



# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

---

---

Facultad de Ingeniería

Secretaría de Investigación y Estudios de Posgrado

MAESTRÍA EN VALUACIÓN

*VALUACIÓN DE EMPRESAS MEDIANTE PROCESOS  
ESTOCÁSTICOS DE SIMULACIÓN MONTE CARLO,  
ESTIMACIÓN PUNTUAL Y ESTIMACIÓN POR  
INTERVALOS DE CONFIANZA*

**TESIS**

para obtener el grado de:

**MAESTRO EN VALUACIÓN**

Presenta:

**DAGOBERTO MERLO CORTINA**

Director de tesis:

**MTRO. CARLOS PELAEZ GOYCOCHEA**

Puebla, Agosto 2014

**BUAP**



OFICIO: 2362/2014

**C.P. JOSÉ JUAN MORALES RODRÍGUEZ**  
DIRECTOR DE ADMINISTRACION ESCOLAR  
BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA  
P R E S E N T E.

Por medio del presente, hago de su conocimiento que el **C. Dagoberto Merlo Cortina**, pasante de la Maestría en Valuación, quien en fecha próxima presentará su Examen de Grado, solicita jurado y fecha de examen. Por lo que me permito sugerir a usted que el JURADO esté integrado por los siguientes Catedráticos:

PRESIDENTE: MTRO. CARLOS PELAEZ GOYCOCHEA  
SECRETARIO: MTRO. DAVID ANTONIO SÁNCHEZ JIMÉNEZ  
VOCAL: MTRA. MARÍA DE LOS ÁNGELES DÍAZ DE LEÓN FLORES  
VOCAL: MTRO. JOSÉ SALVADOR MOZO ARISTA

La fecha y hora propuesta por esta Facultad es el día 21 de agosto de 2014, a las 17:00 hrs.

Sin otro particular de momento, reciba un cordial saludo.

BENEMÉRITA  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA  
"PENSAR BIEN, PARA VIVIR MEJOR"  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
H. Puebla de Zaragoza, a 11 de julio de 2014.

M. en I. EDGAR IRAM VILLAGRAN ARROYO  
DIRECTOR

C.c.p. Archivo  
GJS/DSJ/sco\*

4

M. I. EDGAR IRAM VILLAGRAN ARROYO.

DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA  
BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA

P R E S E N T E :

El que suscribe, PROF. CARLOS PELAEZ GOYCOCHEA, director de la tesis con el título "VALUACION DE EMPRESAS MEDIANTE PROCESOS ESTOCASTICOS DE SIMULACION MONTE CARLO, ESTIMACION PUNTUAL Y ESTIMACION POR INTERVALOS DE CONFIANZA, elaborada por el pasante de Maestría en Ingeniería Dagoberto Merlo Cortina, por este conducto hago de su conocimiento, que después de haber revisado y verificado el contenido de la misma, autorizo al postulante para que proceda a su impresión, y así continuar con los trámites correspondientes al examen que se requiere, según reglamentos de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y de la Facultad de ingeniería.

Sin más por el momento y para los fines que al interesado convengan, extendiendo la presente en la

H. Puebla de Zaragoza a 26 de junio de 2014.



---



c.c.p. el interesado.

## **Agradecimientos.**

A Mi Familia.

A Mis Maestros.

A la Facultad de Ingeniería de La BUAP.

A La Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

**VALUACIÓN DE EMPRESAS MEDIANTE PROCESOS ESTOCÁSTICOS DE  
SIMULACIÓN MONTE CARLO, ESTIMACIÓN PUNTUAL Y ESTIMACIÓN POR  
INTERVALOS DE CONFIANZA.**

**CONTENIDO**

**Introducción.**

**Reseña Histórica Filosófica De La Teoría del Valor.**

**Capítulo 1. Principales Modelos Matemáticos Usados en la  
Valuación de Empresas.**

**Resumen y Palabras clave del Cap. 1**

**Valor del dinero a través del tiempo.**

**Tasas de interés y Tasas de descuento.**

**Interés Simple.**

**Interés compuesto.**

**Valor presente de un ingreso futuro. Caso de un periodo.**

**Valor presente de un ingreso futuro. Caso multiperiodo.**

**Proceso de capitalización.**

**Proceso de descuento**

**Valor presente de una perpetuidad constante.**

**Valor presente de una perpetuidad con crecimiento.**

**Valor presente de una anualidad constante de  $t$  periodos.**

**Valor presente de un valor de rescate o valor terminal en el año  $t$ , constituido por una perpetuidad con crecimiento estable, después de  $t$  flujos independientes.**

**Valor total de una empresa mediante el modelo de flujos de efectivo descontados:**

**Capítulo 2. La Contabilidad Financiera y Los Flujos de Efectivo.**

**Resumen y Palabras clave del Cap. 2**

**Entendiendo Los Estados Financieros de la Empresa.**

**El Estado de Situación Financiera.**

## **Ejemplo de Balance**

**Aspectos relevantes a considerar en el balance**

**El Estado Financiero de Resultados.**

**Principales cuentas del estado de resultados.**

**Relación con el balance.**

## **Ejemplo de Estado de resultados**

**Aspectos relevantes a considerar en el estado de resultados.**

**El Estado de Flujos de Efectivo Financieros.**

**Estado de cambios en la situación financiera.**

**Flujos de Efectivo Hacia la Empresa.**

**Flujos de Efectivo Hacia los Accionistas.**

**Flujos de efectivo Hacia los Acreedores.**

## **Capítulo 3. Revisión del Estado del Arte. Métodos de valuación de Empresas.**

### **Resumen y Palabras clave del Cap.3.**

#### **Métodos estáticos: Basados en El Estado de Situación Financiera.**

**Método del Valor Contable.**

**Método del Valor Contable Ajustado.**

**Método del Valor de Liquidación.**

**Método del Valor Sustancial.**

#### **Métodos Dinámicos: Basados en El Estado de Resultados.**

**Método del Valor de Los Beneficios.**

**Método del Valor de Los Dividendos.**

**Método del Múltiplo de Las Ventas.**

#### **Métodos Basados en el Crédito Comercial o Goodwill.**

**Método de Valuación Clásico.**

**Método Simplificado de la “Renta Abreviada del Goodwill” o Método de la UEC simplificado.**

**Método de la Unión de Expertos Contables Europeos UEC.**

**Método directo o Método Anglosajón.**

**Método Indirecto o” Método de Los Prácticos”.**

**Método Alemán.**

**Método de Compra de Resultados Anuales.**

**Métodos de la Tasa con Riesgo y de la Tasa Sin Riesgo.**

## **Método de Los Múltiplos**

**Valuación Relativa.**

**Análisis Financiero.**

**Sistema Dupont.**

**Métodos de Razones Financieras o Múltiplos**

## **Métodos Basados en el flujo de Efectivo Descontado**

**Método del FCF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo Libre A La Firma.**

**Método del FCF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo Libre a Los Accionistas.**

**Método del CCF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a La Firma.**

**Método del CCF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a Los Accionistas.**

**Método del ECF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo Económico a La Firma.**

**Método del ECF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a Los Accionistas**

**Método del BRA-FCF<sub>F</sub>. Fl. de Ef. Lib. A La. Fir., Ajustado por Riesgo del Neg.**

**Método del BRA-FCF<sub>E</sub>. Fl de Ef. Lib. A la Acc., Ajustado por Riesgo del Neg.**

**Método del RFA\_FCF<sub>F</sub>. Fl. de Ef. Lib. A La. Fir., Ajustado por Tasa Libre de Riesgo.**

**Método del RFA\_FCF<sub>E</sub>. Fl. de Ef. Lib. A Los Ac., Ajustado por Tasa Libre de Riesgo.**

**Método del APV<sub>F</sub>. Valor Pres. Ajust. A Costo de Cap. no Apal. Para la Firma.**

**Método del APV<sub>E</sub>. Valor Pres. Ajustado. A Costo de Cap. no Apalancado. Para los Accionistas.**

## **Método de Las Opciones.**

**Método de Las Opciones Financieras.**

**Método de Las Opciones Reales.**

## **Métodos Basados en Incrementos de Flujos.**

**Método de Descomposición de Valores.**

**Método del EVAF. Valor Económico Incremental agregado a La Firma**

**Método del EVAE. Valor Económico Incremental agregado a Los Accionistas.**

**Método del FEVA.**

**Método del DDM.**

## **Capítulo 4. Procesos Estocásticos y el Método de Simulación Monte Carlo.**

### **Resumen y Palabras Clave del Cap. 4**

#### **Proceso Estocástico:**

**Definición:**

**Definición Matemática de Proceso Estocástico.**

**Clasificación De Los Procesos Estocásticos.**

**Clasificación Según La Estructura de T y E.**

**Clasificación Según Las Características Probabilísticas De Las V.A.**

#### **Método de simulación Montecarlo.**

**Definiciones:**

**Origen del método de simulación Monte Carlo.**

**Descripción del Método de Simulación Monte Carlo.**

**La Variable Aleatoria.**

**Variable aleatoria Discreta.**

**Variable aleatoria continúa.**

**Generadores de números aleatorios.**

## **Capítulo 5. Valuación de Empresas Mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación puntual y Estimación por Intervalos de Confianza.**

### **Resumen y Palabras Clave del Cap. 5.**

#### **Introducción.**

#### **Principales Conceptos de Probabilidad y Estadística Para la Simulación.**

**Histograma.**

**Función de distribución de Probabilidad.**

**Función densidad de Probabilidad.**

**Distribuciones y funciones de probabilidad acumulada.**

**Descripción y propiedades de funciones densidad de probabilidad, más adecuadas a las variables económicas.**

**La función de distribución normal de probabilidad.**

**Estimación Puntual.**

**Estimación por intervalos de Confianza.**

**Ejemplo manual, de la estimación del valor de una empresa con el método de flujos de efectivo descontados (DCF). (Didáctico).**

**Ejemplo con computadora, para múltiples variables aleatorias, con el método de flujos de efectivo descontados (DCF).**

**Interpretación de los Resultados de Simulación por Computadora**

**Estimación del Valor de la Empresa, para diferentes niveles de confianza dados por la desviación  $\sigma$ .**

**Conclusiones.**

**Bibliografía:**

## 1.-Introducción.

Desafiante y de gran interés, es la actividad de valuación de negocio en marcha, por su complejidad y variedad de enfoques, así como por la cantidad de métodos y, porque comprende todos los conceptos y argumentos a favor del bien que se valúa, debiéndose considerar entre ellos los siguientes:

1. Propiedades tangibles.
2. Propiedades intangibles.
3. Diferentes tipos y fuentes de recursos en giro.
4. Diferentes tipos de intereses económicos: Socios, inversionistas, directores, administradores, auditores, acreedores, proveedores, clientes, trabajadores, gobierno, competencia, etc.
5. Diferentes circunstancias para cada caso específico.
6. Diferentes horizontes en el transcurrir del tiempo, es decir, se observa el pasado; pero también se vislumbra el futuro con sus posibles escenarios.
7. Diferentes propósitos, etc.

El problema se hace más crítico cuando se tiene que enfrentar la cuantificación de hechos que están por transcurrir, ya sea en el corto o largo plazo.

Con base en lo anterior, muchos autores coinciden en que el valor económico de una empresa es “un tanto subjetivo”, que difiere de un enfoque a otro, y porque en ocasiones se confunden, los conceptos “Costo” “Precio” y “Valor”.

En consecuencia, el valor económico no se puede determinar como una cantidad absoluta, resultado de un modelo matemático, por lo que solamente podemos aspirar a una o varias estimaciones del mismo, que sirvan de referencia a diferentes entidades, para hacer sus propias conclusiones y tomar sus decisiones pertinentes al caso.

## 2.- Planteamiento del problema.

Debido a que el valor económico de un negocio en marcha no coincide, porque no es lo mismo, con el costo de sus propiedades, y de que los beneficios pasados que generó ya han sido aplicados, el valor del negocio depende de los beneficios futuros que de él se puedan obtener.

En la actualidad se cuenta con modelos matemáticos y procedimientos detallados para estimar el valor de una empresa; pero ¿quién conoce el futuro para poder asegurar que las expectativas se cumplirán?

Si en el pasado se puede observar la variabilidad, muchas veces inexplicable, que tuvieron los principales parámetros en los que se basa la creación de valor, ¿Qué se puede esperar en el futuro?

De lo anterior se deduce que el problema central en la estimación del valor, es la incertidumbre que se tiene en la cuantificación de las principales variables, que intervienen en los modelos matemáticos y en los enfoques más comúnmente usados.

Desde este punto de vista, nunca se podrá determinar un valor único, absoluto e incuestionable de la empresa, y solamente podremos enfocar nuestros esfuerzos a su mejor estimación.

Un proceso formal, versátil y flexible, es lo que se necesita dentro de la actividad de valuación de cualquier activo, para introducir el riesgo o incertidumbre que se presenta en la estimación de dichas variables y por lo tanto, del valor de el o los activos.

No existe hoy en día, un enfoque que tome en cuenta de manera científica, la variabilidad de esos parámetros, salvo en la valuación de opciones financieras que se cotizan en los mercados bursátiles, pese a que vivimos en un mundo cada vez más globalizado en el que los eventos sociales, económicos y políticos de una región, repercuten de manera inevitable en el resto del mundo, con la consecuente variabilidad en los parámetros económicos e indicadores financieros.

La mayoría de modelos de valuación que se han desarrollado, y que se describen en el capítulo tres, se debe a que diferentes autores han propuesto diferentes maneras de considerar el riesgo, en las diferentes variables económicas.

Dos ejemplos muy sencillos de esto, es que en el modelo de flujos de efectivo descontado, algunos autores han preferido considerar el riesgo, disminuyendo los flujos de efectivo, por otros de menor cuantía llamados equivalentes por certeza.

El otro ejemplo es de los casos en que se manipula la tasa de descuento incrementándola, lo que dio origen al Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM por sus siglas en inglés) y a la Teoría de Valuación por Arbitraje (APT por sus siglas en inglés). Cabe mencionar que el resultado de estos modelos es un solo número para la tasa de descuento.

También se procede a la estimación de las variables económicas de los modelos, por promedios simples, promedios ponderados, promedios móviles en series de tiempo, la media geométrica, los análisis de escenarios, análisis de sensibilidad, los incrementos por tendencias, y hasta las técnicas de regresión por el método de mínimos cuadrados.

Desafortunadamente, todos los esfuerzos mencionados anteriormente rinden su fruto en un solo número, que se considera el mejor estimado para introducirlo en el modelo, convirtiendo lo que por naturaleza es una variable, en una constante. La consecuencia es por lo tanto, un único resultado del modelo, que es objeto de todas las dudas, interrogantes, polémicas y manipulaciones, de acuerdo al objeto del avalúo, propósito y a los interesados en el mismo.

Alternativamente, la ciencia de la Probabilidad y Estadística que inició su desarrollo en el siglo XVIII, nos provee de conceptos y herramientas que determinan y miden la probabilidad y variabilidad de eventos naturales y artificiales, es decir, nos aporta medidas de variabilidad por un lado, como son la varianza, la desviación estándar y la covarianza entre tantas, y por otro nos aporta funciones de distribución de probabilidad, de densidad de probabilidad, y otras herramientas que nos ayudan a inferir estimaciones, dentro de un el nivel de confianza para la toma de decisiones.

### **3.- Hipótesis.**

Dentro del rango de todas y cada una de las variables que intervienen en los modelos matemáticos de valuación, existe un número infinito de valores, que deben ser considerados también como probables e incluirlos en los cálculos, mediante repeticiones o iteraciones del mismo modelo, y no solamente los valores esperados o extremos de una variable, como en el caso de análisis de escenarios.

### **4.- Tesis.**

*La valuación de empresas mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación puntual y Estimación por Intervalos de Confianza*, es posible y fácilmente desarrollada gracias a los avances tecnológicos, que permiten hacer los múltiples cálculos, en breves intervalos de tiempo, además de aplicar un tratamiento estadístico que nos permita cuantificar la tendencia central de los resultados y medir la variabilidad de los mismos, a partir de un conjunto muestra de valores obtenidos, para inferir que el valor de la empresa, se encuentra entre los límite inferior y superior, de diversos intervalos, asociados a diferentes niveles de confianza, información que el valuador debe presentar a los interesados.

De esta manera los interesados en el valor de la empresa, toman sus decisiones con base también, en su aversión o propensión al riesgo, en su propósito, en su capacidad de negociación, en sus expectativas, o en su planeación estratégica.

### **5.- Objetivos Generales.**

1.- Hacer una Investigación descriptiva de todos los enfoques y métodos de valuación de empresas, existentes hasta el momento, para determinar si se existe un enfoque que haga uso de la teoría de procesos estocásticos, para estimar el valor de una empresa o de lo que comúnmente se conoce como negocio en marcha.

2.-Hacer una Investigación analítica para comprender cabalmente el enfoque de dichos métodos, su filosofía, sus ventajas y desventajas.

### **6.- Objetivos Específicos.**

1. En caso de no existir un método de valuación de negocio en marcha, con enfoque probabilista, aportar nuevos procedimientos que disminuyan la subjetividad existente en los métodos de valuación y su práctica actual, mediante un enfoque estocástico de simulación múltiple.
2. Hacer más científica la actividad de valuación de empresas, porque cada iteración en el proceso de simulación, es un experimento.
3. Enfatizar el aprendizaje y uso de los paquetes computacionales disponibles actualmente en el mercado, que facilitan y realizan los múltiples cálculos que se requieren para obtener un conjunto muestral de valores, y las estimaciones basadas en el análisis e interpretación de estadística inferencial de los datos, es decir, aplicar la estimación puntual y la estimación por intervalos de confianza, a partir de la muestra.

## **7 Estructura y presentación del trabajo final.**

Este trabajo se inicia con la **Introducción**, que es la sección que se está desarrollando, y que termina con este inciso 7, con el cual se pretende dar un esquema general de la tesis, para que el lector conozca su contenido, con solamente leer esta introducción.

Posteriormente se hace una **Reseña Histórica Filosófica de La Teoría Del Valor**, para comprender su desarrollo y evolución, luego se presenta el **Contenido** y finalmente los cinco **Capítulos** que componen el cuerpo de la obra, de tal manera que la estructura del trabajo es:

**Introducción.**

**Reseña Histórica Filosófica de La Teoría Del Valor.**

**Contenido.**

**Capitulo 1. Principales Modelos Matemáticos Usados en la Valuación de Empresas.**

En este capítulo se describe la deducción y aplicación de los modelos matemáticos más comúnmente usados en la valuación de empresas. El enfoque del capítulo está en la comprensión de cada variable, su función, y la estructura de los modelos que expresan el valor del dinero a través del tiempo. Los principales modelos que se analizan pertenecen al grupo de capitalización y descuento de flujos de efectivo para periodos discretos:

Valor Presente de un flujo de efectivo descontado un periodo, Valor Presente de un Flujo de efectivo, descontado varios periodos, Valor Presente de una anualidad constante. Valor Presente de una perpetuidad constante y Valor Presente de una perpetuidad con crecimiento.

**Capitulo 2. La Contabilidad Financiera y Los Flujos de Efectivo**

En este capítulo se describen los estados financieros básicos, empleados para reportar la actividad corporativa. El enfoque del capítulo está en los detalles prácticos para la determinación de los diferentes tipos de flujos de efectivo. Esto Será de gran utilidad en los siguientes capítulos, para aplicar los modelos matemáticos y los métodos pertinentes a cada caso, con la finalidad de determinar el valor de la empresa. Se hace énfasis en la contabilidad financiera, los términos y conceptos contables que se emplean, así como siglas y abreviaturas de los mismos en el idioma inglés, ya que tienen un uso generalizado en la literatura del idioma español, respetando su origen, lo que hace más fácil su identificación y comprensión.

**Capitulo 3. Revisión del Estado del Arte**

En este capítulo se describen los diferentes métodos de valuación de empresas, que existen hasta el momento. La clasificación de estos, es de acuerdo con las fuentes de información que emplean, en los aspectos de la empresa que valúan, y en el grado de evolución que tienen. Se marca la diferencia entre valuación intrínseca y valuación relativa, así como la diferencia entre métodos tradicionales y métodos nuevos.

El enfoque está en los detalles de cada método, para resaltar sus ventajas y sus desventajas.

#### **Capítulo 4. Procesos Estocásticos y El Método de Simulación Monte Carlo**

En este capítulo se describe el origen, definiciones, bases y causas que motivaron el desarrollo de la técnica de simulación Monte Carlo. Posteriormente se hace una breve definición de los principales conceptos de la ciencia de la probabilidad y la estadística, que se emplean en los procesos de simulación. Luego se describe con detalle la forma en que opera esta técnica, para pasar a un ejemplo de aplicación general en el área de las finanzas

#### **Capítulo 5. Valuación de Empresas Mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación Puntual y Estimación por Intervalos de Confianza.**

Se desarrolla un ejemplo de aplicación a la valuación de empresas, tomando uno de los modelos más adecuados, desde la perspectiva de la valuación y de la aplicación del enfoque de simulación, que es el de Flujos de Efectivo Descontados, llamado también de Capitalización de Rentas, lo que constituye el objetivo principal de este trabajo.

Esta aplicación en la que se trata de mostrar la utilidad del proceso, se hace mediante el uso de una computadora y el software "Arena" especialmente elaborado para aplicaciones en la Ingeniería Industrial, y que también permite hacer simulaciones con modelos matemáticos. Esto con el fin de hacer más fácil y versátil el uso de la técnica, lo que permite al usuario enfocarse en los cambios que puede hacer a las variables que participan en el modelo, y en la interpretación de los resultados.

#### **Conclusiones.**

#### **Bibliografía.**

## Reseña Histórica Filosófica De La Teoría del Valor.

Tan polémica como interesante, se torna la teoría que trata de explicar las causas, fuentes o factores que impregnan valor a los bienes que la humanidad intercambia con el fin de satisfacer sus necesidades, cumplir sus deseos, o lograr sus objetivos.

Esta reseña tiene como finalidad mostrar el desarrollo histórico filosófico de la teoría del valor, en respuesta a las diferentes circunstancias sociales, políticas y económicas. Esto se justifica debido a la polémica interpretación que se tiene del concepto de valor, que obliga a retroceder en el tiempo, para abreviar de las distintas filosofías, y hacer un análisis de las contribuciones que han hecho los diferentes ideólogos sobre el tema, a lo largo de la historia.

Se inicia con la descripción de las cualidades que debe poseer un objeto para que tenga valor, posteriormente se aborda el tema según la interpretación de los economistas clásicos encabezados por **Adam Smith**, la corriente **Marxista** y finalmente de la corriente neoliberal representada por **John Stuart Mill**.

El concepto valor, de gran importancia en el desarrollo de la humanidad por la necesidad que tiene de intercambiar sus productos, como consecuencia de la especialización que se tiene en el trabajo, y que al dedicarse cada individuo solo a las actividades para las cuales tiene mayor habilidad y destreza, ha tenido que reflexionar en el beneficio de producir solamente cierta clase de bienes para vender sus excedentes y adquirir los que están fuera de sus posibilidades productivas.

Lo anterior ha hecho indispensable determinar la cantidad equivalente de un producto, cuando se intercambian por otro, y posteriormente, con la aparición del dinero, ha sido necesario determinar el número de unidades monetarias que debe entregar un comprador al vendedor, de tal forma que se logre una operación justa, entendiéndose por esto que ambos logran la satisfacción deseada de la transacción, por lo que están dispuestos a realizarla.

Como ejemplo de la evolución que se estudia en esta reseña, se debe tomar en cuenta que nuestro actual sistema monetario internacional, data apenas de 1976, año en el que quedó totalmente destruido el sistema de patrón de cambios dólar-oro, basado en los acuerdos de Bretton Woods para definir la capacidad adquisitiva de las distintas monedas de cada país, pues en marzo de 1973 se eliminan los tipos de cambio fijos y en enero de 1976 es abolido el precio oficial del oro. Se debe considerar también, que el sistema de libre flotación del valor de las monedas se inicia en 1968 con la moneda artificial DEG cuyo valor estaba ligado al patrón dólar-oro; pero que en 1976 esa moneda pasa a estar formada por un conjunto de monedas reales.

Este nuevo sistema que surge a partir de 1976, se caracteriza por tener una unidad de cuenta: El DEG, con un tipo de cambio variable y una flotación libre. Por otro lado la moneda Euro, ha tenido grandes problemas para consolidarse como moneda única del Continente Europeo, al contemplarse la probable expulsión de países con problemas de baja productividad y de alta inflación, como es el caso de Grecia y España.

Desde el siglo V antes de Cristo, los filósofos griegos se dedicaron a estudiar el concepto de valor y observaron que existen objetos indispensables para la vida y que sin embargo no tienen valor económico. Por el contrario existen productos que tienen que ser elaborados o conseguidos por el hombre y que tienen un valor económico por la utilidad, satisfacción y el nivel de vida que le proporcionan.

De sus observaciones concluyeron que existen dos tipos de valores:

- A. Valor de uso.**
- B. Valor de cambio.**

Explicaban el primero como el valor que tienen las cosas por la utilidad que brindan a su propietario y al segundo como la cantidad monetaria o de otra mercancía que debería entregarse al vendedor y de esta manera llevar a cabo una operación mercantil. También concluyeron que los factores sociales que generan valor en un objeto, son:

- 1. Escasez.**
- 2. Utilidad.**
- 3. Deseabilidad.**

A partir de esto, establecieron que existe una cualidad más que le da valor a los objetos:

#### **4.-El trabajo humano necesario para su producción.**

Posteriormente, debido a la existencia de diferentes clases sociales, y la necesidad de justificar el papel que desempeñaba el estrato en el poder en cada época, se desarrollaron otras teorías conocidas como Economía Política, respecto a los factores que generan valor en una mercancía.

Fue así, que la clase terrateniente, durante el reinado de los señores feudales, atribuyó el valor de los productos, a la tierra, diciendo que solamente esta generaba valor y que los productos que tenían otro origen carecían de este.

Luego apareció la clase burguesa, la cual ante la inminente necesidad de apoderarse de los feudos y de los trabajadores para destinarlos a fines industriales dentro de los burgos, atacó tanto física como

ideológicamente a los terratenientes, con su economía política (de la burguesía), liderada por Adam Smith, argumentando que lo único que le daba valor a los objetos era el trabajo del hombre y que la renta que cobraban a los campesinos era injustificable. Calificaron en consecuencia a esa clase social, como estéril que no genera ningún valor, por lo que debía desaparecer.

Contribuyeron directamente a su desaparición, quemando las cosechas en los campos, por lo que los campesinos no tuvieron otra opción para su supervivencia, que emigrar a los feudos, vendiendo su trabajo al precio que estableciera la naciente clase industrial.

En el siglo XIX hace su aparición el ideólogo de la clase proletaria, el filósofo y economista alemán, Karl Marx (1818-1880), con su Economía política del Proletariado, quien interesado en explicar la causa de la miseria de los trabajadores y de las recurrentes crisis económicas, retoma la teoría del valor desarrollada por los clásicos, diciendo que efectivamente el valor de los objetos depende del trabajo humano implícito en los productos y que la acumulación de la riqueza de la burguesía se debe a que se apropia de una parte del trabajo que no les corresponde. A este excedente en manos de los industriales, Marx le llama plusvalía.

Con la falta de capacidad de compra y de consumo por parte de los proletarios, se genera la acumulación de la producción en las bodegas y la consecuente disminución de ingresos para la industria, presentándose el círculo vicioso que detona en las crisis económicas cíclicas del sistema capitalista.

Los industriales se defienden argumentando que su riqueza se debe al uso de las máquinas (el capital), que al depreciarse con el uso, requerirán ser reemplazadas por otras. A esta teoría se le conoce como "**Teoría Subjetiva Del Valor**" porque establece que el valor depende de los costos de producción.

El argumento de Marx contra esta hipótesis es que las máquinas también tienen valor por el trabajo humano que las creó y establece que el valor de los productos se debe al trabajo vivo o presente de los trabajadores y al trabajo muerto o pasado, implícito en la maquinaria empleada.

Finalmente Marx concluye que, como el trabajo es la referencia para determinar el valor de las mercancías, no se debe considerar cualquier cantidad de trabajo, ya que el desarrollo tecnológico hace cada vez más productivo el esfuerzo del hombre.

De esta manera es que Marx acuña el término de "**Trabajo Socialmente Necesario**" describiéndolo como la cantidad mínima necesaria de trabajo para producir una mercancía de acuerdo al desarrollo corriente de la tecnología. Esto se denomina "**La Teoría Objetiva Del Valor**" porque el valor no depende de la captación subjetiva de los individuos, sino de un elemento objetivo que es la cantidad de trabajo necesario para producir el bien.

El concepto de **“Trabajo Socialmente Necesario”**, siembra el antecedente de la supremacía por desarrollo tecnológico, pues si es bien aceptado que el trabajo del hombre genera valor, también se indica que no es cualquier cantidad de trabajo humano.

Por último, **“La Teoría Del Mercado Y De Los Precios”**, que surge como producto de la corriente neoliberal del pensamiento económico encabezada por **John Stuart Mill**, con su famosa frase **“Dejar Hacer, Dejar Pasar”**, que también es conocida como la **“Teoría de la Mano Invisible”**, porque argumentaba que el mercado se regularía solo, con la libre competencia al dedicarse cada quien a lo que más le conviniera según las necesidades del mercado, y que los gobiernos no debían participar en la economía, dedicándose exclusivamente a mantener el orden que garantice la libertad del mercado y de la competencia.

Los detractores de esta teoría argumentaron que las condiciones no eran equitativas para las diferentes clases sociales y los diferentes países, por lo que calificaron esta propuesta como **“Encerrar al Zorro en el Gallinero”**.

Finalmente, por presiones de los países altamente industrializados, este modelo económico que se ha extendido a casi todo el mundo, establece que se debe dar lugar a la libre competencia del mercado y que los bienes que se comercian en este, tienen dos precios:

1. **Precio natural.**
2. **Precio de mercado.**

El primero lo define como la cantidad de trabajo necesaria para producirlo y es igual al valor.

El segundo es lo que efectivamente se paga en el mercado por ese bien, precio que puede coincidir o no con su contenido en trabajo (precio natural) y depende de la oferta y la demanda del bien:

El bien será barato si abunda en el mercado y será caro si escasea.

El desarrollo de la teoría del valor nos muestra que el concepto valor ha tenido una interpretación diferente durante la evolución de la humanidad, luego entonces, para estimar el valor de un bien, se deben considerar las circunstancias políticas, sociales y económicas del momento, además se deben tener en cuenta que el valor asignado al bien por las personas, responde a sus gustos y preferencias, a la utilidad, la escasez, y las expectativas del beneficio futuro que pueden obtener del mismo.

De lo anterior se concluye que actualmente el concepto del valor es subjetivo, pues las percepciones de cada persona son diferentes, cambian con el tiempo, y que el valor generalmente aceptado es el que asigna el mercado por consenso (en un mercado perfecto), ya que en éste se manifiestan las fuerzas de la oferta y la demanda que consideran todos los generadores de valor que se han descrito.

## Principales Modelos Matemáticos Usados en la Valuación de Empresas.

### RESUMEN Y PALABRAS CLAVE. CAPÍTULO 1.

En este capítulo se describe la deducción y aplicación de los modelos matemáticos más comúnmente usados en la valuación de empresas. El enfoque del capítulo está en la comprensión de cada variable, su función, y la estructura de los modelos que expresan el valor del dinero a través del tiempo. Los principales modelos que se analizan pertenecen al grupo de capitalización y descuento para periodos discretos:

Valor Presente de un flujo de efectivo, descontado un periodo, Valor Presente de un Flujo de efectivo, descontado varios periodos, Valor Presente de una anualidad constante. Valor Presente de una perpetuidad constante, Valor Presente de una perpetuidad con crecimiento.

Palabras Clave:

Valor del dinero a través del tiempo, tasa de interés, tasa de descuento, interés simple, interés compuesto, capitalización, descuento, valor presente, anualidad constante, perpetuidad constante, perpetuidad con crecimiento, valor presente de una perpetuidad constante, valor presente de una perpetuidad con crecimiento estable, valor terminal, valor presente del valor terminal.

#### Valor del dinero a través del tiempo.

Una inversión genera flujos de efectivo en el presente y el futuro, y un peso hoy vale más que un peso en el futuro. Aunque esto es intuitivo para la mayoría de las personas, sin explicaciones ni matemáticas, para convertir este sentido común en demostración con números, se tiene que entender primero, que el tiempo tiene valor, y desarrollar conceptos y formulas para hacer esta intuición mas especifica y, poder mover flujos de efectivo a través del tiempo, o concentrar grupos de ellos en uno solo, con sus valores correspondientes al momento de interés.

Este es un concepto que obedece a múltiples factores; pero esencialmente se debe al ajuste que las personas hacen sobre sus patrones de consumo: Una persona que en determinado momento produce más de lo que consume, desea obtener un beneficio prestando su excedente a otra persona que lo necesita. Esto lo decide hacer solamente bajo dos circunstancias:

- Sacrificar el consumo actual por un consumo en el futuro.
- Obtener un beneficio por el sacrificio y por el riesgo de no recuperar su excedente.

De esta forma, el dinero invertido hoy, debe retornar en el futuro con un premio, de otra manera no se justifica el sacrificio y la persona con excedente (prestamista) no estaría dispuesta a arriesgar dicho excedente. Esto lleva a dos conclusiones:

El dinero de hoy vale más que ese dinero mañana, por lo que este se debe recompensar (Capitalización).

El dinero de mañana, vale menos que ese dinero hoy, por lo que se debe descontar (Descuento).

Las dos personas, la que presta y la que pide, encuentran solución a sus patrones de consumo; y están dispuestas a la transacción bajo cierto convenio; pero cuando no hay contacto entre ellas, surgen los intermediarios financieros, que se encargan de que se cumplan los deseos de ambas.

### Tasas de interés y Tasas de descuento.

El premio que un prestamista recibe por sacrificar su consumo actual, recibe el nombre de **intereses**, y se calcula como un porcentaje del préstamo, el cual se denomina **tasa de interés  $i$**

$$Premio = (\text{prestamo}) \times i$$

Transcurrido el tiempo acordado para la devolución, el prestamista recibe ambos: préstamo mas premio, lo que se conoce como **monto**:

$$Monto = \text{prestamo} + \text{premio}$$

Sustituyendo el equivalente del premio, tenemos:

$$Monto = \text{prestamo} + (\text{prestamo}) \times i$$

$$Monto = \text{prestamo}(1 + i)$$

Haciendo referencia al momento al que se traslada el valor, se llama **valor presente** (VP) al préstamo y **valor futuro** VF al monto:

$$VF = VP(1 + i)$$

A la tasa  $i$  en este proceso de incremento de valor, se llama **tasa de capitalización**

Si se desea conocer el **valor presente**, del proceso inverso al anterior, despejamos:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)}$$

A la tasa  $i$  en este proceso de disminución de valor, se llama **tasa de descuento**.

### Interés Simple.

Si la persona decide volver a prestar su excedente solamente, es decir, no reinvierte sus intereses, al final del siguiente periodo vuelve a recibir la misma cantidad. A este proceso de ahorro, sin reinversión de intereses al final de cada periodo, se llama ahorro con **interés simple**.

Al final de  $n$  periodos, **sin reinversión de intereses, y sin retiros**, el monto es:

$$\text{Intereses totales} = \text{Intereses de un periodo} \times n \text{ periodos}$$

$$\text{Intereses totales} = (\text{Prestamo} \times i) \times n \text{ periodos}$$

Simplificando:  $\text{Intereses totales} = (\text{Prestamo} \times in)$

El monto después de  $n$  periodos es:

$$\text{Monto} = \text{prestamo} + \text{Intereses totales}$$

Sustituyendo el valor de *Intereses totales* :

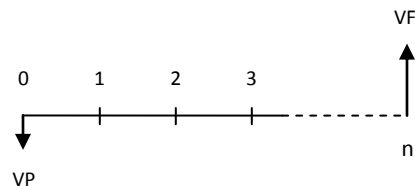
$$\text{Monto} = \text{Prestamo} + (\text{Prestamo} \times in)$$

$$\text{Monto} = \text{Prestamo}(1 + in)$$

Como: monto =  $VF$  y préstamo =  $VP$

$$\textbf{Formula de interés simple:} \quad \textbf{VF} = \textbf{VP}(1 + in)$$

La representación esquemática de este modelo es:



### Interés compuesto.

Retomando la deducción, de la formula de interés simple para un periodo:

$$VF = VP(1 + i)$$

Consideremos ahora que el prestamista, para un segundo periodo, reinvierte el préstamo original junto con su premio, (intereses), cobrando la misma tasa de interés, al final obtendrá:

$$VF = [VP(1 + i)] (1 + i)$$

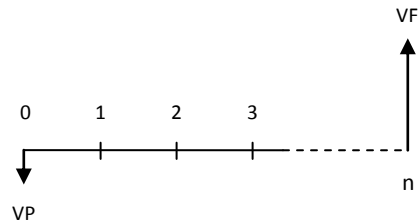
Los corchetes encierran el valor del préstamo al inicio del segundo periodo; pero no son necesarios ya que se trata de un producto. Entonces podemos simplificar:

$$VF = VP(1 + i)(1 + i) = \textbf{VP}(1 + i)^2$$

Para un ahorro en estas circunstancias durante  $n$  periodos, se tiene por inducción:  
**Formula del Interés Compuesto**, o de reinversión de intereses. Caso Multi-periodo:

$$VF = VP(1 + i)^n$$

La representación esquemática de este modelo es:



#### Valor presente de un ingreso futuro. Caso de un periodo.

Este se obtiene despejando  $VP$  de la ecuación de valor futuro con interés simple para el caso de un solo periodo

$$VF = VP(1 + i)$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)}$$

#### Valor presente de un ingreso futuro. Caso multi-periodo.

$$VF = VP(1 + i)^n$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

#### Capitalización.

Se llama así al proceso de calcular el **valor futuro** de una inversión, bajo el esquema de interés compuesto. A la tasa de interés en este proceso se le llama **tasa de capitalización**.

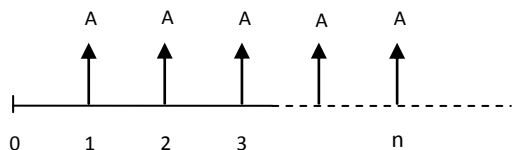
#### Descuento.

Es el proceso inverso de la capitalización, es decir, calcular el **valor presente** de un monto, que se sabe se tendrá en el futuro. La tasa que se emplea para este proceso, aparece en el denominador a la que se le llama **tasa de descuento**.

### Valor presente de una perpetuidad constante.

Se llama perpetuidad constante a una serie infinita de flujos de efectivo constantes.

La representación gráfica de la serie es:



El valor presente de esta perpetuidad, se calcula como:

$$VP = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{A_t}{(1+i)^t} = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \dots$$

Si designamos valores de:  $a = \frac{A}{(1+i)}$  y  $x = \frac{1}{(1+i)}$  y sustituimos en la ecuación anterior:

$$VP = a + ax + ax^2 + ax^3 + ax^4 + \dots$$

A la ecuación anterior la multiplicamos por  $x$

$$xVP = ax + ax^2 + ax^3 + ax^4 + ax^5 + \dots$$

Restando esta última de la anterior, nos queda:

$$VP - xVP = a$$

Sacando factor común, despejando y devolviendo los valores de  $a$  y de  $x$ , se tiene:

$$VP(1 - x) = a$$

$$VP = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{A_t}{(1+i)^t} = \frac{a}{(1-x)} = \frac{\frac{A}{(1+i)}}{\left(1 - \left(\frac{1}{(1+i)}\right)\right)} = \frac{\frac{A}{(1+i)}}{\left(\frac{(1+i)-1}{(1+i)}\right)} = \frac{A}{i}$$

$$VP_{perpet.cte.} = \frac{A}{i}$$

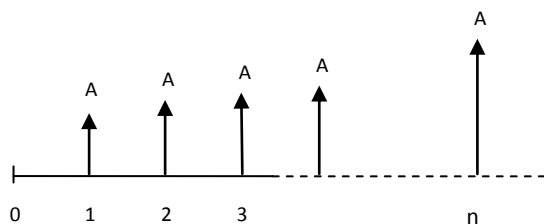
### Valor presente de una perpetuidad con crecimiento.

Todo negocio para subsistir, debe recibir flujos de efectivo periódicos. Para expandirse este negocio, debe hacer reinversiones para aumentar el activo fijo, lo que le da la posibilidad de

incrementar sus flujos de efectivo. Cuando este incremento es una tasa proporcional del flujo de efectivo anterior, y estos flujos tienen duración infinita, se tiene una perpetuidad con crecimiento.

Como ejemplo, digamos que un negocio, recibirá una cantidad de 100 u.m. y que estos flujos se incrementarán 5% cada periodo. Si asumimos que este crecimiento continuará indefinidamente, la serie de flujos de efectivo es llamada **perpetuidad con crecimiento**.

La representación gráfica de esta serie es:



Suponiendo que la tasa de descuento es 13%, el Valor Presente de la serie es:

$$VP = \frac{100}{(1 + .13)} + \frac{100(1 + .05)}{(1 + .13)^2} + \frac{100(1 + .05)^2}{(1 + .13)^3} + \dots + \frac{100(1 + .05)^{n-1}}{(1 + .13)^n} + \dots$$

Esta serie se puede escribir algebraicamente:

$$VP = \frac{A}{(1 + i)} + \frac{A(1 + g)}{(1 + i)^2} + \frac{A(1 + g)^2}{(1 + i)^3} + \dots + \frac{A(1 + g)^{n-1}}{(1 + i)^n} + \dots$$

Donde A es el flujo que será recibido dentro de un periodo a partir de hoy, g es la tasa de crecimiento por periodo como porcentaje de A y la i es tasa de descuento, donde obligadamente:

$$g < i$$

El valor presente de esta perpetuidad se puede calcular haciendo:

$$a = \frac{A}{(1+i)} \quad y \quad x = \frac{(1+g)}{(1+i)} \quad y \text{ sustituyendo en la ecuación anterior:}$$

$$VP = a + ax + ax^2 + ax^3 + ax^4 + \dots$$

A la ecuación anterior la multiplicamos por x

$$xVP = ax + ax^2 + ax^3 + ax^4 + ax^5 \dots$$

Restando esta última de la anterior, nos queda:

$$VP - xVP = a$$

Sacando factor común, despejando y devolviendo los valores de a y de x, se tiene:

$$VP(1 - x) = a$$

$$VP = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{A(1+g)^{t-1}}{(1+i)^t} = \frac{a}{(1-x)} = \frac{\frac{A}{(1+i)}}{\left(1 - \left(\frac{1+g}{(1+i)}\right)\right)} = \frac{\frac{A}{(1+i)}}{\left(\frac{(1+i) - (1+g)}{(1+i)}\right)} = \frac{A}{i-g}$$

$$VP_{\text{perpet. c/crecim.}} = \frac{A}{i-g}$$

para  $g < i$

### Valor presente de una anualidad constante de t periodos.

Una anualidad constante de t periodos se puede calcular como la diferencia de dos perpetuidades con el mismo flujo de efectivo A: Serie 1 que inicia en el año 0 y otra serie 2 que se resta de la anterior y que inicia en el año t, dejando esta diferencia solamente los flujos de los periodos a considerar.

La serie 1 que inicia en  $t = 0$ , tiene un valor presente de:

$$VP \text{ serie 1} = \frac{A}{i}$$

La serie 2 que inicia en t, tiene un valor presente de:

$$VP \text{ serie 2} = \frac{A}{i} \left[ \frac{1}{(1+i)^t} \right]$$

Restando serie 2 de serie1:

$$VP \text{ anualidad} = \frac{A}{i} - \frac{A}{i} \left[ \frac{1}{(1+i)^t} \right]$$

Simplificando se tiene:

$$VP \text{ anualidad} = A \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^t} \right] / i$$

### Valor presente de un valor de rescate en el año t, constituido por una perpetuidad con crecimiento, a partir de t.

Si conocemos el valor de una anualidad infinita con crecimiento que experimenta una empresa que reinvierte por expansión, tendremos una perpetuidad con crecimiento estable, de la cual podremos calcular el valor presente de todos sus flujos de efectivo futuros; pero si ese patrón de flujos lo consideramos a partir de un año t, porque antes de este, los flujos de efectivo serán procesados de manera independiente, el valor de esa perpetuidad es conocido como **valor de rescate o valor terminal**. La formula de esta perpetuidad ya se dedujo y solamente se retoma:

$$VP \text{ de rescate o terminal (perp c/crec)}_{en t} = \sum_t^{t=\infty} \frac{A(1+g)^{t-1}}{(1+i)^t} = \frac{A(1+g)}{i-g}$$

Para descontar ese VP en t y traerlo al año 0, se multiplica por el factor de descuento:

$$VP \text{ de rescate o terminal (perp c/crec)}_{en t=0} = \frac{A(1+g)}{(i-g)} \left[ \frac{1}{(1+i)^t} \right]$$

### Valor total de una empresa mediante el modelo de flujos de efectivo descontados.

Como se considera que la empresa tiene duración infinita, mediante este modelo, los flujos de efectivo se separan en dos etapas:

En la primera se considera un cierto número de periodos  $t$  (flujos), elegidos a criterio del valuador con base al esmero y calidad de los pronósticos o proyecciones financieras, de las políticas de crecimiento y planeación estratégica (por ejemplo 5).

En la segunda, el número infinito, restante de periodos, comprende una perpetuidad que se calcula para valor presente en el año  $t$  donde termina la primera etapa. A este valor lo hemos denominado **valor de rescate o valor terminal** porque resume todos los valores futuros en uno solo, semejando una vida finita de la empresa, concentrada solamente al final de la primera etapa.

El objetivo de separa los flujos de efectivo, es darles un tratamiento diferenciado. Para la primera etapa el tratamiento es individual para cada uno, con valores propios que obedecen a patrones de crecimiento acelerado o inestable. En la segunda el cálculo se simplifica a perpetuidad de rentas o flujos bajo un patrón de crecimiento estable, bajo políticas de reinversión en activo fijo y capital de trabajo.

Finalmente todos los flujos de la primera etapa y el valor de de la perpetuidad (valor de rescate), en el final de la primera etapa, son descontados para traerlos a valor presente del año cero:

**Valor de la Empresa = Serie de flujos de efectivo desde 0 hasta t.**  
**+valor presente del valor de rescate.**

$$Valor P. de la Empresa(año 0) = \sum_{t=1}^t \frac{F_t}{(1+i)^t} + \frac{A(1+g)}{(i-g)} \left[ \frac{1}{(1+i)^t} \right]$$

Donde  $F_t$  representa a cada uno de los flujos de efectivo, desde  $t=1$  hasta  $t$

$A$  es el flujo de efectivo a perpetuidad a partir de  $t$

$g$  es la tasa de crecimiento de la perpetuidad.

$i$  es la tasa de descuento para traer los flujos de efectivo a valor presente

## La Contabilidad Financiera y Los Flujos de Efectivo.

### RESUMEN Y PALABRAS DEL CAPÍTULO 2.

En este capítulo se describen los estados financieros básicos, empleados para reportar la actividad corporativa. El enfoque del capítulo está en los detalles prácticos para la determinación de los diferentes tipos de flujos de efectivo. Esto será de gran utilidad en los siguientes capítulos, para aplicar los modelos matemáticos y los métodos pertinentes a cada caso, con la finalidad de determinar el valor de una empresa. Se hace énfasis en la contabilidad financiera, los términos y conceptos contables que se emplean, así como siglas y abreviaturas de los mismos en el idioma inglés, ya que tienen un uso generalizado en la literatura del idioma español, respetando su origen, lo que hace más fácil su identificación y comprensión.

#### Palabras Clave:

Balance, Estado de Resultados, Cambios en el Estado de Situación financiera, cambios en Capital de Trabajo Neto, Activos, Pasivos, Deuda, Capital, Principios de Contabilidad Generalmente Aceptados, Valor, Costo, flujo de Efectivo, flujo de efectivo Operativo, flujo de Efectivo Total.

### Entendiendo Los Estados financieros de la Empresa.

Los estados financieros proveen la información fundamental que se usa para analizar y responder preguntas acerca del desempeño y valor de una empresa. En todos los métodos de valuación, estos documentos son imprescindibles, y es a partir de la información contenida en ellos, que se desarrollan todos los procesos para estimar dicho valor. Por lo tanto, es importante entender sus cuentas, como se obtienen, y la presentación relativa que guardan entre sí.

Además de que existen diferentes tipos de estados financieros en una empresa (dentro de los que se encuentran los básicos, que se describen en este capítulo), también existen clasificaciones con base en ciertos criterios, de acuerdo a la finalidad que persiguen. Por ejemplo:

Los estados financieros Comparativos muestran cifras en cada concepto, para dos o más periodos pasados. Tienen la finalidad de que se puedan comparar fácilmente y observar el desempeño en cada periodo, determinando las variaciones de uno a otro.

Los estados financieros Proyectados o Proforma muestran cifras en cada concepto, para dos o más periodos futuros. Tienen la finalidad de que se puedan presupuestar o pronosticar las cifras que se esperan tener, con base a las inversiones, ampliaciones o cualquier planeación estratégica o táctica.

Los estados financieros re expresados muestran las principales cuentas en términos reales, es decir, con valores que muestran el verdadero desempeño del negocio, sin el incremento que produce el efecto de la inflación.

Los estado financieros consolidados, muestran el desempeño que ha tenido el negocio en su conjunto, cuando este tiene sucursales o empresas filiales.

Cuando los sistemas de registro contable, sus procedimientos y productos finales de información, han sido revisados y aprobados por personal capacitado y autorizado, los estados financieros reciben el calificativo o categoría de auditados.

### **El Estado de Situación Financiera.**

Este es conocido generalmente como balance. Es una “fotografía instantánea” del valor en libros de una empresa, en determinada fecha, es decir, como si la empresa permaneciera por un momento inactiva, por lo que se dice que es un estado financiero estático. Este se compone de dos partes, que se pueden mostrar en forma de reporte, en la que estas se presentan una debajo de la otra, o en forma de cuenta, en la que ambas se muestran en dos columnas. Esta última es la más empleada porque hace referencia a la regla de la partida doble: Del lado izquierdo son los cargos y del lado derecho son los abonos. Del lado izquierdo se muestran los elementos en los que se invirtieron los recursos, llamados activos, y del lado derecho se representan las fuentes o el origen de los recursos, llamados pasivos y capital.

El balance muestra todos las propiedades de la empresa y como fueron financiadas. Ambas columnas están clasificadas en grupos y subgrupos de conceptos, los que se ordenan de acuerdo criterios establecidos, para su fácil y rápida localización.

### **Clasificación del Activo:**

SE divide en tres grandes grupos, que se presentan siempre en el siguiente orden:

- Activo circulante.
- Activo fijo.
- Activo diferido

El criterio de ordenamiento descendente del activo circulante es: De mayor a menor facilidad de conversión de estos activos, en dinero.

El criterio de ordenamiento descendente del activo fijo es: De mayor a menor permanencia de estos activos, como propiedad de la empresa. Estos activos, excepto los terrenos, generalmente se deprecian por el uso y por el paso del tiempo.

Los activos diferidos, son propiedades o representan derechos de la empresa, que disminuyen su valor en forma proporcional a periodos de tiempo transcurridos, por ejemplo, rentas pagadas por anticipado, seguros pagados, licencias, concesiones, patentes, etc. Estos activos se amortizan o se extinguen con el paso del tiempo.

## Clasificación del Pasivo:

Este también se divide en tres grandes grupos, que se presenten siempre en el siguiente orden:

- ✓ Préstamos o créditos a corto plazo.
- ✓ Préstamos a largo plazo
- ✓ Pasivo diferido. Por ejemplo: Rentas cobradas por anticipado, impuestos diferidos, etc

El criterio de ordenamiento del pasivo es: De menor a mayor plazo para pagar:

- Pasivo circulante, contingente o de corto plazo.
- Pasivo fijo, consolidado o de largo plazo.

El Capital que representa las aportaciones de los accionistas, tiene muchas clasificaciones; pero para efectos de este trabajo, solamente mencionaremos algunas y en el desarrollo, si fuera necesario, se describirían algunas otras.

Capital común. Está constituido por las acciones de renta variable de acuerdo a los resultados y riesgos de la empresa. Propiamente representan la riqueza de los dueños.

Capital preferente: Son las acciones de renta fija, que no dan derecho a voto en las asambleas; pero no son afectadas por los riesgos de la empresa, tienen características similares a las de los bonos o títulos de deuda.

Capital en exceso. Es una ganancia de la empresa por emitir acciones a un precio mayor al de valor en libros.

Se debe observar que el término capital, en idioma español significa únicamente propiedad de los dueños, y que este término existe idéntico en el idioma inglés con significado completamente diferente aunque parecido. En inglés, capital significa el total de aportaciones, tanto de dueños como de créditos, y de utilidades acumuladas.

Los Resultados o utilidades de ejercicios anteriores: representan las ganancias de la empresa por operación de la misma. Si estas no son repartidas total o parcialmente, se quedan invertidas dentro de la empresa, o como provisiones y reservas .y su registro en la columna derecha, puede asentarse como utilidades retenidas.

Resultado o utilidad del ejercicio último.

Pueden aparecer también otros resultados que son el producto de inversiones que hace la empresa fuera de la planta, o por utilidades que provienen de otro concepto no operativo, como pueden ser por cambios en la paridad frente a monedas de otros países con los que se tienen vínculos comerciales o también por la posesión de activos no monetarios, que experimentan cambios en su valor.

La fórmula del balance, considerando la presentación en forma de cuenta, es:

$$\mathbf{Activo = Pasivo + Capital.}$$

De la que se deduce el valor del capital:

$$\mathbf{Activo - Pasivo = Capital.}$$

Estas formulas son la base de los conceptos de “Valor en libros de la Empresa” y “Valor en libros, de los accionistas”, del método de valor Contable, que se describirá en el capítulo tres.

Un ejemplo de Balance Comparativo, con un mínimo número de cuentas es:

Empresa Ejemplar Mexicana S.A de C.V.

Estado de Resultados.

Del 1º de enero al 31 de diciembre de 20X2.

(En millones de unidades monetarias)

ACTIVOS.	20X2	20X1	PASIVOS	20X2	20X1
Activos Circulantes:			Activos Circulantes (corto Plazo):		
Efectivo y equivalentes.	\$ 140	\$ 107	Cuentas por pagar	\$ 213	\$ 197
Cuentas por cobrar.	294	270	Documentos por pagar	50	53
Inventarios.	269	280	Gastos acumulados por pag	223	205
Otros.	<u>58</u>	<u>50</u>	<b>Total de activos Circulantes</b>	<b><u>486</u></b>	<b><u>455</u></b>
<b>Total de activos Circulantes</b>	<b><u>761</u></b>	<b><u>707</u></b>			
Activos Fijos:			Pasivos a largo plazo:		
Planta y Equipo.	\$ 1,423	\$ 1,274	Impuestos diferidos	117	104
Depreciación acumulada.	<u>(550)</u>	<u>(460)</u>	Deuda a largo plazo	<u>471</u>	<u>458</u>
Planta y Equipo Neto	873	814	<b>Total de pasivos a largo plazo</b>	<b><u>588</u></b>	<b><u>562</u></b>
Activos Intangibles y Otros.	<u>245</u>	<u>221</u>			
<b>Total de Activos Fijos</b>	<b><u>1,118</u></b>	<b><u>1,035</u></b>	<b>CAPITAL:</b>		
			Acciones preferentes	39	39
			Acciones comunes	55	32
			Capital en exceso.	347	327
			Utilidades retenidas	390	347
			Acciones recompradas	26	20
			<b>Total de Capital</b>	<b>805</b>	<b>725</b>
<b>Total de Activos:</b>	<b>\$ 1,879</b>	<b>\$ 1,742</b>	<b>Total de Pasivos y Capital:</b>	<b>\$ 1,879</b>	<b>\$ 1,742</b>

Hay tres aspectos importantes que se deben observar en un Balance:

- La liquidez de la empresa.
- La estructura de capital o relación deuda a capital.
- Valor contra costo

Los primeros dos, dan origen a las técnicas de análisis financiero, que se van retomando de acuerdo al desarrollo de este trabajo, y de manera unificada en la sección de análisis de los estados financieros básicos, para desarrollar los métodos de valuación con base en Múltiplos.

El tercer aspecto relacionado a "Valor contra costo", hace referencia a Los Principios de Contabilidad Generalmente Aceptados, que establecen que los activos deben ser presentados en términos del costo histórico, indicado en el documento fuente, haciendo caso omiso de alguna revaloración causada por circunstancias económicas favorables a la empresa. Por otro lado, la pérdida de valor en los activos que se deprecian, será presentada de manera separada en cuentas complementarias de depreciación acumulada, que toman en consideración los periodos de vida útil de cada activo, y los periodos de vida transcurrida.

## El Estado Financiero de Utilidades o de Resultados.

También es llamado estado de Ingresos y egresos. Este estado mide el desempeño de la empresa durante un periodo específico. La definición contable de utilidad es:

$$\text{Ingresos} - \text{Costos} = \text{Utilidad}$$

Si el balance es como una fotografía instantánea, el estado de resultados es como un video de lo que la gente (empresa) hizo entre dos fotografías o durante un periodo.

Este estado generalmente se compone de varias secciones:

La sección operativa reporta los ingresos y los costos de las principales operaciones de la empresa. Otra sección es la no operativa, que incluye los gastos financieros como son los intereses. En otra sección se reporta por separado la cantidad de impuestos que se generan por las utilidades y finalmente la utilidad neta. En la práctica, y desde el punto de vista de la contabilidad general, este estado **comprende tantos conceptos como se desee desglosar**; pero desde el punto de vista de la contabilidad financiera, que se enfoca a los flujos de efectivo, se representan los conceptos más relevantes, como se muestra en el siguiente ejemplo:

### Empresa Ejemplar Mexicana S.A de C.V.

#### Estado de Resultados.

Del 1º de enero al 31 de diciembre de 20X2.

(En millones de unidades monetarias)

Ingresos operativos totales		\$	2,262
Costos de los bienes vendidos			(1,655)
Gastos generales de administración y ventas			(327)
Depreciación			<u>(90)</u>
Utilidad operativa			190
Otras utilidades			<u>29</u>
Utilidad antes de intereses e impuestos			219
Gastos financieros (intereses)			<u>(49)</u>
Utilidad antes de impuestos			170
Impuestos			84
Actuales:	\$	71	
Diferidos:	\$	13	
Utilidad neta		\$	<u><u>86</u></u>
Utilidades retenidas:	\$	43	
Dividendos:	\$	43	

Hay tres aspectos importantes que se deben observar en el Estado de Resultados:

- Los Principios de Contabilidad Generalmente Aceptados.

- Partidas no monetarias.
- Tiempo y costos.

En el primero, los principios de contabilidad establecen que las operaciones mercantiles y sus consecuencias, como el ingreso y su costo, deben ser registradas en el estado de ingresos, cuando el proceso es virtualmente terminado, es decir cuando el intercambio de bienes y servicios ha ocurrido. De esta manera, el ingreso es reportado, aunque el flujo de efectivo no haya necesariamente ocurrido. Un ejemplo de esto son las ventas a crédito.

Partidas no monetarias: Primeramente se debe reconocer que el valor económico de los activos, está íntimamente relacionado con sus flujos de efectivo incrementales futuros. De cualquier manera, estos flujos de efectivo no aparecen específicamente en el estado de ingresos, sin embargo forman parte del costo para disminuir la base gravable. Posteriormente para devolver esas partida de costo implícita, por el uso de los activos, que no representó una erogación en el periodo que se reporta, se registran a favor de la utilidad, después de calcular los impuestos. Existen muchas partidas no monetarias que son gasto contra ingresos. La más importante de estas es la depreciación, que se aplica a la maquinaria, equipo y mobiliario usado en el proceso de producción.

Con el método de depreciación en línea recta, único autorizado por la legislación tributaria en México, el costo de un activo con cinco años de vida útil, debe ser repartido proporcionalmente, durante esos cinco años; pero como la operación de compra es registrada en el momento de la adquisición del activo, el costo de su uso en la producción, ya no representa una erogación o flujo de efectivo en el estado de ingresos.

Desde el punto de vista financiero, el costo del activo es el flujo de efectivo negativo en el que se incurrió cuando este fue adquirido.

Este aspecto debe ser tomado en cuenta en el momento de elaborar el estado de Flujos de efectivo, que se describe a continuación.

El aspecto de tiempo y costos se refiere a que el futuro lo podemos dividir en corto plazo y largo plazo.

El corto plazo es el periodo de tiempo en el que ciertos equipos, recursos y compromisos son fijos; pero este es suficiente para que la empresa pueda variar su producción usando más trabajadores y más materia prima. El corto plazo no es un periodo de tiempo específico, idéntico para todas las empresas.

De cualquier manera, todas las empresas toman decisiones en el corto plazo en el que tienen costos fijos, es decir, costos que no varían como consecuencia de compromisos fijos como son intereses financieros, impuestos a la propiedad, rentas, servicios, etc.

Los costos que no son fijos son variables. Los costos variables cambian de acuerdo al nivel de producción de la empresa. Algunos ejemplos son los salarios de trabajadores y materiales empleados en la producción.

En el largo plazo, todos los costos son variables y la contabilidad financiera no distingue entre costos fijos y costos variables. En cambio, la contabilidad de costos distingue entre costos del producto y costos periódicos. Los costos del producto son los costos totales de producción incurridos durante un periodo, como materia prima, jornadas laborales, supervisión, etc. que son reportados en el estado de resultados, como costo de ventas.

Los costos periódicos son aquellos que son generados durante un periodo de tiempo, y están considerados en el estado de resultados como gastos generales de administración y ventas.

### **El Estado de Flujos de Efectivo Financieros.**

Posiblemente es el estado financiero más importante que se puede extraer de la información financiera. Este ayuda a explicar los cambios en el estado de situación o balance y viceversa. Por ejemplo: El cambio en la cuenta de efectivo y equivalentes, del balance de Empresa Ejemplar Mexicana S.A de C.V es de 33 millones. Esto significa un flujo de efectivo a esta cuenta porque en el año 20X1 tenía 107 millones, y en 20X2 aparece la cantidad de 140 millones. De cualquier modo, en este trabajo no se observaran los flujos de efectivo desde el punto de vista de registros contables; sino desde la perspectiva de finanzas, es decir el destino que se da a los recursos, considerando solamente tres entidades directamente influyentes dentro de la empresa:

- 1. Los Accionistas.**
- 2. Los Acreedores.**
- 3. La empresa misma, reconocida como entidad independiente con personalidad jurídica propia, por lo que se le denomina "Persona Moral".**

Tal como lo establece la ecuación del balance, El costo de los activos de la empresa es siempre igual a la suma de aportaciones de deuda mas aportaciones de capital, así también los flujos de efectivo de los activos de la empresa, es decir de sus operaciones FE(A) deben igualar a los flujos de efectivo de los acreedores FE(P) y los flujos de efectivo de los accionistas FE(C).

$$FE(A) = FE(P) + FE(C)$$

De cualquier forma es conveniente apoyarse en el estado de cambios en la situación financiera, porque todas las cuentas están cambiando en cada instante, por el proceso dinámico de las operaciones, que de un periodo a otro, habrán cambiado cientos o miles de veces, dependiendo del tipo de empresa.

Se debe destacar que las cuentas de activo circulante y las de pasivo exigible o contingente, dan idea de la capacidad de pago o liquidez de la empresa, de las deudas a corto plazo. Por el momento estableceremos que la empresa también puede invertir en estas cuentas, aumentando

el activo circulante o disminuyendo el pasivo exigible, lo que implica forzosamente flujos de efectivo hacia la empresa o hacia los acreedores. La diferencia entre estas recibe el nombre de **capital de trabajo neto**. En nuestro ejemplo de balance, tomamos las cifras de activo circulante total y pasivo contingente total para determinar el capital de trabajo neto en cada fecha de los años en comparación, para luego calcular el cambio por aumento o disminución, es decir:

	Activos Circulantes (\$ millones)	-	Pasivos Circulantes (\$ millones)	=	Capital de Trabajo Neto (\$ millones)
20X2	\$ 761	-	\$ 486	=	<b>\$ 275</b>
20X1	\$ 707	-	\$ 455	=	<b>\$ 252</b>

**El cambio (aumento) en capital de trabajo neto** que presenta el balance en el año 200X2 es la diferencia entre capital de trabajo neto de 20X2 y el de 20X1:

$$\text{\$ 275 mill} - \text{\$ 252 mill} = \text{23 mill}$$

Un cambio en capital de trabajo neto, es generalmente positivo, en empresas en crecimiento.

El primer paso para determinar los flujos de efectivo hacia la empresa, es considerar el **flujo de efectivo proveniente de las operaciones** o actividades del negocio, incluyendo todos los conceptos de resultados, desde las ventas, hasta el pago de los impuestos actuales (excepto impuestos diferidos); pero no considera pago de intereses, inversiones en activo fijo ni cambios en capital de trabajo neto. Estos últimos se indican por separado, en renglones específicos.

	En millones
Utilidades Antes de Intereses e Impuestos (EBIT)	\$ 219
Depreciación	90
Impuestos actuales	(71)
<b>Flujo de Efectivo Operativo</b>	<b><u>\$ 238</u></b>

#### Flujos de Efectivo Hacia la Empresa.

Un componente importante de flujos de efectivo, envuelve a los **cambios netos en activos fijos**:

Adquisición de activos fijos	198
Ventas de activos fijos	(25)
<b>Inversión de Capital en activos fijos</b>	<b><u>\$ 173</u></b>

Los flujos de efectivo también son usados para hacer inversiones en **capital de trabajo neto**:

<b>Adiciones a Capital de Trabajo Neto</b>	<b>\$ 23</b>
<b>Flujo de efectivo neto hacia la empresa</b>	<b>\$ 196</b>

Los flujos de efectivo totales, que salen de la empresa son la diferencia de:

Flujo de Efectivo Operativo	\$ 238
Inversión de Capital en activos fijos	\$ (173)
Adiciones a Capital de Trabajo Neto	\$ (23)
<b>Flujo. de efec. total que sale de la empresa</b>	<b><u>\$ 42</u></b>

#### Flujos de Efectivo Hacia los Acreedores.

Dentro del Estado de Flujos de efectivo, aparece la cantidad del efecto neto de pago de intereses, mas repago o retiro de deuda que llegó a su vencimiento o se decidió amortizar. Estos dos conceptos juntos se conocen como servicio de la deuda. Para hacer frente a estas obligaciones, muchas veces se tiene que recurrir a nuevas emisiones de deuda a largo plazo. Entonces el aumento o disminución de la deuda a largo plazo, es la diferencia de pago de intereses más principal, lo que llamamos servicio de la deuda. A esto restamos el flujo por emisión de nueva deuda:

<i>Flujo de efectivo pagado a los acreedores.</i>	
<i>(\$ millones)</i>	
<hr/>	
Intereses	\$ 49
Retiro o pago de deuda	<u>73</u>
Servicio de la deuda	\$122
Producto de nueva deuda largo plazo	<u>(86)</u>
<b>Flujo neto</b>	<b><u>\$ 36</u></b>

#### Flujos de Efectivo Hacia los Accionistas.

Dentro del Estado de Flujos de efectivo, aparece la cantidad del efecto neto de pago de dividendos, mas recompra o retiro de acciones del mercado. Para hacer frente a estos compromisos y políticas de la empresa, muchas veces se tiene que recurrir a nuevas emisiones de capital. Entonces el aumento o disminución del capital, es la diferencia de pago de dividendos, más recompra de acciones de la misma empresa para retirarlas del mercado, menos el flujo por emisión de nueva deuda:

<i>Flujo de efectivo pagado a los accionistas.</i>	
<i>(\$ millones)</i>	
<hr/>	
Dividendos	\$ 43
Recompra de acciones	<u>6</u>
Flujo parcial hacia los accionistas	\$49
Producto de nueva deuda largo plazo	<u>(43)</u>
<b>Flujo neto</b>	<b><u>\$ 6</u></b>

Toda esta información sobre los flujos de efectivo se resume en el llamado Estado de Flujos de Efectivo:

**Empresa Ejemplar Mexicana S.A de C.V.**

Estado de Flujos de Efectivo.

20X2.

(En millones de unidades monetarias)

---

**FLUJO DE EFECTIVO OPERATIVO.**

<b>Flujo de efectivo operativo</b>	<b>\$ 238</b>
Utilidades Antes de Intereses e Impuestos (EBIT) más depreciación, menos impuestos.	

**FLUJO DE EFECTIVO HACIA LA EMPRESA.**

<b>Adquisición de Activos fijos, menos venta de activos fijos</b>	<b>(173)</b>
<b>Incremento de Capital de Trabajo Neto</b>	<b>(23)</b>
Total	<b>(196)</b>

**FLUJO DE EFECTIVO HACIA LOS ACREEDORES.**

<b>Deuda</b>	<b>36</b>
Intereses más retiro de deuda, menos producto de nuevas emisiones de deuda.	

**FLUJO DE EFECTIVO HACIA LOS ACCIONISTAS.**

<b>Capital</b>	<b>6</b>
Dividendos, más recompra de acciones, menos producto de nuevas emisiones de capital	

---

## Revisión del Estado del Arte. Métodos de valuación de Empresas.

### RESUMEN Y PALABRAS CLAVE. CAPÍTULO 3.

En este capítulo se describen los diferentes métodos de valuación de empresas, existentes hasta el momento. La clasificación de estos, es de acuerdo con las fuentes de información que emplean, en los aspectos de la empresa que valúan, y en el grado de evolución que tienen.

Se marca la diferencia entre valuación intrínseca y valuación relativa, así como la diferencia entre métodos tradicionales y métodos nuevos.

El enfoque está en los detalles de cada método, para resaltar sus ventajas y sus desventajas, para que en el capítulo 6 se pueda determinar la factibilidad de ser empleados con procesos estocásticos de simulación.

#### Palabras Clave:

Valor de la empresa, valor de los accionistas, valor de los acreedores, valor del capital, valor de los activos, valor sustancial, valor intangible, valor de prestigio y posicionamiento, tasas de descuento, valor presente de flujos de efectivo, valor de rescate, valor presente de una perpetuidad.

### Introducción.

Todos los bienes, sean reales o financieros, tangibles o intangibles, tienen valor. La clave del éxito en invertir exitosamente en algún bien o propiedad, así como administrarlo, consiste en entender que es el valor, qué lo determina, cuáles son sus fuentes y cómo podemos estimarlo.

Hablando en términos de contabilidad, un bien es lo mismo que los contadores llaman un activo, y todo activo es susceptible de ser valuado; pero algunos son más fáciles de valorar que otros, y el grado de complejidad varía de un caso a otro.

De acuerdo con los diferentes tipos de activos, también son necesarios diferentes niveles de información, así como procedimientos o métodos adecuados para estimar su valor.

Afortunadamente, aunque existe una gran diversidad de activos, y una variedad de métodos de valuación, todos estos tienen la característica común de regirse por principios básicos, que la mayoría de las personas entiende y acepta. Estos principios son:

- I. Todo activo tiene un valor intrínseco que puede ser estimado, basado en sus características, en términos de flujos de efectivo, crecimiento y riesgo.
- II. El valor de un activo es, principalmente, función de los flujos de efectivo esperados, que se tendrán en el futuro, por el uso de ese activo.
- III. Activos con flujos de efectivo altos y predecibles, deben tener valores más altos, que activos con flujos de efectivo bajos y volátiles.

Así como toda ciencia o técnica, da muestras de desarrollo o evolución, también los modelos y procesos de valuación, dan clara evidencia de evolución, de lo más simple a lo más detallado o sofisticado. Esto no significa, que los métodos simples sean obsoletos o que hayan pasado a la historia; sino al contrario, permanecen formando parte de las herramientas disponibles para el profesional de la valuación, para poder abordar cualquier caso, cuando las circunstancias lo requieran, al menos como último recurso.

Aunque se dispone actualmente de una gran cantidad de métodos de valuación, solamente existen cuatro enfoques y algunas ligeras variantes de estos:

1. **Valuación Intrínseca:** Enfoque de Flujos de efectivo libre Descontados. (DFCF). Este enfoque relaciona el valor de un activo, al valor presente de Flujos de efectivo, esperados en el futuro, de ese activo.
2. **Valuación en Libros: Enfoque del “valor” contable: También llamada Valuación Basada en Activos,** considera el precio aislado de los activos existentes en una empresa, ajustados a valor de mercado o considerados con valor en libros. Este enfoque también es llamado del “valor de liquidación”.
3. **Valuación relativa:** En este se estima el valor de una empresa, comparándola con otras de las que ya se tiene un estimado de su valor, y que muestran algunas características comunes, como pueden ser utilidades, flujos de efectivo, ventas o valor en libros.
4. **Valuación por Derecho Contingente (De Opciones Financieras y de Opciones Reales):** En este se usan modelos de valuación de opciones financieras, para medir el valor de los activos financieros de la empresa o de activos físicos (**De Opciones Reales**), que tienen alta probabilidad de ser explotados con grandes beneficios.. Cuando las opciones se derivan de activos financieros, toman el nombre de opciones financieras, y si se derivan de activos inmobiliarios toman el nombre de opciones reales.

Los métodos que se describen a continuación, están clasificados con base en diferentes criterios, de los que se puede destacar el grado de desarrollo, es decir, de los más simples que a la vez son los más antiguos y que nacieron propiamente con la técnica contable, hasta los más recientes y sofisticados, creados algunos en la década pasada como producto de la ingeniería financiera, y que se están consolidando como herramienta alternativa a los ya existentes.

Todos estos métodos, a menudo hacen diferentes suposiciones sobre los fundamentos que determinan el valor; pero comparten los principios básicos de valuación y algunas características comunes.

La clasificación siguiente tiene muchísimas ventajas porque atiende a cuatro criterios diferentes:

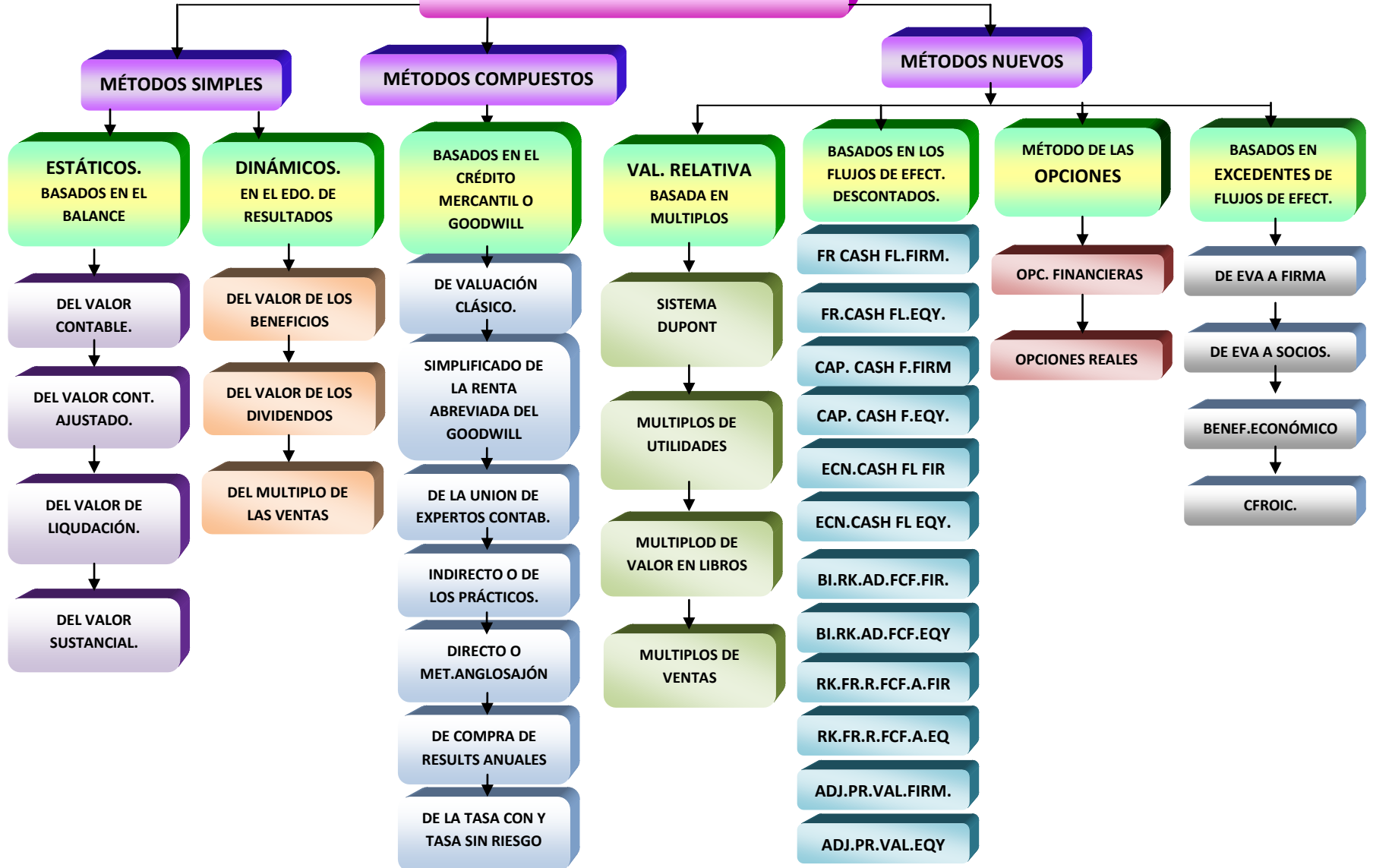
- i. Métodos Simples o compuestos.
- ii. Métodos tradicionales o nuevos.
- iii. Métodos estáticos o dinámicos.
- iv. Valuación relativa o intrínseca.

Ventajas de la clasificación basada en los criterios anteriores:

- a. Hace más fácil su comprensión.
- b. Se distinguen más claramente los casos en los que cada método se puede aplicar.
- c. Se explica más fácilmente la causa de porque presentan diferentes resultados.
- d. Ayuda a prevenir, el mal uso de un modelo, porque en determinadas circunstancias, puede presentar errores fundamentales o de lógica.

Esta clasificación se muestra en la siguiente gráfica:

# MÉTODOS DE VALUACIÓN



## Métodos Simples.

Los métodos simples se clasifican como **métodos estáticos y métodos dinámicos**.

Los métodos estáticos se llaman así porque se basan en la información contenida en el **balance**, que semeja una fotografía de la situación de la empresa. La información del balance cambia continuamente en la empresa; pero plasmada en una hoja, debe indicarse la fecha en la que se tuvo esa situación financiera.

Los métodos dinámicos se toman este nombre porque se basan en la información contenida en el **estado de resultados**, el cual muestra información de hechos que sucedieron a lo largo de un periodo, y por analogía, es como un video, en el que se representa la manera en que se suscitaron los acontecimientos durante un periodo

## Métodos Estáticos: Basados en El Estado de Situación Financiera.

### Método del Valor Contable.

También llamado Valor en Libros o Patrimonio Neto de la empresa. El valor contable es el valor de los fondos propios de la empresa, que aparecen en el balance.

Este método parte del hecho de que todos los recursos que se sacrifican para dar nacimiento a una empresa, están reflejados como activos, por una parte. Desde este momento surgen dos valores, si se les quiere llamar así por el momento:

*"Valor de la Empresa en libros": Activos = Aportaciones por Deuda + Aportaciones de Capital de los socios.*

No todo lo que posee una empresa, pertenece a los socios o dueño, por lo que el valor para los socios se calcula como la diferencia entre el activo total y el pasivo exigible.

*Valor para los accionistas = "Valor en libros de las Acciones" = Activos – Deudas.*

En el idioma Español, el término capital significa las aportaciones monetarias de los socios, a diferencia de que en el idioma Inglés, el término Capital se refiere a la suma total de recursos con los que inicia actividades una empresa, es decir, la suma de aportaciones de los accionistas y de las deudas. Esto se debe tener presente para evitar confusiones posteriores en el análisis de los métodos nuevos de

Valuación, puesto que las aportaciones de los accionistas, en el idioma Inglés, son representadas por el término equity, por lo que algunos autores españoles han dado el nombre de “**equito**” a las aportaciones de estos.

También desde este momento se hace notar que en la actualidad, los dos valores antes mencionados, se consideran “**costos**” porque, tal como lo indican los Principios de Contabilidad Generalmente Aceptados, en el balance se debe reflejar solamente los costos históricos de adquisición de los activos, respaldados por los documentos fuente, y de manera específica, en cuentas complementaria, la depreciación que sufren los activos fijos o diferidos, por el uso o por el paso del tiempo. Expresados los activos de manera aislada, con su respectivo costo, no reflejan el valor de las sinergias y de muchos otros activos intangibles que en su conjunto, y trabajando sincronizada mente, pueden generar.

Por lo anterior, se puede concluir que en este método, y en general, en los métodos contables, basados en el “valor en libros” el principal defecto es que las cifras asentadas en el balance se refieren a “**costos**” y no a valor de mercado, del cual difiere grandemente.

#### **Método del Valor Contable Ajustado.**

En este método se busca salvar el inconveniente del método anterior basado en criterios puramente contables, ajustando los costos de los activos mostrados en el balance, a valores de mercado.

***"Valor de la Empresa" = "Valor de los Activos", Ajustados a "valor de mercado"***

La desventaja es que se siguen considerando los activos con valores aislados y tampoco se considera el valor de las sinergias, que se crea cuando estos elementos forman parte de un sistema productivo. Tampoco se consideran los activos Intangibles.

#### **Método del valor de Liquidación.**

Es el valor de una empresa, bajo la suposición de que se fuera a liquidar: Se venden sus activos y se pagan sus deudas y otras obligaciones. Este valor se obtiene como la diferencia entre los activos netos ajustados y las deudas, otras obligaciones y gastos de indemnizaciones a empleados, gastos fiscales, etc. Este método solamente es útil para determinar el valor mínimo de una empresa.

***"Valor de la Empresa en liquidación." = Valor activos netos ajustados – Obligaciones.***

Esta fórmula debería decir: “Valor para los accionistas” en lugar de “valor de la empresa en liquidación.”

### Método del Valor Sustancial.

El valor sustancial de una empresa, equivale a la inversión que sería necesaria para constituir una empresa en idénticas condiciones a la que se está valuando. Para su cálculo se dejan fuera todos los bienes que no contribuyen a la productividad, como los terrenos no utilizados, y otros bienes obsoletos o inútiles.

***"Valor Sustancial de la Empresa" = Valor activos indispensables netos ajustados***

### Métodos Dinámicos: Basados en El Estado de Resultados.

#### Método del Valor de Las Utilidades.

Este método se emplea para una estimación rápida del valor de las empresas que cotizan en el mercado bursátil, porque es el mercado quien define el precio de sus acciones.

Mediante un múltiplo llamado P/E (se analizará en valuación relativa), que indica la proporción del precio en el mercado dividido por la utilidad contable que le corresponde a una acción. Este nos indica el número de veces, que el mercado valora las utilidades de la empresa, mediante el precio al que se venden las acciones en el mercado bursátil. De esta manera se deduce que el valor de la empresa es:

$$\text{Valor de la Empresa} = \frac{P}{E} \times (\text{Utilidad del año reciente}).$$

De otra forma:  $\text{Valor de la empresa} = \frac{\text{precio de accion}}{\text{utilidad por accion}} \times \text{utilidad por accion}(\text{No de acciones})$

#### Método del Valor de Los Dividendos.

En este, el valor de la empresa se calcula como el valor presente de los dividendos futuros que se esperan obtener, de dicha empresa, mediante la propiedad de sus acciones:

$$\text{Valor de la Empresa} = \frac{\text{div1}}{(1+i)} + \frac{\text{div2}}{(1+i)^2} + \frac{\text{div3}}{(1+i)^3} + \dots$$

Donde  $i$  es la tasa de costo de oportunidad del dinero.

### **Método del Múltiplo de Ventas.**

Este consiste en Calcular el valor de una empresa, multiplicando el valor de sus ventas anuales, por un múltiplo X:

$$\text{Valor de la Empresa} = (\text{Ventas anuales del año reciente}) \times x.$$

Donde  $x$  toma un valor asignado a criterio del valuador.

### **Métodos Compuestos. Basados en El Crédito Mercantil o Goodwill.**

#### **Método de Valuación Clásico.**

Con este método, el valor de la empresa se calcula como la suma del activo neto ajustado, más el valor del crédito mercantil, entendido este como el valor extra que tiene la empresa, por arriba del valor de sus activos.

$$\text{"Valor de la Empresa"} = \text{Valor activos netos ajustados} + \text{fondo de comercio.}$$

El Crédito Mercantil se obtiene como un múltiplo de las utilidades o como un porcentaje de las ventas:

$$\text{Valor de la Empresa} = \text{Valor activos netos ajustados} + n(\text{utilidades}).$$

$$\text{Valor de la Empresa} = \text{Valor activos netos ajustados} + z(\text{Ventas})$$

Donde  $n$  es un múltiplo de  $t$  periodos y  $z$ , es un porcentaje de la facturación anual, que son asignados a criterio del valuador.

### **Método de valuación Simplificado de la “Renta Abreviada del goodwill” o método de la Unión de Expertos Contables.**

En este método, el valor de la empresa es la suma del valor de los activos netos ajustados, y del valor presente de una anualidad constante que se compone de la diferencia entre las utilidades del último ejercicio y de los intereses que produciría la inversión del valor de los activos a una tasa  $i$ .

$$\text{Valor de la Empresa} = \text{Val. act. net. aj} + A_i^t [\text{Utilidad del ult Ej.} - i(\text{val de Activos})]$$

Donde:  $A_i^t$  es el factor de descuento a valor presente de una anualidad constante a tasa de interés  $i$ , durante  $t$  años propuesto por el valuador.

Este factor de descuento o actualización, tiene varias representaciones matemáticas, deducidas en el capítulo 1, que es necesario recordar, para su posterior uso en métodos de flujos de efectivo descontados.

$$\text{Valor presente de una anualidad unitaria} = A_i^t = (P/A, i \%, t) =$$

$$VP = A \left[ \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} \right] = A \left[ \left( 1 - \frac{1}{(1+i)^t} \right) / i \right].$$

### **Método de valuación de la Unión de Expertos Contables Europeos.**

En este método, el valor de la empresa es la suma del valor de los activos netos ajustados, y del valor presente de una anualidad constante que se compone de la diferencia entre las utilidades del último ejercicio y de los intereses que produciría la inversión del “Valor de la Empresa” a una tasa  $i$ .

$$\text{Valor de la Empresa} = \text{Val. act. net. aj} + A_i^t [\text{Utilidad del ult Ej.} - i(\text{Val de Emp})]$$

La expresión  $A_i^t$ , ya se explicó en el método anterior.

Lo interesante de este modelo matemático, es que calcula el valor de la empresa; pero al mismo tiempo requiere del dato del valor de la empresa, es decir, se tiene una ecuación implícita que se resuelve por métodos numéricos, de preferencia por el método de punto fijo, dada la estructura de modelo o con hoja de cálculo.

### Método Indirecto o de los Prácticos.

Este método considera el valor de la empresa como el promedio de los activos netos ajustados y del valor presente de una perpetuidad constante compuesta por las utilidades del último ejercicio.

$$\text{Valor de la Empresa} = \left[ \frac{\text{Val. act. net. aj} + \left( \frac{\text{Utilidades del Ult Ej.}}{i} \right)}{2} \right]$$

### Método Directo o Método Anglosajón.

En este, el valor de la empresa se obtiene también de la suma de los activos netos ajustados, mas el valor presente de una perpetuidad constante que se compone de la diferencia de las utilidades del último ejercicio y de los intereses que generaría la inversión de los activos netos a una tasa  $i$ , descontada a una tasa  $t$  de interés de los títulos de renta fija, multiplicada por un factor  $m$  cuyo valor va de 1.25 a 1.5

$$\text{Val. de la Emp.} = \text{Val. de Act net. Aj} + \left[ \frac{(\text{Utils. ult. ejer.} - (\text{Val. Ac})i)}{(t \times m)} \right]$$

Donde:  $i$  es una tasa de interés.

$t$  es la tasa de interés de los títulos de renta fija.

$m$  es un coeficiente que va de 1.25 a 1.5, que queda a criterio del valuador.

### Método de Compra de los Resultados Anuales.

Este método determina el valor de la empresa como la suma de los activos netos ajustados y del valor resultante de la diferencia entre los resultados del último ejercicio y de los intereses que se obtendrían al invertir el valor de los activos a una tasa  $i$ . Esta diferencia multiplicada por un factor  $m$  que va de 3 a 5 años.

$$\text{Val. de la Emp.} = \text{Val. de Act net. Aj} + m[\text{Resultados Ult Ej} - (\text{Activos})i]$$

Donde  $m$  es el número de años de 3 a 5, a criterio del valuador.

## Método de la Tasa con Riesgo y de la Tasa sin Riesgo

Este método determina el valor de la empresa, como la suma de los activos netos ajustados, más el valor presente de una perpetuidad constante compuesta por las utilidades del último ejercicio, descontada con una tasa  $t$  con riesgo. Luego esa suma es descontada por el factor  $1/(1+i/t)$

$$\text{Valor de la Empresa} = \frac{\text{Activos netos ajustados} + \left(\frac{\text{utilidades del ult ej}}{t}\right)}{\left(1 + \frac{i}{t}\right)}$$

Donde:  $i$  es la tasa sin riesgo y

$t$  es la tasa con riesgo.

## Métodos Nuevos

### Valuación Relativa.

#### Métodos Basados en Múltiplos.

En valuación relativa se valúa un activo (empresa o su capital contable) con base en que tan similares se pueden encontrar activos que ya están valuados por el mercado. Un comprador potencial de una casa, decide hasta cuanto debe pagar por una casa, observando los precios pagados por casas similares en el vecindario

A la valuación basada en múltiplos también se le llama valuación relativa o mediante el *valor de empresas referentes* también llamadas *empresas comparables*, de las que ya se tiene estimaciones del valor para cada una de ellas, por el precio al que se cotizan sus acciones en el mercado bursátil.

Este enfoque tiene muchos seguidores y su popularidad se debe principalmente a la facilidad de su aplicación. De cualquier forma, el valuador que dese aplicar este enfoque, debe primero tener las habilidades de un analista financiero, y de poder sacar conclusiones a partir de los análisis de las actividades económicas del sector al que pertenece la empresa en cuestión y las empresas referentes. También se deben considerar las circunstancias de la economía nacional y del concierto económico global.

Para poder comprender cabalmente la esencia del enfoque, antes de incursionar en los principios fundamentales, se debe tener claro, ¿qué son las razones financieras? , ¿ Para qué sirven? y ¿cómo se interpretan?, dado que en estos métodos, y en los de flujos de efectivo descontados, con mucha frecuencia se hace referencia a algunas razones obtenidas directamente de los estados financieros y de que los múltiplos son en esencia razones financieras.

También se empleará el análisis financiero por medio de razones, para destacar la manera en que las tres principales variables determinantes del valor, influyen en cada múltiplo. Estas tres variables son: los flujos de efectivo, la tasa de crecimiento y el costo de capital. En valuación relativa, estas variables son clasificadas como determinantes de los múltiplos.

Debido a que la literatura acerca de los temas y fundamentos revisados en este trabajo, proviene principalmente de los Estados Unidos de Norte América, de aquí en adelante se hará mayor referencia a términos y abreviaturas del idioma inglés que son comúnmente reconocidos y empleados, para no crear desconcierto, confusión o dificultad en su interpretación. Para facilitar la interpretación y entendimiento de las abreviaturas y anglicismos, al final de este trabajo se presenta un anexo sobre siglas y abreviaturas más comúnmente usadas en el medio de la valuación y las finanzas corporativas.

De acuerdo con lo anterior, se presenta a continuación, una breve descripción de las técnicas de análisis financiero:

### **Análisis Financiero.**

Es una poderosa herramienta que sirve para sacar conclusiones acerca de la situación financiera de una empresa. Si el balance es como una fotografía instantánea y si el estado de resultados es como un video, entonces el análisis financiero es como una radiografía, que permite al analista, ver más allá de lo que otros perciben a simple vista.

Las técnicas para hacer el análisis financiero, de una empresa, se pueden clasificar en dos conjuntos:

- a. Análisis vertical: Relaciona distintos conceptos de un estado financiero, en el que estos están ordenados verticalmente o en forma de lista, para determinar la proporción entre ellos.
- b. Análisis Horizontal: Relaciona el mismo concepto, de un mismo estado financiero; pero en diferentes periodos, para determinar las variaciones que se observan.

El análisis vertical a la vez se divide en dos subconjuntos:

- I. De porcentos integrales: En este se toma un grupo de conceptos que contribuyen a la formación de otro concepto, que se considera con valor unitario, y se determina la fracción o porcentaje con el que cada uno de los conceptos integrantes del grupo contribuye a dicho valor unitario
- II. De razones: En este subconjunto se busca comparar dos conceptos, para encontrar la relación o proporción que guardan. Atendiendo a la relación que se busca, los métodos de razione se pueden clasificar en cinco grupos de aplicación.

Para ejemplificar la aplicación de las razones se hace referencia a los estados financieros del capítulo dos.

1. **De Solvencia a Corto Plazo o de Liquidez:** Miden la habilidad de la empresa para hacer frente a sus obligaciones de corto plazo. En la medida en que una empresa tenga suficiente flujo de

efectivo, será capaz de evitar el incumplimiento en sus obligaciones de pagos, y por lo tanto experimentar tensión financiera y sus consecuentes costos.

La liquidez contable, generalmente está asociada con el capital de trabajo, que es la diferencia entre los activos circulantes menos los pasivos circulantes o de corto plazo.

Las razones de liquidez toman el fundamento de que la principal fuente de efectivo para pagar las deudas a corto plazo, es el activo circulante.

$$\textbf{Razón de Liquidez} = \frac{\textit{Total de activos circulantes}}{\textit{Total de Pásivos Circulantes}} = \frac{761}{486} = 1.57$$

Esta razón debe calcularse para cada periodo, y así determinar un desempeño histórico, el que se debe comparar con las razones que presentan otras compañías con actividades operativas similares. Cuando esta razón tiene un valor muy bajo, cercano o por debajo de la unidad, se tiene el primer síntoma de problemas financieros.

$$\textbf{Razón Rápida o Prueba del Acido} = \frac{\textit{Activos Circulantes} - \textit{Inventarios}}{\textit{Total de Pasivos Circulantes}} = \frac{492}{486} = 1.01$$

Esta razón surge debido a que muchos analistas consideran que es importante determinar la habilidad de la empresa para pagar sus obligaciones a corto plazo, sin confiar en la venta de los inventarios.

2. **De Actividad:** Miden la habilidad de la empresa para controlar sus inversiones en activo, es decir, que tan efectiva es la administración de los activos de la empresa. Esto se refiere a que los niveles de inventarios, normalmente pueden ser altos en determinadas fechas; pero pueden ser indeseables después de haber pasado la temporada de venta de estos.

Al buscar la forma de cómo puede ser medido el nivel apropiado de inversión en activos, una alternativa es comparar esta inversión con las ventas totales del periodo. Como el nivel de activos es variable durante el periodo, se toma el promedio entre el nivel inicial y el nivel final del periodo. Esta razón es conocida como rotación de activos:

$$\textbf{Rotación de Activos Totales} = \frac{\textit{Ingresos operativos totales}}{\textit{Total de activos(promedio)}} = \frac{2,262}{1,810.5} = 1.25$$

$$\textbf{Total de activos promedios} = \frac{1,879 + 1,742}{2} = 1810.5$$

Esta razón es útil para determinar que tan eficiente es la empresa, en el uso de sus activos para generar ventas. Representa el número de veces, que se vendió el valor de los activos y cualquier empresa desearía tener más ventas, lo que se reflejaría en mayor valor de esta razón. Si la razón es baja, la empresa no está usando eficientemente sus activos y tendría que ver como incrementarlas, o disponer de algunos activos. Un problema con la interpretación de esta razón, es que algunas empresas tienen razón de rotación alta porque usan activos viejos cuyo valor en libros es bajo. Otro, es que se debe hacer referencia a razones de empresas del mismo sector, porque para diferentes sectores, se tienen diferentes niveles de inversión necesarios.

**Rotación de cuentas por cobrar.** Es una razón que se obtiene dividiendo las ventas entre el **promedio de cuentas por cobrar**, en el periodo contable. El resultado es el número de veces que se vendió el promedio de cuentas por cobrar.

Si se divide el periodo contable de 365 días entre el número de rotaciones, se obtiene el número de días que se necesitaron para recuperar los créditos de cuentas por cobrar o **periodo de colección**.

$$\text{Rotación de Cuentas por Cobrar} = \frac{\text{Ingresos operativos totales}}{\text{Cuentas por cobrar promedio}} = \frac{2262}{282} = 8.02$$

$$\text{Cuentas por cobrar promedio} = \frac{294 + 270}{2} = 282$$

$$\text{Periodo de colección promedio} = \frac{\text{Días del periodo}}{\text{Rotación de cuentas por cobrar}} = \frac{365}{8.02} = 45.5$$

**Rotación de Inventarios:** Es un concepto análogo a los dos anteriores. Para esta razón se divide el costo de los bienes vendidos entre el valor promedio de los inventarios:

$$\text{Rotación de Inventarios} = \frac{\text{Costo de los bienes vendidos}}{\text{Inventarios promedio}} = \frac{1,655}{274.5} = 6.03$$

$$\text{Inventarios Promedio} = \frac{269 + 280}{2} = 274.5$$

$$\text{Días en Inventario} = \frac{\text{días del periodo}}{\text{rotación de inventarios}} = \frac{365}{6.03} = 60.5 \text{ días}$$

3. **De Apalancamiento Financiero.** Determinan el grado de endeudamiento de la empresa a largo plazo, o el grado en que la empresa confía o depende de la deuda, en lugar de emplear capital. Las medidas de apalancamiento financiero, son herramientas para medir la probabilidad o riesgo

de que una empresa falle en su capacidad de hacer frente a sus obligaciones financieras. A mayor endeudamiento, mayor riesgo de fallar en los compromisos; pero por otro lado, los gastos financieros tienen la ventaja fiscal de algún porcentaje de deducibilidad de impuestos. Hay cuatro razones que reflejan este grado de apalancamiento.

$$\textbf{Razón de Deuda} = \frac{\textit{Deuda total}}{\textit{Activos totales}} = \frac{1,074}{1,879} = 0.57$$

$$\textbf{Razón de deuda a Capital} = \frac{1,074}{805} = 1.33$$

$$\textbf{Multiplicador de Capital} = \frac{\textit{Activos totales}}{\textit{capital total}} = \frac{1,879}{805} = 2.33$$

Las Razones de apalancamiento financiero, proveen información acerca de la protección o garantía que la empresa representa para los acreedores, así como el potencial de la empresa para obtener nuevos financiamientos en oportunidades atractivas de inversión.

$$\textbf{Cobertura de Intereses} = \frac{\textit{Utilidades antes de intereses e impuestos}}{\textit{gastos de intereses}} = \frac{219}{49} = 4.5$$

Se deben tener en consideración las limitantes de las razones financieras, ya que si se dispone de información adicional, puede tenerse mayor confiabilidad en su uso. Por ejemplo:

A las utilidades antes de impuestos, se puede agregar el gasto de depreciación, lo que mejora la cobertura de intereses; pero por otro lado, a los gastos de intereses se les podría sumar los pagos de la deuda.

4. **De Rentabilidad.** Determinan hasta qué grado la empresa es rentable. Existen varios indicadores financieros que dan cuenta de este concepto; pero contablemente se tienen los más elementales:

Margen de Utilidad: Se obtienen dos márgenes dividiendo utilidades entre ingresos operativos totales:

$$\textbf{Margen de Utilidad Neto} = \frac{\textit{Utilidad neta}}{\textit{Ingreso operativo total}} = \frac{86}{2,262} = 0.038 = 3.8\%$$

$$\textbf{Margen de utilidad bruto} = \frac{\textit{Utilidad Antes de Intereses e Impuestos}}{\textit{Ingreso operativo total}} = \frac{219}{2,262} = 9.7\%$$

Retorno Sobre Activos: Se tienen dos razones. Miden el desempeño de la administración, considerando o no los impuestos:

$$\text{ROA: Retorno Sobre Activos} = \frac{\text{Utilidad neta}}{\text{activos totales promedio}} = \frac{86}{1,810.5} = 4.75\%$$

$$\text{Retorno Bruto Sobre Activos} = \frac{\text{utilidad antes de intereses e impuestos}}{\text{activos totales promedio}} = \frac{219}{1,810.5} = 12.1\%$$

$$\text{ROE: Retorno Sobre Capital Contable} = \frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Capital Contable promedio}} = \frac{86}{765} = 11\%$$

$$\text{Capital Contable Promedio} = \frac{805 + 725}{2} = 765$$

$$\text{Razón de Pago de Dividendos} = \text{Payout Ratio} = \frac{\text{Dividendos}}{\text{Utilidad neta}} = \frac{43}{86} = 0.5$$

$$\text{Razón de Retención} = \text{Retention Ratio} = \frac{\text{utilidades retenidas}}{\text{Utilidad neta}} = \frac{43}{86} = 0.5$$

$$\text{Utilidades Retenidas} = \text{Utilidad Neta} - \text{Dividendos}$$

5. **De Valor de la Empresa:** Aunque los estados financieros brindan mucha información, una característica muy importante de la empresa que no puede ser encontrada en dichos estados, es **su valor de mercado.**

Las siguientes razones sirven para estimar el valor de una empresa, a partir de las cotizaciones de sus acciones en el mercado bursátil, y de la información contable.

**Valor de mercado.** Es el precio de una acción común, que vendedores y compradores establecen cuando comercian con esa acción.

**El valor de mercado del capital social (equity)** de una empresa, es el valor de mercado de una acción común, multiplicado por el número de acciones emitidas.

**La Razón Precio-Utilidad:**

$$\text{Razón } P/E = \frac{\text{Price}}{\text{Earnings}} = \frac{\text{Precio}}{\text{Utilidad}}$$

La manera de calcular esta razón, es dividir el precio de mercado actual de una acción común, entre la utilidad por acción del último año.

$$\text{Rendimiento de dividendos} = \frac{\text{Dividendo por acción}}{\text{Valor de mercado por acción}}$$

$$\text{Razón de valor de Mercado a V. en Libros} = \frac{\text{valor de mercado de una acción}}{\text{valor en libros de una acción}}$$

$$\text{Razón Q de Tobin} = \frac{\text{Valor de mercado del capital} + \text{deudas}}{\text{valor de remplazo de los activos de la empresa}}$$

### Sistema Dupont.

Un sistema Dupont es un conjunto de razones financieras básicas y fáciles de comprender, que ligadas o encadenadas inteligentemente, se pueden sistematizar desde su captura, hasta su interpretación. En la elaboración de un sistema Dupont se busca, a partir de razones financieras sencillas, llegar a obtener información de gran relevancia.

A continuación se presenta un ejemplo de siete razones financieras conocidas, que ligadas adecuadamente, nos permiten obtener el ROE (Return On Equity), conocido en nuestro medio como el rendimiento sobre el capital social.

$$\frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Ut. Antes de Imp.}} \times \frac{\text{Ut. Antes de Imp.}}{\text{Ut. Operativa}} \times \frac{\text{Ut. Operativa}}{\text{Ventas}} \times \frac{\text{Ventas}}{\text{Activos}} \times \frac{\text{Activos}}{\text{Cap. Contable}} = \frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Cap. Contable}} = \text{ROE.}$$

En un paso intermedio de este ejemplo, también se determina el ROA (Return on Assets), que en español se traduce como el rendimiento sobre los activos.

El mérito de estos sistemas, es que una vez que se han diseñado, se pueden aplicar de manera repetitiva para diferentes periodos de un análisis histórico y cuyos resultados pueden ser materia prima para estudiar tendencias o elaborar proyecciones:

No.de Razón	Nombre de La Razón	Razón	Año 1995	Año 1996	Año 1997	Año 1998
1	R. de Efecto Fiscal	$\frac{Utilidad\ neta}{Ut.\ antes\ de\ Imp}$	.39	.40	.45	.46
2	R. de Carga por Interés	$\frac{Ut.\ antes\ de\ Imp}{Ut.\ operativa}$	1.23	1.23	1.2	1.12
3	Margen Operativo	$\frac{Ut.\ operativa}{Ventas}$	0.2	0.18	0.19	0.21
4	Rotación de Activos	$\frac{Ventas}{Activos}$	0.59	0.61	0.58	0.60
5	Apalancamiento Financiero	$\frac{Ventas}{Cap.Cont.}$	1.09	1.07	1.08	1.1
6	Rendimiento Sobre el Capital	$\frac{Ut.\ Neta}{Cap.Contable}$	0.06	0.06	0.06	0.075

La última fila de la tabla, nos da como resultado el ROE, que es una de las razones más relevantes dentro del análisis financiero; sin embargo cada fila tiene su significado y su interpretación, como se puede ver en la fila 3, del año 95, que el margen operativo es de 0.20, significa que un producto se vendió en 100 y costó 80, por lo que el margen es de 20.

También se resalta que la fila cuatro nos da el ROA (rendimiento sobre los activos), porque multiplicando desde la razón 1, hasta la 4 el resultado es:  $\frac{utilidad\ neta}{activos}$

### Clasificación de los Múltiplos

#### Múltiplos de Utilidades

- Múltiplos de Valor a utilidad: Razón Valor de Mercado (del capital soc.)/utilidad. y sus variantes.
- Múltiplos de utilidad operativa: Razón Valor de la Empresa/EBITDA O EBIT. (Earnings Before Interest and Taxes, Depreciation and Amortization).
- Múltiplos: Flujos de Efectivo/Utilidades

#### Múltiplos de Valor en Libros.

- Múltiplos de Capital contable: Valor de Mercado (del cap. soc.)/Valor en libros (del capital soc.).
- Múltiplos de Valor de la Empresa: Valor de Mercado de la Empresa/Valor en libros de la emp.

#### Múltiplos de Ingresos.

- Valor de Mercado (del cap. soc.)/Ventas.
- Valor de mercado de la Empresa/ventas.

### Los Fundamentos De Los Múltiplos.

- Todos los múltiplos incluyen y manifiestan la información que subyace en la valuación por flujos de efectivo descontados. En esencia, las consideraciones acerca de crecimiento, riesgo, y flujos de efectivo, determinan el múltiplo.
- Si se tiene un múltiplo de capital contable, se puede empezar con un modelo de flujos de efectivo al capital contable y encontrar los determinantes, o variables que influyen en ese múltiplo, así como la manera en que participan
- Si se tiene un múltiplo del valor de la empresa, se puede empezar con un modelo de valuación de la empresa y encontrar los determinantes.

### Determinantes de los múltiplos.

Como se indico en el inciso anterior, los fundamentos del valor de una empresa, o principales variables en la determinación de su valor, son los flujos de efectivo descontados, el crecimiento y el riesgo.

Ahora se hace un análisis para determinar de qué manera estas variables influyen en el valor de cada múltiplo. Es por esta razón que estas tres variables principalmente, y otras que aparecen en el siguiente análisis de cada múltiplo, son conocidas como determinantes de los múltiplos.

Se intuye que empresas con mayor potencial de generar flujos de efectivo, menor riesgo y mayor tasa de crecimiento, deben cotizarse con múltiplos más altos, que otra con menor potencial de generación de flujos de efectivo, mayor riesgo y menor tasa de crecimiento.

Aunque aparentemente existe una diferencia metodológica y conceptual entre la valuación intrínseca y la valuación relativa, como se verá en este análisis, existe una relación muy estrecha entre ambas, que se refleja en la una gran similitud entre los valores que cada enfoque arroja, porque los mercados bursátiles asignan el valor a las acciones, tomando en consideración los determinantes que se han mencionado.

Para obtener los determinantes del múltiplo P/E (precio/utilidad), se parte del modelo de valuación intrínseca, llamado de flujos de efectivo libres, en el que los flujos de efectivo, son pagos a los accionistas, es decir son dividendos:

$$\text{Valor de Mercado del Capital Social} = \text{valor de una acción} \times (\text{No. de Acciones})$$

Tomando el modelo del valor de una perpetuidad con crecimiento, visto en el Capítulo uno:

$$\text{Valor de Mercado de una Acción} = \text{Precio Actual} = P_0 = \frac{\text{Dividendo actual por acción}}{r - g}$$

Como el modelo toma como valor inicial, el dividendo que se recibirá dentro de un año, se tiene:

$$P_0 = \frac{\text{Dividendo actual por Acción}(1 + g)}{r - g}$$

Dividiendo la ecuación entre las utilidades por acción (EPS), de Earnings per Share, que se puede abreviar únicamente como E, se tiene:

$$\frac{P_0}{EPS_0} = \frac{P}{E} = \frac{DPS_0(1 + g)}{EPS (r - g)}$$

Como se vio en la sección de análisis financiero, la división P/E es la razón Precio/Utilidad, clasificada dentro de las razones de valor de la empresa, y el factor DPS/E que corresponde a dividendos entre utilidades, es una razón de rentabilidad llamada razón de pago de dividendos o Payout Ratio.

De este análisis se deduce que los determinantes del múltiplo P/E son la razón de pago de utilidades, la tasa de crecimiento esperado, de los dividendos que se pagan por acción (g) y el costo del capital (r), que se expresa como:

$$\frac{P}{E} = \frac{\text{Payout Ratio}(1 + g)}{r - g}$$

En resumen, en circunstancias iguales para dos empresas, con diferentes determinantes del múltiplo P/E, se espera que una empresa con mayor tasa de crecimiento (g), con menor tasa de costo del dinero, y con mayor razón de pago de dividendos, se cotice a mayor valor de su múltiplo P/E en los mercados financieros y bursátiles.

Pasando ahora a un segundo múltiplo llamado precio a valor en libros P/valor en libros o P/BV, a partir del múltiplo P/E. Dividiendo la ecuación entre valor en libros (BV) y pasando E al miembro derecho:

$$\frac{P_0}{BV_0} = \frac{ROE \times \text{Payout Ratio}(1 + g)}{r - g}$$

Esto porque: E/BV es la utilidad entre capital contable, que se conoce como razón de retorno sobre el capital social (Return on Equity) o ROE, que se estudio en la sección de análisis financiero y en el sistema Dupont.

Esto significa que dos empresas en circunstancias iguales, con diferente ROE, la empresa con mayor valor de ROE, se cotizará mejor en los mercados financieros con su múltiplo P/BV de mayor valor.

Luego, si dividimos ambos lados de la ecuación, entre los ingresos por acción (Revenues Per Share), es decir las ventas (Sales), se tiene:

$$\frac{P_0}{Sales_0} = \frac{\text{Profit Margin} \times \text{Payout Ratio}(1 + g)}{r - g}$$

Esto porque ROE×BV= (Earnings/BV) × BV = Earnings, y después Earnings / Sales = Profit Margin, es decir:

Utilidades / Ventas = Margen de Rentabilidad.

De esta última expresión se deduce que el margen de rentabilidad es la nueva variable añadida al proceso de análisis, o que es el nuevo determinante para expresar el valor de la empresa (una acción), en términos del múltiplo Precio/Ventas.

De la misma forma se pueden encontrar los múltiplos de valor de la empresa, con crecimiento estable:

$$\text{Valor de la Firma} = V_0 = \frac{FCFF_1}{r - g}$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación entre el  $FCFF_1$

$$\frac{\text{Valor de la Firma}}{FCFF_1} = V_0 = \frac{1}{r - g}$$

El múltiplo de Valor de la Firma, considerando los flujos de efectivo que recibe, depende solamente de la tasa de costo de capital y de la tasa de crecimiento estable esperado.

Como el flujo de efectivo hacia la firma, es la utilidad operativa después de impuestos, ajustada como el gasto de capital neto y las necesidades de capital de trabajo, los múltiplos de EBIT, y EBITDA, pueden ser estimados de la misma manera.

### **Empresas Comparables o Referentes.**

Para valuar una empresa o su capital contable, mediante el enfoque de los múltiplos, se debe contar con un conjunto de empresas similares a la que se va a evaluar. Esas empresas deben estar cotizadas en el mercado bursátil, y deben ser lo más parecidas posible (en flujos de efectivo, tasa de crecimiento y en costo de capital principalmente), a la que se va a valuar, dado que servirán de referencia para poder estimar el valor de la empresa no cotizada públicamente en los mercados financieros.

Sería ideal si se pudiera valuar una empresa, observando en cuanto está valuada otra idéntica. Como esto rara vez se presenta en la práctica, se tiene que proceder a un tratamiento de las diferencias encontradas entre ellas. Existen tres maneras de tratar con las diferencias:

- I. Ajustes subjetivos considerando un solo determinante, tratando de explicar la diferencia para deducir si existe una posible sobrevaloración o subvaluación.
- II. Múltiplos Modificados para tomar en cuenta los efectos de la variable determinante más crítica en el múltiplo, (La variable acompañante). Por ejemplo: El múltiplo P/E está determinado por las variables utilidades, dividendos, costo de capital y tasa de crecimiento esperado. De estas se puede tomar la tasa de crecimiento esperado, como la más crítica y modificar el múltiplo original, quedando:  $\frac{P}{EG}$ . Esto significa que se debe conocer la tasa de crecimiento de todas las empresas referentes, para poder elaborar este último.

- III. Técnicas Estadísticas: En estas se busca obtener un promedio de los múltiplos de las empresas comparables. Según el caso, se puede optar por otros promedios diferentes al simple, acompañándolos con alguna medida de dispersión, que indique la confiabilidad del conjunto comparable.

Dentro de estas técnicas, se tiene la regresión lineal múltiple, que promedia al mismo tiempo, n variables y provee una medida de dispersión entre los distintos elementos de la muestra (conjunto comparable). Esta regresión se puede aplicar en empresas que pertenecen al mismo sector, o al mercado general, siempre que los valores de las principales variables determinantes, sean muy parecidas, es decir, podemos obtener una función que nos determine el valor del múltiplo P/E (variable dependiente), a partir de los valores de las variables (independientes) que determinan este múltiplo.

Si se trabaja con dos variables independientes y una dependiente, cada muestra (del conjunto de empresas) se representa por una terna de coordenadas (un punto en el espacio). Si se tienen n empresas en el conjunto de empresas comparables, se tendrán n puntos en el espacio, que guardan una relación definida por la función:

$$\frac{P}{E} = f(x_1, x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

La Regresión lineal múltiple, se basa en la técnica de mínimos cuadrados, que requiere de tres ecuaciones para determinar las tres incógnitas  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ .

Las tres ecuaciones se obtienen de las derivadas parciales (igualadas a cero para encontrar el valor mínimo de la función) con respecto a cada incógnita, de la función que hace mínima la suma de las desviaciones cuadradas (se elevan al cuadrado para eliminar los signos negativos y evitar que la suma se haga cero) o errores al cuadrado de cada punto en la muestra, medidas desde la línea que promedia todas las variables, es decir, la línea de regresión.

A partir del sistema de tres ecuaciones simultaneas con tres ecuaciones, se obtienen los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  que definen a la función que calcula al múltiplo P/E en función de dos de sus variables determinantes. Sustituyendo los valores específicos de la empresa en valoración, en la función de regresión, se calcula el múltiplo P/E y a partir de este, el valor de la empresa.

La regresión que se describió, de tres variables, tiene una representación en el espacio; pero por inducción matemática, se puede extrapolar a un número mayor de variables, y se sigue conservando el mismo sentido: promediar de manera simultánea, para distintas variables que determinan un múltiplo y controlar las diferencias inexplicadas en los múltiplos de diferentes empresas.

A continuación se presenta el resumen de las variables determinantes para cada múltiplo, que se obtuvieron en la sección "Determinantes de los Múltiplos", que se pueden considerar para la regresión.

Tabla De Variables Determinantes De Cada Múltiplo Comúnmente Usado E Valuación Relativa.

Múltiplo	Variables Determinantes
P/E (precio/utilidad)	Crecimiento esperado, razón de pago y riesgo
P/BV (precio/valor en libros)	Crecimiento esperado, razón de pago, riesgo y retorno sobre el cap. social
P/S (precio/ventas)	Crecimiento esperado, razón de pago, riesgo y margen de utilidad neta.
EV/EBITDA (valor de la empresa/Ut. Antes de intereses, impuestos, depreciación y amortización.)	Crecimiento esperado, tasa de reinversión, riesgo, retorno sobre activos, tasa de impuestos.
EV/D+E (valor de la empresa/activos)	Crecimiento esperado, tasa de reinversión, riesgo, retorno sobre activos.
EV/SALES (valor de la empresa/ventas)	Crecimiento esperado, tasa de reinversión, riesgo y margen de utilidad operativa.

### Limitantes de las Técnicas Estadísticas.

Las técnicas estadísticas no son una verdadera solución al tratamiento de las diferencias entre los múltiplos de las empresas en el conjunto muestra, con el fin de hacer investigación o análisis. Son herramientas que el valuador debe conocer y utilizar con fines prácticos bajo restricciones que pueden ser o no obvias. Primeramente el valuador debe ser consciente de las propiedades distribucionales de los múltiplos dentro de la población y de la relación entre y con las variables independientes usadas en la regresión:

- A. La distribución de los valores del múltiplo a través de la población no es normal, por la simple razón de que un múltiplo negativo, puede no tener sentido y sin embargo puede tener valores muy altos. Este problema puede ser acentuado cuando se tienen muestras pequeñas o cuando se tienen valores extremadamente relevantes.
- B. En la regresión lineal, se supone que las variables independientes son ellas mismas independientes una con respecto de otra. Dentro de un sector o sobre el mercado en general, es comúnmente aceptado, que una compañía con alto crecimiento, tenderá a ser riesgosa o a tener una razón de pago baja. Este tipo de dependencias puede fortalecer la relación con la variable independiente, crear multicolinealidad o presentar una tendencia no lineal, lo que puede demeritar el poder explicativo o de control de diferencias de la técnica de regresión lineal múltiple, por el método de mínimos cuadrados.
- C. La distribución de los múltiplos cambia a través del tiempo, principalmente en situaciones de turbulencia financiera. Por esta razón, una regresión para definir un múltiplo por medio de una muestra de varias empresas en determinado momento, puede perder capacidad de predicción o de interpolación con el paso del tiempo, principalmente cuando el mercado está introduciendo error en sus expectativas y luego lo corrige.
- D. Finalmente el coeficiente de determinación  $R^2$  tiene un intervalo de validez que explica una fuerte o débil correlación cuando se busca explicar cuantitativamente una ley natural; pero en

este caso, de un fenómeno de tipo económico y social, se debe percibir simplemente como la amplitud del rango en el que puede variar la variable independiente, para una interpolación en particular, que determine el múltiplo de una empresa, dados los valores de las respectivas variables independientes que influyen en la misma.

### **Métodos Basados en los flujos de Efectivo Descontados.**

Base Filosófica: Todo activo tiene un valor intrínseco que puede ser estimado con base en sus características y en términos de los flujos de efectivo que produce, de su crecimiento y de su riesgo

PREMISA 1. Para que un activo tenga valor, los flujos de efectivo esperados, tienen que ser positivos en algún tiempo, durante la vida del activo.

PREMISA 2. Los activos que generan flujos de efectivo al inicio de su vida, tendrán más valor que los activos que generan flujos de efectivo después. Estos pueden tener mayor crecimiento o flujos de efectivo mayores para compensar la espera.

PREMISA 3. Los activos con flujos de efectivo altos y predecibles, deben tener valores más altos, que los activos con flujos de efectivo bajos y volátiles.

Valuación intrínseca. Es la técnica que relaciona el valor de un activo, al valor presente de los flujos de efectivo, esperados en el futuro, producidos por dicho activo. En su forma más común, esta adopta los modelos de flujos de efectivo descontados.

#### **Valuación por flujos de efectivo descontados.**

En este enfoque, el valor de un activo es el valor presente de los flujos de efectivo esperados de ese activo, descontados a una tasa que refleje el riesgo de obtener dichos flujos de efectivo.

En esta sección se revisarán los fundamentos del enfoque y algunos de los detalles preliminares de cómo se estiman las variables del modelo.

#### **Esencia de la valuación por flujos de efectivo descontados.**

Un individuo compra la mayoría de los activos, porque espera que le generen flujos de efectivo en el futuro. En la valuación por flujos de efectivo, se inicia con una proposición simple:

“El valor de un activo, no es lo que alguien percibe que debe valer; sino que es función de los flujos de efectivo esperados de ese activo”

Hay cuatro variantes del modelo de flujos de efectivo y doce formulas diferentes debido a las distintas combinaciones de las variantes que se indican a continuación:

1. En esta variante se descuentan los flujos de efectivo de un activo o negocio, con una tasa ajustada por riesgo.

2. En esta, se ajustan los flujos de efectivo esperados, por riesgo, para obtener los llamados flujos de efectivo equivalentes por certeza, o ajustados por riesgo, los que se descuentan con una tasa libre de riesgo.

3. Se valúa un negocio, primero sin los efectos de la deuda y luego se consideran los efectos marginales sobre el valor, positivos o negativos, de pedir dinero prestado. Este enfoque es llamado APV (Adjusted Present Value), valor presente ajustado.

4. Finalmente, se puede determinar el valor de un negocio, como función de los retornos excedentes, que se espera que genere en sus inversiones, enfoque llamado EVA (Economic Value Added), Valor Económico Agregado.

### **Modelos De Ajuste En La Tasa De Descuento.**

De los modelos que hacen ajuste por riesgo, estos son los modelos más usados, y el ajuste consiste en incrementar la tasa de descuento, en algunos puntos porcentuales, para descontar los flujos de efectivo de activos riesgosos y disminuir su valor presente. En caso contrario, se usan tasas de descuento más bajas cuando se valúan activos más seguros.

Los modelos de flujos de efectivo descontados, también se pueden aplicar de dos maneras diferentes:

En la primera, se valúa el negocio completo, sin considerar el origen de los recursos. A este enfoque se le conoce como valor de la empresa o valor de la firma.

Los flujos de efectivo, antes de los pagos de deuda, y después de cubrir las necesidades de reinversión, son llamados flujos de efectivo libres para la empresa, y la tasa de descuento que refleja el costo de financiamiento compuesto por todas las fuentes de capital, es llamada costo de capital. En finanzas y valuación, el término capital se refiere a los recursos con los que se establece una empresa, cuyas fuentes son solamente la sociedad y acreedores.

La segunda consiste en valuar solamente la porción que corresponde a los accionistas. A este enfoque se le conoce como valor de la sociedad.

Los flujos de efectivo, después de los pagos de deuda, y de satisfacer las necesidades de reinversión, son llamados flujos de efectivo libres para los socios, y la tasa de descuento que refleja solo el costo de los recursos aportados con acciones, con su correspondiente prima de riesgo, se llama costo de dinero de los socios.

El valor de la sociedad, también se puede obtener a partir del valor de la empresa, al que se le restan todos los derechos que no corresponden a los socios. Si el procedimiento es bien ejecutado, el valor de la sociedad debe ser el mismo, mediante ambos enfoques.

A partir de este punto, los modelos de valuación por flujos de efectivo descontados, se clasifican en dos grandes grupos: El primero considera los flujos de efectivo que son destinados a los socios y el segundo, considera los flujos de efectivo que se destinan a la empresa o firma.

### **1.- Modelos de Flujos De Efectivo Descontados, Para los Accionistas.**

En los modelos de valuación de la propiedad de los socios, se pone especial atención en los accionistas del negocio, y se valúan sus intereses, descontando los flujos de efectivo esperados para esos accionistas a una tasa de retorno (descuento) que es apropiada por el riesgo que se tiene en el negocio.

El primer conjunto de modelos examinados, toma un sentido estricto de los flujos de efectivo hacia la sociedad, y considera solo los dividendos destinados como flujos de efectivo a los accionistas. Estos modelos son los más antiguos y posteriormente se hizo más amplia la definición de flujos de efectivo a los socios, primero, incluyendo las devoluciones o recompras de acciones, en los flujos de efectivo a los socios, y luego, por la expansión de este análisis, para cubrir dividendos potenciales o flujos de efectivo libres, a los accionistas.

#### **a.- Modelo de Dividendos Descontados.**

Cuando los inversionistas compran acciones de una empresa públicamente cotizada (En bolsa de valores), generalmente esperan recibir dos tipos de flujos de efectivo:

- ✓ Dividendos durante el periodo que mantienen la posesión de estos activos financieros.
- ✓ Pago del precio del activo, al final del periodo, por la venta del mismo.

Como el precio es determinado por los dividendos futuros, el valor de una acción es el valor presente de los dividendos a perpetuidad:

$$\text{Valor de una Acción} = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{E(DPA)_t}{(1 + K_e)^t}$$

Donde:

$E(DPA)_t$  es el valor esperado del dividendo, en el año  $t$ .

$K_e$  es la tasa de retorno (descuento) de acuerdo al riesgo del negocio.

Para obtener los valores de los dividendos esperados, se hacen pronósticos acerca de la tasa de crecimiento futuro, esperado en las utilidades. La tasa de retorno requerida en una acción, es determinada por su riesgo, medida de diferente manera por diferentes modelos:

La Beta de mercado, calculada por el Modelo De Valuación De Activos De Capital (C.A.P.M.: Capital Asset Pricing Model).

El factor Beta por la teoría de valoración por arbitraje y por el modelo multi-factor

La determinación de  $K_e$  y el factor Beta, se explicará ampliamente en subsecuentes incisos.

Este modelo tiene la flexibilidad de permitir variaciones de la tasa de descuento en el tiempo, debidas a cambios esperados en las tasas de interés o del riesgo a través del tiempo.

### **Variaciones en el Modelo de Dividendos Descontados.**

Aunque las proyecciones sobre el monto de los dividendos, no deben ser hechas a perpetuidad, y las empresas públicamente cotizadas no son seguras de durar por siempre, muchas versiones del modelo de dividendos descontados, han sido desarrollados sobre diferentes suposiciones acerca del crecimiento futuro.

Los modelos matemáticos más comúnmente empleados en la valuación, ya han sido deducidos y demostrados en el capítulo 1 de este trabajo, y en esta sección solamente se muestran los modelos, con algunos simbologías específicas, nombres, técnicas, métodos y teorías de obtención de valores de cada variable, así como aplicaciones.

Retomando el modelo más simple, de valor presente de flujos de efectivo constantes a perpetuidad:

$$\text{Valor Presente de una Acción a Perpetuidad} = \frac{\text{Dividendo}}{K_e}$$

Pasamos al modelo de valor presente de flujos de efectivo perpetuos con crecimiento constante

$$\text{Valor de una Acción} = \frac{\text{Dividendo Esperado el sig. Periodo}}{\text{Costo del dinero} - \text{Valor Esperado de Crecim. a Perp.}}$$

Este modelo se atribuye a David Durand y Myron Gordon, y es comúnmente conocido como Modelo De Crecimiento de Gordon. Aunque este es un enfoque simple y comprobado para valuar el valor de la riqueza de los accionistas, su uso está limitado a las acciones de empresas que tienen un crecimiento a tasa constante y sostenible por siempre.

Hay dos circunstancias prohibitivas que se deben considerar en el uso de este modelo:

La primera es que la tasa de crecimiento de los dividendos esperados, no debe ser igual a mayor a la tasa de retorno requerida por el uso de recursos de los socios.

La segunda es que los otros indicadores de desempeño de la empresa, incluyendo las utilidades, deben también crecer a la misma tasa de crecimiento de los dividendos para garantizar un estado de

crecimiento constante en los dividendos, así como también, que las políticas de dividendos contemplen la adecuada tasa de pago de dividendos (Payout ratio)

Para dar respuesta a los casos en que no se puede aplicar de manera directa el modelo Gordon, el modelo ha tenido adaptaciones que consideren dos o tres etapas de crecimientos diferentes.

En la primera etapa se consideran los flujos de efectivo con altas tasas de crecimiento con incrementos irregulares, flujos que son descontados de manera particular e independiente.

En la segunda, y en ocasiones también tercera, se consideran las etapas de crecimiento estable y constante, con sus respectivas tasas, que si aplican en el modelo de Gordon. El nuevo modelo queda como:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{E(DPA)_t}{(1 + \text{Costo Dinero de Socios})^t} + \frac{P_n}{(1 + \text{Costo Dinero de Soc.})^t}$$

Donde:

$$P_n = \frac{E(DPA)_{n+1}}{(\text{Costo Dinero de Soc.} - g)}$$

Donde:  $E(DPA)_{t+1}$  es el valor esperado de los dividendos después del año t.

g es la tasa de crecimiento de los dividendos, después del año n.

### **Aplicabilidad del Modelo de Dividendos Descontados.**

Aunque muchos analistas han abandonado el enfoque del modelo en los dividendos, considerando que es un enfoque muy estrecho, otros argumentan que sus ventajas yacen en su simplicidad y pocos requerimientos de datos, así como el hecho de que los dividendos son el único flujo de efectivo tangible de la empresa para los accionistas.

Otra ventaja de este, es que se necesitan menos supuesto para pronosticar los futuros dividendos, que para pronosticar los flujos de efectivo libre.

Para pronosticar estos últimos se necesitan supuestos sobre los gastos de capital, depreciación, amortización, y cambios en el capital de trabajo.

Finalmente se tiene a favor del modelo, el argumento de que los administradores establecen el nivel de pago de dividendos ( Payout ratio), que pueden sostener, aún con ingresos volátiles.

Otras circunstancias a considerar en la aplicación de este modelo, es que se abandona el derecho en los balances de efectivo, que si tienen superávit, se concluye en una infravaloración del valor de la propiedad accionaria, y en el otro extremo, si se pagan dividendos con ingresos deficitarios, generalmente se recurre a la emisión de deuda o de acciones para fondear la diferencia, lo que supone

un estimado demasiado optimista del valor, porque se asume que la empresa continuará recurriendo a la deuda externa para afrontar los déficits en dividendos, a perpetuidad.

Con el paso del tiempo y con los cambios que sufre la economía de cada país, también cambian las políticas de dividendos de cada empresa como consecuencia de la planeación estratégica y de las circunstancias del entorno macroeconómico que afecta el ritmo de crecimiento de las mismas. Ante esto, la administración puede decidir acumular reservas de recursos para enfrentar necesidades futuras o adversidades, disminuyendo la tasa de pago de dividendos. Si no fuera necesario aplicar esas reservas, se constituyen en dividendos potenciales. Esto ha representado un desafío para los valuadores, al tener que estimar el valor de las acciones (riqueza de los accionistas) ya que tienen que enfrentarse a un panorama distinto basado en los dividendos ordinarios y en los potenciales.

La respuesta a este problema es sencilla: Reemplazar los dividendos por los dividendos potenciales en el modelo; pero ahora surge la pregunta: ¿cómo estimar de la mejor manera esos dividendos potenciales?

Para esta interrogativa surgen tres alternativas:

1. Ampliar el concepto de retorno de efectivo a los accionistas para considerar la recompra de las acciones.
2. Calcular la cantidad de efectivo que debió ser pagado como dividendos y que no se retornó a los accionistas, estimando el flujo de efectivo residual, después de afrontar las necesidades de reinversión y hacer pagos por servicio de la deuda.
3. Considerar las utilidades o alguna variante de las utilidades, como estimado de dividendos potenciales.

La forma más simple de incluir las recompras de acciones en el modelo de dividendos descontados, es sumarlas a los dividendos y calcular una nueva tasa de pago de dividendos:

$$\text{Tasa de Pago de Dividendos} = \frac{\text{Dividendos} + \text{Recompra de la Accion}}{\text{Utilidad Neta}}$$

Aunque este ajuste parece simple y aceptable, se tiene el inconveniente de que está desviado por el hecho de que el concepto de recompra de la acción, puede ser único o tenerse de manera esporádica, lo que representa incrementos aislados en los retornos a los accionistas, que a diferencia con los dividendos, estos son suavizados a lo largo del tiempo.

Consecuentemente un mejor estimado de la nueva tasa de pago de dividendos, se obtiene si se determina un promedio generado por la recompra, repartido en un periodo mayor de, por ejemplo, cinco años considerando además los pagos por emisión de nueva deuda, en la nueva tasa de pago.

$$\text{Tasa de Pago de Div.} = \frac{\text{Div.} + \text{Rec. distribuida de la Accion} - \text{Pagos por nueva deuda}}{\text{Utilidad Neta}}$$

## Modelo De Flujo De Efectivo Libre Para los Accionistas

Este no representa un cambio radical del tradicional modelo de dividendos descontados. Más bien representa un modelo en el que se descuentan dividendos potenciales para los accionistas, en lugar de los dividendos actuales. Una medida de los dividendos potenciales es el flujo de efectivo libre para los accionistas, o sea, el flujo residual después de enfrentar las necesidades de reinversión y los pagos a la deuda:

$$\begin{aligned} FCF_E = & \text{Utilidad Neta} + \text{Depreciación} - \text{Reinversiones} \\ & - \text{cambios en capital de trabajo no monetario} \\ & - (\text{Pagos a la deuda} - \text{Nueva deuda}) \end{aligned}$$

Donde  $FCF_E$  es por sus

Los valuadores han usado variantes del flujo de efectivo libre para los accionistas, para juzgar la atracción que tienen las empresas como inversiones. Algunos han argumentado que los inversionistas deberían juzgar a las compañías por su desempeño medido con lo que llaman “utilidades de los propietarios”, un flujo de efectivo después de enfrentar reinversiones y necesidades de capital de trabajo, una medida de flujo de efectivo libre para los accionistas que ignora flujos de efectivo de la deuda.

Cuando se reemplazan los dividendos por el flujo de efectivo libre para valorar la propiedad de los accionistas, se hace más que un simple remplazo, se está asumiendo que ese flujo de efectivo se pagará a los accionistas. Se tienen dos consecuencias:

1. No habrá aumento futuro en el efectivo de la empresa, dado que el efectivo que es disponible después de hacer las reinversiones necesarias y pagos a la deuda, es pagado a los accionistas en cada periodo.
2. El crecimiento esperado en los flujos de efectivo libre, incluirá el crecimiento en utilidades por activos operativos, y no así por activos monetarios o instrumentos valor.

El modelo de Flujos de efectivo libres para los accionistas, trata a estos en una empresa públicamente cotizada, como el equivalente de un propietario en una empresa privada

En este modelo también se tiene la variante que considera el crecimiento estable en los futuros flujos de efectivo libre y las necesidades de reinversión.

El valor para los accionistas, para estas condiciones está dado por:

$$P_n = \frac{E(FCFE)_1}{(\text{Costo Dinero Soc.} - \text{Tasa de Crecimiento Estable})}$$

## Modelos de Utilidades

El riesgo que se tiene de que las compañías no puedan pagar lo que deberían, como dividendos, y la dificultad que se tiene en la estimación de los flujos de efectivo libre para los socios, condujo a algunos autores a argumentar que la empresa es mejor valuada mediante las utilidades descontadas o variantes

de estas. Los proponentes argumentan que el valor de las acciones puede ser calculado en términos de su valor en libros y de sus utilidades actuales capitalizadas, ajustadas para dividendos. Otros consideran que esto sería posible, mientras los valuadores puedan reducir las utilidades futuras y el valor en libros, para reflejarlos como pago de dividendos.

### **Dividendos Potenciales Contra Modelos de dividendos Descontados.**

El modelo de flujos de efectivo libres, puede ser revisado para ser una alternativa al modelo de dividendos descontados. Como ambos enfoques dan diferentes resultados para el valor de los accionistas, sería útil analizar los casos en que dan el mismo resultado, los casos en que dan diferentes valores, y porque surgen o que significan esas diferencias.

Hay dos casos en los que los resultados son iguales

El primero y más obvio, es en el que los flujos de efectivo libres son iguales a los dividendos. Esto es porque existen compañías que tienen el compromiso de pagar los excedentes de efectivo, como dividendos, o porque tienen accionistas que esperan que así lo hagan.

El segundo es más sutil, y es en el que los flujos de efectivo libre son mayores a los dividendos; pero el exceso de efectivo (Flujo de Efectivo Libre - Dividendos), es invertido en activos que ganan una tasa de retorno justa, es decir, que hace que su valor presente neto sea cero.

De cualquier forma, para obtener valores equivalentes por ambos enfoques, se tiene que tomar la decisión de acumular excedentes de efectivo en el modelo de dividendos, y sumarlos al valor de los accionistas.

Hay muchos casos en los que ambos enfoques arrojan diferentes estimados de valores:

- 1) Primero, cuando el flujo de efectivo libre para los accionistas, es más grande que el dividendo y el excedente de efectivo gana una tasa de interés menor a la del mercado o es invertido en activos con valor presente negativo. El valor con enfoque de flujos libres de efectivo, será mayor que con el enfoque de dividendos descontados. Hay numerosos casos de estudio de compañías que han acumulado grandes cantidades de efectivo mediante pago de dividendos bajos en comparación con el flujo de efectivo libre, y han elegido sobre pagar una adquisición.
- 2) Segundo: el pago de dividendos menores a los flujos libres de efectivo, disminuye la razón deuda / acciones, lo que puede conducir a la que la empresa esté sub apalancada, causando pérdida de valor.

En los casos en que los dividendos son más grandes que los flujos libres de efectivo, la empresa tendrá que emitir nuevas acciones o deuda, para pagar estos dividendos, o retroceder en sus inversiones, conduciéndola a por lo menos una de las consecuencias negativas para el valor de los socios.

Hay una tercera posibilidad, en la que se consideran las diferentes suposiciones sobre reinversiones y tasa de crecimiento en los dos modelos. Si la misma tasa de crecimiento es usada en ambos modelos, el valor de la propiedad de los socios, será mayor en el modelo de flujos de efectivo libres, y será menor en el modelo de dividendos descontados, siempre que estos sea menores en relación a los flujos de efectivo libre.

En realidad la tasa de crecimiento en el modelo de flujos de efectivo descontados, debe ser diferente a la tasa de crecimiento en el modelo de dividendos, porque se supone que los flujos de efectivo libre serán pagados a los accionistas. En general, cuando se paga mucho menos en dividendos, de lo que se tiene disponible, en flujos de efectivo libre, la tasa de crecimiento esperado y el valor terminal serán mucho más altos en el modelo de dividendos; pero los pagos en el modelo de flujos de efectivo, serán mayores, año con año.

Cuando el valor obtenido con el modelo de flujos libres de efectivo, es diferente al obtenido con el modelo de dividendos descontados, con consistentes suposiciones de crecimiento, es necesario revisar dos cuestiones:

1.- ¿Qué nos quiere decir la diferencia entre los dos modelos?

2.- ¿Cuál de los dos modelos es el apropiado para determinar el valor de mercado?

Lo que ocurre generalmente, es que el valor sea mayor en el modelo de flujos de efectivo, y la diferencia se atribuye al valor del poder que tiene la administración, para controlar la política de dividendos.

En una adquisición hostil (*takeover*), el proponente espera controlar la firma y cambiar la política de dividendos, para adoptar el modelo de flujos de efectivo y reflejar el mayor valor de las acciones.

Entonces ¿Cuál de los dos modelos es el más apropiado para determinar el valor de mercado?

La respuesta yace en la apertura del mercado para considerar el control corporativo. Si hay buena probabilidad de que la empresa sea retomada (en adquisición hostil) o de cambiar su administración, el valor de mercado reflejará esa probabilidad, y el marco de referencia apropiado, indicará el uso del modelo de flujos de efectivo libres. Si el cambio de la administración se vislumbra difícil, por el tamaño de la empresa o por restricciones legales o de mercado, para que se dé una adquisición hostil de la compañía, el valor de mercado será el proporcionado por este marco de referencia, que indicará el uso del modelo de dividendos descontados.

### **1.- Modelos de Flujos De Efectivo Descontados, Para la Empresa.**

La alternativa para valuar la propiedad de los accionistas, es valuar la empresa completa. El valor de la empresa es obtenido mediante los flujos de efectivo libre para la empresa, descontados con el costo de capital promedio ponderado. Incluido en este valor, está el valor de los beneficios fiscales de la deuda, por el uso de una menor tasa de costo de la deuda, después de impuestos, en el costo de capital

promedio ponderado, y el riesgo adicional esperado, asociado al uso de la deuda (en forma de tasas más altas de costo de acciones y de la misma deuda, conforme se incrementa la razón de apalancamiento).

Bases Para los Modelos de Valuación de La Empresa.

En el enfoque de Tasa de Costo De Capital, se inicia determinando el valor de la empresa, después se le restan todos los derechos no accionarios y se obtiene como resultado el valor de la propiedad de los socios en la empresa.

Implícito en este enfoque está el supuesto de que la tasa de costo de capital incluye tanto los beneficios fiscales de recurrir a la deuda, como el costo por el riesgo de caer en quiebra.

Se determinan los flujos de efectivo para la empresa como si no esta no tuviera deuda ni beneficios fiscales por los gastos en pago de intereses.

El origen de este modelo, yace en las investigaciones que dieron origen al modelo de Modigliani y Miller, publicadas en 1958, en las que resaltan que el valor de una empresa, se puede expresar como el valor presente de sus flujos de efectivo operativos, después de impuestos. El objetivo de Modigliani y Miller era mostrar que el costo de capital permanecería constante aunque se modificara la estructura de capital, en un mundo sin impuestos, sin riesgos de falla ni costos de agencia.

$$\text{Valor de la Empresa} = \sum_{t=1}^n \frac{E(X_t - I_t)}{(1 + \text{Costo de Capital})^t}$$

Donde:  $X_t$  es el valor de las utilidades operativas después de impuestos, en el año t.

$I_t$  es el valor de las reinversiones dentro de los activos de la empresa en el año t.

Costo de Capital es la tasa mínima que se exige que deben ganar los recursos invertidos en la empresa, constituidos por el dinero de los accionistas (dueños) y de los acreedores (prestamistas).

Se debe resaltar que en el idioma inglés, en el que se publica la mayoría de la teoría de valuación y de las finanzas corporativas, el término capital se refiere específicamente a la mezcla de recursos de accionistas y acreedores. Para evitar confusiones en el idioma español, algunos autores asignan el término "Equito" a los recursos de los accionistas o dueños. Como hay algunas variantes de la definición de flujo de efectivo operativo después de impuestos, la más comúnmente aceptada es el flujo de efectivo libre para la empresa, definido como:

$$\text{FELE} = \text{FCF}_F = \text{Utilidad Operativa despues de Impuestos} - (\text{Reinversiones} - \text{Depreciación}) - \text{cambios en capital de trabajo no monetario.}$$

En esencia, este es el flujo de efectivo de efectivo después de impuesto y reinversiones; pero antes de hacer cualquier pago de intereses y deuda, que contrasta con el flujo de efectivo para los socios, el cual es después de flujos de efectivo para pago de intereses y deuda.

Hay tres cosas que se deben resaltar sobre el modelo:

- El valor de la empresa es el valor presente de los flujos de efectivo descontados con una tasa de costo de capital que cambia conforme la estructura de capital se modifique debido a los beneficios fiscales que conlleva el uso de deuda.
- Mientras es ampliamente preconcebido que modelo es aplicable sobre la suposición de una razón de deuda constante, este tiene la flexibilidad de permitir cambios en la estructura de capital, en el tiempo. De hecho, una de las fortalezas del modelo es la facilidad con que se pueden elaborar cambios en la mezcla financiera de recursos, en lugar de hacer cambios en los flujos de efectivo libre.
- La idea más revolucionaria y contra intuitiva del detrás del modelo, es que los prestamistas (acreedores) y los accionistas (dueños), finalmente aparecen en este, como socios que suministran capital a la empresa y participan de su éxito.

La diferencia que aparece entre accionista y prestamistas, es la naturaleza de los derechos que tienen sobre los flujos de efectivo. Mientras los prestamistas tienen primer derecho sobre los flujos de efectivo para reclamar su pago, los accionistas tienen derecho solamente sobre los flujos de efectivo residuales.

### Variaciones sobre Modelos de Valuación de la Empresa.

Así como en los modelos de flujos de efectivo y dividendos para los accionistas, el modelo de flujos de efectivo para la empresa, se presenta en diferentes formas, dadas por las suposiciones de crecimiento y del tiempo que este puede durar.

Así como en el modelo de flujos de efectivo para los accionistas, en este también se pueden presentar casos de que la empresa este creciendo con una tasa que puede sustentar a perpetuidad. En estas circunstancias, la empresa se puede valorar mediante el siguiente modelo de crecimiento sostenido a perpetuidad:

$$\text{Valor de la Empresa} = \frac{(FCF_F)_1}{WACC - g}$$

Donde:  $(FCF)_1$  Es el flujo de ef. libre, del siguiente año, para la empresa, (Free Cash Flow to Firm)

WACC Es el costo de capital promedio ponderado, (Weighted Average Cost of Capital)

g Es la tasa de crecimiento esperado a perpetuidad.

Hay tres condiciones que se deben garantizar para poder usar este modelo:

1.- La tasa de crecimiento  $g$  deberá ser menor a la tasa de crecimiento general de la economía, o más específicamente, menor al WACC (weighted average cost of capital).

2.- Las características de la empresa deberán ser consistentes con el supuesto de crecimiento, en particular, la tasa de reinversión usada para calcular los flujos de efectivo libre para la empresa, debe ser congruente con la tasa de crecimiento estable esperado.

3.- Implícito en el uso de un costo de capital constante, se encuentra el supuesto de que la razón de apalancamiento también debe mantenerse constante en el transcurrir del tiempo.

Como cualquier modelo de valuación, con crecimiento estable, este es sensible a los supuestos acerca de la tasa esperada de crecimiento. Esta sensibilidad es incrementada por el hecho de que la tasa de descuento usada es la tasa de costo de capital promedio ponderada, la cual es menor que el costo de capital, para la mayoría de las empresas. Además el modelo es sensible a la tasa de reinversión, en relación a la depreciación. Si las reinversiones no están en función de la tasa de crecimiento esperado, los flujos de efectivo libre pueden ser incrementados o reducidos, por el aumento o disminución de los gastos de capital en relación con la depreciación. Si la tasa de reinversión es relacionada con los retornos de capital, cambios sobre estos retornos, pueden tener significantes efectos sobre el valor de la empresa.

Si la empresa tiene un crecimiento no uniforme o sostenido, en lugar de segmentar el horizonte de vida de la empresa en dos o más etapas, se puede emplear el modelo en su versión más general aplicable para cualquier condición de crecimiento, que considera los flujos de efectivo anuales uno por uno.

$$\text{Valor de la Empresa} = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{(FCF_F)_t}{(1 + WACC)^t}$$

Donde  $(FCF_F)_t$  Es el flujo de efectivo libre para la empresa, en el año t.

$WACC$  Es el costo de capital promedio ponderado

Si se proyecta que la empresa empiece a crecer después de n años, con una tasa estable de crecimiento g, el valor de la empresa se puede estimar en dos etapas como:

$$\text{Valor de los Activos Operativos de la Emp.} = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{(FCF_F)_t}{(1 + WACC)^t} + \frac{(FCF_F)_{n+1}}{(WACC - g)(1 + WACC)^n}$$

Como los flujos de efectivo considerados provienen solamente del uso de activos no financieros, es decir de activos operativos, la tasa de costo de capital empleada, debe reflejar solamente el riesgo operativo de la empresa, por lo que el valor presente de los flujos de efectivo, obtenido por el descuento de esos flujos con la tasa de costo de capital, medirá solamente el valor de los activos operativos de la empresa, los que contribuyen a obtener la utilidad operativa.

Cualquier activo, cuyas utilidades no sean parte de la utilidad operativa, no ha sido todavía valuado, lo que se verá en otra sección más adelante.

Para obtener el valor de los accionistas a partir del valor de los activos operativos, primero se tiene que incorporar el valor de los activos no operativos que son propiedad de la empresa, y luego restar el valor de todos los derechos no accionarios que pueden estar pendientes sobre la empresa.

Los activos no operativos incluyen todos los activos cuyas utilidades no forman parte de las utilidades operativas. El más común de estos activos, es el dinero y los instrumentos financieros negociables en los mercados bursátiles, los cuales pueden ascender a billones en grandes empresas, y el valor de estos activos debe ser sumado al valor de los activos operativos. Además, la utilidad operativa proveniente de tenencias minoritarias en otras empresas, no está incluida en la utilidad operativa o en el flujo de efectivo libre para la empresa que se está valuando, o en el valor de la propiedad de los socios, que se trata de determinar a partir del valor de la empresa, por lo tanto se necesita valorar estas tenencias (activos monetarios o instrumentos financieros) para sumarlos al valor de los activos operativos de la empresa.

Finalmente, la empresa puede poseer activos inutilizados que no generan utilidades o flujos de efectivo. Estos activos pueden todavía tener valor, el cual debe ser sumado también al valor de los activos operativos de la empresa.

Los derechos no accionarios que deben ser restados, no son solamente las deudas, sino también los costos acumulados por arrendamiento, las reservas para fondos de planes de pensión no cubiertas, las sumas por obligaciones de cuidados de la salud de los trabajadores (seguridad social) y todas las deducciones que se tengan que hacer.

### **Modelos de Valuación de la Empresa, contra Propiedad Accionaria.**

Como el modelo anterior puede verse como una alternativa para obtener el valor de la propiedad accionaria, surgen dos preguntas:

1.- ¿Porqué valorar la empresa en lugar de propiedad accionaria?

2.- ¿Será el valor de la propiedad accionaria, obtenido de restar del valor de la empresa, el valor de la deuda y otros deducibles, consistente con el valor de la propiedad accionaria obtenido mediante los modelos de dividendos o de flujos de efectivo libres para los accionistas, descontados a costo de dinero accionario?

La ventaja de usar el modelo de valuación de la empresa, es que los flujos de efectivo para la deuda no tienen que ser considerados explícitamente, ya que los flujos de efectivo para la empresa, en este modelo son determinados antes de considerar pagos de intereses y deuda, mientras que los flujos de efectivo para los acreedores tienen que ser tomados en cuenta para estimar el valor de la propiedad de los accionistas.

En los casos en que se espera que el apalancamiento cambie significativamente en el transcurrir del tiempo, las emisiones de nueva deuda representan ahorros significativos. Como consecuencia Las

estimaciones de nueva deuda y cambios en los pagos de intereses y deuda, en un nivel de apalancamiento también cambiante, pueden tornarse muy difíciles en el futuro,

De cualquier modo, el enfoque de valuación de la empresa, también requiere de datos de tasas de interés y razones de apalancamiento, para estimar el, Costo de Capital Promedio Ponderado (WACC).

El valor de los accionistas, obtenido mediante el valor de la firma o por el enfoque de valor de la propiedad accionaria, es el mismo si se hacen los supuestos consistentes en el nivel de apalancamiento financiero y en el costo de capital promedio ponderado. Conseguir esto en la práctica es muy difícil; pero haciendo las consideraciones consistentes para poder aplicar los modelos, se obtiene el mismo resultado. Esto se puede demostrar con ejercicios numéricos que respondan a los supuestos planteados.

### **Modelos Equivalentes por Certeza.**

Mientras que la mayoría de analistas ajustan por riesgo la tasa de descuento en los métodos de valuación por flujos de efectivo descontados, hay quienes prefieren ajustar por riesgo los flujos de efectivo esperados. En el proceso, estos reemplazan los inciertos flujos de efectivo esperados, por los flujos de efectivo equivalentes por certeza, usando un proceso de ajuste por riesgo, similar al usado para ajustar la tasa de descuento.

### **Confusiones en los Ajustes por riesgo.**

Al término de esta sección, debe estar claro que muchos analistas confunden lo que el ajuste por riesgo, de los flujos de efectivo, requiere.

Hay quienes consideran los flujos de efectivo de un activo, bajo una variedad de escenarios, desde el mejor hasta el peor, asignan un valor de probabilidad de ocurrencia para cada uno de ellos y calculan un valor esperado del flujo de efectivo y consideran esto un ajuste por riesgo. Aunque es cierto que se están considerando malos resultados para llegar a este flujo de efectivo, esto es solamente un valor esperado y no un ajuste por riesgo.

Para entender la falsedad de este procedimiento, suponga que a una persona se le ofrecen dos alternativas para escoger solamente una de ellas:

- 1.- Recibir \$95 con certeza.
- 2.- Recibir \$100 con una probabilidad de 90% y \$50 con probabilidad de 10%

El valor esperado de ambas alternativas es de \$95; pero un inversionista aversión al riesgo, elegiría la primera con un flujo de efectivo garantizado sobre la segunda.

Este ejemplo es la base de la teoría de la utilidad (Paradoja de San Petersburgo), que trata de explicar el comportamiento humano ante el riesgo. Si se conociera la función de utilidad del inversionista, lo que es muy difícil mas no imposible, se podría predecir su forma de elegir ante dos alternativas con riesgo; sin embargo se ha demostrado que los resultados no siempre se apegan a dicha función de utilidad.

Nicholas Bernoulli, precursor de la teoría de la utilidad, realizó varios experimentos, para resolver problemas de economía y fue quien reveló el concepto de “Equivalente por Certeza”, que difiere del concepto de valor esperado por la no linealidad en la utilidad y la linealidad del valor esperado.

### Modelos de Utilidad. Teoría de Bernoulli.

El primero y más antiguo enfoque para calcular equivalentes por certeza, está basado en las funciones de utilidad para las personas. Si podemos especificar la función de utilidad, de la riqueza de una persona, estamos aptos para convertir flujos de efectivo riesgos, en equivalentes por certeza para esa persona.

Por ejemplo: Una persona con una función de utilidad logarítmica (aversión al riesgo), requeriría un equivalente por certeza, que se calcula como:

$$\text{Utilidad de las Alternativas} = .9 * \ln(100) + .1 * \ln(50) = 4.5359$$

$$\text{Equivalente por Certeza} = e^{4.5359} = \$93.30$$

De acuerdo a las reglas de la esperanza matemática, el valor esperado es de \$95

Además de las desventajas mencionadas de este modelo, se tiene la rareza de que puede arrojar valores negativos para los flujos de efectivo, lo que hace de este, un procedimiento poco atractivo.

### Modelos de Riesgo y Retorno.

Un enfoque más práctico para convertir flujos de efectivo inciertos en equivalentes de certeza, es el modelo de Riesgo y Retorno. De hecho se podría usar este enfoque para estimar primas de riesgo que se emplean para calcular tasas de descuento ajustadas por riesgo; pero se usarían las primas para estimar en cambio, los flujos de efectivo equivalentes de certeza.

$$\text{Flujo de Efectivo Equivalente por riesgo} = \frac{\text{Flujo de efectivo Esperado}}{(1 + \text{Prima de riesgo})}$$

Suponiendo que una empresa tiene una tasa de descuento ajustada por riesgo de 13.45% basada en su exposición al riesgo de mercado y condiciones de mercado actuales. La tasa libre de riesgo usada es de 4.25%. En lugar de descontar los flujos de efectivo esperados, con la tasa de 13.45, también se podría descomponer el proceso, descontando primero por tasa libre de riesgo de 4.25% (costo del dinero) y luego por una prima compuesta de riesgo de 8.825%

$$(1 + \text{tasa ajustada por riesgo}) = (1 + \text{tasa libre de riesgo})(1 + \text{Prima de riesgo})$$

$$\text{Prima de Riesgo} = \frac{(1 + \text{tasa ajustada})}{(1 + \text{tasa libre})} - 1 = \frac{1.1345}{1.0425} - 1 = .08825$$

Si los flujos de efectivo esperados en el año 1 y en el año 2, son de 100 millones y de 120 millones respectivamente, podemos calcular los flujos de efectivo equivalentes por certeza en esos años:

$$Fl. de ef. Equiv. por Cert. en año 1 = \frac{\$100 \text{ mill}}{1 + .08825} = 91.89 \text{ mill}$$

$$Fl. de ef. Equiv. por Cert. en año 2 = \frac{\$120 \text{ mill}}{1 + .08825} = 101.33 \text{ mill}$$

Este proceso sería repetido para todos los flujos de efectivo esperados y se puede escribir más formalmente como:

$$Factor de Certeza * E(FCF) = \frac{(1 + Rf)^t}{(1 + Ra)^t} * E(FCF)$$

Este ajuste tiene dos efectos:

- 1.- Los flujos de efectivo de mayor valor (con mayor incertidumbre), tiene menor valor de equivalencia por certeza, en el mismo tiempo.
- 2.- El efecto de incertidumbre tiene un valor compuesto con el tiempo, haciendo que el efecto de disminución sea mayor, en flujos de efectivo inciertos más alejados en el futuro, que en los flujos de efectivo inciertos que ocurrirán pronto.

### **Recortes de Flujos de Efectivo**

Un enfoque más común para ajustar los flujos de efectivo por incertidumbre, es recortar subjetivamente los flujos de efectivo inciertos. Esta es una herramienta comúnmente empleada por los analistas que son forzados a usar la misma tasa de descuento en proyectos de diferentes niveles de riesgo, manteniendo con esto el mismo marco de referencia respecto al riesgo, para todos los flujos de efectivo.

En un variante de este enfoque, los analistas prefieren considerar solamente los flujos de efectivo en activos, que son predecibles, e ignorar aquellos que son inciertos o especulativos, cuando se trata de valorar activos.

Mientras este enfoque mantiene su atractivo, se debe ser cuidadoso y consciente de su uso, porque la sensibilidad y sentimiento de cada analista, puede variar aun para el mismo activo, es decir, que un analista con mayor aversión al riesgo, recortará en mayor medida cualquier flujo de efectivo en el mismo activo, que otro menos averso al riesgo.

Además, puede ignorarse la distinción que se hace entre el riesgo diversificable y el riesgo de mercado, cuanto un analista hace ajustes intuitivos por riesgo.

La ausencia de transparencia acerca de los ajustes por riesgo, puede también conducir a un doble ajuste, especialmente cuando el análisis va a ser sometido a múltiples etapas o diferentes personas.

### **¿Tasas de Descuento Ajustadas o Flujos de Efectivo Equivalentes por Certeza?**

Ambos enfoques son alternativos para hacer ajustes por riesgo, y ambos deben dar los mismos resultados, si se toman las precauciones en como valorar los flujos de efectivo equivalentes por certeza.

Después de todo, ajustar un flujo de efectivo usando el enfoque de equivalente por certeza, y luego descontar este flujo de efectivo por la tasa libre de riesgo, es lo mismo que descontar ese flujo de efectivo en una sola operación, por la tasa de descuento ajustada por riesgo. Para verificar esto, se supone un activo con un solo flujo de efectivo, dentro de un año y suponiendo que R es la tasa ajustada por riesgo, que rf es la tasa libre de riesgo y que P es la prima de riesgo, se tiene

$$V. Pres. del Fl. de Ef. Eq. por Cert. = \frac{F E Eq}{(1 + rf)} = \frac{E(FE)}{(1 + P)(1 + rf)} = \frac{E(FE)}{\frac{(1 + R)}{(1 + rf)}(1 + rf)} = \frac{E(FE)}{(1 + R)}$$

Este análisis puede extenderse a múltiples periodos, dando igualmente, buenos resultados

Finalmente deben tenerse en cuenta dos recomendaciones:

La tasa de descuento ajustada, no es la suma de la tasa libre de riesgo y de la prima de riesgo.

Si la prima de riesgo o la tasa libre de riesgo cambian de un periodo a otro, la tasa ajustada también cambiará.

El más grande peligro de los ajustes surge cuando los analistas usan una amalgama de enfoques, en los que unos hacen ajustes subjetivos por riesgo y otros, ya tienen el ajuste implícito. Esto puede conducir a un doble ajuste que se reflejará en una notable disminución de los flujos de efectivo, y por lo tanto del valor del activo.

### **Modelos de Valor Presente Ajustado.APV.**

En este modelo, se separan los efectos sobre el valor de la deuda de financiamiento, del valor del activo o negocio, en contraste con el enfoque convencional, donde los efectos de la deuda de financiamiento, son capturados en la tasa de descuento. El APV (Adjusted Present Value) intenta estimar los beneficios esperados de la deuda en términos absolutos y sus costos de manera separada, del valor del activo operativo.

En general, el uso de la deuda para financiar las operaciones de una empresa, crea beneficios fiscales (porque los gastos financieros de intereses, son deducibles de impuestos) por un lado, y por el otro, incrementa el riesgo de bancarrota (y los costos esperados de bancarrota).

El valor de una empresa puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \text{Valor Presente de la Empresa} = & \\ & = \text{Valor Pres. de la Emp con 100 \% de Financiamiento de los Accionistas} \\ & + \text{Valor Presente de los Beneficios Fiscales Esperados de la Deuda} \\ & - \text{Valor Pr. de los Costos Directos e Indir., Esperados de Bancarrota.} \end{aligned}$$

El primer intento de aislar el efecto de los beneficios fiscales de la deuda, en el valor de la empresa, se debe a los investigadores Miller y Modigliani, en 1963, donde ellos obtuvieron el valor presente de los

ahorros fiscales en los impuestos, como una perpetuidad, usando el costo de la deuda, como tasa de descuento.

EL enfoque de Valor Presente Ajustado, en su versión actual, fue presentado por Myers en 1974, en el contexto de examinar la interrelación entre decisiones de inversión y financiamiento.

Este enfoque está elaborado en la suposición de que es más fácil y más preciso, hacer la valuación del impacto de la deuda en términos absolutos, en lugar de términos relativos. Se argumenta que la empresa no establece una meta de deuda como razón de su valor de mercado, como se establece en el enfoque de costo de capital; pero si en términos de valores monetarios.

**Primer paso:** En este modelo, es calcular el valor de la empresa como si esta no tuviera deuda, descontando los flujos anuales de efectivo hacia esta, con la tasa de costo de las aportaciones en acciones. En casos especiales de crecimiento constante, este valor se obtiene como el valor presente de una perpetuidad con crecimiento constante:

$$\text{Valor Presente de la Empresa No Apalancada} = \frac{FCFF_0 (1 + g)}{\rho_u - g}$$

Donde  $FCFF_0$  es el valor del los flujo de efectivo en el año actual,  $\rho_u$  es el costo del dinero de acciones, y  $g$  es la tasa de crecimiento anual esperado.

**Segundo Paso:** Es calcular el valor presente de los ahorros fiscales anuales generados por los intereses de un nivel dado de deuda. Este beneficio fiscal, es función de la tasa de impuestos de la empresa, y debe ser traducido a valor presente, descontándolo con la tasa costo de la deuda para reflejar el riesgo en estos y el valor del dinero en el tiempo.

$$\text{Val. Pr. de los Benef. Fisc.} = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{\text{Tasa de Impuestos}_t * \text{Tasa de Interés}_t * \text{Deuda}_t}{(1 + r)^t}$$

Surgen en este modelo tres interrogantes:

- 1.- ¿Cuál es la tasa de impuestos a usar y si puede cambiar en el tiempo?
- 2.- ¿Qué cantidad de deuda en unidades monetarias y si esa cantidad puede variar a través del tiempo.
- 3.- ¿Qué tasa de descuento usar, para calcular el valor presente de los beneficios fiscales?

Si se considera que la deuda es constante, y que la tasa de interés es la tasa de descuento por ser la tasa de costo del dinero, se tiene como resultado, que el valor de los ahorros fiscales, es una perpetuidad, que conduce a otra simplificación.

$$\text{Val. Pr. de los Benef. Fisc.} = \frac{(\text{Tasa de Impuestos})(\text{Costo de Deuda})(\text{Deuda})}{(\text{Costo de Deuda})}$$

$$\text{Val. Pr. de los Benef. Fisc.} = (\text{Tasa de Impuestos})(\text{Deuda})$$

$$\text{Val. Pr. de los Benef. Fisc.} = T_I * \text{Deuda}$$

Subsecuentes adaptaciones de este método, permitieron adaptaciones tanto para la tasa de impuestos como para el nivel de deuda en términos monetarios, y surgieron preguntas acerca de si era adecuado usar el costo de la deuda como tasa de descuento, pero los trabajos de Cooper y Nyborg en 2006, demostraron que el valor presente de la cobertura fiscal en intereses, es el valor presente de los ahorros fiscales en intereses, descontados con la tasa de costo de la deuda.

**Tercer Paso:** Es evaluar el efecto de el nivel de endeudamiento, en el riesgo de falla en obligaciones de la empresa, y de costos de bancarrota. Esto requiere que al menos en teoría, se calcule la probabilidad de falla con la deuda adicional y los costos directos e indirectos de bancarrota.

Si  $\pi_a$  es la probabilidad de falla, después de la deuda adicional y BC es el valor presente de los costos de bancarrota, el valor presente de los costos de bancarrota puede ser estimado como:

$$\begin{aligned} \text{Valor Pr. de los Costos de Bancarrota} \\ = (\text{Prob. de Bancarrota})(\text{V.P. de los Costos de Bancarrota.}) \end{aligned}$$

$$\text{Valor Pr. de los Costos de Bancarrota} = \pi_a * BC$$

Este paso, presenta el más significativo problema de estimación, ya que ni la probabilidad de bancarrota, ni los costos de la misma, se pueden estimar de manera directa. Existen algunas maneras indirectas de estimar dichos parámetros, aunque burdamente; pero en la práctica casi no se hace esto, bajo la consigna de no incurrir en ellos.

### **Variantes del Valor Presente Ajustado**

Mientras la versión original del modelo de valor presente ajustado, era muy rígida en el tratamiento, tanto del valor de los beneficios fiscales de la deuda, como del valor de los costos de bancarrota, subsecuentes variaciones de este modelo permitieron más flexibilidad en el tratamiento de ambos.

Una adaptación en el modelo, sugiere que el nivel de deuda en términos monetarios, puede variar en el transcurso del tiempo, como una fracción del valor en libros, en lugar de permanecer fijo como en el modelo convencional. Los ahorros en intereses por beneficios fiscales, reflejan la deuda cambiante; pero el valor presente sigue calculándose con la tasa de costo de la deuda.

En otra variación, se calculan los flujos de efectivo de capital, es decir los flujos de efectivo tanto a los acreedores como a los accionistas, incluyendo los ahorros en intereses por beneficios fiscales, esto en contraste con la valuación convencional de empresa no apalancada, valuación que usa solamente flujos de efectivo operativos y no considera beneficios fiscales.

Estos flujos de efectivo son descontados con la tasa de costo de dinero de socios, como empresa no apalancada, para llegar al valor de la firma.

Esta variante del modelo es conocida como Valor Presente Ajustado Comprimido, y difiere del modelo convencional en dos cosas:

- 1.- Los ahorros en intereses, por beneficios fiscales en la deuda, son descontados con la tasa de costo de dinero de los socios, en lugar de la tasa de costo de la deuda.
- 2.- Los costos esperados de bancarrota son efectivamente ignorados.

La ventaja en esta versión de valor presente ajustado comprimido, es que es más simple de utilizar, que el convencional enfoque de costo de capital, en transacciones apalancadas, porque el nivel de apalancamiento cambia en cada momento, es decir, que es más fácil reflejar los efectos de un apalancamiento variante en los flujos de efectivo, que en razones de apalancamiento fijas.

La principal limitante de esta variante de modelo, no importando su simplicidad, es que no considera los costos de bancarrota, y en estas circunstancias sugiere que una empresa es siempre más valiosa, entre más grande sea su nivel de apalancamiento.

Como conclusión, se puede resaltar que los ahorros en intereses de la deuda, por beneficios fiscales, están reflejados en el valor presente de la empresa, a través de:

- A. En el tradicional enfoque de costo de capital, por el costo de capital promedio ponderado.
- B. En el convencional modelo de valor presente ajustado, por el valor presente de los ahorros, sumado al valor presente de la empresa en el caso de no apalancamiento.
- C. En el valor presente ajustado comprimido, por los ahorros de cada periodo, sumados a los flujos de efectivo a la empresa sin apalancamiento, en el respectivo periodo.

En resumen, el modelo de valor presente ajustado puede escribirse como:

$$\text{Valor Presente Ajustado de La Empresa} = \frac{FCFF_0(1+G)}{\rho_U - g} + T_I * Deuda - \pi_a * BC$$

Debido a todos los enfoques anteriormente expuestos y a distintos métodos de valuación, recientemente ha surgido una variedad de modelos; pero todos ellos basados en los mismos principios. A continuación se numeran los más relevantes, en los que ya están incluidos los que se describieron anteriormente:

1. **Método del FCF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo Libre A La Firma.**
2. **Método del FCF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo Libre a Los Accionistas.**
3. **Método del CCF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a La Firma.**
4. **Método del CCF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a Los Accionistas.**
5. **Método del ECF<sub>F</sub>. Flujo de Efectivo Económico a La Firma.**
6. **Método del ECF<sub>E</sub>. Flujo de Efectivo de Capital a Los Accionistas**
7. **Método del BRA-FCF<sub>F</sub>. Flujo de Ef. Libre. A La. Firma., Ajustado por Riesgo del Negocio.**
8. **Método del BRA-FCF<sub>E</sub>. Flujo de Ef. Libre. A la Accionistas., Ajustado por Riesgo del Negocio.**
9. **Método del RFA\_FCF<sub>F</sub>. Flujo. de Ef. Libre. A La. Firma., Ajustado por Tasa Libre de Riesgo.**
10. **Método del RFA\_FCF<sub>E</sub>. Flujo. de Ef. Libre. A Los Ac., Ajustado por Tasa Libre de Riesgo.**
11. **Método del APV<sub>F</sub>. Valor Presente. Ajustado. A Costo de Cap. no Apalancado. Para la Firma.**
12. **Método del APV<sub>E</sub>. Valor Presente. Ajustado. A Costo de Cap. no Apalancado. Para los Accionistas.**

#### **Pasos para aplicar la valuación mediante flujos de efectivo descontados.**

1. Estimar la vida económica del activo
2. Estimar la tasa de descuento o tasas a usar en la valuación.
  - 2.1. La tasa de descuento puede ser el costo del dinero obtenido por emisión de acciones (si se está valuando para los socios) o el costo de capital si se está valuando la firma.
  - 2.2. La tasa de descuento puede estar en términos nominales o reales, dependiendo de que los flujos de efectivo sean nominales o reales.
  - 2.3. La tasa de descuento puede variar en el transcurso del tiempo.
3. Estimar las utilidades actuales y flujos de efectivo del activo, para los accionistas, para todos los inversionistas o flujos de efectivo para la empresa.
4. Estimar las utilidades futuras y los flujos de efectivo, de la firma que se valúa, estimando una tasa de crecimiento esperado en las utilidades y considerando que el desarrollo de la empresa puede estar diferenciado de acuerdo a sus características, en dos o tres etapas a considerar por separado.

5. Estimar los tiempos para cada etapa de crecimiento y las características de riesgo y flujos de efectivo que tendrá cada una.
6. Elegir los modelos adecuados de descuento de flujos de efectivo.
7. Finalmente valorar cada etapa y sumar los valores, llevándolos a valor presente.

## **Método de Las Opciones.**

### **Valuación Por Derechos Contingentes.**

Probablemente el más significativo y revolucionario desarrollo en la ciencia de la valuación, es la aceptación, al menos en algunos casos, que el valor de un activo, no puede ser más grande que el valor presente de los flujos de efectivo esperados, si estos flujos de efectivo son contingentes en la ocurrencia o no ocurrencia de un evento

Esta aceptación se ha dado considerablemente a causa del desarrollo de los modelos de valuación de opciones. Mientras estos modelos fueron usados inicialmente para valorar opciones cotizadas en los mercados bursátiles, ha habido un intento en los años recientes de extender los alcances de estos modelos, dentro de la valuación más tradicional. Son muchos los valuadores que argumentan que los activos como las patentes, y las reservas de recursos naturales no desarrolladas, so realmente opciones y deberían valorarse como tales, en lugar de hacerlo con modelos tradicionales de flujos de efectivo descontados.

### **Bases del Enfoque.**

Una opción o derecho contingente, paga solamente bajo ciertas contingencias:

Solo si el valor del activo subyacente excede un valor preestablecido para una opción de compra, o si es menor que un valor preestablecido para una opción de venta.

En los últimos veinte años, se ha hecho mucho trabajo para desarrollar modelos que valúen las opciones, y estos modelos de valuación de acciones, pueden ser usados para valorar activos que tengan las características de una opción

El siguiente diagrama muestra los pagos de una opción de compra y de una opción de venta, como función del valor de un activo subyacente.

Una opción puede ser valuada como función de las siguientes variables:

- i. El valor actual del activo subyacente.
- ii. La varianza en el valor del activo subyacente.

- iii. El precio de ejercicio
- iv. El tiempo de expiración de la opción.
- v. La tasa libre de riesgo, de interés del dinero.

Los autores Black y Scholes en 1972, fueron los primeros en establecer la teoría de las opciones y su famoso modelo de valuación, que ha sido extendido y refinado subsecuentemente en numerosas variantes. Mientras este modelo ignora el pago de dividendos y asume que las opciones no deben ser ejercidas antes de la fecha de expiración, este pudo ser modificado para tomar en cuenta ambas variables.

Una variante para periodos discretos, El Modelo Binomial para valuación de opciones, también ha sido desarrollado.

Un activo puede ser valuado como una opción si sus rendimientos, son función del valor del activo subyacente. Puede ser valuado como una opción de compra si el pago es contingente con el valor del activo, excediendo un precio preestablecido. Puede ser valuado como una opción de venta, si el pago a valor de mercado, es menor que el precio preestablecido del valor del activo,

### **Fundamentos de la Valuación por Derechos Contingentes.**

La premisa fundamental, detrás del uso de modelos de valuación de opciones, es que los modelos de flujos de efectivo descontados, tienden a subestimar el valor de los activos que proveen pagos que son contingentes en la ocurrencia de un evento. Como ejemplo considérese una reserva petrolera, no explotada, que es propiedad de Energéticos S.A.

Tradicionalmente este yacimiento se puede valorar, basándose en las expectativas de los precios del petróleo en el futuro; pero esta estimación podría ignorar dos hechos:

1. La compañía petrolera explotaría esta reserva solamente si los precios del petróleo suben, y no lo haría si los precios del petróleo bajan.
2. La compañía explotaría la reserva solamente si los costos de explotación disminuyen por el avance tecnológico, y no lo haría si los costos de explotación permanecen altos.

Un modelo de valuación de opciones, arrojaría un valor que incorporara estos derechos.

Cuando se usan estos modelos para valorar los activos en circunstancias como esta, se supone que el mercado está suficientemente desarrollado para reconocer dichas opciones y para incorporarlas dentro del valor de mercado. Si el mercado no lo hace, se supone que eventualmente lo haría cuando alguno de los dos hechos contingentes, llegara a suceder.

### **Clasificación de los Modelos de Valuación de Opciones.**

La clasificación de las opciones se hace con varios criterios:

- a) Si el activo subyacente es financiero como bonos y acciones o es un activo real como una patente, una reserva natural sin explotar, alguna mercancía, propiedad Inmobiliaria, o algún proyecto de Inversión.
- b) Si las acciones están en la lista de “El Tablero de Opciones de Chicago” o en “ Los Valores convertibles de Utilidad Fija.
- c) Otra clasificación considera si el activo subyacente es públicamente cotizado o no. Las opciones sobre activos cotizados públicamente son más fáciles de valorar y los datos para los modelos de valuación de opciones, pueden ser obtenidos en los mercados financieros, con relativa facilidad. Las opciones sobre activos no cotizados, son mucho más difíciles de valorar, porque no hay datos disponibles en el mercado, sobre el activo subyacente.
- d) Otra se refiere a que hay opción de compra “Call Options” y opciones de Venta “Put Options”.
- e) Si Las Opciones se ejercen solamente en la fecha de vencimiento “American Options” o si se pueden ejercer en cualquier momento antes de la fecha de vencimiento “European Options.
- f) Cada región del mundo, o mercado de valores, ha elaborado distintas opciones con características particulares, como las opciones Asiáticas o las opciones “Corridor “ y “Matador”, que son distintivas del mercado en España.

### **Aplicabilidad y Limitaciones de Los Modelos de Valuación de opciones.**

Hay muchos ejemplos directos de valores que son opciones:

#### **Método de Las Opciones Financieras.**

Los “LEAP`S” que son opciones de largo plazo sobre acciones cotizadas que se pueden comprar o vender en la “Bolsa Americana de cambio y de valores”, que son derechos de valor contingente, que proveen protección a los accionistas en compañías, contra disminuciones en el precio de las acciones.

Los “Warrants” que son opciones de compra de acciones, a largo plazo, emitidas directamente por las empresas.

#### **Método de Las Opciones Reales.**

Hay otros tipos de activos que generalmente no son vistos como opciones; pero que presentan todas las características de una opción:

La inversión de los socios en una empresa, por ejemplo, puede verse como una opción de compra en el valor del activo subyacente llamado empresa, con el valor nominal de la deuda, representando el precio de ejercicio y el plazo de la deuda, midiendo la vida o plazo de la opción.

Una patente puede analizarse como una opción de compra sobre un producto, con el desembolso de la inversión necesaria para poner en marcha el proyecto, representando el precio de ejercicio, y la vida de la patente siendo el tiempo de vencimiento de la opción.

Hay limitaciones para el uso de los modelos de valuación de opciones, para valorar opciones de largo plazo en activos no cotizados públicamente.

Las suposiciones hechas acerca de varianza constante y rendimientos de dividendos, los cuales no son seriamente obtenidos para opciones de corto plazo, son mucho más difíciles de defender cuando las opciones tienen largos tiempos de vida.

Cuando el activo subyacente no es cotizado públicamente, los datos del valor del activo subyacente y la varianza en ese valor, no pueden ser extraídos de mercados financieros y tienen que ser estimadas. Por lo tanto, los valores finales obtenidos de estas aplicaciones de modelos de valuación de opciones, tienen mucho más error de estimación asociados con ellos, que los valores obtenidos en sus más adecuadas aplicaciones: Para valorar opciones de corto plazo cotizadas públicamente.

## Métodos Basados en Incrementos de Flujos.

### Modelos de Retornos de Excedentes o

Otras variantes dentro del enfoque de flujos de efectivo descontados, son los Modelos de Valuación de Retornos de Excedentes. En estos, se separan los flujos de efectivo en dos partes;

- a) Flujos de efectivo de retornos normales. (Requeridos para compensar la inversión).
- b) Flujos de efectivo de retornos excedentes. (Que son el Plus valor sobre la inversión), que pueden ser positivos o negativos.

Con estos enfoques de valuación, el valor de la empresa, puede ser escrito como la suma de dos componentes separados:

$$\begin{aligned} \text{Valor de la Empresa} &= \\ &= \text{Capital Invertido Actualmente en la Empresa} \\ &+ \text{Valor Pres. de Fl. de Ef. de Retornos Exc. de Proyectos Existentes y Futuros.} \end{aligned}$$

Si se hace la suposición de que la medida contable del capital invertido (valor en libros del capital), es una buena medida del capital invertido en activos hasta hoy, este enfoque implica que las empresas que ganan flujos de efectivo de retornos de excedentes positivos, se cotizaran con valores de mercado más altos, que sus valores en libros, y viceversa.

### Bases de los Modelos.

Estos modelos tienen sus raíces en la Presupuestación de Capital y en el indicador financiero de viabilidad económica, conocido como VPN (Valor Presente Neto) y en efecto, una inversión agrega valor a una empresa, solamente si tiene Valor Presente Neto Positivo, no importando que tan rentable pueda parecer a simple vista. Esto Implica que todo Ingreso y crecimiento de flujos de efectivo, tiene valor

solamente cuando están acompañados por retornos excedentes, es decir, retornos al capital invertido o a las inversiones accionarias, que excedan el costo de dichas inversiones.

Los modelos de Retornos Excedentes toman estas conclusiones y el siguiente paso lógico, de calcular el valor de una empresa, como una función de los retornos excedentes esperados.

Los modelos de retornos excedentes están elaborados sobre la relación entre reinversión y crecimiento, es decir, que una empresa puede generar más altas utilidades en el futuro, solo mediante la reinversión en nuevos activos, o usando los activos existentes más eficientemente. Los siguientes métodos, son variantes de este enfoque, y toman su nombre de acuerdo a quien se dirigen los flujos de efectivo, es decir, a los accionistas o a la firma:

### **Método del EVAF. Valor Económico Incremental agregado a La Firma**

### **Método del EVAE. Valor Económico Incremental agregado a Los Accionistas.**

Mientras existen muchas versiones de modelos de retorno de excedentes, el más ampliamente usado es el de Valor Económico Agregado (EVA). Este es una medida del Plus Valor de una empresa, creado por una inversión o portafolio de inversiones.

El EVA es calculado como el producto de retornos excedente sobre la inversión, en términos porcentuales (Retornos excedentes / Inversión), o sea la tasa ROIC, por el Capital Invertido.

$$EVA = ( \text{Retorno en Capital Invertido, en \%} - \text{Costo de Capital en \%} ) ( \text{Capital Invertido} )$$

$$EVA = \text{Utilidad operativa después de Impuestos} \\ - ( \text{Costo de Capital en \%} )( \text{Capital Invertido} )$$

Eva es una simple extensión del Indicador VPN.

El valor presente neto de una empresa, es el valor presente del Valor Económico Agregado (EVA) por esa empresa, durante toda su vida.

$$VPN = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{EVA_t}{(1 + Ke)^t}$$

Donde:  $EVA_t$  es el valor agregado en cada periodo t

$Ke$  es el costo de capital requerido para compensar la inversión.

Esta conexión entre EVA y VPN, permite ligar el valor de una empresa, al valor económico agregado por dicha empresa. Para comprobarlo se inicia con una simple formulación del valor de la empresa, en términos del valor de los activos en giro y el crecimiento futuro esperado.

$$\begin{aligned} \text{Valor de la Empresa} &= \\ &= \text{Valor de los Activos en Giro} + \text{Valor del Crecimiento Futuro Esperado}. \end{aligned}$$

Nótese que en el modelo de flujos de efectivo descontados, los valores de ambos términos, activos en giro y crecimiento futuro esperado, se puede escribir en términos de valor presente neto, creado por cada componente:

$$\text{Valor de la Empresa} = \text{Cap. Inv. Activos en giro} + \text{VPN}_{\text{Activos en giro}} + \sum_{t=1}^{t=\infty} \text{VPN}_t \text{ de futuros proyectos}$$

Sustituyendo la versión de EVA, del valor presente neto en la ecuación, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Valor de la Empresa} &= \\ &= \text{Cap. Inv. Activos en giro} + \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{\text{EVA}_t \text{ Activos en Giro.}}{(1 + ke)^t} + \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{\text{EVA}_t \text{ Proyectos Fut.}}{(1 + ke)^t} \end{aligned}$$

### Variantes en el Modelo de Valor Económico Agregado.

Hay muchas variantes del modelo de Valor Económico agregado que surgen del enfoque de Retornos Excedentes. Mientras estas variantes comparten los mismos fundamentos básicos (que el valor es creado por la generación de retornos excedentes sobre la inversión), éstas difieren en la manera de calcular los retornos excedentes. Dos variantes son:

**1.- Beneficio Económico (Economic Profit):** En este modelo, el retorno excedente es definido desde la perspectiva de los accionistas, y por lo tanto se basa en el ingreso neto y el costo de capital, en lugar del ingreso operativo después de impuestos y costo de capital.

$$\text{Beneficio Económico} = \text{Ingreso Neto} - (\text{Costo de Cap.} * \text{Val. en Lib. de las Acciones}).$$

**2.- Flujo de Efectivo de Retorno Sobre la Inversión (CFROI models):** En este modelo, hay dos diferencias significativas. La primera es que el retorno ganado sobre la inversión es calculado no con base en utilidades contables; sino en flujos de efectivo después de impuestos. La segunda es que tanto los retornos como el costo de capital son calculados en términos reales en lugar de términos nominales.

### Equivalencia Entre los Modelos de Valuación de Retornos, de Excedentes de Retornos y de Flujos de Efectivo Descontados.

Es relativamente fácil demostrar que el valor de una empresa mediante flujos de efectivo descontados, debe igualar el valor obtenido mediante los modelos de retornos excedentes, si se es consistente en las suposiciones acerca de crecimiento y reinversión. Los valores de estos modelos pueden variar a causa de diferencias en supuestos y estimaciones fáciles poco aproximadas.

## Procesos Estocásticos y el Método de Simulación Monte Carlo.

### RESUMEN Y PALABRAS CLAVE. CAPÍTULO 4.

En este capítulo se describe un proceso estocástico, iniciando con las definiciones tanto gramaticales como definiciones matemáticas, así como su clasificación. Luego se describen el origen, fundamentos y causas que motivaron el desarrollo de las técnicas de simulación Monte Carlo, que contribuyeron para que más tarde adquiriera la categoría de método y su gran utilidad y aplicación en todas las áreas de la ciencia y la tecnología.

Posteriormente se define el concepto de variable aleatoria, así como su clasificación de variable aleatoria discreta y variable aleatoria continua.

Se describe el proceso de transformación de un número aleatorio en el valor correspondiente de una variable aleatoria para los casos discreto y continuo.

Al final del capítulo, se dan ejemplos de distintos generadores de números aleatorios, y se hace la descripción matemática de un generador de números aleatorios para computadora.

Palabras Clave:

Simulación, estocástico, estadístico, parámetro, modelo, variable,

### Proceso Estocástico:

#### Definición:

La palabra estocástico se deriva del griego “stochazesthai”, que significa apuntar a un objetivo (“stochos”). Este término que también tiene su origen en raíces latinas, se asocia con el significado de “Habilidad en Conjeturar”. Esta habilidad se basa en considerar las probabilidades de ocurrencia de un evento, para diferentes valores dentro de un intervalo, y con estos pronosticar los eventos subsecuentes posibles.

En la ciencia estadística, y específicamente en la teoría de la probabilidad, un **proceso estocástico** es un concepto matemático que sirve para caracterizar una sucesión de valores de una variable aleatorias (estocásticas), que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo o por simple sucesión y por consideración, generalmente, de los

valores anteriores. El caso más sencillo de ejemplificar, es el promedio, que entre mayor número de valores considera, se hará más consistente y menos volátil, es decir, evoluciona con el número de iteraciones y por lo tanto, de elementos a promediar.

Si en un proceso participan varias variables aleatorias, cada una de ellas tiene su propia distribución, o función densidad de probabilidad y, entre ellas, puede existir correlación o no.

Cada variable o conjunto de variables sometidas a influencias o efectos aleatorios, constituye por sí sola o de manera independiente, un proceso estocástico.

Un proceso estocástico se puede definir equivalentemente de dos formas diferentes:

- Como un conjunto de realizaciones temporales y un índice aleatorio que selecciona una de ellas.
- Como un conjunto de variables aleatorias  $X_t$  indexadas por un índice  $t$ , dado que  $t \in T$ , con  $T \subseteq \mathbb{R}$ .

$T$  puede ser continuo si en un intervalo el número de sus valores es ilimitado, o discreto si es numerable (solamente puede asumir determinados valores). Las variables aleatorias  $X_t$  toman valores en un conjunto que se denomina espacio probabilístico. Sea  $(\Omega, \beta, P)$  un espacio probabilístico. En una muestra aleatoria de tamaño  $n$  se observa un suceso compuesto  $E$  formado por sucesos elementales  $w$

$$E = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\} \subset \Omega, \text{ de manera que } E \subset \beta.$$

El suceso compuesto es un subconjunto contenido en el espacio muestral. A cada suceso  $w$  le corresponde un valor de una variable aleatoria  $V$ , de manera que  $V$  es función de  $w$ :

$$V=V(w); \quad w \subset \Omega \quad -\infty < V < \infty$$

El dominio de esta función o sea el campo de variabilidad del suceso elemental, es el espacio muestral, y su recorrido, o sea el de la variable aleatoria, es el campo de los números reales.

Si se observa el suceso  $w$  en un momento  $t$  de tiempo:

$$V=V(w,t); \quad w \subset \Omega, t \subset T \quad -\infty < V < \infty$$

$V$  define así un proceso estocástico.

La teoría de los procesos estocásticos se centra en el estudio y modelación de sistemas que evolucionan a lo largo del tiempo, o del espacio, de acuerdo a unas leyes no deterministas, es

decir, de carácter aleatorio o probabilístico. La forma habitual de describir la evolución del sistema es mediante sucesiones o colecciones de variables aleatorias. De esta manera, se puede estudiar cómo evoluciona una variable aleatoria a lo largo del tiempo. Por ejemplo, el número de personas que espera ante una ventanilla de un banco en un instante  $t$  de tiempo; el precio de las acciones de una empresa a lo largo de un año, las fluctuaciones de las tasas de interés, las variaciones en cada segundo de los precios de las monedas o divisas internacionales, de los precios del petróleo, etc

La primera idea básica es identificar un proceso estocástico con una sucesión de variables aleatorias  $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$  donde el subíndice indica el instante de tiempo (o espacio) correspondiente.

Esta idea inicial se puede generalizar fácilmente, permitiendo que los instantes de tiempo en los que se definen las variables aleatorias, sean continuos. Así, se podrá hablar de una colección o familia de variables aleatorias  $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$ , que da una idea más exacta de lo que es un proceso estocástico.

Se tenía que una variable aleatoria  $X(s)$  es una función que va desde un espacio muestral  $S$  a la recta numérica, de manera que a cada punto  $s \in S$  del espacio muestral se le puede asociar un número de la recta numérica.

De este modo, la probabilidad de cada suceso de  $S$  se puede trasladar a la probabilidad de que un valor de  $X$  (variable aleatoria) caiga en un cierto intervalo o conjunto de números reales. Si a todo esto se le añade una dimensión temporal, se obtiene un proceso estocástico. La definición formal es la siguiente:

### Definición Matemática de Proceso Estocástico

Dado el espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathfrak{a}, P)$  de modo que para todo  $t \in T \subset \mathbb{R}$  fijo

$$\begin{aligned} X_t : (\Omega, \mathfrak{a}, P) &\rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}) \\ W &\rightarrow X_t(W) \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Esto es,  $X_t$  es una variable aleatoria y  $\forall w \in \Omega$  fijo,  $X_t(w)$  es una función del tiempo.

Ejemplos:

$X_t$ : número de personas que esperan un autobús en un instante  $t$  donde  $t \in [9, 10]$

$X_t$ : precio de una acción de una empresa en un día  $t$  del mes ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ).

$X_t$ : precio de una moneda o divisa en el día  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ).

$X_t$ : Señales sísmicas

$X_t$ : El número de manchas solares año tras año

$X_t$ : El índice de la Bolsa Mexicana de valores, segundo a segundo

$X_t$ : La evolución de la población de un municipio año tras año

$X_t$ : El tiempo de espera en cola de cada uno de los usuarios que van llegando a una ventanilla

$X_t$ : El clima es un gigantesco cúmulo de procesos estocásticos interrelacionados (velocidad del viento, humedad del aire, etc) que evolucionan en el espacio y en el tiempo.

Para que un proceso estocástico esté completamente definido hay que determinar completamente las variables aleatorias, y determinar e identificar la distribución de probabilidad asociada a cada una de ellas y, es más, la distribución conjunta de todas ellas.

**Definición:** Al conjunto  $T \subset \mathbb{R}$  de subíndices se le denomina conjunto paramétrico y puede ser continuo o numerable (discreto).

De este modo aparece una primera clasificación en procesos estocásticos de parámetro continuo o de parámetro discreto.

Definición: Se denomina conjunto de estados  $E$ , al conjunto de los posibles valores que pueden tomar las variables aleatorias  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ .

En general, se piensa en el subíndice  $t$  como el indicativo del tiempo y en  $X_t$  como el estado o posición del proceso estocástico en el instante  $t$ .

**Ejemplo:** Se lanza una moneda varias veces. Supóngase que cada vez que sale cara, un jugador gana 1 unidad y si sale cruz pierde 1 unidad. Se puede definir un proceso estocástico que modela la evolución del juego. Así, si se denomina  $X_n$  al número de unidades monetarias que quedan después de  $n$  lanzamientos, el espacio muestral de  $X_n$  es:

$$\Omega = \{\text{n-uplas de } c \text{ y } +\}$$

De modo que el cardinal (el número de elementos) del conjunto es:

$$\#\Omega = 2^n$$

y el álgebra que se define es:  $\mathfrak{a} = P(\Omega)$ , esto es, las partes de  $\Omega$  (todos los posibles subconjuntos que se pueden formar en  $\Omega$ ).

Consideramos a todas las posibles  $n$ -uplas equiprobables:  $P(w) = 1/2^n$ . Es un proceso discreto, porque el conjunto paramétrico es  $T = \{1, 2, 3, \dots\}$  y el posible conjunto de estados es  $E = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Podemos estudiar la trayectoria de  $X(w)$ :

Sea  $n = 6$  y fijo, por ejemplo,  $w = (c, c, +, +, +, +)$ , esto es:

$$X_1(w) = 1$$

$$X_2(w) = 2$$

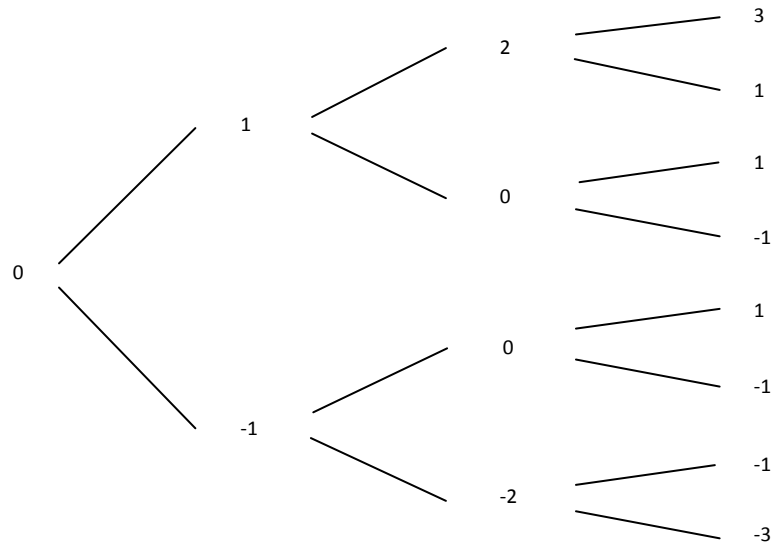
$$X_3(w) = 1$$

$$X_4(w) = 0$$

$$X_5(w) = -1$$

$$X_6(w) = -2$$

Ahora, si fijamos  $t$ , por ejemplo en  $t = 3$ , se puede calcular la distribución de  $X_3$ . El conjunto de posibles estados de  $X_3$  es:



De modo que  $E = \{-3, -1, 1, 3\}$  y:

$$\begin{aligned}
 P\{X_3 = -3\} &= 1/2^3 = 1/8 \\
 P\{X_3 = -1\} &= 3(1/2^3) = 3/8 \\
 P\{X_3 = 1\} &= 3(1/2^3) = 3/8 \\
 P\{X_3 = 3\} &= 1/2^3 = 1/8
 \end{aligned}$$

Se puede definir una nueva variable aleatoria:

$Y \equiv$  número de caras obtenidas (éxitos).

Se observa entonces, que:

$$Y \sim \text{Bin}(3, p = 1/2)$$

y así:

$$\begin{aligned}
 P\{Y = 0\} &= P\{X_3 = -3\} = 1/2^3 = 1/8 \\
 P\{Y = 1\} &= P\{X_3 = -1\} = 3(1/2^3) = 3/8 \\
 P\{Y = 2\} &= P\{X_3 = 1\} = 3(1/2^3) = 3/8 \\
 P\{Y = 3\} &= P\{X_3 = 3\} = 1/2^3 = 1/8
 \end{aligned}$$

Luego  $X_3$  se distribuye como una  $\text{Bin}(3, p = 1/2)$  aunque tomando otros valores que los estrictamente igual a 0, 1, 2, 3.

Se identifica así el proceso estocástico, y se puede preguntar uno cuál es la probabilidad de que a las 10 tiradas se tengan unidades monetarias negativas, esto es, se arruine el jugador.

### Clasificación De Los Procesos Estocásticos.

Se pueden clasificar según:

- La estructura del conjunto paramétrico  $T$  y del conjunto de estados  $E$ .
- Las características probabilísticas de las variables aleatorias.

### Clasificación Según La Estructura de $T$ y $E$ .

Los procesos estocásticos se pueden clasificar en cuatro tipos, dependiendo de si  $T$  es un conjunto numerable o continuo, y de si  $E$  es otro conjunto numerable o continuo. Así:

$E \setminus T$	Discreto	Continuo
Discreto	Cadena	Proc. Puntual
Continuo	Suc. de v.a.	Proc. Continuo

### Ejemplos:

(i) **Cadena.** Supongamos un sistema hidráulico con una válvula de seguridad que se revisa diariamente (variable discreta de tiempo). Esta válvula presenta tres posibles estados: correcto, incorrecto y deteriorado (variable discreta de estado por el valor que adopta la variable). De este modo se puede definir el proceso como  $X_n \equiv$  Estado en el que se encuentra la válvula en el día  $n$ . En ingeniería, este proceso se aplica al control de calidad, cuando se toma una muestra cada determinado tiempo, o cada enésima pieza producida, y se determina si cumple o no cumple los estándares, es decir, se acepta o se rechaza.

(ii) **Proceso Puntual.** Un autobús escolar tiene capacidad para  $k$  personas. Si en una parada hay  $k$  o menos personas esperando, entonces todas subirán al autobús. Si no es así, subirán las  $k$  primeras quedando el resto de personas en espera. Se define, entonces,  $X_t \equiv$  número de personas esperando en la parada (variable discreta de estado) en un instante de tiempo  $t$  (variable continua de tiempo, aunque el autobús tenga un horario, por diversas razones no pasa exactamente en el momento señalado). En ingeniería, dentro de la "Teoría de Transporte", que es una parte de la ciencia logística se pueden plantear problemas como minimizar el tiempo medio de traslado, reducir el número de personas esperando, o reducir el costo de transporte.

(iii) **Sucesión de V.A.** Una empresa petrolífera debe decidir cuánto petróleo (variable aleatoria continua) extrae al mes (variable discreta porque solamente 12 veces al año se cumple el periodo indicado) para maximizar los beneficios. Se define, entonces,  $X_n \equiv$  Cantidad de petróleo a extraer en el mes  $n$ . Esto es un ejemplo particular en ingeniería de la llamada Teoría de Inventarios, donde se estudia la distribución de la demanda y se optimiza la existencia de tal forma que no falte el suministro, ni se tengan excedentes porque ambos tienen un costo.

(iv) **Proceso Continuo.** En la fila de clientes de un banco se contabiliza el tiempo de espera (variable aleatoria continua) de un cliente que llega en un instante  $t$  (variable aleatoria continua). Se puede definir  $X_t \equiv$  Tiempo de espera de un cliente que llega en el instante  $t$ . Este proceso está relacionado también con la "Teoría de Líneas de Espera"

en la que interesa, por ejemplo, minimizar el tiempo de espera del cliente, con el número mínimo de empleados para minimizar el costo.

### **Clasificación Según Las Características Probabilísticas De Las V.A.**

En la vida real se producen distintas relaciones entre las variables aleatorias que constituyen un proceso estocástico. Por ejemplo, la ganancia monetaria obtenida en la tirada  $n$ -ésima dependerá obviamente de la ganancia obtenida en la tirada  $(n - 1)$ -ésima.

Las propiedades probabilísticas de las variables aleatorias son importantes a la hora de identificar y clasificar un proceso estocástico. Se pueden clasificar los procesos en:

1. Procesos estacionarios.
  - a. Estacionario débil.
  - b. Estacionario estricto
2. Procesos Markovianos.
3. Procesos de incrementos independientes.

La descripción de esta clasificación y las condiciones matemáticas que se deben cumplir, escapan de los objetivos de este trabajo.

### **Método de simulación Montecarlo.**

#### **Definiciones:**

El método de Monte Carlo es un método probabilista, no determinista o estadístico numérico, usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud. El método se llamó así en referencia al Casino de Monte Carlo (Principado de Mónaco) por ser “la capital del juego de azar”, al ser la ruleta un generador simple de números aleatorios. El nombre y el desarrollo sistemático de los métodos de Monte Carlo datan aproximadamente de 1944 y se mejoraron enormemente con el desarrollo de la computadora.

#### **Origen del Método de Simulación Monte Carlo.**

El uso del método de Monte Carlo como herramienta de investigación, proviene del trabajo realizado en el desarrollo de la bomba atómica durante la Segunda Guerra Mundial en el Laboratorio Nacional de Los Álamos en EE. UU. Este trabajo conllevaba la simulación de problemas probabilísticos de hidrodinámica concernientes a la difusión de neutrones en el material de fisión. Esta difusión posee un comportamiento eminentemente aleatorio. En la actualidad es parte fundamental de los algoritmos de Raytracing para la generación de imágenes 3D.

En la primera etapa de estas investigaciones, John von Neumann y Stanislaw Ulam refinaron esta ruleta rusa y los métodos "de división" de tareas. Sin embargo, el desarrollo sistemático de estas ideas tuvo que esperar al trabajo de Harris y Herman Kahn en 1948. Aproximadamente en el mismo año, Enrico Fermi, Nicholas Metropolis y Ulam obtuvieron estimadores para los valores característicos de la ecuación de Schrödinger para la captura de neutrones a nivel nuclear usando este método.

El método de Monte Carlo proporciona soluciones aproximadas a una gran variedad de problemas matemáticos posibilitando la realización de experimentos con muestreos de números pseudoaleatorios en una computadora. El método es aplicable a cualquier tipo de problema, ya sea estocástico o determinista. A diferencia de los métodos numéricos que se basan en evaluaciones en  $N$  puntos en un espacio  $M$ -dimensional para producir una solución aproximada, el método de Monte Carlo tiene un error absoluto de la estimación que decrece como  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  en virtud del teorema del límite central.

La invención del método de Monte Carlo se asigna a Stanislaw Ulam y a John von Neumann. Ulam ha explicado cómo se le ocurrió la idea mientras jugaba un solitario durante una enfermedad en 1946. Advirtió que resulta mucho más simple tener una idea del resultado general del solitario haciendo pruebas múltiples con las cartas y contando las proporciones de los resultados que computar todas las posibilidades de combinación formalmente. Se le ocurrió que esta misma observación debía aplicarse a su trabajo de Los Álamos sobre difusión de neutrones, para la cual resulta prácticamente imposible solucionar las ecuaciones íntegro-diferenciales que gobiernan la dispersión, la absorción y la fisión. “La idea consistía en probar con experimentos mentales las miles de posibilidades, y en cada etapa, determinar por casualidad, por un número aleatorio distribuido según las probabilidades, qué sucedería y totalizar todas las posibilidades y tener una idea de la conducta del proceso físico”.

Podían utilizarse máquinas de computación, que comenzaban a estar disponibles, para efectuar las pruebas numéricas y en efecto reemplazar el aparato experimental del físico.

Durante una de las visitas de John Von Neumann a Los Álamos en 1946, Ulam le mencionó el método. Después de cierto escepticismo inicial, John Von Neumann se entusiasmó con la idea y pronto comenzó a desarrollar sus posibilidades en un procedimiento sistemático.

Ulam expresó que: “Monte Carlo comenzó a tener forma concreta y empezó a desarrollarse con todas sus fallas de teoría rudimentaria después de que se lo propuse a Johnny”.

A principios de 1947 John Von Neumann envió una carta a Richtmyer a Los Álamos en la que expuso de modo influyente tal vez el primer informe por escrito del método de Monte Carlo. Su carta fue encuadrada junto con la respuesta de Richtmyer como un informe de Los Álamos y distribuida entre los miembros del laboratorio. Von Neumann sugería aplicar el método para rastrear la generación isótropa de neutrones desde una composición variable de material activo a lo largo del radio de una esfera.

Ulam estaba particularmente interesado en el método Monte Carlo para evaluar integrales múltiples. Una de las primeras aplicaciones de este método a un problema determinista fue llevada a cabo en 1948 por Enrico Fermi, Ulam y John Von Neumann cuando consideraron los valores singulares de la ecuación de Schrödinger.

## Descripción del Método de Simulación Monte Carlo.

EL método Montecarlo abarca una colección de técnicas que permiten obtener soluciones de problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas. En la práctica, las pruebas aleatorias se sustituyen por resultados de ciertos cálculos realizados con números aleatorios. Se estudiará el concepto de variable aleatoria y la transformación de una variable aleatoria discreta o continua.

### Ejemplo:

Si deseamos reproducir, mediante números aleatorios, la tirada sucesiva de una moneda, debemos previamente asignarle un intervalo de números aleatorios a CARA y otro a CRUZ, de manera de poder interpretar el resultado de la simulación. Tales intervalos se asignan en función de las probabilidades de ocurrencia de cada cara de la moneda. Tenemos así:

CARA Probabilidad: 0.50: Números aleatorios: 0.000 al 0.499

CRUZ Probabilidad: 0.50 Números aleatorios: 0.500 al 0.999

Después, al generar un número aleatorio a partir de la función RAN de la calculadora, por ejemplo, obtenemos el resultado simulado. Así, si obtenemos, por ejemplo el número aleatorio 0.385 y observamos que está incluido en el intervalo asignado a CARA.

En otras aplicaciones, se asocian intervalos de números aleatorios según las probabilidades de ocurrencia de los eventos a simular.

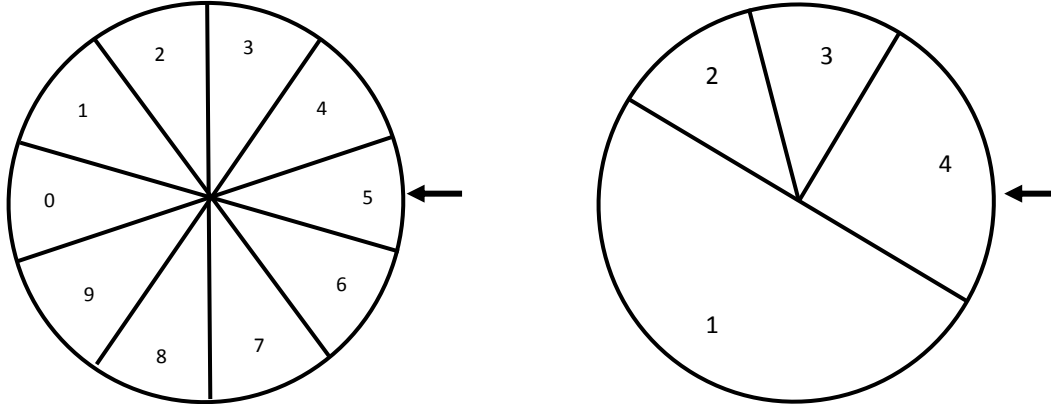
## La Variable Aleatoria.

Se denomina variable aleatoria, a una variable  $X$  que puede tomar un conjunto de valores  $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ , con probabilidades  $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_{n-1}\}$ .

Por ejemplo, en la experiencia de lanzar una moneda varias veces, los posibles resultados son {cara, cruz}, y sus probabilidades son  $\{1/2$  y  $1/2\}$ .

En la experiencia de lanzar un dado perfectamente balanceado, los resultados posibles son  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  y sus probabilidades respectivas son  $\{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$ .

Realicemos ahora la experiencia de hacer girar una ruleta y apuntar el número del sector que coincide con la flecha situada en el lado derecho. En la ruleta de la izquierda de la figura los resultados posibles son  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  Y  $9\}$ , y la probabilidad de cada resultado es  $1/10$ . Esta ruleta sirve para simular eventos igualmente posibles de una función de distribución uniforme de probabilidad. Al decir distribución nos estamos refiriendo a una variable discreta porque sus resultados son finitos y específicamente enteros.



En la ruleta de la derecha de la figura, los posibles resultados son  $\{1, 2, 3 \text{ y } 4\}$ , y las probabilidades respectivas  $\{1/2, 1/8, 1/8 \text{ y } 1/4\}$ , proporcionales al ángulo del sector.

En los tres primeros ejemplos, (lanzar una moneda, un dado y girar la ruleta de diez sectores iguales) la variable aleatoria  $X$  se dice que está uniformemente distribuida, ya que todos los resultados tienen la misma probabilidad. Sin embargo, en el último ejemplo, (ruleta de 4 sectores distintos) la variable aleatoria  $X$ , no está uniformemente distribuida porque da mayor probabilidad de ocurrencia al número 1.

El problema crucial de la aplicación de los métodos de Montecarlo es hallar los valores de una variable aleatoria (discreta o continua) con una distribución de probabilidad dada por la función  $p(x)$  a partir de los valores de una variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo  $[0,1]$ , proporcionada por la computadora o por una rutina incorporada al programa de computo.

Para simular un proceso físico, o hallar la solución de un problema matemático es necesario usar gran cantidad de números aleatorios. El método mecánico de la ruleta sería muy lento, además cualquier aparato físico real genera valores aleatorios cuyas distribuciones difieren, al menos ligeramente de la distribución uniforme ideal, por imperfecciones o desbalances en su construcción. También, se puede hacer uso de tablas de cifras aleatorias uniformemente distribuidas, comprobadas minuciosamente en base a pruebas estadísticas especiales. Se emplean solamente cuando los cálculos correspondientes a la aplicación del método de Montecarlo se realizan a mano, lo que en estos tiempos resulta inimaginable por impráctico.

En la práctica, resulta más conveniente emplear los denominados números pseudoaleatorios, es decir, se trata de números que se obtienen a partir de un número denominado “semilla”, y la aplicación reiterada de una fórmula, obteniéndose una secuencia  $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de números que imitan los valores aleatorios de una variable uniformemente distribuida en el intervalo  $[0,1]$ .

### Variable aleatoria Discreta.

Es toda variable cuyos valores posibles de ocurrencia son finitos, contables y específicamente aislados, de preferencia enteros. En el caso del lanzamiento de un dado, el resultado está definido solamente por

seis números enteros. Jamás podremos obtener un resultado distinto y tampoco un número decimal: No podremos obtener un resultado: cayó 3.2. El calificativo de “discreta” se debe a que es una variable que ofrece muy poca información (finita, contable y específica). Los ejemplos de los resultados obtenidos en una ruleta con sectores numerados, son típicos de una variable aleatoria discreta.

La ruleta derecha está diseñada para simular manualmente una variable aleatoria discreta con cuatro elementos con distinta probabilidad de ocurrencia.

Se procede del siguiente modo: se divide el círculo con los sectores proporcionales a las probabilidades de cada resultado, anotadas en la segunda columna de la siguiente tabla

En la tercera columna se suman las probabilidades de cada evento y las probabilidades de todos los eventos anteriores, por lo que se le conoce como probabilidad acumulada. La suma total en la última fila, debe de dar la unidad.

RESULTADO	PROBABILIDAD	PROB. ACUM.
1	0.5	0.500
2	0.125	0.625
3	0.125	0.750
4	0.25	1.000

La moneda, los dados, las ruletas, naipes, etc. son generadores físicos de números aleatorios. La desventaja de estos, es que son costoso, imprácticos, y pueden tener cierto desbalance o sesgo por imperfecciones en su construcción o su uso.

Otros generadores de números aleatorios, más prácticos, son las tablas debidamente elaboradas, la función “random” de algunas calculadoras, y las formulas y algoritmos que se integran a los software comerciales.

Para poder ajustar, cualquier simulación de una variable aleatoria discreta o continua, con cualquier tipo de función de distribución o de densidad de probabilidad, se emplea el proceso llamado de transformación o sorteo de variable, que consiste en usar un generador de números aleatorios, y mediante operaciones establecidas en una formula, obtener el valor equivalente en la variable aleatoria.

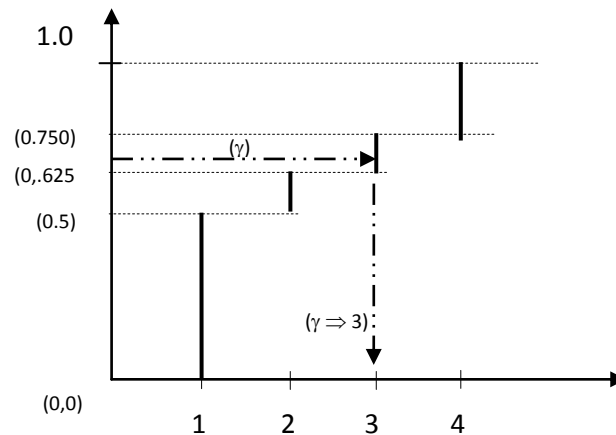
A continuación se dan dos ejemplos gráficos de transformación para los casos de una función discreta y una función continua.

Finalmente, lo más adecuado y practico es la transformación mediante formulas, que se incluyen en un algoritmo para procesos estocásticos por computadora. Esta transformación se explica después de los procedimientos gráficos, que permiten una fácil comprensión del proceso de transformación.

Ejemplo gráfico de la transformación de número aleatorio a variable discreta con probabilidad no uniforme (ruleta derecha): En el eje X se sitúan los distintos resultados que hemos nombrado  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ . y sobre cada uno de ellos, en forma de segmentos verticales de longitud igual o

proporcional, su probabilidad  $p_i$ . Los segmentos se ponen unos a continuación de los otros, considerando la ordenada del extremo superior del segmento de probabilidad del valor  $x_i$  que antecede, para lograr la acumulación de probabilidades. De esta manera, el extremo superior del último segmento, tendrá ordenada 1. Se obtiene así la gráfica de la función de probabilidad acumulada escalonada.

Cuando se sortea una variable aleatoria y se obtiene  $\gamma$  en  $[0,1]$ , con tres cifras decimales, se traza una recta horizontal cuya ordenada sea  $\gamma$ . Se busca el resultado cuya abscisa sea la intersección de dicha recta horizontal y del segmento vertical, tal como se señala con flechas en la figura. Si el número aleatorio  $\gamma$  está comprendido entre 0.625 y 0.749 se obtiene el resultado denominado  $x_1=3$ .



La tabla describe la transformación de un valor aleatorio  $\gamma$ , obtenido por sorteo entre los valores igualmente posibles del cero al uno,  $[0,1]$  incluyendo estos, en valores de probabilidad acumulada para  $x_i$ :

CONDICION	RESULTADO: $x_i$
$0 < \gamma < 0.499$	1
$0.500 \leq \gamma < 0.624$	2
$.625 \leq \gamma < 0.749$	3
$0.750 \leq \gamma < 1$	4

Una vez visto un caso particular, el problema general puede formularse del siguiente modo:

Si  $X$  es una variable aleatoria discreta cuyos posible resultados son  $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y sean  $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_n\}$  sus respectivas probabilidades. Al sortear un número aleatorio  $\gamma$ , uniformemente distribuido en el intervalo  $[0,1]$  con tres cifras decimales, se obtiene el resultado  $x_i$ , si se verifica la siguiente condición:

$$\gamma \Rightarrow x_i \text{ si: probabilidad acumulada} = \gamma, \text{ tal que: } \sum_{j=1}^{j=i-1} P_j < \gamma = P(x_i) \leq \sum_{j=i+1}^{j=n} P_j$$

## Variable aleatoria continúa.

Es toda variable que puede adoptar un universo infinito de valores, y que solamente se puede decir que el número de valores depende de la exactitud de un instrumento de medición, o del número de cifras decimales consideradas en los cálculos. Dos ejemplos de estas variables son:

1. El tiempo, cuando se pueden considerar fracciones de segundo, al determinar el periodo de duración de un fenómeno o de un evento.
2. El número de puntos o un valor cualquiera con varias cifras decimales, dentro de un intervalo  $[a, b]$  de la recta numérica o de una función continua definida en ese intervalo.

Comprendido el concepto de transformación de un número aleatorio  $\gamma$  en el valor  $x_i$  de una variable aleatoria discreta  $X$ , el procedimiento para obtener un resultado cuando se efectúa el sorteo de una variable aleatoria continua, no reviste dificultad.

Si  $X$  es una variable aleatoria continua, y  $p(x)$  es la probabilidad de que  $x_i$  tome un valor dentro de un intervalo diferencial  $[a, b]$ , construimos la función que representa la probabilidad para ese intervalo:

$$\text{Probabilidad} = \text{Area bajo la curva de la función} = \int_a^b f(x)dx$$

Como todas las funciones de densidad de probabilidad, se han estandarizado, es decir que incluyen algún factor que obliga a que el área total bajo de esa función sea uno, podemos reescribir la ecuación anterior para la probabilidad de un evento seguro, es decir, para el evento que contempla todos los valores posibles  $x_i$ , que se distribuyen en torno a un valor medio:

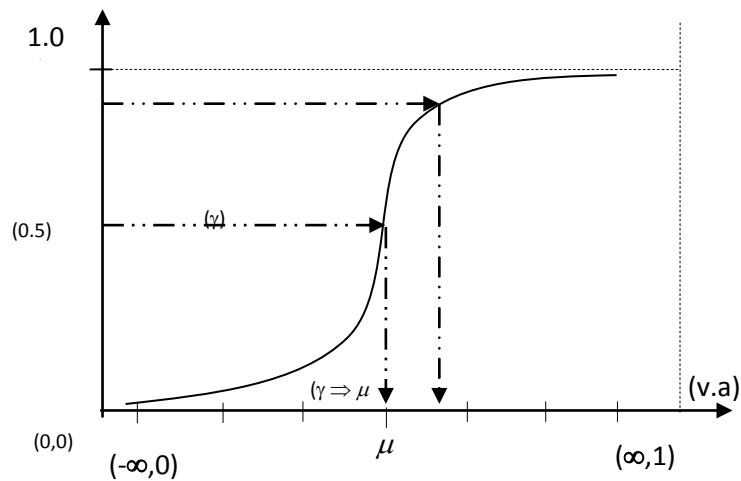
$$\text{Probabilidad Total} = \text{Area Total bajo la curva de la función} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

El resultado  $x_i$  de transformar el valor aleatorio  $\gamma$  obtenido por sorteo entre los valores igualmente posible del cero al uno,  $[0,1]$  incluyendo estos, se obtiene a partir de la ecuación:

$$\text{Probabilidad Acumulada} = \text{Area} = \int_{-\infty}^{x_i} f(x)dx$$

Que para fines prácticos, se obtiene de las tablas de probabilidad, correspondientes a cada función.

Gráficamente, se obtiene trazando una recta horizontal de ordenada  $\gamma$  hasta interceptar la gráfica de la función densidad de probabilidad acumulada. La abscisa del punto de corte, de la línea horizontal con ordenada  $\gamma$  y la función de probabilidad acumulada, es el resultado buscado  $x_i$ . En la figura se señala mediante flechas:



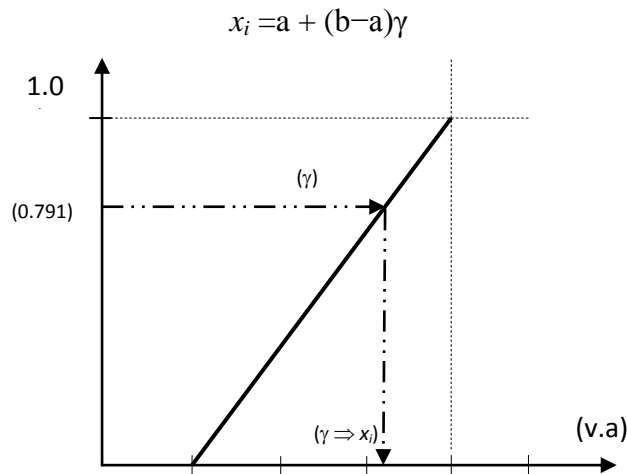
Un ejemplo sencillo es la transformación de un número aleatorio  $\gamma$ , del conjunto  $[0,1]$  al valor  $x_i$  de una variable aleatoria  $X$ , cuya probabilidad está uniformemente distribuida en el intervalo  $[a, b]$ , distribución que generalmente es conocida como función de probabilidad uniforme:

$$p(x) = 1/(b-a) \quad \text{en el intervalo } [a, b] \quad a \leq x < b$$

Integrando para el área del rectángulo definido por altura  $1/(b-a)$  y ancho  $(b-a)$  obtenemos la ecuación:

$$\text{Probabilidad} = \text{Área bajo la función } p(x) = [1/(b-a)](b-a) = 1$$

Posteriormente obtenemos la función de probabilidad acumulada, que se representa por las ordenadas de los puntos sobre un segmento de línea recta, que inicia en  $(a,0)$  y termina en  $(b,1)$  tal como puede verse en la figura inferior, utilizando la siguiente fórmula para hacer la transformación analítica de  $\gamma$  en  $x_i$



La transformación manual de  $\gamma$  en  $x_i$  de la función uniforme y de la función de probabilidad triangular, es simple; pero laboriosa para las  $n$ -iteraciones de la simulación de un caso real. Para otras funciones densidad de probabilidad, más complejas, dependeríamos del uso de las tablas que asocian áreas (probabilidades) con valores de desviación estándar  $z\sigma$  como es el caso de la distribución Normal. Estándar. Nuevamente, realizar este proceso en cada una de las  $n$ -iteraciones, es impráctico, por lo que en un caso real, debemos apoyarnos de un software y computadora, que hacen esto de manera sistemática porque ya tienen incluidas todas las funciones de probabilidad tanto discretas como continuas, y lo único que debemos hacer es indicarle el nombre de la función, sus parámetros y el rango de variabilidad.

## Generadores de números aleatorios.

Un **generador de números aleatorios** es un dispositivo informático o físico diseñado para producir secuencias de números sin un orden aparente.

Los algoritmos para la generación de valores uniformemente distribuidos están presentes en todas las calculadoras y lenguajes de programación, y suelen estar basados en congruencias numéricas del tipo:

$$x_{n+1} \equiv (ax_n + c) \pmod{m}$$

El éxito de este tipo de generadores de valores de una variable aleatoria depende de la elección de los cuatro parámetros que intervienen inicialmente en la expresión anterior:

- El valor inicial o *semilla*:  $x_0$
- La constante multiplicativa:  $a$
- La constante aditiva:  $c$
- El número  $m$  respecto al cual se calculan los restos.

Estos cuatro valores deben ser números enteros no negativos y que cumplan la siguiente condición:  $x_0, a, c < m$

La mayor parte de los generadores de números aleatorios producen en realidad números pseudoaleatorios. Se introduce o sustituye internamente un valor  $x_0$ , que llamaremos *semilla*, y, a partir de él, se van generando  $x_1, x_2, x_3, \dots$

Siempre que se parta de la misma semilla, se obtendrá la misma secuencia de valores.

Por la condición anterior, es evidente que todos los valores generados por este procedimiento son números enteros entre 0 y  $m - 1$ . El número máximo de cifras distintas que pueden obtenerse con el procedimiento descrito es  $m$ , así que llegará un momento en que el primer número generado se repetirá produciéndose un nuevo ciclo.

El ciclo dónde inevitablemente caerá el generador, interesa que sea de la mayor longitud posible (como máximo  $m$ ), para evitar que se repitan pronto los valores aleatorios. Por ejemplo, para los valores  $a = 3, c = 5, x_0 = 2$  y  $m = 32$ , se obtiene la siguiente secuencia de valores:

**2-11-6-23-10-3-14-15-18-27-22-7-26-19-30-31-2-11-6**

La secuencia generada tiene como longitud 16 números (el número generado en la decimoséptima posición es el 2 inicial, por lo que toda la secuencia se repite a partir de ahí), muy inferior a la longitud máxima que podría tener ( $m=32$ ). Determinadas elecciones de parámetros del generador  $x_0, a, c, y m$  conducen a ciclos de amplitud máxima

Por ejemplo, tomando como valores  $m = 2^5 = 32, a = 5, x_0 = 1$  y  $c = 3$ , se obtiene la siguiente secuencia de números, que tiene longitud máxima:

**1-8-11-26-5-28-15-14-9-16-19-2-13-4-23-22-17-24-27-10-21-12-31-30-25-0-3-18-29-20-7-6-1.**

## Valuación de Empresas Mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación Puntual y Estimación por Intervalos de Confianza.

### RESUMEN Y PALABRAS CLAVE. CAPÍTULO 5.

En este capítulo, primeramente se hace evidente la necesidad, y se plantea la justificación de porque debemos emigrar hacia técnicas y métodos más modernos, versátiles, dinámicos y sencillos, que nos permitan dar un tratamiento adecuado a los factores de riesgo, propios de la vida real, que pueden influir en la cuantía del valor estimado para cualquier activo o conjunto de ellos, principalmente en los casos en los que se tiene un nivel más elevado de complejidad ocasionada por las interacciones entre diferentes elementos y variables, así como por las sinergias necesarias entre ellos.

Posteriormente se hace una revisión de los principales funciones de probabilidad continua., para la simulación de los modelos de flujos de efectivo y algunos conceptos de la ciencia de la probabilidad y estadística, propios de los procesos estocásticos para el modelo de flujos de efectivo, que se retoman en los procesos de simulación.

Luego se realiza un ejemplo sencillo hecho a mano, para comprender la esencia del método, con aplicación a un modelo matemático de valuación de empresas con el enfoque de flujos de efectivo descontados, comúnmente conocido como enfoque de capitalización de rentas. En este ejemplo se consideran solamente dos variables aleatorias, y se realizan solamente cinco iteraciones, tomando la función de de probabilidad uniformemente distribuida y la función de probabilidad triangular, para la transformación de números aleatorios, en valores de  $x_t$  correspondientes a la variable en turno, que puede ser el ingreso por venta o por servicio, en determinado periodo, los costos, la utilidad, el flujo de efectivo libre o una tasa de descuento compuesta por el costo de deuda y costo de capital.

Finalmente, se describe un ejemplo hecho en computadora, con todas las variables aleatorias que se pueden tener, en cada periodo del horizonte de la empresa, haciendo uso de un software especialmente elaborado para aplicaciones de la simulación a procesos de ingeniería industrial, llamado "Arena." desarrollado por dos expertos de la compañía Rockwell Automation y un profesor de la Universidad de Cincinnati. Esto con el fin de hacer más fácil y más versátil el uso de la técnica, lo que permite al usuario enfocarse en los cambios que puede hacer a las variables que participan en el modelo, y en la interpretación de los resultados.

Palabras Clave:

Simulación, estocástico, estadístico, parámetro, modelo, variable,

## Introducción.

Como no se puede disponer actualmente, de una bola de cristal o algo parecido que nos anticipe el futuro, por lo menos se debe incorporar a la actividad de valuación, toda herramienta que permita hacer mejores pronósticos y mejores estimados, a partir de los datos históricos, acontecimientos actuales, y las expectativas debidamente razonadas, con toda la información posible sobre los aspectos económicos, sociales y políticos del entorno, del país y del mundo.

Todos los recursos antes mencionados, modelos, teorías, ciencias, técnicas y experiencia del valuador, se pueden combinar en la técnica de Simulación Montecarlo, para obtener una mejor aproximación de la realidad, y también del futuro, a partir de los muestreos necesarios realizados o de registros que se tienen del pasado.

Como se tienen medidas de tendencia, de dispersión, funciones de distribución de probabilidad, y una computadora que realice las operaciones, lo que se va a hacer mediante la simulación, es darle la oportunidad a todos los valores posibles de cada variable aleatoria  $X_t$ , de participar en el modelo, con la frecuencia o probabilidad que se indique en la función de distribución o función densidad, y para que haya equidad en el modo de participación de los valores en cada variable, recurrimos a la materia prima que proporciona la aleatoriedad en el proceso de simulación, que es el conjunto de números aleatorios igualmente probables.

De esta forma la simulación se convierte en una tarea sencilla que nos permite satisfacer nuestra curiosidad en los resultados correspondientes a cambios posibles en alguna, algunas o todas las variables que participan en un modelo matemático, es decir, el método de simulación Monte Carlo se convierte en una herramienta integral y dinámica de análisis de sensibilidad, porque puede dar respuesta inmediata a todas las preguntas ¿y qué pasa si? para incluir sugerencias y dirimir diferencias o polémicas, dentro de ciertos niveles de confianza.

Se considera que de esta manera, la actividad de valuación pasa de ser, de una técnica a una ciencia porque está incorporando cuatro pasos fundamentales del método científico, que son la investigación, experimentación, la observación y la comprobación.

El valuador pasa a ser un investigador, al realizar miles de experimentos, con diferentes rangos de valores de las variables, que correspondan a diferentes escenarios y diferentes expectativas posibles, para prever las distintas circunstancias que se pueden presentar en el futuro y que puedan influir en el resultado final, es decir, en el avalúo.

El valuador también desempeña el papel de verdadero asesor hacia su cliente, porque da respuesta casi instantánea (mediante el uso de la computadora y el software) a todas las dudas e interrogantes que pueda tener este, haciendo fácilmente los cambios pertinentes en las variables del modelo.

## Principales Funciones de Probabilidad Continua., Para la Simulación de los Modelos de Flujos de Efectivo.

### Función Densidad de Probabilidad Continua.

Una función de probabilidad continua, es un conjunto infinito de valores  $x_i$  dentro de cierto intervalo particular, que resultan de medir algo como la distancia entre dos puntos, el peso de una persona, el precio de una mercancía o servicio, el ingreso de una persona, el tiempo que tarda un objeto o una persona en desplazarse una distancia, etc.

Cuando estudiamos una distribución continua, la información que nos interesa es el porcentaje de los elementos representados por la variable aleatoria  $X$ , que cumplen con una o dos condiciones que se establece con fines de análisis. En este caso debe pensarse en la probabilidad, como la posibilidad de que la variable tome un valor dentro de un rango definido por un intervalo, en vez de pensar en la probabilidad de un valor específico.

### Funciones más Comunes de Densidad de Probabilidad.

En probabilidad, generalmente se consideran cuatro familias de funciones de probabilidad continua:

Función de densidad de probabilidad uniforme.

Función de densidad de probabilidad triangular.

Función de densidad de probabilidad normal.

Función de densidad de probabilidad exponencial.

Para fines específicos de los modelos de flujos de efectivo descontados, que son los usados en el enfoque de capitalización de rentas, omitimos la función exponencial, que no se ajusta a los casos en cuestión por describir tiempos entre eventos que ocurren en secuencia, e introducimos una función que tiene gran aceptación para representar probabilidades de una variable que se distribuye simétricamente en torno a un valor medio. Esta función es la llamada función triangular.

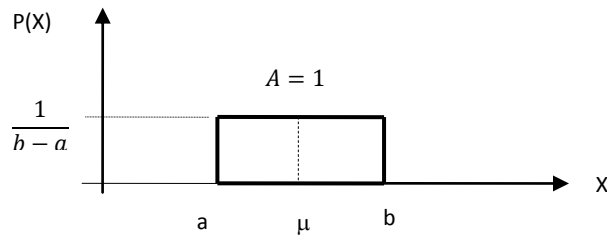
En el caso de estas funciones, las áreas dentro de la distribución, limitadas por la función o sus ramas, los segmentos verticales que representan los límites inferiores y superiores de un intervalo cualquiera, y el eje de las abscisas, representan probabilidades.

El área total bajo de la función o funciones, es uno porque representa el evento seguro, es decir la probabilidad de que se presente cualquier valor entre el intervalo  $[a, b]$ , pero lo cual la función debe estar construida o diseñada con un factor de normalización, para que se cumpla que:

$$\text{Probabilidad Total} = \text{Area Total bajo la curva de la función} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

### La Familia de Funciones de Probabilidad Uniforme.

Esta función es la distribución más simple de una variable aleatoria continua. La distribución tiene una forma rectangular y queda definida por el valor mínimo y máximo  $[a, b]$ . El borde superior del rectángulo indica que la posibilidad de ocurrencia de un valor  $x_i$ , es idéntica para todos los valores dentro del rango, incluyendo los límites. La figura siguiente, es la representación de esta función:



Media de la Distribución Uniforme:  $\mu = \frac{a+b}{2}$

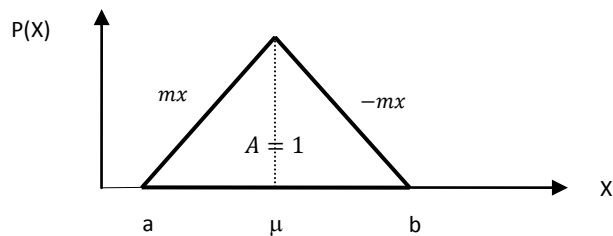
Desviación Estándar de la función Uniforme:  $\sigma = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}$

Funciones de Probabilidad Uniforme  $P(X) = \frac{1}{b-a}(x-a)$  si  $a \leq x \leq b$ .

Cero en otro caso.

### La Familia de Funciones de Probabilidad Triangular.

Esta función tiene mayor aplicación que la anterior porque describe una probabilidad que se concentra en torno a un valor medio  $\mu$  del intervalo  $[a, b]$  y se diluye en forma proporcional con la separación, para valores que se alejan del valor medio.



Media de la Distribución Triangular:  $\mu = \frac{a+b}{2}$

Funciones de Probabilidad Triangular:  $P(X) = \frac{x-a}{2} \left( \frac{x}{(\mu-a)^2} \right)$  si  $a \leq x_i \leq \mu$

$$P(X) = 1 - \frac{b-x}{2} \left[ \frac{b-x}{(b-\mu)^2} \right] \quad \text{si } \mu \leq x_i \leq b$$

$$P(X) = 0 \quad \text{en otro caso.}$$

### La Familia de Funciones de Probabilidad Normal.

Esta función de probabilidad está definida por la siguiente ecuación:

$$P(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}$$

Aunque aparentemente presenta cierta complejidad, todos sus valores son conocidos:

$\mu$  : Es el valor de la media.

$\sigma$  : Es el valor de la desviación Estándar.

$\pi$  : Es la constante matemática natural.

$e^1$ : Es la base del sistema de logaritmos naturales = 22/7 = 2.7182

$x$  : Es un valor de la variable aleatoria continua.

Calcular una probabilidad definida por esta función, implica calcular un área bajo la curva, limitada por los extremos de un intervalo  $[a, b]$ , es decir, calcular la siguiente integral:

$$\text{Probabilidad} = \text{Area bajo la curva de la función} = \int_a^b f(x)dx$$

La localización de una distribución normal, se determina a través de la media  $\mu$  y, la dispersión de los valores  $x_i$  que puede adoptar la variable  $X$ , se determina por medio de la desviación estándar  $\sigma$ .

Esto implica dos problemas:

Tener una función para cada problema, es decir una familia de miles de funciones.

Tener que calcular una integral, cada vez que se necesitara determina una probabilidad específica de un problema determinado.

### La función de probabilidad Normal Estándar.

El primer problema que se indica en el párrafo anterior, fue resuelto mediante un proceso conocido como estandarización, para obtener una función de probabilidad normal única, es decir, un miembro de la familia, llamado función de probabilidad normal estándar, que puede representar a todas las demás, y con esta ajustar cada caso particular a esta función única.

El Segundo problema está resuelto al contar ya con una tabla que indica los valores de área o probabilidad correspondientes a ciertos intervalos o sectores medidos con un múltiplo de la desviación estándar llamado  $z$ .

El proceso de Estandarización consiste en hacer un cambio de variables mediante la siguiente operación:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Donde:

$x$  : Es un valor de la variable aleatoria continua.

$\mu$  : Es el valor de la media.

$\sigma$  : Es el valor de la desviación Estándar de la función original.

$Z$  : Es la nueva variable que sustituye a las tres anteriores.

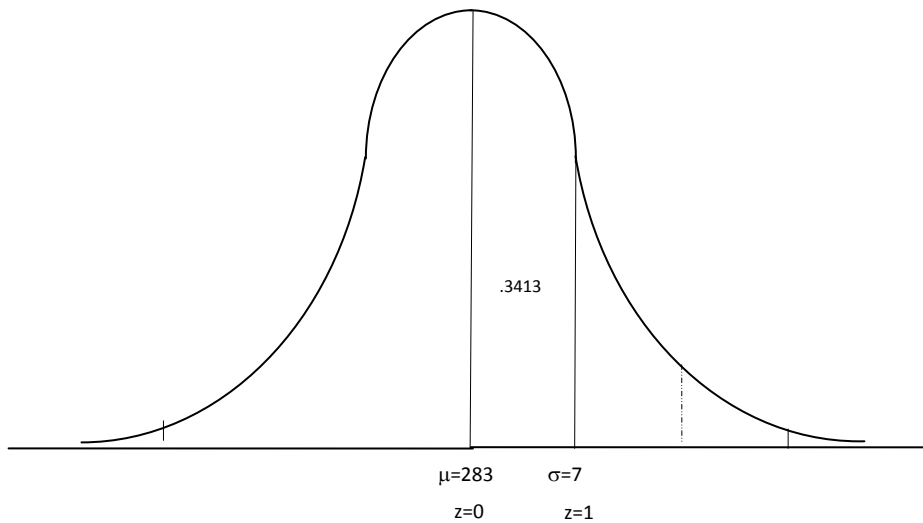
Con esto obligamos al valor medio  $\mu$  de cualquier función, a adoptar una nueva ubicación en el eje  $X$ , con valor de  $z = 0$ . Si un valor cualquiera de la variable aleatoria  $X$ , no coincide con el valor de  $\mu$ , entonces existe una distancia o separación entre ambos. Esta distancia se expresa como el número de veces de la desviación estándar, que están separados.

En resumen, el valor medio de la función original ahora es cero, y las desviaciones  $\sigma$  ahora son un coeficiente de la variable  $z$ .

Como los valores  $x_i$  de la función original, estaban normalmente distribuidos, una vez que se estandarizan estos, los valores de  $z$  se distribuyen normalmente con una media de 0 y una desviación estándar de 1. De esta manera, la función de probabilidad de  $z$  posee todas las características de cualquier función de probabilidad normal.

Como la función de probabilidad de  $z$  es única, la tabla de probabilidades para los sectores o intervalos marcados por  $z$ , también es única. Como referencia a estos valores, se anexa una tabla, en el apéndice 1.

La siguiente gráfica muestra una función de probabilidad normal con sus valores  $\mu$  y  $\sigma$  originales, y junto de estos, en la parte inferior, sus respectivos valores de  $z$ .



### Estadística Inferencial y Procesos de Estimación.

En la mayoría de las situaciones y aspectos relacionados con los negocios y finanzas, la información acerca de la media, la desviación estándar y otros parámetros que dan información acerca de una población, no se encuentran disponibles. Una alternativa es, por lo anteriormente expuesto, recurrir al muestreo y con las muestras, inferir de manera aproximada los valores de interés.

En total son tres los estimadores puntuales de parámetros poblacionales, más comúnmente usados:

La media muestral  $\mu_{\bar{x}}$ , que estima a  $\mu$  de la población.

La media de las proporciones muestrales  $\mu_{\bar{p}}$ , que estima a  $\pi$  de la población.

La desviación estándar muestral,  $\sigma_{\bar{x}}$  de la muestra, que estima a  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  de la población.

Si en un proceso, cuyos resultados se distribuyen normalmente o no, se toman varios elementos y se agrupan en conjuntos de tamaño  $n$ , dispondremos de varios conjuntos muestrales. A cada conjunto se le determina su media  $\bar{x}$  y su desviación estándar  $S$ , es decir, la probabilidad de cada conjunto se distribuye normalmente en la medida que el tamaño de la muestra es mayor ( $n > 30$ ). Luego se construye una nueva función normal a partir de todos los valores  $\bar{x}$  de cada conjunto muestral y se obtiene un nuevo valor muy parecido a las  $\bar{x}$ ; pero más exacto:  $\mu_{\bar{x}}$ , que es comúnmente conocido como la media muestral o la media de los valores medios. Esta última función conocida como distribución muestral, es la que nos permitirá hacer todas las inferencias estadísticas acerca de las propiedades de la población.

### Estimación Puntual.

Un estimador puntual es un estadístico único para determinar un parámetro poblacional. Este estadístico es calculado a partir de la información de las muestras.

Los valores  $\bar{x}$  de cada conjunto muestral, nos sirven para determinar el estimador puntual  $\mu_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{x}_i}{n}$  que se considera muy cercano a la media de la población. Esto lo tomamos como verdadero porque está demostrado que  $\mu_{\bar{x}}$  es un estimador no sesgado de la media de la población, principalmente cuando se incrementa el número de conjuntos muestrales y cuando cada conjunto es de tamaño  $n > 30$ .

Al decir que un estadístico es un estimador, se comprende que su valor puede tener cierto error que tiene su origen en el proceso de muestreo, llamado también desviación o variabilidad. Esta variabilidad entre los valores  $\bar{x}$  de cada conjunto de muestras, con respecto a  $\mu_{\bar{x}}$  nos permite determinar el valor  $\sigma_{\bar{x}}$ , que no coincide con S de cada conjunto muestral, ni con  $\sigma$  de la población, es decir,  $\sigma_{\bar{x}}$  de la distribución muestral, es un estimador sesgado de  $\sigma$  de la población. Para determinar el valor de la desviación estándar de una distribución muestral de probabilidad normal, tenemos tres alternativas:

El procedimiento analítico:  $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2}$  donde:  $\sigma_{\bar{x}}^2 = Varianza_x = \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{x}_i - \mu)^2}{n}$

El procedimiento de estimación a partir de que se conoce la desviación  $\sigma$  de la población:  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  cuando el número de conjuntos muestrales y su tamaño es  $n > 30$ , lo que permite usar la función normal estándar, como representativa de la distribución muestral.

El Procedimiento de estimación a partir de la desviación estándar  $S_{\bar{x}}$  de las medias de los conjuntos muestrales, cuando su número y su tamaño es  $n < 30$ . Esto nos obliga a usar la función de probabilidad t de Student con media igual a cero y desviación igual a t.

Optar por la segunda alternativa, requiere considerar a 30 conjuntos muestrales de 30 elementos como mínimo en cada conjunto, lo que implica disponer de 900 muestras como mínimo.

Cuando se dispone de una computadora, esta opción no representa problema alguno y por ello se recomienda iterar el proceso de simulación, las veces necesarias, mínimamente 1000 que es mayor a 900. Este proceso de simulación nos permite un muestreo casi sin costo, en un tiempo mínimo y con muchas ventajas más, como el hecho de considerar que la desviación obtenida, es la  $\sigma$  poblacional o muy cercana a ella.

De acuerdo a lo anterior, podemos usar la función normal estándar con media cero y desviación z como indicador de la probabilidad, después de la estandarización representada por  $z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$

### **Estimación por Intervalos de Confianza.**

Se dijo en el inciso anterior que  $\mu_{\bar{x}}$  de la distribución muestral, es un estimador puntual (porque es un solo valor), de  $\mu$  poblacional y, ya que estamos conscientes de que se estimar es aproximar un valor porque es a partir de muestras, aceptamos que puede existir cierta diferencia entre estos.

Ahora la pregunta es ¿Qué tanto pueden diferir en valor absoluto? Como hablamos de cientos o miles de valores (uno por cada iteración), la respuesta no es simple.

Un intervalo sirve para este propósito. Por ejemplo: La media de la distribución muestral de valores de un negocio, obtenidos por simulación, nos indica que  $\mu_{\bar{v}} = 3.5$  millones. Este valor puede oscilar entre un límite inferior y otro superior. Todos los valores comprendidos entre estos límites constituyen un intervalo.

Definir un intervalo de variación en lugar del estimador puntual, implica considerar:

La desviación estándar  $\sigma_{\bar{x}}$ .

El grado de certidumbre o confianza que se necesita tener para emitir un enunciado probabilístico como el siguiente: Se tiene el 95 % de seguridad de que el valor del negocio se encuentra entre \$3.4 Y \$3.6.millones de U.M

Este enfoque arroja más información. Presentar un intervalo de valores, en el que se espera que se encuentre el parámetro poblacional,  $\mu_{\bar{v}} = 3.5$  millones con una seguridad de 95% implica un proceso de cálculo con mayor información de entrada y mayor información de salida.

A continuación se identifican los principales conceptos que se involucran en este proceso de cálculo:

Intervalo de confianza: Es en conjunto de valores que se forma a partir de una distribución muestral, de tal manera que exista la posibilidad de que el parámetro poblacional ocurra dentro de dicho conjunto, con una probabilidad específica.

Nivel de confianza: Es la probabilidad que está dada por la función normal estándar de la distribución muestral, a partir de los valores y  $\sigma_{\bar{x}}$  representados por z.

Límites de confianza: Son el límite inferior y el límite superior que determinan el intervalo.

Para calcular el intervalo de confianza, se siguen los siguientes pasos:

Se estima el parámetro  $\mu_{\bar{x}}$  mediante la simulación.

Se estima el valor de  $\sigma$  mediante la simulación.

Se elige el nivel de confianza o probabilidad, para emitir el enunciado probabilístico.

Se determinan los límites inferior y superior que delimitan al intervalo mediante las ecuaciones:

$$\text{Límite inferior} = \mu_{\bar{x}} - z \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\text{Límite superior} = \mu_{\bar{x}} + z \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Donde:

$\mu_{\bar{x}}$  : Es la media de la distribución muestral.

$z$  : Es el número de desviaciones que proporciona la confianza del enunciado.

$\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$  : Es la desviación estándar de la distribución muestral.

$n$ : Es el tamaño de las muestras o de la distribución muestral.

## Ejemplo hecho a mano, de la estimación del valor de una empresa con el método de flujos de efectivo descontados (DCF). (Didáctico).

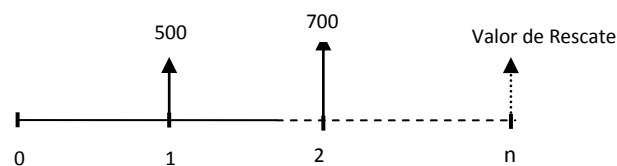
Para la aplicación del método de Simulación Monte Carlo, en este ejemplo ilustrativo, a la valuación de una empresa, se sugiere seguir los siguientes pasos, que son los más representativos, por simplicidad. En la simulación por computadora, se realizará un ejemplo con un mayor nivel de detalle y con más pasos que definen ampliamente el proceso.

1. Definir el modelo matemático que se va a utilizar. En el capítulo 3 se presentó un universo de modelos existentes. Todos ellos son válidos; pero recomendables de acuerdo al enfoque y circunstancias descritas. En este ejemplo se empleará el modelo de flujos de efectivo libre descontados.

$$1.1.1. Valor de la Empresa = \sum_{j=1}^n \frac{FCF_j}{(1+i)^j}$$

- 1.2. Identificar las variables que tendrán un comportamiento aleatorio y que se van a simular, es decir, aquellas que se considera que no van a tomar un valor fijo, sino que este puede oscilar dentro de un rango determinado. En este ejemplo se trabaja solamente con los flujos libre de efectivo, productos de un trabajo previo de análisis de los estados financieros y de técnicas de pronóstico.

- 1.2.1. El diagrama parcial de los flujos de efectivo libre es el siguiente:



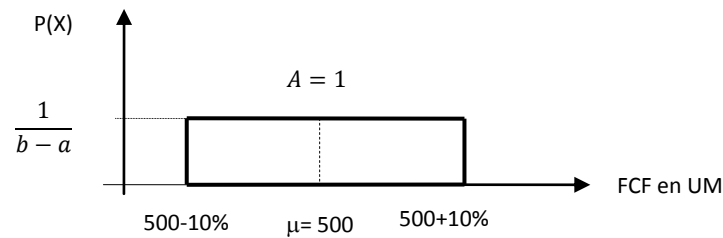
Los valores de los flujos libres de efectivo, están en miles de Unidades Monetarias.

La tasa de descuento  $i$  se considera constante de 10%.

Observar la jerarquía de las operaciones en el modelo e identificar la secuencia de cálculos y el orden de las variables a simular. En este ejemplo es fácil determinar que se inicia con el flujo de efectivo del año 1: ( $FCF_1$ ), ya que la tasa de descuento en este caso, la consideraremos como constante, por simplicidad.

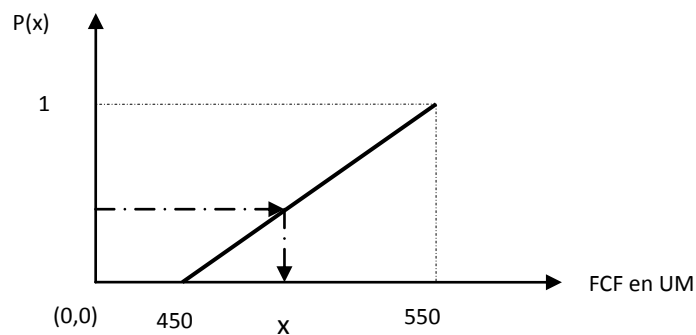
- Determinar la función densidad de probabilidad  $f(x)$  asociada a cada variable, con los respectivos valores de media y desviaciones estándar, expresadas como límites del rango de variabilidad, determinados en la etapa de análisis y pronóstico. Para este caso se considera que tendrán una distribución uniforme con una desviación estándar expresada como porcentaje del valor medio.

2.1. Gráfica de la función de densidad de probabilidad elegida con criterio. Puede ser otra.



- Solamente en este ejemplo Hecho a mano, se tendrá que determinar las funciones de probabilidad acumulada, de manera gráfica. Cuando el proceso se realiza mediante el software "Arena", este paso está implícito y solamente debemos indicar el nombre de la función de densidad de probabilidad, y los valores de los límites extremos del rango de variabilidad.

3.1. Gráfica de la función de probabilidad acumulada, de la función de probabilidad uniforme.



- Generar el primer número aleatorio y determinar mediante la función o gráfica de probabilidad acumulada correspondiente, el valor simulado para la primera variable  $FCF_1$ .
- Se descuenta la variable para un periodo (primer año) y el resultado se almacena en una variable  $SUMA\ VP(ITERACION\ 1)$ .
- Se repite los pasos 5 y 6 para todos los flujos de efectivo libre, de los restantes periodos y se actualiza la variable  $SUMA\ VP(ITERACION\ 1)$  con cada flujo de efectivo libre:  $SUMA\ VP(ITERACION\ 1) = SUMA\ VP(ITERACION\ 1)\ anterior + VP(\text{flujo de efectivo actual})$ .

7. Ya que se simularon todas las variables (flujos de efectivo) de los n periodos, la variable SUMA VP(ITERACION 1). arroja el primer valor simulado de la empresa, es decir, se tiene el primer elemento muestra que servirá para construir un conjunto muestral o la distribución muestral, representativa de la población de valores.
8. Se repite el paso 5, 6 y 7 para para la iteración 2. Cada resultado se va agregando una variable SUMA VP(ITERACION 2).
9. Se repiten los paso del 5, 6, 7, y 9 y se obtiene el segundo valor simulado de la empresa, o segundo elemento muestral, y así sucesivamente hasta completar el número de iteraciones necesarias. El valor de la empresa es  $Valor\ de\ la\ Empresa = \sum_{i=1}^n SUMA\ VP(ITERACION\ i)$

INICIO:

1. Se empleará el modelo de flujos de efectivo libre:  $Valor\ de\ la\ Empresa = \sum_{j=1}^n \frac{FCF_j}{(1+i)^j}$ . Las variables aleatorias son los flujos de efectivo de dos periodos.
2. Se elige la función de probabilidad uniforme.
3. Se elabora la gráfica o ecuación de la función de probabilidad uniforme acumulada.
4. Se genera el primer número aleatorio y se determina, mediante la función o grafica de probabilidad acumulada correspondiente, el valor simulado para la primera variable  $FCF_1$ .

4.1. Aleatorio 1= 0.65

$$4.1.1. \quad X = VP\ primer\ flujo\ de\ efectivo = Li + (Ls - Li)Aleatorio\ 1.$$

$$4.1.2. X = 450 + (550 - 450).65 = 515$$

5. Se descuenta la variable para un periodo (primer año) y el resultado se almacena en una variable SUMA VP(ITERACION 1)

$$5.1. VP\ flujo\ de\ efectivo\ 1 = \frac{515}{(1+0.10)^1} = 468.18$$

$$5.2. SUMA\ VP(ITERACION\ 1) = 468.18$$

6. Se repiten los pasos 4 Y 5 para todos los flujos de efectivo libre, de los restantes periodos y se actualiza la variable SUMA VP(ITERACION 1) con cada flujo de efectivo libre:  $SUMA\ VP(ITERACION\ 1) = SUMA\ VP(ITERACION\ 1)\ anterior + VP(\text{flujo de efectivo actual})$ .

6.1. Aleatorio 2=0.40

$$6.2. X = VP\ segundo\ flujo\ de\ efectivo = Li + (Ls - Li)Aleatorio\ 2.$$



permanentemente, y principalmente en procesos de inestabilidad económica o procesos inflacionarios.

3. Estimar las utilidades actuales y flujos de efectivo del activo, para los accionistas, para todos los inversionistas o flujos de efectivo para la empresa.
4. Pronosticar las utilidades y los flujos de efectivo futuros, con base en el desempeño pasado y en las políticas de dividendos, políticas de reinversión, políticas de expansión y de planeación estratégica, considerando que el crecimiento de la empresa puede estar diferenciado de acuerdo a sus características, en dos o tres etapas a considerar por separado.
5. Estimar los periodos para cada etapa de crecimiento y las características de riesgo y flujos de efectivo que tendrá cada una, si así se pronostica, con sus respectivas tasas de crecimiento  $g$ .
6. Crear un nuevo proyecto en el simulador "Arena" e introducir todos los datos disponibles de acuerdo a los pasos anteriores.

### **Elaboración del proyecto de simulación con el software "Arena."**

Se abre el programa:

- Desde el botón y ventana inicio de la plataforma Windows, con la siguiente ruta:

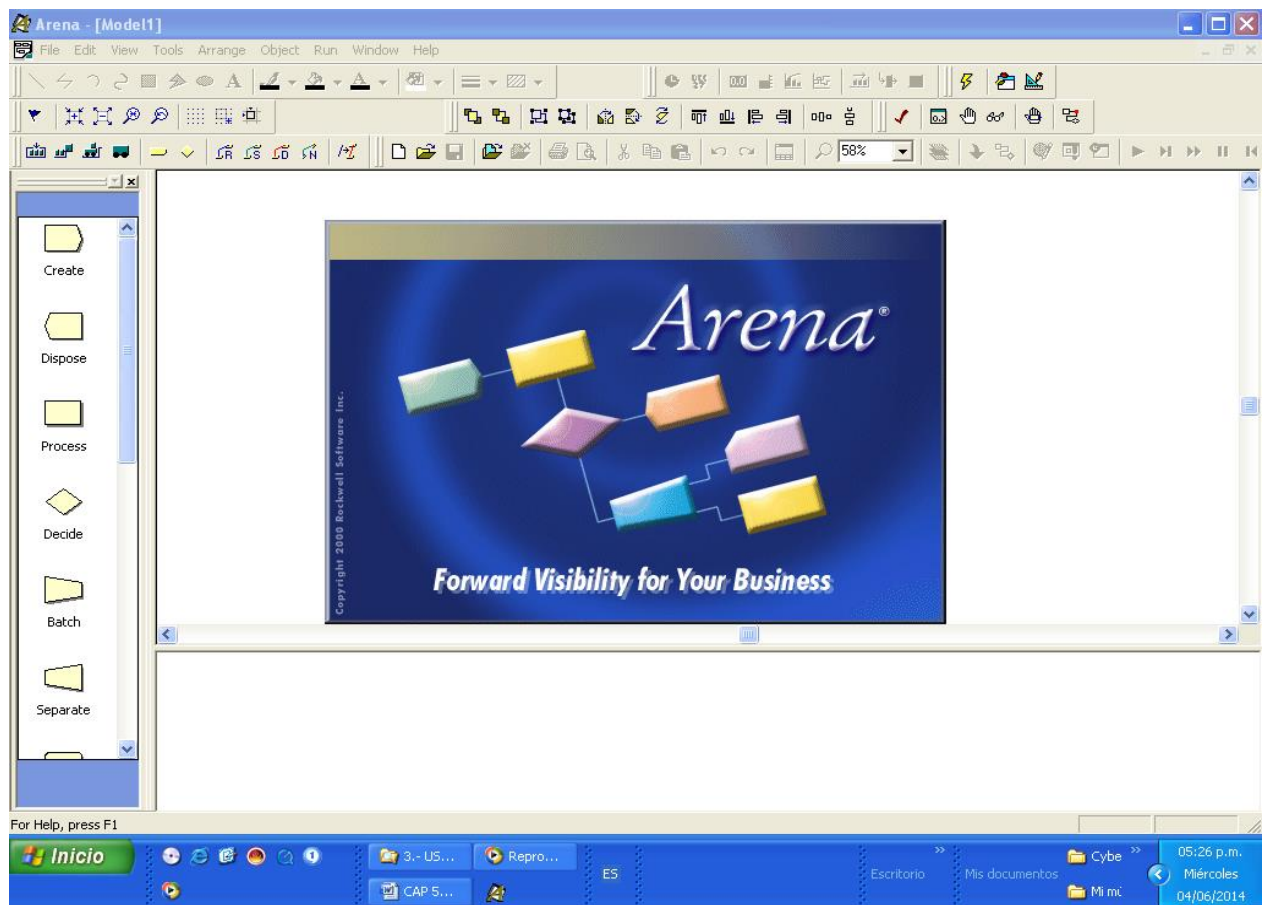
Inicio / Todos los programas / Rockwell Software / Arena 6.0 / Arena 6.0, clic.

- Desde el explorador de Windows:

Se localiza la carpeta donde está guardado el programa, se abre la carpeta, y se localiza el programa mediante el icono que representa una cadena de procesos o por la extensión .doe. Se da doble clic.

- Se puede tener una liga desde el escritorio.

En todos los casos se abre, desplegando las siguientes ventanas en pantalla:



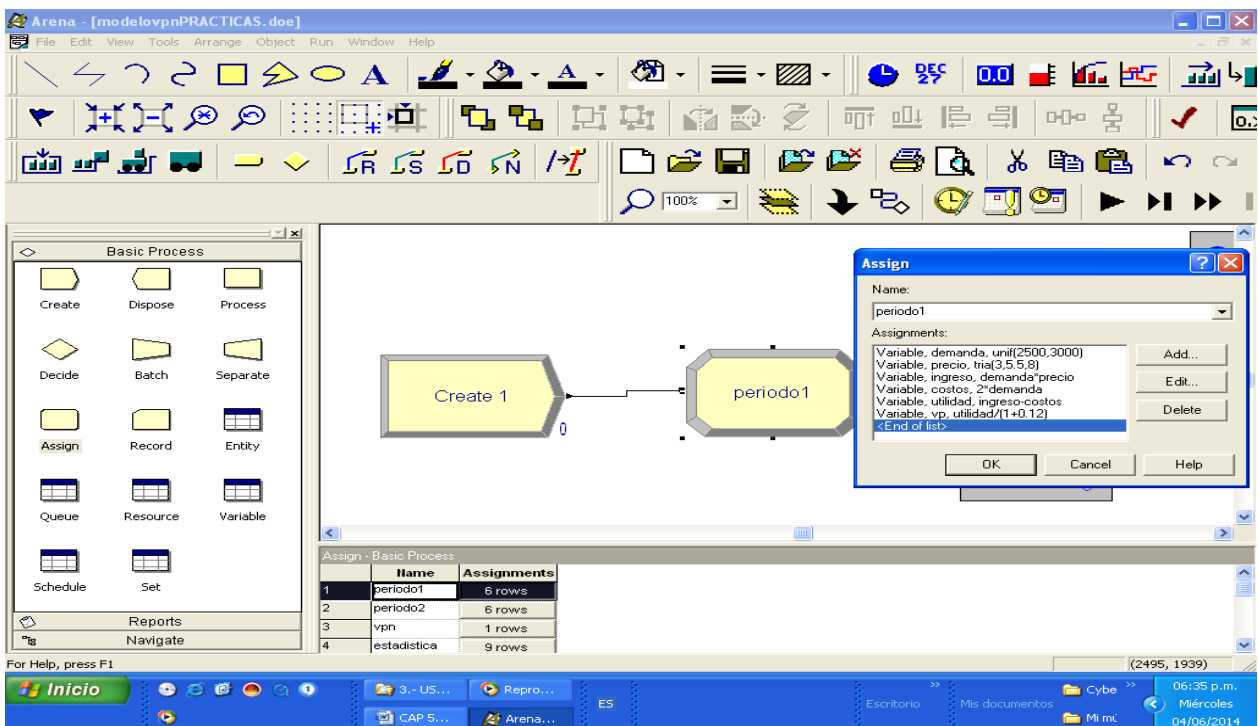
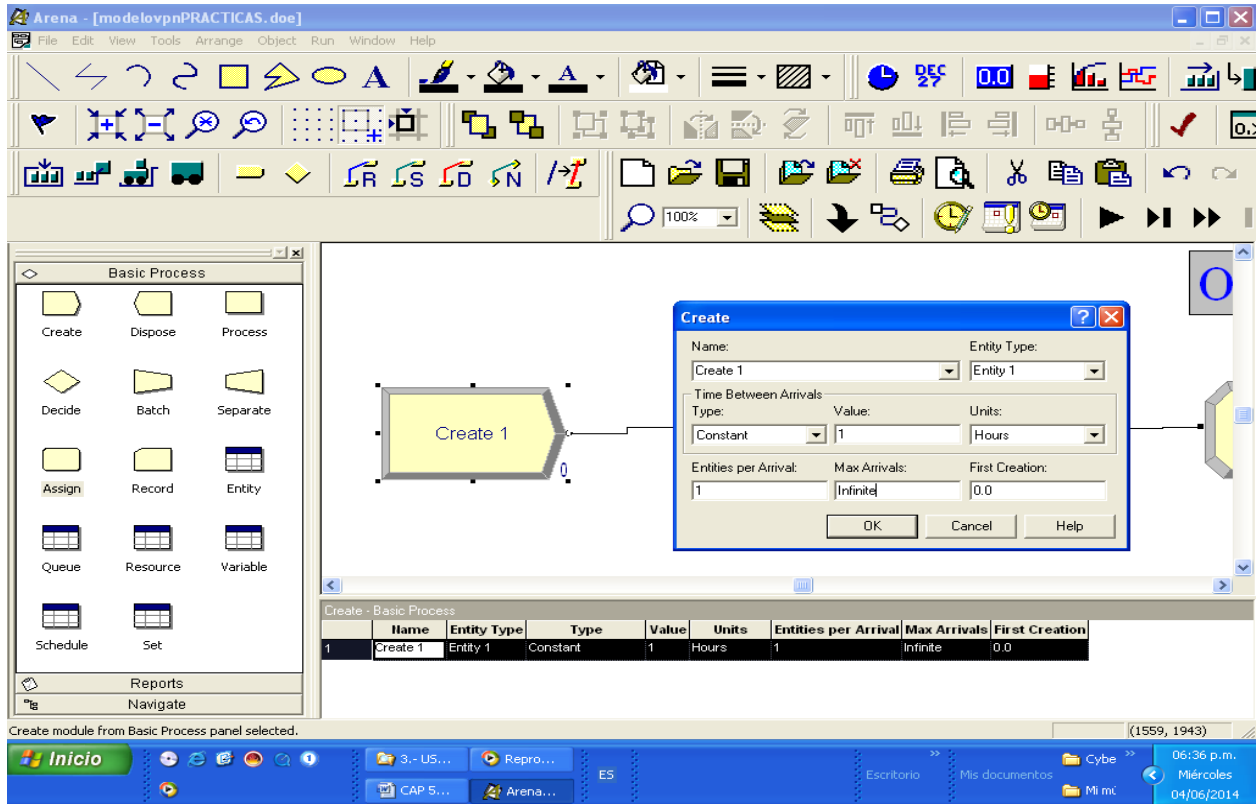
En el margen izquierdo se encuentra la barra de objetos representativos de los módulos de procesos básicos, unos de color amarillo y otros de color azul. De aquí se seleccionan los siguientes:

Un módulo CREATE al inicio. Este nos sirve como generador de los números aleatorios, emitidos de la manera que se indica en la combo box "type". Se ingresan otras propiedades de este módulo, que se muestran en la siguiente ventana:

Un módulo ASSIGN por cada periodo del horizonte de vida de la empresa, llamados PERIODO 1, PERIODO 2, ETC. unidos todos, incluyendo el módulo CREATE y el modulo DISPOSE por un conector entre cada módulo para formar una cadena, desde el inicio, hasta el final, en un orden establecido.

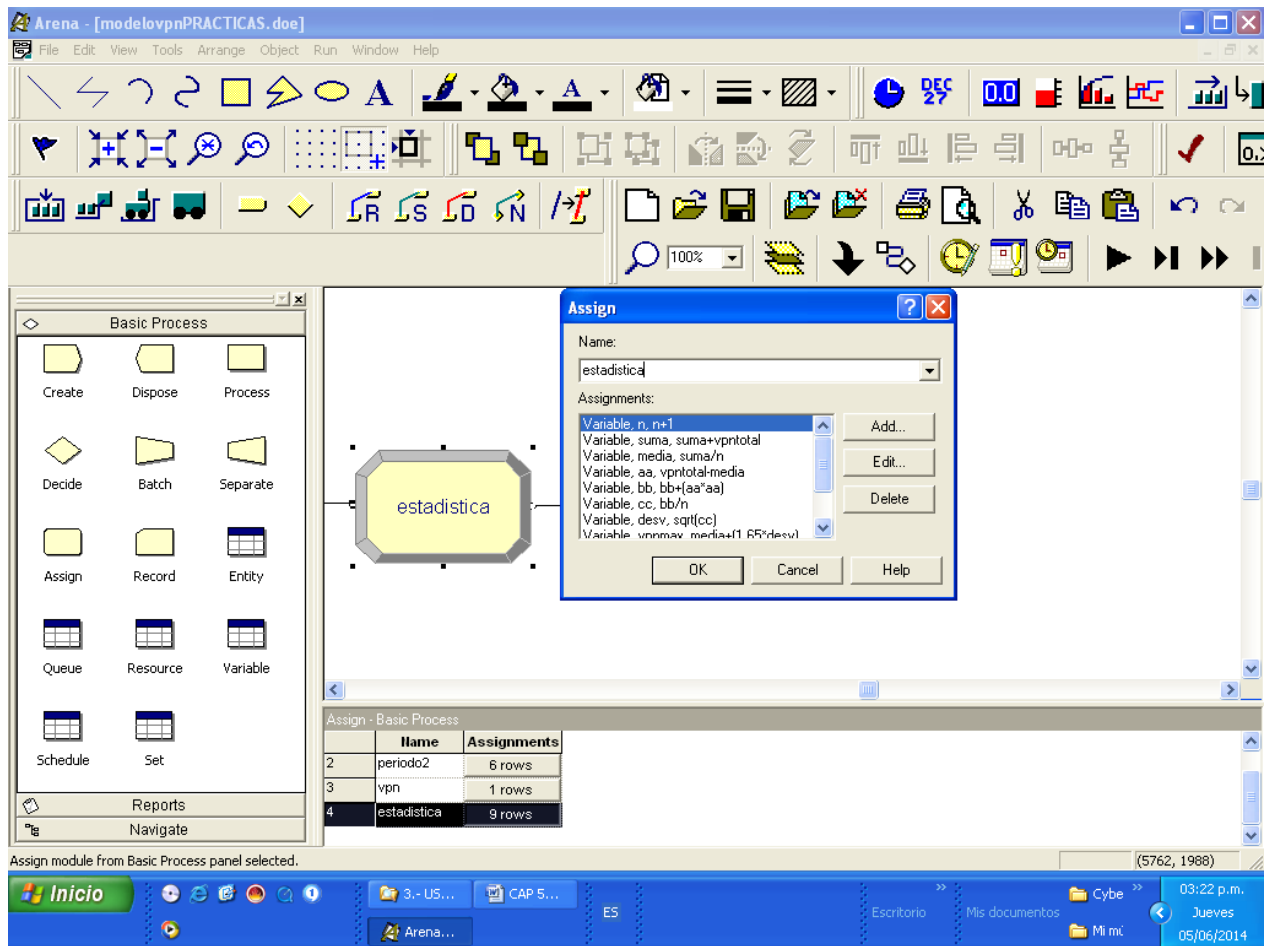
En cada módulo ASSIGN, se pueden ingresar tantas variables como se necesiten, indicando las relaciones entre ellas y las funciones de probabilidad de cada una. Esto nos permite prácticamente introducir en cada módulo ASSIGN, el Estado de Flujos de Efectivo de cada periodo, si se desea, con los valores de cada concepto, y con la función de probabilidad asociada, para los que se consideren valores aleatorios, indicando el rango de variabilidad.

La segunda impresión de pantalla de la siguiente página, muestra el cuadro de diálogo de este módulo.

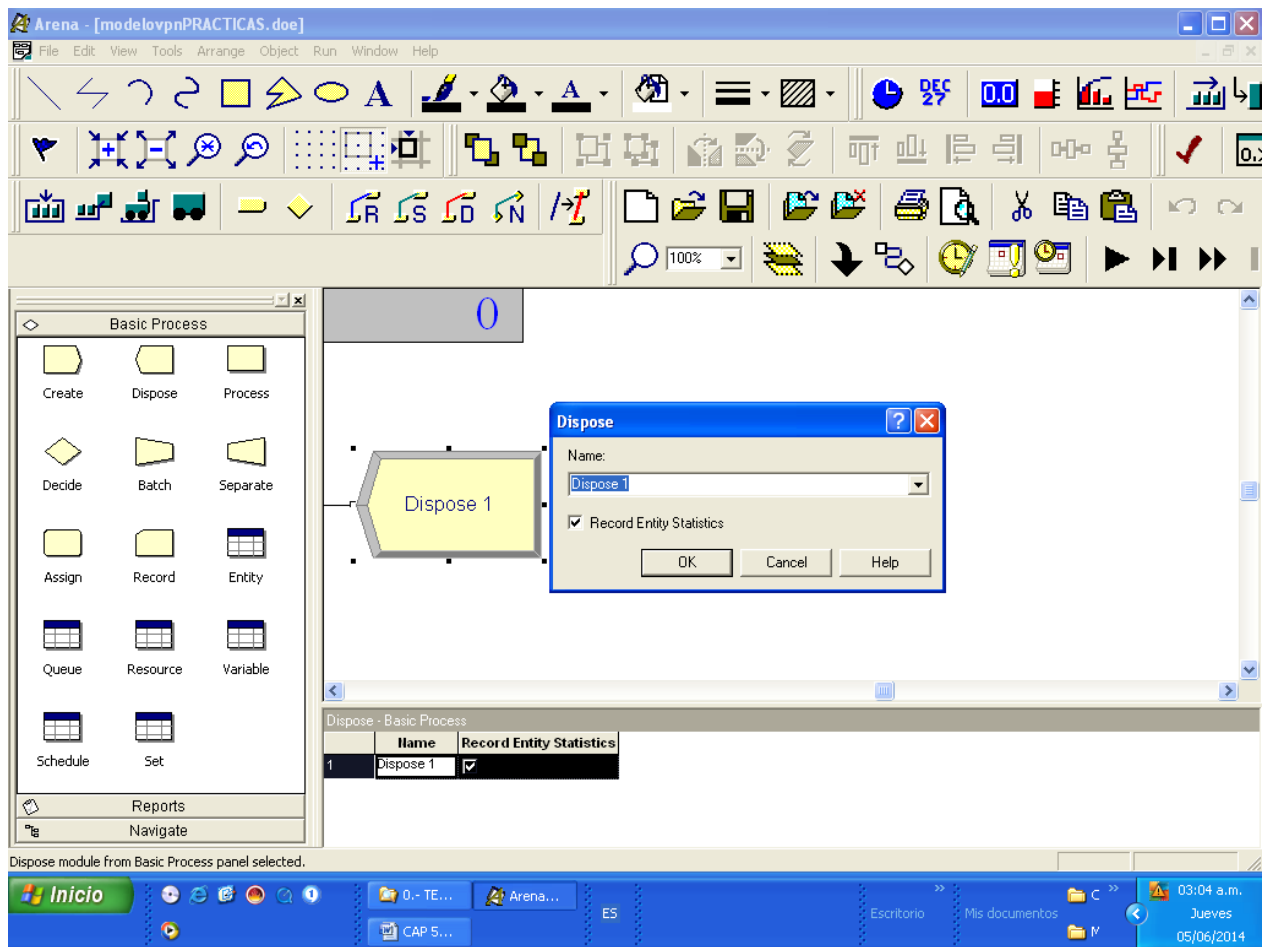


Un módulo ASSIGN llamado ESTADISTICAS al final del proceso de descuento de todos los flujos de efectivo, con el fin de calcular todas las estadísticas necesarias, como son el número de muestras, la suma de valores muestrales, la media, la desviación simple con respecto a la media, las desviaciones cuadráticas, la varianza y la desviación estándar.

La siguiente impresión es un ejemplo del cuadro de diálogo, para ingresar las formulas estadísticas:

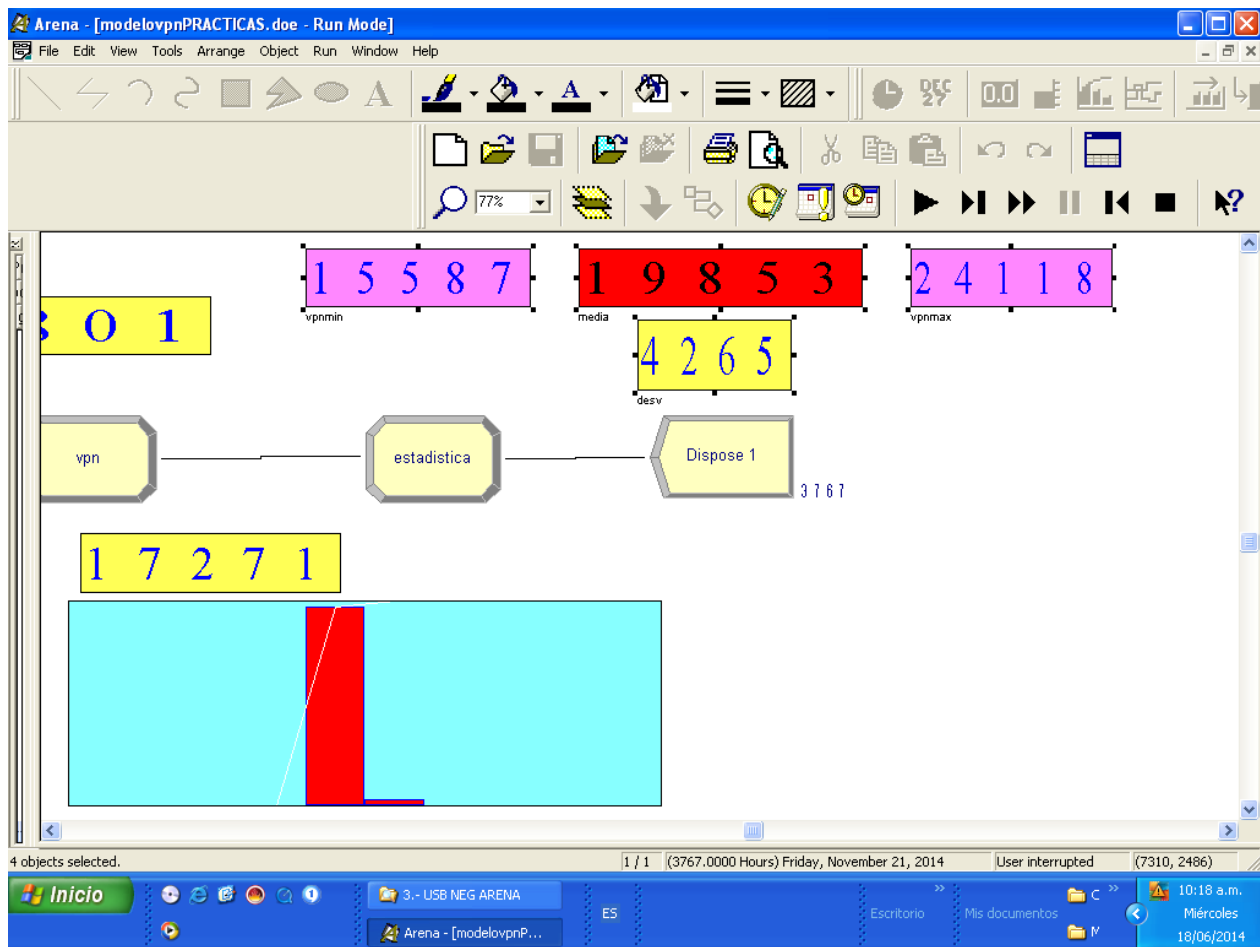


Al final de toda la cadena de procesos y de los registros y cálculos estadísticos se inserta un modulo DISPOSE, que indica el final de una iteración, para iniciar la siguiente con nuevos números aleatorios:



Finalmente se insertan los display que muestran los valores de cada variable y de los valores estadísticos.

También se puede insertar un histograma y un plotter para observar la evolución de la variable VALOR DE LA EMPRESA. La siguiente impresión es ejemplo de un proyecto final después de haber corrido durante un intervalo de tiempo.



### Ejemplo Práctico con Todos los Datos Contables de Todos los Estados Financieros Básicos.

Se debe iniciar con un análisis socio económico, político, y financiero, del sector industrial, comercial, de servicios, etc., al que pertenece la empresa en cuestión.

También es necesario tener un panorama macroeconómico de la región, estado, o país, del desempeño histórico y de las expectativas de crecimiento económico, desaceleración, recesión, crisis, etc.

Los aspectos socioeconómicos mencionados, escapan del alcance de esta obra; pero se deben considerar para poder determinar cuáles variables se deben transformar en probabilistas, que función de distribución de probabilidad puede representar más adecuadamente la variabilidad y dentro de que rangos podrá variar.

Se toma toda la información necesaria de la contabilidad, para elaborar o disponer de los Estados Financieros Históricos Auditados, y a partir de estos y de las expectativas que ofrece el entorno macroeconómico nacional y global, poder elaborar los estados financieros proyectado hasta el año, que justificadamente se considere, que puede durar la empresa.

Para el ejemplo en computadora, se dispone de todos los Estados Financieros Históricos hasta el año 2014 y proyectados hasta el año 2019, del caso adaptado de un proyecto de inversión elaborado en el pasado y que se supone en funcionamiento. La adaptación consiste en modificaciones en la mayoría de las variables económica, principalmente en costos, gastos e inversión.

Toda la información y la elaboración de los estados financieros, escapan del alcance y objetivo principal de este trabajo, pero se toma como base para poder ejemplificar “La Valuación de la Empresa Mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación Puntual y Estimación por Intervalos de confianza.

Se trata de una empresa que industrializa fresa para elaboración de alimentos, que se supone tiene cinco años de funcionamiento y durará otros cinco años, pues el principal activo fijo, que es la maquinaria, tiene una vida útil de diez años. Terminado este periodo, se tienen varias recuperaciones, principalmente del, terreno, edificio y capital de trabajo.

### Estados financieros de la “Empresa Industrializadora de Fresa.”

#### PROYECTO DE INDUSTRIALIZACIÓN DE FRESA

##### FINANCIAMIENTO (En miles de unidades monetarias)

ORIGEN	MONTO	PARA	AÑO	INTERÉS	PLAZO TOTAL	P. DE GRACIA	P. DE AMORT.
INSTITUCIÓN 1 :	\$ 28,000.00	ACT.FIJO	0	21%	7	2	5
INSTITUCIÓN 2 :	\$ 4,600.00	ACT.FIJO	0	24%	7	2	5
SOCIOS :	\$ 14,000.00	ACT.FIJO	0				
TOT. ACT. FIJO	\$ 46,600.00						
BANCO 3 :	\$ 15,000.00	INC. EN ACT. C.	1	24%	1		
SOCIOS :	\$ 15,000.00	CAP. DE TRAB.	1				
PROVEEDORES	VARIABLE *	CAP DE TRAB.	1 AL 10	0%			1 MES

##### INVERSIÓN y DEPRECIACIONES. (En miles de unidades monetarias.)

ACTIVO	IMPORTE	% DEPR.	\$ DEP. ANUAL
TERRENO	\$ 960.00	0%	\$ -
EDIFICIO	\$ 5,600.00	5%	\$ 280.00
MAQ. Y EQUIP.	\$ 39,900.00	10%	\$ 3,990.00
EXCEDENTE	\$ 140.00		
SUMAS	\$ 46,600.00		\$ 4,270.00

##### PRONÓSTICO DE VENTAS Y PRECIOS CORRIENTES. (SIN INFLACIÓN)

AÑO	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
CAJAS	300,000	350,000	400,000	450,000	500,000	500,000	500,000	500,000	500,000	500,000
PRECIO	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
INGRESO	145,800	170,100	194,400	218,700	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000

UNA CAJA CONTIENE 24 FRASCOS DE 510 GRS. DE MERMELADA DE FRESA.



## ESTADO DE RESULTADOS PROFORMA

AÑO	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
VENTAS		145,800	170,100	194,400	218,700	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000
COSTOS DE PROD.		106,265	122,549	138,964	153,938	168,912	168,912	168,912	168,912	168,912	168,912
UTILIDAD OPERATIVA		39,535	47,551	55,436	64,762	74,088	74,088	74,088	74,088	74,088	74,088
GASTOS DE ADMÓN		5,080	5,400	5,640	6,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
GASTOS DE VENTA		2,916	3,402	3,888	4,374	4,860	4,860	4,860	4,860	4,860	4,860
GASTOS F. DE L.P.		6,984	6,984	6,984	5,587	4,190	2,794	1,397	0	0	0
GASTOS F. DE C.P.		3,600	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UTILIDAD A. DE IMP.		20,955	31,765	38,924	48,801	55,038	56,434	57,831	59,228	59,228	59,228
IMPUESTOS (42%)		8,801	13,341	16,348	20,496	23,116	23,702	24,289	24,876	24,876	24,876
PTU (10%)		2,096	3,177	3,892	4,880	5,504	5,643	5,783	5,923	5,923	5,923
UTILIDAD NETA		10,059	15,247	18,683	23,424	26,418	27,089	27,759	28,429	28,429	28,429

## ESTADO DE ORIG. Y APL. DE RECURSOS

AÑO	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
UTILIDAD NETA	0	10,059	15,247	18,683	23,424	26,418	27,089	27,759	28,429	28,429	28,429
DEPRECIACIÓN	0	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270
CAPITAL SOCIAL	14,000	15,000									
CRÉDITO 1	28,000										
CRÉDITO 2	4,600										
BANCO	0	15,000									
INC. DE PROVEED.	0	3,100	517	517	517	517	0	0	0	0	0
TOTAL ORIGEN	46,600	47,429	20,034	23,470	28,211	31,205	31,359	32,029	32,699	32,699	32,699
INC. EN A.C. EX CAJA	0	22,464	3,744	3,744	3,744	3,744	0	0	0	0	0
ACT. FIJO	46,460										
AMORT. DE P. L.P.	0			6,520	6,520	6,520	6,520	6,520	0	0	0
AMORT. DE P. C.P.	0		15,000								
TOTAL APLICAC.	46,460	22,464	18,744	10,264	10,264	10,264	6,520	6,520	0	0	0
CAJA AL INICIO	0	140	25,105	26,395	39,601	57,548	78,489	103,327	128,836	161,536	194,235
SUPERHABIT O DEF.	140	24,965	1,290	13,206	17,947	20,941	24,839	25,509	32,699	32,699	32,699
CAJA AL FINAL	140	25,105	26,395	39,601	57,548	78,489	103,327	128,836	161,536	194,235	226,934

BALANCE GENERAL PROFORMA											
AÑO	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ACTIVO CIRC.											
CAJA Y BANCOS		25,105	26,395	39,601	57,548	78,489	103,327	128,836	161,536	194,235	226,934
CUENTAS POR COB.		18,225	21,263	24,300	27,338	30,375	30,375	30,375	30,375	30,375	30,375
INVENTARIOS		4,239	4,945	5,652	6,358	7,065	7,065	7,065	7,065	7,065	7,065
TOTAL DE ACT. CIRC.		47,569	52,603	69,553	91,244	115,928	140,767	166,276	198,975	231,675	264,374
ACTIVO FIJO											
TERRENO		960	960	960	960	960	960	960	960	960	960
EDIFICIO		5,600	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600	5,600
MAQ. Y EQUIPO		39,900	39,900	39,900	39,900	39,900	39,900	39,900	39,900	39,900	39,900
DEPREC. ACUM.		-4,270	-8,540	-12,810	-17,080	-21,350	-25,620	-29,890	-34,160	-38,430	-42,700
TOTAL DE ACT. FIJO		42,190	37,920	33,650	29,380	25,110	20,840	16,570	12,300	8,030	3,760
ACTIVO TOTAL		89,759	90,523	103,203	120,624	141,038	161,607	182,846	211,275	239,705	268,134
PASIVO CIRC.											
PROVEEDORES		3,100	3,617	4,133	4,650	5,167	5,167	5,167	5,167	5,167	5,167
CREDITOS BANC. C.P.		15,000									
TOTAL PASIVO CIRC.		18,100	3,617	4,133	4,650	5,167	5,167	5,167	5,167	5,167	5,167
PASIVO FIJO											
INSTITUCIÓN 1		28,000	28,000	22,400	16,800	11,200	5,600	0			
INSTITUCIÓN 2		4,600	4,600	3,680	2,760	1,840	920	0			
TOTAL PASIVO FIJO		32,600	32,600	26,080	19,560	13,040	6,520	0			
PASIVO TOTAL		50,700	36,217	30,213	24,210	18,207	11,687	5,167	5,167	5,167	5,167
CAPITAL CONT.											
CAPITAL SOCIAL		29,000	29,000	29,000	29,000	29,000	29,000	29,000	29,000	29,000	29,000
RESULTADOS ACUM.		0	10,059	25,306	43,989	67,414	93,832	120,920	148,679	177,109	205,538
RESULTADO DEL EJ.		10,059	15,247	18,683	23,424	26,418	27,089	27,759	28,429	28,429	28,429
CAP CONT. TOT.		39,059	54,306	72,989	96,414	122,832	149,920	177,679	206,109	234,538	262,968
PASIVO + CAP = ACT.		89,759	90,523	103,203	120,624	141,038	161,607	182,846	211,275	239,705	268,134

ESTADO DE FLUJOS DE EFECTIVO											
AÑO	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ING.POR VENTAS	0	145,800	170,100	194,400	218,700	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000	243,000
EGRESOS	0	124,845	138,335	155,476	169,899	187,962	185,400	185,400	185,400	185,400	185,400
BASE GRAVABLE	0	20,955	31,765	38,924	48,801	55,038	57,600	57,600	57,600	57,600	57,600
IMPUESTOS	0	8,801	13,341	16,348	20,496	23,116	24,192	24,192	24,192	24,192	24,192
REPARTO DE UT. A T.	0	2,096	3,177	3,892	4,880	5,504	5,760	5,760	5,760	5,760	5,760
DEPRECIACIONES	0	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270	4,270
INCR. EN ACT. FIJO	46,460	0									
INCR. EN CAP. DE TR.	31,514		5,252	5,252	5,252	5,252	0	0	0	0	0
REC. DE ACT.NO DEP.	0	0									3,760
REC. DE CAP. DE TR.	0	0									52,523
FLUJO DE EFECTIVO	-77,974	14,329	14,265	17,701	22,442	25,436	31,918	31,918	31,918	31,918	88,201

Con base en el estado de flujos de efectivo, se procede a:

1. Elaborar el proyecto de simulación con el software arena, haciendo las siguientes consideraciones:
2. Se capturarán todos los conceptos del Estado de flujos de efectivo, en cada uno de los módulos ASSIGN que componen la cadena de procesos, introduciendo un modulo por cada periodo.
3. Se determinará el valor de la empresa, para el momento actual, es decir, considerando que solamente le quedan cinco años de vida útil a la maquinaria y equipo. Los datos de los primeros cinco años de vida de la empresa, se considerarán como datos históricos para pronosticar los flujos de efectivo futuros.
4. Se considerará que la tasa de descuento general, es el costo de la deuda en tasa de interés del 25%, aunque se puede usar una tasa de descuento diferente para cada periodo.
5. Las variables que se identifican que pueden ser aleatorias, en el estado de flujos de efectivo, son:
  - 5.1. Los Ingresos por ventas. Se propone un rango a criterio, por ejemplo, de -8 % a+5% tratando de adoptar cifras cerradas a centenas o millares, tomando como base el valor del estado de flujos de efectivo, debido a que la demanda ya está limitada por la capacidad de la planta y solamente pueden considerarse algunas horas extras También porque los precios de los alimentos están sujetos a una fuerte competencia y control por parte del gobierno federal. Lo que si puede suceder es que la demanda disminuya, disminuyéndose en consecuencia el precio, el ingreso o que se tengan que incrementar los gastos de publicidad y promoción. También se puedan tener problemas en el suministra de alguna materia prima.
  - 5.2. Los egresos. Se propone un rango a criterio, por ejemplo, de -5% a +10 % debido a que el producto agrícola está sujeto a mayores cambios en el precio, por efectos de la oferta y demanda de este, que son influidos también por fenómenos meteorológicos. Generalmente los egresos tiende a aumentar en lugar de disminuir.
  - 5.3. Los impuestos. La tasa impositiva varía encada empresa por la habilidad de los directores y el departamento de contabilidad, en aprovechar la deducibilidad de impuestos, los estímulos fiscales, así como por la aparición o derogación de impuestos estatales y municipales. Además de hacer un análisis específico consultando la ley del ISR, la ley del IVA y otras, para determinar una tasa media, se puede definir, por ejemplo, un rango de variación de -2% a + 2%.

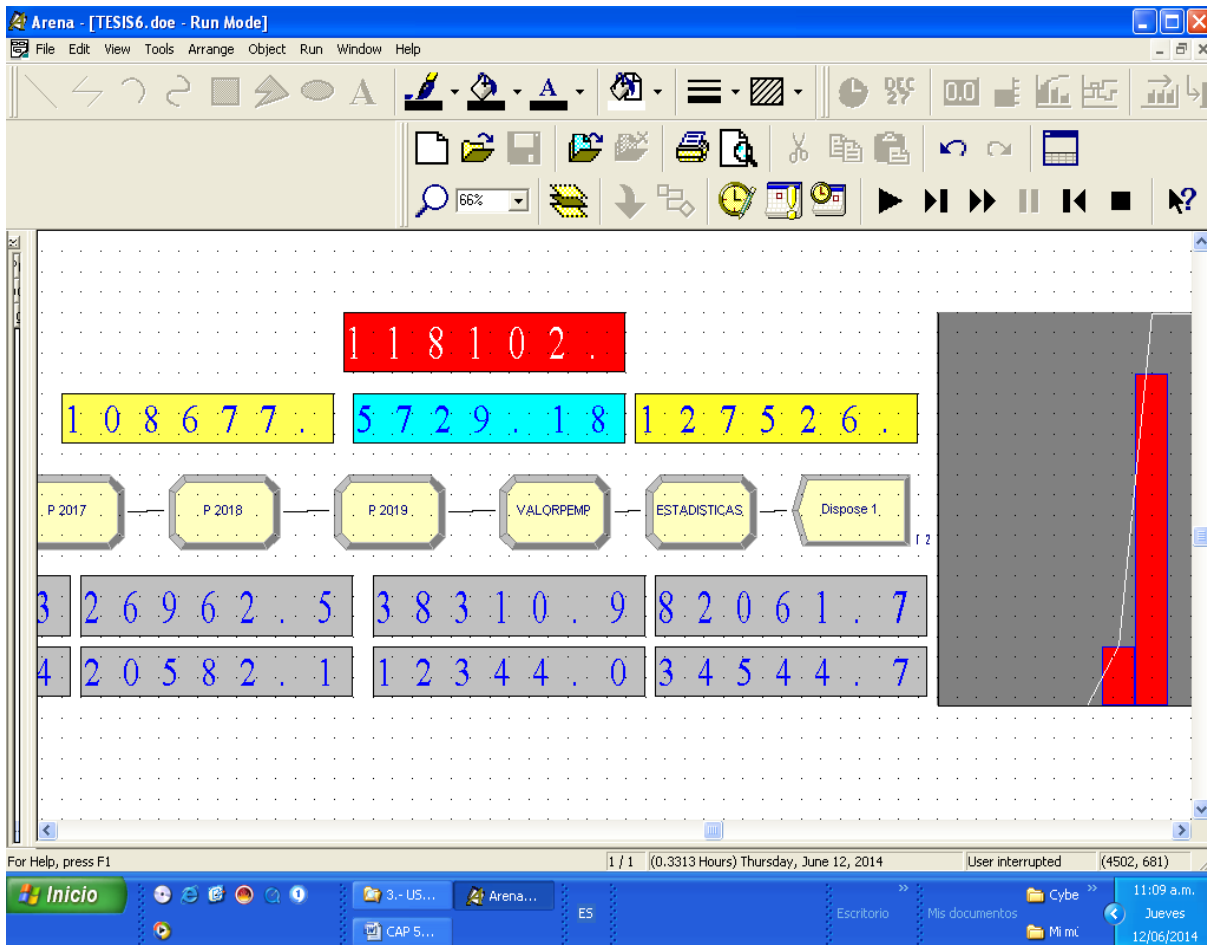
A todas las variables consideradas anteriormente, se les asignara una función de distribución de probabilidad uniforme o si se desea, se puede usar la distribución de probabilidad triangular o la normal. En la variable ingresos, se considera que está implícita la variación que puede tener la demanda y el precio.

En la variable egresos, se considera la variabilidad de todos los costos y de las tasas de interés que se paga por dinero que procede de la deuda.

En la variable impuestos se considera la variabilidad que pudiese tener la tasa impositiva por políticas fiscales y laborales, que dicte el gobierno laboral.

Cabe notar que previamente se recomienda hacer un análisis de sensibilidad de cada variable, a los cambios relativos es decir en porcentaje, tomando como base los valores obtenidos del estado de flujos de efectivo, para no exagerar ni menospreciar el rango de variabilidad de cada concepto. Otras variables que son dignas de análisis de sensibilidad, son la demanda y el precio para observar cómo influyen en el concepto de flujo de efectivo. Estos análisis escapan del alcance y objetivos de este trabajo.

Los resultados finales de la simulación, se presentan en la siguiente impresión de pantalla:



### Interpretación de los Resultados de Simulación por Computadora.

A partir de los resultados obtenidos de la simulación, cuyos números se encuentran dentro de las ventanillas (display) en color rojo y amarillo, se puede observar la estimación puntual para el valor medio de la empresa:

1. Valor Medio de la Empresa:                    \$ 118.102 Millones u.m.

### Estimación del valor de la empresa, para diferentes niveles de confianza dados por la desviación $\sigma$ .

También la estimación por intervalo de confianza, ya que se pidió el cálculo de la desviación estándar en el modulo de estadísticas. Se eligió un nivel de confianza de 90 % por lo que el intervalo es de  $\mu \mp 1.645 \sigma$ , que en la pantalla se refleja con los cuatro valores principales:

Nivel de confianza de 90 %:

Desviación Estándar:                                \$ 5.729 Millones u.m.

Límite inferior 90 % confianza:                \$ 108.677 Millones u.m.

Límite superior 90 % confianza:                \$ 127.526 Millones u.m.

Dos niveles de confianza son más recomendables: El de 95 % y 90%; pero el analista tiene la libertad de elegir otros niveles, de acuerdo a su criterio y necesidades de estimación, así como de los requerimientos por parte del solicitante.

### Conclusiones.

La Valuación de Empresas Mediante Procesos Estocásticos de Simulación Monte Carlo, Estimación puntual y Estimación por Intervalos de Confianza, es una herramienta poderosa, versátil y de fácil empleo, que debe ser adoptada por los especialistas de la profesión de valuación, porque se puede aplicar a cualquier activo. Esto último se comprende fácilmente porque en los procesos de valuación, siempre se encuentran variables, parámetros o coeficientes que implican cierta incertidumbre o riesgo, que mediante un proyecto simple y con cualquier software apropiado, incluyendo la hoja de cálculo electrónica, se puede simular tantas veces sea necesario.

Antes de terminar, se debe notar y recalcar, que la aplicación de esta técnica en la profesión de los valuadores, presenta un amplio campo de investigación en todos los aspectos, que no termina con la aplicación de la tecnología, sino que se puede llevar a un contexto más amplio, considerando a la empresa como un elemento dentro de una red de interacciones sociales, económicas, políticas y culturales.

## Bibliografía:

2. Damodaran, Aswath., , *The Little book of valuation, primera edición*. John Wiley and Sons. 2010
3. Damodaran, Aswath., , *Damodaran on Valuation*. John Wiley and Sons.
4. Damodaran, Aswath., , *Investment Valuation, Segunda Edición*. John Wiley and Sons.
5. Pratt P., Shannon. *Valuing a Business. Primera edición*. M. Graw Hill.
6. Lopez, Francisco y De Luna, Walter. *Valoración de Empresas en la Práctica*. Mc Graw Hill.
7. Ross, Stephen A. et al. *Corporate Finance .International Students Edition*. Irwin.
8. Ochoa, Guadalupe A. *Administración Financiera I*. Editorial Alhambra Mexicana.
9. Diez de Castro, Luis y Mascareñas, Juan. *Ingeniería Financiera*. Mc Graw Hill.
10. Coss Bu, Raul. *Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión*. Limusa.
11. Lind, Douglas A. et al. *Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía*. 15ª Ed. Mc Graw Hill.
12. Walpole, Ronald E. *Probabilidad y Estadística*. Mc. Graw Hill.
13. García, Ramon et al. *Pequeño Larousse Español-Inglés*. Ediciones Larousse.
14. Acosta, Jesús. *Apuntes de la materia Formulación y Evaluación de Proyectos de Inversión*. DEPFI-UNAM.
15. <http://www.monografias.com/trabajos29/valoracion-empresas/valoracion-empresas.shtml#ixzz2dsHHC9TR>.  
*¿Porqué evaluar una Empresa?*.
16. De Wikipedia, La enciclopedia Libre. *Generador de números aleatorios*.
17. De Wikipedia, La Enciclopedia Libre. *Método de Monte Carlo*.
18. De Wikipedia, La Enciclopedia Libre. *Proceso estocástico*.
19. Centros Europeos de Empresas innovadoras de la Comunidad Valenciana. *Manual de Valoración de Empresas*.
20. IEDGE - The European Business School. <http://www.iedge.eu/>. *Nuevos Métodos de Valoración de Empresas*.
21. Valls, Martínez M.C. *Métodos Clásicos De Valoración De Empresas*. Universidad de Almería.
22. Fernández, Pablo. *Métodos de Valoración de Empresas*. IESE Business School. Universidad de Navarra.
23. Kelton, W. David et al. *Simulación con Software Arena*. Cuarta Edición. Mc Graw Hill.
24. Karataev, Ryndina, Stepanov. *Historia De Las Doctrinas Económicas (I)*. Editorial Grijalbo.

