



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

TESIS

“Modelación de la transferencia de masa y calor durante el proceso de freído por inmersión considerando el encogimiento y deformación del producto”

PRESENTA:

Jisel del Rosario Santiago

**Para obtener el grado de:
Doctora en Ingeniería Química**

DIRECTOR:

Dr. Irving Israel Ruiz López

CODIRECTOR:

Dr. Alejandro Escobedo Morales

BUAP

H. Puebla de Z., 2022

Agradecimientos

Primero quiero agradecer a mi asesor el Dr. Irving Israel Ruíz López por todo el apoyo proporcionado en la realización de esta tesis. Su paciencia, conocimientos compartidos y confianza hicieron posible la realización de la misma.

Agradezco, también, a mi coasesor, el Dr. Alejandro Escobedo Morales y al comité tutorial, la Dra. Claudia Santacruz Vázquez, el Dr. Francisco Manuel Pacheco Aguirre, el Dr. Ernesto Chigo Anota y el Dr. Genaro Gustavo Amador, por el tiempo y recomendaciones que dieron forma a este proyecto. Asimismo agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada y a la Facultad de Ingeniería Química (FIQ-BUAP), por el apoyo con el uso de instalaciones para la realización de este trabajo.

Finalmente agradezco con mucho cariño a mi familia y amistades que siempre me ha apoyado de forma incondicional, mis padres, hermanas y esposo que siempre buscan la forma de ayudarme y alentarme a ser cada día mejor y sin duda la mejor persona que tengo a mi lado brindándome alegría y amor mi hijo, Alejandro, que es mi motivación y fortaleza.

“El ahora importa mucho más que cualquier otro momento de tu vida,
porque es lo que haces hoy lo que determina en quién te estas convirtiendo,
y en quién te estas convirtiendo siempre determinará la calidad y la dirección de tu vida”

Hal Elrod

Resumen

Del Rosario Santiago, Jisel. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Noviembre 2020. **Modelación de la transferencia de masa y calor durante el proceso de freído por inmersión considerando el encogimiento y deformación del producto.** Director: Dr. Irving Israel Ruiz López. Codirector: Dr. Alejandro Escobedo Morales.

En este proyecto se realizó la modelación del proceso de freído por inmersión para prismas de papa de $9.5\text{mm} \times 9.5\text{mm} \times 80\text{mm}$ a temperaturas de 160, 175 y 190°C . Consta de tres etapas, en la primera parte se desarrollo el modelo para la transferencia de masa (pérdida de agua y ganancia de aceite) y calor de forma simultánea, donde es considerada la composición química del alimento como parte fundamental para determinar las propiedades térmicas, densidad, calor específico y conductividad térmica. Mediante la simulación se comprobó el comportamiento de las diferentes etapas del proceso, perfiles de humedad así como, la variación en su morfología y su importancia en la correcta descripción del proceso. Como segunda etapa se desarrolló un modelo basado en coeficientes globales para describir la absorción simultánea de aceite, la pérdida de agua y los cambios de temperatura que ocurren durante el período posterior al freído de los alimentos. El modelo se ajustó simultáneamente a 24 cinéticas posteriores al freído retomadas de la literatura que describen el contenido de aceite superficial y superficial penetrado, así como las temperaturas superficiales y centrales de los cilindros de papa a seis temperaturas de mantenimiento (25, 100, 120, 140, 160 y 180°C). El modelo logró una buena reproducción de las respuestas ajustadas con desviaciones promedio que oscilan entre 1,9 y 11,7% para todas las temperaturas de mantenimiento posteriores al freído.

Para la última etapa se analiza el efecto de diferentes supuestos de modelado sobre las difusividades estimadas de agua y aceite durante el freído por inmersión. Los supuestos de modelado incluyen el uso de varias bases de cálculo comunes para expresar la pérdida de agua y la absorción de aceite, lo que lleva a simplificaciones como densidad constante, concentración constante de sólidos sin grasa o concentración constante de sólidos con grasa. Además, se generaliza el método de las pendientes para permitir la estimación de difusividades variables incluyendo los cambios dimensionales de los productos. La teoría propuesta se valida mediante la estimación de las difusividades de aceite y agua durante el freído de las tiras de papa, donde se siguió la evolución de la contracción del producto mediante análisis de imágenes. Las difusividades medias del agua y del aceite se calcularon en los rangos de $0.89 - 4.86 \times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$ y $1.26 - 11.9 \times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$

para las diferentes bases de cálculo, respectivamente. La forma en que se expresan los contenidos de agua y aceite durante el freído provoca cambios importantes en las difusividades estimadas, comparables a los causados por la contracción del producto.

Índice

Resumen	I
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	VIII
Nomenclatura	XI
Introducción	1
I Antecedentes	2
1.1 Proceso de freído de alimentos	2
1.2 Modelación del proceso de freído por inmersión.	3
1.2.1 Importancia de la determinación de los coeficientes de transferencia de masa y calor durante el proceso de freído por inmersión	11
1.3 Metodologías aplicadas al proceso de freído por inmersión	18
Planteamiento del problema	20
Justificación	21
Hipótesis	22
Objetivos	22
II Diseño experimental	23
2.1 Determinación de las cinéticas del proceso de freído	23
2.2 Análisis químicos	24

2.3	Determinación de encogimiento y deformación mediante análisis de imagen	26
III	Simulación del proceso de freído por inmersión	32
3.1	Desarrollo teórico del modelo de transferencia de masa y calor simultánea	32
3.2	Modelación de la transferencia de masa y calor durante el proceso de enfriamiento en el post freído de alimentos	42
3.2.1	Desarrollo del modelo	43
3.2.1.1	Balance de masa	46
3.2.1.2	Balance de energía	47
3.2.2	Validación experimental	48
3.2.3	Solución del modelo	49
3.2.4	Espesor inicial de la película de aceite y distancia mínima de impregnación del aceite	54
3.2.5	Estimación de los parámetros de transferencia de calor y de masa	56
3.3	Efecto del modelo de enfriamiento en el post freído de alimentos	58
IV	Resultados y discusión	69
4.1	Resultados de la simulación del proceso de freído por inmersión	69
4.1.1	Estimación de los coeficientes de difusión	74
4.2	Modelo de Transferencia de Masa	78
4.3	Estimación de los coeficientes de difusión	83
4.4	Cinéticas experimentales del proceso de freído por inmersión	86
4.5	Características de encogimiento del producto	91
4.6	Coefficientes de difusión durante el proceso de freído por inmersión	94
4.6.1	Efecto del encogimiento en la difusividad	99
4.6.2	Efecto del método de estimación en la difusividad del agua	101
V	Conclusiones	102
	Bibliografía	104

Índice de figuras

2.1	Descripción general de la metodología	23
2.2	Determinación de humedad para las etapas del proceso de freído por inmersión	25
2.3	Procesamiento de imagen para obtener el contorno del producto.	27
2.4	Obtención del contorno promedio a partir de diferentes muestras	29
3.1	Dimensiones del sistema estudiado en (a) modelo de la absorción de aceite posterior a la fritura y (b) algoritmo para evaluar la distancia mínima para la absorción de aceite.	44
3.2	Vista esquemática del sistema investigado que muestra las características y flujos de calor y masa en el modelo de absorción de aceite post freído. Flujos de energía en α : $q_{L,\alpha} = k_{hL,\alpha}(T_\alpha - T_L)S_\alpha$ (lado del aceite) y $q_{F,\alpha} = k_{hF,\alpha}(T_F - T_\alpha)S_\alpha$ (lado del alimento), flujos de energía en β : $q_{L,\beta} = k_{hL,\beta}(T_\beta - T_L)S_\beta$ (lado del aceite) y $q_{air,\beta} = h(T_{air} - T_\beta)S_\beta$ (lado del aire), flujo de agua evaporada en α : $N_{w,\alpha} = -RS_\alpha$ (este flujo tiene la misma forma a ambos lados del límite), energía gastada en la evaporación del agua: $q_{w,\alpha} = \lambda N_{w,\alpha}$, flujo de aceite en α (lado del alimento): $N_{o,\alpha} = k_m c_s (Y_\alpha - Y)S_\alpha$	45
3.3	Evolución experimental y estimada de los contenidos de aceite en la superficie (O) y en la superficie impregnada (Y) durante el proceso de enfriamiento posterior al freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de permanencia	61
3.4	Evolución experimental y estimada de las temperaturas superficial y central después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de permanencia	63
3.5	Evolución experimental y estimada (sin enfriamiento por evaporación) de las temperaturas superficial y central después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de mantenimiento.	65
3.6	Evolución predicha del contenido de agua en el alimento después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de mantenimiento	66

3.7	Diferencias en los valores de densidad estimados a partir de la regla del volumen acumulado (ρ) y como la relación masa-volumen (ρ^*) en regiones secas (1) y húmedas (2) de cilindros de papas fritas (5 min, 180 °C) enfriadas a 25°C en función de la distancia mínima supuesta para la penetración del aceite.	68
4.1	. Simulación en dos dimensiones de la cinética de humedad promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.	69
4.2	Simulación en dos dimensiones de la pérdida de agua para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.	70
4.3	Simulación en dos dimensiones de la ganancia de aceite promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.	70
4.4	Simulación en dos dimensiones de la temperatura promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.	71
4.5	Simulación de la temperatura en la superficie y centro del producto para el proceso de freído en dos dimensiones considerando el encogimiento.	71
4.6	Perfiles predichos de: a) humedad b.s. ($g\ agua/g\ s.s.n.g$), b) ganancia de aceite ($g\ aceite/g\ s.s.n.g$) y c) temperatura (°C) para un tiempo 120 s.	73
4.7	Difusividad efectiva del agua como función del contenido de humedad (Y_w) durante el proceso de freído por inmersión.	78
4.8	Difusividad efectiva del aceite como función del contenido de humedad (Y_w) durante el proceso de freído por inmersión	78
4.9	Contenido de agua expresado en diferentes variables de proceso durante el freído de papa.	87
4.10	Contenido de aceite expresado en diferentes variables de proceso durante el freído de papa.	88
4.11	Evolución de las características de encogimiento durante el freído de prismas de papa.	92
4.12	Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 160°C (tiempo de procesamiento (s) / pérdida de agua ($g\ agua/g\ producto$)).	93
4.13	Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 175°C (tiempo de procesamiento (s) / pérdida de agua ($g\ agua/g\ producto$)).	94
4.14	Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 190°C (tiempo de procesamiento (s) / pérdida de agua ($g\ agua/g\ producto$)).	94

4.15 Evolución de la difusividad del agua y aceite durante el proceso de freído por inmersión de papa estimada mediante diferentes variables del modelo.	96
4.16 Comparación de contenidos adimensionales de agua y aceite durante el freído de papa a partir de diferentes bases de cálculo (160 ° C).	99
4.17 Efecto del método de contracción y estimación sobre el comportamiento de la difusividad del agua durante el freído de tiras de papa a 175 ° C. (a) estimado a partir de c_w (sin simplificaciones), (b) estimado a partir de X_w (densidad constante), (c) estimado a partir de Y_w (concentración constante de sólidos libres de grasa), y (d) estimado a partir de Z_w (concentración constante de sólidos grasos). . .	100

Índice de tablas

1.1	Modelos matemáticos aplicados al proceso de freído por inmersión	9
1.2	Modelos matemáticos aplicados al proceso de freído por inmersión (continuación)	10
1.3	Disponibilidad de los coeficientes de difusión de aceite para modelos difusivos.	17
2.1	Temperatura y tiempo estimado para el proceso de freído por inmersión	24
3.1	Modelos y parámetros utilizados para evaluar el calor específico, la densidad y la conductividad térmica después del freído de rebanadas de papa	51
3.2	Parámetros de transferencia de masa y calor que describen el proceso de enfriamiento pues del freído de rebanadas de papa	59
3.3	Calidad de ajuste del modelo posterior al freído para las respuestas investigadas expresada como la desviación relativa media (<i>MRD</i> , %)	62
4.1	Índices y parámetros ajustados al modelo de pérdida de agua y ganancia de aceite durante el proceso de freído de papa bajo diferentes unidades de concentración. ¹	90
4.2	Difusividad promedio $D \times 10^8 (m^2 s^{-1})$ estimada mediante diferentes base de cálculo.	97
4.3	Efecto del encogimiento y el método de solución sobre las difusividades promedio de agua durante el freído de tiras de papa a 175 ° C (valores $\times 10^8 m^2/s$).	100

Nomenclatura

<i>A</i>	Área transversal (cm^2)
<i>C_p</i>	Calor específico (J/kgK)
<i>D</i>	Difusividad efectiva (m^2/s)
<i>E</i>	Energía de activación (J/mol)
<i>Ir</i>	Índice de redondez (adimensional)
<i>K</i>	Coefficiente de partición de aceite (kg de aceite en la superficie/ kg de aceite en el alimento)
<i>L</i>	Longitud caracteristida de difusión (m)
<i>MRD</i>	Desviación relativa media (%)
<i>N</i>	Número de observaciones disponibles
<i>O</i>	Contenido de aceite en la superficie, base seca (kg de aceite/kg de sólidos)
<i>R</i>	Radio de las rebanadas de papa (m)
<i>S</i>	Superficie (m)
<i>SSE</i>	Suma de cuadrados del error
<i>T</i>	Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)
<i>V</i>	Volumen del producto (m^3)
<i>X</i>	Fracción másica (kg/kg de producto)
<i>Y</i>	Relación de agua o aceite con respecto a los sólidos libres de grasa (kg/kg de sólidos libres de grasa)
<i>Z</i>	Relación de agua o aceite con respecto a los sólidos grasos (kg/kg de sólidos grasos)
<i>a</i>	superficie específica ($1/\text{m}$)

c	Concentración (kg/m^3)
d	Distancia mínima de penetración de aceite (m)
h	Coefficiente de transferencia de calor ($\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$)
k	Conductividad térmica ($\text{W/m} \cdot \text{K}$)
k_0	Parámetro que ajusta la velocidad de evaporación (m/kPa/s)
k_m	Coefficiente de transferencia de masa (m/s)
k_m0	Factor preexponencial (m/s)
l	Longitud de la rebanada de papa (m)
m	Masa (kg)
n	Parámetro de forma para curvas de freído (adimensional)
p	Presión (kPa)
t	Tiempo (s)
$u, \langle u \rangle$	Concentración adimensional: local y volumen promedio respectivamente
x	Fracción másica de un componente dado en sólidos secos libres de grasa (kg/kg)
y	Variable auxiliar que puede denotar c, X, Y o Z
z	Dirección axial

Letras griegas

δ	Espesor efectivo de la película donde ocurre la transferencia de calor y masa (m)
κ	Conductividad térmica ($\text{W/m}^\circ\text{C}$)
λ	Calor latente de vaporización de agua (J/kg)
λ_1	Primer valor propio de la solución analítica para transferencia de calor o masa
ϕ	Número de Fourier másico considerando la variación temporal D y L

ψ	Ganancia de agua y aceite (adimensional)
ρ	Densidad (kg/m ³)
τ	Número de Fourier másico considerando D y L constantes

Superíndices

0	Denota el valor inicial
<i>e</i>	Denota el valor en equilibrio
<i>exp</i>	Denota un resultado exponencial
<i>F</i>	Para el alimento
<i>o</i>	Denota el aceite
<i>os</i>	Denota los sólidos grasos
<i>p</i>	Denota el producto
<i>s</i>	Denota los sólidos libres de grasa
<i>sat</i>	Saturación
<i>surf</i>	Denota la interfase entre la capa de aceite y el aire
<i>w</i>	Denota el agua

Introducción

El freído es uno de los procesos de cocción de alimentos más utilizado para proporcionar características sensoriales específicas; éste método consiste en la inmersión del alimento en un baño de aceite con temperaturas superiores al punto de ebullición del agua con la finalidad de evaporar el agua contenida en la matriz del alimento, formando un corteza en la superficie del producto. La calidad final del alimento depende del éxito de este proceso, el cual involucra transferencia de masa y calor de manera simultánea. A través de estos mecanismos de transferencia se desarrollan modelos matemáticos que permiten identificar las causas de una disminución en la calidad del producto final (principalmente encogimiento), además de que proporciona un enfoque a la solución de éstos problemas. El encogimiento y la deformación son unas de las características principales en el producto a lo largo del proceso; por lo que deben ser consideradas en la parte de modelación para predecir los coeficientes de agua y aceite de forma efectiva, permitiendo optimizar el proceso y a su vez obtener productos de mejor calidad sensorial.

I. Antecedentes

1.1. Proceso de freído de alimentos

El freído es uno de los métodos de cocción más antiguos para obtener sabores y texturas únicos en los alimentos procesados y ha sido definido como la inmersión del producto en aceite o grasa comestible calentados por encima del punto de ebullición del agua (150 - 200 °C) y por lo tanto puede ser considerado como un proceso de deshidratación (Seruga & Budzaki, 2005). El proceso implica cambios físicos y químicos en los alimentos tales como la gelatinización de almidones, desnaturalización de proteínas, vaporización de agua y formación de corteza (Alvis et al., 2009). Conforme el proceso de freído se lleva a cabo ocurren cambios importantes en el aceite; la viscosidad aumenta, la tensión superficial disminuye y la grasa se oxida (Sharma et al., 2003).

La cantidad de aceite absorbida por el alimento varía de un 10 % hasta un 40 % del peso final del alimento, y esta en función de muchos factores que influyen en la transferencia de masa y calor entre el aceite y el alimento (Tassou et al., 2013). Las principales variables de operación que controlan estos mecanismos de transferencia son la temperatura del baño de aceite y el tiempo de residencia del producto en el medio, así como el contenido de agua y velocidad de deshidratación, tipo de aceite, alimento, rotación del aceite, su manipulación y finalmente el equipo usado (Raoult-Wack et al., 2002).

El freído por inmersión se puede dividir en cuatro etapas: (1) calentamiento inicial, (2) ebullición de superficie, (3) tasa de caída y (4) punto final de la burbuja (Farkas et al., 1996).

- Durante la primera etapa, la superficie de un alimento sumergido en aceite es calentado a una temperatura equivalente a la temperatura de ebullición del agua, la forma de transferencia de calor entre el aceite y el alimento ocurre por convección natural y sin evaporación de la superficie del alimento.
- En la segunda etapa, la superficie del alimento comienza a evaporar agua de manera que la transferencia de calor cambia de convección natural a convección forzada debido a la turbulencia en el aceite que rodea al alimento.
- En la tercera etapa, la temperatura de la parte interna del alimento aumenta lentamente hasta el punto de ebullición del agua debido a su humedad interna. En este momento se llevan a cabo algunos cambios fisicoquímicos y la velocidad de transferencia de vapor disminuye en la superficie.

- En la etapa final, disminuye la velocidad de la eliminación de humedad y no se observan más burbujas en la superficie del alimento (Farkas et al., 1996).

El freído es un proceso muy turbulento debido a las fluctuaciones aleatorias en el fluido y de acuerdo con Baik & Farinu (2007) impide la estimación exacta del coeficiente de transferencia de calor principalmente en la etapa de burbujeo del medio, generado por la evaporación del agua en el alimento en forma de burbujas.

La calidad de los productos obtenidos se evalúa a partir de parámetros sensoriales, principalmente el color y la textura (Dorbaganes et al., 2000). La calidad del alimento es afectada por la calidad del aceite utilizado, pero también el alimento puede influir negativamente en el deterioro de la calidad del aceite, esto es porque puede tener lugar a la migración de compuestos minoritarios del alimento al aceite durante el proceso. Además, si el aceite utilizado permanece a altas temperaturas durante un tiempo prolongado en presencia de oxígeno y del agua proveniente del alimento, causa la oxidación del mismo y contribuye a la formación de compuestos volátiles y no volátiles, así como a la polimerización de aceite (Fellows, 2000).

Dentro de las principales características sensoriales afectadas está la textura. La textura que se obtiene tras el proceso de freído es consecuencia de los cambios producidos en la composición de los alimentos principalmente en las proteínas y carbohidratos, que se modifican por efecto del calor transferido al alimento y por la eliminación del agua del mismo. Todo ello origina la formación de una costra que proporciona el atributo característico de crujiente al alimento (Pedreschi & Moyano, 2005). Adicionalmente a la formación de la costra o corteza, en el alimento se pueden apreciar otras modificaciones mecánicas, tales como contracción expansión, desarrollo de porosidad, ruptura de la matriz sólida, etc. Cuando el alimento es rico en almidón la costra presenta poros más pequeños que en el caso de los alimentos que no contienen almidón, y ésta, por tener los poros más grandes, presenta menos resistencia al paso de gases, sea vapor o aire (Raoult-Wack et al., 2002).

1.2. Modelación del proceso de freído por inmersión.

Modelar el proceso de freído presenta una gran ventaja para la optimización y diseño de operación ya que permite producir alimentos de alta calidad mediante el análisis de las cinéticas así como identificar las condiciones óptimas de temperatura en el aceite y producto, contenido de humedad, ganancia del contenido de aceite y con ello tiempo de procesamiento, proporcionando un enfoque a la solución de estos problemas. En el caso del freído involucra simultáneamente los mecanismos de transferencia de masa (TM) y transfe-

rencia de calor (TC); y de acuerdo con Farinu & Baik (2007) es un proceso muy turbulento debido a las fluctuaciones aleatorias en el fluido lo que impide la estimación exacta del coeficiente de transferencia de calor (h) y de masa (h_m), principalmente en la etapa de burbujeo del medio generado por la evaporación del agua en el alimento en forma de burbujas. El coeficiente de transferencia de calor toma un papel crítico en la formación de propiedades sensoriales del producto e induce al pardeamiento (reacción de Maillard) y caramelización, reacciones que distribuyen propiedades integrales de sabor, color y textura. La calidad de la costra formada durante la fase de ebullición es una importante función de la velocidad de transferencia de calor y la textura del producto. Adicionalmente, el flujo de calor al rededor del alimento requiere del uso de ecuaciones de condición de frontera que usen el coeficiente de transferencia de calor por convección y que para cuantificar se debe tener en cuenta que dependerá de la configuración específica del sistema ya que no hay un método estándar para su determinación (Alvis et al., 2009; Mir-Bel et al., 2012).

La relación entre el coeficiente de TM y TC está dada por la analogía entre la transferencia de masa y calor convectiva.; ya que durante el proceso de freído por inmersión, la TM es impulsada por el calor transferido al producto entrelazándose y determinando la dinámica del proceso haciendo posible la descripción de la tasa de calor y la masa transferida durante el proceso (Farinu & Baik, 2008). Por otra parte se ha demostrado que algunos alimentos, principalmente frutas y vegetales presentan un alto grado de encogimiento y/o deformación al ser sometidos a procesos de deshidratación y se ha comprobado que estos cambios producen una variación en la distancia requerida para el movimiento de las moléculas de agua, haciendo que el valor de la difusividad efectiva (D) sea sobre estimada durante la modelación de la TM mediante soluciones analíticas (Pacheco-Aguirre et al., 2015; Ruiz-López & García-Alvarado, 2007).

Dentro de los principales modelos propuestos en la literatura para el proceso de freído por inmersión se encuentran los siguientes:

Como precursores de la modelación del proceso de freído por inmersión se encuentran Farkas et al. (1996), quienes realizaron su modelo en una dimensión para una rebanada infinita del alimento, considerando una composición homogénea e isotrópica, partiendo de modelos similares aplicados en el proceso de liofilización y congelación. Como primera instancia realizaron diversas consideraciones para facilitar su solución tales como: i) que el centro del producto esta compuesto principalmente por agua en estado líquido y sólidos secos, mientras que la región de la costra se compone de vapor de agua, aceite y sólidos secos; ii) la fracción de masa de aceite absorbida por el alimento se considera despreciable así como el encogimiento; iii) todos los flujos de energía y masa ocurren de manera ortogonal en la superficie y en una dirección y por último iv) la

densidad, calor específico, conductividad térmica y difusividad se consideran constantes. Para el cálculo de transferencia de calor aplicaron la ecuación (1.1) donde C_p representa el calor específico, T la temperatura del medio, k la conductividad térmica del alimento, L longitud característica, t tiempo en segundos, mientras que para la determinación de transferencia de masa usaron la segunda ley de Fick descrita por la ecuación (1.2) donde D es la difusividad másica, C la concentración de agua en el producto y x representa la dirección axial de transferencia de masa.

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1.2)$$

Posteriormente Sahin et al. (1999) iniciaron con la determinación del coeficiente de transferencia de calor (h) durante el proceso de freído para diferentes temperaturas calculando la concentración de masa para cada constituyente del alimento usado con respecto al calor específico; y de esta manera calcular h mediante la relación de Lewis (Ecuación 1.3) donde k fue determinada mediante el modelo de Kopelman (1966) y el cambio de temperatura en la muestra fue descrito a partir de la ecuación de difusión (Ecuación (1.5)). Considerando que todo el alimento tiene la misma temperatura como condición inicial, una condición de simetría para el centro y una condición de frontera convectiva, además se desprecio el encogimiento y se asumió una densidad constante.

Finalmente obtuvieron valores para h en un rango de 90-200 $W/m^2\text{°C}$ para temperaturas de 150-190 °C , lo que permitió una mejor aproximación a los datos experimentales pero observando una discrepancia a medida que el alimento estabilizaba su contenido de humedad.

$$k = \frac{h}{\rho C_p} \quad (1.3)$$

Por lo general se realiza la modelación de la transferencia de calor en el proceso de freído mediante la ecuación de conducción de calor en estado no estacionario (Ecuación 1.1) ya que se considera un proceso

de deshidratación y puede ser comparado con el proceso de secado como lo hicieron Farid & Kizilel (2009) considerando una frontera simétrica para el centro del producto y una convectiva para ambas caras de una rebanada de alimento. Además establecieron que el cambio de contenido de humedad (w) en la región de difusión puede establecerse mediante la ecuación (1.4), donde el subíndice cr hace referencia a la región de la costra y el subíndice r representa el agua ligada en la masa inicial del alimento, T es la temperatura del producto y con el subíndice v la de vapor. Esto debido a la suposición de llegar rápidamente a un estado cuasi-estacionario, no obstante consideraron diferentes valores para la difusividad (α) debido a la falta de información disponible sobre las propiedades físicas de los alimentos tales como la permeabilidad a la humedad y la conductividad térmica de la corteza que se forma en el alimento, de tal forma que comprobaron la importancia de la estimación de las propiedades de transferencia en los diversos procesos de deshidratación para que el modelo pueda considerarse un modelo físico y no solo empírico.

$$w_{cr} = w_r + (w_0 - w_r) \exp[-\alpha(T - T_v)] \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial x} \right) \quad (1.5)$$

Una de las modelaciones más recientes es la propuesta por van Koerten et al. (2017) mediante la ley de Darcy para determinar la evaporación de agua durante el proceso de freído de papa en forma de placas cilíndricas para diferentes diámetros. Para disminuir el esfuerzo computacional realizaron las siguientes consideraciones: i) se asume que un lado de las placas cilíndricas se encuentra completamente deshidratada y con costra, mientras que el interior de la papa y el otro lado presentan un contenido de humedad inicial, ii) se desprecia el encogimiento del producto ya que se considera que solo se encoge el 10% y iii) para la simulación del modelo se asume una papa cilíndrica con una longitud infinita de tal forma que se pueda desestimar la dirección radial y únicamente considerar la transferencia en dirección axial por lo cual es estudiada como unidimensional.

El proceso de freído fue modelado para tres fases. En la primera fase se considera el calentamiento de la superficie hasta la temperatura de ebullición del agua sin presentar evaporación de agua, por lo que esta-

blecen que puede ser descrita mediante la ecuación general de calor en coordenadas cilíndricas (Ecuación (1.6)), donde ρ_{co} , Cp_{co} y k_{co} son la densidad, calor específico y conductividad del interior de la papa, T la temperatura y r la posición radial en la papa cilíndrica.

$$\rho_{co}Cp_{co}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k_{co}r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad (1.6)$$

Cuando inicia la segunda fase la temperatura de la superficie es igual a la temperatura de evaporación del agua, por lo que esta inicia y hace necesario el uso de la condición de frontera (Ecuación (1.7)) para contemplar estos cambios en el modelo mediante la entalpía de evaporación del agua H_{vap} y la cantidad de agua dentro del producto m_w .

$$-k_{co}\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{dm_w}{dt}H_{vap} = h(T_{boil} - T_{oil}) \quad (1.7)$$

Finalmente en la tercera etapa el agua de la superficie es evaporada e inicia la formación de costra formando una barrera adicional para la transferencia calor y la eliminación de vapor, por lo que se reemplaza la Ecuación (1.7) por una nueva condición inicial que contemple el cambio de la conductividad térmica en la costra y de esta forma pueda ser aplicada la ley de Darcy (Ecuación (1.8)) describiendo la evaporación de agua debido al flujo de vapor a través de la costra, mediante la densidad y viscosidad de vapor (ρ_v y μ_v), así como la longitud y permeabilidad de la costra (L y κ).

$$\frac{dm_w}{dt} = \rho_v \frac{2\pi\kappa L}{\mu_v \ln\left(\frac{R}{R_y}\right)} (P_{sat} - P_0) \quad (1.8)$$

Uno de los principales alimentos usados para el proceso de freído es la papa pero debido a que es un proceso que aporta muchas características sensoriales específicas es muy usado para otro tipo de alimentos, como pescado, camarón, arroz, pollo entre otros; de los cuales también se han propuesto diversos modelos, como es el caso de Nasiri et al. (2011) quienes modelaron la cinética de la transferencia de masa de nuggets de camarón usando la segunda ley de Fick (Ecuación 1.2) y debido a que es un alimento procesado con un contenido de humedad determinado no sufre un encogimiento significativo lo que permitió obtener un ajuste

adecuado de los resultados experimentales y además se determinaron coeficientes de difusión con valores de 2.05×10^{-8} y $5.71 \times 10^{-8} \text{m}^2/\text{s}$ para dos formulaciones de ingredientes de nuggets a una temperatura de 190°C . Debido al encogimiento que sufre el alimento durante el proceso de freído por la rápida pérdida de agua se han realizado investigaciones para realizar un pretratamiento en el alimento que permita retirar parcialmente el contenido de agua y de esta forma disminuir la formación de poros evitando que su estructura colapse y se encoja significativamente facilitando la modelación de los fenómenos de transporte, se ha propuesto principalmente el uso de microondas y deshidratación osmótica (Krokida et al., 2001a; Ngadi et al., 2009).

Hasta el momento no se ha propuesto un modelo que contemple los dos fenómenos de transporte y que además considere el encogimiento y deformación del producto; sin embargo si se han reportado investigaciones que analicen el efecto de la temperatura en el encogimiento del producto, como es el caso de Krokida et al. (2000a) que mostraron que la porosidad del alimento (papa) incrementa con la temperatura del aceite y el espesor de la muestra y estos efectos son más altos en los productos que se fríen en aceites hidrogenados.

La aportación más reciente fue hecha por Naghavi et al. (2018a), desarrollando un modelo que contempla ambos fenómenos de transporte, realizando la estimación de los coeficientes de difusión de humedad mediante el uso de la segunda ley de Fick desarrollando la ecuación para una sola coordenada y obteniendo una solución de manera analítica. De esta forma asumen que la difusividad es constante durante el proceso y consideran que el encogimiento no es significativo.

Para la formulación del modelo asumieron que la densidad del aceite varía de acuerdo al los incrementos de temperatura utilizados en la metodología, sin embargo no consideran que la turbulencia ocasionada por las burbujas de vapor influya en el alimento así como en las características del medio debido a la relación en que se usa. Como parte relevante del trabajo propuesto, establecen que la formación de costra durante el procesamiento del alimento influye en la transferencia de calor, y realizan una recopilación de los principales parámetros termofísicos (densidad, calor específico, conductividad térmica, coeficiente de difusión) estableciendo un producto no homogéneo compuesto por costra, núcleo, agua y ganancia de aceite; estos valores se usaron en la aplicación del modelo para calcular transferencia de calor y transferencia de masa, en la cual incluyen el mecanismo de transferencia del agua líquida, vapor de agua y ganancia de aceite.

Además de las aportaciones descritas anteriormente, en la Tabla 1.1 se citan algunos trabajos para la modelación del proceso de freído por inmersión, aplicado a papa como producto modelo.

Tabla 1.1. Modelos matemáticos aplicados al proceso de freído por inmersión

REFERENCIA	GEOMETRÍA	PROPIEDADES DEL PRODUCTO	MODELO	RESULTADOS OBTENIDOS
Wu et al. (2013)	Placa circular	Geometría infinita compuesta por una fase sólida (papa) y una líquida (aceite), isotrópico, sin encogimiento ni deformación	<p>Trasferencia de masa</p> $\frac{\partial(VF_w)}{\partial t} + v_{ps,x} \frac{\partial(VF_w)}{\partial x} = S_{VF_w}$ $\frac{\partial(VF_{fo})}{\partial t} + v_{ps,x} \frac{\partial(VF_{fo})}{\partial x} = \nabla \cdot (D_{fo} \nabla VF_{fo})$ <p>Trasferencia de calor</p> $\frac{\partial(\rho_{fo} c_{pfo} T_{fo})}{\partial t} + v_{fo,x} \frac{\partial(\rho_{fo} c_{pfo} T_{fo})}{\partial x} + v_{fo,y} \frac{\partial(\rho_{fo} c_{pfo} T_{fo})}{\partial y} = \nabla \cdot (k_{fo} \nabla T_{fo}) - h_B A_p (T_{fo} - T_{ps})$	<p>$H_i = 80\%$ $H_f = 1.3\%$ $G_a = 37\% \text{ b.h.}$ $h = 250 - 650 \text{ W/m}^2\text{K}$</p>
Farinu & Baik (2008)	Placa circular	homogéneo, uniforme, isotrópico, sin encogimiento ni deformación	<p>Trasferencia de masa</p> $\frac{\partial}{\partial x} \left(D \rho \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D \rho r \frac{\partial M}{\partial r} \right) = \frac{\partial(\rho M)}{\partial t}$ <p>Trasferencia de calor</p> $\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial(\rho C_{pw} T)}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho C_{pw} T)}{\partial r} = \frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t}$	<p>$H_i = 85\% \quad H_f = 45\%$ $G_a = NR$ $h = 100 - 837 \text{ W/m}^2\text{K}$ $h_{m=4-7.2} \times 10^{-6} \text{ m/s}$</p>
Yildiz et al. (2007)	Prisma rectangular	Homogéneo, uniforme, sin encogimiento e isotrópico	<p>Trasferencia de masa</p> $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial C}{\partial t}$ <p>Trasferencia de calor</p> $\left(\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \times \cos \left(\mu_n \frac{x}{L} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{\alpha t}{L^2} \right)$	<p>$H_i = 85\% \quad H_f = 36\%$ $G_a = NR$ $h = 181 - 286 \text{ W/m}^2\text{K}$ $D = 9.2 - 18.2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$</p>
Krokida et al. (2000a)	placa circular	Homogéneo e isotrópico, con encogimiento y porosidad	<p>Trasferencia de masa</p> $\frac{(X - X_c)/(X_0 - X_c)}{Y} = \exp(-K_x t)$ $Y = Y_c [1 - \exp(-K_y t)]$	<p>$H_i = 80\%$ $H_f = 28\%$ $G_a = 26\%$ $P_o = 38 - 50\%$</p>
Farinu & Baik (2007)	Placa circular	No homogéneo (costra y centro), anisotrópico, sin encogimiento y deformación.	<p>Trasferencia de calor</p> $hA(T_\infty - T_s) = MC_p \frac{dT}{dt} + L_v \frac{dW}{dt}$	<p>$H_i = 82\%$ $H_f = 60\%$ $h = 710 - 837 \text{ W/m}^2\text{C}$</p>
Mir-Bel et al. (2012)	cilindro	Se considera homogéneo, se considera el encogimiento como factor de la pérdida de agua., sin deformación	<p>Se calcula h como función de la pérdida de agua</p> $h = -\frac{dm}{dt} \frac{\lambda}{A(T_\infty - T_s)}$	<p>$h = 1300 - 1600 \text{ W/m}^2\text{K}$</p>

Tabla 1.2. Modelos matemáticos aplicados al proceso de freído por inmersión (continuación)

REFERENCIA	GEOMETRÍA	PROPIEDADES DEL PRODUCTO	MODELO	RESULTADOS OBTENIDOS
Troncoso & Pedreschi (2009)	Placa circular	Homogéneo e isotrópico, sin encogimiento ni deformación	Transferencia de masa $M_t = \frac{m_t - m_e}{m_0 - m_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(\frac{-(2n+1)^2 \pi^2 D_{eff} t}{4L^2}\right)$	$H_i = 91\%$ $H_f = 18\%$ $G_a = 57\%$ $D = 4.73 \times 10^{-9} - 1.80 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Yagua & Moreira (2011)	Placa circular	Homogéneo e isotrópico, sin encogimiento ni deformación, se considero la porosidad	transferencia de masa $h = \frac{dm}{dt} \frac{\Delta h_{vap}}{A(T_o - T_s)}$	$H_i = 82\%$ $H_f = 10\%$ $G_a = 30\%$ $h = 2200 - 2650 \text{ W/m}^2\text{K}$
Naghavi et al. (2018a)	Prisma rectangular	No homogéneo se consideran dos fases (papa y aceite), sin encogimiento	Transferencia de masa $\frac{\partial MC}{\partial t} = D_w \frac{\partial^2 MC}{\partial x^2}$ Transferencia de calor $\rho_o c_{p,o} \frac{\partial T_o}{\partial t} + \nabla \cdot (-k_o \nabla T_o) = -\rho_o c_{p,o} \vec{u} \cdot \nabla T_o$	$H_i = 80\%$ $H_f = 15\%$ $G_a = 26.87\%$ $D = 3.8 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Ziaiiifar et al. (2009)	placa plana	No homogéneo se considera costra y centro, anisotrópico sin encogimiento ni deformación	Transferencia de calor $kA \frac{T_h - T_c}{x} = C_c(T_c - T_{\infty}) = \frac{P}{T_h + T_c - 2T_{\infty}} (T_c - T_{\infty})$	$H_i = 75\%$ $H_f = 25\%$ $G_a = 43.41\%$
Vitrac et al. (2002)	cilindro	se considera el alimento y la ganancia de aceite, isotrópico, sin encogimiento ni deformación	Transferencia de masa $\frac{dW_S^{(t)}}{dt} = \frac{2h(t)}{\rho_S e} \frac{T_{oil} - T_{core}^{(t)}}{\Delta H_v^{ts} + \alpha(C_p^S + C_p^W W_S^{(t)})}$ Transferencia de calor $\rho_S \Sigma \frac{e}{2} (C_p^S + C_p^W W_S^{(t)}) \frac{dT_{core}^{(t)}}{dt} = h(t) \Sigma (T_{oil} - T_{core}^{(t)}) + \rho_S \frac{e}{2} \Delta H_v^{ts} \frac{dW_S^{(t)}}{dt}$	$H_i = 64\%$ $H_f = 25\%$ $h = 400 - 500 \text{ W/m}^2\text{K}$ $k = 0.09 \text{ W/mK}$
Sandhu et al. (2016)	Placa circular	homogéneo, anisotrópico, sin encogimiento ni deformación	determinación h $hA(T_{\infty} - T_s) = MC_p \frac{dT}{dt} + \lambda \frac{dW}{dt}$	$H_i = 64\%$ $H_f = 25\%$ $h = 3617 - 7307 \text{ W/m}^2\text{K}$ $k = 0.09 \text{ W/mK}$

1.2.1. Importancia de la determinación de los coeficientes de transferencia de masa y calor durante el proceso de freído por inmersión

Los dos fenómenos de transporte que gobiernan el proceso de freído por inmersión están controlados por los coeficientes de transferencia de masa y calor, los cuales son de gran importancia en el modelado y simulación ya que permiten una mejor optimización del proceso.

Como se observa en la sección anterior, la mayoría de los trabajos simplifican la modelación y simulación considerando geometrías uniformes, temperaturas constantes y un producto homogéneo además de un solo mecanismo de transferencia. Sin embargo, estos factores afectan la estimación de los valores y se obtienen referencias muy variables para los coeficientes, limitan la descripción del proceso ya que no consideran la composición del alimento y su influencia en la transferencia de masa y calor simultánea.

Uno de los principales coeficientes que se estiman para el proceso de freído es el coeficiente de transferencia de calor h , definido como la velocidad de calor convectivo del fluido por área de la superficie del producto cuando existe un gradiente de temperatura entre el fluido y la superficie. Este coeficiente no solo depende de las características de la superficie, geometría y rugosidad, también se ve afectado por las propiedades del fluido como velocidad y propiedades termofísicas (Neethu et al., 2016).

Para la determinación de h se han propuesto métodos directos e indirectos. El método indirecto consiste en utilizar un transductor de metal (aluminio o acero principalmente) con una alta conductividad térmica, en lugar de una muestra real de alimento. De esta forma aseguran que la distribución de la temperatura se mantenga uniforme y por lo tanto la resistencia en el interior a la transferencia de calor se puede despreciar. Para determinar h se mide la temperatura transitoria experimental (en la superficie o en el centro), posteriormente se grafican los datos que relacionan el tiempo con la temperatura, para obtener una regresión no lineal utilizando la siguiente Ecuación:

$$\frac{T_0 - T}{T_0 - T_i} = \exp\left(\frac{-hAt}{\rho C_p V}\right) \quad (1.9)$$

El inconveniente de este método que fue utilizado anteriormente por Miller et al. (1994) y Costa et al. (1999), es que no toma en cuenta el efecto del burbujeo de vapor y la transferencia de masa que afecta principalmente la estructura interna del alimento, se genera la formación de poros en el interior permitiendo una mayor velocidad de transferencia de masa en los primera etapa de la operación y posterior la formación

de costra conservando un núcleo húmedo; estos factores no se contemplan debido a la sustitución de la matriz alimenticia con una pieza metálica. De esta forma solo se describe la transferencia de calor inicial del proceso de freído y los coeficientes obtenidos son menores comparados con los del método directo.

Para la determinación del coeficiente de transferencia de calor por el método directo se utiliza la muestra real de alimento para que las condiciones puedan ser completamente realistas y tomen en cuenta el efecto de las burbujas de vapor. Esta determinación se ha realizado tomando dos enfoques diferentes.

- Medición de calor en la superficie del producto. Esta forma fue presentada por primera vez por Hubbard & Farkas (1999), la cual consiste en medir la temperatura de la superficie del producto utilizando un termopar colocado solo unos milímetros debajo de la superficie y para realizar el cálculo se utiliza un balance de energía (Ecuación (1.10)), donde Q_1 es la energía consumida por la evaporación del agua y Q_2 es la energía usada para el calentamiento del producto. La expresión fue reescrita y simplificada considerando que $Q_2 \ll Q_1$ y despreciando la energía acumulada por Q_2 , obteniendo la Ecuación (1.11).

$$hA(T_0 - T_s) = Q_1 + Q_2 \quad (1.10)$$

$$h = \frac{dm}{dt} \frac{\Delta H_{vap}}{A(T_0 - T_s)} \quad (1.11)$$

Esta determinación se considera más exacta a pesar del desafío que implica colocar el termopar y mantenerlo en la superficie del producto para contemplar la evaporación durante la fase de ebullición del aceite.

Medición de la temperatura en el centro del producto. Es similar al método indirecto, excepto que la muestra de alimento no puede considerarse como un sistema homogéneo. La temperatura en el centro del producto se mide como una función del tiempo del procesamiento y el coeficiente de transferencia de calor se calcula graficando el logaritmo natural de la temperatura adimensional con respecto al tiempo $\left(\ln \frac{T_0 - T}{T_0 - T_i} \text{ vs } t\right)$. Este método ha sido aplicado por autores como: Yildiz et al. (2007), Ahromrit & Nema (2010), Kim et al. (2012), entre otros, obteniendo un coeficiente promedio para todo el proceso.

Influencia de los factores Velocidad de pérdida de humedad y efecto burbujeante. Diversos estudios han demostrado que el coeficiente de transferencia de calor tiene una tendencia similar a la pérdida de

humedad durante el proceso de freído. De acuerdo con los resultados obtenidos por Costa et al. (1999) y van Koerten et al. (2017), los dos factores aumentan considerablemente al inicio y después de alcanzar un valor máximo disminuyen asintóticamente, h alcanza su máximo valor durante la etapa de ebullición en la que se produce la liberación de vapor produciendo un burbujeo y tiene un valor mínimo cuando la humedad tiende a ser constante.

Sin embargo debido a las diferentes metodologías para la estimación de h se han observado comportamientos variables. Recientemente Sandhu et al. (2016) reportaron una tendencia completamente diferente, donde el coeficiente de transferencia de calor aumenta continuamente hasta el final del proceso, obteniendo valores más elevados ($3617 - 7307 W m^{-2} K^{-1}$).

Temperatura del aceite. La temperatura influye de manera inversa en la viscosidad del aceite y de esta manera aumenta el coeficiente de transferencia de calor, principalmente en la primera etapa cuando las temperaturas no alcanza el punto de ebullición del agua. Se sugiere que el comportamiento de valores elevados de h se debe a la temperatura constante del medio, mientras que si la temperatura del aceite tiende a disminuir por la cantidad de producto y las fluctuaciones que se presentan, los coeficiente solo alcanzan un valor máximo.

Tipo de aceite y degradación. Se afirma que no existe una relación significativa entre el tipo de aceite (incluyendo canola, maíz, palma y soja) en relación con h . Sin embargo las propiedades del aceite, especialmente la viscosidad que se ve afectada por temperaturas no controladas, tiempos excesivos de fritura y restos de alimento, ocasionan una oxidación y degradación hidrolítica. Hubbard & Farkas (1999) y Miller et al. (1994) estudiaron la influencia de la degradación del aceite en el coeficiente h , usando aceite fresco y usado después de 12, 24 y 36 horas midiendo el porcentaje de ácidos grasos libres y polímeros así como la viscosidad, dando como resultado una variación en el coeficiente de transferencia de calor unicamente en el aceite de maíz, mientras que en los demás tipos no existe un cambio significativo.

Matriz del alimento. La geometría, tamaño, relación área volumen y contenido de humedad son los principales parámetros que afectan h y esto es debido a los resultados que se han obtenido para un mismo tipo de alimento, pero diferente geometría, incluso diferente espesor en las mismas condiciones de procesamiento, mostrando una diferencia del 30% ante la presencia de burbujas y del 10% sin burbujas. Además Farinu & Baik (2007) sometieron muestras de camote unicamente cambiando el diámetro de 4cm a 2.5cm y observaron que el coeficiente disminuye siempre que la relación de espesor aumenta.

Por otra parte el índice de transferencia de masa por convección depende en gran medida del coeficiente

de transferencia de masa h_m que se define como la velocidad de transferencia de masa por unidad de área cuando la diferencia de concentración es la unidad.

Para este coeficiente solo se ha reportado un solo método para su determinación en el proceso de freído y ha sido aplicado por varios autores (Ahromrit & Nema (2010), Mosavian & Karizaki (2012), Yildiz et al. (2007), entre otros). Este procedimiento se ha aplicado para diferentes geometrías, se basa en medir el contenido de humedad del producto durante el tiempo de procesamiento y resolviendo la ecuación diferencial de difusión (para $\frac{Dt}{L^2} > 0.1$), graficando el logaritmo natural de la humedad adimensional con respecto al tiempo y obteniendo la intercepción de la curva para calcular el coeficiente de transferencia de masa. Esta misma metodología se utiliza para calcular la difusividad D .

De acuerdo a la analogía entre el coeficiente de transferencia de masa y calor, ambas curvas siguen la misma tendencia, y cada factor que afecta al coeficiente de transferencia de calor también influye en el coeficiente de transferencia de masa. Por lo tanto a medida que avanza el proceso, el coeficiente de transferencia de masa aumenta hasta un máximo lo que se debe al índice de pérdida de humedad y la turbulencia del medio, por lo tanto su valor decae al final del proceso debido a la disminución del gradiente de humedad. Con base a lo mencionado se han usado algunas expresiones matemáticas para correlacionar ambos coeficientes tales como la relación de Lewis (Ecuación 1.12).

$$h_m = \frac{h}{\rho_0 C p_0} \quad (1.12)$$

Sin embargo Farinu & Baik (2008) no observaron una relación directa entre ambos coeficientes, ya que durante el proceso el coeficiente de transferencia de calor se mantuvo en aumento desde la primera etapa del proceso mientras que el coeficiente de transferencia de masa tiene un aumento gradual sin alcanzar los valores máximos en los mismos tiempos, estableciendo una correlación entre los valores máximos de estos coeficientes (Ecuación). De igual forma el coeficiente de transferencia de calor máximo h_{max} también tiene una correlación con el coeficiente de transferencia de masa correspondiente en ese momento $h_{m(cor)}$ (Ecuación).

$$h_{m_{max}} = -8 \times 10^{-11} h_{max}^2 + 1 \times 10^{-7} h_{max} - 5 \times 10^{-5} \quad (1.13)$$

$$h_{m(cor)} = -9 \times 10^{-11} h_{max}^2 + 2 \times 10^{-7} h_{max} - 6 \times 10^{-5} \quad (1.14)$$

Estas correlaciones se han establecido para papa y productos similares en un rango de temperatura de 20 – 180°C, con contenido de humedad de 0.45 – 0.75(base húmeda).

Para la pérdida de agua, se considera que el mecanismo de transferencia de masa es la difusión molecular y es descrito mediante soluciones numéricas y analíticas en estado no estacionario donde, la estimación de los coeficientes de difusión de la humedad es determinado mediante el ajuste de la concentración adimensional de agua contra el tiempo de freído. Los métodos más usados son aquellos que desarrollan una solución analítica considerando una frontera en equilibrio (Rice & Gamble, 1989, Moyano & Berna, 2002, Budzaki & Seruga, 2005, Pedreschi & Moyano, 2005, Ngadi et al., 2006, Pedreschi et al., 2007, Zúñiga et al., 2008, A. A. Adedeji & Raghavan, 2009, Bravo et al., 2009, Troncoso & Pedreschi, 2009, Ahromrit & Nema, 2010, Nasiri et al., 2011, Islam et al., 2019, Movahhed & Chernabon, 2019). Sin embargo, algunos autores han usado la condición de frontera de Robin o de tercer tipo donde se generan fronteras mixtas para considerar la influencia de la convección externa en el índice de transferencia de masa total (Yildiz et al., 2007, Mosavian & Karizaki, 2012, Franklin et al., 2013, Kose & Dogan, 2016, Mondal & Dash, 2017). Uno de los principales inconvenientes de utilizar los métodos de regresión para determinar los coeficientes de difusión es que, para todos los datos de ajuste se produce un solo valor, el cual no representa de manera adecuada el cambio en la velocidad de transferencia de masa durante el proceso de freído. Por otra parte algunos autores han intentado estudiar la variabilidad de la difusividad del agua en el freído de alimentos usando una función explícita dependiente del tiempo o bien una solución numérica del modelo de freído para la estimación de una difusividad variable. No obstante, la implementación de estos métodos tiene sus deficiencias ya que el modelo de difusividad obtenido conduce a un comportamiento predefinido que oculta otros factores que intervienen en los coeficientes de difusión, como puede ser el encogimiento. Sin embargo, existen pocos valores reportados para la difusividad del aceite, debido al uso de modelos mecánicos para describir la ganancia de aceite lo que permite omitir la estimación de la difusividad, en la Tabla 1.3 se muestran algunos estudios reportados, haciendo evidente la necesidad de su estimación ya que en muchos casos éste es reemplazado por la difusividad del agua.

Durante el freído la ganancia de aceite es descrita mediante el uso de modelos empíricos, tales como la

ecuaciones de primer orden de Peleg; en la mayoría de los casos estas ecuaciones son usadas indistintamente para describir la pérdida de agua. Por otra parte se han usado modelos teóricos como la difusión Fikiana o difusión por capilaridad, donde esta última es la más usada (Chen & Moreira, 1997, Wu et al., 2013, Bansal et al., 2015, Ghaderi et al., 2018, Naghavi et al., 2018a, Naghavi et al., 2018b).

Debido al efecto del calor transferido al alimento y por la eliminación del agua del mismo se origina la formación de una costra que proporciona el atributo característico de crujiente al alimento, además se pueden apreciar otras modificaciones mecánicas, tales como contracción expansión, desarrollo de porosidad y ruptura de la matriz sólida. Por otra parte se ha demostrado que algunos alimentos, principalmente frutas y vegetales presentan un alto grado de encogimiento y/o deformación al ser sometidos a procesos de deshidratación y se ha comprobado que estos cambios producen una variación en la distancia requerida para el movimiento de las moléculas de agua, haciendo que el valor de la difusividad efectiva (D) sea sobre estimada durante la modelación de la TM mediante soluciones analíticas (Pacheco-Aguirre et al., 2015; Ruiz-López & García-Alvarado, 2007). No obstante el encogimiento del producto se deja de lado en la mayoría de los estudios del freído, y son pocos los autores que han incorporado el efecto del cambio de dimensiones del alimento para la estimación de las propiedades de transferencia de masa y solo para el componente de agua (Baik & Mittal (2005)). La inclusión de estos cambios en la modelación del proceso freído presentan una gran ventaja para la optimización y diseño de operación ya que permite producir alimentos de alta calidad mediante el análisis de las cinéticas así como identificar las condiciones óptimas de temperatura del medio.

Parte importante de la descripción del proceso de freído es la forma en como se reportan la cinéticas de humedad y ganancia de aceite, ya que existe una variabilidad en las condiciones de la modelación para algunas de las propiedades del alimento que tienen un efecto significativo en la estimación de las difusividades y limitan su análisis; hasta el momento no han sido evaluadas.

Tabla 1.3. Disponibilidad de los coeficientes de difusión de aceite para modelos difusivos.

Referencia	Difusión	Proceso	Difusividad de aceite retomada de:	Producto	Validación experimental ¹		Observaciones
					PA	GA	
Ni and Datta (1999)	Capilaridad	Freído	Los autores modificaron empíricamente la difusividad del agua de Ni (1997)	Papa	No	No	La difusividad del aceite es función del contenido de aceite. Ni and Datta (1999) consideraron que la expresión descrita por Ni (1997) puede ser usada para aceite simplemente reemplazando el contenido de agua con el contenido de aceite, sin modificar los parámetros del modelo.
Halder et al. (2007a)	Capilaridad	Freído	Ni and Datta (1999)	Papa	No	No	
Halder et al. (2007b)	Capilaridad	Freído	Ni and Datta (1999)	Papa	No	No	
Bansal et al. (2015)	Capilaridad	Freído	Halder et al. (2007a)	Nuggets de pollo	Si	No	
Bansal et al. (2014)	Capilaridad	Freído	Maneeroote (2009)	Galletas de arroz	Si	Si	Un valor constante.
Ghaderi et al. (2018)	Fickiana	Freído	Bansal et al. (2014)	Papa	Si	Si	
Dhall et al. (2012)	Capilaridad	Cocción	Los autores usaron la difusividad del agua reportada por van der Sman (2007)	carne	No	No	Un valor constante.
Ateba and Mittal (1994)	Fickiana	Freído	Estimada por los autores	Albóndigas de carne	Si	Si	Un valor constante.
Nikolau (2006)	Fickiana	Freído	Rice and Gamble (1989); sin embargo estos autores no reportan la difusividad del aceite.	Papa	No	No	Rice and Gamble (1989) determinaron una difusividad de agua variable a partir de un modelo de transferencia de masa desarrollado para un coeficiente de difusión constante.
Wu et al. (2013)	Fickiana	Freído	Nikolau (2006)	Papa	Si ²	Si ²	
Chen and Moreira (1997)	Fickiana	Freído	Moreira (1997)	Chips de tortilla	Si	Si	El modelo de difusividad de aceite fue función del contenido de humedad inicial.
Budžaki and Šeruga (2005)	Fickiana	Freído	Estimada por los autores	Pasta Kroštula	Si	Si	Estiman una difusividad constante para cada curva de freído. Los valores se ajustaron a un modelo de Arrhenius.

¹PA: pérdida de agua, GA: ganancia de aceite. ²Experimentos en estado estacionario para un solo tiempo de residencia de freído continuo.

1.3. Metodologías aplicadas al proceso de freído por inmersión

A pesar de que el proceso de freído por inmersión es un método de cocción muy usado, existen diferentes variables que se deben de controlar tales como temperatura del medio, cantidad de aceite y muestra, rotación del medio, equipo usado, así como el tiempo de residencia y tipo de alimento Vitrac et al. (2002).

Dentro de las principales metodologías usadas se encuentran las siguientes:

Yildiz et al. (2007) determinaron el coeficiente de transferencia de masa y calor en prismas rectangulares de papa con dimensiones de 0.85 cm de espesor por 7 cm de longitud, utilizando una relación 1:50 producto-aceite. Usando aceite de girasol como medio a temperaturas de 150, 170 y 190 °C, las cinéticas experimentales del proceso se realizaron mediante la determinación de humedad por el método de estufa a 105°C para una humedad inicial y posteriormente durante el proceso de freído en incrementos de 10 segundos hasta 480 s para la temperatura de 150°C, 260 s para 170°C y 240 s para 190°C. La temperatura del aceite fue monitoreada y registrada mediante la colocación de un termopar calibre 36, tipo T en cada lado longitudinal del prisma.

Otra de las metodologías mas usadas es la propuesta por Krokida et al. (2001b) quienes utilizan prismas rectangulares de papa con dimensiones de 0.5 cm de espesor por 4 cm de longitud, como una etapa del proceso realizan un escaldado a 70°C por un tiempo de 10 min con el fin de inactivar las enzimas y que se produzca pardeamiento; como medio de freído utilizaron aceite de algodón en una relación 50:1 (aceite-alimento) a una temperatura de 170 °C, en este caso determinaron el contenido de humedad mediante el uso de estufa de vacío a 70°C para tiempos de freído en incrementos de 0.3 min hasta 20 min del proceso; posteriormente realizaron la extracción de aceite mediante la técnica de soxhlet usando éter de petróleo como disolvente.

En el caso de Farinu & Baik (2008) realizaron el proceso de freído aplicado a rebanadas cilíndricas de papa, estableciendo tres diámetros internos (2.5, 3.5 y 4 cm), estas muestras fueron procesadas con aceite de canola para rangos de temperatura de 150 - 180 °C en incrementos de diez y obtenido su contenido de humedad mediante el método de estufa a 105 °C en incrementos de 30 s durante el procesamiento hasta los 300 s.

Finalmente Troncoso & Pedreschi (2009) establecieron la siguiente metodología que ha sido aplicada para diversas investigaciones sobre el proceso de freído por inmersión. Utilizan rebanadas de papa de 3 cm de diámetro que pasan por un enjuague de agua destilada por 1 min, posteriormente son escaldadas a 85 °C por

3.5 min y se someten al freído en aceite de canola a 180 °C, el contenido de humedad lo determinan por el método de estufa a 70 °C durante incrementos de 30 s de procesamiento, mientras que el contenido de aceite se determina con metanol como solvente utilizando un equipo soxhlet.

Planteamiento del problema

Uno de los procesos más usados para la cocción de alimentos es el freído; este proceso involucra transferencia de masa y calor simultánea, ya que el calor es transferido del aceite al alimento mientras la humedad de este es evaporada al mismo tiempo que absorbe aceite. La calidad final del alimento depende de varios factores tales como: el tiempo de freído, la cantidad, el tipo de aceite y temperatura usada para el proceso, así como la composición y geometría del alimento; es por ello que es un proceso que generalmente se estudia desde el punto de vista nutricional y hasta la fecha son pocos los investigadores que lo abordan a partir fenómenos de transporte (tales como Farinu & Baik (2007), van Koerten et al. (2017), Seruga & Budzaki (2005), entre otros), los cuales usualmente estiman los coeficientes de difusión y transferencia de calor generalizando su geometría despreciando los cambios de deformación y encogimiento que ocurren durante el proceso, y obteniendo por tanto una subestimación de los valores y un modelo sin la precisión adecuada de la transferencia de masa; motivo por el cual es necesario un modelo matemático que considere los cambios de tamaño y forma durante el procesamiento del alimento.

Justificación

La descripción correcta de los procesos de transferencia de masa y calor es de vital importancia para el control de variables de procesos de alimentos. En el caso del proceso de freído están determinados por la temperatura del medio, la composición, el tamaño y la geometría del alimento, siendo estos dos últimos los menos considerados durante su modelación matemática; lo cual es inadecuado ya que los cambios más evidentes en alimentos sometidos al proceso de freído son la formación de costra, la deformación y por último el encogimiento provocados por la evaporación de agua en forma de burbujas desde el interior del alimento hacia el aceite; afectando propiedades físicas como densidad, porosidad y volumen específico, cambios que se ven reflejados en la calidad final del producto, principalmente en la parte sensorial. Es por eso que mediante este trabajo se modelará la transferencia de masa y calor considerando los cambios de forma y tamaño mediante un análisis de imagen del alimento durante su procesamiento, con la finalidad de obtener una mejor estimación de los coeficientes de difusión que proporcione un mejor entendimiento de este proceso.

Hipótesis

La inclusión de los fenómenos de encogimiento y deformación del alimento durante la modelación del freído por inmersión proporcionarán una mejor descripción de las cinéticas del proceso y la evaluación del efecto de los mismos sobre la estimación de coeficientes de difusión.

Objetivos

Objetivo general

Realizar la descripción matemática de los procesos de transferencia de masa y calor durante el proceso de freído por inmersión de alimentos considerando su encogimiento y deformación.

Objetivos particulares

- Modelar la transferencia de masa y calor para el proceso de freído por inmersión mediante las ecuaciones de difusión en estado no estacionario.
- Analizar el comportamiento de las variables de proceso como humedad, concentración de aceite, volumen, encogimiento y deformación durante el proceso de freído del producto seleccionado, bajo diferentes condiciones de operación.
- Estimar las propiedades de transporte de masa del producto propuesto bajo diferentes consideraciones de solución del modelo.

II. Diseño experimental

A continuación se muestra un diagrama general de la metodología establecida para el desarrollo del proyecto, el cual consta de varias etapas, la parte experimental (proceso de freído), la elaboración de cinéticas, el análisis de imagen, la modelación y simulación del proceso.

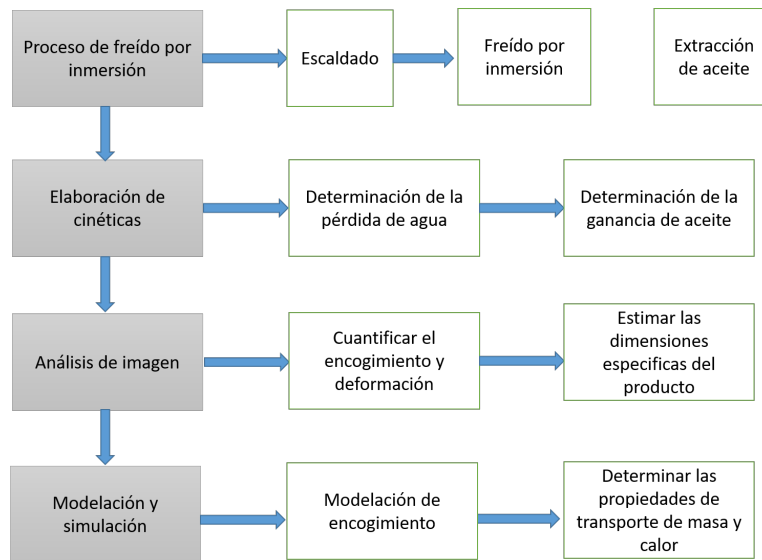


Figura 2.1. Descripción general de la metodología

2.1. Determinación de las cinéticas del proceso de freído

En este proyecto se usó papa (*Solanum tuberosum* L. cv. Alpha) como producto modelo, las cuales fueron adquiridas en el mercado local (Puebla, Puebla, México) y utilizadas el mismo día. Las papas se lavaron, secaron y pelaron para posteriormente cortarlas con una rebanadora de vegetales en forma de tiras de 9.525 mm de espesor ajustando la longitud a 8 cm. Los remanentes de muestra fueron utilizados para la obtención del contenido de humedad y sólidos secos inicial mediante una estufa de secado (Binder ED 53, Alemania) a 105°C hasta alcanzar el peso constante.

Como muestra base se utilizaron 50 g que está integrado por 8 tiras de papa las cuales fueron pretratadas con un escaldado en agua en una relación 20:1 a una temperatura de 85°C por 3.5 minutos, posteriormente se retiró el exceso de agua mediante toallas absorbentes y registró su peso mediante una balanza analítica. Este pretratamiento se realizó por duplicado ya que un grupo de muestras se utilizó para el proceso de freído y otro se utilizará para determinar contenido de humedad y sólidos secos.

El proceso de freído se realizó en una freidora eléctrica convencional (T-Fal, Family Pro Fryer, Canadá) con aceite de soya. Antes de freír se precalentó el aceite a la temperatura deseada (160, 175 o 190°C) durante 15 minutos. La relación de masa de aceite con respecto a la papa se mantuvo en una relación 50:1, de esta forma se evitan cambios en la temperatura. Se realizaron dos conjuntos de experimentos para obtener el comportamiento del freído de las tiras de papas. Las cinéticas de pérdida de agua y absorción de aceite se obtuvieron a partir del primer conjunto. En este caso, las tiras de papa se retiraron del aceite en tiempos de fritura predefinidos hasta alcanzar una humedad aproximada de 0.7 (g de agua/ g de producto) entre 180 y 300 s (Tabla 2.1). Antes de los análisis de humedad y contenido de aceite en ambos grupos de experimentos, las muestras se escurrieron después de freírlas y se colocaron entre toallas de papel durante 5 minutos para permitir que se enfriaran mientras se eliminaba el exceso de aceite adherido en la superficie del producto. Todos los experimentos se realizaron por duplicado y el aceite se reemplazó después de procesar las muestras para una sola curva de fritura. El segundo conjunto de experimentos se realizó friendo tiras de papa a diferentes intervalos de tiempo (20, 40, 60, 90, 120 y 150 s) para obtener su comportamiento de contracción y deformación por análisis de imagen. Se cortó un único corte transversal (perpendicular a la dimensión más larga) de aproximadamente 1 mm de espesor con una cuchilla afilada desde la parte central de la tira. Inmediatamente se tomaron imágenes digitales de los cortes resultantes. Las porciones restantes del producto se analizaron en cuanto a su contenido de humedad y aceite.

Tabla 2.1. Temperatura y tiempo estimado para el proceso de freído por inmersión

Temperatura (°C)	Tiempo (s)
160	300
175	240
190	180

2.2. Análisis químicos

La determinación del contenido de humedad en las tiras de papa previamente escaldadas y fritas se realizó secando las muestras en horno a 105°C hasta obtener el peso constante. La masa de agua (m_w) en el producto se consideró como la diferencia de peso entre los estados inicial (m_p) y final (m_{os}). Las tiras secas se sometieron a extracción por el método de soxhlet durante 4 horas con éter de petróleo en su punto de ebullición para determinar su contenido de aceite. El extracto etéreo se secó después de la extracción para eliminar el solvente. El peso del extracto etéreo seco se consideró como la masa de aceite en las tira de papa

(m_o). La masa de sólidos libres de grasa se calculó como la diferencia entre la masa de tiras secas antes de la extracción (m_{os}) y la masa de aceite (m_o). Los pasos del proceso de recopilación de datos se muestran en la Figura (2.2).

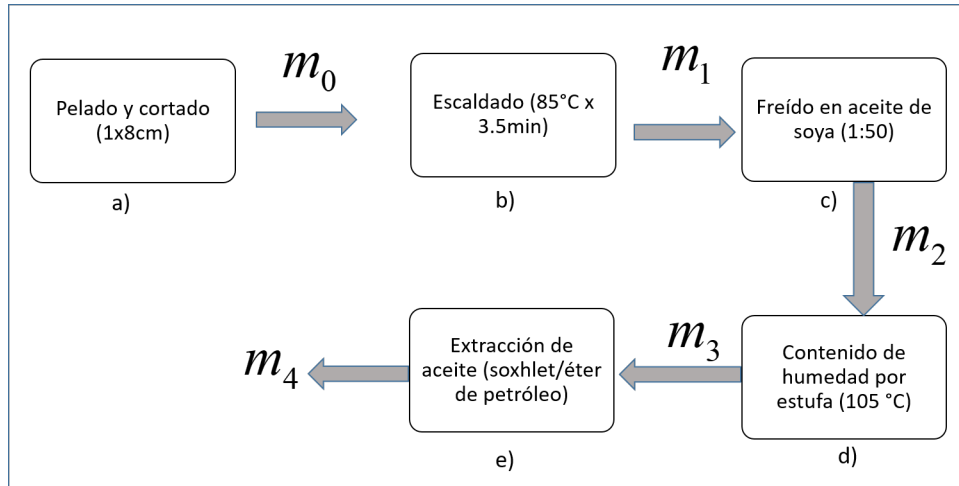


Figura 2.2. Determinación de humedad para las etapas del proceso de freído por inmersión

Donde a), b), c), d) y e) representan cada etapa del proceso y m la masa de la muestra en ese punto. De acuerdo con los resultados obtenidos se determinó el contenido de humedad base húmeda ($H_{b,h}$), la humedad base seca ($H_{b,s}$), la pérdida de agua (PA) y ganancia de aceite (GA) con las Ecuaciones (2.1) a (2.4).

$$H_{b,h} = \frac{m_1 - m_3}{m_1} \quad (2.1)$$

$$H_{b,s} = \frac{H_{b,h}}{1 - H_{b,h}} \quad (2.2)$$

$$PA = \frac{(m_1 * H_{b,h.}) - (m_2 * H_{b,h.t})}{m_1} \quad (2.3)$$

$$GA = \frac{m_4}{m_1} \quad (2.4)$$

2.3. Determinación de encogimiento y deformación mediante análisis de imagen

Con el fin de evaluar los cambios de forma del producto, se realizó nuevamente el proceso de freído para los tiempos 0, 20, 40, 60, 90, 120 y 150 s para cada temperatura.

El análisis de imagen se realizó para muestras integradas por 5 tiras de papa, las cuales se cortaron en una rebanada de 1mm de espesor obtenido de forma transversal (perpendicular a la dimensión más grande) y tomado de la parte central de la muestra.

- El análisis de imagen se realizó siguiendo la metodología propuesta por Ortiz-García-Carrasco et al. (2015) mediante la toma de fotografías con una cámara (Nikon COOPLIX L810, Japón) ; la muestra previamente cortada se colocó al lado de un objeto de referencia (con dimensiones conocidas) sobre un fondo color azul para tener un contraste de imagen, se establecerá la iluminación adecuada para la captura con una resolución de 4908×3456 pixeles utilizando el modo macro y ajustes automáticos. Para el procesamiento de la imagen se efectuaran los pasos mostrados en la Figura 2.3, donde (a) es la imagen original, (b) la reducción a sus 4 colores principales, (c) es la imagen sin fondo y en escala de grises y (d) el contorno extraído con 600 puntos.

Se efectuaran los siguientes pasos.

1. Mediante el programa Paint (Microsoft Windows 1803, 2018 Microsoft Corporation, USA) se mide el diámetro del objeto de referencia en pixeles, la imagen es seccionada en dos partes separando el área de la muestra y la del objeto de referencia, registrando el ancho y alto de la imagen que contiene la muestra.
2. Utilizando el algoritmo k-means clustering en Matlab (Matlab R2014a, MathWorks Inc., Natick, MA, USA) la imagen de la muestra se reduce a sus tres colores principales, obteniendo dos colores para el fondo y uno para la muestra, de esta manera se determina la fracción de color correspondiente a la muestra.

3. Por medio de la herramienta cuentagotas de Paint se obtienen valores para la mezcla por adición de los tres colores de luz primarios (modelo RGB) obteniendo un valor para cada color (rojo, verde y azul).
4. A través de los datos de RGB se mantiene la imagen de la muestra y se retira el color de fondo quedando en blanco (para determinar redondez, se dibuja un círculo alrededor de la muestra y se rellena de azul, se repite el paso 2 para determinar la fracción de color correspondiente al círculo); posteriormente se transforma a escala de grises.
5. Finalmente se determina el contorno de la imagen utilizando un mínimo de 600 puntos para definir las coordenadas de los píxeles por los que está conformada la muestra.

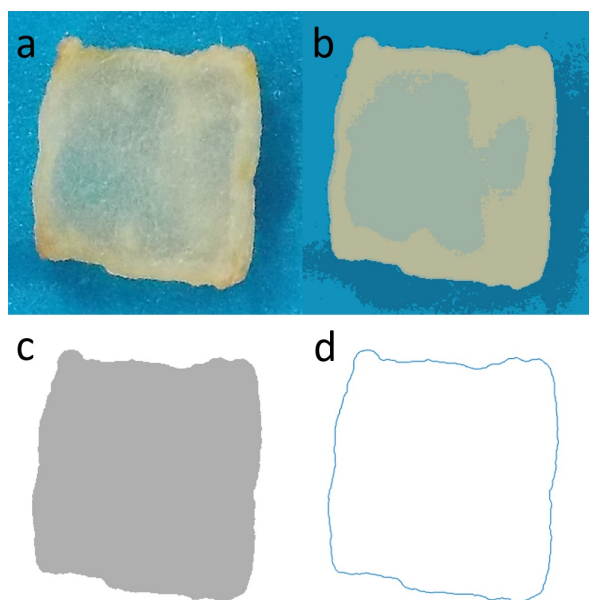


Figura 2.3. Procesamiento de imagen para obtener el contorno del producto.

Con los datos recopilados del análisis de imagen se calcularon el área del objeto en píxeles y en cm por medio de las Ecuaciones (2.5) y (2.6), el área de la muestra en píxeles y en cm a partir de las Ecuaciones (2.7) y (2.8), las coordenadas obtenidas en píxeles x_i y y_i se transforman a cm empleando la Ecuación (2.9) y posteriormente mediante la suma acumulada de la distancia euclidiana entre los puntos consecutivos se calcula el perímetro de la muestra, los factores de forma como área específica, redondez (que es la relación entre el área del objeto y el área del círculo más pequeño que encierra la muestra) y la compactibilidad se estimarán a partir de los parámetros de tamaño y las Ecuaciones (2.10) a (2.12), respectivamente. Los factores de redondez y compactibilidad proporcionan una idea de la circularidad del objeto, ambos factores

se encuentran en el rango de 0 a 1, si el objeto es un círculo perfecto el valor será igual a 1, cuando el valor disminuye el objeto se vuelve menos circular y menos redondo Los resultados fueron normalizados.

$$Aop = \frac{\pi(D_{po})^2}{4} \quad (2.5)$$

$$Aoc = \frac{\pi D_o^2}{4} \quad (2.6)$$

$$Amp = fcm * bi * hi \quad (2.7)$$

$$A = \frac{Amp * Aoc}{Aop} \quad (2.8)$$

$$x'_i = \frac{x_i D_o}{D_{po}}; \quad y'_i = \frac{y_i D_o}{D_{po}} \quad (2.9)$$

$$P = \sqrt{(x'_{i,j+1} - x'_{i,j-1})^2 + (y'_{i,j+1} - y'_{i,j-1})^2} \quad (2.10)$$

$$A_e = \frac{P}{A} \quad (2.11)$$

$$Cd = \frac{4\pi A}{P^2} \quad (2.12)$$

$$Rz = \frac{A}{fcm + fcc} \quad (2.13)$$

Las características morfológicas del producto se obtuvieron mediante la obtención de un contorno promedio para cada tiempo (Figura 2.4) donde a) son los contornos obtenidos para 5 muestras en un mismo tiempo, b) los contornos alineados con un punto de referencia y c) el contorno promedio final, de este se determinó el área, perímetro, área específica, redondez y compatibilidad del producto.

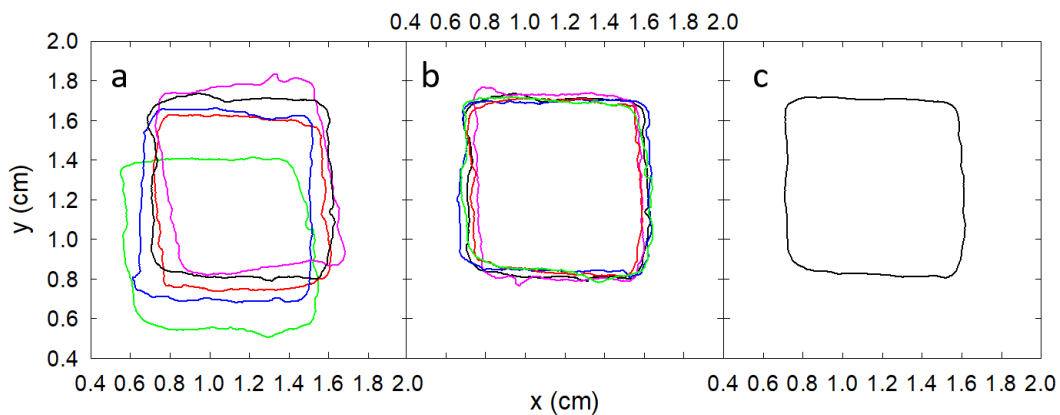


Figura 2.4. Obtención del contorno promedio a partir de diferentes muestras

Con la finalidad de incluir en el modelo de TM y TC los fenómenos de encogimiento y deformación del producto causados por el colapso de la estructura celular, se realizó un ajuste de los datos experimentales para el área de la sección transversal (A), de tal forma que durante el proceso de modelación se pueda incluir el cambio de la longitud del producto (L).

Haciendo la analogía con el proceso de secado se ha observado que el encogimiento y deformación para una misma geometría ocurre de distinta forma. Por lo cual es importante determinar las características de este comportamiento realizando un promedio de los contornos obtenidos mediante el análisis de imagen. Para realizar el promedio es necesario trasladar y alinear cada figura obtenida con respecto a un punto de referencia y debido a que en cada captura la orientación de la muestra es diferente, es necesario realizar el

siguiente algoritmo para alinear los contornos. Se considera que P_i contiene las coordenadas ordenadas de manera homogénea en sentido a las manecillas del reloj para cada punto del contorno i de tal forma que:

$$P_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i,1} & \dots & x_{i,N} \\ y_{i,1} & \dots & y_{i,N} \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

La alineación del contorno P_i con respecto al contorno de referencia P_r implica la traslación de las coordenadas P_i en incrementos de Δx y Δy así como la rotación en el ángulo ϕ a fin de alinear la conversión $P'_i = AP_i$ donde A es tanto una matriz de rotación en el sentido de las manecillas del reloj como una matriz de traslación (Ecuación 2.15).

$$A = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & \Delta x \\ -\sin \phi & \cos \phi & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Los parámetros Δx , Δy , y ϕ deben minimizar la distancia estándar entre P_i y P_r . Sin embargo la comparación adecuada de la relación de los puntos pares que conforman el contorno de la geometría $(x_{i,1}, y_{i,1})$ con $(x_{r,1}, y_{r,1})$, $(x_{i,2}, y_{i,2})$ con $(x_{r,2}, y_{r,2})$ no producen resultados adecuados del ajuste por lo que es necesario realizar una rotación cíclica (γ) y proyección espejo de P_i para obtener una mejor representación y ajuste con respecto al contorno de referencia. La rotación cíclica $T_{i,\gamma}$ del contorno P_i es definida como (Ecuación 2.16) y la distancia estándar euclidiana (ϕ_γ) entre P_r y $T_{i,\gamma}$ está dada por la Ecuación (2.17).

$$T_{i,\gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i,\gamma} & \dots & x_{i,N} & x_{i,1} & \dots & x_{i,\gamma-1} \\ y_{i,\gamma} & \dots & y_{i,N} & y_{i,1} & \dots & y_{i,\gamma-1} \\ 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\phi_\gamma^2 = (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_{i,\gamma}) (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_{i,\gamma})^T + (\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_{i,\gamma}) (\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_{i,\gamma})^T \quad (2.17)$$

Las cuales corresponden a la suma de cuadrados de las distancias x y y entre ambos contornos, además los parámetros $\Delta x, \Delta y, \phi$ y γ consiguen la mejor alineación y superposición entre P_i y P_r (minimizando ϕ) y de esta forma se puede estimar mediante una regresión no lineal. Este procedimiento se debe repetir para la proyección obtenida como reflejo de P_i y es representada de la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{P}}_i = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(\mathbf{x}_i) - x_{i,1} & \dots & \max(\mathbf{x}_i) - x_{i,N} \\ y_{i,1} & \dots & y_{i,N} \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

De esta forma solo la mejor alineación del contorno P_i con respecto a P_r es asignado como $P_{i \rightarrow r}$ y es considerado en el análisis. Por último las coordenadas del contorno son promediadas para obtener una imagen representativa de la deformación del producto, expresada como la Ecuación (2.19), donde C representa el número de contornos promediados.

$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{P_r + \sum P_{i \rightarrow r}}{C} \quad (2.19)$$

De acuerdo con los resultados obtenidos por Ortiz-García-Carrasco et al. (2015) al utilizar la metodología antes descrita para el proceso de secado, se puede tomar cualquier figura como contorno de referencia ya que al realizar la alineación y su análisis los resultados finales son los mismos. Además el comportamiento de deformación del producto se estima repitiendo el procedimiento para cada valor obtenido de la humedad adimensional.

III. Simulación del proceso de freído por inmersión

3.1. Desarrollo teórico del modelo de transferencia de masa y calor simultánea

La modelación del proceso de freído se realizó considerando que la descripción del proceso puede realizarse de forma análoga al proceso de secado descrito por la Ecuación (3.1), donde C representa la concentración en (kg/m^3 producto), D la difusividad efectiva (m^2/s) y t el tiempo en (s). Esta expresión describe la transferencia de masa, considerando que en el proceso de freído ocurren de manera simultánea la pérdida de agua y la ganancia de aceite. Por otra parte la transferencia de calor está descrita mediante la Ecuación (3.2) donde ρ es la densidad, C_p es el calor específico, k la conductividad térmica y T la temperatura del producto, teniendo en cuenta que éste mecanismo de transferencia ocurre simultáneo a la transferencia de masa se considera un segundo término correspondiente a la evaporación, donde, λ es el calor latente de vaporización con respecto al cambio de la concentración de agua C_w .

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} = \nabla \cdot [D_j \nabla (C_j)] \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial (\rho C_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla (T)] - \lambda \frac{\partial C_w}{\partial t} \quad (3.2)$$

1. Para el desarrollo de las ecuaciones se realizan las siguientes consideraciones:
2. El proceso es descrito por la pérdida de agua así como la ganancia de aceite en el producto.
3. La temperatura del producto durante el proceso es variable.
4. Se estima que no existen cambios significativos en la forma del producto pero si de su tamaño.
5. Los valores de difusividad del agua y aceite son variables y,

6. la conductividad térmica (k), densidad (ρ) y calor específico (Cp) están en función de la temperatura (T), pérdida de agua y ganancia de aceite

De acuerdo con lo anterior la ecuación de transferencia de masa (3.1) es desarrollada para la dirección axial z , considerando que el subíndice w denota agua y el subíndice o denota aceite, además se considera que C_j es igual a la concentración de sólidos secos no grasos (C_s) multiplicado por la fracción másica libre de grasa (Y), quedando establecidas las siguientes ecuaciones para la transferencia de agua (3.3) y la transferencia de aceite (3.4) en el alimento.

$$\frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial (C_s Y_o)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_o \frac{\partial (C_s Y_o)}{\partial z} \right) \quad (3.4)$$

La fracción másica libre de grasa (Y_w, Y_o) es determinada considerando la composición del alimento de acuerdo a la Ecuación (3.5), donde m_s es la masa de sólidos no grasos (proteína, cenizas, carbohidratos y fibra), m_w masa del agua y m_o masa del aceite; de tal forma que las fracciones de agua y aceite libres de sólidos no grasos son obtenidas mediante la Ecuación (3.6).

$$X_j = \frac{m_j}{m_s + m_w + m_o} \quad (j = s, w, o) \quad (3.5)$$

$$Y_j = \frac{m_j}{m_w + m_o} \quad (j = w, o) \quad (3.6)$$

Debido al cambio de la composición del alimento con respecto al tiempo se establece que el término izquierdo de la Ecuación (3.3) se desarrolla de la siguiente forma:

$$\frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial t} = C_s \frac{\partial Y_w}{\partial t} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial t} \quad (3.7)$$

donde C_s cambia con respecto al contenido de agua, aceite y temperatura;

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial t} + \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial t} + \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.8)$$

Sustituyendo el término obtenido en la Ecuación (3.7) y realizando el álgebra correspondiente se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial t} = \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right) \frac{\partial Y_w}{\partial t} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial t} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.9)$$

El mismo procedimiento es aplicado para la Ecuación (3.4) obteniéndose:

$$\frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial t} = Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial t} + \left(C_s + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \right) \frac{\partial Y_o}{\partial t} + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.10)$$

Con respecto al lado derecho de la Ecuaciones (3.3) y (3.4) se sigue el siguiente desarrollo considerando que la concentración de sólidos, así como las fracciones de agua y aceite cambian con respecto a la dirección:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \frac{\partial (C_s Y_w)}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \left(C_s \frac{\partial Y_w}{\partial z} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial z} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial z} + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \frac{\partial (C_s Y_o)}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \left(C_s \frac{\partial Y_o}{\partial z} + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial z} + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial z} + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \quad (3.12)$$

Para el desarrollo de la ecuación de transferencia de calor (3.2), se considera que la densidad y calor específico cambian de acuerdo a la composición de alimento (agua líquida w o vapor v , grasa o , sólidos no

grasos s .

$$\rho_j = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\rho_j}} \quad (j = w, o, s) \quad (3.13)$$

$$Cp_j = \sum_{j=1}^n Cp_j x_j \quad (j = w, v, o, s) \quad (3.14)$$

Las ecuaciones de los componentes son integradas para obtener un valor promedio en el rango de temperatura estudiado.

$$\bar{\rho}_j = \frac{\int_{T_0}^{T_\infty} \rho_j dT}{\int_{T_0}^{T_\infty} dT} \quad (3.15)$$

$$\bar{Cp}_j = \frac{\int_{T_0}^{T_\infty} Cp_j dT}{\int_{T_0}^{T_\infty} dT} \quad (3.16)$$

De acuerdo con la consideración anterior, el desarrollo del término del lado izquierdo de la ecuación de transferencia de calor (3.2) se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\rho Cp T)}{\partial t} = \rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} + T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial t} \quad (3.17)$$

donde,

$$\frac{\partial(\rho Cp)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.18)$$

Sustituyendo en la Ecuación (3.17) y realizando el arreglo matemático se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial(\rho CpT)}{\partial t} = T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_w} \frac{\partial Y_w}{\partial t} + T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial t} + \left(\rho Cp + T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.19)$$

Para el otro lado de la ecuación de transferencia de calor se establece que la conductividad térmica varía con respecto a la temperatura y la composición del alimento y es calculada a partir de la ecuación de Choi y Okos (3.22), siendo k una variable se desarrolla de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \lambda \frac{\partial(C_s Y_w)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial k}{\partial z} - \quad (3.20)$$

$$\left(\lambda \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right) \frac{\partial Y_w}{\partial t} + \lambda (C_s) + \lambda Y_w \left(\frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \frac{\partial Y_o}{\partial t} + \frac{\partial C_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) \right) \quad (3.21)$$

$$k_j = \sum_{j=1}^n k_j x_j \quad (j = w, v, o, s) \quad (3.22)$$

Donde el término de vaporización se pasa al lado izquierdo de la ecuación de transferencia de calor y se hace el arreglo correspondiente, quedando como la Ecuación (3.23).

$$\left(T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_w} + \lambda \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right) \right) \frac{\partial Y_w}{\partial t} + \left(T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial Y_o} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \right) \frac{\partial Y_o}{\partial t} + \quad (3.23)$$

$$\left(\rho Cp + T \frac{\partial(\rho Cp)}{\partial T} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla(T)] \quad (3.24)$$

La solución de las ecuaciones descritas y desarrolladas anteriormente para cada mecanismo de transferencia se puede representar mediante la forma:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (3.25)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} & Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} & Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \\ Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} & C_s + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} & Y_o \frac{\partial C_s}{\partial T} \\ T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial Y_w} + \lambda \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right) & T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial Y_o} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} & \rho C p + T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial T} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_w}{\partial t} \\ \frac{\partial Y_o}{\partial T} \\ \frac{\partial T}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \nabla \cdot (D_w \nabla (C_s Y_w)) \\ \nabla \cdot (D_o \nabla (C_s Y_o)) \\ \nabla \cdot [k \nabla (T)] \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Para la solución del modelo, las ecuaciones fueron expresadas en el sistema coordenado rectangular para dos dimensiones considerando un cuarto de la geometría del producto debido a que existe simetría alrededor de los ejes. Las ecuaciones diferenciales parciales fueron expresadas como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante la discretización por diferencias finitas por lo que la matriz \mathbf{B} tiene la forma:

$$b_{p1} = \nabla \cdot (\phi_p \nabla (u_p)) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_p \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) \quad (p = 1, 2, 3) \quad (3.29)$$

donde $\phi_1 = D_w$, $\phi_2 = D_o$, $\phi_3 = k$, $u_1 = C_s Y_w$, $u_2 = C_s Y_o$, $u_3 = T$. Siendo que cada b_{p1} puede ser discretizada en el nodo j, k como:

$$(b_{p1})_{jk} = \frac{\phi_{p,j+1/2,k} (u_{p,j+1,k} - u_{p,j,k}) - \phi_{p,j-1/2,k} (u_{p,j,k} - u_{p,j-1,k})}{(\Delta x)^2} + \quad (3.30)$$

$$\frac{\phi_{p,j,k+1/2} (u_{p,j,k+1} - u_{p,j,k}) - \phi_{p,j-1/2,k} (u_{p,j,k} - u_{p,j,k-1})}{(\Delta y)^2} \quad (3.31)$$

donde

$$\phi_{p,j\pm 1/2,k} = (\phi_{p,j\pm 1/2,k} + \phi_{p,j,k})/2 \quad (3.32)$$

$$\phi_{p,j,k\pm 1/2} = (\phi_{p,j,k\pm 1/2} + \phi_{p,j,k})/2 \quad (3.33)$$

Así cuando la matriz \mathbf{B} es evaluada en el nodo j, k se expresa como:

$$\mathbf{B}_{j,k} = \begin{bmatrix} (b_{11})_{jk} \\ (b_{21})_{jk} \\ (b_{31})_{jk} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Por otra parte, la matriz \mathbf{A} evaluada en el nodo j, k se escribe como:

$$\mathbf{A}_{j,k} = \begin{bmatrix} \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right)_{j,k} & \left(Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \right)_{j,k} & \left(Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \right)_{j,k} \\ \left(Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right)_{j,k} & \left(C_s + Y_o \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \right)_{j,k} & \left(Y_o \frac{\partial C_s}{\partial T} \right)_{j,k} \\ \left(T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial Y_w} + \lambda \left(C_s + Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_w} \right) \right)_{j,k} & \left(T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial Y_o} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial Y_o} \right)_{j,k} & \left(\rho C p + T \frac{\partial(\rho C p)}{\partial T} + \lambda Y_w \frac{\partial C_s}{\partial T} \right)_{j,k} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

De forma que la solución para \mathbf{X} es igual a:

$$\mathbf{X}_{j,k} = \mathbf{A}_{j,k}^{-1} \mathbf{B}_{j,k} \quad (3.36)$$

A continuación se presentan los términos utilizados para la matriz \mathbf{A} .

$$C_s = \frac{\rho}{1 + Y_w + Y_o} \quad (3.37)$$

$$\rho = \frac{\rho_w \rho_o \rho_s (1 + Y_w + Y_o)}{\rho_o \rho_s Y_w + \rho_w \rho_s Y_o + \rho_w \rho_o} \quad (3.38)$$

Sustituyendo los términos en la derivada y desarrollando se obtiene la Ecuación (3.39) para $\frac{\partial C_s}{\partial Y_w}$

$$\frac{\partial C_s}{\partial Y_w} = \rho \frac{\partial (1 + Y_w + Y_o)^{-1}}{\partial Y_w} + (1 + Y_w + Y_o)^{-1} \frac{\partial \rho}{\partial Y_w} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial (1 + Y_w + Y_o)^{-1}}{\partial Y_w} = \frac{1}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial Y_w} = \left(\frac{1}{(1 + Y_w + Y_o)} \frac{\rho_w \rho_o \rho_s (\rho_o \rho_s Y_w + \rho_w \rho_s Y_o + \rho_w \rho_o) - \rho_w \rho_o^2 \rho_s^2 (1 + Y_w + Y_o)}{(\rho_o \rho_s Y_w + \rho_w \rho_s Y_o + \rho_w \rho_o)^2} \right) \quad (3.41)$$

Para $\frac{\partial C_s}{\partial Y_o}$ la ecuación queda definida como:

$$\frac{\partial C_s}{\partial Y_o} = \rho \frac{\partial (1 + Y_w + Y_o)^{-1}}{\partial Y_o} + (1 + Y_w + Y_o)^{-1} \frac{\partial \rho}{\partial Y_o} \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial (1 + Y_w + Y_o)^{-1}}{\partial Y_o} = \frac{1}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial Y_o} = \left(\frac{1}{(1 + Y_w + Y_o)} \frac{\rho_w \rho_o \rho_s (\rho_o \rho_s Y_w + \rho_w \rho_s Y_o + \rho_w \rho_o) - \rho_w^2 \rho_o \rho_s^2 (1 + Y_w + Y_o)}{(\rho_o \rho_s Y_w + \rho_w \rho_s Y_o + \rho_w \rho_o)^2} \right) \quad (3.44)$$

El término $\frac{\partial C_s}{\partial T}$ se considera constante por lo que el coeficiente $a_{13} = 0$ y $a_{23} = 0$.

En el caso de $\frac{\partial(\rho C_p)}{\partial Y_w}$ se obtiene la Ecuación (3.47).

$$\frac{\partial(\rho C_p)}{\partial Y_w} = \rho \frac{\partial C_p}{\partial Y_w} + C_p \frac{\partial \rho}{\partial Y_w} \quad (3.45)$$

$$C_p = C_{p_w} \left(\frac{Y_w}{1 + Y_w + Y_o} \right) + C_{p_o} \left(\frac{Y_o}{1 + Y_w + Y_o} \right) + C_{p_s} \left(\frac{1}{1 + Y_w + Y_o} \right) \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial C_p}{\partial Y_w} = C_{p_w} \left(\frac{(1 + Y_w + Y_o) - Y_w}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \right) - \frac{C_{p_o} Y_o}{(1 + Y_w + Y_o)^2} - \frac{C_{p_s}}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \quad (3.47)$$

Para $\frac{\partial(\rho C_p)}{\partial Y_o}$ se obtiene la Ecuación (3.48).

$$\frac{\partial C_p}{\partial Y_o} = -\frac{C_{p_w} Y_w}{(1 + Y_w + Y_o)^2} + C_{p_o} \left(\frac{(1 + Y_w + Y_o) - Y_o}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \right) - \frac{C_{p_s}}{(1 + Y_w + Y_o)^2} \quad (3.48)$$

Finalmente, el calor latente de vaporización es calculado a partir de la Ecuación (3.49) donde $C_1 = 5.2053E07$, $C_2 = 0.3199$, $C_3 = -0.212$, $C_4 = 0.25795$. y T_r es la temperatura reducida donde $T_r = T/T_c$ y T_c es la temperatura crítica del agua.

$$\lambda = C_1 (1 - T_r)^{C_2 + C_3 T_r + C_4 T_r^2} \quad (3.49)$$

La simulación del modelo matemático se realiza considerando las siguientes condiciones iniciales

$$\text{para } t = 0, Y_w = Y_{w0} \quad (3.50)$$

$$\text{para } t = 0, Y_o = Y_{o0} \quad (3.51)$$

$$\text{para } t = 0, T = T_0 \quad (3.52)$$

Donde $Y_{w0} = 0.88 \text{ kg agua/kg s.}$, $Y_{o0} = 0 \text{ kg aceite/kg s.}$ y $T_0 = 20^\circ\text{C}$, la temperatura del medio $T_\infty = 180$ y la composición de sólidos no grasos está conformada por proteína $p = 0.0119$, cenizas $a = 0.0053$, carbohidratos $ch = 0.0945$ y fibra $fi = 0.0083$. Además se considera que llega al equilibrio instantáneo en la superficie del producto y que la evaporación de agua ocurre a una temperatura mayor de 100°C .

Los valores de difusividad fueron obtenidos mediante el modelo de la Ecuación (3.53), donde los coeficientes $D_{0_w} = -8.3687$, $Ea_w = -4737.6$, $D_{0_o} = -18.54$, $Ea_o = -1430.11$, y $R = 0.008314$ se obtuvieron mediante un ajuste a los datos reportados por Moyano & Berna (2002).

$$D_j = D_{0_j} \exp \left[-\frac{Ea_j}{RT(K)} \right] \quad (j = w, o) \quad (3.53)$$

Las ecuaciones descritas anteriormente para el proceso de freído fueron simuladas mediante la rutina ode45 en Matlab (Matlab R2014a, MathWorks Inc., Natick, MA, USA). Se consideró una longitud característica de 0.005 m para un número de 1600 ecuaciones diferenciales ordinarias totales.

3.2. Modelación de la transferencia de masa y calor durante el proceso de enfriamiento en el post freído de alimentos

Con base en el desarrollo del modelo descrito en la sección 3.1 se propone un modelo de transferencia de masa y calor simultánea basado en coeficientes globales para describir la absorción de aceite, la pérdida de agua y los cambios de temperatura que ocurren durante el período posterior a la fritura de los alimentos. El modelo se ajustó simultáneamente a 24 cinéticas posteriores a la fritura las cuales fueron retomadas de la literatura y describen el contenido de aceite superficial y el aceite absorbido en la superficie, así como las temperaturas superficiales y centrales de los cilindros de papa a seis temperaturas (25, 100, 120, 140, 160 y 180°C). Además, se desarrollaron algoritmos simples para evaluar el espesor de la película de aceite superficial y la distancia mínima de penetración del aceite.

Tomando en cuenta que el alimento no solo se deshidrata parcialmente, sino que también absorbe aceite mientras desarrolla características únicas de sabor, color y textura (Huang & Fu, 2014; Kumar et al., 2017). Cuando se frían, los alimentos desarrollan una corteza exterior seca, mientras que el centro permanece húmedo y suave (Devi et al., 2020; Gouyo et al., 2021). Algunos estudios han demostrado que la mayor parte del aceite obtenido por los alimentos permanece confinado en la región superficial inmediatamente después de freírlos (Bouchon et al., 2003; Debnath et al., 2009). Este aceite se infiltra gradualmente en la corteza durante el período de enfriamiento posterior a al freído (Bouchon & Pyle, 2005a; Touffet et al., 2020). Dado que los alimentos fritos aumentan su contenido de aceite hasta en un 40%, existe una gran preocupación para los consumidores conscientes de la salud (He et al., 2012; Topete-Betancourt et al., 2020; Wanakamol & Poonlarp, 2018), es fundamental una caracterización adecuada de esta etapa para desarrollar estrategias para minimizar la absorción de aceite posterior al proceso de freído.

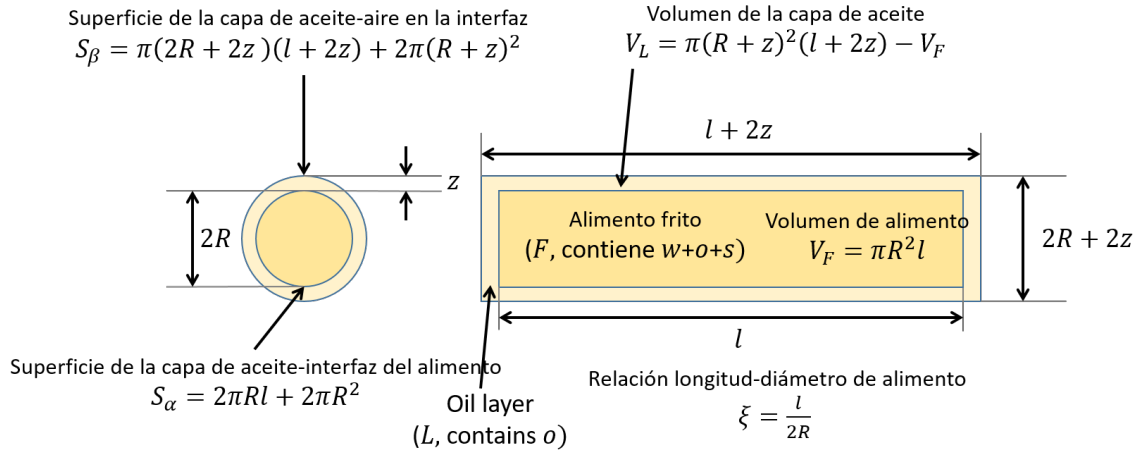
Los métodos para eliminar el aceite adherido en la superficie del producto después del proceso de freído han ganado interés en la industria alimentaria (Liberty et al., 2019). Por ejemplo, se ha demostrado que la centrifugación es un método eficaz para eliminar el aceite después de freír (Sothornvit, 2011; Kim & Moreira, 2013). La presión aplicada (drenaje atmosférico y de vacío) y la temperatura también muestran un efecto importante en la absorción de aceite posterior al freído (Debnath et al., 2009; Tarmizi & Niranjana, 2013a). Por lo tanto, estudios seleccionados han resaltado la necesidad de desarrollar modelos matemáticos para describir esta etapa (Bouchon & Pyle, 2005a,0; He et al., 2012). En este sentido, Bouchon & Pyle, 2005a,0 desarrollaron y probaron un modelo predictivo para el enfriamiento después del freído donde la

absorción de aceite se consideraba un flujo impulsado por la presión debido a las fuerzas capilares. La etapa de enfriamiento se formuló como un proceso de conducción en estado no estacionario en el que se supuso que la cantidad de agua evaporada era insignificante. He et al., 2012 también investigaron los gradientes de temperatura y presión durante la etapa posterior al freído al vacío y la presión atmosférica. Los modelos matemáticos formulados por Bouchon & Pyle, 2005a,0 y He et al., 2012 permitieron predecir una mayor succión capilar de aceite a bajas temperaturas de almacenamiento. Sin embargo, ninguno de estos estudios realizó mediciones del aceite absorbido en la superficie para evaluar experimentalmente su migración. Según el conocimiento de los autores, esta tarea solo ha sido realizada por Debnath et al., 2009. Estos autores también formularon un modelo de transferencia de masa con superficie equilibrada para evaluar la tasa de transferencia de masa y su equilibrio. Desafortunadamente, la literatura disponible sobre el modelado de la absorción de aceite durante el proceso de enfriamiento después del proceso de freído sigue siendo muy limitado y varios aspectos permanecen sin explorar, como la posible pérdida de agua y los efectos de enfriamiento por evaporación.

3.2.1. Desarrollo del modelo

El modelo descrito para el proceso de enfriamiento después del freído por inmersión describe el intercambio de calor y masa que ocurre entre el aceite de la capa superficial (L), el alimento (F) y el aire que lo rodea. En la Figura 3.1 se muestra un diagrama esquemático que muestra las fases involucradas y las dimensiones relevantes del sistema investigado, mientras que en la Figura 3.2 se muestran los flujos de transferencia de calor y masa que ocurren durante el enfriamiento posterior a la fritura de los alimentos. La comida frita se representa como un cilindro; sin embargo, el modelo propuesto no está restringido a esta geometría y puede generalizarse fácilmente para considerar otras formas de productos. Donde el subíndice α denota el límite de la capa de aceite (OL)-alimento, mientras que un subíndice β se usa para la interfaz OL -aire. Los balances de masa se refieren a las cantidades de agua (W), aceite absorbido (Y) y aceite superficial (O), todos expresados por masa de sólidos libres de grasa en los alimentos, que permanecen constantes durante el proceso.

a) Capa de aceite más alimento frito



b) División del alimento frito en (1) región seca y (2) húmeda

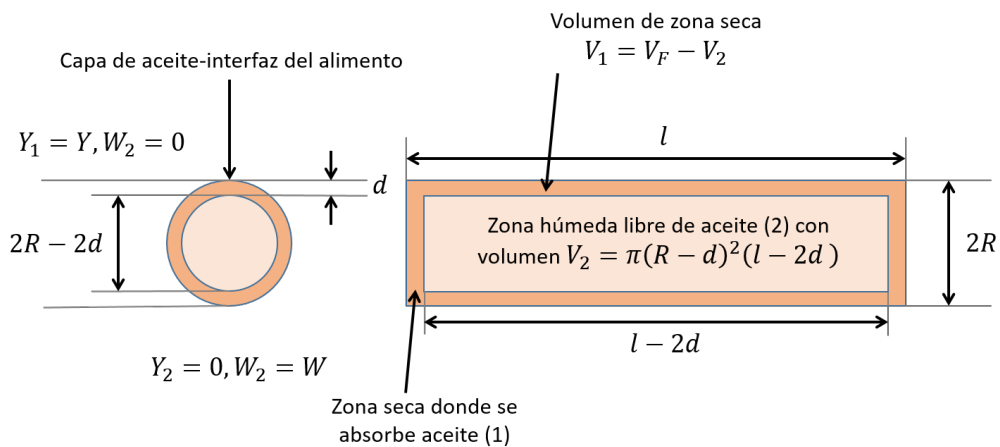


Figura 3.1. Dimensiones del sistema estudiado en (a) modelo de la absorción de aceite posterior a la fritura y (b) algoritmo para evaluar la distancia mínima para la absorción de aceite.

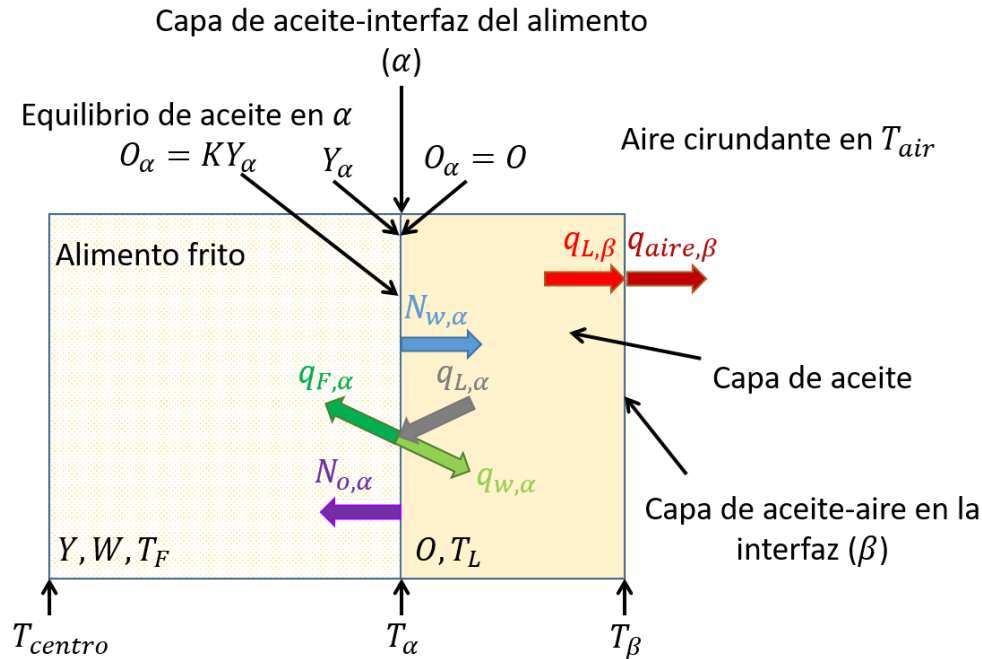


Figura 3.2. Vista esquemática del sistema investigado que muestra las características y flujos de calor y masa en el modelo de absorción de aceite post freído. Flujos de energía en α : $q_{L,\alpha} = k_{hL,\alpha}(T_\alpha - T_L)S_\alpha$ (lado del aceite) y $q_{F,\alpha} = k_{hF,\alpha}(T_F - T_\alpha)S_\alpha$ (lado del alimento), flujos de energía en β : $q_{L,\beta} = k_{hL,\beta}(T_\beta - T_L)S_\beta$ (lado del aceite) y $q_{air,\beta} = h(T_{air} - T_\beta)S_\beta$ (lado del aire), flujo de agua evaporada en α : $N_{w,\alpha} = -RS_\alpha$ (este flujo tiene la misma forma a ambos lados del límite), energía gastada en la evaporación del agua: $q_{w,\alpha} = \lambda N_{w,\alpha}$, flujo de aceite en α (lado del alimento): $N_{o,\alpha} = k_m c_s (Y_\alpha - Y)S_\alpha$.

Para simplificar el desarrollo teórico del modelo se establecieron las siguientes consideraciones:

1. El alimento consiste en agua (w), aceite (o) y sólidos libres de grasa (s) y después del proceso de freído el producto se cubre con una película uniforme de aceite
2. La película de aceite ofrece una resistencia insignificante al aceite absorbido en el interior del alimento
3. Durante el enfriamiento del producto después del freído la película de aceite que se forma permanece libre de cualquier otro componente
4. La capa de aceite no se acumula ni ofrece una resistencia significativa a la pérdida del agua
5. Durante el enfriamiento el producto pierde agua en forma de vapor
6. La transferencia de calor tanto dentro de la capa de aceite como del alimento está controlado por un mecanismo de conducción

7. La transferencia de calor entre la capa de aceite y el aire se realiza mediante convección
8. El producto no sufre de encogimiento en la etapa de enfriamiento después del proceso de freído
9. Finalmente, el volumen del aceite absorbido por el alimento es igual a la pérdida de volumen de la capa de aceite que se forma

3.2.1.1. Balance de masa

El balance de masa para el aceite que penetra la superficie (Y) en el alimento se expresa en términos del coeficiente de transferencia de masa global (k_m) como:

$$V_F c_s \frac{dY}{dt} = k_m c_s (Y_i - Y) S_i \quad (3.54)$$

Donde V_F es el volumen del alimento, c_s es la concentración volumétrica de sólidos secos libres de grasa en el alimento (para el desarrollo de este modelo se pueden considerar únicamente como sólidos), Y es el contenido de aceite en el alimento (en base seca), Y_i es el contenido de aceite (en base seca) en el límite entre la capa de aceite y el alimento y S_i es la superficie de contacto entre el alimento y las regiones de la capa de aceite.

El contenido de aceite en la superficie no absorbido (O , base seca) se puede estimar mediante la ecuación:

$$O = O_0 - (Y - Y_0) \quad (3.55)$$

Se propone un coeficiente de partición de masa promedio (K) para relacionar las concentraciones de aceite en ambos lados de la interfaz capa de aceite-alimento (i),

$$O_i = KY_i \quad (3.56)$$

Donde $O_i = O$ esto debido a la condición de una resistencia insignificante de la capa de aceite a la transferencia de masa. Por otra parte, el agua contenida en el producto se pierde en forma de vapor pero no se

acumula en la capa de aceite es decir, permanece libre de agua durante la etapa de enfriamiento después del freído. El balance de masa para el contenido promedio de agua (W , en base seca) en la región del alimento (2) es descrita como:

$$V_F c_s \frac{dW}{dt} = \dot{\mathbf{R}} S_F \quad (3.57)$$

Donde $\dot{\mathbf{R}}$ es la velocidad para la pérdida de agua. Este término se modela como una reacción de primer orden dependiente de la concentración de agua,

$$\dot{\mathbf{R}} = k c_s W \quad (3.58)$$

El término $\dot{\mathbf{R}}$ también debe ajustarse de acuerdo a la temperatura del producto. En este caso, se considera que la constante de velocidad de primer orden (k) depende de la presión de saturación del agua ($p_{w,sat}$), una función de temperatura, por la siguiente relación,

$$k = k_0 p_{w,sat} \quad (3.59)$$

Siendo k_0 un parámetro que ajusta la tasa de evaporación

3.2.1.2. Balance de energía

El balance de energía para la capa de aceite se describe mediante el coeficiente de transferencia de calor global (k_h) de la siguiente forma:

$$V_O \rho_O C_{pO} \frac{dT_O}{dt} = k_{hO,surf} (T_{surf} - T_O) S_{surf} + k_{hO,i} (T_i - T_O) S_i \quad (3.60)$$

Donde los términos T_O , ρ_O , C_{pO} y V_O corresponden a la temperatura, densidad, calor específico y volumen de la película de aceite, respectivamente. Las cantidades T_{surf} y T_i representan las temperaturas en los

límites de la película de aceite-aire y la película de aceite-alimento, respectivamente, mientras que S_{surf} es la superficie de contacto entre la capa de aceite y las regiones de aire. De forma similar el balance de energía en el alimento se describe como:

$$V_F \rho_F C_{pF} \frac{dT_F}{dt} = k_{hF,i} (T_i - T_F) S_i \quad (3.61)$$

Para esta expresión los términos T_F , ρ_F , C_{pF} y V_F corresponden a la temperatura, densidad, calor específico y volumen del producto, respectivamente. El balance de energía en el límite entre la película de aceite y el aire está dado por,

$$k_{hO,surf} (T_{surf} - T_O) = h (T_{surf} - T_\infty) \quad (3.62)$$

El símbolo T_∞ es la temperatura del aire que rodea y h es un coeficiente de transferencia de calor externo (convectivo). En el otro límite, el flujo de energía transferido desde la región de la película de aceite hacia la interfaz capa de aceite-alimento se divide en el flujo de energía que calienta el alimento y la energía gastada en la evaporación del agua ($\lambda \dot{R}$), es decir,

$$k_{hO,i} (T_i - T_1) = k_{hF,i} (T_i - T_2) + \lambda \dot{R} \quad (3.63)$$

siendo λ el calor latente de vaporización del agua.

3.2.2. Validación experimental

Debnath et al. (2009) reportaron el comportamiento después del proceso de freído de rebanadas de papa obtenidas a diferentes temperaturas de tratamiento. Brevemente, se frieron cilindros de papa (1 cm de diámetro y 4 cm de largo) a 180°C durante 5 min, posteriormente se transfirieron a un horno de aire precalentado a 100, 120, 140, 160 o 180°C. Las rebanadas de papa se retiraron del horno después de 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 240 ó 300 s y se analizaron para determinar su contenido de aceite superficial e interno (estructura). Las rebanadas fritas se sumergieron en hexano durante 20 s para recuperar el aceite adherido

a su superficie. Después, las muestras extraídas se secaron en horno a 105°C durante 24 h, este paso previo para determinar su contenido de aceite interno mediante extracción Soxhlet con éter de petróleo. Tanto el contenido de aceite superficial como el interno se expresaron como masa de aceite por masa de sólidos secos libres de grasa. También se registró la temperatura de las muestras utilizando un termopar tipo T ubicado en el centro geométrico y 0,5 mm por debajo de la superficie. Se llevó a cabo un experimento adicional manteniendo las muestras de papa frita a temperatura ambiente (25°C). El contenido de aceite y los datos de temperatura de esos experimentos se utilizan en este estudio.

3.2.3. Solución del modelo

El modelo de transferencia de masa y calor para el proceso de enfriamiento después del freído formado por las Ecs. (3.54)-(3.63) no tiene solución analítica, por lo que se resolvió numéricamente. Se establecieron las condiciones iniciales para las Ecs. (3.54), (3.57), (3.60) y (3.62) se tomaron de los datos experimentales disponibles como 0,034 g de aceite/g de sólidos, 1,22 g de agua/g de sólidos, 180 °C y 115 °C, respectivamente. La composición de sólidos secos libres de grasa de la papa se consideró de 0,0989 g proteína/g sólido, 0,7822 g carbohidratos/g sólido, 0,0764 g fibra/g sólido y 0,0425 g ceniza/g sólido (ASHRAE, 2010). Esta composición se utilizó para determinar su densidad (ρ_s), calor específico (C_{ps}) y conductividad térmica (κ_s) como:

$$\rho_s = \frac{1}{\left(\frac{x_p}{\rho_p} + \frac{x_c}{\rho_c} + \frac{x_f}{\rho_f} + \frac{x_a}{\rho_a}\right)} \quad (3.64)$$

$$C_{ps} = x_p C_{pp} + x_c C_{pc} + x_f C_{pf} + x_a C_{pa} \quad (3.65)$$

$$\kappa_s = x_p \kappa_p + x_c \kappa_c + x_f \kappa_f + x_a \kappa_a \quad (3.66)$$

Donde x denota la fracción másica de un componente dado en los sólidos, mientras que los subíndices p , c , f y a denotan la proteína, los carbohidratos, la fibra y las cenizas, respectivamente. Las ecuaciones y los

parámetros necesarios para evaluar las propiedades anteriores se pueden encontrar en la Tabla (3.1).

La densidad y calor específico del alimento fueron calculados con:

$$\rho_F = \frac{(1 + Y + W)}{\left(\frac{1}{\rho_s} + \frac{Y}{\rho_o} + \frac{W}{\rho_w}\right)} \quad (3.67)$$

$$C_{pF} = \frac{(C_{pS} + C_{pO}Y + C_{pW}W)}{(1 + Y + W)} \quad (3.68)$$

$$\kappa_F = \frac{(\kappa_s + \kappa_o Y + \kappa_w W)}{(1 + Y + W)} \quad (3.69)$$

con los subíndices *o* y *w* denotando aceite y agua, respectivamente.

<i>j</i>	$\rho_j = A + BT + CT^2$ (kg/m ³)			$C_{pj} = A + BT + CT^2$ (J/kg/°C)			$\kappa_j = A + BT + CT^2$ (J/kg/°C)		
	A	B	C	A	B	C × 10 ³	AE1	BE3	CE6
<i>p</i>	1329.9	-0.51840	-	2008.2	1.2089	-1.3129	1.7881	1.1958	-2.7178
<i>c</i>	1599.1	-0.31046	-	1548.8	1.9625	-5.9399	2.0141	1.3874	-4.3312
<i>f</i>	1311.5	-0.36589	-	1845.9	1.8306	-4.6509	1.8331	1.2497	-3.1683
<i>a</i>	2423.8	-0.28063	-	1092.6	1.8896	-3.6817	3.2962	1.4011	-2.9069
<i>o</i>	925.59	-0.41757	-	1984.2	1.4733	-4.8008	1.8071	-0.27604	-0.17749
<i>w</i>	997.18	3.1439E-3	-3.7574E-3	4176.2	-9.0864E-2	5.4731E-3	5.7109	1.7625	-6.7036

^a Tomado de ASHRAE (2010).

Tabla 3.1. Modelos y parámetros utilizados para evaluar el calor específico, la densidad y la conductividad térmica después del freído de rebanadas de papa

El calor latente de vaporización (λ) y la presión de saturación del agua ($p_{(w,sat)}$) se tomaron de Liley et al. (1997),

$$\lambda = 2.8894 \times 10^6 \left(1 - \frac{\theta}{647.13}\right)^{0.3199 - 0.212\left(\frac{\theta}{647.13}\right) + 0.25795\left(\frac{\theta}{647.13}\right)^2} \quad (3.70)$$

$$P_{(w,sat)} = \frac{\exp\left(73.649 - \frac{7258.2}{\theta} - 7.3037 \ln(\theta) + 4.1653 \times 10^{-6} \theta^2\right)}{1000} \quad (3.71)$$

El símbolo θ representa la temperatura absoluta.

Se adaptó una formulación de conducción para los coeficientes de transferencia de calor interna.

Estas cantidades tienen la forma (para $j = F, O$)

$$k_{(hj,i)} = \frac{\kappa_j}{\delta_j} = \frac{\kappa_j}{\phi_j L_j} \quad (3.72)$$

$$k_{(hO,surf)} = \frac{\kappa_O}{\delta_{surf}} = \frac{\kappa_O}{(\phi_{surf} L_O)} \quad (3.73)$$

donde δ es el espesor efectivo de la película donde ocurre la transferencia de calor, L es la longitud característica para la conducción y ϕ es un factor geométrico definido por la expresión

$$\phi = \frac{aL}{\lambda_1^2} \quad (3.74)$$

En la ecuación anterior, a es la superficie específica y λ_1 es el primer valor propio de la solución analítica adecuada para la ecuación de conducción en estado no estacionario. Los detalles sobre la evaluación de ϕ los dan Martínez-Ramos et al. (2021). Para un cilindro finito que representa el alimento como, ϕ_F se calcula con la fórmula

$$\phi_F = \frac{(S_i/V_F)R}{\frac{\pi^2}{4\xi^2} + 2.4048^2} \quad (3.75)$$

El término ξ y R representan la relación de longitud a diámetro y el radio de los cilindros de papa, respectivamente. ecuaciones (3.72) y (3.73) se basan en el radio del cilindro como la longitud característica para la conducción, ($L_F = R$). Por otro parte, la película de aceite se puede considerar un bloque delgado con espesor L_O . En este caso

$$\phi_O = \frac{4(S_i/V_O)L_O}{\pi^2} \quad (3.76)$$

$$\phi_{surf} = \frac{4(S_{surf}/V_O)L_O}{\pi^2} \quad (3.77)$$

El coeficiente de transferencia de masa en el alimento fue considerado para el siguiente modelo de Arrhenius

$$k_m = k_{m0} \exp\left(\frac{E}{R_g \theta}\right) \quad (3.78)$$

El término k_{m0} es el factor preexponencial, E es la energía de activación y R_g es la constante universal de los gases. La disminución en el volumen de la capa de aceite se puede calcular con

$$V_O = \frac{m_s O}{\rho_o} \quad (3.79)$$

Los parámetros restantes definen la velocidad de transferencia de aceite dentro del alimento (k_{m0}, E), la transferencia de calor entre la capa de aceite y el aire (h), la velocidad de pérdida de agua (k_0) y el equilibrio másico del aceite entre la superficie y las zonas del alimento (K) se estimaron mediante regresión no lineal.

3.2.4. Espesor inicial de la película de aceite y distancia mínima de impregnación del aceite

El modelo propuesto necesita una estimación del espesor inicial de la capa de aceite para evaluar más a fondo el volumen de esta región. Por lo tanto, se formuló el siguiente algoritmo para lograr este objetivo. El procedimiento comienza con la suposición del espesor de la capa de aceite (L_{O0}). Como resultado, se puede calcular el volumen de esta capa (V_{O0}). Para la geometría cilíndrica, esta cantidad se evalúa como la diferencia de volumen entre la papa más el aceite y los cilindros de papa,

$$V_{O0} = V_{OF0} - V_F = \pi(R + L_{O0})^2(l + 2L_{O0}) - \pi R^2 l \quad (3.80)$$

Donde l es la longitud de las muestras de papa y el subíndice 0 representa el estado inicial. El siguiente paso consiste en calcular la densidad inicial del alimento (ρ_{F0}) a partir de Y_0 , W_0 , T_{F0} y la composición del alimento presentados en la Tabla (3.1). La fracción de masa X de un componente en los alimentos se relaciona con Y y O por la expresión ($j = o, s, w$)

$$X_o = \frac{Y}{1 + Y + W}; X_w = \frac{W}{1 + Y + W}; X_s = \frac{1}{1 + Y + W} \quad (3.81)$$

La masa inicial de alimento (m_{F0}) puede ser estimada a partir de ρ_{F0} y V_F , y se puede usar con X_s para estimar la masa de sólidos (m_s) (que permanece sin cambios después del proceso de freído). Posteriormente, se calcula la densidad inicial de la capa de aceite (ρ_{o*0})

$$\rho_{o*0} = \frac{m_s O_0}{V_{O0}} \quad (3.82)$$

Esta densidad debe coincidir con la del aceite en las fórmulas de composición (ρ_{o0}) utilizadas para evaluar ρ_{F0} . Es decir, L_{O0} debe satisfacer la siguiente función objetivo

$$f(L_{O0}) = \rho_{o0*} - \rho_{o0} = 0 \quad (3.83)$$

Esta función se cumple para $L_{O0} = 475 \mu\text{m}$ usando $Y_0 = 0.034 \text{ g aceite/g sólido}$, $W_0 = 1.22 \text{ g agua/g sólido}$, $O_0 = 0.406 \text{ g aceite/g sólido}$, $\rho_{o0} = 0.850 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{w0} = 0.876 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{s0} = 1.501 \text{ g/cm}^3$. Con estas cantidades, las variables restantes se estiman como $X_s = 0.444 \text{ g sólidos/g alimento}$, $\rho_{F0} = 1.074 \text{ g/cm}^3$, $V_F = 3.142 \text{ cm}^3$, $V_{O0} = 0.715 \text{ cm}^3$, $V_{OF0} = 3.857 \text{ cm}^3$ y $m_s = 1.497 \text{ g}$. Se puede desarrollar un procedimiento similar para evaluar la distancia mínima de penetración del aceite (d) durante la fritura posterior. El algoritmo divide el alimento en dos regiones: (1) una zona seca donde se absorbe el aceite (V_1) y (2) una zona húmeda libre de aceite (V_2). El algoritmo requiere Y , W , T_F y una suposición inicial para d . Los contenidos de aceite y agua en las dos regiones se asignan como $Y_1 = Y$, $W_1 = 0$, $Y_2 = 0$ y $W_2 = W$. Las variables Y y W se utilizan para estimar X_o , X_w y X_s con la ecuación (3.81).

$$V_1 = V_F - V_2 = \pi R^2 l - \pi(R-d)^2(l-2d) \quad (3.84)$$

Como resultado, la masa de sólidos totales en el alimento (m_s) se puede estimar X_s , m_F , ρ_F y V_F como se muestra para la estimación de L_{O0} . La cantidad m_s se puede dividir en las regiones 1 y 2 como (para $j = 1, 2$),

$$m_{s,j} = \frac{V_j}{V_F m_s} \quad (3.85)$$

Posteriormente la densidad de cada región se determina para ($j = 1, 2$),

$$\rho_j^* = \frac{m_s Y_j + m_s O_j + m_{s,j}}{V_j} \quad (3.86)$$

Además, se calculan los contenidos locales de aceite (Y_j^*) y agua (W_j^*) (masa de agua o aceite por masa de sólidos de la región) (para $j = 1, 2$),

$$Y_j^* = \frac{m_s Y_j}{m_{s,j}}; O_j^* = \frac{m_s O_j}{m_{s,j}} \quad (3.87)$$

Las variables Y_j^* y W_j^* se emplean para estimar la densidad de cada región (ρ_j) con fórmulas de com-

posición y Eq. (3.67) (para $j = 1, 2$). Las densidades de las regiones 1 y 2 evaluadas con las fórmulas de composición deben coincidir con las evaluadas con la ecuación. (3.86). Por lo tanto, d debe satisfacer la siguiente función objetivo:

$$f(d) = \text{abs}(\rho_1 - \rho_1^*) + \text{abs}(\rho_2 - \rho_2^*) = 0 \quad (3.88)$$

3.2.5. Estimación de los parámetros de transferencia de calor y de masa

Debnath et al. (2009) reportaron 6 cinéticas experimentales del proceso posterior al freído a diferentes temperaturas (25, 100, 120, 140, 160 y 180 °C) para cada variable investigada (contenido de aceite superficial e interno, y temperatura superficial y central). Cada una de estas cinéticas tiene 13 puntos experimentales en diferentes tiempos de muestreo (0, 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 240 y 300 s). Se utilizó un tiempo de muestreo mucho menor (10 s) para registrar los datos de temperatura; por lo tanto, se aplicó la interpolación para obtener el historial térmico de las rebanadas de papa en los mismos tiempos disponibles para el contenido de aceite. Por lo tanto, se dispuso de un total de 312 datos experimentales (78 datos por variable) para estimar los parámetros k_m, E, h, k_0 y K . La temperatura superficial (T_{surf}) simulada se calculó a partir del balance de transferencia de calor en la capa de aire-aceite, donde esta frontera es representada por la ecuación (3.62) para su comparación con los datos experimentales; sin embargo, el modelo propuesto no reproduce la temperatura del centro (T_{centro}), por lo que el procedimiento presentado por Yang et al. (2021) fue adaptado para su estimación. Estos autores presentaron un método para estimar el historial de temperatura promedio durante el secado al aire de rebanadas de zanahoria a partir de mediciones del centro y la superficie. Brevemente, se asume un perfil de temperatura parabólico entre el centro y la superficie del alimento a lo largo de las coordenadas radiales (la dirección dominante de transferencia de calor y masa),

$$T(r) = T_{centro} + (T_{surf} - T_{centro}) \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (3.89)$$

La temperatura en el volumen promedio en el dominio (capa de aceite más alimento) se puede obtener de $T(r)$ con la fórmula

$$T_{oF} = \frac{\int_0^R T(r) r dt}{\int_0^R r dt} = \frac{1}{2} T_{centro} + \frac{1}{2} T_{surf} \quad (3.90)$$

La ecuación 3.90 permite la estimación de T_{centro} a partir de T_{oF} y T_{surf} . Aquí, los resultados de la película de aceite y las temperaturas del alimento determinadas con el modelo para el proceso después del freído (T_O y T_F) se pueden usar para estimar T_{oF} con

$$T_{oF} = \frac{V_O T_O + V_F T_F}{V_O + V_F} \quad (3.91)$$

La siguiente suma de cuadrados del error (SSE) se minimizó durante el procedimiento de la regresión no lineal

$$SSE = \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^{78} \left(\frac{u_{exp,k,j} - u_{pred,k,j}}{u_{k,max}} \right)^2 \quad (3.92)$$

con $u_1 = O$, $u_2 = Y$, $u_3 = T_{surf}$ y $u_4 = T_{centro}$. Los subíndices *exp*, *pred* y *max* denotan un valor experimental, predicho y máximo, respectivamente. Se requirió la división por el valor máximo para evitar el dominio de los residuos de temperatura en el SSE debido a su mayor orden de magnitud. Como ocurre con otras operaciones de transferencia de calor y masa, el coeficiente de partición K puede presentar una dependencia de la temperatura y composición de las fases involucradas; sin embargo, esta dependencia es desconocida. Por lo tanto, se estimó un valor separado de K para cada temperatura del aire, lo que resultó en 10 parámetros estimados (k_{m0} , E , h , k_0 , más un valor de K para cada una de las seis temperaturas probadas). La significación estadística de cada parámetro estimado se valoró con los intervalos de confianza del 95%. Se aplicó regresión secuencial para eliminar sistemáticamente los parámetros no significativos ($p > 0.05$) del modelo después del freído. Finalmente, la calidad de aptitud del modelo propuesto para cada tratamiento se evaluó como la desviación relativa media (MRD),

$$MRD = \frac{100}{13} = \sum_{j=1}^{13} abs \left(\frac{u_{exp,j} - u_{pred,j}}{u_{exp,j}} \right) \quad (3.93)$$

donde u denota cada una de las respuestas ajustadas (O , Y , T_{surf} o T_{centro}). Los procedimientos numéricos y la regresión no lineal se realizaron con el software Matlab y su Statistic Toolbox 8.2 (Matlab R2013a, MathWorks Inc., Natick, MA, EE. UU.).

3.3. Efecto del modelo de enfriamiento en el post freído de alimentos

Los parámetros de transferencia de masa y calor que describen la absorción de aceite después del proceso de freído se simplifican en la Tabla (3.2). Para las constantes del modelo de Arrhenius que describen el coeficiente de transferencia de masa del aceite en los alimentos (k_m) no es posible estimar las 10 constantes significativas del modelo a partir de los datos actuales para el proceso de enfriamiento después del freído, ya que los intentos de regresión con varios valores iniciales produjeron estimaciones de parámetros no significativas ($p > 0.05$). Es decir, no hay evidencia del efecto de la temperatura del alimento sobre k_m bajo las condiciones experimentales existentes ($p > 0.05$). Por lo tanto, se estimó un valor k_m constante único en un segundo procedimiento de regresión (3.2, segundo intento), produciendo valores significativos para todos los parámetros ($p < 0.05$). El valor k_m obtenido de $1,26 \times 10^{-5}$ m/s se puede comparar con los informados por Debnath et al. (2009). Estos autores utilizaron el siguiente modelo de transferencia de aceite,

$$\frac{dY}{dt} = k_c(Y_e - Y) \quad (3.94)$$

Por lo tanto, la comparación de las Ecs. (3.54) y (3.57) revela que $k_c = k_m S_i / V_F$. Debnath et al. (2009) reportaron valores separados de k_c para cada temperatura considerada, que van desde $0,015 \text{ s}^{-1}$ a 25 °C hasta $0,009 \text{ s}^{-1}$ a 180 °C . La estimación de k_m encontrada en este estudio produce un valor de k_c correspondiente de 0.0064 s^{-1} , es decir, 57 a 93 % más bajo que los dados por Debnath et al. (2009). Tales diferencias se explican por la concentración constante de aceite en el equilibrio utilizada en la ecuación. (3.93), mientras que la formulación propuesta utiliza una interfaz variable.

III. SIMULACIÓN DEL PROCESO DE FREÍDO POR INMERSIÓN

Propiedad	Valores estimados (significancia $\pm 95\%$ intervalo de		Debnath et al. (2009) ^g
	confianza)		
	Primera prueba	Segunda prueba	
h^a	90 \pm 20	89 \pm 20	-
$k_0 \times 10^9{}^b$	4.9 \pm 1.9	4.9 \pm 1.9	-
K_{25}^c	0.61 \pm 0.22	0.66 \pm 0.09	0.53 (25)
K_{100}^c	0.93 \pm 0.16	0.94 \pm 0.13	0.99 (-5)
K_{120}^c	1.01 \pm 0.15	1.01 \pm 0.14	1.22 (-17)
K_{140}^c	1.45 \pm 0.22	1.43 \pm 0.21	1.56 (-8)
K_{160}^c	1.86 \pm 0.30	1.82 \pm 0.29	1.93 (-6)
K_{180}^c	2.68 \pm 0.52	2.60 \pm 0.48	3.07 (-15)
$k_{m0} \times 10^4{}^d$	1.3\pm8.7^f	-	-
E^e	-7413\pm22957^f	-	-
$k_m \times 10^5{}^d$	-	1.26 \pm 0.24	-

^a W/m²/°C. ^b m/kPa/s. ^c El número del subíndice hace referencia a la temperature del aire (°C), (kg aceite)_{superficie}/(kg aceite)_{alimento}. ^d m/s. ^e J/mol. ^f Parámetros estimados no significativos ($p > 0.05$). ^g Los valores entre paréntesis representan la diferencia relativa (%) con los valores obtenidos en la segunda prueba.

Tabla 3.2. Parámetros de transferencia de masa y calor que describen el proceso de enfriamiento pues del freído de rebanadas de papa

Con respecto al efecto de temperatura no significativo encontrado en este estudio, una estimación confiable de los coeficientes de transferencia de masa depende de los datos experimentales asociados con el estado transitorio inicial (el período dinámico). De acuerdo con la Figura 1, la etapa transitoria de transferencia de masa ocurre durante los primeros 120 s, donde la respuesta alcanza al menos el 70% de su estado final. La temperatura media experimental del alimento (T_{OF}) se puede estimar con la ecuación. (3.90) y posteriormente se promedia en el tiempo para obtener un valor representativo a lo largo de este período. Las temperaturas del alimento en el tiempo promedio son 81, 108, 112, 116, 124 y 145 °C a las temperaturas condicionadas

de 25, 100, 120, 140, 160 y 180 °C, respectivamente. En consecuencia, el intervalo de temperatura cubierto en términos de la temperatura real promedio de los alimentos (64 °C) es mucho más bajo que el resultado de la temperatura establecida (155 °C), lo que explica por qué un valor único k_m pudo describir todas las cinéticas del proceso posterior al freído. Se puede estimar una difusividad de aceite promedio en el producto si se adopta una formulación de difusión para el coeficiente de transferencia de masa,

$$k_m = \frac{D}{\delta_F} = \frac{D}{\phi_F L_F} \quad (3.95)$$

donde $L_F = R$ y ϕ_F está definido por la ecuación (3.75). Este enfoque produce una difusividad aparente del aceite en el alimento de $2.7(0.5) \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$. La difusividad del aceite estimada es comparable a la reportada por Ateba & Mittal (1994), quienes determinaron un valor medio de $2.87 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído por inmersión de albóndigas de res (159 °C). El uso de temperaturas de mantenimiento más altas aumentó los coeficientes de distribución estimados para el aceite (K , kg de aceite en la superficie/kg de aceite en el alimento), que van desde 0.66 a 25 °C hasta 2.60 a 180 °C ($p < 0.05$). Estos son muy cercanos a los estimados por Debnath et al. (2009) (Tabla 3.2), con discrepancias menores (en el orden del 5 al 25 %), que pueden atribuirse a la formulación del modelo.

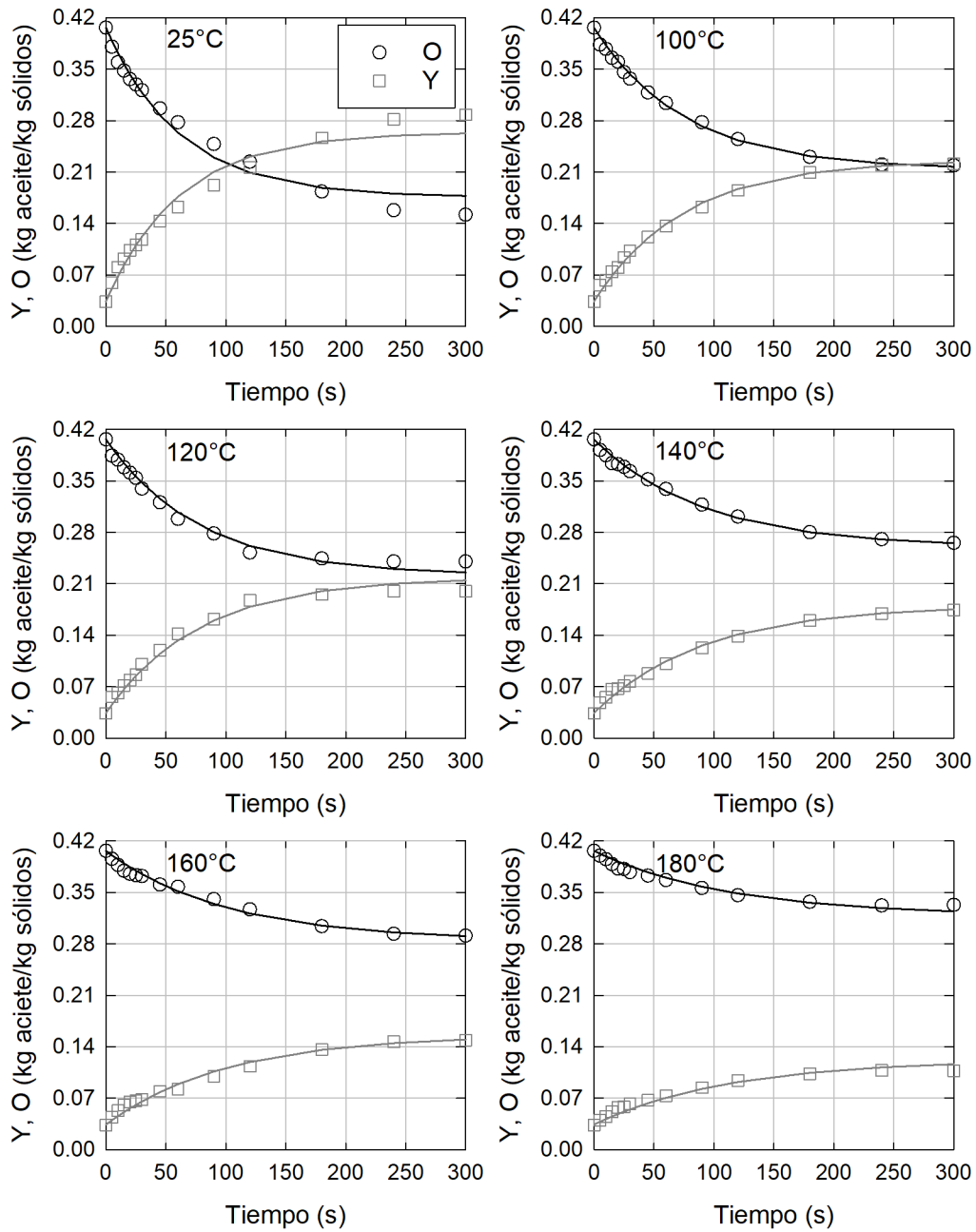


Figura 3.3. Evolución experimental y estimada de los contenidos de aceite en la superficie (O) y en la superficie impregnada (Y) durante el proceso de enfriamiento posterior al freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de permanencia

El modelo post-fritura propuesto logró una buena descripción de todas las respuestas experimentales (Figura 3.3 y 3.4) con MRD en los rangos de 0.9-4.8% (promedio 1.9%), 4.2-7.1% (promedio 5.9%), 4.0-16.9% (promedio 8.6%) y 8.4-16.0% (promedio 11.7%) para el contenido de aceite superficial (O), contenido interno de aceite (Y), temperatura superficial (T_{surf}) y temperatura en el centro (T_{centro}), respectivamente (Tabla 3.3). A una temperatura de mantenimiento de 25 °C, la superficie está más fría que el centro del producto, pero esta tendencia se invierte al aumentar las temperaturas de mantenimiento, ya que ahora disminuye la fuerza impulsora para la transferencia de calor entre la superficie y el aire adyacente, y la superficie presenta una temperatura más alta al comienzo de la etapa de mantenimiento (Figura 3.4). Al final del período de espera (300 s), las diferencias experimentales entre las temperaturas de la superficie y del centro ($T_{surf} - T_{centro}$) son -7, 4, 18, 17, 38 y 61 °C para las temperaturas de espera de 25, 100, 120, 140, 160 y 180 °C, respectivamente, mientras que el modelo predice diferencias correspondientes de -7, 1, 3, 5, 6 y 8 °C.

Respuesta	Temperatura de permanencia (°C)						Promedio
	25	100	120	140	160	180	
O	4.8	1.1	2.2	0.9	1.3	1.3	1.9
Y	7.1	4.2	5.8	4.7	6.5	6.8	5.9
T_{surf}	14.2	7.6	4.0	4.5	4.5	16.9	8.6
T_{centro}	16.0	8.4	9.7	10.6	13.0	12.7	11.7

Tabla 3.3. Calidad de ajuste del modelo posterior al freído para las respuestas investigadas expresada como la desviación relativa media (MRD , %)

Dado que la colocación precisa del termopar a 0.5 mm por debajo de la superficie de la papa puede ser un desafío, nuestra teoría es que no estaba registrando realmente la temperatura de los alimentos, sino que también reflejaba la del aire que lo rodea, lo que generaba un gradiente térmico más alto. Esta hipótesis se reafirma al observar la falta de caída brusca de T_{surf} a valores por debajo de la temperatura de mantenimiento de 180°C en tiempos cortos. En experimentos realizados a temperaturas de mantenimiento de 120, 140 y 160 °C, T_{surf} disminuye a 110, 120 y 140 °C, respectivamente; sin embargo, al mantener a 180°C nunca disminuye (Figura 3.4)

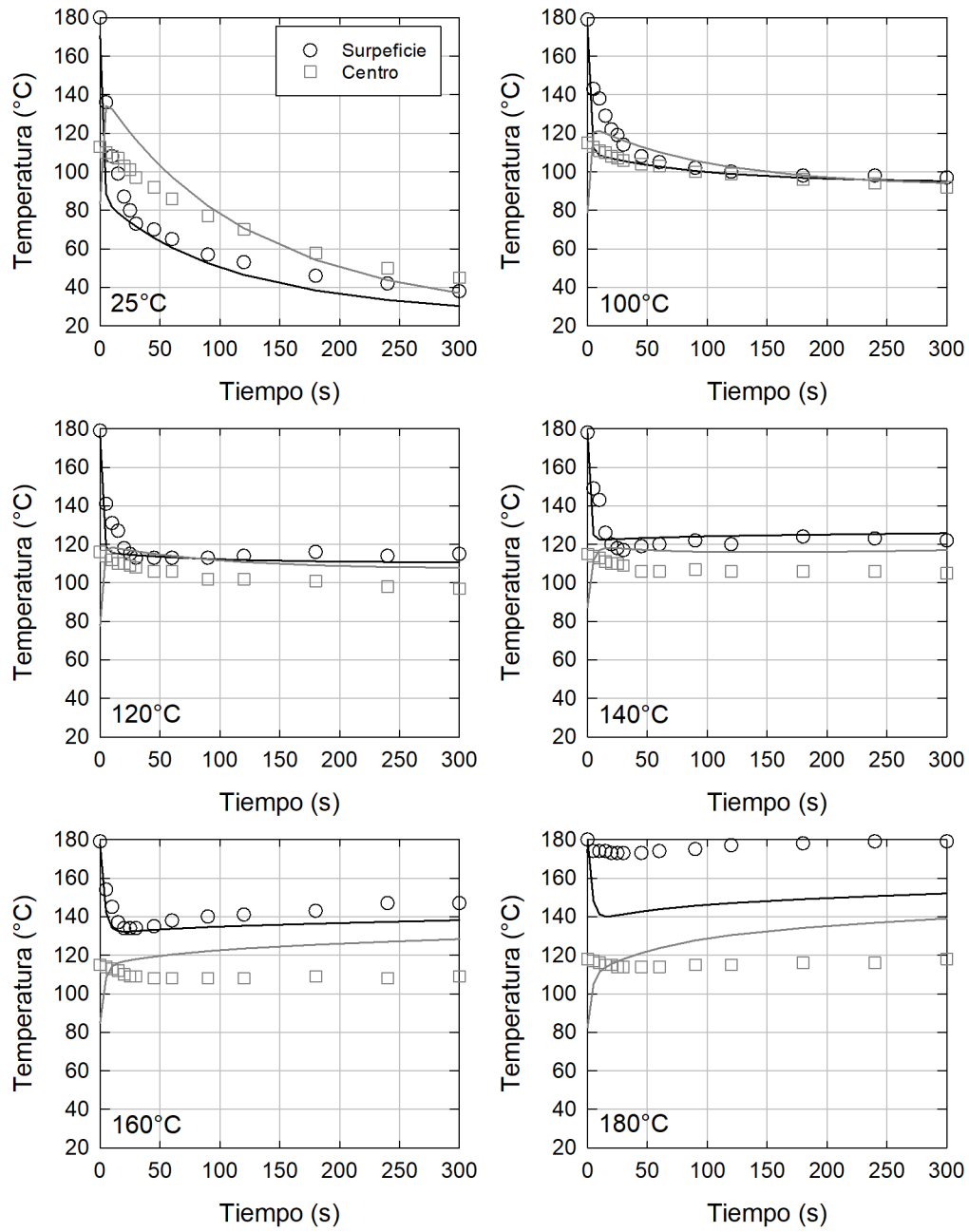


Figura 3.4. Evolución experimental y estimada de las temperaturas superficial y central después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de permanencia

Sin embargo, incluso si se eliminan los efectos del enfriamiento por evaporación del modelo post-fritura ($k_{0=0}$), la fuerte caída inicial en T_{surf} aún se predice durante el almacenamiento realizado a 180°C (Figura 3.5). Como resultado, el historial bastante constante de T_{surf} a 180°C solo puede explicarse por el termopar que registra la temperatura exterior. Una comparación de las Figuras 3.4 y 3.5 revela que el enfriamiento por evaporación contribuye a una descripción más precisa de T_{centro} (Figura 3.5), así como a una reducción importante en el contenido de agua del alimento a temperaturas de 100 °C y superiores (Figura 3.6). En este caso, el modelo post- freído predice una reducción de 1.22 kg de agua/kg de sólidos a alrededor de 1.20 y 0.90 kg de agua/kg de sólidos al final del período de seguimiento para las temperaturas de almacenamiento de 25 y 180 °C, respectivamente. Si el contenido de agua se expresa como la fracción en peso del producto frito entero (capa de aceite más alimento), estos valores representan un cambio de 0.459 g de agua/g de producto a 0.455 g de agua/g de producto a 25 °C y a 0.85 g de agua/g producto a 180°C.

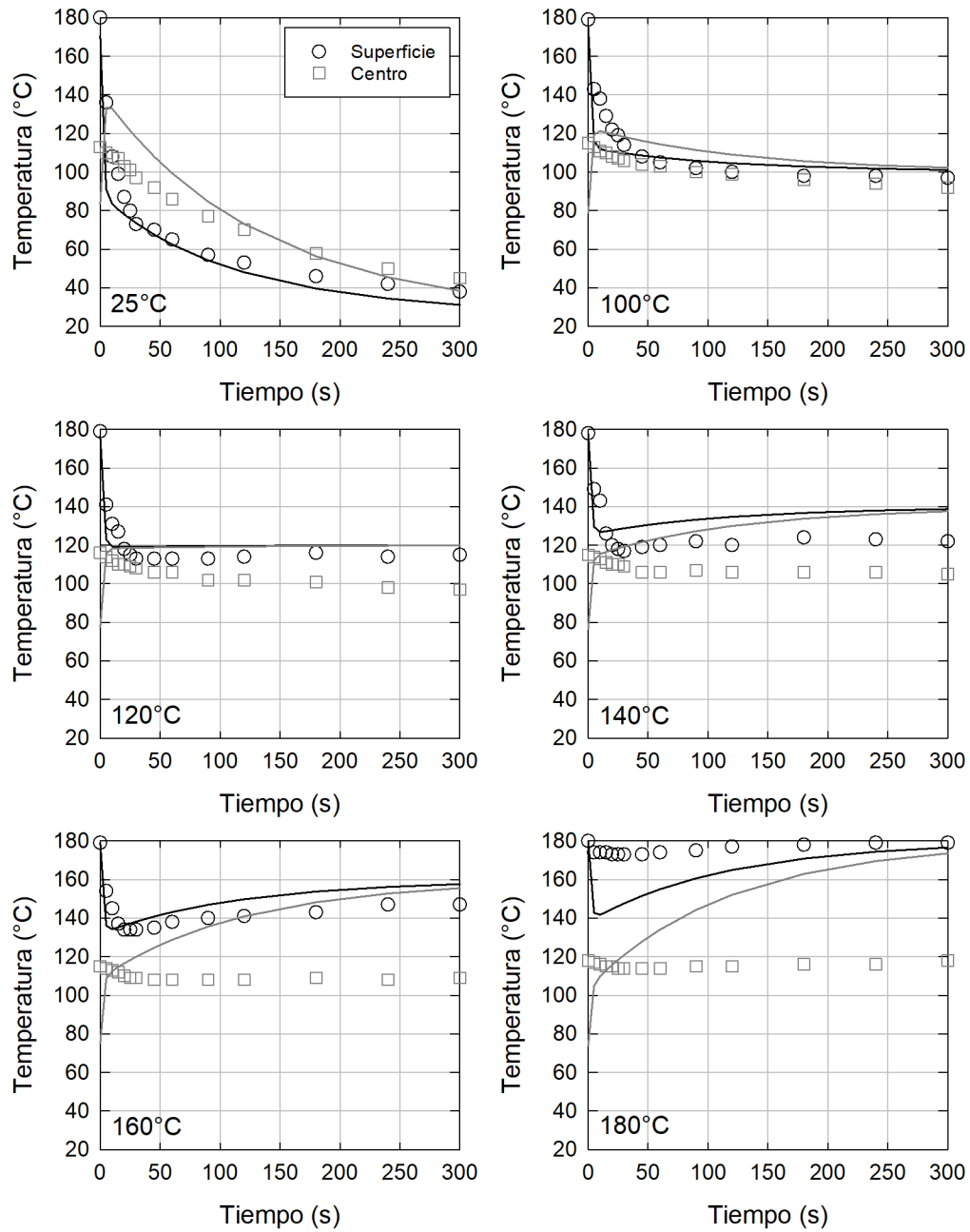


Figura 3.5. Evolución experimental y estimada (sin enfriamiento por evaporación) de las temperaturas superficial y central después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de mantenimiento..

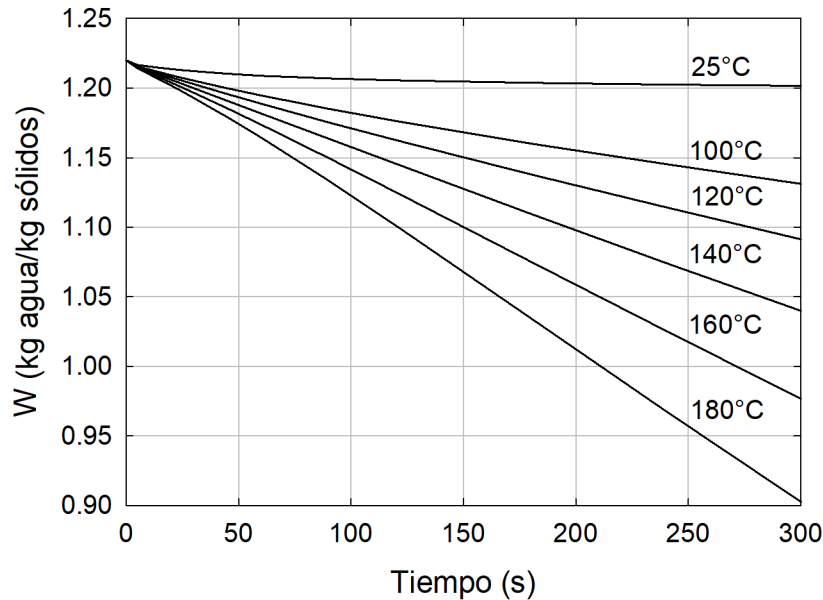


Figura 3.6. Evolución predicha del contenido de agua en el alimento después del freído de rebanadas de papa a diferentes temperaturas de mantenimiento

Solo pocos estudios seleccionados han investigado la pérdida de agua que ocurre durante la etapa de enfriamiento de los productos de papa frita. Por ejemplo, Tarmizi & Niranjan (2013) realizaron el freído de papas (3-4 min) y papas prefritas congeladas (3.5 min) a 180°C. Al final del freído al vacío se realizó un drenado de aceite (1.33 kPa) y presión atmosférica (presuntamente a temperatura ambiente). Los autores observaron una reducción significativa en el contenido de humedad durante el período de enfriamiento en las papas fritas escurridas al vacío (de alrededor de 0.38 g de agua/g de sólidos a 0.02 g de agua/g de sólidos para chips de papas fritas y de 0.82 g de agua/g de sólidos a 0.43 g de agua/g de sólidos). para papas a la francesa); sin embargo, no se observaron cambios significativos en el contenido de agua de las papas fritas por enfriamiento atmosférico. Bouchon & Pyle (2005a) formularon un modelo post freído en el que la cantidad de agua perdida por evaporación era insignificante; la evidencia experimental presentada por Tarmizi & Niranjan (2013), así como los resultados simulados actualmente, sugieren que esta hipótesis es correcta, al menos para el enfriamiento a temperatura ambiente. Sin embargo, se espera una mayor pérdida de agua a temperaturas de mantenimiento más altas, ya que estas temperaturas están justo por debajo o superan el valor común utilizado en hornos para análisis de contenido de humedad (105 °C). La evaporación del agua a temperaturas más altas también puede explicar la menor absorción de aceite.

Según Bouchon & Pyle (2005a,0) y He et al. (2012) una vez que se retira el alimento del aceite, el vapor de

agua en la muestra disminuye rápidamente debido a una rápida reducción de la temperatura, lo que aumenta el gradiente de presión para la succión del aceite.

Según el procedimiento actual, el coeficiente de transferencia de calor (h) es de $89\text{W}/\text{m}^2/^\circ\text{C}$, que está en el rango de lo esperado para convección forzada durante el secado de productos alimenticios con aire; desafortunadamente, los detalles experimentales (velocidad del aire, dirección del flujo de aire en relación con las muestras del producto) que permiten el cálculo de este parámetro con las correlaciones de Nusselt no están disponibles, por lo que se requiere su estimación a partir de datos experimentales. Bouchon & Pyle (2005a) consideraron una condición de contorno linealizada donde los efectos de convección y radiación se incluyen en un solo coeficiente de transferencia de calor, con una formulación equivalente como transferencia de calor por convección pura. Al unificar la convección y radiación se asegura que estos efectos ya están incluidos en el valor h estimado. Sin embargo, el historial térmico del alimento a temperaturas superiores de $100\text{ }^\circ\text{C}$ no puede ser descrito únicamente por los mecanismos de radiación y convección, lo que hace que la formulación del enfriamiento por evaporación sea de suma importancia.

Durante el freído se desarrolla una costra seca en la superficie del alimento, cuyo grosor depende del tiempo y la temperatura de freído (Lioumbas & Karapantsios, 2012 van Koerten et al., 2017). Esta corteza retiene la mayor parte del aceite ganado por los alimentos al final del período de enfriamiento después del freído (Bouchon et al., 2003,0). El algoritmo presentado en la Sección 3.2.4 se puede usar para estimar la distancia mínima para la penetración del aceite (d) asumiendo que el aceite absorbido se concentra en una capa inmediatamente debajo de la superficie del alimento. Según el contenido de agua predicho en los alimentos y el contenido experimental de aceite penetrado después del enfriamiento, la capa superficial de aceite penetrado está entre 469 y 389 μm para las temperaturas de mantenimiento de 25 y $180\text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. Por otro lado, el aceite superficial remanente permanece en una capa con espesores entre 200 y 383 μm . En la Figura 3.7 se presentan las diferencias en los valores de densidad estimados a partir de la regla del volumen acumulado (ρ) y como la relación masa-volumen (ρ^*) en regiones secas (1) y húmedas (2) de cilindros de papas fritas (5 min, $180\text{ }^\circ\text{C}$) enfriados a $25\text{ }^\circ\text{C}$ en función de d . Esta figura muestra que $\rho_1 - \rho_1^* = 0$ y $\rho_2 - \rho_2^* = 0$ se satisfacen simultáneamente con el mismo valor de d ; por tanto, la función objetivo expresada en la Ec. (3.88) podría simplificarse para incluir un solo término. El valor d a $25\text{ }^\circ\text{C}$ muestra una buena concordancia con los resultados publicados previamente.

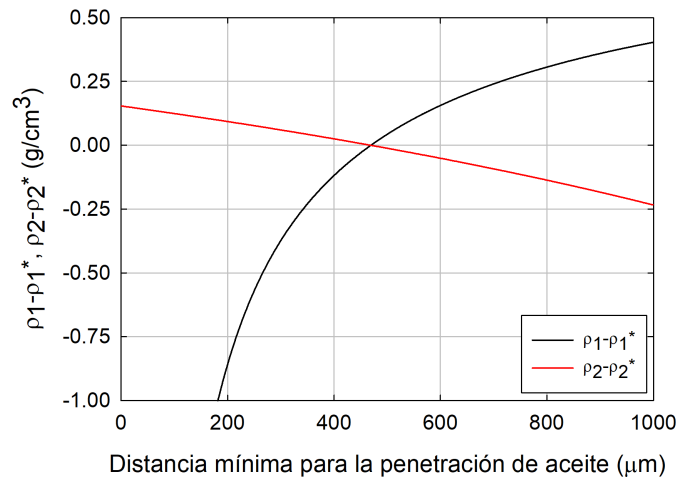


Figura 3.7. Diferencias en los valores de densidad estimados a partir de la regla del volumen acumulado (ρ) y como la relación masa-volumen (ρ^*) en regiones secas (1) y húmedas (2) de cilindros de papas fritas (5 min, 180 °C) enfriadas a 25°C en función de la distancia mínima supuesta para la penetración del aceite.

Se ha determinado experimentalmente que para cilindros de papas fritas a 185°C durante 3 min, la distancia de penetración del aceite es de 500 μm (Bouchon et al., 2001). La distancia de penetración del aceite se asocia muy a menudo con el espesor de la corteza (Bouchon et al., 2003). Ziaifar et al. (2010) reportaron espesores de corteza de alrededor de 564 μm y 630 μm en papas fritas (8 mm \times 8 mm \times 60 mm) procesadas a 170 y 185 °C durante 360 s, respectivamente. De acuerdo con micrografías presentadas por Lioumbas & Karapantsios (2012), el espesor promedio de la corteza (evaluado por análisis de imágenes) está entre 469 y 533 μm para tiras de papa (9.8 mm \times 9.8 mm \times 20 mm) fritas a 180°C por 200 y 400 s, respectivamente. Generalmente se observa un espesor de la corteza de alrededor de 400 μm en papas para tiempos de fritura de alrededor de 2 minutos, como lo destacan van Koerten et al. (2015). Sin embargo, estos autores reportaron un espesor de corteza de 950 μm para cilindros de papa (10 mm de diámetro y 50 mm de largo) fritos por el mismo tiempo a 180°C. Este aumento de grosor con la temperatura de freído proviene de la definición misma de corteza utilizada por los autores (la región de evaporación donde se evapora suficiente agua para crear poros) a diferencia de la mayoría de la literatura existente, donde la costra es solo la parte seca del alimento frito (Lioumbas & Karapantsios 2012; Miranda & Aguilera 2006; Ziaifar et al. 2010). En este estudio, la distancia mínima de penetración de aceite se definió como una región seca saturada de aceite, de manera similar a algunas definiciones de costra utilizadas anteriormente, lo que explica la buena concordancia con los datos de espesor de la corteza.

IV. Resultados y discusión

4.1. Resultados de la simulación del proceso de freído por inmersión

La cinética de humedad obtenida de la simulación se muestra en la Figura (4.1), se puede observar que tiene el mismo comportamiento de los datos experimentales, sin embargo, el tiempo de procesamiento excede al obtenido experimentalmente. Por otra parte en la Figura (4.2) se muestra la pérdida de agua donde no se alcanza un valor constante ya que el alimento únicamente se deja en el medio hasta alcanzar su cocción y no se busca una completa pérdida de agua.

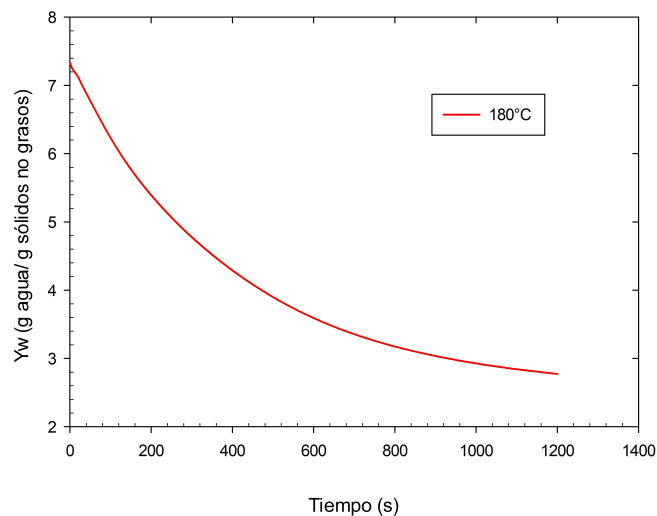


Figura 4.1. . Simulación en dos dimensiones de la cinética de humedad promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.

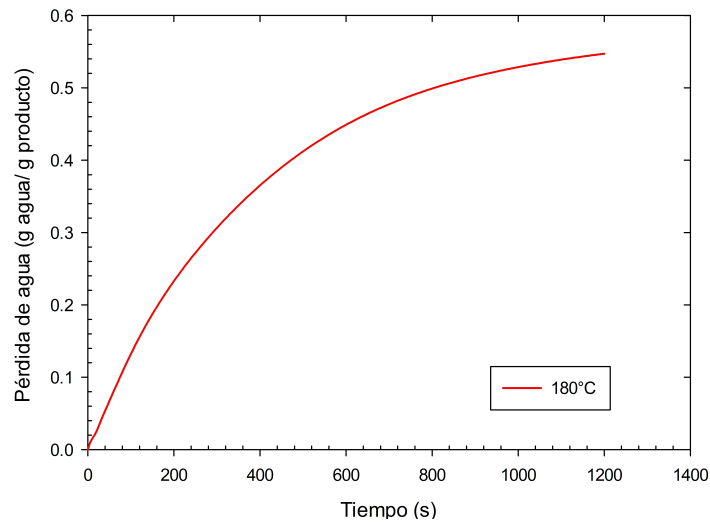


Figura 4.2. Simulación en dos dimensiones de la pérdida de agua para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.

Por otra parte la ganancia de aceite obtenida mediante la simulación del proceso en una sola dimensión se observa en la Figura 4.3, mostrando un elevado incremento en su valor hasta alcanzar $0.021 \text{ kg aceite/kg s.}$, sin embargo los valores obtenidos se encuentran por debajo de los experimentales, esto debido a que el coeficiente difusivo está subestimado y es necesario ajustar otro.

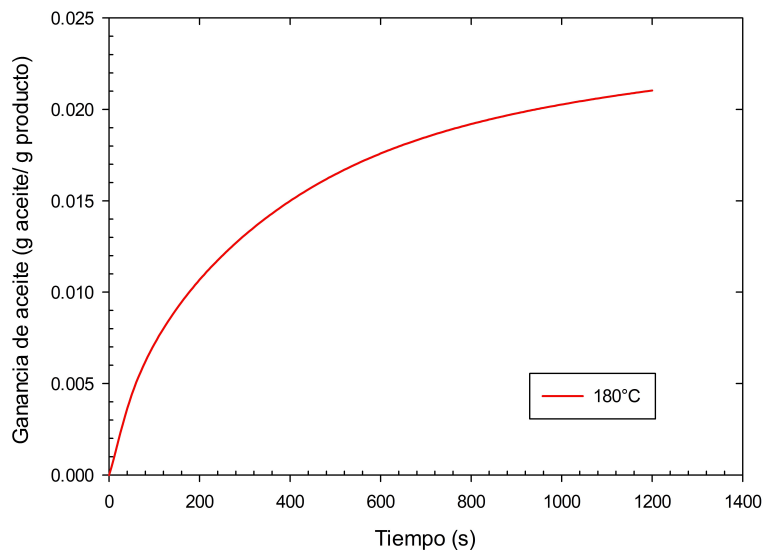


Figura 4.3. Simulación en dos dimensiones de la ganancia de aceite promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.

En la Figura 4.4 se muestra la temperatura promedio durante el proceso de freído, mientras que en la

Figura 4.5 se aprecia la simulación de la transferencia de calor, donde se muestra el rápido incremento de la temperatura en la superficie permitiendo las dos primeras etapas del proceso de freído: el calentamiento inicial y la ebullición de la superficie y con ello facilitando la evaporación del agua en el producto, a demás se observa que en la parte interna del producto el proceso de evaporación ocurre a partir de los 100°C, disminuyendo la velocidad de transferencia de calor.

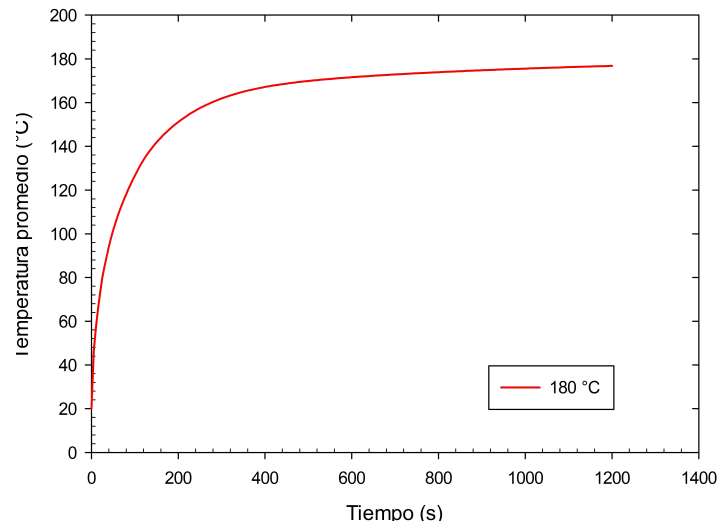


Figura 4.4. Simulación en dos dimensiones de la temperatura promedio para el proceso de freído considerando el encogimiento del producto.

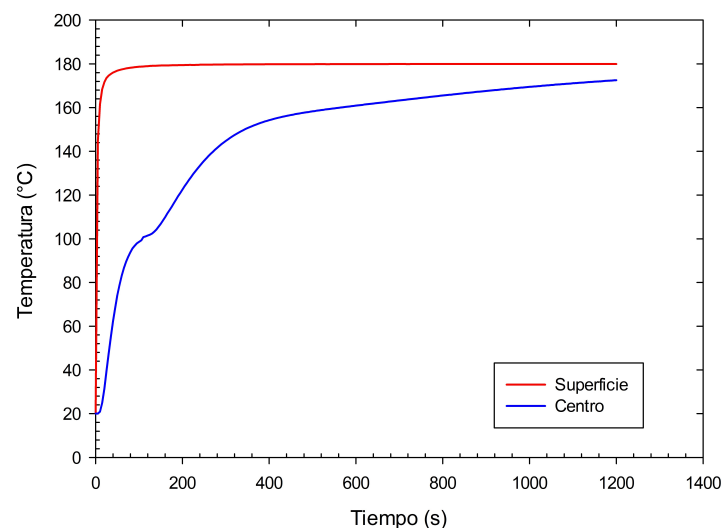


Figura 4.5. Simulación de la temperatura en la superficie y centro del producto para el proceso de freído en dos dimensiones considerando el encogimiento.

Mediante la simulación en dos dimensiones se obtuvieron los perfiles de humedad Y_w , pérdida de agua PA , contenido de aceite Y_o , ganancia de aceite GA y temperatura T para los tiempos de 20, 120 y 600 s (Figura 4.6). En los perfiles se puede observar de forma visual como ocurre la transferencia de masa y calor simultánea, donde el color rojo representa la máxima concentración de cada variable (Y_w , PA , Y_o y GA) o en su caso la temperatura del medio (180°), se considera que cada perfil representa un cuarto de la geometría del producto, además en los ejes x y z se observan las dimensiones del producto en m ; de tal forma que se aprecia el encogimiento significativo del producto durante su procesamiento. De esta forma para la figura a) se observa la concentración de agua en el producto, donde después de 600 s se mantiene el centro húmedo con 3.5 g agua/ g sólidos no grasos, esta transición se comprueba con la pérdida de agua donde se obtienen valores de 0.5 g agua/ g producto en la superficie del alimento y en el centro es de 0.2 g agua/ g producto. Para la figura b) conformada por Y_o y GA se muestra la concentración de aceite en el producto y como penetra al alimento de esta forma en el tiempo de 20 s se observa todo azul reflejando valores de 0 a 0.05 g de aceite/ g de sólidos no grasos y con el incremento del tiempo ocurre la transición a naranja hasta alcanzar valores de 0.2 g de aceite/ g sólidos no grasos. Finalmente la figura c) representa el incremento de temperatura en el interior del alimento, a menor tiempo 20 s todo el perfil se encuentra en escala de colores azul, es decir, temperatura de 40 a 100 °C pero a mayor tiempo de permanencia en el proceso de freído, todo el producto alcanza la temperatura del medio (color rojo) 180°C .

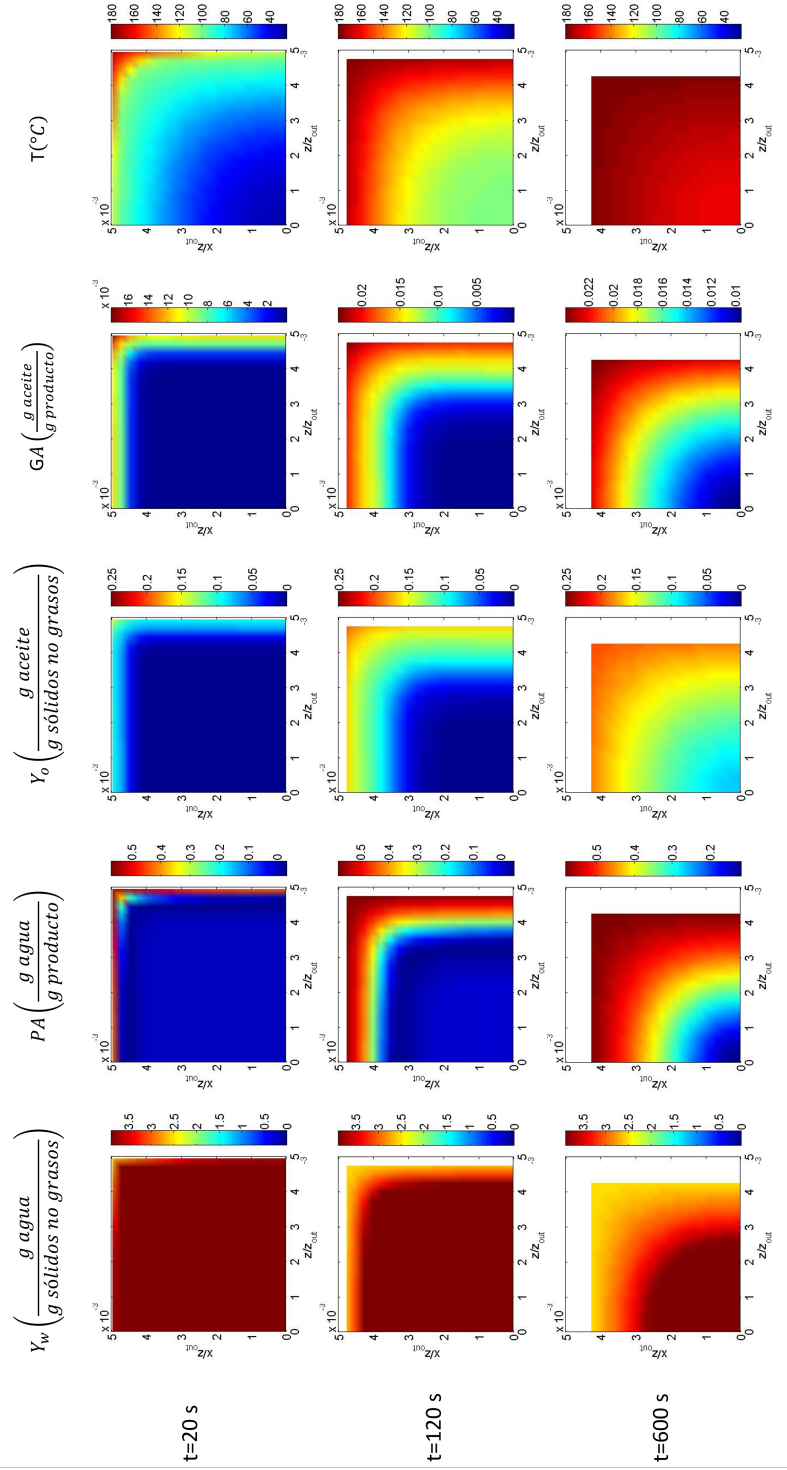


Figura 4.6. Perfiles predichos de: a) humedad b.s. ($g \text{ agua} / g \text{ s.s.n.g.}$), b) ganancia de aceite ($g \text{ aceite} / g \text{ s.s.n.g.}$) y c) temperatura ($^{\circ}C$) para un tiempo 120 s.

4.1.1. Estimación de los coeficientes de difusión

Los resultados de la simulación muestran una dispersión con respecto a los experimentales, sobre todo en el tiempo de procesamiento y equilibrio alcanzado para la ganancia de aceite, esto debido a que se consideró un único valor del coeficiente de difusión para todo el proceso. Sin embargo, es importante considerar que durante el proceso de freído la transferencia de masa no se realiza de forma homogénea debido a las fluctuaciones del burbujeo por pérdida de agua en forma de vapor así como, la formación de poros y costra en el alimento. Por lo anterior es necesario estimar los coeficientes de difusión con base en los resultados experimentales, considerando que existe una variación en los perfiles de humedad (figura 4.6) y también que la transferencia de masa es simultánea para el agua y el aceite. Por lo tanto se desarrolló el siguiente procedimiento mediante el uso de una solución analítica considerando el encogimiento del producto:

Se considera el modelo general de transferencia de masa

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \nabla \cdot [D_w \nabla (C_w)] \quad (4.1)$$

Representando al modelo anterior en coordenadas rectangulares en dos dimensiones se obtiene:

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \frac{\partial C_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_w \frac{\partial C_w}{\partial y} \right) \quad (4.2)$$

Consideremos que el coeficiente de difusión cambia con el tiempo y no es una función de las variables locales, por lo tanto,

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = D_w(t) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C_w}{\partial x} \right) + D_w(t) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial C_w}{\partial y} \right) \quad (4.3)$$

Se establecen los siguientes términos adimensionales

$$\xi = \frac{x}{L(t)} \quad (4.4)$$

$$\zeta = \frac{y}{L(t)} \quad (4.5)$$

Insertando estos términos en la Ecuación (4.3) se produce.

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \frac{D_w(t)}{[L(t)]^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \xi} \right) + \frac{D_w(t)}{[L(t)]^2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \zeta} \right) \quad (4.6)$$

Es decir,

$$\frac{[L(t)]^2}{D_w(t)} \frac{\partial C_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \zeta} \right) \quad (4.7)$$

De esta forma, se puede introducir el siguiente término adimensional

$$\partial \theta = \frac{D_w(t)}{[L(t)]^2} \partial t \quad (4.8)$$

El término anterior se sustituye en la Ecuación (4.7)

$$\frac{\partial C_w}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial C_w}{\partial \zeta} \right) \quad (4.9)$$

Finalmente, el término adimensional para C_w queda expresado de la siguiente forma:

$$\Psi = \frac{C_w - C_{we}}{C_{w0} - C_{we}} \quad (4.10)$$

Por lo tanto, la ecuación final es la siguiente:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \right) \quad (4.11)$$

Considerando que la simulación es en dos dimensiones con iguales longitudes se puede aplicar el principio de superposición estableciendo que $\Psi_{\xi\zeta} = \Psi_{\xi}\Psi_{\zeta}$ y la solución analítica se establece de acuerdo a la Ecuación (4.13).

$$\Psi_{\xi} = \Psi_{\zeta} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \theta\right) \quad (4.12)$$

de forma que:

$$\Psi_{\xi\zeta} = \Psi_{\xi}\Psi_{\zeta} = \left[\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \theta\right) \right]^2 \quad (4.13)$$

De la definición de θ dada en la Ecuación (4.8).

$$D_w(t) = [L(t)]^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.14)$$

Esta expresión permite el cálculo de coeficientes de difusión variables en un sólido que experimenta un cambio en su longitud característica de difusión. El procedimiento propuesto es el siguiente:

- Se ajusta un modelo empírico a la curva experimental de Y_w contra t y a la curva de Y_o contra t , descritos por las siguientes ecuaciones

$$Y_w = (Y_{w0} - Y_{we}) \exp(-kt^n) + Y_{we} \quad (4.15)$$

$$Y_o = Y_{oe} (1 - \exp(-kt^n)) \quad (4.16)$$

Las ecuaciones anteriores integran los datos experimentales de forma que evitan los valores negativos

cuando se estime la concentración adimensional por efecto de que algunos valores se encuentren por arriba de la concentración de equilibrio. De esta forma se obtienen valores de difusividad para todo el proceso de transferencia de masa, no solo para agua sino también para la ganancia de aceite. Considerando que actualmente en las investigaciones solo calcula un solo valor para todo el proceso ignorando la transferencia simultánea de agua y aceite y considerando que el alimento no se encoge, este método proporciona un gran aporte para describir forma la simulación del proceso de freído por inmersión.

- Para cada dato de la cinética ajustada se calcula Ψ .
- Se calcula θ para cada psi usando la solución analítica (4.13)
- Con los valores de θ obtenidos se calcula la derivada $\partial\theta/\partial t$
- Los valores de $L(t)$ se obtienen a partir del modelo de encogimiento del área de sección transversal de las muestras descrito por la Ecuación (4.17).

$$A = A_0 \left[1 - 0.5396 \left(1 - \frac{H}{H_0} \right) \right] \quad (4.17)$$

- Finalmente se obtienen los valores de D_w y D_o mediante la Ecuación (4.14).

De acuerdo con el ajuste realizado, se presentan las gráficas de los coeficientes de difusión con respecto a Y_w , donde se observa un comportamiento similar para D_w en las tres temperaturas (Figura 4.7), sin embargo presenta una gran dispersión para 160 y 190 °C, mientras que para 175 °C los valores de difusividad se observan con una menor diferencia. La difusividad efectiva del aceite (D_o) dentro del alimento varía de forma significativa para cada temperatura, sin embargo, a 190 °C los coeficientes de difusividad son constantes debido a que a mayor temperatura el proceso de freído ocurre de forma rápida permitiendo una mayor estabilidad del mecanismo de transferencia de masa como se observa en la Figura 4.8.

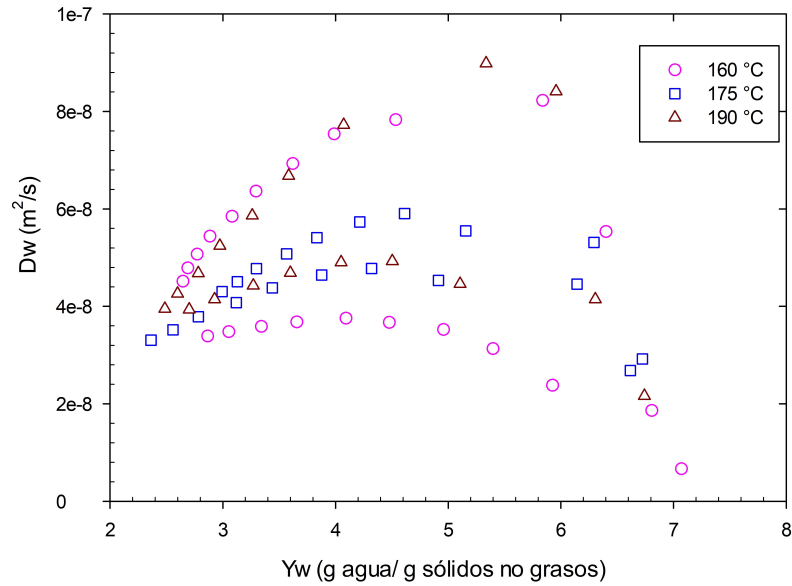


Figura 4.7. Difusividad efectiva del agua como función del contenido de humedad (Y_w) durante el proceso de freído por inmersión.

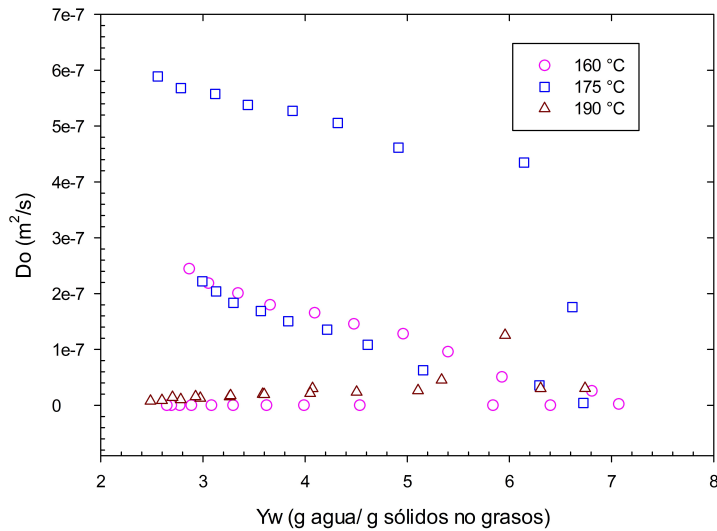


Figura 4.8. Difusividad efectiva del aceite como función del contenido de humedad (Y_w) durante el proceso de freído por inmersión

4.2. Modelo de Transferencia de Masa

La modelación de la transferencia de masa está en función de la pérdida de agua y ganancia de aceite en el producto y pueden ser expresados mediante diferentes bases de cálculo donde la concentración volumétrica

del agua (w), el aceite (o) y los sólidos libres de grasa (s) se determinan de la siguiente forma:

$$c_j = \frac{m_j}{V} \quad (j = s, w, o) \quad (4.18)$$

La fracción másica de cada uno de los componentes se calcula mediante la Ecuación (4.19), mientras que la relación de los componentes agua y aceite con respecto a la cantidad de sólidos no grasos en el producto esta definida por la Ecuación (4.20).

$$X_j = \frac{m_j}{m_s + m_w + m_o} \quad (4.19)$$

$$Y_k = \frac{m_k}{m_s} \quad (k = w, o) \quad (4.20)$$

Sin embargo la forma más usual de expresar la relación de cambio del agua y el aceite es en función de los sólidos grasos del producto definido por la Ecuación (4.21), por lo que las variables X y Z son el contenido de agua y aceite en base húmeda y seca respectivamente.

$$Z_j = \frac{m_j}{m_s + m_o} \quad (4.21)$$

De las Ecuaciones (4.19, 4.20 y 4.21) se obtiene la relación entre ellas para pasar de una base de cálculo a otra, Ecuaciones (4.22) a (4.26).

$$X_s = \frac{1}{1 + Y_w + Y_o} = \frac{1 - Z_o}{1 + Z_w} \quad (4.22)$$

$$X_k = \frac{Y_k}{1 + Y_w + Y_o} = \frac{Z_k}{1 + Z_w} \quad (4.23)$$

$$Y_k = \frac{X_k}{X_s} = \frac{Z_k}{1 - Z_o} \quad (4.24)$$

$$Z_s = \frac{X_s}{1 - X_w} = \frac{1}{1 + Y_o} \quad (4.25)$$

$$Z_k = \frac{X_k}{1 - X_w} = \frac{Y_k}{1 + Y_o} \quad (4.26)$$

De esta forma la concentración volumétrica para cada componente ($k = w, o$) puede expresarse en términos de X, Y y Z como $c_j = \rho X_j = c_s Y_j = c_{os} Z_j$ donde ρ es la densidad del producto definida como $\rho = (m_w + m_o + m_s)V^{-1}$, c_s es la concentración volumétrica de sólidos no grasos definida como $c_s = m_s V^{-1}$ y c_{os} es la concentración de sólidos grasos definida como $c_{os} = (m_o + m_s)V^{-1}$. Estas variables están relacionadas mediante Y_k de forma que se pueden determinar mediante la siguiente relación:

$$\rho = c_s (1 + Y_w + Y_o) = \frac{c_{os} (1 + Y_w + Y_o)}{1 + Y_o} \quad (4.27)$$

El desarrollo y relación de las variables Y con X y Z permite realizar las curvas de pérdida de agua y ganancia de aceite con respecto a la masa inicial del producto y también obtener una expresión adimensional, Ecuaciones (4.28) y (4.29) respectivamente.

$$y_k = \frac{m_k - m_{k0}}{m_{p0}} = \frac{Y_k - Y_{k0}}{1 + Y_{w0} + Y_{o0}} \quad (4.28)$$

$$\Psi = \frac{m_k - m_{ke}}{m_{k0} - m_{ke}} = \frac{Y_k - Y_{ke}}{Y_{k0} - Y_{ke}} \quad (4.29)$$

Una vez establecidos los términos para el agua y aceite se parte del modelo difusivo descrito por la Ecuación de Fick (4.30) para la transferencia de masa en estado no estacionario donde c_k y D_k representan la concentración volumétrica y la difusividad aparente para cada componente $k = w, o$ respectivamente. Esta expresión se desarrolla en coordenadas rectangulares para una sola dimensión obteniendo la Ecuación (4.31).

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} = \nabla \cdot [D_k \nabla (c_k)] \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_k \frac{\partial c_k}{\partial z} \right) \quad (4.31)$$

Para adimensionalizar la expresión anterior se proponen los términos u y ξ donde $0 \leq u \leq 1$ y $0 \leq \xi \leq 1$, para hacer la sustitución es necesario obtener su forma diferencial.

$$u = \frac{c_k - c_{ke}}{c_{k0} - c_{ke}} \quad \partial c_k = (c_{k0} - c_{ke}) \partial u \quad (4.32)$$

$$\xi = \frac{z}{L} \quad \partial z = L \partial \xi \quad (4.33)$$

La forma diferencial de la Ecuación 4.32 implica que c_{k0} y c_{ke} son constantes durante el proceso mientras que, para la Ecuación 4.33 L no tiene una variación espacial pero si puede cambiar con el tiempo. De igual forma D no cambia su valor de acuerdo a la posición pero si varia durante el proceso. Esto se puede asumir porque el contenido de agua y aceite así como el tamaño del producto son determinados experimentalmente.

De acuerdo a lo anterior, al sustituir los términos adimensionales en la Ecuación 4.31 se obtiene:

$$\frac{L^2}{D} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \quad (4.34)$$

Sin embargo, es necesario agregar un termino adimensional para el tiempo que es definido como:

$$\partial \tau = \frac{D_k}{L^2} \partial t \quad (4.35)$$

Este término normalmente se expresa de la forma $\tau = D_k t / L^2$ donde τ se denomina número de Fourier para $\tau \geq 0$ pero al ser definido de esa forma se establece que L y D_k no tienen una variación temporal, no obstante, se puede expresar como la Ecuación (4.36) y así tener una retención de la variación temporal de tal forma que τ se sustituye por θ para diferenciar los términos constantes de los variables, posteriormente se sustituye en la Ecuación 4.34.

$$\tau = \int_0^t \frac{D_k}{L^2} \partial t = \theta \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \quad (4.37)$$

Esta ecuación adimensional se resuelve utilizando una condición de frontera en la superficie suponiendo una distribución uniforme del agua y el aceite al inicio del proceso ($u = 1$ en $\theta = 0$) además, se considera que la solución analítica sin resistencia externa de transferencia de masa es la misma para ambos casos ya que L y D_k no influyen en la condición de frontera ($u = 0$ en $\theta \geq 0$). Si se considera que son constantes la escala de tiempo original se obtiene despejando t , sin embargo, cuando se retiene la temporalidad se resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{D_k}{L^2} \quad \theta(t=0) = 0 \quad (4.38)$$

Esta ecuación es función del número másico de Fourier ($(u) = f(t) = f(\theta)$). Donde la solución promedio de la derivada del tiempo es,

$$\frac{d(u)}{d\theta} = \frac{d(u)}{d\tau} = \frac{L^2}{D_k} \frac{d(u)}{dt} \quad (4.39)$$

La ecuación anterior permite estimar el coeficiente de difusión, este método es conocido como el método de las pendientes, donde $d(u)/dt$ se evalúa a partir de la diferenciación numérica de los datos experimentales y $d(u)/d\theta$ se estima de forma numérica.

Por lo tanto la ecuación (4.38) proporciona una forma para estimar los coeficientes de difusión como:

$$D_k = L^2 \frac{d(u)/dt}{d(u)/d\tau} = L^2 \frac{d(u)/dt}{d(u)/d\theta} \quad (4.40)$$

El uso de la ecuación (4.40) es conocido como el método de las pendientes (MOS). El cual es ampliamente usado en el secado por convección y es válido independientemente de que L y D_k retengan o no su variación temporal. Aquí, $d(u)/dt$ se evalúa a partir de la diferenciación numérica de los datos experimentales, mientras que $d(u)/d\theta = d(u)/d\tau$ se calcula a partir de una solución disponible.

4.3. Estimación de los coeficientes de difusión

La determinación de los coeficientes de difusión D_k se realizó considerando las diferentes bases de cálculo, cuando la densidad del producto (ρ) es constante se utiliza X_k , si la concentración de sólidos no grasos es constante (c_s) se utiliza Y_k y si la concentración de sólidos grasos (c_{os}) es constante se utiliza Z_k .

De los datos experimentales obtenidos se calcula cada una de las variables X_k , Y_k , Z_k y C_k .

A partir de los datos experimentales de Y_w y Y_o se ajusta un modelo para cada curva de freído, descritos en las Ecuaciones (4.41) y (4.42).

$$Y_w = (Y_{w0} - Y_{we}) \exp(-kt^n) + Y_{we} \quad (4.41)$$

$$Y_o = Y_{oe} (1 - \exp(-kt^n)) \quad (4.42)$$

Para las ecuaciones anteriores se proponen valores iniciales de los parámetros k y n para agua y aceite así como Y_{we} y Y_{oe} que permiten calcular Y_{kmod} y a partir de estos valores se determina X_{kmod} , Z_{kmod} y C_{kmod} . Esta metodología permite ajustar simultáneamente las diferentes bases de cálculo para la pérdida de agua y ganancia de aceite así como los parámetros del modelo, de esta forma se incluye la influencia de la concentración de sólidos grasos en el producto y no solo se determina para un variable de forma independiente como actualmente es reportada por algunos autores. Finalmente el índice de ajuste se determinó mediante la suma del error absoluto definida en la Ecuación (4.43).

$$SAE = \sum_{y=c,X,Y,Z} \left(\sum_{k=w,o} \left(\sum_{i=1}^N |y_{ki,exp} - y_{ki,mod}| \right) \right) \quad (4.43)$$

Considerando que la simulación es en dos dimensiones con iguales longitudes se puede aplicar el principio de superposición estableciendo para la Ecuación (4.37) que $u_{\xi\zeta} = u_{\xi}u_{\zeta}$ y la solución analítica se establece de acuerdo a la Ecuación (4.45).

$$u_{\xi} = u_{\zeta} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \theta\right) \quad (4.44)$$

de forma que:

$$u_{\xi\zeta} = u_{\xi\zeta} = \left[\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \theta\right) \right]^2 \quad (4.45)$$

De la definición de θ dada en la Ecuación (4.39).

$$D_w(t) = [L(t)]^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.46)$$

Esta expresión permite el cálculo de coeficientes de difusión variables en un sólido que experimenta un cambio en su longitud característica de difusión. El procedimiento propuesto es el siguiente:

- Para cada dato de la cinética ajustada se calcula u_y . ($y = c, X, Y, Z$)
- Se calcula θ para cada ψ usando la solución analítica (4.45)
- Con los valores de θ obtenidos se calcula la derivada $\partial \theta / \partial t$
- Los valores de $L(t)$ se obtienen a partir del modelo de encogimiento del área de sección transversal de las muestras descrito por la Ecuación (4.47).

$$\left(\frac{L}{L_0}\right)^2 - 1 = \frac{A}{A_0} - 1 = \left[1 - 0.6(\pm 0.05) \left(1 - \frac{Y_w}{Y_{w0}}\right)\right] \quad (4.47)$$

- Finalmente se obtienen los valores de D_w y D_o mediante la Ecuación (4.46).

Los parámetros fueron ajustados mediante regresión no lineal (basada en mínimos cuadrados ordinarios) y análisis estadístico con el software Matlab y su Statistic Toolbox 7.3 (Matlab R2010a, MathWorks Inc., Natick, MA, USA). La diferencia entre las respuestas predichas y experimentales se cuantificó con la desviación relativa media (MRD) y el estadístico R2.

$$MRD = 100 \sum_{i=1}^n \frac{abs\left(\frac{y_{i,mod} - y_{i,exp}}{y_{i,exp}}\right)}{N} \quad (4.48)$$

Este índice puede adaptarse para cuantificar la variabilidad experimental instantánea (IEV) en las cinéticas de freído considerando los resultados de las réplicas mediante la ecuación (4.49) donde y_{exp} y \bar{y} denotan una respuesta experimental arbitraria y su valor promedio por tiempo de freído (para $y = c_w, X_w, Y_w$ o Z_w) respectivamente, mientras que r representa el número de réplicas disponibles. De tal forma que el IEV puede promediarse durante el proceso de freído y obtener una media representativa del total de la variabilidad experimental, Ecuación (4.50).

$$IEV = 100 \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_{exp,i} - \bar{y}_i}{\bar{y}_i} \right| \frac{1}{r} \quad (4.49)$$

$$TEV = \frac{\sum_{j=1}^N IEV_j}{N} \quad (4.50)$$

4.4. Cinéticas experimentales del proceso de freído por inmersión

Los datos experimentales obtenidos a diferentes temperaturas para el proceso de freído utilizando prismas rectangulares se muestran en la Figura 4.9, donde C_w representa la concentración volumétrica de agua, X_w es el contenido de agua en base húmeda, Y_w representa la fracción de agua contenida con respecto a los sólidos secos no grasos y Z_w es el contenido de agua en base seca (sólidos secos más grasos), las líneas continuas indican el modelo ajustado a cada curva. En la figura se observa que para cualquier base de cálculo la temperatura tiene la misma influencia sobre el contenido de agua, siendo más rápida la transferencia a 190°C sin embargo, la forma en como se determina es fundamental para observar su comportamiento durante el proceso, en este caso las curvas de Y_w y Z_w muestran una pendiente significativa en los primeros 50 s, comparadas con las curvas de C_w y X_w , este comportamiento se ve reflejado en los valores de equilibrio. Los valores iniciales del contenido de agua se determinaron como $c_{w0} = 0.84$ g agua/cm³ producto, $X_{w0} = 0.88$ g agua/g producto, $Y_{w0} = 7.36$ g agua/g sólidos libres de grasa y $Z_{w0} = 7.36$ g agua/g sólidos grasos (Y_{w0} y Z_{w0} coinciden porque los sólidos libres de grasa y los sólidos grasos son los mismos al inicio del proceso de freído). El contenido de agua estimado para Y_{we} se encuentra entre 1.9 y 2.0 g agua/g sólidos libres de grasa, mientras que los rangos para las otras bases de cálculo fueron de $0.37 \leq c_{we} \leq 0.40$ g agua/cm³ producto, $0.63 \leq X_{we} \leq 0.64$ g agua/g producto y $1.7 \leq Z_{we} \leq 1.8$ g agua/g sólidos grasos. Estos resultados son comparables con los que reportan Krokida et al. (2000b) quienes obtuvieron un contenido final de agua $0.37 \leq Z_{we} \leq 0.88$ g agua/g sólidos grasos ($0.27 \leq X_{we} \leq 0.47$ g agua/g producto). Estos valores se obtuvieron después de 10 min de freído (150, 170 y 190 °C) para tiras de papa de 10 mm × 10 mm × 40 mm, escaldadas a 70°C por 10 min; con un contenido de agua inicial de $Z_{w0} = 3.9$ g agua/g sólidos grasos ($X_{w0} = 0.80$ g agua/g producto).

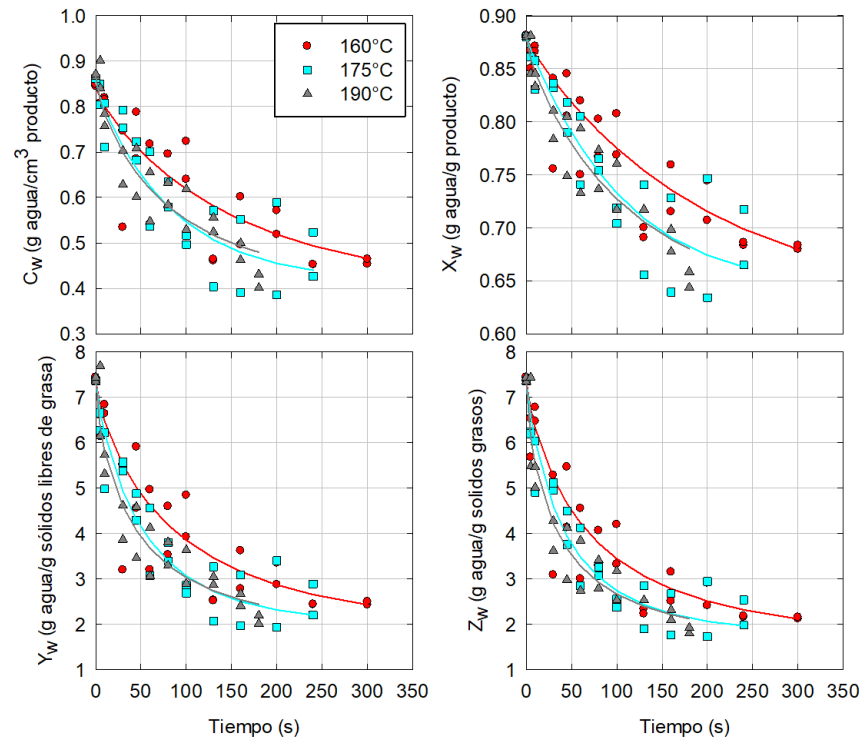


Figura 4.9. Contenido de agua expresado en diferentes variables de proceso durante el freído de papa.

En la Figura 4.10 se muestra la ganancia de aceite para las diferentes bases de cálculo durante el proceso de freído así como las curvas del modelo ajustado, se puede observar que a mayor temperatura ocurre una mayor ganancia de aceite, esto es debido al proceso de escaldado previo al proceso de freído, ya que de acuerdo con Pedreschi et al. (2008) durante el proceso de blanqueamiento o escaldado la superficie del producto sufre una gelatinización de almidón generando una mayor porosidad y permitiendo con ello la transferencia de masa entre el medio y el producto. En este caso se observa la importancia de la base de cálculo para el contenido de aceite ya que si no se expresa de forma adecuada puede existir una sobre estimación del contenido final de éste además, en las gráficas de C_o y X_o se percibe que la ganancia de aceite incrementa durante todo el proceso mientras que en las gráficas de Y_o y Z_o esta ganancia ocurre en los primeros segundos del proceso y después tiende a alcanzar un valor constante, comportamiento que está relacionado con la formación de costra limitando la transferencia de masa del medio al producto. El contenido final de aceite Y_{oe} estuvo en el rango de 0.12 y 0.15 g de aceite/ g sólidos libres de grasa; para las otras bases de cálculo fue de $0.024 \leq c_{oe} \leq 0.030$ g aceite/ cm^3 producto, $0.038 \leq X_{oe} \leq 0.050$ g aceite/ g producto, y $0.11 \leq Z_{oe} \leq 1.8$ g aceite/ g sólidos grasos. En este caso Krokida et al. (2000b) obtuvieron un contenido de aceite de $0.19 \leq Z_{oe} \leq 0.34$ g aceite/ g sólidos grasos ($0.10 \leq X_{oe} \leq 0.19$ g aceite/ g producto).

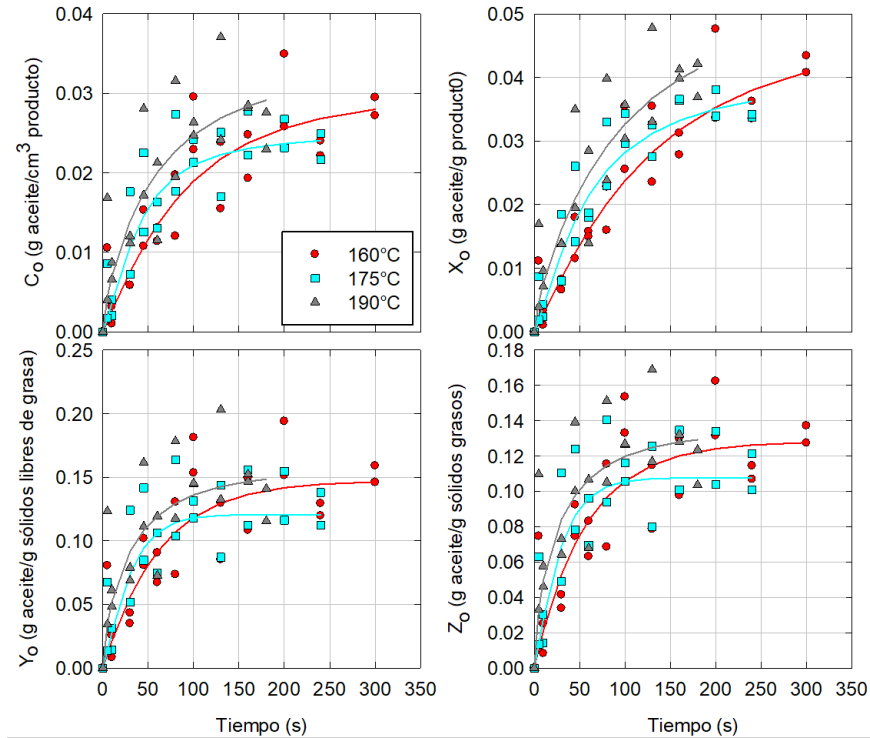


Figura 4.10. Contenido de aceite expresado en diferentes variables de proceso durante el freído de papa.

Los índices y parámetros que describen la pérdida de agua y la ganancia de aceite durante el freído de tiras de papa se presentan en la Tabla 4.1. Se encontró que la concentración de la base de cálculo afecta significativamente el TEV de las curvas de deshidratación ($p < 0.05$), observando valores inferiores cuando se usa X_w (1.84 a 2.84 %), seguido por c_w (4.29 a 7.02 %), mientras que las respuestas para Y_w y Z_w producen una dispersión experimental similar de 7.63 a 11.3 % y de 8.25 a 10.4 %, respectivamente. Por otra parte se observa un valor alto de TEV para las cinéticas de ganancia de aceite en comparación con su equivalente de deshidratación ($p < 0.05$), sin embargo, no se perciben diferencias significativas entre las unidades de concentración con valores de TEV de 15.7 a 25.5 %.

A diferencia de las cinéticas de secado, los puntos para cada tiempo de freído que se obtienen en las Figuras 4.9 y 4.10 provienen de muestras diferentes ya que el análisis es destructivo y cada ejemplar puede proceder de diferentes tubérculos (los cuales tienen propiedades diferentes como el contenido de humedad inicial o la densidad), además ninguna muestra se encoge y deforma de la misma manera. Por lo tanto, la particularidad de las muestras afecta sus características de transferencia de masa y produce una alta dispersión experimental como se demuestra en otras operaciones que involucran análisis destructivos, como la deshidratación osmótica (González-Pérez et al., 2019).

Por otra parte el SAE agrupa la variabilidad de todas las unidades de concentración (c, X, Y y Z) en un solo valor, permitiendo la estimación de un conjunto único de parámetros del modelo para las ecuaciones (4.41) y (4.42) que describen las cinéticas de deshidratación o ganancia de aceite (Y_{ke} , k_k , y n_k , para $k = w, o$) en cada temperatura de freído. Este índice varía entre 17.5 y 26.1, permitiendo una reproducción favorable de los resultados experimentales, con valores de MRD y R^2 en los rangos de 5.31-12.7% y 0.78-0.91 para la pérdida de agua así como, 16.8-29.2% y 0.66-0.91 para la ganancia de aceite. Los valores del MRD siguen la tendencia previamente analizada para el TEV; sin embargo, los índices MRD son más altos en promedio con un diferencia absoluta del 2%. Estos resultados son esperados ya que los índices de MRD deben aproximarse a los TEV cuando el modelo produce el mejor ajuste a los datos experimentales.

T (°C)	Substancia	TEV (%)					Parámetros ajustados ²					MRD (%)					R ²			SAE
		c _k	X _k	Y _k	Z _k	Y _{kg} ×10 ¹	k _k ×10 ²	n _k	c _k	X _k	Y _k	Z _k	c _k	X _k	Y _k	Z _k	c _k	X _k	Y _k	
160	k = w	4.78	1.92	8.67	9.00	19.4	3.14	0.76	7.40	2.75	13.7	12.7	0.78	0.82	0.82	0.86	26.1			
	k = o	20.3	20.7	21.4	20.2	1.47	1.50	1.02	25.2	22.6	29.2	27.2	0.85	0.89	0.75	0.77				
175	k = w	7.02	2.84	11.3	10.4	20.2	3.70	0.82	7.75	3.21	12.7	12.3	0.85	0.84	0.89	0.93	22.1			
	k = o	21.6	18.6	25.5	23.7	1.21	1.87	1.16	21.6	20.4	24.5	22.8	0.85	0.91	0.72	0.75				
190	k = w	4.29	1.84	7.63	8.25	19.6	7.04	0.68	5.31	2.30	9.22	9.86	0.92	0.91	0.92	0.93	17.5			
	k = o	18.8	20.0	17.2	15.7	1.54	7.93	7.15	19.3	20.3	18.5	16.8	0.77	0.83	0.66	0.69				

¹Masa de agua (k = w) o aceite (k = o) por volumen de producto (X_w), por peso de sólidos libres de grasa (Y_w) y por peso de sólidos grasos (Z_w). ²Y_{kg} tiene unidades de kg substancia en difusión/kg de sólidos libres de grasa, k_k tiene unidades de s^{-n_k} y n_k es adimensional.

Tabla 4.1. Índices y parámetros ajustados al modelo de pérdida de agua y ganancia de aceite durante el proceso de freído de papa bajo diferentes unidades de concentración.¹

4.5. Características de encogimiento del producto

La Figura 4.11(a) muestra la evolución del área normalizada y la redondez de las tiras de papa frita en función del contenido de agua (kg de agua / kg de sólidos libres de grasa). Los valores iniciales de estas variables se determinaron mediante análisis de imágenes como $A_0 = 91.2 \text{ mm}^2$ y $Rz_0 = 0.564$, respectivamente. Estos valores fueron ligeramente diferentes a los esperados del tamaño de las aberturas de la cortadora (9,5 mm), correspondientes a un área de $90,3 \text{ mm}^2$ y $0,637$ (este valor de redondez se estimó asumiendo un cuadrado para el área de la sección transversal), respectivamente. El perímetro inicial de la muestra estimado por análisis de imágenes fue de 3,84 cm en promedio; por lo tanto, la superficie total disponible para la transferencia de masa es de aproximadamente $32,5 \text{ cm}^2$ con caras cuadradas de tiras de papa que contribuyen a menos del 6% de este valor y que permiten despreciar la pérdida de agua longitudinal y la absorción de aceite (una suposición hecha durante el desarrollo del modelo). El área de la sección transversal y su redondez mostraron una disminución significativa con el contenido de humedad ($p < 0.05$). Se encontró que las tiras de papa sufrieron una reducción de tamaño similar y un cambio de forma a lo largo del proceso para niveles de deshidratación comparables independientemente de la temperatura de freído. El índice de redondez permite identificar la deformación que aparece en el producto ya que su valor no cambia para las muestras que se encogen sin alterar sus proporciones geométricas. En este caso, la redondez de las tiras de papa disminuyó levemente desde su valor inicial alcanzando un comportamiento constante ($Ir/Ir \approx 0.91$) cuando el contenido de agua es menor a 6 kg agua / kg sólidos libres de grasa. Ya que el valor es aproximado a la unidad se establece que no existe deformación significativa en el producto, sino que el valor se ve alterado por la rugosidad superficial formada en la corteza del producto. Por otro lado, el área de la sección transversal de las tiras de papa se redujo hasta aproximadamente el 40% de su valor inicial ($A/A \approx 0.6$). Por lo tanto, la longitud característica para la difusión se redujo en aproximadamente el 25% al final del freído ($L/L \approx 0.75$ asumiendo una sección transversal cuadrada). Se identificó el siguiente modelo de intersección cero (los valores en negrita entre paréntesis representan los intervalos de confianza del 95%) para describir el cambio del área de la sección transversal de las tiras de papa en función de su contenido de agua, proporcionando un ajuste satisfactorio de los datos experimentales.

$$\left(\frac{L}{L_0}\right) - 1 = \frac{A}{A_0} - 1 = -0.60(\pm 0.05) \left(1 - \frac{Y_w}{Y_{w0}}\right) \quad (R^2 = 0.97) \quad (4.51)$$

El modelo anterior se utilizó además, para implementar la contracción del producto durante la estimación de las propiedades de transferencia de masa. La evolución de la densidad del producto (ρ), la concentración de sólidos grasos (c_{os}) y la concentración de sólidos libres de grasa (c_s) se presentan en las Figuras 4.11b - 4.11d. Estas propiedades estuvieron en el rango de $632 \leq \rho \leq 1001$, $115 \leq c_{os} \leq 231$ y $115 \leq c_s \leq 209$. Durante el proceso de freído la densidad del producto se reduce cerca del 65% de su valor inicial, mientras que c_{os} se duplica y c_s incrementa el 80%. El incremento de c_{os} y c_s es esperado en un producto que muestra una importante reducción de tamaño, por otra parte la reducción de su densidad ocurre cuando la masa es removida del producto más rápido que la disminución de su volumen (creando más poros en el producto). Debido a esto, además de considerar el encogimiento del producto, el modelo de freído también debe incluir la variabilidad de estas propiedades para permitir una estimación confiable de los coeficientes de difusión. Krokida et al. (2000a) reportaron un comportamiento similar para la densidad aparente durante el freído de tiras de papa donde esta propiedad se redujo de un valor inicial de aproximadamente 1030 kg/m^3 a 666 kg/m^3 a $170 \text{ }^\circ\text{C}$ y 583 kg/m^3 a $190 \text{ }^\circ\text{C}$.

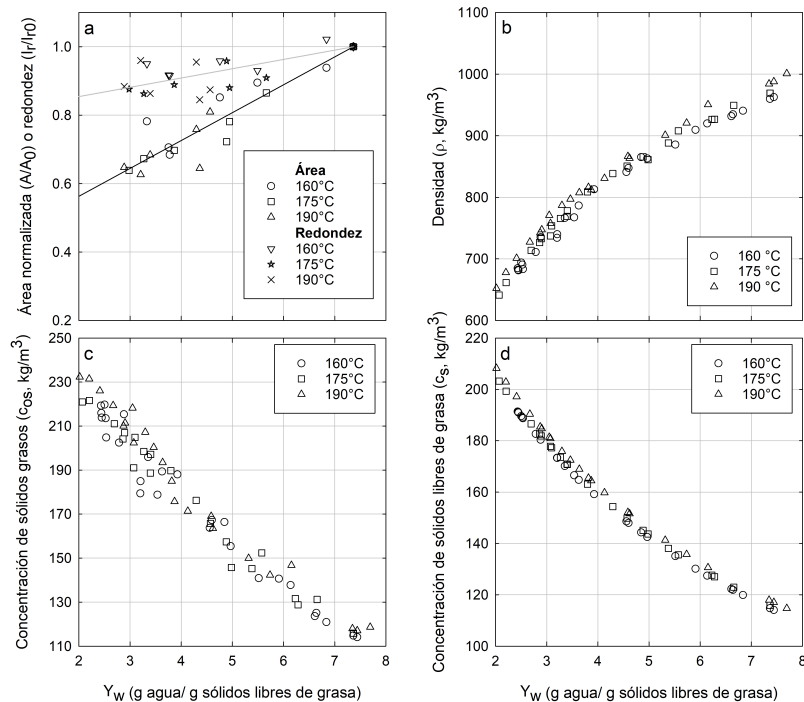


Figura 4.11. Evolución de las características de encogimiento durante el freído de prismas de papa.

Finalmente, por medio del análisis de imagen se evaluaron las características morfométricas de la sección transversal de las tiras de papa frita obteniendo los contornos promedio para diferentes intervalos de tiempo

lo cuales se representan como un mapa de seguimiento mostrando la evolución del encogimiento del producto en función del tiempo.

En las Figuras (4.12, 4.13 y 4.14) se observa como la muestras de papa procesadas por freído por inmersión donde los comportamientos de contracción y deformación fueron únicos para cada muestra pero muestran similitudes ya que reducen sus dimensiones a medida que pierden agua, manteniendo su geometría, sin embargo con el aumento de la temperatura la pérdida de agua se incrementa ocasionando un mayor encogimiento. En la Figura (4.13) se observa para 150 s una imperfección en la superficie del producto, esto es debido a la formación de costra. Por el contrario para el mismo tiempo a una temperatura de 160°C aun no se forma la corteza generando una superficie lisa y para la temperatura de 190°C la corteza se ha formado por completo permitiendo una mejor manipulación y visualización del encogimiento final.

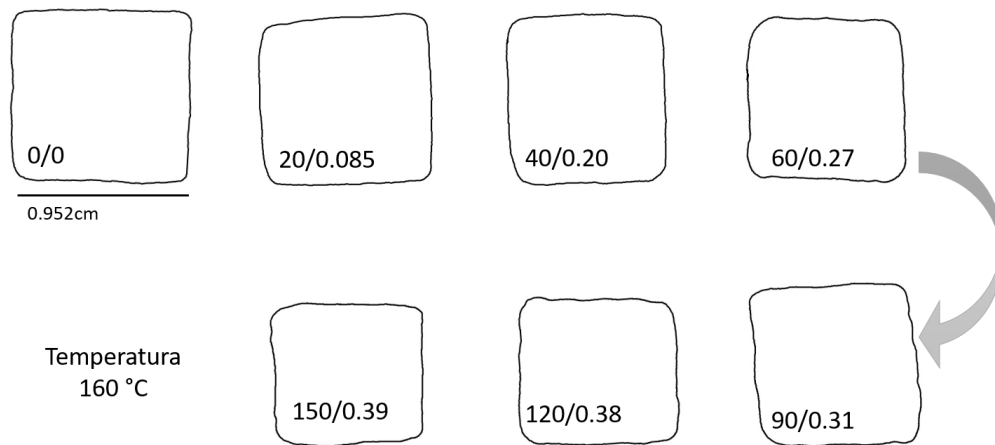


Figura 4.12. Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 160°C (tiempo de procesamiento (s) / pérdida de agua (g agua/g producto)).

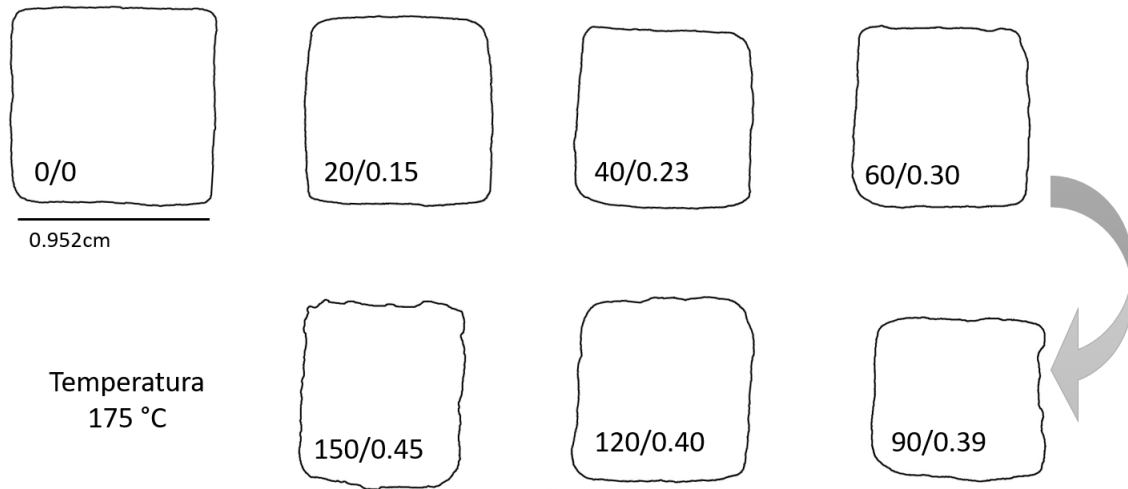


Figura 4.13. Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 175°C (tiempo de procesamiento (*s*) / pérdida de agua (*g agua/g producto*)).

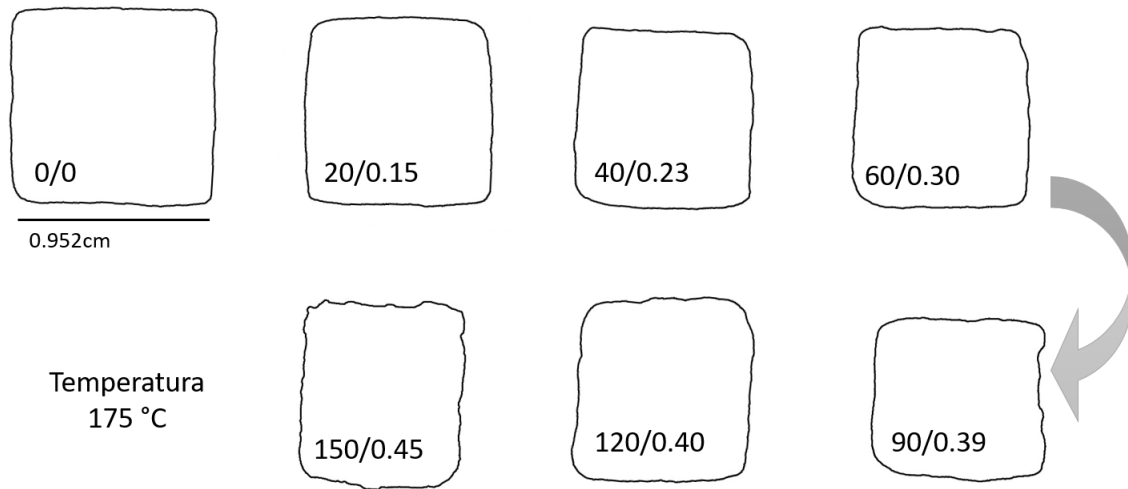


Figura 4.14. Mapa de encogimiento para muestras de papa sometidas al proceso de freído por inmersión a 190°C (tiempo de procesamiento (*s*) / pérdida de agua (*g agua/g producto*)).

4.6. Coeficientes de difusión durante el proceso de freído por inmersión

De acuerdo con el ajuste realizado mediante el método de las pendientes para cada base de cálculo en la Figura 4.15 se presentan las gráficas de los coeficientes de difusión obtenidos para el agua y aceite durante

el proceso de freído por inmersión, donde la estimación mediante la variable C_k está representada por X_k , contenido en base húmeda Y_k , fracción con respecto a los sólidos libres de grasa Z_k y concentración con respecto a los sólidos grasos como X_o . En todos los casos, el método propuesto predice un aumento gradual en los valores de difusividad de agua y aceite a medida que el contenido de humedad se reduce desde su estado inicial; sin embargo, la duración de esta etapa es variable. Esto debido al periodo de precalentamiento del producto causando el aumento gradual de la movilidad del agua y el aceite. Para la difusividad del agua, los valores estimados disminuyen después de alcanzar su máximo para $D_w(c_w)$, $D_w(Y_w)$ y $D_w(Z_w)$ pero para $D_w(X_w)$ los valores son aproximadamente constantes. Las difusividades del aceite también muestran un aumento gradual hasta aproximadamente el mismo contenido de humedad, seguido de una disminución para $D_o(Y_o)$ y $D_o(Z_o)$ y un periodo casi estacionario para $D_o(X_o)$; sin embargo, los valores de $D_o(c_o)$ muestran un incremento marcado para un contenido de agua menor a 3 g agua/ g sólidos libres de grasa. El aumento en la difusividad del aceite predicho por el modelo sin simplificaciones a tales contenidos de humedad puede estar relacionado con el desarrollo de poros en el producto. Krokida et al. (2000a) determinaron un aumento en la porosidad de papas fritas ($10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 40\text{ mm}$, $150 - 190^\circ\text{C}$) proveniente de la fracción de espacios vacíos dentro de las muestras, la cual incremento de 0-0.5 a aproximadamente 0.29-0.41 después de 3 min de freído.

Finalmente en la Tabla 4.2 se muestran las difusividades promedio obtenidas a distintas temperaturas para cada base de cálculo donde los rangos obtenidos fueron $1.12 \leq \langle D_w(c_w) \rangle \leq 1.12$, $0.89 \leq \langle D_w(X_w) \rangle \leq 1.92$, $2.25 \leq \langle D_w(Y_w) \rangle \leq 4.20$ y $2.63 \leq \langle D_w(Z_w) \rangle \leq 4.86$ ($\times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$). Por otra parte las difusividades del aceite se encontraron en los rangos de $2.79 \leq \langle D_o(c_o) \rangle \leq 5.80$, $1.26 \leq \langle D_o(X_o) \rangle \leq 2.88$, $4.29 \leq \langle D_o(Y_o) \rangle \leq 11.4$ y $4.63 \leq \langle D_o(Z_o) \rangle \leq 11.9$ ($\times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$). Las suposiciones de concentración constante tanto de sólidos libres de grasa (c_s) como de sólidos grasos (c_{os}) llevaron a una sobre estimación de los valores de difusividad (aproximadamente del 41 al 101 % para la constante c_s y del 55 al 135 % para la constante c_{os}). En comparación con los estimados sin simplificaciones (estimados a partir de datos de c_w o c_o), mientras que el supuesto de una densidad de producto constante (ρ) llevó a coeficientes de difusión subestimados (en aproximadamente el 19 al 55 %). se obtienen resultados en el rango de 10^{-8} , estos valores son mayores comparados con los reportados por autores como Moyano & Berna (2002); Troncoso & Pedreschi (2009); Yildiz et al. (2007) quienes obtienen valores en el rango de 10^{-9} para el agua, esto es debido a la forma en como se determina la difusividad, considerando que no tiene variación temporal, además de ser determinada para la misma longitud durante todo el proceso de freído sin considerar el encogimiento. Por otra parte los coeficientes

de difusión obtenidos para el aceite están en el rango de 10^{-8} a 10^{-7} sin embargo, aún no existen valores reportados por otros autores.

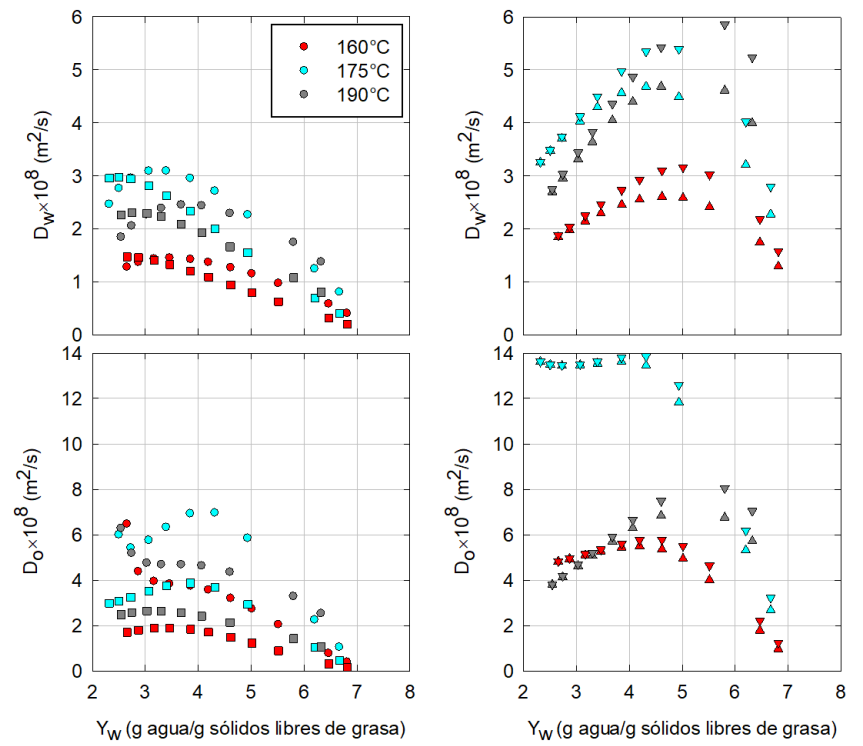


Figura 4.15. Evolución de la difusividad del agua y aceite durante el proceso de freído por inmersión de papa estimada mediante diferentes variables del modelo.

En la Figura 4.16 se muestra una comparación de la cinética del proceso de freído ajustada para agua y aceite a $160\text{ }^{\circ}\text{C}$ presentada en forma adimensional. Según esta figura y la Tabla 4.15, cuanto más rápido alcanza el equilibrio la curva, menores son los coeficientes de difusión estimados. Las curvas siguen el orden de $u(Z_k) > u(Y_k) > u(c_k) > u(X_k)$, de la más rápida a la más lenta. Este comportamiento no depende de los valores de equilibrio para cada curva, ya que todas las cinéticas comparten los mismo parámetros para su determinación (k_k , n_k y Y_{ke} ; $k = w, o$) contenidos en la Tabla 4.1.

Tabla 4.2. Difusividad promedio $D \times 10^8 (m^2 s^{-1})$ estimada mediante diferentes base de cálculo.

Sustancia	T (°C)	Bases de cálculo ¹			
		A	B	C	D
Agua (k = w)	160	1.12	0.89	2.25	2.63
	175	2.42	1.92	4.15	4.71
	190	2.14	1.73	4.20	4.86
Aceite (k = o)	160	2.79	1.26	4.29	4.63
	175	5.80	2.88	11.4	11.9
	190	4.29	2.13	6.04	6.66

¹A: Sin simplificaciones (estimada mediante c_k), B: Densidad constante del producto (estimada mediante X_k), C: Concentración de sólidos libres de grasa constante (estimada mediante Y_k) y D: Concentración de sólidos grasos constante (estimada mediante Z_k).

Con respecto a la evolución de la difusividad del agua, algunos autores han ajustado modelos de difusión a datos experimentales con funciones de difusividad dependientes del tiempo Moyano & Berna (2002); Pedreschi & Moyano (2005); Pedreschi et al. (2007); Troncoso & Pedreschi (2009); Zúñiga et al. (2008) Moyano & Berna (2002); Pedreschi & Moyano (2005); Pedreschi et al. (2007); Troncoso & Pedreschi (2009); Zúñiga et al. (2008)). En este caso el aumento de las funciones es inconsistente, ya que la difusividad del agua aumenta sin límites a medida que avanza el proceso de freído, por otra parte, para las funciones decrecientes el problema es que la difusividad del agua alcanza su valor máximo al inicio del proceso sin reflejar la etapa de precalentamiento de las muestras. Por tanto, el uso de ecuaciones de difusividad predefinidas no es una buena estrategia para estudiar la evolución real de esta propiedad de transferencia de masa.

Los valores de la difusividad del agua están en el orden de magnitud de los reportados por otros autores; sin embargo, se debe tener cuidado al comparar estos datos debido a las diferentes bases de cálculo. Además, pueden existir diferencias importantes entre los métodos de pretratamiento que podrían afectar las propiedades de transferencia de masa del producto. Por ejemplo Rice & Gamble (1989) determinaron los valores de $D_w(X_w)$ en los rangos de $0.82 - 1.55 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ y $1.03 - 1.50 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído de chips de papa (1.5 mm espesor) a 165 y 185°C respectivamente. Yildiz et al. (2007) determinaron $D_w(Z_w)$ en los rangos de $0.92 - 1.82 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído de tiras de papa (8.5 mm \times 8.5 mm \times 70 mm, 150-190°C). Moyano & Berna (2002) una $D_w(Z_w)$ constante con valores de $0.41 - 0.67 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído de tiras de papa (7mm \times 7mm \times 70mm, 150-190°C) las cuales fueron escaldadas (8 min a 75°C) y posteriormente secadas (60°C hasta obtener un contenido de humedad de 0.6 g agua/ g producto). Naghavi et al. (2018a,1) reportaron una $D_w(Z_w)$ con valores de $3.7 - 4.7 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído de tiras de papa (1.2cm \times 1.2cm \times 4cm, 170°C) para muestras blanco y para papas con una cubierta de soluciones acuosas de alginato de sodio, carragenina y goma arábica en una relación del 1-2% m/v por 2 min a temperatura ambiente. En cuanto a la difusividad del aceite Ateba & Mittal (1994) determinaron un valor promedio de $2.87 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ durante el freído por inmersión de albóndigas de carne a 159°C para una base de calculo de Z_o .

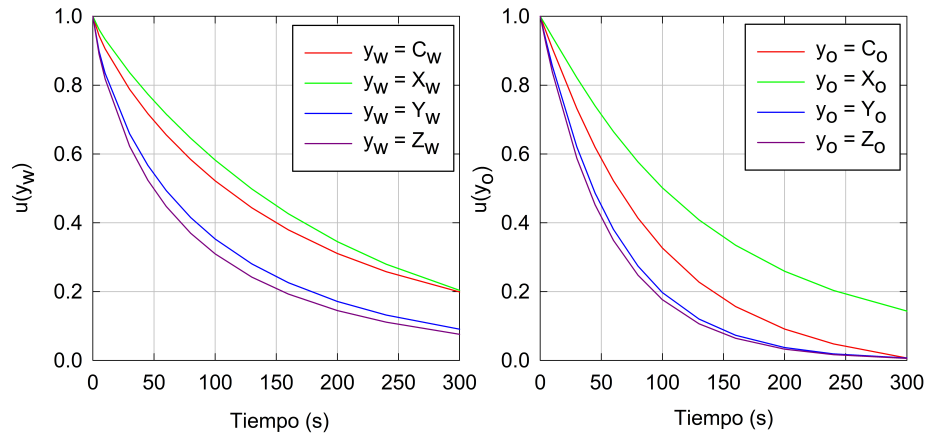


Figura 4.16. Comparación de contenidos adimensionales de agua y aceite durante el freído de papa a partir de diferentes bases de cálculo ($160\text{ }^{\circ}\text{C}$).

4.6.1. Efecto del encogimiento en la difusividad

El efecto de no contemplar el encogimiento durante la estimación de la difusividad del agua mediante el método de las pendientes se observa en la Figura 4.17 y la Tabla 4.3. Donde existe una importante sobre estimación de la difusividad del agua (mayor al 70% en las condiciones analizadas) cuando los cambios dimensionales del producto se ignoran durante la modelación del proceso, independientemente del uso de las bases de cálculo. Este efecto ha sido validado en procesos de deshidratación tales como el secado convectivo y la deshidratación osmótica (González-Pérez et al. (2019); Hernández et al. (2000); Ortiz-García-Carrasco et al. (2015)) y su intensidad depende del grado de encogimiento del material procesado. Los estudios que han incorporado el encogimiento del producto en la estimación de la difusividad del agua durante el proceso de freído son limitados, y los pocos existentes han recurrido a aproximaciones mediante el ajuste por regresión usando expresiones dependientes de la humedad a partir del contenido de agua con la base de cálculo Z_w y haciendo uso de un modelo de difusión Fikiana (Baik & Mittal, 2005). Sin embargo, no se han presentado resultados sobre el grado de sobre estimación de las difusividades de masa cuando el encogimiento no se considera en el modelo del proceso de freído.

Método	Consideraciones usadas en el desarrollo del modelo			Bases de cálculo ²			
	Número de Fourier	Encogimiento	Variable D_w	A	B	C	D
MOS (propuesto)	$\theta = \int(D_w/L)dt$	Si	Si	2.42	1.92	4.15	4.71
MOS (propuesto)	$\theta = \int(D_w/L)dt$	No, $L = L_0$	Si	7.53 (211)	6.45 (236)	11.6 (180)	12.7 (170)
Solución para τ	$\tau = D_w t/L$	Si ¹	Si ¹	1.21 (-50)	3.24 (69)	1.64 (-61)	3.99 (-15)
Solución para τ	$\tau = D_w t/L$	No, $L = L_0$	Si ¹	1.74 (-28)	4.43 (131)	2.30 (-44)	5.43 (15)

¹ El número de Fourier no incluye la variabilidad para L o D_w . ²A: Sin simplificaciones (estimada de c_k), B: Densidad del producto constante (estimada de X_k), C: Concentración de sólidos libres de grasa constante (estimada de Y_k) and D: Concentración de sólidos grasos constante (estimada de Z_k). Los números entre paréntesis representan la desviación relativa (%) con respecto al MOS con encogimiento y difusividad variable.

Tabla 4.3. Efecto del encogimiento y el método de solución sobre las difusividades promedio de agua durante el freído de tiras de papa a 175 ° C (valores $\times 10^8 m^2/s$).

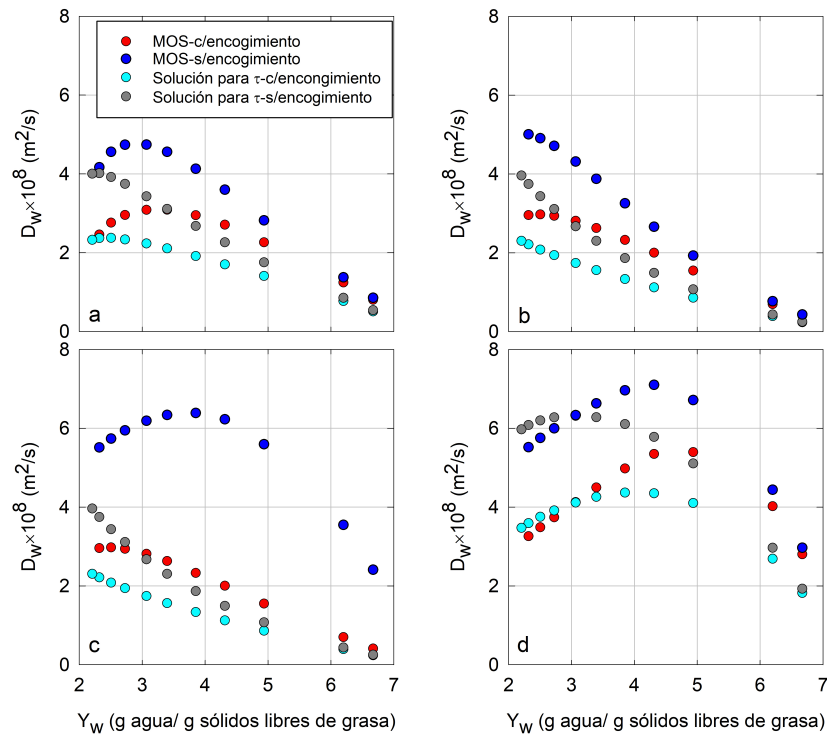


Figura 4.17. Efecto del método de contracción y estimación sobre el comportamiento de la difusividad del agua durante el freído de tiras de papa a 175 ° C. (a) estimado a partir de c_w (sin simplificaciones), (b) estimado a partir de X_w (densidad constante), (c) estimado a partir de Y_w (concentración constante de sólidos libres de grasa), y (d) estimado a partir de Z_w (concentración constante de sólidos grasos).

4.6.2. Efecto del método de estimación en la difusividad del agua

En la Figura 4.17 y la Tabla 4.3 también se observan las difusividades del agua obtenidas mediante la solución analítica para la ecuación de transferencia de masa. Cuando es considerada la solución de τ para la estimación de la difusividad másica los resultados no reflejan la sobre estimación y subestimación de estas propiedades con relación a las diferentes bases de cálculo, esto debido a la forma en como es considerado el encogimiento en la solución; es decir aunque los valores de la desviación relativa son menores para la solución de τ con respecto al método de MOS los coeficientes de D_w estimados mediante MOS reflejan mejor el comportamiento del proceso de freído. Es por eso que se debe tener precaución al realizar la comparación de estos resultados ya que para la columna D (base de cálculo Z_w) se presenta un desviación relativa del 15% de sobreestimación o subestimación cuando es considerado o no el encogimiento; mientras que para la misma columna los valores mostrados para el método de MOS cuando se basan en Z_w tienen una sobre estimación del 95% comparado con el MOS basado en c_w (columna A). Además, incluso si las difusividades promedio son comparables, la evolución prevista de la difusividad del agua podría ser diferente (véase, por ejemplo, la duración del período de precalentamiento en las Figuras 4.17a y 4.17d). Por lo tanto, este método debe usarse con precaución porque estima difusividades variables en un producto que se contrae a partir de un modelo de transferencia de masa inicial desarrollado bajo el supuesto de una difusividad constante en un sólido rígido.

V. Conclusiones

La inclusión de las propiedades térmicas del alimento como función de la temperatura y el cambio de la composición del alimento permitieron obtener la simulación de la etapa de tasa de caída durante el proceso, lo que permite identificar el cambio de fase del agua en la parte interna del alimento durante el proceso de freído por inmersión.

Los tiempos resultantes en la simulación exceden el tiempo determinado en las cinéticas experimentales esto debido a la estimación general de un solo valor para los coeficientes de difusión. Sin embargo la implementación del método de las pendientes permitió la estimación de la difusividad másica variable durante el proceso de freído por inmersión considerando los cambios dimensionales del alimento, lo que permite describir la transferencia de masa durante todo el proceso. Este método reafirmó la importancia de la variación de la difusividad en el tiempo y su determinación correcta. Además se corrobora que el análisis de imágenes se aplicó con éxito para extraer las características morfométricas de las tiras papa durante el freído.

El modelo propuesto para el proceso de enfriamiento después del freído permitió el análisis de la transferencia de masa y calor para muestras de rodajas de papa a diferentes temperaturas de permanencia. Este modelo describió con precisión los contenidos de aceite en la superficie y en la superficie penetrada. Además proporciona valores de temperatura promedio para la capa de aceite y el alimento; sin embargo, el balance de energía en la superficie de la capa de aceite y la suposición de una distribución de temperatura parabólica permitieron estimar las temperaturas de la superficie y del centro. Se demostró que el enfriamiento evaporativo es fundamental para lograr una descripción precisa del historial térmico del alimento. También, la distancia mínima para la penetración del aceite mostró una buena concordancia con los datos de espesor de la corteza; por lo tanto, el algoritmo propuesto podría implementarse potencialmente en modelos de freído.

Los resultados obtenidos de los duplicados para la parte experimental permitieron corroborar el comportamiento de la transferencia de masa (pérdida de agua y ganancia de aceite). El análisis de estos datos expresados mediante diferentes bases de calculo y ajustados de forma simultanea conduce a diferentes supuestos implícitos del modelo que tienen un efecto significativo en la estimación de las difusividades de masa. Mientras que el uso de contenido de agua y aceite en base seca (la relación de masa de aceite o agua a los sólidos del producto no desgrasado), es la forma más popular de expresarlos por diversos autores, el análisis realizado en este proyecto comprueba que esos supuestos tienen sobreestimaciones que van del 55

al 135 % en difusividades de masa en comparación con los estimados sin simplificaciones, incluso cuando se considera el encogimiento en el modelo. Por lo tanto se demuestra la importancia de considerar toda la composición del producto y que los cambios dimensionales del producto tienen un efecto significativo en la estimación de las propiedades de transferencia de masa y su impacto depende de la base de cálculo y el método de estimación elegidos para realizar una adecuada descripción del freído por inmersión.

Finalmente con la realización de este trabajo de tesis se efectuó la publicación del artículo “Effect of shrinkage and concentration basis on water diffusivity estimation and oil transfer during deep-fat frying of foods” en la revista de ingeniería química, así como la participación en el Twitter Lantin American Conference on Environmental and Chemical Process Systems Engineering en julio 2021 y segunda publicación “Modeling post- frying oil absorption, water loss and cooling of potato” actualmente revisada y considerada en la revista International Food Research Journal.

Bibliografía

- A. A. Adedeji, M. O. N. & Raghavan, G. S. V. (2009). Kinetics of mass transfer in microwave precooked and deep-fat fried chicken nuggets. *Journal of Food Engineering*, 91, 146–153.
- Ahromrit, A. & Nema, P. (2010). Heat and mass transfer in deep-frying of pumpkin, sweet potato and taro. *Food Sci. Technol*, 47(6), 632–637.
- Alvis, A., Vélez, C., Rada-Mendoza, M., Villamiel, M., & Villada, H. S. (2009). Heat transfer coefficient during deep-fat frying. *Food Control*, 20, 321–325.
- ASHRAE (2010). *Handbook. Refrigeration. SI Edition. American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers*. Atlanta, GA, USA.
- Ateba, P. & Mittal, G. S. (1994). Modelling the deep-fat frying of beef meatballs. *International Journal of Food Science and Technology*, 29, 429–440.
- Baik, O.-D. & Farinu, A. (2007). Heat transfer coefficients during deep fat frying of sweetpotato: Effects of product size and oil temperature. *Food Research International*, 40, 989–994.
- Baik, O.-D. & Mittal, G. S. (2005). Heat and moisture transfer and shrinkage simulation of deep-fat tofu frying. *Food Research International*, 38, 183–191.
- Bansal, H. S., Takhar, P., Alvarado, C. Z., & Thompson, D. L. (2015). Transport mechanisms and quality changes during frying of chicken nuggets - hybrid mixture theory based modeling and experimental verification. *Journal of Food Science*, 80, E2759–E2773.
- Bansal, H. S., Takhar, P. S., & Maneerote, J. (2014). Modeling multiscale transport mechanisms, phase changes and thermomechanics during frying. *Food Research International*, 62, 709–717.
- Bouchon, P., Aguilera, J., & Pyle, D. (2003). Structure oil-absorption relationships during deep-fat frying. *Journal of Food Science*, 68, 2711–2716.
- Bouchon, P., Hollins, P., Pearson, M., Pyle, D., & Tobin, M. (2001). Oil distribution in fried potatoes monitored by infrared microspectroscopy. *Journal of Food Science*, 68, 2711–2716.
- Bouchon, P. & Pyle, D. (2005a). Modelling oil absorption during post-frying cooling. i: Model development. *Foods and Bioproducts Processing*, 83, 253–260.
- Bouchon, P. & Pyle, D. (2005b). Modelling oil absorption during post-frying cooling. ii: Solution of the mathematical model, model testing and simulations. *Foods and Bioproducts Processing*, 83, 261–272.

- Bravo, J., Sanjuán, N., Ruales, J., & Mulet, A. (2009). Modeling the dehydration of apple slices by deep fat frying. *Drying Technology*, 27, 782–786.
- Budzaki, S. & Seruga, B. (2005). Moisture loss and oil uptake during deep fat frying of "krostula" dough. *European Food Research and Technology*, 220, 90–95.
- Chen, Y. & Moreira, R. G. (1997). Modelling of a batch deep-fat frying process for tortilla chips. *Food and Bioproducts Processing*, 75, 181–190.
- Costa, R., Oliveira, F., Dealney, O., & Gekas, V. (1999). Analysis of the heat transfer coefficient during potato dough. *Food Engineering*, 96(4), 528–532.
- Debnath, S., Rastogi, N., Krishna, G., & Lokesh, B. (2009). Oil partitioning between surface and structure of deep-fat fried potato slices: a kinetic study. *LWT-Food Science and Technology*, 42, 1054–1058.
- Devi, S., Zhang, M., Ju, R., & Bhandari, B. (2020). Water loss and partitioning of the oil fraction of mushroom chips using ultrasound-assisted vacuum frying. *Food Bioscience*, 38, 100753.
- Dorbaganes, C., Márquez-Ruiz, G., & Velasco, J. (2000). Interactions between fat and food during deep-frying. *European Journal of Lipid Science and Technology*, 102, 521–528.
- Farid, M. & Kizilel, R. (2009). A new approach to the analysis of heat and mass transfer in drying and frying of food products. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 48, 217–223.
- Farinu, A. & Baik, O.-D. (2007). Heat transfer coefficients during deep fat frying of sweetpotato: Effects of product size and oil temperature. *Food Research International*, 40, 989–994.
- Farinu, A. & Baik, O.-D. (2008). Convective mass transfer coefficients in finite element simulations of deep fat frying of sweetpotato. *Journal of Food Engineering*, 89, 187–194.
- Farkas, B. E., Singh, R. P., & Rumsey, T. R. (1996). Modeling heat and mass transfer in immersion frying. i, model development. *Journal of food engineering*, 29, 211–226.
- Fellows, P. J. (2000). *Food processing technology- principles and practice 2*. Woodhead Publishing.
- Franklin, M. E. E., Pushpadass, H. A., Menon, R. R., Rao, K. J., & Nath, B. S. (2013). Modeling the heat and mass transfer during frying of gulab jamun. *Journal of Food Processing and Preservation*, 38, 1939–1947.
- Ghaderi, A., Dehghannya, J., & Ghanbarzadeh, B. (2018). Momentum, heat and mass transfer enhancement during deep-fat frying process of potato strips: Influence of convective oil temperature. *International Journal of Thermal sciences*, 134, 485–499.
- González-Pérez, J., López-Méndez, E., Luna-Guevara, J., Ruiz-Espinosa, H., Ochoa-Velasco, C., & Ruiz-

- lópez, I. (2019). Analysis of mass transfer and morphometric characteristics of white mushroom (*agaricus bisporus*) pilei during osmotic dehydration. *Journal of Food Engineering*, 240, 120–132.
- Gouyo, T., Rondet, E., Mestres, C., Hofleitner, C., & Bohuon, P. (2021). Microstructure analysis of crust during deep-fat or hot-air frying to understand french fry texture. *Journal of Food Engineering*, 298, 110484.
- He, D.-B., Xu, F., Hua, T., & Song, X.-Y. (2012). Oil absorption mechanism of fried food during cooling process. *Journal of Food Process Engineering*, 36, 412–417.
- Hernández, J. A., Pavón, G., & García, M. A. (2000). Analytical solution of mass transfer equation considering shrinkage for modeling food-drying kinetics. *Journal of Food Engineering*, 45, 1–10.
- Huang, P.-Y. & Fu, Y.-C. (2014). Modelling the kinetics of water loss during deep-fat frying of potato particulates. *Czech Journal of Food Sciences*, 32, 585–594.
- Hubbard, L. & Farkas, B. (1999). A method for determining the convective heat transfer coefficient during immersion frying. *Food Process*, 24(2), 143–162.
- Islam, M., Zhang, M., & Fan, D. (2019). Ultrasonically enhanced low-temperature microwave-assisted vacuum frying of edamame: Effects on dehydration kinetics and improved quality attributes. *Drying Technology*, 37, 2087–2104.
- Kim, D., Min, B., Lee, S., & Lee, S. (2012). Influence of surface coating with xanthan gum on heat transfer during deep-fat frying of potato strips. *Food Process*, 35(6), 898–904.
- Kim, T. & Moreira, R. (2013). De-oiling and pretreatment for high-quality potato chips. *Journal of Food Process Engineering*, 36, 267–275.
- Kose, Y. E. & Dogan, I. S. (2016). Determination of simultaneous heat and mass transfer parameters of tulumba dessert during deep-fat frying. *Journal of Food Processing and Preservation*, 41, e13082.
- Krokida, M., Oreopoulou, V., Maroulis, Z., & Marinos-Kouris, D. (2001a). Effect of osmotic dedhydration pretreatment on quality of french fries. *Journal of Food Engineering*, 49, 339–345.
- Krokida, M., Oreopoulou, V., & Maroulis, Z. (2000a). Effect of frying conditions on shrinkage and porosity of fried potatoes. *Journal of Food Engineering*, 43, 147–154.
- Krokida, M., Oreopoulou, V., Maroulis, Z., & Marinos-Kouris, D. (2001b). Effect of pre-drying on quality of french fries. *Journal of Food Engineering*, 49, 347–354.
- Krokida, M. K., Oreopoulou, V., & Maroulis, Z. B. (2000b). Water loss and oil uptake as a function of frying time. *Journal of Food Engineering*, 44, 39–46.

- Kumar, V., Sharma, H., Singh, K., Kaushal, P., & Singh, R. (2017). Effect of pre-frying drying on mass transfer kinetics of taro slices during deep fat frying. *International Food Research Journal*, 24, 1110–1116.
- Liberty, J., Dehghannya, J., & Ngadi, M. (2019). Effective strategies for reduction of oil content in deep-fat fried foods: a review. *Trends in Food Science and Technology*, 92, 172–183.
- Liley, P., Thomson, G., Friend, D., Daubert, T., & Buck, E. (1997). Physical and chemical data. in: Perry, r.h.; green, d.w. and maloney, j.o (eds.). *Chemical Engineers Handbook. Seventh Edition. McGraw-Hill, USA*.
- Lioumbas, J. & Karapantsios, T. (2012). Evaporation front compared with crust thickness in potato deep-fat frying. *Journal of Food Science*, 71, E17–E25.
- Martínez-Ramos, T., Corona-Jiménez, E., & Ruiz-López, I. (2021). Analysis of ultrasound-assisted convective heating/cooling process: development and application of a nusselt equation. *Ultrasonics Sonochemistry*, 74, 105575.
- Miller, K., Singh, R., & Farkas, B. (1994). Viscosity and heat transfer coefficients for canola, corn palm, and soybean oil. *Food Process*, 18(6), 461–472.
- Mir-Bel, J., Oria, R., & Salvador, M. L. (2012). Influence of temperature on heat transfer coefficient during moderate vacuum deep-fat frying. *Journal of Food Engineering*, 113, 167–176.
- Miranda, M. & Aguilera, J. (2006). Structure and texture properties of fried potato products. *Food Reviews International*, 22, 173–201.
- Mondal, I. H. & Dash, K. K. (2017). Textural, color kinetics, and heat and mass transfer modeling during deep fat frying of chhena jhili. *Journal of Food Processing and Preservation*, 41, e12828.
- Mosavian, M. & Karizaki, V. (2012). Determination of mass transfer parameters during deep fat frying of rice crackers. *Rices Science*, 19(1), 64–69.
- Movahhed, S. & Chernabon, H. A. (2019). Moisture content and oil uptake variations and moeling in deep-fried hamburger slices. *Chemical Product and Process Modeling*, DOI: 10.1515/cppm, 2018–0036.
- Moyano, P. C. & Berna, A. Z. (2002). Modelling water loss during frying of potato strips: Effect of solute impregnation. *Drying Technology*, 20(7), 1303–13018.
- Naghavi, E. A., Dehghannya, J., & Ghanbarzadeh, B. (2018a). 3d computational simulation for the prediction of coupled momentum, heat and mass transfer during deep-fat frying of potato strips coated with different concentrations of alginate. *Journal of food engineering*, 235, 6478.

- Naghavi, E.-A., Dehghannya, J., & Ghanbarzadeh, B. (2018b). Effect of hydrocolloid type on transfer phenomena during deep-fat frying of coated potato strips: numerical modeling and experimental analysis. *Computers and Electronics in Agriculture*, 154, 382–399.
- Nasiri, F. D., Mohebbi, M., Yazdi, F. T., Hossein, M., & Khodaparast, H. (2011). Kinetic modeling of mass transfer during deep fat frying of shrimp nugget prepared without a pre-frying step. *Food and Bioproducts Processing*, 89, 241–247.
- Neethu, K., Sharma, A., Pushpadass, H., & Manjunatha, F. (2016). Prediction of convective heat transfer coefficient during deep fat frying of pantoa using neurocomputing approaches. *Innova Food Sci. Emerg. Technol*, 34, 275–284.
- Ngadi, M., Dirani, K., & Oluka, S. (2006). Mass transfer characteristics of chicken nuggets. *International Journal of Food Engineering*, 2, 1–16.
- Ngadi, M., Wang, Y., Adedeji, A., & Raghavan, G. (2009). Effect of microwave pretreatment on mass transfer during deep-fat frying of chicken nugget. *LWT - Food Science and Technology*, 42, 438–440.
- Ortiz-García-Carrasco, B., Yañez-Mota, E., Pacheco-Aguirre, F., Ruiz-Espinosa, H., García-Alvarado, M., Cortés-Zavaleta, O., & Ruiz-López, I. (2015). Drying of shrinkable food products: Appraisal of deformation behavior and moisture diffusivity estimation under isotropic shrinkage. *Journal of Food Engineering*, 144, 138–147.
- Pacheco-Aguirre, F., García-Alvarado, M., Corona-Jiménez, E., Ruiz-Espinosa, H., Cortés-Zavaleta, O., & Ruiz-López, I. (2015). Drying modeling in products undergoing simultaneous size reduction and shape change: Appraisal of deformation effect on water diffusivity. *Journal of Food Engineering*, 164, 30–39.
- Pedreschi, F., Cocio, C., Moyano, P., & Troncoso, E. (2008). Oil distribution in potato slices during frying. *Journal of Food Engineering*, 87, 200–212.
- Pedreschi, F. & Moyano, P. (2005). Effect of pre-drying on texture and oil uptake of potato chips. *LWT-Food Science and Technology*, 38, 599–604.
- Pedreschi, F., Moyano, P., Santis, N., & Pedreschi, R. (2007). Physical properties of pre-treated potato chips. *Journal of food engineering*, 79, 1474–1482.
- Raoult-Wack, A.-L., Vitrac, O., Dufour, D., & Trystram, G. (2002). Characterization of heat and mass transfer during deep-fat frying and its effect on cassava chip quality. *Journal of Food Engineering*, 53, 161–176.

- Rice, P. & Gamble, M. H. (1989). Technical note: Modelling moisture loss during potato slice frying. *International Journal of Food Science and Technology*, 24, 183–187.
- Ruiz-López, I. & García-Alvarado, M. (2007). Analytical solution for food-drying kinetics considering shrinkage and variable diffusivity. *Journal of Food Engineering*, 79, 208–216.
- Sahin, S., Sastry, S., & Bayindirli, L. (1999). The determination of convective heat transfer coefficient during frying. *Journal of Food Engineering*, 39, 307–311.
- Sandhu, J., Parikh, A., & Takhar, P. (2016). Experimental determination of convective heat transfer coefficient during controlled frying of potato discs. *Food Sci. Technol*, 65, 180–184.
- Seruga, B. & Budzaki, S. (2005). Determination of convective heat transfer coefficient during frying of potato dough. *Journal of food engineering*, 66, 307–314.
- Sharma, S. K., Mulvaney, S. J., & Rizvi, S. S. H. (2003). *Ingeniería de alimentos: Operaciones unitarias y prácticas de laboratorio*. Limusa Wiley.
- Sothornvit, R. (2011). Edible coating and post-frying centrifuge step effect on quality of vacuum-fried banana chips. *Journal of Food Engineering*, 107, 319–235.
- Tarmizi, A. & Niranjana, K. (2013). Post-frying oil drainage from potato chips and french fries: a comparative study of atmospheric and vacuum drainage. *Food and Bioprocess Technology*, 6, 489–497.
- Tassou, S. A., Wu, H., Karayannis, T. G., & Jouhara, H. (2013). Analysis and simulation of continuous food frying processes. *Applied Thermal Engineering*, 53, 332–339.
- Topete-Betancourt, A., Figueroa-Cárdenas, J., Morales-Sánchez, E., Arámbula-Villa, G., & Pérez-Robles, J. (2020). Evaluation of the mechanism of oil uptake and water loss during deep-fat frying of tortilla chips. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 19, 409–422.
- Touffet, M., Trystram, G., & Vitrac, O. (2020). Revisiting the mechanisms of oil uptake during deep-frying. *Food and Bioproducts Processing*, 123, 14–30.
- Troncoso, E. & Pedreschi, F. (2009). Modeling water loss and oil uptake during vacuum frying of pre-treated potato slices. *LWT - Food Science and Technology*, 42, 1164–1173.
- van Koerten, K., Schutyser, M., Somsen, D., & Boom, R. (2015). Crust morphology and crispness development during deep-fat frying of potato. *Food Research International*, 78, 336–342.
- van Koerten, K., Somsen, D., Boom, R., & Schutyser, M. (2017). Modelling water evaporation during frying with an evaporation dependent heat transfer coefficient. *Journal of Food Engineering*, 197, 60–67.
- Vitrac, O., Dufour, D., Trystram, G., & Raoult-Wack, A.-L. (2002). Characterization of heat and mass

- transfer during deep-fat frying and its effect on cassava chip quality. *Journal of Food Engineering*, 53, 161–176.
- Wanakamol, W. & Poonlarp, P. (2018). Effects of frying temperature, frying time and cycles on physico-chemical properties of vacuum fried pineapple chips and shelf life prediction. *International Food Research Journal*, 25, 2681–2688.
- Wu, H., Karayiannis, T., & Tassou, S. (2013). A two-dimensional frying model for the investigation and optimisation of continuous industrial frying systems. *Applied Thermal Engineering*, 51, 926–936.
- Yagua, C. & Moreira, R. (2011). Physical and thermal properties of potato chips during vacuum frying. *Journal of Food Engineering*, 104, 272–283.
- Yang, S., Liu, T., Fu, N., Xiao, J., & Chen, X. (2021). Convective drying of highly shrinkable vegetables: new method on obtaining the parameters of the reaction engineering approach (rea) framework. *Journal of Food Engineering*, 305, 110613.
- Yildiz, A., Palazoglu, T. K., & Erdogdu, F. (2007). Determination of heat and mass transfer parameters during frying of potato slices. *Journal of Food Engineering*, 79, 11–17.
- Ziaiiifar, A., Courtois, F., & Trystram, G. (2010). Porosity development and its effect on oil uptake during frying process. *Journal of Food Process Engineering*, 33, 191–212.
- Ziaiiifar, A., Heyd, B., & Courtois, F. (2009). Investigation of effective thermal conductivity kinetics of crust and core regions of potato during deep-fat frying using a modified lees method. *Journal of Food Engineering*, 95, 373–379.
- Zúñiga, R. N., Moyano, P. C., & Pedreschi, F. (2008). Enthalpy-entropy compensation for water loss of potato slices during deep-fat frying. *Journal of Food engineering*, 88, 1–8.