



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA "LUIS RIVERA TERRAZAS"

**"FENÓMENOS ÓPTICOS EN METAMATERIALES
DE SUPERCONDUCTOR"**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS
(FÍSICA)**

PRESENTA:

SILVIA CORTÉS LÓPEZ

ASESOR:

DR. FELIPE PÉREZ RODRÍGUEZ

No. de CVU: 559105

JUNIO DE 2019

Universidad Autónoma de Puebla
Intituto de Física “Ing. Luis Rivera Terrazas”

Fenómenos ópticos en metamateriales de superconductor

Tesis presentada por

Silvia Cortés López

para obtener el grado de

**Doctorado en Ciencias
(Física)**

Dirigida por

Dr. Felipe Pérez Rodríguez

Puebla, México

Junio 2019

©2019 - Silvia Cortés López

Derechos Reservados

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por el amor y apoyo incondicionales, así como por darme la oportunidad de estudiar la carrera que ha sido mi pasión. A mi asesor, por su infinita paciencia, su tiempo, su apoyo y todas sus enseñanzas. A mis amigos, que me han regalado memorables momentos y quienes en tiempos difíciles me han alejado de claudicar. A todos los profesores y estudiantes que han colaborado en la realización de este proyecto de investigación y de quienes también he aprendido mucho.

Agradecimientos

Al Conacyt, por la beca otorgada durante el doctorado, así como por el apoyo económico adicional para la realización de mi estancia de investigación en el extranjero.

Al Instituto de Física Ing. “Luis Rivera Terrazas” de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por todas las facilidades otorgadas para la realización de este proyecto de investigación y también por el apoyo económico para la asistencia a congresos de ciencia y divulgación.

Agradezco también a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado por el apoyo otorgado para la conclusión de esta tesis dentro del Programa IV. Investigación y Posgrado. Apoyar a los programas de posgrado para lograr su incorporación al Padrón Nacional de Calidad. Indicador establecido en el Plan de Desarrollo Institucional 2017-2021.

Dedicado a Dios y a mi familia.

Fenómenos ópticos en metamateriales de superconductor

Resumen

En esta tesis se estudió la propagación de ondas electromagnéticas en metamateriales hiperbólicos con índice de refracción negativo. Específicamente, cristales fotónicos unidimensionales compuestos de 2 capas que se alternan de manera periódica formando superredes. Algunos superconductores laminares de alta T_c , como el $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ (Bi2212), pueden modelarse como metamateriales unidimensionales debido a su estructura laminar o multicapa y a la peculiaridad de las propiedades ópticas que poseen, por lo que su estudio representa uno de los objetivos de esta tesis.

Primero se calcularon las propiedades ópticas (relación de dispersión, reflectividad y transmisión) de una capa de superconductor de alta T_c de Bi2212; el estudio se realizó considerando tanto la respuesta electromagnética local como no local. La capa se comporta como un metamaterial hiperbólico con índice de refracción negativo justo por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson ω_p , en el infrarrojo. Se encontró que el espectro de transmisión en polarización p muestra resonancias bien localizadas tipo Fabry-Perot, que se corresponden con la cuantización de los modos electromagnéticos, de longitud de onda larga y corta, dentro de la capa superconductora. Las posiciones de las frecuencias de resonancia están determinadas por: el parámetro de no-localidad, el espesor de la capa y el ángulo de incidencia. Se halló que cuando el espesor de la capa es mayor que la longitud de penetración ($d > \delta$), las resonancias discernibles en los espectros de reflectividad se deben a la excitación de modos electromagnéticos con dispersión anómala y, por tanto, sufren un cambio hacia frecuencias mayores cuando el espesor de la capa se incrementa. A espesores de la capa menores que la longitud de penetración ($d < \delta$), los picos de las resonancias se asocian principalmente con modos electromagnéticos adicionales cuantizados. Debido a su dispersión positiva, tales resonancias se mueven hacia frecuencias mayores cuando el espesor de la capa se disminuye. También se encontró que los modos electromagnéticos cuantizados son cuasi-longitudinales debido a la fuerte anisotropía en la respuesta óptica del superconductor de alta T_c .

Posteriormente, se presenta un novedoso método de homogeneización de cristales fotónicos 1D, que es válido incluso más allá del rango de grandes longitudes de onda y

vectores de onda pequeños. Con este método la respuesta óptica del cristal fotónico se describe como la de un medio homogéneo no-local. Dicho método se aplica para calcular las componentes del tensor de permitividad efectivo de una superred de metal-dieléctrico, una superred bimetálica y una conformada por superconductor Bi2212 y dieléctrico. Así mismo, para calcular las propiedades ópticas de muestras laminares *finitas*, se emplea el método de expansión en modos de bulto que es alternativo al método de la matriz de transferencia, pero que permite una interpretación de las propiedades ópticas de los metamateriales en términos de sus modos fotónicos de Bulto.

Como resultado de la aplicación de este método a una superred semi-infinita de metal dieléctrico se obtuvieron expresiones analíticas para la reflectividad, tanto en polarización s como en p , que generalizan las ecuaciones de Fresnel al caso de un cristal fotónico 1D. Además, se presenta el estudio del efecto de la hiperbolicidad de metamateriales de metal y dieléctrico sobre el fenómeno de la reflexión total interna. Se encontró que en el caso de polarización s este fenómeno se manifiesta claramente por arriba del ángulo crítico. Sin embargo, en la geometría de polarización p la reflexión total interna se frustra en la región de frecuencia donde el metamaterial tiene un comportamiento hiperbólico. El fenómeno descubierto en este trabajo de tesis se denominó reflexión total interna frustrada por hiperbolicidad.

Más adelante se examinan, teórica y experimentalmente, las propiedades ópticas de una superred bimetálica de aluminio (Al) y plata (Ag). Para este estudio se fabricaron varias muestras mediante las técnicas de deposición química y de sputtering (pulverización), y sus espectros ópticos se obtuvieron experimentalmente mediante el uso de un fluorelectómetro. Como resultado se reporta el descubrimiento de un efecto tipo Berreman en los espectros teóricos y experimentales, tanto de reflectividad (polarización p) como de la reflectometría de 45 grados de multicapas bimetálicas de Al/Ag, en el rango de longitud de onda de 250-800 nm. El efecto consiste en la aparición de una estrecha caída en dichos espectros a una frecuencia entre 327-333 nm, que no aparece en polarización s .

Para explicar el fenómeno, se calcularon también las componentes efectivas del tensor de permitividad de la multicapa de Al/Ag dentro del enfoque de medio efectivo desarrollado por Rytov y del enfoque no-local desarrollado en esta tesis. Tal como en el efecto original, la estrecha caída o mínimo descubierto se debe a una resonancia en la función de pérdida de energía $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$ en la frecuencia correspondiente al cero de la componente efectiva de la permitividad en la dirección de crecimiento del cristal. Este cero coincide con

el cero de la permitividad realista de la nanocapa de Ag.

El formalismo de homogeneización no local desarrollado aquí también se aplicó para analizar las propiedades ópticas de un metamaterial compuesto de superconductor de alta T_c (Bi2212) y dieléctrico (vidrio), también llamado hiper cristal de superconductor-dieléctrico. El estudio se realizó considerando al superconductor como un medio espacialmente dispersivo o no local, lo que permite un estudio óptico más general. Como resultado de la dispersión espacial del superconductor de alta temperatura se generaron modos electromagnéticos cuasi-longitudinales adicionales a los que se observan en el caso local. El tensor de permitividad efectivo permite explicar los espectros ópticos de reflectividad del hiper cristal y, más aún, estudiar el fenómeno de la frustración de la reflexión total interna debida a la hiperbolicidad del cristal fotónico 1D homogeneizado.

Optical phenomena in superconductor metamaterials

Abstract

In this thesis we studied the electromagnetic wave propagation through hyperbolic metamaterials with negative index of refraction. Specifically, one-dimensional photonic crystals composed of 2 alternating layers (superlattices). Some layered superconductors of high T_c , such as $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ (Bi2212), can be modeled as one-dimensional metamaterials because of their periodic structure and unusual optical properties. In fact, the study of the high T_c layered superconductors optical properties is one of the purposes of this research.

First, the optical properties (dispersion relation, reflectivity and transmissivity) of a $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ high T_c superconductor layer, were calculated in both the local and nonlocal cases. The superconductor layer behaves as a hyperbolic metamaterial with negative index of refraction just above the Josephson plasma frequency ω_p , in the infrared range. It was found that the p -polarization transmissivity spectrum shows very narrow Fabry-Perot resonances, which correspond to the quantization of both long-wavelength and short-wavelength electromagnetic modes inside the superconductor slab. The frequency positions of the resonances are determined by the non-locality parameter, the slab thickness and the incidence angle. When the slab thickness is larger than the skin depth penetration ($d > \delta$), the discernible resonances in the spectrum appear due to the excitation of electromagnetic modes with anomalous dispersion. For this reason, such resonances shift towards high frequencies when the slab thickness is increased. When the slab thickness is smaller than the skin depth penetration ($d < \delta$), the peaks of the resonances are mainly associated to the additional quantized electromagnetic modes. These resonances have positive dispersion, therefore they shift towards high frequencies when the slab thickness is decreased. The quantized electromagnetic modes are quasi-longitudinal due to the strong anisotropy of the optical response of the high T_c superconductor slab.

Afterwards, a novel homogenization method for 1D photonic crystals is presented, this method is valid even beyond the long wavelength and small wave vector ranges. With this method, the optical response of a photonic crystal is described as a non-local homogeneous medium. Such a method is applied for calculating the effective components of the permittivity tensor of a metal-dielectric superlattice, a bimetallic superlattice and the last

one composed of high T_c superconductor Bi2212 and dielectric. Additionally, the alternative method of expansion into bulk modes to the transfer matrix method is used to calculate the optical properties of finite-size layered samples of these superlattices. The method of expansion into bulk modes allow us to easily interpret the calculated optical spectra in terms of the metamaterial photonic bulk modes.

As a result of applying this method into a semi-infinite superlattice of metal and dielectric, generalized Fresnel formulas for s and p -polarization reflectivities for 1D photonic crystals were found. Besides, a study of the hyperbolic behavior effect over the total internal reflection phenomenon observed in metal-dielectric metamaterials is presented. It was found that this phenomenon is clearly manifested above the critical angle for s -polarization. Nevertheless, for p -polarization geometry, the total internal reflection is frustrated in the frequency region where the metamaterial has a hyperbolic behavior. The phenomenon discovered in this thesis was named frustrated total internal reflection via hyperbolicity.

Subsequently, the optical properties of a superlattice of aluminum (Al) and silver (Ag) were experimentally and theoretically examined. To carry out this study several samples were fabricated by using the sputtering and chemical deposition techniques. The optical spectra of both samples were experimentally obtained by using a fluoreflectometer. The discovery of the Berreman-like effect in the p -polarization reflectivity and 45-degrees reflectometry spectra (theoretical and experimental) of Al/Ag nanolayered stacks in the 250-800 nm wavelength range is reported as a result. The effect consists in the appearance of a narrow dip in such optical spectra at the wavelength between 327-333 nm that does not appear in s -polarization. To explain the phenomenon, we have also calculated the effective permittivity principal values for an Al/Ag nanolayered superlattice within the effective medium approach and the nonlocal homogenization one proposed here. As in the case of the original infrared Berreman effect, the discovered phenomenon is due to a resonance in the energy-loss function $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$ at the frequency corresponding to the zero of the effective permittivity component corresponding to the stack-growth direction. Such a zero coincides with the zero of the realistic Ag-nanolayer permittivity.

The non-local homogenization approach developed here was also applied to analyze the optical properties of a metamaterial composed of high T_c superconductor (Bi2212) and dielectric (glass), called superconductor-dielectric hypercrystal. In the analysis the high T_c superconductor layer was assumed to be a noncal (spatially dispersive) medium in order to make a more general study. As a result of the spatial dispersion of the high

T_c superconductor, additional quasi-longitudinal electromagnetic modes were generated. These modes are additional to those generated in the local case. The effective permittivity tensor allow us to explain the reflectivity optical spectra of the hypercrystal and, moreover, to study the frustrated total internal reflection phenomenon due to the 1D photonic crystal hyperbolicity.

Publicaciones

- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Quantization of electromagnetic modes in a hyperbolic negative-index layered superconductor slab”, *Acta Phys. Pol. A*, 130, No. 2, 641-644, (2016). DOI: 10.12693/APhysPolA.130.641, ISSN: 0587-4246 (Print), 1898-794X (Online).
- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Nonlocal optical response of a layered high-temperature superconductor slab”, *Low Temperature Physics*, 44, No. 12, 1272-1279 (2018). DOI: 10.1063/1.5078611.
- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Hyperbolicity-frustrated total internal reflection”, *Optics Express*, enviado Febrero 2019, reenviado con correcciones Abril 2019. Manuscrito ID: 360889.
- S. Cortés-López, S.L. Gastélum-Acuña, F.J. Flores-Ruiz, R. García-Llamas, V. Garcia-Vazquez y F. Pérez-Rodríguez, “Berreman effect in bimetallic nanolayered metamaterials”, *Advanced Optical Materials*, *enviado* Junio de 2019.

Manuscritos en preparación

- Silvia Cortés-López, Sandra L. Gastélum-Acuña, Francisco J. Flores-Ruiz, Valentin Garcia-Vazquez, Raúl García-Llamas, y Felipe Pérez-Rodríguez, “Nonlocal effects in nanolayered hyperbolic metamaterials”, en el libro *2D and Quasi-2D Composite and nanocomposite materials*, editado por R. Mcphedran, S. Gluzman, V. Mityushev, N. Rylko; a ser incluido en la serie de *Micro and Nano Technologies* (Elsevier Inc.). Convenio firmado en Febrero de 2019 con fecha límite de envío: 1 de Agosto de 2019.
- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Hypercrystals with dielectric and nonlocal high-temperature layered superconductor”, manuscrito para enviarse a *Nanophotonics* en Junio de 2019.

Memorias en extenso

- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Metamaterial behavior of hyperbolic bimetallic nanostructures”, META’16 Malaga - Spain, The 7th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, Proceedings of META 2016, pp. 467-468, ISSN: 2429-1390.
- S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, “Nonlocal effective dielectric response of photonic superlattices”, in Latin America Optics and Photonics Conference, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America, 2016), paper: Ltu4A.45 ISBN: 978-1-943580-16-3

Participación en congresos y eventos

- “Propagation of electromagnetic waves in superconductor-dielectric superlattices”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, XXIV International Materials Research Congress 2015, Cancún, Quintana Roo, México, 16-20 de Agosto, 2015. Tipo de presentación: póster.
- “Optical spectra of a laminar high-temperature superconductor slab”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, Canadian American Mexican (CAM) Graduate Student Physics Conference 2015, Oaxaca, México, 9-12 de Septiembre, 2015. Tipo de presentación: oral.
- “Optical properties of nanostructured bimetallic hyperbolic metamaterials”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, VIII International Conference on Surfaces, Materials and Vacuum, 21-25 de Septiembre, 2015, Puebla, México. Tipo de presentación: póster.
- “Respuesta dieléctrica no local efectiva de superredes fotónicas”, S. Cortés-López, F. Díaz-Monge, N. Makarov y F. Pérez-Rodríguez, LVIII Congreso Nacional de Física y Congreso Latinoamericano de Física 2015, 5-9 de Octubre, 2015, Mérida, Yucatán, México. Tipo de presentación: oral.
- “Infrared response of a multilayer stack composed of laminar-superconductor and dielectric”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, XVII KKN-Conference on: ”Superconductivity and other emergent states in systems with strongly correlated electrons”, 25-30 de Octubre, 2015, Karpacz, Polonia. Tipo de presentación: póster.
- “Optical spectra of a multilayer stack composed of high-temperature superconductor and dielectric”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez March Meeting 2016 de la APS, 14-18 de Marzo, 2016, Baltimore, EUA. Tipo de presentación: póster.
- “Reflexión y transmisión de un metamaterial multicapa de superconductor de alta T_c y dieléctrico”, S. Cortés-López, y F. Pérez-Rodríguez, Evento: 105 años de la superconductividad, Instituto de Física de la UNAM, 8 de Abril, 2016, Ciudad de México. Tipo de presentación: oral.
- “Metamaterial behavior of hyperbolic bimetallic nanostructures”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, The 7th International Conference on Metamaterials, Photonic

Crystals and Plasmonics (META'16), 25-28 de Julio, 2016, Málaga, España. Tipo de presentación: póster.

- “Nonlocal effective dielectric response of photonic superlattices”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, Latin America Optics and Photonics Conference 2016 (LAOP 2016), 22-25 de Agosto, 2016, Medellín, Colombia. Tipo de presentación: póster.
- “Analysis of negative refraction in a bimetallic-dielectric superlattice”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, IX International Conference on Surfaces, Materials and Vacuum, 26-30 de Septiembre, 2016, Mazatlán, Sinaloa, México. Tipo de presentación: póster.
- “Bandas de paso anómalas en superredes de superconductor y dieléctrico”, S. Cortés-López, y F. Pérez-Rodríguez, LIX Congreso Nacional de Física, 2-7 de Octubre, 2016, León, Guanajuato, México. Tipo de presentación: póster.
- “Nonlocal dielectric response of a high-temperature superconductor slab”, S. Cortés-López y F. Pérez-Rodríguez, 2017 Canadian-American-Mexican (CAM) Graduate Student Physics Conference, 17-19 de Agosto, 2017, Washington D.C., EUA. Tipo de presentación: oral.
- “THz response of High T_c Layered Superconductors from a Microscopic Approach”, S. Cortés-López, S. E. Ulloa y F. Pérez-Rodríguez, March Meeting 2018 de la APS, 5-9 de Marzo, 2018, Los Ángeles, California, EUA. Tipo de presentación: oral.
- “Estudio microscópico de la respuesta óptica de los superconductores laminares de alta T_c ”, S. Cortés-López, S. E. Ulloa y F. Pérez-Rodríguez, LXI Congreso Nacional de Física, 8-12 de Octubre, 2018, Puebla, México. Tipo de presentación: oral.

Estancias de investigación

- Del 1-7 de Noviembre de 2015. Estancia de investigación en el Institute of Physics, Polish Academy of Sciences de Varsovia, Polonia bajo la dirección del Dr. Andrzej Wiéniewski.
- Del 26 de Abril al 4 de Mayo de 2017. Estancia de investigación en el Departamento de Física de la Universidad de Sonora bajo la asesoría del Dr. Raúl García Llamas y de la Dra. Sandra Gastélum Acuña.
- Del 1 de Septiembre al 31 de Diciembre de 2017. Estancia de investigación bajo la asesoría del Dr. Sergio Ulloa del Departamento de Física y Astronomía de la Universidad de Ohio en Athens, Ohio, EUA.

Distinciones

Agosto 2016. Ganadora del “Grand Prize” en el concurso de presentación de póster, en el congreso “Latin America Optics & Photonics Conference 2016”, organizado por la OSA y llevado a cabo en Medellín, Colombia.

Febrero 2018. Seleccionada para participar en el Lindau Nobel Laureate Meeting 2019 en Lindau, Alemania, del 30 de Junio al 5 de Julio de 2019.

Contenido

1	Introducción	1
1.1	Objetivo	9
1.2	Metas específicas	9
1.3	Organización de la tesis	10
2	Conceptos generales	13
2.1	Tipos de metamateriales	14
2.1.1	Metamateriales hiperbólicos	14
2.1.2	Metamateriales de superconductores	15
2.1.3	Superconductores laminares como metamateriales hiperbólicos	17
2.1.4	Superconductores laminares como metamateriales cuánticos	18
2.1.5	Aplicaciones de los metamateriales en la simulación cuántica.	19
2.2	Electrodinámica de los superconductores laminares	19
2.2.1	Modelo microscópico de un superconductor laminar	19
2.2.2	Campos electromagnéticos en el modelo microscópico	21
2.2.3	Relación de dispersión	23
2.2.4	Parámetros efectivos del enfoque microscópico	24
2.2.5	Componente perpendicular de la permitividad	25
2.2.6	Componente paralela de la permitividad	26
3	Propiedades ópticas de una capa superconductora de alta T_c de Bi2212	28
3.1	Formalismo Teórico	29
3.2	Resultados numéricos y discusión	30
4	Respuesta óptica no-local de un superconductor laminar de alta temperatura crítica	34
4.1	Formulación del problema	35
4.1.1	Geometría del sistema	35
4.1.2	Campo electromagnético en la capa superconductora.	35
4.1.3	Condiciones de contorno	38
4.2	Resultados	40
4.2.1	Caso Cuasi-local	40
4.2.2	No-localidad débil	42

4.2.3	No-localidad fuerte	42
4.3	Discusión de los resultados	45
5	Homogeneización de cristales fotónicos unidimensionales:	
	Generalización de las ecuaciones de Fresnel	48
5.1	Método de homogeneización no-local	49
5.1.1	Modos Transverso Eléctricos (TE)	49
5.1.2	Modos Transverso Magnéticos (TM)	50
5.2	Homogeneización de una superred de metal-dieléctrico	52
5.2.1	Cálculo de los parámetros efectivos	53
5.2.2	Casos Límite	59
5.3	Cálculo de los espectros ópticos: Método de expansión en modos de bulto .	62
5.3.1	Polarización s	62
5.3.2	Polarization p	67
5.3.3	Formulas de Fresnel para una superred semi-infinita	69
5.3.4	Reflexión Total Interna (TIR, Total Internal Reflection)	71
5.3.5	Reflexión Total Interna Frustrada (FTIR)	72
5.4	Discusión	75
6	Respuesta óptica de una estructura bimetalica de Al-Ag	78
6.1	Caracterización óptica de nanoestructuras laminares de Al-Ag	80
6.2	Espectros de reflectividad teóricos	81
6.3	Modos fotónicos de bulto y el tensor de permitividad efectivo	84
6.4	Reflectometría de 45-grados	88
6.5	Discusión de los resultados	90
7	Hipercristales de dieléctrico y superconductor laminar de alta temperatura no-local	92
7.1	Método de homogeneización de superredes de medios no locales	93
7.2	Espectros de reflectividad de una multicapa de dieléctrico y superconductor laminar no local	94
7.2.1	Frustración de la reflexión total interna debido a la hiperbolicidad .	96
8	Conclusiones	101
A	Cálculo de las relaciones de dispersión de los modos electromagnéticos en una superred de metal-dieléctrico.	105
A.1	Modos fotónicos TE	105
A.1.1	Modos fotónicos TM	106
B	Sección experimental	108
	Bibliografía	110

Capítulo 1

Introducción

Los metamateriales son materiales artificiales (fabricados por el hombre), con propiedades físicas que no tienen los materiales que lo componen. Su estructura es periódica por lo que conforman cristales que, dependiendo de la dimensión de su periodicidad, se clasifican en unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales. Los cristales artificiales con propiedades electromagnéticas peculiares como brechas prohibidas totales (para cualquier dirección de propagación y cualquier polarización) en su estructura de bandas fotónica, bandas de paso con dispersión anómala, o de índice de refracción negativo, pertenecen a la clase de materiales llamados cristales fotónicos. En particular, se puede fabricar un cristal fotónico con índice de refracción negativo empleando metal y dieléctrico, los cuales por sí solos no tienen índice de refracción negativo. Sin embargo, se combinan de tal manera que la “mezcla” presenta un índice de refracción negativo *efectivo*.

Los cristales fotónicos, en general heterogéneos y anisótropos, pueden considerarse medios homogéneos o efectivos tras aplicarles algún método de homogeneización para obtener parámetros efectivos que los describan como medios, anisótropos, pero homogéneos. Una vez que el cristal se ha homogeneizado puede llamarse metamaterial. En lo que se refiere a los parámetros efectivos que se obtienen al homogeneizar, es de interés encontrar aquellos que describan el comportamiento del cristal frente a la excitación electromagnética, no obstante, debido a la anisotropía del cristal, la respuesta a los campos electromagnéticos se describe por medio de tensores y no de escalares, a saber: el tensor de permeabilidad $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$, el de permitividad $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$ y los magnetoelectricos cruzados $(\overset{\leftrightarrow}{\delta}, \overset{\leftrightarrow}{\gamma})$ [1, 2]. Estos tensores efectivos permiten analizar la propagación de la luz dentro del cristal.

Dicha respuesta a los campos electromagnéticos se simplifica si el cristal tiene

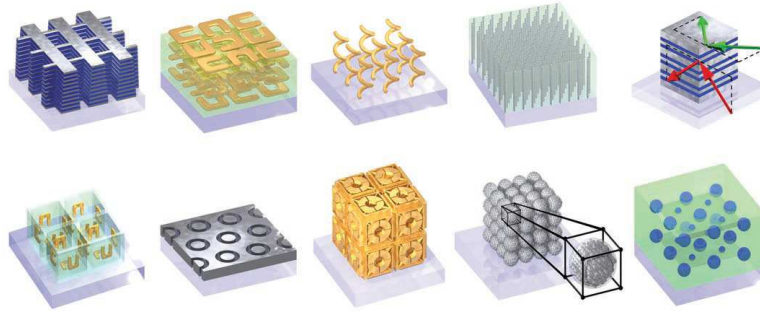


Figura 1.1: Ejemplos de metamateriales con distintas inclusiones [3].

simetría de inversión, en cuyo caso los tensores magnetoeléctricos cruzados se anulan (que es el caso de los metamateriales estudiados en esta tesis). En la Fig. 1.1, se muestran algunos ejemplos de metamateriales con diferentes formas (inclusiones) en la celda unitaria, así por ejemplo, el penúltimo metamaterial de la figura resalta la inclusión en su celda unitaria que es una esfera metálica, además, este metamaterial posee simetría de inversión.

La física de los metamateriales es muy interesante por los sorprendentes fenómenos y las propiedades extraordinarias que se han descubierto en estas estructuras periódicas artificiales (ver, por ejemplo, las revisiones [3–5]). En verdad, los metamateriales con índice de refracción negativo, abren la posibilidad de fabricar superlentes [6, 7] al romper el límite de la difracción, y son importantes también en el diseño de dispositivos de invisibilidad [8, 9], además de ser empleados como filtros electromagnéticos, guías de onda, y en dispositivos ópticos y optoelectrónicos. Los fenómenos físicos observados pueden explicarse por medio de los parámetros efectivos, que dependen no sólo de la forma y propiedades de los materiales dentro de la celda unitaria, sino también del tipo de arreglo periódico (red de Bravais). En adición, dichos parámetros efectivos pueden manipularse por diferentes mecanismos [10], ampliando el rango de aplicación de los metamateriales.

Cuando se calculan los parámetros efectivos, la mayoría de los métodos de homogeneización asumen que la longitud de onda del campo electromagnético excitante es mucho mayor que la constante de red de la estructura periódica [1, 11–20]. De manera que el índice de refracción negativo de estructuras de metal-dieléctrico, por ejemplo las diseñadas con alamabres metálicos y anillos resonantes en la celda unitaria, se ha explicado como resultado de que poseen permitividad y permeabilidad efectivas simultáneamente negativas. En cristales fotónicos sin simetría de inversión, la refracción negativa puede atribuirse también

a la gran quiralidad efectiva que presentan.

Una multicapa compuesta de capas alternantes de metal y dieléctrico (llamada también superred, como la estructura en la esquina superior derecha de la Fig. 1.1), y un arreglo periódico de nano-alambres metálicos embebidos en un medio dieléctrico (la estructura en la fila superior y segunda del lado derecho de la Fig. 1.1) pueden también poseer índice de refracción negativo. En el límite de grandes longitudes de onda, la respuesta dieléctrica de tales estructuras inherentemente anisótropas puede describirse con un tensor de permitividad efectivo. Como se mostró en las Refs. [21, 22], la refracción negativa se observa si las componentes efectivas del tensor de permitividad, correspondientes a los ejes principales de la estructura periódica artificial, tienen signos opuestos. La dispersión anisótropa de los modos fotónicos en esos medios resulta hiperbólica y, por tanto, tales estructuras artificiales han sido llamadas metamateriales hiperbólicos (HMs) [23–27]. Además de la refracción negativa, se han demostrado también otros efectos interesantes en los HMs, tales como: el aumento de la emisión espontánea [28], alta resolución en lentes diseñados con metamateriales [29], y la invisibilidad debido a dispersión anómala débil [30]. Existen materiales que representan la contraparte de los HMs artificiales, es decir, los HMs naturales como: el grafito, superconductores laminares cupratos de alta T_c , el nitruro de boro hexagonal, entre otros. Sin embargo, tanto los HMs artificiales como los naturales pueden emplearse para fabricar materiales periódicos multicapa de una nueva clase llamada hiper cristales [31–33].

En el caso de una estructura periódica laminar de metal y dieléctrico, las componentes del tensor de permitividad efectivo se calculan generalmente empleando el enfoque de medio efectivo (EMA, por sus siglas en inglés) desarrollado por Rytov [34]. De acuerdo con EMA, el tensor de permitividad efectivo para una superred compuesta de materiales locales e isótropos, resulta diagonal en el sistema coordinado de ejes principales, y sus componentes son [34]:

$$\varepsilon_x^{(EMA)} = \varepsilon_y^{(EMA)} = \varepsilon_1 f + \varepsilon_2(1 - f), \quad (1.1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_z^{(EMA)}} = \frac{1 - f}{\varepsilon_2} + \frac{f}{\varepsilon_1}. \quad (1.2)$$

Aquí, ε_1 y ε_2 son las permitividades del metal y del dieléctrico, respectivamente, f es la fracción de llenado del metal, y el eje z del sistema coordinado está orientado a lo largo de la dirección de crecimiento de la superred (véase la Fig. 1.2). Las fórmulas (1.1) y

(1.2) también se han obtenido usando diferentes métodos de homogeneización (ver, por ejemplo, [22, 35, 36]).

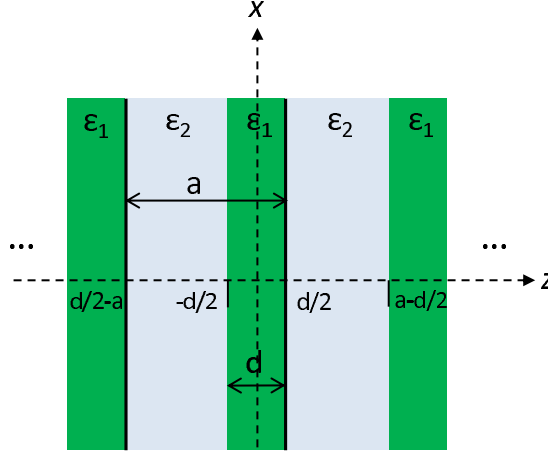


Figura 1.2: Ejemplo de una superred de dos capas en la celda unitaria.

Dentro del modelo local de Drude, la función dieléctrica del metal dependiente de la frecuencia se expresa como:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\nu_1\omega}, \quad (1.3)$$

donde ω_p y ν_1 son, respectivamente, la frecuencia de plasma del metal y su parámetro de amortiguamiento. En este caso, las componentes ε_x y ε_y en la Ec. (1.1) pueden escribirse en forma tipo Drude como:

$$\varepsilon_x^{(EMA)} = \varepsilon_y^{(EMA)} = \bar{\varepsilon} \left[1 - \frac{\omega_{p,\text{eff}}^2}{\omega^2 + i\nu_1\omega} \right], \quad (1.4)$$

donde $\bar{\varepsilon} = f + \varepsilon_2(1 - f)$ y $\omega_{p,\text{eff}}$ representa una frecuencia de plasma efectiva,

$$\omega_{p,\text{eff}} = \omega_p \sqrt{\frac{f}{\bar{\varepsilon}}}. \quad (1.5)$$

Para fracciones de llenado del metal pequeños ($f \ll 1$), la frecuencia de plasma efectiva (1.5) resulta bastante precisa cuando el espesor de la capa metálica $d_1 \equiv d$ es mucho menor que la longitud de penetración del metal δ ($d \ll \delta = c/\omega_p$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío). Sin embargo, si $d \gtrsim \delta$, el valor de $\omega_{p,\text{eff}}$ está cerca del resultado reportado en

la Ref. [37]:

$$\omega_{p,\text{eff}} = \frac{\pi c}{n_2 d_2}, \quad (1.6)$$

donde $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ es el índice de refracción de la capa dieléctrica cuyo espesor es $d_2 = a - d$ (a es la constante de red). Notése que $\omega_{p,\text{eff}}$ coincide con la frecuencia donde la condición de Fabry-Perot se satisface para la primera resonancia, cuando las ondas electromagnéticas se propagan dentro de las capas dieléctricas con vector de onda perpendicular a los planos. En general, si $f \ll 1$ y $d \gtrsim \delta$, la estructura de bandas fotónica para los modos fotónicos propagándose a lo largo de la dirección de crecimiento de la superred de metal y dieléctrico, tiene bandas de paso bien localizadas cerca de las resonancias de Fabry-Perot (dentro de las capas dieléctricas) debido al contraste de la impedancia superficial en el sistema [38,39].

En la Ref. [40] se aplicó la teoría no-local de homogeneización desarrollada en el trabajo [15] para obtener expresiones analíticas de las componentes del tensor de permitividad, las cuales describen los casos límite de la frecuencia de plasma efectiva (1.5) y (1.6), así como el régimen de transición entre ellas. En el límite de grandes longitudes de onda y bajo la condición $k_2 d_1 \ll 1$ ($k_2 = n_2 \omega / c$), las expresiones que se obtuvieron para ε_x y ε_y tienen la forma [40]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_2 \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{(\omega a / 2c) \sqrt{\varepsilon_2}}{\tan[(\omega a / 2c) \sqrt{\varepsilon_2}]} - \frac{\varepsilon_2}{f(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}} \right). \quad (1.7)$$

Además, la expresión para la componente ε_z es la misma que en la fórmula (1.2).

Recientemente en la Ref. [41], se propuso un enfoque analítico para calcular las funciones dieléctricas efectivas $\varepsilon_x(\omega) = \varepsilon_y(\omega)$ y $\varepsilon_z(\omega)$ de una estructura periódica de metal-dieléctrico unidimensional. Las funciones dieléctricas se derivaron de las fórmulas para las velocidades de fase y de grupo, y son válidas a altas frecuencias, desviándose significativamente de las expresiones cuasiestáticas (1.1) y (1.2), y de (1.7). Como se demostró ahí, en general, la aproximación cuasiestática “fracasa” porque el efecto de la penetración en el metal no puede despreciarse a frecuencias finitas. De hecho, las fórmulas de Rytov (Ecs. (1.1) y (1.2)) se derivan asumiendo que el campo electromagnético varía ligeramente dentro de las capas de la superred ($d \ll \delta$ y $k_2 d_2 \ll 1$). Por otro lado, en las Refs. [42–44] se demostró que el enfoque cuasiestático falla incluso para superredes de materiales dieléctricos con periodos mucho menores que la longitud de onda. Específicamente, se encontró que la reflexión cerca del ángulo crítico depende no solo de pequeñas variaciones del periodo, sino también de la manera en que termina la multicapa (es decir, el material en que termina la

multicapa). Por tanto, la validez de las fórmulas cuasiestáticas para las componentes de la permitividad siempre debe verificarse.

En vista de las limitaciones del enfoque cuasiestático, se han propuesto varias teorías de homogeneización para metamateriales hiperbólicos (HMs) en décadas pasadas [45–49], las cuales describen la estructura multicapa como un medio homogéneo energética y espacialmente dispersivo. Otros métodos de homogeneización no-locales donde los parámetros efectivos se obtienen a partir del método de la matriz de transferencia aplicado a multicapas simétricas de metal-dieléctrico se encuentran en [50, 51].

Los metamateriales, descritos anteriormente, están hechos de metal y dieléctrico. En los rangos de frecuencia de microondas y THz (teraHertz) estos metamateriales (convencionales) tienen pérdidas energéticas considerables asociadas principalmente al componente metálico y a la generación resonante de su respuesta magnética efectiva; lo que no sucede en otros rangos de frecuencia. Así, por ejemplo, en los metamateriales con inclusiones en forma de anillos abiertos, con los que se logra que la parte real de la permeabilidad sea negativa en frecuencias por encima de la frecuencia de resonancia, también se incrementa de manera notable la parte imaginaria de la permeabilidad (pérdidas). Por tanto, los modos electromagnéticos dentro del material decaerán rápidamente en frecuencias cercanas a la resonancia. Este hecho limita las aplicaciones de los metamateriales (guías de ondas, dispositivos optoelectrónicos, etc.) en dichos rangos de frecuencias, por lo que ha sido importante buscar alternativas para estos materiales. Una de ellas, como veremos más adelante, es el uso de superconductores. Un análisis del incremento de las pérdidas con la disminución (aumento) del tamaño de las inclusiones metálicas (frecuencia de operación) se presenta en [52].

Entre las propuestas de interés que se han hecho para resolver este problema están:

- Cambiar los diseños de las inclusiones en el metamaterial para lograr así ampliar el intervalo de frecuencias donde el índice de refracción es negativo, teniendo ahí una parte real mucho mayor que la imaginaria (i.e. menores pérdidas). Vea, por ejemplo, [53–55]. En los espectros ópticos de las propuestas hechas se observa que las pérdidas sí dependen de la forma de la inclusión del metamaterial, es decir, éstas pueden disminuir o aumentar al cambiar la forma.
- Usar materiales superconductores en lugar de metales normales, ya que es justamente en este rango de frecuencias (micro-ondas y THz) donde las propiedades de los super-

conductores pueden utilizarse en los metamateriales. Esto se logra sustituyendo a la componente metálica (inclusión) por una igual pero hecha de un material superconductor [52].

Una de las ventajas de usar metamateriales basados en superconductores es que la disipación o pérdida disminuye considerablemente al escalar el metamaterial o hacerlo más pequeño. Debido a ello, a su estructura compacta y a sus propiedades no lineales, los metamateriales superconductores se utilizan en la construcción de resonadores ultracompactos, amplificadores de microondas, lentes, filtros electromagnéticos, etc. [52, 56]. Asimismo, en el rango de los THz, hay prometedoras aplicaciones en espectroscopía e imagenología [57].

Como se muestra en la Ref. [58], los superconductores cupratos de estructura laminar y los sistemas artificiales de superconductor-dieléctrico son metamateriales altamente anisótropos, que poseen índice de refracción negativo en un amplio rango de frecuencia y para ángulos de incidencia arbitrarios. En tales metamateriales, las componentes del tensor de permitividad, paralela y perpendicular a los planos superconductores, tienen signos opuestos por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson, en el infrarrojo. Un análisis detallado de las curvas de dispersión para guías de onda y para las ondas superficiales de plasma de Josephson que se propagan en una capa de superconductor laminar colocada entre dos dieléctricos idénticos, se reportan en Ref. [59]. Ahí, se mostró que los modos normales pueden excitarse resonantemente en la capa por medio del método de reflexión total atenuada.

Las propiedades electrodinámicas de los superconductores laminares de alta T_c son de gran interés debido a sus aplicaciones en el rango de frecuencia de los THz [60–62], y usualmente se modelan como sistemas periódicos con uniones de Josephson intrínsecos en la celda unitaria [63–68]. Como se demostró en varios trabajos (ver, por ejemplo, las revisiones [67, 68] y sus referencias), la diferencia de fase invariante de norma del parámetro de orden en las uniones obedece las ecuaciones de Sine-Gordon, mientras que los campos eléctrico y magnético en el superconductor laminar están determinados por la distribución de tal diferencia de fase. Entre los fenómenos más sorprendentes descritos por las ecuaciones de Sine-Gordon, el efecto *stop-light* y la excitación de las ondas de plasma de Josephson, JPW por sus siglas en inglés, han sido de particular interés [67].

Las JPW pueden excitarse por una onda electromagnética con polarización p que incida sobre la superficie del superconductor de alta T_c , paralela al plano ab . En el caso de

amplitudes de onda pequeñas (régimen lineal), la relación de dispersión entre la componente z del vector de onda $k_z^{(s)}$, paralela al eje c , y la frecuencia ω , para los modos de propagación en un superconductor laminar como el Bi2212, tiene 2 ramas a frecuencias por arriba de su frecuencia de plasma característica en el rango de los THz [67, 69]:

$$\omega_p = c/(\lambda_\perp \sqrt{\epsilon}). \quad (1.8)$$

Aquí, λ_\perp es la longitud de penetración transversal del campo magnético, ϵ es la constante dieléctrica de altas frecuencias de las capas aislantes que se alternan con las capas superconductoras, y c es la velocidad de la luz en el vacío. Resulta que una de las ramas tiene dispersión anómala ($\partial\omega/\partial k_z^{(s)} < 0$), mientras que la dispersión de la segunda es normal ($\partial\omega/\partial k_z^{(s)} > 0$). La aparición de esta última se debe al efecto del rompimiento dinámico de la neutralidad de la carga en el superconductor laminar, que es controlado por el parámetro de acoplamiento capacitativo [67],

$$\alpha = \frac{\epsilon R_D^2}{sD}, \quad (1.9)$$

donde R_D es el radio de Debye para una carga en un superconductor, s es el espesor de la capa superconductora, y D es el periodo de la superred de superconductor-dieléctrico.

En el régimen de grandes longitudes de onda ($|k_z^{(s)}|D \ll 1$), la respuesta electromagnética de un superconductor laminar de alta T_c inherentemente anisótropo puede describirse con un tensor de permitividad no-local promedio $\overleftrightarrow{\epsilon}_{av}$, cuyas componentes dependen no sólo de la frecuencia ω , sino también del vector de onda $k_z^{(s)}$ (ver Refs. [58, 69]). En el límite de neutralidad de la carga, cuando el parámetro $\alpha = 0$, la no-localidad del superconductor laminar y, consecuentemente, la segunda rama (adicional) de la relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$, desaparece. En este último caso, el superconductor laminar se comporta como un metamaterial hiperbólico con índice de refracción efectivo negativo. Además, como se muestra en la Ref. [58], a frecuencias ω por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson ω_p , las componentes de la permitividad, paralela y perpendicular a los planos superconductores, tienen signos opuestos, siendo la primera componente negativa y la segunda de signo positivo. Fenómenos electromagnéticos interesantes en superconductores laminares de alta T_c han sido descrito desde una perspectiva local. Así, por ejemplo, las curvas de dispersión, la excitación de guías de onda [59, 70] y las ondas de plasma superficiales de Josephson [59, 70] en una capa superconductora, colocada entre 2 dieléctricos idénticos, han sido analizadas

empleando un tensor de permitividad promedio local. Aún más, la perspectiva local ha sido exitosamente aplicada en el estudio de la transmisión óptica resonante a través de diferentes heteroestructuras, que contienen una capa de superconductor de alta T_c , en la que pueden excitarse modos localizados [71,72]. El límite continuo local ha permitido también describir la transmisión de radiación THz a través de capas de superconductor laminar moduladas periódicamente [73,74].

El radio de Debye en un superconductor es usualmente mucho más pequeño que la longitud de penetración de London y , por tanto, el parámetro de no-localidad α (1.9) es típicamente pequeño. Sin embargo, como se muestra en las Refs. [58,67,69], el rompimiento de la neutralidad de la carga de las capas superconductoras y el acoplamiento capacitativo entrecapa puede jugar un rol importante en las propiedades de dispersión de las JPWs cuando la frecuencia ω es muy cercana a la frecuencia de plasma de Josephson ω_p (1.8).

1.1 Objetivo

El objetivo de este proyecto fue estudiar la propagación de ondas electromagnéticas y efectos cuánticos en metamateriales compuestos de superconductores.

1.2 Metas específicas

- Meta 1. Estudiar la propagación de ondas electromagnéticas (relación de dispersión y espectros ópticos de reflectividad y transmitancia) de una capa de superconductor cuprato de alta temperatura crítica (Bi2212), que por sí sólo, constituye un metamaterial hiperbólico con índice de refracción negativo en el rango de los THz.
- Meta 2. Investigar la propagación de ondas electromagnéticas a través de una superred periódica compuesta de 2 capas, una de superconductor cuprato de alta temperatura crítica (mencionado en la Meta 1) y otra de dieléctrico, específicamente vidrio.
- Meta 3. Aprovechar el trabajo realizado para el logro de la Metas 1 y 2 (cálculos analíticos y numéricos) para estudiar las propiedades ópticas de una superred de capas alternantes de 2 metales (aluminio y plata), cuyos resultados podrían compararse con los fenómenos ópticos de los sistemas a base de superconductor de las metas anteriores.

- Meta 4. Desarrollar un formalismo tanto para la homogeneización como para el cálculo de espectros ópticos de reflexión y transmisión de un arreglo unidimensional de qubits formado por uniones de Josephson entre varios superconductores (ya sea convencionales o de alta T_c).

1.3 Organización de la tesis

Los resultados de este proyecto de investigación se organizaron en la tesis de la siguiente manera:

El capítulo 2 corresponde a conceptos generales, donde se abordan temas preexistentes a este proyecto de investigación. Los temas se tratan de manera general, resaltando sólo aspectos que es indispensable conocer para entender el desarrollo de esta tesis. Cabe destacar que se introducen expresiones para las componentes del tensor de permitividad efectivo no-local (ϵ_x , ϵ_y y ϵ_x) para un superconductor laminar de alta T_c . Dichas expresiones se obtienen a partir de un análisis microscópico del comportamiento de los campos electromagnéticos dentro del superconductor, y tomando en cuenta las uniones de Josephson que lo componen. Estas componentes se emplean en capítulos posteriores para calcular las propiedades electromagnéticas (relación de dispersión, reflectividad y transmisión) de distintos sistemas y en distintos casos (local y no-local).

En el capítulo 3 se estudia la propagación de ondas electromagnéticas (relación de dispersión y espectros ópticos de reflectividad y transmisión) de una capa de superconductor cuprato de alta temperatura crítica (Bi2212), que es un metamaterial hiperbólico con índice de refracción negativo en el rango de los THz. Dicho estudio se realizó para el caso local, es decir, sin considerar la dispersión espacial del superconductor, y se analizaron ambas polarizaciones: s y p . En cuanto a la disipación energética, ésta se consideró prácticamente nula.

Más adelante, en el capítulo 4, se estudia el efecto de la dispersión espacial o no-localidad en la respuesta óptica de la misma capa de superconductor cuprato de alta temperatura crítica (Bi2212) del capítulo 3, cerca de la frecuencia de plasma de Josephson (ω_p), característica del superconductor. En este análisis se incluye el efecto que tiene la variación del parámetro de no-localidad, la variación del espesor de la capa superconductora y la variación del ángulo de incidencia sobre los espectros ópticos de reflectividad y transmisión. Asimismo, se analiza el cambio de los espectros ópticos cuando se aumenta o

disminuye el valor de los parámetros de disipación energética (las conductividades paralela y perpendicular de las cuasi-partículas normales) del superconductor.

En el capítulo 5 se presenta un novedoso método de homogeneización de cristales fotónicos 1D, que es válido incluso más allá del rango de grandes longitudes de onda y vectores de onda pequeños. Se ejemplifica el uso de este método aplicándolo a una superred de metal-dieléctrico, de la que se obtienen las componentes efectivas de su tensor de permitividad. Asimismo, para calcular las propiedades ópticas de una muestra laminar *finita* de metal-dieléctrico, se emplea el método de expansión en modos de bulto (MEBM, por sus siglas en inglés) que es alternativo al método de la matriz de transferencia. Como resultado de la aplicación del MEBM a una superred *semi-infinita* se obtuvieron ecuaciones para la reflectividad, tanto en polarización s como en p , que generalizan las ecuaciones de Fresnel para el caso de un cristal fotónico 1D. Además, se presenta el estudio del efecto de la hiperbolicidad de metamateriales de metal y dieléctrico sobre el fenómeno de la reflexión total interna. Se encontró que en el caso de polarización s este fenómeno se manifiesta claramente por arriba del ángulo crítico. Sin embargo, en la geometría de polarización p la reflexión total interna se frustra en la región de frecuencia donde el metamaterial tiene un comportamiento hiperbólico.

En el capítulo 6 se aprovechan los cálculos analíticos y numéricos desarrollados en los capítulos previos para estudiar las propiedades ópticas de una superred de capas alternantes de 2 metales (aluminio y plata). Los espectros ópticos (reflectividad y transmisión en polarización s y p) obtenidos numéricamente para una muestra finita de aluminio-plata, se complementan con un estudio experimental realizado a 2 muestras del mismo espesor pero diferente número de celdas unitarias. Los parámetros necesarios para realizar este estudio son las permitividades, dependientes de la frecuencia, de ambos metales que son ya conocidas en la literatura.

Los resultados de analizar la propagación electromagnética en un metamaterial compuesto de superconductor de alta T_c (Bi2212) y dieléctrico (vidrio), también llamado hiper cristal, se presentan en el capítulo 7. Dentro del estudio se consideró al superconductor como un medio espacialmente dispersivo o no-local, lo que permite un estudio óptico más general. Las componentes del tensor de permitividad efectivo se calcularon aplicando el método de homogeneización no-local (NHA) desarrollado en el capítulo 5. Como resultado de la respuesta óptica no-local del superconductor, se generaron modos electromagnéticos cuasi-longitudinales *adicionales* a los que se generan en el caso local. El tensor de per-

mitividad efectivo permite explicar los espectros ópticos de reflectividad del hiper cristal y, más aún, estudiar el fenómeno de la frustración de la reflexión total interna debida a la hiperbolicidad del cristal fotónico 1D homogeneizado.

Finalmente, las conclusiones de este proyecto de investigación se exponen en el capítulo 8.

Capítulo 2

Conceptos generales

Los metamateriales pueden definirse como compuestos macroscópicos tridimensionales hechos por el hombre con una estructura de celdas periódica diseñada así para producir una combinación optimizada, no disponible en la naturaleza, de dos o más respuestas a una excitación específica [75]. Desde que se mostró la existencia de arreglos de materiales conductores con un índice de refracción negativo (metamateriales), cuyo valor de permitividad y permeabilidad son ambos negativos en un mismo intervalo de frecuencias, las investigaciones en el campo de los metamateriales aumentaron, ya que presentan propiedades ópticas que permiten controlar la propagación de la luz. Este tipo de materiales, también conocidos como metamateriales negativos-dobles (por tener la permitividad y permeabilidad ambas negativas), son cristales fotónicos que contienen inclusiones metálicas de formas específicas como anillos resonantes, barras dobles, cruces, etc; en la celda unitaria.

En general, los metamateriales se caracterizan por una respuesta bianisótropa a los campos electromagnéticos, es decir, el vector de desplazamiento eléctrico y la inducción magnética se relacionan con los campos eléctrico y magnético a través de los tensores de permeabilidad $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$, permitividad $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$ y magnetoeléctricos cruzados $(\overset{\leftrightarrow}{\delta}, \overset{\leftrightarrow}{\gamma})$ [1, 2]:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} \cdot \vec{E} + \overset{\leftrightarrow}{\gamma} \cdot \vec{H} \\ \vec{B} &= \overset{\leftrightarrow}{\delta} \cdot \vec{E} + \overset{\leftrightarrow}{\mu} \cdot \vec{H}\end{aligned}$$

Sin embargo, si el sistema posee simetría de inversión, como es el caso de algunos cristales fotónicos, la respuesta bianisótropa se simplifica a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \vec{E} \\ \vec{B} &= \overleftrightarrow{\delta} \cdot \vec{E}.\end{aligned}$$

Una manera simple de diseñar metamateriales con índice de refracción negativo es alternar capas de metal y dieléctrico formando una heteroestructura periódica, también conocida como superred o cristal fotónico unidimensional. En el caso de longitudes de onda grandes (del haz incidente) comparadas con el periodo de la superred, las propiedades ópticas del metamaterial pueden describirse usando un tensor de permitividad efectivo que puede calcularse combinando métodos numéricos eficientes junto con teorías de homogeneización basadas en teorías de campo medio [22, 34, 40]. Estas últimas sustituyen al medio heterogéneo por un medio homogéneo con parámetros efectivos. Sin embargo, el procedimiento más común es el del parámetro de recuperación efectivo [12], donde la permitividad y permeabilidad se determinan exigiendo que el espectro teórico del sistema homogéneo coincida con el espectro óptico de dispersión experimental del medio heterogéneo.

Existen varios tipos de metamateriales, que se clasifican según la propiedad física que les permite tener índice de refracción negativo o dispersión anómala. Así, por ejemplo, los metamateriales con permitividad y permeabilidad ambas negativas en el mismo intervalo de frecuencias, se llaman doblemente negativos o negativos-dobles. En la siguiente sección se presenta una descripción más detallada de la clasificación a la que pertenecen los metamateriales estudiados en esta tesis.

2.1 Tipos de metamateriales

2.1.1 Metamateriales hiperbólicos

Los metamateriales hiperbólicos [26] son aquellos que tienen por lo menos dos componentes del tensor de permitividad efectivo (escrito en el sistema de ejes principales) de signo opuesto, lo que les permite tener un índice de refracción negativo en cierto intervalo de frecuencias. A diferencia de los metamateriales doblemente negativos, los hiperbólicos pueden tener un índice de refracción negativo sin necesidad de poseer permeabilidad negativa. Por ejemplo, un medio anisótropo, como la superred homogeneizada de conductor y dieléctrico, posee un índice de refracción negativo en el intervalo de frecuencias donde las

componentes principales del tensor efectivo de permitividad, correspondientes a la dirección paralela y perpendicular al plano de las capas, tienen signos opuestos.

2.1.2 Metamateriales de superconductores

Superconductividad

Con el fin de introducir los metamateriales de superconductor se da una reseña del fenómeno de superconductividad:

La superconductividad es un fenómeno caracterizado por 3 propiedades físicas: resistencia nula al paso de la corriente, comportamiento diamagnético frente a campos magnéticos externos estáticos (efecto Meissner) y efectos cuánticos macroscópicos [como la cuarización del flujoide y los efectos Josephson de CD (corriente directa) y de CA (corriente alterna) en barreras tipo túnel]. Todo material en el estado superconductor muestra esas 3 propiedades.

De los efectos cuánticos macroscópicos mostrados por los superconductores es de gran importancia para nuestra investigación el efecto Josephson, que aparece cuando por dos superconductores, separados por una capa de dieléctrico de espesor despreciable (unión de Josephson), existe tunelamiento cuántico de los electrones (pares de Cooper) a través del dieléctrico. Este tunelamiento da lugar a dos tipos de efecto Josephson: el de corriente directa y el de corriente alterna.

La superconductividad está limitada por 3 parámetros físicos: la temperatura, la densidad de corriente eléctrica y el campo magnético. El límite en la temperatura es conocido como la temperatura crítica (T_c). Análogamente, el límite en la corriente es conocido como densidad de corriente crítica (J_c) y el límite en el campo magnético es conocido como el campo crítico. Más allá de estos valores críticos el estado superconductor desaparece.

Con base en la temperatura crítica, los superconductores pueden clasificarse como: los de baja T_c , cuya temperatura crítica puede ir desde unos pocos miliKelvin hasta 25 K ; como es el caso del mercurio, plomo, estaño, aluminio, de ciertas aleaciones de Niobio (Nb-Zr, Nb-Ti) , de molibdeno y renio (Mo-Re), el titanato de estroncio, el óxido de bario y plomo dopado con bismuto (BaPbBiO), etc., y los de alta T_c que llegan hasta los 150 K y son principalmente óxidos cerámicos, como es el caso de la cerámica de óxido de bario/lantano/cobre $(LaBa)_2CuO_4$ cuya T_c es 35 K, el $YBa_2Cu_3O_7$ con una T_c de 93 K, el

$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ con 110 K, el $\text{Hg}_{0,8}\text{Tl}_{0,2}\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ con 138 K, etc.

En 2008 se descubrió una familia de superconductores de alta T_c (pnictidos), cuyo rango de T_c oscila entre los 26 y los 55 K, donde el componente común es el hierro (Fe) (hecho inesperado ya que el hierro es un elemento altamente magnético); aunque, ya en 2006 se había observado el estado superconductor en un compuesto de hierro a 4 K. Su estructura se basa en capas de hierro y de algún elemento pnictide (como el arsénico o el fósforo); sus propiedades magnéticas y estructuras electrónicas han sido estudiadas ampliamente y mejor comprendidas que en el caso de los óxidos cerámicos, lo cual abre la posibilidad de mejorar el entendimiento del mecanismo que origina la superconductividad en los superconductores no convencionales (o de alta T_c), ya que en ellos el mecanismo de interacción electrón-fonón es demasiado débil para explicar la superconductividad. Además, estos superconductores poseen valores de campo crítico (H_c) mayores que los óxidos cerámicos, así como altos valores de corriente crítica isótropa, lo que los convierte en buenos candidatos a diversas aplicaciones, incluso, en la espintrónica [76].

Inclusiones superconductoras

Los metamateriales, descritos en las subsecciones anteriores, están hechos de metal y dieléctrico (por lo que también se conocen como convencionales). En los rangos de frecuencia de microondas y THz (teraHertz), tienen pérdidas energéticas considerables asociadas principalmente a su componente metálica y a la generación resonante de su respuesta magnética efectiva; lo que no sucede en otros rangos de frecuencia. Una alternativa a este problema consiste en sustituir el metal por material superconductor, ya que es justamente en este rango de frecuencias (microondas y THz) donde las propiedades de los superconductores pueden utilizarse en los metamateriales.

Una de las ventajas de usar metamateriales basados en superconductores es que la disipación o pérdida disminuye considerablemente al escalar el metamaterial o hacerlo más pequeño y al bajar más la temperatura. Debido a ello, a su estructura compacta y a sus propiedades no lineales, los metamateriales superconductores se utilizan en la construcción de resonadores ultracompactos, amplificadores de microondas, lentes, filtros electromagnéticos, etc. [52–56, 77–79]. Asimismo, en el rango de los THz, hay prometedoras aplicaciones en espectroscopía e imagenología [57].

Otro material que se ha utilizado en los metamateriales como una posible alterna-

tiva al metal es el grafeno. No obstante, según los resultados de la Ref. [77], el grafeno no representa una opción viable para el diseño de metamateriales. Más sin embargo, se sabe que el grafeno dopado puede ser superconductor [80] (CaC_6 y LiC_6 con $T_c=1.4$ K y $T_c=8.1$ K, respectivamente). Esto abre la posibilidad de utilizar el grafeno dopado superconductor en metamateriales como una alternativa a la componente metálica, con pérdidas mínimas (la investigación en este campo es reciente por lo que no existe aún suficiente evidencia de su factibilidad y aún queda mucho por estudiar). Por otro lado, actualmente se desarrolla intensamente la tecnología de fabricación de circuitos basados en grafeno, por lo que la utilización de grafeno dopado superconductor puede viabilizarse.

2.1.3 Superconductores laminares como metamateriales hiperbólicos

Una de las motivaciones para el estudio de los metamateriales basados en superconductores de índice de refracción negativo, es su aplicación en el diseño de materiales con alta resolución y poca aberración óptica. Como se mencionó antes, las limitaciones de los metamateriales estándar negativos-dobles consiste en que requieren intrincados diseños y sufren diversos efectos de dispersión, dando lugar a pérdidas altas. Como hemos visto también, existe otra manera de obtener metamateriales, que consiste en crear medios fuertemente anisótropos, en particular, uniaxiales con componentes principales perpendicular y paralela del tensor efectivo de permitividad eléctrica, de signo opuesto (hiperbólicos), garantizando así un índice de refracción negativo. En los últimos años se han analizado diferentes superconductores para construir este tipo de metamateriales con alta anisotropía. Así, por ejemplo, en la referencia [58] se estudian 2 superconductores, el primero es uno artificial de baja T_c (compuesto de estructuras laminares a base de Niobio) y el segundo es un superconductor multicapa cuprato de alta T_c (Bi2212); en el caso de éste (Bi2212) se encontró que tiene pérdidas considerables (a temperaturas cercanas a la de su T_c), lo que dificulta su uso como metamaterial o como elemento de una superlente, mientras que para el primero (a base de Niobio) se encontró que permite producir metamateriales con pocas pérdidas a bajas temperaturas, pero son de difícil construcción.

A pesar de estas dificultades, que pueden evitarse con la disminución de la temperatura o con el desarrollo de las tecnologías de crecimiento de heteroestructuras, los metamateriales hiperbólicos de sistemas superconductores laminares podrían dar lugar a fenómenos ópticos interesantes con pérdidas mínimas. Un ejemplo de esos fenómenos es la transmisión

aumentada (o anómala) de una placa, periódicamente modulada, de superconductor laminar que se estudió en el trabajo [73].

2.1.4 Superconductores laminares como metamateriales cuánticos

Otra motivación para el estudio de los metamateriales basados en superconductores surge del trabajo [81], donde se mostró que para la propagación de una onda electromagnética, una línea de bits cuánticos o qubits, basados en uniones de Josephson (islas o trozos de material superconductor inmersos en dieléctrico o vacío y unidos entre sí por uniones de Josephson) dentro de una cavidad superconductora, juegan el papel de una línea de transmisión unidimensional con características y fenómenos físicos poco comunes. El arreglo periódico de qubits representa un cristal fotónico cuántico ya que su brecha prohibida depende del estado cuántico en que se encuentra cada qubit. Por consiguiente, en el caso en que los estados de los qubits oscilen entre dos estados cuánticos específicos, la brecha prohibida fotónica (*gap*) será fuertemente modulada en el tiempo (véase la fig. 3 en la Ref. [81]). Es decir, la superposición coherente de los estados cuánticos del qubit produce un estado llamado de “respiración” que, a su vez, da origen a un *gap* fotónico oscilante con la frecuencia del compás cuántico de un solo qubit. Además, en ese trabajo se demuestra que un control del dominio temporal de los qubits permite la realización de un estado llamado de “tornillo de Arquímedes cuántico”, donde la onda electromagnética incidente se modula periódicamente, y las regiones de su máxima amplitud se mueven a lo largo de la línea de qubits con la velocidad deseada. Es decir, el máximo de la onda electromagnética de oscilación rápida se transfiere a través del sistema a pasos determinados por una frecuencia de control mucho menor (véase la Fig. 4 en [81]). El componente clave de estos efectos cuánticos es que las propiedades ópticas de la línea de transmisión de Josephson son controladas por el estado coherente de los qubits. Por tal razón, a los cristales fotónicos de qubits, basados en uniones de Josephson, se les acuñó el término de “metamateriales cuánticos” [81].

En el contexto del uso de grafeno dopado superconductor como alternativa al material superconductor, es posible usar el grafeno dopado superconductor para el diseño de los qubits en los metamateriales cuánticos. No obstante, el uso de este material como componente en los metamateriales apenas comienza y, por consiguiente, se requiere del estudio tanto de las propiedades electromagnéticas como de los efectos cuánticos inherentes

a estos sistemas.

2.1.5 Aplicaciones de los metamateriales en la simulación cuántica.

El comportamiento de los metamateriales sintonizables en el régimen cuántico puede verse como una simulación cuántica de materiales compuestos de estructuras atómicas regulares o, también, de circuitos superconductores [81]. La simulación cuántica permite resolver un problema computacional difícil mediante el uso de algún sistema cuántico controlable para estudiar otro sistema cuántico menos controlable o accesible. La simulación cuántica promete tener aplicaciones en el estudio de muchos problemas, por ejemplo, en física de la materia condensada, física de altas energías, física atómica, química cuántica, y cosmología [82]. Como ilustración, cabe comentar que en el reciente trabajo [83] se ha propuesto el uso de arreglos de qubits superconductores para observar los fermiones de Majorana (partículas que son sus propias antipartículas).

2.2 Electrodinámica de los superconductores laminares

2.2.1 Modelo microscópico de un superconductor laminar

Como parte del proyecto de investigación de esta tesis, se ha analizado la respuesta electromagnética de los superconductores laminares de alta T_c desde un punto de vista microscópico. Debido a la estructura intrínsecamente periódica y laminar de superconductores de alta T_c como el Bi2212, podemos modelar una capa de superconductor como un cristal unidimensional o superred. La Fig. 2.1 muestra la estructura atómica del Bi2212 [84].

En la Fig. 2.3, se ilustra nuestro modelo de superred de la estructura interna del Bi2212. Las capas delgadas de espesor s , etiquetadas con $l = 1, l = 2, l = 3$, etc., representan las capas superconductoras, es decir, donde se encuentran los átomos de cobre (Cu) y oxígeno (O); mientras que las capas restantes (espesor d) ilustran las capas dieléctricas donde se encuentran también átomos de oxígeno y los átomos restantes (bismuto, estroncio y calcio). El periodo de la estructura es D . A primera vista, podría pensarse que se modela la capa superconductora como una superred tipo metal-dieléctrico, no obstante, entre las capas dieléctricas del superconductor se presenta el efecto de Josephson (Fig. 2.2). Este efecto cuántico consiste en el tunelamiento de pares de Cooper a través de las capas dieléctricas (sólo cuando los espesores de las capas dieléctricas son muy pequeños), por lo que en ellas

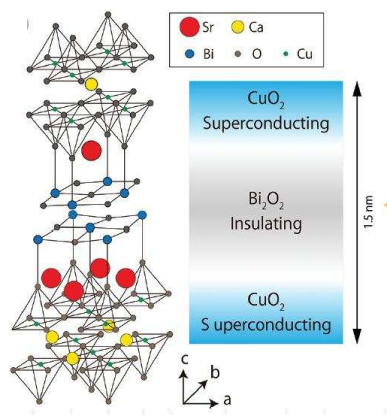


Figura 2.1: Estructura atómica del Bi2212 [84].

aparece una corriente continua (DC) llamada de Josephson, aún en ausencia de un campo eléctrico externo. No obstante, si se aplica un campo eléctrico externo constante entre las capas, aparece una corriente alterna (AC) de Josephson. Por tanto, en realidad se modela al Bi2212 como un arreglo periódico de capas superconductoras enlazadas por uniones de Josephson [67]. Cabe mencionar también que al estudiar la interacción electromagnética dentro del superconductor deben considerarse ambos tipos de portadores de carga, es decir, los pares de Cooper y los electrones libres o desapareados.

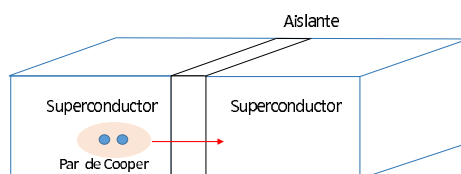


Figura 2.2: Esquema del efecto Josephson. Los pares de Cooper pueden atravesar la capa aislante aún en ausencia de campo eléctrico externo, por un efecto de tunelamiento cuántico.

Para dar una descripción de la respuesta electromagnética de una capa superconductora de Bi2212, es necesario plantear las ecuaciones de Maxwell que se satisfacen en cada

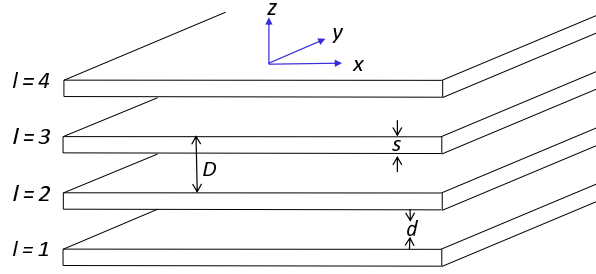


Figura 2.3: Modelo del superconductor de alta T_c , Bi2212. Las capas delgadas representan a los planos superconductores paralelos al plano $x - y$. El eje z es el de la periodicidad.

capa, tomando en cuenta al efecto Josephson, a los pares de Cooper y a los electrones libres. Asimismo, es necesario plantear las condiciones de contorno que satisfacen las ecuaciones. En las siguientes subsecciones se realiza este análisis.

2.2.2 Campos electromagnéticos en el modelo microscópico

En la Fig. 2.4 se muestra un esquema de la celda unitaria que tiene como límites $z = (l - 1)D$ y $z = lD$ donde l representa la l -ésima capa superconductora. La región de las capas superconductoras está dada por

$$lD - \frac{s}{2} \leq z \leq lD + \frac{s}{2}, \quad l = \dots - 1, 0, 1, \dots,$$

y la de las capas dieléctricas por

$$lD + \frac{s}{2} \leq z \leq (l + 1)D - \frac{s}{2}, \quad l = \dots - 1, 0, 1, \dots$$

Las componentes del campo eléctrico y magnético (polarización p) para la región dieléctrica entre el superconductor $l - 1$ y l están dadas por:

$$\vec{E} = (E_x, 0, E_z)$$

$$\vec{H} = (0, H_l, 0).$$

La corriente de tunelamiento entre las capas superconductoras $(l + 1)$ -ésima y l -ésima está dada por:

$$J^{l+1,l} = J_c \phi^{l+1,l} + \sigma_{\perp} E_z^{l+1,l}(z) \quad (2.1)$$

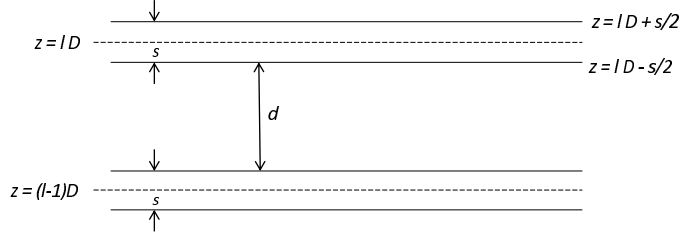


Figura 2.4: Esquema de las regiones superconductoras $(l-1)D$ y lD y de la región dieléctrica entre ellas.

donde $J_c \phi^{l+1,l}$ es la corriente de los pares de Cooper debido al efecto tunel de Josephson, mientras que el término $\sigma_{\perp} E_z^{l+1,l}(z)$ es la corriente de las cuasipartículas (electrones de conducción) en la dirección perpendicular a los planos superconductores. El término $\phi^{l+1,l}$ es proporcional a la diferencia de fases del parámetro de orden de la capa superconductora l y la $l+1$ [67]:

$$\phi^{l+1,l} = \frac{i2\pi c}{\omega \phi_0} \left(\int_{lD+s/2}^{(l+1)D-s/2} E_z^{l+1,l}(z') dz' + 4\pi R_D^2 (\rho_l - \rho_{l+1}) \right), \quad (2.2)$$

donde ρ representa la densidad de carga entre las capas superconductoras. Complementando las Ecs. (2.1) y (2.2) con la Ley de Ampere-Maxwell,

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

se obtiene:

$$ik_x H^{l+1,l}(z) = \frac{4\pi}{c} \left(J_c \phi^{l+1,l} + \sigma_{\perp} E_z^{l+1,l}(z) \right) - i\omega \frac{\epsilon_{c,0}}{c} E_z^{l+1,l}(z), \quad (2.3)$$

donde $\epsilon_{c,0}$ es la constante dieléctrica de las capas aislantes. Los campos H y E_z en las regiones entre los superconductores l y $l+1$ se denotan como $H^{l+1,l}$ y $E_z^{l+1,l}$. La componente x del campo eléctrico de la capa dieléctrica es:

$$\frac{\partial H^{l+1,l}}{\partial z} = i\epsilon_{a,0} \frac{\omega}{c} E_x^{l+1,l}(z).$$

Los campos electromagnéticos en la capa superconductora se calculan análogamente de las ecuaciones de Maxwell, en particular de la Ley de Ampere-Maxwell se obtiene la com-

ponente x del campo eléctrico,

$$-\frac{\partial H_l}{\partial z} = \frac{\epsilon_r}{c} \frac{\partial E_{x,l}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sigma_{\parallel} E_{x,l}(z),$$

haciendo la aproximación discreta:

$$-\frac{\partial H_l}{\partial z} = -\frac{H^{l+1,l} - H^{l,l-1}}{s},$$

se obtiene

$$-\frac{H^{l+1,l} - H^{l,l-1}}{s} = \frac{\epsilon_r}{c} \frac{\partial E_{x,l}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sigma_{\parallel} E_{x,l} \quad (2.4)$$

donde σ_{\parallel} es la corriente de las cuasipartículas a lo largo de los planos, y

$$\epsilon_r = 1 - \left(\frac{c}{\omega\lambda}\right)^2$$

donde λ es la longitud de penetración de London del superconductor.

Para la componente z , tenemos:

$$ik_x H_l(z) = -i\frac{\omega}{c}\epsilon_r E_{z,l}(z) + \frac{4\pi\sigma_n}{c} E_{z,l}(z),$$

y de la Ley de Faraday obtenemos:

$$\frac{\partial E_{x,l}}{\partial z} - ik_x E_{z,l}(z) = i\frac{\omega}{c} H_l.$$

2.2.3 Relación de dispersión

Al aplicar las condiciones de contorno de Maxwell y el teorema de Bloch en las interfaces donde se juntan ambas capas, superconductoras y dieléctricas, se obtiene un sistema de ecuaciones a partir del cual se puede hallar la relación de dispersión $k_z(\omega)$ para los modos fotónicos que se propagan en el superconductor laminar de alta T_c . La relación de dispersión se obtiene al calcular el determinante de dicho sistema de ecuaciones homogéneo. No obstante, el término de la Ec. (2.3), resultó adicional en comparación con el sistema de ecuaciones que se obtiene, por ejemplo, para una superred de metal-dieléctrico o para una superred bimetalica. Podría pensarse que este término adicional vuelve inhomogéneo al sistema de ecuaciones, complicando la obtención de la relación de dispersión. Sin embargo, fue posible escribir tal término adicional en función de los campos eléctrico y magnético dentro de las capas, con lo que el sistema de ecuaciones se mantuvo homogéneo. Finalmente,

al calcular su determinante obtuvimos la relación de dispersión del superconductor laminar de alta T_c , Bi2212, cuya forma funcional está dada por:

$$A \cos^2(k_z D) + B \cos(k_z D) + C = 0, \quad (2.5)$$

con

$$A = A(k_z^s, k_z^d, s, D, \alpha), \quad B = B(k_z^s, k_z^d, D, d), \quad C = C(k_z^s, k_z^d, D, d, \alpha) \quad (2.6)$$

es decir, los coeficientes de la Ec. (2.5) son funciones de k_z^s , k_z^d , s , D y α . La forma funcional de estos coeficientes es, en general, complicada. A pesar de ello, para verificar nuestros resultados, se analizó la relación de dispersión (Ec. (2.5)) para el caso cuando $J_c = 0$, pues en tal situación no se tendrían uniones de Josephson en el arreglo y se esperaría que el sistema se comporte como una superred de metal-dieléctrico. Los coeficientes de la ecuación (2.6) cuando $J_c = 0$ son:

$$A = 0 \quad (2.7)$$

$$B = \frac{k_z^s k_z^d}{\omega^2 / c^2 \epsilon_s \epsilon_{a0}}, \quad (2.8)$$

$$C = \frac{1}{2} \sin(k_z^d d) \sin(k_z^s s) \left(\frac{(k_z^s)^2}{\omega^2 / c^2 \epsilon_s^2} + \frac{(k_z^d)^2}{\omega^2 / c^2 \epsilon_{a0}^2} \right) - \frac{k_z^s k_z^d}{\omega^2 / c^2 \epsilon_s \epsilon_{a0}} \cos(k_z^d d) \cos(k_z^s s). \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

La relación de dispersión en una superred de metal-dieléctrico está dada por:

$$\cos(k_z D) = \cos(k_z^d d) \cos(k_z^s s) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_z^s \epsilon_{a0}}{k_z^d \epsilon_s} + \frac{k_z^d \epsilon_s}{k_z^s \epsilon_{a0}} \right) \sin(k_z^d d) \sin(k_z^s s),$$

la cual precisamente puede obtenerse de la Ec. (2.5) con los coeficientes dados por las Ecs. (2.7-2.10).

2.2.4 Parámetros efectivos del enfoque microscópico

Para obtener los parámetros efectivos que describan al superconductor laminar de alta T_c como un medio anisótropo pero homogéneo, debemos resolver las ecuaciones para los campos eléctrico y magnético dentro de la capa superconductora que se plantearon en la subsección 2.2.2. No obstante, en esta subsección calcularemos los parámetros efectivos para grandes longitudes de onda, es decir, las permitividades macroscópicas paralela

y perpendicular a los planos del arreglo periódico, ya que serán empleadas en capítulos posteriores.

2.2.5 Componente perpendicular de la permitividad

De la primera ecuación de Maxwell, la de Poisson, podemos obtener una relación entre la densidad de carga de las capas dentro del superconductor y los campos eléctricos,

$$4\pi\rho_l \approx \frac{E_z^{l+1,l}(z = lD + s/2) - E_z^{l,l-1}(z = lD - s/2)}{s},$$

esta ecuación se sustituye en la Ec. (2.2) con lo que la diferencia de fases $\phi^{l+1,l}$ queda en términos de los campos eléctricos. En el caso macroscópico, podemos hacer las siguientes aproximaciones

$$H^{l+1,l} \approx H(z = lD + s/2), \quad E_z^{l+1,l} \approx E_z(z = lD + s/2)$$

$$\int_{lD+s/2}^{(l+1)D-s/2} E_z^{l+1,l} dz \approx (D-s)E_z^{l+1,l}(z = lD + s/2).$$

De esta manera, la Ec. (2.2) puede reescribirse como:

$$ik_x H(z = lD + \frac{s}{2}) = \frac{8\pi^2 J_c}{\omega\phi_0} \left[(D-s)E_z^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}) + \frac{\varepsilon_\perp R_D^2}{s} \right.$$

$$\left. \left\{ E_z^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}) - E_z^{l,l-1}(z = lD - \frac{s}{2}) - E_z^{l+2,l+1}(z = (l+1)D + \frac{s}{2}) \right. \right.$$

$$\left. \left. + E_z^{l+1,l}(z = (l+1)D - \frac{s}{2}) \right\} \right] + \frac{4\pi}{c} \sigma_\perp E_z^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}) - i \frac{\omega\varepsilon_\perp}{c} E_z^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}). \quad (2.11)$$

Ahora proponemos una solución para cada campo electromagnético en forma exponencial, a saber,

$$H(z = lD + s/2) = H_0 e^{iq l D}, \quad (2.12)$$

$$E_z^{l+1,l}(z = lD + s/2) = E_{z0} e^{iq l D}, \quad (2.13)$$

$$E_z^{l,l-1}(z = lD - s/2) = E_{z0} e^{iq(l-1)D}, \quad (2.14)$$

$$E_z^{l+1,l}(z = (l+1)D - s/2) = E_{z0} e^{iq l D}, \quad (2.15)$$

$$E_z^{l+2,l+1}(z = (l+1)D + s/2) = E_{z0} e^{iq(l+1)D}. \quad (2.16)$$

Al sustituir en la Ec. (2.11) se obtiene

$$k_x H_0 = \left\{ -\frac{\omega}{c} \varepsilon_\perp - i \frac{4\pi\sigma_\perp}{c} + \frac{8\pi^2 J_c D}{\omega\phi_0} [1 + \alpha(2 - 2\cos(qD))] \right\}$$

comparando con,

$$k_x H_0 = -\frac{\omega}{c} \varepsilon_{\perp, macro} E_{z0}$$

se tiene,

$$\varepsilon_{\perp, macro}(q) = \varepsilon_{\perp} \left(1 - \frac{\omega_J^2}{\omega^2} [1 + 2\alpha(1 - \cos(qD))] \right) + i \frac{4\pi\sigma_{\perp}}{\omega}, \quad (2.17)$$

el parámetro de no-localidad viene dado por la Ec. (1.9)

$$\alpha = \frac{\epsilon R_D^2}{sD},$$

2.2.6 Componente paralela de la permitividad

Partimos de la ecuación para el campo magnético (Ec. (2.4)),

$$-\left[\frac{H^{l+1,l}(z = lD + s/2) - H^{l,l-1}(z = lD - s/2)}{s} \right] = \frac{\epsilon_r}{c} \frac{\partial E_{x,l}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma_{\parallel}}{c} E_{x,l}, \quad (2.18)$$

válida en el intervalo de la placa superconductora l :

$$lD - \frac{s}{2} \leq z \leq lD + \frac{s}{2}.$$

Por otro lado, en la región entre las placas superconductoras el medio es dieléctrico y ahí la ecuación de Maxwell que relaciona el campo magnético con la componente x del campo eléctrico está dada por:

$$-\frac{dH^{l+1,l}}{dz} = \frac{\varepsilon_{\parallel}}{c} \frac{\partial E_x^{l+1,l}}{\partial t}, \quad lD + \frac{s}{2} \leq z \leq (l+1)D - \frac{s}{2}.$$

pero $E_x^{l+1,l} \propto e^{-i\omega t}$, por tanto,

$$\frac{dH^{l+1,l}}{dz} = i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\parallel} E_x^{l+1,l} \quad lD + s/2 \leq z \leq (l+1)D - \frac{s}{2}.$$

Para calcular la componente paralela (x) de la permitividad macroscópica, integramos la ecuación anterior en el intervalo $[lD + s/2, (l+1)D - s/2]$, obtenemos:

$$H^{l+1,l}(z = (l+1)D - \frac{s}{2}) - H^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}) = i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\parallel} \int_{lD+s/2}^{(l+1)D-s/2} E_x^{l+1,l} dz.$$

Con la aproximación

$$\int_{lD+s/2}^{(l+1)D-s/2} E_x^{l+1,l} dz \approx (D-s) E_x^{l+1,l}(z = lD + s/2)$$

se tiene,

$$H^{l+1,l}(z = (l+1)D - \frac{s}{2}) - H^{l+1,l}(z = lD + \frac{s}{2}) = i\frac{\omega}{c}\varepsilon_{\parallel}E_x^{l+1,l}(z = lD + s/2)(D - s). \quad (2.19)$$

Ahora busquemos soluciones en forma de exponenciales,

$$H^{l+1,l}(z = (l+1)D - s/2) = H_0 e^{iqlD}, \quad (2.20)$$

$$H^{l,l-1}(z = lD - s/2) = H_0 e^{iq(l-1)D}, \quad (2.21)$$

$$E_x^{l+1,l}(z = lD + s/2) = E_{x0} e^{iqlD}, \quad (2.22)$$

$$E_{x,l} = E_{x0} e^{iqlD}, \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

las cuales al sustituirse en la suma de la Ec. (2.18) con la Ec. (2.19), y usando la aproximación de grandes longitudes de onda, $qD \ll 1$ nos da:

$$qH_0 = \frac{\omega}{c} \left(\varepsilon_{\parallel} \frac{d}{D} + \frac{s}{D} - \frac{c^2 s}{\omega^2 \lambda^2 D} + i \frac{4\pi \sigma_{\parallel} s}{c D} \right) E_{x,0}$$

comparando con

$$qH_0 = \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\parallel,macro} E_{x,0},$$

encontramos que,

$$\varepsilon_{\parallel,macro} = \bar{\varepsilon}_{\parallel} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) + i4\pi \frac{\sigma_{\parallel}}{c} \frac{s}{D} \quad (2.25)$$

donde

$$\bar{\varepsilon}_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel} \frac{d}{D} + \frac{s}{D},$$

y

$$\omega_p^2 = \frac{c^2 s}{\lambda^2 D} \frac{1}{\bar{\varepsilon}_{\parallel}}.$$

Capítulo 3

Propiedades ópticas de una capa superconductora de alta T_c de Bi2212

En este capítulo se presenta el estudio teórico de la reflectividad y la transmisión en el infrarrojo de una capa de superconductor laminar de alta T_c , específicamente, Bi2212. Se analiza el caso local, es decir, cuando las componentes del tensor de permitividad efectivo del sistema no dependen del vector de onda del haz incidente, además, se consideraron ambas polarizaciones: TE (s) y TM (p). Ambos espectros ópticos muestran resonancias bien localizadas tipo Fabry-Perot, que pueden asociarse con la cuantización del vector de onda de Bloch para los modos con polarización p . Las resonancias se observan en una banda de paso donde el índice de refracción efectivo del superconductor es negativo. La banda de paso de dispersión anómala está por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson, que aparece en la expresión para la componente del tensor de permitividad efectivo, correspondiente a la dirección perpendicular a las capas que conforman el superconductor. Se encontró que las resonancias tipo Fabry-Perot sufren un corrimiento al azul cuando se incrementa el espesor de la capa superconductora o el ángulo de incidencia. Más aún, los modos electromagnéticos cuantizados resultan cuasi-longitudinales debido a la fuerte anisotropía de la respuesta dieléctrica infrarroja del superconductor. En la sección 3.1, se presentan las fórmulas del tensor de permitividad y del coeficiente de transmisión, mientras que los espectros de transmisión, calculados numéricamente, se muestran y comentan en la Sec. 3.2.

3.1 Formalismo Teórico

Consideremos una capa de superconductor laminar de alta T_c , inmersa en vacío y ocupando el espacio $0 \leq z \leq d$ (ver Fig. 3.1). Los planos superconductores se asumen paralelos al plano $x - y$. Una onda monocromática plana con polarización p incide sobre la superficie de la capa superconductora en $z = 0$. De acuerdo con la geometría del sistema, el campo magnético de la onda incidente puede expresarse como:

$$\vec{H}_i = (0, H_i, 0)e^{ik_x x + ik_z z - i\omega t}, \quad z \leq 0, \quad (3.1)$$

donde ω es la frecuencia, $k_x = k \sin \theta$ y $k_z = k \cos \theta$ son las componentes del vector de onda incidente \vec{k}_i , $k = \omega/c$, c es la velocidad de la luz en el vacío, y θ es el ángulo de incidencia. El campo magnético de la onda reflejada está dada por:

$$\vec{H}_r = (0, H_r, 0)e^{ik_x x - ik_z z - i\omega t}, \quad z \leq 0. \quad (3.2)$$

Para $z > 0$ la componente magnética de la onda electromagnética transmitida puede escribirse como:

$$\vec{H}_t = (0, H_t, 0)e^{ik_x x + ik_z(z-d) - i\omega t}, \quad z \geq d, \quad (3.3)$$

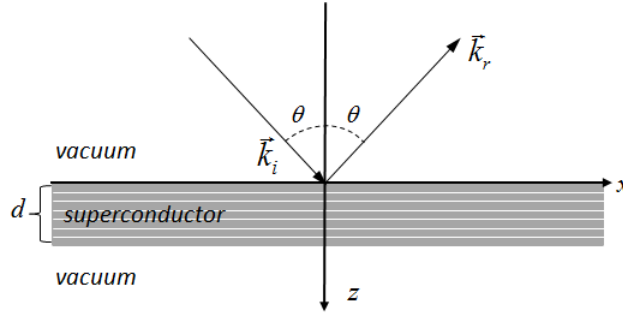


Figura 3.1: Esquema de una capa de superconductor laminar de alta T_c . \vec{k}_i y \vec{k}_r son, respectivamente, los vectores de onda del haz incidente y reflejado.

En el límite continuo, cuando la longitud de onda incidente es mucho mayor que el periodo del superconductor laminar de alta T_c a lo largo de la dirección de crecimiento (eje z), el superconductor se comporta como un cristal uniaxial con valores principales de su tensor de permitividad $\overleftrightarrow{\epsilon}$ dados por [58]:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon \left(1 - \frac{\gamma^2 \omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad \epsilon_z = \epsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (3.4)$$

donde $\omega_p = c/(\lambda_\perp \sqrt{\epsilon})$ es la frecuencia de plasma de Josephson, $\gamma = \lambda_\perp/\lambda_\parallel$ es el parámetro de anisotropía dado por el cociente entre la longitud de penetración magnética perpendicular y la paralela.

Usando las Ecs. (3.4) y las ecuaciones de Maxwell, el campo magnético de la onda electromagnética dentro de la capa superconductora puede escribirse como:

$$\vec{H}_s = (0, H_s(z), 0)e^{ik_x x - i\omega t}, \quad 0 \leq z \leq d, \quad (3.5)$$

donde

$$H_s(z) = H_1 e^{ik_z^{(s)} z} + H_2 e^{-ik_z^{(s)} z}. \quad (3.6)$$

Aquí, la componente del vector de onda $k_z^{(s)}$ está dado por la fórmula:

$$k_z^{(s)} = \sqrt{\epsilon_x \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{k_x^2}{\epsilon_z} \right)}. \quad (3.7)$$

El campo eléctrico \vec{E} para las ondas electromagnéticas dentro del superconductor anisótropo y en el vacío se calculan empleando las Ecs. (3.1)-(3.6) y la ley de Ampere-Maxwell ($\vec{E} = (ic/\omega) \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}^{-1} \nabla \times \vec{H}$). Para determinar las amplitudes H_r , H_t , H_1 , y H_2 en términos de la amplitud de la onda incidente (H_i), deben aplicarse las condiciones de contorno de Maxwell, a saber, la continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético en las interfaces $z = 0$ y $z = d$. Posteriormente, la reflectividad para polarización p ($R_p = |H_r/H_i|$) y la transmisión ($T_p = |H_t/H_i|$) pueden calcularse fácilmente. Expresiones analíticas para R_p y T_p se presentan en las Refs. [22, 85, 86]. La transmisión para modos TM es [22]

$$T_p = \frac{1}{\left| \cos(k_z^{(s)} d) - \frac{i}{2} \left(\frac{k_z \epsilon_x}{k_z^{(s)}} + \frac{k_z^{(s)}}{k_z \epsilon_x} \right) \sin(k_z^{(s)} d) \right|^2}. \quad (3.8)$$

3.2 Resultados numéricos y discusión

En esta sección se aplica el formalismo teórico descrito arriba. En el panel **a** de la Fig. 3.2, se presenta la relación de dispersión $\omega(k_z^{(s)})$ para modos electromagnéticos TM en una capa de superconductor Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+ δ} para un ángulo de incidencia $\theta =$

45°, la cual se calculó usando las fórmulas (3.4) para los valores principales del tensor de permitividad efectivo y la Ec. (3.7). En el cálculo, se usaron los siguientes parámetros para el $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [58]: $\epsilon = 12.0$, $\omega_p = 10^{12} \text{ s}^{-1}$ y $\gamma = 500$. En el panel **b**, se muestra el espectro de transmisión T_p para una capa superconductora de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ de espesor $d = \delta$, donde $\delta = c/(\gamma\omega_P\sqrt{\epsilon})$. Aquí, se han despreciado las pérdidas de energía dentro del superconductor.

Como puede verse en la subfigura 3.2, **a**, a frecuencias $\omega < \omega_p$ el vector de onda $k_z^{(s)}$ (3.7) es puramente imaginario porque ambos $\epsilon_x(\omega)$ y $\epsilon_z(\omega)$ (3.4) son negativos. Arriba de la frecuencia de plasma de Josephson ($\omega > \omega_p$) el vector de onda $k_z^{(s)}$ es real y negativo, ya que ϵ_z ha cambiado su signo, y el índice de refracción del superconductor resulta negativo.

Es sorprendente que la transmisión (ver subfigura 3.2, **b**) en la banda de paso de dispersión anómala es cero en casi toda la banda excepto a ciertas frecuencias, donde se observan resonancias muy agudas. Esta es una consecuencia directa del alto contraste dieléctrico entre el superconductor y el vacío. De hecho, en este caso la cantidad entre paréntesis en la fórmula (3.8) es bastante grande y, por tanto, T_p es muy pequeña. Sin embargo, a frecuencias donde la función $\sin(k_z^{(s)}d)$ en la Ec. (3.8) desaparece, la transmisión para polarización p es igual a uno. Lo último ocurre cuando se satisface la condición de resonancia de Fabry-Perot:

$$|k_z^{(s)}|d = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.9)$$

El hecho de que las frecuencias de resonancia en el espectro infrarrojo de transmisión $T_p(\omega)$ corresponden a valores del vector de onda cuantizado $k_z^{(s)}$ puede confirmarse comparando la relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ (panel **a** de la Fig. 3.2) y la transmisión (panel **b** misma figura).

Debe mencionarse que las resonancias tipo Fabry-Perot en la transmisión tienen un corrimiento al azul, cuando se incrementa el espesor d de la capa superconductora. Este corrimiento se debe a la dispersión anómala $\omega(k_z^{(s)})$ (subfigura 3.2, **a**), ya que en el caso de capas con índice de refracción positivo (dispersión normal), el corrimiento se observa hacia el rojo. De hecho, de acuerdo con la Ec. (3.9) subfigura 3.2, **a**, cuando d se incrementa, el valor de $|k_z^{(s)}|$ decrece y, consecuentemente, las frecuencias de las resonancias tipo Fabry-Perot se mueven hacia el azul. Las resonancias, asociadas a los modos cuantizados, se

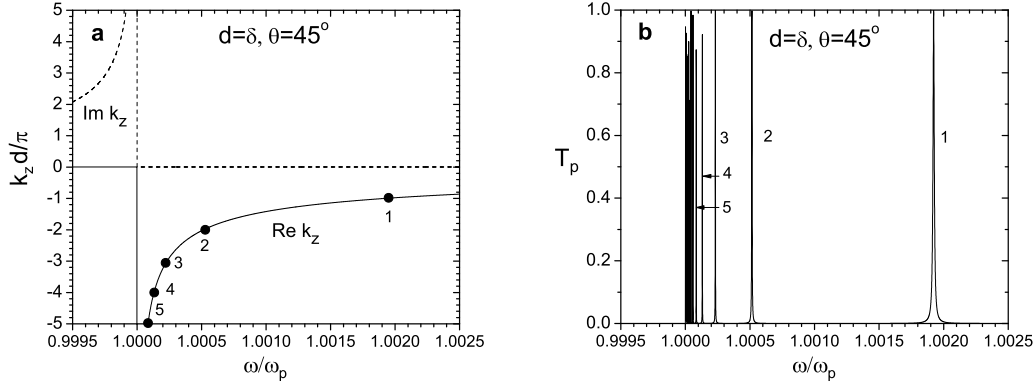


Figura 3.2: Panel **a**. Relación de dispersión $\omega(k_z^{(s)})$ para modos electromagnéticos TM en una capa superconductora de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ a $\theta = 45^\circ$. Panel **b**. Espectro de transmisión T_p para la capa superconductora de alta T_c de espesor $d = \delta$.

mueven también a frecuencias mayores si el ángulo de incidencia θ es incrementado. Este corrimiento al azul debido al incremento de θ se observa claramente en la Fig. 3.3, donde se muestran los espectros de transmisión para modos TM a los ángulos de incidencia $\theta = 45^\circ$ (línea sólida) y $\theta = 75^\circ$ (línea punteada).

La componente z ($k_z^{(s)}$) del vector de onda para los modos de propagación TM dentro del cristal superconductor uniaxial [ver Ec. (3.5)] es mucho mayor que la componente x , k_x , debido a la alta anisotropía de su respuesta dieléctrica ($|\epsilon_x/\epsilon_z| \gg 1$ a $\omega \gtrsim \omega_p$). Ciertamente, de la Ec. (3.7) se sigue que:

$$\frac{k_z}{k_x} \approx \sqrt{\frac{-\epsilon_x}{\epsilon_z}} \gg 1. \quad (3.10)$$

Por otro lado, el vector de onda de las ondas electromagnéticas TM es perpendicular al vector de desplazamiento \vec{D} debido a la ecuación de Maxwell $\nabla \cdot \vec{D} = 0$. Por tanto, la magnitud de la componente z (E_z) del campo eléctrico resulta ser mucho mayor que la de la componente x , (E_x), a $\omega \gtrsim \omega_p$:

$$|E_z| = \left| \frac{-k_x \epsilon_x}{k_z^{(s)} \epsilon_z} E_x \right| \approx \left| \sqrt{\frac{-\epsilon_x}{\epsilon_z}} E_x \right| \gg |E_x|. \quad (3.11)$$

De acuerdo a las Ecs. (3.10) y (3.11), los modos de propagación TM en el superconductor de alta T_c son cuasi-longitudinales ya que su vector de onda y el campo eléctrico dentro son casi paralelos al eje z .

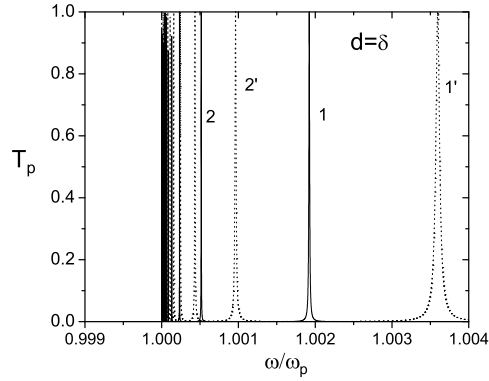


Figura 3.3: Espectros de transmisión T_p para la capa superconductora de alta T_c de espesor $d = \delta$ a los ángulos de incidencia $\theta = 45^\circ$ (línea sólida) y 75° (línea punteada).

Finalmente, debería comentarse que los espectros infrarrojos de reflectividad (R_s) y transmisión (T_s) para luz incidente con polarización s también se calcularon numéricamente. Tales espectros están completamente determinados por la componente de la permitividad ϵ_y que es negativa en el rango de los THz. Como consecuencia, los modos de propagación transversos eléctricos (TE) son evanescentes para $\omega \sim \omega_p$ y R_s (T_s) es casi igual a uno (cero).

Capítulo 4

Respuesta óptica no-local de un superconductor laminar de alta temperatura crítica

En este capítulo se estudia teóricamente el efecto de la dispersión espacial (no-localidad) sobre las propiedades ópticas de un superconductor laminar de alta T_c (Bi2212) para luz con polarización p . La dispersión espacial del superconductor se debe a que su tensor de permitividad efectivo depende de la componente z del vector de onda ($\overleftrightarrow{\epsilon}_{av} = \overleftrightarrow{\epsilon}_{av}(k_z)$). Como resultado de esta dependencia se generan modos electromagnéticos de propagación adicionales a los que surgen en el caso local, justo por arriba de la frecuencia de plasma característica del superconductor que se encuentra en el rango de los THz. Más aún, los espectros muestran resonancias muy localizadas tipo Fabry-Perot, asociadas con la cuantización de los vectores de onda de los modos electromagnéticos de longitud de onda larga (de dispersión anómala) y los de longitud de onda corta (de dispersión normal).

En la sección 4.1 se presenta el formalismo teórico basado en el uso de una permitividad efectiva no-local para calcular el campo electromagnético dentro de la capa superconductora. En el modelo se aplican condiciones de frontera adicionales (condiciones ABC por sus siglas en inglés), que nos permiten determinar las amplitudes de los modos electromagnéticos adicionales dentro de la capa. En las secciones 4.2 y 4.3 se calcula y analiza la relación de dispersión para los modos electromagnéticos de polarización p para distintos valores del parámetro de no-localidad α . Se analiza también el efecto del parámetro α sobre

los espectros ópticos de reflectividad de la capa superconductora.

4.1 Formulación del problema

4.1.1 Geometría del sistema

El sistema considerado aquí es una capa superconductora de alta T_c de espesor “ d ”, específicamente Bi2212, cuya estructura es inherentemente laminar y periódica. Sus planos superconductores se colocan paralelos al plano $x - y$ y el sistema está embebido en vacío (ver Fig. 4.1). Asumiendo que una onda electromagnética monocromática plana con polarización p incide sobre la superficie de la capa superconductora, el campo magnético en el medio superior ($z \leq 0$) puede escribirse como:

$$\vec{H}^{(u)} = \vec{H}_i + \vec{H}_r, \quad z \leq 0, \quad (4.1)$$

donde el índice “ u ” indica el medio superior (vacío), “ i ” el haz incidente y “ r ” el reflejado. Las expresiones para \vec{H}_i y \vec{H}_r son, respectivamente,

$$\vec{H}_i = (0, H_i, 0)e^{ik_x x + ik_z z - i\omega t}, \quad (4.2)$$

$$\vec{H}_r = (0, H_r, 0)e^{ik_x x - ik_z z - i\omega t}, \quad z \leq 0. \quad (4.3)$$

En estas expresiones, $k_x = k \sin \theta$ y $k_z = k \cos \theta$ son las componentes del vector de onda incidente \vec{k}_i , donde $k = \omega/c$, ω es la frecuencia, y θ es el ángulo de incidencia. El campo magnético de la onda electromagnética transmitida al medio inferior (vacío) está dado por:

$$\vec{H}^{(t)} = (0, H_t, 0)e^{ik_x x + ik_z(z-d) - i\omega t}, \quad z \geq d. \quad (4.4)$$

4.1.2 Campo electromagnético en la capa superconductora.

Para estudiar ahora la propagación de ondas electromagnéticas a través del superconductor de alta T_c que ocupa el espacio $0 \leq z \leq d$, podemos aprovechar el hecho que el superconductor se comporte como un cristal uniaxial en el límite de grandes longitudes de onda [58, 69]. En ese trabajo se muestra que la ecuación constitutiva que relaciona el vector de desplazamiento \vec{D} y el campo eléctrico \vec{E} ,

$$\vec{D} = \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}_{av} \vec{E}, \quad (4.5)$$

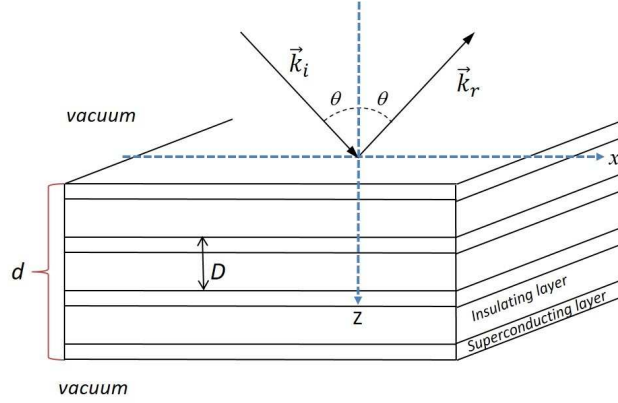


Figura 4.1: Esquema de una capa superconductora laminar de alta T_c . \vec{k}_i y \vec{k}_r son los vectores de onda del haz incidente y reflejado, respectivamente.

queda determinada por un tensor de permitividad no local efectivo $\overleftrightarrow{\epsilon}_{av}$. Los valores o componentes principales de $\overleftrightarrow{\epsilon}_{av}$ son funciones de la componente del vector de onda $k_z^{(s)}$ y de la frecuencia ω :

$$\epsilon_x(\omega) = \epsilon_y(\omega) = \epsilon \left(1 - \frac{\gamma^2 \omega_p^2}{\omega^2} \right) + \frac{i4\pi\sigma_x}{\omega}, \quad (4.6)$$

$$\epsilon_z(\omega, k_z^{(s)}) = \epsilon \left[1 - \frac{\omega_p^2 \left(1 + 2\alpha(1 - \cos(k_z^{(s)} D)) \right)}{\tilde{\omega}^2} \right], \quad (4.7)$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\sqrt{1 - i4\pi\sigma_z \frac{\omega}{\epsilon\omega_p^2}}}, \quad (4.8)$$

donde ω_p es la frecuencia de plasma de Josephson definida en la Ec. (1.8), $\gamma = \lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel}$ es el parámetro de anisotropía que se define como el cociente entre la longitud de penetración transversal (λ_{\perp}) y la paralela (λ_{\parallel}) del campo magnético, y D es el periodo del arreglo de capas aislantes y superconductoras. Debe mencionarse que las expresiones (4.6) y (4.7) se derivaron asumiendo que el espesor de la capa superconductora s es mucho más pequeño que el periodo del arreglo o de latiz D ($s \ll D$).

En la región de la capa superconductora, buscamos la solución a las ecuaciones de Maxwell como una onda plana de polarización p con un campo magnético dado por:

$$\vec{H} = (0, H_y, 0) e^{ik_z^{(s)} z + ik_x x - i\omega t}. \quad (4.9)$$

Después de sustituir la Ec. (4.5) y la Ec. (4.9) en la Ley de Faraday ($c\nabla \times \vec{H} = \partial\vec{D}/\partial t$) y la Ley de Ampere-Maxwell para un medio anisótropo ($\vec{E} = (ic/\omega) \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}^{-1} \nabla \times \vec{H}$), podemos derivar las relaciones entre las componentes distintas de cero de los campos eléctrico y magnético dentro del superconductor:

$$\begin{aligned} ck_z^{(s)} H_y &= \omega \epsilon_x(\omega) E_x, \\ ck_x H_y &= -\omega \epsilon_z(\omega, k_z^{(s)}) E_z, \\ k_x E_z - k_z^{(s)} E_x &= -(\omega/c) H_y. \end{aligned} \quad (4.10)$$

La relación de dispersión para las ondas electromagnéticas dentro del superconductor laminar inherentemente anisótropo puede obtenerse directamente del sistema de ecuaciones algebraico homogéneo (4.10), tenemos que

$$\frac{(k_z^{(s)})^2}{\epsilon_x(\omega)} + \frac{k_x^2}{\epsilon_z(\omega, k_z^{(s)})} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (4.11)$$

Para obtener una expresión explícita de la relación de dispersión, se sustituye la Ec. (4.7) junto con la siguiente aproximación para grandes longitudes de onda ($|k_z^{(s)}| D \ll 1$),

$$(k_z^{(s)})^2 \approx \frac{2(1 - \cos(k_z^{(s)} D))}{D^2} = \frac{4 \sin^2((k_z^{(s)} D)/2)}{D^2}, \quad (4.12)$$

en la Ec. (4.11). De modo que la relación de dispersión para una onda electromagnética con polarización p adquiere la forma:

$$a \sin^4(k_z^{(s)} D/2) + b \sin^2(k_z^{(s)} D/2) + c = 0, \quad (4.13)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{-16\alpha\omega_p^2\epsilon D^2}{c^2}, \\ b &= 4\frac{\epsilon}{c^2}(\tilde{\omega}^2 - \omega_p^2)D^2 + 4\frac{\omega^2}{c^4}\epsilon_x\epsilon\alpha\omega_p^2D^4, \\ c &= \frac{\tilde{\omega}^2}{c^2}k_x^2\epsilon_xD^4 - \frac{\omega^2}{c^4}\epsilon_x\epsilon(\tilde{\omega}^2 - \omega_p^2)D^4. \end{aligned}$$

Al resolver la ecuación algebraica bicuadrática (4.13), podemos expresar explícitamente el número de onda $k_z^{(s)}$ como función de la frecuencia ω :

$$k_z^{(s)} = \pm \frac{2}{D} \arcsin \left(\sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \right). \quad (4.14)$$

Por tanto, cuatro modos electromagnéticos pueden propagarse en la capa superconductora. El número de onda de cada modo se denotará como sigue:

$$k_z^{(j)}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (4.15)$$

donde $k_z^{(1)} = -k_z^{(3)}$ y $k_z^{(2)} = -k_z^{(4)}$ con las restricciones

$$\text{Im } k_z^{(1)} > 0 \text{ y } \text{Im } k_z^{(2)} > 0.$$

Lo último implica que el primer y segundo modos electromagnéticos ($j = 1, 2$) decaen a lo largo de la dirección positiva del eje z , mientras que el tercer y cuarto modos ($j = 3, 4$) decaen en la dirección opuesta.

El campo magnético total dentro de la capa superconductora puede expresarse como una superposición lineal de los cuatro modos electromagnéticos:

$$\vec{H}^{(s)} = (0, H_y^{(s)}(z), 0)e^{ik_x x - i\omega t}, \quad (4.16)$$

donde

$$H_y^{(s)}(z) = \sum_{j=1}^4 A_j e^{ik_z^{(j)} z}. \quad (4.17)$$

Aquí A_j ($j = 1, 2, 3, 4$) son las amplitudes de las ondas planas.

De la Ec. (4.17) y la ley de Faraday, las componentes x y z del campo eléctrico pueden escribirse en la forma:

$$E_x^{(s)}(z) = \frac{c}{\omega \epsilon_x} \sum_{j=1}^4 A_j k_z^{(j)} e^{ik_z^{(j)} z}, \quad (4.18)$$

$$E_z^{(s)}(z) = -\frac{ck_x}{\omega} \sum_{j=1}^4 \frac{A_j}{\epsilon_z(\omega, k_z^{(j)})} e^{ik_z^{(j)} z}. \quad (4.19)$$

4.1.3 Condiciones de contorno

Para calcular las amplitudes A_j en la Ec. (4.17), así como las amplitudes de las ondas electromagnéticas del campo reflejado (H_r) y transmitido (H_t), deben aplicarse las ya conocidas condiciones de contorno de Maxwell, a saber, la continuidad de las componentes

tangenciales de los campos eléctrico y magnético en las interfaces. Estas condiciones para las interfaces superconductor-vacío en $z = 0$ y $z = d$ están dadas por:

$$\begin{aligned} E_x^{(u)}(0) &= E_x^{(s)}(0), & E_x^{(s)}(d) &= E_x^{(t)}(d), \\ H_y^{(u)}(0) &= H_y^{(s)}(0), & H_y^{(s)}(d) &= H_y^{(t)}(d). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Sin embargo, el número de amplitudes desconocidas es seis (A_j , $j = 1, 2, 3, 4$; H_r y H_t) y las ecuaciones de contorno de Maxwell (4.20) son solo cuatro. Por tanto, es necesario derivar 2 condiciones de contorno adicionales (ABC, por sus siglas en inglés) para calcular todas las amplitudes. Como en la Ref. [69], derivaremos las ABCs tomando en cuenta que las uniones de Josephson en la superficie del superconductor solo tienen una unión vecina. En otras palabras, no hay más planos superconductores fuera de la capa. Esto significa que el promedio de la polarización, específicamente, de la componente paralela a la dirección de crecimiento del superconductor, sobre el espesor de uniones de Josephson imaginarias justo fuera de la capa, debe ser igual a la polarización del medio externo en ambas superficies. Para el superconductor anisótropo laminar con respuesta no-local, el vector de polarización puede escribirse como:

$$\vec{P}^{(s)} = (P_x^{(s)}(z), 0, P_z^{(s)}(z))e^{ik_x x - i\omega t}. \quad (4.21)$$

Aquí

$$P_x^{(s)}(z) = \chi_{e,x} E_x^{(s)}(z), \quad (4.22)$$

donde $\chi_{e,x} = (\epsilon_x - 1)/4\pi$, $E_x^{(s)}(z)$ tiene la forma (4.18) y

$$P_z^{(s)}(z) = \sum_{j=1}^4 \chi_{e,z}(k_z^{(j)}) E_z^{(s)}(k_z^{(j)}) e^{ik_z^{(j)} z}, \quad (4.23)$$

con $\chi_{e,z}(k_z^{(j)}) = (\epsilon_z(k_z^{(j)}) - 1)/4\pi$ y

$$E_z^{(s)}(k_z^{(j)}) = -\frac{ck_x}{\omega} \frac{A_j}{\epsilon_z(\omega, k_z^{(j)})}. \quad (4.24)$$

Ya que el medio externo es vacío, la componente z de la polarización, promediada sobre el espesor ($\approx D$) de uniones de Josephson imaginarias fuera de la muestra, debería desaparecer en cada superficie. Por tanto, las ABCs en $z = 0$ y $z = d$ pueden escribirse como:

$$\frac{1}{D} \int_{-D}^0 P_z^{(s)}(z) dz = 0, \quad (4.25)$$

$$\frac{1}{D} \int_d^{(d+D)} P_z^{(s)}(z) dz = 0. \quad (4.26)$$

Vamos a expandir $P_z^{(s)}(z)$ en serie de Taylor. Tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} \int_{-D}^0 P_z^{(s)}(z) dz &\approx \frac{1}{D} \int_{-D}^0 \left(P_z^{(s)}(0) + \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z} \Big|_{z=0} z \right) dz \\ &= P_z^{(s)}(0) - \frac{1}{2} D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z} \Big|_{z=0}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

y

$$\frac{1}{D} \int_d^{d+D} P_z^{(s)}(z) dz \approx P_z^{(s)}(d) + \frac{1}{2} D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z} \Big|_{z=d}. \quad (4.28)$$

De esta manera, las condiciones de contorno adicionales son:

$$P_z^{(s)}(0) - \frac{1}{2} D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z}(0) = 0, \quad (4.29)$$

$$P_z^{(s)}(d) + \frac{1}{2} D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z}(d) = 0. \quad (4.30)$$

Aplicando estas ABCs junto con las condiciones de contorno de Maxwell (4.20), los espectros de reflectividad ($R = |H_r/H_i|^2$) y transmisión ($T = |H_t/H_i|^2$) para la capa de superconductor laminar pueden calcularse en el infrarrojo lejano.

4.2 Resultados

En esta sección se aplica el formalismo teórico presentando antes para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas p -polarizadas con $\theta = 75^\circ$ en una capa superconductora de Bi2212. Se analizan los efectos de la variación de: el parámetro de no-localidad, los parámetros de disipación energética y el espesor de la capa, sobre los espectros electromagnéticos de la capa. Primero estudiamos el efecto del parámetro de no-localidad sobre la relación de dispersión para los modos de propagación y sobre el espectro de reflectividad en el infrarrojo lejano. Más adelante se describen y analizan 3 casos distintos.

4.2.1 Caso Cuasi-local

En la Fig. 4.2, **a**, se muestra la relación de dispersión para los modos electromagnéticos cuando el parámetro de no-localidad α es casi cero, y la reflectividad correspondiente se muestra en la Fig. 4.2, **b**. Los parámetros del superconductor usados en los

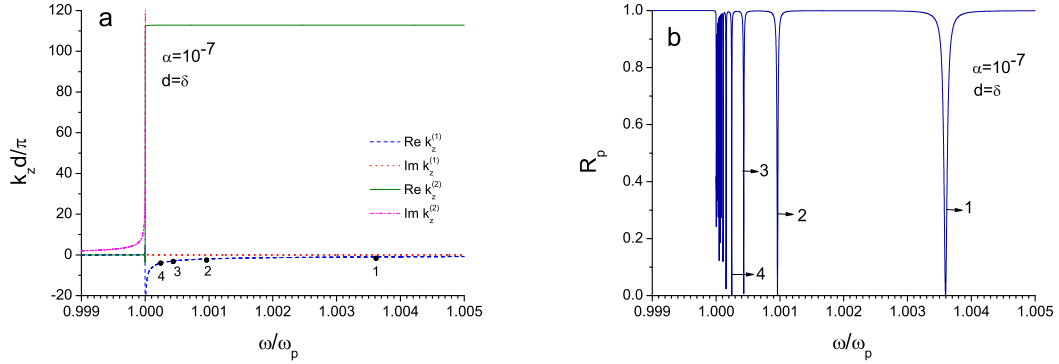


Figura 4.2: Panel **a**. Relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para modos p -polarizados en una capa de superconductor de Bi2212 a $\theta = 75^\circ$ para el caso cuasi-local ($\alpha = 10^{-7}$). Panel **b**. Espectro de reflectividad para una capa superconductora de Bi2212 de espesor $d = \delta$ con los parámetros $\sigma_x = 3.6 \times 10^{-5}\omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$.

cálculos son [58]: $\omega_p = 10^{12}$ rad/s, $\gamma = 500$, $\epsilon = 12.0$. Otros parámetros son $\alpha = 10^{-7}$, $d = \delta$, donde δ es la más pequeña de las longitudes de penetración del superconductor anisótropo ($\delta = \lambda_{\parallel} = c/(\gamma\omega_p\sqrt{\epsilon}) = 173.20$ nm), y $D = 15.35$ Å. Para comparar estos resultados con nuestros cálculos previos para el caso local ($\alpha = 0$) y sin disipación, publicados en la Ref. [87], hemos considerado no solo un valor muy pequeño de α sino también pérdidas energéticas despreciables, determinadas por las conductividades paralela y perpendicular de las cuasipartículas del estado normal. Específicamente, las conductividades son, respectivamente, $\sigma_x = 3.6 \times 10^{-5}\omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$.

De acuerdo con la ecuación (4.13), para un α distinto de cero, siempre hay dos modos electromagnéticos adicionales. Para el valor específico del parámetro de no-localidad $\alpha = 10^{-7}$, la rama con dispersión anómala ($k_z^{(1)}(\omega)$) coincide prácticamente con la del caso local ($\alpha = 0$). Por otro lado, los modos electromagnéticos adicionales ($k_z^{(2)}(\omega)$) resultan evanescentes porque la parte imaginaria $\Im k_z^{(2)}$ es mucho mayor que la parte real $\Re k_z^{(2)}$ (ver Fig. 4.2, **a**). Los puntos negros en la figura representan las posiciones de las frecuencias que satisfacen la condición de Fabry-Perot ($|\Re k_z^{(1)} d| = n\pi, n = 1, 2, \dots$), y las resonancias correspondientes aparecen en el espectro infrarrojo lejano para $\alpha = 10^{-7}$ (Fig. 4.2, **b**). Este espectro tiene resonancias a las mismas frecuencias que en los espectros de reflectividad y transmisión para el caso local con $\theta = 75^\circ$ (ver Fig. 3 en Ref. [87]).

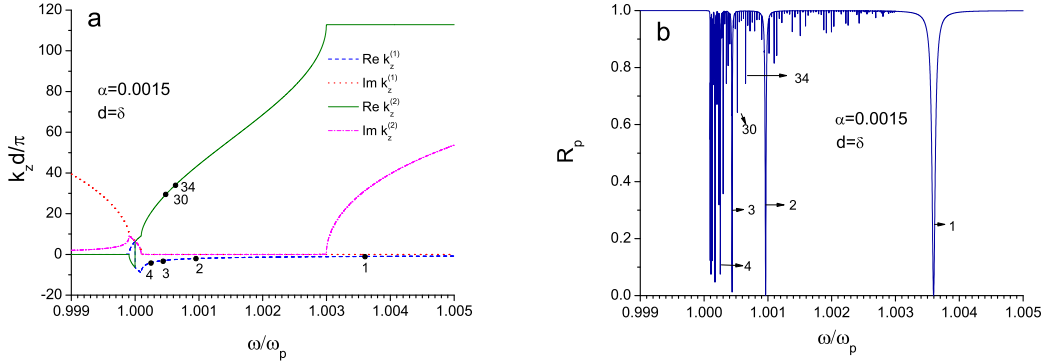


Figura 4.3: Panel **a**. Relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para modos p -polarizados en un superconductor Bi2212 a $\theta = 75^\circ$ en el caso de no-localidad débil ($\alpha = 0.0015$). Panel **b**. Espectro de reflectividad para una capa superconductora de Bi2212 de espesor $d = \delta$ con los parámetros de disipación: $\sigma_x = 3.6 \times 10^{-5}\omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$.

4.2.2 No-localidad débil

En la Fig. 4.3, los cálculos se realizaron con $\alpha = 0.0015$, mientras que los otros parámetros son los mismos que en la Fig. 4.2. Como puede verse, la relación de dispersión de los modos electromagnéticos adicionales (la rama para $k_z^{(2)}(\omega)$) ahora posee una banda de paso de dispersión normal justo por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson. Por esta razón, el espectro de reflectividad (Fig. 4.3, **b**) exhibe resonancias de Fabry-Perot asociadas no solo con los modos de dispersión anómala (rama $k_z^{(1)}(\omega)$), sino también con los modos adicionales. El número de estas últimas resonancias es bastante grande porque el número de onda $k_z^{(2)}(\omega)$, que es casi real en la banda de paso, rápidamente se incrementa con la frecuencia ω , hasta que alcanza el borde de la primera zona de Brillouin ($\Re k_z^{(2)} D/\pi = 1$ o, equivalentemente, $\Re k_z^{(2)} d/\pi = 112.83$). Nótese que las resonancias de Fabry-Perot adicionales son más débiles y más estrechas que las resonancias asociadas con los modos electromagnéticos de dispersión anómala.

4.2.3 No-localidad fuerte

La relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para el caso cuando el parámetro de no-localidad tiene un valor realista ($\alpha = 0.05$ [58, 69, 88]) para un superconductor de Bi2212 se muestra en la Fig. 4.4, **a**, y la reflectividad de polarización p respectiva para una capa de superconductor laminar de alta T_c con espesor $d = \delta$ se presenta en la Fig. 4.4, **b**. En los

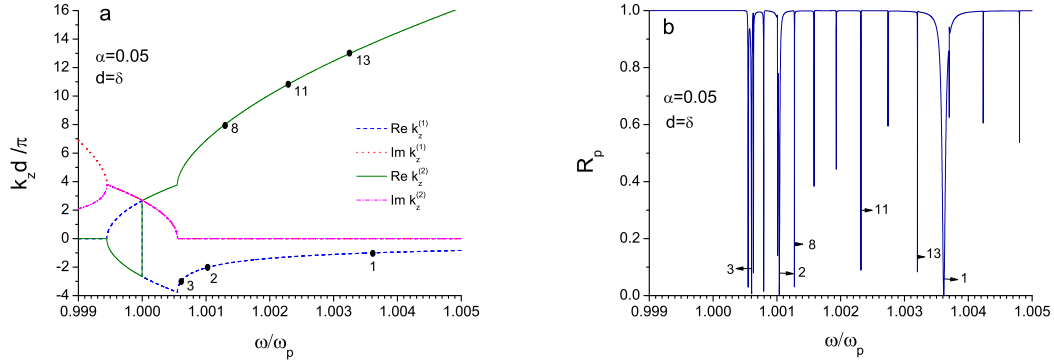


Figura 4.4: Panel **a**. Relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para modos p -polarizados en un superconductor de Bi2212 a $\theta = 75^\circ$ en el caso de no-localidad fuerte ($\alpha = 0.05$). Panel **b**. Espectro de reflectividad para una capa de superconductor de Bi2212 de espesor $d = \delta$ con los parámetros $\sigma_x = 3.6 \times 10^{-5}\omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$.

cálculos numéricos de las curvas, usamos conductividades muy pequeñas $\sigma_x = 3.6 \times 10^{-5}\omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$, que producen una disipación de energía bastante pequeña en el superconductor. Aunque el valor $\alpha = 0.05$ podría considerarse pequeño, la no-localidad en este caso está bien establecida y es suficientemente fuerte. En efecto, con $\alpha = 0.05$, las resonancias asociadas con la cuantización de los vectores de onda, correspondientes a la rama de dispersión normal (modos adicionales), aparecen en un amplio rango de frecuencias y están claramente separadas una de la otra (ver Fig. 4.4).

En los paneles de la Fig. 4.5, se muestran los espectros de reflectividad para polarización p para una capa superconductora como la de la Fig.4.4, pero con un valor típico grande de la componente paralela de la conductividad $\sigma_x = 3.6 \times 10^4\omega_p$ [58, 89–91] y dos valores pequeños diferentes de la componente perpendicular: $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7}\omega_p$ (panel **a**) y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-4}\omega_p$ (panel **b**).

Interesantemente, el valor tan grande de la componente de la conductividad σ_x incrementa la absorción la luz en el superconductor y, consecuentemente, la reflectividad tiene mínimos anchos o extendidos alrededor de las primeras resonancias ($n = 1, 2, 3$) de los modos cuantizados con dispersión anómala. Como puede verse, las resonancias asociadas con los modos cuantizados adicionales prácticamente no se afectan por σ_x . Las últimas resonancias se suavizan con el incremento de la componente perpendicular de la conductividad, es decir, σ_z (compárese paneles **a** y **b**).

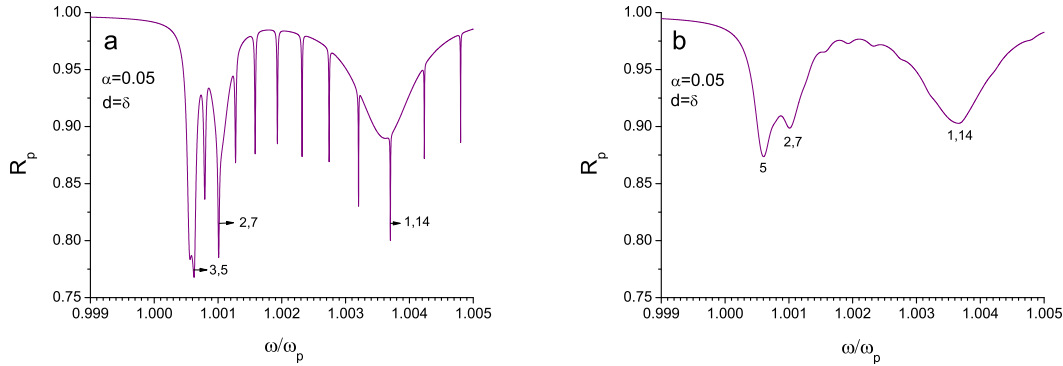


Figura 4.5: Efecto de la disipación energética sobre el espectro de reflectividad de polarización p para una capa superconductora de Bi2212 de espesor $d = \delta$ con un parámetro de no-localidad $\alpha = 0.05$ y a $\theta = 75^\circ$ como en la Fig. 4.4. La curva en el panel **a** se calculó con $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-7} \omega_p$. En el panel **b**, $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-4} \omega_p$.

En el panel **a** de la Fig. 4.6 mostramos los espectros de reflectividad para polarización p para capas superconductoras de Bi2212 de espesores $d = \delta$, $d = 4\delta$ y $d = 8\delta$, que se calcularon usando valores realistas para las componentes tanto paralela ($\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ [58, 89–91]) como perpendicular ($\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$ [58, 91, 92]) de la conductividad. La relación de dispersión para los modos electromagnéticos en el superconductor laminar se grafica en la subfigura 4.6, **b**. Ahí, los puntos negros indican la frecuencia y vector de onda en la curva de la relación de dispersión, donde la condición de Fabry-Perot se satisface para una capa superconductora de espesor $d = 8\delta$. Las posiciones de los puntos coinciden con las resonancias que se observan en el espectro de reflectividad correspondiente mostrado en el panel **a**. Nótese que solo las resonancias de los modos electromagnéticos con dispersión anómala son fácilmente notorias. Por esta razón, los picos de las resonancias en los espectros de reflectividad están desplazados hacia mayores frecuencias cuando el espesor de la capa se incrementa. (compárense las curvas en la Fig. 4.6, **a**).

La Fig. 4.7, **a** exhibe los espectros de reflectividad de polarización p para capas de superconductor de espesores menores que la longitud de penetración δ : $d = 0.10\delta$, $d = 0.15\delta$ y $d = 0.25\delta$. El panel **b** de la Fig. 4.7 muestra la curva de la relación de dispersión con las posiciones de las frecuencias donde la condición de Fabry-Perot se satisface en una capa de espesor $d = 0.10\delta$. Debido al pequeño espesor de la capa, sólo los vectores de onda de los modos electromagnéticos adicionales se cuantizan, lo que causa la aparición de resonancias

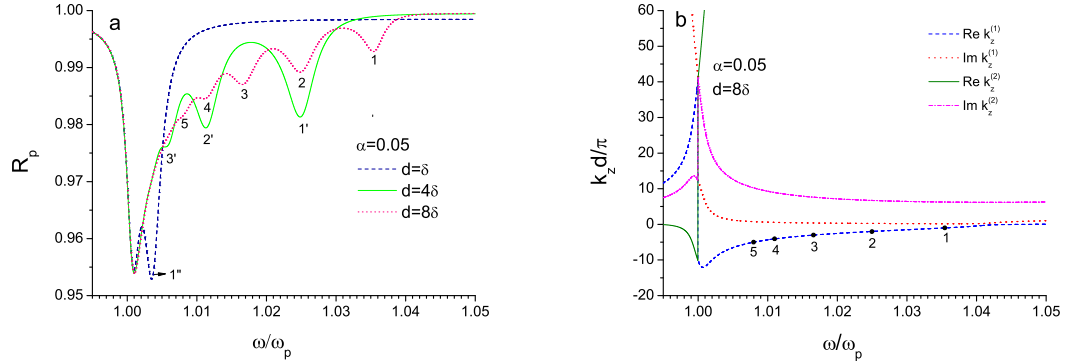


Figura 4.6: Panel **a**. Espectros de reflectividad de polarización p para capas superconductoras de Bi2212 de espesores: $d = 1, 4, 8\delta$ a $\theta = 75^\circ$. Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$. Panel **b**. Relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para modos p -polarizados en un superconductor de Bi2212.

discernibles en el espectro de reflectividad p -polarizado (ver panel **a**). Como puede verse también, los picos de las resonancias en el espectro de reflectividad se mueven hacia frecuencias mayores cuando el espesor de la capa se disminuye. Hay otra característica notable de los espectros de reflectividad para capas delgadas: la posición de las resonancias en la reflectividad resultan ligeramente movidas a menores frecuencias con respecto a las frecuencias donde la condición de Fabry-Perot se satisface. En efecto, en la Fig. 4.7, **a** las pequeñas líneas a lado de los números, que etiquetan las resonancias, indican las frecuencias donde la condición de Fabry-Perot realmente se satisface. Este corrimiento de las reconancias se atribuye al tipo de condiciones de contorno adicionales, (4.29) y (4.30), empleadas en nuestros cálculos ya que los espectros ópticos de medios no-locales dependen de la elección de las ABCs.

4.3 Discusión de los resultados

Debido a la no-localidad de la respuesta óptica de una capa de superconductor laminar de alta T_c , proveniente de la dependencia que tiene su tensor de permitividad promedio $\overleftrightarrow{\epsilon}_{av}(k_z^{(s)})$ (Ecs. (4.5)-(4.7)) en el vector de onda, para una frecuencia dada, hay cuatro modos electromagnéticos p -polarizados que pueden propagarse a través de la muestra. Por esta razón, para calcular sus amplitudes fue necesario aplicar las condiciones

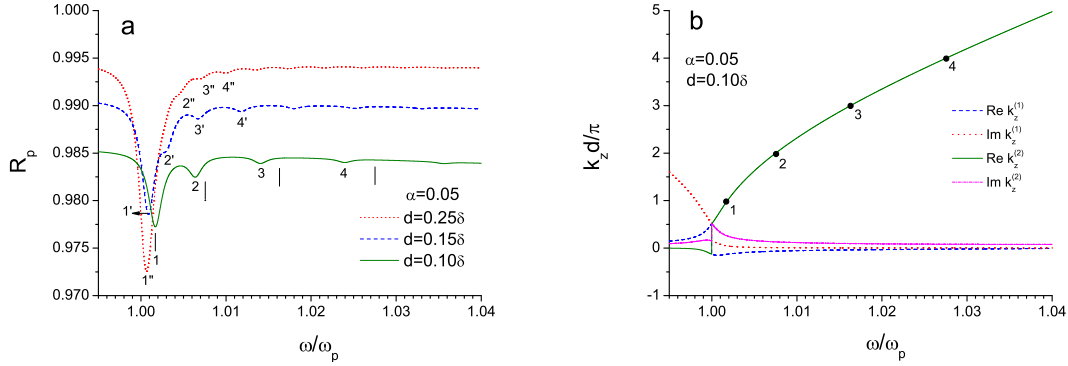


Figura 4.7: Panel **a**. Espectros de reflectividad (polarización p) para capas superconductoras de Bi2212 de espesores: $d = 0.1, 0.15, 0.25\delta$ a $\theta = 75^\circ$. Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$. Panel **b**. Relación de dispersión $k_z^{(s)}(\omega)$ para modos p -polarizados en un superconductor de Bi2212.

de contorno de Maxwell (4.20) junto con las ABCs derivadas en la subsección 4.1.3, a saber Ecs. (4.29) y (4.30). Usando la clasificación de ABCs, que se emplea también para otros medios no locales como los excitónicos, las ABCs derivadas anteriormente corresponden a las *ABCs generalizadas* [93]:

$$\begin{aligned} \alpha_{z,0} P_z^{(s)}(0) + \beta_{z,0} \partial P_z^{(s)}(0) / \partial z &= 0, \\ \alpha_{z,d} P_z^{(s)}(d) + \beta_{z,d} \partial P_z^{(s)}(d) / \partial z &= 0, \end{aligned} \quad (4.31)$$

con $\alpha_{z,0} = \alpha_{z,d} = 1$ y $\beta_{z,0} = -\beta_{z,d} = -D/2$. En nuestro caso, las ABCs aplicadas aquí provienen de la ausencia de uniones de Josephson justo fuera de la muestra superconductor. La elección de las ABCs puede cambiar cualitativamente las propiedades ópticas de los sistemas no-locales, tales como la reflectividad y la transmisión, ya que estos espectros no-locales son sensibles a la microestructura de la superficies de la muestra. Por tanto, para describir apropiadamente la respuesta no-local de un superconductor, los parámetros $\alpha_{z,0}$, $\alpha_{z,d}$, $\beta_{z,0}$, y $\beta_{z,d}$ en las ABCs generalizadas (4.31) pueden ajustarse a los espectros ópticos experimentales.

Nuestros resultados presentados en la sección previa demuestran que, incluso para valores realistas grandes de la componente en el plano (σ_x) y de la transversal (σ_z) de la conductividad, los espectros de reflectividad en polarización p para superconductores de Bi2212 con espesores d mayores que la longitud de penetración $\delta = \lambda_{||} = c/(\gamma \omega_p \sqrt{\epsilon})$

($d > \delta$) tienen resonancias visibles asociadas con la cuantización del vector de onda para modos electromagnéticos con dispersión anómala. En contraste, cuando el espesor d es menor que δ ($d < \delta$) los espectros ópticos muestran resonancias separadas tipo Fabry-Perot provenientes de los modos electromagnéticos adicionales (de longitud de onda corta) dentro de la capa superconductora.

En la Ref. [87], donde se consideró un tensor de permitividad local promedio, se demostró que los modos electromagnéticos cuantizados en una capa de superconductor laminar son cuasi-longitudinales a causa de la gran anisotropía de su respuesta dieléctrica, esto es, un fuerte contraste entre las componentes de la permitividad ($|\epsilon_x| \gg |\epsilon_z|$). En efecto, de la Ec. (4.11) se sigue que

$$\frac{|k_z^{(s)}|}{k_x} \approx \sqrt{\frac{-\epsilon_x}{\epsilon_z}} \gg 1, \quad (4.32)$$

y de la ecuación de Maxwell $\nabla \cdot \vec{D} = 0$, tenemos

$$|E_z| = \left| \frac{-k_x \epsilon_x}{k_z^{(s)} \epsilon_z} E_x \right| \approx \left| \frac{k_z^{(s)}}{k_x} E_x \right| \gg |E_x|. \quad (4.33)$$

Por tanto, la componente z del campo eléctrico es mucho mayor que su componente x . Esta conclusión es válida también para los modos electromagnéticos adicionales de longitud de onda corta, generados en el caso no-local, porque tienen números de onda incluso mayores $k_z^{(s)}$ ($|k_z^{(s)}| \gg k_x$) y la desigualdad (4.33) se satisface.

Capítulo 5

Homogeneización de cristales fotónicos unidimensionales: Generalización de las ecuaciones de Fresnel

En este capítulo se desarrolla una teoría de homogeneización para cristales fotónicos unidimensionales (1D PC, por sus siglas en inglés), que proporciona expresiones simples para calcular las componentes efectivas del tensor de permitividad no-local del cristal homogeneizado. Dichas componentes de la permitividad, nos permiten describir la estructura de bandas fotónica del cristal para cualquier frecuencia y vector de onda incidente (Sec. 5.1). La utilidad de la teoría propuesta se ilustra en la Sec. 5.2 con el ejemplo de un 1D PC dado por una superred de metal-dieléctrico. También se describe un procedimiento para elegir adecuadamente los parámetros efectivos de entre muchas soluciones posibles, los cuales determinan los índices de refracción efectivos principales. En la Sec. 5.3, se muestra cómo pueden calcularse e interpretarse físicamente los espectros ópticos de estructuras laminares regulares usando el método de expansión en modos de bulto. A partir de este método, se derivan fórmulas analíticas para calcular los espectros de reflectividad y transmisión de metamateriales hiperbólicos (estructuras laminares) de espesor arbitrario. De hecho, en las Subsecs. 5.3.3 se demuestra que las fórmulas analíticas obtenidas, generalizan las fórmulas de Fresnel para el caso de una superred semi-infinita. Asimismo, en las Subsecs. 5.3.4 y

5.3.5, se reporta el *fenómeno de reflexión total interna*, que se observó en los espectros ópticos calculados y que se atribuye principalmente a la hiperbolicidad del metamaterial. Finalmente, cabe mencionar que nuestro método se comparó con otros métodos de homogeneización, tales como el de la matriz de transferencia, con el fin de verificar nuestros resultados.

5.1 Método de homogeneización no-local

En esta sección, se propone un método de homogeneización para calcular las componentes del tensor de permitividad efectivo para 1D PCs. Para medios no-magnéticos, las ecuaciones materiales que relacionan los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} con el vector de desplazamiento \vec{D} y la inducción magnética \vec{B} están dadas por:

$$\vec{D} = \varepsilon(z)\vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{H}, \quad (5.1)$$

donde la permitividad $\varepsilon(z)$ es una función periódica que depende de la coordenada en la dirección de crecimiento del 1D PC.

5.1.1 Modos Transverso Eléctricos (TE)

En el caso de polarización transversal-eléctrica (TE), los campos eléctrico y magnético en el PC pueden expresarse como:

$$\vec{E} = E_y(z)e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.2)$$

$$\vec{H} = (H_x(z)\hat{x} + H_z(z)\hat{z})e^{ik_x x - i\omega t}, \quad (5.3)$$

donde k_x es la componente del vector de onda que se conserva en el sistema, la cual ha sido orientada paralela al eje x . Por tanto, las ecuaciones de Maxwell se escriben en la forma:

$$-\frac{\partial E_y(z)}{\partial z} = i\frac{\omega}{c}B_x(z), \quad (5.4)$$

$$k_x E_y(z) = \frac{\omega}{c}B_z(z), \quad (5.5)$$

$$-ik_x H_z(z) + \frac{\partial H_x(z)}{\partial z} = -i\frac{\omega}{c}D_y(z). \quad (5.6)$$

Las soluciones al sistema de Ecs. (5.4)-(5.6) con las ecuaciones materiales (5.1)

pueden buscarse como ondas de Bloch:

$$E_y(z) = E_{y,p}(z) \exp(ik_z z), \quad (5.7)$$

$$D_y(z) = D_{y,p}(z) \exp(ik_z z), \quad (5.8)$$

$$H_j(z) = H_{j,p}(z) \exp(ik_z z), \quad j = x, z, \quad (5.9)$$

donde los subíndices p indican que la función es periódica con el mismo periodo de $\varepsilon(z)$, y k_z es el número de onda de Bloch. Después de sustituir las Ecs. (5.7)-(5.9) en las Ecs. (5.4)-(5.6), y promediando espacialmente las ecuaciones resultantes sobre una celda unitaria, tenemos

$$-k_z \langle E_{y,p} \rangle = \frac{\omega}{c} \langle H_{x,p} \rangle, \quad (5.10)$$

$$k_x \langle E_{y,p} \rangle = \frac{\omega}{c} \langle H_{z,p} \rangle, \quad (5.11)$$

$$-k_x \langle H_{z,p} \rangle + k_z \langle H_{x,p} \rangle = -\frac{\omega}{c} \frac{\langle D_{y,p} \rangle}{\langle E_{y,p} \rangle} \langle E_{y,p} \rangle. \quad (5.12)$$

Aquí, $\langle \dots \rangle$ simboliza el promedio espacial sobre la celda unitaria. Comparando estas ecuaciones con las ecuaciones para las amplitudes de los campos electromagnéticos TE (ondas planas) en un medio homogéneo no-magnético, definimos la componente efectiva y de la permitividad como:

$$\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}) = \frac{\langle D_{y,p} \rangle}{\langle E_{y,p} \rangle}, \quad (5.13)$$

$\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$. Debería notarse que el parámetro efectivo (5.13), que depende del número de onda de Bloch k_z , se obtuvo para un valor arbitrario de k_z . Además, la relación de dispersión fotónica para los modos electromagnéticos TE en el 1D PC puede escribirse de la misma manera que para un medio dieléctrico homogéneo no-local:

$$k_z^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}). \quad (5.14)$$

Se mostrará más adelante que la relación de dispersión (5.14) describe la estructura de bandas fotónica completa para los modos TE en el 1D PC.

5.1.2 Modos Transverso Magnéticos (TM)

Los campos eléctrico y magnético con polarización transverso-magnética (TM) se expresan como:

$$\vec{H} = H_y(z) e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.15)$$

$$\vec{E} = (E_x(z) \hat{x} + E_z(z) \hat{z}) e^{ik_x x - i\omega t}. \quad (5.16)$$

En este caso, las ecuaciones de Maxwell adquieren la forma

$$\frac{\partial H_y(z)}{\partial z} = i\frac{\omega}{c}D_x(z), \quad (5.17)$$

$$k_x H_y(z) = -\frac{\omega}{c}D_z(z), \quad (5.18)$$

$$-ik_x E_z(z) + \frac{\partial E_x(z)}{\partial z} = i\frac{\omega}{c}H_y(z). \quad (5.19)$$

Expresando los campos electromagnéticos en las ecuaciones (5.17)-(5.19) como ondas de Bloch,

$$H_y(z) = H_{y,p}(z) \exp(ik_z z), \quad (5.20)$$

$$E_j(z) = E_{j,p}(z) \exp(ik_z z), \quad (5.21)$$

$$D_j(z) = D_{j,p}(z) \exp(ik_z z), \quad j = x, z, \quad (5.22)$$

obtenemos un sistema de ecuaciones para las funciones periódicas etiquetadas con el subíndice p en (5.20)-(5.22). Promediando espacialmente estas ecuaciones sobre una celda unitaria, nos queda

$$k_z \langle H_{y,p} \rangle = \frac{\omega}{c} \frac{\langle D_{x,p} \rangle}{\langle E_{x,p} \rangle} \langle E_{x,p} \rangle, \quad (5.23)$$

$$k_x \langle H_{y,p} \rangle = -\frac{\omega}{c} \frac{\langle D_{z,p} \rangle}{\langle E_{z,p} \rangle} \langle E_{z,p} \rangle, \quad (5.24)$$

$$-k_x \langle E_{z,p} \rangle + k_z \langle E_{x,p} \rangle = \frac{\omega}{c} \langle H_{y,p} \rangle. \quad (5.25)$$

Las Ecs. (5.23)-(5.25) coinciden con las ecuaciones para las amplitudes de los campos electromagnéticos TM en un medio homogéneo no-magnético si definimos las componentes efectivas x y z del tensor de permitividad como:

$$\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, k_z) = \frac{\langle D_{x,p} \rangle}{\langle E_{x,p} \rangle}, \quad (5.26)$$

$$\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, k_z) = \frac{\langle D_{z,p} \rangle}{\langle E_{z,p} \rangle}. \quad (5.27)$$

Análogamente al caso TE, los parámetros efectivos (5.26) y (5.27), que dependen del número de onda de Bloch k_z , se derivaron sin alguna restricción sobre k_z . Así también, la relación de dispersión para los modos electromagnéticos TM en el 1D PC tiene la misma forma que en el caso de un material dieléctrico homogéneo no-local y anisótropo:

$$\frac{k_z^2}{\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k})} + \frac{k_x^2}{\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k})} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (5.28)$$

Más adelante demostraremos que esta relación de dispersión describe completamente la estructura de bandas fotónica para los modos TM en un 1D PC.

5.2 Homogeneización de una superred de metal-dieléctrico

Vamos a aplicar el método de homogeneización no-local (NHA por sus siglas en inglés) desarrollado en la sección previa a una superred binaria compuesta de capas metálicas y dieléctricas, que se alternan a lo largo del eje z (Fig. 5.1). Los espesores de las capas metálica y dieléctrica son, respectivamente, $d_1 \equiv d$ y $d_2 = a - d$ donde a es el periodo de la superred. El sistema se caracteriza por una permitividad periódica $\varepsilon(z)$, que en las capas metálicas está dada por la permitividad dependiente de la frecuencia del modelo de Drude (1.3), y en las capas dieléctricas $\varepsilon(z)$ es una permitividad constante cuyo valor es ε_2 .

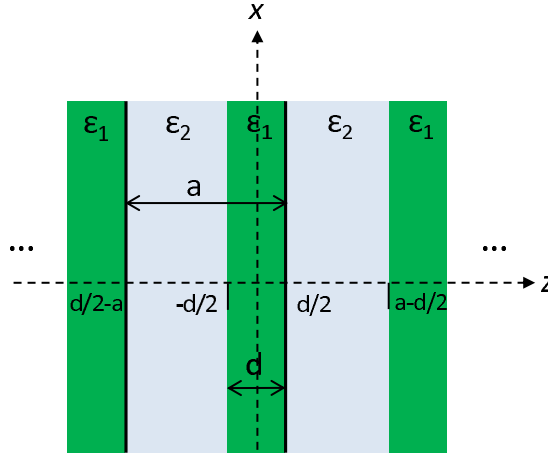


Figura 5.1: Esquema de una superred con dos capas alternantes.

Las relaciones de dispersión para los modos TE y TM en el 1D PC se derivan analíticamente al resolver las ecuaciones de Maxwell en cada capa de la superred y aplicando la condición de continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético en las interfaces de metal-dieléctrico, junto con el teorema de Bloch (ver, por ejemplo, Refs. [111,112] y el Apéndice A). Para modos con polarización TE, la relación de dispersión es:

$$\cos(k_z a) = \cos(k_{z1} d) \cos(k_{z2} (a - d)) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z1} d) \sin(k_{z2} (a - d)) \quad , \quad (5.29)$$

y para ondas electromagnéticas con polarización TM, tiene la forma:

$$\begin{aligned} \cos(k_z a) &= \cos(k_{z1} d) \cos(k_{z2}(a - d)) \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_2 k_{z1}}{\varepsilon_1 k_{z2}} + \frac{\varepsilon_1 k_{z2}}{\varepsilon_2 k_{z1}} \right) \sin(k_{z1} d) \sin(k_{z2}(a - d)) \quad , \end{aligned} \quad (5.30)$$

donde k_z es el número de onda de Bloch, $k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_1 \omega^2 / c^2 - k_x^2}$ y $k_{z2} = \sqrt{\varepsilon_2 \omega^2 / c^2 - k_x^2}$ son, respectivamente, las componentes z de los vectores de onda de las ondas electromagnéticas planas en las capas metálica y dieléctrica.

5.2.1 Cálculo de los parámetros efectivos

Para calcular la componente y de la permitividad efectiva (5.13), hemos promediado las partes periódicas de la componente y tanto del vector de desplazamiento como del campo eléctrico, a saber, $D_{y,p}(z) = D_y(z)e^{-ik_z z}$ y $E_{y,p}(z) = E_y(z)e^{-ik_z z}$, sobre la celda unitaria número cero en el 1D PC, considerando que k_z satisface la relación de dispersión (5.29). Aquí, $D_y(z) = \varepsilon(z)E_y(z)$, y $E_y(z)$ está dada por las Ecs. (A.1) y (A.2) con $n = 0$. En los cálculos, también se usaron tres de las ecuaciones del sistema homogéneo (A.3)-(A.6) para expresar las amplitudes $A_1^{(0)}(k_z)$, $A_2^{(0)}(k_z)$, y $B_2^{(0)}(k_z)$ en términos de la amplitud $B_1^{(0)}(k_z)$. De esta manera, los promedios $\langle D_{y,p} \rangle$ y $\langle E_{y,p} \rangle$ resultan proporcionales a $B_1^{(0)}(k_z)$, que se cancela en la expresión (5.13) para $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$.

De acuerdo con la relación de dispersión (5.29), el número de onda de Bloch $k_z(\omega)$ debería elegirse de un número infinito de soluciones, que pueden escribirse de la forma $k_{z,n}(\omega) = k_{z,0}(\omega) + 2n\pi/a$, donde $\Re k_{z,0}(\omega)$ está en la primera zona de Brillouin ($-\pi/a \leq \Re k_{z,0}(\omega) \leq \pi/a$) y $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Sin embargo, al calcular la componente efectiva no-local $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$, uno debería tomar en cuenta que el parámetro efectivo no-local es diferente para cada una de las soluciones $k_{z,n}(\omega)$. Por tanto, la elección apropiada de $k_{z,n}(\omega)$ puede conducir a un parámetro efectivo con un significado físico real. El procedimiento para determinar $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$ se ilustra en las Figs. 5.2 y 5.3, donde se presentan las curvas de dispersión $k_{z,n}(\omega)$, que tienen la misma parte imaginaria positiva ($\Im k_{z,n} = \Im k_{z,0} > 0$, la curva punteada en el panel **a**), y las correspondientes partes real (panel **b**) e imaginaria (panel **c**) de $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$ para una superred de metal y dieléctrico. En los cálculos numéricos, hemos considerado que la capa metálica tiene un espesor de $d = 0.5\delta$ ($\delta = c/\omega_p$), un parámetro de disipación relativamente pequeño: $\nu_1 = 10^{-7}\omega_p > 0$, y una permitividad $\varepsilon_2 = 2.25$ para las capas dieléctricas de espesor $a - d = 10\delta$. También se ha considerado

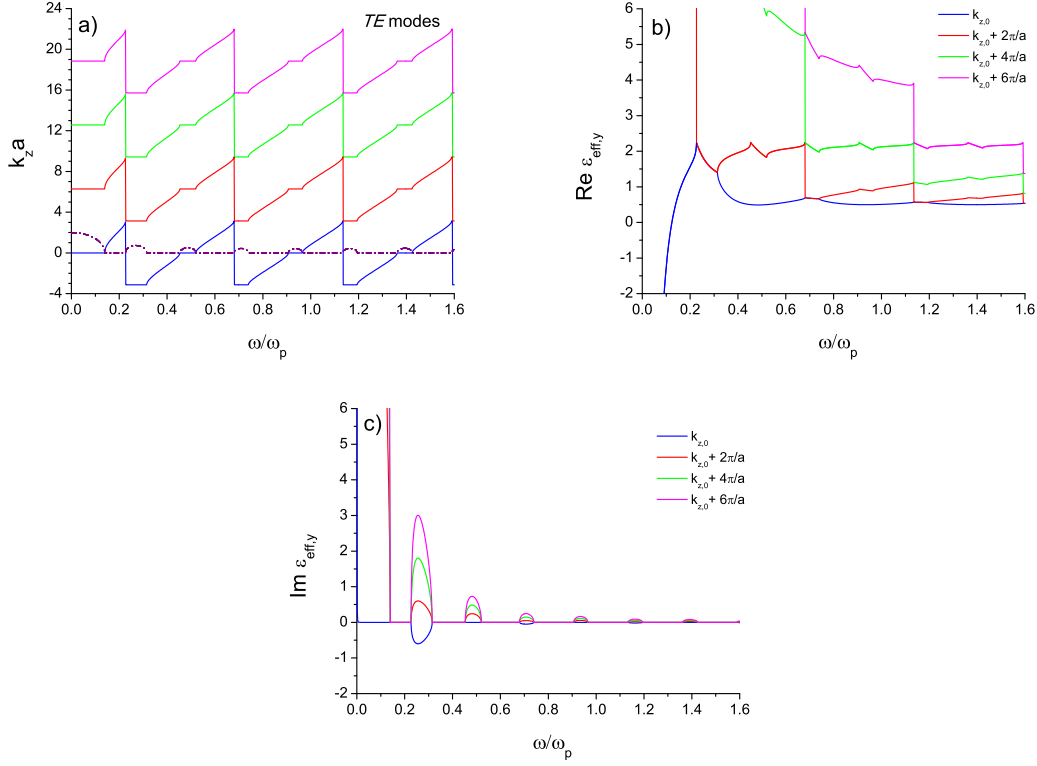


Figura 5.2: Panel **a**). Curvas de dispersión $k_{z,n}(\omega) = k_{z,0}(\omega) + 2n\pi/a$ calculadas con $\Im k_{z,n} = \Im k_{z,0} > 0$ y las correspondientes partes real, panel **b**), e imaginaria, panel **c**), de $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ para modos fotónicos TE en una superred de metal-dieléctrico.

una componente x del vector de onda dado por $k_x = (\omega/c) \sin \theta$ con $\theta = 45^\circ$.

Como se muestra en la Fig. 5.2, cuando el número de onda de Bloch $k_z(\omega)$ se elige en la primera zona de Brillouin, i.e. $\Re k_z(\omega) = \Re k_{z,0}(\omega)$ (línea azul), la dependencia de la frecuencia de las partes real e imaginaria de $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0})$ es como en las curvas color azul de los paneles **b**) y **c**). La presencia del gap en bajas frecuencias (ver panel **a**)) puede explicarse usando la forma alternativa de la relación de dispersión fotónica para modos TE, es decir Ec. (5.14), que puede reescribirse como:

$$k_z(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega)) - \sin^2 \theta}. \quad (5.31)$$

Ciertamente, de acuerdo con este resultado, a bajas frecuencias donde $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0}) < \sin^2 \theta = 1/2$, $k_{z,0}(\omega)$ es puramente imaginario. El cero de la permitividad efectiva $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0})$, i.e. la frecuencia de plasma efectiva $\omega_{p,\text{eff}}^{(y)}$ del cristal homegeizado de metal-dieléctrico, está

precisamente dentro del primer gap a $\omega = 0.124\omega_p$. Con un mayor incremento de la frecuencia, aparece la primera banda de paso donde $\Im k_{z,0} = 0$. En el borde de la primera zona de Brillouin $\Re k_{z,0}(\omega)$ sufre un salto de π/a a $-\pi/a$. Dentro de la segunda banda prohibida, $\Re k_{z,0} = -\pi/a$ y $\Im k_{z,0}$ es notable. Sorpresivamente, el parámetro efectivo correspondiente $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0})$ tiene un valor complejo con parte imaginaria negativa en ese gap. (ver la línea azul en el panel **c**)).

El comportamiento de $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0})$ a altas frecuencias puede explicarse empleando la Ec. (5.14) o (5.31). Efectivamente, a frecuencias mucho mayores que la frecuencia de plasma del metal ($\omega \gg \omega_p$), cuando la permitividad del metal (dieléctrico) es cercana (igual) a 1 (2.25), la componente y del tensor de permitividad efectivo tiende al limite:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0}(\omega)) \rightarrow (ck_x/\omega)^2 = \sin^2 \theta = 1/2, \quad (5.32)$$

que es independiente de los parámetros del material. Sin embargo, $k_{z,0}(\omega)$ continúa variando entre los valores π/a y $-\pi/a$, sin importar qué tan grande sea la frecuencia ω .

Una manera diferente de obtener la componente y de la permitividad efectiva válida para toda frecuencia, consiste en usar el esquema de zona extendida de la estructura de bandas fotónica. En este caso, el número de onda $k_z(\omega)$ es una función continua de la frecuencia ω porque no hay saltos cuando pasa de una zona de Brillouin a la adyacente. De acuerdo con este procedimiento, la componente y de la permitividad efectiva $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$ se calcula usando segmentos consecutivos de $k_{z,n}(\omega)$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) cuando aumenta la frecuencia. En la Fig 5.3 se muestran los segmentos del parámetro $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ dependientes de la frecuencia, que se calcularon con $k_z = k_{z,0}, k_{z,1}, k_{z,2}, k_{z,3}$ de la Fig. 5.2 y se indican en colores azul, rojo, verde y magenta, respectivamente. Debe enfatizarse que la relación de dispersión fotónica exacta $k_z(\omega)$ de los modos TE en un 1D PC de metal-dieléctrico, dentro del esquema de zona extendida, se recupera empleando el parámetro $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ (Fig. 5.3) que se calculó y la expresión (5.31) que es característica para un medio dieléctrico homogéneo no-local.

A bajas frecuencias, el procedimiento descrito aquí conduce a la misma componente efectiva y de la permitividad que la que se obtiene restringiendo la parte $\Re k_z(\omega)$ a la primera zona de Brillouin (segmento azul en la Fig. 5.3). Sin embargo, a frecuencias por arriba de la primera banda de paso, tanto la parte real como la imaginaria del parámetro efectivo $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ difieren considerablemente de las de $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, k_x, k_{z,0})$. Más aún, la parte imaginaria de la componente efectiva y de la permitividad se vuelve positiva en todas las

bandas prohibidas de la estructura fotónica y decrece con la frecuencia (compare la Fig. 5.3 con las curvas azules en los paneles **b)** y **c)** de la Fig. 5.2).

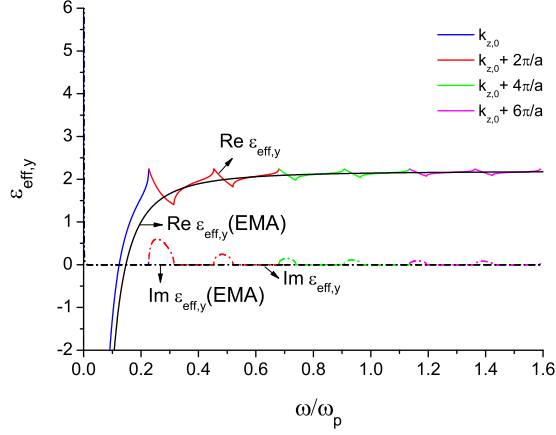


Figura 5.3: Segmentos de las partes real (línea sólida multicolor) e imaginaria (línea punteada multicolor) de $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ que se calcularon usando azul, rojo, verde y magenta consecutivamente, que representan respectivamente el vector de onda usado para cada segmento: $k_{z,n}(\omega)$ ($n = 0, 1, 2, 3$) del esquema de zona extendido (Fig. 5.2, **a**) conforme se incrementa la frecuencia. Las partes real e imaginaria de la componente efectiva y de la permitividad (enfoque EMA) se denotan con líneas negras sólida y punteada, respectivamente.

Como se observa en la Fig. 5.3, la permitividad efectiva (1.4), que se obtiene con el enfoque EMA, difiere de la permitividad no-local $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$. Además EMA y nuestro enfoque de homogeneización no-local (NHA) predicen una permitividad negativa por debajo de distintas frecuencias de plasma, i.e. los ceros de las permitividades efectivas correspondientes son distintos. Por otro lado, EMA no puede describir las bandas prohibidas de la estructura fotónica a altas frecuencias, donde la permitividad efectiva $\varepsilon_{\text{eff},y}^{(EMA)}$ (línea sólida negra en la Fig. 5.3) es una cantidad real mayor que $\sin^2 \theta$ y, consecuentemente, el número de onda respectivo,

$$k_z^{(EMA)} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},y}^{(EMA)} - \sin^2 \theta}, \quad (5.33)$$

es también real. No obstante, $\varepsilon_{\text{eff},y}^{(EMA)}$ y $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ están muy cerca uno del otro a altas frecuencias y conducen al mismo índice de refracción efectivo $n_{\text{eff},y} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))}$ con $\omega \rightarrow \infty$. Note que: (i) la permitividad efectiva elegida $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ es una función analítica de la frecuencia, (ii) tiene parte imaginaria positiva, así como (iii) un límite cuando

$\omega \rightarrow \infty$ como lo requiere el principio de causalidad y pasividad [109]. Sin embargo, debe notarse que a $\omega \rightarrow \infty$ el índice de refracción efectivo $n_{\text{eff},y}$ que se definió aquí está dado por la permitividad efectiva como $n_{\text{eff},y}(\omega \rightarrow \infty) = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega \rightarrow \infty)}$, mientras que en el trabajo [109] tal límite se determinó del comportamiento asintótico de la matriz de transferencia para una celda unitaria.

Ahora vamos a calcular las componentes x y z de la permitividad no-local efectiva de acuerdo con las definiciones (5.26) y (5.27). Las partes periódicas de las componentes del vector de desplazamiento y del campo eléctrico pueden escribirse como

$$\begin{aligned} D_{x,p}(z) &= D_x(z)e^{-ik_z z}, & E_{x,p}(z) &= \frac{D_x(z)}{\varepsilon(z)}e^{-ik_z z}, \\ D_{z,p}(z) &= D_z(z)e^{-ik_z z}, & E_{z,p}(z) &= \frac{D_z(z)}{\varepsilon(z)}e^{-ik_z z}, \end{aligned} \quad (5.34)$$

donde las componentes del vector desplazamiento, $D_z(z)$ y $D_x(z)$, se expresan en términos del campo magnético $H_y(z)$ y su derivada $\partial H_y(z)/\partial z$ de acuerdo con las Ecs. (5.17) y (5.18). Nosotros resolvimos la relación de dispersión (5.30) para modos TM y promediamos las partes periódicas de las componentes del vector de desplazamiento y del campo eléctrico en (5.34) sobre la celda unitaria número cero. Asimismo, empleamos las Ecs. (A.7) y (A.8) para el campo magnético $H_y(z)$ con $n = 0$. En el cálculo de los cocientes entre los promedios de las componentes del campo (5.34), usamos sólo tres de las ecuaciones del sistema homogéneo (A.9)-(A.12) para escribir las amplitudes $C_1^{(0)}(k_z)$, $C_2^{(0)}(k_z)$, y $D_2^{(0)}(k_z)$ en términos de la amplitud $D_1^{(0)}(k_z)$. Como resultado, todos los promedios $\langle D_{x,p} \rangle$, $\langle D_{z,p} \rangle$, $\langle E_{x,p} \rangle$ y $\langle E_{z,p} \rangle$ son proporcionales a $D_1^{(0)}(k_z)$, que se cancela en las fórmulas (5.26) y (5.27) para $\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k})$ y $\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k})$, respectivamente.

En la Fig. 5.4 **a**), se presenta la estructura de bandas fotónica $k_z(\omega)$ que se calculó para modos TM con $\Im k_z > 0$. En los paneles **b**) y **c**) se muestran las dependencias de la frecuencia de las componentes x y z de la permitividad efectiva no-local, que se calcularon usando el esquema de zona extendida de la estructura de bandas fotónica, i.e. empleando una función continua de $k_z(\omega)$ formada por segmentos consecutivos de $k_{z,0}(\omega)$, $k_{z,1}(\omega)$, $k_{z,2}(\omega)$, y $k_{z,3}(\omega)$, respectivamente, cuando ω crece.

De manera similar a los modos fotónicos TE, la relación de dispersión *extendida* exacta $k_z(\omega)$ para modos TM en un 1D PC de metal-dieléctrico, se recupera usando los parámetros efectivos $\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega))$ y $\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))$ (paneles **b**) y **c**) de la Fig. 5.4) y la

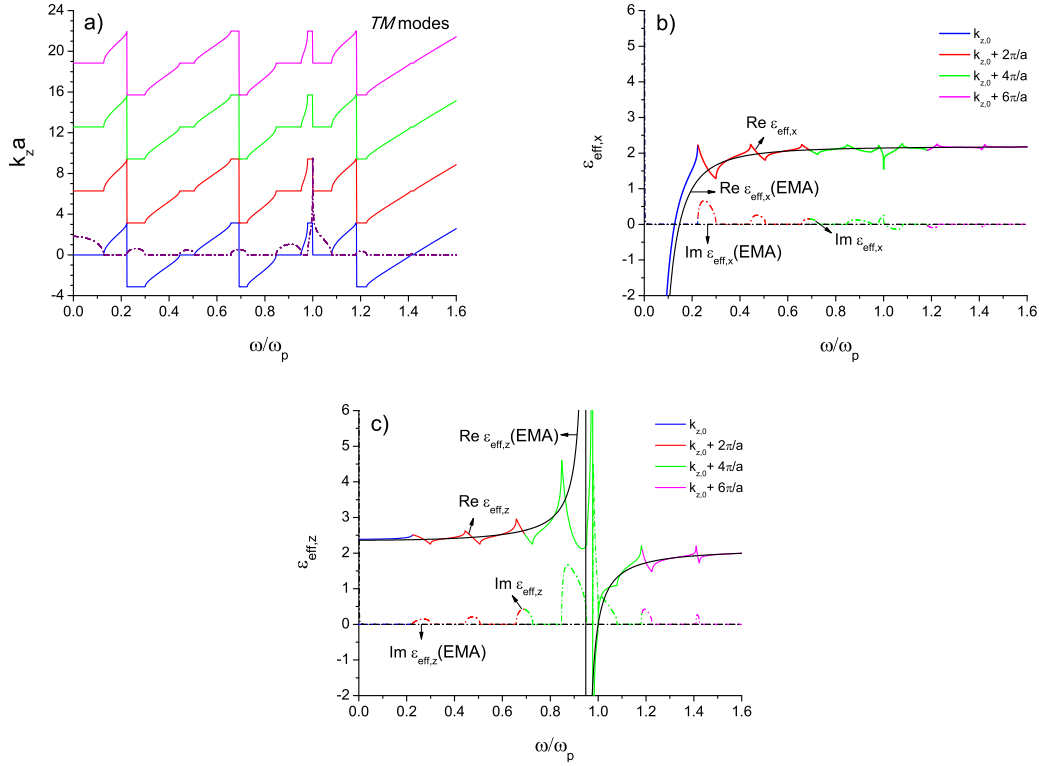


Figura 5.4: Panel **a**). Curvas de dispersión calculadas por segmentos correspondientes a $k_{z,n}(\omega) = k_{z,0}(\omega) + 2n\pi/a$ con $\Im k_{z,n} = \Im k_{z,0} > 0$, para modos fotónicos TM en una superred de metal-dieléctrico. Las componentes no-locales x y z de la permitividad calculadas en el esquema de zona extendido se muestran en los paneles **b**) y **c**), respectivamente. Las partes real e imaginaria de las componentes x y z calculadas con el enfoque EMA se representan en color negro con una curva sólida y otra punteada, respectivamente.

fórmula

$$k_z(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega)) \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))} \right)}, \quad (5.35)$$

que corresponde a la de un medio dieléctrico homogéneo anisótropo y no-local.

A bajas frecuencias, donde hay una banda prohibida en la estructura de bandas fotónica, la componente x $\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k})$ tiene valores negativos, mientras que la otra componente $\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k})$ es real, positiva y casi independiente de ω . Cerca de la frecuencia de plasma del metal ($\omega \approx \omega_p$), la relación de dispersión fotónica $k_{z,2}(\omega)$ tiene un salto de $5\pi/a$ a $4\pi/a$, que produce una singularidad en la componente z de la permitividad efectiva (ver el segmento verde en la línea sólida de la Fig. 5.4, **c**)). Además, por arriba de la frecuencia de

plasma del metal, la parte imaginaria de $\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k})$ tiene una pequeña parte imaginaria negativa dentro de las bandas fotónicas prohibidas. A muy altas frecuencias ($\omega \gg \omega_p$), ambas componentes tienen valores límite finitos que dependen de los parámetros de material.

En los paneles **b)** y **c)** de la Fig. 5.4 se presenta cómo dependen las componentes x y z de la frecuencia (líneas negras) del tensor de permitividad efectivo calculadas con el enfoque EMA, dadas por las Ecs. (1.1) y (1.2). Para los parámetros que se eligieron, tales componentes son puramente reales. Usando la relación de dispersión

$$k_z^{(EMA)}(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_x^{(EMA)}(1 - \sin^2 \theta / \varepsilon_z^{(EMA)})}, \quad (5.36)$$

es posible describir una banda prohibida a bajas frecuencias, que estaría más ancha que la exacta porque el cero de $\varepsilon_{\text{eff},x}^{(EMA)}(\omega)$ tiene un corrimiento al azul con respecto al cero de $\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega))$ (ver panel **b)**). A mayores frecuencias $k_z^{(EMA)}(\omega)$ es una cantidad real y, por esta razón, EMA no puede predecir las bandas prohibidas a altas frecuencias. Sin embargo, $\varepsilon_{\text{eff},x}^{(EMA)}(\omega)$ es cercano a $\Re \varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega))$ a muy altas frecuencias. Por otro lado, $\varepsilon_{\text{eff},z}^{(EMA)}(\omega)$ y $\Re \varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))$ se aproxima la una a la otra en los límites $\omega \rightarrow 0$ y $\omega \rightarrow \infty$.

A mayores frecuencias $k_z^{(EMA)}(\omega)$ es una cantidad real, por lo que EMA no puede predecir las bandas prohibidas de altas frecuencias. Sin embargo, $\varepsilon_{\text{eff},x}^{(EMA)}(\omega)$ está muy próxima a $\Re \varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega))$ a muy altas frecuencias. Por otro lado, $\varepsilon_{\text{eff},z}^{(EMA)}(\omega)$ y $\Re \varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))$ se aproximan una a la otra en los límites $\omega \rightarrow 0$ y $\omega \rightarrow \infty$.

Más aún, tanto la componente z de la permitividad no-local como la componente z de la local, tienen una singularidad cuando $\omega \approx \omega_p$ (ver panel **c)**). Los parámetros no-locales que se eligieron, $\varepsilon_{\text{eff},x}$ y $\varepsilon_{\text{eff},z}$ determinan las componentes efectivas principales del índice de refracción $n_{\text{eff},x} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},x}}$ y $n_{\text{eff},z} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},z}}$ del metamaterial hiperbólico.

5.2.2 Casos Límite

Vamos a analizar qué efecto tiene la variación del espesor de la capa metálica d sobre las componentes efectivas de la permitividad del 1D PC de metal-dieléctrico estudiado aquí. Las Figs. 5.5 y 5.6 muestran cómo dependen los parámetros efectivos de la frecuencia, los cuales se calcularon aplicando el procedimiento basado en el esquema de zona extendido, para diferentes espesores de la capa metálica. Los otros parámetros (a , ε_2 , ν_1 , y θ) son los mismos que se consideraron en las Figs. 5.2-5.4. En la Fig. 5.5, se consideran espesores relativamente pequeños de la capa metálica: $d = 0.1\delta$ (líneas rojas), $d = 0.5\delta$ (líneas verdes), y $d = 1.0\delta$ (líneas azules). Como puede notarse, con la disminución de d , la frecuencia de

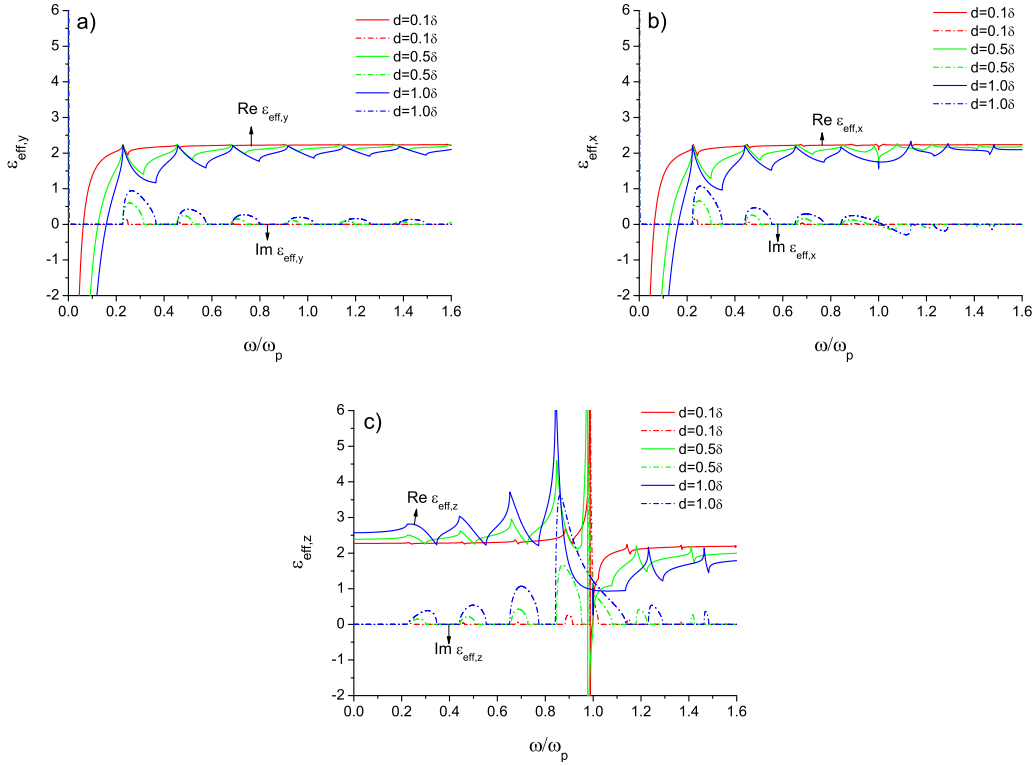


Figura 5.5: Dependencia de la frecuencia de los parámetros efectivos no-locales para una superred de metal-dieléctrico como en las Figs. 5.2-5.4, pero considerando diferentes espesores de las capas metálicas $d = 0.1, 0.5, 1.0 \delta$.

plasma efectiva $\omega_{p,\text{eff}}$, i.e. el cero de $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ (panel **a**) y $\Re \varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega))$ (panel **b**)), disminuye y tales parámetros efectivos se aproximan al valor constante ε_2 cuando $\omega > \omega_{p,\text{eff}}$. La parte real de la componente z de la permitividad decrece (aumenta), aproximándose a la permitividad dieléctrica ε_2 , por debajo (por arriba) de la frecuencia de plasma del metal ω_p cuando d se disminuye.

Los parámetros efectivos calculados numéricamente para espesores mayores de la capa metálica, a saber, $d = 5\delta$, $d = 9\delta$, y $d = 10\delta$ se presentan en la Fig. 5.6 (líneas roja, verde y azul, respectivamente). Los paneles **a**) y **b**) muestran claramente que la frecuencia de plasma efectiva $\omega_{p,\text{eff}}$ se aproxima a la frecuencia de plasma del metal ω_p cuando d se incrementa. Por otro lado, el intervalo de frecuencia donde $\Re \varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))$ es negativo, se ensancha con el incremento de d y alcanzará un ensanchamiento máximo ($= \omega_p$) cuando $d = a$. En este límite, todas las componentes efectivas de la permitividad coinciden, como

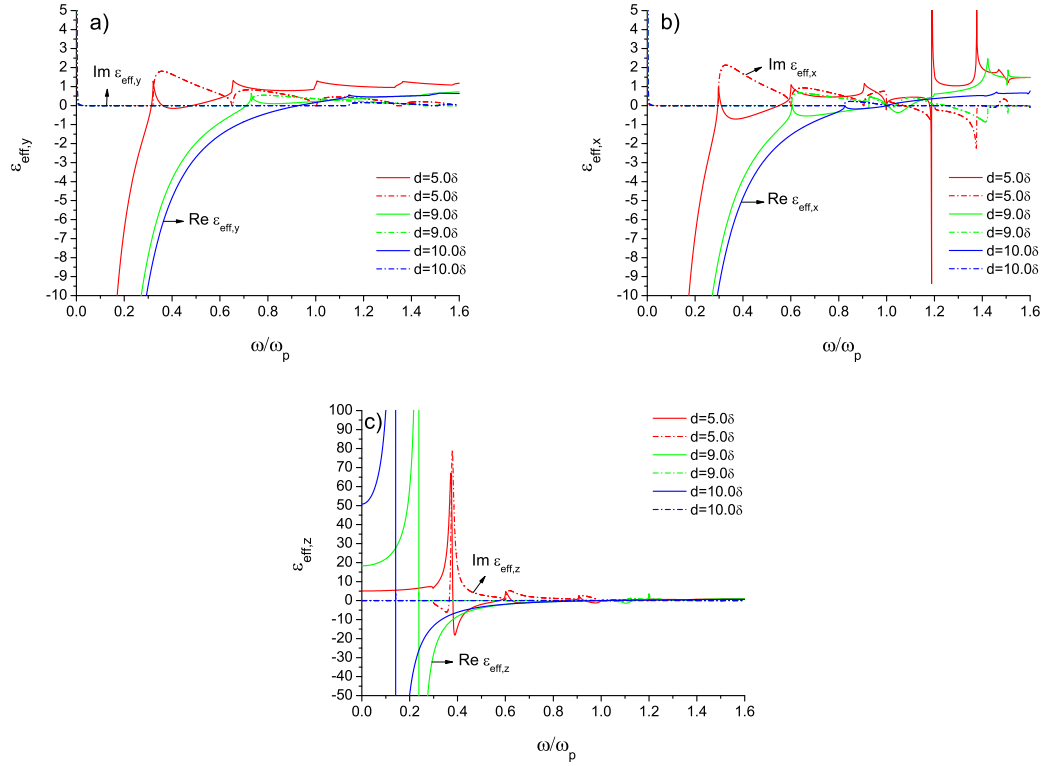


Figura 5.6: Dependencia de la frecuencia de los parámetros efectivos no-locales para una superred de metal-dieléctrico como en las Figs. 5.2-5.4, pero considerando diferentes espesores de las capas metálicas: $d = 5.0, 9.0, 10.0 \delta$.

se espera, con la permitividad del metal $\varepsilon_1(\omega)$ (1.3).

La Fig. 5.7 muestra cómo dependen los valores principales $\varepsilon_{\text{eff},i}(\omega, \vec{k}(\omega))$ ($i = x, y, z$) de la frecuencia, para diferentes valores del parámetro θ , determinando la componente paralela del vector de onda cuyo valor se asume como: $k_x = (\omega/c) \sin \theta$. Aquí, $d = 0.5\delta$, y los otros parámetros (a , ν_1 , y ε_2) permanecen igual. A bajas frecuencias, tales componentes efectivas de la permitividad son prácticamente independientes del ángulo θ . Este resultado se debe al hecho de que los parámetros efectivos, en el límite de grandes longitudes de onda, describen al 1D PC inherentemente inhomogéneo, como un medio local homogéneo. Sin embargo, cuando la frecuencia se incrementa, los parámetros efectivos se vuelven funciones que dependen de ambas componentes del vector de onda \vec{k} y, por tanto, del parámetro θ (compare las curvas calculadas para $\theta = 5^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ en la Fig. 5.7). Note que las regiones de las bandas fotónicas prohibidas, donde las componentes efectivas de la

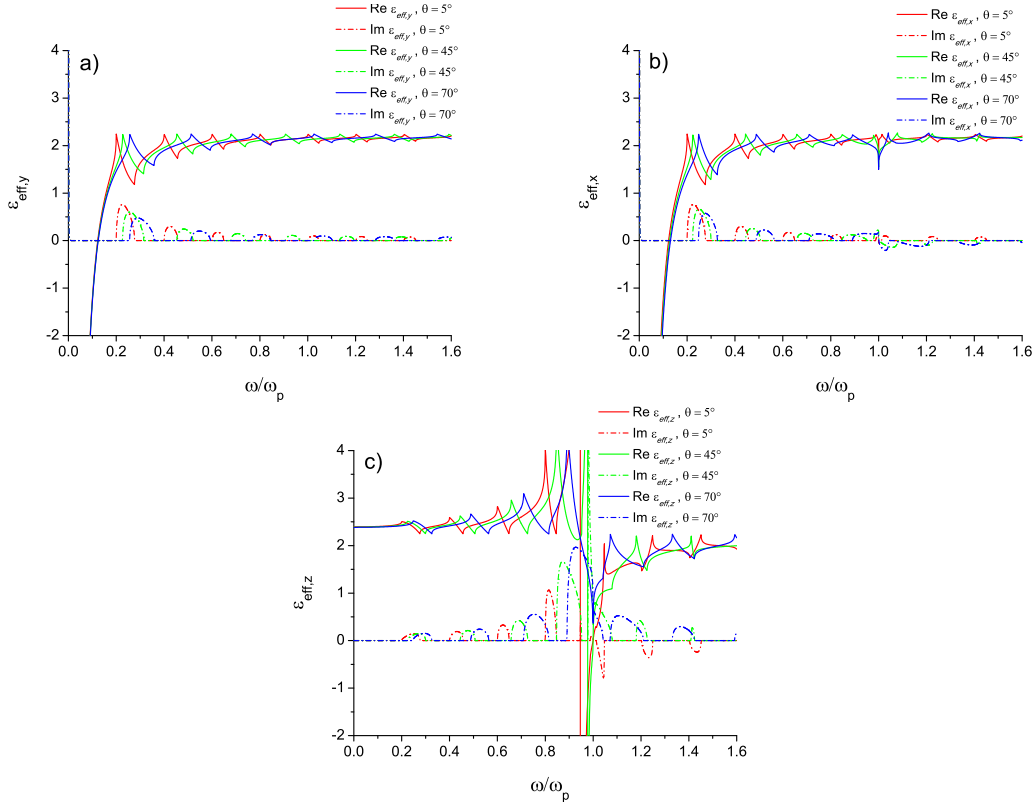


Figura 5.7: Dependencia de la frecuencia de los parámetros efectivos no-locales para una superred de metal-dieléctrico como en las Figs. 5.2-5.4, el espesor de las capas metálicas es $d = 0.5\delta$ y se consideraron diferentes valores del parámetro θ .

permitividad se caracterizan por tener una parte imaginaria distinta de cero, se corren a mayores frecuencias con el incremento de θ .

5.3 Cálculo de los espectros ópticos: Método de expansión en modos de bulo

5.3.1 Polarización s

Consideremos una onda electromagnética plana monocromática de polarización s que incide sobre la superficie frontal de la estructura multicapa, en $z = z_f$ (Fig. 5.8). De acuerdo con la geometría del sistema, el campo eléctrico total en el medio homogéneo I ($z \leq z_f$) puede escribirse como la suma del campo incidente con vector de onda $\vec{k}_i =$

$(k_x, 0, k_{zI})$ más el campo eléctrico de la onda reflejada especularmente con vector de onda $\vec{k}_r = (k_x, 0, -k_{zI})$:

$$\vec{E}_I = \left(E_i e^{ik_{zI}(z-z_f)} + E_r e^{-ik_{zI}(z-z_f)} \right) e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.37)$$

donde las componentes distintas de cero del vector de onda incidente son $k_x \equiv k_I \sin \theta$ y $k_{zI} = k_I \cos \theta$, $k_I = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_I}$, ε_I es la permitividad del medio I, y θ es el ángulo de incidencia.

En el medio homogéneo III ($z \geq z_r$), la componente eléctrica de la onda electromagnética transmitida puede escribirse como:

$$\vec{E}_{III} = E_t e^{ik_x x + ik_{zIII}(z-z_r) - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.38)$$

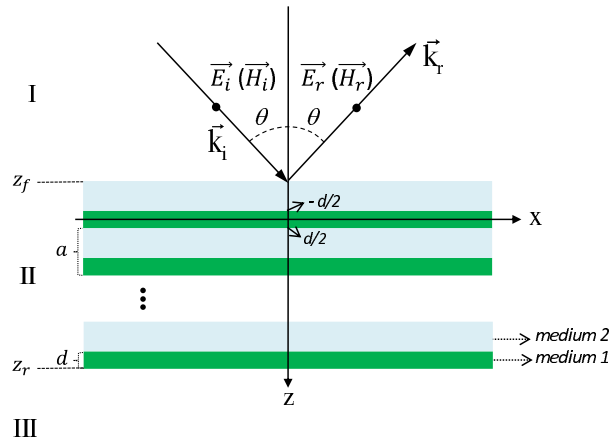


Figura 5.8: Esquema de una estructura multicapa de metal-dieléctrico. Los puntos negros en la región I indican la dirección del vector de campo eléctrico (magnético) para modos TE (TM).

Comúnmente, las amplitudes de las ondas electromagnéticas reflejada (E_r) y transmitida (E_t) para una estructura multicapa se calculan usando el método estándar de la matriz de transferencia (TMM, por sus siglas en inglés) [111, 112]. No obstante, con la finalidad de dar una adecuada interpretación física a los resultados, aquí aplicamos también el método de expansión en modos de bulto (MEBM). De acuerdo con las ideas principales de MEBM [114], los campos eléctrico y magnético dentro de la estructura multicapa pueden expresarse como una supersposición de soluciones linealmente independientes de las ecuaciones de Maxwell en el 1D PC, es decir, las ondas de Bloch. Como se deriva de la relación de

dispersión para modos TE, Ecs. (5.29), hay 2 soluciones independientes: una con el número de onda de Bloch k_z y la otra con $-k_z$, sin importar en qué zona de Brillouin está el número de onda k_z . Por tanto, el campo eléctrico dentro de la estructura multicapa puede escribirse como:

$$\vec{E}_{II} = \left(B_1^+ U_{k_z}(z) e^{ik_z z} + B_1^- U_{-k_z}(z) e^{-ik_z z} \right) e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.39)$$

donde $U_{\pm k_z}(z)$ son las partes periódicas de las ondas de Bloch ($U_{\pm k_z}(z+a) = U_{\pm k_z}(z)$) y B_1^\pm son las amplitudes a determinar. Es conveniente escribir las funciones periódicas $U_{\pm k_z}(z)$ de la forma:

$$U_{\pm k_z}(z) = e^{\mp ik_z z} \times \begin{cases} \frac{A_2^\pm}{B_1^\pm} e^{ik_z 2z} + \frac{B_2^\pm}{B_1^\pm} e^{-ik_z 2z}, \\ \quad \text{if } d/2 - a \leq z \leq -d/2, \\ \\ \frac{A_1^\pm}{B_1^\pm} e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}, \\ \quad \text{if } -d/2 \leq z \leq d/2. \end{cases} \quad (5.40)$$

Aquí, las amplitudes A_1^\pm , B_1^\pm , A_2^\pm , y B_2^\pm corresponden a las amplitudes de las ondas planas dentro de las capas metálica y dieléctrica de la celda unitaria número cero ($n = 0$) del 1D PC: $A_1^{(0)}(\pm k_z)$, $B_1^{(0)}(\pm k_z)$, $A_2^{(0)}(\pm k_z)$, y $B_2^{(0)}(\pm k_z)$, respectivamente. Para un número de onda de Bloch dado (k_z o $-k_z$), los tres cocientes de amplitudes, que aparecen en la Ec. (5.40), se calculan usando tres de las cuatro ecuaciones, (A.3)-(A.6), usadas para obtener la relación de dispersión (5.29). Finalmente, las amplitudes E_r , E_t , B_1^+ y B_1^- pueden determinarse del sistema de ecuaciones que se obtiene al imponer las condiciones de contorno de Maxwell para las componentes tangenciales de los campos totales eléctrico y magnético en la superficies frontal ($z = z_f$) y trasera ($z = z_r$). Además, usando las Ecs. (5.37)-(5.39), la ley de Faraday y las condiciones de contorno de Maxwell, tenemos:

$$E_i + E_r = \tilde{\alpha}^+ B_1^+ + \tilde{\alpha}^- B_1^-, \quad (5.41)$$

$$ik_{zI}(E_i - E_r) = \tilde{\alpha}'^+ B_1^+ + \tilde{\alpha}'^- B_1^-, \quad (5.42)$$

$$E_t = \tilde{\beta}^+ B_1^+ + \tilde{\beta}^- B_1^-, \quad (5.43)$$

$$ik_{zIII} E_t = \tilde{\beta}'^+ B_1^+ + \tilde{\beta}'^- B_1^-, \quad (5.44)$$

donde se han introducido las cantidades:

$$\tilde{\alpha}^{\pm} = \alpha^{\pm} e^{\pm i k_z z_f}, \quad \tilde{\alpha}'^{\pm} = \alpha'^{\pm} e^{\pm i k_z z_f}, \quad (5.45)$$

$$\tilde{\beta}^{\pm} = \beta^{\pm} e^{\pm i k_z z_r}, \quad \tilde{\beta}'^{\pm} = \beta'^{\pm} e^{\pm i k_z z_r}, \quad (5.46)$$

y

$$\alpha^{\pm} = U_{\pm k_z}(z_f), \quad (5.47)$$

$$\alpha'^{\pm} = \left. \frac{dU_{\pm k_z}}{dz} \right|_{z=z_f} \pm i k_z U_{\pm k_z}(z_f), \quad (5.48)$$

$$\beta^{\pm} = U_{\pm k_z}(z_r), \quad (5.49)$$

$$\beta'^{\pm} = \left. \frac{dU_{\pm k_z}}{dz} \right|_{z=z_r} \pm i k_z U_{\pm k_z}(z_r). \quad (5.50)$$

Después de resolver analíticamente el sistema inhomogéneo de ecuaciones algebraicas (5.41)-(5.44), obtuvimos fórmulas explícitas para el cociente de la amplitud E_r (E_t) de la onda reflejada (transmitida) entre la amplitud E_i de la onda incidente:

$$r_s = \frac{E_r}{E_i} = \frac{i k_{zI}(\alpha^+ + \alpha^- \gamma) - (\alpha'^+ + \alpha'^- \gamma)}{i k_{zI}(\alpha^+ + \alpha^- \gamma) + (\alpha'^+ + \alpha'^- \gamma)}, \quad (5.51)$$

$$t_s = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2i k_{zI}(\beta^+ e^{i k_z(z_r - z_f)} + \beta^- \gamma e^{-i k_z(z_r - z_f)})}{i k_{zI}(\alpha^+ + \alpha^- \gamma) + (\alpha'^+ + \alpha'^- \gamma)}, \quad (5.52)$$

donde

$$\gamma = -\frac{i k_{zIII} \beta^+ - \beta'^+}{i k_{zIII} \beta^- - \beta'^-} e^{2i k_z(z_r - z_f)}. \quad (5.53)$$

Para ilustrar la utilidad de las expresiones obtenidas (5.51) y (5.52), se han calculado los espectros de reflectividad (R_s) y transmisión (T_s) para una estructura multicapa de metal-dieléctrico, embebida en vacío. Por tanto, $\varepsilon_I = \varepsilon_{III} = 1$ y, consecuentemente, los espectros ópticos están dados por

$$R_s = |r_s|^2, \quad T_s = |t_s|^2. \quad (5.54)$$

Los parámetros de las capas metálica y dieléctrica son los mismos que se consideraron en la subsección 5.2.1, remarcando que el parámetro de disipación que se consideró es bastante pequeño: $\nu_1 = 10^{-7} \omega_p$. Además, la superficie frontal en $z = z_f$ con $z_f = -a + d/2$ se asume como una capa dieléctrica, mientras que la superficie trasera se asume como una

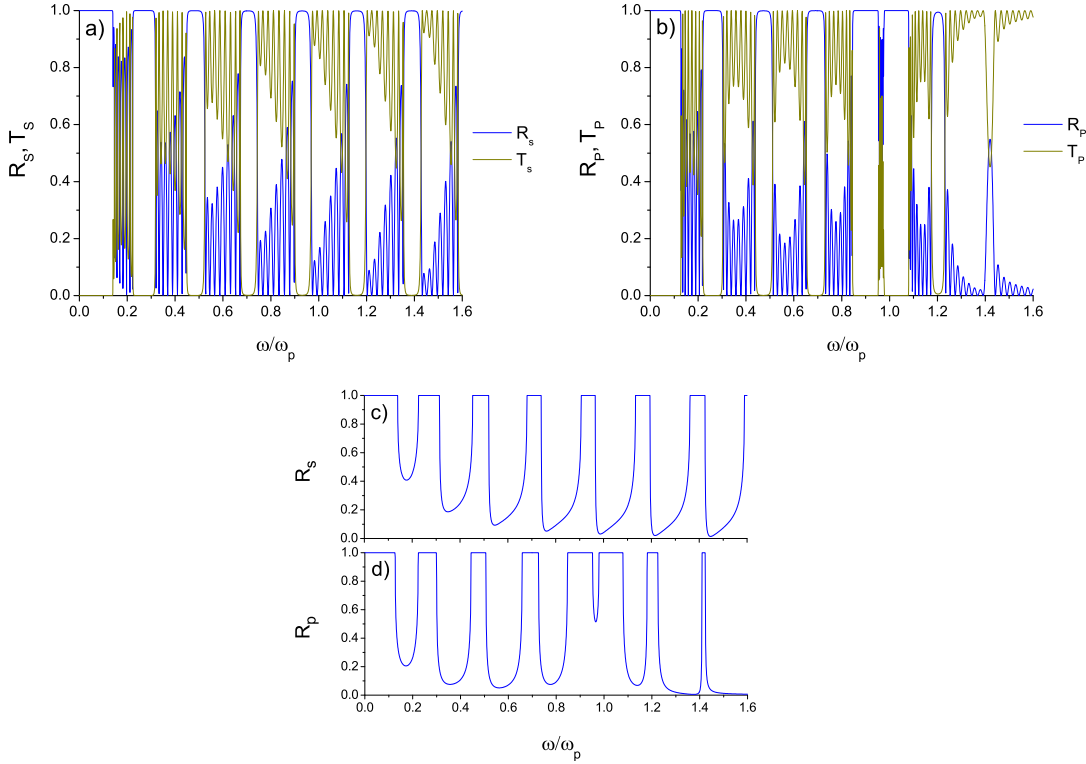


Figura 5.9: Paneles **a)** y **b)**: Espectros de transmisión y reflexión para polarización s y p de una multicapa finita con 9 celdas unitarias, calculados con el MEBM y verificados con TMM. Paneles **c)** y **d)**: Espectros de reflectividad para polarización s y p de una superred semi-infinita de metal-dieléctrico. Los espectros se calcularon usando las fórmulas generalizadas de Fresnel.

capa metálica en $z = z_r$ con $z_r = z_f + Na$, donde N es el número de celdas unitarias. En los cálculos hemos usado $N = 9$. En el panel **a)** de la Fig. 5.9, presentamos los espectros de reflectividad y transmisión que se calcularon aplicando el MEBM con un ángulo de incidencia $\theta = 45^\circ$. Cabe señalar que los espectros R_s y T_s también se calcularon usando el método de la matriz de transferencia. Resulta que MEBM y TMM predicen exactamente los mismos resultados. Sin embargo, el MEBM permite interpretar físicamente las características de los espectros ópticos en términos de la relación de dispersión fotónica de bulto $k_z(\omega)$, dentro del esquema de zona extendido (ver la secuencia de segmentos azul, rojo, verde y magenta en la Fig. 5.2, **a)** cuando ω se incrementa desde $\omega = 0$) y de la componente efectiva no-local de la permitividad correspondiente $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k})$ (Fig. 5.3). Comparando tales figuras

con la Fig. 5.9, **a**), puede verse que R_s (T_s) es prácticamente igual a 1 (0) en las bandas fotónicas prohibidas. Dentro de las bandas de paso, los espectros ópticos exhiben resonancias Fabry-Perot, que se deben a la cuantización del número de onda de Bloch k_z , dentro de la estructura multicapa de metal-dieléctrico con un espesor igual a Na . El número de resonancias de Fabry-Perot en cada banda de paso es $N - 1 = 8$. En la banda prohibida de baja frecuencia, k_z es imaginario porque $\Re \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}) < \sin^2 \theta = 1/2$ (ver Ec. (5.31)). Por otro lado, las bandas prohibidas a mayores frecuencias pueden atribuirse a una componente efectiva y de la permitividad con parte imaginaria distinta de cero (ver Fig. 5.3).

5.3.2 Polarization p

Ahora estudiaremos el caso de una onda electromagnética monocromática plana con polarización p que incide sobre la superficie frontal en $z = z_f$ de la estructura multicapa como en la Fig. 5.8. El campo magnético en el medio I ($z \leq z_f$) se escribe:

$$\vec{H}_I = \left(H_i e^{ik_{zI}(z-z_f)} + H_r e^{-ik_{zI}(z-z_f)} \right) e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.55)$$

donde H_i y H_r son las amplitudes de las ondas planas incidente y reflejada. En el espacio $z \geq z_r$, la componente magnética de la onda electromagnética transmitida tiene la forma:

$$\vec{H}_{III} = H_t e^{ik_x x + ik_{zIII}(z-z_r) - i\omega t} \hat{y}. \quad (5.56)$$

En la estructura multicapa (medio heterogéneo II), expandimos el campo magnético total en modos fotónicos de tipo TM de un 1D PC así,

$$\vec{H}_{II} = \left(D_1^+ V_{k_z}(z) e^{ik_z z} + D_1^- V_{-k_z}(z) e^{-ik_z z} \right) e^{ik_x x - i\omega t} \hat{y}, \quad (5.57)$$

donde $V_{\pm k_z}(z)$ denota las partes periódicas de las ondas de Bloch y D_1^\pm son los coeficientes de la expansión. Siguiendo el procedimiento de la subsección previa, podemos escribir las funciones periódicas $V_{\pm k_z}(z)$ como:

$$V_{\pm k_z}(z) = e^{\mp ik_z z} \times \begin{cases} \frac{C_2^\pm}{D_1^\pm} e^{ik_{z2} z} + \frac{D_2^\pm}{D_1^\pm} e^{-ik_{z2} z}, & \text{if } d/2 - a \leq z \leq -d/2, \\ \frac{C_1^\pm}{D_1^\pm} e^{ik_{z1} z} + e^{-ik_{z1} z}, & \text{if } -d/2 \leq z \leq d/2. \end{cases} \quad (5.58)$$

Aquí las amplitudes C_1^\pm , D_1^\pm , C_2^\pm , y D_2^\pm se asume que son las amplitudes de las ondas planas dentro de las capas metálica y dieléctrica de la celda unitaria número cero ($n = 0$) del 1D PC: $C_1^{(0)}(\pm k_z)$, $D_1^{(0)}(\pm k_z)$, $C_2^{(0)}(\pm k_z)$, y $D_2^{(0)}(\pm k_z)$, correspondientemente. De acuerdo con la Ec. (5.58), las funciones periódicas $V_{\pm k_z}(z)$ están dadas por los cocientes C_2^\pm/D_1^\pm , D_2^\pm/D_1^\pm , y C_1^\pm/D_1^\pm , que pueden calcularse usando tres ecuaciones del sistema (A.9)-(A.12). Imponiendo las condiciones de contorno de Maxwell para las componentes magnética y eléctrica del campo total en las interfaces que separan los medios I, II, y III, obtenemos un sistema de ecuaciones para las amplitudes H_r , H_t , D_1^+ y D_1^- :

$$H_i + H_r = \tilde{\zeta}^+ D_1^+ + \tilde{\zeta}^- D_1^-, \quad (5.59)$$

$$ik_{zI}(H_i - H_r)/\varepsilon_I = (\tilde{\zeta}'^+ D_1^+ + \tilde{\zeta}'^- D_1^-)/\varepsilon(z_f), \quad (5.60)$$

$$H_t = \tilde{\eta}^+ D_1^+ + \tilde{\eta}^- D_1^-, \quad (5.61)$$

$$ik_{zIII}H_t/\varepsilon_{III} = (\tilde{\eta}'^+ D_1^+ + \tilde{\eta}'^- D_1^-)/\varepsilon(z_r). \quad (5.62)$$

Aquí, $\varepsilon(z)$ describe la dependencia espacial de la permitividad dentro de la estructura multicapa, y los coeficientes de este sistema de ecuaciones se definen como:

$$\tilde{\zeta}^\pm = \zeta e^{\pm ik_z z_f}, \quad \tilde{\zeta}'^\pm = \zeta' e^{\pm ik_z z_f}, \quad (5.63)$$

$$\tilde{\eta}^\pm = \eta e^{\pm ik_z z_r}, \quad \tilde{\eta}'^\pm = \eta' e^{\pm ik_z z_r}, \quad (5.64)$$

y

$$\zeta^\pm = V_{\pm k_z}(z_f), \quad (5.65)$$

$$\zeta'^\pm = \left. \frac{dV_{\pm k_z}}{dz} \right|_{z=z_f} \pm ik_z V_{\pm k_z}(z_f), \quad (5.66)$$

$$\eta^\pm = V_{\pm k_z}(z_r), \quad (5.67)$$

$$\eta'^\pm = \left. \frac{dV_{\pm k_z}}{dz} \right|_{z=z_r} \pm ik_z V_{\pm k_z}(z_r). \quad (5.68)$$

La solución analítica del sistema (5.59)-(5.62) nos permite escribir expresiones explícitas para los cocientes H_r/H_i y H_t/H_i :

$$r_p = \frac{H_r}{H_i} = \frac{\frac{ik_{zI}}{\varepsilon_I}(\zeta^+ + \zeta^- \phi) - \frac{1}{\varepsilon(z_f)}(\zeta'^+ + \zeta'^- \phi)}{\frac{ik_{zI}}{\varepsilon_I}(\zeta^+ + \zeta^- \phi) + \frac{1}{\varepsilon(z_f)}(\zeta'^+ + \zeta'^- \phi)}, \quad (5.69)$$

$$t_p = \frac{H_t}{H_i} = \frac{2\frac{ik_{zI}}{\varepsilon_I}(\eta^+ e^{ik_z(z_r-z_f)} + \eta^- \phi e^{-ik_z(z_r-z_f)})}{\frac{ik_{zI}}{\varepsilon_I}(\zeta^+ + \zeta^- \phi) + \frac{1}{\varepsilon(z_f)}(\zeta'^+ + \zeta'^- \phi)}, \quad (5.70)$$

donde

$$\phi = -\frac{ik_{zIII}\eta^+/\varepsilon_{III} - \eta'^+/\varepsilon(z_r)}{ik_{zIII}\eta^-/\varepsilon_{III} - \eta'^-/\varepsilon(z_r)}e^{2ik_z(z_r-z_f)}. \quad (5.71)$$

Las fórmulas (5.69) y (5.70) se emplearon para calcular la reflectividad (R_p) y la transmisión (T_p) en polarización p para la misma estructura multicapa de metal-dieléctrico que se consideró en la subsección previa (5.3.1). Ya que la estructura multicapa está embebida en vacío ($\varepsilon_I = \varepsilon_{III} = 1$), la reflectividad y la transmisión se expresan como:

$$R_p = |r_p|^2, \quad T_p = |t_p|^2. \quad (5.72)$$

En el panel **b**) de la Fig. 5.9 se presentan los espectros ópticos calculados con $\theta = 45^\circ$. Debe mencionarse que ambos espectros R_p y T_p se calcularon también con el método TMM, obteniéndose espectros idénticos a los del panel **b**) de la Fig. 5.9. Las bandas fotónicas prohibidas y las de paso que se observan en los espectros ópticos corresponden totalmente a la relación de dispersión fotónica (en el esquema extendido) para los modos de bulto TM de una superred de metal-dieléctrico con los mismos parámetros que la estructura multicapa considerada aquí (compare la Fig. 5.9, **b**) con la curva continua $k_z(\omega)$ en la Fig. 5.4, **a**), que está formada por los segmentos azul, rojo, verde y magenta cuando ω se incrementa desde cero). De acuerdo con la relación de dispersión (5.35) para los modos fotónicos de bulto TM, la banda prohibida a bajas frecuencias se atribuye a que la componente x de la permitividad efectiva no-local es negativa (Fig. 5.4, **b**)) con $\Re\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega)) > \sin^2\theta$ (Fig. 5.4, **c**)). Además, las bandas prohibidas de altas frecuencias se asocian con los rangos de frecuencia donde las partes imaginarias de ambas componentes x y z de la permitividad son notablemente diferentes de cero. Por otro lado, las bandas de paso de los espectros ópticos muestran 8 resonancias de Fabry-Perot debido a la cuantización del número de onda k_z en la estructura multicapa con 9 celdas unitarias. A diferencia de los espectros ópticos de polarización s (panel **a**)), las formas de las bandas prohibidas y de paso en R_p y T_p a frecuencias por arriba y por debajo de la frecuencia de plasma del metal, ω_p son muy diferentes. Esto puede atribuirse al cambio drástico de $\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))$ que ocurre a $\omega \approx \omega_p$ (ver Fig. 5.4, **c**)) cuando variamos ω .

5.3.3 Formulas de Fresnel para una superred semi-infinita

Ahora se analiza el caso de una superred semi-infinita de metal-dieléctrico que ocupa el espacio $z > z_f$. En este caso, los espectros de reflectividad para ambas polariza-

ciones s y p pueden calcularse de las Ecs. (5.51) y (5.69) en el límite cuando el espesor de la multicapa se vuelve infinito ($z_r - z_f \rightarrow \infty$). Ya que las cantidades γ (5.53) y ϕ (5.71) desaparecen con $z_r - z_f > 0$ pues $\exp[-2\Im k_z(z_r - z_f)] \rightarrow 0$, las magnitudes de los ecoeficientes t_s (5.52) y t_p (5.70), que son proporcionales a $\exp[-\Im k_z(z_r - z_f)]$, tienden a cero y los coeficientes de reflexión, r_s y r_p , pueden escribirse de simplificada como:

$$r_s = \frac{Er}{E_i} = \frac{k_{zI} - \left[k_z + \frac{1}{iU_{k_z}(z_f)} \frac{dU_{k_z}(z_f)}{dz} \right]}{k_{zI} + \left[k_z + \frac{1}{iU_{k_z}(z_f)} \frac{dU_{k_z}(z_f)}{dz} \right]}, \quad (5.73)$$

$$r_p = \frac{Hr}{H_i} = \frac{\frac{k_{zI}}{\varepsilon_I} - \frac{1}{\varepsilon(z_f)} \left[k_z + \frac{1}{iV_{k_z}(z_f)} \frac{dV_{k_z}(z_f)}{dz} \right]}{\frac{k_{zI}}{\varepsilon_I} + \frac{1}{\varepsilon(z_f)} \left[k_z + \frac{1}{iV_{k_z}(z_f)} \frac{dV_{k_z}(z_f)}{dz} \right]}. \quad (5.74)$$

Las reflectividades en polarización s y p se calculan fácilmente de las Ecs. (5.73) y (5.74) ($R_s = |r_s|^2$, $R_p = |r_p|^2$), que generalizan las formulas de Fresnel para el caso de un 1D PC semi-infinito. Note que r_s (5.73) y r_p (5.74) dependen explícitamente no sólo de del número de onda de Bloch k_z , sino también de los cocientes entre la parte periódica de las ondas de Bloch [(5.58) y (5.40)] y sus derivadas, así como de la permitividad periódica $\varepsilon(z)$ (en (5.74)) evaluada en $z = z_f$. Esto significa que los espectros de reflectividad son sensibles a la capa inicial, que conforma la superficie frontal de la superred (metal o dieléctrico) y a su espesor.

Los espectros R_s y R_p (Fig. 5.9, **c**) muestran bandas prohibidas y bandas de paso completamente correlacionadas con las curvas de dispersión fotónicas $k_z(\omega)$ para modos de bulto TE y TM en el esquema extendido (ver paneles **a**) de las Figs. 5.3 y 5.4). Por tanto, las bandas fotónicas observadas en R_s y R_p (panel **c**) pueden asociarse con las componentes diagonales que dependen de la frecuencia (Fig. 5.3 y paneles **b**) y **c**) de la Fig. 5.4) del tensor de permitividad para la superred homogeneizada de metal-dieléctrico usando las Ecs. (5.31) y (5.35). Así, la explicación para las bandas fotónicas de los espectros de reflectividad debería ser la misma que se dió para los espectros de reflectividad de la estructura multicapa que se estudió en las subsecciones 5.3.1 y 5.3.2 (leer los comentarios en los paneles **a**) y **b**) de las Figs. 5.9). El número de resonancias de Fabry-Perot ($N - 1$) en una banda de paso se incrementa con el número (N) de celdas unitarias en una estructura multicapa, pero se suavizan cuando $N \rightarrow \infty$. De modo que la diferencia entre los espectros de reflectividad para la estructura multicapa y para la superred semi-infinita radica principalmente en la

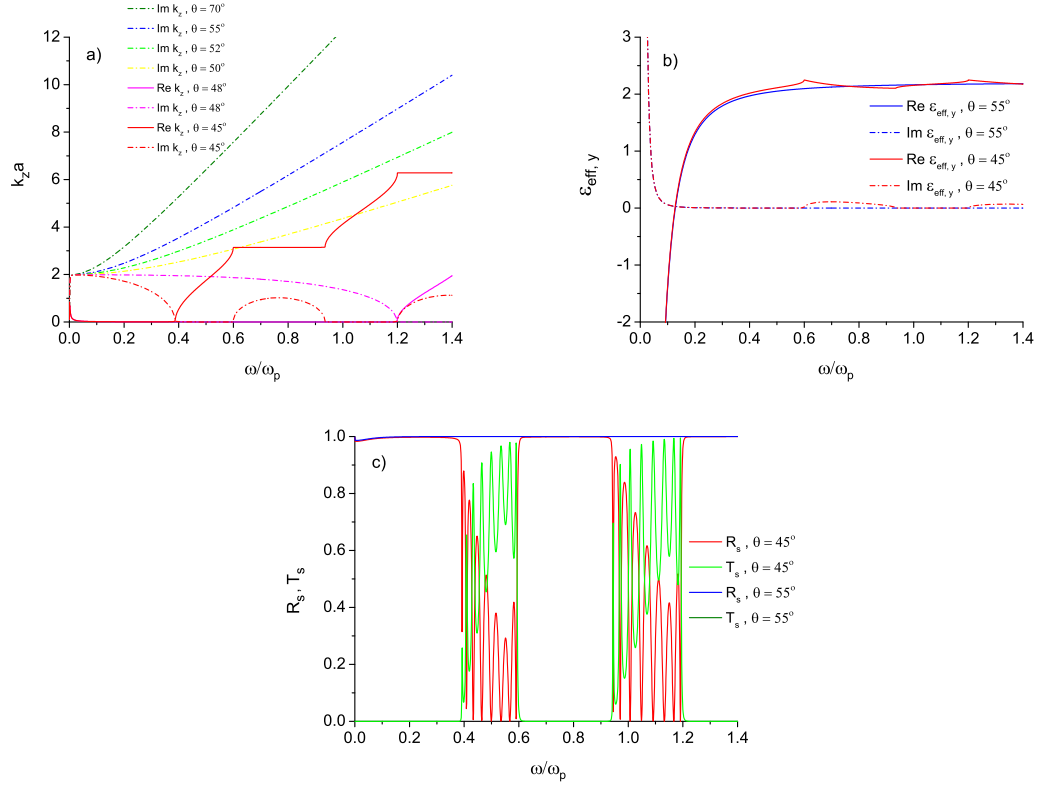


Figura 5.10: Panel a). Curvas de dispersión. Panel b). Parámetros efectivos no-locales. Panel c). Espectros ópticos (polarización s) para una multicapa finita de metal-dieléctrico inmersa en un medio con permitividad ϵ_I ($\epsilon_I = \epsilon_{III} > \epsilon_2 > \Re\epsilon_1(\omega)$), para diferentes ángulos θ .

suavización de las resonancias de Fabry-Perot cuando la superred se vuelve semi-infinita ($N \rightarrow \infty$).

5.3.4 Reflexión Total Interna (TIR, Total Internal Reflection)

Ahora calculamos y analizamos los espectros ópticos de polarización s para la misma estructura multicapa de metal-dieléctrico de la subsección 5.3.1, pero ahora inmersa en un medio dieléctrico con permitividad ϵ_I ($= \epsilon_{III}$) mayor que la parte real de las permitividades de las capas $\epsilon_I > \epsilon_2 > \Re\epsilon_1(\omega)$. En los cálculos se consideraron pérdidas energéticas que corresponden a un valor típico del parámetro de disipación $\nu_1 = 0.002\omega_p$.

De acuerdo con el enfoque de homogeneización no-local (NHA) y el método de expansión en modos de bulto (MEBM), la reflectividad y transmisión (polarización s) de la

estructura multicapa se calculan expandiendo dentro los campos electromagnéticos en los eigenmodos fotónicos de la superred homogeneizada, que satisface la relación de dispersión:

$$k_z(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega)) - \varepsilon_I \sin^2 \theta}. \quad (5.75)$$

Esta fórmula toma en cuenta la componente x del vector de onda $k_x = \sqrt{\varepsilon_I}(\omega \sin \theta/c)$.

En el panel **a**) de la Fig. (5.10), presentamos gráficas de $k_z(\omega)$ (5.75) para los modos fotónicos de bulto, que se calcularon con $\varepsilon_I = 4 > \varepsilon_2 = 2.25 > \Re\varepsilon_1(\omega)$ y ángulos diferentes: $\theta = 45^\circ, 48^\circ, 50^\circ, 52^\circ, 55^\circ$, y 70° . El panel **b**) de la Fig. 5.10 muestra la componente efectiva y no-local de la permitividad de la superred para $\theta = 45^\circ$ y $\theta = 55^\circ$. De la Ec. (5.75), se deduce que el borde superior de la banda prohibida de bajas frecuencias corresponde a la frecuencia donde $\Re\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega)) = \varepsilon_I \sin^2 \theta$. Por tanto, la amplitud de la banda prohibida de bajas frecuencias se incrementará con el ángulo de incidencia θ (compare las curvas $k_z(\omega)$ para $\theta = 45^\circ$ y 48°). Para θ mayor que cierto ángulo crítico $\theta_c \approx 49^\circ$, $\varepsilon_I \sin^2 \theta > \Re\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ y el número de onda $k_z(\omega)$ es puramente imaginario a cualquier frecuencia (ver las curvas de dispersión para $\theta = 50^\circ, 52^\circ, 55^\circ$, y 70°). En el panel **c**), hemos comparado 2 espectros de reflectividad de polarización s , uno correspondiente al caso $\theta = 45^\circ < \theta_c$ y el otro a $\theta = 55^\circ > \theta_c$. Evidentemente, el fenómeno de reflexión total interna (i.e. $R_s = 1$ cuando $\theta > \theta_c$) ocurre a frecuencias $\omega \gg \nu_1$. Hay una pequeña reducción de R_s a muy bajas frecuencias ($\omega \sim \nu_1$) donde las pérdidas energéticas son importantes, dentro del modelo de Drude.

5.3.5 Reflexión Total Interna Frustrada (FTIR)

Para calcular los espectros ópticos (polarización p) de la estructura multicapa de metal-dieléctrico considerada en la subsección previa (5.3.4), con el MEBM, es necesario usar la relación de dispersión fotónica para modos TM:

$$k_z(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega)) \left(1 - \frac{\varepsilon_I \sin^2 \theta}{\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega))} \right)}. \quad (5.76)$$

El panel **a**) de la Fig. 5.11 muestra las curvas de dispersión $k_z(\omega)$ calculadas para los ángulos de incidencia θ : $45^\circ, 55^\circ$, y 70° . A $\theta = 45^\circ$, la estructura de bandas fotónica tiene una banda prohibida de bajas frecuencias donde $\Re\varepsilon_{\text{eff},x}$ es negativa (ver panel **b**)) con $|\Re\varepsilon_{\text{eff},x}| \gg \Im\varepsilon_{\text{eff},x} > 0$, mientras que el factor $(1 - \varepsilon_I \sin^2 \theta / \varepsilon_{\text{eff},z})$ en la Ec. (5.76) es un número real positivo a una buena aproximación. Interesantemente, a ángulos de incidencia mayores

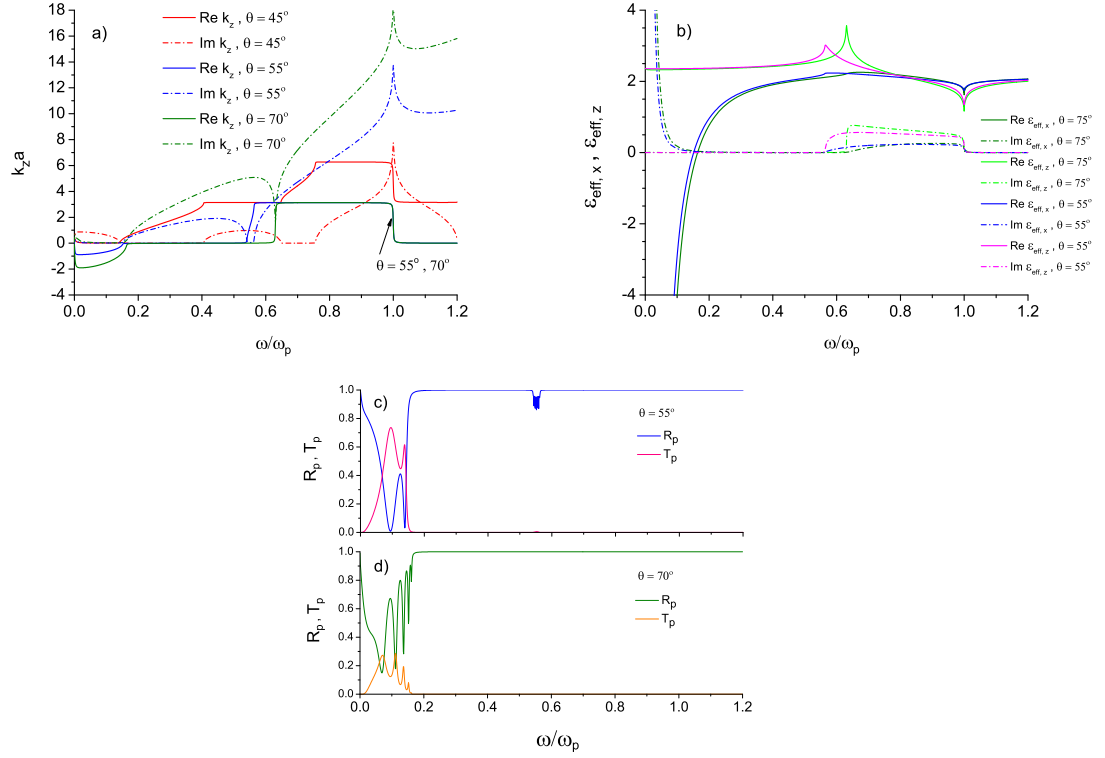


Figura 5.11: Panel **a**). Curvas de dispersión. Panel **b**). Parámetros efectivos no-locales. Paneles **c**) y **d**). Espectros ópticos de polarización p para una estructura multicapa de metal-dieléctrico inmersa en un medio con permitividad ϵ_I ($\epsilon_I = \epsilon_{III} > \epsilon_2 > \Re\epsilon_1(\omega)$) para distintos ángulos θ .

que el crítico, $\theta_f \approx 50^\circ$, donde tal factor es ahora negativo, la banda prohibida de bajas frecuencias desaparece y el número de onda k_z se vuelve una cantidad real *negativa* ($\Re k_z < 0$ y $|\Re k_z| \gg \Im k_z$). De modo que, a bajas frecuencias, hay una banda de paso anómala, donde las velocidades de fase ($\omega/k_z < 0$) y grupo ($\partial\omega/\partial k_z > 0$) tienen signos opuestos (ver panel **a**)), y la relación de dispersión fotónica TM es hiperbólica porque $\Re\epsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k}(\omega)) < 0$ y $\Re\epsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k}(\omega)) > 0$ (panel **b**)). Por tanto, el sistema se comporta como un metamaterial hiperbólico tipo II [25,26]. Por otro lado, a mayores frecuencias, la parte imaginaria de k_z resulta considerable y se incrementa con θ . Los espectros de reflectividad de polarización p , $R_p = |r_p|^2$ para $\theta = 55^\circ$ y 70° en los paneles **c**) y **d**), respectivamente, se calcularon usando el MEBM y verificado con el método TMM. A diferencia del caso de luz incidente con polarización s , la reflexión total interna se frustra en el rango de bajas frecuencias

debido a la *hiperbolicidad* de la relación de dispersión fotónica de modos TM. Llamamos a este fenómeno: reflexión total interna frustrada vía hiperbolicidad (*hyperbolicity-frustrated total internal reflection*, HFTIR). Nótese que con $\theta = 55^\circ$, no hay reflexión a $\omega \approx 0.1\omega_p$, correspondiente a la segunda resonancia de Fabry-Perot: $\Re k_z Na = 2\pi$. Además hay una banda de paso fotónica de dispersión normal ($\Re k_z > 0$, $|\Re k_z| \gg \Im k_z$, y $\partial\omega/\partial k_z > 0$) a $\omega \sim 0.55\omega_p$, donde la reflexión no es total (compare el espectro de reflectividad $R_p(\omega)$ para $\theta = 55^\circ$ del panel **c**) con la curva de dispersión fotónica correspondiente $k_z(\omega)$ en el panel **a**)).

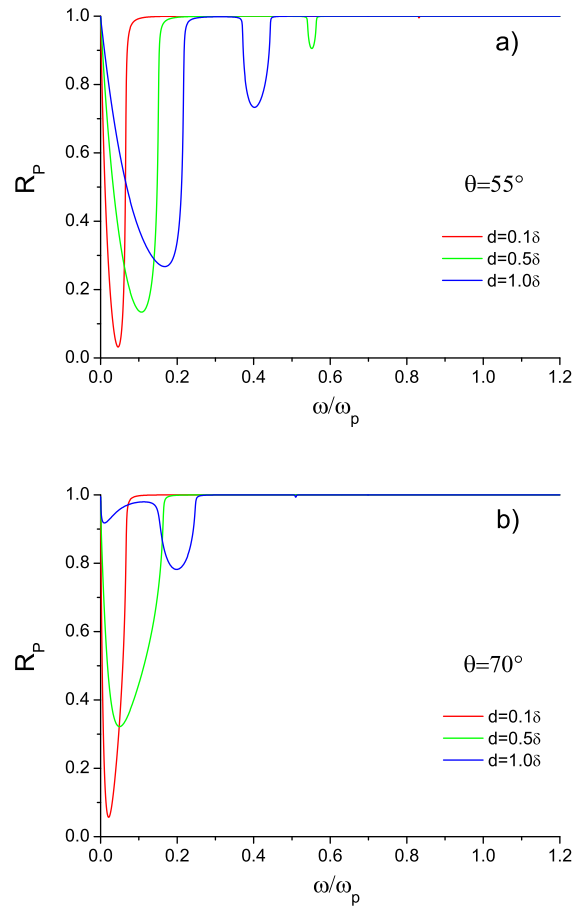


Figura 5.12: Espectros de reflectividad (polarización p) calculados para una superred semi-infinita de metal-dieléctrico, rodeada por un medio con permitividad ε_I ($\varepsilon_I > \varepsilon_2 > \Re\varepsilon_1(\omega)$), con ángulos de incidencia $\theta = 55^\circ$ (panel **a**)) y 70° (panel **b**)) y espesores de la capa metálica $d = 0.1, 0.5, 1.0 \delta$.

Usando las fórmulas de Fresnel generalizadas (5.74), se calcularon los espectros de reflectividad (polarización p) para una superred semi-infinita con el mismo periodo $a = 10.5\delta$, pero diferentes espesores de la capa metálica (i.e. $d = 0.1\delta, 0.5\delta$, y 1.0δ). Los resultados numéricos, mostrados en la Fig. 5.12, demuestran que para ángulos $\theta = 55^\circ$, y 77° , mayores que el crítico $\theta_f \approx 50^\circ$, los espectros R_p manifiestan bandas de paso de bajas frecuencias, donde el fenómeno de reflexión total interna se frustra por la hiperbolicidad del metamaterial. En el caso de $\theta = 55^\circ$, hay una banda de paso de dispersión normal, que se vuelve más amplia y sufre un corrimiento al rojo cuando se incrementa el espesor de la capa metálica d . Note que la reflectividad en las bandas de paso de baja frecuencia se incrementa con d . Adicionalmente, se calcularon los espectros de reflectividad para mayores fracciones de llenado del metal ($f = d/a$), los cuales muestran que R_p rápidamente aumenta con f , pero es ligeramente menor que R_p a bajas frecuencias donde las pérdidas del metal son relativamente altas, de acuerdo con el modelo de Drude empleado aquí.

5.4 Discusión

Debe hacerse notar que las componentes efectivas del tensor de permitividad no-local (Ecs. (5.13), (5.26), y (5.27)) coinciden con los parámetros efectivos, que se obtienen dentro de los enfoques de homogeneización basados en el Formalismo de Fourier (FF), a saber, en la expansión de los campos electromagnéticos de bulto en ondas planas (EPW) [15, 113, 114]. En verdad, al considerar la expansión del campo eléctrico (5.7 y del desplazamiento eléctrico como ondas electromagnéticas (TE) monocromáticas de Bloch, que satisfacen las ecuaciones de Maxwell en un 1D PC, en ondas planas:

$$E_y(z) = \sum_{G_z} E_y(G_z) \exp [i(k_z + G_z)z], \quad (5.77)$$

$$D_y(z) = \sum_{G_z} D_y(G_z) \exp [i(k_z + G_z)z], \quad (5.78)$$

donde $G_z = 2\pi l/a$ ($l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) es el número de onda recíproco. Dentro del enfoque NHA propuesto, la componente efectiva y de la permitividad no-local (5.13) se determina con los promedios espaciales de las partes periódicas de las ondas de Bloch sobre la celda unitaria, i.e. con las componentes de las expansiones con $G_z = 0$ en (5.77) y (5.78):

$$\langle E_{y,p} \rangle = E_y(G_z = 0), \quad \langle D_{y,p} \rangle = D_y(G_z = 0). \quad (5.79)$$

Como se comentó arriba, tales promedios, así como los parámetros efectivos no-locales dependen de la elección de la zona de Brillouin donde se encuentra el número de onda de Bloch $k_z(\omega)$. Similarmente a los enfoques de homogeneización para cualquier frecuencia, que emplean el EPW [15, 113, 114] y determinan los parámetros efectivos de la relación entre las componentes con $G_z = 0$ de los campos eléctrico y desplazamiento eléctrico; el método de homogeneización propuesto aquí usa el esquema de zona extendido de la estructura de bandas fotónica. Cabe mencionar que confirmamos numéricamente que los parámetros efectivos no-locales coinciden con las predicciones de los enfoques EPW, calculando la dependencia de la frecuencia de la componente de la permitividad efectiva no-local $\varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}(\omega))$ que se muestra en la Fig. 5.7, **a**).

La ventaja principal del enfoque NHA planteado en este trabajo es la simplicidad de las fórmulas y del procedimiento para calcular las componentes efectivas del tensor de permitividad no-local (Ecs. (5.13), (5.26), y (5.27)), con un esfuerzo numérico mínimo en comparación con métodos de homogeneización para cualquier frecuencia basados en la expansión en ondas planas (EPW) [15, 113–115]. Aunque los métodos EPW pueden aplicarse a cristales fotónicos con red de Bravais arbitraria y cualquier forma de las inclusiones en la celda unitaria, estos usualmente requieren la aplicación o uso de métodos iterativos efectivos (tales como el de Haydock's [113, 115] y el enfoque de la división del factor de forma [114]) para calcular los parámetros efectivos no-locales de los PCs homogeneizados.

A pesar del hecho de que las expresiones (5.13), (5.26), y (5.27) se asemejan a las fórmulas para calcular los parámetros efectivos no-locales, que se derivaron en los trabajos [47, 48], hay una diferencia fundamental entre los enfoques. El cálculo de las componentes de la permitividad efectiva no-local con el NHA desarrollado aquí, hace uso de los eigenmodos fotónicos de bulto (ondas de Bloch), mientras que en la teoría propuesta en las Refs. [47, 48], el cálculo se realiza asumiendo que la estructura se excita por una corriente externa con una distribución específica. En nuestro caso, el NHA se complementa con el MEBM para calcular y explicar los espectros ópticos de muestras de espesores finitos o superredes semi-infinitas. El método desarrollado no requiere condiciones de contorno adicionales (ABC) a pesar de la respuesta no-local del sistema, ya que las condiciones de contorno de Maxwell, aplicadas al campo electromagnético (*microscópico*) total en las superficies frontal y trasera de la estructura de metal-dieléctrico, son suficientes. Los espectros de reflectividad y transmisión calculados son tan precisos como los que se obtienen con el método de la matriz de transferencia estándar. A diferencia del enfoque de homo-

geneización, basado en el TMM [50, 51], nuestro procedimiento de homogeneización puede aplicarse a estructuras multicapa de metal-dieléctrico con un espesor arbitrario y, por tanto, el espesor total de la estructura no necesariamente debe ser un múltiplo de la constante o periodo de red. Además, nuestro enfoque NHA se aplica fácilmente a estructuras laminares con cualquier terminación (capa metal o dieléctrica).

El enfoque NHA propuesto aquí, proporciona expresiones explícitas para los valores principales del tensor de permitividad efectivo no-local para un 1D PC compuesto de materiales no-magnéticos y no-quirales. La teoría no puede describir directamente las respuestas ópticas quiral y magnética, ya que están ocultas en la dependencia del vector de onda de los parámetros efectivos no-locales. Sin embargo, ambos efectos quiral y magnético pueden extraerse como se propone en la Ref. [116] o definirse en términos de una matriz de transferencia efectiva [109] o describirse con una fórmula empírica [117].

Finalmente, comparando el fenómeno de reflexión total interna (TIR) en estructuras multicapa de metal-dieléctrico con el que se observa en los sistemas laminares de dieléctrico-dieléctrico [44] o en medios totalmente transparentes [118, 119], se encuentran notables diferencias. En particular, el TIR convencional en medios transparentes es relajado en el caso de modos transverso-magnéticos, ya que el ángulo crítico se determina por la componente longitudinal de la permitividad, a saber, ε_z . Sin embargo, como se mostró en la sección previa, en metamateriales laminares de metal-dieléctrico, el TIR para modos TM no sólo es relajada, sino también frustrada en el rango de bajas frecuencias debido a la existencia de una banda de paso donde la relación de dispersión fotónica es hiperbólica Tipo II. El descubrimiento del fenómeno de reflexión total interna frustrada vía hiperbolicidad (HFTIR) ofrece nuevas aplicaciones potenciales de metamateriales hiperbólicos (HMs) relacionadas con el control de las ondas evanescentes producidas durante la reflexión total interna. Además, el HFTIR debería tomarse en cuenta al extraer la permitividad efectiva de los HMs por medio de la elipsometría de reflexión total interna [120] a causa de la reducción de la señal reflejada en la banda de paso hiperbólica.

Capítulo 6

Respuesta óptica de una estructura bimetálica de Al-Ag

En este capítulo se estudia experimental (Sec.6.1) y teóricamente (Secs. 6.2 y 6.3) la respuesta electromagnética en el visible y en el ultravioleta de una estructura laminar de aluminio (Al) y plata (Ag). Estas capas metálicas de tamaño nanométrico se alternan de manera periódica formando una estructura anisótropa. En particular, los espectros R_s (reflectividad polarización s) y R_p (reflectividad polarización p) obtenidos en el laboratorio se compararon críticamente con los espectros teóricos obtenidos con el método TMM [121–123] y MEBM [114, 124, 125]. En los cálculos se consideraron permitividades realistas dependientes de la frecuencia, sacadas de la literatura. Las permitividades de Al y Ag que se usaron toman en cuenta no sólo la respuesta óptica de los electrones de conducción, sino también la contribución de los electrones ligados, así como el índice de relajación de los electrones en las capas metálicas nanométricas. Para verificar si la estructura bimetálica se comporta o no como un metamaterial hiperbólico (HM), se calculó y analizó su estructura de bandas fotónica, así como las componentes efectivas de su tensor de permitividad, que se calcularon usando dos enfoques: EMA y NHA (Sec. 6.3). Precisamente empleando el método NHA desarrollado en el capítulo anterior, válido más allá del límite de grandes longitudes de onda, se demuestra que la estructura bimetálica se comporta como un metamaterial anisótropo uniaxial.

Respecto a los espectros R_s y R_p , se encontró que difieren notablemente entre sí, debido a la aparición de un agudo y prominente mínimo cuya frecuencia se encuentra cerca

del cero de la permitividad de la plata. Dicho mínimo que aparece en los espectros R_p , tanto teóricos como experimentales, también aparece en los espectros Δ_{45} ($\Delta_{45} \equiv R_p - R_s^2$ cuando el ángulo de incidencia es $\theta = 45^\circ$). Este efecto descubierto es similar al llamado efecto Berreman, que se observa típicamente en los espectros infrarrojos de medios polaritónicos. La aparición de tal caída en R_p puede asociarse con el cero de la componente longitudinal de la permitividad efectiva, tal como en el efecto Berreman convencional. Los espectros de reflectometría a 45-grados (Δ_{45}) confirman que el mínimo está relacionado con una resonancia de la función de pérdida de energía $-1/\epsilon_z$ (Sec. 6.4). Finalmente, nuestros resultados se comparan y discuten en la sec. 6.5, mientras que la parte experimental se expone en el apéndice B.

Enfoque EMA para una superred bimetálica

Los valores principales del tensor de permitividad de la estructura periódica bimetálica, pueden calcularse empleando el enfoque de medio efectivo (EMA), que proporciona expresiones analíticas simples (Ecs. (1.1) y (1.2)):

$$\epsilon_x^{EMA} = \epsilon_y^{EMA} = \epsilon_1 f_1 + \epsilon_2 f_2,$$

$$\frac{1}{\epsilon_z^{EMA}} = \frac{1}{\epsilon_1} f_1 + \frac{1}{\epsilon_2} f_2.$$

Aquí, el plano $x - y$ se asume paralelo a las capas de la estructura periódica, f_1 y f_2 son las respectivas fracciones de llenado de las componentes metálicas “1” y “2” dentro de la celda unitaria. Las permitividades dependientes de la frecuencia de las capas metálicas alternantes pueden escribirse dentro del modelo de Drude local como:

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2}, \quad \epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}, \quad (6.1)$$

donde las pérdidas energéticas y las contribuciones de los electrones amarrados a las permitividades han sido ignoradas y, de acuerdo con nuestro modelo, $\omega_{p1} < \omega_{p2}$. Por tanto, las componentes de la permitividad efectiva para una superred bimetálica dentro del enfoque EMA pueden expresarse como:

$$\epsilon_x^{EMA} = \epsilon_y^{EMA} = 1 - \frac{\omega_{p1}^2 f_1 + \omega_{p2}^2 f_2}{\omega^2}, \quad (6.2)$$

$$\epsilon_z^{EMA} = \frac{\left(1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}\right)}{1 - \frac{\omega_{p1}^2 f_2 + \omega_{p2}^2 f_1}{\omega^2}}. \quad (6.3)$$

Nótese que las componentes de la permitividad $\epsilon_x^{(EMA)}$ y $\epsilon_y^{(EMA)}$ tienen una forma tipo Drude con una frecuencia de plasma efectiva $\omega_{p,eff} = \sqrt{\omega_{p1}^2 f_1 + \omega_{p2}^2 f_2}$ localizada entre las frecuencias de plasma de los metales $\omega_{p1} < \omega_{p,eff} < \omega_{p2}$. Por otro lado, la componente z de la permitividad tiene 2 ceros, uno en $\omega = \omega_{p1}$ y la otra en $\omega = \omega_{p2}$, así como un polo en $\omega = \omega_{polo}$ que está en el intervalo de frecuencia de $(\omega_{p1}, \omega_{p2})$. De acuerdo con las fórmulas (6.2) y (6.3), la estructura bimetalica se comporta como un metamaterial hiperbólico (HM) tipo II justo por arriba de la frecuencia de plasma ω_{p1} ($\omega_{p1} < \omega < \min(\omega_{p,eff}, \omega_{polo})$), donde $\epsilon_x^{(EMA)} < 0, \epsilon_z^{(EMA)} > 0$ y como un HM tipo I justo por debajo de la frecuencia de plasma ω_{p2} ($\omega_{p2} > \omega > \max(\omega_{p,eff}, \omega_{polo})$), donde $\epsilon_x^{(EMA)} > 0, \epsilon_z^{(EMA)} < 0$. Consecuentemente, las bandas de paso TM de bajas y altas frecuencias en el intervalo $(\omega_{p1}, \omega_{p2})$, que se predijeron en los trabajos [121, 123, 125], respectivamente corresponden a las bandas de paso fotónicas donde la superred bimetalica se comporta como un HM de tipo II y I [126].

Más adelante se presentan las gráficas de las componentes del tensor de permitividad efectivo dentro del enfoque EMA para el sistema bimetalico estudiado aquí y se comparan con las calculadas dentro del enfoque NHA.

6.1 Caracterización óptica de nanoestructuras laminares de Al-Ag

Las estructuras multicapa se fabricaron usando dos técnicas diferentes, a saber, evaporación térmica y sputtering de magnetron. Los detalles de su fabricación se presentan en la sección experimental del apéndice B. La técnica de evaporación térmica nos permitió fabricar estructuras bimetalicas con capas de espesores mayores a 10 nm, mientras que con la segunda técnica se obtuvieron capas de unos cuantos nanometros de espesor (> 3 nm). Aquí se presentan los espectros de reflexión visible y UV para dos muestras laminares bimetalicas que hemos seleccionado de entre varias que se fabricaron. Estas dos muestras, denominadas A y B, ilustran las principales características de los espectros ópticos que se midieron en varios ejemplares. La muestra A, fabricada por evaporación térmica, se compone de tres

celdas unitarias de Al/Ag que yacen sobre un sustrato de vidrio como sigue: Ag/Al-Ag/Al-Ag/Al-sustrato. Los espesores nominales de las capas de Al y Ag de la muestra A son 12 y 16 nm, respectivamente. Por otro lado, la muestra B, crecida sobre un sustrato de vidrio por la técnica de sputtering de magnetron, tiene 6 celdas unitarias de capas de Al y Ag con espesores nominales de 6 y 8 nm, correspondientemente. Como en el caso de la muestra A, el primer elemento depositado sobre el sustrato fue aluminio. Nótese que las estructuras bimetálicas, A y B, tienen el mismo espesor total (~ 84 nm), y la muestra A tiene la misma cantidad de Al que la muestra B, así como también la misma cantidad de Ag. El espesor de la celda unitaria, es decir, la medida de una bicapa de Al-Ag de la muestra A (~ 28 nm) es el doble de la celda unitaria de la muestra B (~ 14 nm).

Los espectros de reflectividad (polarización s y p) de ambas muestras A y B se midieron usando un sistema de fluorelectrometría (para más detalles, ver la sección experimental B) en el rango de longitud de onda de 250 a 800 nm. En la Fig.6.1 se muestran los espectros ópticos medidos experimentalmente para los ángulos de incidencia: 30, 45 y 60. Como puede verse en el panel **a**, la reflectividad para la muestra A es relativamente grande (~ 0.9) a longitudes de onda (λ) mayores que 500 nm. A longitudes de onda $\lambda \sim 305$ nm, tanto R_s como R_p tienen un mínimo amplio o extendido. Sorpresivamente, los espectros de reflectividad para polarización p de la muestra A tienen una característica adicional, que tiene la forma de un estrecho mínimo a $\lambda \approx 327$ nm. La profundidad de la caída o mínimo aumenta con el ángulo de incidencia θ . Por otro lado, las reflectividades R_s y R_p para la muestra B (panel **b**) son más pequeñas que las de la muestra A para longitudes de onda λ arriba de 500 nm (compare los paneles **a** y **b**). Los espectros de reflectividad de la muestra B también muestran un amplio mínimo a $\lambda \sim 283$ nm. Similarmente a $R_p(\lambda)$ de la muestra A, en los espectros de reflectividad para polarización p de la muestra B, se observa un mínimo relativamente estrecho a $\lambda \approx 333$ nm, cuya profundidad aumenta con el incremento del ángulo de incidencia (véase panel **b**).

6.2 Espectros de reflectividad teóricos

Para dar una explicación inicial a las características de los espectros de reflectividad presentados en la sección previa, se han calculado numéricamente los espectros ópticos de 2

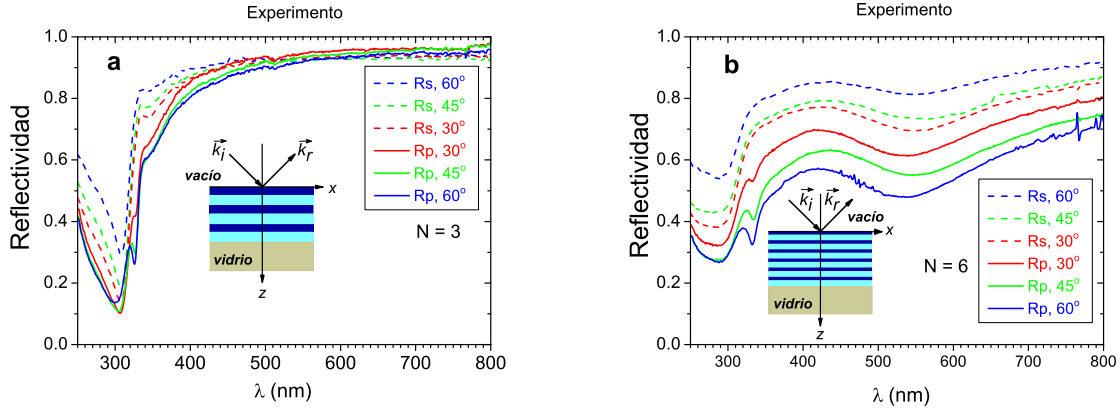


Figura 6.1: Espectros de reflectividad para polarización s y p de una multicapa de Al/Ag con 3 celdas unitarias, panel **a**, y 6 celdas unitarias, panel **b**, medidos experimentalmente para diferentes ángulos de incidencia.

multicapas nanométricas bimetálicas (Al/Ag) con tres (panel **a** de la Fig. 6.2) y 6 bicapas (panel **b** de la misma figura) que yacen sobre sustrato de vidrio. Los espesores de las capas de Al y de Ag considerados en los cálculos numéricos son, respectivamente: $d_{Al} = 12.2(6.1)$ nm y $d_{Ag} = 16.2(8.1)$ nm para la multicapa de 3 (6) bicapas de Al/Ag. Los cálculos se realizaron con el método de la matriz de transferencia usando valores realistas de las permitividades, dependientes de la longitud de onda, para Al y Ag (Fig. 6.3). Como se comentó al inicio del capítulo, la dependencia de la permitividad del metal con la frecuencia (o longitud de onda) puede describirse con el modelo local de Drude, no obstante, puede haber contribuciones a la permitividad asociadas con los electrones ligados dentro del material, las cuales usualmente se modelan con osciladores de Lorentz. Además, en las capas metálicas nanométricas debe tomarse en cuenta la tasa de relajación de los electrones, que es relativamente alta en comparación con la tasa de colisión de electrones en capas metálicas delgadas.

Los valores de la permitividad de las capas de Ag de 16.2 nm de la multicapa con 3 celdas unitarias se tomaron del manual de Palik [127], que de hecho corresponde a la permitividad de bulto de Ag (vea las líneas sólidas del panel **a** de la Fig. 6.3). El uso de estos valores se justifica porque la permitividad de Ag se vuelve notablemente diferente de la de bulto cuando el espesor de la capa d_{Ag} es menor a 12 nm como se demostró en las Refs. [128, 129]. Por otro lado, para las capas de Ag de 8.1 nm, se emplearon los valores de

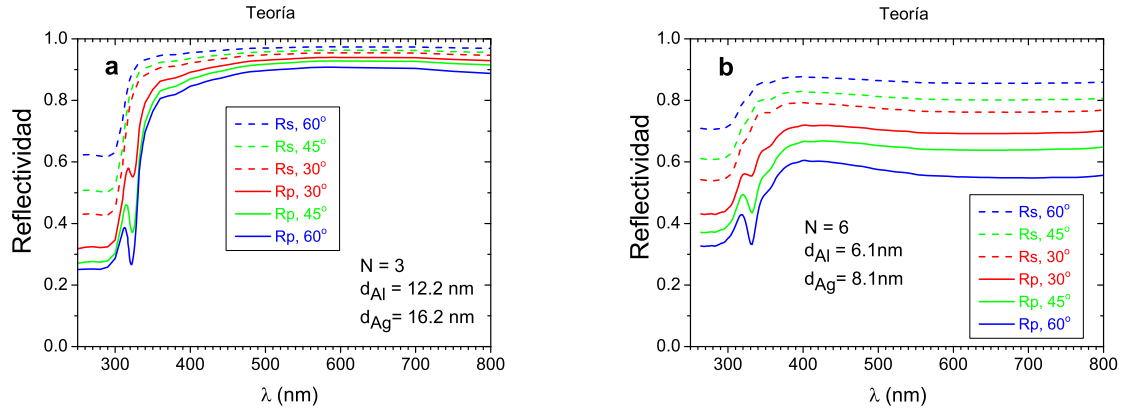


Figura 6.2: Panel **a** (**b**): Espectros de reflectividad para polarización s y p de un multicapa de Al/Ag con 3 (6) celdas unitarias calculados con ambos métodos TMM y MEBM para diferentes ángulos de incidencia.

la permitividad determinados en la Ref. [129] para una capa de Ag con el mismo espesor ($d_{Ag} = 8.1$ nm). Como puede verse en el panel **a** de la Fig. 6.3, la parte imaginaria de la permitividad (ϵ'') de las capas de Ag más delgadas es mayor que la parte imaginaria de la permitividad de bulto de Ag, mientras que el valor absoluto de su parte real ($|\epsilon'|$) resulta menor que el valor absoluto de la de bulto, en un amplio rango de longitud de onda (compare las líneas solidas con las curvas punteadas del mismo color). Los cambios en la permitividad pueden atribuirse a la estructura granular (heterogeneidad) que adquieren las nano-capas durante su fabricación [128, 129].

Como se muestra en la Ref. [130], la permitividad de una capa de Al tiene valores cercanos a los de bulto cuando su espesor es mayor a 10 nm. Por tanto, para las capas de Al con espesores de 12.2 nm se emplearon los valores para la permitividad de bulto (manual de Palik [127]) de Al para calcular las reflectividades teóricas. En el caso de las capas de Al más delgadas con $d_{Al} = 6.1$ nm, se empleó la permitividad obtenida en la Ref. [130] para capas de Al del mismo espesor. Así como sucede en las capas de Ag, la diferencia entre los valores de la permitividad de Al de nano-capas y de bulto puede deberse a la heterogeneidad en la nano-estructura metálica [130].

Los espectros de reflectividad de las multicapas de Al/Ag calculados para polarización s y p (Fig. 6.2) corresponden a los mismos ángulos de incidencia que los espectros

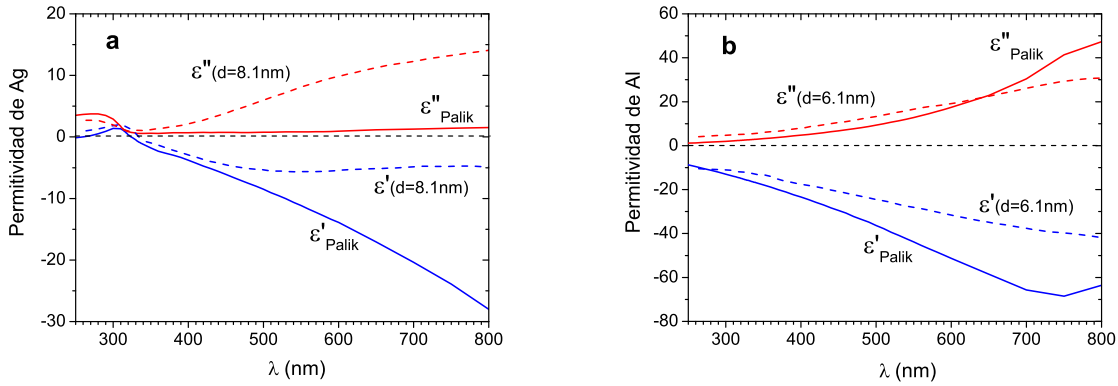


Figura 6.3: Datos de la permitividad para Ag (panel **a**) y Al (panel **b**), tomados de las Refs. [127, 129].

ópticos experimentales (Fig. 6.1). Nótese que las características de los espectros ópticos experimentales se reproducen prácticamente en los espectros calculados numéricamente. Es importante notar que el mínimo, que aparece a $\lambda \approx 327$ nm ($\lambda \approx 333$) y que está cerca del cero de la permitividad de las capas de Ag en la muestra A (B) (ver Fig. 6.3, **a**), se observa claramente en los espectros R_p de ambas muestras nanométricas bimetalógicas. Más aún, para la muestra con tres bicapas ($N=3$), tanto R_s como R_p (panel **a** de la Fig. 6.2) tienen valores relativamente grandes (pequeños) a longitudes de onda por arriba (debajo) de 500 nm (300 nm) en buen acuerdo con el experimento (panel **a** de la Fig. 6.1). Los valores moderados de la reflectividad para la multicapa con seis bicapas, que se observan en el panel **b** de la Fig. 6.1 a longitudes de onda mayores de 500 nm, son también reproducidos por los espectros teóricos (panel **b**, Fig. 6.2). Sin embargo, la amplia caída a $\lambda \sim 559$ nm resulta significativamente más ancha en los espectros numéricos (compare paneles **b** de las Figs. 6.2 y 6.3).

6.3 Modos fotónicos de bulto y el tensor de permitividad efectivo

Para dar una explicación más profunda de los espectros de reflectividad teóricos y experimentales de las multicapas nanométricas de Al/Ag (Figs. 6.1 y 6.2), se analiza la estructura de bandas fotónica y la dependencia del tensor de permitividad efectivo con

la longitud de onda de una superred bimetálica de Al/Ag (Figs. 6.4). Las relaciones de dispersión entre el número de onda de Bloch (k_z de acuerdo con nuestra geometría establecida) y la frecuencia ω para modos s - y p - polarizados en una superred binaria están dadas, respectivamente, por la fórmulas ampliamente conocidas [111, 112]:

$$\cos(k_z a) = \cos(k_{z1} d_1) \cos(k_{z2} d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z1} d_1) \sin(k_{z2} d_2) \quad (6.4)$$

$$\cos(k_z a) = \cos(k_{z1} d_1) \cos(k_{z2} d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_2 k_{z1}}{\varepsilon_1 k_{z2}} + \frac{\varepsilon_1 k_{z2}}{\varepsilon_2 k_{z1}} \right) \sin(k_{z1} d_1) \sin(k_{z2} d_2) \quad (6.5)$$

donde $k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2}$ y $k_{z2} = \sqrt{\varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2}$, son los números de onda de las ondas electromagnéticas dentro del metal 1 (Al) y 2 (Ag), con espesores respectivos d_1 y d_2 , $\omega = 2\pi/\lambda$ es la frecuencia, c es la velocidad de la luz en el vacío, k_x es la componente del vector de onda que se conserva, paralela a las capas metálicas, a es el periodo de la superred y k_z es el número de onda de Bloch.

Los paneles **a** y **b** de la Fig. 6.4 presentan las relaciones de dispersión $k_z(\lambda)$ de dos superredes de Al/Ag, que tienen, respectivamente, los mismos espesores de las capas de Al y Ag y las mismas permitividades de las multicapas bimetálicas consideradas en las secciones previas. Nótese que el número de onda de Bloch tiene una parte imaginaria grande, en comparación con su parte real ($|Re(k_z)| \ll Im(k_z)$), particularmente en el caso de la superred con capas metálicas más delgadas (panel **a**): $d_1 = d_{Al} = 12.2$ nm y $d_2 = d_{Ag} = 16.2$ nm. Esto significa que tales modos prodrían decaer rápidamente en la superficie de la muestra, y explicar por qué la reflectividad para la multicapa de tres bicapas es, en general, mayor que la de la muestra con seis bicapas.

Es interesante también analizar el tensor de permitividad efectivo de ambas superredes de Al/Ag y encontrar su correlación con los espectros de reflectividad de las multicapas nanométricas bimetálicas. En los paneles **c** y **d** de la Fig. 6.4, se muestran las dependencias de los valores principales del tensor de permitividad efectivo con la longitud de onda, que se calcularon usando el enfoque EMA (i.e. usando las Ecs. (1.1) y (1.2)) para las multicapas con tres y seis bicapas, respectivamente. Por inspección, se sigue que

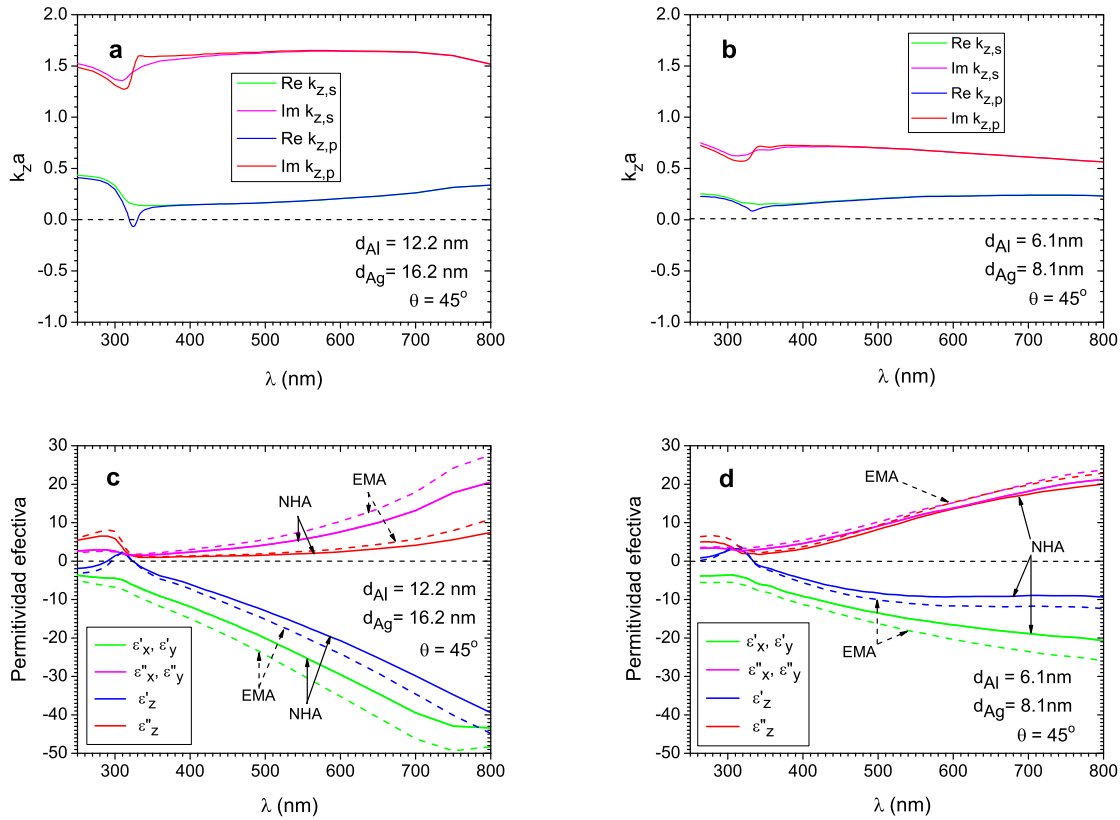


Figura 6.4: Panel **a** (**b**): Relaciones de dispersión fotónicas para modos *s* y *p* polarizados en superredes de Al/Ag con las mismas celdas unitarias que las multicapas bimetálicas de las Figs. 6.2, **a** y 6.2, **b**, respectivamente. Paneles **c** y **d**: Valores principales de la permitividad efectiva para las superredes de Al/Ag de los paneles **a** y **b**, calculados con los métodos EMA y NHA.

el mínimo de la reflectividad polarización p de la muestra A (B) a $\lambda \approx 327$ nm ($\lambda \approx 333$ nm) está muy cercano al cero de la componente z (ϵ_z^{EMA}) del tensor de permitividad, que de hecho está determinado por el cero de la permitividad de Ag (panel **a** de la Fig. 6.3) de acuerdo con la Ec. (1.2). También puede verse que la superred con capas metálicas más delgadas (ver panel **c** de la Fig. 6.4) se caracteriza por valores absolutos relativamente grandes de las componentes x y y negativas de la permitividad efectiva a longitudes de onda $\lambda > 500$ nm, conduciendo a un fuerte decaimiento del campo electromagnético y, por tanto, a valores grandes de la reflectividad ~ 0.9 (ver Fig. 6.1, **a** y 6.2, **a**) aún para muestras con unas cuantas bicapas.

Las fórmulas para la permitividad de EMA que se usaron (Ecs. (1.1) y (1.2)), solo pueden proveer una explicación cualitativa de los espectros ópticos de estructuras laminares con componentes metálicas, ya que son válidas cuando el campo electromagnético varía ligeramente dentro de las capas. Esto puede ocurrir en metales ultra-delgados con espesor d mucho menor que la longitud de penetración δ ($d \ll \delta$) y a muy pequeñas frecuencias (longitudes de onda muy largas) [40]. Cuando se aplica el enfoque EMA a estructuras laminares periódicas de metal-dieléctrico, la teoría fracasa debido al *efecto de piel* (*skin effect*), que provoca una variación drástica del campo electromagnético dentro de la capa metálica [41]. EMA puede también “fallar” en superredes de dieléctrico-dieléctrico con periodos mucho menores que la longitud de onda incidente, pues sus espectros de reflectividad, cerca del ángulo crítico, dependen de variaciones muy pequeñas del periodo, así como de la terminación de la estructura [42–44]. Debido a las limitaciones de EMA, varios métodos de homogeneización han sido desarrollados en años recientes (ver, por ejemplo las Refs. [45–50]). Las teorías propuestas describen el HM como un medio homogéneo anisótropo no-local y proveen fórmulas explícitas para calcular las componentes de la permitividad efectiva.

En el presente estudio de multicapas nanométricas bimetalicas, se aplica un método de homogeneización no-local recientemente propuesto (NHA) [131], que es válido aún más allá del límite de grandes longitudes de onda (i.e. también a altas frecuencias) y para cualquier valor del número de onda de Bloch k_z . De acuerdo con el método NHA [131], los parámetros efectivos no-locales están dados por el promedio espacial sobre la celda unitaria de la parte periódica de los modos normales de Bloch:

$$\epsilon_{\text{eff},i}(\omega, \vec{k}) = \frac{\langle D_{i,p} \rangle}{\langle E_{i,p} \rangle}, \quad i = x, y, z. \quad (6.6)$$

donde $\langle \dots \rangle$ indica el promedio espacial sobre la celda unitaria, $D_{i,p}$ y $E_{i,p}$ son las partes periódicas del vector de desplazamiento y campo eléctrico, que tienen la forma de ondas de Bloch y $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$. Los valores principales de la permitividad efectiva no-local (Ec. 6.6) nos permiten reescribir las relaciones de dispersión (6.4) y (6.5) para modos normales s y p polarizados de la misma forma que para un material dieléctrico anisótropo homogéneo no-local, respectivamente:

$$k_z^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\text{eff},y}(\omega, \vec{k}), \quad (6.7)$$

$$\frac{k_z^2}{\varepsilon_{\text{eff},x}(\omega, \vec{k})} + \frac{k_x^2}{\varepsilon_{\text{eff},z}(\omega, \vec{k})} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (6.8)$$

Los paneles **c** y **d** de la Fig. 6.4 muestran los valores principales de la permitividad efectiva no-local que se calcularon para las superredes bimetálicas consideradas arriba. Note que las dependencias de las componentes de la permitividad con la longitud de onda, predichas por los métodos EMA y NHA son de hecho cuantitativamente diferentes, pero ambos predicen casi el mismo cero para la componente z de la permitividad efectiva, que se asocia con el mínimo en los espectros R_p de ambas multicapas bimetálicas (compare las líneas sólidas con las curvas punteadas en los paneles **c** y **d**).

Debe mencionarse también que se aplicó el MEBM [114, 124, 125] para calcular los espectros de reflectividad. Con el MEBM, los campos microscópicos eléctrico y magnético dentro de la muestra bimetálica se expresan como una superposición de dos ondas normales de Bloch (con k_z y $-k_z$). Las amplitudes de tales ondas, así como las amplitudes de los campos reflejado y transmitido, se calculan fácilmente al imponer la continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético en las superficies frontal y trasera de la multicapa. Como se verificó, los espectros de reflectividad calculados con el MEBM coinciden con aquellos mostrados en la Fig. 6.2, que se obtuvieron con TMM.

6.4 Reflectometría de 45-grados

Para confirmar que el mínimo en los espectros R_p está conectado con el cero de la componente z de la permitividad efectiva, se han calculado los espectros de reflectometría de 45-grados, a saber $\Delta_{45} \equiv R_p - R_s^2$, de las reflectividades tanto teóricas como experimentales (curvas para $\theta = 45^\circ$ en las Figs. 6.1 y 6.2, respectivamente). Como se demostró en la

Ref. [86], los espectros Δ_{45} de estructuras multicapa de espesores $d \ll \lambda$ están dados por los valores principales de la permitividad efectiva como:

$$\Delta_{45} = 4\pi\sqrt{2}R_p^0|_{\theta=45^\circ} \frac{d}{\lambda(\epsilon_s - 1)^2} \left[\text{Im}(\epsilon_\perp) - \epsilon_s^2 \text{Im}\left(\frac{-1}{\epsilon_\parallel}\right) \right], \quad (6.9)$$

si la estructura laminar homogeneizada se comporta como un cristal uniaxial, $\epsilon_\perp = \epsilon_x = \epsilon_y$ y $\epsilon_\parallel = \epsilon_z$. En la Ec. 6.9, $R_p^0|_{\theta=45^\circ}$ denota la reflectividad para polarización p del sustrato, cuya permitividad es ϵ_s para un ángulo de incidencia de 45 grados. De acuerdo con la Ec. 6.9, las resonancias transversales se manifiestan como prominentes máximos en los espectros Δ_{45} , mientras que los modos longitudinales, correspondientes a los ceros de la componente paralela de la permitividad efectiva $\epsilon_\parallel = \epsilon_z$, deberían manifestarse claramente como mínimos o caídas estrechas.

La Fig. 6.5 muestra los espectros $\Delta_{45} \equiv R_p - R_s^2$, que se calcularon usando las reflectividades R_s y R_p experimentales (Fig. 6.1) y teóricas (Fig. 6.2) para las multicapas bimetalicas de 3 y 6 bicapas. Evidentemente el espectro Δ_{45} para la muestra A (B) exhibe una caída claramente discernible a $\lambda \approx 327$ nm ($\lambda \approx 333$ nm), mientras que a mayores longitudes de onda $\Delta_{45} \approx 0$. La concordancia entre la teoría y el experimento es muy buena. En la Fig. 6.5, también se presenta la dependencia de la función de pérdida de energía $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$ con la longitud de onda, que se calculó usando la teoría de homogeneización NHA. Como puede verse, esta función $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$ tiene una resonancia precisamente a la frecuencia donde ambos espectros R_p y Δ_{45} tienen un mínimo.

Debe notarse también que el mínimo en R_p y Δ_{45} (pico en $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$) es más prominente para la multicapa bimetalica con tres bicapas (compare paneles **a** y **b** en la Fig. 6.5). Es probable que esto se deba a que las capas más delgadas no tienen interfaces bien definidas entre ellas, a causa de su estructura granular o de la infiltración de alguno de los elementos (Al o Ag) a capas adyacentes. Para confirmar dicha aseveración, se llevaron a cabo mediciones de la reflectividad en multicapas de Al/Ag con capas aún más delgadas (crecidas con un tiempo de deposición mucho menor) que las de las muestras A y B. Se encontró que sus espectros de reflectividad no exhiben un mínimo a la frecuencia del cero de la permitividad de Ag. Tales ejemplares o muestras se comportan más como nanocompositos isotropos de Al/Ag con una permitividad escalar efectiva con su cero a una longitud de onda más pequeña que la del cero de la permitividad de Ag.

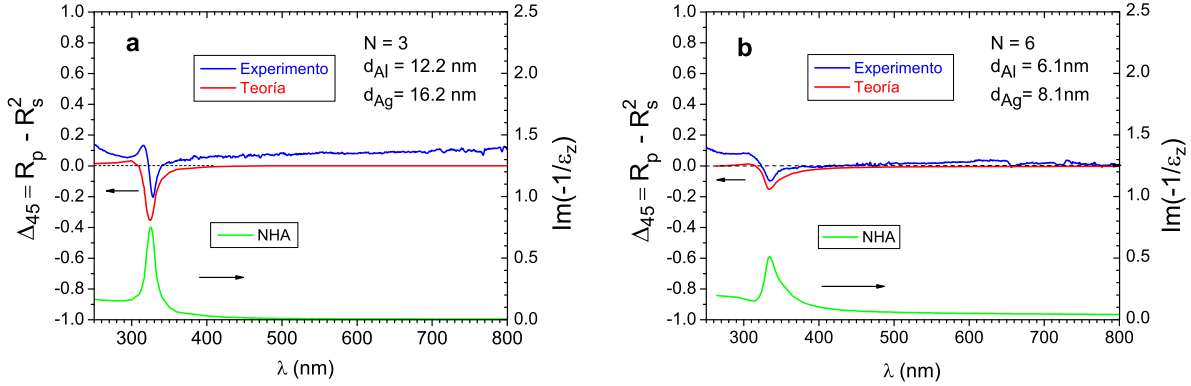


Figura 6.5: Panel **a** (**b**): Espectros de reflectometría a 45-grados calculados a partir de las curvas de reflectividad experimental (Fig. 6.1) y de las teóricas (Fig. 6.1), para una estructura multicapa bimetálica de 3 (6) celdas unitarias. La curva verde muestra la dependencia de la frecuencia de la función pérdida de energía.

6.5 Discusión de los resultados

Los resultados presentados en secciones previas demuestran que las multicapas nanométricas bimetálicas de Al/Ag se comportan como medios anisótropos uniaxiales. Ambos métodos EMA y NHA predicen un cero de la componente z de la permitividad efectiva (correspondiente a la dirección de crecimiento), donde la reflectividad para polarización p , R_p , y el espectro de reflectometría de 45-grados tienen una estrecha caída. Sin embargo, las partes imaginarias de las componentes de la permitividad efectiva tienen un valor grande, que puede atribuirse a la dispersión de electrones de superficie en las nanocapas, por lo que queda prohibida la propagación de modos fotónicos con relación de dispersión hiperbólica (por arriba del cero de la permitividad de Ag). En otras palabras, el comportamiento HM de las multicapas de Al/Ag no puede confirmarse.

La aparición de la estrecha caída o mínimo en la reflectividad polarización p de la estructura laminar de Al/Ag es muy similar al efecto Berreman en el infrarrojo. El origen de ambos efectos es una resonancia en la función de pérdida de energía $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$. No obstante, el fenómeno de Berreman en infrarrojo se asocia a la excitación de fonones ópticos longitudinales [132, 133] en cristales polaritónicos, mientras que el efecto tipo Berreman, descubierto aquí, está relacionado con una resonancia de plasma, que se manifiesta en los espectros ópticos de capas delgadas de Ag [134, 135].

Debe comentarse también que las contribuciones de los electrones ligados a la

permitividad de Ag provocan un corrimiento de su cero a menores frecuencias (mayores longitudes de onda). De hecho, algunos modelos de la permitividad de Ag usualmente emplean el término local de Drude con una frecuencia de plasma del orden de 9 eV (138 nm), y osciladores de Lorentz con frecuencias de resonancia de ~ 4 eV (310 nm), llevando el cero de la permitividad a valores entre ~ 327 -333 nm. [127, 136].

Otro factor que puede alterar los espectros ópticos es la no-localidad del metal [135]. De acuerdo con las Refs. Mussot1, Mussot2, Coccoletzi, Mussot3, Mussot4, en el caso de metales espacialmente dispersivos, el espectro de reflectividad de una superred bimetalica semi-infinita tiene un conjunto extra de estrechos picos que se originan en frecuencias de resonancia de una sola capa, y que se superponen a los dos amplios mínimos que aparecen en la reflectividad cerca de las frecuencias de plasma de ambos metales. Además, las bandas de paso fotónicas TM, que corresponden a esos mínimos, se “rompen” en varias bandas como resultado del acoplamiento de los plasmones de superficie con los modos confinados en las capas metálicas con menor frecuencia de plasma (ω_{p1}). Sin embargo, los parámetros de amortiguamiento usados en las permitividades de las nano-capas de Al y Ag tienen un valor muy grande que evita la observación de efectos no-locales.

Capítulo 7

Hiper cristales de dieléctrico y superconductor laminar de alta temperatura no-local

En este capítulo extenderemos la teoría de homogeneización desarrollada en el capítulo 5 al caso en que las capas de la superred sean medios no-locales. En particular, aplicaremos la teoría de homogeneización a una superred de dieléctrico (medio local) y de un superconductor laminar de alta temperatura, siendo este último el medio no-local. En verdad, como se vió en el Capítulo 2, el tensor de permitividad del superconductor laminar tiene una componente (ε_z) dependiente no solo de la frecuencia ω , sino también del vector de onda \mathbf{k} . Como resultado de la no-localidad del superconductor de alta temperatura se generan modos electromagnéticos cuasi-longitudinales adicionales. Este hecho se considerará en la teoría a desarrollar aquí, además de que el método de homogeneización también tendrá la característica de ser válido más allá del régimen de grandes longitudes de onda. El tensor de permitividad efectivo para un hiper cristal de dieléctrico y del superconductor laminar (metamaterial hiperbólico) permitirá explicar sus espectros ópticos de reflectividad y, específicamente, estudiar el fenómeno de la frustración de la reflexión total interna debida a la hiperbolicidad del cristal fotónico 1D homogeneizado. Además, se mostrará como se puede utilizar este fenómeno para detectar las ondas electromagnéticas adicionales en los espectros de reflexión.

7.1 Método de homogeneización de superredes de medios no locales

Consideremos una superred, como la estudiada en el Capítulo 5 (vea también la Fig. 5.1), la cual está compuesta de capas alternantes de dieléctrico y, en lugar del metal normal, un superconductor laminar de alta temperatura. El dieléctrico se caracteriza por tener una constante dieléctrica ϵ_2 , independiente de la frecuencia. Por otro lado las capas superconductoras de espesor $d_1 = d$ tienen una respuesta óptica no-local anisótropa que es descrita por el tensor de permitividad dado por la Ec. (4.5)-(4.8). Dado que la componente y del tensor de permitividad del superconductor solo depende de la frecuencia, las fórmulas obtenidas en el capítulo 5 para el caso de modos con polarización TE o s (Ecs. (5.13) y (5.14)), se pueden también aplicar aquí para la misma polarización de las ondas electromagnéticas. Luego, en el caso de polarización TM o p , la componente z de la permitividad del superconductor laminar depende del vector de onda y , por tanto, se debe desarrollar un método de homogeneización que tome en cuenta tal dependencia, así como la generación de ondas electromagnéticas adicionales.

En la geometría de polarización p , el campo magnético y eléctrico en el hiperestructura pueden escribirse como en las Ecs. (5.15) y (5.16). Estos campos deben satisfacer el teorema de Bloch y, por ende, la derivación de las componentes x y z del tensor de permitividad efectivo coincide con la de la subsección 5.1.2. Es decir, las fórmulas (5.27)-(5.29) son válidas también en el caso de capas con respuesta no local. Durante su aplicación solo se tiene que tomar en cuenta la forma de la ecuación constitutiva en el medio no-local.

En el caso de modos TM, el campo magnético en el dieléctrico se puede escribir como en la Ec. (A.8), mientras que en la capa superconductora el campo magnético debe tener la forma dada por la Ecs. (4.16) y (4.17). Para obtener, la relación de dispersión entre el número de onda de Bloch (k_z) y la frecuencia se aplican las condiciones de frontera de Maxwell, es decir, se impone la continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético en las interfaces entre capas adyacentes, además del teorema de Bloch junto con condiciones adicionales de contorno (ABC) ya que el campo magnético en el superconductor tiene dos ondas adicionales debido a su no-localidad. Para el caso en que las capas superconductoras se encuentran rodeadas de un dieléctrico con $\epsilon_2 \neq 1$, se determinan de la manera descrita en la subsección 4.1. Como se indicó ahí, el promedio de la componente de la polarización, que es paralela a la dirección crecimiento del superconductor laminar,

sobre el espesor de uniones de Josephson imaginarias justo fuera de la capa, debe ser igual a la polarización del medio adyacente en las interfaces. Finalmente, se obtienen las siguientes condiciones adicionales de contorno que, en particular, para las interfaces $z = -d/2$ y $z = d/2$ son:

$$P_z^{(s)}(-d/2) - \frac{1}{2}D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z}(-d/2) = P_z^{(2)}(-d/2), \quad (7.1)$$

$$P_z^{(s)}(d/2) + \frac{1}{2}D \frac{\partial P_z^{(s)}}{\partial z}(d/2) = P_z^{(2)}(d/2). \quad (7.2)$$

Cabe comentar que en la parte derecha de estas ecuaciones no aparece el término con la derivada respecto de z ya que el medio 2 es un dieléctrico local y las ondas planas del campo electromagnético tienen vectores de onda muy pequeños comparados con D^{-1} (D es el periodo de la estructura laminar del superconductor). La relación de dispersión $k_z(\omega)$ se deriva al igualar a cero el determinante de la matriz asociada al sistema homogéneo de ecuaciones algebraicas para las amplitudes de las ondas planas en cada capa de una celda unitaria del hiperestructura. Se debe mencionar que este procedimiento se ha aplicado también en sistemas periódicos de metal no-local y dieléctrico que fueron discutidos en el capítulo anterior. Debido a que las expresiones resultantes son muy extensas, solo se presentarán en lo que resta de este capítulo resultados numéricos.

7.2 Espectros de reflectividad de una multicapa de dieléctrico y superconductor laminar no local

Calculemos los espectros de reflectividad de una multicapa compuesta de N celdas unitarias de dieléctrico (vidrio) y superconductor laminar de alta temperatura no-local que yace sobre un sustrato del mismo dieléctrico. Suponemos que sobre la superficie de la multicapa, es decir, sobre la interfaz vacío-dieléctrico, incide una onda electromagnética con polarización p . El cálculo de los espectros de reflectividad se lleva a cabo tanto con el método de expansión en modos de bulto como con el método de la matriz de transferencia para su comprobación. Previamente, en el primer método se calculó la relación de dispersión $k_z(\omega)$ para los modos de bulto, así como las componentes x y z del tensor de permitividad efectivo, para la interpretación de los espectros ópticos.

En la Fig. 7.1 se presenta la relación de dispersión para una superred compuesta de dieléctrico y superconductor no-local de Bi2212 con espesores: $d_1 = 0.15\delta$ y $d_2 = \delta$, donde

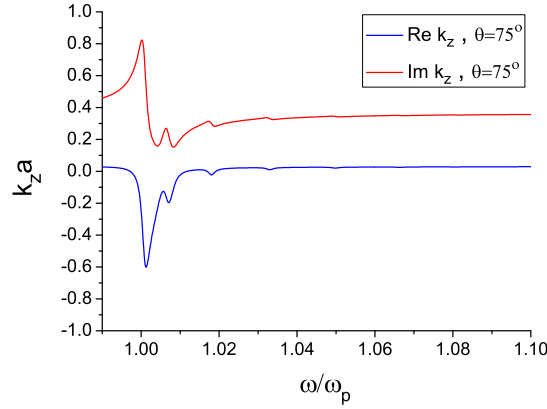


Figura 7.1: Curvas de dispersión $k_z(\omega)$ para modos fotónicos TM en un hypercristal de capas alternantes de superconductor de Bi2212 y de dieléctrico con espesores: $d_1 = 0.15\delta$ y $d_2 = \delta$, respectivamente. Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$. Además, $k_x = \omega \sin^2 \theta / c$.

δ es la longitud de penetración definida en los capítulos 2 y 3. Otros parámetros usados son los mismos que los indicados en la Fig. 4.7. Con esta relación de dispersión se calcularon los parámetros efectivos mostrados en la Fig. 7.2 con el formalismo de homogeneización extendido que se describió en la sección anterior. De las figuras se puede notar que el número de onda de Bloch tiene una parte imaginaria mayor que el valor absoluto de su parte real. Por otra parte, los resultados mostrados en la Fig. 7.2 permiten caracterizar al hiper cristal homogeneizado con una componente x del tensor de permitividad efectiva primordialmente real y negativa, pero con una parte imaginaria importante debida al parámetro de disipación realista que se ha usado: $\sigma_x = 3.8 \times 10^4 \omega_p$. Además, la componente z de la permitividad efectiva tiene un cero muy cerca de la frecuencia de plasma de Josephson, ω_p , siendo positiva por arriba de esta frecuencia. Es decir, el hiper cristal homogeneizado se comporta como un metamaterial hiperbólico tipo II.

La Fig. 7.3, **a)** exhibe la relación de dispersión de las ondas planas en el superconductor, y la Fig. 7.3, **b)** muestra los espectros de reflectividad calculados tanto con el método de expansión de modos de bulto como con el de la matriz de transferencia para dos múlticapas: una con $N = 5$ celdas unitarias, y la otra con $N = 9$. En la figura se puede ver un mínimo que define la frecuencia de plasma de Josephson, correspondiendo al cero de la componente z del tensor de la permitividad efectiva. Este es precisamente el efecto

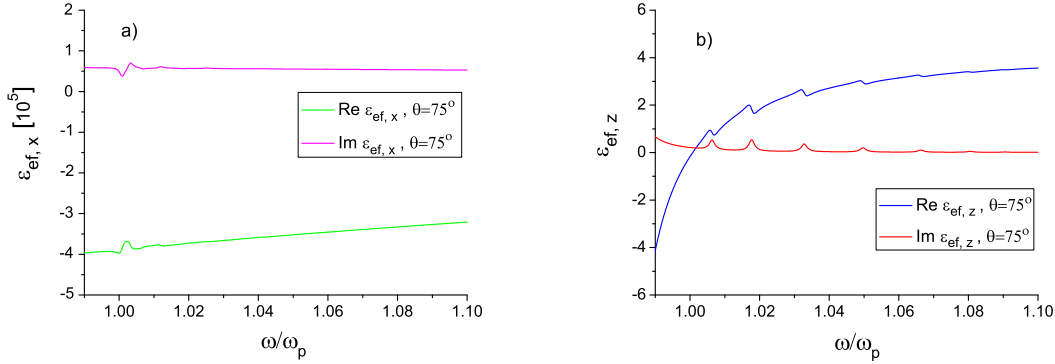


Figura 7.2: Los paneles **a)** y **b)** muestran, respectivamente, las componentes no-locales x y z de la permitividad efectiva para el hiper cristal considerado en la Fig. 7.1.

Berremán, analizado en el capítulo anterior. Se alcanzan a distinguir otros mínimos en la reflectividad que están asociados a modos cuantizados (impares) de la rama de dispersión normal, es decir, a las ondas electromagnéticas que surgen debido a la no-localidad del superconductor.

7.2.1 Frustración de la reflexión total interna debido a la hiperbolicidad

Analicemos ahora el caso cuando el medio sobre el sistema multicapa de dieléctrico y superconductor no-local sobre sustrato está cubierto por un medio con permitividad $\varepsilon_I = 5.76$ (e.g. diamante en el rango de THz), mayor que la permitividad del vidrio ($\varepsilon_2 = 4$ in THz range). En este caso se espera observar el efecto de la reflexión total interna a ángulos mayores que un cierto ángulo crítico $\approx 60^\circ$.

En primera instancia, se muestra en la Fig. 7.4 la relación de dispersión de los modos de bulto, o sea las ondas de Bloch, considerando que la componente paralela a los planos de las capas de la superred está dada por $k_x = \sqrt{\varepsilon_2} \omega \sin^2 \theta / c$. Comparando con la Fig. 7.1, es claro que ahora el número de onda de Bloch es real y negativo por encima de la frecuencia de plasma de Josephson. Es decir, se pueden propagar ondas electromagnéticas con índice de refracción negativo, en contraste con lo esperado, a saber, la reflexión total interna. Nótese que prácticamente no cambiaron los parámetros efectivos no locales, o sea las componentes x y z del tensor de permitividad efectiva (véase la Fig. 7.5 y compara con la Fig. 7.2). Esto significa que el hiper cristal homogeneizado tiene componentes de

permitividad efectiva de signo distinto como un metamaterial hiperbólico tipo II.

La frustración de la reflexión total interna debida a la hiperbolicidad se confirma al observar los espectros de reflectividad calculados tanto con el método de expansión de modos de bulto como con el de la matriz de transferencia (Fig. 7.6, **b**). Estos resultados muestran de manera clara una disminución general de la reflectividad en el rango de frecuencias donde las componentes de la permitividad efectiva son de signo opuesto. El mínimo en la frecuencia de plasma de Josephson (efecto Berreman) es más prominente que en el caso de la Fig. 7.3. Además, las resonancias (mínimos) asociadas a la cuantización del número de onda de los modos adicionales en la película superconductora son claramente vistas y corresponden a modos impares (vea la Fig. 7.6, **b**). Al comparar los espectros de las múltiplos con $N = 5$ y $N = 9$ celdas unitarias, se pueden ver uno y dos mínimos anchos, respectivamente. Estos mínimos se atribuyen a resonancias Fabry-Perot en todo el ancho (Na) de la multicapa. Las frecuencias donde aparecen se determinan de la relación de dispersión (Fig. 7.4) y de la condición $k_z Na = n_N \pi$, donde n_N es un número entero positivo menor que N . Estos resultados sugieren la utilización del fenómeno de frustración de reflexión total interna por hiperbolicidad para la determinación de la relación de dispersión de los modos adicionales en un superconductor no-local.

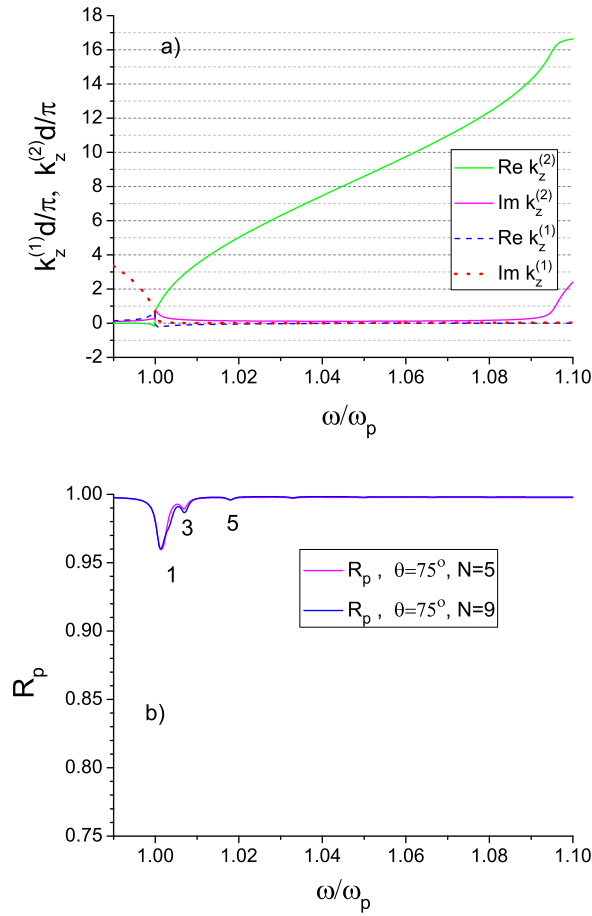


Figura 7.3: Panel **a**). Relación de dispersión $k_z^{(j)}(\omega)$ ($j = 1, 2$) para modos p -polarizados en un superconductor de Bi2212. Panel **b**). Espectros de reflectividad de polarización p para dos multicapas de $N = 5$ y $N = 9$ bicapas de superconductor de Bi2212 y de dieléctrico con espesores: $d_1 = 0.15\delta$ y $d_2 = \delta$, respectivamente. Las multicapas se encuentran entre un medio con permitividad igual a la del vacío y un dieléctrico (sustrato) de vidrio. Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$.

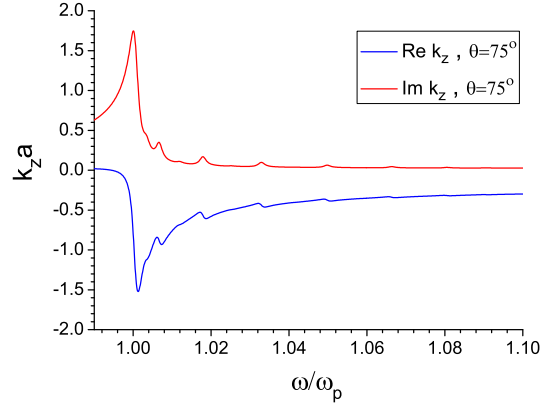


Figura 7.4: Curvas de dispersión $k_z(\omega)$ para modos fotónicos TM en un hypercristal de capas alternantes de superconductor de Bi2212 y de dieléctrico con espesores: $d_1 = 0.15\delta$ y $d_2 = \delta$, respectivamente. Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$. Además, $k_x = \sqrt{\epsilon_I} \omega \sin^2 \theta / c$ con $\epsilon_I = 5.76$.

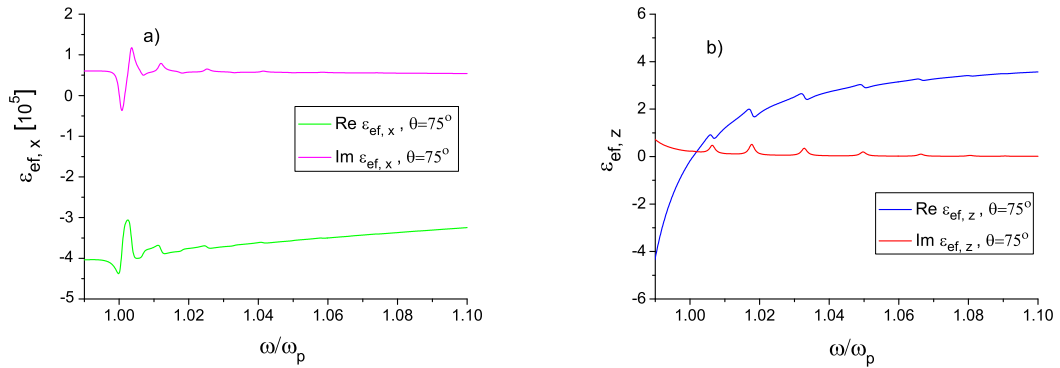


Figura 7.5: Los paneles **a)** y **b)** muestran, respectivamente, las componentes no-locales x y z de la permitividad efectiva para el hypercristal considerado en la Fig. 7.4.

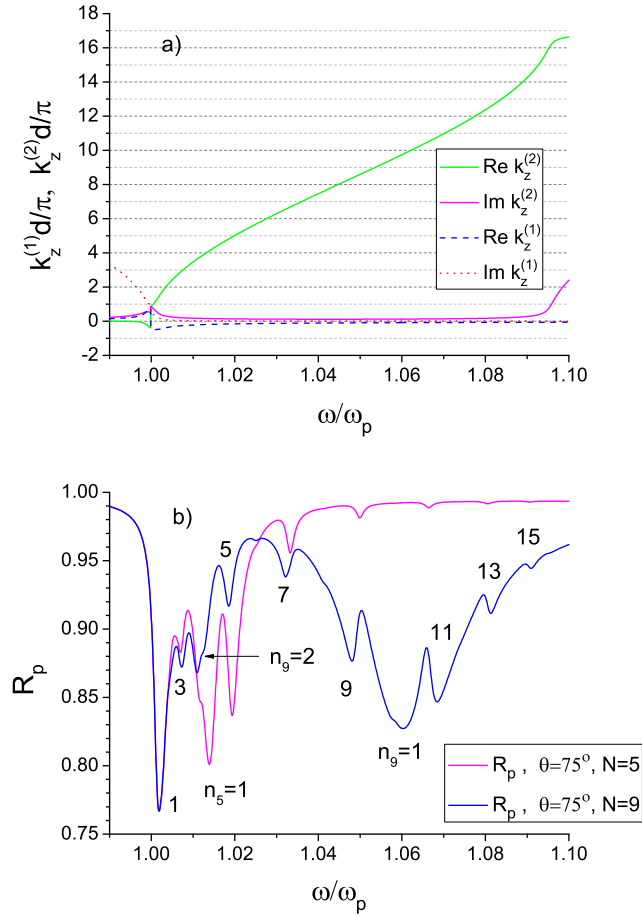


Figura 7.6: Panel **a**) Relación de dispersión $k_z^{(j)}(\omega)$ ($j = 1, 2$) para modos p -polarizados en un superconductor de Bi2212. Panel **b**). Espectros de reflectividad de polarización p para dos multicapas de $N = 5$ y $N = 9$ bicapas de superconductor de Bi2212 y de dieléctrico con espesores: $d_1 = 0.15\delta$ y $d_2 = \delta$, respectivamente. Cada multicapa (medio II) se encuentra entre dos medios con permitividades $\varepsilon_I = 5.76$ (diamante) y $\varepsilon_{III} = 4$ (sustrato de vidrio). Las conductividades de cuasipartícula utilizadas son: $\sigma_x = 3.6 \times 10^4 \omega_p$ y $\sigma_z = 1.8 \times 10^{-3} \omega_p$.

Capítulo 8

Conclusiones

En esta tesis se estudió la propagación de ondas electromagnéticas en metamateriales hiperbólicos con índice de refracción negativo, a saber, cristales fotónicos unidimensionales compuestos de 2 capas que se alternan periódicamente. En el caso de algunos superconductores laminares de alta T_c , como el Bi2212, su estructura tipo superred y la particularidad de sus propiedades ópticas, permiten que el superconductor sea descrito como un metamaterial formado por planos superconductores que se alternan con capas dieléctricas.

Precisamente, en el capítulo 3 se obtuvieron los espectros ópticos (reflectividad y transmisión) de una capa de superconductor laminar de alta T_c , Bi2212. Tal capa se comporta como un metamaterial hiperbólico con índice de refracción negativo justo por arriba de la frecuencia de plasma de Josephson ω_p , en el rango de los THz. Dicha frecuencia ω_p aparece en la expresión para la componente perpendicular a los planos del tensor de permitividad efectivo, ϵ_z . El espectro de transmisión calculado para polarización p mostró resonancias bien localizadas tipo Fabry-Perot, que corresponden a la cuantización de los modos electromagnéticos dentro de la capa superconductora. Se encontró que las resonancias de Fabry-Perot sufren un corrimiento al azul, si se incrementa el espesor de la capa superconductora o el ángulo de la luz incidente. El corrimiento de la resonancia, asociado con el incremento del espesor de la capa, se debe a la dispersión negativa de la banda de paso para los modos con polarización TM. Además, debido a la alta anisotropía de la respuesta dieléctrica del superconductor $|\epsilon_x/\epsilon_z| \gg 1$, por lo que los modos cuantizados TM (para $\omega \geq \omega_p$) resultan cuasi-longitudinales, ya que su vector de onda y el campo eléctrico son casi paralelos al eje z .

Posteriormente se encontró, como resultado de la respuesta óptica espacialmente

dispersiva (no-local) de los superconductores laminares de alta T_c , la generación de modos de propagación electromagnética adicionales en la geometría de polarización p . Los espectros infrarrojos de polarización p que se calcularon para una capa de superconductor de Bi2212, mostraron resonancias de tipo Fabry-Perot bien localizadas, asociadas con la cuantización de los vectores de onda de modos electromagnéticos de longitud de onda larga y corta. Los primeros tienen dispersión negativa, mientras que los modos de propagación adicionales y de longitud de onda corta, tienen dispersión positiva, en el intervalo de frecuencias justo por encima de la frecuencia de plasma de Josephson característica del superconductor. Las posiciones de las frecuencias de resonancia están determinadas por: el parámetro de no-localidad, el espesor de la capa y el ángulo de incidencia. Se halló que cuando el espesor de la capa es mayor que la longitud de penetración ($d > \delta$), las resonancias que pueden discernirse en los espectros de reflectividad se deben a la excitación de modos electromagnéticos con dispersión anómala y, por tanto, sufren un cambio hacia frecuencias mayores cuando el espesor de la capa se incrementa. A espesores de la capa menores que la longitud de penetración ($d < \delta$), los picos de las resonancias se asocian principalmente con modos electromagnéticos adicionales cuantizados. Debido a su dispersión positiva, tales resonancias se mueven hacia frecuencias mayores cuando el espesor de la capa se disminuye. También se encontró que los modos electromagnéticos cuantizados son cuasi-longitudinales debido a la fuerte anisotropía en la respuesta óptica no local del superconductor de alta T_c .

Como parte de este proyecto de investigación, también se desarrolló una teoría de homogeneización para calcular las componentes del tensor de permitividad efectivo no-local para cristales fotónicos 1D. La teoría no-local nos permite describir la estructura de bandas fotónica completa, i.e. a cualquier frecuencia y número de onda de Bloch arbitrario. Asimismo, se propuso un método para elegir adecuadamente los parámetros efectivos de entre muchas soluciones posibles, que se basa en el esquema de zona extendido y que nos lleva a los índices de refracción efectivos principales. El enfoque de homogeneización no-local desarrollado aquí (NHA) se complementó con el método de expansión en modos de bulto para calcular e interpretar los espectros ópticos de reflectividad y transmisión de muestras finitas. Específicamente, se obtuvieron expresiones analíticas para la reflectividad y transmisión de una estructura multicapa de espesor arbitrario, y cuya precisión se verificó comparando los espectros ópticos de una estructura multicapa de metal-dieléctrico con aquellos obtenidos con el método de la matriz de transferencia. Más aún, se derivaron expresiones para la reflectividad que generalizan las fórmulas de Fresnel para superredes semi-infinitas. Final-

mente, se reportó el descubrimiento del fenómeno de reflexión total interna frustrada, que resulta de la hiperbolicidad de la relación de dispersión fotónica (modos TM) del metamaterial laminar de metal-dieléctrico. Este nuevo efecto puede tener aplicaciones en el control de ondas electromagnéticas evanescentes con metamateriales hiperbólicos a través de la reflexión total interna.

En el capítulo 6 se reportó el descubrimiento de un efecto tipo Berreman en los espectros teóricos y experimentales tanto de reflectividad (polarización p) como de la reflectometría de 45 grados de multicapas bimetálicas de Al/Ag, en el rango de longitud de onda de 250-800 nm. El efecto consiste en la aparición de una estrecha caída en dichos espectros a una frecuencia de ≈ 330 nm, que no aparece en polarización s . Los espectros teóricos se calcularon usando la matriz de transferencia y el método de expansión en modos de bulto, y las permitividades que se usaron son valores realistas que están de acuerdo con el espesor de cada capa metálica. Afortunadamente, los espectros teóricos reprodujeron las principales características de los espectros experimentales. Para explicar el fenómeno, se calcularon también las componentes efectivas del tensor de permitividad de la multicapa de Al/Ag dentro del enfoque de medio efectivo desarrollado por Rytov y del desarrollado aquí: NHA. Las componentes efectivas de la permitividad demostraron que la multicapa de Al/Ag homogeneizada se comporta como un medio anisótropo uniaxial, cuyas partes imaginarias son considerablemente altas, por lo que la propagación de modos fotónicos con relación de dispersión hiperbólica está prácticamente prohibida. En cuanto al efecto tipo Berreman, tal como en el efecto original, la estrecha caída o mínimo descubierto se debe a una resonancia en la función de pérdida de energía $\text{Im}(-1/\epsilon_z)$ en la frecuencia correspondiente al cero de la componente efectiva de la permitividad en la dirección de crecimiento del cristal. Este cero coincide con el cero de la permitividad realista de la nanocapa de Ag.

Finalmente, la teoría de homogeneización NHA se aplicó a una superred de dieléctrico (medio local) y de superconductor laminar de alta T_c , siendo el último un medio no-local. Debido a la no-localidad, su tensor de permitividad tiene una componente (ϵ_z) dependiente no solo de la frecuencia ω , sino también del vector de onda \mathbf{k} . Como resultado de la dispersión espacial del superconductor, se generaron modos electromagnéticos cuasi-longitudinales adicionales. El tensor de permitividad efectivo para el hiper cristal de dieléctrico y superconductor laminar (metamaterial hiperbólico) permitió explicar sus espectros ópticos de reflectividad y, específicamente, estudiar el fenómeno de la frustración de la reflexión total interna que se debe a la hiperbolicidad del cristal fotónico 1D homo-

geneizado. Además, se mostró como se puede utilizar este fenómeno para detectar las ondas electromagnéticas adicionales en los espectros de reflexión.

Apéndice A

Cálculo de las relaciones de dispersión de los modos electromagnéticos en una superred de metal-dieléctrico.

A.1 Modos fotónicos TE

En las capas metálicas (ver Fig. 5.1), donde $-\frac{d}{2} \leq z - na \leq \frac{d}{2}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$), el campo eléctrico de las ondas con polarización TE se expresa como una superposición de dos ondas planas:

$$E_y(z) = A_1^{(n)} e^{ik_{z1}z} + B_1^{(n)} e^{-ik_{z1}z}, \quad (\text{A.1})$$

mientras que en las capas dieléctricas, donde $-\frac{d}{2} - a \leq z - na \leq -\frac{d}{2}$,

$$E_y(z) = A_2^{(n)} e^{ik_{z2}z} + B_2^{(n)} e^{-ik_{z2}z}, \quad (\text{A.2})$$

aquí, $k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_1 \omega^2 / c^2 - k_x^2}$ y $k_{z2} = \sqrt{\varepsilon_2 \omega^2 / c^2 - k_x^2}$ son, respectivamente, las componentes z de los vectores de onda de las ondas planas en las capas homogéneas de metal y dieléctrico. Las componentes x y z del campo magnético en ambas capas de metal y dieléctrico, se calculan usando las ecuaciones de Maxwell (5.4) y (5.5).

La aplicación de las condiciones de contorno de Maxwell (continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético) en las interfaces de metal-dieléctrico $z = -d_1/2$ y $z = d_1/2$, junto con el teorema de Bloch, conduce a un sistema homogéneo de cuatro ecuaciones para las amplitudes de las ondas planas electromagnéticas dentro de la celda unitaria con $n = 0$: $A_1^{(0)}$, $B_1^{(0)}$, $A_2^{(0)}$ y $B_2^{(0)}$. Las ecuaciones resultantes para las amplitudes son:

$$\begin{aligned} A_2^{(0)} e^{-ik_{z2}d/2} + B_2^{(0)} e^{ik_{z2}d/2} \\ = A_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} + B_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} k_{z2} \left(A_2^{(0)} e^{-ik_{z2}d/2} - B_2^{(0)} e^{ik_{z2}d/2} \right) \\ = k_{z1} \left(A_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} - B_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} \right) \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} e^{ik_z a} \left(A_2^{(0)} e^{ik_{z2}(d/2-a)} + B_2^{(0)} e^{-ik_{z2}(d/2-a)} \right) \\ = A_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} + B_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} k_{z2} e^{ik_z a} \left(A_2^{(0)} e^{ik_{z2}(d/2-a)} - B_2^{(0)} e^{-ik_{z2}(d/2-a)} \right) \\ = k_{z1} \left(A_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} - B_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} \right) \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

La relación de dispersión se encuentra analíticamente de igualar a cero el determinante del sistema de ecuaciones algebraicas homogéneo (A.3)-(A.6), y está dada por la Ec. (5.29).

A.1.1 Modos fotónicos TM

Para modos TM, el campo magnético en la n -ésima celda unitaria se expresa como:

$$H_y(z) = C_1^{(n)} e^{ik_{z1}z} + D_1^{(n)} e^{-ik_{z1}z} \quad , \quad (\text{A.7})$$

en la capa metálica y

$$H_y(z) = C_2^{(n)} e^{ik_{z2}z} + D_2^{(n)} e^{-ik_{z2}z} \quad , \quad (\text{A.8})$$

en la capa dieléctrica. Las expresiones para las componentes x y z del campo eléctrico se derivan de las ecuaciones de Maxwell (5.17) y (5.18). Después de aplicar las condiciones de contorno de Maxwell en las interfaces de metal-dieléctrico $z = -d_1/2$ y $z = d_1/2$ y el teorema de Bloch, obtenemos un sistema homogéneo de cuatro ecuaciones para las amplitudes de

las ondas electromagnéticas planas dentro de la celda unitaria con $n = 0$:

$$\begin{aligned} C_2^{(0)} e^{-ik_{z2}d/2} + D_2^{(0)} e^{ik_{z2}d/2} \\ = C_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} + D_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \left(C_2^{(0)} e^{-ik_{z2}d/2} - D_2^{(0)} e^{ik_{z2}d/2} \right) \\ = \frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} \left(C_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} - D_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} \right) \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} e^{ik_{za}} \left(C_2^{(0)} e^{ik_{z2}(d/2-a)} + D_2^{(0)} e^{-ik_{z2}(d/2-a)} \right) \\ = C_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} + D_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} e^{ik_{za}} \left(C_2^{(0)} e^{ik_{z2}(d/2-a)} - D_2^{(0)} e^{-ik_{z2}(d/2-a)} \right) \\ = \frac{k_{z1}}{\varepsilon_1} \left(C_1^{(0)} e^{ik_{z1}d/2} - D_1^{(0)} e^{-ik_{z1}d/2} \right) \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Igualando a cero el determinante de este sistema homogéneo de ecuaciones lineales algebraicas, podemos obtener la relación de dispersión como en la Ec. (5.30).

Apéndice B

Sección experimental

Preparación de la muestra A: El metamaterial bimetálico se creció con la técnica de evaporación térmica en una cámara de alto vacío Edwards (1×10^{-6} mbar), sobre sustrato de vidrio Corning. Primero se depositó una capa de Al de aproximadamente 12 nm sobre el vidrio, después se depositó otra de Ag de aproximadamente 16 nm, formando así la primera bicapa. El proceso se repitió hasta tener 3 bicapas de Al-Ag, es decir, 3 celdas unitarias en el metamaterial. Durante el proceso de deposición, la presión del alto vacío fue 2×10^{-5} mbar y la velocidad de crecimiento fue de aproximadamente 10 nm/s. El espesor de cada capa metálica se controló por medio de un sistema de monitoreo óptico. Este sistema se compone de una fuente de luz (un laser de gas He-Ne JDSU de 632.8 nm y 5 mW de potencia) que pasa a través de un atenuador y luego de un polarizador lineal. Posteriormente, el haz golpea un espejo metálico ubicado debajo de la cámara de vidrio, que redirige el haz hacia el portamuestras, formando un ángulo de 18 con la normal del portamuestras. Durante el crecimiento de las capas metálicas, la luz transmitida a través de la muestra incide sobre otro espejo metálico ubicado en la parte superior de la cámara de vidrio, que redirige nuevamente el haz hacia un fotodiodo fuera de la cámara. El fotodiodo colecta la señal eléctrica generada en el experimento y mediante un amplificador, se detecta la señal en un multimetro. Finalmente, una computadora controla la señal. La caída del voltaje mide el espesor de la multicapa metálica.

Preparación de la muestra B: La muestra B se depositó a temperatura ambiente usando un sistema de sputtering Kurt J. Lesker con 2 fuentes paralelas DC magnetron, con escudos protectores para evitar la contaminación cruzada. La multicapa metálica se depositó sobre un sustrato de vidrio Corning 2947B, empezando por la capa de aluminio.

La multicapa se formó con 6 bicapas de Al-Ag, cuyos espesores son de aproximadamente 6 y 8 nm, respectivamente. La presión base antes de la deposición fue de 2×10^{-5} Torr. Las fuentes paralelas del sputtering tienen un diámetro aproximado de 5 cm cada una y contenían Al (99.99 % puro) y Ag (99.99 % puro) que se depositó alternadamente sobre el sustrato, colocado a 15.24 cm de las fuentes. Los elementos metálicos fueron depositados con una densidad de potencia de 5 W/cm^2 bajo una presión de Ar de 3.75 mTorr.

Sistema de fluororelectrometría: Se empleó un sistema de fluororelectrometría para obtener los espectros ópticos de las muestras bimetálicas. Este fluororelectrometro se construyó en el Laboratorio de Fotónica de la Universidad de Sonora y es un instrumento no comercial que permite medir la emisión, excitación, reflexión y transmisión de muestras de diversos materiales. El instrumento opera en 2 modos distintos conocidos como XL (XL mode) y $\text{RT}\lambda$ ($\text{RT}\lambda$ mode); el primero permite estudiar la excitación y la luminiscencia, mientras que el segundo la reflexión especular y la transmisión de luz, tanto en capas delgadas como gruesas. Los detalles experimentales del sistema de fluororelectrometría se encuentran en la Ref. [137]. En el caso de las muestras bimetálicas, el equipo se operó en modo RT, por lo que los espectros que se obtuvieron para polarización s y p , corresponden a reflexión especular. Las partes que componen al instrumento son principalmente la fuente de luz (lámpara de arco de Xenon 66921 Oriel housing 300 W), un monocromador motorizado Jobin Yvon-Horiba modelo H20 UV, un polarizador lineal (para luz polarizada TE y TM), una lente, el portamuestras y los fotodiodos. El monocromador motorizado tiene ranuras (de entrada y salida) de 0.5 mm y la lente tiene una longitud focal de 25 cm. Primero, con el polarizador lineal se eligió el estado de polarización de la luz incidente (TE o TM). Posteriormente, se midió el espectro de emisión de la fuente de luz para obtener espectros normalizados de reflexión o transmisión. El rango de frecuencias de la medición corresponde en longitud de onda a un rango de 250 nm a 800 nm. Una vez medido el espectro de la lámpara, se coloca la muestra en el portamuestras y se activa la fuente de luz (lámpara) que incide sobre la muestra a un ángulo inicial θ_i de 10° . El ángulo de incidencia es el arco subtendido entre el rayo incidente y la línea normal a la muestra. Los espectros de reflexión especular de cada multicapa bimetálica se midieron de 250 a 800 nm con una resolución de $\Delta\lambda = 1\text{nm}$ y para diferentes ángulos de incidencia, θ_i , de 10° a 80° con pasos de $\Delta\theta = 1^\circ$. También se obtuvieron los espectros de reflexión para luz depolarizada o no-polarizada, en cuyo caso se removió el polarizador lineal.

Bibliografía

- [1] J. A. Reyes-Avendaño, U. Algreto-Badillo, P. Halevi, F. Pérez-Rodríguez, *New J. Phys.* **13**, 073041 (2011).
- [2] J. A. Reyes-Avendaño, M. P. Sampedro, E. Juárez-Ruiz, F. Pérez-Rodríguez, *J. Opt.* **16**, 065102 (2014).
- [3] C. M. Soukoulis, M. Wegener, *Nat. Photon.* **5**, 523 (2011).
- [4] Z. Li, M. Mutlu, E. Ozbay, *J. Opt.* **15**, 023001 (2013).
- [5] Z. J. Wong, Y. Wang, K. O'Brien, J. Rho, X. Yin, S. Zhang, N. Fang, T.-J. Yen, X. Zhang, *J. Opt.* **19**, 084007 (2017).
- [6] J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966 (2000).
- [7] N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang, *Science* **308**, 534 (2005).
- [8] J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, *Science* **312**, 1780 (2006).
- [9] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, D. R. Smith, *Science* **314**, 977 (2006).
- [10] J. P. Turpin, J. A. Bossard, K. L. Morgan, D. H. Werner, P. L. Werner, *Int. Journal Antenn. Propag.* **2014**, 429837 (2014).
- [11] D. R. Smith, S. Schultz, P. Markos, C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **65**, 195104 (2002).
- [12] D. R. Smith, D. C. Vier, T. Koschny, C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. E* **71**, 036617 (2005).
- [13] D. R. Smith, J. B. Pendry, *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 391 (2006).

-
- [14] J. Jin, S. Liu, Z. Lin, S. T. Chui, *Phys. Rev. B* **80**, 115101 (2009).
- [15] V. Cerdán-Ramírez, B. Zenteno-Mateo, M. P. Sampedro, M. A. Palomino-Ovando, B. Flores-Desirena, F. Pérez-Rodríguez, *J. Appl. Phys.* **106**, 103520 (2009).
- [16] R. Zhao, T. Koschny, C. M. Soukoulis, *Opt. Express* **18**, 14553 (2010).
- [17] A. Andryieuski, C. Menzel, C. Rockstuhl, R. Malureanu, F. Lederer, A. Lavrinenko, *Phys. Rev. B* **82** 235107 (2010).
- [18] L. Peng, N. A. Mortensen, *New J. Phys.* **13**, 053012 (2011).
- [19] D. Zarifi, M. Soleimani, A. Abdolali, *Phys. Rev. E*, **88**, 023204 (2013).
- [20] A. Demetriadou, O. Hess, *Phys. Rev. B*, **87**, 161101 R (2013).
- [21] V. A. Podolskiy, E. E. Narimanov, *Phys. Rev. B*, **71**, 201101(R) (2005).
- [22] B. Wood, J. B. Pendry, D. P. Tsai, *Phys. Rev. B*, **74**, 115116 (2006).
- [23] C. L. Cortes, W. Newman, S. Molesky, Z. Jacob, *J. Opt.* **14**, 063001 (2012).
- [24] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov, Y. Kivshar, *Nat. Photon.* **7**, 958 (2013).
- [25] P. Shekhar, J. Atkinson, Z. Jacob, *Nano Convergence*, **1**, 14 (2014).
- [26] L. Ferrari, C. Wu, D. Lepage, X. Zhang, Z. Liu, *Prog. Quantum Electron.* **40**, 1 (2015).
- [27] I. I. Smolyaninov, V. N. Smolyaninova, *Solid-State Electronics*, **136**, 102 (2017).
- [28] M. A. Noginov, H. Li, Y. A. Barnakov, D. Dryden, G. Nataraj, G. Zhu, C. E. Bonner, M. Mayy, Z. Jacob, E. E. Narimanov, *Opt. Lett.* **35**, 1863 (2010).
- [29] Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun, X. Zhang, *Science*, **315** 1686 (2007).
- [30] H. Shen, D. Lu, B. VanSaders, J. J. Kan, H. Xu, E. E. Fullerton, Z. Liu, *Phys. Rev. X* **5**, 021021 (2015).
- [31] E. E. Narimanov, *Phys. Rev. X*, **4**, 041014 (2014).
- [32] A. Al Sayem, Md. Masudur Rahman, M. R. C. Mahdy, I. Jahangir, Md. Saifur Rahman, *Sci. Rep.* **6**, 25442 (2016).

-
- [33] R. Petersen, T. G. Pedersen, M. N. Gjerding, K. S. Thygesen, *Phys. Rev. B*, **94**, 035128 (2016).
- [34] S. M. Rytov, *Sov. Phys. JETP*, **2**, 466 (1956).
- [35] D. J. Bergman, D. Stroud, *Solid State Phys.* **46**, 147 (1992).
- [36] J. Manzanares-Martinez, *Progress In Electromagnetics Research M*, **13**, 189 (2010).
- [37] X. Xu, Y. Xi, D. Han, X. Liu, J. Zi, Z. Zhu, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 091112 (2005).
- [38] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Optics Express*, **22**, 7581 (2014).
- [39] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Optics Letters*, **40**, 3588 (2015).
- [40] B. Zenteno-Mateo, V. Cerdán-Ramírez, B. Flores-Desirena, M. P. Sampedro, E. Juárez-Ruiz, F. Pérez-Rodríguez, *PIER Lett.*, **22**, 165 (2011).
- [41] A. A. Krokhin, J. Arriaga, L. N. Gumen, V. P. Drachev, *Phys. Rev. B*, **93**, 075418 (2016).
- [42] H. H. Sheinfux, I. Kaminer, Y. Plotnik, G. Bartal, M. Segev, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 243901 (2014).
- [43] A. Andryieuski, A. V. Lavrinenko, S. V. Zhukovsky, *Nanotechnology*, **26**, 184001 (2015).
- [44] S. V. Zhukovsky, A. Andryieuski, O. Takayama, E. Shkondin, R. Malureanu, F. Jensen, A. V. Lavrinenko, *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 177402 (2015).
- [45] J. Elser, V. A. Podolskiy, I. Salakhutdinov, I. Avrutsky, *Appl. Phys. Lett.*, **90**, 191109 (2007).
- [46] A. A. Orlov, P. M. Voroshilov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. B*, **84**, 045424 (2011).
- [47] A. V. Chebykin, A. A. Orlov, A. V. Vozianova, S. I. Maslovski, Yu. S. Kivshar, P. A. Belov, *Phys. Rev. B*, **84**, 115438 (2011).

-
- [48] A. V. Chebykin, A. A. Orlov, C. R. Simovski, Y. S. Kivshar, P. A. Belov, *Phys. Rev. B*, **86**, 115420 (2012).
- [49] O. Kidwai, S. V. Zhukovsky, J. E. Sipe, *Phys. Rev. A*, **85**, 053842 (2012).
- [50] L. Sun, Z. Li, T. S. Luk, X. Yang, J. Gao, *Phys. Rev. B*, **91**, 195147 (2015).
- [51] L. Sun, X. Yang, J. Gao, *J. Opt.*, **18**, 065101 (2016).
- [52] S. M. Anlage, *J. Opt.*, **13**, 024001 (2011).
- [53] G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. M. Soukoulis, S. Linden, *Opt. Lett.* **31**, 1800 (2006).
- [54] W. R. Zhu, X. P. Zhao, *Chin. Phys. Lett.* **26**, 074212 (2009).
- [55] X. J. He, Y. Wang, J. S. Mei, T. L. Gui, J. H. Yin, *Chin. Phys. B*, **21**, 044101 (2012).
- [56] D. Wang, Z. Tian, C. Zhang, X. Jia, B. Jin, J. Gu, J. Han, W. Zhang, *J. Opt.* **16**, 094013 (2014).
- [57] D. Wasserman, R. Singh, T. Akalin, *J. Opt.*, **16**, 090201 (2014).
- [58] A. L. Rakhmanov, V. A. Yampol'skii, J. A. Fan, F. Capasso, F. Nori, *Phys. Rev. B* **81**, 075101 (2010).
- [59] T. M. Slipchenko, D. V. Kadygrob, D. Bogdanis, V. A. Yampol'skii, A. A. Krokhin, *Phys. Rev. B* **84**, 224512 (2011).
- [60] T. Kashiwagi, M. Tsujimoto, T. Yamamoto, et al, *Jpn. J. Appl. Phys.* **51**, 010113 (2012).
- [61] K. Delfanazari, H. Asai, M. Tsujimoto, et al, *J Infrared Milli Terahz Waves*, **35**, 131-146 (2014).
- [62] T. Kashiwagi, H. Kubo, K. Sakamoto, et al, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 074008 (2017).
- [63] S. Sakai, P. Bodin, N. F. Pedersen, *J. Appl. Phys.* **73** 2411-2418 (1993).
- [64] T. Koyama, M. Tachiki, *Phys. Rev. B*, **54**, 16183-16191 (1996).

-
- [65] A. E. Koshelev, I. Aranson, *Phys. Rev. B*, **64**, 174508 (2001).
- [66] T. Koyama, *Physica C*, **367**, 355-359 (2002).
- [67] S. Savel'ev, V. A. Yampol'skii, A. L. Rakhmanov, F. Nori, *Rep. Prog. Phys.* **73**, 026501 (2010).
- [68] Y. Laplace, A. Cavalleri, *Advance Phys. X* **1**, 387411 (2016).
- [69] Ch. Helm, L. N. Bulaevskii, *Phys. Rev. B* **66**, 094514 (2002).
- [70] S. S. Apostolov, V. I. Havrilenko, Z. A. Maizelis, V. A. Yampol'skii, *Low Temp. Phys.* **43**, 296-302 (2017).
- [71] S. S. Apostolov, N. M. Makarov, V. A. Yampol'skii, *Low Temp. Phys.* **43**, 848-854 (2017).
- [72] S. S. Apostolov, N. M. Makarov, y V. A. Yampol'skii, *Phys. Rev. B* **97**, 024510 (2018).
- [73] D. V. Kadygrob, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, T. M. Slipchenko, V. A. Yampolskii. *New J. Phys.* **15**, 023040 (2013).
- [74] D. V. Kadygrob, V. A. Yampol'skii, *Low Temp. Phys.* **40**, 707-710 (2014).
- [75] R. M. Walser, *Proc. SPIE*, **4467**, 1 (2001).
- [76] J. Paglione, R. L. Greene, *Nat. Phys.* **6**, 645 (2010).
- [77] P. Tassin, T. Koschny, M. Kafesaki, C. M. Soukoulis, *Nat. Photonics* **6**, 259 (2012).
- [78] H. M. Lee, F. C. Wu, *J. Appl. Phys.* **107**, 098149 (2010).
- [79] P. Jung, A. V. Ustinov, S. M. Anlage, *Supercond. Sci. Technol.* **27**, 073001 (2014).
- [80] G. Profeta, M. Calandra, F. Mauri, *Nat. Phys.* **8**, 131 (2012).
- [81] A. L. Rakhmanov, A. M. Zagoskin, S. Savel'ev, F. Nori, *Phys. Rev. B* **77**, 144507 (2008).
- [82] I. M. Georgescu, S. Ashhab, F. Nori, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 153 (2014).
- [83] J. Q. Youl, Z. D. Wang, W. Zhang, F. Nori, *Sci. Rep.* **4**, 5535 (2014).

-
- [84] M. Tsujimoto, T. Kashiwagi, H. Minami, K. Kadowaki, Chap. from the book: *Terahertz Spectroscopy - A Cutting Edge Technology*, publicado por INTECH, 2017.
- [85] O. E. Piro, *Phys. Rev. B* **36**, 3427 (1987).
- [86] A. Silva-Castillo, F. Pérez-Rodríguez, *Phys. Status Solidi B* **219**, 215 (2000).
- [87] S. Cortés-López, F. Pérez-Rodríguez, *Acta Phys. Pol. A* **130**, 641-644 (2016).
- [88] S. Rother, Y. Koval, P. Müller, R. Kleiner, D. A. Ryndyk, J. Keller, C. Helm, *Phys. Rev. B* **67**, 024510 (2003).
- [89] S.-F. Lee, D. C. Morgan, R. J. Ormeno, D. M. Broun, R. A. Doyle, J. R. Waldram, K. Kadowaki, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 735-738 (1996).
- [90] H. Kitano, T. Hanaguri, Y. Tsuchiya, K. Iwaya, R. Abiru, A. Maeda, *J. Low Temp. Phys.* **117**, 1241 (1999).
- [91] Yu. I. Latyshev, A. E. Koshelev, L. N. Bulaevskii, *Phys. Rev. B* **68**, 134504 (2003).
- [92] Yu. I. Latyshev, T. Yamashita, L. N. Bulaevskii, M. J. Graf, A. V. Balatsky, M. P. Maley, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 5345-5348 (1999).
- [93] P. Halevi, *Exciton-polaritons and optical properties of direct-gap semiconductors* el libro *Spatial Dispersion in Solids and Plasmas*, P. Halevi (ed.), Elsevier, Amsterdam, vol. 1, Chap. 6, 339 (1992).
- [94] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, *Science*, **292**, 77 (2001).
- [95] D. Smith, W. Padilla, D. Vier, S. Nemat-Nasser, S. Schultz, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4184 (2000).
- [96] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, I. Youngs, *Phys. Rev. Lett.*, **76** 4773 (1996).
- [97] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, **47**, 2075 (1999).
- [98] J. B. Pendry, *Science*, **306**, 1353 (2004).
- [99] E. Plum, J. Zhou, J. Dong, V. A. Fedotov, T. Koschny, C. M. Soukoulis, N. I. Zheludev, *Phys. Rev. B*, **79**, 035407 (2009).

- [100] J. Zhou, J. Dong, B. Wang, T. Koschny, M. Kafesaki, C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B*, **79** 121104 R (2009).
- [101] A. J. Hoffman, L. Alekseyev, S. S. Howard, K. J. Franz, D. Wasserman, V. A. Podolskiy, E. E. Narimanov, D. L. Sivco, C. Gmachl, *Nature Mater.*, **6**, 946 (2007).
- [102] D. Wei, C. Harris, C. C. Bomberger, J. Zhang, J. Zide, S. Law, *Opt. Express*, **24**, 8735 (2016).
- [103] K. Korzeb, M. Gajc, D. A. Pawlak, *Opt. Express*, **23**, 25406 (2015).
- [104] J. Sun, J. Zhou, B. Li, F. Kang, *Appl. Phys. Lett.*, **98**, 101901 (2011).
- [105] J. Sun, N. M. Litchinitser, J. Zhou, *ACS Photonics*, **1**, 293 (2014).
- [106] S. Cortés-López, F. Pérez-Rodríguez, *Low Temp. Phys./Fizika Nizkikh Temperatur*, **44**, 1630 (2018).
- [107] J. D. Caldwell, A. V. Kretinin, Y. Chen, V. Giannini, M. M. Fogler, Y. Francescato, C. T. Ellis, J. G. Tischler, C. R. Woods, A. J. Giles, M. Hong, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. A. Maier, K. S. Novoselov, *Nat. Commun.*, **5**, 5221 (2014).
- [108] Z. Jacob, *Nature Mater.*, **13**, 1081 (2014).
- [109] Y. Liu, S. Guenneau, B. Gralak, *Phys. Rev. B*, **88**, 165104 (2013).
- [110] A. Vinogradov, A. Ignatov, A. Merzlikin, S. Tretyakov, C. Simovski, *Opt. Express*, **19**, 6699 (2011).
- [111] P. Yeh, *Optical waves in layered media* (John Wiley & Sons Inc, 1988).
- [112] P. Markoš, C. M. Soukoulis, *Wave Propagation. From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials* (Princeton University, 2008).
- [113] J. S. Pérez-Huerta, G. P. Ortiz, B. S. Mendoza, W. L. Mochán, *New J. Phys.*, **15**, 043037 (2013).
- [114] A. Konovalenko, F. Pérez-Rodríguez, *J. Opt. Soc. Am. B*, **34**, 2031 (2017).
- [115] B. S. Mendoza, W. L. Mochán, *Phys. Rev. B*, **94**, 195137 (2016).

-
- [116] L. Juárez-Reyes, W. L. Mochán, *Phys. Status Solidi B*, **255**, 1700495 (2018).
- [117] G. T. Papadakis, D. Fleischman, A. Davoyan, P. Yeh, H. A. Atwater, *Nat. Commun.*, **9**, 296 (2018).
- [118] S. Jahani, Z. Jacob, *IEEE Photon. J.*, **7**, 0700505 (2015).
- [119] S. Jahani, Z. Jacob, *Optica*, **1**, 96 (2014).
- [120] C. Zhang, N. Hong, C. Ji, W. Zhu, X. Chen, A. Agrawal, Z. Zhang, T. E. Tiwald, S. Schoeche, J. N. Hilfiker, L. Jay Guo, H. J. Lezec, *ACS Photonics*, in press (2018).
- [121] M. del Castillo-Mussot, W. L. Mochán, *Phys. Rev. B*, **36**, 1779 (1987).
- [122] W. L. Mochán, M. del Castillo-Mussot, *Phys. Rev. B*, **37**, 6763 (1988).
- [123] E. López Olazagasti, G. H. Coccoletzi, W. L. Mochán, *Solid State Commun.*, **78**, 9 (1991).
- [124] W. L. Mochán, M. del Castillo-Mussot, R. A. Vázquez-Nava, *Physica Status Solidi B*, **174**, 273 (1992).
- [125] R.A. Vázquez-Nava, M. del Castillo-Mussot, W.L. Mochán, *Phys. Rev. B*, **47**, 3971 (1993).
- [126] S. Cortés-López, F. Pérez-Rodríguez, Proceedings of META'16: *The 7th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics*, 467 (2016).
- [127] E. D. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids*, Academic Press, Orlando, (1985).
- [128] A. A. Earp, G. B. Smith, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **44**, 255102 (2011).
- [129] J. Gong, R. Dai, Z. Wang, Z. Zhang, *Scientific Reports*, **5**, 9279 (2015).
- [130] H. V. Nguyen, I. An, R. W. Collins, *Phys. Rev. B*, **47**, 3947 (1993).
- [131] S. Cortés-López, F. Pérez-Rodríguez, *Opt. Express*, submitted (2019).
- [132] D. W. Berreman, *Phys. Rev.*, **130**, 2193 (1963).
- [133] B. Harbecke, B. Heinz, P. Grosse, *Appl. Phys. A*, **38**, 263 (1985).

- [134] P. O. Nilsson, I. Lindau, S. B. M. Hagstrm, *Phys. Rev. B*, **1**, 498 (1970).
- [135] I. Lindau, P. O. Nilsson, *Physica Scripta*, **3**, 87 (1971).
- [136] R. Todorov, V. Lozanova, P. Knotek, E. Cernosková, M. Vlcek, *Thin Solid Films*, **22**, 628 (2017).
- [137] A. S. Ramírez-Duverger, R. García-Llamas, R. Aceves, *Journal of luminescence*, **136**, 196 (2013).



BUAP

MEMORANDUM

Para: **Dr. Bernardo Mendoza Santoyo, (Presidente).**
Dr. J. Jesús Arriaga Rodríguez.
Dr. Valentín García Vázquez.
Dr. Omar de la Peña Seaman
Dr. Felipe Pérez Rodríguez, (Asesor).

De: Dr. Antonio Flores Riveros, Coordinador del área.

Asunto: Se cita al examen de grado de Doctorado en Ciencias (Física) de la M. en C. Silvia Cortés López.

Fecha: 04 de junio de 2019

Me permito informarles que el Comité Académico del IFUAP, los ha designado integrantes del Comité para el EXAMEN DE GRADO DE DOCTORADO EN CIENCIAS (FISICA) de la M. en C. Silvia Cortés López, con su tesis cuyo título es: *"Fenómenos ópticos en metamateriales de superconductor"*, que presentará el próximo día: Jueves 13 de junio de 2019 a las 12:00 horas en el Auditorio del IFUAP.

Dr. Antonio Flores Riveros
Coordinador