



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

SISTEMA MÍNIMO Y MODULACIÓN
ESPACIO-TEMPORAL DE FASE EN
INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE
FASE AUTOCALIBRADO

T E S I S

PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE:

Maestría en Ciencias Física Aplicada

PRESENTA:

Lic. Carlos Augusto Flores Meneses

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Cruz Meneses Fábian

ASESOR DE TESIS:

Dr. Cruz Meneses Fábian



Julio 2020

Título: Sistema mínimo y modulación espacio-temporal de fase en interferometría de corrimiento de fase autocalibrado

Estudiante: Lic. Carlos Augusto Flores Meneses

COMITÉ

Dra. María del Rosario Sánchez Pastrana
Presidente

Dr. Ricardo Serrano Agustín
Secretario

Dra. Juana Rosaura Kantún Montiel
Vocal

Dr. Gildardo Pablo Lemus Alonso
Suplente

Dr. Cruz Meneses Fábian
Asesor

Reconocimientos

En primer lugar, agradezco a mi familia por todo el apoyo incondicional recibido durante esta etapa.

Agradezco al Dr. Cruz Meneses Fabián por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo de tesis bajo su dirección, por el aprendizaje obtenido, por su paciencia, por la motivación y apoyo recibido, ha sido un aporte invaluable a mi formación como persona e investigador.

También agradezco a mis profesores, amigos y colegas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por todos aquellos momentos inestimables.

Agradezco los miembros del honorable jurado, Dr. Gildardo Pablo Lemus Alonso, Dra. Juana Rosaura Kantún Montiel, Dr. Ricardo Serrano Agustín y a la Dra. María del Rosario Sánchez Pastrana, por su disposición y tiempo que fue dedicado a la revisión del presente escrito, así como sus valiosas observaciones y correcciones a este trabajo.

Y a CONACYT por el apoyo financiero en la elaboración de este trabajo de tesis.

Resumen

Se propone un método de extracción de fase en tiempo real basado en la interferometría de corrimiento de fase con la singularidad de tener pasos de fase considerados como funciones espaciales inhomogéneas y arbitrarias. La idea se basa en obtener cuatro interferogramas simultáneamente en una sola captura con un cierto paso de fase, con lo cual se obtienen dos interferogramas con el mismo contraste y la misma luz de fondo. De esta manera se muestra que es posible recuperar la fase del frente de onda a partir de resolver un sistema de ecuaciones.

Índice general

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XIII
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivo general	2
1.2.1. Objetivos específicos	2
1.3. Contexto del trabajo	3
2. Antecedentes	5
2.1. Fundamentos de la interferometría	5
2.1.1. Ecuación de interferencia de dos haces	6
2.2. El Interferómetro	8
2.2.1. Interferómetro Twyman-Green	8
2.2.2. Interferómetro Mach-Zehnder	9
2.3. Interferómetro de trayectoria común de doble apertura	10
2.3.1. Descripción matemática	10
2.4. Interferometría de corrimiento de fase (PSI: Phase-Shifting Interferometry)	14
2.5. Recuperación de la fase del frente de onda	16
2.5.1. Algoritmos de tres pasos	19
2.6. Desarrollo de Fase	20
2.6.1. Desarrollo en 1D (Método de Itoh)	20
2.6.2. Desarrollo de fase en 2D	24
2.7. Fundamentos sobre polarización	26
2.7.1. Polarización lineal	27
2.7.2. Polarización circular	28
2.7.3. Polarización elíptica	30
2.7.4. Lamina de cuarto de onda	33

ÍNDICE GENERAL

2.8. Sistema mínimo	35
2.8.1. Raspberry PI	36
3. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud	39
3.1. Descripción del modelo matemático	39
3.1.1. Descripción del montaje experimental	43
3.2. Simulación numérica	46
3.3. Resultados experimentales	49
4. Interferometría de corrimiento de fase generalizada auto-calibrado de un disparo	59
4.1. Descripción del modelo matemático	59
4.1.1. Algunas cuestiones experimentales	62
4.2. Descripción del arreglo experimental	66
4.2.1. Calibración para la captura en tiempo real	73
5. Resultados Experimentales	81
5.1. Movimiento de rejilla	82
5.2. Portaobjetos con gotas de agua	83
5.3. Portaobjetos con alcohol	84
6. Conclusiones	85
6.1. Trabajo a futuro	86
A. Códigos	87
A.1. Método de Itoh en 2D	87
A.2. APSI3: Amplitude Phase Shifting Interferometry con tres interferogramas	88
A.3. Calibración de One-shot SGPSI: Self Shifting General Phase Shifting Interferometry	92
A.4. Captura y visualización de One-Shot SGPSI	103
Bibliografía	109

Índice de figuras

2.1. Interferómetro Twyman-Green	8
2.2. Interferómetro Mach-Zehnder	9
2.3. Interferómetro de trayectoria común de doble apertura.	11
2.4. La variación de intensidad con la fase de referencia en un punto de un interferograma.	16
2.5. Cuatro interferogramas registrados con cambios de fase de 90°	18
2.6. Ejemplo de funciones envueltas.	21
2.7. Ejemplo de funciones desenvueltas aplicando el método de Itoh.	23
2.8. Ejemplo de funciones envueltas en dos dimensiones.	24
2.9. Ejemplo de funciones desenvueltas en dos dimensiones aplicando el método de Itoh en 2D.	25
2.10. Polarización lineal, viajando en dirección z	28
2.11. Polarización circular viajando en dirección z	29
2.12. Elipse de polarización.	32
2.13. Polarización elíptica	33
2.14. Arreglo para producir luz circularmente polarizada	34
2.15. Diagrama a bloques básico de un sistema mínimo.	35
2.16. Raspberry Pi	36
3.1. Diagrama experimental	40
3.2. Montaje experimental	45
3.3. Amplitud de referencia, amplitud de prueba y fase simuladas. Las amplitudes son planos y la fase es una función cuadrática	46
3.4. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	46
3.5. u_1 , u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	47
3.6. Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	47
3.7. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	47

ÍNDICE DE FIGURAS

3.8. u_1, u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	48
3.9. Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	48
3.10. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	48
3.11. u_1, u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	49
3.12. Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	49
3.13. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	50
3.14. Amplitud de prueba recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	50
3.15. Amplitud de referencia recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	51
3.16. Fase envuelta recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	51
3.17. Fase recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$	52
3.18. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	52
3.19. Amplitud de prueba recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	53
3.20. Amplitud de referencia recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	53
3.21. Fase envuelta recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	54
3.22. Fase recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$	54
3.23. Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	55
3.24. Amplitud de prueba recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	55
3.25. Amplitud de referencia recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	56
3.26. Fase envuelta recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	56

3.27. Fase recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$	57
4.1. Diagrama experimental	60
4.2. Replicas de las ventanas de referencia y prueba	63
4.3. Montaje experimental	65
4.4. Laser	66
4.5. Atenuadores	66
4.6. Filtraje Espacial	67
4.7. Lente Colimadora	67
4.8. De derecha a izquierda. Portaobjetos, ventanillas, polarizador lineal y lámina retardadora de cuarto de onda.	68
4.9. Lente 1	69
4.10. Rejilla de Ronchi	69
4.11. Segunda lente	70
4.12. Cámara, Lente y polarizadores	70
4.13. Montaje experimental	71
4.14. Montaje experimental	72
4.15. 4 interferogramas.	73
4.16. Ventana de prueba	74
4.17. Ventana de referencia	74
4.18. Enfoque a la pequeña marca (alfiler) en la ventana de referencia	75
4.19. Descripción del algoritmo para encontrar los centros de los interferogramas	75
4.20. Área que se recorta de los interferogramas. Se muestra la ventana de referencia, pero esta área se recorta en las tres imágenes	76
4.21. Replicas de la ventana de referencia, prueba e interferogramas.	77
4.22. Interferogramas normalizados utilizando los valores experimentales para c_0 y c_1	78
4.23. Interferogramas normalizados y fase del frente de onda	78
4.24. Interferogramas normalizados y fase con una mala calibración	79
5.1. Se ha desplazado la rejilla para disminuir o aumentar el número de franjas mientras se realizaba la captura. Con esto se muestra que el algoritmo puede obtener la fase con diferentes número de franjas. En la primera imagen se muestra que hay un total de seis franjas y en la última se muestra que hay tres. Este procedimiento también se realizó a la inversa es decir, aumentando el número de franjas.	82

ÍNDICE DE FIGURAS

- 5.2. Con ayuda de un gotero, se han colocado algunas gotas de agua en un portaobjetos y se ha observado los cambios que se producen en tiempo real. 83
- 5.3. De forma similar a la figura anterior, se han colocado algunas gotas de agua para observar los cambios que se producen. 84

Índice de tablas

2.1. Algoritmo del método de Itoh	23
2.2. Algoritmo de desenvolvimiento de fase en dos dimensiones	26
3.1. APSI con diferentes ángulos.	43

Capítulo 1

Introducción

La interferometría de corrimiento de fase (PSI, por sus siglas en inglés Phase-Shifting Interferometry) es un método capaz de obtener la fase deseada resolviendo un sistema de ecuaciones formado por tres o más interferogramas con pasos de fase conocidos e iguales [1]. Debido a su alta precisión, PSI ha sido empleado con éxito en muchos campos de la ciencia y la tecnología, como física, astronomía, biología, química, medicina, mecánica, metrología, microscopía, holografía, entre muchos otros. Se ha empleado para medir el índice de refracción en medios transparentes, incluidos gases, líquidos, sólidos y plasma, y por lo tanto, para medir viscosidad, densidad, permitividad, difusión, temperatura, homogeneidad, pureza, etc.; también se ha utilizado para medir el desplazamiento angular o lineal o distancias muy cortas y, por lo tanto, se mide grosor, rugosidad, topografía, modos de vibración en materiales, entre otras características [2, 3].

En 1974 Brunning et al [1] utiliza por primera vez el método PSI en el cual hace uso de un transductor piezo-eléctrico el cual tiene la función de crear los pasos de fase. A partir de aquí surgieron diversas propuestas y métodos para producir corrimientos de fase utilizando diferentes materiales tales como polarizadores, rejillas, moduladores de luz espacial entre otros [3-8]. Sin embargo, anomalías intrínsecas en los materiales de corrimiento de fase tales como la falta de homogeneidad, defectos de fabricación, respuesta a la temperatura y demás, hacen que la detección sincrónica de interferogramas no sea óptima.

Con la necesidad de mejorar la implementación de PSI se proponen algoritmos que demodulan la fase de interferogramas con pasos de fase desiguales, en otras palabras, se realiza una detección asíncrona de los interferogramas, denominada como interferometría de corrimiento de fase generalizada (GPSI, por sus siglas en inglés General Phase-Shifting Interferometry). Sin embargo, al igual que en el método de PSI, los pasos de fase deben ser conocidos lo que exige una alta ca-

libración en el cambiador de fase que realice el corrimiento de fase. Mas adelante se propone una alternativa para enmendar este inconveniente en el cual se utiliza pasos de fase desconocidos, los cuales se denominaron algoritmos de auto calibración de corrimiento de fase (SGPSI, por sus siglas en inglés Self-Calibrating Generalized Phase-Shifting Interferometry).

Los métodos discutidos tienen en común que el paso de fase sea espacialmente uniforme, entonces se propone un método en el que se tengan cambios de fase inhomogéneos. Para ello se propone utilizar un interferómetro de trayectoria común de doble apertura. En primer lugar, se capturan 4 interferogramas corridos en fase en una sola toma, con ello se obtienen dos patrones normalizados en cuadratura. Este procedimiento se aplica nuevamente a las capturas siguientes para obtener de manera similar dos interferogramas normalizados en cuadratura, los cuales tienen la información de las variaciones de fase inhomogéneas y las variaciones de fase de la primera toma. Entonces, se requiere obtener las variaciones de fase relativa entre dos tomas las cuales pueden obtenerse después de realizar una serie de manipulaciones algebraicas. Finalmente se propone realizar la implementación de este método en un sistema mínimo.

1.1. Planteamiento del problema

Los métodos PSI, GPSI, y SGPSI tienen en común que el paso de fase sea espacialmente uniforme, lo cual resulta una desventaja en caso de desearse realizar un sistema en tiempo real debido a que es necesario capturar los interferogramas a tiempos diferentes. Entonces una aportación importante del presente proyecto de tesis es realizar un método que resuelva la exigencia de tener un corrimiento de fase homogéneo.

1.2. Objetivo general

Desarrollar un método de recuperación de amplitud y fase en tiempo real en interferometría con pasos de fase espacialmente inhomogéneos.

1.2.1. Objetivos específicos

- Desarrollar el modelo teórico.

- Implementar numéricamente los algoritmos.
- Implementar los algoritmos en un sistema mínimo.
- Obtener resultados experimentales.

1.3. Contexto del trabajo

El presente trabajo se desarrolló en el Laboratorio de Luz Estructurada (LLE) de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. También, la presente es parte de un proyecto de investigación interno patrocinado por Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, con número de referencia: 100425744-VIEP2019, y también este trabajo es parte de un proyecto con patrocinio externo por parte de SEP/CONACYT, con número de convenio: 257853. El tema de tesis está dentro de las líneas de generación y aplicación de conocimiento del cuerpo académico: Óptica.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Fundamentos de la interferometría

Los fenómenos causados por la interferencia de las ondas de luz se pueden ver a nuestro alrededor: ejemplos típicos son los colores de una mancha de aceite o una fina película de jabón. Solo se pueden ver algunas franjas de colores con luz blanca. A medida que aumenta el grosor de la película, aumenta la diferencia del camino óptico entre las ondas interferentes, y los cambios de color se vuelven menos notorios y finalmente desaparecen. Sin embargo, con luz monocromática, se pueden ver franjas de interferencia incluso con diferencias de trayectoria óptica bastante grandes. Dado que la longitud de onda de la luz visible es relativamente muy pequeña (aproximadamente medio micrómetro para luz verde), los cambios muy pequeños en la diferencia del camino óptico producen cambios medibles en la intensidad de un patrón de interferencia. Como resultado, la interferometría óptica permite mediciones precisas.

La interferometría óptica se ha utilizado como técnica de laboratorio durante casi cien años. Sin embargo, varios desarrollos nuevos han ampliado su alcance y precisión y han hecho que el uso de interferometría óptica sea práctico para un rango muy amplio de mediciones. El más importante de estos nuevos desarrollos fue la invención del láser. Los láseres han eliminado muchas de las limitaciones impuestas por las fuentes de luz convencionales y han hecho posibles muchas nuevas técnicas interferométricas. También se han abierto nuevas aplicaciones mediante el uso de fibras ópticas monomodo para construir análogos de interferómetros convencionales.

Otro desarrollo que ha revolucionado la interferometría ha sido el uso creciente de fotodetectores y electrónica digital para el procesamiento de señales. Las

2. ANTECEDENTES

mediciones interferométricas también han adquirido mayor importancia con la redefinición del estándar internacional de longitud (el metro) en términos de la velocidad de la luz.

Algunas de las aplicaciones actuales de la interferometría óptica son mediciones precisas de distancias, desplazamientos y vibraciones; pruebas de sistemas ópticos; estudios de flujos de gas y plasmas; estudios de topografía de superficie; mediciones de temperatura, presión y campos eléctricos y magnéticos; detección de rotación; espectroscopía de alta resolución y mediciones de frecuencia láser. Las aplicaciones que se están explorando incluyen la lógica totalmente óptica de alta velocidad y la detección de ondas gravitacionales. No cabe duda de que, en un futuro próximo, se encontrarán muchos más [9].

2.1.1. Ecuación de interferencia de dos haces

La teoría de la interferencia óptica se basa esencialmente en el principio de superposición lineal de campos electromagnéticos. Según este principio, el campo eléctrico \mathbf{E} producido en un punto en el espacio vacío conjuntamente por varias fuentes diferentes es igual a la suma vectorial

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 \dots \quad (2.1)$$

donde $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots$ son los campos producidos en el punto en cuestión por separado por las diferentes fuentes, las letras en negritas indican el carácter vectorial de los campos. Lo mismo es cierto para los campos magnéticos. El principio es una consecuencia del hecho de que la ecuación de Maxwell para el vacío son ecuaciones diferenciales lineales.

En presencia de materia, el principio de superposición lineal es solo aproximadamente cierto. (Esto no significa que los campos no puedan resolverse en componentes. Simplemente significa que el campo total resultante producido en la materia por varias fuentes externas que actúan simultáneamente puede no ser lo mismo que la suma de los campos producidos por cada fuente que actúa sola). Desviaciones a partir de la linealidad se observan a las altas intensidades producidas por los láseres y entran bajo el título de fenómenos ópticos no lineales. Se consideran dos ondas armónicas polarizadas linealmente de la misma frecuencia ω . Los campos eléctricos son entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, t) &= \mathbf{A}_1 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_1(x, y))}, \\ \mathbf{E}_2(x, y, t) &= \mathbf{A}_2 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_2(x, y))}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde $\phi_1(x, y)$ y $\phi_2(x, y)$ son las fases del frente de onda, \mathbf{A}_1 y \mathbf{A}_2 con las amplitudes del frente de onda, \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son los vectores de onda, ω es la frecuencia angular, \mathbf{r} es el vector en el cual se propaga la onda e i es la unidad imaginaria. Aquí las cantidades $\phi_1(x, y)$ y $\phi_2(x, y)$ se han introducido para permitir cualquier diferencia de fase entre las fuentes de las dos ondas. Si la diferencia de fase $\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)$ es constante, se dice que las dos fuentes son mutuamente coherentes. Las ondas resultantes también son mutuamente coherentes en este caso.

Se sabe que la irradiancia en un punto es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo de luz en el punto en cuestión. Por lo tanto, la superposición las dos ondas planas monocromáticas, además de un factor de proporcionalidad constante, da como resultado una función de irradiancia

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= |\mathbf{E}(x, y)|^2 = \mathbf{E}(x, y) \cdot \mathbf{E}^*(x, y) \\
 &= (\mathbf{E}_1(x, y) + \mathbf{E}_2(x, y)) \cdot (\mathbf{E}_1^*(x, y) + \mathbf{E}_2^*(x, y)) \\
 &= |\mathbf{E}_1(x, y)|^2 + |\mathbf{E}_2(x, y)|^2 + 2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi \\
 &= I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi(x, y),
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde

$$\phi(x, y) = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_1(x, y) - \phi_2(x, y). \tag{2.4}$$

El término $2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi(x, y)$ se llama término de interferencia. Este término indica que $I(x, y)$ puede ser mayor o menor que la suma $I_1(x, y) + I_2(x, y)$, dependiendo del valor de $\phi(x, y)$. Dado que $\phi(x, y)$ depende de \mathbf{r} , ocurren variaciones espaciales periódicas en la intensidad. Estas variaciones son las franjas de interferencia familiares que se ven cuando se combinan dos haces de luz coherentes entre sí.

Si las fuentes de las dos ondas son mutuamente incoherentes, entonces la cantidad $\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)$ varía con el tiempo de manera aleatoria. El resultado es que el valor medio de $\cos \phi(x, y)$ es cero y no hay interferencia. Esta es la razón por la cual las franjas de interferencia no se observan con dos fuentes de luz separadas (ordinarias).

En el caso de que las dos ondas estén polarizadas, el término de interferencia también depende de la polarización. En particular, si las polarizaciones son mutuamente ortogonales, entonces $\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) = 0$. Nuevamente, no hay franjas de interferencia. Esto es cierto no solo para las ondas polarizadas linealmente sino también para las ondas polarizadas circular y elípticamente [10].

2.2. El Interferómetro

Un interferómetro es un instrumento que utiliza la interferencia de la luz para realizar mediciones precisas de superficies, espesores, rugosidad de la superficie, potencia óptica, homogeneidad del material, distancias; la lista continua. La resolución de un interferómetro se rige por la longitud de onda de la luz utilizada y es del orden de unos pocos nanómetros. Para determinar las propiedades de la muestra bajo prueba, se captura y analiza un interferograma de acuerdo con el tipo de interferómetro que lo creó. Los interferómetros de dos haces devuelven información relativa sobre la diferencia de camino óptico (OPD, de sus siglas en ingles *Optical Path Difference*) entre los dos haces. Se pueden realizar mediciones absolutas, pero se debe tener especial cuidado en la calibración y la caracterización del sistema [11].

2.2.1. Interferómetro Twyman-Green

El interferómetro Twyman-Green fue inventado y patentado en 1916 y originalmente estaba destinado a probar prismas y objetivos de microscopio. La invención del láser aumentó la utilidad del Twyman-Green. Su aplicabilidad ha crecido desde entonces, es útil para introducir conceptos importantes en interferómetros.

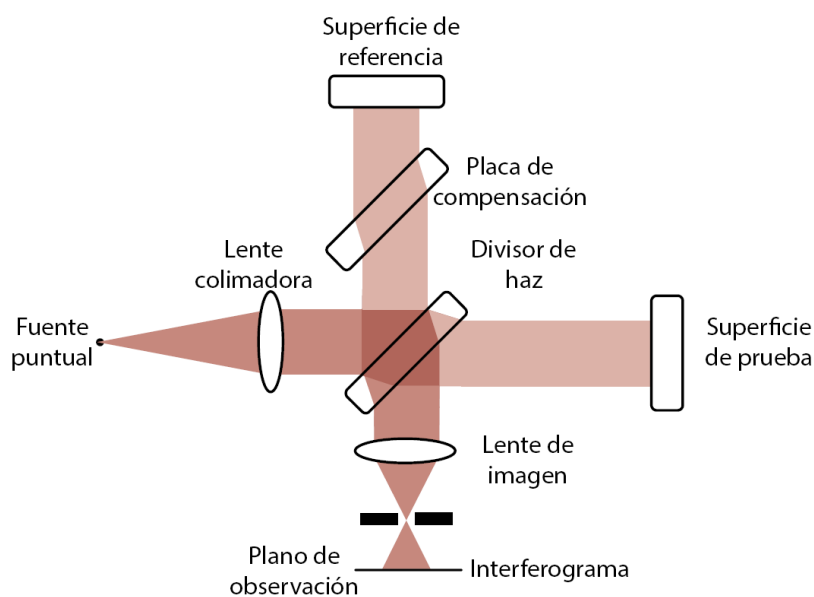


Figura 2.1: Interferómetro Twyman-Green

La fuente de luz para un Twyman-Green es una fuente puntual casi monocromática colimada por una lente colimadora en una onda plana. Esta onda plana se divide en un haz de referencia y un haz de prueba por un divisor de haz. La configuración básica es para la prueba de planos, en cuyo caso el haz de referencia se refleja en un plano de referencia conocido y vuelve al divisor de haz. El haz de prueba incide en la parte de prueba desconocida y también vuelve al divisor de haz. Los haces se dividen por segunda vez, creando dos interferogramas complementarios. Uno se proyecta hacia la fuente puntual, mientras que el interferograma más útil es transmitido por una lente de imagen al plano de observación [11].

2.2.2. Interferómetro Mach-Zehnder

Otro interferómetro común es el Mach-Zehnder, que es útil para probar la óptica en la transmisión en un solo paso. Si la óptica bajo prueba tiene grandes desviaciones, esta prueba menos sensible podría ser mejor para mantener la pendiente del frente de onda dentro del rango dinámico del interferómetro.

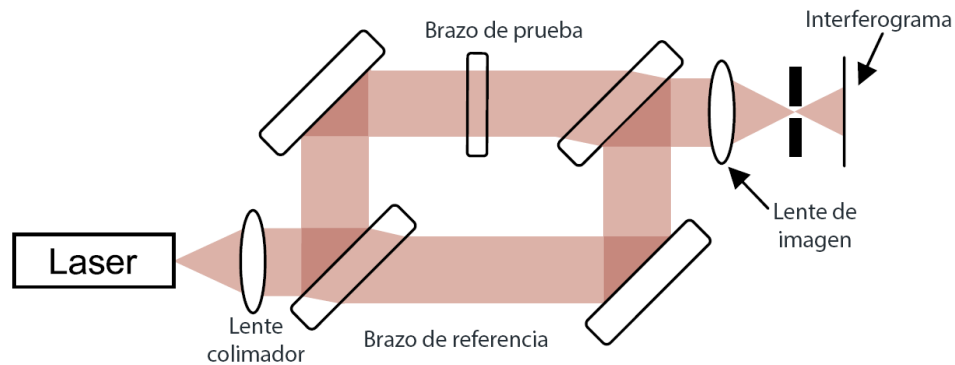


Figura 2.2: Interferómetro Mach-Zehnder

Las pruebas de transmisión son útiles para medir la homogeneidad del índice o la variación de espesor. Además, se pueden usar para medir la potencia de una lente con baja potencia. El Mach-Zehnder también se puede usar para probar superficies en reflexión reemplazando uno de los espejos plegables con la parte de prueba. La sensibilidad es menor ya que el haz incide a 45° en lugar de la incidencia normal. La lente de imagen se elige de modo que la parte de prueba se conjugue con el plano del interferograma [11].

2.3. Interferómetro de trayectoria común de doble apertura

En el tipo general de interferómetro, como Twyman–Green o Mach–Zehnder, los haces de referencia y prueba siguen caminos separados y, por lo tanto, se ven afectados de manera diferente por los choques mecánicos y las fluctuaciones de temperatura. Por lo tanto, si no se toman las precauciones adecuadas, el patrón de franjas en el plano de observación es inestable y las mediciones no son posibles.

Los problemas son particularmente graves cuando se prueban los sistemas ópticos de gran apertura. La mayor parte de la dificultad se puede evitar mediante el uso de los llamados interferómetros de trayectoria común, en los que los haces de referencia y prueba atraviesan la misma ruta general. Estos interferómetros tienen la ventaja adicional de que no requieren componentes ópticos perfectos de dimensiones iguales a las del sistema bajo prueba para producir el haz de referencia. Además, la diferencia de trayectoria entre los dos haces en el centro del campo de visión es, en general, cero, lo que hace posible el uso de luz blanca.

Cuando este haz interfiere con el haz de prueba, que ha atravesado la apertura total del sistema óptico, se obtiene información explícita sobre los defectos del sistema. Sin embargo, en la mayoría de los interferómetros de trayectoria común, tanto los haces de referencia como los de prueba se ven afectados por las aberraciones, y la interferencia se produce al cortar un haz con respecto al otro. La información obtenida en este caso es implícita y se necesitan algunos cálculos para determinar la forma del frente de onda aberrado [12].

2.3.1. Descripción matemática

La figura 2.3 muestra el esquema de un interferómetro de trayectoria común de doble abertura (DACPI, de sus siglas en inglés: Double-aperture common-path interferometer), el cual se basa en un sistema óptico $4f$ formador de imágenes de doble transformada de Fourier. El DACPI consiste de dos aberturas en el plano de entrada y una rejilla en el plano de Fourier usada como filtro espacial. Para realizar la descripción matemática del interferómetro se considera la función de

transmisión como una función $\text{rect}(x, y)$ con dos ventanas, descrita por $t_A(x, y)$

$$t_A(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x + \frac{1}{2}x_0}{x_w}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{y_w}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{1}{2}x_0}{x_w}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{y_w}\right), \quad (2.5)$$

donde, x_0 es la separación de las ventanas, x_w es el ancho de las ventanas, y x y y son las coordenadas espaciales. Al pasar $t_A(x, y)$ por la primera lente L_1 , hasta el plano de Fourier, la cual viene interpretada por la transformada de Fourier

$$\tilde{t}_A(\mu, \nu) = \mathfrak{F}(t_A(x, y)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_A(x, y) e^{-i2\pi(\mu x + \nu y)} dx dy, \quad (2.6)$$

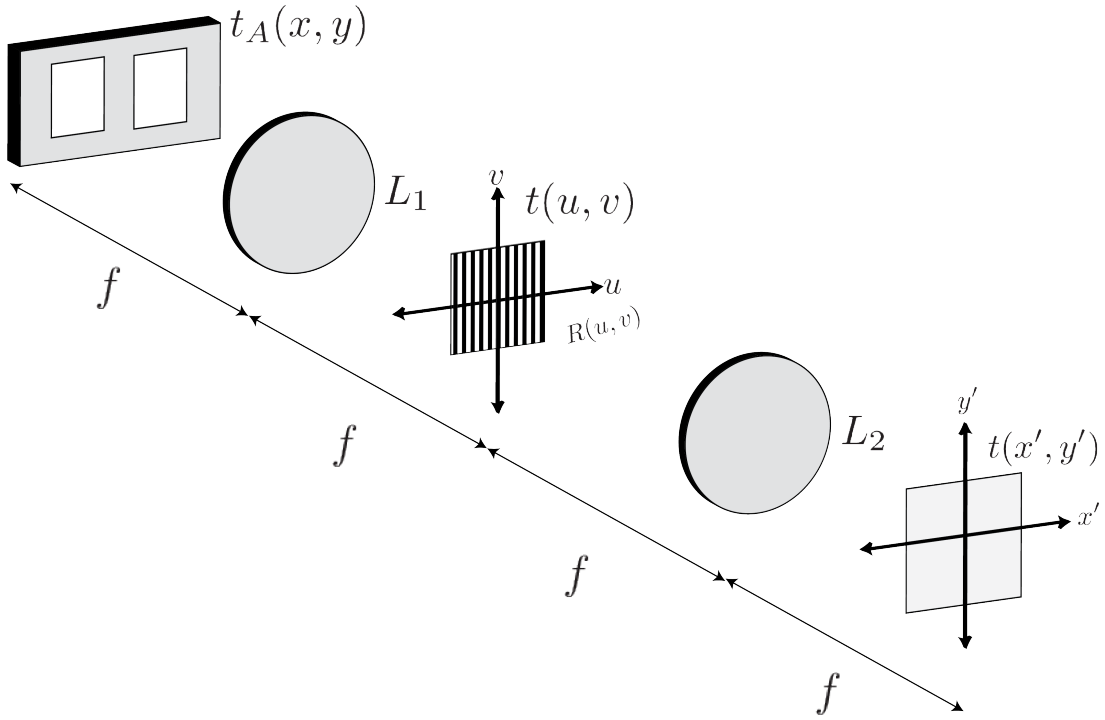


Figura 2.3: Interferómetro de trayectoria común de doble apertura.

donde $\mu = u/\lambda f$, $\nu = v/\lambda f$ son las coordenadas espaciales relacionadas con las coordenadas actuales (u, v) . Utilizando las propiedades de la transformada de Fourier y realizando el álgebra que corresponde se obtiene

$$\begin{aligned} \tilde{t}_A(\mu, \nu) = & x_w y_w e^{-i2\pi \frac{1}{2} x_0 \mu} \text{sinc}(x_w \mu) \text{sinc}(y_w \nu) \\ & + x_w y_w e^{i2\pi \frac{1}{2} x_0 \mu} \text{sinc}(x_w \mu) \text{sinc}(y_w \nu). \end{aligned} \quad (2.7)$$

2. ANTECEDENTES

La rejilla de Ronchi $\mathbf{R}(u, v)$ en el espacio de frecuencias esta descrita matemáticamente por

$$\mathbf{R}(\mu, \nu) = \text{rect}\left(\frac{\mu - \mu_d}{\mu_w}\right) \circledast \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\mu - \mu_p), \quad (2.8)$$

donde μ_d es la separación entre las barras de la rejilla, μ_w es el ancho de las barras y esta centrada con periodo u_p con un factor de llenado de u_w/u_p . Al pasar por la segunda lente L_2 hasta el plano imagen se obtiene nuevamente la transformada de Fourier del campo, utilizando nuevamente propiedades de la transformada de Fourier en particular que *la transformada de producto de dos funciones es igual a la convolución de las funciones*, esto es

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}[\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) \cdot \mathbf{R}(\mu, \nu)] &= \mathbf{t}_A(x, y) \circledast \mathbf{r}(x, y) \\ &= \mathbf{t}_A(x, y) \circledast \frac{u_w}{u_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi n \frac{u_d}{u_p}} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} n\right) \delta\left(x - n \frac{\lambda f}{u_p}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{u_w}{u_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi n \frac{u_d}{u_p}} \text{sinc}\left(\frac{u_w}{u_p} n\right) \left[\text{rect}\left(\frac{x - \frac{1}{2}x_0}{x_w} - n \frac{\lambda f}{u_p}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{y_w}\right) \right. \\ &\quad \left. + \text{rect}\left(\frac{x + \frac{1}{2}x_0}{x_w} - n \frac{\lambda f}{u_p}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{y_w}\right) \right], \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde \circledast es el operador de convolución, y $\mathbf{r}(x, y)$ es la ecuación para la rejilla de Ronchi en el las coordenadas actuales (x, y) , es decir, aplicando la transformada de Fourier a la ecuación (2.8). En el caso particular anterior se consideraban campos homogéneos de amplitud unitaria y fase constante que pasaban a través de dos ventanas descritos por la función rect , de manera general se considera a la función de transmisión \mathbf{t}_A ahora como

$$\mathbf{t}_A(x, y) = w\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right)E_r\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right) + w\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)E_p\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right), \quad (2.11)$$

donde E_r es el campo que pasa por la ventana $w\left(x + \frac{1}{2}x_0, y\right)$ y E_p es el campo que pasa por la ventana $w\left(x - \frac{1}{2}x_0, y\right)$, nombrados campo de referencia y prueba respectivamente. Se realiza entonces un análisis similar al anterior, esto es, obtener la transformada de Fourier de la función de transmisión ahora descrita por la ecuación (2.11), es decir

$$\mathfrak{F}(\mathbf{t}_A(x, y)) = \tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu), \quad (2.12)$$

se multiplica por la ecuación de la rejilla de Ronchi

$$\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) \cdot \mathbf{R}(\mu, \nu), \quad (2.13)$$

y finalmente se obtiene nuevamente la transformada de Fourier de esta ecuación

$$\mathfrak{F}[\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) \cdot \mathbf{R}(\mu, \nu)] = \mathbf{t}(x', y'). \quad (2.14)$$

Realizando este procedimiento se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{t}(x', y') = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^* \left[w \left(-x + \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) E_r \left(-x + \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) + \right. \\ & \left. w \left(-x - \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) E_p \left(-x - \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) \right], \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde

$$c_n^* = c_n e^{-\pi \frac{u_d}{u_p} n}, \quad (2.16a)$$

$$c_n = \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} n \right). \quad (2.16b)$$

Sea x_0 un múltiplo entero k del periodo (condición para que los órdenes de difracción coincidan)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n &= -\frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}(n+k) \\ \rightarrow x_0 &= \frac{\lambda f}{u_p}k. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Entonces se observa el orden n de la ventana de referencia E_r . En ella coincide el orden n del campo de referencia E_r y el orden $n+k$ del campo de prueba E_p . Esto es

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_O(x', y') &= w \left(-x + \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) \left[c_n^* E_r \left(-x + \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}n, -y \right) \right. \\ & \quad \left. + c_{n+k}^* E_r \left(-x - \frac{1}{2}x_0 + \frac{\lambda f}{u_p}(n+k), -y \right) \right] \\ &= c_n E_r + c_{n+k} E_p = c_n A_r e^{i\phi_r + \alpha_n} + c_{n+k} A_p e^{i\phi_p + \alpha_{n+k}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Aquí se omiten las dependencias de los campos y las ventanas por simplicidad, donde

$$\begin{aligned}
 c_n^* &= c_n e^{-i2\pi \frac{u_d}{u_p} n} & c_n &= \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} n \right), \\
 c_{n+k}^* &= c_{n+k} e^{-i2\pi \frac{u_d}{u_p} (n+k)} & c_{n+k} &= \frac{u_w}{u_p} \operatorname{sinc} \left(\frac{u_w}{u_p} (n+k) \right), \\
 \alpha_n &= -i2\pi \frac{u_d}{u_p} n & \alpha_{n+k} &= -i2\pi \frac{u_d}{u_p} (n+k).
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

El patrón de interferencia viene dado entonces por

$$I = c_n^2 A_r^2 + c_{n+k}^2 A_p^2 + 2c_n c_{n+k} A_r A_p \cos(\phi + \Delta\alpha), \tag{2.20}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \phi &= \phi_p - \phi_r, \\
 \Delta\alpha &= \alpha_{n+k} - \alpha_n.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

2.4. Interferometría de corrimiento de fase (PSI: Phase-Shifting Interferometry)

El concepto relativamente simple (en retrospectiva, de todos modos) detrás de la interferometría de corrimiento de fase es que se introduce un cambio de fase variable en el tiempo entre el frente de onda de referencia y el frente de onda de prueba o muestra, en el interferómetro. Luego se produce una señal variable en el tiempo en cada punto de medición en el interferograma, y la fase relativa entre los dos frentes de onda en esa ubicación se codifica en estas señales.

Para simplificar, se utilizará la fase del frente de onda para el análisis. Esta opción permite que el análisis sea independiente de la configuración específica del hardware, de modo que la conversión de errores de fase a superficie o la diferencia de camino óptico sea sencilla. Por ejemplo, una superficie con errores de altura $h(x, y)$ probado en reflexión producirá un error de frente de onda $\phi(x, y)$ [12]

$$\phi(x, y) = 4\pi h(x, y) / \lambda, \tag{2.22}$$

donde x e y son las coordenadas espaciales y λ es la longitud de onda. Esta expresión es para incidencia normal, y los factores de oblicuidad deben agregarse

en otras situaciones.

Las expresiones generales para los frentes de onda de referencia y prueba en el interferómetro son

$$E_r(x, y, t) = A_r(x, y)e^{i(\phi_r(x, y) - \alpha(t))}, \quad (2.23)$$

y

$$E_p(x, y, t) = A_p(x, y)e^{i(\phi_p(x, y))}, \quad (2.24)$$

respectivamente, donde $A_r(x, y)$ y $A_p(x, y)$ son las amplitudes del frente de onda, $\phi_r(x, y)$ y $\phi_p(x, y)$ son las fases del frente onda y $\alpha(t)$ es corrimiento de fase variando en el tiempo introducido en el haz de referencia. Para ser más precisos, $\alpha(t)$ es el corrimiento de fase relativo entre los dos haces, físicamente puede resultar de cambios en los haces referencia o prueba. El patrón de intensidad resultante es dado por $I(x, y, t) = |E_r(x, y, t) + E_p(x, y)|^2$ o en otras palabras

$$I(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \alpha(t)) \quad (2.25)$$

donde $a = A_r^2 + A_p^2$ es la intensidad de fondo, $b = 2A_rA_p$ es la amplitud de modulación y $\phi = \phi_p - \phi_r$ es la diferencia de fase del frente de onda, se omiten sus dependencias espaciales por simplicidad. La cuál es la ecuación fundamental para PSI [12]. La intensidad en cada punto varía como una función sinusoidal del cambio de fase introducido $\alpha(t)$ con un desplazamiento temporal dado por la fase del frente de onda desconocida.

Este resultado puede visualizarse observando la intensidad en función de $\alpha(t)$; para un cambio de fase lineal, esto es equivalente a la variación de la intensidad con el tiempo. La intensidad del interferograma en un punto de medición individual varía sinusoidalmente con la fase (o tiempo) como se muestra en la figura 2.4, pero lo más importante, las tres incógnitas en la ecuación (2.25) son fáciles de identificar en esta señal. El término constante $a(x, y)$ es el sesgo de intensidad, $b(x, y)$ es la mitad de la modulación de intensidad de pico a valle, y la fase desconocida $\phi(x, y)$ está relacionado con el cambio de fase temporal de esta variación sinusoidal. La fase del frente de onda en esta ubicación se puede calcular fácilmente a partir de este retraso temporal. El mapa completo de la fase del frente de onda desconocida $\phi(x, y)$ puede medirse monitoreando y comparando este retraso temporal en todos los puntos de medición requeridos en el interferograma. De esta manera, los términos de modulación de intensidad y sesgo se separan de este retraso, y la fase del frente de onda medida también se desacopla de estos términos.

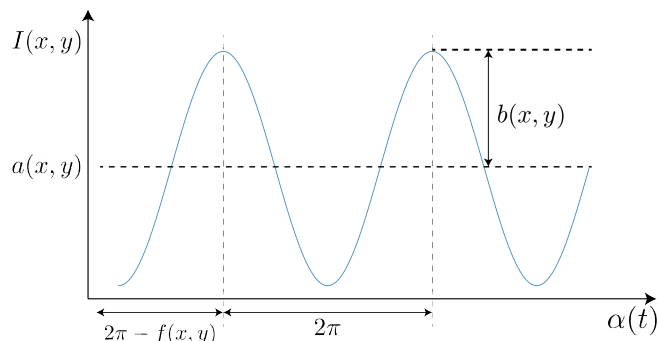


Figura 2.4: La variación de intensidad con la fase de referencia en un punto de un interferograma.

Si se ve el interferograma durante la operación de cambio de fase, el patrón de franjas parecerá moverse a través del campo. Es importante tener en cuenta que este movimiento de franjas es un artefacto de las variaciones de intensidad sinusoidal que ocurren en la misma frecuencia temporal, pero con diferentes fases en cada punto del interferograma.

2.5. Recuperación de la fase del frente de onda

La principal diferencia entre los diversos esquemas de detección de PSI es la manera en que varía la fase de referencia, el número de veces y la velocidad a la que se mide el patrón de interferencia. Todas las variaciones que se discutirán apuntan a encontrar la "mejor" manera de recopilar y analizar los datos interferométricos para que la ecuación (2.25) puede resolverse para la fase del frente de onda desconocida. Por supuesto, la mejor solución para una aplicación en particular dependerá de una serie de factores que incluyen la complejidad y velocidad computacionales, la sensibilidad a los errores de cambio de fase y el ruido, las tasas de datos y la compatibilidad con el esquema de detección. Para generar una comprensión fundamental del proceso de análisis, se procederá con un algoritmo conceptual y analíticamente simple.

El algoritmo de cuatro pasos requiere que se graben y digitalicen cuatro interferogramas separados de la parte bajo prueba. Se introduce un desplazamiento de fase óptica de 90° en el haz de referencia entre cada uno de los interferogramas grabados secuencialmente. Como estas son ahora medidas discretas, la dependencia del tiempo se ha cambiado al índice de paso de fase i . La función $\alpha(t)$ ahora

toma cuatro valores discretos

$$\alpha_i = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2; \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (2.26)$$

Sustituyendo cada uno de estos cuatro valores en la ecuación (2.25) da como resultado cuatro ecuaciones que describen los cuatro patrones de intensidad de interferograma medidos

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.27)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \pi/2), \quad (2.28)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \pi), \quad (2.29)$$

$$I_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + 3\pi/2). \quad (2.30)$$

$$(2.31)$$

Utilizando identidades trigonométricas simples, es posible reescribir como

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.32)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) - b(x, y) \sin(\phi(x, y)), \quad (2.33)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) - b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.34)$$

$$I_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \sin(\phi(x, y)). \quad (2.35)$$

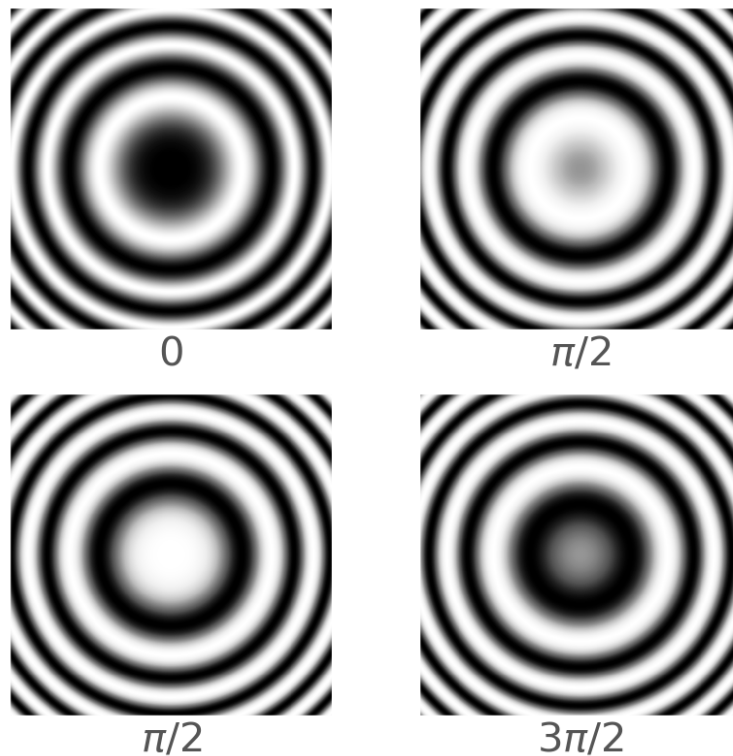


Figura 2.5: Cuatro interferogramas registrados con cambios de fase de 90°

Estas cuatro ecuaciones en tres incógnitas $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\phi(x, y)$ ahora puede resolverse para el valor de $\phi(x, y)$ en cada punto del interferograma. Como se mostrará más adelante, tres interferogramas son todo lo que se requiere para resolver la fase del frente de onda, pero el cuarto se incluye para obtener un mejor resultado en presencia de ruido y además facilitar la computación. El término de intensidad de fondo $a(x, y)$ se elimina restando las ecuaciones en pares:

$$I_4 - I_2 = 2b(x, y) \sin(\phi(x, y)) \quad (2.36)$$

y

$$I_1 - I_3 = 2b(x, y) \cos(\phi(x, y)). \quad (2.37)$$

Dividiendo ambas ecuaciones se elimina el termino de amplitud de modulación $b(x, y)$ esto lleva a un resultado que solo contiene a la fase desconocida $\phi(x, y)$ y las cuatro intensidades medidas

$$\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} = \frac{\sin(\phi(x, y))}{\cos(\phi(x, y))} = \tan(\phi(x, y)). \quad (2.38)$$

Esta ecuación ahora se puede reorganizar para producir el resultado para el algoritmo PSI de cuatro pasos

$$\phi_w(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right), \quad (2.39)$$

donde ϕ_w representa ahora a la fase envuelta, esto es que ϕ se encuentra definida dentro del rango de la función arctan el cual es $(-\pi, \pi)$. La tabla ?? muestra la simulación de cuatro interferogramas registrados con un desplazamiento de fase de 90° . Las franjas parecen caminar a través del marco, pero lo más importante, la intensidad en cualquier punto varía con la fase. Como hay un cambio de fase 360° entre el primer y el quinto fotograma, parecen nominalmente idénticos

2.5.1. Algoritmos de tres pasos

Dado que hay tres incógnitas en la ecuación (2.25), el número mínimo de mediciones de la intensidad del interferograma requerido para reconstruir la fase del frente de onda desconocida es tres. El caso general se puede resolver utilizando pasos de fase de igual tamaño α . En este caso,

$$\alpha_i = -\alpha, 0, \alpha; \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.40)$$

y

$$I_1 = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) - \alpha), \quad (2.41)$$

$$I_2 = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.42)$$

y

$$I_3 = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \alpha). \quad (2.43)$$

Usando identidades trigonométricas se sigue que

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)(\cos \phi \cos \alpha + \sin \phi \sin \alpha), \quad (2.44)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \phi(x, y) \quad (2.45)$$

y

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y)(\cos \phi(x, y) \cos \alpha - \sin \phi(x, y) \sin \alpha). \quad (2.46)$$

2. ANTECEDENTES

Estas tres ecuaciones se pueden resolver fácilmente para la fase del frente de onda desconocida en cada ubicación

$$\phi_w(x, y) = \tan^{-1} \left[\left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right]. \quad (2.47)$$

Dos pasos de paso de fase de uso común con el algoritmo de tres pasos son 90° y 120° . Para estos valores de α , las soluciones para la fase del frente de onda son, cuando $\alpha/2$

$$\phi_w(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right), \quad (2.48)$$

y cuando $\alpha = 2\pi/3$

$$\phi_w(x, y) = \tan^{-1} \left(\sqrt{3} \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right), \quad (2.49)$$

para el caso de

$$\alpha_i = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4; \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.50)$$

y la fase resultante del frente de onda

$$\phi_w(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2} \right). \quad (2.51)$$

2.6. Desenvolvimiento de Fase

2.6.1. Desenvolvimiento en 1D (Método de Itoh)

Se puede notar que tanto en la ecuación (2.51) y (2.39) la fase ϕ_w se encuentra limitada dentro del rango de la función arctan la cual es $(-\pi, \pi)$, a esto se le conoce como fase envuelta, lo que se requiere entonces es un método para obtener la fase en el rango en que se encuentre, es decir desenvolver la fase. Existen varias propuestas para realizar este proceso.

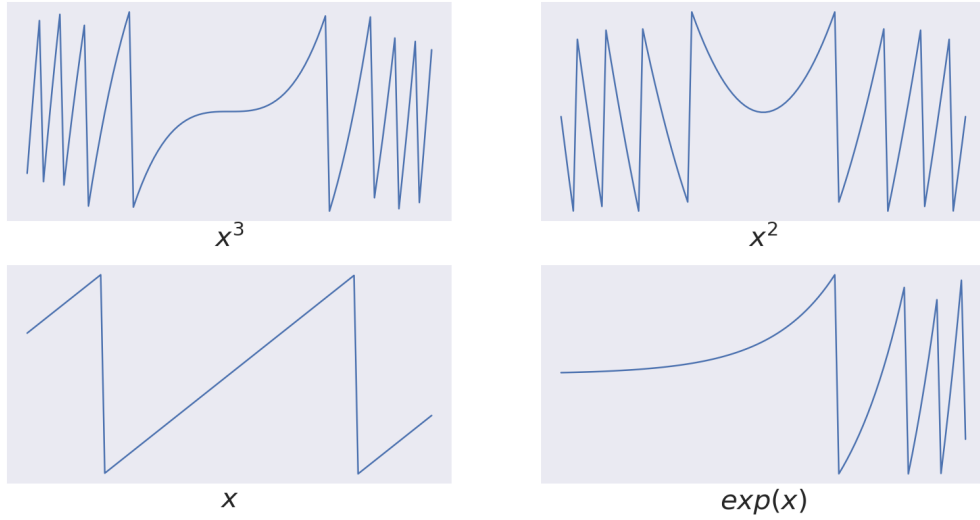


Figura 2.6: Ejemplo de funciones envueltas.

El método de Itoh apareció en 1982 [13] y la idea consiste en hallar la fase desenvuelta como un proceso de integración. Sea $\phi(n)$ la fase desenvuelta con $n = 0, 1, 2, \dots, N - 2$ con la condición

$$-\pi \leq \Delta \{\phi(n)\} < \pi, \quad (2.52)$$

donde Δ es el operador de diferencias definido como

$$\Delta \phi(n) = \phi(n) - \phi(n - 1); \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 2. \quad (2.53)$$

Sea \mathcal{W} el operador que permite envolver una señal en el intervalo $[-\pi, \pi]$. De este modo se tiene que

$$\phi_w(n) = \mathcal{W} \{\phi(n)\} = \phi(n) + 2\pi k_1(n); \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (2.54)$$

donde $k_1(n) \in \mathbb{Z}$. Aquí $\phi_w(n)$ representa la fase envuelta, mientras que $\phi(n)$ es la fase desenvuelta. En realidad, el interés es recuperar de forma aproximada la fase desenvuelta, a partir de la fase envuelta. Por otro lado, otra forma de definir el operador \mathcal{W} , es mediante funciones trigonométricas, de la forma siguiente

$$\mathcal{W} \{\phi(n)\} = \arctan \left[\frac{\sin \phi(n)}{\cos \phi(n)} \right]. \quad (2.55)$$

Aplicando el operador diferencia a la ecuación (2.54) se tiene que

$$\Delta \{\mathcal{W} \{\phi(n)\}\} = \Delta \{\phi(n)\} + 2\pi \Delta \{k_1(n)\}, \quad (2.56)$$

2. ANTECEDENTES

ahora aplicando el operador de \mathcal{W} a la ecuación (2.56)

$$\begin{aligned}\mathcal{W}\{\Delta\{\mathcal{W}\{\phi(n)\}\}\} &= \Delta\{\phi(n)\} + 2\pi\Delta\{k_1(n)\} + 2\pi\Delta\{k_2(n)\} \\ &= \Delta\{\phi(n)\} + 2\pi[\Delta\{k_1(n)\} + \Delta\{k_2(n)\}],\end{aligned}\quad (2.57)$$

como

$$-\pi \leq \mathcal{W}\{\Delta\{\mathcal{W}\{\phi(n)\}\}\} < \pi, \quad (2.58)$$

y además

$$-\pi \leq \Delta\{\phi(n)\} < \pi, \quad (2.59)$$

entonces necesariamente

$$2\pi[\Delta\{k_1(n)\} + \Delta\{k_2(n)\}] = 0, \quad (2.60)$$

y por lo tanto se tiene

$$\mathcal{W}\{\Delta\{\mathcal{W}\{\phi(n)\}\}\} = \Delta\{\phi(n)\}, \quad (2.61)$$

como $\mathcal{W}\{\phi(n)\} = \phi_w$ entonces

$$\mathcal{W}\{\Delta\{\phi_w(n)\}\} = \Delta\{\phi(n)\}. \quad (2.62)$$

Es decir que puede recuperarse $\Delta\{\phi(n)\}$ a partir de la fase envuelta. Puede expresarse $\phi(k)$ como una serie de la forma siguiente

$$\phi(k) = \phi(0) + [\phi(1) - \phi(0)] + [\phi(1) - \phi(2)] + \dots + [\phi(k) - \phi(k-1)], \quad (2.63)$$

$$= \phi(0) + \sum_{i=0}^{k-1} [\phi(i-1) - \phi(k)], \quad (2.64)$$

$$= \phi(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \Delta\{\phi(i)\}, \quad (2.65)$$

$$= \phi(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \mathcal{W}\{\Delta\{\phi_w(i)\}\}, \quad (2.66)$$

$$= \phi(k-1) + \mathcal{W}\{\Delta\{\phi_w(k-1)\}\}. \quad (2.67)$$

Entonces juntando estos elementos es posible establecer el *algoritmo del Método de Itoh* para recuperar la fase ϕ .

1. Inicializar $\phi(0) = \phi_w(0)$.

2. Calcular las diferencias $\Delta \{\phi_w(k)\}$ para $k = 1, 2, \dots, N - 2$.
3. Envolver las diferencias anteriores, aplicando el operador \mathcal{W} es decir hallar $\mathcal{W} \{\Delta \{\phi_w(k)\}\} = \arctan \left[\frac{\sin \phi_w(k)}{\cos \phi_w(k)} \right]$.
4. Hallar la fase desenvuelta $\phi(k)$ para $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ mediante la ecuación (2.66) o mejor aun (2.67).

Y finalmente se presenta el algoritmo el método de Itoh en forma de pseudocódigo.

Algoritmo 1: Método de Itoh

Entrada: Fase envuelta $\phi_w(n)$

Salida: Fase desenvuelta $\phi(n)$

- 1 Inicialización $\phi(1) = \phi_w(1)$;
- 2 **para** $n \leftarrow 2$ **a** N **hacer**
- 3 Aplicar el operador de diferencias: $\Delta O \leftarrow \phi_w(n) - \phi_w(n - 1)$;
- 4 Aplicar el operador \mathcal{W} : $\mathcal{W} \{\Delta O\} \leftarrow \arctan \left[\frac{\sin \Delta O}{\cos \Delta O} \right]$;
- 5 Asignar $\phi(n) \leftarrow \phi(1) + \mathcal{W} \{\Delta O\}$;
- 6 **fin**

Tabla 2.1: Algoritmo del método de Itoh

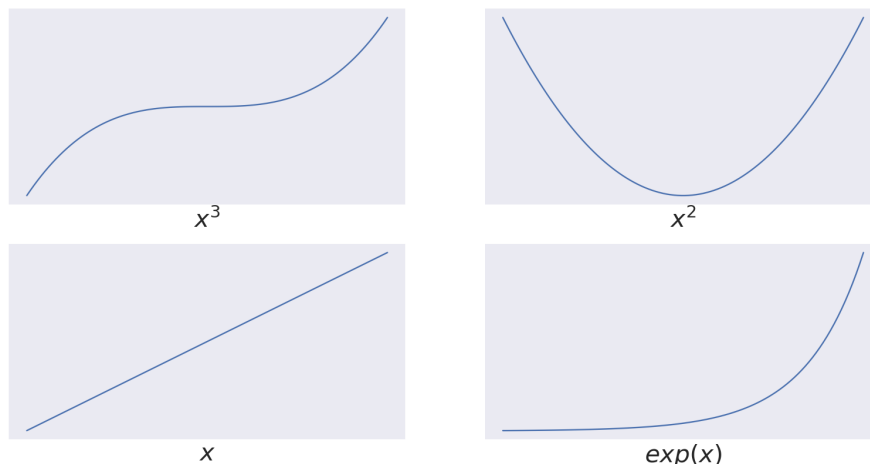


Figura 2.7: Ejemplo de funciones desenvueltas aplicando el método de Itoh.

2.6.2. Desenvolvimiento de fase en 2D

Algunas de las ideas para el desenvolvimiento de la fase en 1D son posibles extenderlas a 2D. En particular, el proceso de integración para la obtención de la fase, que es la base del método de Itoh, no es posible extenderlo a 2D, y la dificultad fundamental está dada en que el proceso de integración en 2D no es independiente del camino de integración en presencia de ruido [14].

Por otro lado, el desenvolvimiento de fase, es en general, un problema mal condicionado. No obstante, se pueden establecer algunas restricciones bajo las cuales sea posible encontrar una solución. Una de las restricciones más importantes que se establece, es que la frecuencia local en cada dirección este en el intervalo $(-\pi, \pi)$, o lo que es lo mismo, que las derivadas (diferencias) de la fase sean menores que π en magnitud. De esta forma, el problema de desenvolvimiento de fase en 2D se puede plantear de la forma siguiente:

Conocida la fase envuelta ϕ_w en una matriz \mathcal{L} , hallar aproximadamente la fase desenvuelta ϕ en toda la matriz, bajo la restricción de que las derivadas de la fase estén en el intervalo $(-\pi, \pi)$, es decir, si

$$\phi_w(i, j) = \phi(i, j) + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}; \quad (i, j) \in \mathcal{L}, \quad (2.68)$$

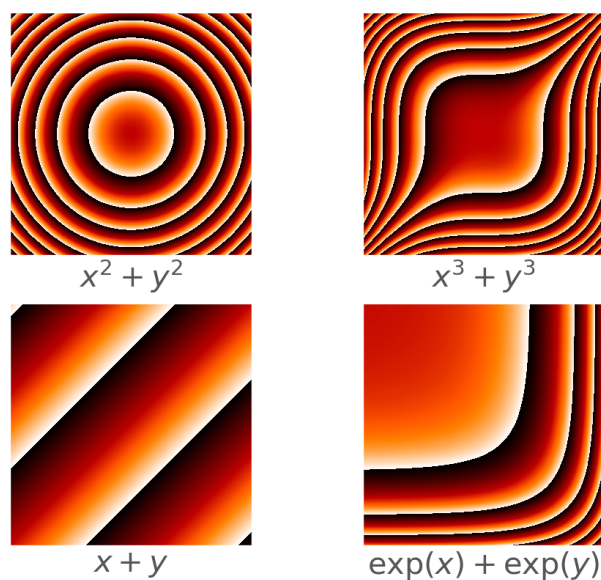


Figura 2.8: Ejemplo de funciones envueltas en dos dimensiones.

donde $-\pi \leq \phi_w(i, j) < \pi$, $\forall(i, j) \in \mathcal{L}$, con la condición

$$-\pi \leq \Delta_x \{\phi(i, j)\} < \pi, \quad (2.69)$$

$$-\pi \leq \Delta_y \{\phi(i, j)\} < \pi, \quad (2.70)$$

para

$$\Delta_x \{\phi(i, j)\} = \phi(i + 1, j) - \phi(i, j), \quad (2.71)$$

$$\Delta_y \{\phi(i, j)\} = \phi(i, j + 1) - \phi(i, j), \quad (2.72)$$

De forma similar al caso en una dimensión es posible estimar $\Delta_x \{\phi(i, j)\}$ y $\Delta_y \{\phi(i, j)\}$ mediante el operador \mathcal{W}

$$\Delta_x \{\phi(i, j)\} = \begin{cases} \mathcal{W} \{\Delta_x \{\phi_w(i, j)\}\}, & i = 0, 1, 2, \dots, M - 2; \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \\ 0, & \text{Otro caso} \end{cases} \quad (2.73)$$

$$\Delta_y \{\phi(i, j)\} = \begin{cases} \mathcal{W} \{\Delta_y \{\phi_w(i, j)\}\}, & i = 0, 1, 2, \dots, M - 1; \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 2 \\ 0, & \text{Otro caso} \end{cases} \quad (2.74)$$

donde la matriz tiene dimensiones $M \times N$. El resultado anterior, que se obtuvo como una generalización del caso unidimensional, tiene mucha importancia y es muy usado en diferentes algoritmos de desenvolvimiento. A continuación, se presenta el algoritmo.

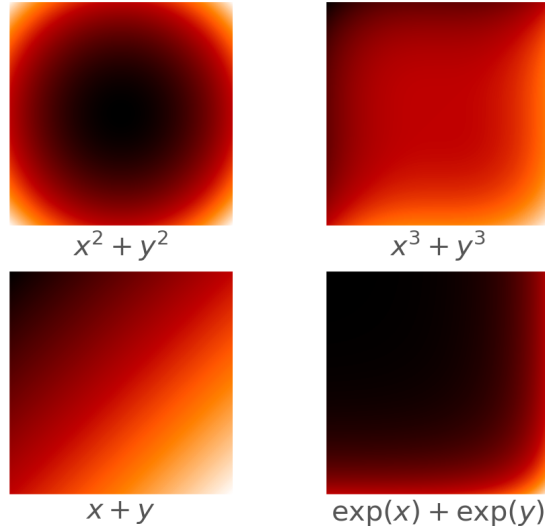


Figura 2.9: Ejemplo de funciones desenvueltas en dos dimensiones aplicando el método de Itoh en 2D.

2. ANTECEDENTES

Algoritmo 2: Método de Itoh en 2D

Entrada: Fase envuelta $\phi_w(n)$

Salida: Fase desenvuelta $\phi(n)$

```
1 Inicialización  $\phi(0, 0) = \phi_w(0, 0)$ ;
2 para  $m \leftarrow 2$  a  $M$  hacer
3   Aplicar el operador de diferencias:  $\Delta O \leftarrow \phi_w(0, m) - \phi_w(0, m - 1)$ ;
4   Aplicar el operador  $\mathcal{W}$ :  $\mathcal{W}\{\Delta O\} \leftarrow \arctan\left[\frac{\sin \Delta O}{\cos \Delta O}\right]$ ;
5   Asignar  $\phi(0, m) \leftarrow \phi(0, m - 1) + \mathcal{W}\{\Delta O\}$ ;
6 fin
7 para  $k \leftarrow 1$  a  $M$  hacer
8   para  $p \leftarrow 2$  a  $N$  hacer
9     Aplicar el operador de diferencias:  $\Delta O \leftarrow \phi_w(p, k) - \phi_w(p - 1, k)$ ;
10    Aplicar el operador  $\mathcal{W}$ :  $\mathcal{W}\{\Delta O\} \leftarrow \arctan\left[\frac{\sin \Delta O}{\cos \Delta O}\right]$ ;
11    Asignar  $\phi(p, k) \leftarrow \phi(p - 1, k) + \mathcal{W}\{\Delta O\}$ ;
12   fin
13 fin
14 ;
```

Tabla 2.2: Algoritmo de desenvolvimiento de fase en dos dimensiones

2.7. Fundamentos sobre polarización

Para la descripción de la polarización en primer lugar se consideran dos perturbaciones ópticas ortogonales, en la forma:

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t), \quad (2.75)$$

y

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta), \quad (2.76)$$

donde δ representa la diferencia de fase entre ambas ondas las cuales viajan en la dirección de z . Ya que la fase tiene la forma $kz - \omega t$ el sumar un δ positivo tiene como significado que la función coseno de (2.76) no podrá alcanzar el mismo valor que el coseno de (2.75) si no hasta que tome el valor de δ/ω . Por tanto, E_y queda detrás de E_x en $\delta > 0$. Ahora, si δ es una cantidad negativa, E_y precede a E_x en $\delta < 0$.

La perturbación óptica resultante de (2.75) y (2.76) es la suma vectorial de estas dos ondas perpendiculares:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_x(x, y, z, t) + \mathbf{E}_y(x, y, z, t). \quad (2.77)$$

2.7.1. Polarización lineal

Un caso particular del estado de polarización descrito en las ecuaciones (2.75)-(2.77) sucede cuando δ es cero o un múltiplo entero de $\pm 2\pi$ se dice que las ondas están en fase, en este caso la ecuación (2.77) se escribe como:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t). \quad (2.78)$$

La onda resultante tiene por consiguiente una amplitud fija igual a $(\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y})$, es decir, esta *linealmente polarizada* [15].

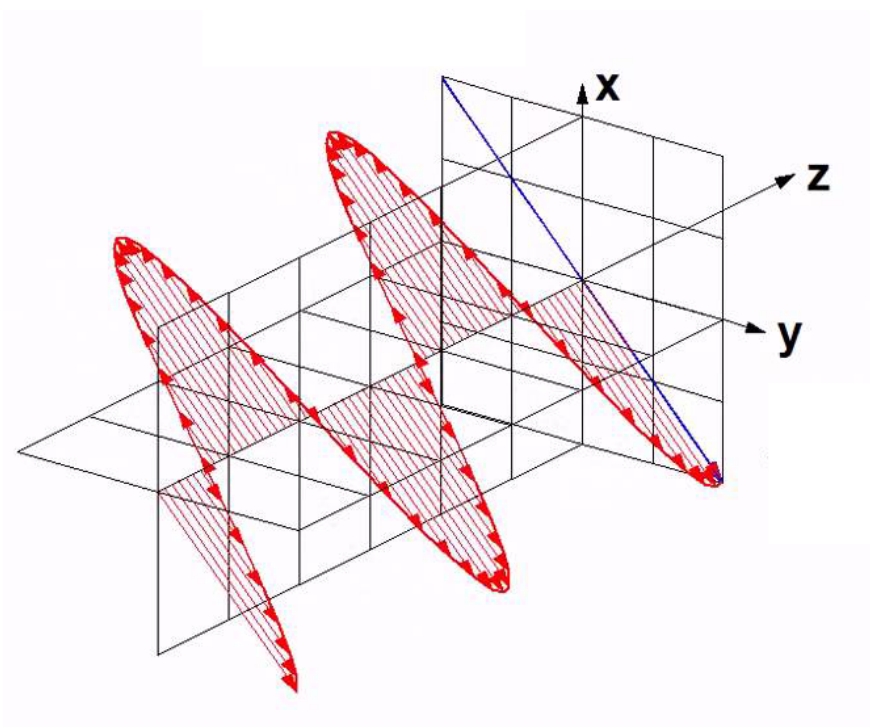


Figura 2.10: Polarización lineal, viajando en dirección z .

En el plano de observación puede verse una onda resultante \mathbf{E} que oscila a lo largo de una línea inclinada, según una cosinusoide en el tiempo (figura 2.10). Este proceso se puede llevar igualmente a cabo a la inversa, es decir, puede resolverse cualquier onda linealmente polarizada en dos componentes ortogonales. Se supone ahora que δ es un múltiplo entero impar de $\pm\pi$. Las dos ondas están desfasadas 180° :

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t), \quad (2.79)$$

esta onda está de nuevo linealmente polarizada, pero se ha girado el plano de vibración.

2.7.2. Polarización circular

Se consideran ahora que ambas ondas tienen igual amplitud, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y además su diferencia de fase relativa es $\delta = -\pi/2 + 2m\pi$ donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Por tanto:

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_0 \cos(kz - \omega t), \quad (2.80)$$

y

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_0 \sin(kz - \omega t), \quad (2.81)$$

la onda resultante es entonces:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.82)$$

Se puede notar ahora que la amplitud escalar de \mathbf{E} es $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})^{1/2} = E_0$ es una constante. Pero la dirección de \mathbf{E} es variable con el tiempo y no está restringida, como antes, a un solo plano. La polarización circular puede clasificarse en dos, *polarización circular a izquierdas* y *polarización circular a derechas*. La polarización a derechas ocurre en este caso tomando a $\delta = -\pi/2 + 2m\pi$ donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. En comparación si $\delta = \pi/2 \pm 2m\pi$ donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ entonces:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.83)$$

La amplitud no se ve afectada, pero \mathbf{E} gira a izquierdas, y la onda tiene polarización circular a izquierdas.

Una onda linealmente polarizada se puede sintetizar partiendo de dos ondas con polarización circular opuesta de igual amplitud. En concreto, si se suman la onda circular a derechas (2.82) y la onda circular izquierdas (2.83) se sigue que:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \hat{i}2E_0 \cos(kz - \omega t), \quad (2.84)$$

que tiene un vector de amplitud constante $\hat{i}2E_0$ siendo por consiguiente linealmente polarizado.

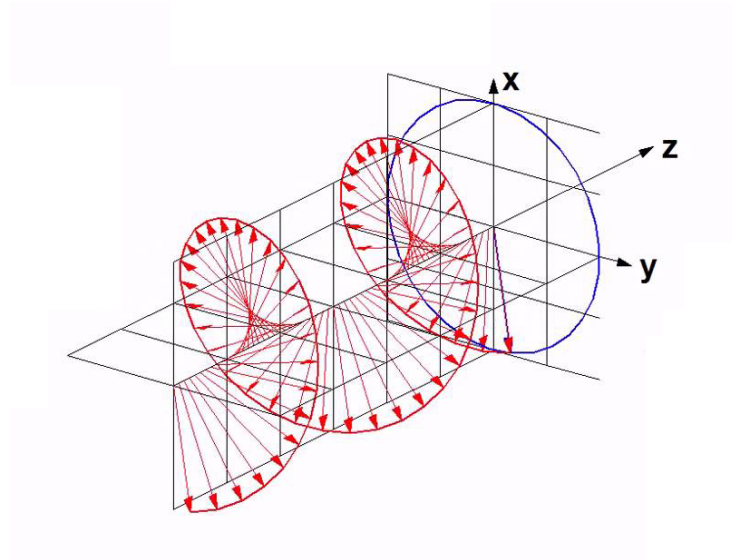


Figura 2.11: Polarización circular viajando en dirección z

2.7.3. Polarización elíptica

Por lo que a la descripción matemática se refiere, tanto la luz lineal como la circular se pueden considerar como casos especiales de la luz elípticamente polarizada o simplemente luz elíptica. Esto significa que en general, el vector de campo eléctrico resultante \mathbf{E} gira cambiando también su magnitud. En tales casos el extremo de \mathbf{E} trazará una elipse en un plano fijo perpendicular a \mathbf{k} , cuando la onda avanza. Puede verse mejor escribiendo una expresión para la curva trazada por la punta de \mathbf{E} . Con este fin se considera nuevamente las ecuaciones (2.75) y (2.76):

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t), \quad (2.85)$$

y

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta). \quad (2.86)$$

La ecuación de la curva buscada no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, debe ser posible librarse de la dependencia de $(kz - \omega t)$. Desarrollando la expresión para E_y , se omite la dependencia de (x, y, z, t) en los campos por simplicidad:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - \omega t) \cos \delta - \sin(kz - \omega t) \sin \delta, \quad (2.87)$$

y combinándola con E/E_0 y se tiene que:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta = -\sin(kz - \omega t) \sin \delta, \quad (2.88)$$

de la ecuación (2.85) se deduce que:

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}, \quad (2.89)$$

y la ecuación (2.88) nos lleva a

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta \right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \delta. \quad (2.90)$$

Finalmente ordenando los términos se tiene que

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (2.91)$$

Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo ψ con el sistema coordenado (E_x, E_y) tal que [15]:

$$\tan(2\psi) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos \delta, \quad (2.92)$$

donde $\psi \in (-\pi/2, \pi/2)$ y $\delta \in (-\pi, \pi)$, se define:

$$\tan \sigma = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}, \quad (2.93)$$

donde $\sigma \in (0, \pi/2)$ es conocido como el ángulo auxiliar, de forma trigonométrica:

$$\tan(2\psi) = \tan(2\sigma) \cos \delta. \quad (2.94)$$

Se sabe que el ángulo de elipticidad ε depende del eje menor E'_{0y} y el eje mayor E'_{0x} :

$$\tan \varepsilon = \frac{E'_{0y}}{E'_{0x}}, \quad (2.95)$$

donde $\varepsilon \in (-\pi/4, \pi/4)$, de forma trigonométrica se tiene:

$$\sin(2\varepsilon) = \sin(2\sigma) \sin \delta, \quad (2.96)$$

$$\sin(2\varepsilon) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \sin \delta, \quad (2.97)$$

la elipticidad es determinada por

$$e = \tan \varepsilon. \quad (2.98)$$

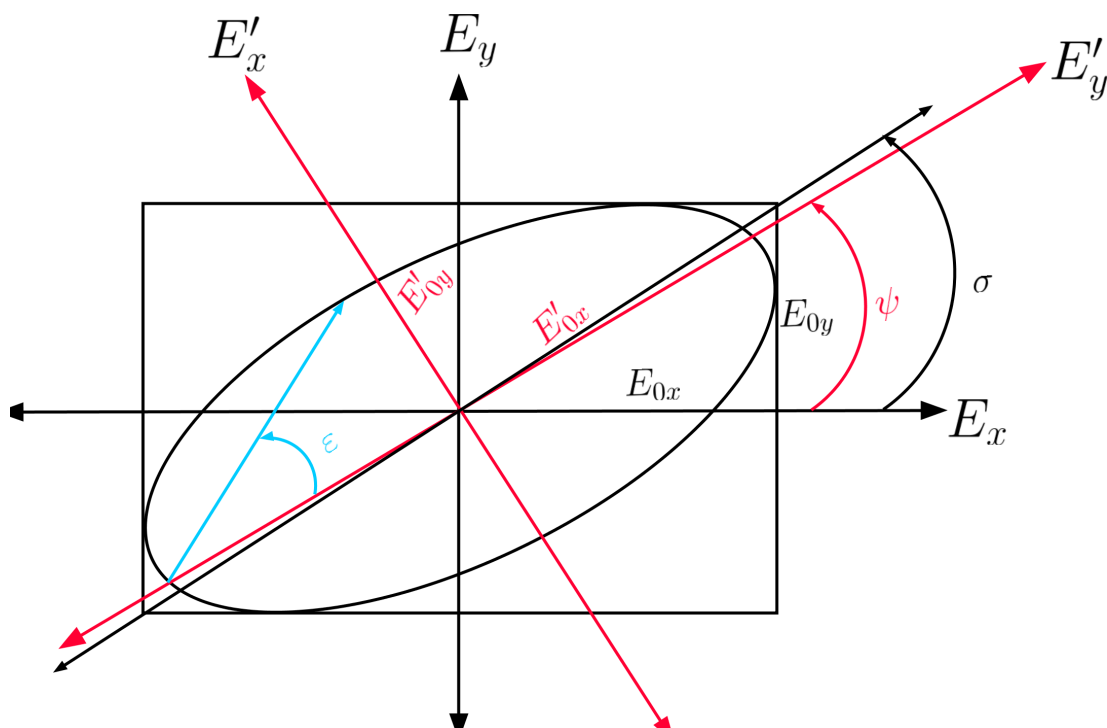


Figura 2.12: Elipse de polarización.

Es posible probar estas dos ecuaciones donde ψ y ε están relacionadas:

$$\cos(2\sigma) = \cos(2\psi) \cos(2\varepsilon), \quad (2.99)$$

$$\tan \delta = \csc(2\psi) \tan(2\varepsilon). \quad (2.100)$$

La ecuación (2.91) podría reconocerse un poco más si los ejes principales de la elipse estuvieran alineados con los ejes coordenados, es decir $\psi = 0$ o de manera equivalente, $\delta = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \dots$ en cuyo caso se tiene la forma canónica

$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1. \quad (2.101)$$

Además, si $E_{0y} = E_{0x} = E_0$ esto se reduce a:

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2, \quad (2.102)$$

lo cual, de acuerdo con los primeros resultados, es un círculo. Si δ es un múltiplo de π la ecuación (2.91) resulta en:

$$E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x, \quad (2.103)$$

de manera similar para múltiplos impares de π :

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x. \quad (2.104)$$

Ambas son líneas rectas con pendiente $\pm E_{0y}/E_{0x}$ es decir se tiene luz linealmente polarizada.

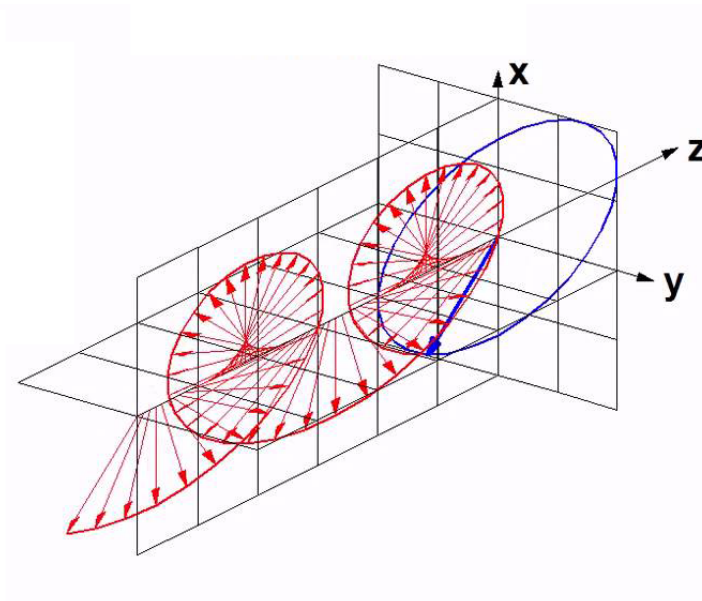


Figura 2.13: Polarización elíptica

2.7.4. Lamina de cuarto de onda

Luz elípticamente polarizada puede ser producida introduciendo una diferencia de fase de $\pi/2$ entre las componentes ortogonales de luz linealmente polarizada. Un dispositivo que realiza esto es conocido como lamina de cuarto de onda. Estas laminas están hechas de cristales transparentes doblemente refractantes, tales como la calcita o la mica. Los cristales doblemente refractores tienen la propiedad de que el índice de refracción difiere para diferentes direcciones de polarización. Es posible cortar un cristal doblemente refractor en placas de tal manera que un eje de índice máximo n_1 (el eje lento) y un eje de índice mínimo n_2 (eje rápido) ambos se encuentren en ángulo recto entre sí en el plano de la placa. Si el espesor de la placa es d , entonces el espesor óptico es $n_1 d$ para luz polarizada en la dirección del eje lento y $n_2 d$ para luz polarizada en la dirección del eje rápido.

2. ANTECEDENTES

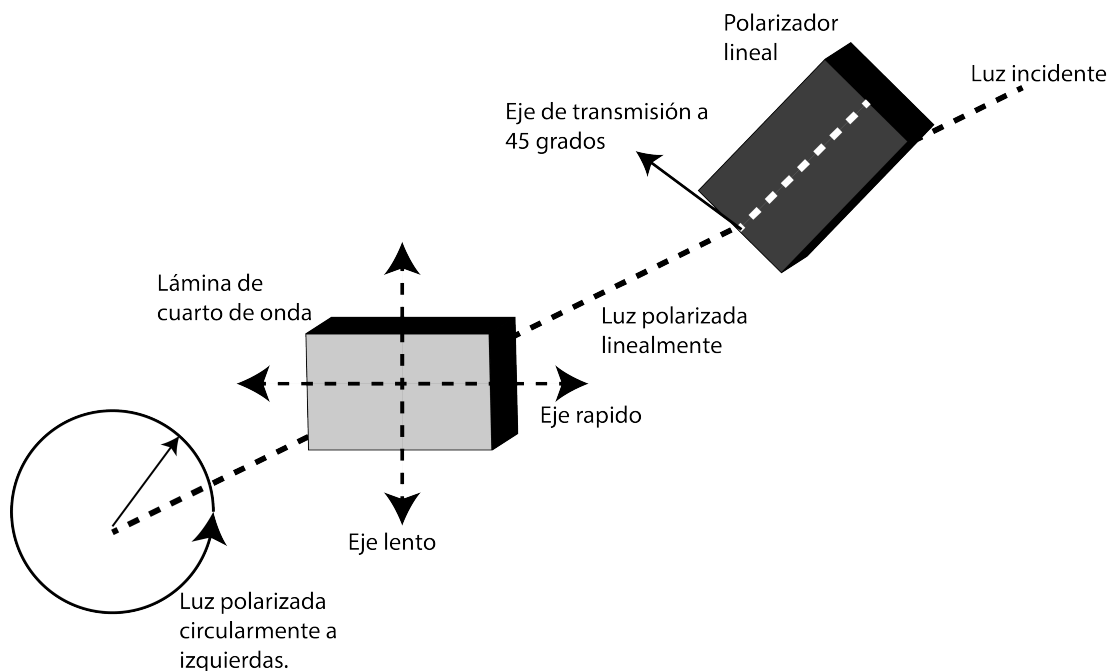


Figura 2.14: Arreglo para producir luz circularmente polarizada

Para una lámina de cuarto de onda, se elige d para hacer que la referencia $n_1 d - n_2 d$ sea igual a la longitud de onda de un cuarto, de modo que d esté dada por la ecuación

$$d = \frac{\lambda_0}{4(n_1 - n_2)} \quad (2.105)$$

donde λ_0 es longitud de onda del vacío. El arreglo físico para producir luz polarizada circularmente se muestra en la figura 2.14. La luz no polarizada incidente se polariza linealmente mediante un polarizador lineal como una lámina de Polaroid. La placa de cuarto de onda se coloca en el haz de luz polarizada linealmente. La orientación de la placa de cuarto de onda se define por el ángulo θ entre el eje de transmisión de la Polaroid y el eje rápido de la placa de cuarto de onda. Al elegir θ para que tenga 45° grados, la luz que ingresa a la placa de cuarto de onda se puede resolver en dos componentes ortogonales polarizados linealmente de igual amplitud y fase. Al salir de la placa de cuarto de onda, estos dos componentes están desfasados por $\pi/2$. Por lo tanto, la luz emergente está polarizada circularmente. El sentido de rotación de la luz polarizada circularmente depende del valor de θ y se puede revertir girando la placa del cuarto de onda a través de un ángulo de 90° grados para que θ sea 135° grados. Si θ es cualquier valor distinto de $\pm 45^\circ$ grados o $\pm 135^\circ$ grados, la polarización de la luz emergente será elíptica en lugar de circular [10].

2.8. Sistema mínimo

Un sistema mínimo basado en un microprocesador o un microcontrolador es una microcomputadora de propósito específico, equipada con el mínimo de componentes (memoria RAM, ROM, puertos, sensores actuadores, etc.) para realizar sus funciones.

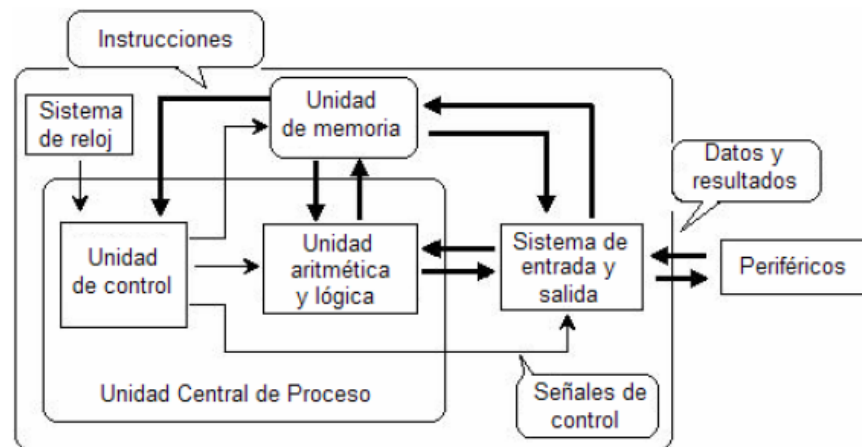


Figura 2.15: Diagrama a bloques básico de un sistema mínimo.

Por lo general, para el desarrollo de sistemas mínimos, se emplean microcontroladores que son dispositivos que contienen: una CPU, basado principalmente en un microprocesador de 4, 8 o 16 bits, puertos paralelos de entrada y salida, puerto serie, temporizadores, contadores, memorias, y en algunos casos hasta convertidores analógicos digitales, todo dentro de un solo chip. Y se emplean en una multitud de sistemas presentes en la vida diaria, generalmente empotrados en sistemas donde controlan características o acciones, como lavaplatos, aparatos de TV o coches, entre otros.

Una aplicación típica podría emplear varios microcontroladores para controlar pequeñas partes del sistema. Estos podrían comunicarse entre sí y con un procesador central, probablemente más potente, compartir la información y coordinar sus acciones, como ocurre en cualquier computadora.

2.8.1. Raspberry PI

La Raspberry Pi es una computadora de bajo costo del tamaño de una tarjeta de crédito que se conecta a un monitor de computadora o TV, y utiliza un teclado y ratón estándar. Es un pequeño dispositivo versátil que permite a las personas de todas las edades explorar la informática y aprender a programar en lenguajes como Scratch y Python. Es capaz de hacer todo lo que esperarías que hiciera una computadora de escritorio, desde navegar por Internet y reproducir vídeos de alta definición, hasta hacer hojas de cálculo, procesamiento de textos y jugar juegos.

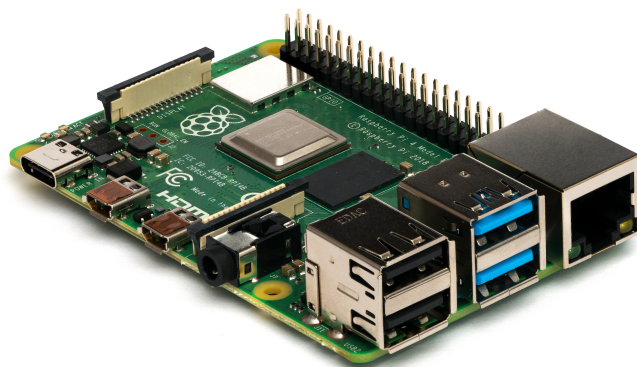


Figura 2.16: Raspberry Pi

Además, la Raspberry Pi tiene la capacidad de interactuar con el mundo exterior y se ha utilizado en una amplia gama de proyectos de creadores digitales, desde máquinas de música y detectores hasta estaciones meteorológicas con cámaras infrarrojas. Utiliza el sistema operativo Raspbian. Raspbian es una distribución del sistema operativo GNU/Linux basado en Debian, y por lo tanto libre para la SBC Raspberry Pi, orientado a la enseñanza de informática. El lanzamiento inicial fue en junio de 2012. Desde 2015, la Raspberry Pi Foundation lo ha proporcionado de forma oficial como el sistema operativo primario para la familia de placas SBC de Raspberry Pi. Hay varias versiones de Raspbian, siendo la actual Raspbian Buster. Raspbian fue creado por Mike Thompson y Peter Green como un proyecto independiente. El lanzamiento inicial fue en junio de 2012. El sistema operativo aún está en desarrollo activo. Raspbian está altamente optimizado para la Raspberry Pi. Técnicamente el sistema operativo es un port no oficial de Debian ARMv6 para el procesador (CPU) de Raspberry Pi, con soporte optimizado para cálculos en coma flotante por hardware, lo que permite dar más rendimiento. El port fue necesario al no haber versión Debian ARMv6 para la CPU ARMv6 que contiene el Raspberry Pi. Destaca también el menú rasp-config” que permite configurar el sistema operativo sin tener que modificar archivos de configuración

manualmente. Entre sus funciones, permite expandir la partición root para que ocupe toda la tarjeta de memoria, configurar el teclado, aplicar overclock, etc. La Fundación Raspberry Pi recomienda Python como lenguaje para los estudiantes. El Pi en Raspberry Pi incluso proviene del lenguaje de programación Python; La idea misma de programación se refleja en el nombre del dispositivo. Sin embargo, cualquier lenguaje que compilará para ARMv6 se puede usar con Raspberry Pi, no está limitado a usar Python. Un número considerable de lenguajes de programación han sido adaptados para Raspberry Pi, ya sea por el creador del lenguaje o por los usuarios del lenguaje que querían ver su lenguaje de elección disponible en Raspberry Pi. Python, C, C ++, Java, Scratch y Ruby vienen instalados por defecto en la Raspberry Pi. La gente de Raspberry Pi recomienda Scratch para niños más pequeños. Otros lenguajes que se pueden usar son:

- HTML5
- Javascript y JQuery
- Perl
- Erlang

Todos los algoritmos implementados en el presente proyecto de tesis fueron programados en Python, se presentan en los anexos [A.1](#), [A.2](#), [A.3](#), [A.4](#). Se programó los algoritmos del método de Itoh en dos dimensiones, la interfaz para la calibración del sistema, que más adelante se explicará a detalle y la interfaz de visualización en tiempo real. Otra de las ventajas de la Raspberry Pi es que puede usarse de manera remota, es decir utilizando otra computadora o laptop una tableta o iPad e incluso un smartphone con el sistema operativo ya sea android o iOS. La configuración resulta ser un tanto sencilla con lo que de esta manera se evitan el ruido que da la presencia del experimentador, ya sea por cambios en la temperatura, turbulencia y demás.

Capítulo 3

Interferometría de corrimiento de fase y amplitud

3.1. Descripción del modelo matemático

En la figura 2.3 muestra el interferómetro de trayectoria común de doble apertura basado en un sistema óptico $4f$ que consiste en dos lentes L_1, L_2 con distancia focal f . Los dos campos que pasan por las ventanas t_A nombrados como campo de referencia \mathbf{E}_r y campo de prueba \mathbf{E}_p tienen polarización lineal y circular respectivamente, dadas por las expresiones $\mathbf{E}_r(x, y) = \hat{\mathbf{i}}E_r(x, y)$ y $\mathbf{E}_p = (\hat{\mathbf{i}} + i\hat{\mathbf{j}})E_p(x, y)$, entonces el campo total esta dado por

$$\mathbf{E}(x, y) = \hat{\mathbf{i}}E_r(x, y) + (\hat{\mathbf{i}} + i\hat{\mathbf{j}})E_p(x, y), \quad (3.1)$$

donde $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$ denotan los vectores unitarios en dirección x y y respectivamente, $i = \sqrt{-1}$ denota la unidad imaginaria y r y p denotan al campo de referencia y prueba respectivamente. En el plano imagen, un polarizador P_m se coloca a un ángulo σ_m , obteniendo un nuevo campo óptico dado por

$$\mathbf{E}_m(x, y) = (\hat{\mathbf{i}} \cos \sigma_m + \hat{\mathbf{j}} \sen \sigma_m)(\cos \sigma_m c_n E_r + c_{n+k} E_p e^{i\phi_m}), \quad (3.2)$$

donde c_n y c_{n+k} son las constantes dadas por la rejilla dadas en la sección 2.3. Los campos ópticos tienen la forma $E_r = A_r e^{i\phi_r}$ y $E_p = A_p e^{i\phi_p}$ donde A_r y A_p son las amplitudes, ϕ_r y ϕ_p son ses. Entonces una cámara CCD observara la interferencia de estos campos ópticos descritos por

$$I_m = c_n^2 \cos^2 \sigma_m A_r^2 + c_{n+k}^2 A_p^2 + 2c_n c_{n+k} \cos \sigma_m A_r A_p \cos(\phi + \sigma_m), \quad (3.3)$$

donde I_m es el m -ésimo interferograma capturado con un paso de fase dado por la posición angular σ_m del polarizador P_m y además modula a la amplitud de

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

referencia A_r , la cual es una importante característica de este método. Utilizando identidades trigonométricas es posible reescribir a la ecuación (3.3) como

$$I_m = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_m + u_3 \sin 2\sigma_m, \quad (3.4)$$

donde

$$u_1 = \frac{1}{2}c_n^2 A_r^2 + c_{n+1}^2 A_p^2 + c_n c_{n+1} A_r A_p \cos \phi, \quad (3.5a)$$

$$u_2 = \frac{1}{2}c_n^2 A_r^2 + c_n c_{n+1} A_r A_p \cos \phi, \quad (3.5b)$$

$$u_3 = -c_n c_{n+1} A_r A_p \sin \phi. \quad (3.5c)$$

Como se muestra en la ecuación (3.5) se tienen un sistema de ecuaciones con tres incógnitas, A_r , A_p y ϕ . Se resuelve este sistema de ecuaciones en (3.5) para A_r , A_p y ϕ , entonces es posible obtener los parámetros del campo óptico y como se muestra a continuación están ahora en función de u_1 , u_2 y u_3 . Están dados por las ecuaciones

$$A_p^2 = \frac{u_1 - u_2}{c_{n+1}^2}, \quad (3.6a)$$

$$A_r^2 = \frac{2u_1 - 2\sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}}{c_n^2}, \quad (3.6b)$$

$$\tan \phi = \frac{u_1 - u_2 - \sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}}{u_3}. \quad (3.6c)$$

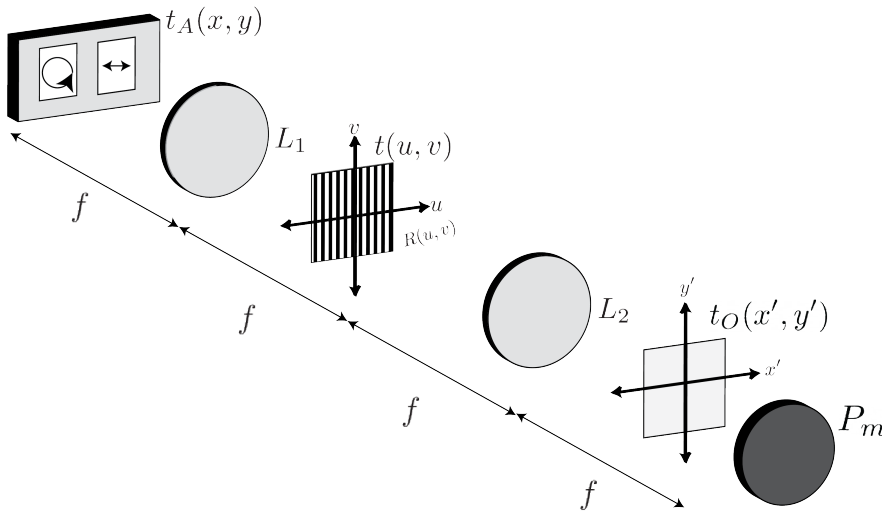


Figura 3.1: Diagrama experimental

Entonces, como se indica en la ecuación (3.6) es necesario conocer en primer lugar u_1 , u_2 , y u_3 para calcular las amplitudes y la fase. Hay varias formas en las que pueden obtenerse. La forma en cómo se resuelve depende en cómo se varia σ_m para generar I_m . Existen varias formas en que puede obtenerse esto. El caso más simple es cuando σ_m obedece a

$$\sigma_m = \frac{\pi}{2M}(2m + 1 - M), \quad (3.7)$$

para $m = 0, 1, \dots, M - 1$ con $M \geq 3$, donde M es el número de interferogramas y m indica el contador de cada interferograma. Se elige debido a que σ_m debe estar dentro del rango $(-\pi/2, \pi/2)$ por convención, ya que denota la posición del polarizador P_m . Para el caso de $M = 3$ se tiene entonces que $m = 0, 1, 2$ y consecuentemente los valores para σ_m son

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{\pi}{2 \cdot 3}(2 \cdot 0 + 1 - 3) = -\frac{\pi}{3}, \\ \sigma_1 &= \frac{\pi}{2 \cdot 3}(2 \cdot 1 + 1 - 3) = -0, \\ \sigma_2 &= \frac{\pi}{2 \cdot 3}(2 \cdot 2 + 1 - 3) = \frac{\pi}{3}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Entonces sustituyendo los valores de σ_m (3.8) en las ecuaciones para los interferogramas I_m en (3.4) son

$$I_0 = u_1 - \frac{u_2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_3, \quad (3.9a)$$

$$I_1 = u_1 + u_2, \quad (3.9b)$$

$$I_2 = u_1 - \frac{u_2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_3. \quad (3.9c)$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones (3.9) para u_1 , u_2 y u_3 , se tienen por consiguiente u_1 , u_2 y u_3 en función de I_0 , I_1 e I_2 , las ecuaciones son

$$u_1 = \frac{1}{3}(I_0 + I_1 + I_2), \quad (3.10a)$$

$$u_2 = \frac{1}{3}(-I_0 + 2I_1 - I_2), \quad (3.10b)$$

$$u_3 = \frac{I_2 - I_0}{\sqrt{3}}. \quad (3.10c)$$

Ahora solo es necesario sustituir las ecuaciones (3.10) en (3.6) para poder obtener los parámetros A_p , A_r y ϕ siendo la amplitud del campo de referencia, amplitud del campo prueba y fase respectivamente, utilizando tres interferogramas, es decir

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

cuando $M = 3$. El mismo procedimiento puede aplicarse para $M = 4$, $M = 5$, etc. De manera general las ecuaciones para encontrar u_1 , u_2 y u_3 son

$$u_1 = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m, \quad (3.11a)$$

$$u_2 = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m \cos(2\sigma_m), \quad (3.11b)$$

$$u_3 = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m \sen(2\sigma_m), \quad (3.11c)$$

Se presenta continuación una tabla donde se resumen los casos para $M = 3$, $M = 4$ y $M = 5$.

$M = 3$		
σ_m	I_m	u_i
$\sigma_0 = -\frac{\pi}{3}$	$I_0 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_0 + u_3 \sin 2\sigma_0$	$u_1 = \frac{I_0+I_1+I_2}{3}$
$\sigma_1 = 0$	$I_1 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_1 + u_3 \sin 2\sigma_1$	$u_2 = \frac{-I_0+2I_1-I_2}{3}$
$\sigma_2 = \frac{\pi}{3}$	$I_2 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_2 + u_3 \sin 2\sigma_2$	$u_3 = \frac{I_2-I_0}{\sqrt{3}}$
$M = 4$		
σ_m	I_m	u_i
$\sigma_0 = -\frac{3\pi}{8}$	$I_0 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_0 + u_3 \sin 2\sigma_0$	$u_1 = \frac{I_0+I_1+I_2+I_3}{4}$
$\sigma_1 = -\frac{\pi}{8}$	$I_1 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_1 + u_3 \sin 2\sigma_1$	$u_2 = \frac{-I_0+I_1+I_2-I_3}{2\sqrt{2}}$
$\sigma_2 = \frac{\pi}{8}$	$I_2 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_2 + u_3 \sin 2\sigma_2$	$u_3 = \frac{-I_0-I_1+I_2+I_3}{2\sqrt{2}}$
$\sigma_3 = \frac{3\pi}{8}$	$I_3 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_3 + u_3 \sin 2\sigma_3$	
$M = 5$		
σ_m	I_m	u_i
$\sigma_0 = -\frac{2\pi}{5}$	$I_0 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_0 + u_3 \sin 2\sigma_0$	$u_1 = \frac{I_0+I_1+I_2+I_3+I_4}{5}$
$\sigma_1 = -\frac{\pi}{5}$	$I_1 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_1 + u_3 \sin 2\sigma_1$	$u_2 = \frac{(1+\sqrt{5})(-I_0-I_4)+(-1+\sqrt{5})(I_1+I_3)+4I_2}{5\sqrt{2}}$
$\sigma_2 = 0$	$I_2 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_2 + u_3 \sin 2\sigma_2$	$u_3 = \frac{(\sqrt{5+\sqrt{5}})(-I_1+I_3)+(\sqrt{5-\sqrt{5}})(-I_0+I_4)}{5\sqrt{2}}$
$\sigma_3 = \frac{\pi}{5}$	$I_3 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_3 + u_3 \sin 2\sigma_3$	
$\sigma_4 = \frac{2\pi}{5}$	$I_4 = u_1 + u_2 \cos 2\sigma_4 + u_3 \sin 2\sigma_4$	

Tabla 3.1: APSI con diferentes ángulos.

3.1.1. Descripción del montaje experimental

Para el montaje experimental se utilizó en primer lugar un láser de Helio-Neón de longitud de onda de $632.8nm$ e inmediatamente un atenuador de intensidad. Enseguida se realizó el filtraje espacial utilizando un objetivo de microscopio de $20x$ y un pinhole de 25μ . Una vez realizado el filtraje espacial se colima, esto es que el frente de onda esférico se convierta en un frente de onda plano colocando una lente a su distancia focal, se ha utilizado una lente de $40cm$ de distancia focal.

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

Después el campo colimado pasa por las dos ventanillas cuya separación de centro a centro es 0.75cm , este número es dado por la ecuación (2.17), la longitud de onda del láser $\lambda = 632.8\text{nm}$, la focal de la lente con la que se colima $f = 40\text{cm}$ y la rejilla utilizada que es de $u_p = 750$ líneas/pulgada. Justo antes de las ventanas se encontraría el objeto de prueba en la ventana de prueba, en este caso no se ha colocado ningún objeto de prueba, por lo que se observa es un frente de onda plano, tal y como se muestra en los resultados experimentales. Enseguida se coloca el primer polarizador a 0° respecto al segundo polarizador el cual se encuentra posicionado antes de la cámara CCD. Después del primer polarizador y en la ventana de prueba E_p se encuentra un retardador $\lambda/4$ a 45° respecto al primer polarizador, de esta manera se tiene luz polarizada circularmente en la ventana de prueba E_p mientras que en la ventana de referencia el campo E_r tiene luz polarizada linealmente. Enseguida se tiene la primera lente L_1 de 40cm de focal, la cual obtiene la transformada de Fourier de ambos campos. Después se tiene la rejilla con 750 líneas/pulgada. Entonces los campos pasan por la segunda lente, la cual obtiene nuevamente la transformada de Fourier y finalmente pasan por el segundo polarizador que está a un ángulo σ_m que depende del valor de M lo cual puede verse en la tabla 3.1. Un esquema del montaje experimental se puede apreciar a continuación.

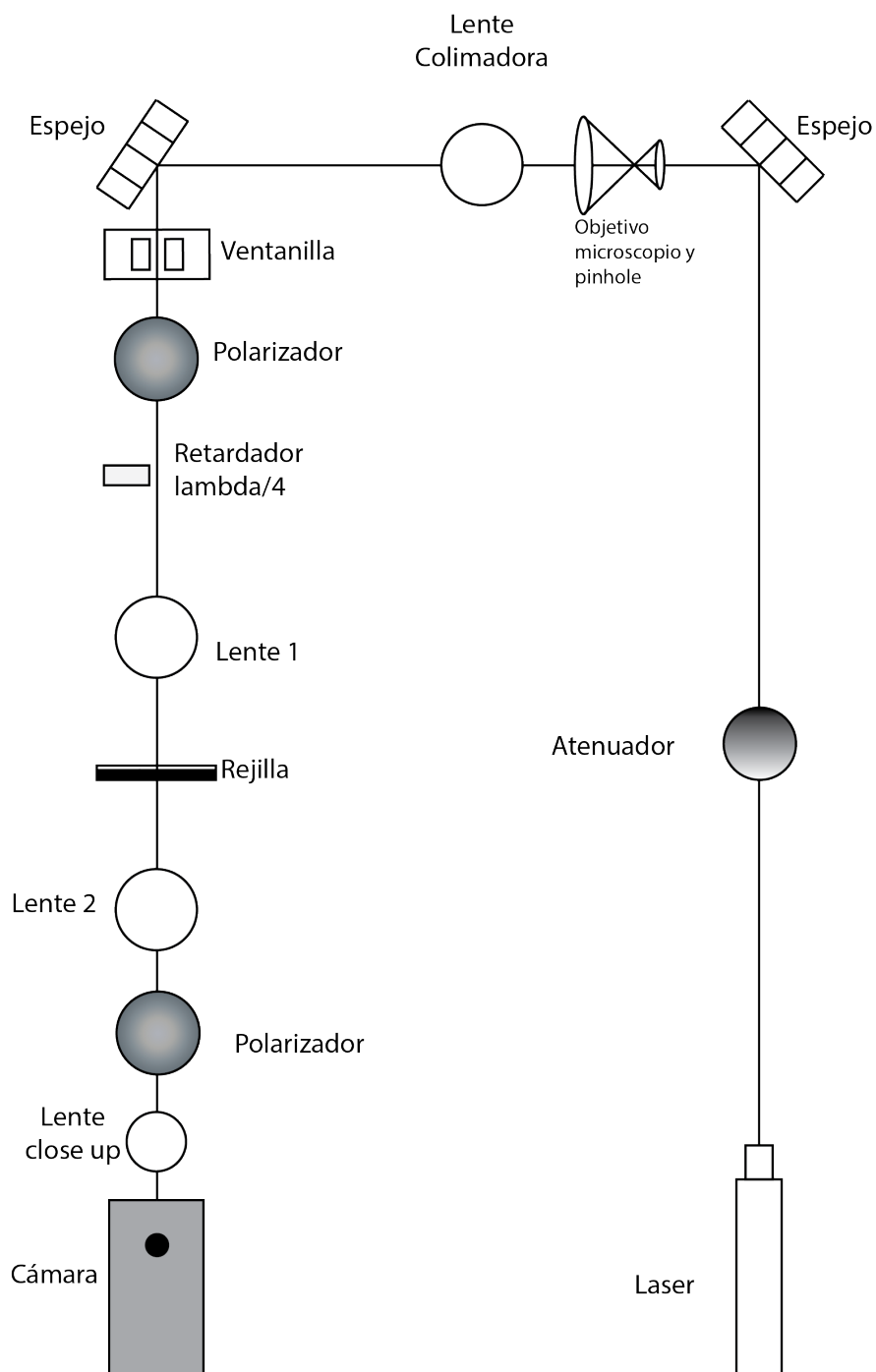


Figura 3.2: Montaje experimental

3.2. Simulación numérica

Se ha realizado la simulación de los casos en los cuales se capturan 3, 4 y 5 interferogramas respectivamente. Para las amplitudes es escogió un plano y para la fase una función cuadrática. Se ilustran a continuación.

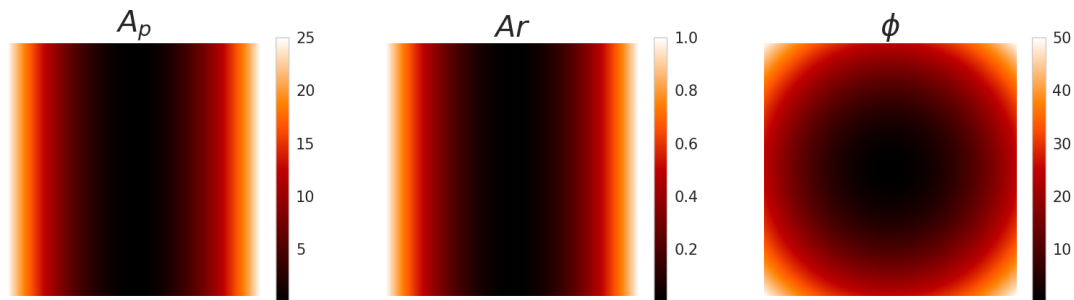


Figura 3.3: Amplitud de referencia, amplitud de prueba y fase simuladas. Las amplitudes son planos y la fase es una función cuadrática

Se muestra el primer caso, es decir cuando se tienen 3 interferogramas y consecuentemente con un corrimiento de $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$ en los interferogramas.

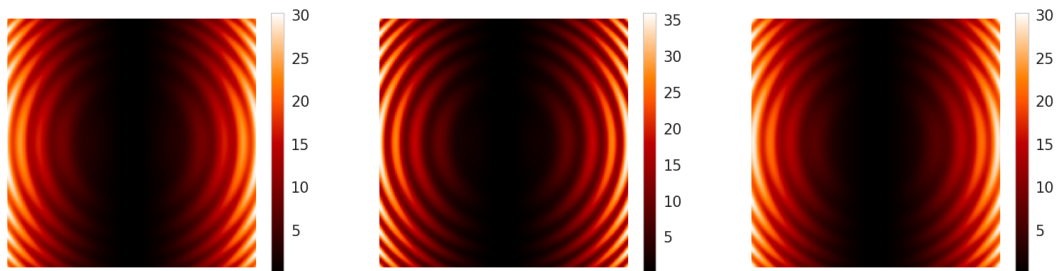


Figura 3.4: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$.

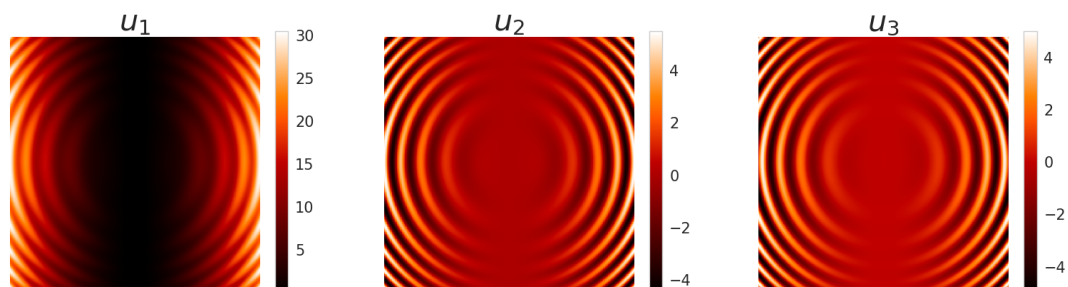


Figura 3.5: u_1 , u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$

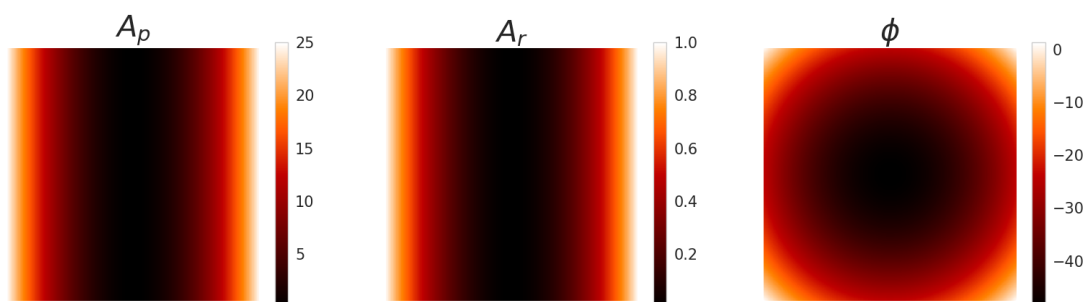


Figura 3.6: Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$

Ahora muestra el caso cuando se tienen cuatro interferogramas, es decir cuando se tienen corrimientos de $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

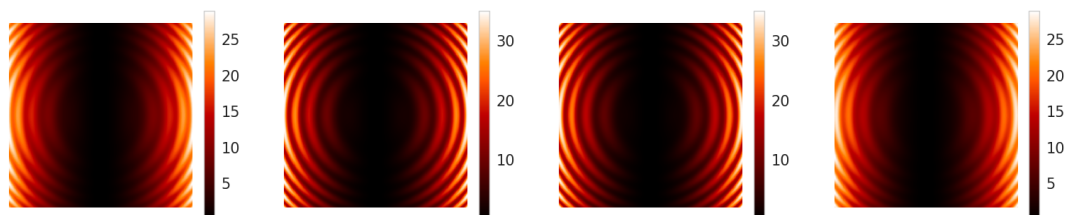


Figura 3.7: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

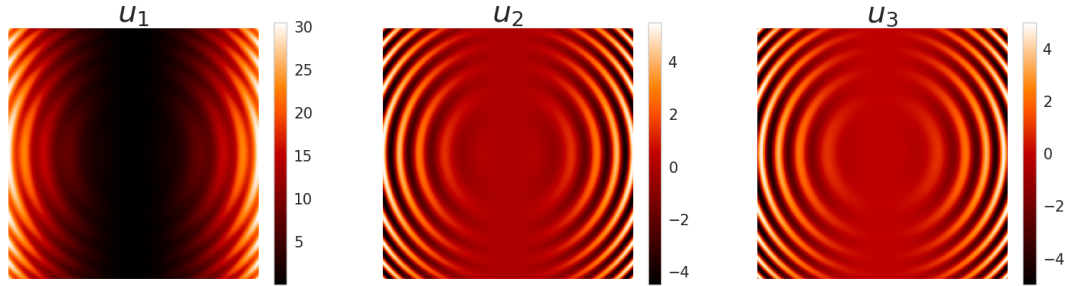


Figura 3.8: u_1 , u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$

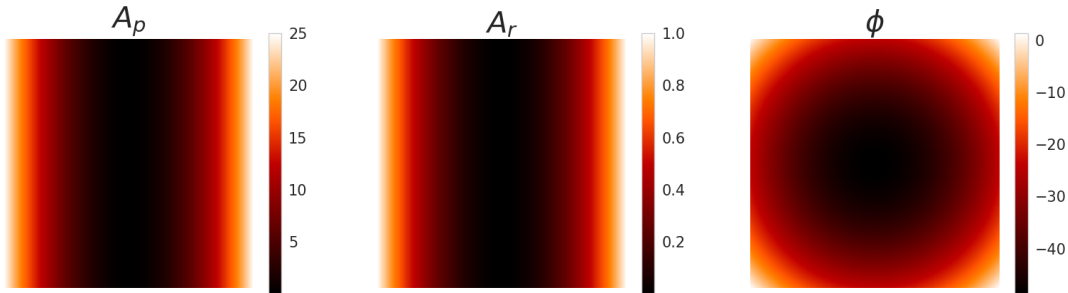


Figura 3.9: Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$

Y finalmente cuando se capturan 5 interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

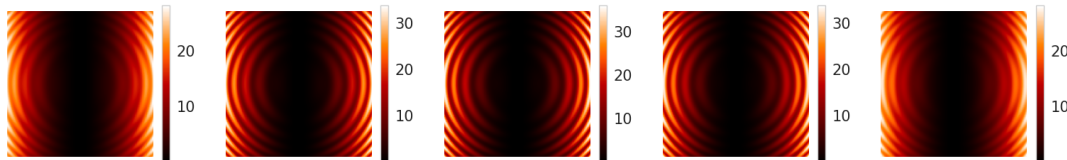


Figura 3.10: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$

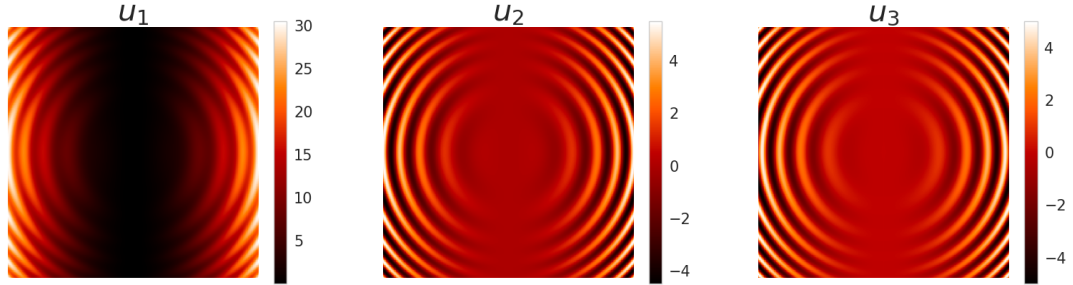


Figura 3.11: u_1 , u_2 y u_3 con los interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$

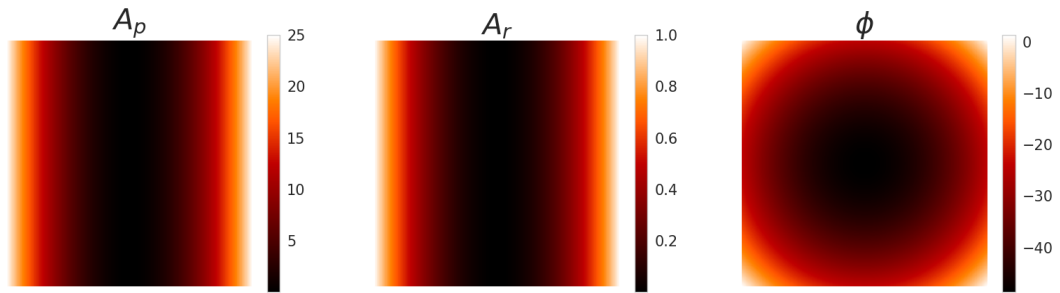


Figura 3.12: Amplitud de prueba, amplitud de pruebas y fase recuperadas con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$

3.3. Resultados experimentales

Se realizó el arreglo experimental para los casos cuando $M = 3$, $M = 4$ y $M = 5$ dados en tabla 3.1. En primer lugar, se presenta los interferogramas, la amplitud de prueba, amplitud de referencias y la fase cuando se capturan tres interferogramas es decir en el caso cuando $M = 3$. El procedimiento consiste en capturar un primer interferograma I_0 rotando el polarizador P_m a un ángulo $\sigma_0 = -\pi/3$, este valor se obtiene de la ecuación para σ_m (3.7) utilizando en este caso $M = 3$. Los dos siguientes interferogramas I_1 e I_2 se deberán capturar rotando ahora el polarizador P_m a los ángulos $\sigma_1 = 0^\circ$ y $\sigma_2 = \pi/3$ respectivamente. Se muestran continuación.

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

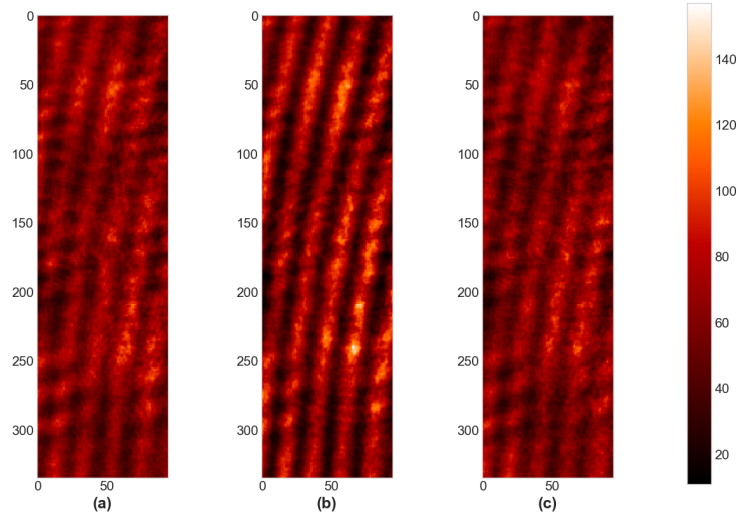


Figura 3.13: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$.

Ahora teniendo los interferogramas I_0 , I_1 e I_2 y los ángulos σ_0 , σ_1 y σ_2 es posible obtener los valores para u_1 , u_2 y u_3 sustituyéndolos en la ecuación (3.11). Y finalmente es posible obtener los parámetros del campo A_r , A_p y ϕ sustituyendo los valores de u_1 , u_2 y u_3 en la ecuación (3.6). Se presentan a continuación.

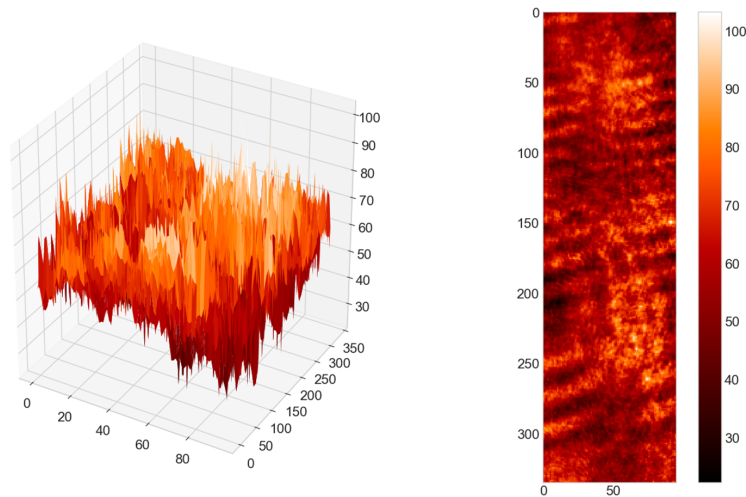


Figura 3.14: Amplitud de prueba recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$

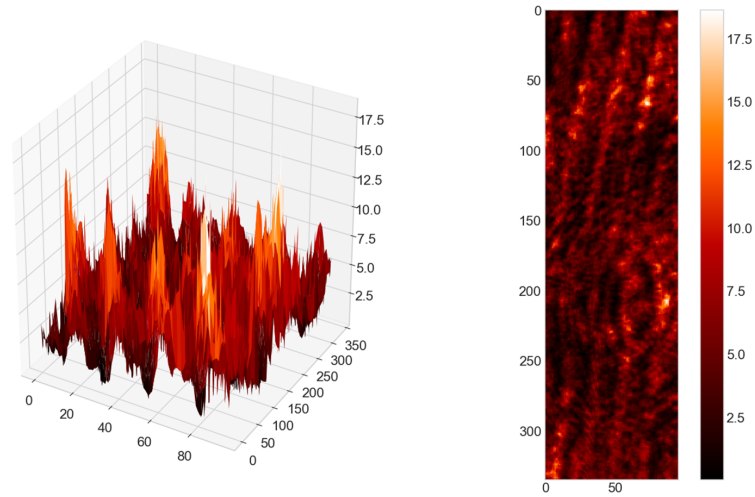


Figura 3.15: Amplitud de referencia recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$

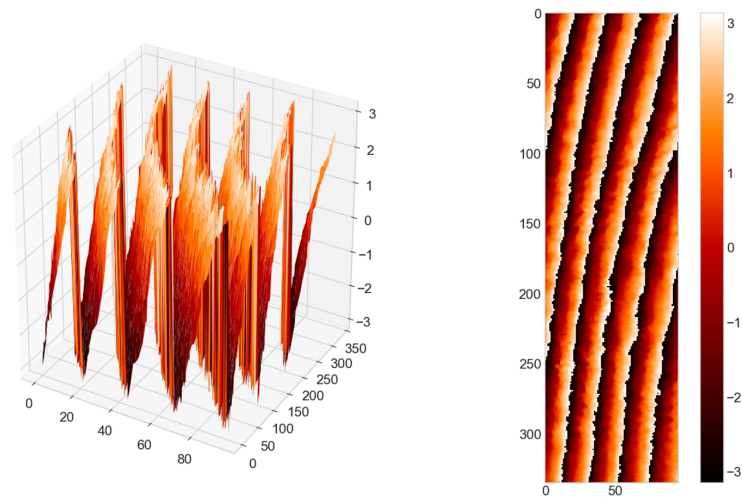


Figura 3.16: Fase envuelta recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$.

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

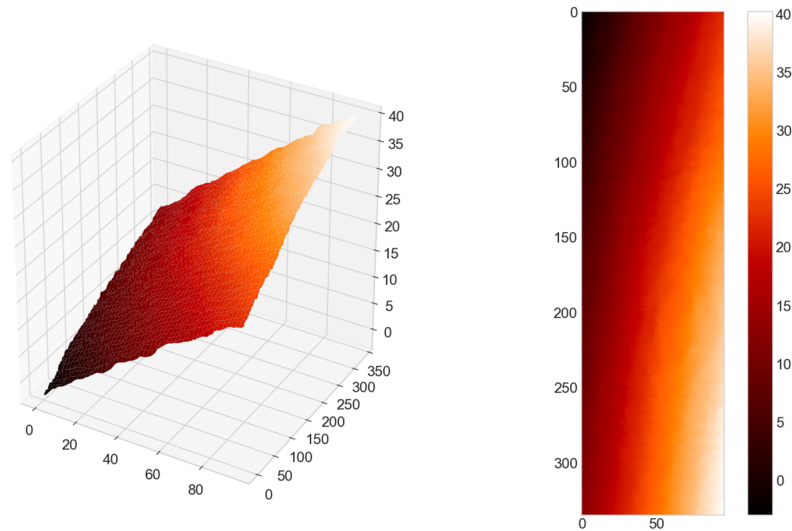


Figura 3.17: Fase recuperada con tres interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -\pi/3$, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_2 = \pi/3$.

Ahora se presenta los interferogramas, la amplitud de prueba, amplitud de referencia y la fase cuando se capturan cuatro interferogramas es decir en el caso cuando $M = 4$. El procedimiento anterior se repite ahora capturando 4 interferogramas.

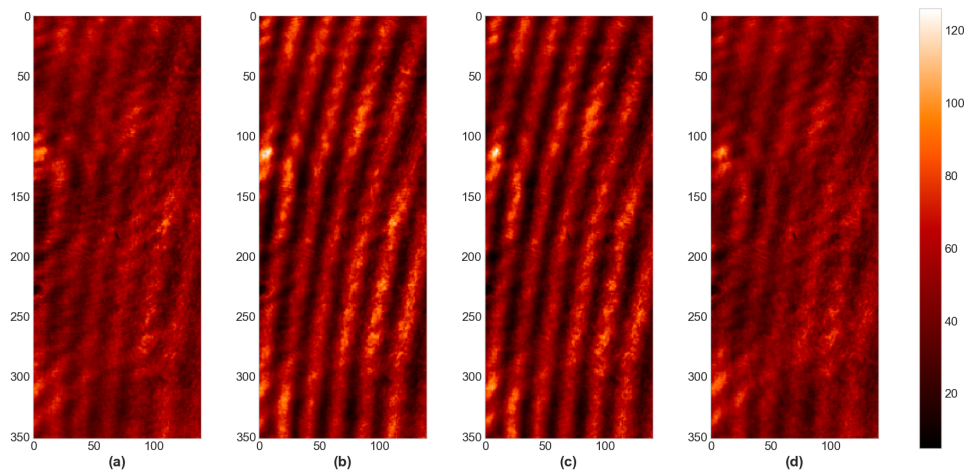


Figura 3.18: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

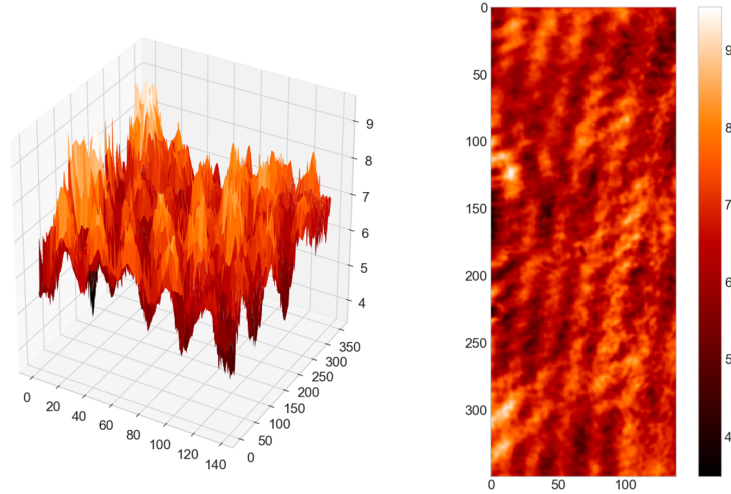


Figura 3.19: Amplitud de prueba recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

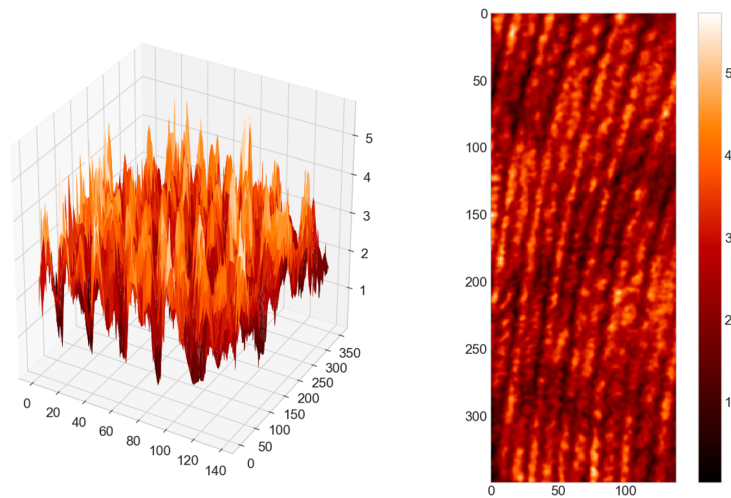


Figura 3.20: Amplitud de referencia recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

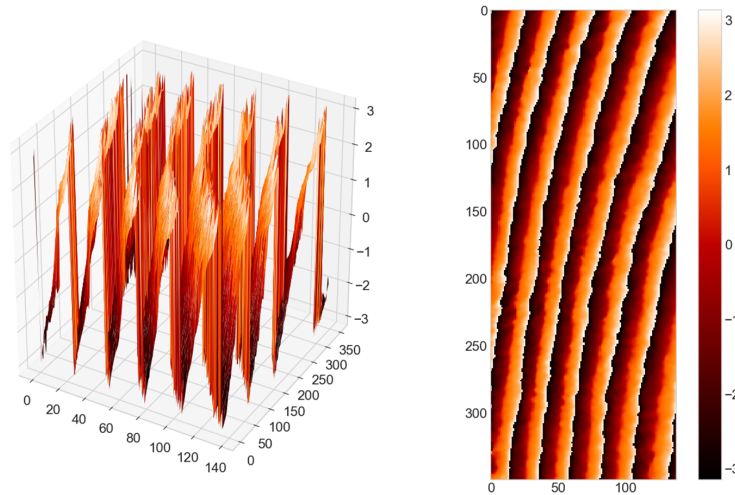


Figura 3.21: Fase envuelta recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

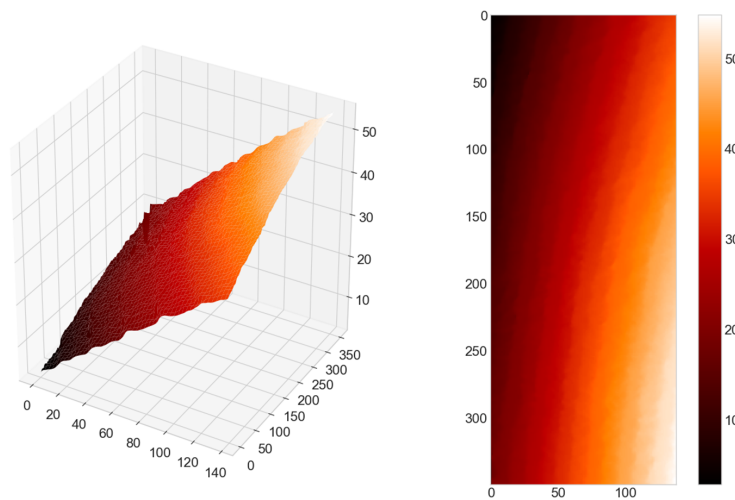


Figura 3.22: Fase recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -3\pi/8$, $\sigma_1 = -\pi/8$, $\sigma_2 = \pi/8$ y $\sigma_3 = 3\pi/8$.

Y finalmente se presenta los interferogramas, la amplitud de prueba, amplitud de referencia y la fase cuando se capturan 5 interferogramas es decir en el caso cuando $M = 5$

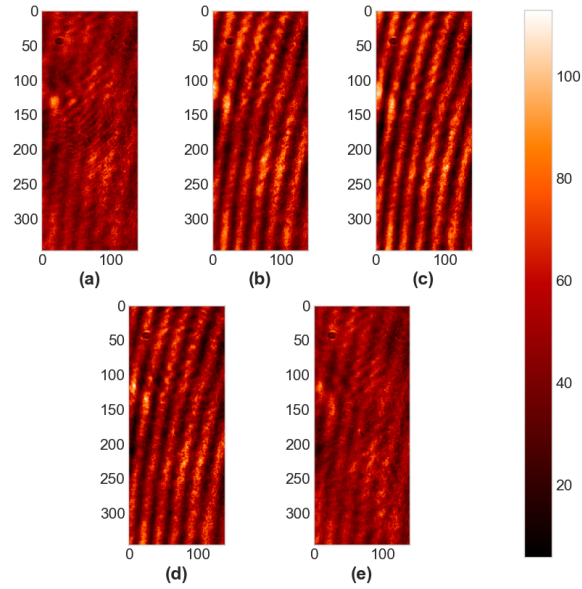


Figura 3.23: Interferogramas capturados a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$.

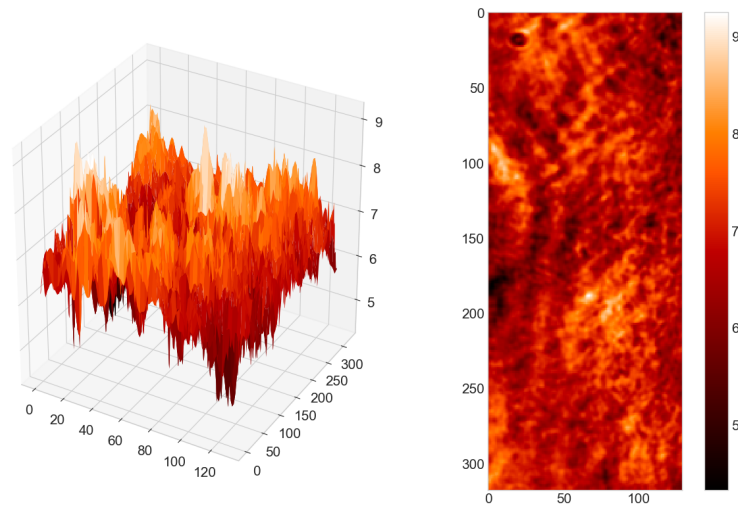


Figura 3.24: Amplitud de prueba recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$.

3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

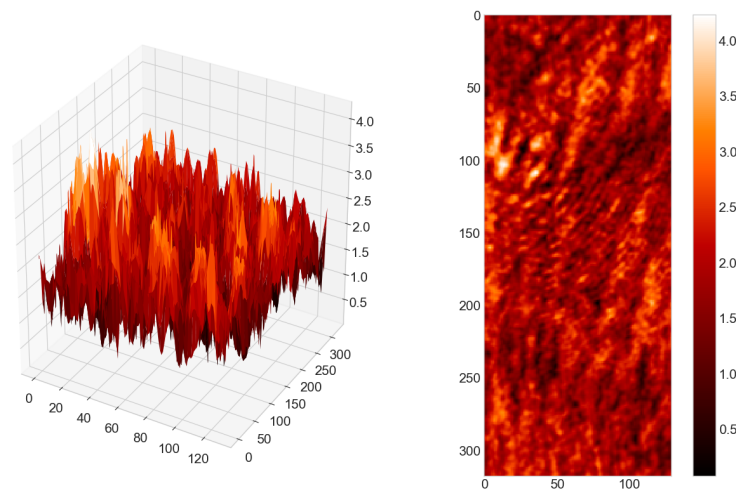


Figura 3.25: Amplitud de referencia recuperada con cuatro interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$.

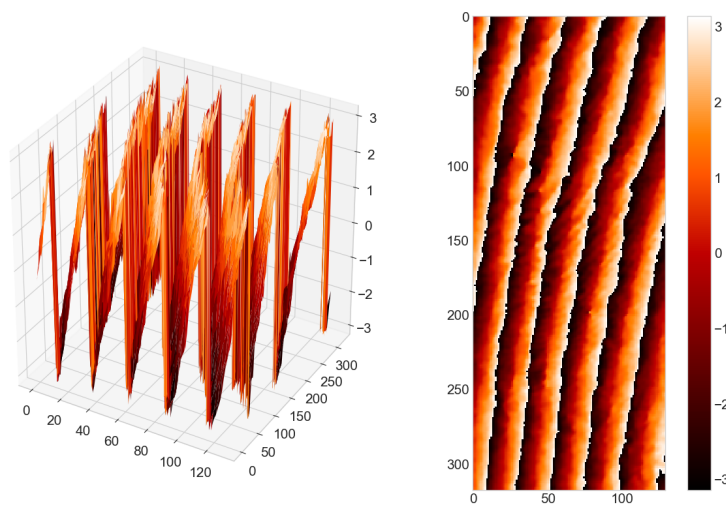


Figura 3.26: Fase envuelta recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$.

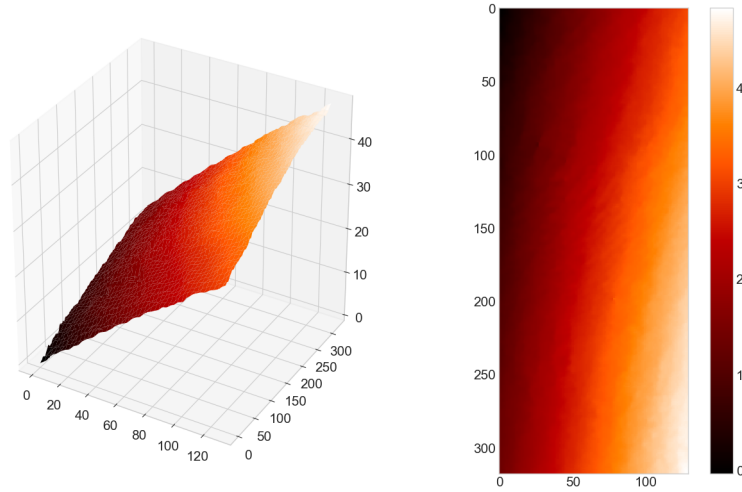


Figura 3.27: Fase recuperada con cinco interferogramas a los ángulos $\sigma_0 = -2\pi/5$, $\sigma_1 = -\pi/5$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \pi/5$ y $\sigma_4 = 2\pi/5$.

Como se muestra en las figuras, existen variaciones en los valores de las amplitudes de prueba y referencia para cada uno de los tres casos, esto se debe a que se tomo un área diferente para cada caso, con lo cual las amplitudes no tienen los mismo valores.

Interferometría de corrimiento de fase generalizada auto-calibrado de un disparo

4.1. Descripción del modelo matemático

La figura 2.3 muestra el interferómetro de trayectoria común de doble apertura basado en un sistema óptico $4f$ que consiste de dos lentes L_1, L_2 con distancia focal f , dos aperturas a la entrada $w(x + \frac{1}{2}x_0, y), w(x - \frac{1}{2}x_0, y)$ separados por una distancia x_0 que contienen el campo de referencia $\mathbf{E}_r(x, y)$ y el campo de prueba $\mathbf{E}_p(x, y)$. Ahora se considera que el campo de referencia tiene polarización lineal horizontal y el campo de prueba tiene polarización circular a derechas, las expresiones matemáticas de estos campos son entonces

$$\mathbf{E}_r(x, y) = \hat{\mathbf{i}}E_r(x, y), \quad (4.1)$$

$$\mathbf{E}_p(x, y) = (\hat{\mathbf{i}} + i\hat{\mathbf{j}})E_p(x, y). \quad (4.2)$$

se tiene que en la entrada $\mathbf{t}_A(x, y)$ se describe por la expresión

$$\mathbf{t}_A(x, y) = \hat{\mathbf{i}}w(x + \frac{1}{2}x_0, y)E_r(x + \frac{1}{2}x_0, y) + (\hat{\mathbf{i}} + i\hat{\mathbf{j}})w(x - \frac{1}{2}x_0, y)E_p(x - \frac{1}{2}x_0, y), \quad (4.3)$$

donde $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$ son los vectores unitarios en las direcciones x y y respectivamente, e i es la unidad imaginaria $\sqrt{-1}$. Entonces realizando un procedimiento similar como en la sección 2.3 se tiene que en la entrada \mathbf{t}_A pasa por la primera lente L_1 hasta el plano de Fourier, el cual está dado por la expresión

$$\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) = \mathfrak{F}\{\mathbf{t}_A(x, y)\}, \quad (4.4)$$

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

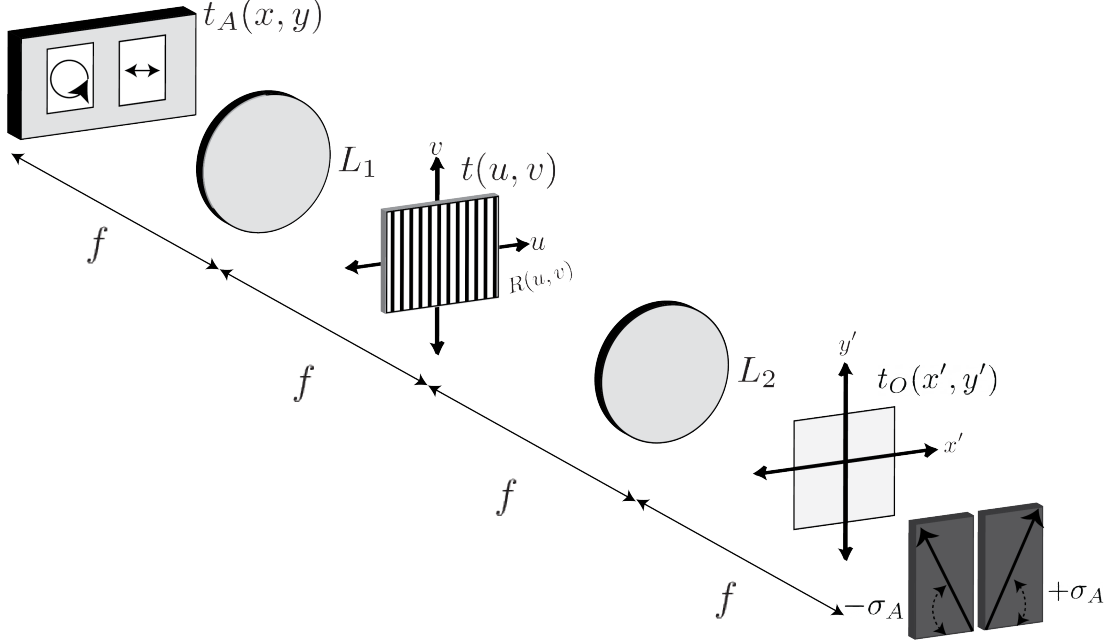


Figura 4.1: Diagrama experimental

donde $\mathfrak{F}\{\dots\}$ representa a la transformada de Fourier, y $\mu = u/\lambda f$, y $\nu = v/\lambda f$ son las frecuencias espaciales relacionadas con las coordenadas actuales (u, v) . Ahora al pasar por la rejilla de Ronchi dada por la expresión

$$\mathbf{R}(\mu, \nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2n\pi\mu\lambda f/u_p}, \quad (4.5)$$

centrada con periodo u_p con un factor de llenado de $1/2$, entonces se representa al nuevo campo con la expresión

$$\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) \mathbf{R}(\mu, \nu). \quad (4.6)$$

Ahora cuando (4.6) pasa por la segunda lente se obtiene la transformada de Fourier de esta ecuación

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_O(x, y) &= \mathfrak{F}\{\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) \mathbf{R}(\mu, \nu)\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathbf{t}_A\left(-x + \frac{\lambda f}{u_p}, -y\right), \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde $c_n = \frac{1}{2} \text{sinc}(\frac{1}{2}n)$ es una constante dada por la rejilla que atenúa la entrada del campo óptico separado por $\lambda f/u_p$. Sustituyendo \mathbf{t}_A en (4.7) y realizando

manipulaciones algebraicas se tiene

$$\mathbf{t}_O = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w \left[-x + x_0 \left(n + \frac{1}{2} \right), -y \right] [\hat{\mathbf{i}}(c_n E_r + c_{n+1} E_p) + \hat{\mathbf{j}} i c_{n+1} E_p]. \quad (4.8)$$

Aquí se han omitido las dependencias espaciales (x, y) por simplicidad y se ha asumido la condición de interferencia para que los órdenes coincidan esto es, se asume $x_0 = \lambda f / u_p$. La ecuación (4.8) describe la salida del campo óptico mediante un conjunto de réplicas de la superposición de \mathbf{E}_r y \mathbf{E}_p atenuadas por c_n y c_{n+1} respectivamente. Ahora, si un polarizador P_n es colocado a un ángulo σ_n el campo óptico esta dado ahora por

$$\mathbf{t}_p(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w \left[-x + x_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] (\hat{\mathbf{i}} \cos \sigma_n + \hat{\mathbf{j}} \sin \sigma_n) E_n, \quad (4.9)$$

donde E_n es la magnitud total compleja del campo óptico en la ventana

$$w \left[-x + x_0 \left(n + \frac{1}{2} \right), -y \right]$$

y está dado por la expresión

$$E_n = c_n \cos \sigma_n E_r + c_{n+1} E_p e^{i\sigma_n}. \quad (4.10)$$

Los campos ópticos están dados por $E_r = A_r e^{i\phi_r}$ y $E_p = A_p e^{i\phi_p}$ donde A_r , A_p son las amplitudes y ϕ_r , ϕ_p son las fases de los campos. Entonces el patrón de interferencia viene dado por la expresión

$$I_n = c_n^2 \cos^2 \sigma_n A_r^2 + c_{n+1}^2 A_p^2 + 2c_n c_{n+1} \cos \sigma_n A_r A_p \cos(\phi + \sigma_n), \quad (4.11)$$

donde I_n es el n -ésimo interferograma observado en la ventana $w[-x + x_0(n + \frac{1}{2}), -y]$ con un paso de fase dado por la posición angular σ_n del polarizador P_n . Entonces para recuperar la fase se requiere formar un sistema de ecuaciones. Para observar en tiempo real variaciones de fase, experimentalmente se requiere capturar cuatro interferogramas en una sola toma correspondiente a los órdenes $n = -2, -1, 0, 1$ en el caso cuando el factor de llenado es $1/2$. El polarizador a los ángulos $\sigma_{-2} = \sigma_{-1} = -\sigma_A$, $\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_A$ tiene un valor arbitrario en el rango $(-\pi/2, \pi/2)$, entonces se forman los interferogramas

$$I_{-2} = c_1^2 A_p^2, \quad (4.12a)$$

$$I_{-1} = c_1^2 \cos^2 \sigma_A A_r^2 + c_0^2 A_p^2 + 2c_1 c_0 \cos \sigma_A A_r A_p \cos(\phi - \sigma_A), \quad (4.12b)$$

$$I_0 = c_0^2 \cos^2 \sigma_A A_r^2 + c_1^2 A_p^2 + 2c_0 c_1 \cos \sigma_A A_r A_p \cos(\phi + \sigma_A), \quad (4.12c)$$

$$I_1 = c_1^2 \cos^2 \sigma_A A_r^2. \quad (4.12d)$$

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

donde $c_{-2} = c_2$ y $c_{-1} = c_1$, han sido sustituidos. Ya que la función \cos es una función par, se busca obtener patrones normalizados para tener información sobre la ambigüedad del corrimiento. Combinando estas 4 ecuaciones los siguientes patrones normalizados pueden ser deducidos realizando algunas manipulaciones algebraicas

$$\hat{I}_{-1} = \frac{c_1^2(I_{-1} - I_1) - c_0^2 I_{-2}}{2c_0 c_1 \sqrt{I_{-2} I_1}} = \cos(\phi - \sigma_A), \quad (4.13a)$$

$$\hat{I}_0 = \frac{c_1^2(I_0 - I_{-2}) - c_0^2 I_1}{2c_0 c_1 \sqrt{I_{-2} I_1}} = \cos(\phi + \sigma_A). \quad (4.13b)$$

Es posible obtener ecuaciones tanto para el corrimiento de fase σ_A como para la fase ϕ utilizando estas dos ecuaciones de los patrones normalizados empleando algunas identidades trigonométricas. Realizando algunas operaciones se tiene que

$$\cos 2\sigma_A = \frac{\text{tr}(\hat{I}_{-1}^T \hat{I}_0)}{\text{tr}(\hat{I}_0^T \hat{I}_0)}, \quad (4.14a)$$

$$\tan \phi = \frac{\hat{I}_{-1} - \hat{I}_0}{\hat{I}_{-1} + \hat{I}_0}. \quad (4.14b)$$

donde se ha asumido $\sigma_A = \pi/4$ y $\text{tr}(\cdot)$ indica la traza y $(\cdot)^T$ la transpuesta de la matriz, respectivamente.

4.1.1. Algunas cuestiones experimentales

Una forma alternativa de escribir las ecuaciones (4.13) que es necesaria en el proceso experimental es

$$\hat{I}'_{-1} = 2c_1 c_0 \cos \sigma_A A_r A_p \cos(\phi - \sigma_A) = I_{-1} - I_1 - \frac{c_0^2}{c_1^2} I_2, \quad (4.15a)$$

$$\hat{I}'_0 = 2c_1 c_0 \cos \sigma_A A_r A_p \cos(\phi + \sigma_A) = I_0 - \frac{c_0^2}{c_1^2} I_1 - I_2. \quad (4.15b)$$

Sin embargo, con ambas ecuaciones, tanto con (4.13) o (4.15) es posible obtener ecuaciones para el corrimiento de fase σ_A y para la fase ϕ .

Anteriormente se ha supuesto que $c_{-2} = c_2$ y $c_{-1} = c_1$, sin embargo, en el proceso experimental esto no suele ser cierto. A continuación se muestra método para obtener los valores experimentales de las constantes de la rejilla c_1 y c_0 . En el

siguiente diagrama 4.2 se muestran las ventanas que hacen interferencia dadas las ecuaciones (4.12)

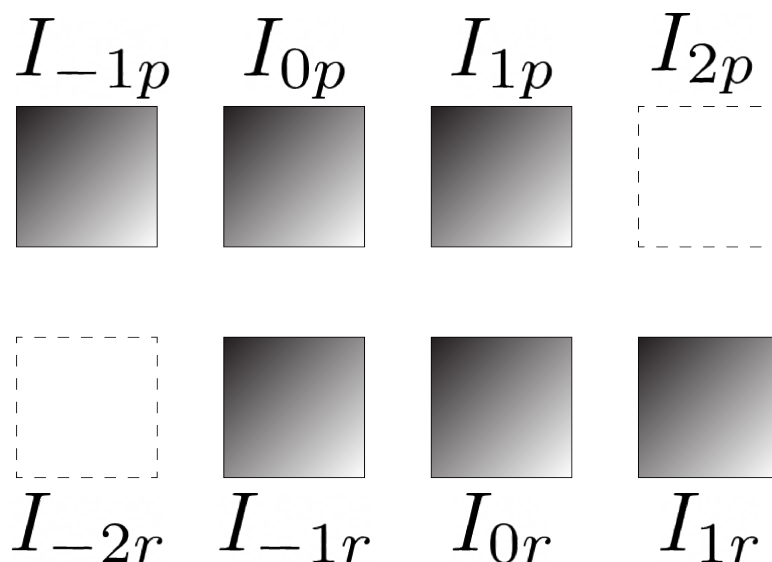


Figura 4.2: Replicas de las ventanas de referencia y prueba

donde el subíndice p y r denotan que provienen de la ventana de prueba y referencia respectivamente, y los números representan el orden de difracción dada la rejilla. La descripción matemática de las réplicas si estuvieran separadas es la siguiente

$$I_{-1r} = c_{-1r}^2 A_r^2, \quad (4.16)$$

$$I_{0r} = c_{0r}^2 A_r^2, \quad (4.17)$$

$$I_{1r} = c_{1r}^2 A_r^2, \quad (4.18)$$

$$I_{-1p} = c_{-1p}^2 A_p^2, \quad (4.19)$$

$$I_{0p} = c_{0p}^2 A_p^2, \quad (4.20)$$

$$I_{1p} = c_{1p}^2 A_p^2. \quad (4.21)$$

Utilizando estas ecuaciones puede encontrarse 4 ecuaciones diferentes para la constante c_0/c_1 en la ecuación (4.15).

$$\frac{c_{0p}^2}{c_{-1p}^2} = \frac{I_{0p}}{I_{-1p}}, \quad (4.22)$$

$$\frac{c_{0p}^2}{c_{1p}^2} = \frac{I_{0p}}{I_{1p}}, \quad (4.23)$$

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

$$\frac{c_{0r}^2}{c_{-1r}^2} = \frac{I_{0r}}{I_{-1r}}, \quad (4.24)$$

$$\frac{c_{0r}^2}{c_{1r}^2} = \frac{I_{0r}}{I_{1r}}. \quad (4.25)$$

Ahora combinando estas ecuaciones con (4.15) se encuentran cuatro ecuaciones para cada una, se enlistan a continuación.

$$\hat{I}'_{-1} = I_{-1} - I_1 - \frac{c_{0r}^2}{c_{1r}^2} I_2, \quad (4.26a)$$

$$\hat{I}'_{-1} = I_{-1} - I_1 - \frac{c_{0r}^2}{c_{-1r}^2} I_2, \quad (4.26b)$$

$$\hat{I}'_{-1} = I_{-1} - I_1 - \frac{c_{0p}^2}{c_{1p}^2} I_2, \quad (4.26c)$$

$$\hat{I}'_{-1} = I_{-1} - I_1 - \frac{c_{0p}^2}{c_{-1p}^2} I_2, \quad (4.26d)$$

$$\hat{I}'_0 = I_0 - \frac{c_{0r}^2}{c_{1r}^2} I_1 - I_2 \quad (4.27a)$$

$$\hat{I}'_0 = I_0 - \frac{c_{0r}^2}{c_{-1r}^2} I_1 - I_2 \quad (4.27b)$$

$$\hat{I}'_0 = I_0 - \frac{c_{0p}^2}{c_{1p}^2} I_1 - I_2 \quad (4.27c)$$

$$\hat{I}'_0 = I_0 - \frac{c_{0p}^2}{c_{-1p}^2} I_1 - I_2. \quad (4.27d)$$

Se enfatiza que si $c_1 = c_{-1}$, más aún si $c_{1p} = c_{1r}$, $c_{1p} = c_{-1r}$, $c_{-1p} = c_{-1r}$, $c_{0p} = c_{0r}$ estas ecuaciones solo se reducirían a dos, esto se supone para obtener una correcta calibración experimental que más adelante se explicara a detalle.

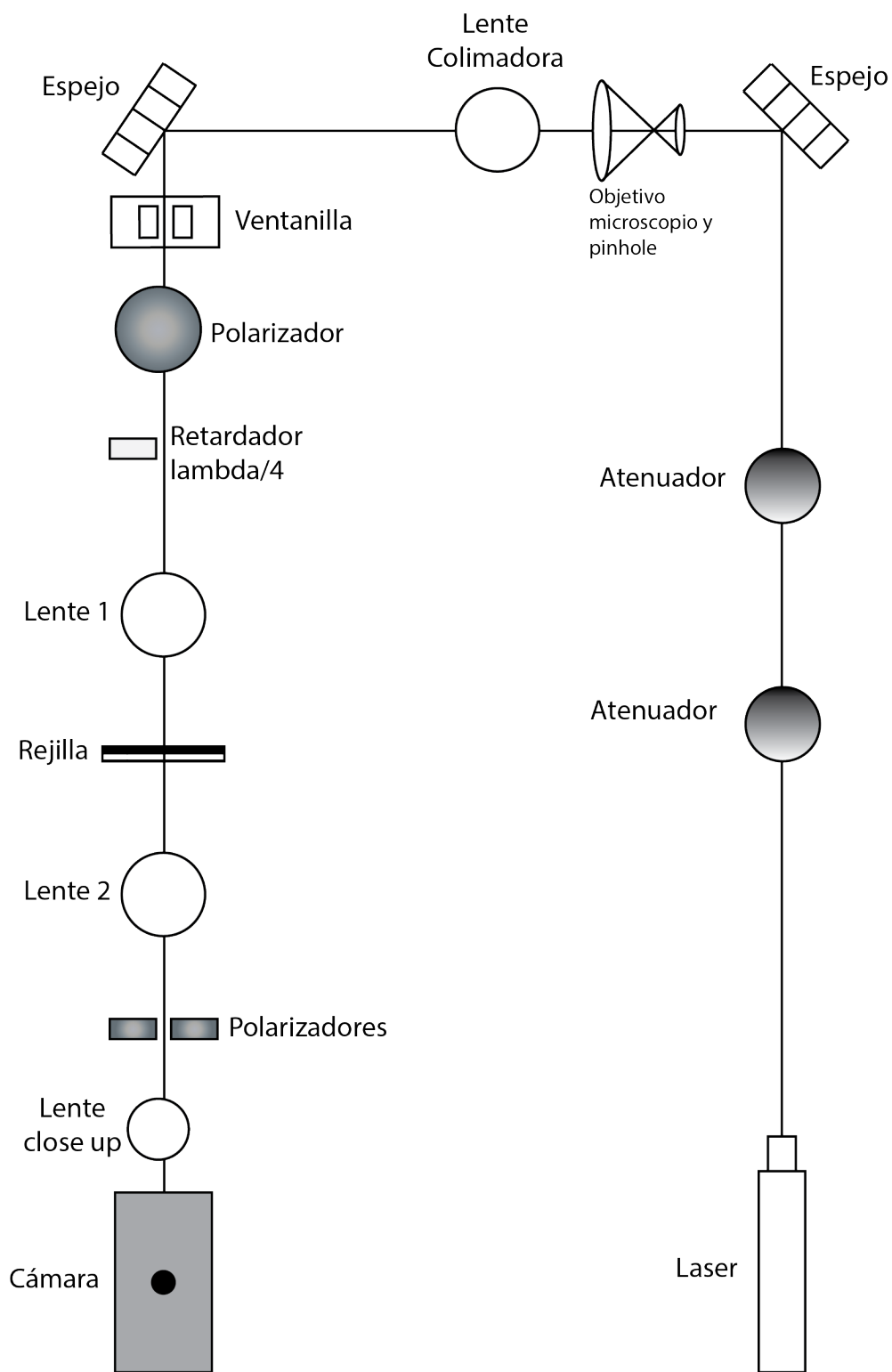


Figura 4.3: Montaje experimental

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

4.2. Descripción del arreglo experimental

Se ha utilizado un láser de longitud de onda de $\lambda = 632.8nm$.

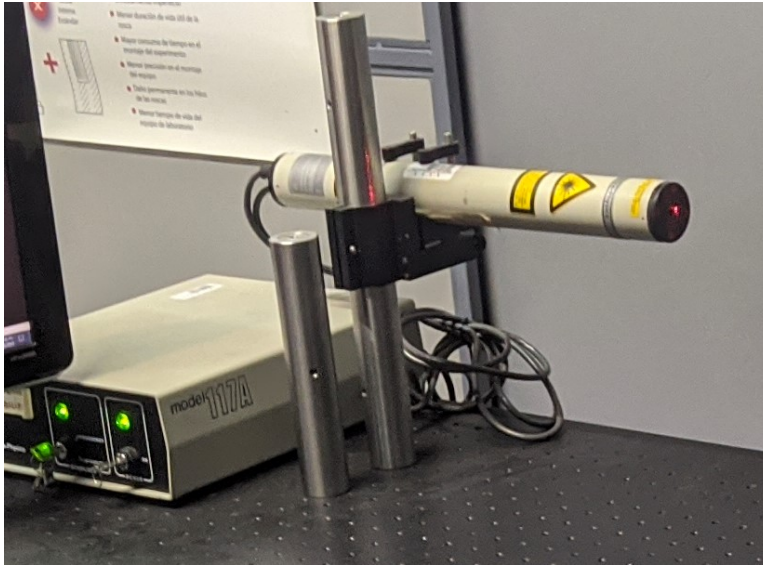


Figura 4.4: Laser

Se utilizan dos atenuadores de intensidad debido a que aun al poner al máximo el primero, la cámara continuaba saturada.

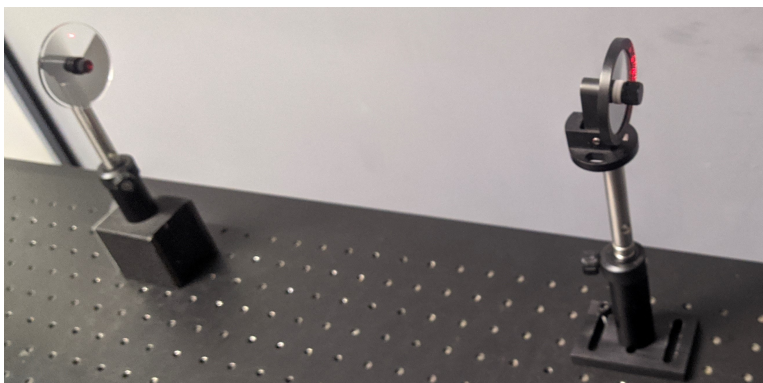


Figura 4.5: Atenuadores

Se utilizó un objetivo de microscopio de 20x y un pinhole de 25μ . El objetivo de microscopio se usa para expandir el rayo de luz emitida por el láser y el pinhole es

usado para tener una abertura muy pequeña de manera que cuando la luz salga del objetivo de microscopio pase por la abertura y se obtenga un frente de onda esférico. A esto se le conoce como filtraje espacial.

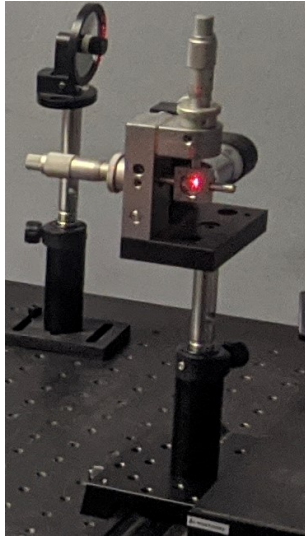


Figura 4.6: Filtraje Espacial

La primera lente que se utilizó en el arreglo tiene una focal de 40cm y se utiliza para colimar la luz que viene del pinhole, esto es que el frente de onda esférico se convierta en un frente de onda plano. Esto se logra haciendo coincidir el foco de la lente con el pinhole.

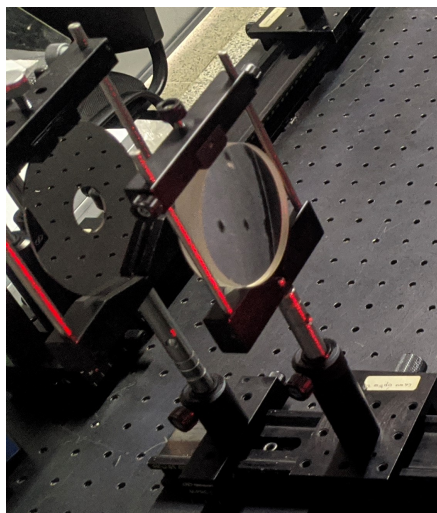


Figura 4.7: Lente Colimadora

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

En la siguiente fotografía se muestran 4 componentes. Empezado por la derecha, se tiene un portaobjetos que es donde se vertieron algunos líquidos para realizar las pruebas experimentales. Enseguida se tienen las ventanillas descritas en la sección 4.1 $w(x + \frac{1}{2}x_0, y)$ y $w(x - \frac{1}{2}x_0, y)$, cuya separación y características es la misma que las descritas en la sección 3.1.1. El siguiente es un polarizador lineal a 0° grados respecto a los dos polarizadores al final del arreglo. Y finalmente se tiene un retardador de un cuarto de onda a 45° respecto al polarizador ubicado inmediatamente atrás, posicionado de manera que únicamente afecte a la ventana de prueba. De esta manera se logra que en una ventanilla se tenga polarización lineal, la ventana de referencia, y en otra se tiene polarización circular, la ventana de prueba, descritas por las ecuaciones (4.1) y (4.2).

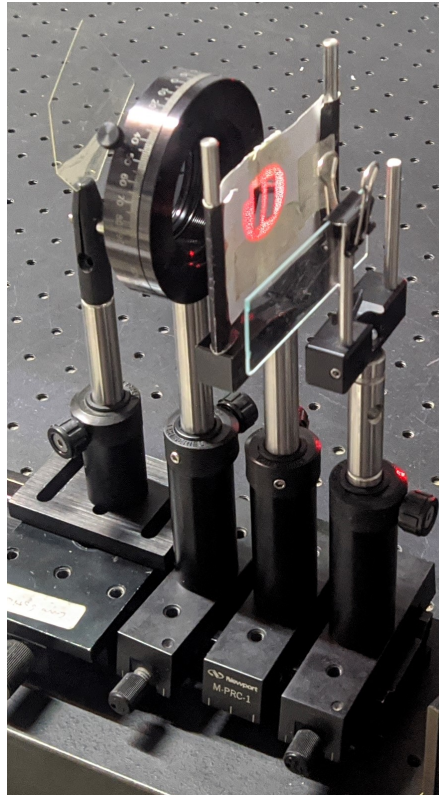


Figura 4.8: De derecha a izquierda. Portaobjetos, ventanillas, polarizador lineal y lámina retardadora de cuarto de onda.

El siguiente componente óptico es otra lente de distancia focal de 40cm . El campo ahora está descrito por la ecuación (4.3) y al pasar por la siguiente lente, la cual obtiene la transformada de Fourier del campo óptico, la ecuación que lo describe ahora es (4.4).



Figura 4.9: Lente 1

Después se tiene la rejilla de Ronchi la cual tiene 700 líneas por pulgada. La rejilla de Ronchi puede describirse matemáticamente por la ecuación (4.5) y al pasar el campo por la rejilla la descripción matemática es ahora (4.6).



Figura 4.10: Rejilla de Ronchi

Después se coloca otra lente la cual obtiene nuevamente la transformada de Fourier, la lente utilizada tiene una focal de 20cm. Siguiendo con la analogía ma-

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

temática del montaje experimental, el campo ahora tiene la forma descrita por la ecuación (4.7).



Figura 4.11: Segunda lente

Finalmente se tiene dos polarizadores a $\pm 45^\circ$ respecto al primer polarizador, posicionados de tal manera que el polarizador a -45° solo afecte a dos primeros patrones es decir a I_{-2} e I_{-1} y el segundo polarizador a $+45^\circ$ solo afecte a los dos siguientes, patrones es decir a I_0 e I_1 , esto puede verse matemáticamente en las ecuaciones 4.12. Una última lente es posicionada después de los polarizadores cuyo único fin es enfocar la imagen en la cámara CCD la cual captura los patrones de interferencia descritos anteriormente.

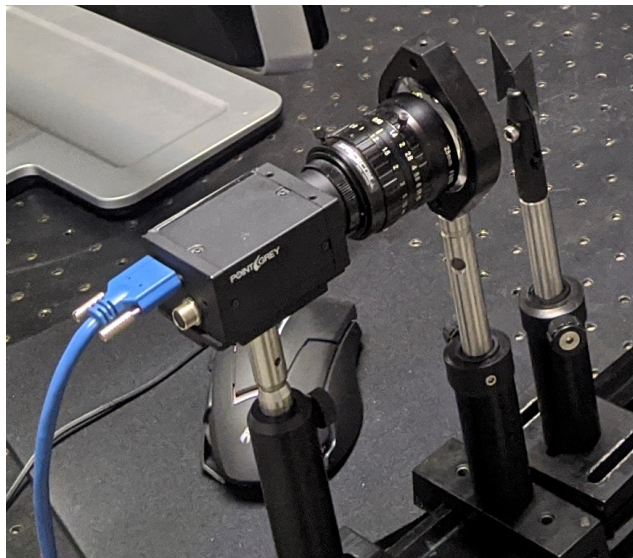


Figura 4.12: Cámara, Lente y polarizadores

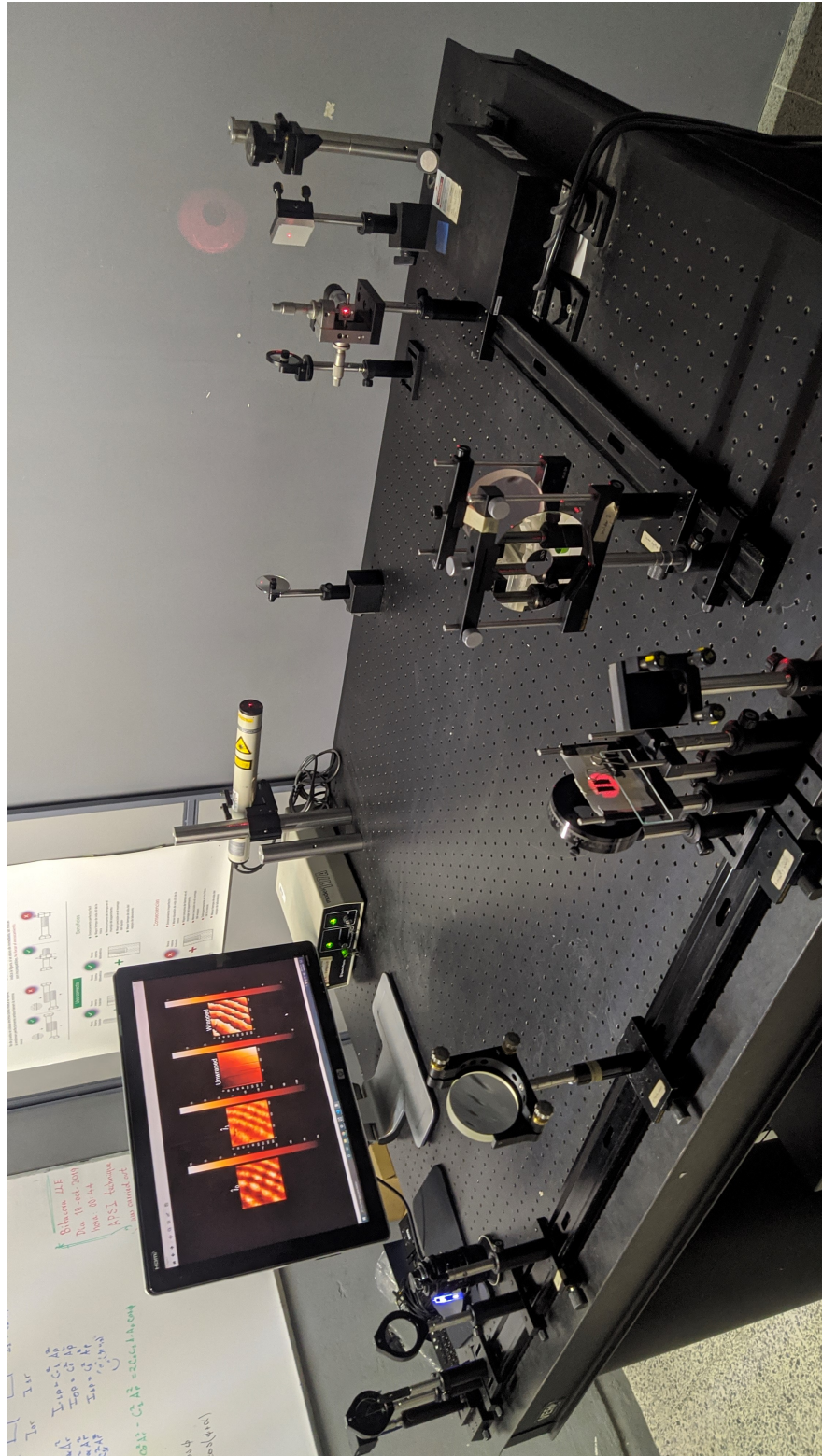


Figura 4.13: Montaje experimental

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

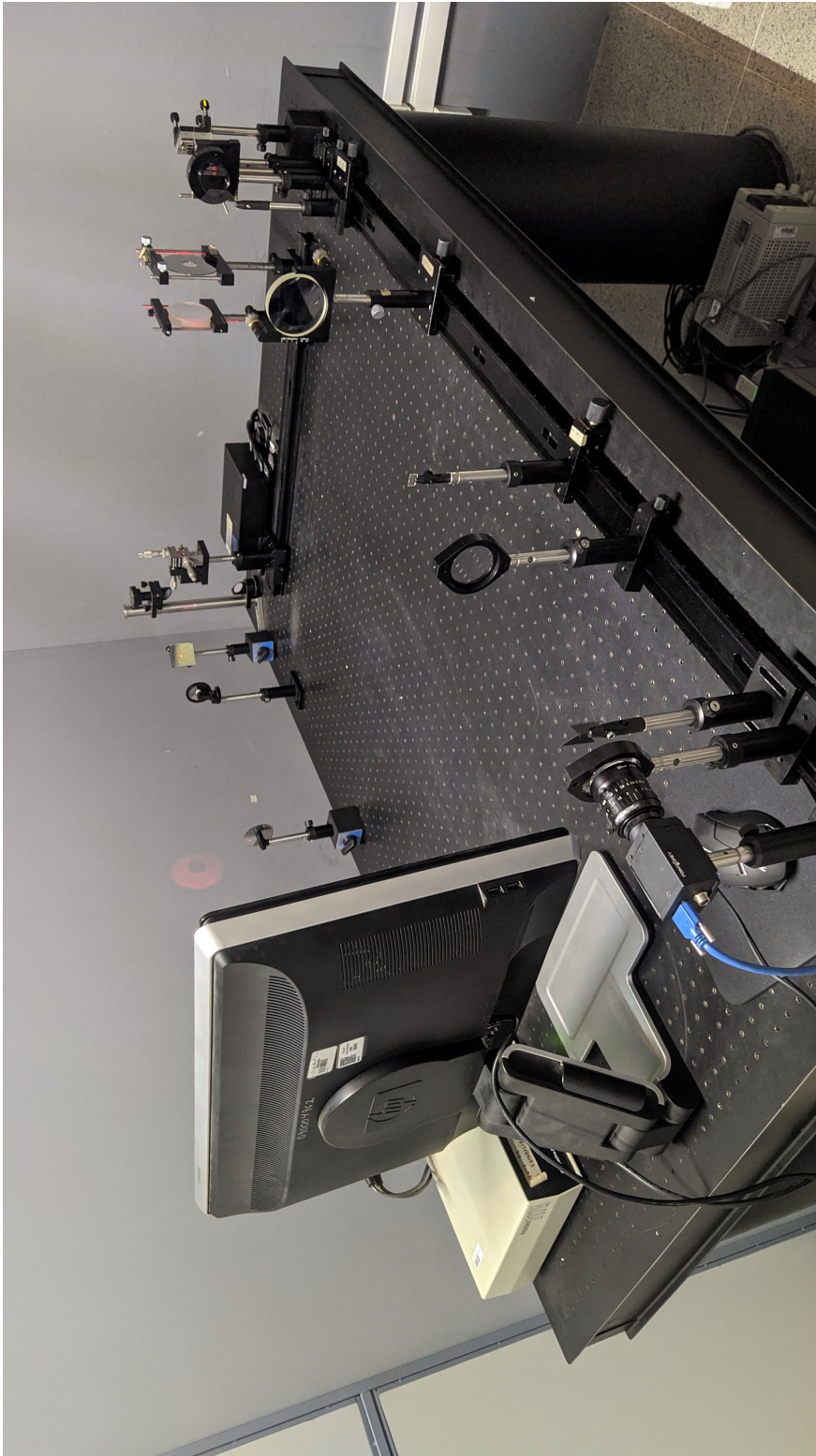


Figura 4.14: Montaje experimental

4.2.1. Calibración para la captura en tiempo real

Para realizar la calibración del sistema antes de hacer la captura en tiempo real, es necesario en primer lugar, tener alguna marca en alguna de las ventanas. En este caso se utilizó un pequeño alfiler en la ventana de prueba como puede observarse en la figura 4.17 y 4.18, aproximadamente a mitad de la ventana, esto es para conocer la distancia entre cada replicada causada por la rejilla. También es necesario capturar tres imágenes, una sin ninguna alteración, en segundo lugar, se cubre una de las ventanas, la ventana de referencia y se captura y finalmente ahora con la otra ventana cubierta, la ventana de prueba, las imágenes son las siguientes.

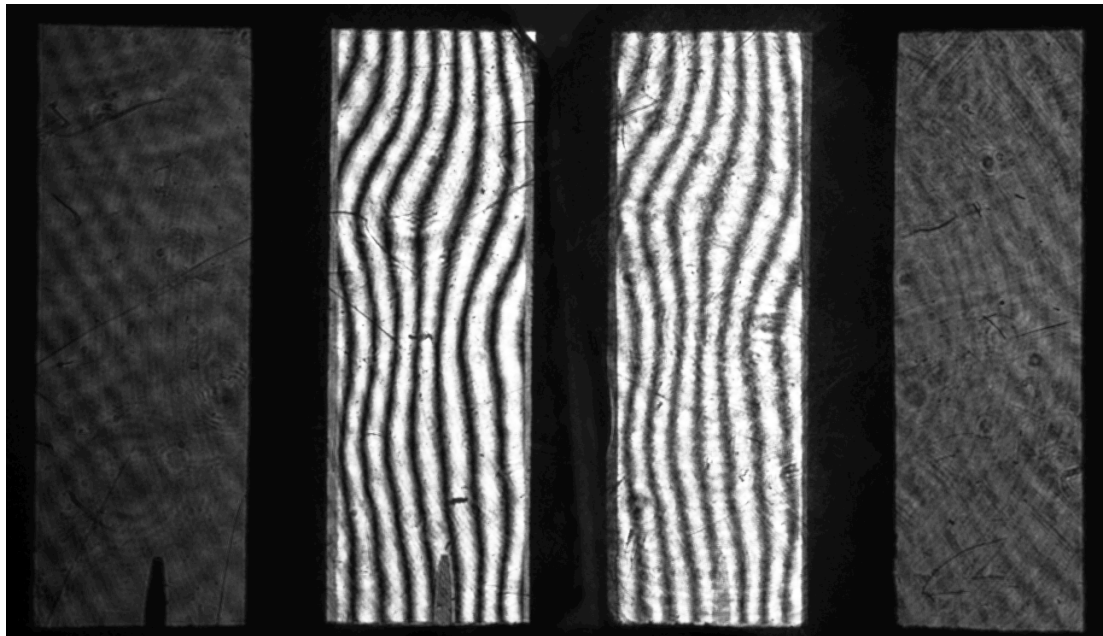


Figura 4.15: 4 interferogramas.

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

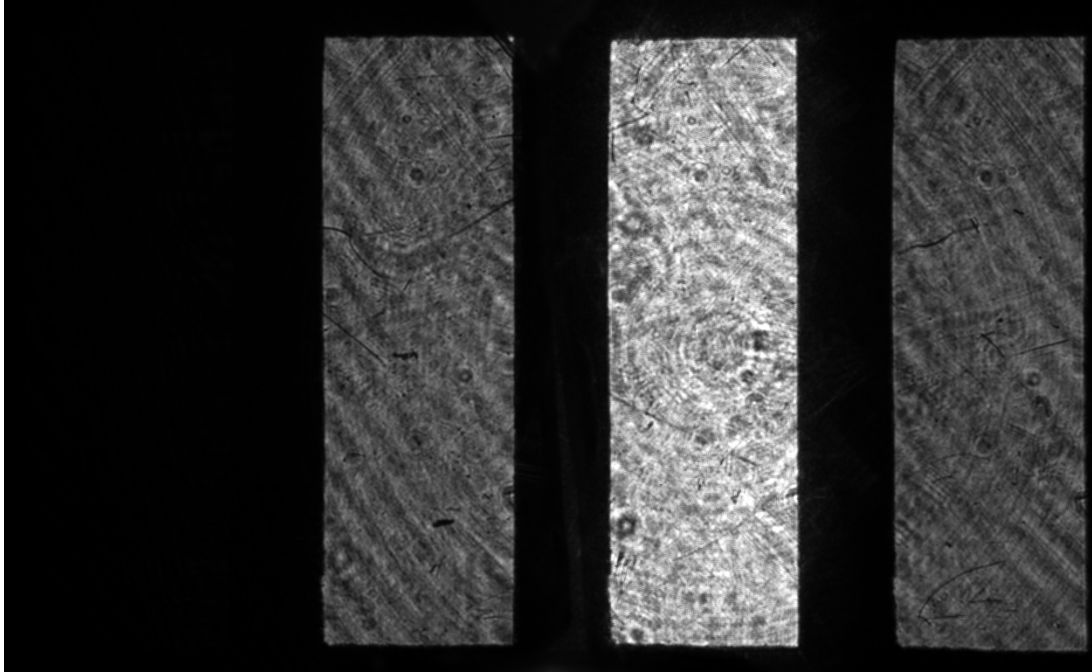


Figura 4.16: Ventana de prueba

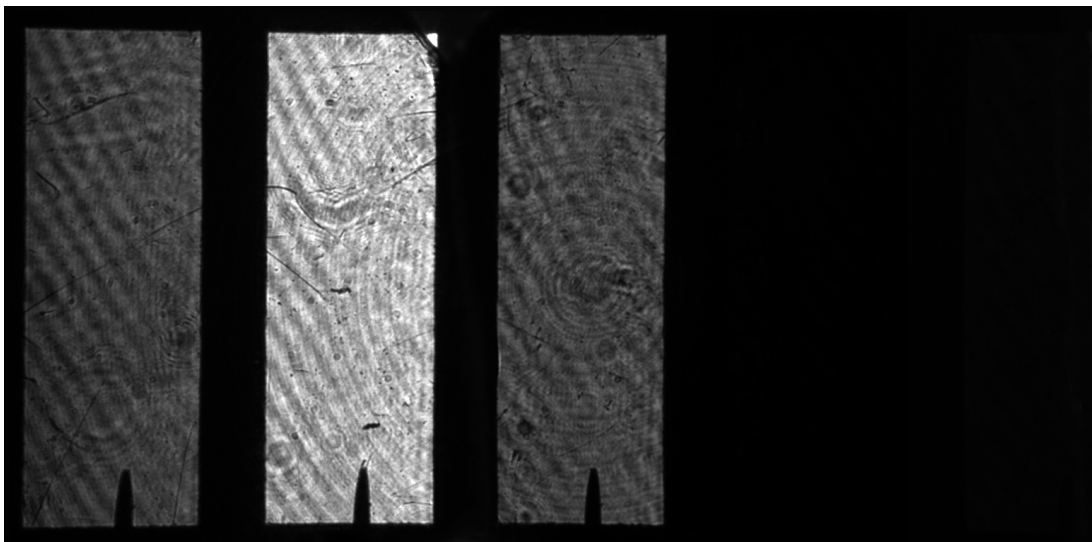


Figura 4.17: Ventana de referencia

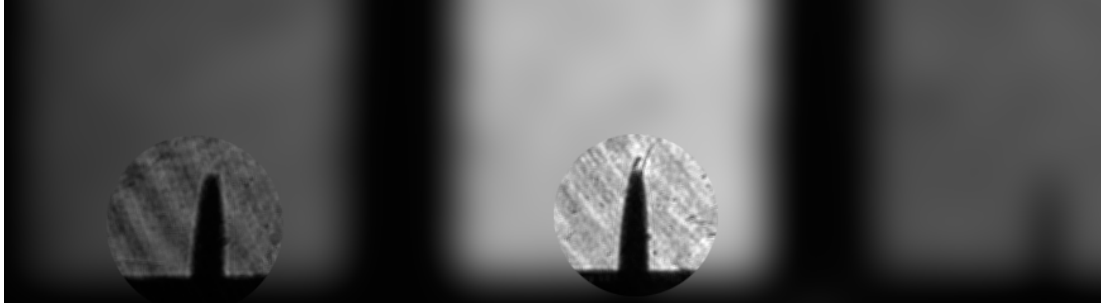


Figura 4.18: Enfoque a la pequeña marca (alfiler) en la ventana de referencia

Para encontrar el centro de cada interferograma, se colocó un pequeño alfiler en la ventana de referencia, de esta manera la rejilla crea replicas de esta ventana mostrando la ubicación del alfiler que debe seleccionarse en la interfaz del programa. Se utiliza el algoritmo A.2 para realizar la calibración con estas imágenes, esta implementado en Python como lenguaje de programación. En primer lugar, es necesario recortar los cuatro interferogramas de manera simétrica, para ello el programa muestra la imagen, enseguida el usuario debe seleccionar con un clic el centro del primer interferograma, el programa guarda la posición en una variable, digamos (x_{c1}, y_{c1}) , esto es, el píxel en el cual se ha dado el primer clic. Una vez hecho esto, es necesario presionar la tecla ESC en el teclado, el programa muestra una vez más la imagen, nuevamente es necesario repetir el procedimiento anterior, el usuario debe seleccionar el centro de ahora, el segundo interferograma y presionar ESC, se guarda nuevamente en otra variable digamos (x_{c2}, y_{c2}) . Una vez realizado este procedimiento el programa realiza la diferencia entre la distancia de los píxeles, es decir, $d = x_{c2} - x_{c1}$, las variables y_i , para $i = 1, 2, 3, 4$, mantiene el valor del primer clic para que de esta manera la altura sea la misma en todos los interferogramas. En la figura 4.19 se ilustra este procedimiento.

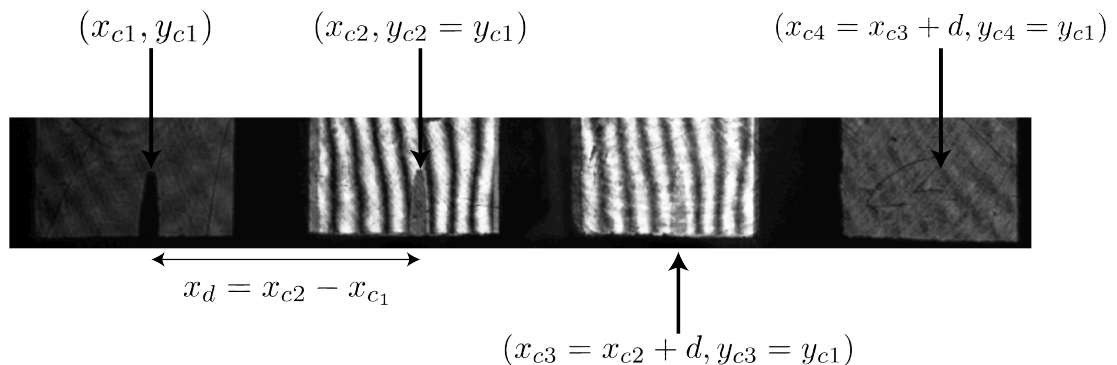


Figura 4.19: Descripción del algoritmo para encontrar los centros de los interferogramas

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

Ahora se tiene la distancia entre los primeros dos interferogramas en la variable d , lo siguiente que se necesita es ir sumando esta distancia a las siguientes posiciones: $x_{c3} = x_{c2} + d$ y $x_{c4} = x_{c3} + d$. Se tiene ahora las posiciones de los centros de los 4 interferogramas, lo siguiente es elegir el ancho y alto de cada interferograma y recortarlos.



Figura 4.20: Área que se recorta de los interferogramas. Se muestra la ventana de referencia, pero esta área se recorta en las tres imágenes

Este procedimiento se repite automáticamente para las 3 imágenes capturadas es decir, para la ventana de referencia, figura 4.17, la ventana de prueba, figura 4.16 y para los interferogramas en la figura 4.15. Se escogen las áreas de interés y se despliega un gráfico donde se ilustran todas las imágenes recortadas. Se obtienen las siguientes capturas.

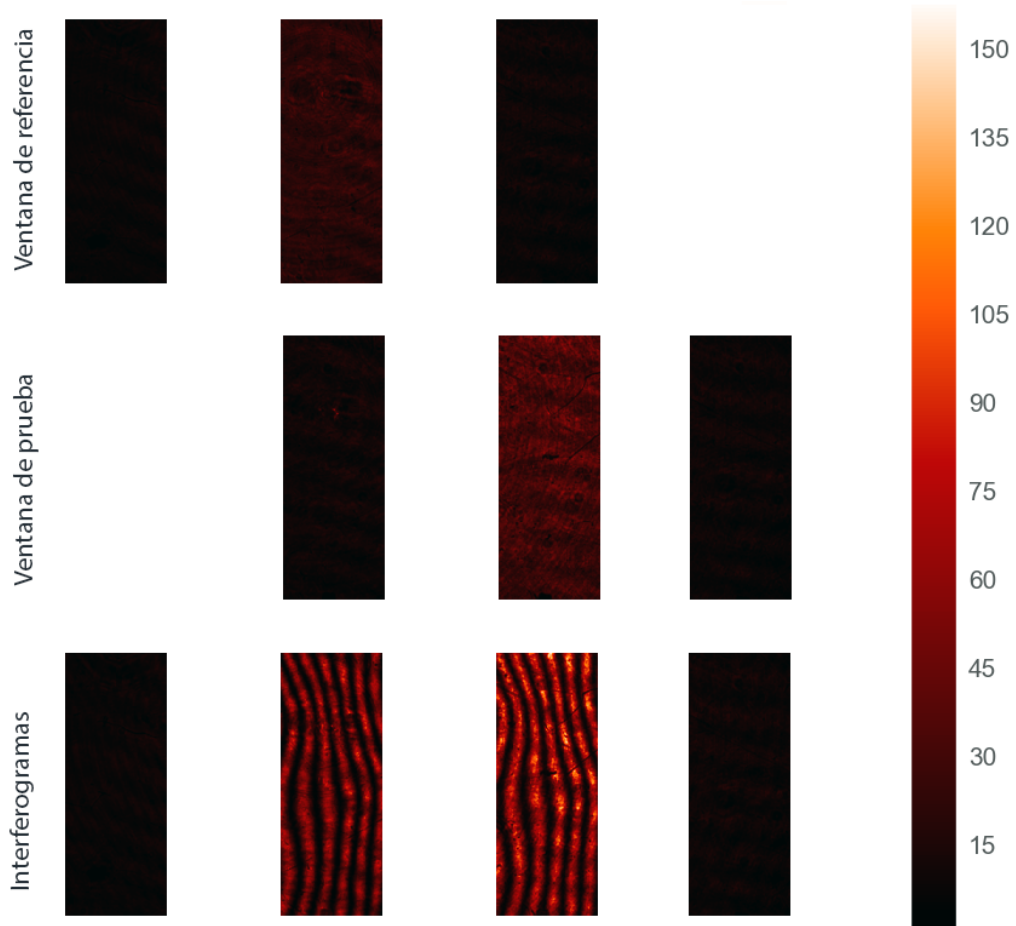


Figura 4.21: Replicas de la ventana de referencia, prueba e interferogramas.

Estas son las imágenes que se obtienen de las ecuaciones (4.16)-(4.21) y los interferogramas en (4.12). Ahora como se menciona en la sección 4.1.1, en la implementación experimental no se cumple siempre que las constantes dadas por la rejilla sean las mismas, es decir que $c_{-1} = c_1$, o que $c_{1p} = c_{1r}$, $c_{1p} = c_{-1r}$, $c_{-1p} = c_{-1r}$, $c_{0p} = c_{0r}$, entonces es necesario encontrar aquellas que se adapten mejor al sistema, es decir aquellas que estén normalizadas, es decir que el rango inferior y superior coincidan en la medida posible, este rango puede verse en las barras de color de los gráficos. El programa automáticamente realiza todo el procedimiento para encontrar las 8 ecuaciones descritas por (4.26) y (4.27), los gráficos se muestran e inmediatamente el usuario debe elegir una de las 4 para \hat{I}_1 y otra para \hat{I}_0 , se escoge aquellas que estén normalizadas o estén lo más aproximadamente normalizadas posible, en este caso en la figura 4.22 puede notarse que una elección correcta sería la número 4 para \hat{I}_1 y la número 1 para \hat{I}_0 . Es

4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE GENERALIZADA AUTO-CALIBRADO DE UN DISPARO

proceso debe repetirse cada vez que se ejecuta el programa, ya sea por disminuir, aumentar, o cambiar el área de los interferogramas, con lo cual el valor de las constantes c_n cambiarían nuevamente.

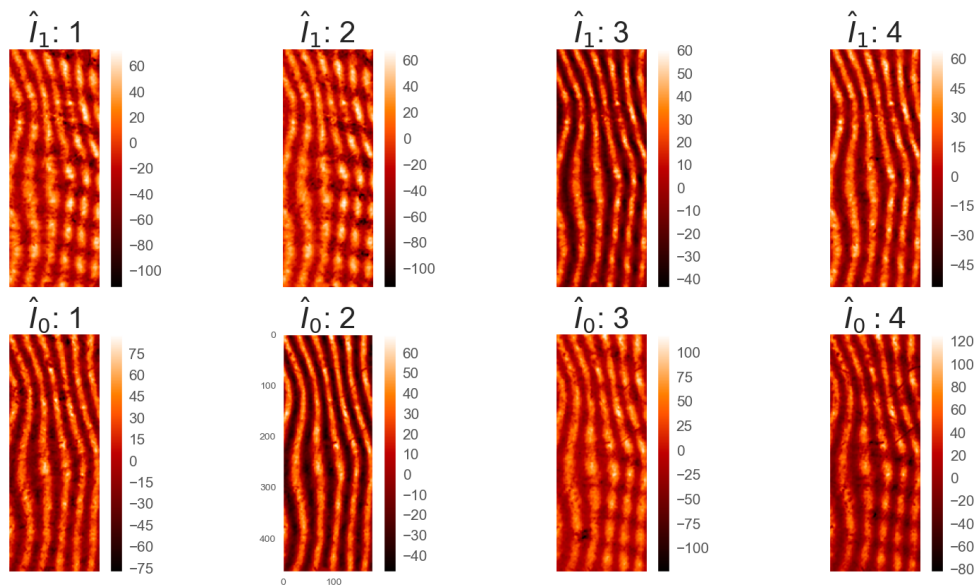


Figura 4.22: Interferogramas normalizados utilizando los valores experimentales para c_0 y c_1 .

Y finalmente la interfaz muestra los gráficos tanto los interferogramas normalizados \hat{I}_1 (4.26) y \hat{I}_0 (4.27) como la fase ϕ . Si todo el procedimiento fue correcto se muestra un ejemplo de tener una buena calibración.

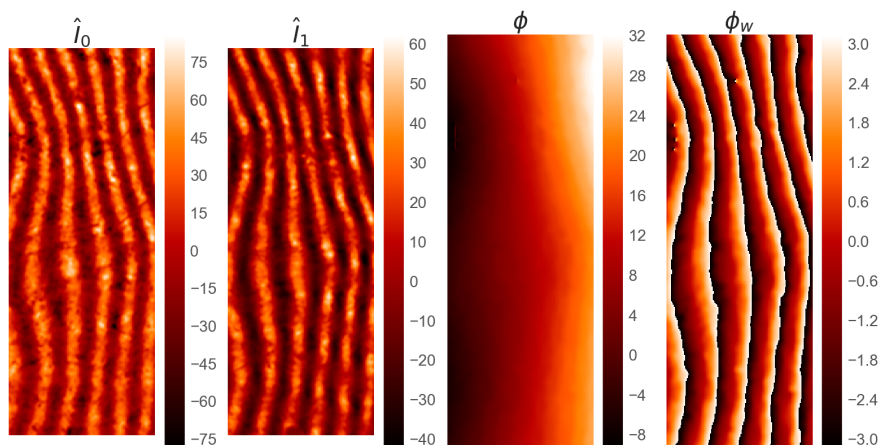


Figura 4.23: Interferogramas normalizados y fase del frente de onda

Si se obtiene una mala calibración la fase se notará un tanto distorsionada por lo cual es necesario volver a ejecutar el programa pulsando la tecla 'r' y volver a elegir los puntos para los centros de los interferogramas. Por ejemplo, si se elige $\hat{I}_1 : 1$ y $\hat{I}_0 : 4$ que como se puede notar en la figura 4.22, estos no se encuentran normalizados y por tanto se obtiene una fase distorsionada.

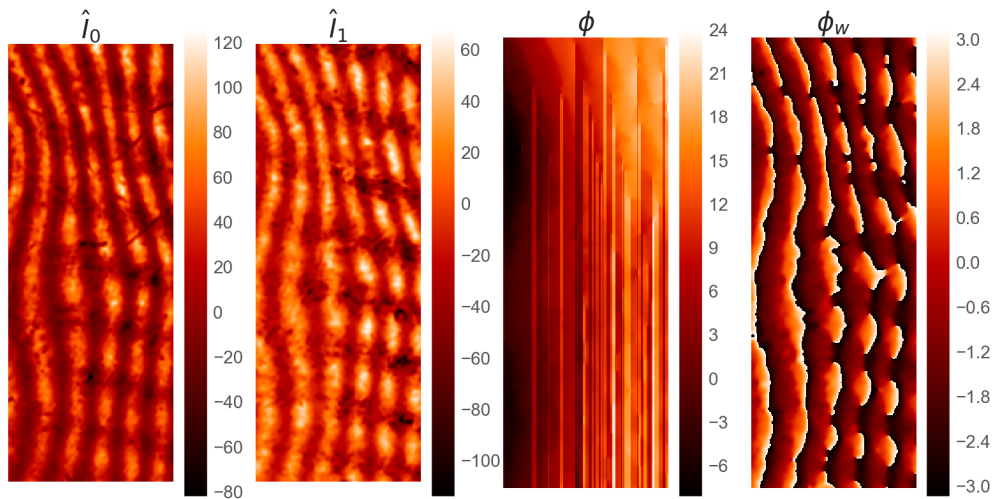


Figura 4.24: Interferogramas normalizados y fase con una mala calibración

Si se tiene una correcta calibración se pulsa la tecla 'e' y 'enter' por lo cual el programa procederá a capturar y visualizar en tiempo real.

Capítulo 5

Resultados Experimentales

Se han realizado algunas pruebas para probar la factibilidad del algoritmo y la interfaz de captura. Se realizaron pruebas que alteraran la forma de las franjas. Se utilizó un porta objetos de microscopio para agregar algunos líquidos y observar la fase de estos. Otra de las pruebas es moviendo la rejilla para aumentar y disminuir el número de franjas. Estas son algunas de las pruebas realizadas, lo que se requirió a grandes rasgos era simplemente alterar las franjas de manera que se pudieran observar en tiempo real y así probar la viabilidad de los algoritmos así como el arreglo experimental.

5.1. Movimiento de rejilla

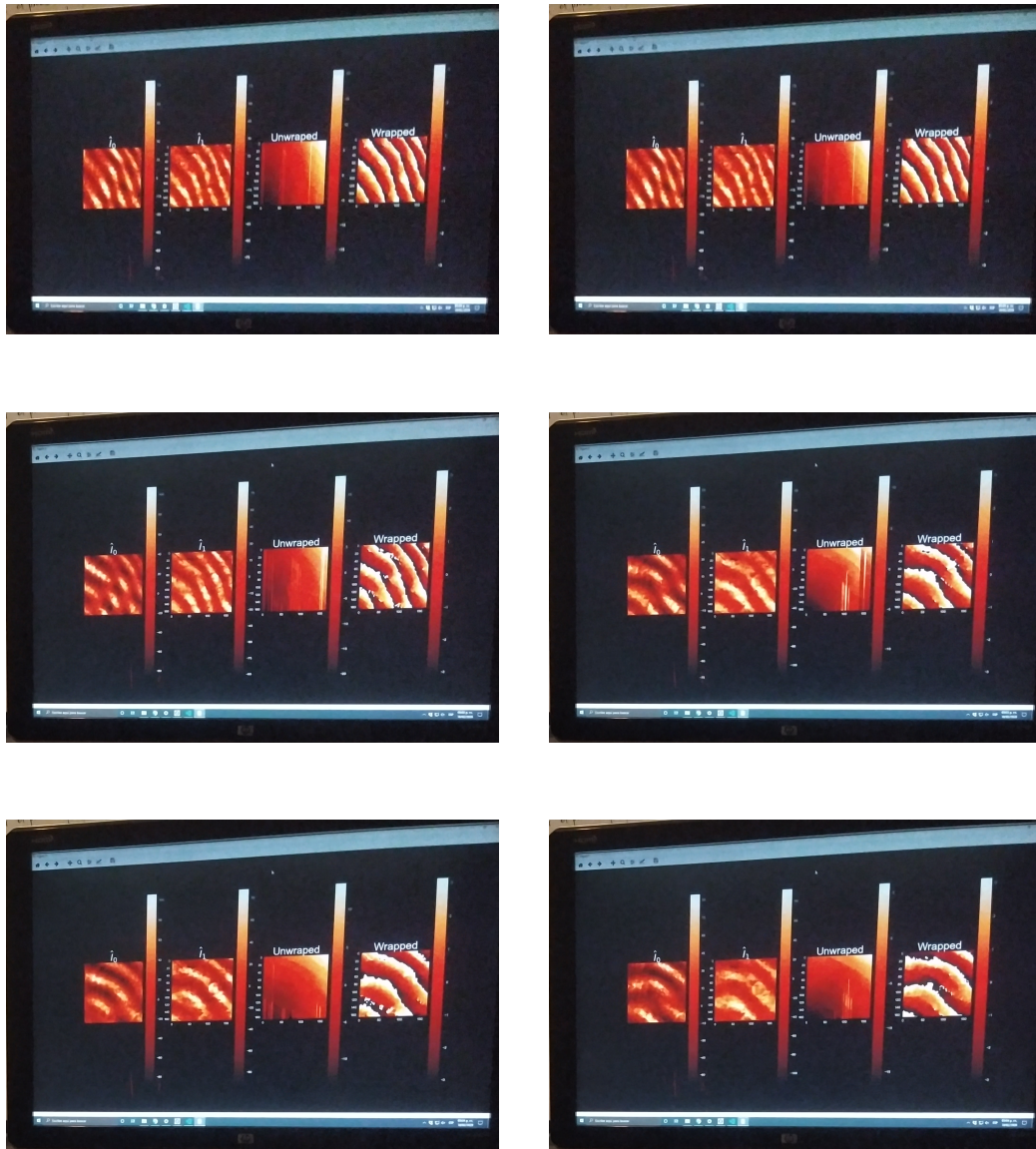


Figura 5.1: Se ha desplazado la rejilla para disminuir o aumentar el número de franjas mientras se realizaba la captura. Con esto se muestra que el algoritmo puede obtener la fase con diferentes número de franjas. En la primera imagen se muestra que hay un total de seis franjas y en la última se muestra que hay tres. Este procedimiento también se realizó a la inversa es decir, aumentando el número de franjas.

5.2. Portaobjetos con gotas de agua

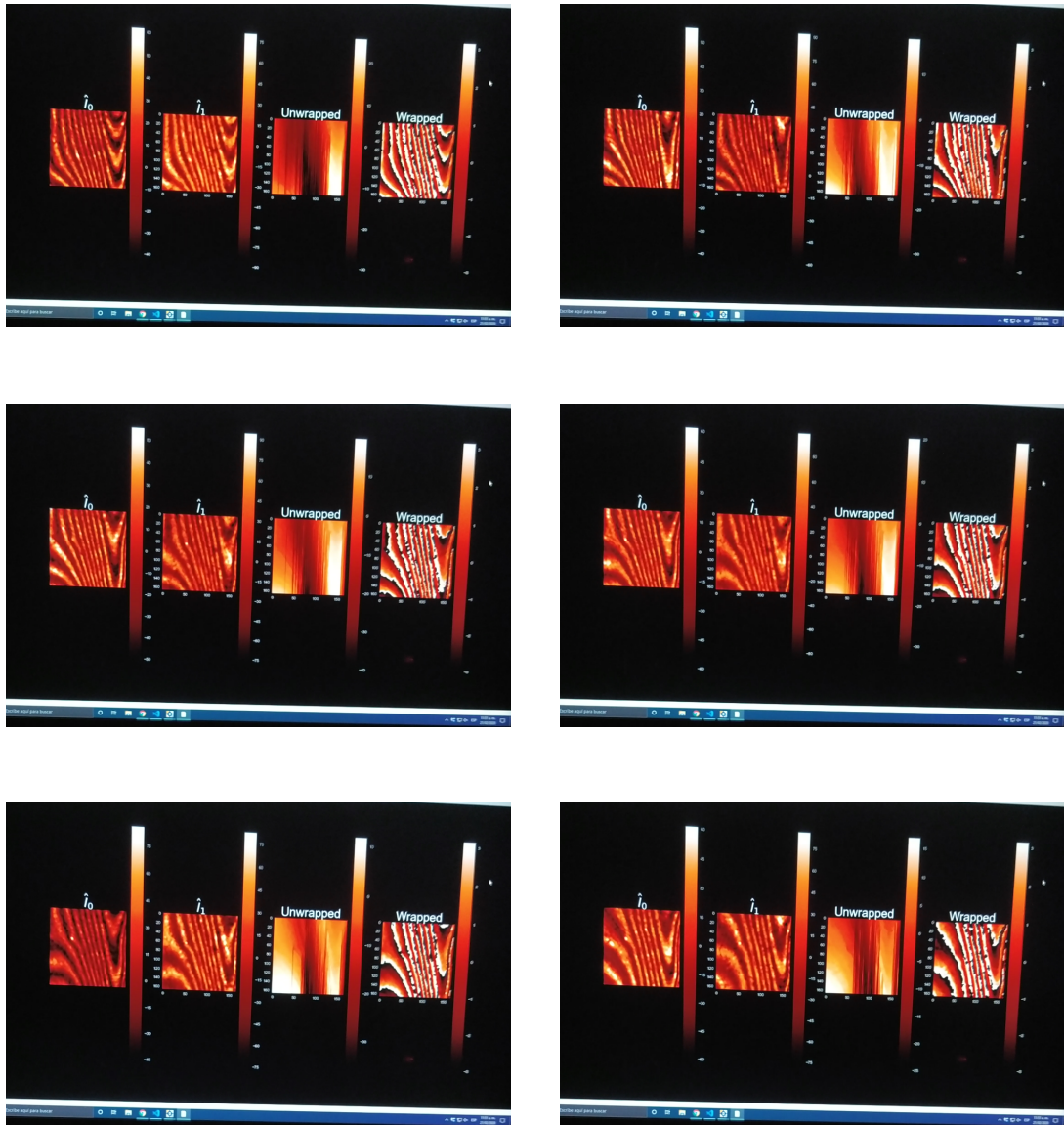


Figura 5.2: Con ayuda de un gotero, se han colocado algunas gotas de agua en un portaobjetos y se ha observado los cambios que se producen en tiempo real.

5.3. Portaobjetos con alcohol

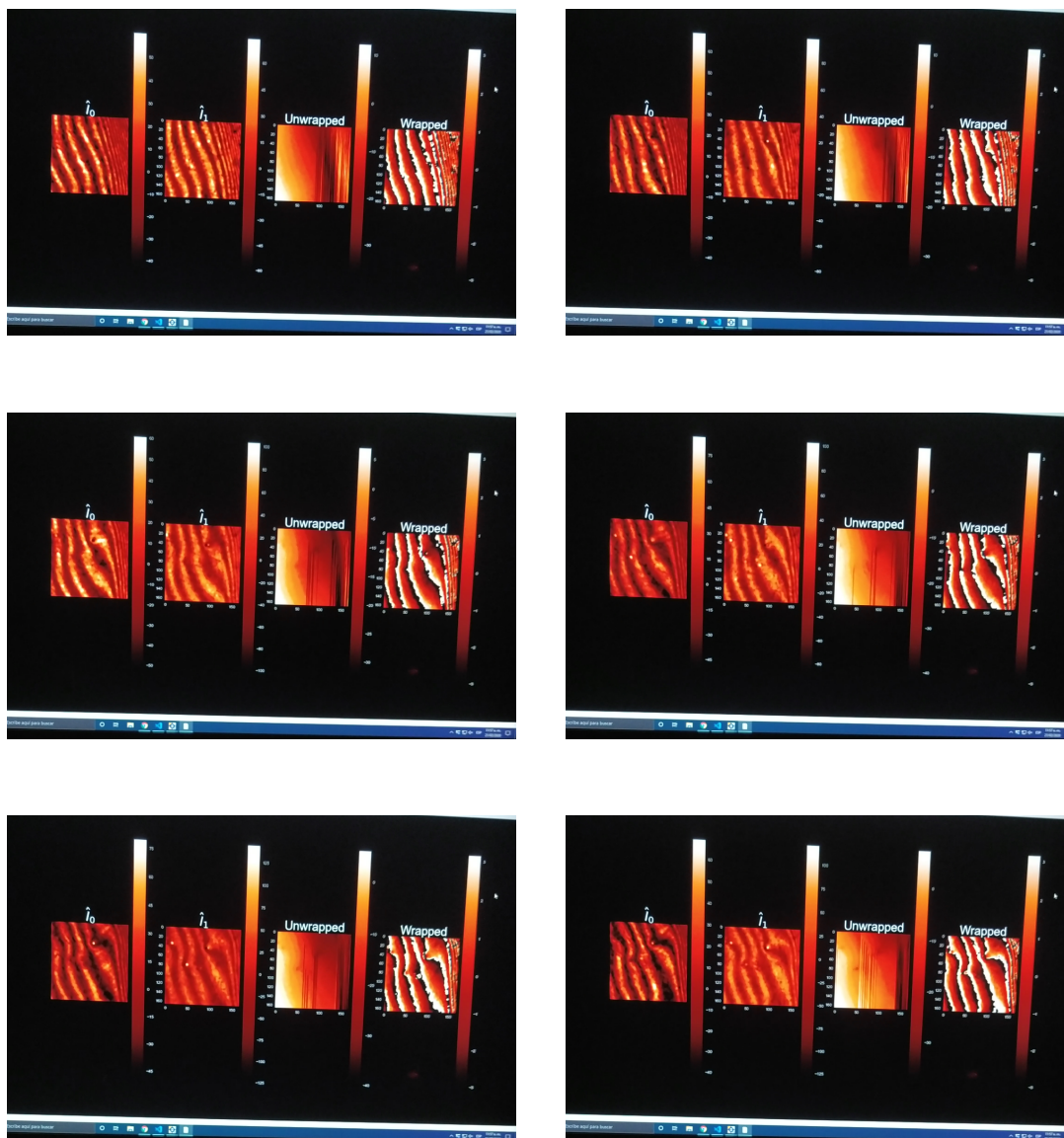


Figura 5.3: De forma similar a la figura anterior, se han colocado algunas gotas de agua para observar los cambios que se producen.

Capítulo 6

Conclusiones

En el [Capítulo 1](#) se discute cuales son los antecedentes de trabajo, el contexto del proyecto así como los objetivos generales y específicos del presente proyecto.

En el [Capítulo 2](#) se describió los fundamentos teóricos y antecedentes para la elaboración del presente proyecto de tesis. Se estudiaron los fundamentos sobre la interferometría, los modelos matemáticos y la descripción del fenómeno físico en sí. Se describió algunos interferómetros más usados además de una descripción opulenta del interferómetro utilizado para la elaboración de este trabajo, el interferómetro de trayectoria común de doble apertura, se realizó su descripción matemática y experimental. Se explicaron fundamentos sobre la técnica base utilizada en este trabajo, la interferometría de corrimiento de fase, o PSI de sus siglas en ingles *Phase Shifting Interferometry* junto a las herramientas necesarias para realizar la correcta recuperación de la fase del frente de onda, como es el método de desenvolvimiento de fase de Itoh.

En el [Capítulo 3](#), se describió una de las aportaciones originales de este trabajo. Se realizó la implementación experimental de una nueva técnica nombrada como APSI, *Amplitude Phase-Shifting Interferometry*, en este capítulo se describió el modelo matemático, así como su descripción experimental y se mostraron algunos de los resultados experimentales. Esta última técnica fue clave para la implementación de este trabajo descrito en el capítulo siguiente ya que era necesario conocer y familiarizarse con el uso de luz polarizada en el interferómetro a emplear y las consecuencias experimentales que conlleva. Con esta técnica es posible obtener la amplitud del campo referencia y prueba sin ambigüedad y además de la fase del frente de onda.

En el [Capítulo 4](#) se describió la segunda aportación original. Se realizó una descripción detallada del modelo matemático del presente proyecto de tesis y además

la descripción de la implementación experimental de este modelo, así como cada uno de los componentes ópticos utilizados y cuál fue la función de este en el experimento. Se concluyo que para tener una correcta calibración del sistema es necesario obtener los valores experimentales dados por la rejilla y no los teóricos dados por la función sinc y finalmente se muestra un método para obtener estas constantes en el proceso experimental y teórico. Se explicó a detalle cómo funcionan los algoritmos programados descritos en los anexos, como se realiza la calibración del sistema y como utilizar los programas. Con esta técnica se es posible observar las variaciones de fase en tiempo real satisfactoriamente lo cual era el objetivo general de este trabajo con lo cual se concluye que se ha cumplido positivamente la meta de este trabajo.

En el [Capítulo 5](#) se presentaron algunas de las pruebas experimentales. Se presentan 3 secuencias de capturas en tiempo real, una es moviendo la rejilla de manera que se aumente o disminuya, según corresponda, el número de franjas. Otra fue utilizar algunas gotas de agua sobre un portaobjetos de microscopio. Y finalmente usando alcohol nuevamente en el portaobjetos. Estas dos últimas deformaban las franjas en algunas secciones que para el algoritmo ya no era posible identificarlas correctamente, se concluye que con una cámara de mejor resolución se pueden tener mejores resultados. De la misma forma, utilizando un algoritmo de desenvolvimiento diferente, probablemente pueda mejorarse el tiempo de ejecución. Los algoritmos programados dependen del sistema en cual se estén ejecutando, en este sentido un mejor hardware del ordenador en el que se ejecuten, mejorarían la velocidad de visualización.

6.1. Trabajo a futuro

- Explorar el uso de otros algoritmos de desenvolvimiento de fase de manera que se mejore el tiempo de ejecución y visualización.
- Utilizar otros materiales para conocer su comportamiento bajo diferentes circunstancias.

Apéndice A

Códigos

A.1. Método de Itoh en 2D

```
import numpy as np

def itoh_2D(W):
    renglon, columna = W.shape
    phi = np.zeros(W.shape)
    psi = np.zeros(W.shape)
    phi[0, 0] = W[0, 0]
    for m in range(1, columna):
        Delta = W[0, m] - W[0, m - 1]
        WDelta = np.arctan2(np.sin(Delta), np.cos(Delta))
        phi[0, m] = phi[0, m - 1] + WDelta
    psi[0, :] = phi[0, :]

    for k in range(columna):
        psi[0, k] = W[0, k]
    for p in range(1, renglon):
```

```
Delta = W[p, k] - W[p - 1, k]
WDelta = np.arctan2(np.sin(Delta), np.cos(Delta))
phi[p, k] = phi[p - 1, k] + WDelta
return phi
```

A.2. APSI3: Amplitude Phase Shifting Interferometry con tres interferogramas

```
import cv2
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image
from Plot3D import Plot3D
from Itoh import itoh_2D
import inspect

def mouse_crop(event, x, y, flags, param):
    global x_start, y_start, x_end, y_end, cropping

    if event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
        x_start, y_start, x_end, y_end = x, y, x, y
        cropping = True

    elif event == cv2.EVENT_MOUSEMOVE:
        if cropping == True:
            x_end, y_end = x, y
```

```
elif event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
    x_end, y_end = x, y
    cropping = False

    refPoint = [(x_start, y_start), (x_end, y_end)]
    print('Coordenadas')
    print('x_start=', x_start)
    print('y_start=', y_start)
    print('x_end=', x_end)
    print('y_end=', y_end)
    if len(refPoint) == 2:
        roi = oriImage[refPoint[0][1]:refPoint[1]
                        [1], refPoint[0][0]:refPoint[1][0]]
        cv2.imshow("Cropped", roi)

cropping = False
x_start, y_start, x_end, y_end = 0, 0, 0, 0
image = cv2.imread('I0d_retarder.png')
oriImage = image.copy()

cv2.namedWindow("image", cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", mouse_crop)
cv2.resizeWindow('image', 1280, 800)

while True:
```

A. CÓDIGOS

```
i = image.copy()
key = cv2.waitKey(2)
if not cropping:
    cv2.namedWindow('image', cv2.WINDOW_NORMAL)
    cv2.imshow("image", image)

elif cropping:
    cv2.rectangle(i, (x_start, y_start), (x_end, y_end), (255, 0, 0), 2)
    cv2.namedWindow('image', cv2.WINDOW_NORMAL)
    cv2.imshow("image", i)

if key % 256 == 27:
    cv2.destroyAllWindows()
    break

In_0 = cv2.imread('I0d_retarder.png')
In_1 = cv2.imread('I1d_retarder.png')
In_2 = cv2.imread('I2d_retarder.png')

I0 = In_0[y_start:y_end, x_start:x_end]
I1 = In_1[y_start:y_end, x_start:x_end]
I2 = In_2[y_start:y_end, x_start:x_end]

I0 = np.mean(In_0[y_start:y_end, x_start:x_end], axis=2)
I1 = np.mean(In_1[y_start:y_end, x_start:x_end], axis=2)
I2 = np.mean(In_2[y_start:y_end, x_start:x_end], axis=2)
```

```
plt.imshow(I0, cmap='gist_heat')
plt.colorbar()
plt.grid()
plt.show()
plt.imshow(I1, cmap='gist_heat')
plt.colorbar()
plt.grid()
plt.show()
plt.imshow(I2, cmap='gist_heat')
plt.colorbar()
plt.grid()
plt.show()

u1 = 1/3*(I0+I1+I2)
u2 = 1/3*(-I0+2*I1-I2)
u3 = (-I0+I2)/np.sqrt(3)

Ap = u1-u2
Ar = 2*u1-2*np.sqrt(u1**2-u2**2-u3**2)
phi = np.arctan2((u1-u2-np.sqrt(u1**2-u2**2-u3**2)), u3)

Plot3D(Ap, "$A_p$")
Plot3D(Ar, "$A_r$")
Plot3D(itoh_2D(phi), "$\phi$")
Plot3D(phi, "$\phi$")
```

A.3. Calibración de One-shot SGPSI: Self Shifting General Phase Shifting Interferometry

```
import PyCapture2
import cv2
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image
from Plot3D import Plot3D
from Itoh import itoh_2D
import FlyCapture2Test as fly
import time
from Filter import prom_filter
from matplotlib import ticker
plt.style.use('dark_background')
plt.rcParams.update({'figure.max_open_warning': 0})

while True:
    image = cv2.imread('Ip.png')

    def mouse_crop(event, x, y, flags, param):
        global x_c, y_c
        if event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
            print("Coordinates of pixel: X: ", x, "Y: ", y)
            x_c, y_c = x, y
```

```
x_c, y_c = 0, 0
cropping = False

oriImage = image.copy()

cv2.namedWindow("image", cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", mouse_crop)

while True:
    i = image.copy()
    key = cv2.waitKey(2)
    if not cropping:
        cv2.namedWindow('image', cv2.WINDOW_NORMAL)
        cv2.imshow("image", image)

    if key % 256 == 27:
        cv2.destroyAllWindows()
        break

    x_c1, y_c1 = x_c, y_c

    x_c, y_c = 0, 0
    cropping = False

oriImage = image.copy()
```

A. CÓDIGOS

```
cv2.namedWindow("image", cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", mouse_crop)

while True:
    i = image.copy()
    key = cv2.waitKey(2)
    if not cropping:
        cv2.namedWindow('image', cv2.WINDOW_NORMAL)
        cv2.imshow("image", image)

    if key % 256 == 27:
        cv2.destroyAllWindows()
        break

    x_c2, y_c2 = x_c, y_c
    x_c1, y_c1 = 316, 873
    x_c2, y_c2 = 642, 874
    d = x_c2 - x_c1
    x_c3 = x_c2 + d
    x_c4 = x_c3 + d
    x_c5 = x_c4 + d
    x_c6 = x_c5 + d
    print(x_c1, x_c2, x_c3, x_c4)
    ancho_end = 0
    largo = 85
    altura = 70
    ancho_start = largo * 2
```

```
y_start, y_end = y_c1-ancho_start-altura, y_c1+ancho_end-altura

Ip = cv2.imread('Ip.png')
Ir = cv2.imread('Ir.png')

I_1r = np.mean(Ip[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo], axis=2)
I0r = np.mean(Ip[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo], axis=2)
I1r = np.mean(Ip[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo], axis=2)

I_1p = np.mean(Ir[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo], axis=2)
I0p = np.mean(Ir[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo], axis=2)
I1p = np.mean(Ir[y_start:y_end, x_c4-largo: x_c4+largo], axis=2)

Ip[y_start: y_end, x_c1-largo: x_c1+largo] = 0
Ip[y_start: y_end, x_c2-largo: x_c2+largo] = 0
Ip[y_start: y_end, x_c3-largo: x_c3+largo] = 0

Ir[y_start: y_end, x_c2-largo: x_c2+largo] = 0
Ir[y_start: y_end, x_c3-largo: x_c3+largo] = 0
Ir[y_start: y_end, x_c4-largo: x_c4+largo] = 0

c0c_1_p = I0p/I_1p
c0c1_p = I0p/I1p

c0c_1_r = I0r/I_1r
c0c1_r = I0r/I1r
```

A. CÓDIGOS

```
print(c0c1_p.shape, c0c_1_p.shape, c0c1_r.shape, c0c_1_r.shape)
```

```
I = cv2.imread('I.png')
```

```
I_2 = np.mean(I[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo], axis=2)
```

```
I_1 = np.mean(I[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo], axis=2)
```

```
I0 = np.mean(I[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo], axis=2)
```

```
I1 = np.mean(I[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo], axis=2)
```

```
I[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo] = 0
```

```
I[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo] = 0
```

```
I[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo] = 0
```

```
I[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo] = 0
```

```
plt.imshow(cv2.cvtColor(I, cv2.COLOR_BGR2RGB))
```

```
plt.grid()
```

```
manager = plt.get_current_fig_manager()
```

```
manager.window.showMaximized()
```

```
plt.show()
```

```
Inter = cv2.imread('I.png')
```

```
I_2 = Inter[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo]
```

```
I_1 = Inter[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo]
```

```
I0 = Inter[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo]
```

```
I1 = Inter[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo]
```

```
I_2 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo], axis=2)
I_1 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo], axis=2)
I0 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo], axis=2)
I1 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo], axis=2)

I_hat11 = prom_filter(prom_filter(I_1-I1-c0c1_p*I_2))
I_hat01 = prom_filter(prom_filter(I0-c0c1_p*I1-I_2))

I_hat12 = prom_filter(prom_filter(I_1-I1-c0c1_p*I_2))
I_hat02 = prom_filter(prom_filter(I0-c0c1_p*I1-I_2))

I_hat13 = prom_filter(prom_filter(I_1-I1-c0c1_r*I_2))
I_hat03 = prom_filter(prom_filter(I0-c0c1_r*I1-I_2))

I_hat14 = prom_filter(prom_filter(I_1-I1-c0c1_r*I_2))
I_hat04 = prom_filter(prom_filter(I0-c0c1_r*I1-I_2))

fig = plt.figure()
ax1 = fig.add_subplot(241)
ax1.title.set_text('I_hat1: 1')
plt.imshow(I_hat11, cmap='gist_heat')
cb1 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb1.locator = tick_locator
cb1.update_ticks()
plt.grid('off')
```

A. CÓDIGOS

```
ax2 = fig.add_subplot(242)
ax2.title.set_text('I_hat1: 2')
plt.imshow(I_hat12, cmap='gist_heat')
cb2 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb2.locator = tick_locator
cb2.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
ax3 = fig.add_subplot(243)
ax3.title.set_text('I_hat1: 3')
plt.imshow(I_hat13, cmap='gist_heat')
cb3 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb3.locator = tick_locator
cb3.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
ax4 = fig.add_subplot(244)
ax4.title.set_text('I_hat1: 4')
plt.imshow(I_hat14, cmap='gist_heat')
cb4 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb4.locator = tick_locator
cb4.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
```

```
ax5 = fig.add_subplot(245)
ax5.title.set_text('I_hat0: 1')
plt.imshow(I_hat01, cmap='gist_heat')
cb5 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb5.locator = tick_locator
cb5.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
ax6 = fig.add_subplot(246)
ax6.title.set_text('I_hat0: 2')
plt.imshow(I_hat02, cmap='gist_heat')
cb6 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb6.locator = tick_locator
cb6.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
ax7 = fig.add_subplot(247)
ax7.title.set_text('I_hat0: 3')
plt.imshow(I_hat03, cmap='gist_heat')
cb7 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb7.locator = tick_locator
cb7.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
```

A. CÓDIGOS

```
ax8 = fig.add_subplot(248)
ax8.title.set_text('I_hat0: 4')
plt.imshow(I_hat04, cmap='gist_heat')
cb8 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb8.locator = tick_locator
cb8.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid('off')
manager = plt.get_current_fig_manager()
manager.window.showMaximized()
plt.show()

n = input('I_hat1: ')

if n.strip() == '1':
    I_hat1 = I_hat11
    c0c1_1 = c0c1_p
if n.strip() == '2':
    I_hat1 = I_hat12
    c0c1_1 = c0c1_p
if n.strip() == '3':
    I_hat1 = I_hat13
    c0c1_1 = c0c1_r
if n.strip() == '4':
    I_hat1 = I_hat14
    c0c1_1 = c0c1_r
```

```
m = input('I_hat0: ')

if m.strip() == '1':
    I_hat0 = I_hat01
    c0c1_0 = c0c1_p
if m.strip() == '2':
    I_hat0 = I_hat02
    c0c1_0 = c0c1_p
if m.strip() == '3':
    I_hat0 = I_hat03
    c0c1_0 = c0c1_r
if m.strip() == '4':
    I_hat0 = I_hat04
    c0c1_0 = c0c1_r

phi = np.arctan2(I_hat1-I_hat0, I_hat1+I_hat0)
phi = np.arctan2(prom_filter(np.sin(phi)), prom_filter(np.cos(phi)))
unwrapped = itoh_2D(phi)
print(np.max(I_hat0), np.min(I_hat0), np.max(I_hat1), np.min(I_hat1))
fig = plt.figure(1)

ax1 = fig.add_subplot(141)
plt.imshow(I_hat0, cmap='gist_heat')
plt.axis('off')
ax1.set_title("$\hat{I}_{0}$", fontsize='30')
cb1 = plt.colorbar()
```

A. CÓDIGOS

```
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb1.locator = tick_locator
cb1.update_ticks()
plt.grid('off')
plt.grid()

ax2 = fig.add_subplot(142)
ax2.set_title("$\hat{I}_{1}$", fontsize='30')
plt.imshow(I_hat1, cmap='gist_heat')
plt.grid()
cb2 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb2.locator = tick_locator
cb2.update_ticks()
plt.grid('off')

ax3 = fig.add_subplot(143)
ax3.set_title("Unwrapped", fontsize='30')
plt.imshow(unwrapped, cmap='gist_heat')
cb3 = plt.colorbar()
plt.grid()

ax4 = fig.add_subplot(144)
ax4.set_title("Wrapped", fontsize='30')
plt.imshow(phi, cmap='gist_heat')
cb4 = plt.colorbar()
plt.grid()
```

```
manager = plt.get_current_fig_manager()
manager.window.showMaximized()
plt.show()

n = input("type 'exit' to break: ")
if n.strip() == 'exit':
    break
```

A.4. Captura y visualización de One-Shot SGPSI

```
import PyCapture2
import cv2
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image
from Plot3D import Plot3D
from Itoh import itoh_2D
import FlyCapture2Test as fly
import time
from Filter import prom_filter
from matplotlib import ticker
plt.style.use('dark_background')
plt.rcParams.update({'figure.max_open_warning': 0})

bus = PyCapture2.BusManager()
num_cams = bus.getNumOfCameras()
```

A. CÓDIGOS

```
print('Number of cameras detected: ', num_cams)
if not num_cams:
print('Insufficient number of cameras. Exiting...')
exit()

c = PyCapture2.Camera()
uid = bus.getCameraFromIndex(0)
c.connect(uid)

extension = '.png'
print('Starting image capture...')
c.startCapture()
plt.ion()
fig = plt.figure(2)

for i in range(0, 20000):
    start_time = time.time()
    fly.grab_images(c, 1, "Inter"+extension)
    Inter = cv2.imread("Inter"+extension)

    y_start, y_end = y_c1-ancho_start-altura, y_c1+ancho_end-altura

    I_2 = Inter[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo]
    I_1 = Inter[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo]
    I0 = Inter[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo]
    I1 = Inter[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo]
```

```

I_2 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c1-largo:x_c1+largo], axis=2)
I_1 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c2-largo:x_c2+largo], axis=2)
I0 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c3-largo:x_c3+largo], axis=2)
I1 = np.mean(Inter[y_start:y_end, x_c4-largo:x_c4+largo], axis=2)

I_hat1 = I_1-I1-c0c1_1*I_2
I_hat1 = prom_filter(I_hat1)
I_hat1 = prom_filter(I_hat1)
I_hat0 = I0-c0c1_0*I1-I_2
I_hat0 = prom_filter(I_hat0)
I_hat0 = prom_filter(I_hat0)

phi = np.arctan2(I_hat1-I_hat0, I_hat1+I_hat0)
unwrapped = itoh_2D(phi)

ax1 = fig.add_subplot(141)
plt.imshow(I_hat0, cmap='gist_heat')
plt.axis('off')
ax1.set_title("$\hat{I}_{0}$", fontsize='30')
cb1 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb1.locator = tick_locator
cb1.update_ticks()
plt.grid()

ax2 = fig.add_subplot(142)
ax2.set_title("$\hat{I}_{1}$", fontsize='30')

```

A. CÓDIGOS

```
plt.imshow(I_hat1, cmap='gist_heat')
plt.grid()
cb2 = plt.colorbar()
tick_locator = ticker.MaxNLocator(nbins=12)
cb2.locator = tick_locator
cb2.update_ticks()

ax3 = fig.add_subplot(143)
ax3.set_title("Unwrapped", fontsize='30')
plt.imshow(unwrapped, cmap='gist_heat')
cb3 = plt.colorbar()
plt.grid()

ax4 = fig.add_subplot(144)
ax4.set_title("Wrapped", fontsize='30')
plt.imshow(phi, cmap='gist_heat')
cb4 = plt.colorbar()
plt.grid()

manager = plt.get_current_fig_manager()
manager.window.showMaximized()
plt.pause(0.05)
plt.clf()

plt.show()
plt.close()
```

`c.stopCapture()`

`c.disconnect()`

Bibliografía

- [1] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Appl. Opt.*, 13(11):2693–2703, Nov 1974. 1
- [2] Richard Leach (eds.) Richard Leach (auth.). *Optical Measurement of Surface Topography*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2011. 1
- [3] David D. Nolte (auth.). *Optical Interferometry for Biology and Medicine*. Bioanalysis 1. Springer-Verlag New York, 1 edition, 2012. 1
- [4] Tomohiro Kiire, Suezou Nakadate, and Masato Shibuya. Phase-shifting interferometer based on changing the direction of linear polarization orthogonally. *Appl. Opt.*, 47(21):3784–3788, Jul 2008.
- [5] Takeomi Suzuki and Ryuichi Hioki. Translation of light frequency by a moving grating. *J. Opt. Soc. Am.*, 57(12):1551–1551, Dec 1967.
- [6] Cruz Meneses-Fabian, Rosaura Kantún-Montiel, Gildardo Lemus Alonso, and Uriel Rivera-Ortega. Double aperture common-path phase-shifting interferometry by translating a ruling at the input plane. *Optics Letters*, 38:1850–1852, 06 2013.
- [7] C.J Tay, C. Quan, and H.M Shang. Shape identification using phase shifting interferometry and liquid-crystal phase modulator. *Optics and Laser Technology*, 30:545–550, 11 1998.
- [8] Carlos Robledo-Sánchez, Rigoberto Juarez-Salazar, Cruz Meneses-Fabian, Fermin Guerrero-Sanchez, L.M. Arevalo-Aguilar, Gustavo Rodriguez-Zurita, and Viridiana Ixba-Santos. Phase-shifting interferometry based on the lateral displacement of the light source. *Optics Express*, 21:17228–17233, 07 2013. 1
- [9] P. Hariharan. *Basics of interferometry*. Academic Press, 2 edition, 2007. 6

BIBLIOGRAFÍA

- [10] Grant R. Fowles. *Introduction to Modern Optics*. Dover Publications, 2 edition, 1989. [7](#), [34](#)
- [11] James C. Wyant Eric P. Goodwin. *Field Guide to Interferometric Optical Testing*. SPIE Field Guide Series Vol. FG10. SPIE Publications, 2006. [8](#), [9](#)
- [12] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley series in pure and applied optics. Wiley-Interscience, 3rd ed edition, 2007. [10](#), [14](#), [15](#)
- [13] Kazuyoshi Itoh. Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Appl. Opt.*, 21(14):2470–2470, Jul. [21](#)
- [14] Mark D. Pritt Dennis C. Ghiglia. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*. Wiley Publications, 1998. [24](#)
- [15] Eugene Hecht. *Optics, Global Edition*. Pearson Higher Education, 5ed. edition, 2017. [27](#), [31](#)