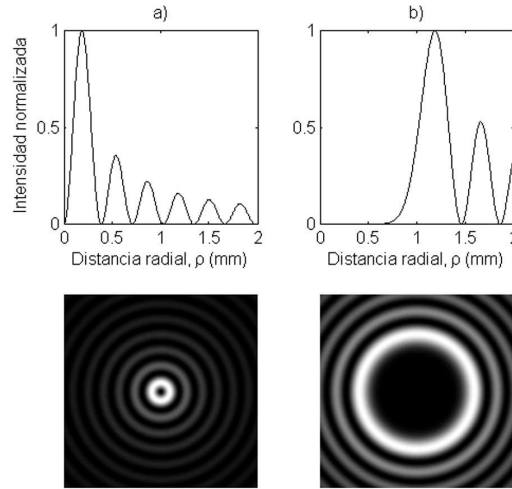


Figura 3.3: Patrones de intensidad de la Ec. (3.12) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$.

Como se puede ver de la figura 3.3, la intensidad de los vórtices es proporcional a la función $J_\nu^2(\cdot)$, cuyo radio crece de manera casi lineal respecto a la carga topológica y solo una parte de la energía se concentra en el anillo central.

Los vórtices ópticos pueden ser generados por diversos métodos. En la siguiente sección se presentan algunas técnicas para generar vórtices ópticos.

3.2. Generación y observación de vórtices

Existen varias formas de generar vórtices ópticos. A continuación, desarrollaremos brevemente las más conocidas.

Placas de fase espiral

Las placas de fase espiral funcionan mediante la imposición directa de un cambio de fase sobre la luz incidente. Se construyen empleando una pieza de material transparente con espesor gradualmente incremental en forma espiral.

Si definimos al camino óptico como la distancia aparente que viaja la luz dentro de la placa como

$$\alpha = \int n(s) ds \quad (3.13)$$

El índice de refracción n resulta proporcional a la distancia s , entre más ancha sea la placa mayor será el camino óptico y por tanto su cambio de fase. De esta forma el ancho espiral de la placa crea la distribución de fase espiral de un vórtice óptico.

Una forma más versátil de generar vórtices ópticos resulta empleando una placa espiral ajustable. Estas placas son creadas torciendo una pieza de plexiglass agrietado y orientando una de las partes de la placa de tal forma que este directamente perpendicular a la luz incidente mientras la otra se encuentra torcida a un ángulo θ respecto de la primera.

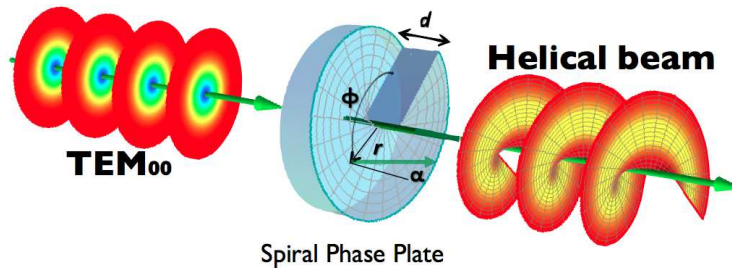


Figura 3.4: Placa espiral

Modos Laguerre-Gauss

Cuando haces Laguerre-Gauss interfieren producen estructuras de vórtices que resulta en patrones complejos de regiones brillantes y oscuras, como se muestra en Fig. 3.5.

Hologramas

Cuando tomamos una fotografía la información contenida en ella resulta ser solamente la intensidad de la luz mientras la información respecto de la fase se pierde por completo. Los hologramas permiten preservar la fase, porque son un patrón de interferencia creado por una onda plana de referencia y luz dispersada proveniente del objeto de interés. Mediante el uso de una placa holográfica podemos grabar el patrón de interferencia entre una onda plana y un vórtice

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.2. GENERACIÓN Y OBSERVACIÓN DE VÓRTICES

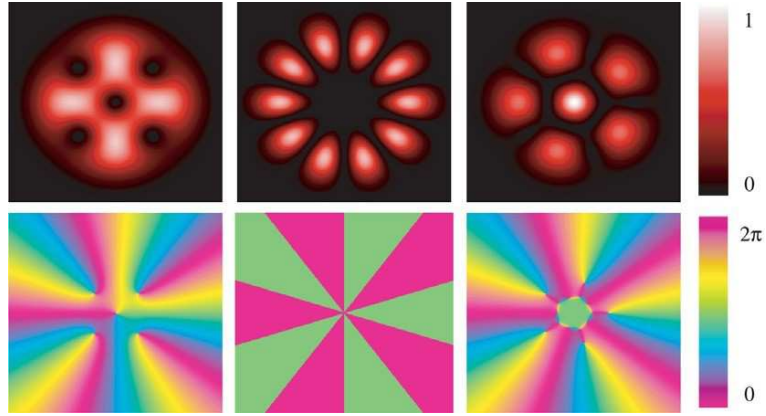


Figura 3.5: Intensidad normalizada (arriba) y perfiles de fase (abajo) para algunas superposiciones de modos Laguerre-Gauss, los modos son $LG_{01} + LG_{05}$, $LG_{0-5} + LG_{05}$ y $LG_{10} + LG_{05}$ de izquierda a derecha

óptico cuyo patrón de interferencia es comúnmente conocido como patrón de tenedor, entonces al hacer incidir la onda plana de referencia sobre la placa se reproduce un vórtice óptico idéntico al original. El uso de placas holográficas hace que esta técnica requiere de elementos ópticos estáticos, es decir, no permiten la creación de vórtices con parámetros variables.

Los hologramas generados por computadora son creados mediante el uso de elementos ópticos difractivos, los cuales están diseñados para imitar cualquier elemento de refracción a elección. Un perfil de fase helicoidal de la forma $\exp(i\nu\phi)$ convierte un haz de láser gaussiano en un modo helicoidal cuyos frentes de onda parecen un sacacorchos con ν giros, como se muestra en la Fig. 3.6. En la práctica, la distribución de fase del elemento óptico deseado se añade típicamente a una rampa de fase lineal y la suma expresada como módulo 2π , como se muestra en la Fig. 3.7. El resultado es una rejilla de difracción que produce el haz deseado en el primer orden de difracción. Los componentes son efectivamente hologramas del elemento óptico deseado.

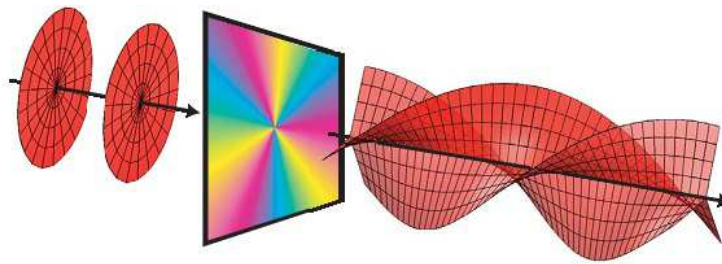


Figura 3.6: Perfil de fase helicoidal de la forma $\exp(i\nu\phi)$ convierte un haz láser gaussiano en un modo helicoidal

Lo que hace que al enfoque holográfico particularmente atractivo es la disponibilidad comercial de moduladores espaciales de luz (MEL). Estos son dispositivos de cristal líquido que se pueden programar a través de la interfaz de vídeo de un ordenador para actuar como hologramas, haciendo que cambiar su diseño sea tan simple como cambiar la imagen mostrada por el equipo en la interfaz del dispositivo permitiendo generar vórtices de manera sencilla que pueden variarse dinámicamente. Los hologramas son patrones complejos de difracción de campo lejano de los objetos o haces deseados y como tal se definen en términos de su fase e intensidad. Para muchos haces simples,

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.2. GENERACIÓN Y OBSERVACIÓN DE VÓRTICES

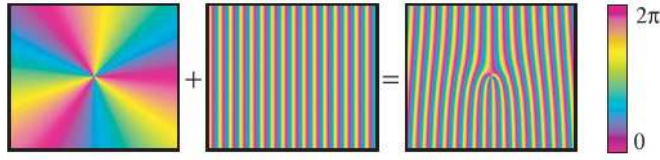


Figura 3.7: Generación de holograma computacional

es suficiente definir sólo la fase, suponiendo una iluminación uniforme, y en tales casos el campo lejano (transformada de Fourier) del holograma es una aproximación cercana al haz de destino. Sin embargo, es necesario para el holograma definir tanto la fase y la intensidad de la luz difractada. Entonces tenemos dos formas para generar vórtices ópticos empleando al MEL-CL, las cuales describimos brevemente.

MEL-CL en modo de amplitud

Es posible obtener vórtices ópticos con el MEL-CL trabajando en el modo de amplitud. Considérese a continuación el arreglo mostrado en la figura 3.8. Sean las funciones de amplitud

$$t_1 = 1 + \cos(\nu\varphi), \tag{3.14}$$

$$t_2 = 1 + \sin(\nu\varphi), \tag{3.15}$$

las señales proyectadas en el MEL-CL 1 y la MEL-CL 2, respectivamente y

$$t_{\pi/2} = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) = i, \tag{3.16}$$

la transmitancia de una placa de media onda. La señal U_Σ justo a la salida del interferómetro de la Fig. 3.8 está dada por la expresión

$$U_\Sigma = \frac{U_0}{2} [1 + \cos(\nu\varphi) + i + i \sin(\nu\varphi)] = \frac{U_0}{2} (1 + i) + \frac{U_0}{2} \exp(i\nu\varphi). \tag{3.17}$$

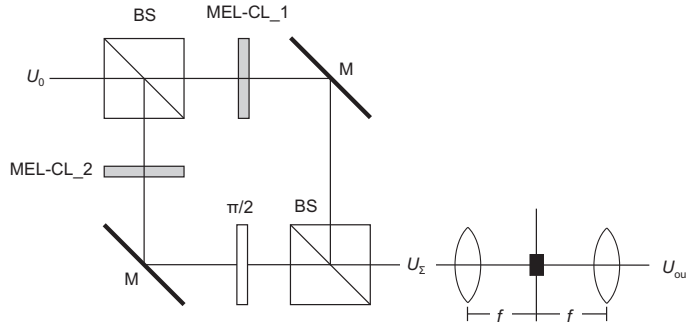


Figura 3.8: Generación de un vórtice con el MEL-CL en modulación de amplitud.

Si se realiza la transformada de Fourier de U_Σ y se coloca un obstáculo para impedir el paso del término constante, la salida final del sistema después de efectuar la transformada inversa de Fourier está dada por

$$U_{\text{out}} = \frac{U_0}{2} \exp(i\nu\varphi), \quad (3.18)$$

la cual es la expresión del vórtice que se desea obtener. La generación de vórtices por medio de modulación de amplitud posee la ventaja de que siempre es posible establecer un rango de funcionamiento (intensidades) dentro del MEL-CL para generar las funciones; sin embargo, en el proceso ocurren pérdidas de energía en la luz transmitida.

MEL-CL en modo de fase

Por otra parte, cuando el MEL-CL se encuentra trabajando en el modo de fase, el nivel de gris de la señal proyectada en el MEL-CL es proporcional al retardo de fase deseado mientras su amplitud permanece constante. En estas condiciones, la señal del vórtice óptico es generada directamente por el MEL-CL.

Aunque el método por modulación de fase se considera el más directo para generar vórtices ópticos, hay que cuidar que el MEL-CL pueda proveer el rango de modulación de fase $0 < \beta \leq 2\pi$, requerido en la expresión $\exp(i\nu\theta)$ (Fig. 3.9). De otro modo el vórtice producido presentará degradación. Como se ha mencionado anteriormente, es posible aumentar β_{max} al disminuir la longitud de onda de iluminación o utilizar un MEL-CL con mayor grosor.

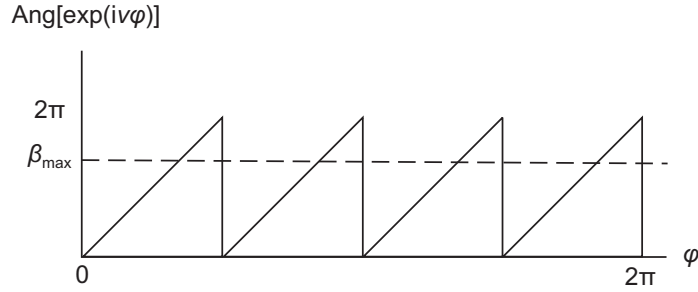


Figura 3.9: Comportamiento de la fase del MEL-CL para generar vórtices.

Considerando la representación más simple de una singularidad de fase:

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp(i\nu\theta) \exp(-ikz) \quad (3.19)$$

y una onda plana dada por la expresión

$$u = \exp(-k_x x - ik_z z) \quad (3.20)$$

al hacerlas interferir el patrón de intensidad resultante se encuentra elevando al cuadrado la suma de amplitudes de las dos funciones

$$I = 1 + E_0^2 + 2E_0 \cos(k_x x - \nu\theta) \quad (3.21)$$

este patrón de intensidad está caracterizado por tener forma de tenedor, el número de “dientes” de tenedor está relacionado con la carga topológica del vórtice óptico usado.

De forma general la observación de un vórtice óptico se simplifica al hacer interferir al haz del vórtice óptico deseado con un haz de referencia proveniente del mismo láser, si el patrón de interferencia resulta en un patrón de tenedor estamos en presencia de un vórtice óptico.

Las técnicas de generación de vórtices ópticos descritas presentan una relación casi lineal entre su radio y la carga topológica. Es por esto que Ovstrosky, et al [14] introducen el concepto de vórtice óptico perfecto cuyo radio no presenta dicha dependencia.

3.3. Vórtice óptico perfecto

El vórtice óptico perfecto se caracteriza por una zona central oscura cuyo radio no depende de la carga topológica y tiene el máximo gradiente del campo en su anillo central. Consideramos al vórtice óptico perfecto como un haz de distribución transversal de energía representado por el modelo matemático ideal

$$g_\nu(\rho, \varphi) = \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\varphi), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.22)$$

donde (ρ, φ) son las coordenadas polares de la sección transversal del haz y δ es la función delta de Dirac, ρ_0 es el radio del vórtice.

3.3.1. Técnica de generación de vórtice óptico perfecto basada en la serie de Bessel

La función 3.22 puede ser expandida en una serie Fourier de Bessel [35] dada por la expresión

$$g(\rho) = \sum_{n=1}^{\infty} c_{\nu,n} J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right), \quad 0 \leq \rho \leq a, \quad \nu \geq -1, \quad (3.23)$$

donde

$$c_{\nu,n} = \frac{2}{a^2 [J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} \int_0^a g(\rho) J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right) \rho d\rho, \quad (3.24)$$

son los coeficientes que caracterizan a la función $g(\rho)$, $J_\nu(\cdot)$ es la función de Bessel de primer tipo y orden ν y $\alpha_{\nu,n}$ es la n -ésima raíz de la función $J_\nu(\cdot)$. Asumiendo que $a > \rho_0$, se sustituye la Ec. (3.22) dentro de la Ec. (3.24) y utilizando la propiedad de filtración de la función δ , el vórtice óptico queda representado por la serie

$$g_\nu(\rho, \varphi) \propto \text{circ} \left(\frac{\rho}{a} \right) \exp(i\nu\varphi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0/a)}{[J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right). \quad (3.25)$$

Los perfiles de intensidad correspondientes a la Ec. (3.25) para dos vórtices con radio $\rho_0=0.5a$ y cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$ se muestran en la figura 3.10. En las imágenes siguientes, el número de términos usados en la sumatoria fue 40.

A fin de realizar ópticamente la operación anterior, la transmitancia del MEL-CL se conforma por una serie de N anillos con modulación de fase azimutal separados por regiones opacas donde no hay transmisión de luz; estos espacios entre los anillos utilizan hologramas binarios en forma de tableros de ajedrez [36]. Alternando un retardo de fase de $\pi/2$ entre las casillas, el promedio de luz transmitida es cero.

Suponiendo que los anillos de fase son lo suficientemente delgados, la función de transmitancia del MEL-CL es proporcional a

$$t_\nu(r, \varphi) \propto \sum_n^N \alpha_{\nu,n} \beta_{\nu,n} \exp[i\nu(\varphi - \varphi_{\nu,n})] \delta(r - r_{\nu,n}), \quad (3.26)$$

donde (r, φ) son las coordenadas polares, $\beta_{\nu,n}$ es el grosor del n -ésimo anillo, $\varphi_{\nu,n}$ su retardo de fase inicial y

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

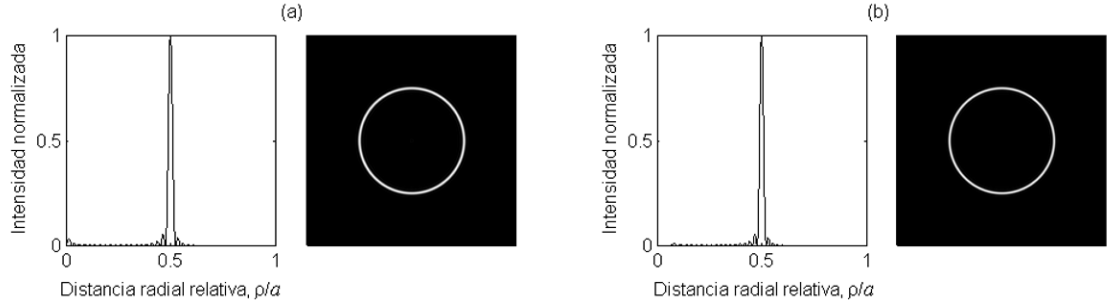


Figura 3.10: Patrones de intensidad de la Ec. (3.25) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$.

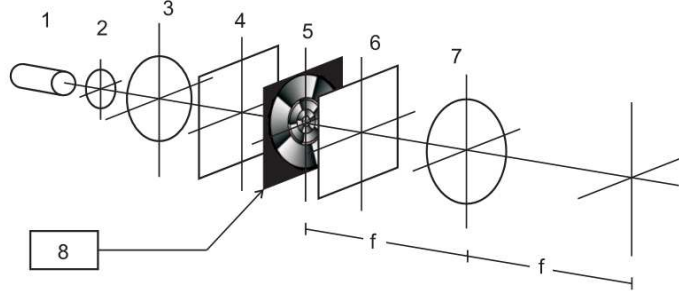


Figura 3.11: Sistema óptico para generar el vórtices perfecto. 1- láser; 2,3 - expansor de haz; 4,6 - polarizadores; 5 - MEL-CL; 7- lente con distancia focal f ; 8 - computadora

$$r_{\nu,n} = \frac{\alpha_{\nu,n}}{\alpha_{\nu,N}} R, \quad (3.27)$$

sus radios respectivos, siendo R el radio de la zona activa del MEL-CL (pixeles, centímetros). La señal óptica a la salida del arreglo de la Fig. 3.11 se calcula por medio de la transformada de Fourier en coordenadas polares

$$U_{\nu}(\rho, \theta) \propto \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} t_{\nu}(r, \varphi) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\varphi - \theta) \right] r dr d\varphi, \quad (3.28)$$

donde λ es la longitud de onda de iluminación y f la distancia focal de la lente. A continuación, se sustituye la transmitancia (3.26) dentro de la Ec. (3.28) y se aplica el cambio de variable $\gamma = \varphi - \theta$, $d\gamma = d\varphi$. De esta forma, utilizando la identidad

$$J_{\nu}(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\theta) \exp(ix \cos \theta) d\theta, \quad (3.29)$$

y aprovechando la propiedad de filtración de la función Delta se obtiene la señal óptica

$$U_{\nu}(\rho, \theta) \propto \exp(-i\nu\theta) \sum_{n=1}^N \alpha_{\nu,n}^2 \beta_{\nu,n} \exp(-i\nu\varphi_{\nu,n}) J_{\nu} \left(\frac{2\pi R \alpha_{\nu,n}}{\lambda f \alpha_{\nu,N}} \right). \quad (3.30)$$

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

Comparando la ecuación anterior con la Ec. (3.26) se encuentra que

$$a_\nu = \lambda f \alpha_{\nu,N} / 2\pi R, \quad (3.31)$$

$$\beta_{\nu,n} \propto \frac{|J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu)|}{\alpha_{\nu,n}^2 [J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2}, \quad (3.32)$$

$$\varphi_{\nu,n} = \begin{cases} 0 & \text{para } J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu) \geq 0 \\ \pi/\nu & \text{para } J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu) < 0 \end{cases}, \quad (3.33)$$

respectivamente. Finalmente, la señal óptica en la salida del sistema óptico presentado en la Fig. 3.11 se escribe como

$$U_\nu(\rho, \theta) \propto \exp(-i\nu\theta) \sum_{n=1}^N \frac{J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu)}{[J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} J_\nu\left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a_\nu}\right). \quad (3.34)$$

La ecuación anterior representa la aproximación finita de la expresión (3.22), la cual se extiende en todo el rango $(0, \infty)$ de la coordenada ρ . En la Fig. 3.12 se grafican los perfiles de intensidad correspondientes a la Ec. (3.34) para dos vórtices con radio $\rho_0=1\text{mm}$ y cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$, donde se ha elegido el valor típico $\lambda f / 2\pi R = 0.01\text{mm}$.

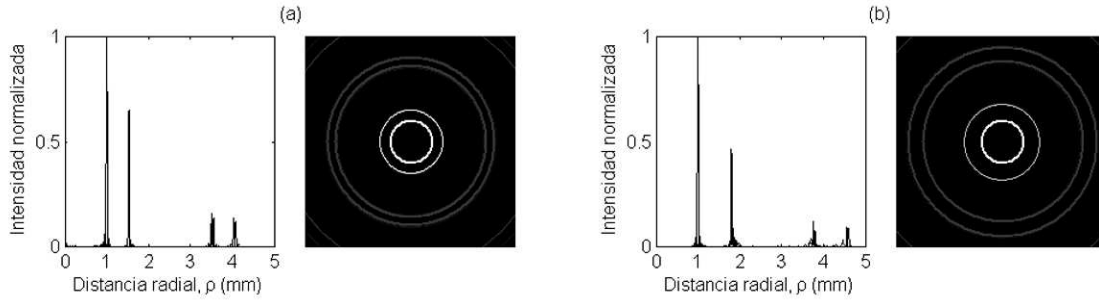


Figura 3.12: Patrones de intensidad de la Ec. (3.34) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$ y el radio $\rho_0=1\text{mm}$.

Como puede observarse en la Fig. 3.12, la parte central de la señal óptica es justamente el vórtice cuyo radio es independiente de la carga topológica graficado en la figura (3.10). Los anillos laterales pueden ser eliminados por medio de una máscara que permita pasar el anillo central, la cual se coloca justo después del plano focal de la lente de Fourier.

Para la realización experimental de esta técnica se empleó un MEL-CL de transmisión modelo LC2002 de HoloEye Photonics AG con un área activa de $21 \times 26\text{mm}$ y una resolución de 800×600 píxeles. Se hicieron las señales de control mediante un programa de Matlab empleando el método antes descrito una señal de vídeo en escala de grises (0-255) que consiste en una serie de anillos concéntricos con modulación de fase azimutal, que nos permite controlar la modulación de luz en el dispositivo. Para la elaboración de los tableros de ajedrez las matrices que representaban el cuadrado negro y blanco del tablero se repetían hasta abarcar la totalidad de la pantalla. Las matrices base tenían un tamaño dado de píxeles y un valor distinto de nivel de gris entre el 0 y 255.

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

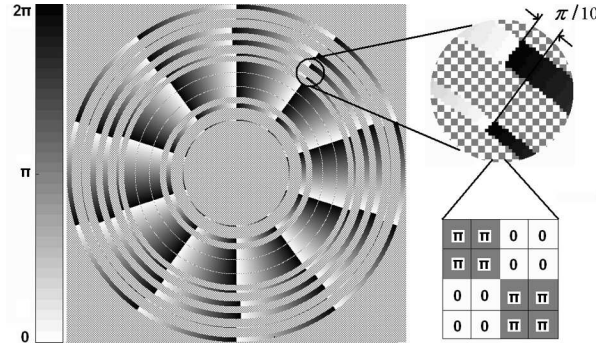


Figura 3.13: Ejemplo de la señal de control utilizada en la técnica propuesta, $\nu=10$ y $\rho_0=0.1\text{mm}$.

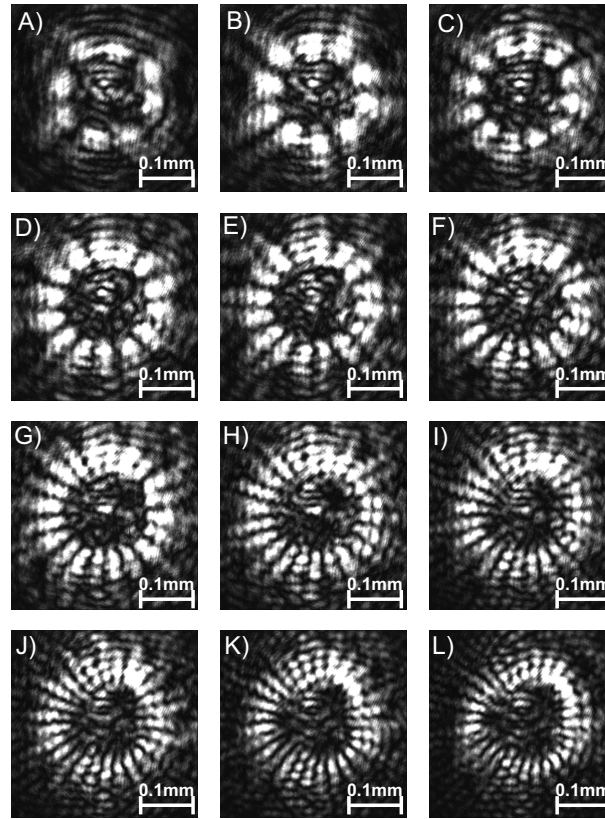


Figura 3.14: Vórtices generados experimentalmente con cargas $4 < \nu < 15$.

Los vórtices ópticos obtenidos experimentalmente fueron reportado por Ostrovsky et al. [14] y se muestran en la figura 3.14.

Podemos observar que la calidad de los vórtices experimentales obtenidos no es la esperada con la simulación realizada, varios factores influyen en este resultado. Primeramente, la anchura de los anillos de fase no es despreciable como supone el modelo teórico; por otro lado, el MEL-CLN utilizado no alcanzó a cubrir el rango completo de fase $0-2\pi$ lo que resulta en una ligera modulación de amplitud parásita.

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

El uso del MEL-CL de transmisión representa un problema adicional, la alta pérdida de potencia a la salida del arreglo (Fig. 3.11). En términos de aplicación para pinzas ópticas esto evita la obtención de la potencia necesaria para alcanzar atrapamiento de partículas. Es por esta razón que fue aplicada la técnica anteriormente descrita empleando un MEL-CL de reflexión modelo PLUTO-VIS Holoeye con resolución de 1080×1920 pixeles optimizado para realizar modulación en el rango de fase $0 - 2\pi$. A continuación describiremos las consideraciones para el caso del PLUTO-VIS.

Las señales de control se generaron empleando el método descrito anteriormente. Los tableros de ajedrez antes usados resultaron ineficientes pues se topó con la limitante de que las separaciones entre anillos eran menores que el tamaño mínimo para reproducir correctamente el tablero, de tal forma que ya no se puede garantizar el correcto funcionamiento de estos para modular la luz. Por medio de una portadora la luz entre los espacios entre anillos y la luz que sirve para generar los vórtices ópticos fueron separados en el plano de Fourier.

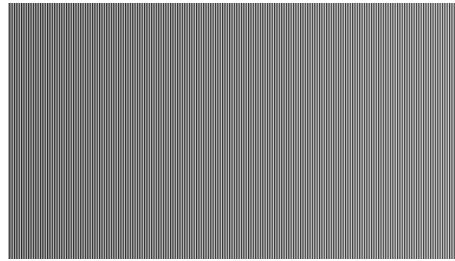


Figura 3.15: Ejemplo de señal portadora

El código para generar la señal de control se compone de varias partes. Primeramente creamos un vórtice con una carga topológica ν dada, luego otro vórtice con la misma carga topológica pero con un desfase de π/ν y finalmente creamos la portadora que va en las secciones entre anillos. Después se calculan todos los coeficientes de la sumatoria en la ecuación (3.34), en donde cada elemento de la misma representa un anillo que lleva dentro uno de los dos vórtices generados en la primer parte del programa de acuerdo con Ec. 3.33, una vez obtenidos los valores necesarios para los anillos, se procede a generarlos. El programa escrito nos permite controlar el tamaño del radio del vórtice perfecto.

En los experimentos se decidió ocupar 20 anillos correspondiente a 20 términos de la sumatoria de 3.34 y un radio r_0 de 1mm cuya imagen se muestra en las figuras 3.16. Estas imágenes finalmente son guardadas como archivos png.

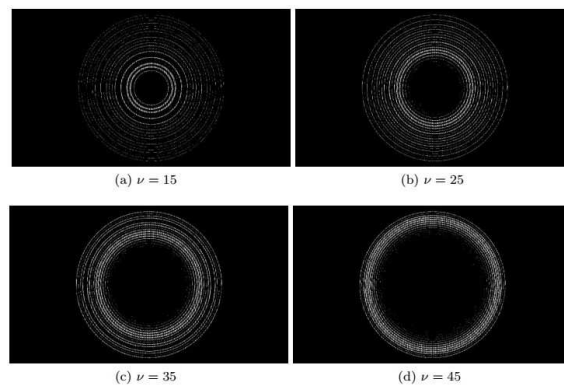


Figura 3.16: Ejemplo de señales finales para genera vórtices perfectos con diferentes cargas topológicas.

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

El arreglo experimental empleado es el sistema óptico mostrado en la Fig. (3.17), cuya unidad central la conforma MEL-CL 0° -twist de reflexión.

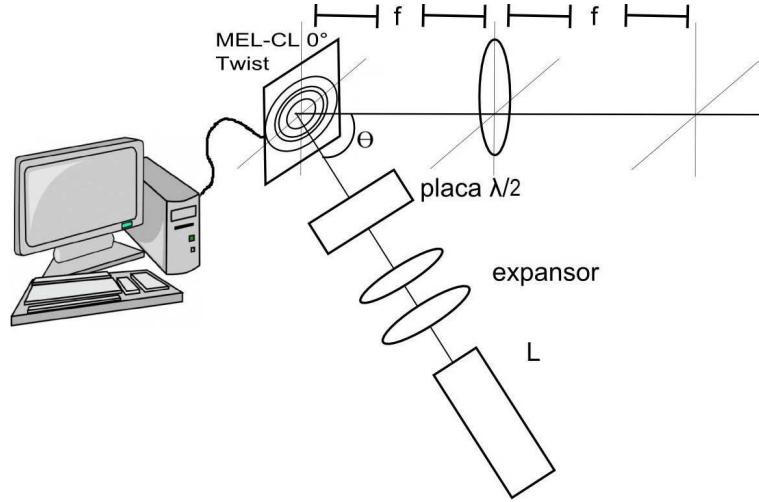


Figura 3.17: Sistema óptico para generar el vortices perfecto.

En dicho arreglo, la luz entrante al modulador se alinea al eje de pulido para obtener modulación de fase en el MEL-CLN y la salida del sistema se observa en el plano focal de una lente delgada. En donde la placa $\lambda/2$ se utiliza para alinear el eje de polarización entrante en el MEL-CL y obtener modulación de fase. Un aspecto importante a mencionar es que el ángulo de reflexión del modulador debe ser pequeño ($\theta < 15^\circ$), la razón es porque de no ser así no se garantiza que la posición de salida y entrada del haz sea aproximadamente la misma lo que introduce aberraciones al atravesar dos zonas distintas de la pantalla.

Una vez armado el arreglo experimental se procede a proyectar las señales de control en la pantalla LCD obteniendo los vórtices ópticos deseados figura 3.18.

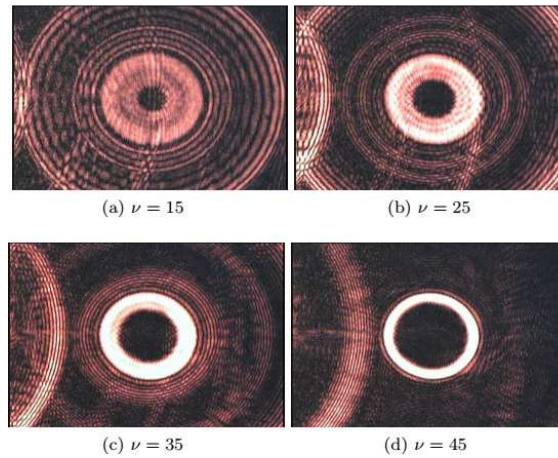


Figura 3.18: Vórtices ópticos de radio r_0 de 1mm.

A cada uno de los vórtices anteriores se le tomó un perfil de intensidad, con este perfil que midió el diámetro externo para cada vórtice en pixeles. Empleando la información de la cámara CCD

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

respecto al tamaño del sensor y de su área activa se obtuvo un factor conversión de pixeles a mm, con este factor de conversión los diámetros externos para cada vórtice resultan:

Carga topológica (ν)	Diámetro externo (mm)
15	2.43
25	2.26
35	2.21
45	2.17

Tabla 3.1: Tamaño de diámetro externo de vórtices perfectos

Observamos que los valores obtenidos concuerdan con el valor empleado para el radio (1 mm) cuando creamos la señal para generar el vórtice perfecto. Si bien el uso del modulador PLUTO-VIS permitió la generación de vórtices ópticos perfectos con mayor carga topológica que en caso anterior la calidad de los vórtices experimentales sigue sin ser la óptima, pues, aunque el radio externo del vórtice no varía considerablemente el radio interno sí lo hace. La anchura de los anillos de fase sigue sin ser tomada en cuenta. El MEL-CLN utilizado ahora si funciona en el rango completo de fase $0 - 2\pi$ pero la teoría desarrollada para la modulación corresponde al caso de transmisión y no de reflexión.

A pesar de estos inconvenientes los vórtices ópticos perfectos obtenidos fueron empleados en un experimento exitoso de atrapamiento de partículas de silicón de $2,5\mu m$ de radio.

Los inconvenientes mostrados por esta técnica son la motivación para el desarrollo de una técnica que los resuelva y provea de resultados de mejor calidad. En noviembre de 2014 fue reportada y publicada en la revista Optics Letter [22] una técnica nueva que será la empleada en los experimentos de atrapamiento óptico de esta tesis, y que se describe en la siguiente sección.

3.3.2. Técnica de generación de vórtice óptico perfecto basada en fórmula de clausura

En la sección anterior se mostró que el vórtice perfecto puede generar aproximadamente en un sistema óptico de transformada de Fourier empleando un modulador de luz de cristal líquida controlado por computadora. Desafortunadamente, la propuesta ahí resultaba muy complicada en su realización práctica debido a la modulación compleja del modo de transmisión del MEL usado, un MEL-CL nemático. En consecuencia, la calidad del vórtice generado era más bien pobre. Es por esta razón que se desarrolló una mejora a la técnica de generación del vórtice óptico perfecto la cual es más simple en su realización práctica y se obtiene una alta calidad en los resultados. Empezamos partiendo de la definición del vórtice óptico perfecto como un haz óptico con una distribución transversal de amplitud compleja dad por el modelo ideal

$$g_\nu(\rho, \theta) = \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\theta), \quad (3.35)$$

donde $\delta(\rho)$ e la función delta de Dirac, (ρ, θ) con las coordenadas polares de la sección transversal del haz, ρ_0 es el radio del vórtice, y ν es un entero, conocido como la carga topológica del vórtice. Tal vórtice puede generarse aproximadamente por un sistema óptico de transformada de Fourier. Como es bien sabido, la distribución de amplitud compleja en los planos focales posterior (ρ, θ) y frontal (r, ψ) de este sistema están relacionadas por la transformada de Fourier, i.e

$$U(\rho, \theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} U(r, \psi) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\theta - \psi) \right] r dr d\psi \quad (3.36)$$

donde λ es la longitud de onda de iluminación y f es la longitud focal de la lente transformadora de Fourier. Entonces, reemplazando $U(\rho, \theta)$ en la versión inversa de la ecuación (3.36) por $g_\nu(\rho, \theta)$ de

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

la ecuación (3.35) y usando la propiedad de filtrado de la función delta junto con la representación de la función de Bessel de primer tipo y n-ésimo orden.

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\psi) \exp(ix \cos(\psi)) d\psi \quad (3.37)$$

se encuentra que, para obtener el vórtice óptico perfecto, la señal de entrada debe ser escogida de acuerdo con

$$U(r, \psi) \propto J_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0 \right) \exp(i\nu\psi) \quad (3.38)$$

La señal óptica, ecuación 3.38, puede obtenerse mediante el empleo de dos moduladores que modifican la amplitud y la fase del campo de iluminación, respectivamente. Para emplear solamente un modulador de fase, usamos la aproximación de ancho de pulso de la función de Bessel en la ecuación (3.38) mostrada en la figura 3.17 para valores positivos de ν y descrita para

$$J_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0 \right) \approx \sum_n (-1)^{n-1} \text{rect} \left(\frac{r - r_{\nu,n}}{\delta r_{\nu,n}} \right) \quad (3.39)$$

donde $\text{rect}(r)$ la función rectángulo, $r_{\nu,r}$ es la n-ésima raíz de la ecuación

$$\frac{d}{dr} J_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \right) = 0 \quad (3.40)$$

y

$$\delta r_{\nu,n} \propto \frac{|J_\nu(2\pi r_{\nu,n} \rho_0) / \lambda f|}{|J_\nu(2\pi r_{\nu,1} \rho_0) / \lambda f|} \quad (3.41)$$

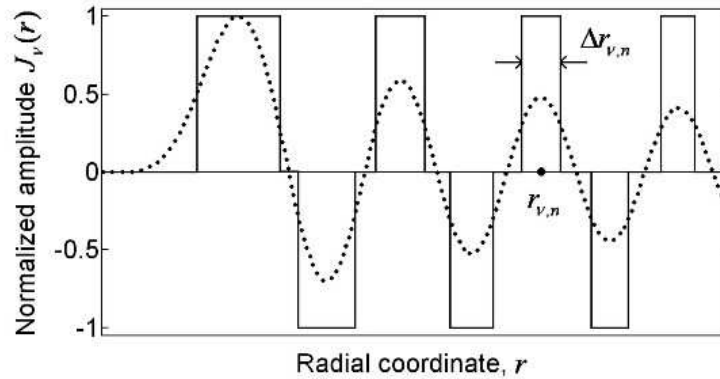


Figura 3.19: Aproximación ancho de pulso de la función Bessel

Entonces, el campo dado por la ecuación 3.38 puede reproducirse aproximadamente transmitiendo una onda plana uniforme a través de una pantalla de fase formada por una serie de anillos concéntricos con transmitancia de amplitud total

$$T(r, \psi) = \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda f} x_0' x \right) \sum_n \text{rect} \left(\frac{r - r_{\nu,n}}{\delta r_{\nu,n}} \right) \exp[i\nu(\psi - \psi_{\nu,n})], \quad (3.42)$$

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

los cuales están separados por una serie de anillos concéntricos complementarios con transmitancia de amplitud total

$$T(r, \psi) = \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda f}x'_0x\right) \left[1 - \sum_n \text{rect}\left(\frac{r - r_{\nu,n}}{\delta r_{\nu,n}}\right)\right]. \quad (3.43)$$

En la ecuación (3.42) $\psi_{\nu,n}$ toma valor 0 para n impar y π/ν para par. El factor de fase $\exp(\pm i2\pi x'_0x/\lambda f)$ en la ecuación 3.42 y 3.43 se introduce para separar los resultados de la modulación útil de la luz parasitaria que pasa a través de los espacios entre los anillos de modulación, tal que el vórtice generado esté centrado en la position ($x' = -x'_0, y' = 0$). Dado que la modulación de la señal óptica especificada en las ecuaciones 3.42 y 3.43 tiene modulo unitario en todos los puntos, puede ser efectivamente realizado empleando un modulador espacial comercial controlado por computadora operada en modo de fase.

Usando las ecuaciones 3.35-3.43, uno encuentra que la señal centrada en los puntos ($x' = -x'_0, y' = 0$) en el plano de salida del sistema óptico de transformada de Fourier

$$U(\rho, \theta) = \exp(i\nu\theta) \sum_n (-1)^{n-1} \int_{r_{\nu,n}-\delta r_{\nu,n}/2}^{r_{\nu,n}+\delta r_{\nu,n}/2} J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho\right) r dr. \quad (3.44)$$

Tomado en cuenta que el factor exponencial en la ecuación 3.44 reproduce exactamente el frente de onda helicoidal requerido, computamos solamente la distribución de intensidad

$$I(\rho) = \left| \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \int_{r_{\nu,n}-\delta r_{\nu,n}/2}^{r_{\nu,n}+\delta r_{\nu,n}/2} J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho\right) r dr \right| \quad (3.45)$$

donde N es un parámetro de truncado. Los resultados computados para $\rho_0 = 1$ mm, $N = 20$, y dos valores diferentes de ν (1 y 10) se muestran en la figura 3.18 (por simplicidad, en ambos casos el factor $2\pi/\lambda f$ se iguala a la unidad). Estos resultados pueden reconocerse como buenas aproximaciones a los vórtices perfectos. Los resultados computacionales demuestran la consistencia de la aproximación dada por la ecuación 3.44, mostrados en la figura 3.20.

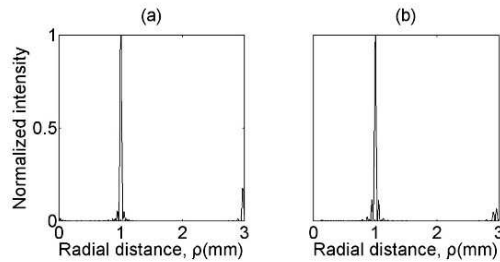


Figura 3.20: Gráfica de vórtice perfecto con dos valores de carga topológica (a) $\nu = 1$ (b) $\nu = 10$

Para verificar la técnica propuesta en práctica, realizamos experimentos físicos usando el montaje experimental mostrada en la figura 3.21. En estos experimentos empleamos un modulador de reflexión de fase Pluto-Vis HoloEye Photoncs AG con resolución de 1920X1080 pixele, área activa $15,36 \times 8,64mm$ y $8.0 \mu m$ de ancho de pixel. Las señales de vídeo de control consisten en imágenes en escala de grises (0-255) formadas por una serie de anillos concéntricos generadas usando rutinas en Matlab y desplegadas en el modulador conectado a una computadora empleando el modo de

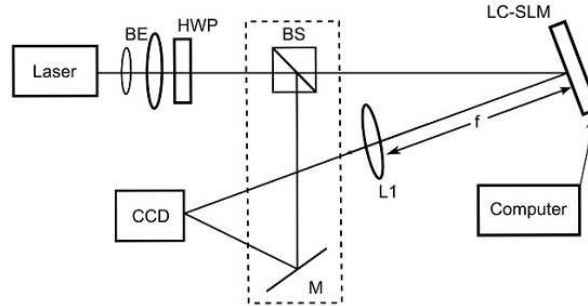


Figura 3.21: Montaje experimental

pantalla extendida en la salida de vídeo. Como la fuente de luz empleada un láser de He-Ne (633) de baja potencia (4.5 mW) y los resultados se registraron empleando una cámara CCD. En el primer experimento desplegamos en el modulador una señal de control de vídeo de la forma $\exp(i\nu\psi)$ con diferentes valores de ν , se coloca un divisor de haz antes del modulador para tener un haz de referencia y empleando un espejo (sección punteada de la figura 3.21) se hace interferir la luz modulada con una onda plana registrando la superposición de ambas en la cámara CCD. La señal de control de vídeo y el patrón de interferencia se muestran en la figura 3.22. Las franjas de interferencia de forma de tenedor en la figura 3.22(b), con la diferencia en el número de franjas en la parte superior e inferior es igual a ν , evidenciando la presencia del vórtice óptico. Este resultado asegura la precisión de los siguientes experimentos donde lidiamos solamente con la medida de la intensidad.

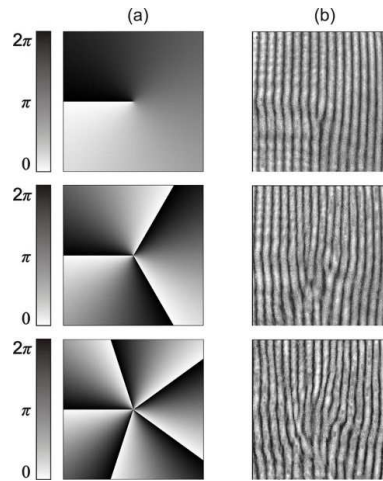


Figura 3.22: patrones de interferencia con estructura de tenedor

En el segundo experimento generamos la señal de control de vídeo de acuerdo con las ecuaciones 3.43 y 3.44 para crear el vórtice óptico perfecto de radio $\rho_0 = 1,5$ mm y diferentes valores de carga topológica. Para visualizar efectivamente las señales de control en el área activa del modulador, se truncó el número de anillos de modulación por un número N dependiendo del valor de la carga topológica.

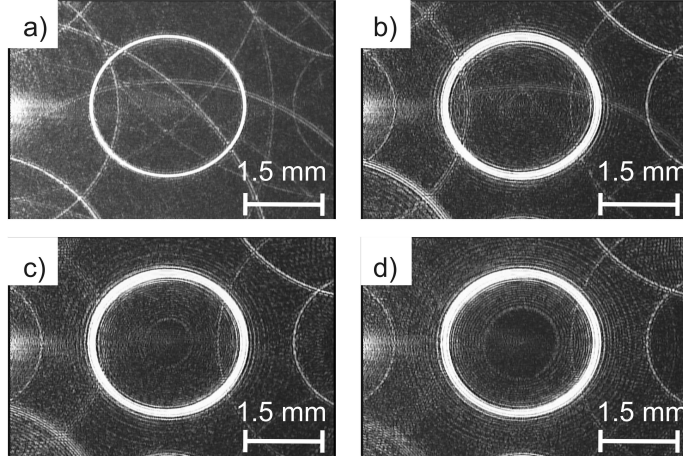


Figura 3.23: vórtices ópticos perfectos generados con la nueva técnica, (a) $\nu = 1$; (b) $\nu = 20$; (c) $\nu = 40$ (d) $\nu = 60$

La distribución de intensidad del vórtice generado mostrado en la figura 3.16 exhibe un marcado perfil de intensidad con un radio independiente de la carga topológica. El aumento apreciable en el ancho del anillo principal y de la visibilidad de anillos parasitarios pueden explicarse por el error sistemático debido a la aproximación de ancho de pulso de la función Bessel. Es obvio que el tamaño mínimo obtenible del vórtice óptico está limitado por el ancho efectivo el anillo principal el cual en el caso de la figura 3.23(d) es aproximadamente 0.18 mm.

De la misma forma que se hizo con la técnica anterior se le tomó un perfil de intensidad a cada foto y con este perfil que midió el diámetro externo para cada vórtice en pixeles y empleando factor de conversión anterior los diámetros externos para cada vórtice resultan:

Carga topológica (ν)	Diámetro externo (mm)
1	2.98
20	3.01
40	3.01
60	3.02

Tabla 3.2: Tamaño de diámetro externo de vórtices perfectos

3.4. Conclusiones

En este capítulo se expuso el tema de los vórtices ópticos con sus propiedades y descripción matemática, explicando las técnicas más conocidas para su generación y la desventaja que tienen al poseer una dependencia entre su radio y carga topológica razón por la cual se ha propuesto el concepto de vórtice óptico perfecto. Para entender este concepto primeramente se expusieron los conceptos matemáticos necesarios para ello. La creación del vórtice óptico perfecto se realizó mediante dos aproximaciones distintas cada una con sus características y requerimientos. La primera de ellas basada en la representación en serie de Fourier; los resultados obtenidos con ella no fueron de muy buena calidad, a pesar de haber empleado dos tipos de moduladores distintos, debido a su compleja implementación experimental. Por esta razón se desarrolló una segunda técnica basada

CAPÍTULO 3. VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO
3.4. CONCLUSIONES

en la fórmula de clausura, la cual además de presentar resultados experimentales de alta calidad su implementación experimental es más simple.

Capítulo 4

Pinzas ópticas en base del vórtice óptico perfecto

En este capítulo trataremos los principios del funcionamiento de las pinzas ópticas, los elementos ópticos y requerimientos necesarios para conseguir atrapamiento. Después pasaremos a la aplicación del vórtice óptico en el atrapamiento de partículas y la descripción del arreglo experimental empleado para tales fines.

4.1. Pinzas ópticas

Las pinzas ópticas consisten en un haz láser altamente enfocada por un objetivo de microscopio su operación básica puede explicarse mediante la transferencia de momento asociada con la redirección de la luz sobre interfaces dieléctricas. La función específica de las pinzas ópticas es permitir la manipulación no invasiva de partículas y realizar algún tipo de estudio sobre ellas.

Cuando una partícula se acerca al foco formado por el haz experimenta una fuerza debida a la transferencia de momento de los fotones que conforman el haz con el que interactúa. La fuerza total se divide en dos componentes conocidas como fuerza de dispersión (o fuerza axial) y fuerza de gradiente (o fuerza radial). La fuerza de dispersión va en sentido de la propagación del haz y tiende a empujar a la partícula fuera y lejos del foco siendo la fuerza dominante en la mayoría de los casos. Sin embargo, cuando la intensidad transversal del haz no es homogénea se presenta otra fuerza conocida como fuerza gradiente que tiende a atraer a la partícula hacia la zona con mayor intensidad. A fin de que exista atrapamiento óptico, la fuerza de gradiente debe ser superior a la fuerza de dispersión. El tratamiento teórico para una pinza óptica suele dividirse en tres casos dependiendo del tamaño del objeto que se pretende atrapar: el régimen de óptica de rayos para cuando el objeto es mucho menor que la longitud de onda empleada, el régimen de Rayleigh cuando un objeto es muchas veces mayor que λ y el régimen de MIE cuando el objeto es de aproximadamente el mismo tamaño que λ [37].

4.1.1. Régimen de óptica de rayos

En el régimen de óptica de rayos el haz de luz se descompone en rayos individuales, cada uno con una intensidad, dirección y estado de polarización determinado, que se propagan en línea recta de un medio con índice de refracción uniforme. Cada rayo tiene las características de una onda plana con longitud de onda cero que puede cambiar su dirección cuando se refleja, refracta o cambia su polarización en una interfaz dieléctrica de acuerdo con las fórmulas de Fresnel.

La trampa óptica consiste de un haz láser incidente que entra por un objetivo de microscopio con una apertura numérica grande ($N.A > 1,2$) y es enfocado rayo a rayo en un punto f . El ángulo de

**CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO
PERFECTO**
4.1. PINZAS ÓPTICAS

convergencia máximo para rayos en el borde de la apertura de entrada de un objetivo con gran apertura numérica ($N.A > 1,2$) es $\psi_{max} = 70^\circ$

La fuerza total actuando sobre una esfera de diámetro D con $D \gg \lambda$ consiste en la suma de las contribuciones (fig. 4.1) de cada rayo entrando en la apertura [38] a un radio r con respecto del eje de haz y a un ángulo β con respecto al eje Y . Los rayos son entonces reflejados y refractados en la superficie de la esfera dando lugar a fuerzas que actúan sobre ella.

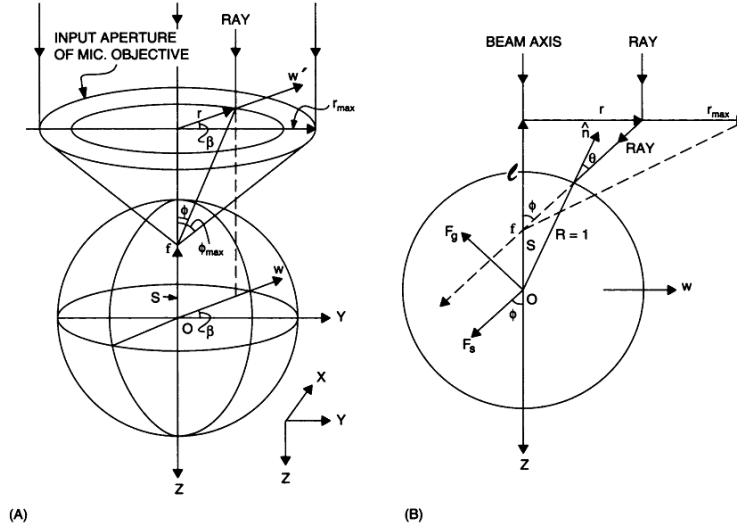


Figura 4.1:

Considerando la fuerza ejercida por un solo rayo (fig. 4.2) de potencia P sobre una esfera dieléctrica a un ángulo de incidencia θ con un momento por segundo de $n\frac{P}{c}$. La fuerza total sobre la esfera es la suma de todas las contribuciones [51] debidas a los rayos reflejados de potencia sucesivamente decreciente $PT^2, PT^2R, \dots, PT^2R^n, \dots$. Las cantidades R y T son los coeficientes de transmisión y reflexión de Fresnel de la superficie a θ . Estos rayos dispersados forman ángulos relativos a la dirección del rayo incidente de $\pi + 2\theta, \alpha, \alpha + \beta, \dots, \alpha + \beta, \dots$, respectivamente.

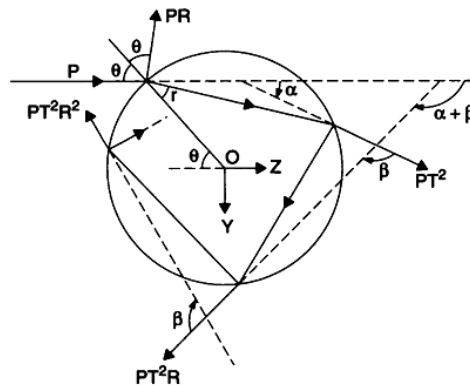


Figura 4.2: Geometría para el cálculo de fuerza debido a la dispersión de un rayo óptico

**CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO
PERFECTO**
4.1. PINZAS ÓPTICAS

La fuerza total en la dirección Z resulta ser el cambio neto de momento por segundo en la dirección Z debido a la dispersión de los rayos. Entonces

$$F_z = \frac{n_1 P}{c} - \left[\frac{n_1 P R}{c} \cos(\pi + 2\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n_1 P}{c} T^2 R \cos(\alpha + n\beta) \right], \quad (4.1)$$

Similarmente para la dirección Y, donde el momento por segundo incidente es cero, resulta:

$$F_y = 0 - \left[\frac{n P R}{c} \sin(\pi + 2\theta) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n_1 P}{c} T^2 R \sin(\alpha + n\beta) \right]. \quad (4.2)$$

Es posible sumar sobre todos los rayos dispersados por una esfera considerando la fuerza total en el plano complejo $F_{tot} = F_z + iF_y$ [52] Quedando:

$$F_{tot} = \frac{n_1 P}{c} [1 + R \cos 2\theta] + i \frac{n_1 P}{c} R \sin 2\theta - \frac{n_1 P}{c} T^2 \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{i(\alpha+n\beta)}. \quad (4.3)$$

La suma sobre n es una serie geométrica de la forma

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r} \quad (4.4)$$

resulta

$$\sum_{n=0}^{\infty} R^n \exp i(\alpha + n\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{i\alpha} e^{in\beta} = e^{i\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{in\beta} = e^{i\alpha} \frac{1}{1 - R e^{i\beta}} \quad (4.5)$$

Entonces la fuerza total da

$$F_{tot} = \frac{n_1 P}{c} [1 + R \cos 2\theta] + i \frac{n_1 P}{c} R \sin 2\theta - \frac{n_1 P}{c} T^2 \exp i\alpha \left[\frac{1}{1 - R \exp i\beta} \right]. \quad (4.6)$$

Para obtener las expresiones correspondientes para la fuerza axial y radial racionalizamos la expresión anterior y la separamos en su parte real e imaginaria, obteniendo

$$F_{tot} = \frac{n_1 P}{c} \left[1 + R \cos 2\theta + i R \sin 2\theta - T^2 e^{i\alpha} \left(\frac{1 - R e^{-i\beta}}{1 - R e^{i\beta} - R e^{-i\beta} + R^2} \right) \right]. \quad (4.7)$$

Realizando el cambio de variables $\alpha = 2\theta - 2r$ y $\beta = \pi - 2r$ en el cuarto elemento de la ecuación 4.7 tenemos

$$T^2 e^{i\alpha} \left(\frac{1 - R e^{-i\beta}}{1 - R e^{i\beta} - R e^{-i\beta} + R^2} \right) = T^2 e^{i(2\theta-2r)} \left(\frac{1 + R e^{i2r}}{1 + 2R \cos(2r) + R^2} \right) \quad (4.8)$$

Sustituyendo en la ecuación 4.7 y separándola en su parte real e imaginaria tenemos

$$Re(F_{tot}) = \frac{n P}{c} \left[1 + R \cos(2\theta) - \frac{1}{1 + 2R \cos(2r) + R^2} T^2 (\cos(2\theta - 2r) + R \cos(2\theta)) \right] \quad (4.9)$$

$$Im(F_{tot}) = \frac{n P}{c} \left[1 + R \sin(2\theta) - \frac{1}{1 + 2R \cos(2r) + R^2} T^2 (\sin(2\theta - 2r) + R \sin(2\theta)) \right] \quad (4.10)$$

donde

$$\begin{aligned} Re(F_{tot}) &= F_z = F_{scat} \\ Im(F_{tot}) &= F_y = F_{grad} \end{aligned}$$

4.1.2. Régimen de Rayleigh

En este régimen las partículas son muy pequeñas comparadas con la longitud de onda y son tratadas como dipolos puntuales. Es bien conocido que una esfera de radio r en un campo eléctrico homogéneo \vec{E} se polarizará y tendrá un momento dipolar inducido [39] dado por

$$\vec{p}_{dipole} = 4\pi n_{med}^2 \epsilon_0 r^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \vec{E}, \quad (4.11)$$

donde m es la razón entre el índice de refracción de la partícula y el medio ($m = n_{part}/n_{med}$). En dicho régimen una partícula con momento dipolar experimenta una fuerza gradiente [40] dada por:

$$\vec{F}_{grad} = \pi n_{med}^2 \epsilon_0 r^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla |\vec{E}|, \quad (4.12)$$

que es atractiva cuando $m > 1$. Para partículas pequeñas, esta ecuación es válida para un campo eléctrico variante en el tiempo y la fuerza puede reescribirse en términos de la intensidad, como

$$\vec{F}_{grad} = \frac{2\pi n_{med} r^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla I. \quad (4.13)$$

Observamos que esta fuerza depende del gradiente de la intensidad, de ahí su nombre. En el caso de un campo variante en el tiempo, las oscilaciones de los dipolos pueden considerarse como fuentes radiantes de energía que es absorbida y reemitida por las partículas. La diferencia vectorial entre la energía removida del campo incidente y la energía re irradiada representa una cantidad asociada de cambio en el flujo de momento y por tanto resulta en una fuerza de dispersión [40] de magnitud:

$$\vec{F}_{scat} = \frac{8\pi n_{med} k^4 r^6}{3c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) I \quad (4.14)$$

donde:

S : promedio en el tiempo del vector de Poynting

n_m : índice de refracción del medio

k : número de onda

r : radio de la partícula

c : velocidad de la luz en el vacío

Con un aumento en el grado de enfocamiento, la intensidad tridimensional del gradiente aumenta, la fuerza gradiente se vuelve más fuerte que la de dispersión; y el atrapamiento en tres dimensiones resulta posible. (Figura 4.3 (a) y (b))

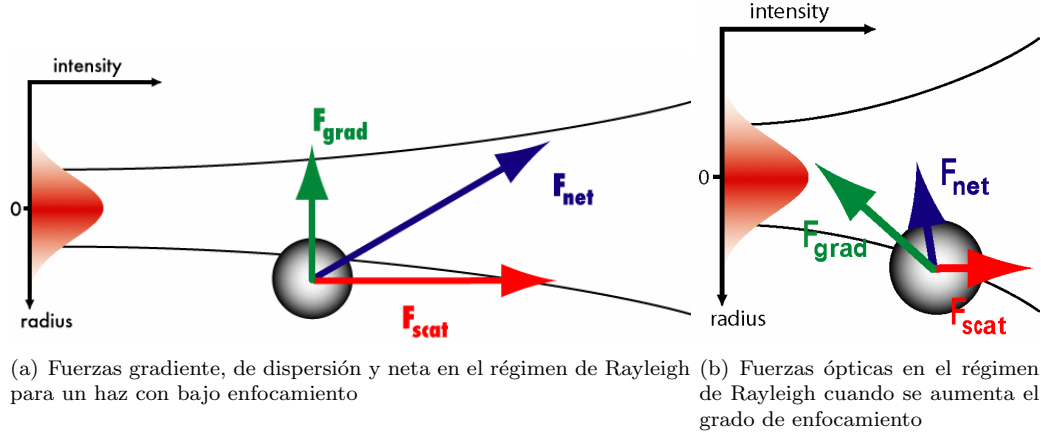


Figura 4.3: Régimen de Rayleigh

4.1.3. Régimen de MIE

El desarrollo teórico y matemático del régimen de MIE se encuentra fuera de los alcances y objetivos de esta tesis, sin embargo, es importante mencionar que existe un marco teórico para la descripción del atrapamiento de partículas en este régimen. Para el caso del régimen intermedio el campo de luz debe ser descrito rigurosamente en términos de las ecuaciones de Maxwell para obtener una descripción precisa. Esto se obtiene describiendo analíticamente al atrapamiento óptico de microesferas homogéneas e isotrópicas en términos de las soluciones de Lorenz-Mie para la dispersión de luz incidente sobre una esfera, empleando la llamada teoría generalizada de Lorenz-Mie y el método de la matriz T [39,40].

Elementos y componentes de una pinza óptica

El arreglo básico de una pinza óptica [41] consiste de un haz láser altamente enfocado que atrapa el objeto, una muestra, un sistema de manipulación y posición de la muestra y un sistema de imagen usado para monitorear el experimento.

- **Óptica de atrapamiento** Esta sección describe un procedimiento de transformación de un haz láser dado en un spot altamente enfocado con la mayor profundidad de trampa. Maximizando la profundidad de la trampa es equivalente a maximizar ∇I en el foco de atrapamiento. Una vez que se selecciona el objetivo de microscopio y el láser, maximizar la profundidad de la trampa es equivalente a ajustar el tamaño y curvatura de la luz incidente sobre el objetivo de microscopio tal que el objetivo enfoque la luz para alcanzar el gradiente de intensidad máximo posible. ∇ puede aumentarse al disminuir ω_{trap} mientras que la potencia total se mantenga constante. Desafortunadamente, la difracción de la luz pone un límite fundamental al valor de ω_{trap} que puede alcanzarse con un láser y objetivo de microscopio particulares. Un lente ideal de longitud focal f enfocando un haz láser colimado de diámetro D y longitud de onda λ_0 produce un ω_{trap} tal que

$$\omega_{trap} \geq \frac{1,22f\lambda_0}{2D} = \frac{1,22\lambda_0 \tan[\sin^{-1}(N.A/n)]}{n} = \frac{1,22\lambda_0}{n} \sqrt{\left(\frac{n}{N.A}\right)^2 - 1}, \quad (4.15)$$

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.2. ATRAPAMIENTO DE PARTÍCULAS CON VÓRTICE ÓPTICO

donde N.A es la apertura numérica del lente, y n es el índice de refracción del medio. Un objetivo de microscopio típico de 100X de inmersión de aceite tiene un N.A de 1.25. Para un lente dado, la trampa es más fuerte cuando el diámetro de la luz incidente en el objetivo, d_{obj} , es aproximadamente el mismo que el diámetro del objetivo, D_{obj} . Si $d_{obj} < D_{obj}$, ω_{trap} será mayor que el valor mínimo para el lente, disminuyendo la fuerza de la trampa, si $d_{obj} > D_{obj}$, no toda la luz será transmitida por el objetivo. En este caso ω_{trap} tendrá el valor mínimo, pero la intensidad del gradiente será menor que para $d_{obj} \approx D_{obj}$. Teniendo el tamaño correcto de spot en el objetivo no es suficiente para tener un atrapamiento óptimo. El haz láser debe tener también el radio de curvatura correcto en el objetivo.

- **Sistema de manipulación de muestras** Dado que el objeto a atrapar se encuentra suspendido en una solución acuosa, se coloca una muestra entre un portaobjetos y un cubreobjetos de espesor muy pequeño. El portaobjetos es colocado sobre una montura xyz que permite ajustar la posición en 3 dimensiones.
- **Sistemas de observación** En el caso del arreglo pinzas ópticas el objetivo de microscopio empleado para el atrapamiento es el mismo para el usado para observar las partículas atrapada. Es por esto que es necesario el uso de un espejo dicroico que refleje la luz de atrapamiento directo al objetivo de microscopio, y al mismo tiempo transmite parte de la luz de imagen producida por una fuente de luz blanca colocada debajo de la muestra hacia una cámara CCD.
- **Láser:** Para la selección del láser debemos de tomar en cuenta cuatro características importantes: la forma del haz de salida, el astigmatismo del haz, la potencia y la longitud de onda. La forma y el astigmatismo del haz van a determinar que tan bien se puede enfocar el haz empleando un determinado objetivo de microscopio. La selección de la longitud de onda depende del tipo de muestra que se deseen atrapar. Para objetos inorgánicas como esferas dieléctricas un láser visible es el indicado, si deseamos emplear especímenes biológicos debemos considera que la absorción de un haz visible altamente enfocado es tal que puede dañar el espécimen, por eso usualmente se considera el empleo de láseres en la región infrarroja (750-1000 nm) cuya absorción es significativamente menor [42]. La potencia mínima necesaria a la entrada del objetivo de microscopio para conseguir atrapamiento de partículas es de 20-30 mW, la potencia del láser empleado debe ser suficiente para alcanzar este requerimiento.

4.2. Atrapamiento de partículas con vórtice óptico

El atrapamiento óptico es logra mediante fuerzas derivadas del intercambio de momento entre la luz incidente y el objeto atrapado. El flujo local de momento en el campo de luz esta en dirección del vector de Poynting local y por tanto perpendicular al frente de onda. Dado que los vórtices ópticos tienen frentes de onda helicoidales y, por tanto, inclinado respecto del eje de propagación del haz pueden aplicar fuerzas circunferenciales y por consiguiente torques alrededor del eje del haz. De esta forma el momento angular es transferido hacia un objeto desde el haz.

Partículas transparentes con alto índice de refracción

En una trampa óptica de un sólo haz, un haz láser es enfocado de tal forma que produce un potencial de atrapamiento tridimensional. En la mayoría de los arreglos experimentales de trampa óptica de un solo haz, el haz láser es dirigido directamente a través de un lente objetivo de 100x con alta apertura numérica ($N.A \approx 1,3$). La alta apertura numérica es muy importante pues permite la maximización del gradiente de intensidad de la luz cerca del plano focal, proveyendo atrapamiento estable en la dirección axial. El mínimo tamaño de punto focal (del orden de 1-2 micrómetros) y el máximo gradiente de intensidad resulta en la fuerza de atrapamiento más fuerte sobre un objeto

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.2. ATRAPAMIENTO DE PARTÍCULAS CON VÓRTICE ÓPTICO

para ser atrapado y manipulado. La eficiencia de la trampa puede ser simplemente descrita por una eficiencia de atrapamiento radial y axial, las cuales son comúnmente medidas para determinar la velocidad máxima a la cual la partícula puede ser arrastrada a través del fluido a su alrededor y permanece atrapada para una potencia de salida del láser dada. La eficiencia de atrapamiento radial es en general mayor que la eficiencia axial. Ashkin mostró dentro del modelo de óptica de rayos, que los rayos con alto ángulo de convergencia (alrededor de 70°) contribuyen más a la fuerza de atrapamiento que aquellos provenientes del centro del haz. Esto lleva al postulado de que los haces con una región central oscura pueden proveer atrapamiento más eficiente. Usualmente la fuerza de dispersión tiende a empujar la partícula, contrarrestando el atrapamiento. Un haz con una región central oscura reduce esta fuerza, mejorando el atrapamiento axial.

Partículas opacas o de bajo índice de reflexión

Haces en forma de dona y otros haces huecos han sido usados en arreglos para manipular partículas opacas (tanto reflectoras como absorbentes) y de índice de refracción menor que el del medio a su alrededor. Ashkin, Dziedzic, Roosen e Imbert [42] manipularon partículas reflectoras usando haces anulares en contra-propagación, estos trabajos fueron seguidos por experimentos de varios tipos de trampas ópticas de un solo haz. Todas estas trampas usan un arreglo experimental similar al de la trampa de gradiente de un solo haz: un haz láser enfocada usando un objetivo de microscopio de alta apertura numérica. Los haces con intensidad central mínima han sido empleados para atrapar partículas opacas y de bajo índice porque la teoría predice que estas partículas no pueden ser atrapadas empleando un haz Gaussiano convencional. El mismo modelo de óptica de rayos usada para explicar el atrapamiento de partículas con alto índice muestra que las partículas de bajo índice son repelidas desde el máximo de intensidad, y una teoría similar se usa para mostrar que las partículas reflectoras experimentarían un efecto similar. Los experimentos han mostrado que partículas fuertemente absorbentes podrían también ser atrapadas en un haz anular. Se ha mostrado recientemente teórica y experimentalmente que ambas partículas reflectoras y absorbentes pueden ser atraídas bidimensionalmente con un spot sin región central oscura, y también que partículas metálicas. Sin embargo, los haces anulares son por mucho la forma más común y eficiente de atrapar este tipo de partículas.

Fuerzas ópticas

Las fuerzas ejercidas sobre las partículas debido a un haz láser dependen de las propiedades tanto del haz como de la partícula. Un número de distintos mecanismos actúan cuando la luz incide sobre partículas de diferentes tipos, tales como la fuerza gradiente actuando sobre partículas transparentes u átomos, y la transferencia de momento mediante la interacción con fotones provenientes del haz. Mencionaremos brevemente cada caso.

Partículas Transparentes

El atrapamiento de partículas transparentes puede entenderse en términos de las fuerzas de gradiente y dispersión. La fuerza de gradiente es proporcional al gradiente de intensidad y la fuerza de dispersión es proporcional a la intensidad. En la primera sección de este capítulo ya se han mostrado las expresiones correspondientes tanto para la fuerza gradiente como para la de dispersión.

Como se ha mencionado anteriormente cuando la fuerza de gradiente es suficiente para sobrepasar la fuerza de dispersión, la partícula es atraída hacia la región de mayor intensidad en el haz. Para un vórtice óptico la región de mayor intensidad es su anillo principal. Como resultado, la posición de atrapamiento de las partículas en un haz vórtice depende del tamaño relativo del vórtice y de las partículas como se muestra en la figura 4.4.

**CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO
PERFECTO**

4.2. ATRAPAMIENTO DE PARTÍCULAS CON VÓRTICE ÓPTICO

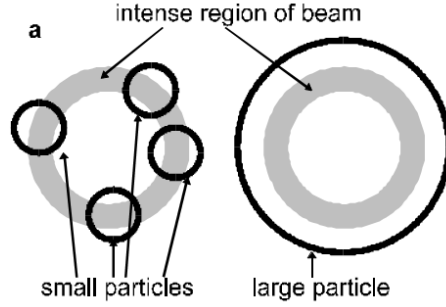


Figura 4.4: Posiciones de atrapamiento para partículas transparentes cuando son a) más pequeñas, b) más grandes que el vórtice óptico

Partículas absorbentes y reflectoras

Las partículas absorbentes y reflectoras se atrapan mediante la transferencia de momento desde el haz; conforme los fotones son absorbidos desde el haz o reflejados por una partícula, momento lineal, momento angular y energía son transferidas desde el haz hacia la partícula. Las fuerzas actuando en tales partículas pueden ser calculadas fácilmente, como la diferencia entre el momento incidente y de salida es transferido a la partícula.

El desarrollo de un modelo general útil para el cálculo de las fuerzas actuando sobre una partícula reflectora presenta cierta dificultad, como la geometría de una partícula afecta la dirección en la cual la reflexión ocurre. Para clarificar, solamente se tomará en cuenta el caso más simple de partículas absorbentes. Si una partícula es altamente absorbente, toda la energía y momento llevado por la porción del haz interceptado por la partícula será absorbido. Las fuerzas resultantes dependen menos de las propiedades ópticas y la forma de la partícula que cuando partículas transparentes o reflectoras son atrapadas. La principal consideración es la geometría del haz.

Transferencia microscópica de momento y energía

La transferencia de momento del haz láser hacia una partícula absorbente puede entenderse en términos de la absorción de fotones. Un elemento de área pequeño $d\vec{A}$ de una partícula altamente absorbente experimenta una fuerza dada por el vector de Poynting:

$$\vec{F}_{absorcion} = \frac{1}{c} \vec{S} \cdot (-d\vec{A}) \frac{S}{|S|} \quad (4.16)$$

Las partículas reflectoras redirigirán el momento, entonces la fuerza actuando sobre la partícula será:

$$\vec{F}_{reflexion} = \frac{-2(\vec{S} \cdot d\vec{A} \mathbf{dA})^2}{c|\vec{S}| |d\vec{A}|^2} \quad (4.17)$$

En este caso, la dirección de la fuerza resultante depende de la orientación de la superficie. Un elemento de área absorbente \mathbf{dA} absorberá momento angular. La razón de absorción de momento angular de una pequeña sección de la partícula está dada en términos del vector de Poynting y el número de onda k :

$$\tau = \frac{\omega_z}{k} \vec{S} \cdot \left(-d\vec{A} \frac{S}{|S|} \right) \quad (4.18)$$

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.2. ATRAPAMIENTO DE PARTÍCULAS CON VÓRTICE ÓPTICO

donde $\omega_z = \pm 1$ para polarización circular a izquierdas y derechas respectivamente $\omega_z = 0$ para polarización lineal. La razón de absorción de energía puede escribirse en términos del vector de Poynting como:

$$P_a = c\vec{S} \cdot d\vec{A} \quad (4.19)$$

donde c es la velocidad de la luz en el medio.

Comparación con atrapamiento de haces Gaussianos

Ambos haces Gaussiano y vórtice óptico pueden usarse para atrapar partículas absorbentes o transparentes, pero las propiedades resultantes de las trampas difieren. En particular, un haz Gaussiano no porta momento angular orbital. Una comparación puede mostrar cuando el uso de un haz de atrapamiento anular es preferible.

Transferencia de momento angular orbital

Un haz Gaussiano no porta momento angular orbital dado que sus frentes de onda son esféricas en lugar de helicoidales. Como resultado, un haz Gaussiano solamente porta momento angular debido a la polarización circular.

Diferencia en fuerza axial y calentamiento

La fuerza axial y el calentamiento son efectos usualmente no deseados en las trampas ópticas, pero pueden ser bastante grandes cuando se atrapan partículas absorbentes. Atrapar usando haces anulares permite minimizar estos efectos, como la partícula puede ser atrapada en la región central oscura del haz. Las partículas no siempre estarán en el eje del haz, como cuando se encuentran en movimiento saliendo y entrando de la trampa, y partículas suficientemente grandes no pueden ser contenidas dentro de la región central de baja intensidad, entonces las fuerzas máximas experimentadas por las partículas conforme se mueven dentro de la trampa son de interés. La eficiencia de una trampa óptica se puede caracterizar por la razón entre la fuerza radial de atrapamiento y la fuerza axial. Dado que la fuerza axial es proporcional a la potencia absorbida, la misma eficiencia puede usarse para comparar el calentamiento de las partículas dentro de la trampa.

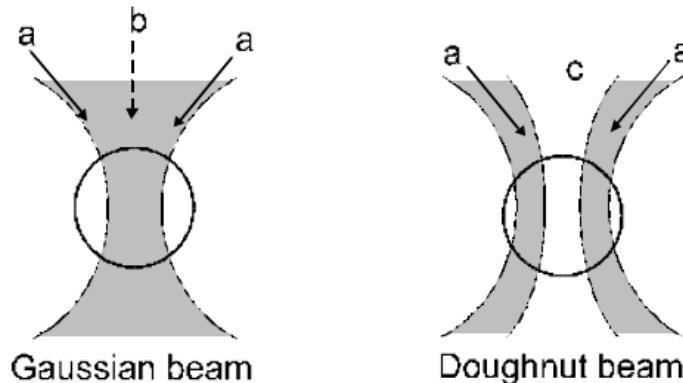


Figura 4.5: Comparación entre un haz Gaussiano y un haz anular

De la figura 4.5 observamos que conforme los rayos inciden sobre una partícula transparente con gran ángulo de convergencia, región(a), son los responsables de la mayor parte de las fuerzas

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.3. ARREGLO EXPERIMENTAL DE PINZAS ÓPTICAS CON VÓRTICE ÓPTICO

de atrapamiento actuando sobre la partícula, remover los rayos centrales, región (b), tiene relativamente poco efecto en estas fuerzas. En un haz gaussiano, esta porción central del haz es la más intensa, y es responsable de la mayor contribución al calentamiento y a la fuerza de dispersión actuando en la partícula. Un haz anular, sin embargo, tiene un centro con muy baja intensidad, correspondientemente con un calentamiento y fuerza de dispersión menor.

4.3. Arreglo experimental de pinzas ópticas con vórtice óptico

El arreglo experimental de pinzas ópticas con vórtice óptico perfecto se compone de dos partes: la pinza óptica y la generación del vórtice óptico perfecto, ésta última parte del arreglo se ha descrito ya en el capítulo 3 de esta tesis por tanto a continuación describiremos la parte correspondiente al arreglo experimental de pinzas ópticas. Nuestra propuesta de pinzas ópticas consiste de los siguientes elementos:

1. Una fuente de luz blanca.
2. Un objetivo de microscopio de 100x, N.A de 1.4 de inmersión de aceite.
3. Cámara CCD pixel (datos)
4. Un espejo dicroico.
5. Filtros.
6. 2 espejos.
7. Postes y equipo óptico mecánico.

En la figura 4.6 se muestra el diagrama de la propuesta de pinzas ópticas, en la figura 4.6a; el diagrama de las partes del arreglo experimental, y en la figura 4.6b; el montaje experimental en laboratorio.

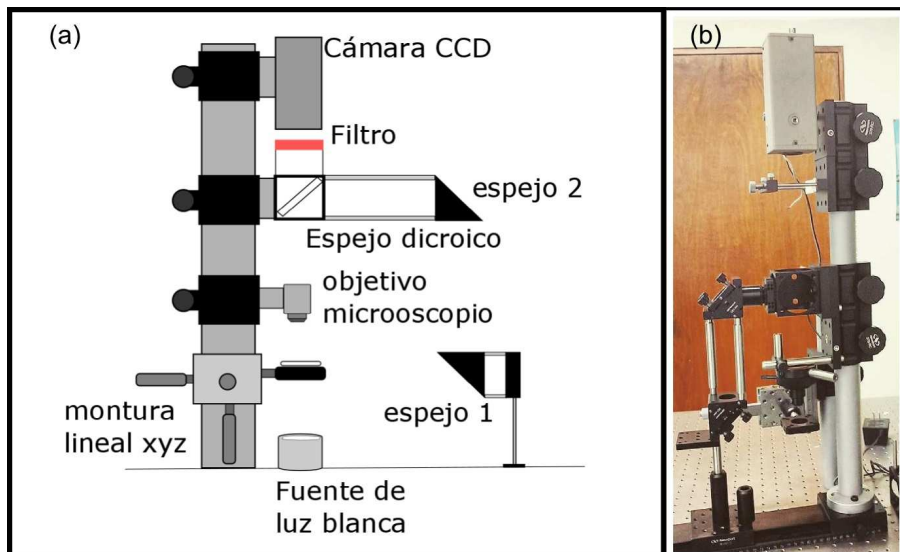


Figura 4.6: (a)diagrama de pinzas ópticas (b)arreglo experimental

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.3. ARREGLO EXPERIMENTAL DE PINZAS ÓPTICAS CON VÓRTICE ÓPTICO

El sistema experimental funciona de la siguiente forma. El haz vórtice generado empleado el arreglo de la figura 3.21 incide sobre los dos espejos colocados paralelos entre sí, estos espejos se emplean para que el haz pase por un espejo dicróico; el cual permite redirigir el haz hacia el objetivo de microscopio para entonces, ser enfocado sobre las partículas colocadas en un portaobjetos. Una cámara se emplea para observar la captura de partículas y se coloca un filtro frente a ella para eliminar la luz láser proveniente del espejo dicróico. Durante el montaje y armado del sistema de pinzas se fueron presentando diversos problemas, que a continuación mencionaremos.

El primer problema con el que nos enfrentamos fue la posición del sistema de manipulación de muestras, al colocar la montura milimétrica empleada para mover las muestras como se planeaba originalmente (fig. 4.7a) resultó poco práctico y dificultaba la alineación del sistema por lo que se optó por colocarla en un poste por separado (fig. 4.7b), de esta forma se consiguió un manejo más flexible y preciso de las muestras.

El segundo problema que tuvimos que resolver concierne al sistema de observación. La pinza óptica mostrada en la fig. 4.7 es básicamente un microscopio y como es sabido es necesario enfocar la imagen de salida del objetivo hacia el ocular (en este caso a la cámara CCD), es decir; nuestro arreglo necesita de una lente para captar la imagen del objetivo y otra más para colimar y enfocarla sobre la CCD. Esto implica más espacio en el poste donde va montado todo el arreglo. Si tomamos en cuenta que los objetivos de microscopio están diseñados para formar la imagen a aproximadamente 16 cm [42] por lo que colocando la cámara CCD a esta distancia de la salida del objetivo de microscopio la imagen de salida se enfocara en el CCD sin necesidad de emplear lentes adicionales. Para tener una pinza óptica funcional se debe de enfocar el haz de atrapamiento empleando un objetivo de microscopio, esto presentó otro problema a resolver. Inicialmente se deseaba hacer que el plano de Fourier donde era generado el vórtice óptico perfecto coincidiera con la entrada del objetivo de microscópico de tal forma que éste fuera enfocado por el objetivo de microscopio. Mediante un argumento similar al del problema anterior, considerando al objetivo como una lente, lo que estamos enfocando no es la imagen del vórtice óptico perfecto. Si colocamos la entrada del objetivo a una distancia de 16 cm respecto del plano de Fourier garantizamos entonces, que el haz que se enfocará es la del vórtice óptico perfecto.

Otra de las partes fundamentales del arreglo de pinzas ópticas es el láser, el cual debe cumplir varias características para ser utilizado en experimentos de atrapamiento. En el desarrollo de nuestro experimento de pinzas consideramos dos láseres para emplear en el arreglo experimental. El primero era un láser Roithner con $\lambda = 473 \text{ nm}$ y .5 W de potencia prestado por el Laboratorio de Fotónica de la BUAP; este láser cumplía con el requerimiento de potencia, sin embargo, la forma del spot del haz de salida era muy irregular. Se intentó circularizar el spot empleando varias técnicas [50], se logró obtener un spot de forma circular, pero con una distribución de intensidad no uniforme, además de una pérdida en la potencia del 80%. Por esta razón este láser fue descartado para usarlo en el arreglo experimental de pinzas. El segundo láser fue facilitado por el Departamento de Óptica del INAOE, era un láser Klastech de $\lambda = 532 \text{ nm}$ y 2 W de potencia; este láser cumplía con todas las características deseables para el experimento de atrapamiento de partículas.

En base a las observaciones anteriores el arreglo experimental propuesto se modificó, en la figura 4.7a se muestra su diagrama y en la figura 4.7b su montaje en el laboratorio.

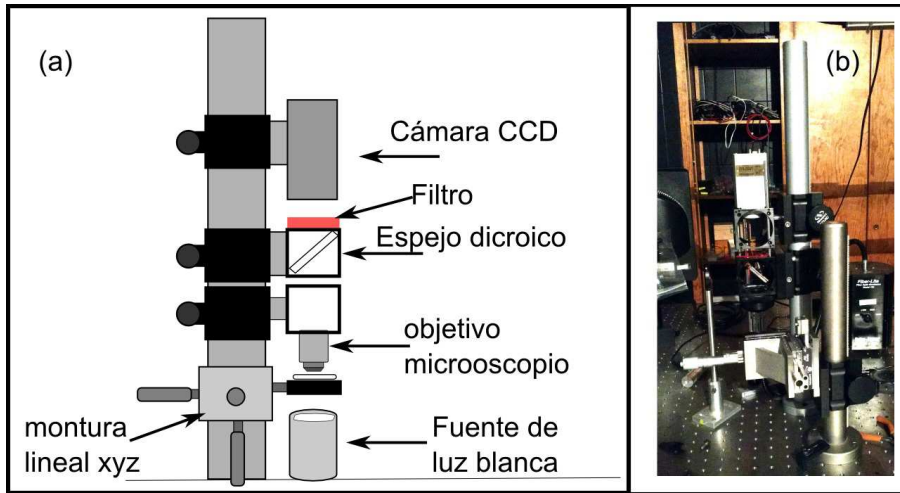


Figura 4.7: (a) diagrama experimental (b) montaje experimental en laboratorio

Una propuesta para mejorar el arreglo de pinzas es codificar la lente de Fourier en la señal que es desplegada en el modulador ahorrándonos así el uso de una lente y reduciendo espacio con su respectiva ganancia de potencia.

4.4. Experimentos y resultados

Haciendo uso de un láser verde de 532 nm y 2 W de potencia se construyó el arreglo experimental mostrado en la fig. 3.21 de la sección anterior. Con un programa escrito en Matlab se generaron las señales de control para crear vórtices ópticos de carga topológica $\nu = 10, \nu = 20, \nu = 40, \nu = 60$ con radios de 2 mm , la lente de Fourier empleada en el arreglo tenía una distancia focal de 50 cm .

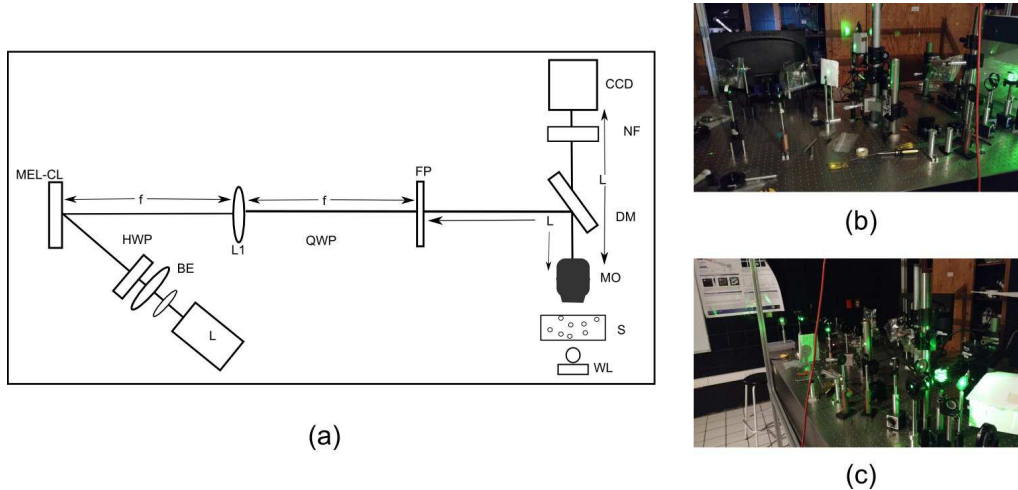


Figura 4.8: (a) esquema experimental con correcciones, (b) arreglo experimental (c) arreglo experimental

Después de obtener los vórtices ópticos deseados el haz es dirigido al sistema de pinzas y con el espejo dicróico se le hace incidir en el objetivo de microscopio de $100\times$ y $N.A=1.4$, la potencia obtenida en la entrada del objetivo fue de aproximadamente 30 mW . Como muestras de captura

CAPÍTULO 4. PINZAS ÓPTICAS EN BASE DEL VÓRTICE ÓPTICO PERFECTO

4.4. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

se emplearon partículas de silicón de radio de $2.5 \mu m$. Empleando la cámara CCD se captó a las partículas de silicón atrapadas con el vórtice girando alrededor de la distribución anular de éste. Fue posible atrapar 10 partículas. Como lo muestran las imágenes de la figura 4.9

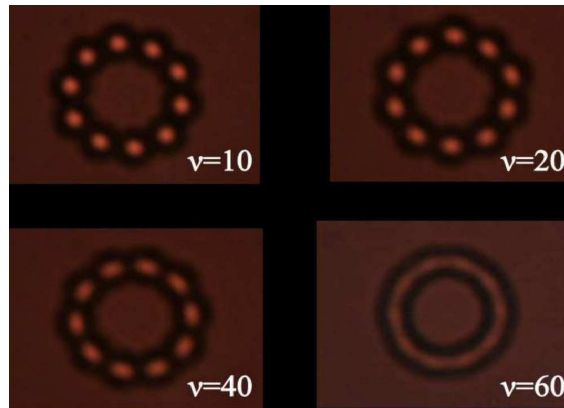


Figura 4.9: capturas

Se observó que la velocidad de giro de las partículas atrapadas en el vórtice aumentaba conforme aumentaba la carga topológica del vórtice, esto es apreciable en las imágenes al ver la aparente deformación que sufre la forma de las partículas. Para comprobar esto se empleo software de edición de vídeo para encontrar el tiempo aproximado que a una partícula atrapada en el vórtice óptico le toma dar una vuelta alrededor de éste. Con tiempo se puede calcular la frecuencia figura 4.10. Como podemos observar de las gráficas existe una relación aparentemente lineal entre la carga topológica y la frecuencia, si bien es necesario tener mas datos para poder realizar un ajuste correcto, podemos emplear un ajuste lineal (línea roja) comprobando que efectivamente la frecuencia aumenta linealmente con la carga topológica.

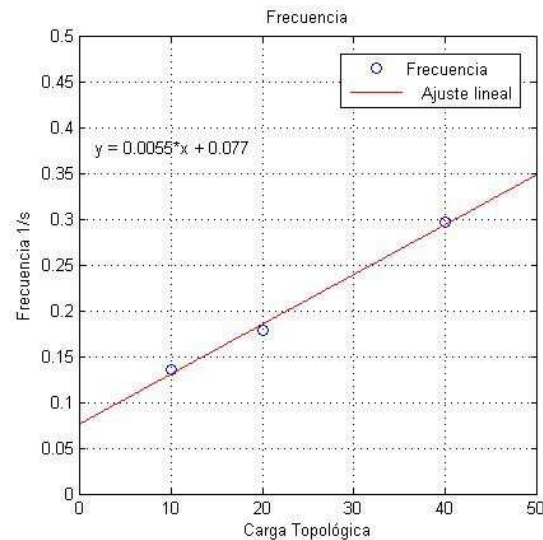


Figura 4.10: Gráfica de Frecuencia vs Carga Topológica

Para tratar de medir la eficiencia de la trampa cuando ya se tenían atrapadas partículas en el vórtice se fue moviendo la montura milimétrica lentamente para observar cómo era atraída

una partícula hacia la trampa de vórtice y calcular la velocidad, los resultados en este caso son inconclusos pues el desplazamiento de la montura no es lo suficientemente fino como para distinguir si el atrapamiento es debido al movimiento de la montura o a la fuerza de atrapamiento. Se concluye lo mismo para cuando sin tener partículas se trata de calcular la velocidad de atracción hacia el vórtice.

4.5. Conclusiones

El uso de vórtices ópticos en atrapamiento de partículas pequeñas presenta ventajas sobre emplear haces gaussianos típicos, como la posibilidad de atrapar partículas de distintos tipos, minimizar la transferencia de calor a la muestra y tener atrapamiento axial y radial más estable. Adicionalmente son capaces de transferir momento angular hacia las muestras atrapadas.

Se propuso y construyó un arreglo experimental de pinzas ópticas funcional que emplea el vórtice óptico perfecto como haz de atrapamiento; durante su diseño se presentaron problemas que fueron solventados y queda aún espacio para optimización.

Se logró atrapar partículas de silicón de $2.5 \mu m$ de radio empleando el arreglo experimental propuesto, se usaron vórtices ópticos con distintos valores de carga topológica y se observó que la velocidad de giro de las partículas atrapadas en el vórtice resultó proporcional a la carga topológica del vórtice empleado.

No fue posible medir la velocidad de atracción de las partículas en el experimento debido a limitantes físicas en el equipo empleado.

Capítulo 5

Conclusiones Generales

1. En esta tesis se expusieron los fundamentos de la teoría referente al momento angular, su generación, su transferencia e interacción con la materia.
2. Continuando con el trabajo realizado en la licenciatura se desarrolló un refinamiento de la técnica de generación del vórtice óptico perfecto que resulta más sencilla de implementar experimentalmente con resultados de alta calidad.
3. Se empleó la nueva técnica desarrollada en un experimento de generación de vórtices ópticos usando un MEL-CL PLUTO VIS de reflexión obteniendo vórtices ópticos con diferente carga topológica desde $\nu = 10$ hasta $\nu = 60$, los cuales presentan un anillo principal muy bien definido y con un alto gradiente de intensidad. Cada uno de estos vórtices obtenidos tienen el mismo tamaño de radio de 1.5 mm, es decir, el radio resulta independiente de la carga topológica.
4. Se desarrolló e implementó una rutina en Matlab que resulta más sencilla y eficiente para calcular los parámetros necesarios en la creación de las señales de control que se despliegan en el modulador. Este programa es fácilmente adaptable a las condiciones experimentales que se deseen emplear: la longitud de onda del láser usado, la lente de Fourier empleada, el tamaño del radio deseado del vórtice.
5. Los resultados obtenidos en la generación del vórtice óptico perfecto empleando la nueva técnica fueron publicados en el artículo **Simple technique for generating the perfect optical vortex**, en la revista Optics Letters Vol. **39**, Issue 18.
6. Se desarrollaron los fundamentos físico matemáticos de las pinzas ópticas su funcionamiento, regímenes, sus partes y elementos, y los requerimientos para su correcto funcionamiento.
7. Se propuso y construyó un prototipo de pinzas ópticas que emplea el vórtice óptico perfecto como haz de atrapamiento. Durante su construcción se enfrentaron a varios problemas de diseño, construcción y alineamiento que fueron resueltos para conseguir un prototipo funcional con el que se obtuvieron resultados satisfactorios.
8. La técnica nueva fue empleada para generar vórtices ópticos de cargas $\nu = 10$, $\nu = 20$, $\nu = 40$ y $\nu = 60$ con radios de 2 mm empleando un láser de $\lambda = 534$ y una lente de Fourier de $f = 50$ cm, estos vórtices fueron empleados en un experimento de atrapamiento de partículas.
9. Se consiguió y observó atrapamiento de partículas de 2.5 micrómetros usando vórtices ópticos de distintas cargas topológicas logrando hacer girar las partículas, manteniendo el mismo número de partículas atrapadas y aumentando la velocidad de giro proporcionalmente a ν .

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES GENERALES

10. Los resultados obtenidos durante la realización de esta tesis (2014-2015) han sido publicados en los siguientes congresos:

- Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Simple Technique for the Perfect Vortex Generation*, ICO, España, 2014. Poster.
- Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Una técnica sencilla para generar el vórtice óptico perfecto*, Congreso Nacional de Física, México, 2014. Poster.
- Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Simple Technique for the Perfect Vortex Generation*, LAOP, México, 2014. Poster.
- Joaquín García García; Jorge Luis Rodríguez Garcíapiña; Esteban Vélez Juárez; Andrey S. Ostrovsky; *Atrapiamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas*, Congreso Nacional de Física, México, 2015. Simultánea.
- Joaquín García García; Jorge Luis Rodríguez Garcíapiña; Esteban Vélez Juárez; Andrey S. Ostrovsky; *Atrapiamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas*, I-CILCA, México, 2015. Poster.

Bibliografía

- [1] Maxwell, James Clerk. A treatise on electricity and magnetism. Vol. 1. Clarendon press, (1881).
- [2] Robert Eisberg, Robert Resnick, Física Cuántica-Átomos Moléculas, Sólidos Núcleos y Partículas, pp 50-60 (2008)
- [3] Ke P; Gu M. 1999. Characterization of trapping force on metallic Mie particles. Appl. Opt. **38**: 160-167.
- [4] Ashkin A 1970 Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. Phys. Rev. Lett. **24**, 156.
- [5] Ashkin A, Dziedzic J.M 1971 Optical levitation by radiation pressure. Appl. Phys. Lett. **19**, pp. 283.
- [6] Karel Svoboda and Steven M. Block, Optical trapping of metallic Rayleigh particles, Opt. Lett, Vol. **19**, Issue 13, pp. 930-932 (1994)
- [7] Seeger S.; Manojembashi S.; Hutter K.; Fütterman G.; Wolfram J.; Greulich K. 1991. Application of laser optical tweezers in immunology and molecular genetics. Cytometry. **12**:497-504.
- [8] Litvinov R.; Shuman H.; Benette J.; Weisel J. 2002. Binding strength and activation state of single fibrinogen-integrin pairs on living cells. Proc. Natl. Acad. Sci. **99**: 7426-7431
- [9] A. M. Yao and M. J. Padgett, Orbital angular momentum: origins, behavior and applications, Advances in Optics and Photonics, **3**, p. 161-204 (2011).
- [10] C.-S. Guo, X. Liu, J.-L. He, and H.-T. Wang, Optimal annulus structures of optical vortices, Opt. Express. **12**, p. 4625 (2004).
- [11] C.-S. Guo, X. Liu, X.-Y. Ren, and H.-T. Wang, Optimal annular computer-generated holograms for the generation of optical vortices, J. Opt. Soc. Am. A. **22**, p. 385 (2005).
- [12] J. Lin, X.-C. Yuan, S. H. Tao, and Burge, Variable-radius focused optical vortex with suppressed sidelobes, Opt. Lett. **31**, p. 1600 (2006).
- [13] V. Arrizón, D. Sánchez-de-la-Llave, U. Ruiz and G. Méndez, Efficient generation of an arbitrary nondiffracting Bessel beam employing its phase modulation, Opt. Lett. **34**, p.1456-1458 (2009).
- [14] A. S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, and V. Arrizón, Generation of the perfect optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator, Opt. Lett. **38**, pp. 5345-36 (2013).
- [15] Williams, Mathew D., Matt M. Coles, Kamel Saadi, David S. Bradshaw, and David L. Andrews. Optical vortex generation from molecular chromophore arrays, Phys. Rev. Lett **111**, no. 15 (2013).

- [16] Andrews, David L., et al. Expanded horizons for generating and exploring optical angular momentum in vortex structures, SPIE NanoScience+ Engineering. International Society for Optics and Photonics, (2013).
- [17] Hernández-García, Carlos, Antonio Picón, Julio San Román, and Luis Plaja. Attosecond Extreme Ultraviolet Vortices from High-Order Harmonic Generation, Physical review letters **111**, no. 8 (2013).
- [18] Chen, Mingzhou, Michael Mazilu, Yoshihiko Arita, Ewan M. Wright, and Kishan Dholakia. Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam, Opt. Lett **38**, no. 22 (2013).
- [19] Chen, Mingzhou, Yoshihiko Arita, Michael Mazilu, and Kishan Dholakia. Orbital angular momentum transfer from a perfect vortex beam, In Frontiers in Optics, pp. FTh1D-1. Optical Society of America, (2013).
- [20] Gill, Patrick R. Odd-symmetry phase gratings produce optical nulls uniquely insensitive to wavelength and depth Opt. Lett. **38**, no. 12 (2013).
- [21] Zhen-Hua, Li, Zhang Mei-Na, Li Xing, Liu Chun-Xiang, and Cheng Chuan-Fu. Topological Charge Conversion with Spiral-Slit Screens, Chinese Physics Letters **30**, no. 10 (2013).
- [22] A. S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, J. García-García, V. Arrizón, and R. Ramos-García. Simple technique for generating the perfect optical vortex Opt. Lett. **39**, no 19 (2014).
- [23] Edward M. Purcell. CURSO DE FÍSICA BERKELEY (II): ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO (2ª ED.). REVERTE, (1988).
- [24] Griffiths, David J. Introduction to Electrodynamics. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, (1999).
- [25] Jackson, John David. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York, NY: Wiley, (1999).
- [26] Iwo Bialynicki-Birula, Zofia Bialynicka-Birula, Canonical separation of angular momentum of light into its orbital and spin parts, Journal of Optics, **13**, 063014 (2011)
- [27] Saleh, Bahaa E. A., and Malvin Carl Teich. Fundamentals of Photonics. New York: Wiley, (1991).
- [28] L. Allen, M. Padgett, and M. Babiker, The orbital angular momentum of light, Prog. Opt. **39**, 291-372 (1999).
- [29] J. W. Simmons and M. J. Guttman, States, Waves, and Photons: a Modern Introduction to Light (Addison-Wesley, (1970).
- [30] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Orbital angular-momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes, Phys. Rev. A **45**, 8185-8189 (1992).
- [31] L. Allen, M. Padgett, and M. Babiker, The orbital angular momentum of light, Prog. Opt. **39**, 291-372 (1999).
- [32] Alison M. Yao and Miles J. Padgett, Orbital angular momentum: origins, behavior and applications, Adv. Opt. Photon. **3**, 161-204 (2011)
- [33] Goodman, Joseph W. Introduction to Fourier Optics. New York. Roberts and Company Publishers , (2005).
- [34] R. Beth, Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light, Phys. Rev. **50**, 115-125 (1936).

- [35] George B. Arfken, Hans J. Weber and Frank E. Harris, *Mathematical Methods for Physicists* (Seventh Edition) pp. 663. (2012)
- [36] Ruslan Vasileyv, Angela Dudley, Nikolai Khilo, Andrew Forbes, Piotr Ropot. Controlling the evolution of non diffracting speckle by complex amplitude modulation on a phase only spatial lighth modulator. *Opt. Comm.* **285**, pp. 5-12, (2012)
- [37] Joshua W. Shaevitz, *Apractical Guide to Optical Trapping*, August 22, (2006).
- [38] Thomas Gaborski ,Zhi Liao. *Optical Traps*.
- [39] Niemien et al. 2007.
- [40] M. Woerdemann, *Structured Light Fields*, Chapter 2, Springer Theses, Berlin (2012).
- [41] John Bechhoefer and Scott Wilson. Faster, cheaper, safer optical tweezers for the undergraduate laboratory. *Am. J. Phys.* **70**, 393 (2002)
- [42] Stephen P. Smith, Sameer R. Bhalotra, Anne L. Brody, Benjamin L. Brow, Edwad K. Boyda, and Mara Prentiss. Inexpensive optical tweezers for undergraduate laboratories. *American Association of Physics Teachers*. (1999):
- [43] Harada Y, Asuka T. Radiation Forces on a dielectric sphere in the Rayleigh Scattering Regime. *Opt. Comm.*, 124, (1996).
- [44] K.T. Gahagan and G.A. Swartzlander Optical vortex trapping of particles *Opt Lett* **21**, 827-829 (1996)
- [45] M.E.J. Friese, H. He, N.R. Heckenberg and H. Rubinsztein-Dunlop Transfer of angular momentum to absorbing particles from a laser beam with a phase singularity *Proceedings of SPIE* 2792, 190-195 (1996)
- [46] M.E.J. Friese, J. Enger, H. Rubinsztein-Dunlop and N.R. Heckenberg Optical angular momentum transfer to trapped absorbing particles *Physical Review A* 54, 1593- 1596 (1996)
- [47] M. Babiker, W.L. Power and L. Allen Light-induced torque on moving atoms *Physical Review Lett.* **73**, 1239-1241 (1994)
- [48] S.M. Barnett and L. Allen Orbital angular momentum and nonparaxial light beams. *Opt. Comm.* **110**, 670-678 (1994)
- [49] M. Yamauchi. Jones-matrix models for twisted-nematic liquid.crystal devices. *Appl. Opt* **44**, pp. 4484-4493, (2005).
- [50] Coheren Auburn Group; LASER DIODE TECHNICAL NOTE 1: Beam Circularization and Astigmatism-correction

Apéndice A

Modulación

En este capítulo abordaremos la teoría del funcionamiento del modulador de luz espacial de cristal líquido MEL-CL el cual es una de las herramientas fundamentales empleadas en esta tesis. Primeramente desarrollamos la teoría físico-matemática que modela el comportamiento de un MEL-CL de transmisión. Posteriormente se hace lo propio con un MEL-CL de reflexión. En este capítulo abordamos los conceptos del funcionamiento del modulador espacial de luz de cristal líquido MEL-CL el cual es la herramienta empleada en la generación de vórtices ópticos, con los cuales se realizan los experimentos de pinzas ópticas. Primeramente introduciremos la teoría referente a los cristales líquidos, a continuación se presenta la teoría físico-matemática que modela el funcionamiento del MEL-CL y sus tipos principales. Posteriormente exponemos la metodología para la caracterización del MEL-CL con la finalidad de determinar las condiciones de modulación de fase y amplitud del frente de onda. Finalmente se realiza la caracterización experimental del modulador empleado.

A.1. Cristales líquidos

Los cristales líquidos son un tipo especial de sustancias cuyas moléculas tienen forma elipsoidal que poseen orden de orientación (como los cristales) pero carecen de orden de posición (como los líquidos) y es por eso que tienen propiedades físicas tanto de sólidos como de líquidos. Existen tres tipos principales de cristales líquidos de acuerdo con la organización espacial que adquieren sus moléculas: nemáticos, esméticos y colestéricos (Fig. A.1).

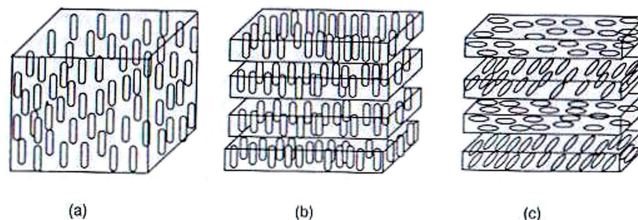


Figura A.1: Tipos de cristales líquidos a)Nemático, b)Esmético c)Colestérico.

En cristales líquidos nemáticos los ejes largos de las moléculas de cristal líquido tienden a orientarse paralelamente mientras que la posición de sus centros es aleatoria. Los cristales esméticos tienen sus moléculas paralelas, pero sus centros se encuentran agrupados en capas paralelas dentro de las cuales tienen posiciones aleatorias. Finalmente en los cristales colestéricos además de formar capas, las moléculas rotan periódicamente. Particularmente, el tipo de cristal líquido más

APÉNDICE A. MODULACIÓN
A.2. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO DEL MEL-CL

utilizado en aplicaciones científicas e industriales es el nemático, por lo que de ahora en adelante se hablará solamente de esta configuración. Debido a su estructura interna, el cristal líquido exhibe comportamiento óptico anisotrópico y posee diferentes índices de refracción para luz polarizada en diferentes direcciones. Desde el punto de vista óptico el cristal líquido puede ser considerado como un cristal uniaxial con índice de refracción ordinario n_o a lo largo de su eje molecular corto e índice de refracción extraordinario n_e paralelo a su eje molecular largo, de tal forma que puede ser caracterizado por la birrefringencia

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}(n_e - n_o), \quad (\text{A.1})$$

donde λ es la longitud de onda y d es el grosor de la sección de cristal líquido. Físicamente, los cristales líquidos son moléculas orgánicas (polímeros) suspendidas en un solvente cuyo tamaño típico oscila entre 20-100Å de largo por 5-20Å de ancho.

A.2. Modelo físico-matemático del MEL-CL

Cuando se coloca cristal líquido dentro de un contenedor con paredes de vidrio en sus extremos se forma una celda de cristal líquido, la unidad fundamental del MEL-CL. En una celda de cristal líquido, las paredes de vidrio del contenedor son linealmente pulidas de forma que el eje largo de las moléculas de cristal líquido se alinea paralelamente en esa dirección. Si las paredes de vidrio tienen direcciones de pulido diferentes, entonces las moléculas de cristal líquido dentro de la celda rotan gradualmente hasta alinearse con la otra pared (Fig. A.2). En el diagrama, la dirección de pulido por donde penetra la luz se conoce como director ϕ_D y la rotación de las moléculas dentro de la celda recibe el nombre de ángulo *twist* ϕ .

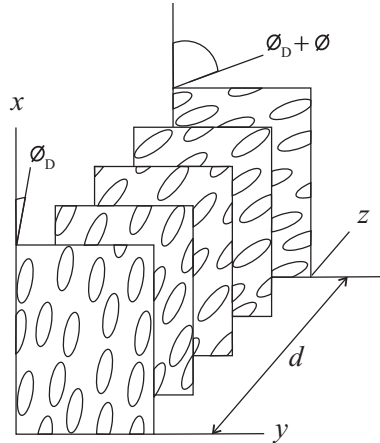


Figura A.2: Modelo de la celda de cristal líquido con ángulo twist ϕ y director ϕ_D .

Por medio del formalismo de Jones [40], la matriz de transmisión de la celda de cristal líquido nemático se encuentra como la multiplicación de las transmitancias individuales de N cristales uniaxiales rotados linealmente desde ϕ_D hasta $\phi_D + N\rho$ con $N\rho = \phi$ como

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \prod_{n=0}^N \mathbf{R}(\phi_D + n\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - n\rho), \quad (\text{A.2})$$

donde el término $n = 0$ aparece al extremo derecho del producto de matrices;

$$\mathbf{W}_0 = \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

corresponde a la transmitancia del n -ésimo cristal uniaxial en que se ha descompuesto la celda y

$$\mathbf{R}(n\rho) = \begin{pmatrix} \cos(n\rho) & \sin(n\rho) \\ -\sin(n\rho) & \cos(n\rho) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

es la matriz de rotación del sistema coordenado. Al expandir la expresión (A.2)

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + N\rho)\mathbf{W}_0\mathbf{R}(-\phi_D - N\rho)\mathbf{R}[\phi_D + (N-1)\rho]\mathbf{W}_0\dots\mathbf{R}(-\phi_D - \rho)\mathbf{R}(\phi_D)\mathbf{W}_0\mathbf{R}(-\phi_D) \quad (\text{A.5})$$

y aplicando la propiedad de la matriz de rotación

$$\mathbf{R}(\rho_1)\mathbf{R}(\rho_2) = \mathbf{R}(\rho_1 + \rho_2), \quad (\text{A.6})$$

la matriz \mathbf{J}_{CL} se reescribe como

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \left[\mathbf{W}_0\mathbf{R}\left(-\frac{\phi}{N}\right) \right]^N \mathbf{R}(-\phi_D). \quad (\text{A.7})$$

Llevando a cabo el producto de matrices dentro de los corchetes cuadrados en la ecuación anterior se obtiene la expresión

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos\frac{\phi}{N} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & -\sin\frac{\phi}{N} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \\ \sin\frac{\phi}{N} \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) & \cos\frac{\phi}{N} \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}^N \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (\text{A.8})$$

la cual puede ser simplificada utilizando la identidad de Chebyshev

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} & B \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} \\ C \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{D \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

donde

$$K\Lambda = \arccos\left[\frac{1}{2}(A + D)\right]. \quad (\text{A.10})$$

Después de aplicar la identidad de Chebyshev y calculando el límite cuando $N \rightarrow \infty$, la Ec. (A.8) tiene la forma

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos\gamma - i\frac{\beta}{\gamma} \sin\gamma & -\frac{\phi}{\gamma} \sin\gamma \\ \frac{\phi}{\gamma} \sin\gamma & \cos\gamma + i\frac{\beta}{\gamma} \sin\gamma \end{pmatrix} \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (\text{A.11})$$

donde la variable γ queda definida como

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + \phi^2}. \quad (\text{A.12})$$

Las ecuaciones (A.1), (A.11) y (A.12) describen a una celda de cristal líquido en su estado de reposo. Sin embargo, cuando se aplica voltaje en dirección normal a las paredes de la celda de cristal líquido el parámetro β deja de ser un valor constante y adquiere la forma

$$\beta(\theta) = \frac{\pi d}{\lambda} [n_e(\theta) - n_o], \quad (\text{A.13})$$

donde θ es el ángulo de inclinación de las moléculas de cristal líquido en respuesta al campo eléctrico, paralelo al eje óptico. Para diferencias entre los índices de refracción $n_e - n_o \ll 1$ (como suele ser el caso), la relación entre el índice de refracción extraordinario y la inclinación molecular se escribe como

$$n_e(\theta) \approx (n_e - n_o) \cos^2 \theta + n_o. \quad (\text{A.14})$$

A su vez, la dependencia entre el voltaje aplicado y la inclinación molecular se da por la fórmula empírica

$$\theta(V_{\text{rms}}) = \begin{cases} 0 & V_{\text{rms}} \leq V_c \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left\{ \exp \left[- \left(\frac{V_{\text{rms}} - V_c}{V_o} \right) \right] \right\} & V_{\text{rms}} > V_c \end{cases}, \quad (\text{A.15})$$

donde V_{rms} es el voltaje efectivo, V_c es el voltaje de umbral y V_o es el voltaje de saturación. La ecuación anterior se conoce como transición de Fréedericksz [41]. A fin de conocer la relación de la birrefringencia respecto al voltaje se grafica la función normalizada $\beta(\theta)/\beta$ la cual se muestra en la figura A.3. La gráfica indica que la birrefringencia es una función aproximadamente inversa del voltaje.

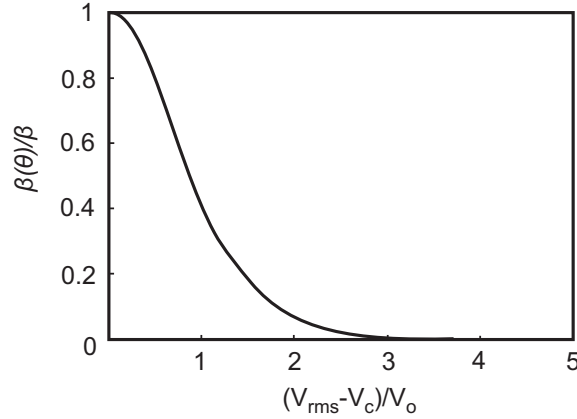


Figura A.3: Dependencia de la birrefringencia contra el voltaje de la celda de cristal líquido nemático.

Típicamente, el voltaje aplicado a la celda oscila entre 5 y 10 volts AC para evitar daño permanente al material y el tiempo de respuesta de las moléculas de cristal líquido es aproximadamente 20-40 ms. Finalmente, es posible definir a un MEL-CL como un dispositivo electro-óptico compuesto por un número muy grande de celdas de cristal líquido (píxeles) cuya birrefringencia se controla individualmente por medio de señales eléctricas aplicadas a través de electrodos transparentes. De esta forma, el modelo matemático del MEL-CL es el mismo que (A.11) y (A.12) con la única diferencia que el parámetro β se transforma en la función espacial $\beta(\mathbf{x})$.

A.3. Casos particulares del MEL-CL

A continuación se consideran dos casos particulares importantes de los MEL-CL. En primer lugar, cuando las direcciones de pulido en las paredes de la celda son paralelas $\phi = 0^\circ$ y el ángulo director está alineado con el eje x , en la matriz (A.11) toma la forma

$$\mathbf{J}_0 = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

y este dispositivo se conoce como MEL-CL 0°-twist. En la expresión anterior el elemento j_{xx} de la matriz \mathbf{J}_0 introduce modulación pura de fase en la component del campo paralela al eje x sin introducir pérdidas de energía y por tanto dicho modulador resulta ideal para la generación de vórtices ópticos.

Este es el tratamiento que se da para el caso de un modulador MEL-CL 0°-twist de transmisión en esta tesis se empleo un modulador PLUTO-VIS de reflexión. A continuación desarrollamos el formalismo de Jones para este caso

MEL-CL 0°-twist de reflexión

En un dispositivo de reflexión, la luz incidente entra en el dispositivo y, posteriormente, se refleja pasando una vez más a través del dispositivo. Consideremos un sistema coorenado (xyz) a derechas con eje eje z coincidiendo con la dirección de propagación, el haz incidente después de reflejarse su dirección cambia, siendo $z' = -z$, $x' = -x$ y $y' = y$, como se observa en la figura A.4.

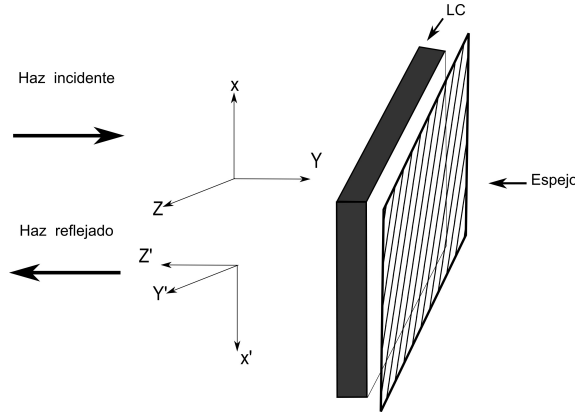


Figura A.4: Dispositivo de reflexión.

Tomando en cuenta que la matriz de Jones del un campo refleja es exactamente igual a la transpuesta de la matriz de Jones del campo incidente y el cambio de coordenadas antes mencionado tenemos que la matriz de Jones para un dispositivo de reflexión es

$$\mathbf{J}_{ref} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (\text{A.17})$$

donde

$$\mathbf{J}^T = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Sustituyendo las matrices de A.16 y A.18 en A.17 tenemos

$$\mathbf{J}_{ref} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{J}^T = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{J} = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

Realizando las operaciones de matrices correspondientes obtenemos las matriz resultante:

$$\mathbf{J}_{ref} = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta') & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

APÉNDICE A. MODULACIÓN
A.3. CASOS PARTICULARES DEL MEL-CL

con $\beta' = 2\beta$

Para considerar al dispositivo de la figura A.4 como un modulador de luz es necesario separar al campo incidente del campo reflejado, una forma de hacerlo es colocando un elemento óptico que divida el campo reflejado justo delante del dispositivo de reflexión o rotando al modulador en un ángulo pequeño, esto dos casos se muestran en la figura A.5.

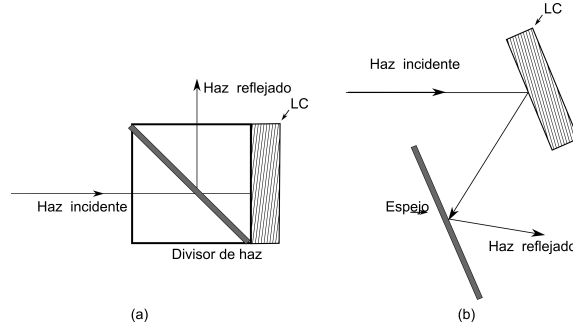


Figura A.5: Configuraciones para emplear el modulador de reflexión

La matriz de Jones que describe a los sistemas (a) ó (b) resulta del producto de matrices entre las superficies reflectantes y A.20

$$\mathbf{J}' = a \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{J}_{ref} = a \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta') & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

donde a es un coeficiente de atenuación para el haz de salida que depende de la configuración empleada:

$$a = \begin{cases} 1/2 & \text{para (a)} \\ 1 & \text{para (b)}. \end{cases}$$

De la expresión anterior se observa que debido a la reflexión de la onda entrante al dispositivo la modulador de fase respecto a A.16 es el doble.

Apéndice B

Publicaciones

ARTÍCULOS EN REVISTAS

Joaquín García García, Carolina Rickenstorff Parrao, Rubén Ramos García, Víctor Arrizón, and Andrey S. Ostrovsky ”*Simplotechnique for generating the perfect optical vortex*”. Opt. Lett, Vol. 39, 18, pp. 5305-5308 (2014) ISSN: 0146-9592

Simple technique for generating the perfect optical vortex

Joaquín García-García,¹ Carolina Rickenstorff-Parrao,¹ Rubén Ramos-García,²
 Víctor Arrizón,² and Andrey S. Ostrovsky^{1,*}

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72000, Mexico

²Área de Óptica, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla 72000, Mexico

*Corresponding author: andreyo@fcfm.buap.mx

Received June 24, 2014; revised August 6, 2014; accepted August 8, 2014;
 posted August 12, 2014 (Doc. ID 214557); published September 5, 2014

We propose an improved technique for generating the perfect optical vortex. This technique is notable for the simplicity of its practical realization and high quality of the results. The efficiency of the proposed technique is illustrated with the results of physical experiments and an example of its application in optical trapping of small particles. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (050.4865) Optical vortices; (070.6120) Spatial light modulators; (230.3720) Liquid-crystal devices; (140.7010) Laser trapping.

<http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.005305>

As is well known, an optical vortex beam possesses a helical wavefront able to transfer orbital angular momentum to dielectric particles at a rate proportional to its topological charge. Thus such a beam is a very effective tool in many applications related to optical trapping and manipulation [1]. Several techniques for generating the optical vortex beam have been reported during last decade [2–12], but all of them exhibit a strong dependence of the vortex radius on the topological charge, making it difficult to obtain a high spatial accuracy and a high orbital angular momentum simultaneously. Recently, we reported a new type of optical vortex, called perfect vortex [13], whose radius is independent of topological charge and whose intensity gradient takes an extremely large value. This concept is today widely recognized by the optics community [14–25]. It was demonstrated that the perfect vortex can be approximately generated in a Fourier transforming optical system with a computer-controlled liquid-crystal (LC) spatial light modulator (SLM) working in the phase mode. Unfortunately, the original technique was very cumbersome in its practical realization because of the complex modulation of the transmission mode of the SLM used, namely a twisted nematic LC-SLM. In consequence, the quality of the generated vortex was rather poor. Here we propose an improved technique for generating the perfect optical vortex which is notable for the simplicity of its practical realization and the high quality of its results. The efficiency of the proposed technique is illustrated with the results of physical experiments and an example of its application in optical trapping of small particles.

We start recalling the definition of the perfect vortex as an optical beam with the transverse distribution of complex amplitude given by the ideal model

$$g_\nu(\rho, \theta) \equiv \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\theta), \quad (1)$$

where $\delta(\rho)$ is the Dirac δ -function, (ρ, θ) are the polar coordinates in the beam cross section, ρ_0 is the radius of the vortex, and ν is an integer, known as the topological charge of the vortex. Such a vortex can be approximately generated by means of the Fourier transforming optical system. As is well known, the complex amplitude distributions in the back (ρ, θ) and front

(r, φ) focal planes of this system are related by the Fourier transform [26], i.e.,

$$U(\rho, \theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} U(r, \varphi) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi, \quad (2)$$

where λ is the wavelength of illumination and f is the focal length of the Fourier transforming lens. Then, replacing $U(\rho, \theta)$ in the inverse version of Eq. (2) by $g_\nu(\rho, \theta)$ from Eq. (1) and using the sifting property of δ -function together with the integral representation of the n th-order Bessel function of the first kind [27],

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\phi) \exp(ix \cos \phi) d\phi, \quad (3)$$

one readily finds that, to obtain the perfect vortex, the input optical signal must be chosen in accordance with

$$U(r, \varphi) \propto J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0\right) \exp(i\nu\varphi). \quad (4)$$

The optical signal, Eq. (4), can be obtained by means of two SLMs that modify the amplitude and the phase of illumination field, respectively. In order to use only one phase modulator, we admit the width-pulse approximation of Bessel function in Eq. (4) shown in Fig. 1 for positive value of ν and described by

$$J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0\right) \approx \sum_n (-1)^{n-1} \text{rect}\left(\frac{r - r_{\nu,n}}{\Delta r_{\nu,n}}\right), \quad (5)$$

where $\text{rect}(r)$ is the rectangle function, $r_{\nu,n}$ is the n th root of equation

$$\frac{d}{dr} J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0\right) = 0, \quad (6)$$

and

$$\Delta r_{\nu,n} \propto \frac{|J_\nu(2\pi r_{\nu,n} \rho_0 / \lambda f)|}{J_\nu(2\pi r_{\nu,1} \rho_0 / \lambda f)}. \quad (7)$$

Then, the field given by Eq. (4) can be approximately reproduced transmitting the uniform plane wave through

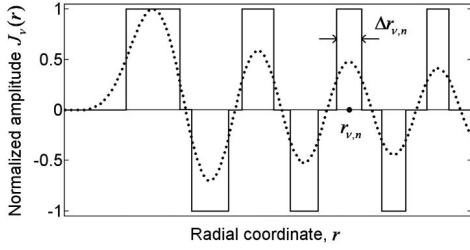


Fig. 1. Width-pulse approximation (solid curve) of Bessel function (dotted curve).

a phase screen formed by a set of concentric rings with the total amplitude transmittance

$$T(r, \varphi) = \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda f}x'_0x\right) \sum_n \text{rect}\left(\frac{r-r_{\nu,n}}{\Delta r_{\nu,n}}\right) \exp[i\nu(\varphi-\varphi_{\nu,n})], \quad (8)$$

which are separated by a set of complementary concentric rings with the total amplitude transmittance

$$T'(r, \varphi) = \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda f}x'_0x\right) \left[1 - \sum_n \text{rect}\left(\frac{r-r_{\nu,n}}{\Delta r_{\nu,n}}\right)\right]. \quad (9)$$

In Eq. (8) $\varphi_{\nu,n}$ takes value 0 for odd n and π/ν for even n . The phase factors $\exp(\pm i2\pi x'_0x/\lambda f)$ in Eqs. (8) and (9) are introduced to separate the result of useful modulation from the parasite light passed through the spaces between modulating rings, so that the generated vortex will be centered at the off axis position ($x' = -x'_0, y' = 0$). Since the modulation of the optical signal specified by Eqs. (8) and (9) has unity modulus in all the points, it can be effectively realized by means of a commercial computer controlled LC-SLM operating in phase-only modulation mode.

Using Eqs. (2)–(8), one finds the signal centered at the point ($x' = -x'_0, y' = 0$) of the output plane of the Fourier transforming optical system

$$U(\rho, \theta) = \exp(i\nu\theta) \sum_n (-1)^{n-1} \int_{r_{\nu,n}-\Delta r_{\nu,n}/2}^{r_{\nu,n}+\Delta r_{\nu,n}/2} J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho\right) r dr. \quad (10)$$

It is not out of place to mention here that the negative value of the topological charge ν in Eq. (10) can be obtained by simple inverting the sign of the phase in Eq. (8).

Taking into account that the exponential factor in Eq. (10) exactly reproduces the required helical wavefront, we computed only the intensity distribution

$$I(\rho) = \left| \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \int_{r_{\nu,n}-\Delta r_{\nu,n}/2}^{r_{\nu,n}+\Delta r_{\nu,n}/2} J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho\right) r dr \right|^2, \quad (11)$$

where N is a truncating parameter. The results of computation for $\rho_0 = 1$ mm, $N = 20$, and two different values of ν (1 and 10) are shown in Fig. 2 (for the sake of simplicity, in both cases the factor $2\pi/\lambda f$ was set equal to unity). These results can be recognized as a rather good approximation of the perfect vortices. As a whole, the

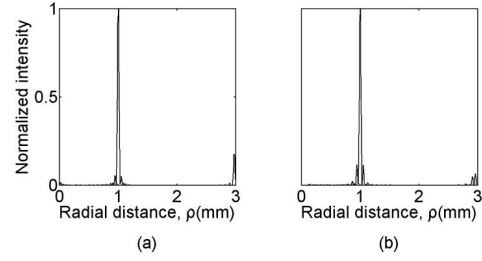


Fig. 2. Intensity distribution computed in accordance with Eq. (11): (a) $\nu = 1$ and (b) $\nu = 10$.

results of the computation demonstrate the consistence of the approximation given by Eq. (5).

To verify the proposed technique in practice, we realized two physical experiments using the setup shown in Fig. 3. In these experiments we employed the computer-controlled phase-only reflective LC-SLM Pluto-Vis from HoloEye Photonics AG with 1920×1080 pixel resolution and $8.0 \mu\text{m}$ pixel pitch. The control video signals were generated using Matlab routines and displayed onto the LC panel with an accuracy of 256 gray levels. As the light source we used a low power He-Ne laser (633 nm). To register the results, we employed a CCD camera.

In the first experiment we displayed onto the LC-SLM the control video signals of the form $\exp(i\nu\varphi)$ with different values of ν and registered the superposition of the modulated light with an inclined plane wave from the same laser source. The control video signals and registered interference patterns are shown in Fig. 4. The fork structure of the interference fringes in Fig. 4(b), with the difference in the number of fringes in the bottom and the top of the interference patterns equal to ν , testifies evidently to the presence of optical vortex. This result ensures the accuracy in the following experiments where we deal only with the intensity measurements.

In the second experiment we generated the control video signals in accordance with Eqs. (8) and (9) to create the perfect vortices of radius $\rho_0 = 1.5$ mm and different values of topological charge. To display effectively the control signals onto the active area of the LC-SLM, we truncated the number of modulating rings by number N depending on the value of topological charge. An example of generated control video signal corresponding to $\nu = 10$ and $N = 20$ is depicted in Fig. 5. The intensity distributions of the generated vortices shown in Fig. 6 exhibit a sharp intensity profile with the radius independent of the topological charge. The discernible increase of the principal ring width and of the parasite ring's

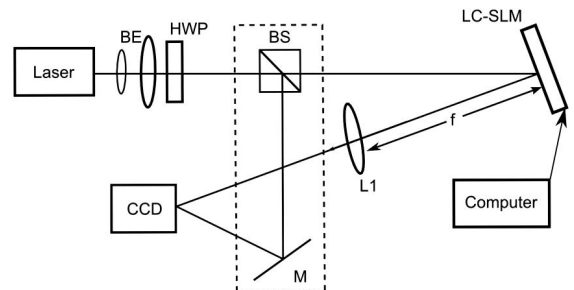


Fig. 3. Experimental setup used for generating the perfect vortex: BE, beam expander; HWP, half-wave plate; BS, beam splitter; and L, lens; M, mirror.

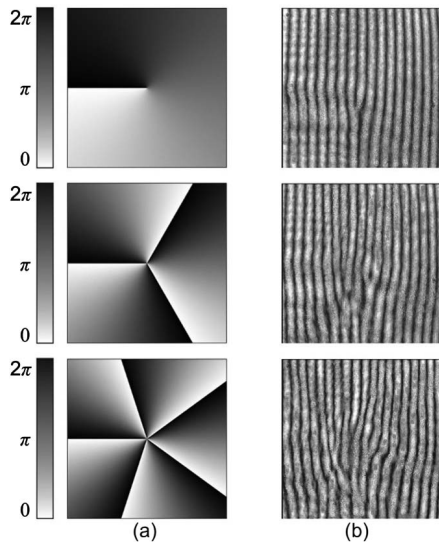


Fig. 4. (a) Control video signals and (b) registered interference patterns in the first experiment for values $\nu = 1$, $\nu = 3$, and $\nu = 5$.

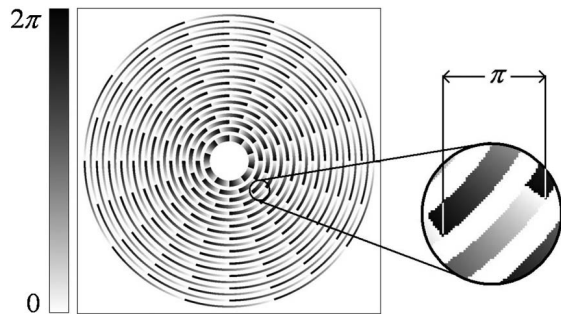


Fig. 5. Example of the control video signal for $\rho_0 = 1$ mm, $\nu = 10$ and $N = 20$ (for better clearness the spatial carrier is omitted).

visibility can be explained by the systematic error because of the accepted width-pulse approximation of Bessel function. It is obvious that the minimum attainable size of the generated vortex is limited by the effective width of the principal vortex ring which was about 0.18 mm in the case of Fig. 6(d).

To illustrate the possible applications of the proposed technique, we have realized one more experiment in which the generated perfect optical vortex with a radius

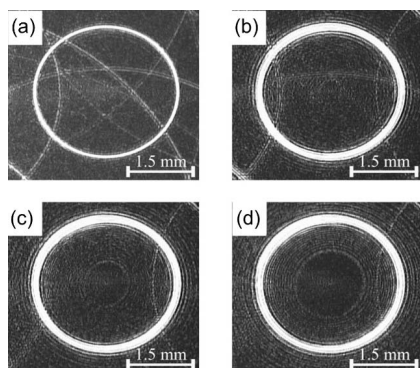


Fig. 6. Generated vortices with radius $\rho_0 = 1.5$ mm and topological charge: (a) $\nu = 1$; (b) $\nu = 20$; (c) $\nu = 40$; and (d) $\nu = 60$.

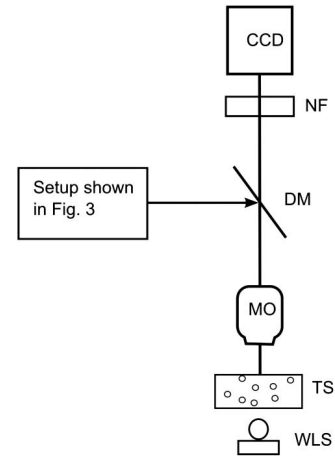


Fig. 7. Optical trapping setup: WLS, white light source; TS, test specimen; MO, microscope objective; DM, dichroic mirror; and NF, neutral filter.

of 0.3 mm and topological charge of 15 was employed for trapping silica particles of 2.5 μm diameter suspended in water. The optical setup used in this experiment is shown in Fig. 7. It consists of two parts: the first one is the same as shown in Fig. 3; the second one is a typical optical tweezers setup. The test specimen with silica particles was placed in the focal plane of the microscope objective with 1.4 N.A. and 100 \times magnification which projects the white light source onto the CCD camera through the dichroic mirror and neutral filter. To provide the reliable interaction between generated vortex and silica particles, in this experiment we used a high power (1 W) DPSS laser (532 nm). The time evolution of the trapping process using the perfect vortex is shown in Fig. 8. As can be seen in this figure, the exposed silica particles appear to be stably trapped at the vortex edge after three minutes. Moreover, they rotate about the vortex center with the velocity proportional to the topological charge.

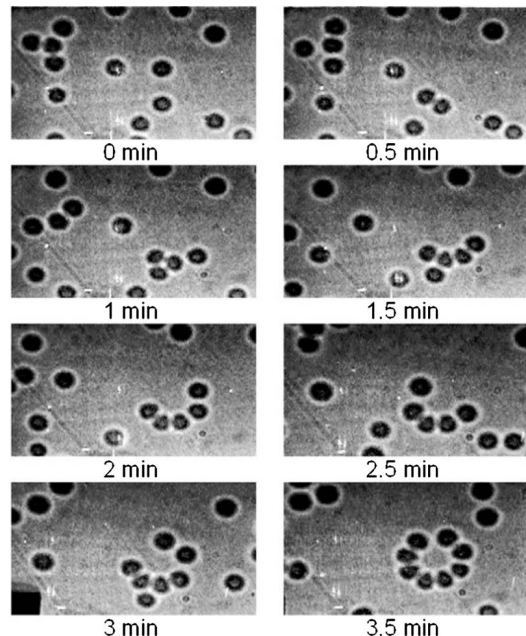


Fig. 8. Temporal sequence of optical trapping silica particles using the perfect vortex generated by means of the proposed technique.

In conclusion, an improved technique for generating the perfect vortex based on the width-pulse approximation of Bessel function is proposed. Comparing this technique with the one reported in our previous publication [13], we find that it is notable for the simplicity of its practical realization and high quality of the provided results. We consider that this technique can be widely adopted in optical trapping and manipulation of small particles.

This work was supported by the Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (project VIEP OSA.EXC-14) and by the National Council for Science and Technology of Mexico (projects CB-165142 and CB-153463).

References

1. A. M. Yao and M. J. Padgett, *Adv. Opt. Photon.* **3**, 161 (2011).
2. C.-S. Guo, X. Liu, J.-L. He, and H.-T. Wang, *Opt. Express* **12**, 4625 (2004).
3. C.-S. Guo, X. Liu, X.-Y. Ren, and H.-T. Wang, *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 385 (2005).
4. J. Lin, X.-C. Yuan, S. H. Tao, and R. E. Burge, *Opt. Lett.* **31**, 1600 (2006).
5. V. Arrizón, S. Chávez-Cerda, U. Ruiz, and R. Carrada, *Opt. Express* **15**, 16748 (2007).
6. J. Chen, X.-C. Yuan, X. Zhao, Z. L. Fang, and S. W. Zhu, *Opt. Lett.* **34**, 3289 (2009).
7. R. Valsilyeu, A. Dudley, N. Khilo, and A. Forbes, *Opt. Express* **17**, 23389 (2009).
8. V. Arrizón, D. Sánchez-de-la-Llave, U. Ruiz, and G. Méndez, *Opt. Lett.* **34**, 1456 (2009).
9. J. Chen, X. Zhao, Z. Fang, and X.-C. Yuan, *J. Opt. Soc. Am. A* **27**, 935 (2010).
10. J. Chen, Y. Yu, and F. Wang, *Chin. Opt. Lett.* **9**, 011402 (2011).
11. A. Dudley and A. Forbes, *J. Opt. Soc. Am. A* **29**, 567 (2012).
12. A. Calatayud, J. A. Rodrigo, L. Remón, W. D. Furlan, G. Cristóbal, and J. A. Monsoriu, *Appl. Phys. B* **106**, 915 (2012).
13. A. S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, and V. Arrizón, *Opt. Lett.* **38**, 534 (2013).
14. M. Z. Chen, M. Mazilu, Y. Arita, E. M. Wright, and K. Dholakia, *Opt. Lett.* **38**, 4919 (2013).
15. M. D. Williams, M. M. Coles, K. Saadi, D. S. Bradshaw, and D. L. Andrews, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 153603 (2013).
16. M. D. Williams, M. M. Coles, D. S. Bradshaw, and D. L. Andrews, *Phys. Rev. A* **89**, 033837 (2014).
17. D. L. Andrews, *J. Nanophoton.* **8**, 081599 (2014).
18. T. Roger, J. J. F. Heitz, E. M. Wright, and D. Faccio, *Sci. Rep.* **3**, 3491 (2013).
19. Z. H. Li, M. N. Zhang, X. Li, C. X. Liu, and C. F. Cheng, *Chin. Phys. Lett.* **30**, 104206 (2013).
20. C. Hernandez-Garcia, A. Picon, J. San Roman, and L. Plaja, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 083602 (2013).
21. P. R. Gill, *Opt. Lett.* **38**, 2074 (2013).
22. C. He and S.-J. Huang, *J. Optoelectron. Laser* **24**, 2440 (2013).
23. C. He, S. Huang, T. Gu, and T. Wang, *Chin. J. Lasers* **41**, 0309003 (2014).
24. S. J. Huang, C. He, and T. Y. Wang, *J. Opt.* **16**, 035402 (2014).
25. G. Assanto, A. A. Minzoni, and N. F. Smyth, *Phys. Rev. A* **89**, 013827 (2014).
26. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, 1996).
27. G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. (Harcourt/Academic, 2001).

Apéndice C

Participaciones en congresos

Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Simple Technique for the Perfect Vortex Generation*, ICO, España, 2014. Poster.

Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Una técnica sencilla para generar el vórtice óptico perfecto*, Congreso Nacional de Física, México, 2014. Poster.

Joaquín García García , Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. *Simple Technique for the Perfect Vortex Generation*, LAOP, México, 2014. Poster.

Joaquín García García; Jorge Luis Rodríguez Garcíapiña; Esteban Vélez Juárez; Andrey S. Ostrovsky; *Atrapiamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas*, Congreso Nacional de Física, México, 2015. Simultánea.

Joaquín García García; Jorge Luis Rodríguez Garcíapiña; Esteban Vélez Juárez; Andrey S. Ostrovsky; *Atrapiamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas*, I-CILCA, México, 2015. Poster.

Simple technique for generating the “perfect” optical vortex

Andrey S. Ostrovsky*, Carolina Rickenstorff and Joaquin García

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72000, Mexico

*E-mail: andreyo@fcfm.buap.mx

1. Introduction

Optical vortex beams are a very effective tool in many applications related to optical manipulation and trapping of small particles. The vortex beam possesses a helical wavefront which provides an orbital angular momentum whose power increases with its topological charge. The known techniques for generating the optical vortex show the direct relationship between the radius of the vortex and its topological charge, making troublesome to get spatial precision and high orbital angular momentum simultaneously. Recently we have proposed a new kind of optical vortex called perfect vortex whose radius does not depend on its topological charge and gradient of the power at the edge of the dark core takes the extremely large value [1]. It has been shown that such a vortex can be approximately generated in the Fourier transforming optical system with a computer-controlled liquid-crystal (LC) spatial light modulator (SLM). Here we propose a new improved technique for generating the perfect optical vortex which is notable for simplicity of its practical realization and high quality of the results. We illustrate the efficiency of the proposed technique with the results of physical experiments and an example of its application in optical trapping of small particles.

2. Generating the perfect vortex in the Fourier transforming optical system

We start recalling the definition of the perfect vortex of radius ρ_0 with topological charge ν as an optical beam with the transverse distribution of complex amplitude given by the ideal model

$$g_\nu(\rho, \theta) \equiv \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\theta), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

where $\delta(\cdot)$ is the Dirac δ -function and (ρ, θ) are the polar coordinates in the beam cross section. It can be easily shown that such a vortex can be approximately generated by means of the “2F” Fourier transforming optical system [2]. As well known, the complex amplitude distributions in the focal planes of this system are related by the Fourier transform, i.e.

$$U_{\text{out}}(\rho, \theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} U_{\text{in}}(r, \varphi) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi, \quad (2)$$

where λ is the wavelength of illumination and f is the focal length of the lens. Then, substituting for $U_{\text{out}}(\rho, \theta)$ from Eq. (1) into inverse version of Eq. (2) and using the integral representation of the ν th-order Bessel function of the first kind [3]

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\phi) \exp(ix \cos \phi) d\phi \quad (3)$$

together with the sifting property of δ -function, one readily finds that, to obtain the perfect vortex, the input optical signal must be chosen in accordance with

$$U_{\text{in}}(r, \varphi) \propto J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0\right) \exp(i\nu\varphi). \quad (4)$$

After analogy of the pulse-width modulation this signal can be approximately reproduced transmitting the uniform plane wave through a phase screen in the form of well-separated concentric ring slits of different radii and widths with amplitude transmittance inside each

mallá hexagonal del grafeno. Se dibuja la zona de transición entre los dos nanotubos a unir. Se hacen recortes del diseño de la unión mencionada y se arma el modelo tridimensional. Se ilustran los sitios donde aparecen los dos defectos mencionados. Se invitará a quien guste, a armar las uniones de nanotubos en algunos diseños dibujados previamente.

2MC Óptica III **Lobby Principal**

2MC01 **Una técnica sencilla para generar el vórtice óptico perfecto** *Joaquín García García, 214470289@alumnos.fcfm.buap.mx; Andrey S. Ostrovsky; Carolina Rickenstorff Parrao. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas,* En este trabajo se propone una mejora para la técnica de generación del vórtice óptico perfecto que destaca por la sencillez de su realización práctica y la alta calidad de sus resultados. La eficiencia de la técnica propuesta se verifica realizando simulación por computadora y experimentos físicos utilizando el modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS Holoeye. Con este nuevo método vórtices ópticos cuyo radio es independiente de la carga topológica son generados y aplicados en la captura óptica de partículas pequeñas.

2MC02 **Interferencia Experimental de Distribuciones de Luz Provenientes de Aberturas Poligonales** *César de Gante, González, FCFM, BUAP; Marcela Maribel Méndez, Otero, FCFM, BUAP; Maximino Luis Arroyo, Carrasco, FCFM, BUAP; Luis Manuel Arévalo, Aguilar, FCFM, BUAP; Marcelo David Iturbe, Castillo, ÓPTICA, INAOE;*

Clásicamente la luz es considerada como una onda de campos eléctrico y magnético, debido a esta naturaleza la luz sufre diversos fenómenos ópticos. Cuando en algún lugar del espacio se superponen dos o más ondas, éstas interfieren constructiva o destructivamente generando una cierta distribución de intensidad formada por franjas oscuras y brillantes. Los fenómenos de interferencia ocurren con frecuencia en la vida diaria y tienen diversas aplicaciones como por ejemplo: en la medición de espesores, índices de refracción, espectros de fuentes de emisión, etc. En este trabajo se muestran las distribuciones de intensidad obtenidas experimentalmente al hacer interferir haces de luz provenientes de aberturas poligonales, donde para las aberturas se considera solo el contorno de los polígonos.

2MC03 **Generación Supercontinuum en fibras ópticas** *Noribeth Fuentes González, norifug@hotmail.com, Centro de Estudios en Física y Matemáticas Básicas y Aplicadas, Universidad Autónoma de Chiapas; Ariel Flores Rosas, aroman213@hotmail.com, Centro de Estudios en Física y Matemáticas Básicas y Aplicadas, Universidad Autónoma de Chiapas; Roberto Arceo Reyes, roberto.arceo@unach.mx, Centro de Estudios en Física*

y Matemáticas Básicas y Aplicadas, Universidad Autónoma de Chiapas;

Una fuente de luz supercontinua es una fuente de gran potencia y ancho espectro generados a partir del bombeo de un material no adecuado con un haz coherente, típicamente pulsos láser. En los últimos años se ha incrementado notablemente el interés por este tipo de fuentes gracias a los desarrollos de nuevas fibras ópticas (fibras micro estructuradas o de cristal botánico y cónicas) y al progreso en la tecnología de láseres ultracortos. La generación supercontinuum en fibras ópticas tiene aplicaciones en metrología de frecuencias, desarrollo de fuentes de luz para WMD, tomografía óptica de frecuencias, espectroscopia y microscopía. Presentamos el estudio de la generación de un supercontinuo en fibras ópticas a partir de bombeo continuo y partiendo de la consideración de los efectos no lineales que tienen lugar en la fibra, se aporta una explicación teórica de los procesos que conducen a la generación de la fuente supercontinua.

2MC04 **Medición de la dispersión de dispositivos que componen a un láser de emisión pulsada** *Luis Alberto Rodríguez Morales, beto7500@hotmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP; Iván Armas Rivera, ivan_rr1@hotmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP; Georgina Beltrán Pérez, gbeltran@fcfm.buap.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP; Juan Castillo Mircoatl, jcastill@fcfm.buap.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP; Severino Muñoz Aguirre, smunoz@fcfm.buap.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP;*

Un factor que limita el estrechamiento de los pulsos en una cavidad láser de fibra óptica es la dispersión cromática, este es un factor de retardo espectral de un pulso óptico conforme se propaga por la fibra. Este trabajo presenta un método para medir el coeficiente de dispersión en algunos dispositivos ópticos, causado por el ensanchamiento temporal de un pulso debido a las distintas velocidades que constituyen las frecuencias ópticas de dicho pulso. El interferómetro de Mach-Zehnder resulta tener diversas aplicaciones, se presenta una de ellas en el cual se analizaron algunos dispositivos hechos de fibra óptica, los datos obtenidos por el método fueron canalizados por un medidor de espectros ópticos, después analizados en la computadora con un programa hecho en Matlab. Los resultados muestran claramente que se puede medir el coeficiente de dispersión con gran precisión no solo en fibras ópticas sino también en otro tipo de dispositivos ópticos, como un multiplexor por división de longitud de onda cuya dispersión resultó ser de 10 ps/km-nm.

2MC05 **SENSOR DE CURVATURA ALTAMENTE SENSIBLE BASADO EN UN SEGMENTO DE FIBRA ADELGAZADA CONCATENADA A UN MICRO INTERFERÓMETRO FABRY-PEROT TODO FIBRA** *Ana Dinora Guzmán Chávez, ad.guzman@ugto.mx, Departamento de Estudios Mul-*

Simple Technique for the Perfect Vortex Generation

Joaquín García-García¹, Carolina Rickenstorff-Parrao¹ and Andrey. S. Ostrovsky¹

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72000 México.

Author e-mail address: joaquin.garcia.g@gmail.com

Abstract: We propose an improved technique for generating the perfect optical vortex, notable for the simplicity of its practical realization and the high quality of the results that is applied to an optical trapping experiment.

OCIS codes: (080.4865) Optical vortices, (070.6120) Spatial light modulators.

1. Introduction

As well known, an optical vortex beam possesses a helical wavefront capable to transfer orbital angular momentum to dielectric particles with a power proportional to its topological charge that makes it a very effective tool in many applications related to optical trapping and manipulation [1]. The known techniques for generating the optical vortex exhibit a direct relationship between the radius of the vortex and its topological charge, making troublesome to obtain spatial precision and high orbital angular momentum simultaneously. Recently we have proposed a new kind of optical vortex called perfect vortex whose radius does not depend on its topological charge and gradient of the power at the edge of the dark core takes the extremely large value [2].

It was demonstrated that the perfect vortex can be approximately generated in a Fourier transforming optical system with a computer-controlled liquid-crystal (LC) spatial light modulator (SLM) working in the phase mode. Unfortunately, the original technique was very cumbersome in its practical realization due to the form of the required spatial light modulator transmittance. Besides the quality of the generated vortex was rather poor. Here we propose an improved technique for generating the perfect optical vortex which is notable for the simplicity of its practical realization and the high quality of the results. The efficiency of the proposed technique is illustrated with the results of physical experiments and an example of its application in optical trapping of small particles.

2. Proposed technique

We start recalling the definition of the perfect vortex of radius ρ_0 with topological charge ν as an optical beam with the transverse distribution of complex amplitude given by the ideal model

$$g_\nu(\rho, \theta) \equiv \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\theta), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

where $\delta(\rho)$ is the Dirac δ -function and (ρ, θ) are the polar coordinates in the beam cross section. Such a vortex can be approximately generated in the focal plane of a Fourier optical system according to [3], i.e.

$$U_{\text{out}}(\rho, \theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} U_{\text{in}}(r, \varphi) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi, \quad (2)$$

where λ is the wavelength of illumination and f is the focal length of the lens. Substituting for $U_{\text{out}}(\rho, \theta)$ from Eq. (1) into the inverse version of Eq. (2) and using the identity of the ν -order Bessel function of the first kind [4], given by

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\phi) \exp(ix \cos\phi) d\phi, \quad (3)$$

together with the sifting property of δ -function, the input optical signal must be chosen in accordance with

$$U_{\text{in}}(r, \varphi) \propto J_\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho_0\right) \exp(i\nu\varphi). \quad (4)$$

Optical signal Eq. (4) can be obtained by means of two spatial light modulators modifying the amplitude and the phase of illumination field respectively. In order to use only one modulator, we admit the width-pulse approximation

Landauer y función de Green *Alejandro Herrera-Carbajal** (*aherrerac1400@alumno.ipn.mx*), *ESIME-Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*; *Luis Fernando Mendoza-Villegas* (*luisfernandomendozavillegas@gmail.com*), *ESIME-Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*; *Fernando Salazar** (*fsalazar@ipn.mx*), *ESIME-Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*; *Miguel Cruz-Irisson* (*irisson.ipn@gmail.com*), *ESIME-Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*. *Expositor.

En este trabajo se presenta un estudio teórico de las propiedades térmicas de una cadena lineal unidimensional con interacción a primeros vecinos en la aproximación armónica. Los modos normales del sistema se obtienen por dos métodos, la diagonalización y el coeficiente de transmisión con el formalismo de Landauer. La traza de la parte imaginaria de la función de Green corresponde a la densidad de estados vibracional. Con estos resultados se obtiene el calor específico del sistema más allá de la aproximación de Debye. La conductividad térmica se obtiene usando el formalismo de Landauer y la fórmula de Kubo-Greenwood usando la función de Green. Los sistemas, son una cadena lineal periódica y una cadena con un gradiente en las masas y las constantes elásticas por sitio. Los resultados muestran que la curva de calor específico de los sistemas converge al límite clásico. Asimismo, la conductividad térmica del sistema periódico es mayor que en los sistemas desordenados. Este trabajo fue financiado por los proyectos multidisciplinarios 2014-1640 y 2014-1641 de la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN, así como por el proyecto CONACyT 252749.

3SB Óptica VI **Salón Izamal del Hotel Fiesta Americana**

Moderador: Rufino Díaz Uribe

3SBMP1 Propiedades ópticas no-lineales de medios coloidales y sus aplicaciones *Karen Volke Sepúlveda** (*karen@fisica.unam.mx*), *Instituto de Física, UNAM*; *Yareni Aguilar Ayala* (*yareni.ayala@gmail.com*), *Instituto de Física, UNAM*; *Yadira Salazar Romero* (*yayafisica@gmail.com*), *Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM*; *Emma Brambila Tamayo* (*emma_brambila@ciencias.unam.mx*), *Instituto de Física, UNAM*; *Luke Sciberras* (*scibbo@gmail.com*), *Instituto de Investigación en Matemáticas Aplicadas y Sistemas, UNAM*; *Alejandro Vásquez Arzola* (*avarzola@gmail.com*), *Instituto de Física, UNAM*; *Juan A. Hernández Cordero* (*jhcordero@im.unam.mx*), *Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM*; *Antonmaria Minzoni Alessio* (*tim@mym.imas.unam.mx*), *Instituto de Investigación en Matemáticas Aplicadas y Sistemas, UNAM*. *Expositor.

En los 80 se demostró que las suspensiones coloidales de nanopartículas presentan propiedades ópticas no-lineales al ser iluminadas con un láser de alta potencia (CW). Estas propiedades dan lugar a efectos como autoenfoca-

miento y mezclado de cuatro ondas. Su origen radica en la fuerza óptica de gradiente, que atrae a las nanopartículas de manera colectiva hacia las regiones de máxima intensidad, produciendo un gradiente en su concentración que está correlacionado con la distribución de intensidad del haz incidente. A su vez, las variaciones espaciales en la concentración de partículas generan variaciones en el índice de refracción efectivo del medio, lo que explica los fenómenos no-lineales observados. Aquí utilizamos nanocoloides para generar haces autocolimados que son capaces de guiar otro haz de baja potencia y muestran interesantes efectos de interacción. Se presentarán resultados experimentales y teóricos.

3SB01 Atrapamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas *Joaquín García García* (*joaquin.garcia.g@gmail.com*); *Jorge Luis Rodríguez Garcíapiña*; *Esteban Vélez Juárez*; *Andrey S. Ostrovsky*. *Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

En este trabajo se propone un diseño de pinzas ópticas que emplea el vórtice óptico perfecto para realizar experimentos de atrapamiento de partículas. Se desarrolló la teoría de atrapamiento de partículas mediante el uso de vórtices ópticos y se reportan los resultados experimentales del atrapamiento de esferas de silicio de 2.5 μm de diámetro empleando el arreglo propuesto con vórtices ópticos de diferentes cargas topológicas. ***Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por VIEP, México, proyecto OSA-EXC13-1.

3SB02 Caracterización de la circulación de energía en haces Bessel enfocados como función de la carga topológica. *Esteban Gómez-López** (*egomez@ciencias.unam.mx*), *Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México*; *Andrés De Los Ríos Sommer* (*adlrs@ciencias.unam.mx*); *Alejandro Vasquez Arzola* (*avarzola@gmail.com*); *Karen Patricia Volke-Sepúlveda* (*karen@fisica.unam.mx*), *Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México*. *Expositor.

Se han enfocado diferentes haces Bessel sobre una rendija vertical y se ha analizado la propagación de intensidad resultante. Los lóbulos generados se alejan del eje de la rendija debido al ángulo de inclinación de los frentes de onda del haz Bessel, dicho ángulo está relacionado directamente con el flujo transversal de energía. Se realizó un análisis tanto numérico como experimental. El análisis numérico consiste en simulaciones de propagación por medio de difracción de Fresnel de un haz Bessel de orden l aperturado por una rendija circular el cual es enfocado. En el plano focal se coloca la rendija vertical. Los patrones de difracción resultante son analizados a diferentes distancias de propagación. El montaje experimental es análogo a la simulación, salvo que el haz Bessel es generado usando holografía digital por medios de un modulador espacial de luz. Se muestra que el desplazamiento lateral de los lóbulos difractados es una función lineal de la distancia de

4MAT propuesto por McCarthy[1] y el conocimiento de las ideas previas de los estudiantes sobre la luz [2]. Se muestra la posible utilización de los diferentes estilos de aprendizaje de los alumnos interactuando con ellos en el salón de clases y se discuten los resultados. Se analizan las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes cuando los estudiantes se enfrentan a la solución de situaciones propias del concepto (convergencia de rayos). 1) M. H. Ramírez Díaz (2006). Aplicación del sistema 4MAT en la enseñanza de la Física a nivel universitario. Revista Mexicana de Física 56 (1) 29-40. 2) José Hierrezuelo Moreno y Antonio Montero Moreno (1995). La ciencia de los alumnos. España. Ministerio de Educación y Ciencia.

JUMJ018 Atrapamiento óptico con vórtice óptico perfecto y pinzas ópticas

Joaquín García García*¹, Andrey S. Ostrovsky¹

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

*Expositor

En este trabajo se hace una revisión de la teoría de atrapamiento de partículas mediante el uso pinzas ópticas para después realizar una descripción de las propiedades del haz óptico conocido como vórtice óptico perfecto y sus ventajas para usarlo en experimentos de atrapamiento óptico. Se propone un arreglo experimental de pinzas que emplea el vórtice óptico perfecto como medio de atrapamiento y se reportan resultados preliminares de atrapamiento de esferas de silicón de $2.5\mu\text{m}$ de diámetro.

JUMJ019 La luz en el diseño de la imagen del I-CILCA

Alfredo Luciano Felipe*¹

¹Colegio de Diseño Gráfico, BUAP

*Expositor

En este trabajo se mostrara el proceso de creación de la imagen de identidad del I-CILCA. Se explicaran los procesos necesarios para la creación de la imagen, los cuales son: la investigación bibliográfica y visual, la conceptualización de ideas, la lluvia de ideas, el bocetaje, la depuración de ideas, la realización final y sus aplicaciones en el I-CILCA.

JUMJ020 ¡SE FUE LA LUZ! DIFERENCIA ENTRE LUZ Y CORRIENTE ELÉCTRICA.

Irving Cabrera Carrillo*¹, Gerardo Iván Luna Aguila*¹, Manuel Alberto Martínez Ruíz*¹, Pedro Tolentino Eslava¹, Carlos Robledo Sánchez¹, María del Rosario Pastrana Sánchez¹

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP, México

*Expositor

La luz juega un papel vital en nuestras vidas y se ha convertido en una herramienta importante en la solución de las necesidades de nuestro mundo del siglo XXI. Las tecnologías basadas en la luz protegen la salud y la seguridad de las personas, proporcionan energía sustentable, facilitan las exploraciones espaciales, mejoran las opciones de iluminación en las áreas rurales, facilitan las telecomunicaciones y las comunicaciones vía internet y presentan la promesa de posibilidades ilimitadas para mejorar las condiciones de vida y protección de la salud de la sociedad. Esta contribución tecnológica para beneficio de la humanidad inicia cuando Tomás Alva Edison enciende por primera vez un foco, y la luz aparece consecuencia de sus investigaciones en electricidad. Describiremos que es la electricidad y su diferencia con la luz, cuales son los elementos que transportan la carga eléctrica y cuales transportan la energía electromagnética, que a su vez conforman la electricidad y la luz, respectivamente.

JUMJ021 Persistencia Óptica

Francisco Pólito Haro*¹, Jamin Cu Arroyo*¹, Dalí del Ángel Pérez Lima*¹

¹FCFM, BUAP.

*Expositor

Por medio de un modelo de visión persistente (MPOV), se procederá a la realización de un experimento en el cual se presentará el fenómeno de persistencia óptica. Este modelo consiste en el encendido a diferentes intervalos de tiempo de luces LED que giran sobre un eje a cierta velocidad formando diferentes figuras y con esto se procede a la explicación de dicho fenómeno.

JUMJ022 MURCIÉLAGOS Y FOBIA LUNAR

Rebeca. S. Miguel-Méndez*¹, Ma. Concepción López-Téllez*¹

¹Escuela de Biología

*Expositor

Los murciélagos son mamíferos voladores nocturnos, cuya actividad comienza después del ocaso y termina poco antes de que amanezca. Actualmente existen múltiples trabajos realizados con éstos mamíferos como objeto de estudio, con diferentes temáticas que van desde la diversidad, abundancia, dieta, etología, dispersión de semillas, etc.; sin embargo su muestreo tiene algo en