



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, OPCIÓN
INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA**

Tesis para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

**“ ALGORITMO DE CONTROL PREDICTIVO
APLICADO A EL CONTROL DE NIVEL DE LÍQUIDO DE UN SISTEMA
DE 4 TANQUES ACOPLADOS ”**

Presenta:

Enrique Tlachi Cuanenemi*

Asesores:

**Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández
M.C. Rodrigo Lucio Maya Ramírez**

Resumen

En el presente trabajo de tesis se implementará el diseño de un algoritmo basado en Control Predictivo Generalizado (GPC) aplicado a un sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado, sobre el modelo linealizado del sistema, el análisis y simulación se realiza utilizando Matlab y Simulink así como el diseño del controlador, la validación de la respuesta del sistema al controlador propuesto, se plantea una propuesta de programación del algoritmo de control utilizando la tarjeta de desarrollo de Texas Instruments TMS TMS320F28335. El sistema propuesto es representativo de sistemas multivariables usado para implementar técnicas de control avanzado, es altamente acoplado, presenta una dinámica no lineal, donde sus estados y entradas están sujetos a altas restricciones y es un sistema análogo a múltiples procesos industriales, presentes en la industria química, petroquímica, farmacéutica y sistemas de tratamiento de agua, con un comportamiento comparado a los presentes en sistemas de refinación de petróleo y columnas de destilación.

El control de sistemas multivariables es utilizado para cubrir las necesidades industriales apoyado de las herramientas actuales existentes para su diseño, análisis y simulación, procesos en los cuales las técnicas de control clásico no son suficientes para considerar en su diseño las características presentes en la mayoría de los procesos reales, El GPC es una técnica de las más representativas del control predictivo también llamado control predictivo basado en modelos (Model Predictive Control(MPC)), las cuales se basan en una estrategia de diseño y metodología común, un procedimiento específico en el diseño de controladores óptimos del cual muchos tipos de algoritmos pueden ser diseñados para diferentes sistemas, la diferencia entre los diferentes métodos de control predictivo es principalmente la forma en que el problema de control se formula, presentando un impacto significativo en la ingeniería de control moderno, se ha encontrado una amplia gama de aplicaciones en procesos químicos, petroquímicos y de alimentos, en general en la industria de la transformación.

Una de las propiedades más atractivas del control predictivo es su formulación abierta, que permite la incorporación de distintos tipos de modelos de predicción, sean lineales o no lineales, de una o múltiples variables, continuos o discretos y la consideración de restricciones sobre las señales del sistema. Esto hace que sea una estrategia utilizada en muy diversas áreas del control. Además es una de las pocas técnicas que permiten controlar sistemas con restricciones incorporando estas en el propio diseño del controlador, estas características han hecho del control predictivo una de las escasas estrategias de control avanzado con un impacto importante en problemas de ámbito industrial.

Agradecimientos

A mi familia, por el apoyo que me brindaron, la motivación y las ganas de seguir adelante en mis aspiraciones, por su guía, consejos y ejemplo para seguir y superar cualquier obstáculo.

A mis asesores el Dr. German Ardul Muñoz Hernández y el M.C. Rodrigo Lucio Maya Ramírez por la oportunidad y el invaluable apoyo que me brindaron en todo momento, por su guía y asesoría brindada en el desarrollo de este trabajo de tesis.

Agradezco a el M.C. Francisco Portillo Robledo, el Dr. Gerardo Mino Aguilar y la Dra. Josefina Castañeda Camacho por sus observaciones y comentarios expuestos que enriquecieron el trabajo realizado.

A la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias de la Electrónica y en especial a la Maestría en Ingeniería Electrónica, opción Instrumentación en Electrónica por la oportunidad y el apoyo que me brindaron para realizar los estudios de maestría.

Al Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca que me otorgo y proporciono durante los estudios de maestría.

Índice general

Índice de figuras	6
Índice de cuadros	8
1. Motivación y el estado estado del arte	1
1.1. Introducción	2
1.2. Motivación	4
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo principal	6
1.3.2. Objetivos particulares	6
1.4. Estado del arte	7
1.4.1. Sistemas de tanques acoplados	7
1.4.2. Control multivariable y técnicas aplicadas al sistema tanques acoplados .	11
2. Técnicas de control predictivo	15
2.1. Antecedentes de control predictivo	16
2.2. Algoritmos de control predictivo	17
2.3. Estrategia de diseño del control predictivo	19
2.4. Control Predictivo Generalizado (GPC)	23
2.4.1. Modelo de la planta	24
2.4.2. Función objetivo	26
2.4.3. Ley de control	27
2.5. GPC con restricciones	28
3. Modelo y descripción del sistema	31
3.1. Modelo e identificación del sistema SISO	32
3.2. Modelo e identificación del sistema MIMO	35
3.3. Análisis e identificación del proceso real	41
3.4. Parámetros de la planta	45
3.5. Evaluación y simulación del modelo SISO	50
3.6. Comparación y simulación del modelo MIMO	52
3.7. Modelado tridimensional en realidad virtual	59

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	5
4. Diseño de control GPC SISO y MIMO	64
4.1. Algoritmo de control	66
4.2. Controlador GPC SISO con y sin restricciones	68
4.3. Controlador GPC MIMO con y sin restricciones	73
4.4. Conclusiones	81
A. Códigos en MATLAB	82
A.1. Modelo SISO	82
A.2. Modelo MIMO	83
A.3. Algoritmo de Control Predictivo Generalizado	86
B. Propuesta de programación en un DSP mediante herramientas de Matlab	87
C. Publicaciones	90
Bibliografía	105

Índice de figuras

1.1. a) Sistema SISO conectado en serie. b) Sistema MIMO conectado en serie. [10]	7
1.2. Sistema de tanques tipo SISO en cascada [10]	8
1.3. Sistema experimental de 4 tanques [11].	8
1.4. Esquemático del sistema de 4 tanques acoplados [11].	9
1.5. a) Configuración FIFO. [12] b) Configuración FITO. [10]	9
1.6. Sistema de 2 tanques acoplados. [22]	13
1.7. Sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado. [23]	14
2.1. Estrategia de diseño de control predictivo [27].	19
2.2. Estrategia básica del MPC.	20
2.3. Respuesta libre y respuesta forzada.	21
2.4. Esquema adaptable indirecto.	24
3.1. Esquemático del sistema SISO.	33
3.2. Esquemático de sistema de 4 tanques.	35
3.3. Sistema experimental de tanques acoplados.	41
3.4. Comunicación hardware - software del sistema.	42
3.5. Tarjeta de conexión y ajuste de sensores.	43
3.6. Jerarquía y acoplamiento de hardware y software.	43
3.7. Caja y esquema de conexión en CAD 3D.	44
3.8. Plano y medidas de la estructura.	45
3.9. Diámetro de tanques y tuberías.	45
3.10. Interfaz de entrada - salida en Matlab.	46
3.11. Interfaz de control de actuadores en Matlab.	46
3.12. Curva caudal- voltaje de la bomba 1.	47
3.13. Curva caudal-voltaje de la bomba 2	48
3.14. Bloques del modelo matemático SISO en Simulink.	50
3.15. Modelo no lineal y lineal implementado en Simulink.	50
3.16. Curvas de respuesta del sistema SISO.	51
3.17. Curvas de respuesta del sistema SISO.	51
3.18. Diagrama a bloques del sistema en Simulink.	52
3.19. Diagrama a bloques del sistema en Simulink.	52
3.20. Modelo lineal y no lineal del sistema MIMO en Simulink.	53
3.21. Comparación de curvas del sistema MIMO.	54
3.22. Pruebas y caracterización de la planta.	55

3.23. Respuesta de prueba experimental de la planta.	56
3.24. Comparación de curvas de respuesta del proceso real y la simulación.	57
3.25. Animación en 3D del sistema de tanques acoplados.	59
3.26. Plataforma de entorno virtual V-Realm Builder.	60
3.27. Interacciones del sistema de tanques.	60
3.28. Bloques de acondicionamiento de señal de nivel de líquido.	61
3.29. Bloques de ajuste de escala y posición de entradas/salidas.	62
3.30. Proceso simulado en realidad virtual.	63
4.1. Sistema de control multivariable en lazo cerrado.	65
4.2. Diagrama de flujo del algoritmo de control.	66
4.3. Bloques del modelo SISO y control GPC en Simulink	68
4.4. Curva de respuesta del tanque.	69
4.5. Curva de respuesta con cambios en N_u y N	69
4.6. Curva de respuesta con cambios en λ	70
4.7. Curva de respuesta con parámetros ajustados.	71
4.8. Curva de respuesta con control GPC con restricciones, con cambios en N_u y N	71
4.9. Curvas de respuesta de control GPC con restricciones con ajuste de parámetros.	72
4.10. Diagrama de bloques para la simulación del control GPC del proceso de nivel.	74
4.11. Respuesta del tanque 1 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N	75
4.12. Respuesta del tanque 2 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N	75
4.13. Respuesta del tanque 1 con GPC con restricciones, con cambios en N_u y N	76
4.14. Respuesta del tanque 2 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N	76
4.15. Respuesta del proceso controlado sin restricciones.	77
4.16. Respuesta del proceso controlado con restricciones.	77
4.17. Comparación de curvas de respuesta del tanque 1.	78
4.18. Comparación de curvas de respuesta del tanque 2.	78
B.1. DSP TMS320F28335.	87

Índice de cuadros

2.1. Intervalos de muestreo típicos para distintos procesos	30
3.1. Descripción de partes del sistema	36
3.2. Datos de pruebas de bomba 1.	47
3.3. Datos de pruebas de bomba 2.	48
3.4. Parámetros de caracterización del sistema de tanques acoplados.	49
4.1. Tiempos de estabilidad del proceso.	79
A.1. Valores de la variable flag.	86

Capítulo 1

Motivación y el estado estado del arte

En este capítulo se describe la motivación, objetivos principal y particulares del desarrollo de esta tesis, se presenta un panorama general de la estructura y el contenido de cada uno de los capítulos que contiene este documento, así como una descripción general de las características y ventajas de las técnicas de control predictivo y su aplicación en el área industrial. Se presenta el estado del arte de las distintas técnicas de control predictivo aplicadas a procesos de control de nivel en sistemas de tanques acoplados y sus características que los definen.

1.1. Introducción

La competencia a nivel industrial dio lugar a la mejora y optimización de las técnicas de control, buscando nuevas estrategias que ayuden a solucionar problemas como: procesos con dinámicas complejas y variables en el tiempo, con múltiples variables, retardos, restricciones y perturbaciones que en ocasiones son tratadas de forma ineficiente por las técnicas de control clásico como el PI y PID. Esto dio origen a técnicas que permiten una mejor eficiencia y un alto grado de flexibilidad en los procesos como: control difuso, control predictivo, control adaptativo, redes neuronales, algoritmos genéticos, etc.

En un estudio relacionado con los problemas y desarrollo de las técnicas de control, realizado para la Society of Instrumentation and Control Engineering [1] a 15 plantas consideradas líderes en temas de control, donde se muestra la evolución de los principales problemas del control, en evaluaciones realizada en tres años distintos (1983, 1985 y 1995) se consideró que las interacciones, las perturbaciones y el retardo son las características que afectan de forma predominante la respuesta del control, considerando la respuesta, la estabilidad y la no linealidad como problemas resueltos de los procesos, se consideran distintas técnicas de control clásico y avanzado, los intereses que generan y sus expectativas de crecimiento a futuro, se toman en cuenta técnicas de control por desacoplo, control adaptativo, control robusto, neuronal y técnicas de control predictivo, la técnica que presenta mayor crecimiento en aplicaciones industriales y expectativas son las técnicas basada en control predictivo o MPC (Model Predictive Control) debido a su comportamiento, adaptación y ventajas que ofrece en el control de sistemas multivariables no lineales y su capacidad de considerar perturbaciones, restricciones y retardos [2], así como controlar procesos con comportamientos poco usuales (fase no mínima, oscilatorios e inestables) dando como resultado la operación de procesos con un alto grado de eficiencia, cumpliendo simultáneamente con criterios de calidad que permiten satisfacer especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable. el estado actual y futuras tendencias del MPC indican que puede considerarse como una tecnología introducida en la industria con existencia de campos abiertos tanto en investigación como en implementación que generan muchas expectativas, las cuales son razones adicionales que justifican un estudio detallado de la técnica. Actualmente es la aproximación más natural al control restringido (actuadores, seguridad y calidad) con un diseño orientado al desempeño, siendo una metodología abierta que permite extensiones, contribuciones y mejoras considerando estas características como una de las razones de elección de la aplicación de esta técnica al sistema elegido en esta tesis, así como la respuesta que ha presentado el controlador en procesos similares comparado con otras técnicas de control avanzado.

El MPC en su forma más general, acepta cualquier tipo de modelo, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar de forma más directa los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en la industria de procesos, quizás sea esta la principal razón de su éxito, más que un controlador concreto es una metodología para el cálculo de acciones de control, compuesta por tres elementos fundamentales, el modelo, la función costo o función objetivo y la optimización. Se sitúa dentro de los controladores óptimos, es decir, aquellos en los que las acciones de control se calculan mediante la optimización de un

criterio o función que está relacionado con la predicción del comportamiento futuro del sistema [3] y tiene la característica de ser robusto, significa que la salida del sistema se mantiene con un comportamiento estable en un rango específico de variaciones de señales de interferencia y ruido.

La metodología ha demostrado ser exitosa en miles de aplicaciones en la industria, la mayor parte en el sector petroquímico en el área de refinación, pero también en los sectores de procesamiento de alimentos, gas, minería, hornos, generadores de vapor, columnas de destilación, servomotores, metalurgia, química, farmacéutica, robótica, industria aeroespacial e industria automotriz. Su éxito en estas áreas, muestra la capacidad del control predictivo para lograr una alta eficiencia en los sistemas del control durante largos periodos de tiempo con una mínima intervención técnica.

Uno de los sistemas no lineales y multivariables más conocido y elegido para el desarrollo de esta tesis es el sistema hidráulico de 4 tanques acoplados propuesto y variaciones del mismo reportadas en la literatura que permiten la validación de técnicas de control avanzado para la regulación del control de nivel de líquido en depósitos y el flujo entre ellos el cual representa un problema básico a nivel industrial, en los que se desea conocer la diferencia de nivel ante variaciones de caudales, apertura de válvulas y perturbaciones al cual se aplicara una de las técnicas basadas en MPC más representativas conocida como Control Predictivo Generalizado (Generalized Predictive Control (GPC)).

El GPC es una de las técnicas de control predictivo concebida para su aplicación en esquemas de control adaptativo que presenta mayor aceptación en la academia y la industria debido a sus ventajas para poder controlar plantas con comportamientos dinámicos complejos, la representación de la dinámica de la planta y de las perturbaciones mediante modelos basados en función de transferencia, y su validación en un amplio espectro de plantas industriales reales. La mayor parte de aplicaciones que se reportan de esta clase de controlador es sistemas SISO, es considerado esto también una razón para desarrollarlo para su aplicación en el sistema MIMO de tanques acoplados.

1.2. Motivación

La mayoría de los procesos industriales son multivariantes compuestos por subsistemas interconectados y dinámicas complejas caracterizados por contar con un gran número de variables y no linealidades en sus regiones de operación, el proceso de 4 tanques propuesto es representativo de sistemas multivariantes que ha demostrado ser práctico y análogo de sistemas industriales para el estudio, validación y desarrollo de técnicas de control avanzado para la regulación de nivel y flujo. En los sistemas de control hay un gran número de sistemas y métodos genéricos completos, uno de los problemas más comunes en el control de procesos prácticos, son los relacionados con el control de nivel de líquido y flujo en depósitos acoplados el cual representa un problema básico en procesos industriales donde se requieren líquidos para ser bombeados, almacenados y luego bombeados a otros tanques, pero siempre el nivel de fluido debe ser controlado y el flujo entre ellos regulado, el control de nivel y flujo de tanques son el centro de la industria farmacéutica, química, petroquímica [4], alimentos, biotecnológica y está presente en procesos relacionados con la fabricación de papel, plantas de generación de energía nuclear y procesos de tratamiento, distribución purificación y filtración de agua, se encuentra presente en proyectos de grandes dimensiones como el del lago Silveretta (Austria) en donde se aprecia mejor la intervención del control de nivel [5], también existen aplicaciones recientes en sistemas de suministro de energía híbrida para edificios [6] y en redes de distribución de agua potable [7] para optimizar el consumo de energía.

La elección del sistema de 4 tanques con acoplamiento elegido para modelar, simular y controlar a partir de un algoritmo de control predictivo permite entender, aplicar conocimientos y replicar procesos complejos relacionados con sistemas que cumplen con características similares en procesos implementados en el área industrial, las bondades, propiedades y características presentadas en el sistema elegido presentan analogías con sistemas implementados en la industria con un comportamiento relacionado de características similares como los procesos de mezclado presentes en las columnas de destilación donde se busca controlar de forma automática el caudal y la composición de la mezcla donde se tienen múltiples lazos de control instalados en un proceso unitario generando interacción entre ellos, las unidades de destilación de crudo de una refinería presentan un comportamiento similar donde se tiene lazos de control con un flujo continuo de petróleo y agua por separados a la entrada, y a la salida de crudo, gas y agua, donde el cambio en la presión del caudal en el crudo o el aumento de gas genera un cambio en la otra salida y en las entradas adaptándose a los cambios en el contenido de crudo y el gas [8].

Las técnicas de control avanzado aplicadas a sistemas multivariantes son empleadas para cubrir las necesidades de análisis, diseño y operación de sistemas en los cuales las técnicas de control clásico no son suficientes, las técnicas de control predictivo se basan en una estrategia de diseño y metodología común de la que se pueden derivar diferentes algoritmos de control, en su forma más general acepta cualquier tipo de modelo, función objetivo y restricciones, cada una de las variantes se basa en distintos modelos del proceso, función objetivo y método de optimización dependiendo de las características y naturaleza de cada uno de los sistemas que se desea controlar. De las múltiples variantes de control predictivo destaca la técnica de control predictivo generalizado o GPC (Generalized Predictive Control), una técnica que ha demos-

trado ser superior a muchas estrategias de control avanzado, adaptable, capaz de controlar de forma estable procesos con parámetros variables y datos de entrada/salida que permitan la identificación de la planta.

El aplicar esta técnica para el desarrollo de este tema de tesis se fundamenta en el desarrollo que presentan los modelos predictivos en cada vez más procesos industriales y en el ambiente educativo, así como una existencia sólida de evidencia y conocimiento teórico que respaldan estas técnicas de control relativamente nuevas en su aplicación, su estructura interna, sustentada en un proceso de optimización, permite predecir el desempeño futuro de las variables de la planta y sus señales de control, basándose fundamentalmente en el conocimiento de las variables que caracterizan el proceso. En este contexto se enmarca la investigación fruto de la cual ha surgido esta tesis, cuyos objetivos se detallan a continuación.

1.3. Objetivos

El objetivo del trabajo de tesis propuesto es realizar el diseño y simulación de un controlador de nivel basado en las técnicas de control predictivo aplicado a un sistema multivariable y de comportamiento no lineal de 4 tanques con acoplamiento. Se propone que a partir del modelo no lineal del sistema se adapte a un modelo matemático lineal que mantenga las características de la planta y describa la dinámica y evolución del sistema para posteriormente implementar el algoritmo del controlador predictivo buscando minimizar el error en la trayectoria deseada. Para validar el comportamiento del controlador se realizará la simulación del modelo lineal del sistema y del controlador en Matlab y Simulink, así como una simulación en 3D del sistema a controlar, por último se plantea una propuesta de programación del algoritmo en un DSP. De esta idea se desprende el objetivo principal y particulares.

1.3.1. Objetivo principal

Diseñar y simular un algoritmo de control basado en la técnica de control predictivo (MPC) aplicado al control de nivel de líquido de un sistema no lineal de 4 acoplados.

1.3.2. Objetivos particulares

- Revisión bibliográfica del estado del arte de las técnicas y estrategias de control clásico y avanzado aplicadas a sistemas de control de nivel de líquido de tanques acoplados.
- Descripción y análisis del modelo matemático no lineal y linealización utilizando el método de expansión en series de Taylor.
- Realizar la simulación correspondiente de cada modelo del sistema obtenido en Matlab/Simulink y comparar con la obtenida en el proceso real.
- Diseñar un algoritmo de control predictivo aplicado al sistema de 4 tanques acoplados y simular en Matlab/Simulink.
- Realizar la animación virtual en 3D del sistema de 4 tanques acoplados en la herramienta V-Realm Builder de Matlab.
- Proponer un método para la programación del algoritmo de control predictivo generalizado en un DSP.

1.4. Estado del arte

En muchos de los procesos industriales el objetivo es mantener una variable en su set point o valor de referencia para lo cual los controladores PID dan solución a la mayoría de los problemas mono variables (caudal, presión, nivel, temperatura), sin embargo la mayoría de los procesos industriales son multivariables, en los que una entrada afecta a más de una salida y de forma recíproca por lo que se necesitan de reguladores más complejos que permitan desarrollar un control eficaz, dando paso a la aplicación de técnicas de control multivariable el constituye un tópico avanzado en el control de procesos. Un sistema de control de nivel es una estructura de instrumentación sobre una construcción hidráulica cuyo objetivo es garantizar el nivel de flujo de líquido en un rango de operación (presentando diferencias dependiendo del sistema que se trate: embalses, canales, plantas de tratamiento o tanques de almacenamiento). Los sistemas de tanques son proceso representativo de sistemas multivariables y son el centro de muchos procesos industriales, donde se tiene la necesidad de mantener en un nivel deseado el líquido, en sistemas de concentración, para regulación de flujo y sus aplicaciones de este como la distribución, regulación de temperatura entre otros.

1.4.1. Sistemas de tanques acoplados

Buscando poder relacionar la teoría y la practica en la aplicación de leyes y estrategias de control con un alto grado de abstracción, se planteó la importancia de poder utilizar equipos de laboratorio que permitieran demostrar ideas importantes, reflejar problemas prácticos y relevantes, permitir establecer escalas de tiempo adecuadas, dar señales visuales y acústicas, y ser seguros y fáciles de ejecutar [9]. A nivel académico, se han utilizado distintas configuraciones para el estudio y desarrollo de sistemas de control lineal y no lineal de este tipo de sistemas, entre las que se encuentran [10]:

- Sistema de tanques interconectados en serie: Consiste en tanques unidos uno tras otro de manera directa; es decir la salida de uno es la entrada del siguiente como se muestra en la figura 1.1a y 1.1b, se pueden encontrar una variedad de configuraciones en serie con múltiples combinaciones de tanques entradas y actuadores en la literatura.

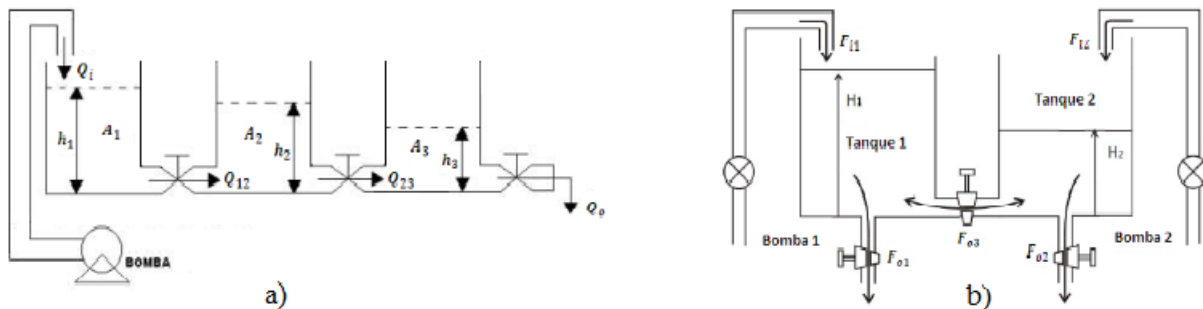


Figura 1.1: a) Sistema SISO conectado en serie. b) Sistema MIMO conectado en serie. [10]

- Sistema tanques no interactuantes o en cascada: Consiste en sistemas con una entrada y una salida (SISO) conectados en cascada; es decir la salida del primero es la entrada del segundo y así sucesivamente hasta n tanques como se muestra en la figura 1.2.

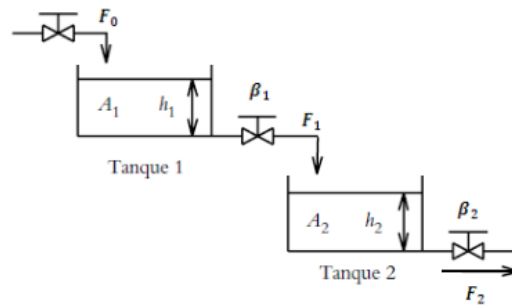


Figura 1.2: Sistema de tanques tipo SISO en cascada [10]

Con el fin de tener un equipo con estos requerimientos y que permitiera el estudio de técnicas de control multivariable se creó el proceso de tanques cuádruples [11] utilizado en muchos centros de estudio de control automático para realizar prácticas (figura 1.3) como: comprender las limitaciones de control debido a las interacciones y las incertidumbres del modelo, diseño de control centralizado y descentralizado, implementación de desacopladores para reducir el efecto de las interacciones, la posibilidad de poder ser configurado para operar como un proceso de fase mínima o fase no mínima y la implementación completa de sistemas de control avanzado.

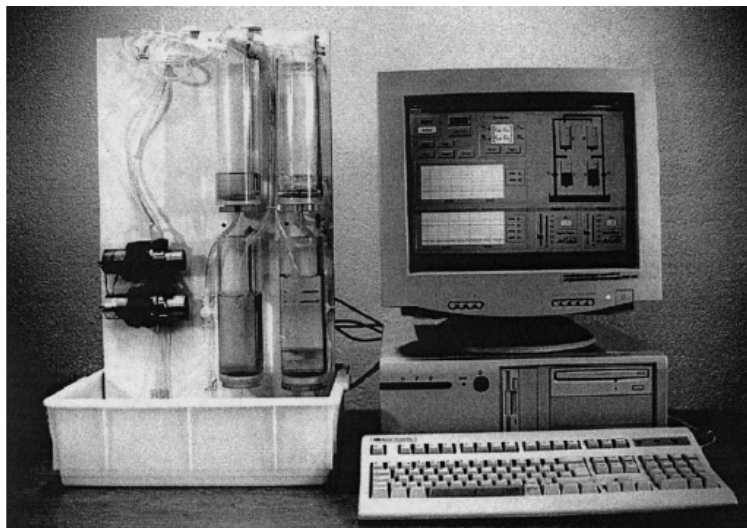


Figura 1.3: Sistema experimental de 4 tanques [11].

Se han realizado el control de nivel de tanques, usando configuraciones de 1 a 4 tanques acoplados, se hace un énfasis en particular al sistema de 4 tanques[11] de la figura 1.4, un sistema con una dependencia entre tanques donde la interacción entre cada uno de los tanques

con respecto a las entradas es mayor y donde en el control del sistema se considera la salida de los tanques como elementos de control.

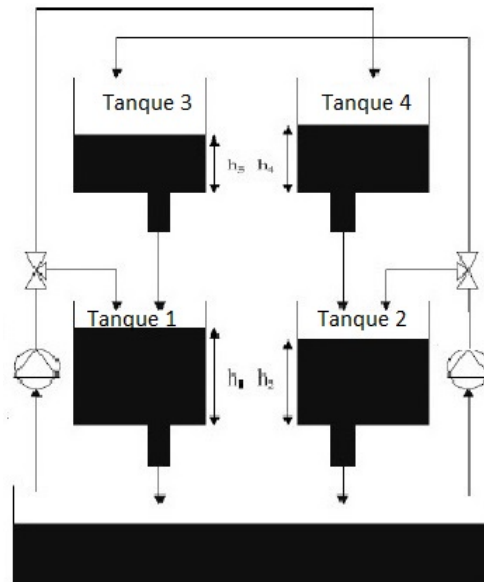


Figura 1.4: Esquemático del sistema de 4 tanques acoplados [11].

Se han reportado configuraciones con igual número de entradas y salidas (figura 1.5a), con las válvulas generando perturbaciones entre cada uno de los tanques y la interacción de los cuatro tanques con cada una de las entradas [12], sistemas con mayor número de entradas, con un menor grado de interacción entre tanques, donde los elementos de control son válvulas de 2 vías y se consideran caudales de entrada constantes (figura 1.5b) [10].

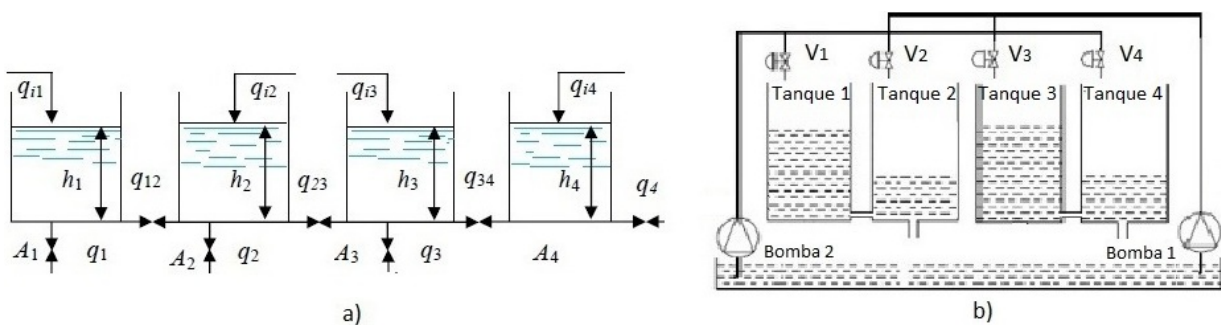


Figura 1.5: a) Configuración FIFO. [12]

b) Configuración FITO. [10]

La instrumentación y el control de un sistema hidráulico de tanques acoplados consta de múltiples elementos, bombas hidráulicas, válvulas de control de caudal y retención y los elementos de almacenamiento, hasta los elementos necesarios para realizar la medición del nivel de líquido, sumando la parte de los componentes para el acondicionamiento de la señal y caracterización de cada uno de los componentes del sistema.

La instrumentación de sistemas de laboratorio permiten implementar partes representativas de sistemas industriales, donde cada lazo es diseñado para dar solución a una variable del proceso considerando rangos de operación para asegurar los objetivos, cada lazo recibe e internamente crea perturbaciones que generan decrementos de los efectos de la variable del proceso y la interacción con otros lazos de la red, para reducir el efecto de las perturbaciones se usan sensores que toman información de la variable y la relacionan con la trayectoria de referencia deseada. Los controladores procesan la información y deciden la acción a aplicar para regresar la variable del proceso al punto deseado, posteriormente algún tipo de actuador debe implementar la estrategia seleccionada por el control, para el caso de procesos de tanques acoplados los elementos que componen la parte del control y la medición de las variables son:

- Las válvulas son el elemento de control más común que permite manipular el flujo del fluido para compensar la carga de la perturbación y regular la variable del proceso. El control de la válvula consta del cuerpo de la válvula, las partes internas y el actuador que permite aplicar la señal para operar la válvula, su accionamiento puede ser manual o por medio de un actuador eléctrico, hidráulico o neumático, en la elección se deben tener en cuenta aspectos como los límites de presión, el dimensionamiento, capacidad de flujo, pérdidas de presión, tipo y ubicación de la conexión al sistema, compatibilidad, costo, vida útil y la característica inherente del flujo (lineal, igual porcentaje y de apertura rápida) que define la relación caudal - apertura del elemento de control cuando la caída de presión a través de la válvula se mantiene constante [13].
- El transporte de líquidos se realiza con el uso de bombas, para incrementar la presión de un fluido, se pone especial énfasis en las bombas centrífugas, estas operan a velocidades distintas para obtener capacidades variables al cambiar la velocidad de la bomba, produciendo un cambio en la capacidad, la potencia y la carga. sus principales ventajas son: mantener un caudal constante, proporcionar una presión uniforme, sencillez de construcción y un tamaño reducido y flexibilidad de regulación. La regulación del caudal se puede realizar por arranque/parada, estrangulamiento de la tubería que conduce el fluido mediante el uso de válvulas manuales o automáticas y por variación de la velocidad mediante el uso de un variador de frecuencia.
- La medición de nivel es de las variables más utilizada en el entorno industrial, se dispone de una amplia gama y métodos de obtención de lecturas que dependen de las características del sistema, líquido, temperatura e impurezas, la clasificación de los sensores se puede realizar respecto a distintos criterios: por la forma mecánica de actuar, los componentes que lo integran o el lugar en el que actúa y por la naturaleza de la señal que entrega al sistema en que se acopla siendo esta de tipo discreto (on/off) y continuo (mediciones en función de un periodo de muestreo característico del propio sensor).

El éxito del diseño e implementación en tiempo real del controlador requiere una adecuada elección de los componentes del sistema, donde subsistemas están integrados para aumentar sus funcionalidades, fiabilidad y reducir los costos. La integración se realiza por la inclusión de las funciones de control en coordinación con herramientas de procesamiento de los actuales sistemas de cómputo.

1.4.2. Control multivariable y técnicas aplicadas al sistema tanques acoplados

La operación del proceso controlado involucra satisfacer una serie de aspectos de carácter técnico y económico, persiguiendo como objetivo la obtención de un producto final ya sea control de velocidad, temperatura, nivel de líquido, estabilidad, posición, entre otros, los cuales están relacionados con una señal de referencia, para cumplirlo se deben satisfacer especificaciones y características determinadas por las condiciones de operación, del entorno y corrigiendo desviaciones surgidas en las variables del proceso respecto a valores determinados considerados óptimos, el conocimiento de los lazos de control es esencial para aplicar una estrategia de control, sin embargo, se deben considerar el número y el grado interacción de las variables las cuales se pueden clasificar en función del papel que desempeñan en el sistema de control. Se consideran variables manipuladas las entradas a los actuadores y los puntos de consigna para los controladores, las variables controladas son aquellas salidas que responden de forma predecible a todas o alguna de las variables manipuladas y cuyos valores estacionarios o comportamientos dinámicos pueden constituir sus objetivos de control (presión, nivel, temperatura) o índices del proceso (calidad o coste) que se pueden calcular o inferir de otras variables. Es habitual que las variables manipuladas y variables controladas vengan impuestas por la propia instrumentación por el número de actuadores y medidores presentes en el proceso. Las variables no controladas no son directamente accesibles o, aunque lo sean han quedado fuera de los objetivos de control, por limitaciones del propio sistema o porque se han utilizado para inferir otras variables controladas y las perturbaciones son aquellas entradas al proceso que no se pueden alterar ni manipular y que actúan con cierto carácter aleatorio.

El objetivo al diseñar el sistema de control es llegar a una estructura que minimice la interacción de variables, si la interacción no estuviera presente, no habría necesidad de utilizar una estrategia de control multivariable, pero la interacción siempre existe y en grado muy variable, además de ello, se deben considerar la ganancia del proceso $|G(j\omega)|$ que depende de la dirección del vector de entrada, y los ceros multivariados en el semiplano derecho [14]. Existen dos técnicas bien marcadas y diferenciadas:

- Control centralizado: incluye las técnicas en las que un único algoritmo de control utiliza todas las variables medidas para calcular todas las variables manipuladas de forma simultánea, la síntesis de un control multivariable centralizado se plantea como un problema de optimización de alguna función objetivo o norma. Este tipo de problemas son los que resuelven los algoritmos de control cuadrático (LQR y LQG), el control robusto con sus múltiples variantes (H, QFT, etc.), control predictivo (DMC, GPC, etc.) y las opciones de control inteligente (control borroso, control mediante redes neuronales, etc.).
- Control descentralizado o multi-lazo: corresponde a un sistema compuesto por controladores realimentados independientes que interconectan un subconjunto de variables de salida con otro subconjunto de variables de entrada, trata al sistema multivariable de n variables de entrada como n sistemas SISO, aunque en el diseño de los controladores sí se tenga en cuenta la presencia de interacciones entre los distintos subsistemas mono variables. Este tipo de control es el más frecuente en la industria por su sencillez de implementación [14].

En cualquier proceso multivariable toda variable manipulada afectara a más de una variable controlada, esta influencia denominada genéricamente interacción, se manifiesta aún más cuando se cierran los lazos de control. Si la interacción es excesiva se debe emplear una estrategia de control centralizado ya que será complejo decidir emparejamientos entre variables. Tampoco se podrán emplear técnicas de ajuste propias de sistemas SISO porque la descomposición del sistema MIMO de n entradas y n salidas en n sistemas SISO no estará del todo clara. En este caso la única posibilidad es rechazar el uso de una estrategia de control descentralizado y recurrir a una de control multivariable total. ya decidida la estrategia a emplear, el último paso en el diseño es la elección del tipo de controlador, las limitaciones físicas de este, etc. y su ajuste final. El sistema de tanques acoplados es un sistema MIMO que permite aplicar distintas técnicas y estructuras de control dependiendo la configuración del sistema, así como poder analizar distintos efectos del proceso, es por esto y por su relación y analogía a procesos en la industria que el sistema ha sido analizado en múltiples publicaciones.

Los procesos de cuatro tanques son ideales para ilustrar muchos conceptos en control multivariable, el control de nivel de líquido de los tanques y la relación entre los tanques es un problema básico en los procesos industriales, la mayor parte de los trabajos reportados en la literatura para el control de nivel de tanques acoplados, están basados en el enfoque basado en tiempo, se han derivado modelos matemáticos para el sistema de 4 tanques multivariable en laboratorios (figura 1.3) y realizado investigaciones en el problema de control de nivel de líquido de uno o múltiples tanques en los últimos años, utilizando técnicas de control lineal y no lineal, estrategias de control como el predictivo y controles PID buscando la estabilización del sistema ante perturbaciones en el medio. Se han aplicado desde un controlador proporcional integral (PI) descentralizado, control predictivo restringido, controladores inteligentes de lógica difusa, redes neurales y algoritmos genéticos, así como diferentes técnicas de control adaptativo y se han realizado comparaciones entre técnicas clásicas y técnicas de control avanzado [15]. El sistema de 4 tanques acoplados es usado en la literatura para ilustrar conceptos de control multivariable, la característica principal de este sistema es que presenta flexibilidad en el posicionamiento de los ceros en cada mitad del plano s , el modelo matemático de este sistema es derivado de la dinámica linealizada. el sistema exhibe una dinámica compleja, que incluye la interacción, la transmisión cero, y fase no mínima, estas son características que emergen desde una simple configuración de tanques en cascada. La dinámica linealizada del sistema tiene un cero que es posible mover a lo largo del eje real mediante el cambio de una válvula, cuenta con 2 entradas y 2 salidas.

En [16] se propone una solución al problema de 4 tanques usando MPC con una aproximación de optimización distribuida rápida, la contribución de esta técnica es la optimización en la formulación con una implementación en paralelo establecida de forma jerárquica y distribuida (HD)-MPC Benchmarck, combinando un método dual rápido con un método coordinado en paralelo para el problema principal. En [17] se propone un controlador basado en control predictivo distribuido óptimo como solución al problema de control de nivel del sistema de 4 tanques mostrado en la figura 1.4, basándose en el control predictivo dual, control predictivo óptimo y esquemas de control predictivo distribuido. Este tipo de control permite realizar la partición del modelo del proceso de tal forma que se puedan obtener subsistemas que repre-

senten de forma local la dinámica del proceso, al mismo tiempo que se considera la interacción entre las demás variables de estado y salidas con cada subsistema obtenido. En esta aportación se incorpora el manejo de restricciones y la variable de decisión ya no es la variable de control u .

En [18] se plantean 5 tipos distintos de controladores, se plantea un control predictivo distribuido multiparamétrico aplicado a el problema del sistema de 4 tanques basado en programación cuadrática para un punto de referencia, una estrategia de control centralizado basado en la satisfacción de 6 restricciones, estabilidad y optimización, se plantea un control predictivo distribuido cooperativo, así como un controlador predictivo descentralizado y un controlador proporcional integral descentralizado, en este trabajo se realiza una comparación en el rendimiento, seguimiento y rechazo de perturbaciones donde se compara, se busca validar la solides del control predictivo y las distintas estructuras. En [19] se propone como solución al control de nivel del sistema de la figura 1.3 el diseño de un controlador predictivo en tiempo discreto basado en el modelo en espacio de estados el cual es comparado con un controlador PI descentralizado. En [20] se aplican dos técnicas de control de horizonte extendido, una considerando perturbaciones y restricciones del sistema de 4 tanques aplicado al modelo lineal del sistema en contraste con un controlador de horizonte extendido sin considerar las restricciones del sistema basado en controladores PID descentralizados, comparando sus resultados experimentales y en simulación de la efectividad de la respuesta de la salida.

En [21] se plantea una estrategia de control descentralizado utilizando controladores PID, considerando las interacciones del proceso, pero que son independientes entre sí, interconectando subconjuntos de variables de entrada y salida. En [22] se presenta la estrategia de control predictivo generalizado con restricciones aplicado a una configuración de 2 tanques acoplados mostrado en la figura 1.4.2, presentando variaciones en los parámetros del controlador con el fin de analizar y validar eficiencia y las ventajas la técnica de control.

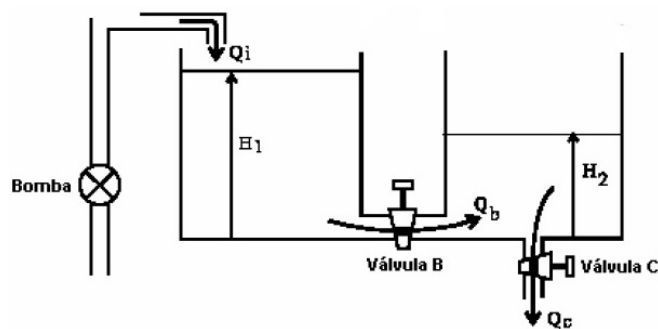


Figura 1.6: Sistema de 2 tanques acoplados. [22]

En [23] se describe una aplicación en tiempo real de una estrategia de control predictivo limitado para la supervisión de un banco de pruebas de laboratorio. Se trata de un sistema compuesto por 4 tanques interconectados con acoplamiento cruzado y dos bombas de suministro mostrado en la figura 1.7, donde las entradas son las tensiones de las bombas y las salidas son los niveles de líquido en los dos tanques inferiores. En [24] se presenta el control de nivel de líquido para el sistema mostrado en la figura 1.7, 2 diferentes técnicas de control que son presentadas

y comparadas: control predictivo generalizado no lineal (NGPC) y control backstepping. La solución analítica de NGPC es realizada basándose en el modelo nominal, mientras que el controlador backstepping no lineal en orden para asegurar la estabilización global asintótica para el sistema no lineal. Se resalta el hecho de que son enfoques y técnicas que pueden ser aplicadas a otros procesos industriales.

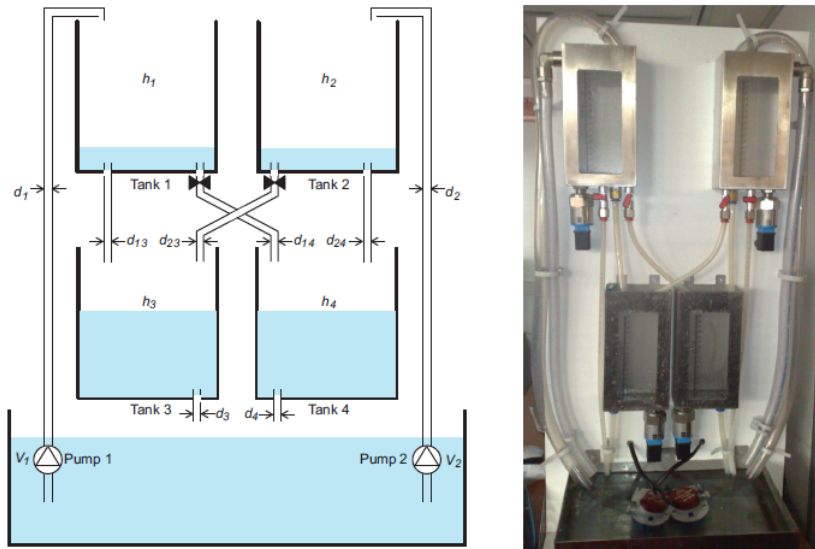


Figura 1.7: Sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado. [23]

Los resultados de las técnicas de control predictivo aplicado como el distribuido, centralizado o descentralizado o sus derivaciones resultan en una reducción del costo computacional y un mejor comportamiento comparado con otras técnicas de control avanzado, reducción de ruido, menor degradación del rendimiento del sistema, mejor comportamiento ante las restricciones y perturbaciones existentes en el sistema, mayor tolerancia a fallos y reducción en el orden del sistema, obteniendo mayor estabilidad, robustez y optimización del diseño, adaptación a cambios en los parámetros y tiempos de respuesta del sistema y en algunos casos algoritmos de control aplicados como estrategia para validar el comportamiento bajo eventos críticos tales como fallas en los componentes electrónicos en los sistemas validados experimentalmente. Se ha realizado la aplicación a sistemas de gran escala con dinámicas complejas, partiendo del modelado hasta llegar al control y pruebas de tolerancia frente a fallas de los actuadores, aplicando técnicas de control predictivo clásicas y de sistemas híbridos (modelado, validación y calibración), centrandose su atención en los modelos dinámicos y el modo de control a sistemas complejos como herramienta para reducir fenómenos indeseables ligados a dichos sistemas como el diseño, tiempo, consumo, fallas y actualmente la consideración de fallas en algunos elementos del sistema y la respuesta completa del sistema a dichas perturbaciones.

Se han obtenido resultados de distintas técnicas de control predictivo, sin embargo, pocos resultados se han publicado del control predictivo generalizado aplicado a sistemas MIMO en particular al sistema de 4 tanques acoplados analizado en esta tesis, en su mayoría se han realizado publicaciones y análisis de controladores GPC aplicados a sistemas SISO.

Capítulo 2

Técnicas de control predictivo

Las técnicas de control predictivo se incluyen dentro de las técnicas de control avanzado y una de las técnicas que más atención a recibido en años recientes en la industria y en el área académica, esto es debido a las ventajas y posibilidades de poder ser implementadas en gran variedad de procesos y al rendimiento que ha mostrado en distintas aplicaciones con respecto a otras técnicas de control y su naturaleza abierta que le permite adaptarse a las exigencias del diseño, su éxito se atribuye a que el control predictivo es la forma más general de plantear el problema del control de procesos en el dominio del tiempo. La formulación del control predictivo integra un control óptimo, estocástico, considerando tiempos muertos y aplicado a sistemas multivariados, en general puede ser aplicado a los procesos no lineales que se encuentran en la industria donde la estabilidad y robustez en muchas ocasiones son difíciles de obtener. El GPC es una de las técnicas más representativas del MPC en el mundo industrial y el académico y que se ha empleado con éxito en numerosas aplicaciones industriales, mostrando un cierto grado de robustez y capaz de resolver un amplio campo de procesos con un número razonable de variables de diseño.

En este capítulo se mencionan las características de los procesos de control multivariable, el control predictivo y los elementos comunes a todos los controladores que utilizan esta idea y se hace un énfasis particular en el control predictivo generalizado (GPC).

2.1. Antecedentes de control predictivo

Prácticamente todos los procesos industriales presentan un comportamiento dinámico no lineal en alguna parte de su zona de operación, en su gran mayoría todavía se están controlando con las estructuras del PID clásicas. Desafortunadamente, estos reguladores solamente pueden ser sintonizados con buenos resultados alrededor de un punto de operación definido, y para obtener respuestas apropiadas sobre todo el rango de operación de las variables, se requiere una adaptación en línea de sus parámetros, lo cual no se está logrando, pues se ha documentado que cerca del 80 por ciento de los controladores industriales se encuentran mal sintonizados y que aproximadamente el 30 por ciento de ellos operan gran parte del tiempo en modo manual. Una de las estrategias de control avanzado para suplir estas deficiencias en la regulación de las variables de los procesos, son las técnicas de Control Predictivo. Esta estrategia es considerada como la única metodología de control avanzado que ha sido realmente exitosa en aplicaciones prácticas, influenciando notablemente las directrices del desarrollo de algunos sistemas de control industriales.

Las primeras aplicaciones del control predictivo se presentaron en los años setenta, cuando el ingeniero Jacques Richalet propuso un algoritmo denominado control predictivo heurístico (Model Predictive Heuristic Control - MPHHC) después conocido como control de modelo algorítmico (MAC), el cual pretendía resolver problemas complejos en donde el controlador convencional PID no había respondido apropiadamente, pero que estuviera basado en conceptos intuitivos y ofreciera fácil sintonización. En la misma década, la empresa Shell Oil® aplicó un algoritmo de control multivariable sin restricciones que llamaron control de matriz dinámica (Dynamic Matrix Control- DMC), fue modificado para manejar no linealidades y restricciones de los procesos. El objetivo del controlador DMC era conducir la salida de la planta tan cerca de la consigna como fuera posible, con un término de penalidad sobre los cambios de las variables manipuladas. Esto permitió que durante el control de un proceso se obtuvieran variaciones más pequeñas en las señales de entrada y que las respuestas de las variables controladas fueran menos abruptas.

Posteriormente presentaron una sustancial mejora a los algoritmos previos, permitiendo que los usuarios pudieran definir de forma explícita las restricciones de las señales de entrada y de salida. El algoritmo QDMC (Cuadrática Dynamic Matrix Control), permitía una mayor rentabilidad a través de la optimización en línea, ofreciendo igualmente una transición suave entre diferentes puntos de operación cercanos a las restricciones de las variables. Después surgieron algoritmos del MPC por la necesidad de considerar la solución de los problemas de control a partir de varias funciones objetivo y tomar decisiones sobre problemas mal condicionados. En la década de los noventa, surgió una nueva generación de algoritmos de control predictivo como resultado de la integración de varias de las empresas que venían ofreciendo estos productos. Esta última generación de controladores industriales, se caracteriza por utilizar interfaces gráficas de usuario, disponer de niveles de optimización múltiples para priorizar los objetivos del controlador, incluir funciones objetivo económicas, considerar directamente la incertidumbre del modelo y disponer de tecnología de identificación mejorada entre otras ventajas [26].

2.2. Algoritmos de control predictivo

Existen múltiples variantes de control predictivo entre las que destacan:

- Control con Matriz Dinámica (DMC)
- Control Algorítmico Basado en Modelos (MAC)
- Control Predictivo Generalizado (GPC)
- Control Predictivo Funcional (FPC)
- Control Predictivo no Lineal (NMPC)
- Control Adaptativo de Horizonte Extendido (EHAC)
- Control Predictivo Auto Sintonizado
- Control de Matriz Dinámica Cuadrática

Cada una de las variantes se basa en distintos modelos del proceso, funciones de costo y métodos de optimización dependiendo las características y naturaleza de cada uno de los sistemas que se desea controlar, las cuales permiten plantear el diseño de controladores partiendo de una metodología de diseño común.

Las características, y elementos que componen el control predictivo así como las nuevas implementaciones y técnicas derivadas de la conceptualización básica y estrategia de diseño del control predictivo en implementaciones realizadas en la industria y desarrollos realizados en el ámbito académico han permitido un constante crecimiento de estas técnicas y una diversidad de algoritmos de control aplicados en la actualidad, así como las publicaciones de nuevas implementaciones, permiten tener al día de hoy un marco conceptual práctico y reflejan el estado del arte a nivel tecnológico y teórico del control predictivo. La visión del futuro del control predictivo en la industria y en la investigación pasa por combinar esta estrategia de control con otras áreas de la ingeniería de control, contemplando control no lineal, control inteligente, nuevos esquemas de identificación, tanto de procesos como de límites para la incertidumbre, mejoras en los métodos de estimación del estado, monitorización de procesos y diagnóstico de fallos para comprobar el funcionamiento óptimo del controlador predictivo. En conjunto han generado nuevas líneas de investigación en control predictivo dentro de las cuales se derivan controladores predictivos que parten de distintos fundamentos de diseño y resolución del problema manteniendo la misma estrategia de diseño de controladores aplicados a sistemas con comportamientos similares como el problema de control de nivel de 4 tanques acoplados obteniendo como resultado la mejora de alguna característica en específico del sistema como el tiempo de respuesta, la estabilidad, la consideración de restricciones entre otras. Se resume a ciertas líneas de investigación bien definidas en el área de control predictivo dentro de las que destacan [3]:

- **Control predictivo no lineal**

Se utilizan tanto modelos en espacio de estados como modelos de entrada-salida, sin embargo la mayoría de modelos utilizados siguen expresando dinámicas lineales sujetas a una no linealidad de tipo estático, Es destacable el uso de modelos lineales variantes en el tiempo para representar los modelos no lineales, lo que conlleva a la obtención de controladores predictivos lineales variantes en el tiempo, por otra parte el uso de técnicas de optimización heurística, como los algoritmos genéticos, para resolver de forma fehaciente el problema de optimización al usar un modelo no lineal.

- **Control predictivo adaptativo**

Siendo el GPC el algoritmo orientado al control predictivo adaptativo por excelencia y a pesar del amplio mercado que tendría un algoritmo de control predictivo auto ajustable, pocas son las aplicaciones reales que incluyen adaptación la línea. El control adaptativo indirecto tiende a ser sustituido por un nuevo paradigma que contempla la integración de la identificación y el control predictivo.

- **Control predictivo distribuido, centralizado y descentralizado**

En el control predictivo distribuido se realiza la partición del modelo del proceso de tal forma que se pueden obtener subsistemas que representen de forma local la dinámica del proceso, al mismo tiempo que se considera la interacción entre las demás variables de estado y salidas con cada subsistema obtenido. En el control predictivo centralizado todos los subsistemas están optimizados con respecto a una función objetivo en un único problema, por lo que es difícil el coordinar y mantener el control de toda la planta. El control descentralizado tiene la característica de esta técnica es que no hay comunicación entre los diferentes controladores locales, sin embargo, los diferentes subsistemas pueden impedir el logro de la estabilidad y el rendimiento deseado. las tres técnicas son aplicadas al diseño de sistemas a gran escala [16].

- **Control predictivo multivariable**

Dentro de los modelos de predicción utilizados en los algoritmos de control predictivo se encuentra la representación en espacio de estado del proceso, esta representación hace posible que la técnica se pueda aplicar a sistemas multivariables, por lo que únicamente se considerara dicha representación. El diseño parte del modelo linealizado del proceso representado en espacio de estado. Para la predicción de la evolución de los estados sobre el horizonte predicción se considera que todos los estados son medibles [3].

- **Control predictivo de sistemas híbridos**

Estos se caracterizan por la interacción de modelos de variables continuas (gobernados por ecuaciones diferenciales o en diferencias) y sistemas de eventos discretos (leyes lógicas, redes de Petri, etc.). Tales sistemas pueden conmutar entre muchos modos de operación (debido a la ocurrencia de eventos), donde cada modo se gobierna por un sistema de ecuaciones diferenciales o en diferencias. Las aplicaciones de los sistemas híbridos han inspirado una gran cantidad de investigación en teoría de control y ciencias de la computación, presentando nuevos retos de modelado, de análisis de estabilidad y de control [27].

2.3. Estrategia de diseño del control predictivo

El término de control predictivo no hace referencia a una estrategia de control específico, sino a una amplia gama de métodos de control que hacen uso explícito de un proceso para obtener una señal de control minimizando una función objetivo. Estos métodos o estrategia de diseño conducen al diseño de controladores que tienen prácticamente la misma estructura y los mismos grados de libertad, la metodología de todos los controladores pertenecientes a las técnicas de control predictivo, están caracterizados por seguir la estrategia de diseño representada en la figura 2.1.

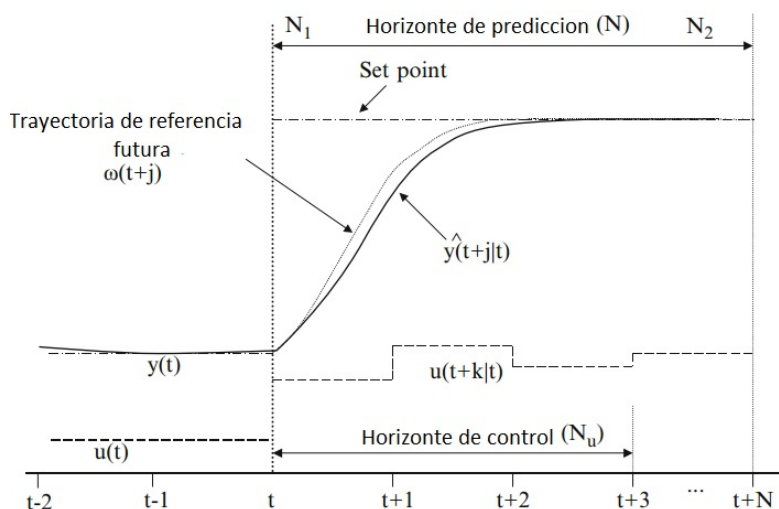


Figura 2.1: Estrategia de diseño de control predictivo [27].

- Las salidas futuras son determinadas por el horizonte N , llamado horizonte de predicción, esta predicción se visualiza en cada instante t usando el modelo del proceso. La predicción de las salidas dada por $y(t+k|t)$ para $k=1,2,\dots,N$ dependiendo de los valores hasta el instante t (entradas y salidas pasadas) y la señal de control futura $u(t+k|t)$, $k=1,2,\dots,N-1$, la cual es calculada y enviada al sistema [27].
- Las señales de control futuras son calculadas por optimización y un criterio determinado para mantener el proceso lo más cerca posible a la trayectoria de referencia $w(t+k)$ (que puede ser el punto de ajuste o una aproximación), este criterio usualmente está dado por la forma de una función cuadrática del error entre la señal de salida futura y la trayectoria de referencia calculada, el esfuerzo de control realizado en algunos casos se incluye en la función objetivo. Se obtiene una solución explícita si el criterio es cuadrático, el modelo es lineal y no hay restricciones, de lo contrario un método de optimización debe ser utilizado, y en ocasiones se deben realizar suposiciones acerca de la estructura de la futura ley de control o el suponer que será constante a partir de un instante dado.
- La señal de control $u(t|t)$ se envía al proceso mientras las siguientes señales de control calculadas son rechazadas, porque la siguiente muestra en el instante $y(t+1)$ ya se sabe

por el paso 1 y esta se repite con el nuevo valor en todas las secuencias. Así el $u(t+1|t+1)$ es calculado (en principio será diferente de $u(t+1|t)$ debido a la nueva información disponible) usando el concepto de horizonte *recending*.

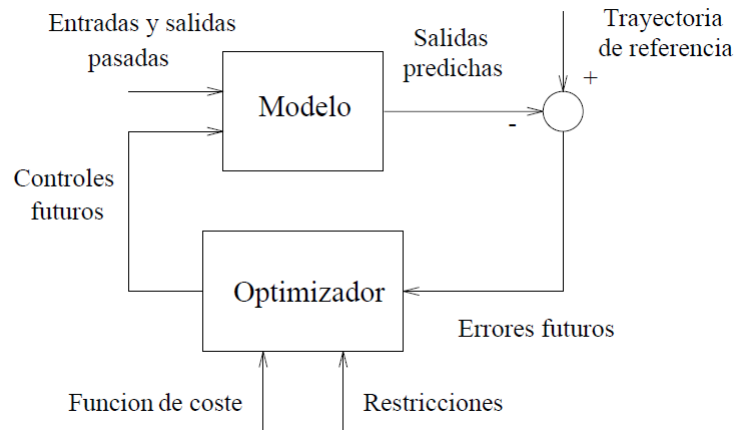


Figura 2.2: Estrategia básica del MPC.

La implementación de esta estrategia sigue básicamente la estructura mostrada en la figura 2.2 donde un modelo es utilizado para predecir las salidas futuras de la planta, basándose en valores pasados y actuales y las acciones futuras de control optimo propuestas. Estas acciones son calculadas por el optimizador teniendo en cuenta la función objetivo o de coste (donde el futuro error es considerado) así como las restricciones del sistema.

- El modelo es la piedra angular del MPC, un diseño completo que debe incluir los mecanismos necesarios para obtener el mejor modelo posible, debe capturar la dinámica completa del proceso y todas las predicciones para ser calculadas, el uso de los modelos de procesos está determinado por la necesidad a calcular y la predicción de las salidas futuras en un instante y punto $(t + k|t)$. En cada instante t y haciendo uso del modelo del proceso se predicen las futuras salidas para un determinado horizonte, llamado horizonte de predicción. La salida pronosticada depende de valores en un instante t (de salidas y entradas pasadas) y en una señal de control futura las cuales son enviadas al sistema y calculadas.

Las diferentes estrategias de control predictivo pueden variar en el modelo representado (función de transferencia, espacio de estados, respuesta al impulso o modelos no lineales) y la relación de sus ecuaciones entre las salidas y entradas medibles, algunas variables pueden ser manipuladas y otras pueden ser consideradas como distorsiones o perturbaciones medibles que pueden ser compensadas por la acción de alimentación directa o anticipativa. De tanta importancia como la elección de un determinado modelo del proceso es la elección del modelo utilizado para representar la perturbación. donde las perturbaciones representan las diferencias entre la salida medida y la calculada por el modelo. donde cada modelo es válido para cierto tipo de perturbaciones.

Una característica típica de la mayoría de los controladores MPC es el empleo de los conceptos de repuesta libre y forzada para la obtención del modelo de la planta. La idea es expresar la secuencia de acciones de control como la suma de dos señales:

$$u(t) = u_f(t) + u_c(t) \quad (2.1)$$

Donde la señal $u_f(t)$ corresponde a las entradas pasadas (anteriores al instante t y en el futuro se mantiene constante e igual al último valor de la variable manipulada. La señal $u_c(t)$ vale cero en el pasado y corresponde a las señales de control en los instantes futuros. La predicción de la secuencia de salida se separa en dos partes como se muestra en la figura 2.3, Una de ellas $y_f(t)$, la respuesta libre, corresponde a la predicción de la salida cuando la variable manipulada se hace igual a $u_f(t)$, y la otra, la repuesta forzada $y_c(t)$, corresponde a la predicción de la salida cuando la señal de control es $u_c(t)$. La respuesta libre corresponde a la evolución del proceso debido a su estado actual (incluido por tanto el efecto de acciones pasadas) mientras que la respuesta forzada es la debida a las acciones de control futuras.

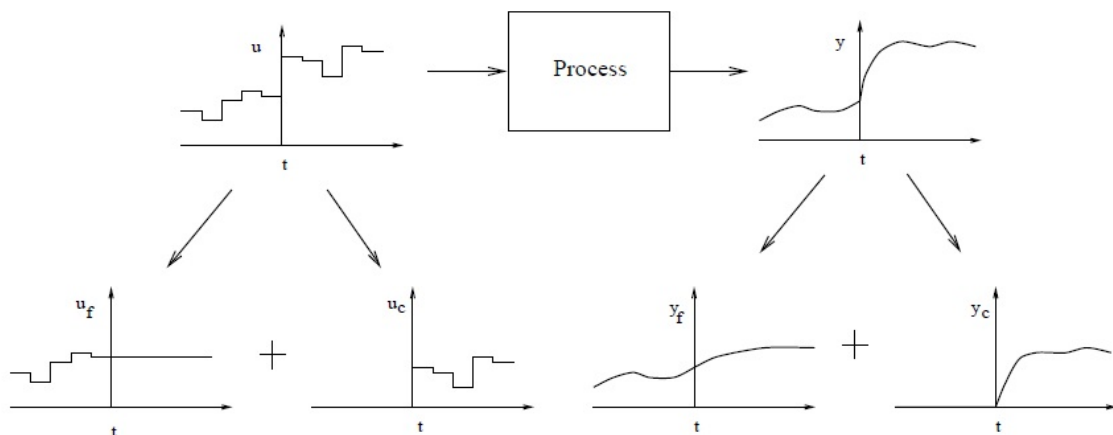


Figura 2.3: Respuesta libre y respuesta forzada.

- El optimizador es una parte fundamental del sistema, permite obtener las acciones de control a aplicar, estas acciones son calculadas teniendo en cuenta la función objetivo (donde es considerado el futuro error de seguimiento) así como las restricciones. Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones objetivo para la obtención de la ley de control. En general se persigue que la salida futura en el horizonte considerado siga a una determinada señal de referencia al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control requerido para hacerlo.
- Se obtiene la ley de control, donde para obtener los valores $u(t+k|t)$ será necesario minimizar la función objetivo. Para ello se calculan los valores de las salidas predichas $\hat{y}(t+k|t)$ en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función objetivo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados.

La obtención de la solución no resulta trivial pues existirán $N_2 - N_1 + 1$ variables independientes, valor que puede ser elevado (del orden de 10 a 30). Con la idea de reducir estos grados de libertad se puede proponer cierta estructura a la ley de control. Se ha encontrado que esta estructuración de la ley de control produce una mejora en la robustez y en el comportamiento general del sistema, debido a que el hecho de permitir la libre evolución de las variables manipuladas (sin estructurar) puede conducir a señales de control de alta frecuencia no deseables y que en el peor de los casos podrían conducir a la inestabilidad. Esta estructura de la ley de control se plasma en el uso del concepto de horizonte de control (N_u), que consiste en considerar que tras un cierto intervalo $N_u < N_2$ no hay variación en las señales de control propuestas, es decir:

$$\Delta_u(t + j - 1) = 0 \quad j > N_u \quad (2.2)$$

Lo cual es equivalente a dar pesos infinitos a los cambios en el control a partir de cierto instante. El caso limite sería considerar N_u igual a 1 con lo que todas las acciones futuras serían iguales a $u(t)$ [27], es necesario mencionar que la señal de control $u(t + k|t)$ no permanece constante, porque debe ser recalculada en cada intervalo de muestreo debido a la estrategia de horizonte deslizante

La calidad de la predicción debería ser el factor que marque el tipo de técnica de modelado que se debe utilizar, al menos a nivel teórico, es lógico pensar que a mayor calidad en las predicciones más posibilidades se tienen de obtener un control adecuado, aunque en las aplicaciones prácticas aparecen otros factores como los económicos que pueden determinar más allá de las cuestiones teóricas, el tipo de modelo seleccionado. En ocasiones también es necesario incluir un modelo de perturbaciones, de tanta importancia como la elección de un determinado modelo del proceso es la elección del modelo utilizado, donde las perturbaciones representan las diferencias entre la salida medida y la calculada por el modelo incluyendo el comportamiento no reflejado por el modelo del proceso, el efecto de las entradas no medibles, ruido y errores.

La estrategia es similar a la estrategia de control utilizada al conducir un automóvil, el conductor conoce el destino o la trayectoria de referencia para un horizonte de control finito y teniendo en cuenta las características del automóvil (modelo del auto) decide qué acciones de control aplicará (acelerar, frenar, evadir o seguir la trayectoria actual). Solo que la primera acción de control es tomada en cada instante y el procedimiento se repite para la siguiente decisión de control y el horizonte *recending* establecido [27].

2.4. Control Predictivo Generalizado (GPC)

El Control Predictivo Generalizado (GPC), fue propuesto por primera vez en el año de 1987 por D. W. Clarke, C. Mohtadi y P. S. Tuffs cuando se introduce el algoritmo [28] y una extensión aplicable a sistemas MIMO [29], Este método considera el horizonte de predicción que depende de las predicciones de la salida de la planta basados en suposiciones de acciones de control futuras más allá del cual todos los incrementos de control son cero, el cual mostro sus beneficios en términos de robustez y simplificación de cálculos. La robustez del GPC está enfocada en la baja y sobre parametrización del modelo y en una tasa de muestreo rápido [29], la estabilidad dependerá de ciertos cambios en la señal de control y de la predicción futura por lo que depende del ajuste de los parámetros de sintonía N_1 , N_2 , N_u , λ , δ , por lo general no se cuenta con teoremas que garanticen la estabilidad (excepto en casos particulares) independientemente de la sintonía o ajuste de los parámetros y se deben considerar las restricciones de cada sistema en particular por lo que el análisis de estabilidad del control sobre el sistema aplica solo para ese sistema.

Las diversas posibilidades disponibles para el GPC conducen a una gran variedad de objetivos de control comparado con otras realizaciones, algunas de las cuales pueden ser consideradas como subconjuntos o casos límites del GPC. La técnica ha demostrado ser superior a muchas estrategias de control avanzado, es adaptable y capaz de controlar de forma estable procesos con parámetros variables y con un orden de modelo que cambia instantáneamente pero capaz de proporcionar datos de entrada/salida que permitan una identificación razonable de la planta, esto se debe a la integración de 5 ideas clave:

- La suposición de un modelo CARIMA (Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average) de la planta.
- El uso de una predicción sobre un rango amplio de un horizonte finito más grande que el tiempo muerto de la planta y al menos igual al orden del modelo.
- Recursión de la ecuación de Diofantina.
- La consideración de ponderaciones en los incrementos de control en la función objetivo.
- La selección de un horizonte de control después del cual los incrementos de control proyectados se toman como cero (restricción de control).

El objetivo del GPC es aproximar las futuras predicciones de la planta cerca de una trayectoria e referencia, teniendo en cuenta la actividad de control requerida para lograr el objetivo. este método de control predictivo obtiene las señales de control futuras mediante el cálculo de una función objetivo sobre un horizonte de predicción que mide por un lado la distancia entre la salida predicha del sistema y una cierta trayectoria de referencia hasta el horizonte de predicción, y por otro el esfuerzo de control necesario para obtener dicha salida. El algoritmo de GPC debe ser aplicado periódicamente al proceso para obtener una señal de salida adecuada bajo algunos criterios de funcionamiento rigurosos.

La obtención del controlador GPC requiere de procedimiento bastante exhaustivo para lograr un diseño confiable y robusto que opere adecuadamente en la planta, el control GPC está basado en un esquema adaptable indirecto el cual se muestra en la figura 2.4.

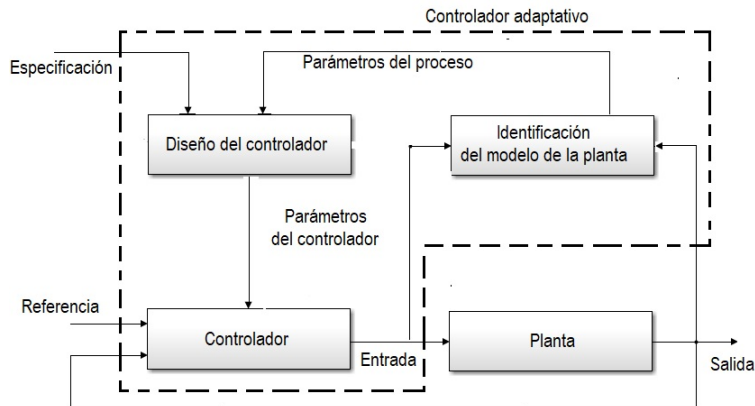


Figura 2.4: Esquema adaptable indirecto.

El esquema posee 2 lazos de realimentación, la realimentación unitaria es la más rápida y el lazo superior contiene un conjunto de elementos que leen los datos de la planta e identifican un modelo especificado (CARIMA) y predice una entrada adecuada para el controlador basado en una técnica de predicción de rango amplio y la optimización de una función.

2.4.1. Modelo de la planta

La estructura del modelo **CARIMA** (Controlled Auto-Regresive and Integrated Moving Average) es usada para representar el modelo de predicción de la planta y va a ser basado en la función de transferencia discreta del sistema, se define como:

$$\mathbf{A}(q^{-1})\mathbf{y}(t) = q^{-d}\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(t - 1) + \mathbf{C}(q^{-1})\frac{\mathbf{e}(t)}{\Delta} \quad (2.3)$$

Donde:

- q^{-1} es el operador de retardo unitario.
- $u(t)$ es el vector de entrada del proceso de dimensión $m \times 1$ retrasado por un retardo de tiempo supuesto d (tiempo muerto del sistema).
- $y(t)$ es el vector de salida medida del proceso de dimensiones $n \times 1$.
- $e(t)$ es el vector de ruido blanco (una secuencia no correlacionada de variables aleatorias) de dimensión de $n \times 1$.
- $\Delta = \Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ es el operador de diferencias, este operador produce una ley de control incremental
- t representa el intervalo de muestreo.

Si se considera un sistema MIMO con m entradas y n salidas, se tiene:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1 q^{-1} + A_2 q^{-2} + \dots + A_{n_a} q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= B_0 + B_1 q^{-1} + B_2 q^{-2} + \dots + B_{n_b} q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1 q^{-1} + C_2 q^{-2} + \dots + C_{n_c} q^{-n_c} \end{aligned} \quad (2.4)$$

A y B son polinomios de orden n y m respectivamente que representan la dinámica del sistema ($n \geq m$) y se representan por medio del método de mínimos cuadrados recursivos y $C(q^{-1}) \frac{e(t)}{\Delta}$ representa las perturbaciones. En el cálculo del GPC se obtiene un vector de trayectoria de referencia $w(t+k)$ el cual es el transitorio deseado desde la salida medida del proceso hasta el vector de referencia actual

Con el objetivo de minimizar la función objetivo se obtiene previamente la predicción óptima de $y(t+j)$, donde E_j y F_j son polinomios únicamente definidos dado $\tilde{A}(q^{-1})$ y el intervalo de predicción, estos polinomios se obtienen resolviendo la ecuación de diofantina en forma recursiva para un sistema MIMO dada como sigue:

$$I_{n \times n} = E_j(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (2.5)$$

E_j y F_j se obtienen dividiendo 1 entre $\tilde{A}(q^{-1})$ hasta que el resto pueda ser factorizado como $q^{-j}F_j(q^{-1})$, el cociente de la división es $E_j(q^{-1})$. Para obtener la predicción j pasos hacia el futuro $y(t+j)$ se multiplica la ecuación anterior por $\Delta E_j(q^{-1})q^j$, donde $E_j(q^{-1})$ es un polinomio de grado $j-1$, además de que se considera $C(q^{-1}) = 1$, se obtiene:

$$\Delta E_j(q^{-1})q^j A(q^{-1})y(t) = \Delta E_j(q^{-1})q^j q^{-d} B(z^{-d})u(t-1) + \Delta E_j(q^{-1})q^j \frac{e(t)}{\Delta} \quad (2.6)$$

Definiendo $\tilde{A}(q^{-1}) = \Delta A(q^{-1})$

$$E_j(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1})y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(q^{-1})e(t+j) \quad (2.7)$$

La ecuación 2.7 permite determinar la salida predicha d tiempos hacia delante la cual se puede escribir como:

$$y(t+j) = F_j(q^{-1})y(t) + E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(q^{-1})e(t+j). \quad (2.8)$$

Los términos del ruido $e(t+j)$ en la ecuación 2.8 son todos en el futuro porque el grado del polinomio $E_j(q^{-1})$ es $j-1$, por tanto la mejor predicción de $y(t+j)$ es:

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(q^{-1})\Delta(t+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(t). \quad (2.9)$$

Donde $G_j(q^{-1}) = E_j B(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{j-1} G_i q^{-i}$, los polinomios E_j y F_j se pueden obtener recursivamente de forma que los nuevos valores en el paso $j+1$ sean función de los del paso j. El conjunto de las j predicciones óptimas:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= G_1 \Delta u(t) + F_1 y(t) \\ \hat{y}(t+2|t) &= G_2 \Delta u(t+1) + F_2 y(t) \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+N|t) &= G_N \Delta u(t+N-1) + F_N y(t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Representando el sistema en notación matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ G_1 & G_0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{j-1} & G_{j-2} & \cdots & G_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots & G_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\hat{y} = G\Delta u + f \quad (2.12)$$

- y representa las referencias futuras.
- G contiene los coeficientes de la respuesta del sistema.
- Δu es un vector columna que contiene tantos elementos como señales de entrada tiene el proceso.
- f es el término de la respuesta libre que puede ser calculada recursivamente, el cual es dependiente de las salidas actuales y pasadas y de las entradas pasadas de la planta y está dada por:

$$f_{j+1} = q(I - \tilde{A}(q^{-1}))f_j + B(q^{-1})\Delta u(t+j) \quad (2.13)$$

con $f_0 = y(t)$ y $\Delta u(t+j) = 0$ para $j \geq 0$. si después de N_u pasos de control. la variación de la señal de control en pasos consecutivos es suave, entonces N_u podría ser considerada como una constante y el conjunto de predicciones estaría dado por [30]:

$$y_{N_{12}} = [\hat{y}(t+N_1|t)^T, \hat{y}(t+N_1+1|t)^T, \dots, \hat{y}(t+N_2|t)^T] \quad (2.14)$$

2.4.2. Función objetivo

Como función objetivo se utiliza una función cuadrática de la diferencia (error) entre la secuencia de referencia y la salida predicha, ambas se calculan sobre un horizonte de predicción, la función incluye un término para reducir o aumentar el esfuerzo de control, la expresión de la función objetivo es:

$$\mathbf{J}(\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_u) = \sum_{j=\mathbf{N}_1}^{\mathbf{N}_2} [\hat{y}(t+j|t) - \mathbf{w}(t+j)]^2 \tilde{\mathbf{Q}} + \sum_{j=1}^{\mathbf{N}_u} [\Delta \mathbf{u}(t+j-1)]^2 \tilde{\mathbf{R}} \quad (2.15)$$

El primer término de la ecuación representa el seguimiento de la referencia y el segundo el esfuerzo de control [30].

- $\hat{y}(t+j|t)$ - Salida predicha del sistema j pasos después calculada en un tiempo t
- N_1, N_2 son el valor mínimo y máximo del horizonte de predicción que marcan los límites de los instantes en que se desea que la salida siga la referencia, N_u es el horizonte de control intervalo en el que se permiten variaciones de la variable manipulada. si se reduce el número de variaciones se reduce el número de variables en el problema. Cuando se limita el horizonte de control cabe la posibilidad de realizar distintas estructuraciones de las leyes de control a lo largo del horizonte de predicción (influye en las prestaciones). Por tanto, junto con el parámetro N_u se debe establecer una estructura de la ley de control.

- \tilde{Q}, \tilde{R} son matrices de ponderación definidas positivas, dan lugar a un control suave y con menor esfuerzo o provocan un control más brusco, usualmente se consideran valores constantes o secuencias exponenciales.
- $w(t+j)$ es la trayectoria de referencia futura, para referencias constantes.
- $w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k)$ donde $k = 1, 2, \dots, N_2$, con $1 > \alpha \geq 0$ y $r(t+k)$ es la referencia real. Es el vector de trayectoria de referencia el cual es el transitorio deseado desde la salida medida del proceso w (escalar), hasta el valor de la referencia actual. Una de las ventajas del control predictivo es que si se conoce a priori la evolución futura de la referencia, el sistema puede empezar a reaccionar antes de que el cambio se haya realizado, evitando los efectos del retardo en la respuesta del proceso. En muchas aplicaciones la evolución futura de la referencia $r(t+k)$ es conocida de antemano, en otras aplicaciones, aunque la referencia sea constante, se puede conseguir una sensible mejora de prestaciones simplemente conociendo el instante de cambio de valor y adelantándose a esa circunstancia.

Los valores de $N_1, N_2, N_u, \tilde{Q}, \tilde{R}$ pueden ser usados como parámetros de sintonización, con los que se puede cubrir una extensa gama de opciones, desde un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en particular. La carga computacional depende directamente de los horizontes de control y de predicción, las predicciones y horizonte de control grandes mejoran la estabilidad de la planta, pero implica un incremento en el número de cálculos. La trayectoria de referencia futura $w(t+j)$ no necesariamente tiene que coincidir con la referencia real $r(t+k)$; es común en la práctica que una aproximación suave del valor actual de la salida $y(t)$ hacia la referencia conocida $r(t)$ se realiza por medio de sistemas de primer orden como en este caso donde el parámetro constituye un valor ajustable que influirá en la respuesta dinámica del sistema, un valor de α aproximado a 1 dará una aproximación suave [27]. Usando la ecuación 2.12 se modifica la función objetivo $y_{N_{12}}$, la cual puede ser expresada en términos de:

$$y_{N_{12}} = G_{N_{12}}u_{N_u} + f_{N_{12}}; \quad u_{N_u} = [\Delta u(t)^T, \dots, \Delta u(t+N_u-1)^T]^T \quad f_{N_{12}} = [f_{N_1}^T, f_{N_{1+1}}^T, \dots, f_{N_2}^T]^T \quad (2.16)$$

y $G_{N_{12}}$ es la submatriz de G con $G_i = 0$ para $i < 0$.

$$G = \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \dots & G_{N_1-N_u} \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \dots & G_{N_1+1-N_u} \\ \vdots & \vdots & \cdot & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \dots & G_{N_2-N_u} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.4.3. Ley de control

la ecuación 2.15 se puede reescribir como:

$$J = (G_{N_{12}}u_{N_u} + f_{N_{12}} - w)^T \tilde{Q} (G_{N_{12}}u_{N_u} + f_{N_{12}} - w) + u_{N_u}^T \tilde{R} u_{N_u} \quad (2.18)$$

Donde \tilde{Q} y \tilde{R} (matrices de ponderación definidas positivas) son matrices diagonales: $\tilde{Q} = \text{diag}(Q, \dots, Q)$ y $\tilde{R} = \text{diag}(R, \dots, R)$.

La formulación de control predictivo puede ser expresada como un problema de programación cuadrática, con

$$J(u) = \frac{1}{2}u^T H u + b^T u + f_0 \quad (2.19)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
f_0 &= (f_{N_{12}} - w)^T (f_{N_{12}} - w) \\
b^T &= 2(f_{N_{12}} - w)^T G_{N_{123}} \\
H &= 2(G_{N_{123}}^T G_{N_{123}} + \lambda I)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Si las restricciones no son consideradas la señal de control optimo puede ser calculada por

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}_{N_{12}}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{G}_{N_{12}} + \tilde{\mathbf{Q}})^{-1} \mathbf{G}_{N_{12}}^T \tilde{\mathbf{R}} (\mathbf{w} - \mathbf{f}_{N_{12}}). \tag{2.21}$$

Donde $(\mathbf{G}_{N_{12}}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{G}_{N_{12}} + \tilde{\mathbf{Q}})^{-1} \mathbf{G}_{N_{12}}^T \tilde{\mathbf{R}}$ es un término constante que solo se calcula la primera vez y se mantiene durante el tiempo que se requiera controlar el sistema y $(w - f_{N_{12}})$ se calcula en cada periodo de muestreo. Debido al uso de la estrategia de horizonte deslizante solo se aplica el primer elemento del vector \mathbf{u} , repitiendo el procedimiento al siguiente instante de muestreo, la solución involucra la inversa de una matriz de dimensión de $N \times N$, el concepto se emplea con la finalidad de reducir la cantidad de cálculo, asumiendo que las señales de control permanecerán en un valor constante a partir del intervalo $N_u < N$ por tanto la dimensión de la matriz que hay que invertir queda reducida $N_u \times N_u$ quedando la carga de cálculo reducida (en el caso límite de N_u se reduce al caso escalar) aunque restringiendo la optimización.

2.5. GPC con restricciones

En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones, los actuadores tienen un campo limitado de acción, así como una determinada velocidad de cambio (slew rate), como es el caso de las válvulas, limitadas por las posiciones de totalmente abierta o cerrada y por la velocidad de respuesta. Las características de construcción, de seguridad o bien los propios alcances de los sensores pueden causar límites en las variables de proceso, tales como niveles en depósitos, caudales en tuberías o temperaturas y presiones máximas. Además, normalmente las condiciones de operación vienen definidas por la intersección de ciertas restricciones por lo que el sistema de control operara cerca de los límites, esto hace necesaria la introducción de restricciones en la función a minimizar. Normalmente se considerarán límites en la amplitud, el slew rate de la señal de control y en las salidas [30].

El tratamiento convencional de restricciones en control se basa en que las restricciones en la variable manipulada se cumplen saturando la salida del controlador. Sin embargo, las restricciones en la variable controlada no pueden abordarse; se intenta evitar su violación trabajando alejados de los límites (en zona segura), operando lejos de la restricción. Por seguridad se trabaja con una consigna inferior, más lejos del punto de operación óptimo, lo que normalmente equivale a una disminución de la calidad y/o cantidad en la producción, ya que normalmente el punto óptimo se encuentra en la intersección de las restricciones obligando a acercarse lo más posible a estas pero sin superarlas, el MPC es una metodología capaz de incorporar las restricciones de forma sistemática en la fase de diseño del controlador, siendo esta característica una de las razones de su gran éxito en la industria. Parece lógico que al disponer de un modelo dinámico del proceso se pueda conocer la evolución futura de su salida y por tanto se pueda saber si esta va a violar o no las restricciones y actuar en consecuencia. Para formular el algoritmo MPC con restricciones estas se expresan en función de la variable sobre la que se puede actuar, es decir, en función de \mathbf{u} . Las restricciones están expresadas en función de \mathbf{y} y para las restricciones en la salida se hace uso de las ecuaciones de predicción que expresan el valor futuro de las salidas en función de las señales de control futuras y valores conocidos en el instante t .

Cuando una ecuación de control es diseñada, es común que se asuma que todas las señales del procesos están en un rango limitado, por el contrario, en los procesos reales todas las plantas están sujetas a restricciones por su construcción y por razones de seguridad, el nivel en tanques y la presión son ejemplos de variables de procesos que a menudo son limitados en su valor por razones de seguridad, el límite de valores de los actuadores de entradas y salidas son ejemplos de restricciones de construcción. normalmente se tiene 3 tipos de restricciones que son consideradas en el control predictivo: límites de señales de control (saturación), límites en las variables de salida. Estas restricciones pueden ser representadas por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} \underline{u} &\leq u(t) \leq \bar{u} \quad \forall t \\ \underline{\Delta u} &\leq u(t) - u(t-1) \leq \overline{\Delta u} \quad \forall t \\ \underline{y} &\leq y(t) \leq \bar{y} \quad \forall t. \end{aligned} \tag{2.22}$$

La formulación de control predictivo puede ser expresada como un problema de programación cuadrática, con

$$J(u) = \frac{1}{2}u^T H u + b^T u \tag{2.23}$$

como una función de optimización bajo las siguientes restricciones $A_{qp}u \leq b_c$.

En la ecuación 2.23 f_0 no parece porque en cada parte de la optimización, es una constante cuyo valor no depende de u . A_{qp} y b_c son una matriz y un vector de dimensiones $6N_u \times m$ y $6N_u$ respectivamente [30].

$$A_{qp} = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ I \\ -I \\ G_{N-123} \\ -G_{N123} \end{bmatrix} \quad b_c = \begin{bmatrix} 1(\bar{u} - \underline{u}) \\ -1(\underline{u} + \bar{u}) \\ 1\Delta u_{max} \\ -1\Delta u_{max} \\ 1\bar{y} - f \\ -1\underline{y} + f \end{bmatrix} \quad 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

La razón del éxito del control predictivo radica es que opera utilizando función de costo y teniendo en cuenta las restricciones explícitamente lo que permite:

- Optimizar en el punto de operación.
- Optimizar las transiciones del proceso de un punto a otro.
- Minimizar la varianza de operación del proceso, una varianza más pequeña permite aumentar la calidad del producto y también operar más cerca de las restricciones. como la mayoría de los procesos están sometidos a restricciones el punto óptimo suele estar en la intersección del conjunto de restricciones, el operar más cerca de estos puntos implica operar más cerca del óptimo

La programación en lenguaje matlab, permite fácilmente exportar a lenguaje c el código realizado, por su posibilidad de una vez simulado en matlab (Simulink poder programar el código del controlador en un digital signal processor (DSP) y probar el sistema de control.

Un aspecto importante en sistemas de control discretos es la selección de los intervalos de muestreo, no todos los intervalos de muestreo son apropiados para una planta, la elección del intervalo de muestreo

juega un papel importante en este estudio, las recomendaciones de que el tiempo de muestreo sea 10 veces más corto que el tiempo de establecimiento medido de la respuesta transitoria de la planta resulta uno de los parámetros a seguir, el seleccionar intervalos de muestreo largos puede producir pérdida de información y aumento del error, lo que tiene efectos desestabilizantes en el proceso, el seleccionar intervalos de muestreo más pequeños significa que las propiedades de diseño del controlador se verán menos distorsionadas, de ahí un mejor y más confiable desempeño, Al reducir hacia cero el intervalo de muestreo se converge a un sistema continuo equivalente. Sin embargo, en la práctica esto no sucede puesto que el cambio en las variables se vuelve menor a la resolución del sistema, volviéndose despreciables [31]. De acuerdo a lo presentado en [32], en aplicaciones prácticas en la industria, un intervalo de muestreo de un segundo es lo suficientemente corto para la mayoría de aplicaciones como el control de presión, temperatura y flujo. Los sistemas con respuestas rápidas como los sistemas electromecánicos (motores por ejemplo) requieren intervalos más cortos, en el orden de los milisegundos. Autores como Smith, Corripio y Tham hacen énfasis en que la selección apropiada del intervalo de muestreo debe estar basada en la dinámica del proceso controlado. Cuando un computador controla distintos procesos (nivel, temperatura y flujo), el intervalo de control de cada proceso puede ser distinto. En la tabla 2.1 se muestran algunos valores recomendados.

Tabla 2.1: Intervalos de muestreo típicos para distintos procesos

Tipo de variable o proceso	Intervalo de muestreo $\Delta t_s(S)$
Flujo	1 - 3
Nivel	5 - 10
Presión	1 - 5
Temperatura	10 - 180
Servomecanismos	.001 - .05
Destilación	10 - 180
Reactor catalítico	10 - 45
Secador	20 - 45

La mayor parte de aplicaciones reportadas para esta clase de controlador son sobre plantas SISO, es por ello que también se tiene como objetivo la propuesta de control MIMO al sistema elegido considerando que la mayoría de los procesos reales son multivariables y con altas especificaciones de diseño, para los cuales el control GPC resulta ser un buen candidato como elemento o estrategia de control multivariable, adicionalmente el controlador GPC es un tipo de control adaptativo centralizado, por lo que al tratar con sistemas multivariables no se tiene la necesidad de analizar la interacción entre las distintas entradas y salidas, la idea de tener variables múltiples está dada por el diseño de sistemas a gran escala en la industria. El GPC es una técnica que a pesar de tener en contra que su implementación es relativamente más costosa (recursos de procesamiento) y presenta una mayor carga computacional en comparación con otras técnicas de control logra un mejor rendimiento en el seguimiento de referencias y rechazo de perturbaciones, presentando una mayor diferencia al momento de evaluar el tiempo que se tarda en alcanzar la referencia. Esto es algo importante al momento de comparar resultados y la calidad de la respuesta cuando se trata con sistemas con tiempos relativamente lentos como es el caso de los sistemas hidráulicos en los que las diferencias traducidas a tiempo son muy importantes (incluso días), para tal caso el costo en tiempo y recursos para la implementación y programación del control valen la pena con respecto a los resultados.

Capítulo 3

Modelo y descripción del sistema

El sistema de 4 tanques, es un sistema altamente acoplado, que presenta una dinámica no lineal, donde sus estados y entradas están sujetos a altas restricciones y que ha demostrado ser práctico, útil y análogo a procesos industriales. El modelado del sistema para el control de nivel de líquido en cada uno de los tanques se realiza basándose en la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli que permiten el análisis de la dinámica de fluidos que se mueven a través de conductos, tubos o contenedores. Se describe la planta experimental de 4 tanques acoplados, su análisis, simulación, pruebas y evaluación se llevarán a cabo durante el desarrollo de la presente tesis con la intención de poder evaluar la metodología de control multivariable basada en la aplicación de un algoritmo de control predictivo generalizado (GPC) en un proceso real. Se describe el funcionamiento del sistema, los componentes y la instrumentación usada en su construcción, se determinará el modelo no lineal de la planta, mediante el modelado y la identificación de las dinámicas asociadas al proceso, posteriormente basándose en el modelo no lineal se derivan las ecuaciones del sistema lineal que se obtendrían al realizar la linealización en torno a un punto de operación genérico.

3.1. Modelo e identificación del sistema SISO

La representación matemática del sistema de 1 y 4 tanques involucra la aplicación de leyes, principios y ecuaciones derivadas de la dinámica de fluidos, se parte de analizar las características y describir las ecuaciones de la dinámica del sistema considerando un solo tanque, posteriormente, partiendo del mismo principio se realizará la descripción del sistema de 4 tanques. El modelo aproximado del comportamiento del nivel de líquido en los tanques parte de los siguientes supuestos: el flujo de agua es contante, se considera que se trata de un fluido incomprensible no viscoso con un flujo estacionario en el recorrido de las tuberías. Se deriva una representación matemática aplicando:

- Ecuación de continuidad: Basada en el principio de conservación de masa, enuncia que, para un flujo estable, el flujo volumétrico o caudal (Q) es el mismo en cualquier sección, permite relacionar la densidad del fluido(ρ), el área de flujo (A) y la velocidad (v) de este en dos secciones del sistema y es válido para todos los fluidos [33].

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (3.1)$$

- Ecuación de Bernoulli: Basada en el principio de conservación de la energía, es la herramienta fundamental en el análisis de la dinámica de fluidos que se mueven a través de conductos, tubos o contenedores. Relaciona las fuerzas que actúan sobre un elemento de un fluido incomprensible y las que generan su aceleración ($F_{presion} + F_{gravedad} = ma_t$), cada termino es una expresión de la energía (flujo, potencial y cinética) dividida entre el peso de un elemento del fluido, obteniendo la carga de presión, elevación y velocidad [33].

$$p/\gamma + z + \frac{V^2}{2g} = C \quad (3.2)$$

- Ecuación de Torricelli: Derivada de la ecuación de Bernoulli aplicada a un tanque abierto de sección transversal A_1 en cuyo interior hay un fluido de densidad ρ , llenándolo a una altura h y un orificio de sección A_2 por el que sale el fluido del tanque, v_1 y v_2 representan las velocidades en la superficie libre del fluido y el orificio de salida. aplicando la ecuación 3.3 entre los puntos 1 y 2 y despejando en términos de v_2 :

$$V_2 = \sqrt{2gh} \quad (3.3)$$

La ecuación permite definir la velocidad de salida de un líquido como la adquirida por un cuerpo al caer libremente desde una altura h [33].

Se considera la representación del modelo lineal y no lineal de sistema SISO y MIMO a partir de sus variables, una vez representados los modelos del sistema de forma genérica asignan valores a cada uno de sus parámetros para poder las curvas que muestren la dinámica del proceso.

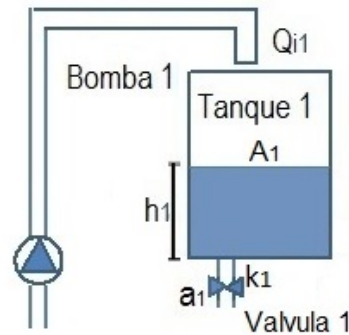


Figura 3.1: Esquemático del sistema SISO.

El modelo del sistema de la figura 3.1 es determinado para relacionar el flujo dentro del tanque Q_t , con el flujo de entrada q_i y de salida q_o a través del tiempo, el flujo de salida en el tanque es una función de la altura del líquido contenido en su interior. El cambio de nivel de líquido almacenado en el tanque durante un dt es igual a el flujo de entrada menos el flujo de salida durante el mismo dt , aplicando la ley de continuidad al sistema este se puede expresar como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{velocidad de acumulación de} \\ \text{la masa en el sistema} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{flujo de masa que entra} \\ \text{al sistema} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{flujo de masa que sale} \\ \text{del sistema} \end{array} \right]$$

La relación puede ser representada por la ecuación 3.4 :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_1 q_i - \rho_2 q_o \quad (3.4)$$

Dado que la densidad del líquido es constante durante el proceso, se obtiene la ecuación que describe el cambio en el nivel de líquido del tanque en términos del flujo de entrada y salida (donde h es una función que depende del tiempo):

$$A_t \frac{dh_t(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (3.5)$$

Aplicando la ecuación 3.5 al tanque de la figura 3.1 se obtiene:

$$A_1 \dot{h}_1 = q_{b1} - q_1 \quad (3.6)$$

\dot{h}_1 , A_1 , q_{b1} , q_1 , corresponden a el nivel de líquido, el área seccional transversal, el flujo de entrada proveniente de la bomba centrífuga, y el flujo de salida de respectivamente. A partir de la característica estática de la bomba la cual se puede obtener experimentalmente y considerando su comportamiento en valores cercanos al punto de operación esta presenta un comportamiento lineal en una sección de su región dependiente del voltaje aplicado v_{b1} limitada por un v_{bmin} y v_{bmax} y un valor constante determinado por la carga máxima, la ecuación que define su comportamiento puede ser definida por: q_{b1} .

$$q_{b1} = k_1 v_{b1} \quad (3.7)$$

Para el sistema SISO contemplado se considera el uso de válvulas manuales con una característica inherente de flujo de tipo lineal, de la cual depende el caudal de salida. El caudal de salida está definido por la ecuación 3.1 y 3.3, reemplazando el valor de v , se obtiene la ecuación 3.8 del sistema SISO en términos del nivel de líquido del tanque.

$$\dot{h}_1 = \frac{k_{b1}}{A_1} v_{b1} - \frac{a_1 \gamma_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} \quad (3.8)$$

El modelo matemático representado por la ecuación 3.8 muestra no linealidades debido al término exponencial dependiente de la altura del nivel de líquido en el tanque. Para pequeñas variaciones alrededor del punto de operación el modelo del sistema puede ser linealizado, se puede aproximar su comportamiento al de un proceso lineal restringiendo la operación en la vecindad de un punto de referencia, la aproximación lineal es más exacta mientras más cerca del punto de operación se encuentre, para tales condiciones el modelo linealizado del proceso puede ser suficientemente exacto, partiendo de que la dinámica no lineal del modelo es derivada de leyes físicas (ecuaciones de balance, materia y energía). La aproximación lineal de las ecuaciones del modelo es obtenida usando expansión de series de Taylor, donde el punto de referencia para la linealización es el punto de operación, la linealización en el entorno de un determinado punto de trabajo (x_0, y_0) se obtiene de la siguiente forma:

$$y = f(x) = f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_0} \Delta u \quad \Delta x_n = x_n - x_{n0}, \Delta u_n = u_n - u_{n0} \quad (3.9)$$

Al linealizar el modelo no lineal de la planta en torno a un punto de trabajo se parte de la ecuación que representa la dinámica del tanque y se debe considerar los caudales de entrada y salida del tanque, los cuales son la suma de distintas componentes. El sistema de control es diseñado en base al modelo lineal del sistema, los términos no lineales del sistema son linealizados con respecto a $h_1(t)$ y la linealización se realiza alrededor de los puntos de operación $\bar{h}_1(t)$ y las variables de entrada. Donde $H_1 = h_1 - \bar{h}_1$, y $U_1 = v_{b1} - \bar{v}_{b1}$ representan las variables de desviación del sistema y \bar{h}_1, \bar{v}_{b1} los puntos de operación para cada una de las variables respectivamente y h_1 y v_{b1} son variables incrementales respecto al punto de operación, el valor de \bar{h}_1 se obtiene a partir de establecer $\dot{h}(t) = 0$ y evaluar la ecuación igualando el caudal de entrada con el de salida.

$$\bar{h}_1 = \left(\frac{k_{b1} \bar{v}_{b1}}{a_1 \gamma_1 \sqrt{2g}} \right)^2 \quad (3.10)$$

La ecuación del modelo matemático lineal esta definida por la ecuación 3.11.

$$\dot{H}_1 = -\frac{a_1 \gamma_1 \sqrt{2g}}{2A_1 \sqrt{\bar{h}_1}} H_1 + \frac{k_{b1}}{A_1} U_1 \quad (3.11)$$

La ecuación del modelo lineal para el sistema SISO representada como función de transferencia está dada por:

$$G_p(s) = \frac{k_{b1}}{A_1 s + \frac{a_1 \gamma_1 \sqrt{2g}}{2\sqrt{\bar{h}_1}}} \quad (3.12)$$

La ecuación está definida de forma genérica, representada en términos de cada uno de los elementos del sistema, medidas del tanque y constantes físicas.

3.2. Modelo e identificación del sistema MIMO

El sistema de 4 tanques acoplados es un sistema representativo de sistemas multivariables para la validación de técnicas de control avanzado, donde cada uno de los estados y entradas están sujetos a altas restricciones. La dinámica de la planta se describe a partir de un modelo dinámico, continuo y multivariable (MIMO), presenta una dinámica compleja con un comportamiento no lineal, un marcado acoplamiento y tiempos de retardo entre sus características más destacadas. El sistema está inspirado en el sistema de 4 tanques presentado en [11], las interacciones generadas por las características de la planta generan el efecto de un lazo de control sobre otro lazo de control, rebotando el efecto o generando perturbaciones sobre el lazo original. Esto provoca que la trayectoria de cada salida y cada entrada cambie en función de los lazos de control, de igual modo las restricciones existentes en la planta dan lugar a un comportamiento diferente del sistema a una entrada de control establecida.

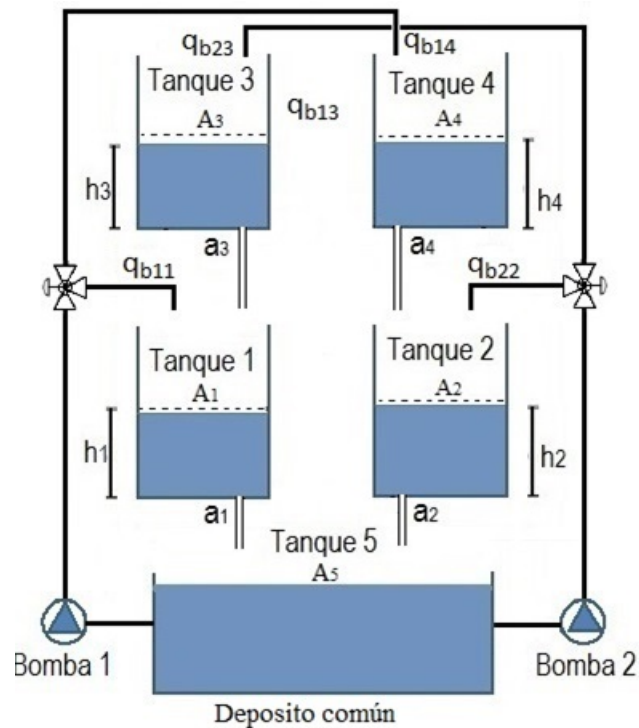


Figura 3.2: Esquemático de sistema de 4 tanques.

El proceso ilustra varios de los fenómenos de sistemas multivariables como la interacción y los efectos y limitaciones de ceros, el esquemático de la planta se muestra en la figura 3.2. Se cuenta con un depósito común (Tanque 5) en la parte más baja y cuatro tanques situados en 2 niveles el tanque 1 y 2 en el nivel medio y el tanque 3 y 4 en el nivel superior. La configuración genera que los tanques estén acoplados ya que el caudal, es impulsado desde el depósito común con el uso de 2 bombas centrífugas donde cada una alimenta a un tanque en cada nivel limitando el flujo de entrada mediante el uso de válvulas, el proceso es construido usando 2 procesos de tanques dobles, el cual es un proceso estándar en muchos laboratorios de control. El objetivo del proceso es el control del nivel en los tanques 1 y 2, teniendo como entradas de control para el sistema el voltaje (v) de las 2 bombas centrífugas y las salidas del tanque 1 que depende del tanque 3 y de la válvula 1, mientras la salida del tanque 2 depende del tanque 4 y de la válvula 2.

Las funciones de las distintas partes del proceso de tanques cuadruple que interactúan en la configuración analizada del proceso de laboratorio se resumen en la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Descripción de partes del sistema

Parte	Función
bomba 1	Provee de agua desde el deposito común al tanque 1 y al tanque 4.
bomba 2	Provee de agua desde el deposito común al tanque 2 y el tanque 3.
válvula 1	limita de forma proporcional el flujo de agua en los tanques 1 y 4.
válvula 2	limita de forma proporcional el flujo de agua en los tanques 2 y 3.
sensor de nivel 1	Usado para el control de nivel de líquido del tanque 1
sensor de nivel 2	Usado para el control de nivel de líquido del tanque 2
sensor de nivel 3	Usado para medir el nivel de líquido del tanque 3
sensor de nivel 4	Usado para medir el nivel de líquido del tanque 4
deposito común	Deposito de acumulación de agua.

El diseño de estrategias de control clásico y avanzado requiere del desarrollo de un modelo matemático del sistema buscando obtener una aproximación del comportamiento dinámico de las principales variables de interés del proceso a controlar considerando su representación natural mediante un modelo matemático que involucra un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales que surgen de plantear para cada subsistema del proceso las equivalencias tradicionales de materia, movimiento y energía que permiten simular la dinámica de la mayor parte de las variables de interés que intervienen en el proceso. Para capturar la dinámica de los tanques se determina la altura de cada tanque en función de sus caudales de entrada y salida. Se deriva una representación matemática aplicando la ecuación de continuidad, la ecuación de Bernoulli y la ecuación derivada del teorema de Torricelli además de utilizar datos de la geometría de las estructuras utilizadas y mediciones de entrada/salida de las válvulas y bombas, para determinar los caudales de entrada, salida y el nivel de líquido en cada tanque. Antes del desarrollo del modelo se hacen las siguientes suposiciones:

- La entrada de la bomba 1 y 2 es v_{b1} y v_{b2} respectivamente.
- Las 2 válvulas facilitan el control del proceso, estas se configuran de tal modo que sus parámetros se encuentren definidos en el rango de 0 a 1.
- El flujo del tanque 1 y 2 es proporcional a γ_1 y γ_2 respectivamente.
- El flujo del tanque 4 es proporcional a $1 - \gamma_1$. Si $\gamma_1 = 1$ el total del flujo de la bomba va hacia el tanque 1, si $\gamma_1 = 0$ el total del flujo va hacia el tanque 4.
- El flujo del tanque 3 es proporcional a $1 - \gamma_2$. Si $\gamma_2 = 1$ el total del flujo de la bomba va hacia el tanque 2, si $\gamma_2 = 0$ el total del flujo va hacia el tanque 3.
- El flujo de entrada del tanque 1 cuando se aplica el voltaje de entrada v_{b1} es $\gamma_1 k_1 v_{b1}$.
- El flujo de entrada del tanque 2 cuando se aplica el voltaje de entrada v_{b2} es $\gamma_2 k_2 v_{b2}$.
- El flujo de entrada del tanque 3 cuando se aplica el voltaje de entrada v_{b2} es $(1 - \gamma_2) k_2 v_{b2}$.
- El flujo de entrada del tanque 4 cuando se aplica el voltaje de entrada v_{b1} es $(1 - \gamma_1) k_1 v_{b1}$.

El modelo del sistema MIMO de la figura 3.5 es determinado para relacionar el flujo dentro del tanque Q_t , con el flujo de entrada q_i y de salida q_o a través del tiempo, considerando el flujo de salida en el tanque es una función de la altura del líquido contenido en su interior, el cambio de nivel de líquido almacenado en el tanque durante un dt es igual a el flujo de entrada menos el flujo de salida durante el mismo dt , describiendo esta relación en términos de la ecuación 3.1 obtenemos:

$$A_t \frac{dh_t(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (3.13)$$

Aplicando la ecuación 3.13 a cada uno de los tanques se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{h}_1 &= -q_{15} + q_{31} + q_{b11} \\ A_2 \dot{h}_2 &= -q_{25} + q_{45} + q_{b22} \\ A_3 \dot{h}_3 &= -q_{31} + q_{b23} \\ A_4 \dot{h}_4 &= -q_{42} + q_{b14} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Donde \dot{h}_i , A_i , q_{bi} , q_{ij} , corresponden a el nivel de líquido, el área seccional transversal, el flujo de líquido de entrada en los tanques proveniente de las bombas, y el flujo de salida de cada tanque respectivamente. A partir de la característica estática de la bomba la cual se puede obtener experimentalmente y considerando su comportamiento en valores cercanos al punto de operación esta presenta un comportamiento lineal en una sección de su región dependiente del voltaje aplicado v_{b1} limitada por un v_{bmin} y v_{bmax} y un valor constante determinado por la carga máxima, la ecuación que define su comportamiento puede ser definida por: q .

$$q_b = k_b v_{bi} \quad (3.15)$$

Considerando las válvulas en las entradas, los caudales de entrada dependen del voltaje de entrada v_{b1} , y v_{b2} , las constantes de las bombas k_1 y k_2 , y del radio de las válvulas γ_1 y γ_2 .

$$\begin{aligned} q_{b11} &= \gamma_1 k_1 v_{b1} \\ q_{b22} &= \gamma_2 k_2 v_{b2} \\ q_{b23} &= (1 - \gamma_2) k_2 v_{b2} \\ q_{b14} &= (1 - \gamma_1) k_1 v_{b1} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Los caudales de salida q_{ij} están definidos por la ecuación de Bernoulli y el teorema de Torricelli definidos en la ecuación 3.2 y 3.3, dependen de la aceleración debido a la gravedad (g) y el área de la sección trasversal de las salidas de cada tanque a_{ij} .

Remplazando q_{ij} , se obtienen las ecuaciones del sistema en términos del nivel de líquido del tanque, despejando en términos del nivel de líquido para cada uno de los tanques, el modelo matemático del sistema está definido por [11]:

$$\begin{aligned}
\dot{h}_1 &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_{b1} \\
\dot{h}_2 &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_{b2} \\
\dot{h}_3 &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3}v_{b2} \\
\dot{h}_4 &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_{b1}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Basándose en el modelo no lineal (ecuación 3.17 se derivan las ecuaciones del modelo lineal (ecuación 3.18 y 3.19) usando expansión en series de Taylor, se considera el caso donde el sistema multivariable depende de n variables y entradas, se realizan las derivadas parciales de cada una de las variables para cada una de las ecuaciones, desarrollando la serie y conservando solo los términos de primer orden, el nivel de los 4 tanques (h_i) son considerados como las variables de estado (x_i) donde $i = 1, 2, 3, 4$, los voltajes aplicados a las bombas v_{bn} donde $n = 1, 2$ son las variables de entrada y el nivel del tanque 1 y el tanque 2 son las variables de salida (y_i), se consideran $H_i = h_i - \bar{h}_i$, $U_n = v_{bn} - \bar{v}_{bn}$ como las variables de desviación, la representación del sistema en forma de espacio de estados determinada por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
\dot{H} &= \frac{df}{dh_i}(\bar{h}_i, \bar{u}_i)H + \frac{df}{du_i}(\bar{h}_i, \bar{u}_i)U \\
\dot{H} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial h_1} & \frac{\partial f_1}{\partial h_2} & \frac{\partial f_1}{\partial h_3} & \frac{\partial f_1}{\partial h_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial h_1} & \frac{\partial f_2}{\partial h_2} & \frac{\partial f_2}{\partial h_3} & \frac{\partial f_2}{\partial h_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial h_1} & \frac{\partial f_3}{\partial h_2} & \frac{\partial f_3}{\partial h_3} & \frac{\partial f_3}{\partial h_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial h_1} & \frac{\partial f_4}{\partial h_2} & \frac{\partial f_4}{\partial h_3} & \frac{\partial f_4}{\partial h_4} \end{bmatrix}_{(\bar{h}_i, \bar{u}_n)} H + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{(\bar{h}_i, \bar{u}_n)} U
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
\dot{H} &= \frac{dg}{dh_n}(\bar{h}_n, \bar{u}_n)H \\
\dot{Y} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial h_1} & \frac{\partial g_1}{\partial h_2} & \frac{\partial g_1}{\partial h_3} & \frac{\partial g_1}{\partial h_4} \\ \frac{\partial g_2}{\partial h_1} & \frac{\partial g_2}{\partial h_2} & \frac{\partial g_2}{\partial h_3} & \frac{\partial g_2}{\partial h_4} \end{bmatrix}_{(\bar{h}_i, \bar{u}_n)} H
\end{aligned} \tag{3.19}$$

El punto de operación para el nivel de cada uno de los tanques está representado por la ecuación 3.14, el punto de operación $\bar{h}_i(t)$ donde $i=1,2,3,4$, se obtiene a partir de establecer $\dot{h}(t) = 0$ y evaluar la ecuación que define a cada tanque igualando el caudal de entrada con el de salida.

$$\begin{aligned}
\bar{h}_1 &= \left(\frac{a_3}{a_1}\sqrt{\bar{h}_3} + \frac{\gamma_1 k_1 v_{b1}}{a_1\sqrt{2g}} \right)^2 \\
\bar{h}_2 &= \left(\frac{a_4}{a_2}\sqrt{\bar{h}_4} + \frac{\gamma_2 k_2 v_{b2}}{a_2\sqrt{2g}} \right)^2 \\
\bar{h}_3 &= \left(\frac{(1-\gamma_2)k_2 \bar{v}_{b2}}{a_3\sqrt{2g}} \right)^2 \\
\bar{h}_4 &= \left(\frac{(1-\gamma_1)k_1 \bar{v}_{b1}}{a_4\sqrt{2g}} \right)^2
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Para la representación del sistema se definen las constantes de tiempo T_i que están dadas por:

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2\bar{h}_i}{g}} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.21)$$

Las ecuaciones del modelo matemático lineal estarán definidas por la ecuación 3.22.

$$\dot{H} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} U$$

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} H \quad (3.22)$$

Con el fin de poder visualizar el cambio de nivel en todos los tanques se incluye la ecuación que describe el cambio de nivel en el tanque 5 para el modelo no lineal está dado por la ecuación 3.23.

$$\dot{h}_5 = \frac{a_1}{A_5} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_2}{A_5} \sqrt{2gh_2} - \left(\frac{\gamma_1 k_1}{A_5} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_5} \right) v_{b1} - \left(\frac{\gamma_2 k_2}{A_5} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_5} \right) v_{b2} \quad (3.23)$$

Para el modelo lineal la dinámica del comportamiento del tanque 5 está dada por la ecuación 3.24.

$$\dot{h}_5 = \frac{a_1 \sqrt{2g}}{2A_5 \sqrt{h_1}} H_1 + \frac{a_2 \sqrt{2g}}{A_5 \sqrt{h_2}} H_2 - \left(\frac{\gamma_1 k_1}{A_5} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_5} \right) U_1 - \frac{\gamma_2 k_2}{A_5} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_5} U_2 \quad (3.24)$$

Para el diseño del controlador es necesario el modelo de la planta representado a partir de su función de transferencia, Un sistema MIMO puede ser representado a partir de la idea extendida de una función de transferencia como una matriz de función de transferencia, Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones en espacio de estados que representan al sistema se tiene:

$$\begin{aligned} sX(s) - x(0) &= AX(s) + BU(s) \\ Y(s) &= CX(s) + DU(s) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Considerando $x(0) = 0$ se tiene:

$$Y(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)U(s)$$

Se tiene que la matriz de función de transferencia de la planta $G_p(s)$ está definida por:

$$G_p(s) \triangleq C(sI - A)^{-1}B + D \quad (3.26)$$

Para el modelo matemático del sistema de 4 tanques, se tiene que la matriz de función de transferencia del sistema está definida por la ecuación 3.27.

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 k_1 k_c}{A_1 (T_1 s + 1)} & \frac{T_1 k_1 k_2 k_c (1-\gamma_2)}{A_1 k_1 (T_1 s + 1) (T_3 s + 1)} \\ \frac{T_2 k_1 k_2 k_c (1-\gamma_1)}{A_2 k_2 (T_2 s + 1) (T_4 s + 1)} & \frac{T_2 k_2 k_c}{A_2 (T_2 s + 1)} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

La matriz de transferencia tiene 2 ceros finitos para $\gamma_1, \gamma_2 \in (0, 1)$ uno de ellos siempre se encuentra en el semiplano izquierdo y el otro puede ser localizada en el semiplano derecho o izquierdo. El sistema se encuentra en fase no mínima si $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$ y en fase mínima para $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$. La ubicación del cero multivariable en el semiplano izquierdo o derecho tiene una interpretación física directa, el caudal q_{bij} denota el flujo proveniente de las bombas, si la suma del flujo de los tanques inferiores $(\gamma_1 + \gamma_2)q_{bij} > 1$ es mayor que la suma del flujo de los tanques superiores $(2 - (\gamma_1 + \gamma_2))q_{bij}$ el sistema es de fase mínima, si el flujo de los tanques inferiores es menor que el flujo de los tanques superiores el sistema es de fase no mínima. El sistema es más fácil de controlar con la relación de y_1 con u_1 y y_2 con u_2 si la mayor parte del flujo va directamente hacia los tanques inferiores, sin embargo, el control del sistema es más difícil si el total de flujo hacia los tanques del lado izquierdo (1 y 3) es igual al flujo total de los tanques del lado derecho (2 y 4) es decir si $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ colocando el cero multivariable en el origen. Existe una relación directa entre la localización del cero multivariable del modelo y la intuición física de controlar el proceso de 4 tanques. Los ceros del sistema pueden ser calculados de forma analítica por la ecuación 3.28.

$$\begin{aligned} z_1(\eta) &= \frac{-(T_3 + T_4) + \sqrt{(T_3 - T_4)^2 + 4T_3T_4\eta}}{2T_3T_4} \\ z_1(\eta) &= \frac{-(T_3 + T_4) - \sqrt{(T_3 - T_4)^2 + 4T_3T_4\eta}}{2T_3T_4} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Donde: $\eta = ((1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2))/(\gamma_1\gamma_2)$, si η es pequeño entonces los dos ceros están cercanos a $-1/T_3$ y $-1/T_4$ respectivamente, sin embargo si $\eta \rightarrow \infty$ un cero tiende a $-\infty$ y el otro cero tiende a $+\infty$, si $\eta = 1$ un cero es localizado en el origen, este caso corresponde con $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$. Una herramienta para poder establecer el tipo de controlador a implementar (centralizado o descentralizado) es a partir de la matriz de ganancia relativa o RGA (Relative Gain Array). La matriz de ganancia relativa fue introducida por Bristol[], y permite medir el grado de interacción de los sistemas de control multivariable. La RGA es definida por:

$$\Lambda = G(0) * G^{-T}(0) \quad (3.29)$$

Donde $*$ denota el producto Schur (multiplicación de elemento de la matriz por elemento), es posible mostrar que cada elemento de cada fila y cada columna suman en su conjunto el valor de 1. Para un sistema de 2x2 la RGA es determinada por el escalar $\lambda = \Lambda_{11}$. La RGA es usada como herramienta en los procesos industriales para decidir la estructura de control comparando el emparejamiento de entradas y salidas para el diseño de controladores descentralizados. Mc Avoy propone esforzarse en el diseño para que el emparejamiento entre las variables (entradas-salidas) se encuentre en el rango $0,67 < \lambda < 1,5$, el sistema es particularmente de controlar si $\lambda < 0$. la expresión que permite obtener el RGA del sistema de tanques cuádruples está dada por:

$$\lambda = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2 - 1} \quad (3.30)$$

Para aplicar el método y obtener la matriz de ganancias relativas, se obtiene la matriz de ganancias estáticas en lazo abierto, una vez obtenida se aplica la ecuación 3.29, los valores de esta matriz están relacionados con el grado y el tipo de interacción entre variables:

- Cuanto más difiere de la ganancia relativa, mayor es el grado de interacción.
- Las variables se emparejan de forma que se elija el λ mayor.

3.3. Análisis e identificación del proceso real

El proceso de 4 tanques mostrado en la figura 3.3 se encuentra completamente montado se conecta a la toma de corriente mediante un cable con cabezal estándar C13 norma IEC, cuenta con un cable de datos conectado a la tarjeta de adquisición de datos instalada en una ranura PCI del ordenador dedicado por un puerto DC-37 tipo D-sub, son puertos que visualmente son similares a puertos paralelos pero con una configuración interna diferente por lo que no deben ser confundidos, estos van conectados a una placa externa a la pc la cual separa las señales en analógicas y digitales, mediante el uso de otro cable con extremos conectores tipo D-sub(en este caso DB-25) a la placa externa que separa la señal para conectarlo con la tarjeta de adquisición de datos Myrio. Esta tarjeta de adquisición externa tiene 2 tipos de puertos 2 MXP y 1 minisistem port, para conectar directamente cable a cable. La estructura cuenta con:

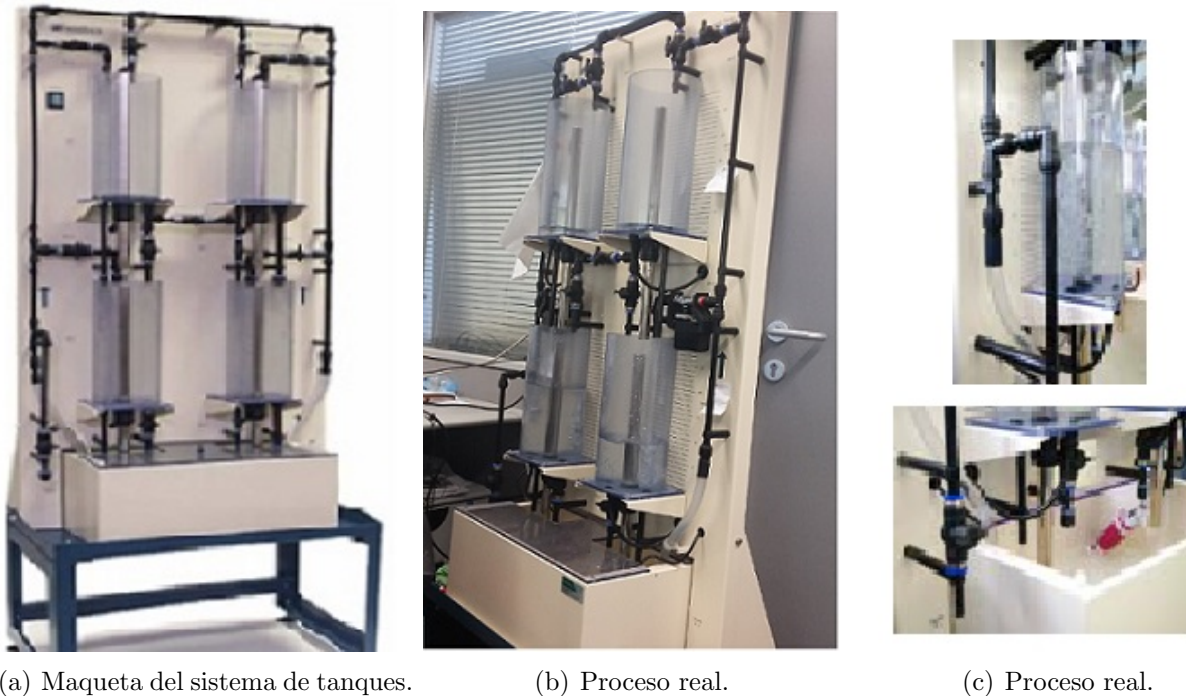


Figura 3.3: Sistema experimental de tanques acoplados.

- 11 válvulas en el sistema más 1 válvula de purga (descarga) para variar el caudal de descarga del tanque y 2 bombas, donde cada Bomba puede alimentar directamente a 3 tanques (los 2 superiores y el inferior de su lado) e indirectamente al cuarto.
- 4 tanques en dos conjuntos simétricos en paralelo. Comunicados por una válvula central debajo de los tanques superiores. Cada conjunto se compone de dos tanques en serie y en vertical. En el que el primero puede recibir agua de las dos bombas y en el segundo solo de la de su lado.
- Todos los tanques están conectados a un aliviadero de descarga libre con una capacidad de 32 litros en el que el caudal será variable en función de la presión de agua generada por la gravedad. La maqueta tiene un peso total de 36 kg.
- Un medidor de nivel por diferencia de presión, generada por la altura del agua para cada tanque.

La maqueta de tanques acoplados es un modelo de un fragmento de una planta química, el experimento de tanques acoplados es diseñado para poder ser reconfigurado, cada uno cuenta con un sensor de presión para medir el nivel, la modificación del sistema puede realizarse mediante la manipulación de 7 válvulas para cambiar la dinámica del sistema e imponer el uso de distintos controladores, el nivel de agua es controlado por 2 bombas sumergibles independientes, el sistema puede ser modificado como un sistema SISO o un sistema MIMO, su dinámica puede ser modificada haciendo un cambio en las dimensiones de los orificios de salida y la generación de perturbaciones es realizada por 4 válvulas manuales. Las pruebas para la comparación con el modelo son obtenidas en tiempo real y las variables del proceso pueden ser observadas mediante visualizaciones gráficas, los algoritmos de control pueden ser probados en modelos y su aplicación en tiempo real.

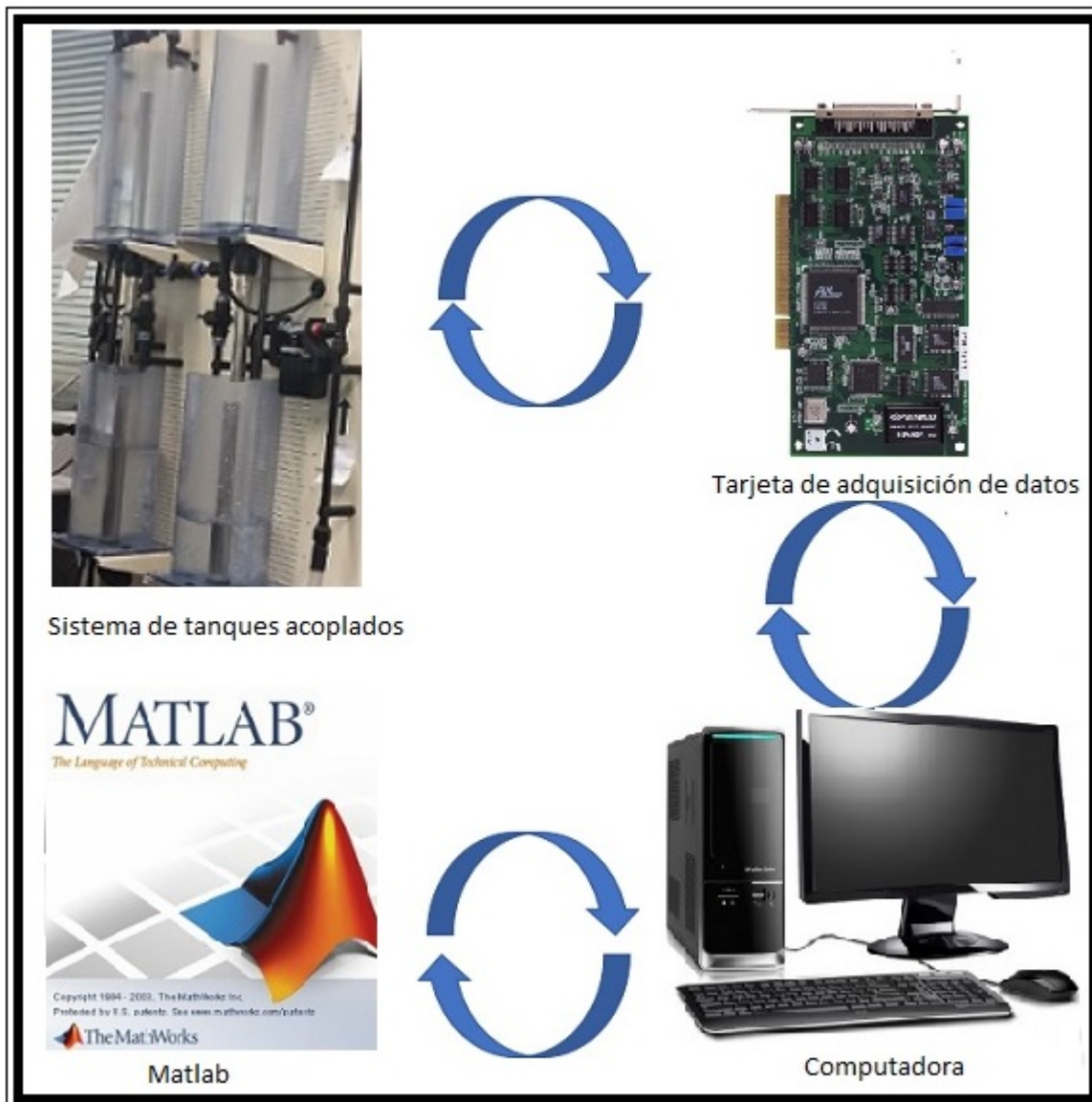


Figura 3.4: Comunicación hardware - software del sistema.

El control de los tanques se realiza estableciendo la comunicación entre hardware y software del sis-

tema de laboratorio implementado (figura 3.4), para encender las bombas se usa un programa básico para activar las salidas de la tarjeta de adquisición de datos, para el funcionamiento se hace uso del sistema de tanques acoplados Feedback (33 – 042 – IC), el sistema operativo Windows 7 (64 bits) y el programa Matlab (versiones a o b entre 2009 y 2013) y los controladores Advantech (Versión SDK DAQ Navi 3.2.7.0). Cada uno de los tanques cuenta con un medidor de nivel (LIC), que poseen dos potenciómetros para regular la ganancia y el cero (figura 3.5). El tornillo superior es el cero y el inferior la ganancia. Además, están conectados a los conectores J y a los canales analógicos de entrada de la tarjeta por orden correlativo, empezando por T-1, J-1, CH-01 y acabando en T-4, J-4, CH-04.

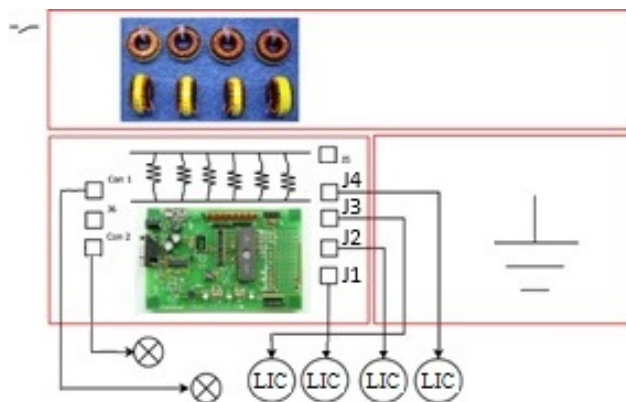


Figura 3.5: Tarjeta de conexión y ajuste de sensores.

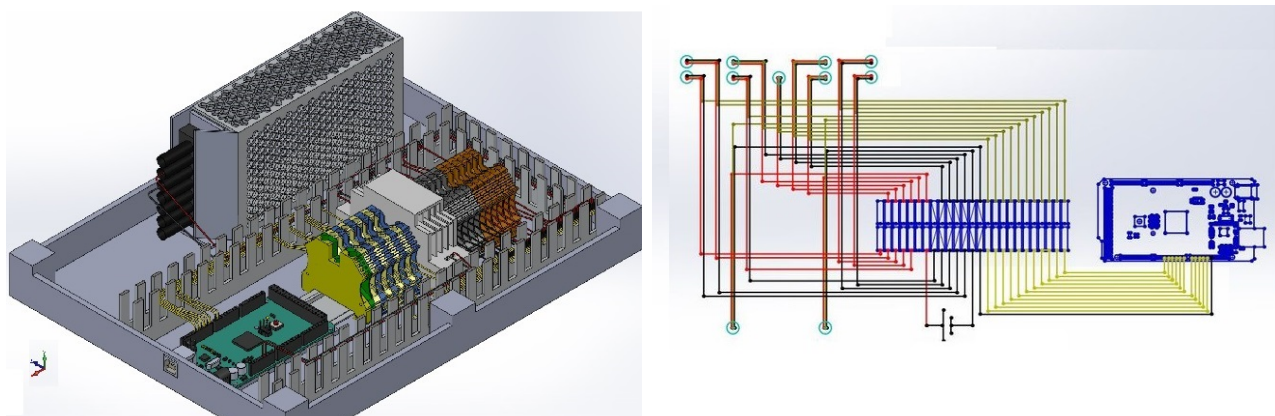
Los drivers de la tarjeta de adquisición de datos, solo permiten trabajar en el sistema operativo Windows 7 (64 bits) para acceder a la utilidad Management (figura 3.5).



Figura 3.6: Jerarquía y acoplamiento de hardware y software.

Se tiene un software complejo, que reconoce los elementos conectados a la tarjeta, se tienen los controladores de Advantech que permiten relacionar la información que llega al ordenador mediante la tarjeta de adquisición, el programa Matlab recoge la información y enlaza los controladores con *Feedback* por ello no se tendrán incompatibilidades entre Advantech y *Feedback*, *Feedback* son librerías que indican a Matlab lo que está conectado a la tarjeta y presenta de manera gráfica los 4 tanques, mediciones de nivel, las 2 bombas, así como un esquema de conexión de las válvulas. El programa *Management*, saca salidas eléctricas (analógicas o digitales) y lee las señales eléctricas que recibe, el software SDK contiene la utilidad management que permite seleccionar los canales de salida de cada uno de los tanques y el rango de voltaje para las entradas. Matlab permite seleccionar y ejecutar parámetros almacenados en las librerías de *Feedback*, calibrar y ejecutar el proceso.

Para la automatización futura del sistema de tanques se monta la caja de conexiones habiendo dibujado previamente la caja de conexiones en CAD 3D, para verificar el espacio y mejorar la organización, incluye una fuente de alimentación de 6 voltios Marca TDK-Lambda modelo HWS-150A-5/A, los cables salen por la parte superior izquierda para poder distribuirlos mejor en la planta con 3 elementos de salida, una clavija USB para conexión de datos, un enchufe/interruptor para el voltaje de alimentación y una salida de cables hacia los motores.



(a) Caja de conexión.

(b) Líneas de señal.

Figura 3.7: Caja y esquema de conexión en CAD 3D.

Incluye 1 caja eléctrica de 300x240x110 mm, 8 válvulas Aignep modelo 6400, 16 racores rápidos marca Aignep, 6 servomotores Marca Hitec modelo HS-805MG, 2 servomotores Waterprof (Para evitar que se dañen, los dos motores que están metidos en el tanque de agua), fichas eléctricas estándar DIN-35 marca Weidmuller, cables y guías. Se decidió crear la caja para que se ubicara a la derecha abajo, de forma que los cables de 220v no se crucen con ningún cable de señal o de 5v. se contempla en la caja de conexiones el cableado para 11 posiciones donde se pueden colocar 8 válvulas automáticas. Se usan como colores identificativos:

- Fase: Naranja, Rojo, Morado.
- Neutro: Gris, Blanco, Negro.
- Señal: Verde, Amarillo, Celeste y Rosa.
- Azul y marrón: Pueden ser Fase o Neutro

Se coloca la caja de conexiones en la maqueta, las fases y los neutros se enumeran del 0 al 13, en sentido horario, las líneas de señal se numeran del 1 al 11, de izquierda a derecha, la fase y el Neutro 0, corresponden con la alimentación al arduino. Las líneas de señal del 1-7 corresponden con las fases y los neutros del 1-7, las líneas de señal del 8-11 corresponden con las fases y neutro del 9-12. La fase 8 está vacía. El neutro 8 corresponde con el neutro de todas las señales, la fase 13 y el neutro 13, corresponden con la salida de 5 voltios de la fuente de alimentación, la distribución se puede ver en detalle en el esquema mostrado en la figura 3.7.

3.4. Parámetros de la planta

Se realiza el análisis del sistema de 4 tanques y la obtención de los datos de la estructura y actuadores, validando el funcionamiento de las bombas y medidas de la estructura. Se muestran los planos de la estructura en la figura 3.8 y los distintos diámetros de los tanques y salidas del proceso en la figura 3.9 con las medidas necesarias para el análisis del proceso implementado en laboratorio, cada tanque está hecho con lamina de acrílico de 3 mm de grosor, con una altura de 30.4 cm y un diámetro interno de 135 mm, el conducto de desfogue de cada tanque tiene un diámetro exterior de 20 mm y la salida está ubicada a 27 cm de altura con respecto a cada tanque, las salidas con conexión a los otros tanques tiene un diámetro interno de 8 mm, con una separación de 20 cm entre tanques, la altura de la estructura es de 1.31 m sin considerar la estructura de soporte.

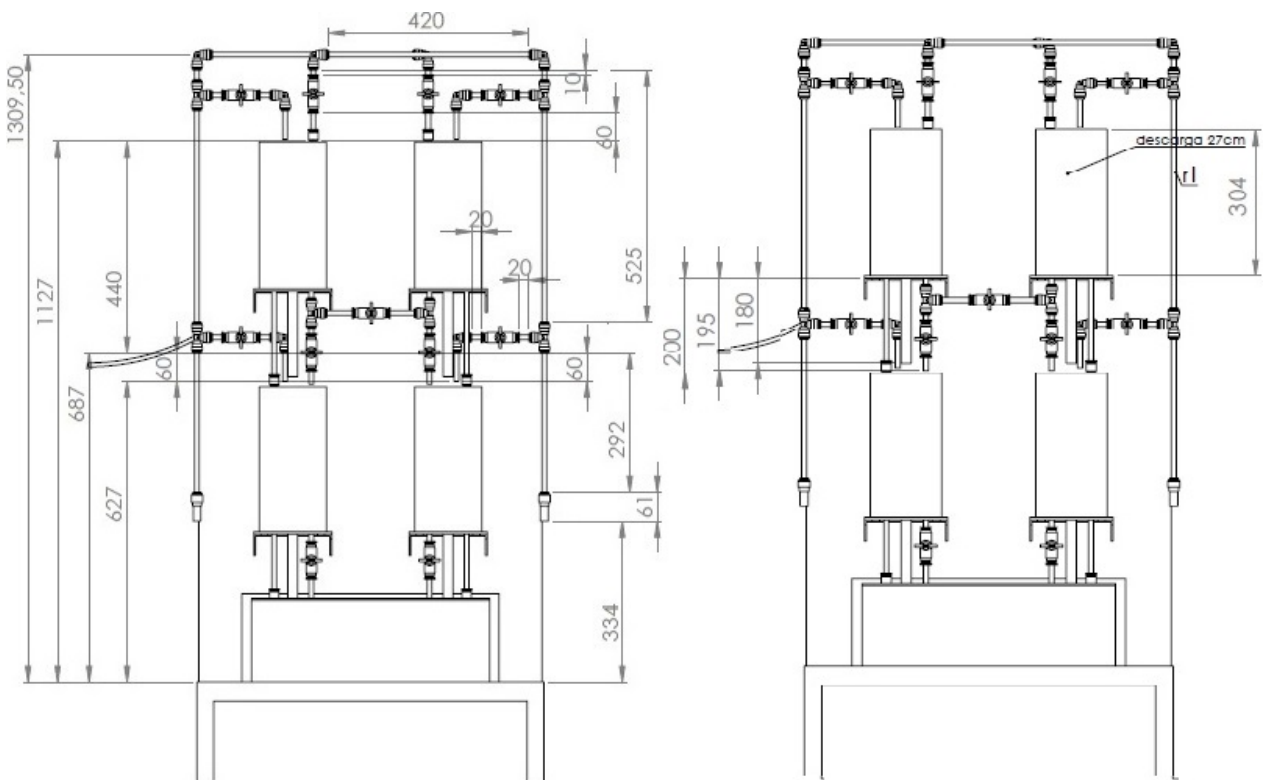


Figura 3.8: Plano y medidas de la estructura.

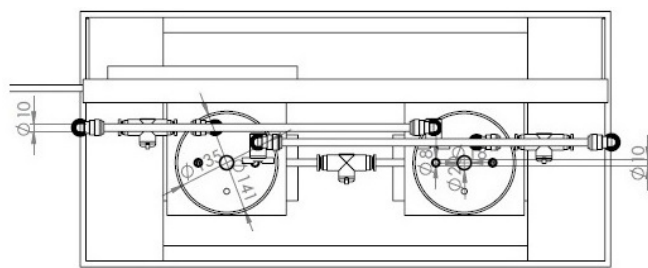


Figura 3.9: Diámetro de tanques y tuberías.

El sistema cuenta con 11 válvulas de las cuales para la operación del proceso se abren las 2 válvulas de 3 vías y las válvulas superiores que conectan la salida de la bomba 1 al tanque 4 y la bomba 2 al tanque 3 manteniendo las restantes válvulas cerradas. La interfaz presentada en la figura 3.10 es realizada en Matlab, el bloque izquierdo corresponde a los bloques definidos para adquirir la señal del nivel de cada uno de los tanques mediante un bloque ADC y un bloque de un filtro y un convertidor para poder ser registrada y visualizada mediante el grafico de cada una de las curvas de salida, el bloque derecho permite envía la señal de control a las bombas del sistema mediante un bloque DAC.

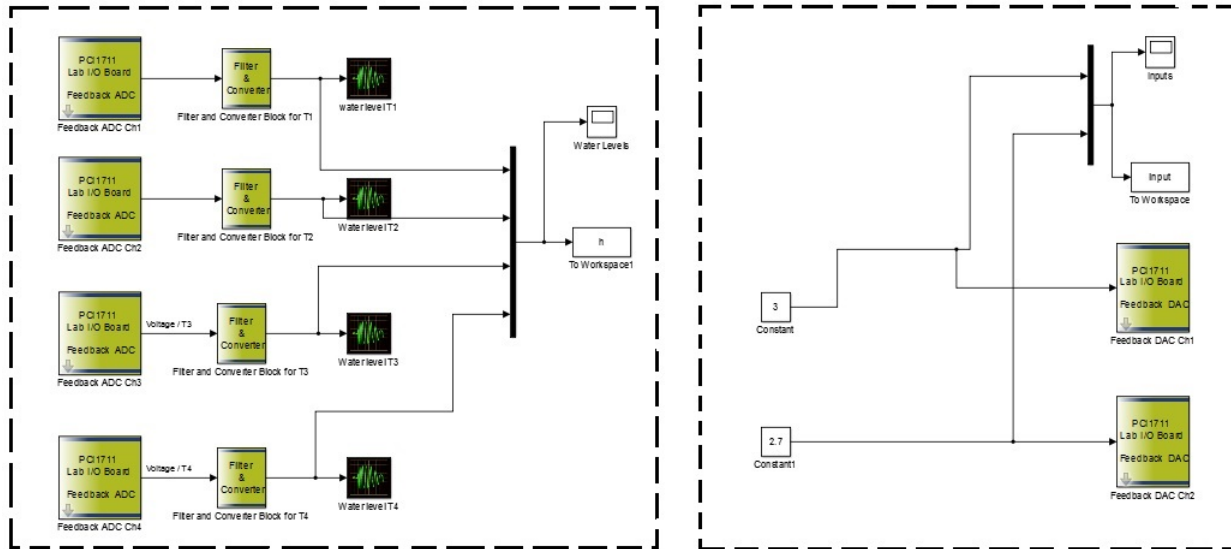


Figura 3.10: Interfaz de entrada - salida en Matlab.

La figura 3.11 muestra la interfaz que permite realizar la puesta en marcha de cada una de las bombas definiendo el limite mínimo y máximo del voltaje de entrada y salida, y el voltaje en el cual se realizará la prueba para validar el funcionamiento de las bombas.

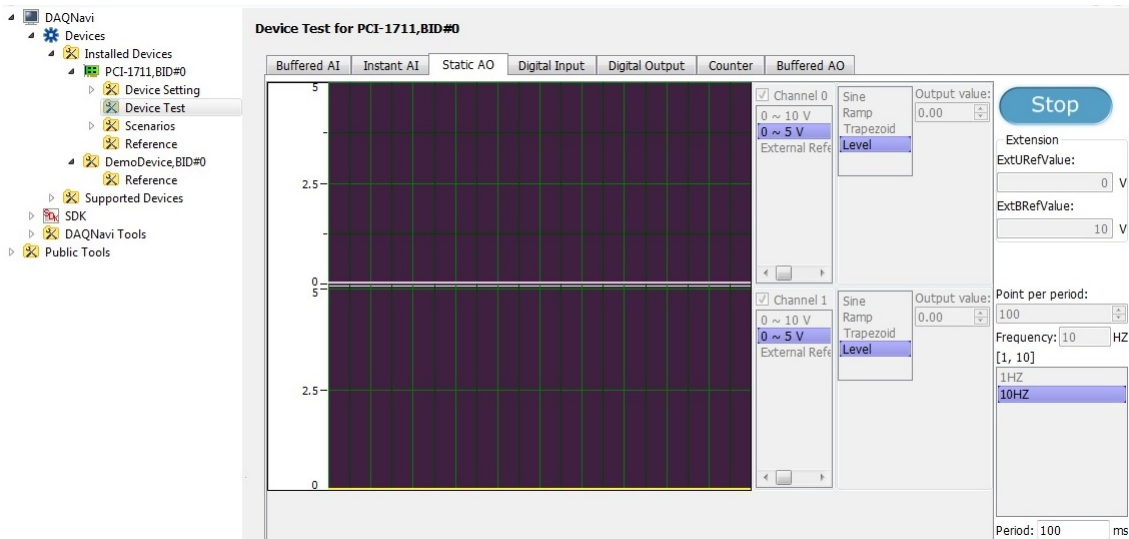


Figura 3.11: Interfaz de control de actuadores en Matlab.

Se obtiene la representación gráfica del rendimiento de la bomba en función del caudal a partir de las curvas características de la bomba, estas permiten obtener la información necesaria para predecir las magnitudes de operación de la bomba en el circuito dado (estructura de tanques), las curvas se obtienen accionando las bombas a una velocidad constante para una altura determinada, variando en cada prueba el voltaje de alimentación de las bombas, registrando los datos de cada prueba realizada en laboratorio. Se realizan las pruebas para las 2 bombas de la estructura y se obtienen los datos mostrados en la tabla 3.2 y 3.3 estableciendo una relación caudal - voltaje.

Tabla 3.2: Datos de pruebas de bomba 1.

Voltaje(v)	Altura(m)	Área(cm ²)	Volumen(cm ³)	Tiempo(t)	Caudal(l/s)
1.6	10	0.056	0.0056	52.24	0.107
1.8	10	0.056	0.0056	35.11	0.160
2	10	0.056	0.0056	26.63	0.211
2.2	10	0.056	0.0056	22.71	0.247
2.4	10	0.056	0.0056	18.26	0.307
2.6	10	0.056	0.0056	16.45	0.341
2.8	10	0.056	0.0056	14.08	0.399
3	10	0.056	0.0056	13.17	0.426
3.2	15	0.084	0.0084	17.23	0.489
3.4	15	0.084	0.0084	16.01	0.526
3.6	15	0.084	0.0084	14.78	0.570
3.8	15	0.084	0.0084	13.72	0.614

El rango de voltaje de alimentación de las bombas es de 0 a 5 volts, sin embargo, las bombas solo son capaces de proporcionar líquido a los tanques con un voltaje de alimentación igual o mayor a 1.6 volts siendo este el valor inicial de las pruebas realizadas, el valor final tomado es de 4 volts, se realizan 13 mediciones para cada una de las bombas con intervalos de .2 volts.

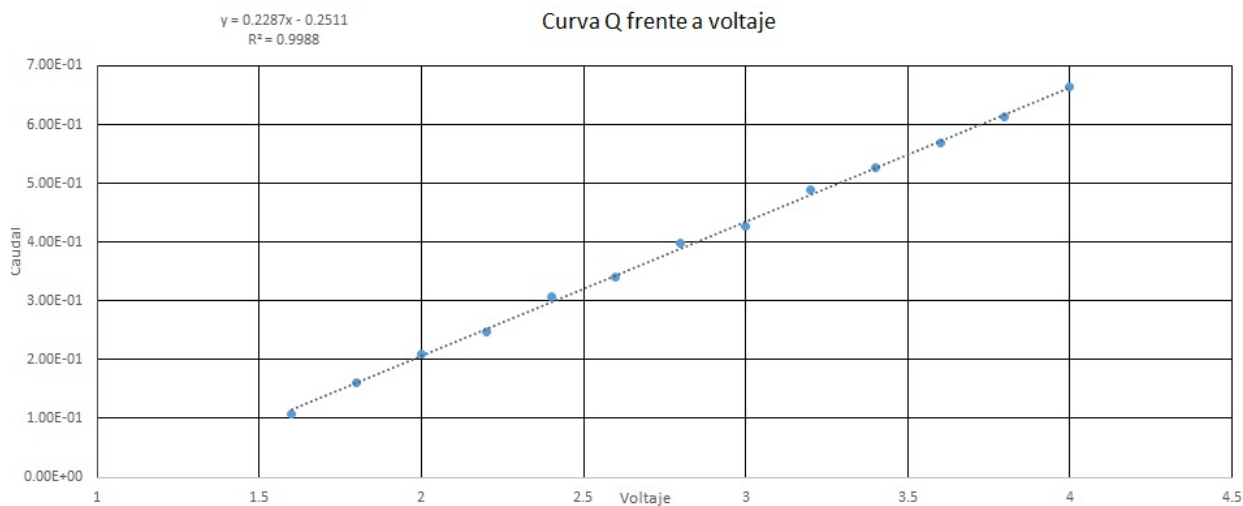


Figura 3.12: Curva caudal- voltaje de la bomba 1.

De los valores mostrados en la tabla 3.2 se obtiene la curva para la bomba 1 mostrada en la figura 3.12, se realizan los mismos pasos para caracterizar la bomba 2 de la estructura obteniendo los valores mostrados en la tabla 3.3 y mostrando su grafica en la figura 3.13. Para ambas bombas se realiza una

Tabla 3.3: Datos de pruebas de bomba 2.

Voltaje(v)	Altura(m)	Área(cm ²)	Volumen(cm ³)	Tiempo(t)	Caudal(l/s)
1.6	10	0.056	0.0056	31.24	0.1796
1.8	10	0.056	0.0056	25.15	0.2231
2	10	0.056	0.0056	20.16	0.2784
2.2	10	0.056	0.0056	16.83	0.3335
2.4	10	0.056	0.0056	14.74	0.3807
2.6	10	0.056	0.0056	12.67	0.4429
2.8	10	0.056	0.0056	11.17	0.5024
3	10	0.056	0.0056	10.22	0.5491
3.2	15	0.084	0.0084	14.23	0.5916
3.4	15	0.084	0.0084	13.05	0.6451
3.6	15	0.084	0.0084	12.19	0.6906
3.8	15	0.084	0.0084	11.21	0.7510

aproximación lineal la cual se ajusta mejor al comportamiento de los puntos obtenidos y se obtienen las constantes para la bomba 1 y 2 dadas por $k_{b1} = 26,3$ y $k_{b2} = 22,87$ respectivamente.

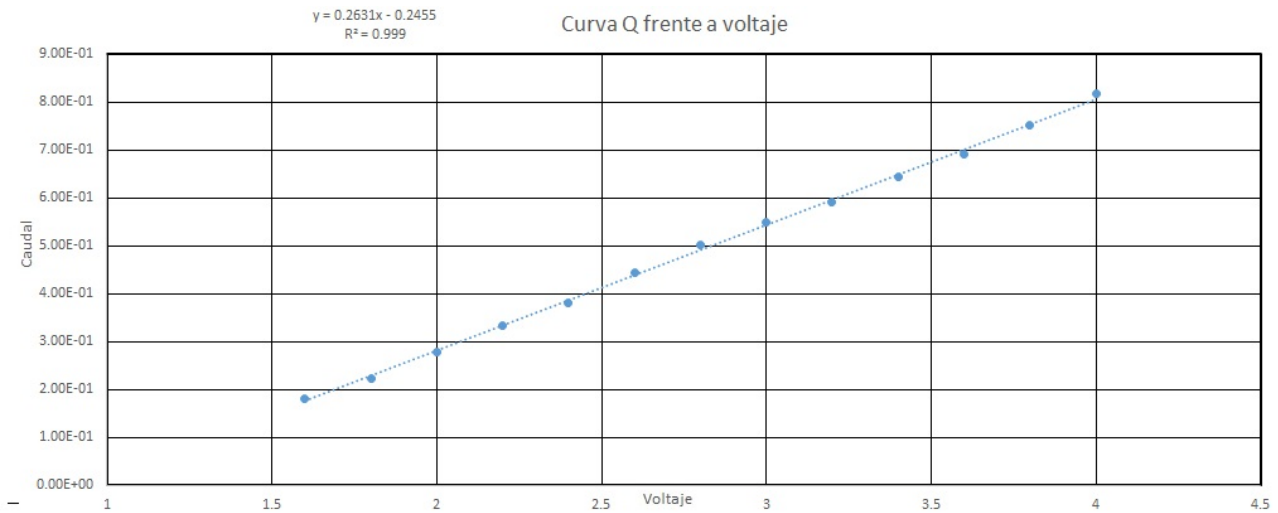


Figura 3.13: Curva caudal-voltaje de la bomba 2

Para obtener la respuesta del sistema de 4 tanques y su comparación de las curvas obtenidas con el modelo del proceso se toman en cuenta las medidas del proceso de laboratorio y los datos obtenidos de las pruebas realizadas de las bombas centrifugas, así como la abertura de cada una de las válvulas los cuales se resumen en la tabla 3.4.

Tabla 3.4: Parámetros de caracterización del sistema de tanques acoplados.

Parámetros del modelo	Símbolo	Valores
Área seccional del tanque	A_1, A_2, A_3, A_4	140 cm^2
Área seccional de salida	a_1, a_2, a_3, a_4	$.5027 \text{ cm}^2$
Cte. de gravedad	g	981 cm/s^2
Ajuste de salida	kc	.5
Voltaje de operación	\bar{v}_1	3.2 volts
Voltaje de operación	\bar{v}_2	2.8 volts
Cte. de bomba 1	k_1	$26.3 \text{ cm}^3/Vs$
Cte. de bomba 2	k_2	$22.87 \text{ cm}^3/Vs$
Cte. válvula 1	γ_1	.74
Cte. válvula 2	γ_2	.78

Con el desgaste por el uso de las bombas, estas no darán el mismo resultado en las mismas condiciones en distintos momentos de la prueba, por lo que dependerá de que tanto y cuantas veces ha sido utilizado el componente del sistema el que tan rápido o lenta será respuesta del actuador a los cambios en la señal de control. En el caso de Johansson [11] se considera el sistema en el que las condiciones son casi simétricas con características ideales en las que las bombas fueron adquiridas en el mismo instante de tiempo y con un desgaste equivalente, considerando que las bombas tienen una constante de proporcionalidad casi idéntica y una misma respuesta cuando en una situación real no siempre se tienen las mismas condiciones para cada uno de los actuadores y donde estos no siempre son adquiridos en el mismo instante de tiempo o fueron remplazados por elementos compatibles con el proceso en su conjunto, como en el caso se tienen constantes diferentes aun cuando las bombas son similares.

3.5. Evaluación y simulación del modelo SISO

Establecidas las dimensiones de la planta y los caudales de entrada de las bombas centrífugas, la dinámica del nivel del tanque puede ser determinada en base a la ecuación diferencial del depósito mostrado en la figura 3.1. Se consideran configuraciones para las válvulas con puntos estacionarios, es en dichos puntos donde se considerarían los puntos de operación para el sistema. La representación del modelo no lineal para el sistema SISO se muestra en la figura 3.14a, realizada a partir de bloques, el modelo linealizado se muestra en la figura 3.14b a partir de su representación como función de transferencia.

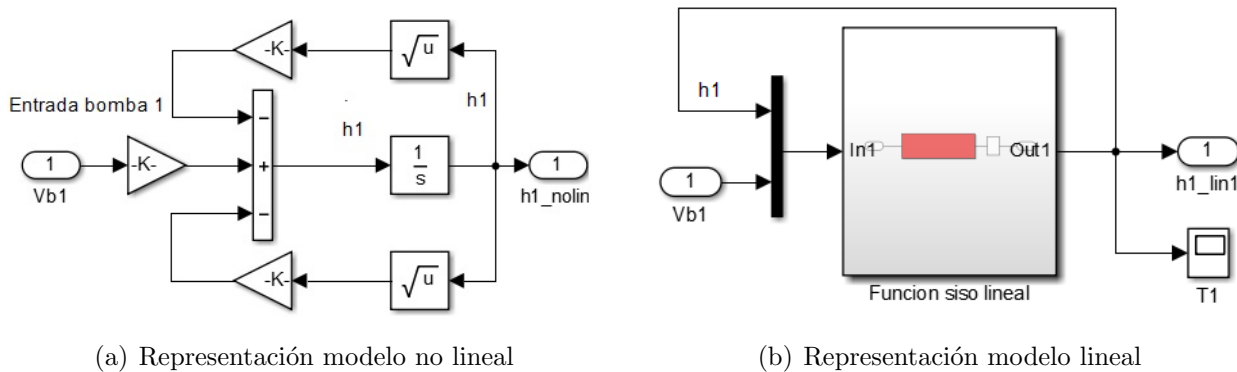


Figura 3.14: Bloques del modelo matemático SISO en Simulink.

Se muestra la simulación del modelo matemático representado por la ecuación 3.8 y 3.11 en base a las medidas y valores mostrados en la tabla 3.4, obteniendo la representación del sistema SISO mostrado en la figura 3.15 para realizar la comparación de las curvas de ambos modelos.

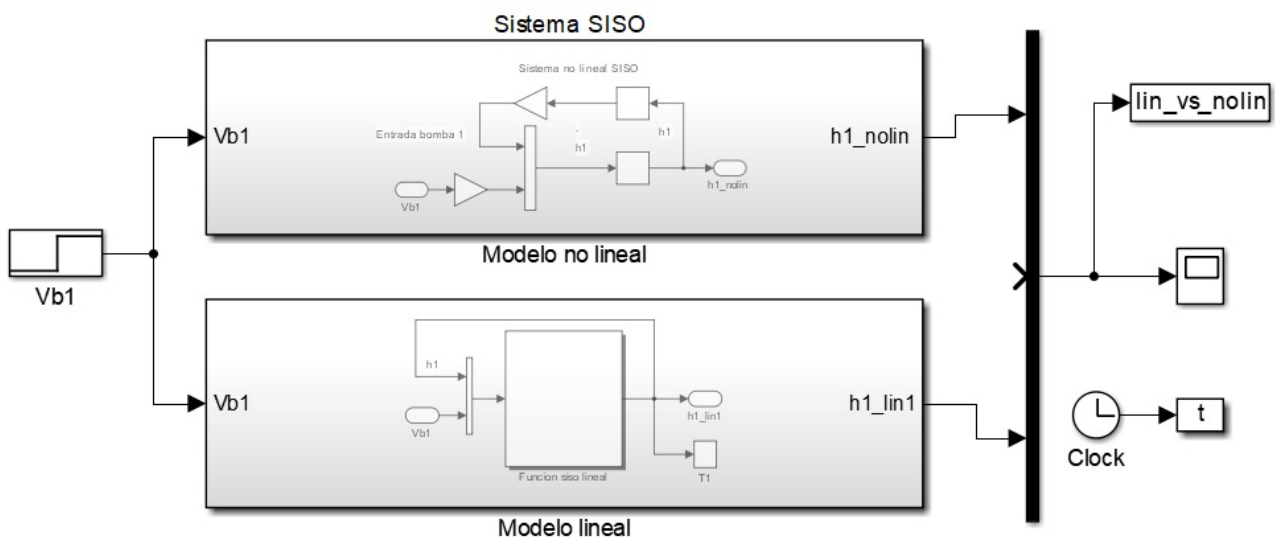


Figura 3.15: Modelo no lineal y lineal implementado en Simulink.

En las gráficas de la figura 3.16 se muestra la comparación de las curvas obtenidas para el sistema SISO, para validar la dinámica del sistema se consideran de 2 cambios en el valor de entrada para la bomba a los 10 segundos de iniciada la simulación y para la válvula a los 150 segundos de iniciada la simulación, a partir de las curvas mostradas se valida comportamiento del modelo linealizado para el punto de operación elegido con respecto a la altura del tanque (12 cm) valor del cual parte la curva del modelo lineal. Se simula el comportamiento del sistema tomando en cuenta el máximo caudal a la altura de forma constante a una altura de 1 metro, obteniendo la altura máxima alcanzada por el tanque con valor de 24.5cm en un tiempo de 200 segundos si se considera un flujo constante, tomando variaciones en la abertura de la válvula se puede observar que el valor mínimo de líquido contenido en el tanque alcanza una altura de 5.7 cm.

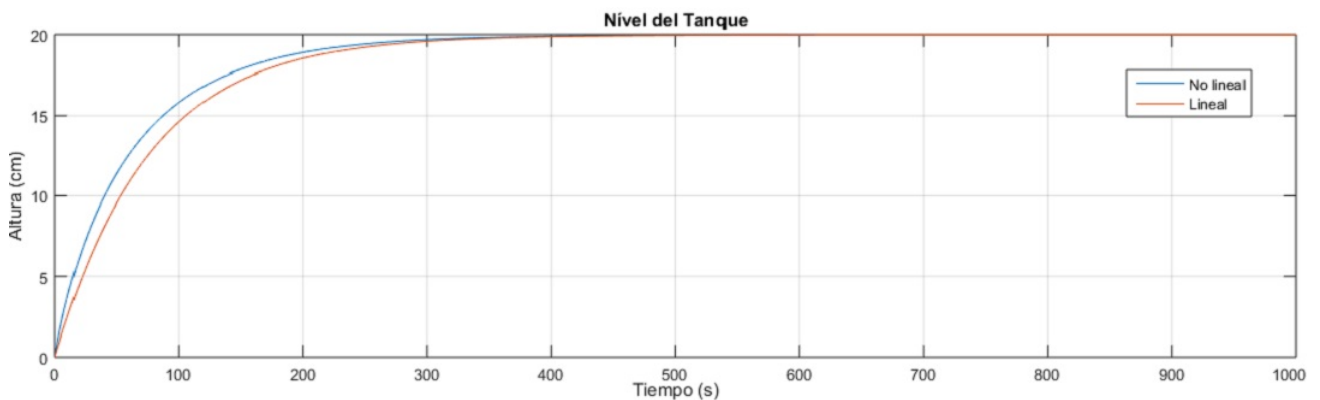


Figura 3.16: Curvas de respuesta del sistema SISO.

En la figura 3.17 se muestra la comparación de la respuesta de los distintos modelos a cambios en la entrada en los instantes $t=400$ y $t=600$ segundos con el fin de validar el cambio en la dinámica y la diferencia en las respuestas presentadas en la simulación realizada, el modelo lineal del sistema responde de manera casi idéntica al modelo no lineal, justificando el uso del modelo lineal del sistema para el diseño del controlador.

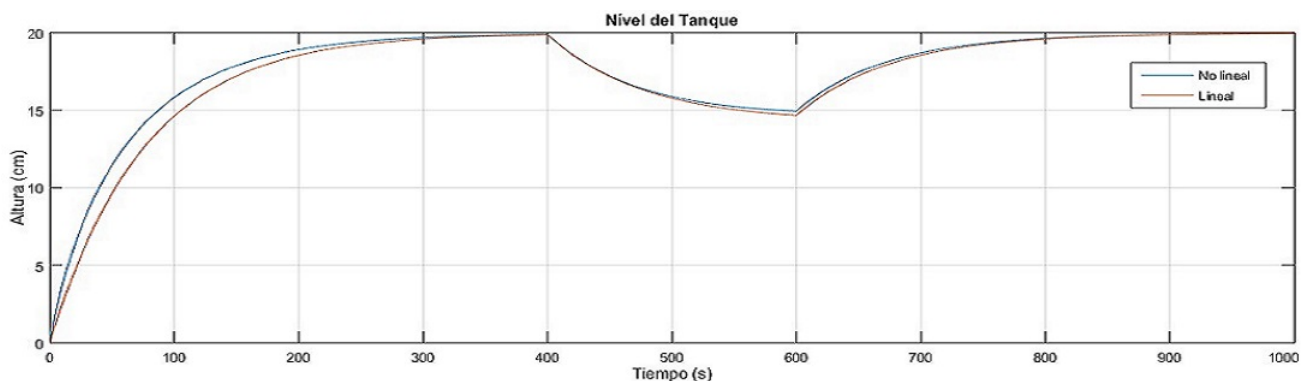


Figura 3.17: Curvas de respuesta del sistema SISO.

La simulación del proceso SISO se realiza tomando en cuenta los valores mostrados en la tabla 3.4 y se valida la dinámica del proceso solo en simulación con la comparación del modelo lineal y no lineal que definen al sistema.

3.6. Comparación y simulación del modelo MIMO

A partir de los parámetros obtenidos de la planta mostrados en la tabla 3.4 se calculan los puntos de operación y la identificación de la dinámica del nivel de líquido de cada tanque del sistema mostrados. El modelo no lineal del sistema se implementa mediante bloques en simulink como se muestra en la figura 3.18.

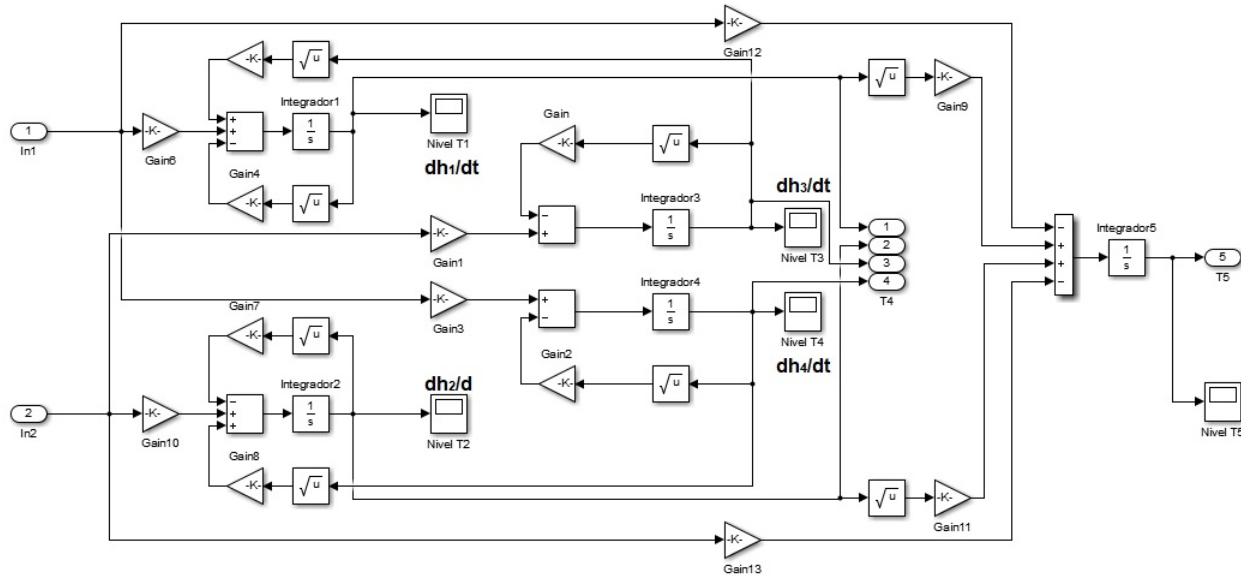


Figura 3.18: Diagrama a bloques del sistema en Simulink.

El modelo lineal del sistema se describe a partir de funciones de transferencia y su representación mediante diagramas a bloques se muestra en la figura 3.19, los códigos utilizados para la simulación en Matlab se muestran en el apéndice A.

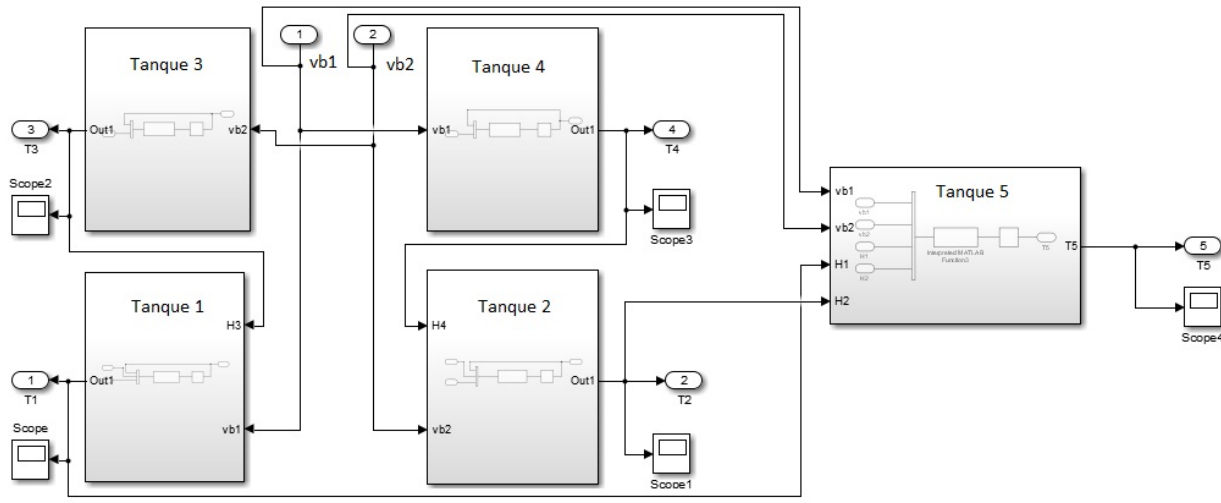


Figura 3.19: Diagrama a bloques del sistema en Simulink.

La comparación del modelo no lineal y lineal del sistema dados por la ecuación 3.17 y 3.22 res-

pectivamente, se realiza la construcción del sistema en Matlab/Simulink mostrado en la figura 3.20, considerando 3 bloques: la señal de entrada, el modelo lineal y el modelo no lineal.

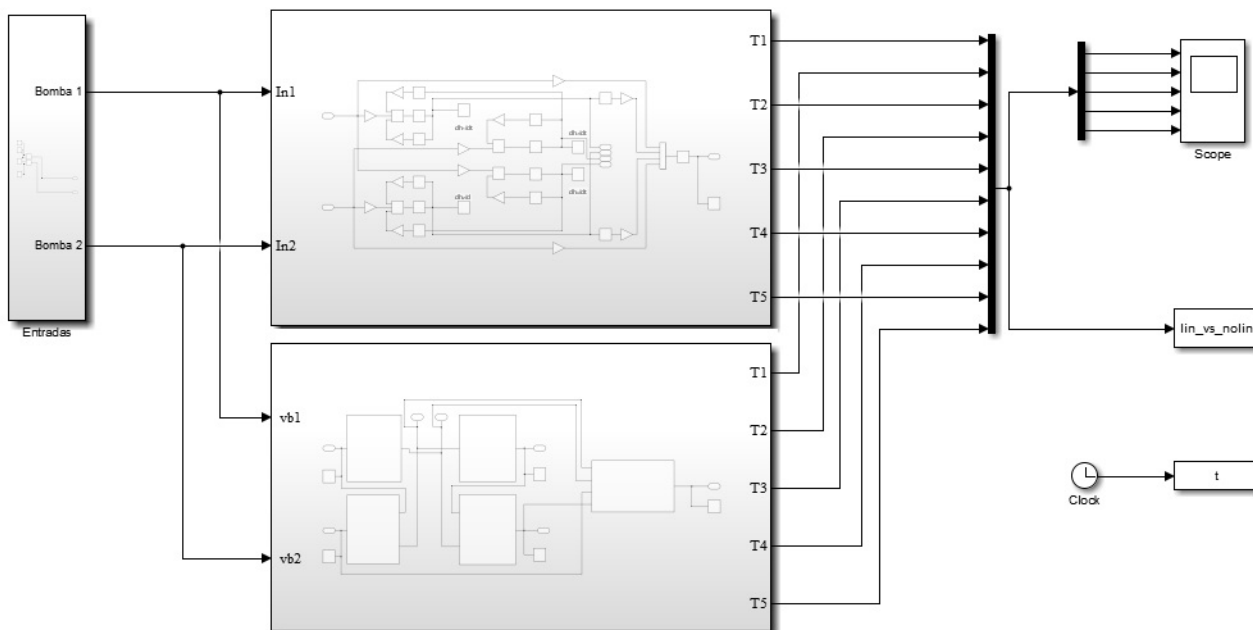


Figura 3.20: Modelo lineal y no lineal del sistema MIMO en Simulink.

Considerando los valores de los parámetros del modelo mostrados en la tabla 3.4, la representación numérica del modelo lineal en espacio de estados está dado por la ecuación 3.31, donde los estados son el valor del peso de los tanques y las entradas de control son el voltaje de entrada de las bombas, estableciendo como puntos de operación los mostrados en la ecuación 3.32.

$$\dot{H} = \begin{bmatrix} -0,0232 & 0 & 0,1257 & 0 \\ 0 & -0,0247 & 0 & 0,0809 \\ 0 & 0 & -0,1257 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0809 \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} 0,1390 & 0 \\ 0 & 0,1274 \\ 0 & 0,0359 \\ 0,0488 & 0 \end{bmatrix} U \quad (3.31)$$

$$\dot{H} = [11,7622 \quad 10,4062 \quad ,4003 \quad ,9657] \quad (3.32)$$

Se obtienen las curvas de respuesta del sistema mostradas en la figura 3.21 comparando el modelo lineal y no lineal del mismo, mostrando un comportamiento similar, alcanzando los puntos de operación establecidos en la ecuación 3.32 en los instantes $t = [307 \ 269 \ 70,5 \ 119,3]$ dados en segundos.

$$G_{p-}(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,998}{(43,13s+1)} & \frac{0,775}{(343,1s^2+51,08s+1)} \\ \frac{,9906}{(501,3s^2+52,92s+1)} & \frac{2,584}{(40,56s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Se obtienen las curvas de respuesta del sistema mostradas en la figura 3.21 comparando el modelo lineal y no lineal del mismo, mostrando un comportamiento similar, alcanzando los puntos de operación establecidos en la ecuación 3.32 en los instantes $t = [307 \ 269 \ 70,5 \ 119,3]$ dados en segundos, se obtiene también simulación del cambio de nivel del depósito común (tanque 5) comparando la ecuación del modelo lineal y no lineal del sistema.

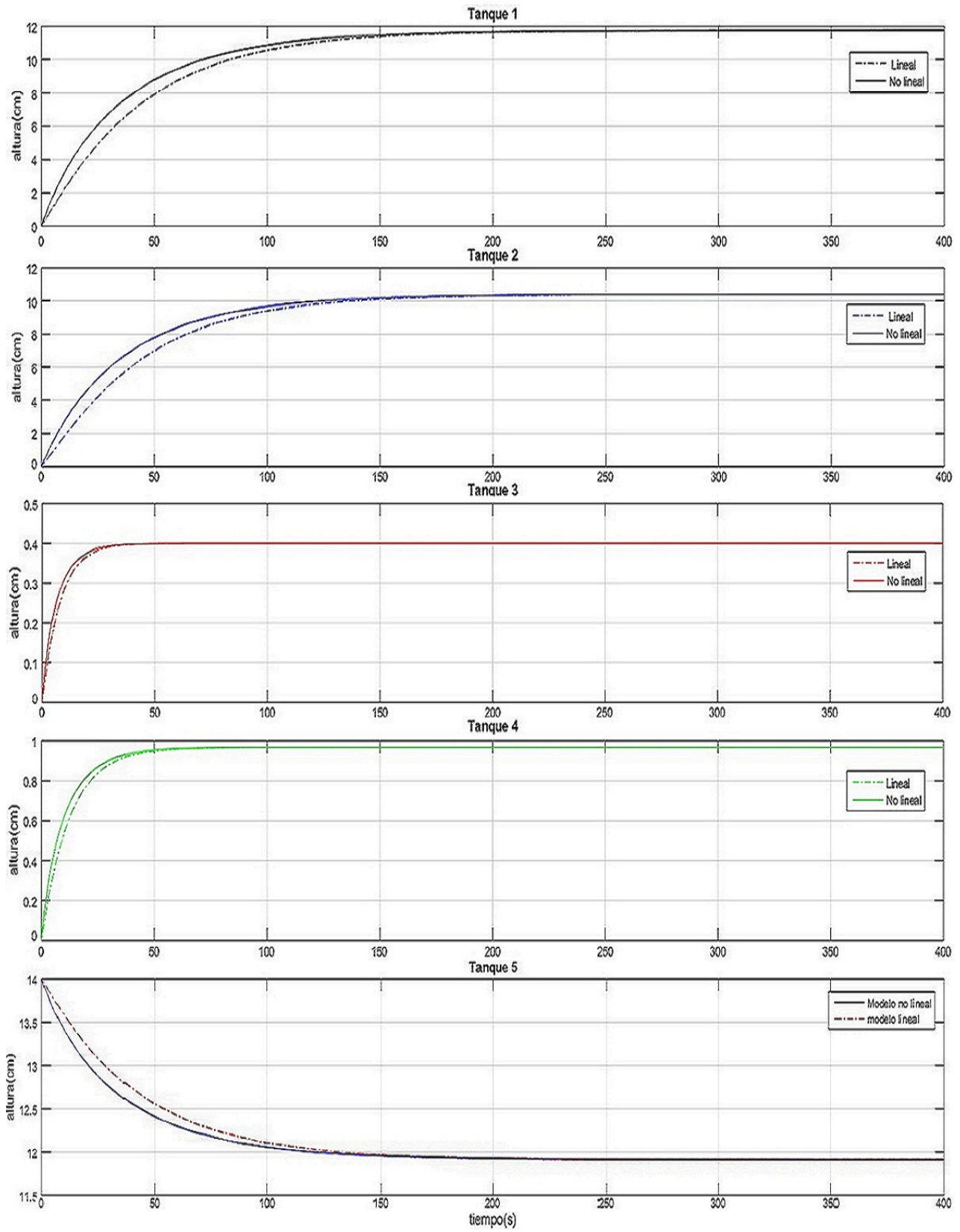


Figura 3.21: Comparación de curvas del sistema MIMO.

De las pruebas realizadas sobre el proceso real se eligieron los resultados obtenidos con los valores de los parámetros establecidos en la tabla 3.4, la calidad y variaciones en los valores mostrados en las curvas de respuesta dependen en mucho de la calidad del tipo de sensores utilizados y el grado de precisión que estos ofrecen, previamente a la realización de las pruebas se realiza una calibración a los sensores de presión de cada uno de los tanques y varias pruebas con distintos grados de apertura de las válvulas y voltajes de entrada de las bombas, en la figura 3.22 se muestra la imagen de la prueba realizada con los valores elegidos para la simulación. De los resultados obtenidos sobre las pruebas



Figura 3.22: Pruebas y caracterización de la planta.

realizadas se obtienen las respuestas mostradas en la figura 3.23, donde se presenta una sección de las respuestas obtenidas del instante $t=200$ a $t=400$ segundos, lo cual permite visualizar los cambios en los resultados obtenidos por los sensores de $\pm .2$ en los tanques 1 y 2 alrededor de los valores obtenidos de las curvas dadas por las simulaciones realizadas, para el caso del tanque 3 se presentan variaciones de mayor valor alrededor del punto de operación debido a que el máximo nivel alcanzado con los valores establecidos es muy bajo y por las perturbaciones generadas debido a la turbulencia del agua por la caída dentro del tanque y la cercanía del sensor con el punto de contacto afectan la calidad en las curvas de respuesta obtenidas.

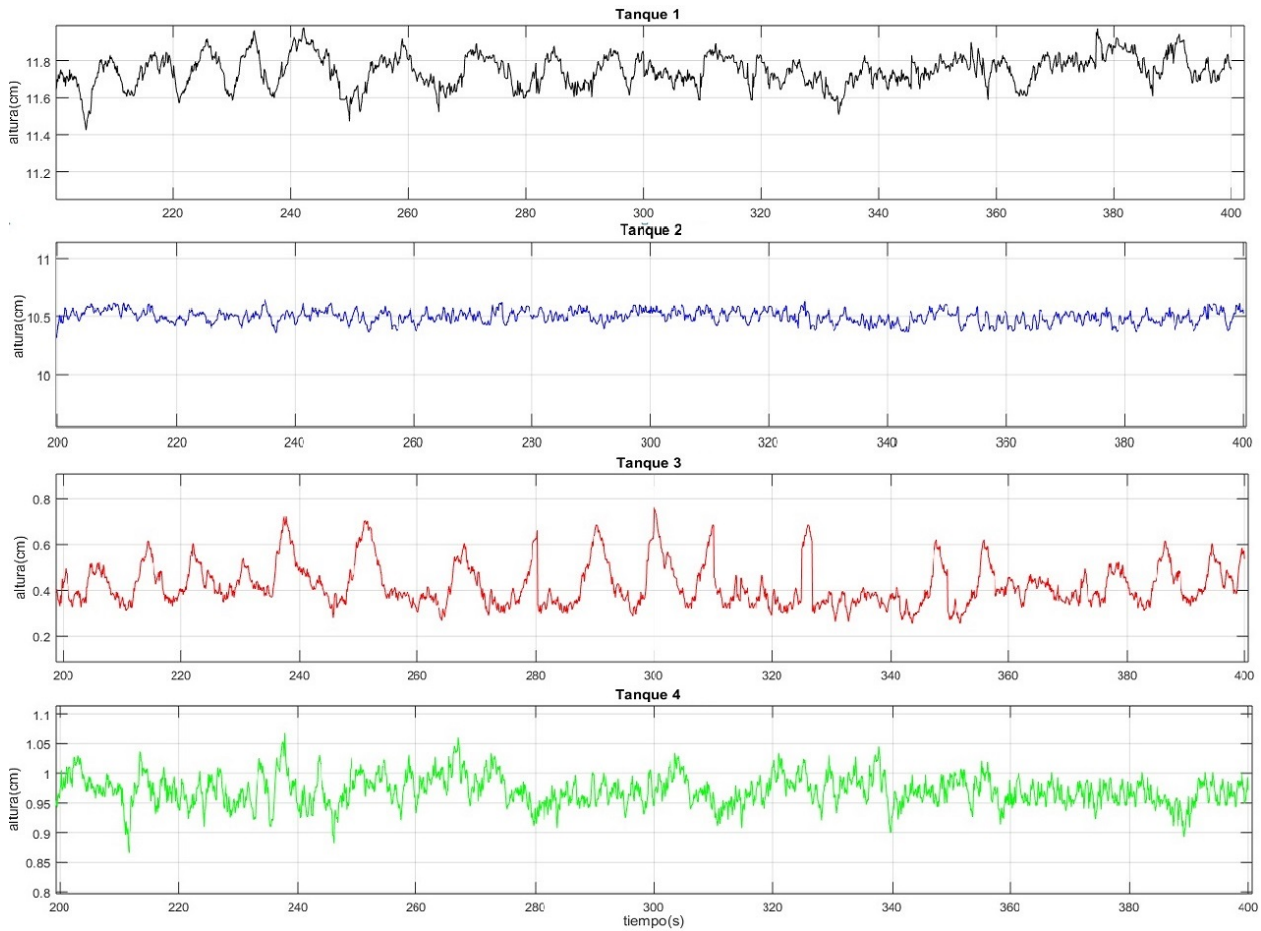


Figura 3.23: Respuesta de prueba experimental de la planta.

En la figura 3.24 se presenta la comparación de los resultados obtenidos de la simulación del modelo matemático del proceso contra las curvas obtenidos de la prueba en el proceso real implementado en laboratorio, El área seccional transversal no afecta al punto de operación obtenido para cada uno de los tanques que seguirá siendo el mismo, sin embargo, permite hacer que la respuesta de la planta sea más rápida o lenta. Para determinar la validez del modelo matemático propuesto para el sistema y de los valores de parámetros obtenidos se realiza varias pruebas en lazo abierto la cual consiste en aplicar una entrada escalón al sistema experimental para comparar posteriormente, cualitativa y cuantitativamente, los resultados de su respuesta con los generados numéricamente para el modelo empleado en Matlab. la figura presenta los resultados obtenidos partiendo del reposo, con los tanques completamente vacíos hasta alcanzar su punto de equilibrio, de la respuesta obtenida numéricamente se puede ver que el modelo captura características de la respuesta, el valor de la altura en estado estable, mostrando la validez del modelo matemático propuesto y de los valores de parámetros calculados. Una vez validado y modelado el sistema para el control de nivel de los tanques acoplados, se ilustra el diseño del sistema en un ambiente de realidad virtual, el diseño y la implementación del controlador, una técnica de control centralizado como el control predictivo generalizado sobre el proceso mediante simulación en la herramienta Simulink de Matlab. Es importante mencionar que el modelo anterior y en especial los valores de los parámetros de caracterización son válidos para el sistema, el cual como puede verse se ajusta bastante bien a los datos experimentales.

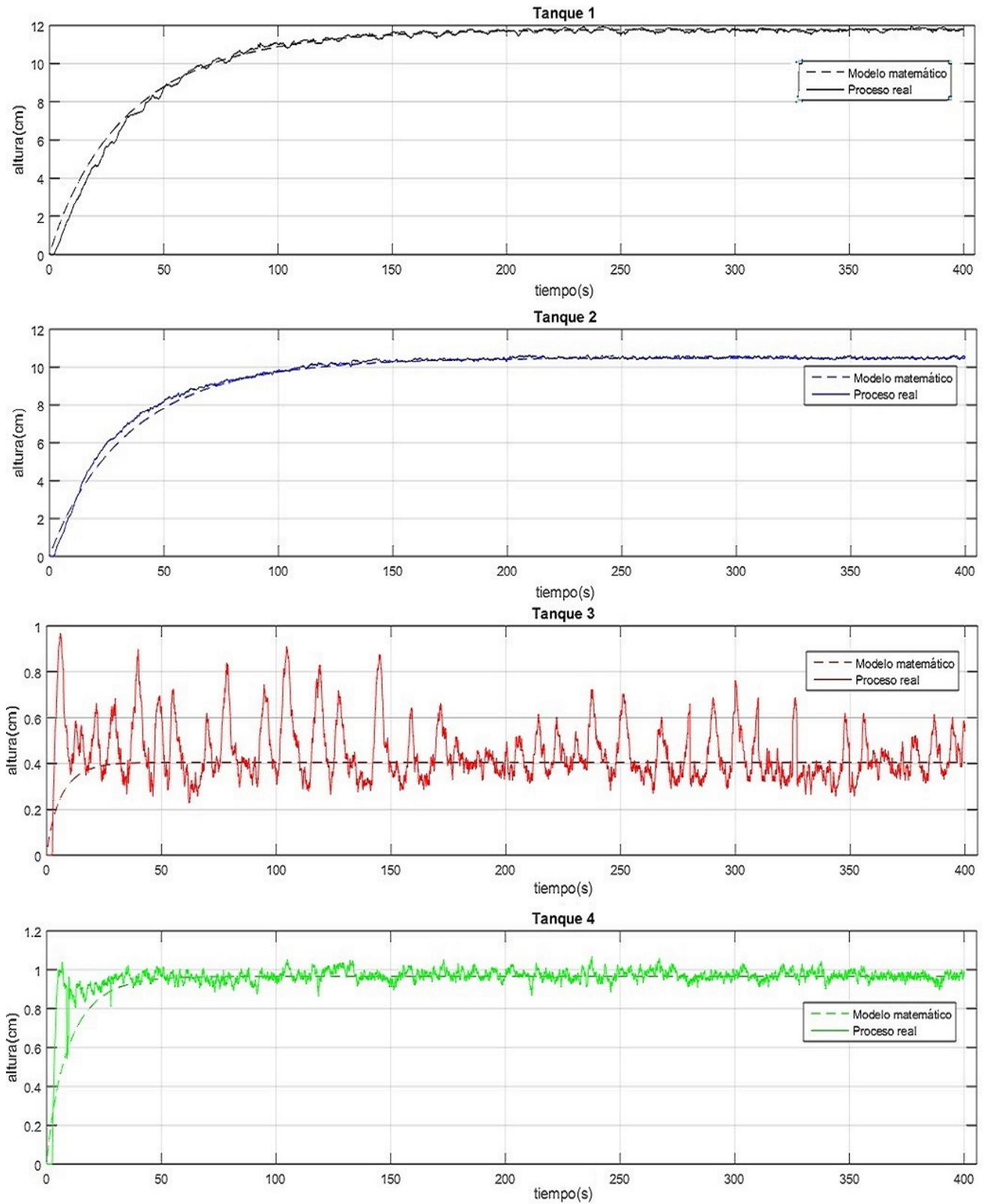


Figura 3.24: Comparación de curvas de respuesta del proceso real y la simulación.

Para la validez del modelo matemático presentado para el análisis del sistema y los valores obtenidos se presentaron las curvas y la comparación tanto para el modelo matemático lineal, no lineal y las pruebas realizadas, realizando una prueba en lazo abierto que consistió en haber aplicado una entrada escalón a la planta experimental para comparar cuantitativa y cualitativamente los resultados de las distintas respuestas calculadas usando la herramienta de Matlab. De las distintas respuestas obtenidas mostradas en la figura 3.21 y 3.24 se puede observar que el modelo captura características de la dinámica del sistema como el comportamiento, el valor de la altura en estado estable y el tiempo de establecimiento, sumado a esto se debe considerar también la ventaja que presenta el control GPC, el cual mediante el uso del modelo CARIMA permite conocer a priori el comportamiento de la planta y de esto modo poder actuar en consecuencia.

3.7. Modelado tridimensional en realidad virtual

El diseño de ambientes de realidad virtual permite observar visualmente la evolución de sistemas complejos para poder verificar los modelos matemáticos programados, el entorno de programación es una de las herramientas más populares orientada a la edición de modelos en 3D. V-Realm Builder es un entorno de programación de ambiente de realidad virtual de Matlab, una herramienta de diseño que permite simular escenarios en 3 dimensiones, permite crear y definir dinámicas de sistemas, generando movimiento tridimensional controlado por señales generadas en el ambiente Simulink, permitiendo realizar cambios de posición, rotación, traslación y escala, cambios de color y escenarios y cambios en las propiedades de los objetos [34]. Permite observar visualmente la evolución de sistemas mecánicos, hidráulicos y mecatrónicos que permiten obtener conclusiones inmediatas acompañadas de gráficas y herramientas matemáticas que permiten adecuar las señales de salida de un modelo matemático considerándola en su conjunto una herramienta de edición de archivos VRML (Virtual Reality Modeling Language) proporcionando una interfaz amigable. La motivación para programar el ambiente de realidad virtual del sistema de tanques acoplados es la visualización de los resultados arrojados por las simulaciones numéricas del modelo matemático propuesto, permitiendo visualizar la evolución del sistema a la entrada y perturbaciones establecidas.

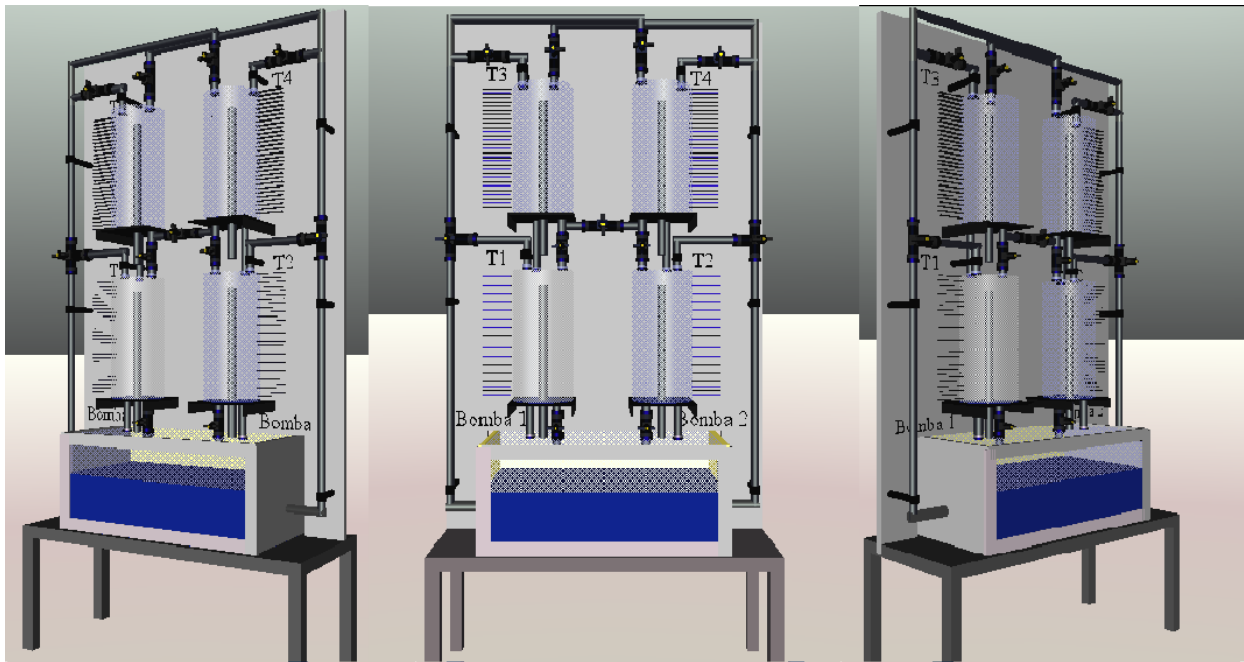


Figura 3.25: Animación en 3D del sistema de tanques acoplados.

Se realiza el diseño en 3d del modelo de tanques acoplados propuesto mostrado en la figura 3.25 con las medidas propuestas en su implementación física, se realiza la simulación en 3D del sistema con el modelo matemático lineal y no lineal propuesto para representar la dinámica del proceso, sin aplicar hasta el momento una propuesta de control. La herramienta interactiva permite la creación de elementos gráficos permitiendo la visualización del objeto en el entorno virtual desde diferentes ángulos facilitando la construcción del sistema modelado, además muestra una representación de árbol de todos los bloques de elementos que componen el sistema y la modificación de cada uno de los elementos construido en el ambiente virtual como se muestra en la figura 3.26.

El diseño del ambiente de realidad virtual permite considerar sistemas coordinados en los cuales los objetos presentan movimientos trasnacionales, permite considerar múltiples sistemas coordinados, relacionados con cada uno de los objetos contenidos en la simulación. El primer paso es el diseño del sistema en 3D agregando cada uno de los elementos del proceso al escenario, se agrupan en 5 bloques correspondiente a cada uno de los tanques con sus respectivas salidas, para cada uno de los elementos se puede acceder a las propiedades del objeto, que permiten modificar propiedades básicas como centro, traslación, rotación y escala, el escenario permite agregar distintos puntos de visión y iluminación del objeto.

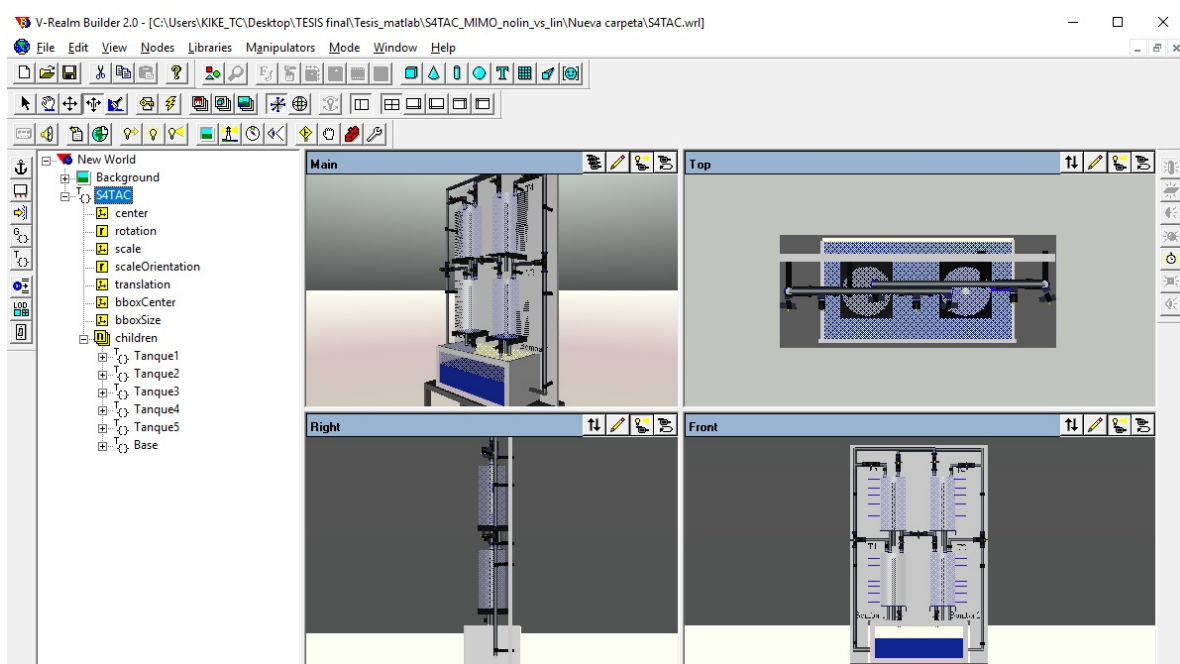


Figura 3.26: Plataforma de entorno virtual V-Realm Builder.

En la figura 3.27 se muestran las conexiones de las interacciones entre los tanques y una graduación de cada tanque con separaciones de 1 cm, y la construcción virtual de las válvulas en las salidas seleccionadas.

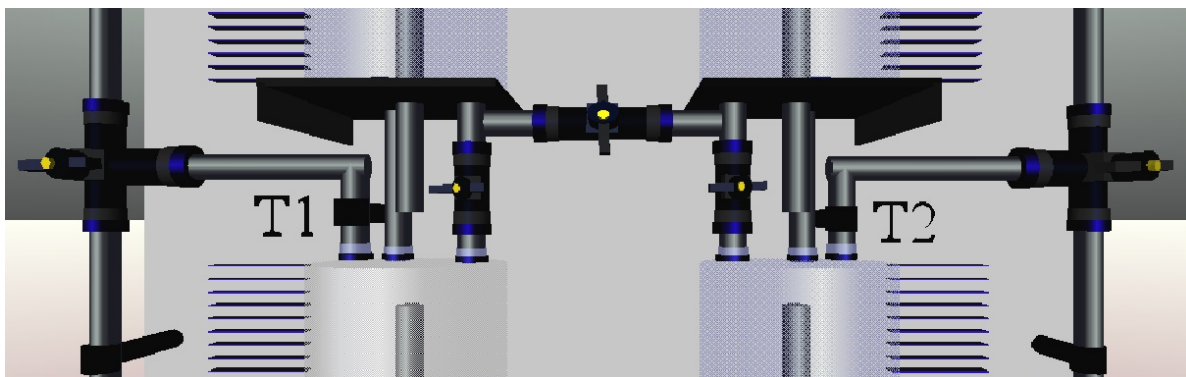


Figura 3.27: Interacciones del sistema de tanques.

Una de las características más importantes es la herencia de propiedades que permiten tener otros elementos dependientes que serán afectados por los parámetros que definen la dinámica del elemento primario, permitiendo agrupar y anidar elementos en un orden descendente sin alguna restricción, como consecuencia se pueden tener diferentes subsistemas anidados como se muestra en la figura 3.22 donde se diseñan 5 subsistemas (tanque 1 al 5) con sus respectivas interacciones de salida, con un solo sistema coordinado de referencia. Una vez diseñado el ambiente de realidad virtual este será llamado desde un archivo de Simulink a través de un bloque donde se puede seleccionar el escenario, los parámetros a manipular y el tiempo de simulación. Para generar el movimiento del cambio de nivel de líquido se realiza un acondicionamiento de la variable de traslación y la escala de cada tanque, para realizar la modificación no es necesario realizar cambios drásticos al modelo matemático, se deben considerar bloques o funciones en la programación o modificar las señales necesarias para dar movimiento a los objetos definidos.

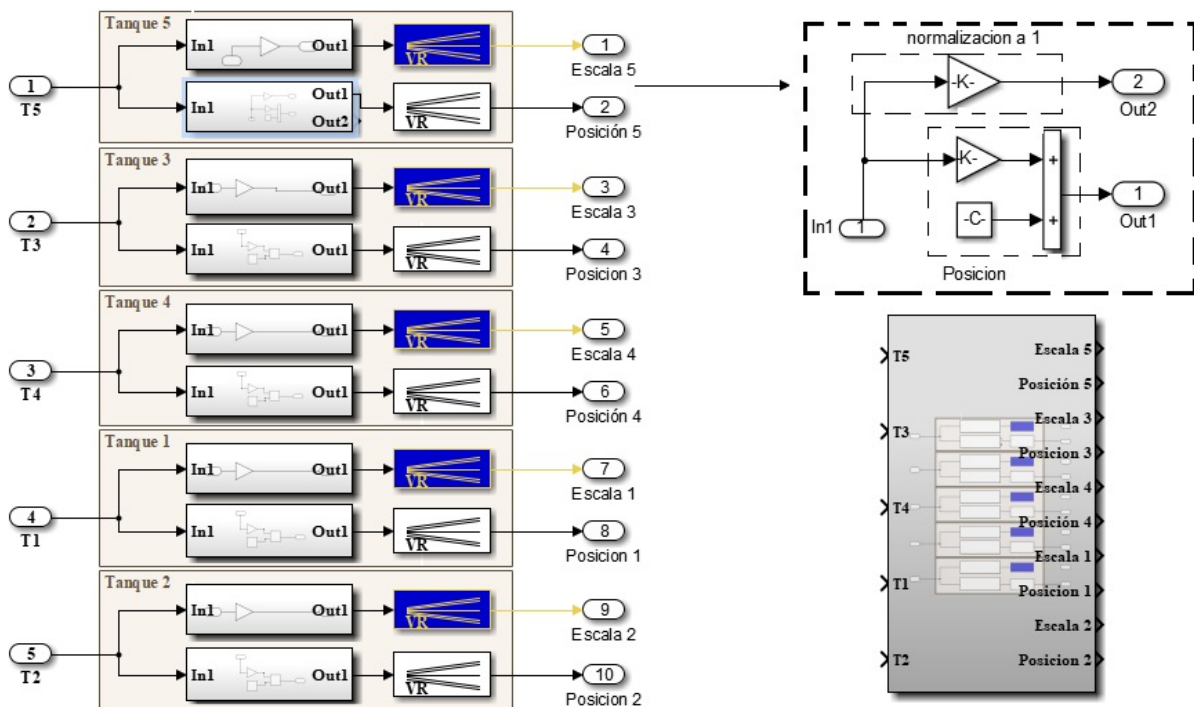


Figura 3.28: Bloques de acondicionamiento de señal de nivel de líquido.

En la figura 3.28 se muestran los bloques necesarios para generar el cambio de nivel en cada tanque ubicados entre el bloque de animación virtual y el bloque del modelo del sistema. Para el sistema se requiere el uso de un vector $\vec{v} = [x \ y \ z]$ para la modificación de la posición y la escala de cada tanque manipulando aquellas variables a representar como el cambio en el nivel y el flujo del líquido en la dirección de los respectivos ejes coordenados, seleccionados a partir de bloques llamados VR signal expander para cambiar el valor de los elementos seleccionados del vector. Las variables seleccionadas previamente del modelo matemático se procesan y se ingresan al ambiente de realidad virtual, las cuales serán mostradas en el bloque VR model que funciona como interfaz del escenario diseñado en realidad virtual y permite relacionar las variables seleccionadas para su manipulación por medio de las propiedades del escenario.

En la figura 3.29 se muestran los bloques de conexiones para cada una de las salidas y entradas de flujo de cada uno de los tanques separándolas en 2 grupos: las entradas de flujo provenientes de las bombas y las salidas de flujo de cada uno de los tanques modificando la escala y la posición, referenciando cada una con el origen de la salida del flujo y el destino (*B1* y *B2* para las bombas, y *T1* a *T5* para cada uno de los tanques).

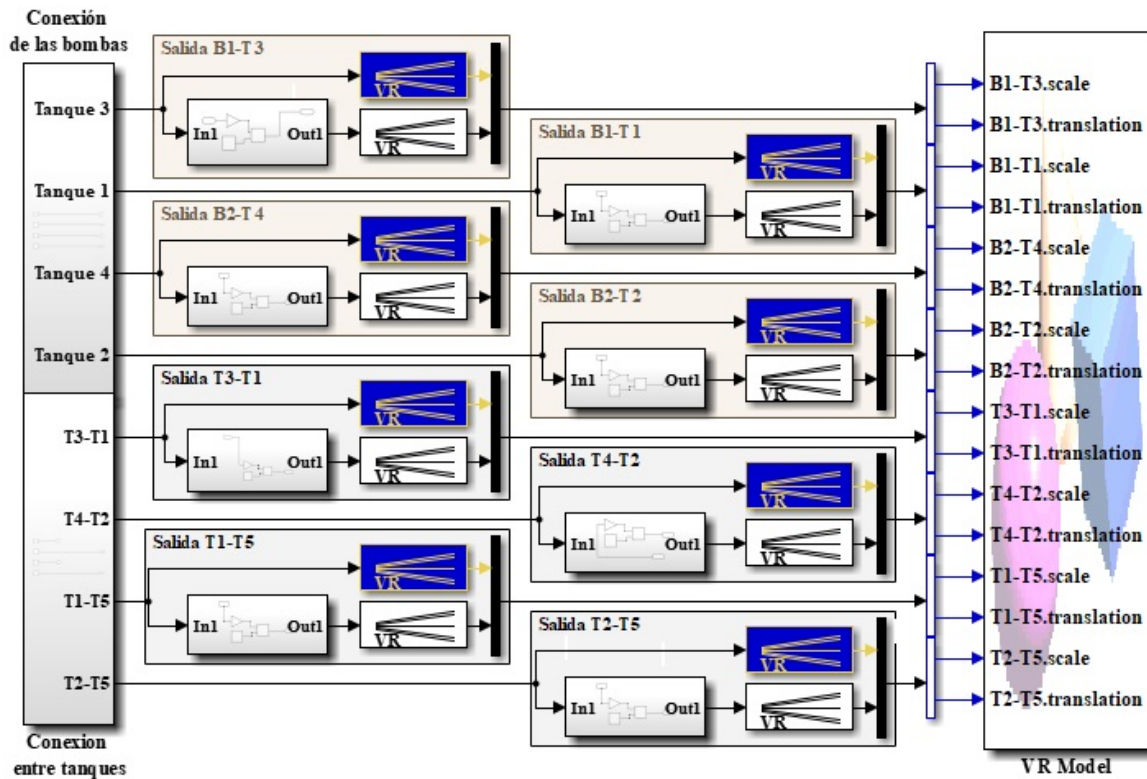


Figura 3.29: Bloques de ajuste de escala y posición de entradas/salidas.

Para la animación del sistema de tanques acoplados se contemplan 3 bloques en Simulink los cuales en su conjunto agrupan el total de elementos para la animación y simulación del proceso de tanques acoplados un bloque agrupa los bloques para relacionar la señal de salida del cambio de nivel de cada tanque mostrados en la figura 3.27, otro bloque corresponde a el escenario diseñado en realidad virtual del sistema de tanques mostrado en la figura 3.25 y el ultimo corresponde al bloque de animación para simular el flujo a través de las conexiones y las interacciones del sistema mostrados en la figura 3.28.

Al momento de correr la simulación se pueden visualizar los resultados de la dinámica del proceso (figura 3.30) para el modelo no lineal acompañados de resultados gráficos, relacionando los bloques de los modelos matemáticos para la comparación de las curvas de respuesta y habiendo definido parámetros importantes como: el tiempo, el tamaño mínimo y máximo del nivel de los tanques estableciendo los valores constantes para la modificación en traslación y escala de forma individual para cada uno de los tanques dependiendo de su ubicación en el escenario de realidad virtual y la elección de un tiempo de muestreo adecuado que permita obtener una buena calidad en la visualización de la dinámica del proceso.

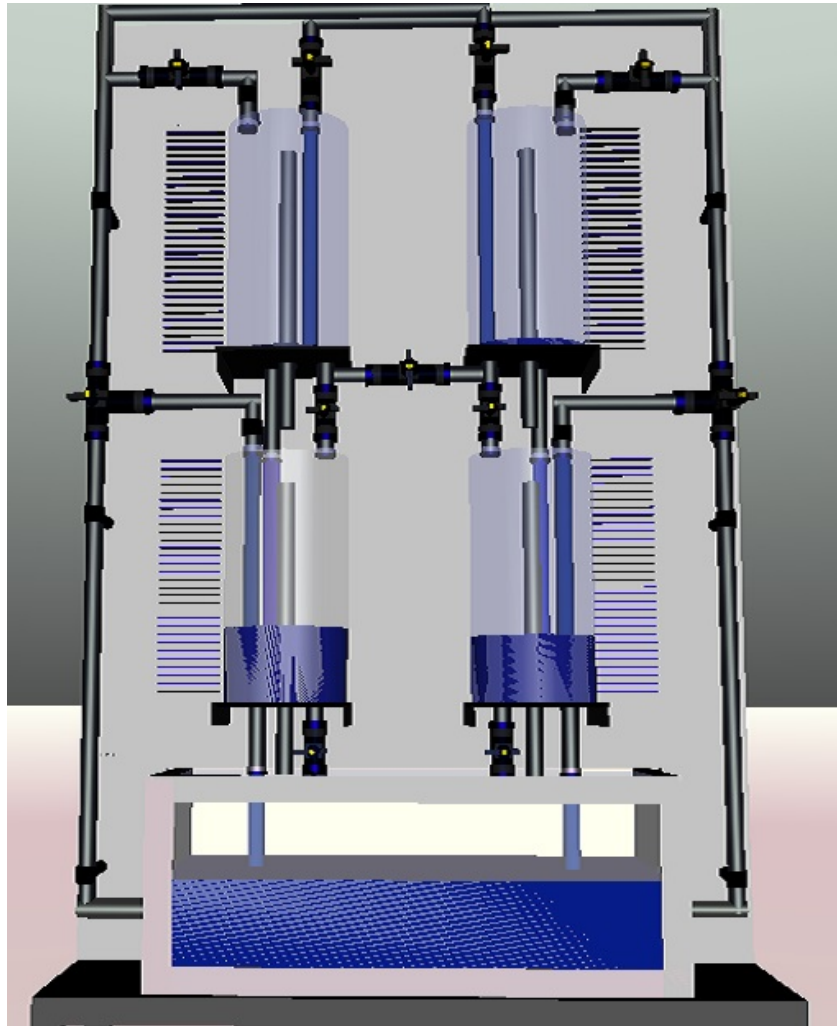


Figura 3.30: Proceso simulado en realidad virtual.

Para llevar a cabo la simulación numérica y animación virtual se utiliza el programa Simulink incluido con la aplicación Matlab de la compañía MathWorks, para el desarrollo de las mismas se separan en bloques independientes la descripción del modelo matemático, el sistema de control, elementos de ajuste del cambio de nivel y el bloque de diseño de ambiente virtual para la animación en 3D en Herramienta Virtual Realm Builder de la misma compañía, y los elementos necesarios para la visualización gráfica de las respuestas del modelo y el control todos enlazados en forma de un lazo de control realimentado tanto para el sistema siso como para el sistema MIMO.

Capítulo 4

Diseño de control GPC SISO y MIMO

El control GPC con restricciones es una técnica que presenta muchas ventajas con respecto a otras técnicas de control clásico y avanzado al ser aplicadas a sistemas como el presentado en esta tesis, el ajuste de los distintos parámetros de diseño del control GPC y la consideración de las restricciones en la entrada, el cambio en la señal de control y la salida deriva en poder dar solución a distintos objetivos de control, en este capítulo se analiza la aplicación del control aplicado al sistema SISO y MIMO y el efecto de la variación de los parámetros en la respuesta del sistema. Se valida mediante simulación en Matlab y Simulink el control GPC con y sin restricciones.

Se presenta el control aplicado al sistema de tanques en configuración SISO y MIMO presentando resultados tomando en cuenta la presencia y ausencia de restricciones, se presenta la simulación del control GPC para el caso SISO con el fin de comprender y poner en práctica mediante la simulación los conocimientos sobre esta técnica de control interactiva y poder observar cómo se afecta la respuesta del sistema en lazo cerrado debido a cambios realizados en los parámetros de diseño y la adhesión de restricciones al sistema asociadas a limitaciones físicas y de seguridad, estabilidad y rendimiento del sistema en lazo cerrado. La dinámica del sistema mimo se compara con la respuesta obtenida de la prueba experimental realizada sobre el proceso real presentada en el capítulo 3, a partir de la cual se valida el uso del modelo lineal para el diseño del control, partiendo de la misma premisa el controlador diseñado que se presente para el correspondiente sistema es válido para el sistema real, dadas las condiciones de cualquier sistema real, el resultado en simulación se aproximara a los resultados obtenidos en pruebas experimentales, para el cual se requeriría realizar algún ajuste adicional en los parámetros de diseño los cuales serían relativamente pequeños para ajustar el resultado obtenido en simulación con resultados en pruebas experimentales.

El control del sistema en configuración de un solo tanque es relativamente más simple dado que no se debe tener en cuenta las interacciones con otros subprocesos y otros elementos que generen perturbaciones en la respuesta, el sistema permite reducir la complejidad en el diseño y la aplicación de la técnica de control, para el caso de la configuración que incluye los 4 tanques el diseño se basa en el diagrama de la figura 4.1, la cual muestra una representación general del sistema MIMO con una estructura de control centralizado, considerando un sistema estable en lazo cerrado con n entradas y m salidas, donde R_i , $i = 1, 2, \dots, n$ son las entradas de referencia del sistema, U_i , $i = 1, 2, \dots, n$ representa las variables manipuladas, Y_i , $i = 1, 2, \dots, n$ son las salidas del sistema. $G_p(s)$ representa la matriz de función de transferencia del proceso y G_c es la matriz de control con dimensiones compatibles.

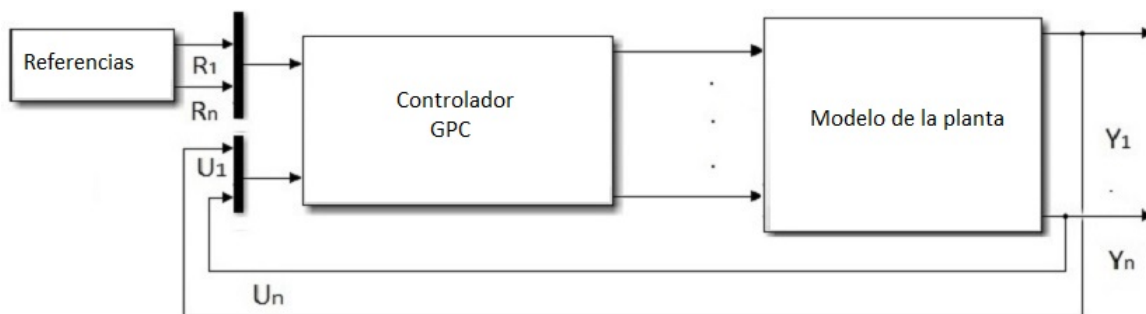


Figura 4.1: Sistema de control multivariable en lazo cerrado.

La matriz de función de transferencia $G_p(s)$ es un sistema cuadrado de 2×2 con una alta interacción la cual, dadas las características del controlador, no es necesario considerar un bloque de desacoplamiento, sin embargo, se considera el análisis previo de las expresiones matemáticas que permiten determinar su valor. los coeficientes de la matriz de función de transferencia son incluidos en el diseño del algoritmo de control.

El bloque de control G_c considerado en la simulación incluye 4 entradas, 2 relacionadas con la alimentación del comportamiento de la dinámica del proceso para las salidas medidas y 2 con señales de referencia para las salidas deseadas, se definen de igual modo 4 salidas en el bloque de control: 2 corresponden a las señales de control de los actuadores y 2 a las referencias calculadas.

4.1. Algoritmo de control

El control se diseña para satisfacer restricciones a la entrada y a la salida con un comportamiento monótono creciente o decreciente según sea el caso, reduciendo al máximo la oscilación a la salida ante cambios en la señal de referencia, buscando evitar cambios bruscos en la señal de control pero manteniendo una rápida estabilidad hacia el punto de consigna establecido, buscando lograr un equilibrio entre la sensibilidad, la actividad de la entrada y la salida y la velocidad de respuesta, las cuales presentan una fuerte dependencia del valor de los parámetros considerados en las restricciones y especificaciones dadas. El algoritmo de control desarrollado en Matlab funciona de acuerdo al diagrama de flujo mostrado en la figura 4.2.

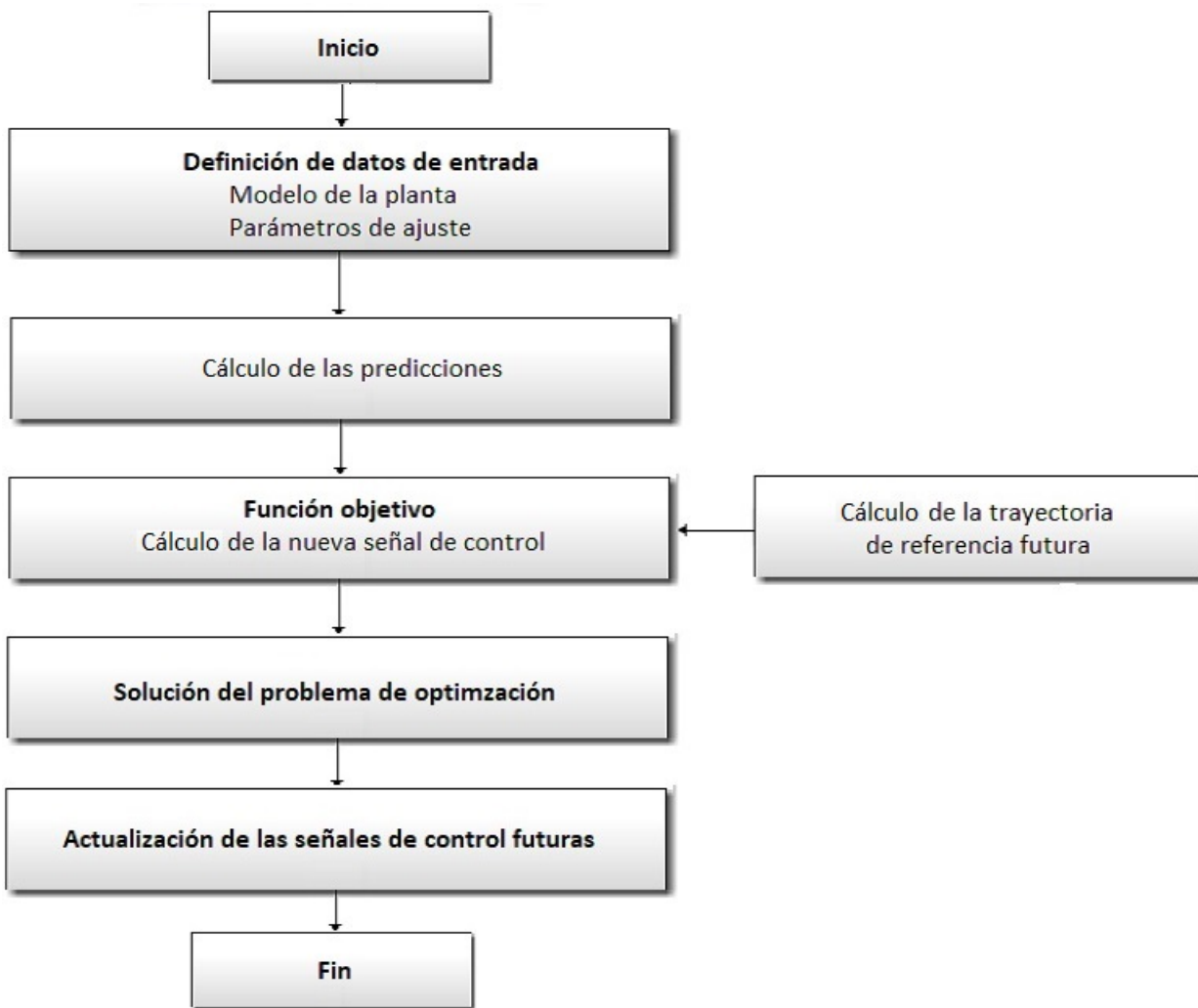


Figura 4.2: Diagrama de flujo del algoritmo de control.

La programación del algoritmo de control GPC y la identificación de la planta se realizan en Matlab y Simulink, se hace uso de los datos de entrada y salida de la planta, el ajuste previo de las restricciones

y una señal de referencia que será el punto al cual la señal de salida de la planta se deberá ajustar. Se realiza el cálculo de la trayectoria de referencia real de la planta y la respuesta libre considerando las condiciones iniciales, restricciones y parámetros de sintonización del controlador para la obtención de la ley de control, por último, se obtiene la predicción de la señal de control a partir de los datos de la señal de referencia y el ajuste de las especificaciones. El algoritmo es programado mediante código en un archivo m file y relacionado con el programa Simulink mediante el bloque S function el cual es presentado en el apéndice A.

Para la sintonización del controlador se deben considerar algunos ajustes y consecuencias de la modificación de estos, se tienen características importantes que deben tomar en cuenta al momento de la elección del horizonte de control, predicción y de los factores de ajuste en el esfuerzo de control y el seguimiento a la referencia entre los que destacan:

- El ajuste del límite máximo del horizonte de predicción N_2 para aproximar el tiempo de subida de la planta. Un horizonte de predicción corto reduce el tiempo donde el controlador GPC predice las salidas de la planta por lo que un horizonte de predicción corto reduce la capacidad de predicción del controlador, mientras que un horizonte de predicción largo disminuye la interpretación del controlador GPC añadiendo cálculos al algoritmo de control.
- El ajuste sobre el horizonte de control N_u , el cual a partir del valor de 1 da un rendimiento razonable, sin embargo, aumentar su valor permite que la respuesta del sistema sea más activa, hasta un valor límite a partir del cual N_u no genera diferencias en la respuesta del sistema. Un horizonte de control corto genera que el controlador intente alcanzar el setpoint cambiando la variable manipulada solo una vez y en pequeñas proporciones, generando acciones de control agresivas que podrían sobrepasar el valor del setpoint, sin embargo, como el regulador se sigue ejecutando, la variable manipulada finalmente se colocará alrededor del setpoint, mientras un horizonte de control largo produce cambios más agresivos en la acción de control que pueden causar una sobre oscilación o un exceso de gasto de energía.
- El ajuste en el valor de α , definir este parámetro con un valor cercano a cero produce una respuesta rápida y un valor de α cercano a 1 produce una respuesta lenta, para el sistema se considera un valor de $\alpha = 0$.
- El valor de \tilde{R} genera un fuerte efecto en el esfuerzo de control, un valor bajo produce un control activo, mientras que un valor alto produce un control pasivo, se tiene una relación entre los valores de \tilde{R} y la exactitud del modelo de predicción, donde solo los modelos precisos de predicción soportaran valores bajos de \tilde{R} .

El controlador es diseñado para satisfacer un rango de especificaciones con una fuerte dependencia de los parámetros de ajuste sobre el comportamiento del control, como propuesta general se pretende obtener un balance con una buena sensibilidad entre la actividad y los cambios en la entrada (señal de referencia y comportamiento del proceso controlado) y la velocidad de respuesta del proceso. Se realizan las simulaciones buscando considerando un rango permisible de parámetros analizando el efecto de la variación de los distintos parámetros.

Tomando en cuenta estas consideraciones y las características del proceso se realiza el cálculo de los parámetros necesarios para la implementación del control GPC sobre el proceso de tanques acoplados en Matlab y Simulink.

4.2. Controlador GPC SISO con y sin restricciones

El control de nivel de líquido para el sistema siso se realiza considerando las siguientes características en el sistema:

- Se establece como variable controlada el nivel de líquido en el tanque 1 (H_1)
- La variable controlada del sistema es el flujo de fluido de la bomba centrífuga regulado por el voltaje aplicado (v_{b1}).
- Las perturbaciones son generadas por variaciones en el flujo causadas por la válvula.

Se calcula la predicción de la señal de control aplicada al sistema a partir de los datos de la señal de referencia y el ajuste de las especificaciones, se obtienen simulaciones considerando el control con y sin restricciones, se presentan las entradas que definen las referencias, el control, la planta y las señales de salida mediante bloques, realizadas en Simulink y Matlab presentados en su conjunto en la figura 4.3.

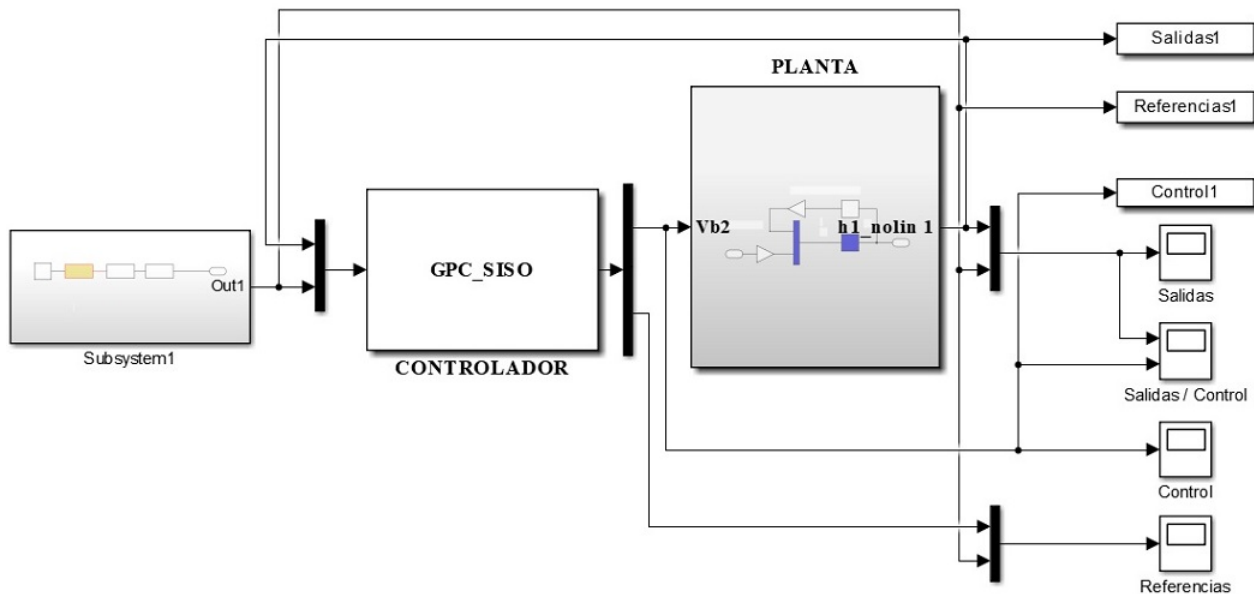


Figura 4.3: Bloques del modelo SISO y control GPC en Simulink

La función de transferencia que define la dinámica del sistema está dada por la ecuación 3.12, a partir de la cual se obtiene la función de transferencia discreta dada por la ecuación 4.1 con un retenedor de orden cero y un periodo de muestreo de 1 segundo con el comportamiento mostrado en la figura 4.4.

$$H_1(z) = \frac{0,09331}{z - 0,9869} \quad (4.1)$$

Se obtiene la función de transferencia discreta inversa (ecuación 4.2) y los parámetros A y B del modelo CARIMA.

$$H_1(z) = \frac{,2823z^{-1}}{1 - ,9918z^{-1}} \quad (4.2)$$

$$A_1 = 1 - 0,9869z^{-1} \quad (4.3)$$

$$B_1 = 0,09331z^{-1}$$

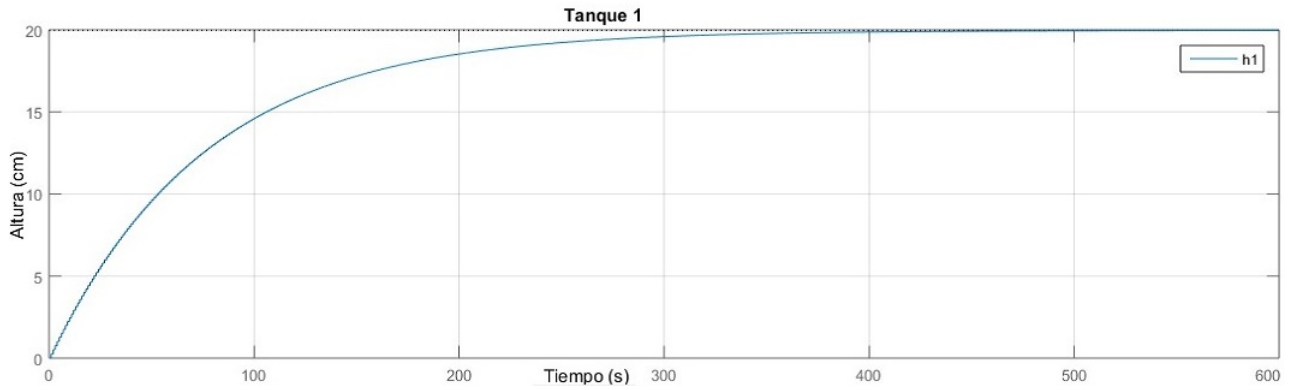


Figura 4.4: Curva de respuesta del tanque.

Se analiza la respuesta del sistema a la aplicación de la acción de control GPC con y sin restricciones en el punto de operación seleccionado sobre el modelo linealizado del sistema analizado previamente en el capítulo 3, En la figura 4.5 se muestran las curvas de respuesta al control GPC sin restricciones con ajustes de igual valor realizados sobre el horizonte de control (N_u) y el horizonte de predicción (N) con un valor de $\lambda = 80$ y $\alpha = 0$ para todas las curvas obtenidas.

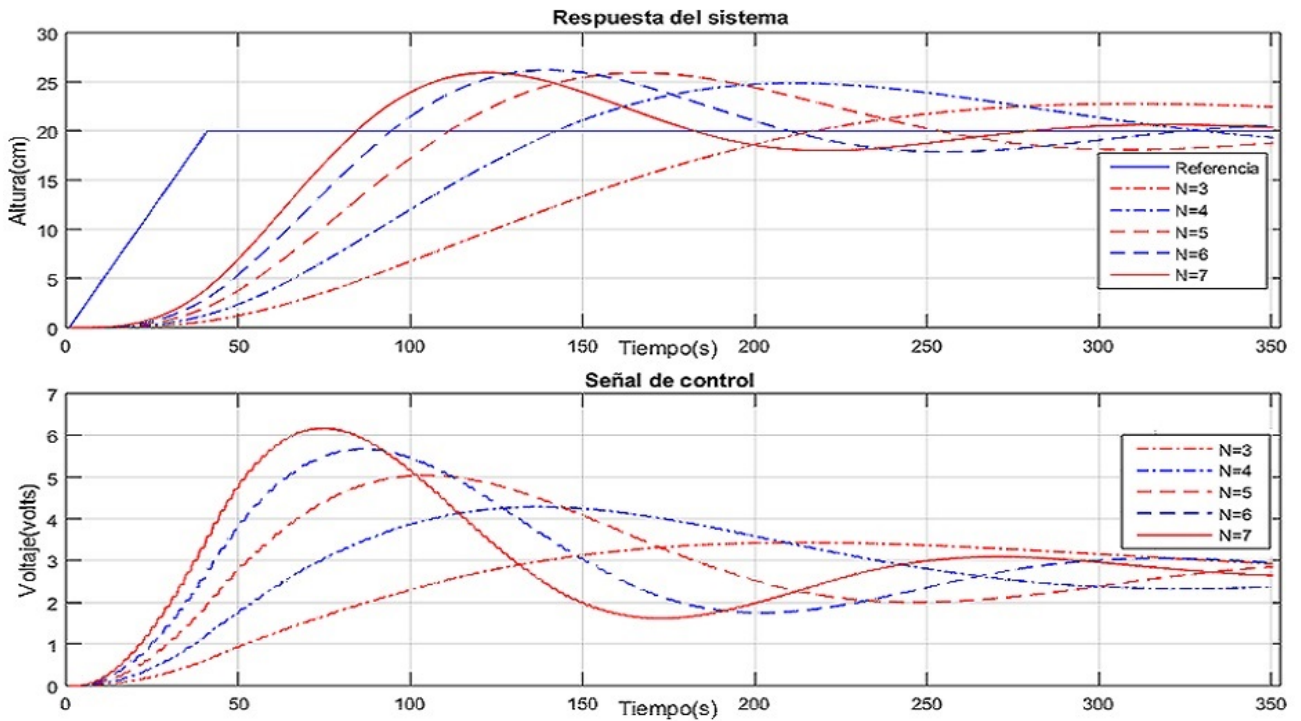


Figura 4.5: Curva de respuesta con cambios en N_u y N .

Se observan respuestas con sobre impulso de hasta el 25% con un tiempo de respuesta lento y con un cambio en la acción de control lento. Con horizonte de control y predicción cortos se tienen valores para la señal de control por encima de los límites para los actuadores. con valores de N_u y N más grandes se obtiene una respuesta más rápida con un ajuste sobre la señal de control manteniéndose esta en el límite del límite permitido (esto sin considerar perturbaciones o variaciones por encima del punto de operación establecido). El cambio en el horizonte de predicción genera una variedad de respuestas en el proceso controlado, un valor pequeño genera una respuesta más lenta en comparación a valores grandes que generan respuestas más rápidas con menor error en la predicción de las salidas futuras, pero dan lugar a sobre impulsos en la respuesta obtenida.

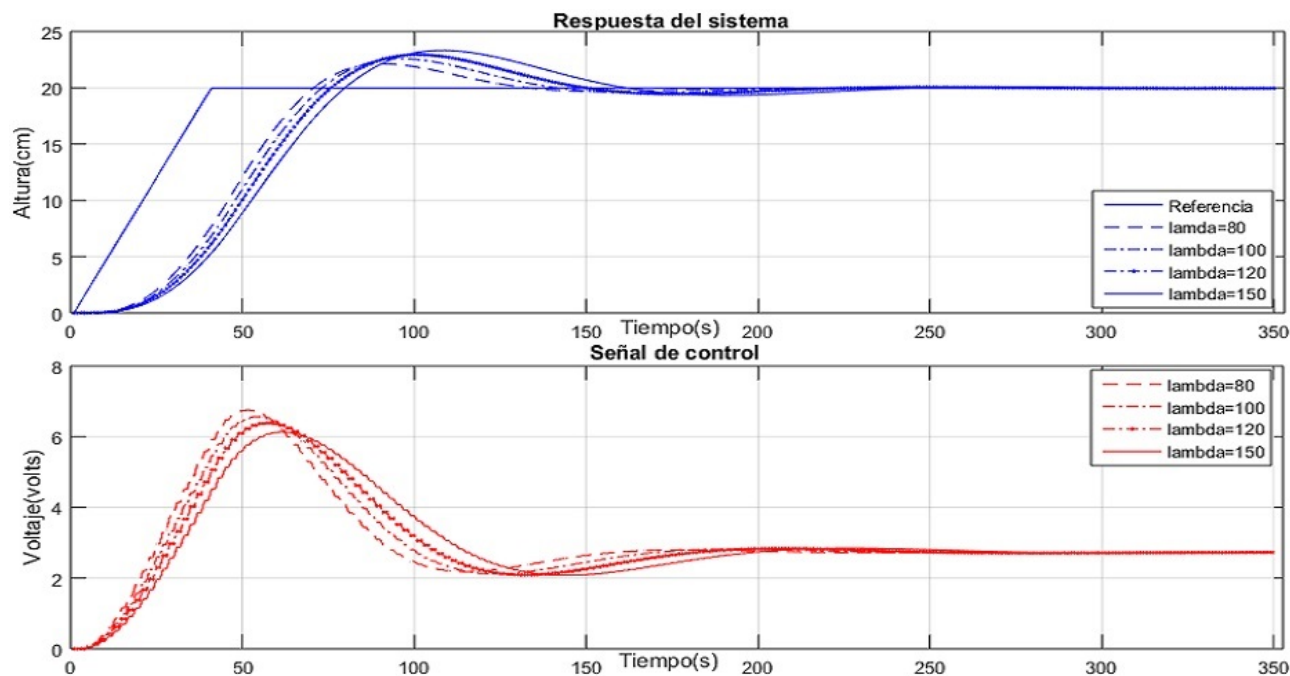


Figura 4.6: Curva de respuesta con cambios en λ .

En la figura 4.6 muestra las curvas de respuesta con $N_u = N = 12$, $\alpha = 0$ y variaciones en λ de 80 a 150 reduciendo el sobre impulso y obteniendo respuestas más rápidas. El efecto en la variación del factor de ajuste en el esfuerzo de control (λ) da lugar a una respuesta más rápida, pero genera que el efecto del sobre impulso sea mayor, provocando una variación mayor alrededor del punto de referencia deseado.

En la figura 4.7 se muestra la respuesta obtenida del sistema con el mismo control con $N_u = N = 15$, $\lambda = 120$ y $\alpha = 0$, obteniendo una respuesta rápida del sistema con el objetivo de obtener un comportamiento monótono. En la respuesta obtenida se consideran cambios en la señal de referencia en los instantes $t=400$ y $t=700$ segundos con variaciones de un centímetro en el nivel de referencia. la finalidad de la elección de los parámetros elegidos es obtener un comportamiento monótono en la respuesta del sistema controlado, esto debido a que las oscilaciones son un efecto indeseable en muchos sistemas de control debido a que generan perturbaciones en los procesos, en muchos casos las restricciones en los sistemas juegan un papel muy importante, dado que permiten imponer en el sistema condiciones que establezcan un comportamiento monótono en las variables de salida, donde como fue mencionado

en el capítulo 2, esta pueden ser expresadas en términos de incrementos o manipulación de las señales de control.

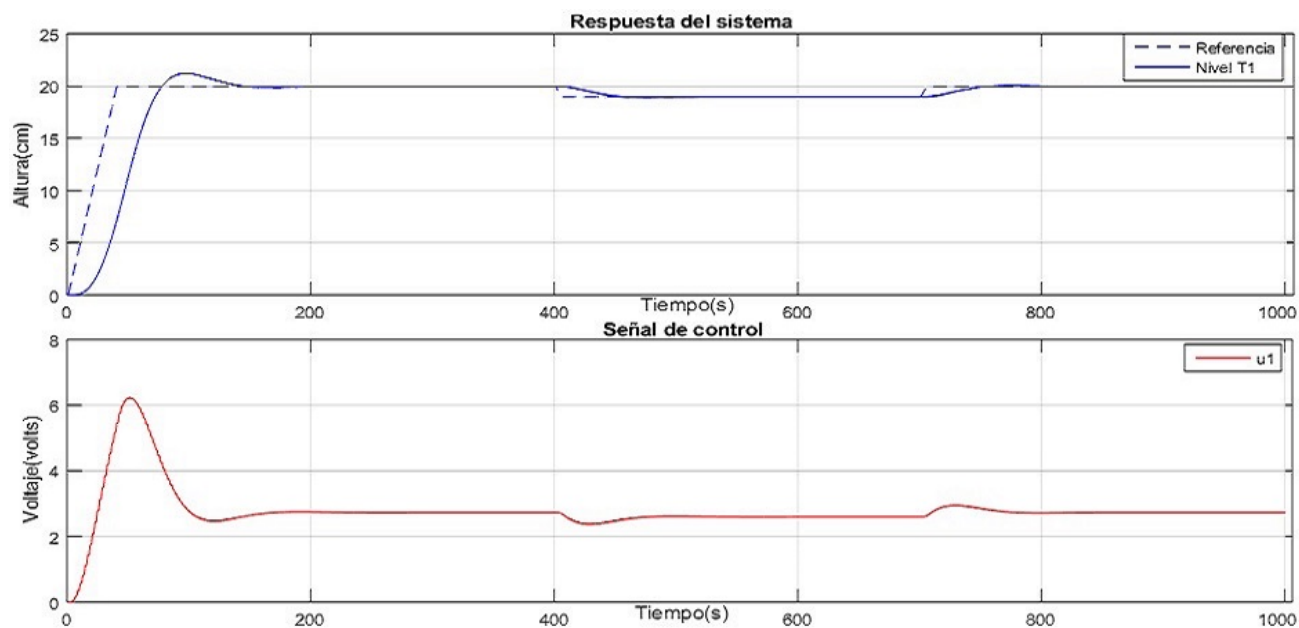


Figura 4.7: Curva de respuesta con parámetros ajustados.

En la figura 4.8 se muestran las curvas obtenidas de la respuesta del sistema al controlador GPC con restricciones, en las cuales se establece un voltaje máximo de 5 volts para la entrada del actuador. Al igual que para el caso sin restricciones se realizan variaciones sobre los parámetros de ajuste, en particular sobre el horizonte de control y el horizonte de predicción con valores iguales en el rango de 3 a 7 con un valor fijo para $\lambda = 80$. Se observa el mismo comportamiento que para el caso sin restricciones con una respuesta más rápida en cada cambio de valor, se observan respuestas sin sobre impulso con un tiempo de estabilidad más rápido.

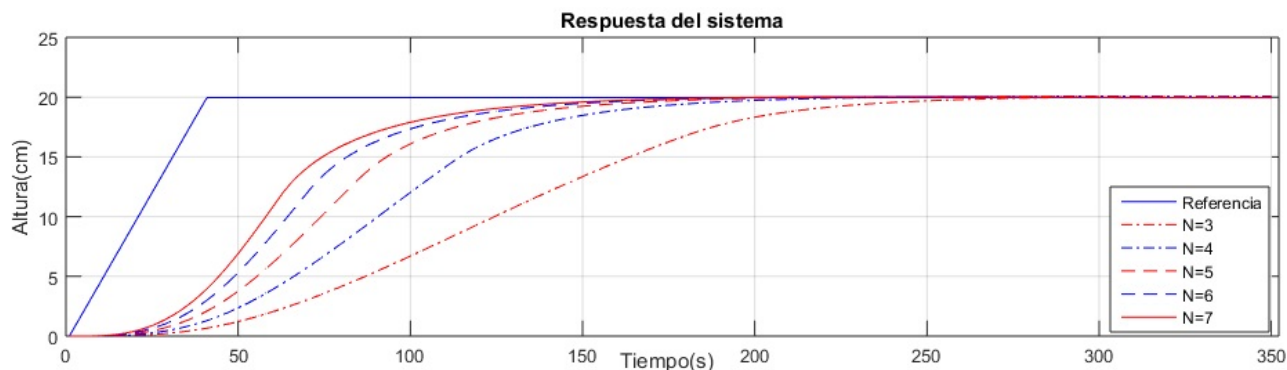


Figura 4.8: Curva de respuesta con control GPC con restricciones, con cambios en N_u y N .

En la figura 4.9 se muestra la respuesta del sistema SISO al control GPC con restricciones, presentando 3 cambios en la señal de referencia en los instantes $t=400$ y $t=700$ segundos, con una respuesta con un comportamiento monótono y restricciones a la entrada con un voltaje máximo de 5 volts, estableciendo

un valor de 19.95 cm para la señal de referencia con variación de ± 1 , para la simulación realizada se establece un horizonte de predicción $N_u = 6$, horizonte de control $N=5$, factor de esfuerzo de control $\lambda = 80$, con $\alpha = 0$.

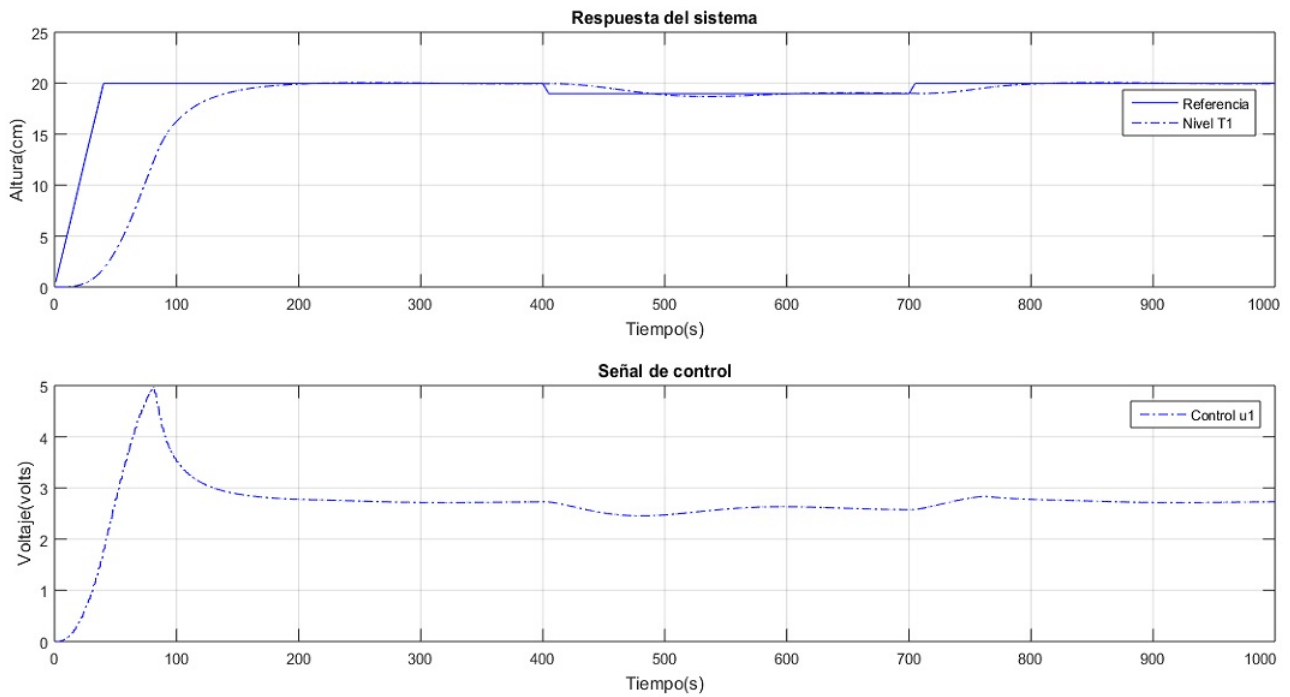


Figura 4.9: Curvas de respuesta de control GPC con restricciones con ajuste de parámetros.

4.3. Controlador GPC MIMO con y sin restricciones

El objetivo es realizar el control de nivel de líquido de los tanques 1 (h_1) y 2 (h_2), donde v_{b1} y v_{b2} son las entradas de control del sistema y las perturbaciones en el sistema son generadas por variaciones en el flujo causadas por las válvulas y perturbaciones externas. Se realiza la comparación de la respuesta del modelo matemático lineal y no lineal para validar el modelo lineal a partir del cual se diseñan los controladores propuestos aplicado sobre el sistema no lineal. La programación del algoritmo de control GPC y la identificación de la planta se realizan en Matlab y Simulink, se hace uso de los datos de entrada y salida de la planta, el ajuste previo de las restricciones y una señal de referencia que será el punto al cual la señal de salida de la planta se deberá ajustar.

El cálculo de la respuesta de la planta es realizado de forma recursiva a partir del modelo CARIMA habiendo realizado previamente la identificación de la planta (ecuación 3.33) y su representación en forma discreta (ecuación 4.4) con un periodo de muestreo $T_s = 1$ segundo.

$$G_p(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,176z^{-1}}{1-0,904z^{-1}} & \frac{,00864z^{-1}+0,008z^{-2}}{1-1,77z^{-1}+0,782z^{-2}} \\ \frac{0,0029z^{-1}+0,0028z^{-2}}{1-1,924z^{-1}+0,925z^{-2}} & \frac{0,182z^{-1}}{1-0,968z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se obtienen los parámetros A y B como resultado de la ecuación 4.4 mostrados en la ecuación 4.5 y 4.6.

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 - 2,8360z^{-1} + 2,6780z^{-2} - ,8419z^{-3} \\ A_2 &= 1 - 2,8736z^{-1} + 2,7515z^{-2} - ,8779z^{-3} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= 0,0687z^{-1} - 0,1277z^{-2} + 0,0592z^{-3} \\ B_2 &= 0,0011z^{-1} - 0,0010z^{-3} \\ B_3 &= 0,0010z^{-1} - 0,0009z^{-3} \\ B_4 &= 0,0629z^{-1} - 0,1194z^{-2} + 0,0566z^{-3} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Se realiza el cálculo de la trayectoria de referencia real de la planta y la respuesta libre considerando las condiciones iniciales, restricciones y parámetros de sintonización del controlador para la obtención de la ley de control. Se ajustan los valores de los parámetros de sintonización del control y se limita el incremento de la señal de control para las 2 entradas de control de las bombas buscando tener un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso (valido para el sistema con restricciones) con la menor oscilación a la salida.

Por último, se obtiene la predicción de la señal de control aplicada a la planta a partir de los datos de la señal de referencia y el ajuste de las especificaciones. Para el controlador GPC se realizan dos simulaciones considerando el control con y sin restricciones, se muestran las entradas que definen las referencias, el controlador, la planta y las señales de salida mediante bloques en Simulink, adicionalmente se agrega un bloque de ajuste de escalas para simulación en 3D del sistema en la herramienta Virtual Realm Builder y un bloque de animación para los tanques y las conexiones del proceso, por último se realiza la conexión de los bloques mostrados como se muestra en la figura 4.10.

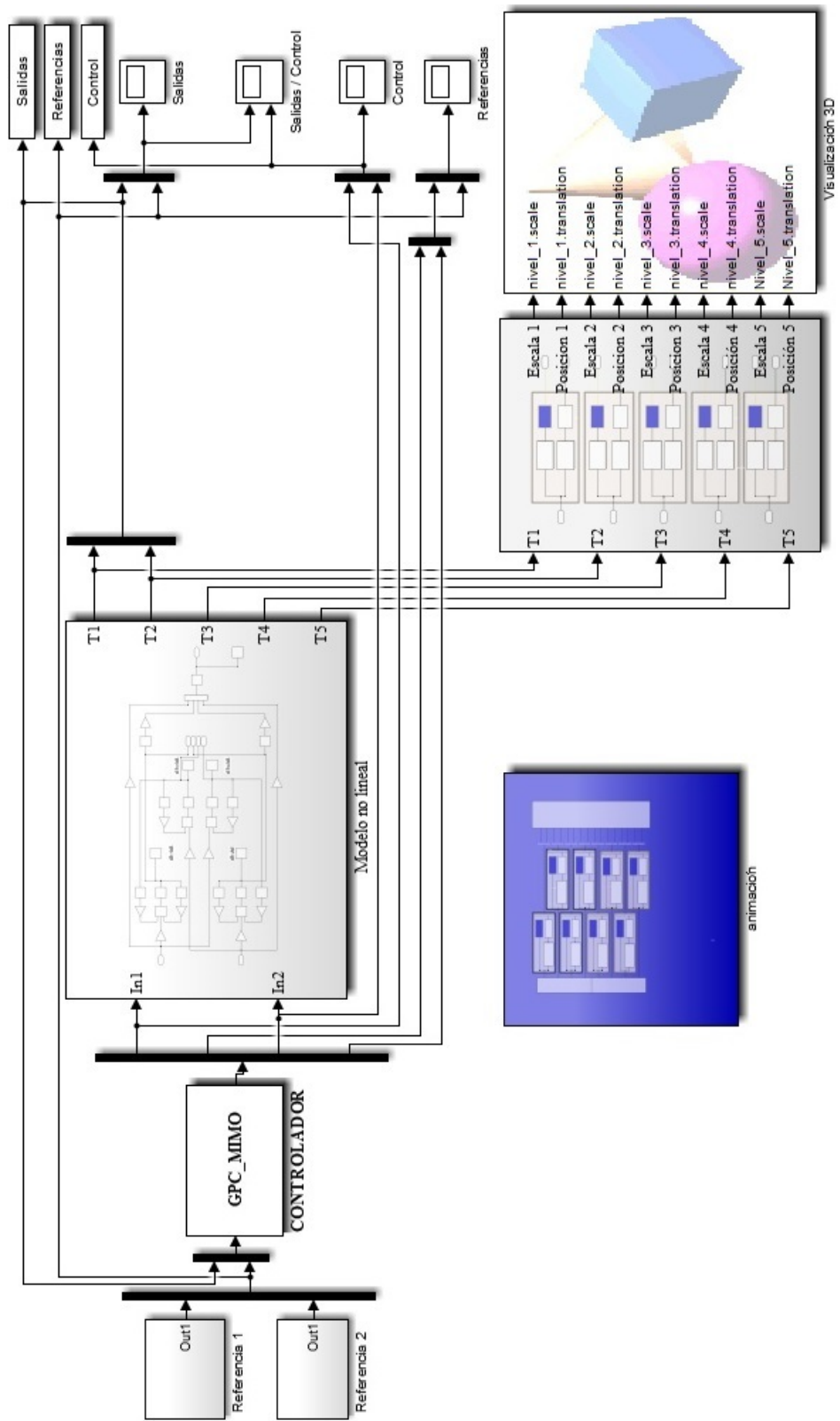


Figura 4.10: Diagrama de bloques para la simulación del control GPC del proceso de nivel.

Al igual que para el caso del control GPC SISO se valida el comportamiento del sistema MIMO a variaciones iguales en el horizonte de control y el horizonte de predicción con valores entre 8 y 11 con un factor $\lambda = 150$, $\alpha = 0$ sin considerar restricciones en la acción de control (figura 4.11 y 4.12).

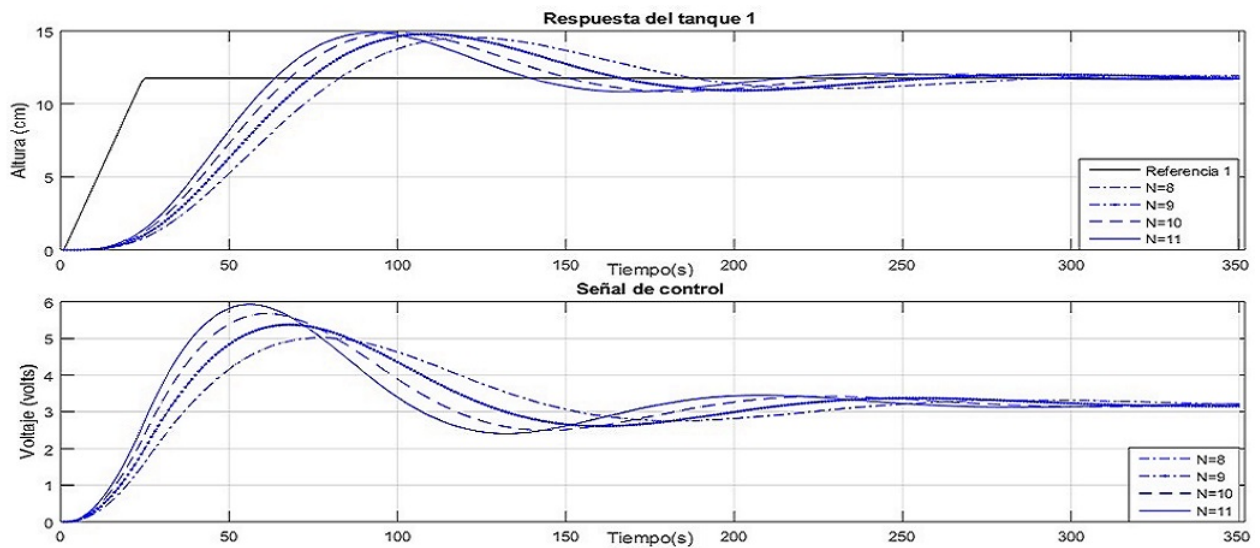


Figura 4.11: Respuesta del tanque 1 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N .

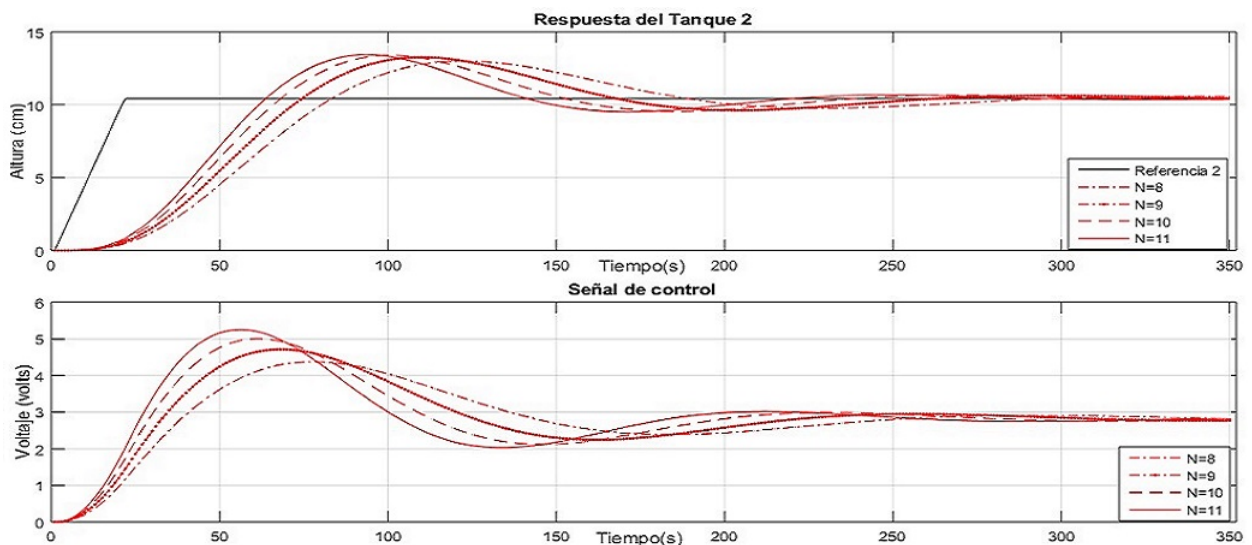


Figura 4.12: Respuesta del tanque 2 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N .

El comportamiento es similar que para el caso SISO, sin embargo, al ser una técnica de control centralizado se tiene la presencia de las interacciones del proceso, se realizan simulaciones mostradas en la figura 4.13 y 4.14 con el mismo ajuste en los parámetros de sintonización para el caso del control GPC, pero considerando las restricciones. Las restricciones en el sistema se establecen para la entrada de la señal de control con un voltaje máximo de 5 volts para los 2 actuadores, al igual que en el caso SISO se considera obtener una respuesta de las salidas del sistema con un comportamiento monótono.

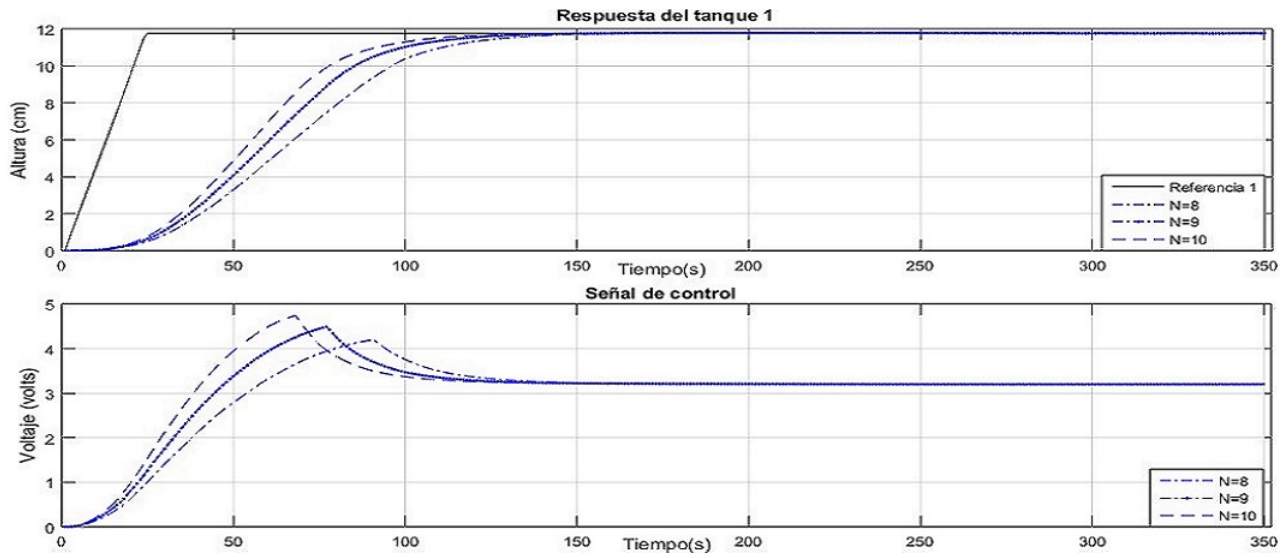


Figura 4.13: Respuesta del tanque 1 con GPC con restricciones, con cambios en N_u y N .

En comparación, para que el control GPC sin restricciones pueda ajustarse a la respuesta deseada es necesario hacer uso de más recursos de procesamiento para obtener respuestas similares al control GPC con restricciones debido a que el valor de los parámetros de ajuste es mayor para ajustar las entradas de control y no se tiene una garantía de que el valor dado exceda el valor máximo de la señal de control ante la presencia de perturbaciones.

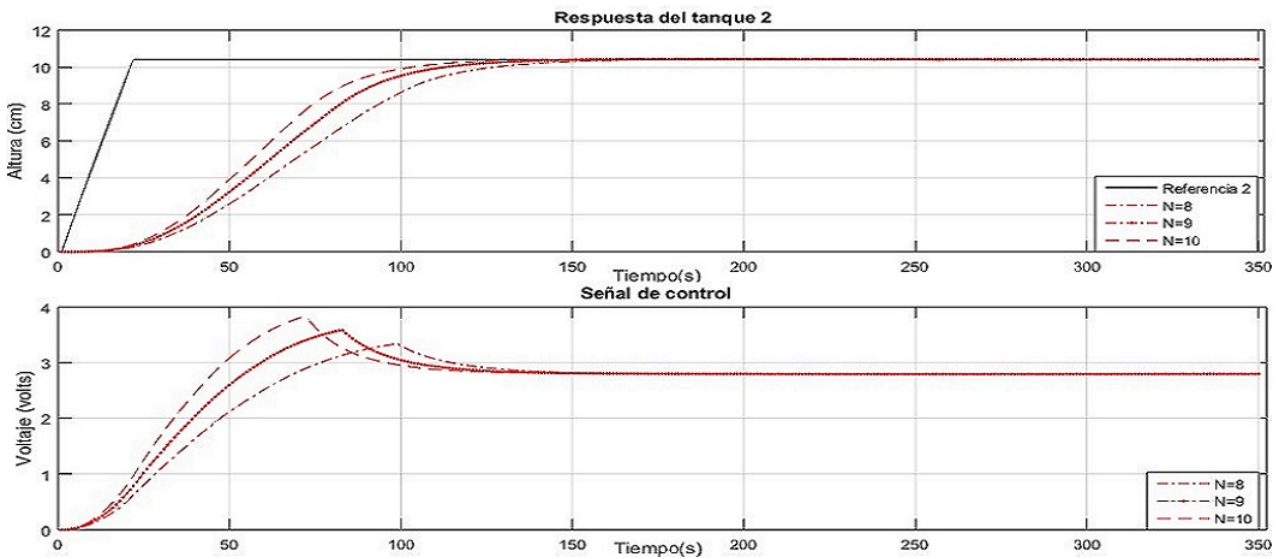


Figura 4.14: Respuesta del tanque 2 con GPC sin restricciones, con cambios en N_u y N .

Por último se realiza el ajuste de los parámetros de sintonización buscando obtener la mejor respuesta del sistema que se ajuste más al valor deseado realizando 3 cambios en la señal de referencia.

Se implementa el control GPC sin restricciones mostrando las curvas de respuesta y la señal de control en la figura 4.15 con parámetros de ajuste $R=120$ y $Q=1$, con N_u y N_p igual a 10.

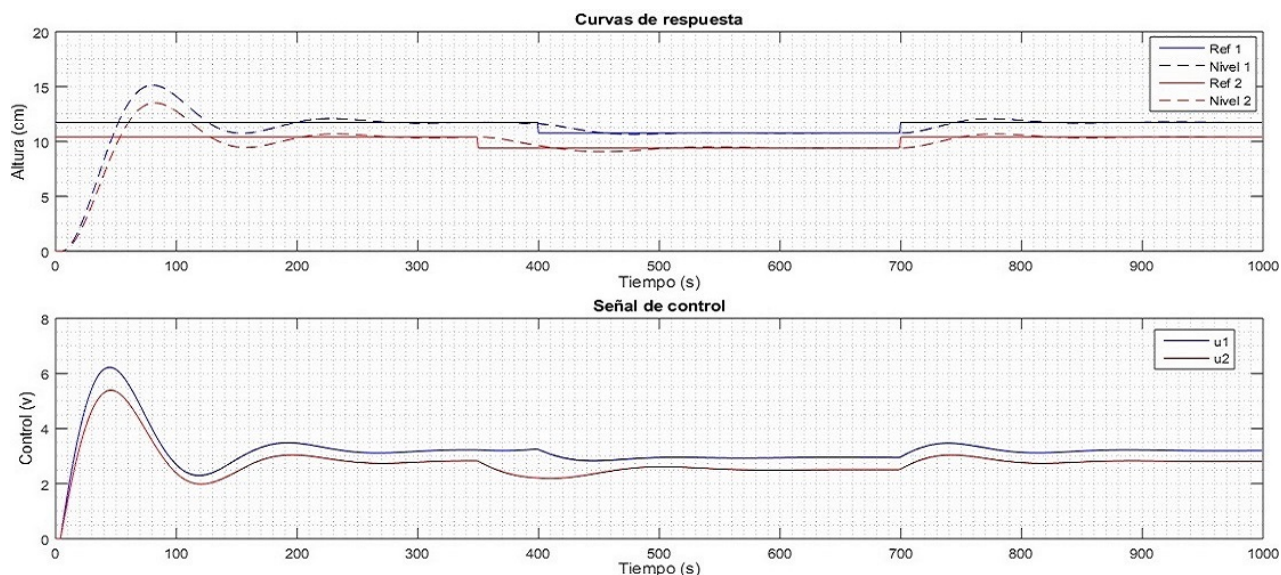


Figura 4.15: Respuesta del proceso controlado sin restricciones.

La validación del control GPC con restricciones se realiza considerando los mismos parámetros de ajuste que para el caso sin restricciones obteniendo las curvas de respuesta y el comportamiento de la señal de control mostrados en la figura 4.16.

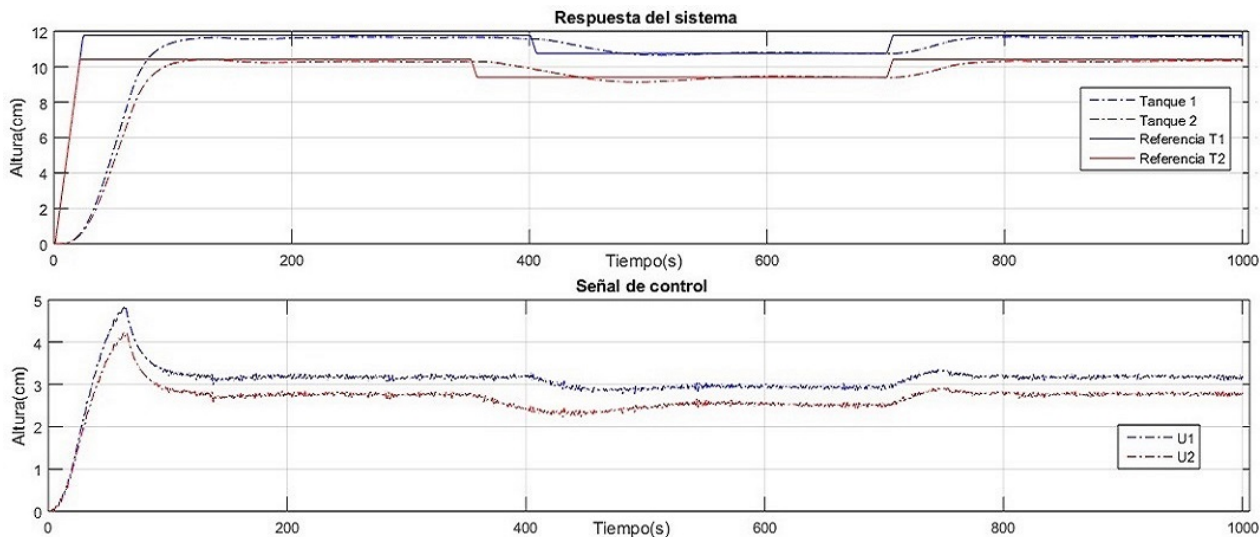


Figura 4.16: Respuesta del proceso controlado con restricciones.

Se limita el incremento de la señal de control para las 2 entradas de 0 – 5 volts (el valor máximo de tensión de las bombas es de 5 volts) y la salida sobre el valor establecido en la referencia buscando tener un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso (valido para el sistema con restricciones) con la menor oscilación a la salida. En la simulación realizadas se consideran perturbaciones

en el tiempo $t=400$ segundos y $t=700$ segundos, en la referencia para el nivel del tanque 1, y de $t=350$ segundos y $t=700$ en la referencia para el nivel del tanque 2.

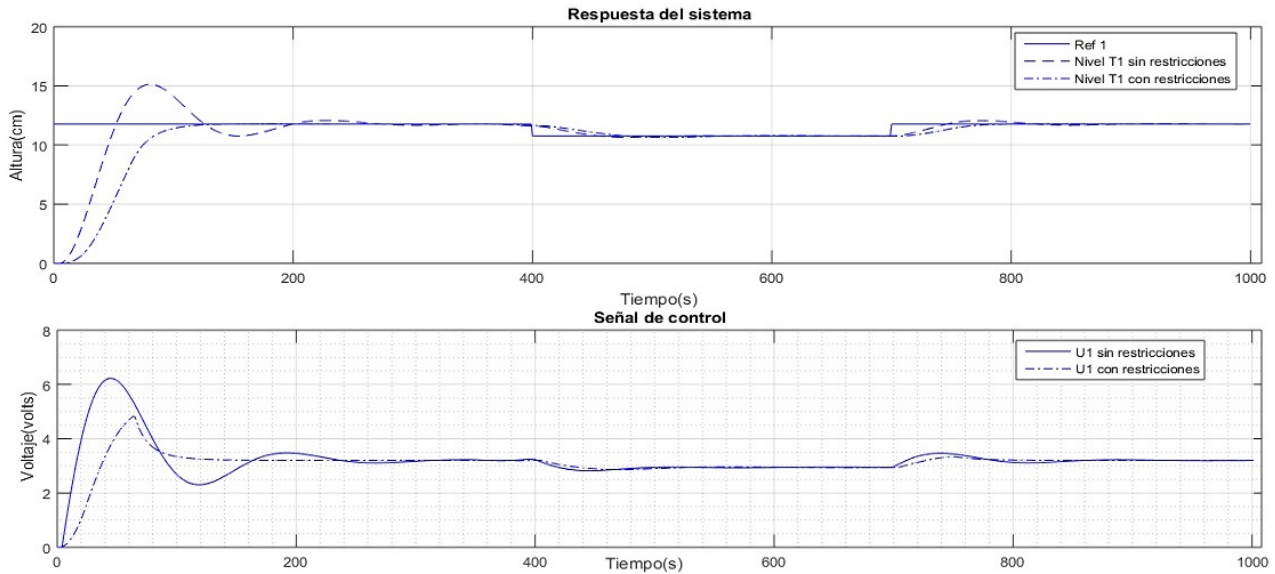


Figura 4.17: Comparación de curvas de respuesta del tanque 1.

Se realiza la comparación de las respuestas de los tanques con respecto al control aplicado mostradas en la figura 4.17 y 4.18 para el tanque 1 y 2 respectivamente, se considera un valor alto para el parámetro λ y un horizonte de control y predicción bajos, lo cual es recomendable buscando un menor tiempo de cálculo.

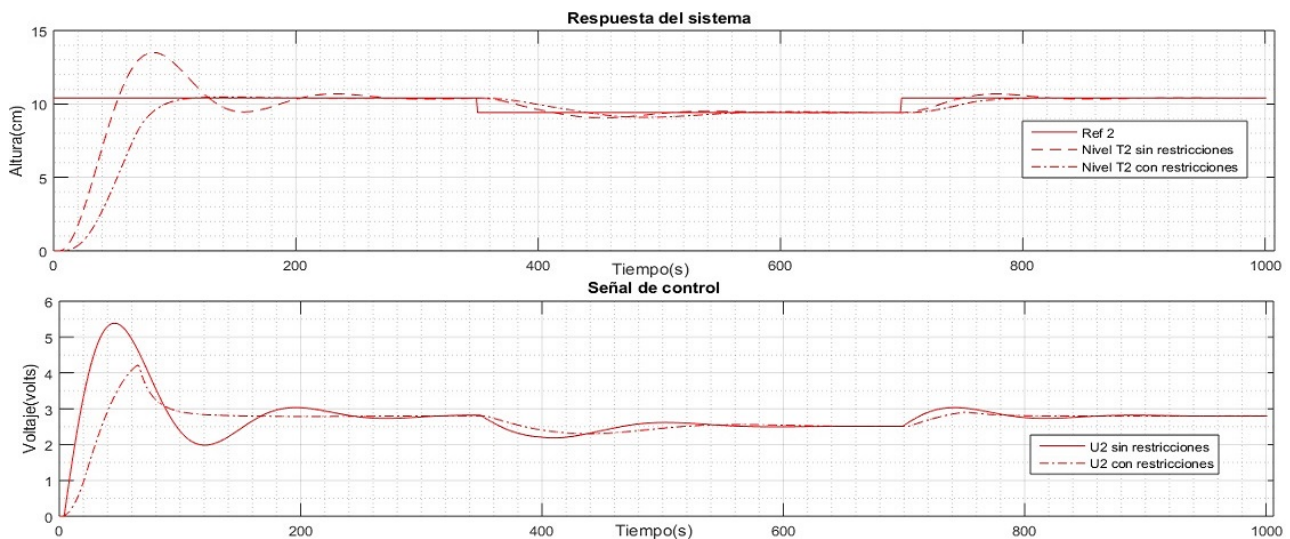


Figura 4.18: Comparación de curvas de respuesta del tanque 2.

El considerar el control GPC sin restricciones es con la finalidad de poder visualizar la respuesta del sistema a esta técnica de control y el efecto de los cambios sobre los parámetros de ajuste en los

resultados obtenidos y de este modo poder analizar la técnica de control con un fin educativo, dado que en la práctica no es viable la aplicación de esta técnica en un proceso real debido a la cantidad de recursos necesarios para poder ajustar los parámetros de diseño para obtener el valor deseado, donde la cantidad de recursos de procesamiento juega un papel importante en la aplicación sobre procesos reales que pueden resultar más complejos (el costo aumenta porque deben instalarse componentes de mayor capacidad de procesamiento (mayor resolución, más velocidad, más capacidad de memoria)) en los cuales se pueden considerar otras técnicas de control y de mayor importancia el hecho de que no se consideran restricciones en el diseño, lo cual puede resultar en daños físicos en los distintos elementos del proceso. Se establece el interés sobre la aplicación del control GPC con restricciones, en la tabla 4.1 se muestran los tiempos en los que el sistema alcanza el punto de referencia deseado para el sistema sin acción de control y el control GPC con restricciones.

Tabla 4.1: Tiempos de estabilidad del proceso.

Estabilidad	Sistema sin acción de control	Control GPC con restricciones
Tanque 1	307 segundos	167 segundos
Tanque 2	269 segundos	191 segundos

El sistema controlado alcanza el punto de referencia para el tanque 1 en un 54 por ciento del tiempo con respecto al sistema sin acción de control y el tanque 2 en un 71 por ciento del tiempo con respecto al tanque 2 presentando sobre impulso muy pequeños en la respuesta obtenida para cada cambio en la señal de referencia, el obtener esta característica en la respuesta mediante el ajuste de los parámetros de diseño del control es importante debido a la exactitud que se busca en muchos procesos industriales, lo cual afectaría la calidad del producto final. Para obtener una mejor aproximación del sistema simulado al sistema real se puede considerar el bloque de Ruido blanco de Banda limitada incluido en la biblioteca de fuentes de Simulink, este se caracteriza por sus valores de señal en 2 instantes de tiempo diferentes y no guardan correlación estadística alguna.

La definición y una relativa garantía de estabilidad es un tema importante en el control de proceso, en la actualidad en algunos casos, las técnicas de control predictivo permiten el uso de métodos conocidos para la definición de estabilidad y también para su generalización en casos más complejos como procesos multivariables, procesos no lineales y sistemas con perturbaciones estocásticas (en general para algunas variaciones de las técnicas que basan la representación del modelo en espacio de estados como el CRHPC y el SIORHC métodos desarrollados que garantizaban la estabilidad para el caso nominal imponiendo que la señal de salida alcanzará a la referencia al final del horizonte), las principales formulaciones propuestas que garantizan la estabilidad están resumidas en [44], donde se dan condiciones suficientes para diseñar un regulador predictivo con garantías de estabilidad. Recientemente han aparecido en la literatura aplicaciones de los controladores predictivos a sistemas no lineales o híbridos.

Para el control GPC se tienen algunos resultados para el caso nominal, sin embargo, para casos complejos y multivariables la estabilidad se puede definir en condiciones muy particulares derivadas de la naturaleza del propio proceso definido a través del modelo matemático y su representación. Para el caso multivariable con restricciones, el análisis de estabilidad es un problema más complejo y complicado de resolver, aún en el caso de que el optimizador fuera capaz de encontrar una solución esta no

garantiza la estabilidad en lazo cerrado, la utilización de penalizaciones terminales y o restricciones, funciones de liapunov o conjuntos invariantes han dado lugar a técnicas que garantizan la estabilidad del sistema, el objetivo es abordado desde distintos puntos de vista y casi siempre analizando el problema del regulador (llevando el estado al reposo) y analizando la respuesta del sistema en un tiempo determinado.

El alto rendimiento del controlador y el hecho de que se adapte fácilmente a la planta y posea una forma de sintonización intuitiva, muestra que es un método de control adecuado para una planta que posee características complejas de funcionamiento e impone restricciones para su control, además de que ha dado muestras en la investigación y la industria de cubrir la mayor parte de los problemas en la dinámica de plantas complejas. La simulación del control del proceso muestra resultados que corresponden con los valores deseados, la implementación sobre el proceso real requerirá un ajuste adicional relativamente pequeños para obtener resultados que puedan ser comparados con los obtenidos dada la comparación realizada del modelo matemático obtenido para el diseño del control con la respuesta real obtenida de las pruebas experimentales realizadas sobre el proceso real. Por último, se plantea una opción para la programación del algoritmo en un DSP la cual se anexa en el apéndice B.

4.4. Conclusiones

Hasta hace unos años era relativamente reducida la cantidad de aplicaciones y publicaciones existentes en la literatura, de esta técnica MPC aplicada a sistemas multivariables comparada con el resto de las diferentes variantes del MPC, esto aun con las bondades y características de ajuste que permiten dar solución a una gran variedad de objetivos de control, sin embargo en la actualidad se ha puesto cada vez más atención a este tipo de técnicas debido a la creciente aplicación de controladores a proyectos a gran escala en los que la cantidad de elementos a controlar, objetivos, restricciones y condiciones de operación, resultan sobrepasar las capacidades de otras técnicas de control. Adicionalmente son sistemas que requieren control supervisorío en tiempo real donde se pueda realizar la entrega de datos, optimización, vigilancia de la operación, producción, toma de decisiones y coordinación de acciones, son sistemas en los que el control GPC puede ser aplicado y ajustado a la gran mayoría de las variantes mencionadas.

- A partir de lo realizado en el trabajo presentado se pudo modelar la dinámica del sistema hidráulico en Matlab y Simulink, logrando evaluar el análisis teórico previo y la respuesta del sistema a partir de resultados en simulación, obteniendo resultados de la respuesta comparando lo obtenido con resultados de pruebas experimentales validando así el modelo matemático obtenido.
- Los resultados previos permitieron diseñar el control GPC con y sin restricciones, partir de la comparación de la respuesta real, realizar el ajuste de los parámetros de sintonización, y comparar la respuesta obtenida.
- El sistema de 4 tanques es un proceso a escala que permite replicar muchas de las características y requisitos a cumplir de los existentes en la mayoría de los procesos multivariables mencionados anteriormente y a partir de estos poder validar su uso en sistemas a gran escala y poder ver las ventajas que tiene con respecto a técnicas de grado equivalente.
- Podría ser considerada un exceso de recursos la aplicación de una técnica de control como el GPC a un sistema como el analizado en esta tesis, sin embargo, estas son las bases bajo las cuales se experimentan y se plantean técnicas de control que puedan ser aplicadas a proyectos de mayor alcance, requerimientos y distintas condiciones de seguridad. Adicionalmente el uso de técnicas de control como esta en procesos de laboratorio como el utilizado permite tener referencias de la complejidad necesaria para poder ser aplicada a procesos más complejos y de la cantidad de recursos necesarios para su aplicación.
- Como trabajo futuro se considera la posible implementación en un DSP y la validación del control en el proceso real.

Apéndice A

Códigos en MATLAB

A.1. Modelo SISO

La definición del modelo matemático lineal en el ambiente Simulink se realiza mediante el uso del bloque *Interpreted Matlab Function* y el algoritmo que describe el modelo, el bloque permite pasar los valores de entrada a la función definida en código en Matlab para su evaluación, posteriormente la función retorna el valor con las dimensiones especificada para la salida, la función acepta valores de entrada reales o complejos o del tipo doble y genera salidas con valores reales, complejos y del tipo doble dependiendo de los parámetros y la función especificada. El modelo es definido mediante un script(.m): dicho bloque permite indicar el nombre del script, el número de entradas y el número de salidas que tendrá. A continuación, se presenta la función definida en Matlab para el modelo matemático lineal SISO para el control de nivel de 1 tanque propuesto.

```
%=====
% Descripción del modelo matemático lineal SISO de la dinámica de cambio
% de nivel de un tanque de agua mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
%=====
function dH1 = Tanque1(u)
% ===== Definición de entradas =====
H1 = u(1);
vb1 = u(2);
% ===== Definición de parámetros =====
g = 981; % [cm2/s] Cte. de gravedad
A1 = 140; % [cm2] Área seccional de cada tanque
a1 = ,5027; % Área seccional de las salidas
l1 = ,74; % Porcentaje del caudal
kb1 = 26,3; % [cm3V-1s-1]
% ===== Definición puntos de operación =====
vb1_op = 2,8;
h1_op = ((kb1 * vb1_op)/(a1 * l1 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h1
% ===== Ecuación del sistema =====
dH1 = -(a1 * l1 * sqrt(2 * g))/(2 * A1 * sqrt(h1_op)) * (H1 - h1_op) + (kb1/A1) * (vb1 - vb1_op);
```

A.2. Modelo MIMO

```

% =====
% Descripción de la dinamica de cambio de nivel del tanque 1
% del modelo matemático lineal MIMO mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
% =====
function dH1 = Tanque1(u)
% ===== Definición de entradas =====
H1 = u(1);
H3 = u(2);
vb1 = u(3);
% ===== Definición de parámetros=====
g = 981; % [cm2/s] Cte. de gravedad
A1 = 140; A3 = A1; % [cm2] Área seccional de cada tanque
a1 = ,5027; a3 = a1; % Área seccional de las salidas
l1 = ,74; l2 = ,78; % Porcentaje del caudal
k1 = 26,3; k2 = 22,87; % [cm3V-1s-1]
vb1d = 3,2; vb2d = 2,8;
% ===== Definición de puntos de operación =====
h3d = (((1 - l2) * k2 * vb2d)/(a3 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h3
h1d = ((a3/a1) * sqrt(h3d) + ((l1 * k1 * vb1d)/(a1 * sqrt(2 * g))))2; % Condición de equilibrio de h1
T1 = (A1/a1) * sqrt((2 * h1d/g));
T3 = (A3/a3) * sqrt((2 * h3d/g));
% ===== Ecuación del sistema =====
dH1 = -(1/T1) * (H1 - h1d) + (A3/(A1 * T3)) * (H3 - h3d) + ((l1 * k1)/A1) * (vb1 - vb1d);

% =====
% Descripción de la dinamica de cambio de nivel del tanque 2
% del modelo matemático lineal MIMO mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
% =====
function dH2 = Tanque2(u)
% ===== Definición de entradas =====
H2 = u(1);
H4 = u(2);
vb2 = u(3);
% ===== Definición de parámetros=====
g = 981; % [cm2/s] Cte. de gravedad
A2 = 140; A4 = A2; % [cm2] Área seccional de cada tanque
a2 = ,5027; a4 = a4; % Área seccional de las salidas
l1 = ,74; l2 = ,78; % Porcentaje del caudal
k1 = 26,3; k2 = 22,87; % [cm3V-1s-1]
vb1d = 3,2; vb2d = 2,8;
% ===== Definición puntos de operación =====
h4d = (((1 - l1) * k1 * vb1d)/(a4 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h4
h2d = ((a4/a2) * sqrt(h4d) + ((l2 * k2 * vb2d)/(a2 * sqrt(2 * g))))2; % Condición de equilibrio de h2
T2 = (A2/a2) * sqrt((2 * h2d/g));
T4 = (A4/a4) * sqrt((2 * h4d/g));
% ===== Ecuación del sistema =====
dH2 = -(1/T2) * (H2 - h2d) + (A4/(A2 * T4)) * (H4 - h4d) + ((l2 * k2)/A2) * (vb2 - vb2d);

```

```

% =====
%                               % Descripción de la dinamica
%                               % de cambio de nivel del tanque 3 del modelo matemático lineal MIMO de tanques acoplados
%                               % mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
% =====
function dH3 = Tanque3(u)
% ===== Definición de entradas =====
H3 = u(1);
vb2 = u(2);
% ===== Definición de parámetros =====
g = 981;                               % [cm2/s] Cte. de gravedad
A3 = 140;                              % [cm2] Área seccional de cada tanque
a1 = ,5027;    a3 = a1;                % Área seccional de las salidas
l1 = ,74;      l2 = ,78;                % Porcentaje del caudal
k1 = 26,3;     k2 = 22,87;              % [cm3V-1s-1]
vb1d = 3,2;    vb2d = 2,8;
% ===== Definición puntos de operación =====
h3d = (((1 - l2) * k2 * vb2d)/(a3 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h3
T3 = (A3/a3) * sqrt((2 * h3d/g));
% ===== Ecuación del sistema =====
dH3 = -(1/T3) * (H3 - h3d) + (((1 - l2) * k2)/A3) * (vb2 - vb2d);

```

```

% =====
%                               % Descripción de la dinamica
%                               % de cambio de nivel del tanque 4 del modelo matemático lineal MIMO de tanques acoplados
%                               % mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
% =====
function dH4 = Tanque4(u)
% ===== Definición de entradas =====
H4 = u(1);
vb1 = u(2);
% ===== Definición de parámetros =====
g = 981;                               % [cm2/s] Cte. de gravedad
A4 = 140;                              % [cm2] Área seccional de cada tanque
a4 = ,5027;                              % Área seccional de las salidas
l1 = ,74;      l2 = ,78;                % Porcentaje del caudal
k1 = 26,3;     k2 = 22,87;              % [cm3V-1s-1]
vb1d = 3,2;    vb2d = 2,8;
% ===== Definición puntos de operación =====
h4d = (((1 - l1) * k1 * vb1d)/(a4 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h4
T4 = (A4/a4) * sqrt((2 * h4d/g));
% ===== Ecuación del sistema =====
dH4 = -(1/T4) * (H4 - h4d) + (((1 - l1) * k1)/A4) * (vb1 - vb1d);

```

```

% =====
% Descripción de la dinamica de cambio de nivel
% del tanque 5 (deposito común) del modelo matemático lineal MIMO de tanques acoplados
% mediante el bloque Interpreted Matlab Fuction.
% =====
function dH5 = Tanque5(u)
% ===== Definición de entradas =====
vb1 = u(1);
vb2 = u(2);
H1 = u(3);
H2 = u(4);
% ===== Definición de parámetros =====
g = 981; % [cm2/s] Cte. de gravedad
A5 = 1578; % [cm2] Área seccional de cada tanque
a4 = ,5027; a2 = a4 % Área seccional de las salidas
a1 = ,5027; a3 = a1 % Área seccional de las salidas
l1 = ,74; l2 = ,78; % Porcentaje del caudal
k1 = 26,3; k2 = 22,87; % [cm3V-1s-1]
vb1d = 3,2; vb2d = 2,8;
% ===== Definición puntos de operación =====
h3d = (((1 - l2) * k2 * vb2d)/(a3 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h3
h4d = (((1 - l1) * k1 * vb1d)/(a4 * sqrt(2 * g)))2; % Condición de equilibrio de h4
h1d = ((a3/a1) * sqrt(h3d) + ((l1 * k1 * vb1d)/(a1 * sqrt(2 * g))))2; % Condición de equilibrio de h1
h2d = ((a4/a2) * sqrt(h4d) + ((l2 * k2 * vb2d)/(a2 * sqrt(2 * g))))2; % Condición de equilibrio de h2
% ===== Ecuación del sistema =====
dH5 = ((a1 * sqrt(2 * g))/(2 * A5 * sqrt(h1d))) * (H1 - h1d) + ((a2 * sqrt(2 * g))/(2 * A5 * sqrt(h2d)))
*(H2 - h2d) - ((l1 * k1/A5) + (((1 - l1) * k1)/A5)) * (vb1 - vb1d) - ((l2 * k2/A5) + (((1 - l2) * k2)/A5))
*(vb2 - vb2d);

```

Código en Matlab para los servomotores

Para que el Servomotor funcione correctamente se hace uso de la librería Servo de Arduino, la cual es compatible con Matlab, los servos Hi-Tec se programan mediante PWM, (modulación por ancho de pulso) con pulsos de 5 volts y una frecuencia de 50Hz con un intervalo entre pulsos será de 20 milisegundos. El tiempo en alta comprende un tiempo fijo para marcar el cero y un tiempo variable para marcar la instrucción, el servomotor recibe órdenes de 900 a 2100 microsegundos para las posiciones de 0 a 180 grados, sin embargo, para que el servomotor hiciera los 180 grados, las ordenes tiene que ir de 544 a 2400micro s. (parámetros por defecto en Arduino). Mediante software se coloca el servomotor en 45° Para que el servomotor se pueda mover de 45 a 135° dentro del rango 0 a 180° y no toque con los finales de carrera. Se fija la pieza de unión de la válvula al engranaje del servomotor y se acopla el montaje de la válvula cerrada al servo,

```

clear all port;
a=arduino('COM4','Mega2560');
s = servo(a,'D###','MinPulseDuration',0,544e - 3,'MaxPulseDuration',2,4e - 3); % En ## es-
cribir el numero de pin del 2 al 12
angle = **; % En ** escribir el angulo al que se quiere mandar el servomotor
dc = angle * 1/180;
writePosition(s,dc); % para hacer pausas entre ordenes escribir pause(time en segundos)

```

Codigo en Arduino Software y en C para los servomotores

```

#include < Servo.h >           //En ## escribir el numero de pin del 2 al 12
Servoservo1;
voidsetup()
{servo1.attach(##, 544, 2400);
}
voidloop()
{servo1.write(**);           //En ** escribir el angulo al que se quiere mandar el servomotor
}
//para hacer pausas entre ordenes escribir delay(time en milisegundos)

```

A.3. Algoritmo de Control Predictivo Generalizado

El algoritmo de control GPC es programado en Matlab mediante el uso de un bloque S-function, el cual es un bloque que permite extender funciones a Simulink. el bloque permite definir funciones programables por el usuario y permiten definir modelos y funciones complejas, manejar sistemas continuos, discretos o híbridos todos de forma simultanea debido a su particular estructura de programación, con un conjunto de reglas que pueden ser implementadas en un algoritmo, cada iteración del algoritmo es realizada basándose en el valor de un flag (inicialización, cálculo de eventos continuos o discretos, actualización de valores, etc.) y devuelve la respuesta obtenida, entonces se realiza el cambio del valor del flag para la siguiente iteración, de igual modo para cada valor del flag se tienen rutinas estructuradas que Simulink ejecuta de manera secuencial Los valores permitidos para la variable flag son:

Tabla A.1: Valores de la variable flag.

Valor del flag	estado de la simulación
<i>flag = 0</i>	Condiciones iniciales valor de los parámetros (<i>mdlInitializeSizes</i>)
<i>flag = 1</i>	Calculo de derivadas (<i>mdlDerivatives</i>)
<i>flag = 2</i>	Actualización de los estados discretos (<i>mdlUpdate</i>)
<i>flag = 3</i>	Calculo de salidas (<i>mdlOutputs</i>)
<i>flag = 4</i>	Calculo del próximo intervalo de muestreo
<i>flag = 9</i>	fin de la tarea de simulación (<i>mdlTerminate</i>)

El orden de ejecución de Simulink sobre la S - function se divide en 3 partes importantes, una para inicializar el algoritmo, una que se ejecutara de manera periódica durante la simulación y una que se ejecutara para finalizar correctamente la simulación. La simulación depende de parámetros que se asignan por líneas de comandos de Matlab, por lo que se considera el uso de una máscara como interfaz que permite modificar directamente los parámetros de ajuste como una propiedad del bloque, se presenta el código correspondiente al controlador presentado en esta tesis.

Apéndice B

Propuesta de programación en un DSP mediante herramientas de Matlab

La programación del procesador digital de señales (DSP) se puede realizar mediante el software Matlab/ Simulink como una forma alternativa a la programación convencional de este dispositivo. El DSP elegido en el desarrollo del proyecto es el TMS320F28335 perteneciente a la empresa Texas Instrument (TI) mostrado en la figura B.1, la elección del dispositivo se hace con relación a los recursos que tiene disponible el dispositivo y sus variadas aplicaciones como son: procesamiento de señales, aplicación en telecomunicaciones y su aplicación en el control de procesos. El dispositivo utilizado pertenece a la familia C2000, este procesador digital de señales es una microcomputadora en un sólo encapsulado con un DSP como unidad de núcleo, combinando el potencial de un DSP con la memoria y los periféricos en un sólo dispositivo que deriva en la solución más efectiva en controles embebidos en tiempo real que requieren de mucho procesamiento y la ejecución de muchas operaciones matemáticas.

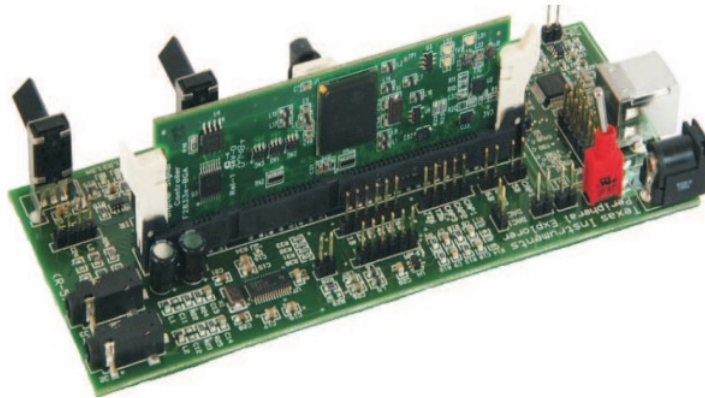


Figura B.1: DSP TMS320F28335.

Entre las características más importantes de este dispositivo se tiene una memoria flash de 512 KB, memoria RAM de 60 KB, 3 temporizadores de 32 bits, unidad de punto flotante de 32 bits, 18 señales PWM, 12 ADC's de 12 bits y 88 entradas o salidas de propósito general.

La programación del DSP puede ser ejecutada con el subprograma Simulink Real-Time Workshop o herramientas adicionales de Matlab que permiten la creación de código en C. El subprograma crea código ejecutable en la herramienta, sin embargo, se requiere realizar modificaciones sobre el código para que sea ejecutable en el DSP.

La herramienta es una extensión a las capacidades de Matlab y Simulink, la cual permite convertir, compilar y generar de forma automática el código fuente de modelos diseñados y desarrollados en Simulink y de este modo implementar aplicaciones de tiempo real, entre las principales características que se tienen son:

- Se tiene la capacidad de generar automáticamente código en C que represente de forma exacta el modelo desarrollado en la herramienta Simulink.
- Permite diseñar aplicaciones con requisitos específicos en la compilación y conexión del código generado.
- Poder establecer comunicación entre Simulink y un modelo que se esté ejecutando en tiempo real, esta opción permite realizar ajustes en los parámetros de ejecución, almacenamiento de datos y observar la respuesta del modelo mediante la herramienta de Simulink.
- Su biblioteca cuenta con soporte para múltiples dispositivos, permitiendo emplear una variedad de controladores para poder diseñar aplicaciones en dispositivos y distintas plataformas.

El conjunto de herramientas y software tiene una gran utilidad y capacidad para poder migrar funciones propias de Matlab a otros programas o hardware, este es el encargado de interpretar y generar código en lenguaje de programación C, y ser cargado en Code Composer Studio (CCS) para ser usado en el DSP.

De forma adicional Matlab cuenta con herramientas que permiten la creación de código ejecutable en el DSP, configurar hardware, habilitar GPIO como entradas o salidas hasta realizar la carga de del código en la memoria flash del procesador. Se puede realizar una configuración personalizada del bloque de la tarjeta como [45]:

- Elegir la tarjeta, seleccionar el tipo de procesador a utilizar y la configuración de memoria y registro y la frecuencia a la cual operara el oscilador del procesador.
- Soporte para la tarjeta que incluye: el agregar las rutas del código fuente, archivos de cabecera, librerías básicas para la programación del procesador las cuales se cargan de forma automática una vez establecida la comunicación entre hardware y software, y agregar funciones específicas creadas o cargadas de otros proyectos.
- Realizar la configuración de cada periférico o modulo. configuración del ADC, DAC, asignación de pines, configuración de PWM, entre muchas opciones más.

Se realiza la configuración operacional para la programación del dispositivo mediante Matlab, utilizando el comando xmakefilesetup y validar la instalación de programas necesarios para la configuración del dispositivo y la compilación de código.

Se debe realizar la selección de la familia a la cual corresponde el dispositivo, la versión del software, configuración del compilador y el directorio del code composer studio (versión 5), realizar la validación de los programas requeridos y las versiones instaladas en el equipo mediante el comando `checkEnvSetup('ccs','f28335','check')`.

- 1. CCS (Code Composer Studio) el cual es requerido para la automatización y generación de código.
- 2. CGT (Texas Instruments C2000 Code Generation Tools) requerido para la generación de código.
- 3. DSP/BIOS (Real Time Operating System) requerido para el intercambio de datos en tiempo real.
- 4. Flash Tools (TMS320C28335 Flash APIs) requerido para programación flash.

Una vez llegado a este punto se debe hacer la elección del tipo de conexión, si se usara la tarjeta DSP como interfaz entre la planta y la computadora o si se descargara algoritmo mediante un archivo de ejecución en la memoria del dispositivo.

Se debe considerar que en algunas ocasiones el cambio del control a código ejecutable no se realiza de forma directa se deben hacer ajustes y referencias de entradas y salidas, depuración de líneas de código en algunos casos dependiendo de la complejidad del controlador. Este método por lo general permite reducir el tiempo necesario para la ejecución e implementación.

Apéndice C

Publicaciones

El trabajo llevado a cabo en la presente tesis ha dado lugar a la edición de 2 publicaciones las cuales realizadas en:

- Artículo 1

**39 congreso internacional de ingeniería electrónica
“ELECTRO 2017”**

Instituto Tecnológico de Chihuahua
División de estudios de posgrado e investigación
11 de octubre al 13 de octubre de 2017 en la ciudad de Chihuahua, Chih., México

El artículo fue aceptado y presentado durante el congreso y publicado en la memoria del ELECTRO 2017 registrada con el issn 1405-2172 indizada en el catálogo de latindex. (se anexa la publicación y constancia correspondiente)

Nombre del artículo:

“Modelado, simulación y control de nivel de sistema de tanques acoplados mediante técnicas de control PID descentralizado”

- Artículo 2

**Congreso Nacional de Control Automático 2017
“CNCA 2017”**

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME)
Universidad Autónoma de Nuevo León
4 de octubre al 6 de octubre de 2017 en Monterrey, Nuevo León, México.

El artículo fue aceptado y presentado durante el congreso y publicado en la memoria del CNCA 2017 (se anexa la publicación y constancia correspondiente).

Nombre del artículo:

“Control de nivel de tanques acoplados mediante GPC y control PI descentralizado”



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

**EL INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA
OTORGA LA PRESENTE**

CONSTANCIA

a:

ENRIQUE TLACHI CUANENEMI

POR SU PARTICIPACIÓN COMO PONENTE DEL TRABAJO:

*Modelado, simulación y control de nivel de sistema de
tanques acoplados mediante técnicas de control PID
descentralizado*

EN EL:

39

**CONGRESO INTERNACIONAL
DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

DEL 11 AL 13 DE OCTUBRE DE 2017


**DR. JOSÉ RIVERA MEJÍA
DIRECTOR**



**POSGRADO E
INVESTIGACIÓN**

MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE NIVEL DE SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS MEDIANTE TÉCNICAS DE CONTROL PID DESCENTRALIZADO

Tlachi Cuanenemi Enrique, Muñoz Hernández Germán Ardul, Maya Ramírez Rodrigo Lucio

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Maestría en ingeniería Electrónica Opción Instrumentación Electrónica
Av. San Claudio y 18 sur, Col. Jardines de San Manuel interior de CU, edificio 1FCE6 segunda planta,
Posgrado, c.p. 72570, Puebla, México.

Lce_enriquetlachi@outlook.com

RESUMEN.

El sistema de 4 tanques acoplados es un proceso representativo de sistemas multivariables análogo a procesos industriales, que exhiben una dinámica compleja con interacciones entre sus entradas y salidas que dificultan el diseño de controladores por los cambios en la dinámica del proceso, en este artículo se propone el diseño y simulación de un controlador PID descentralizado y un controlador PID desacoplado para el sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado buscando como objetivo el control de nivel de los tanques 1 y 2, validando los resultados del diseño mediante simulación en Matlab y Simulink.

Palabras Clave: Control, PID, Multivariable, Matlab

ABSTRACT.

The quadruple tank process is a representative process of multivariable systems, analog to industrial processes, which exhibits a complex dynamic with interactions between its inputs and outputs that make it difficult to design controllers due to changes in the dynamics of the process. This paper presents the design of control and simulation of a decentralized PID controller and a decoupled PID controller for the quadruple tank system with cross coupling, looking for the objective to control the level of tank 1 and 2, validating the results of the design through simulation in Matlab and Simulink.

INTRODUCCIÓN

El sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado propuesto es representativo de sistemas multivariables y análogo a sistemas industriales está compuesto por subsistemas interconectados con una dinámicas compleja no lineal y un alto acoplamiento es un sistema híbrido inspirado en [1], [2], el proceso es ideal para el análisis y validación de técnicas de control para la regulación de nivel y flujo, el cual es un problema básico en procesos industriales donde se requieren líquidos para ser bombeados, almacenados y bombeados a otros tanques, pero siempre el nivel de fluido debe ser controlado y el flujo entre ellos regulado, sus aplicaciones están presentes en la industria farmacéutica, química, petroquímica, presente en procesos de fabricación de papel, generación de energía, y en el

tratamiento, distribución, purificación y filtración de agua [3]. Han sido aplicadas técnicas para el control de nivel al sistema de 1 y múltiples tanques, considerando el modelos matemático lineal y no lineal del sistema y aplicando técnicas de control centralizado y descentralizado, técnicas como control PI [4], PID, técnicas basadas en control predictivo, controladores inteligentes de lógica difusa, redes neurales y algoritmos genéticos, así como diferentes técnicas de control adaptativo, estableciendo comparaciones entre técnicas clásicas y de control avanzado [1], buscando la estabilización del sistema y cubrir las necesidades de análisis, diseño y operación.

En la actualidad los controladores PID están presentes en la mayoría de los procesos industriales, a pesar del desarrollo de las técnicas de control avanzado y del aporte tecnológico en su implementación, la estructura de control PID sigue siendo predominante en el entorno industrial, las técnicas de control PID presentan variantes de aplicación como control centralizado y descentralizado, control desacoplado, control adaptativo entre otras.

En este artículo se propone diseñar controladores PID descentralizados aplicados al modelo matemático lineal del sistema obtenido mediante expansión en series de Taylor y considerando los datos mostrados en [2], y realizar una comparación de los resultados obtenidos usando Matlab/Simulink. El presente artículo está organizado de la siguiente forma: En la sección 2 se hace una breve descripción de las técnicas de control PID aplicadas al sistema: PID descentralizado y PID descentralizado con desacoplamiento, en la sección 3 se realiza la descripción y el análisis del sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado, en la sección 4 y 5 se muestran el análisis y resultados obtenidos del diseño y aplicación de la ley de control y por último se presentan las conclusiones obtenidas de la comparación de las técnicas de control diseñadas.

TÉCNICAS DE CONTROL PID DESCENTRALIZADO

El control del sistema implica varios pasos, la propuesta del modelo matemático del proceso, considerar el diseño del controlador, su configuración, la cual para sistemas multivariables puede ser elegida usando el método de ganancia relativa (Relative Gain Array (RGA)), seleccionar el conjunto de variables manipuladas y variables de control para relacionar las conexiones de entradas y salidas, finalmente la selección de los parámetros del controlador y su ajuste para obtener resultados gráficos a partir de simulaciones en herramientas de software como Matlab y por ultimo su implementación.

Control PID descentralizado

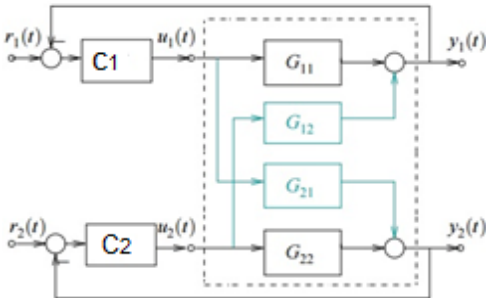


Fig. 1. Elementos del sistema de control descentralizado

Se realiza el diseño de controladores PID haciendo un emparejamiento entre $y_1 - u_1$ y el segundo controlador entre $y_2 - u_2$ al ignorar las funciones de transferencia G_{12} , G_{21} considerándolas como perturbaciones al sistema, se considera planta como si fueran 2 sistemas SISO, ofreciendo un desempeño aceptable considerado igual de bueno como un controlador centralizado, esto dependiendo del grado de interacción entre las variables del sistema el cual es posible escalarlo a partir de la matriz de ganancia relativa (RGA), solo cuando los elementos diagonales de la (RGA) son positivos y no representan un grado de interacción alto, entonces el controlador descentralizado puede ser aplicado y por tanto el sistema controlado, si algún elemento de la diagonal de la RGA es negativa y se utiliza el controlador descentralizado, entonces el sistema en lazo cerrado es inestable. Este enfoque permite controlar sistemas multivariables despreciando los acoplamientos cruzados y tratando un bucle a la vez, los controladores se diseñan para que la señal de control se base solo en la señal medida y en su punto de consigna. Los controladores descentralizados son siempre cuadrados, si el número de entradas y salidas no es el mismo, simplemente algunas señales no se utilizan. La forma del controlador PID está dado por la ecuación (1), donde k_{pj} , k_{ij} y k_d representan la ganancia proporcional, integral y diferencial del controlador respectivamente [4].

$$C_{pIi} = k_{pj} + \frac{k_{ij}}{s} + k_{di}s \quad j = 1,2 \quad (1)$$

Control PID desacoplado

En la actualidad a pesar del desarrollo de las técnicas de control y del aporte tecnológico en su implementación, la estructura de control PID se sigue empleando en la mayoría de los procesos industriales en el mundo, el diseño de la estrategia de control consiste en el diseño de 2 controladores PID y la obtención de su respectivo desacoplado cuyo propósito es reducir la interacción generada por los lazos de la figura 3. Se desea considerar los elementos de desacoplo con el fin de reducir la interacción presente en los lazos de control y poder realizar el ajuste de los controladores de forma individual, para esto se descompone el sistema multivariable en subsistemas de una variable como se muestra en la figura 2 donde se muestra la implementación de un sistema de control con desacopladores para un sistema multivariable de 2 entradas y 2 salidas.

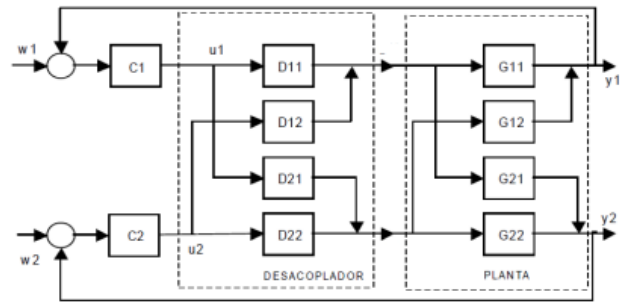


Fig. 2. Elementos del sistema de control desacoplado

El objetivo es construir un sistema diagonal, considerando que se cumpla:

$$X(s) = G(s)D(s) = \text{diag}[x_1(s), x_2(s)] \quad (2)$$

Donde para determinar D(s) es necesario calcular la inversa de G(s), entonces el desacoplador tendrá la forma de

$$D(s) = G(s)^{-1}X(s) = \frac{\begin{bmatrix} G_{22}(s)x_1(s) & -G_{12}(s)x_2(s) \\ -G_{21}(s)x_1(s) & G_{11}(s)x_2(s) \end{bmatrix}}{\det(G(s))} \quad (3)$$

La representación se realiza asumiendo los términos en la diagonal principal igual a 1 con lo cual se obtiene [5]:

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

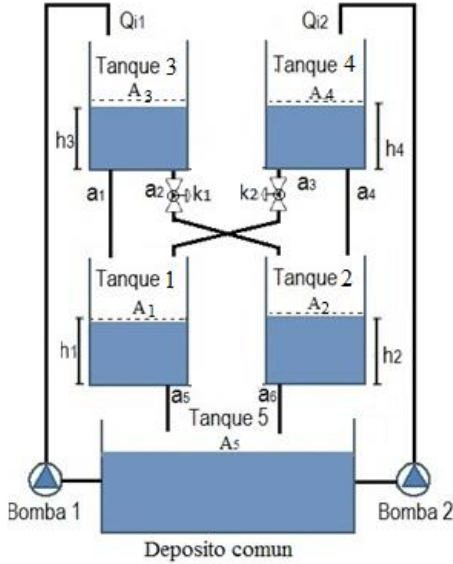


Fig. 3 Sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado

El modelo y la dinámica asociada al proceso mostrado en la figura se obtiene basándose en la ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli y el teorema de Torricelli [6], además de utilizar datos físicos de la geometría de las estructuras utilizadas y mediciones de entrada/salida. El modelo permite relacionar el flujo total dentro de cada tanque Q_t con el flujo de entrada q_i y el flujo de salida q_o , se asume que el flujo de salida es una función de la altura del líquido contenido en cada uno de los tanques.

$$A_t \dot{h}_t = q_i - q_o \quad (5)$$

Aplicando la ecuación a cada uno de los tanques se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{h}_1 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \\ A_2 \dot{h}_2 &= q_{b2} - q_{23} - q_{24} \\ A_3 \dot{h}_3 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \\ A_4 \dot{h}_4 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \end{aligned} \quad (6)$$

h_i , A_i , q_{bi} , q_{ij} son el nivel de líquido, el área seccional transversal de los tanques, el flujo de líquido proveniente de las bombas, y el flujo de salida de cada tanque respectivamente. A partir de la característica estática de la bomba y considerando su comportamiento en valores cercanos al punto de operación está presente un comportamiento lineal en una sección de su región dependiente del voltaje aplicado V_i limitada por un V_{max} y V_{min} , y un valor constante determinado por la carga máxima k_i .

$$q_{bi} = k_i(V_i) \quad (7)$$

El caudal de salida q_{ij} depende de la aceleración debido a la gravedad g , la altura del nivel de líquido en cada tanque h y el área de la sección transversal de las salidas de cada tanque a_i .

$$q_{ij} = a_i \sqrt{2gh_i} \quad (8)$$

Reemplazando q_{ij} por el definido por la ecuación (8) y reemplazando q_{bi} por el obtenido en la ecuación (7), se obtienen las ecuaciones del sistema en términos del nivel de líquido del tanque para cada uno de los tanques, el modelo matemático del sistema está definido por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -\frac{a_5}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_4} \\ \dot{h}_2 &= -\frac{a_6}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_3} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} \\ \dot{h}_3 &= -\frac{a_1 + a_2}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{k_1}{A_3} (v_1) \\ \dot{h}_4 &= -\frac{a_3 + a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{k_2}{A_4} (v_1) \end{aligned} \quad (9)$$

La ecuación puede ser reescrita como [2]:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -c_1 \sqrt{h_1} + c_2 \sqrt{h_3} + c_3 \sqrt{h_4} \\ \dot{h}_2 &= -c_4 \sqrt{h_2} + c_5 \sqrt{h_3} + c_6 \sqrt{h_4} \\ \dot{h}_3 &= -c_7 \sqrt{h_3} + c_8 (v_1) \\ \dot{h}_4 &= -c_9 \sqrt{h_4} + c_{10} (v_1) \end{aligned} \quad (10)$$

Basándose en el modelo no lineal se derivan las ecuaciones del modelo lineal usando expansión en series de Taylor, se considera el caso donde el sistema multivariable depende de n variables y entradas, se realizan las derivadas parciales de variables para cada una de las ecuaciones, desarrollando la serie y conservando solo los términos de primer orden, los términos no lineales del sistema son linealizados con respecto a $h_i(t)$ donde $n = 1, 2, 3, 4$ y v_n donde $n = 1, 2$ alrededor de los puntos de operación \bar{h}_i , \bar{v}_n , se consideran $H_i = h_i - \bar{h}_i$, $U_n = v_n - \bar{v}_n$ como las variables de desviación, se obtiene la representación del modelo matemático lineal del sistema en forma de espacio de estados determinado por:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -\frac{c_1}{2\sqrt{\bar{h}_1}} & 0 & \frac{c_2}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & \frac{c_3}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \\ 0 & -\frac{c_4}{2\sqrt{\bar{h}_2}} & \frac{c_5}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & \frac{c_6}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \\ 0 & 0 & -\frac{c_7}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{c_9}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ c_8 & 0 \\ 0 & c_{10} \end{bmatrix} \\ Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} H \end{aligned} \quad (11)$$

El sistema puede ser representado por $Y(s) = G_p(s)U(s)$, a partir de la idea extendida de una función de transferencia considerando la transformada de Laplace y la representación

del sistema en espacio de estados, la matriz de función de transferencia (Matrix Transfer Function (MTF)) de la planta está dada por $G_p(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)$, aplicando la relación al sistema de tanques acoplados se obtiene:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{2c_2c_8\sqrt{h_1}}{(c_1 + 2\sqrt{h_1}s)(c_7 + 2\sqrt{h_3}s)} & \frac{2c_3c_{10}\sqrt{h_1}}{(c_1 + 2\sqrt{h_1}s)(c_9 + 2\sqrt{h_4}s)} \\ \frac{2c_5c_8\sqrt{h_2}}{(c_4 + 2\sqrt{h_2}s)(c_7 + 2\sqrt{h_3}s)} & \frac{2c_6c_{10}\sqrt{h_2}}{(c_4 + 2\sqrt{h_2}s)(c_9 + 2\sqrt{h_4}s)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

DESARROLLO

Se consideran los valores de los parámetros del sistema mostrados en la tabla 1 presentados en [2] para la validación del modelo del sistema y las técnicas de control.

Tabla 1. Parámetros del Sistema

Parámetros del modelo	Símbolo	Valor
Área seccional Tanque 1, 2, 3, 4	A_1, A_2, A_3, A_4	353.4292 cm ²
Área seccional de salida	a_1, a_4	.1444 cm ²
Área seccional de salida	a_2, a_3	.0961 cm ²
Área seccional de salida	a_5, a_6	.2304 cm ²
Cte. de gravedad	g	981 cm/s ²
Cte. de la bomba	k_p	7.687 cm ³ /v
Punto de operación tanque 1	h_1	12.22 cm
Punto de operación tanque 2	h_2	10.29 cm
Punto de operación tanque 3	h_3	15.18 cm
Punto de operación tanque 4	h_4	6.38 cm
Voltaje de operación bomba 1	v_1	5.4 v
Voltaje de operación bomba 2	v_2	3.5 v

Se realiza la representación del sistema en diagramas a bloques en Simulink el cual se muestra en la figura 4, considerando el bloque de entradas del sistema, el modelo lineal, el modelo no lineal, un bloque de ajuste de escalas para la simulación del sistema en la herramienta V-Realm Builder de Matlab y el bloque de animación para los tanques y las conexiones del proceso, así como la comparación de ambos modelos, considerando como parámetros del modelo los mostrados en la tabla 1.

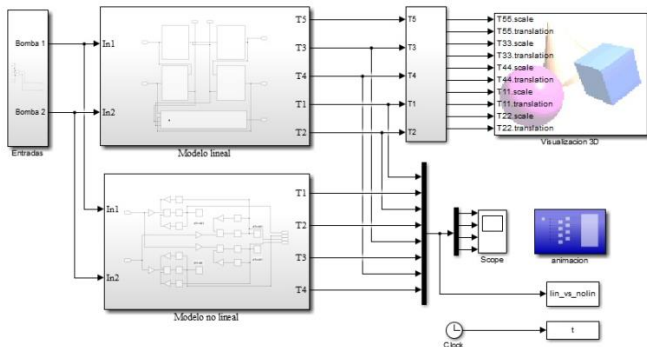


Fig. 4. Representación en Simulink y Virtual Real Builder del Sistema de tanques acoplados.

Para el diseño de los controladores se obtiene la representación del sistema a partir de su matriz de función de transferencia definida por la ecuación (12) y los datos de la tabla 1 obteniendo la ecuación (13).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{.0028}{54.483s^2 + .4357s + .0009} & \frac{.0018}{35.315s^2 + .3564s + .0009} \\ \frac{.0017}{50.003s^2 + .4184s + .0009} & \frac{.0025}{32.41s^2 + .3391s + .0009} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Se diseñan los controladores descentralizados para cada entrada del sistema (PID1 y PID2), las variables controladas son la tensión de cada una de las bombas con un margen de trabajo de entre 0 y 12 volts, para el diseño de los controladores se consideran el control de $G_{11}(s)$ y $G_{22}(s)$ y los dos elementos restantes de la matriz son considerados perturbaciones de cada lazo. los valores obtenidos para cada uno de los controladores se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros control PID descentralizado

	K_p	K_i	K_d
PID 1	1.4828	.00822	65.05
PID 2	.9945	.0061	40.40

Se realiza la implementación del control en Simulink de Matlab (figura 7) agregando elementos de saturación para establecer límites en las salidas de control de las bombas, se considera como objetivo alcanzar los valores de referencia establecidos como puntos de operación del sistema mostrados en la tabla 1.

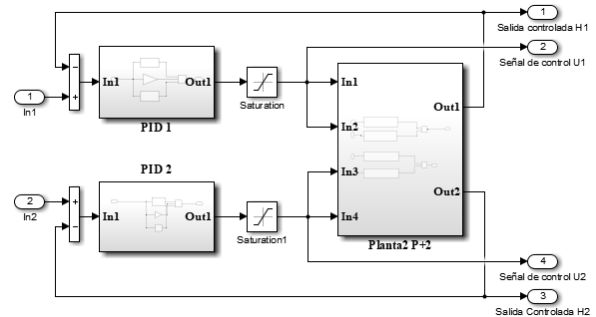


Fig. 5 Implementación en Simulink del control descentralizado

Para el diseño de los controlados PID desacoplados ya que los lazos se encuentran desacoplados es posible sintonizar cada uno de ellos individualmente de manera independiente, se consideran los mismos valores del control PID descentralizado mostrados en la tabla 2, con el fin de poder validar el cambio en la respuesta del control con los desacopladores implementados. Se realiza la simulación e implementación mostrada en el diagrama a bloques en Simulink en la figura 6.

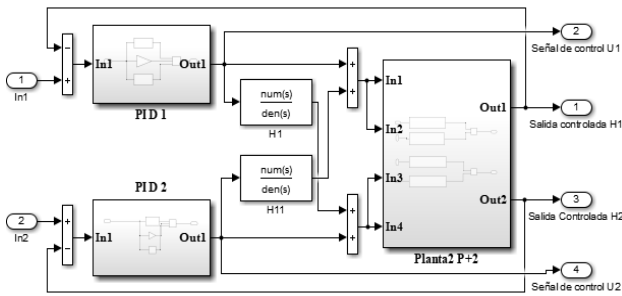


Fig. 6. Implementación del control PI desacoplado en Simulink

La matriz de desacoplamiento para el controlador mostrado en la figura se muestra en la ecuación (14).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{.234s^2 + .0041s + .000018}{.228s^2 + .005s + .000026} \\ \frac{.128s^2 + .0029s + .000016}{.298s^2 + .0054s + .000024} & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

RESULTADOS

A partir de la ecuación (10) y (11) se realiza la comparación de las respuestas del sistema para cada uno de los tanques mediante simulación en Matlab y Simulink mostrada en la figura 4 y los parámetros mostrados en la tabla 1, obteniendo las curvas de respuesta mostradas en la figura 7, la línea punteada corresponde al modelo lineal del sistema para cada uno de los tanques, la respuesta obtenida es casi idéntica al modelo no lineal original propuesto, alcanzando cada una de las curvas los puntos de operación calculados previamente.

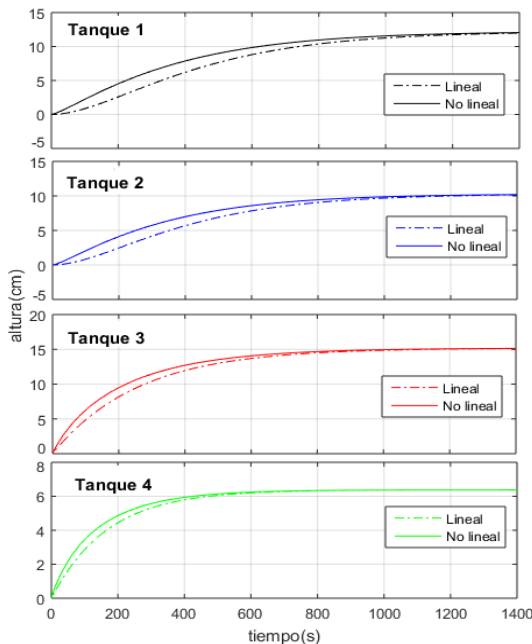


Fig. 7. Curvas modelo no lineal vs modelo lineal

Como resultado del control PID descentralizado se obtienen las curvas de respuesta mostradas en la figura 8 las cuales se comparan con la respuesta del sistema sin acción de control, se alcanza el punto de estabilidad para el tanque 1 en el instante $t=921$ segundos en comparación con $t=1400$ segundos obtenido sin acción de control teniendo una reducción del 30% aproximadamente, para el tanque 2 el sistema controlado alcanza la estabilidad en el instante $t=921$ segundos en comparación con los 1033 segundos sin acción de control con una reducción del 10% en el tiempo.

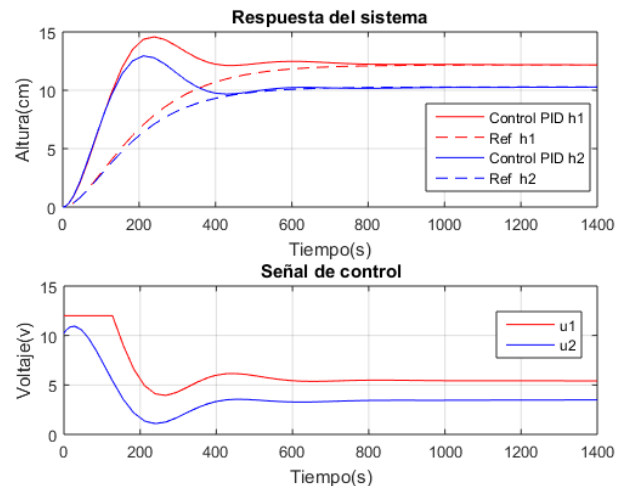


Fig. 8. Respuesta control PID descentralizado

las curvas de respuesta del sistema controlado mediante el control PID con desacoplamiento se muestran en la figura 9, comparadas con las obtenidas por el control PID descentralizado, alcanzando un punto de estabilidad para el tanque 1 en el instante $t=827$ segundos en comparación con $t=921$ segundos obtenido con el control descentralizado teniendo una reducción adicional del 10% aproximadamente, para el tanque 2 el sistema controlado alcanza la estabilidad en el instante $t=1023$ segundos en comparación con los 1033 segundos sin acción, para este caso la diferencia es mínima, en comparación con el controlador descentralizado se tuvo una respuesta más lenta casi igual que el sistema sin control. El desacoplamiento de las variables ofrece una mejor respuesta del sistema

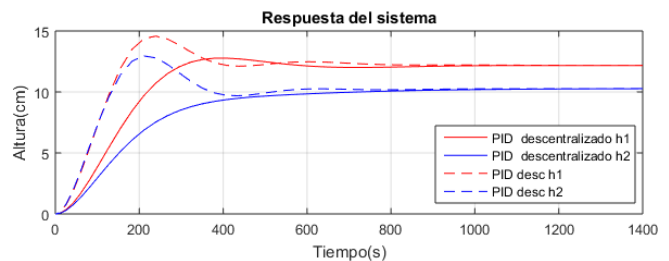


Fig. 9. Comparación de la respuesta del control PID

La respuesta presentada por el control desacoplado en comparación con el descentralizado es mucho mejor, presenta un menos sobre impulso con una respuesta más suave y un tiempo de estabilidad en general menor que el del control descentralizado.

Por ultimo en la figura 10 se muestra la simulación del sistema en 3D en la herramienta V- Realm Builder, los elementos del sistema son construidos a escala y es validado el comportamiento del proceso de forma visual apoyado de las gráficas y datos obtenidos del análisis del proceso.

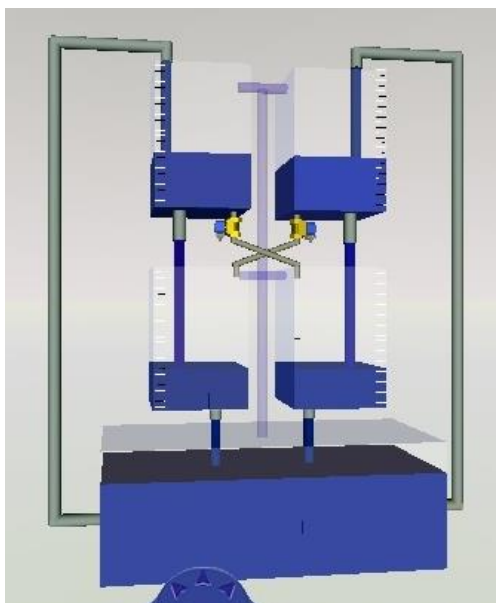


Fig. 10. Simulación en Virtual Realm Builder.

CONCLUSIONES

Se han diseñado 2 técnicas de control PID y analizado las características del sistema multivariable, el modelo lineal y no lineal del sistema, los puntos de operación, así como el valor de las señales de control se comparan con las mostradas en [2] para validar que el diseño sea correcto y se obtengan los valores que corresponden con el comportamiento de la dinámica del sistema. Como aportación se considera el ofrecer alternativas de control aplicadas al sistema con una complejidad relativamente menor a la mostrada en [2] y [7] así como un menor consumo de recursos computacionales, estrategias que es viable aplicar a sistemas multivariables, así como un análisis del sistema, en conjunto con su simulación y animación lo que permite ofrecer herramientas de visualización adicionales a las gráficas y datos que se puedan obtener del análisis.

REFERENCIAS

- [1] Karl Henrik Johansson, "The Quadruple - Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable zero", IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 8, No. 3, May 2000.
- [2] Houssemeddine Gouta, Salim Hadj Said and Faouzi M'Sahli "Observer-based Backstepping liquid level controller for a quadruple tank process", 16th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, Tunisia, December 21-23, 2015.
- [3] Marco Antonio Pérez Cisneros y Elke Laubwald "Sistemas de depósitos acoplados", División de electrónica y computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.
- [4] Jayaprakash J, Davidson D, Subha Hency Jose P, "Comparison of Controller Performance for MIMO Process", International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, 2250-2459, ISO 9001:2008 Certified Journal, Volume 3, Issue 8, August 2013
- [5] Aguilar Andrea Carolina, Castro Urresta Oscar Camilo, Franco Obando Francisco, "Control PID desacoplado para un sistema de tanques interactuantes", Automatiza 2013, automatización sin límites, Bogotá Colombia.
- [6] Clayton T. Crowe, Donald F. Elger, Barbara C. Williams y John A. Roberson, "Engineering fluid mechanics", Editorial John Wiley and Sons, Inc. Novena edición
- [7] Feten Smida , Salim Hadj Said, Faouzi M'Sahli "Unknown Input Observer based flow rate and liquid level estimation for a quadruple tank process", IEEE febrero 2014
- [8] C. Ramadevi, V. Vijayan, "Design of Decoupled PI Controller for Quadruple Tank System", International Journal of Science and Research (IJSR), ISSN (Online): 2319-7064, mayo 2014.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

UANL

 **CONGRESO NACIONAL DE CONTROL AUTOMÁTICO 2017**



FAACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

FIME

Se otorga el presente

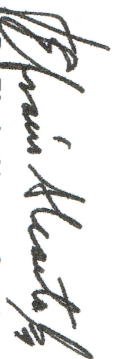
Certificado

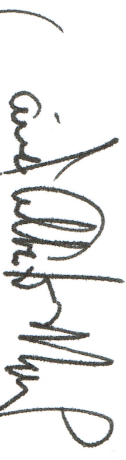
a:

Enrique Tlachi Cuanenemi

Por su valiosa participación en el **Congreso Nacional de Control Automático 2017**, llevado a cabo del 4 al 6 de octubre, en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

Ciudad Universitaria, octubre 2017.


Dr. Efraín Alcorta García
Presidente del Congreso


Dr. Jaime Alberto Moreno Pérez
Presidente de la AMCA

Control de nivel de tanques acoplados mediante GPC y control PI descentralizado

Tlachi Cuanenemi Enrique*
Muñoz Hernández German Ardul** Maya Ramírez Lucio***

* Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México
(e-mail: lce_enriquetlachi@outlook.com)

** Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México,
(e-mail: gmunoz64@yahoo.co.uk)

*** Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla,
México, (e-mail: rmaya1@gmail.com)

Palabras clave Control Predictivo, linealización, GPC, MTF, RGA

Resumen El sistema de 4 tanques es representativo de sistemas multivariables y análogo a procesos industriales, que permite validar técnicas de control para el control de nivel de líquido. En este artículo se propone el control de nivel mediante la estructura de control predictivo generalizado (GPC) y control PI descentralizado, con el objetivo de controlar el nivel de los tanques 1 y 2, validando los resultados del diseño mediante simulación en Matlab y Simulink.

1. INTRODUCCIÓN

El sistema de 4 tanques es representativo de sistemas multivariables y análogo a procesos industriales los cuales en su mayoría están compuestos por subsistemas interconectados y dinámicas complejas con no linealidades en sus regiones de operación, es ideal para diseño de técnicas de control para la regulación de nivel y flujo, un problema básico en procesos industriales, sus aplicaciones están presentes en la industria farmacéutica, química, petroquímica, en procesos de generación de energía y en el tratamiento, distribución, purificación y filtración de agua entre otros [1]. se han aplicado al sistema de tanques técnicas de control clásico centralizado y descentralizado [2], técnicas basadas en control predictivo, adaptativo, robusto, controladores inteligentes de lógica difusa, redes neurales y algoritmos genéticos, estableciendo comparaciones en el rendimiento [3], buscando la estabilización del sistema y cubrir las necesidades de diseño y operación. Una de las estrategias más exitosas son las basadas en la metodología de control predictivo capaz de dar solución a sistemas con restricciones, perturbaciones, retardos y con un alto grado de interacción, se basan en una estrategia de diseño y metodología común de la cual derivan diferentes algoritmos de control, en su forma general acepta cualquier tipo de modelo, función objetivo y restricciones. De las múltiples técnicas de control predictivo destaca la técnica de control predictivo generalizado o GPC, que ha demostrado ser superior a muchas estrategias de control avanzado, adaptable, capaz de controlar de forma estable procesos con parámetros variables [4].

En este artículo se presenta la solución al control de nivel de líquido del sistema de 4 tanques mediante el control GPC con y sin restricciones y control PI descentra-

lizado, el presente artículo está organizado de la siguiente forma: En la sección 2 y 3 se da una descripción de la técnica de control GPC y el control PI descentralizado, en la sección 4 se describe el proceso y la obtención del modelo lineal y no lineal, en la sección 5 y 6 se muestran el diseño de los controladores y resultados obtenidos del diseño y por último se presentan las conclusiones obtenidas.

2. CONTROL GPC

El algoritmo GPC fue propuesto por D. W. Clarke, C. Mohtadi y P.S. Tuffs [5] y una extensión aplicable a sistemas multivariables en [6], mostrando sus beneficios en términos de robustez y simplificación de cálculos. El objetivo del GPC es aproximar las futuras predicciones de la planta cerca de una trayectoria de referencia, las señales de control futuras se obtienen mediante la minimización de una función objetivo (ecuación 1) sobre un horizonte de predicción que mide por un lado la distancia entre la salida predicha del sistema y una cierta trayectoria de referencia hasta el horizonte de predicción y por otro el esfuerzo de control necesario para obtener dicha salida [6].

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 \tilde{Q} + \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(t+j-1)]^2 \tilde{R} \quad (1)$$

$\hat{y}(t+j|t)$, N_1 , N_2 , N_u , \tilde{Q} , \tilde{R} , $w(t+j)$, son la salida del sistema j pasos después calculada en un tiempo t , el valor mínimo y máximo del horizonte de predicción, el horizonte de control, intervalo de variaciones en variable manipulada, las matrices de ponderación (matrices diagonales $\tilde{Q} = QI$ y $\tilde{R} = RI$ donde I representa la matriz identidad) y la trayectoria de referencia futura, para referencias constantes respectivamente. N_1 , N_2 , N_u , \tilde{Q} , \tilde{R} son usados como parámetros de sintonización, dando un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en par-

ticular. La estrategia de control hace uso de la estructura del modelo CARIMA (Controlled Auto-Regresive and Integrated Moving Average) representado por la ecuación (2) considerando el sistema MIMO, para representar el modelo de predicción de la planta basándose en valores pasados y actuales y las acciones futuras de control, mediante el uso de la función de transferencia discreta del sistema.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1 q^{-1} + A_2 q^{-2} + \dots + A_{n_a} q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= B_0 + B_1 q^{-1} + B_2 q^{-2} + \dots + B_{n_b} q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1 q^{-1} + C_2 q^{-2} + \dots + C_{n_c} q^{-n_c} \end{aligned} \quad (3)$$

Donde A y B son polinomios de orden n y m respectivamente que representan la dinámica del sistema ($n \geq m$), $C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta}$ son las perturbaciones y se considera con valor igual a 1. Los términos q^{-1} , $u(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $\Delta = \Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$, t , son el operador de retardo unitario, el vector de entrada del proceso de dimensión $m \times 1$ retrasado por un retardo de tiempo supuesto d (tiempo muerto), el vector de salida de dimensiones $n \times 1$, el vector de ruido blanco de dimensión de $n \times 1$, el operador de diferencias (produce una ley de control incremental) y el intervalo de muestreo respectivamente. la predicción óptima de $y(t+j)$ se obtiene resolviendo la ecuación de diofantina en forma recursiva [6], permitiendo determinar la mejor predicción de $y(t+j)$ (ecuación 4), el conjunto de las j predicciones óptimas representadas en notación matricial está dado por la ecuación 5:

$$\widehat{y}(t+j|t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{y}(t+1|t) \\ \widehat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \widehat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \widehat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ G_1 & G_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_j & G_{j-1} & G_{j-2} & \dots & G_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_N & G_{N-1} & G_{N-2} & \dots & \dots & G_0 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde G_j es una matriz triangular de dimensión $N \times N$ ($N = N_2 - N_1$) y sus elementos son puntos de la respuesta al escalón de la planta, f es la respuesta libre de la planta, la cual es calculada de forma recursiva como se muestra en [6]. Tomando en cuenta que el valor del control para $j > N_u$ es fijo, la forma del modelo de predicción está dada por:

$$y_{N_{12}} = [\widehat{y}(t+N_1|t)^T, \widehat{y}(t+N_1+1|t)^T, \dots, \widehat{y}(t+N_2|t)^T] \quad (6)$$

Con la predicción de salida expresada por la ecuación (7):

$$\begin{aligned} y_{N_{12}} &= G_{N_{123}} u_{N_u} + f_{N_{12}} \quad (7) \\ u_{N_u} &= [\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+N_u-1)]^T \\ f_{N_{12}} &= [f_{N_1}, f_{N_1+1}, \dots, f_{N_2}]^T \\ G_{N_{123}} &= \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \dots & G_{N_1} & N_u \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \dots & G_{N_1+1} & N_u \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \dots & G_{N_1} & N_u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

La ecuación (1) se puede reescribir como:

$$J = (G_{N_{123}} u_{N_u} + f_{N_{12}} - w)^T \bar{R} (G_{N_{123}} u_{N_u} + f_{N_{12}} - w) + u_{N_u}^T \bar{Q} u_{N_u} \quad (9)$$

Si las restricciones no son consideradas la señal de control óptimo puede ser calculada por

$$u = (G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} G_{N_{123}}^T \bar{R} (w - f_{N_{12}}) \quad (10)$$

Si se consideran las restricciones en el sistema La formulación de control predictivo puede ser expresada como un problema de programación cuadrática, con:

$$J(u) = \frac{1}{2} u^T H u + b^T u \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f_0 &= (f_{N_{12}} - w)^T (f_{N_{12}} - w) \\ b^T &= 2(f_{N_{12}} - w)^T G_{N_{123}} \\ H &= 2(G_{N_{123}}^T G_{N_{123}} + \lambda I) \end{aligned} \quad (12)$$

Como una función de optimización bajo las siguientes restricciones $A_{qp} u \leq b_c$.

$$A_{qp} = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ I \\ -I \\ G_{N_{123}} \\ -G_{N_{123}} \end{bmatrix} \quad b_c = \begin{bmatrix} 1(\bar{u} - u) \\ -1(\underline{u} + u) \\ 1\Delta u_{max} \\ -1\Delta u_{max} \\ 1\bar{y} - f \\ -1\underline{y} + f \end{bmatrix} \quad 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3. CONTROL PI DESCENTRALIZADO

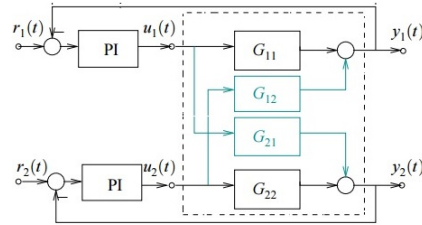


Figura 1. Estrategia de control PI descentralizado

Se realiza el diseño de controladores PI haciendo un emparejamiento entre $y_1 - u_1$ y el segundo controlador entre $y_2 - u_2$ al ignorar las funciones de transferencia G_{12}, G_{21} , considerándolas como perturbaciones al sistema, se considera planta como si fueran 2 sistemas SISO, ofreciendo un buen desempeño equivalente al de un controlador centralizado, dependiendo del grado de interacción entre las variables del sistema el cual es posible escalarlo a partir de la matriz de ganancia relativa (RGA), solo cuando los elementos diagonales de la (RGA) son positivos y no representan un grado de interacción alto, entonces el controlador descentralizado puede ser aplicado y por tanto el sistema controlado, si algún elemento de la diagonal de la RGA es negativa y se utiliza el controlador descentralizado, entonces el sistema en lazo cerrado es inestable. Este enfoque permite controlar sistemas multivariables despreciando los acoplamientos cruzados y tratando un bucle a la vez, los controladores se diseñan para que la señal de control se base solo en la señal medida y en su punto de consigna. La forma del controlador PI está dado por [8] donde k_{p_j} y k_{i_j} representan la ganancia proporcional y la ganancia integral respectivamente.

$$C_{PI_j} = k_{p_j} + \frac{k_{i_j}}{s} \quad j = 1, 2 \quad (14)$$

4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema presenta una dinámica no lineal con interacción multivariable. consta de 4 tanques interconectados y 2 bombas como se muestra en la figura 2.

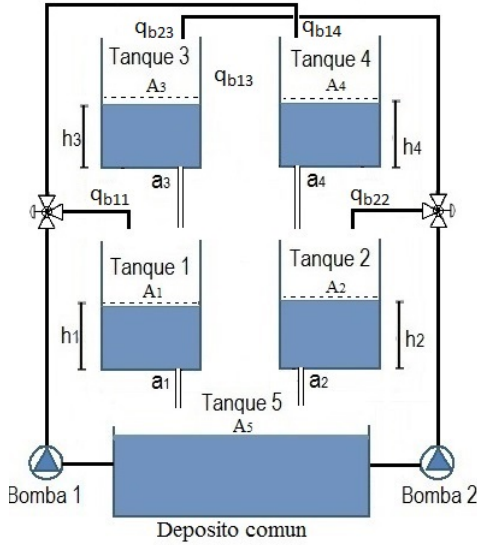


Figura 2. Proceso de 4 tanques acoplados

El modelo matemático se obtiene basándose en la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli [7], además de utilizar datos físicos de la geometría de las estructuras utilizadas y mediciones de entrada/salida, el modelo es determinado para relacionar el flujo dentro de cada tanque Q_t , con el flujo de entrada q_i y el flujo de salida q_o , en función de la altura del líquido en cada tanque.

$$A_t \frac{dh_t(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (15)$$

Aplicando la ecuación 15 a cada uno de los tanques se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{h}_1 &= -q_{15} + q_{31} + q_{b11} \\ A_2 \dot{h}_2 &= -q_{25} + q_{45} + q_{b22} \\ A_3 \dot{h}_3 &= -q_{31} + q_{b23} \\ A_4 \dot{h}_4 &= -q_{42} + q_{b14} \end{aligned} \quad (16)$$

h_i , A_i , q_{bij} , q_{ij} , son el nivel de líquido, el área seccional transversal de los tanques, el flujo de líquido de entrada proveniente de las bombas, y el flujo de salida de cada tanque respectivamente, el flujo de entrada (ecuación 17) dependen del voltaje de entrada v_{b1} , y v_{b2} , las constantes de las bombas k_1 y k_2 , y del radio de las válvulas γ_1 y γ_2 .

$$\begin{aligned} q_{b11} &= \gamma_1 k_1 v_{b1} \\ q_{b22} &= \gamma_2 k_2 v_{b2} \\ q_{b23} &= (1 - \gamma_2) k_2 v_{b2} \\ q_{b14} &= (1 - \gamma_1) k_1 v_{b1} \end{aligned} \quad (17)$$

El flujo de salida depende de la aceleración debido a la gravedad (g), la altura del nivel de líquido en cada tanque (h_i) y el área de la sección trasversal de las salidas a_{ij} .

$$q_{ij} = a_{ij} \sqrt{2gh_i} \quad (18)$$

Despejando en la ecuación 16 en términos del nivel de líquido para cada uno de los tanques, el modelo matemático no lineal del sistema está definido por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} v_{b1} \\ \dot{h}_2 &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} v_{b2} \\ \dot{h}_3 &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} v_{b2} \\ \dot{h}_4 &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} v_{b1} \end{aligned} \quad (19)$$

Basándose en el modelo no lineal se obtienen las ecuaciones del modelo lineal usando expansión en series de Taylor, desarrollando la serie y conservando solo los términos de primer orden, los términos no lineales del sistema son linealizados con respecto a $h_i(t)$ donde $i = 1, 2, 3, 4$ y v_{bn} donde $n = 1, 2$ alrededor de los puntos de operación $\bar{h}_i(t)$, \bar{v}_{bn} se consideran $\Delta H_i = h_i - \bar{h}_i$, $\Delta v_n = v_{bn} - \bar{v}_{bn}$ como las variables de desviación, Se obtiene la representación del modelo matemático lineal en forma de espacio de estados determinado por [2]:

$$\dot{H} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} \\ \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} U \quad (20)$$

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} H \quad (21)$$

Para la representación del sistema se definen las constantes de tiempo T_i están definidas por:

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2\bar{h}_i}{g}} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (22)$$

El sistema puede ser representado por $Y(s) = G_p(s)U(s)$, a partir de la idea extendida de una función de transferencia considerando la transformada de Laplace y la representación del sistema en espacio de estados, la matriz de función de transferencia (Matrix Transfer Function (MTF)) de la planta está dada por $G_p(s) \approx C(sI - A)^{-1}B + D$, aplicando la relación al sistema de tanques acoplados, la MTF del sistema está definida por la ecuación (23).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 k_1 k_c \gamma_1}{A_1 (T_1 s + 1)} & \frac{T_1 k_1 k_2 k_c (1 - \gamma_2)}{A_1 k_1 (T_1 s + 1) (T_3 s + 1)} \\ \frac{T_2 k_1 k_2 k_c (1 - \gamma_1)}{A_2 k_2 (T_2 s + 1) (T_4 s + 1)} & \frac{T_2 k_2 k_c \gamma_2}{A_2 (T_2 s + 1)} \end{bmatrix} \quad (23)$$

La MTF tiene 2 ceros finitos para $\gamma_1, \gamma_2 \in (0, 1)$, 1 ubicado en el semiplano izquierdo y el otro localizado en el semiplano derecho o izquierdo el cual tiene una interpretación física y una intuición del diseño del control, si el flujo de los tanques inferiores es mayor que el de los tanques superiores ($\gamma_1 + \gamma_2 > 1$) el sistema es de fase mínima, en caso contrario es de fase no mínima [2]. Una herramienta adicional que permite identificar el tipo de controlador a aplicar a un proceso multivariable es la matriz de ganancias relativas (Relative Gain Array (RGA)), permite decidir la estructura de control comparando el emparejamiento de entradas y salidas para el diseño de controladores descentralizados. Mc Avoy propone esforzarse en el diseño para que el emparejamiento entre variables (entradas-salidas) se encuentre en el rango $0,67 < \lambda < 1,5$, el sistema es particularmente difícil de controlar si $\lambda < 0$ [2].

5. DESARROLLO

Para validar las técnicas de control se considera el proceso en fase mínima y los valores mostrados en la tabla 1 reportados en [2] para cada uno de los parámetros del sistema. La identificación de la planta, diseño de controladores y simulación mostradas se realizan en Matlab, Simulink y Virtual Realm Builder.

Parámetros del modelo	Símbolo	Valores
Área seccional del tanque	A_1, A_3	28,0 cm^2
Área seccional del tanque	A_2, A_4	32,0 cm^2
Área seccional de salida	a_1, a_3	,071 cm^2
Área seccional de salida	a_2, a_4	,057 cm^2
Cte de gravedad	g	981 cm/s^2
Ajuste de salida	kc	.5
(P)		
Punto de operación	\bar{h}_1	(12,4) cm
Punto de operación	\bar{h}_2	(12,7) cm
Punto de operación	\bar{h}_3	(1,80) cm
Punto de operación	\bar{h}_4	(1,40) cm
Voltaje de operación	\bar{v}_1, \bar{v}_2	(3,0), (3,0) $volt$ s
Cte. de bomba 1 y 2	k_1, k_2	(3,33), (3,35) cm^3/Vs
Cte. válvula 1 y 2	γ_1, γ_2	(,7), (,6)

Tabla 1: Parámetros del modelo

El objetivo es realizar el control de nivel de líquido de los tanques 1 (h_1) y 2 (h_2), donde v_{b1} y v_{b2} son las entradas de control del sistema y las perturbaciones en el sistema son generadas por variaciones en el flujo causadas por las válvulas y perturbaciones externas. Se realiza la comparación de la respuesta del modelo matemático lineal y no lineal definido por las ecuaciones 19 y 20 para validar el modelo lineal a partir del cual se diseñan los controladores propuestos. La programación del algoritmo de control GPC y la identificación de la planta se realizan en Matlab y Simulink, se hace uso de los datos de entrada y salida de la planta, el ajuste previo de las restricciones y una señal de referencia que será el punto al cual la señal de salida de la planta se deberá ajustar. El cálculo de la respuesta de la planta es realizado de forma recursiva a partir del modelo CARIMA habiendo definido previamente los parámetros A y B calculados por la identificación de la planta (ecuación 24) y su representación en forma discreta (ecuación 25) con un periodo de muestreo $T_s = 1$ segundo.

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,6}{(62s+1)} & \frac{1,5}{(23s+1)(62s+1)} \\ \frac{1,4}{(30s+1)(90s+1)} & \frac{2,8}{(90s+1)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$G_p(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,176z^{-1}}{1-0,904z^{-1}} & \frac{,00864z^{-1} + 0,008z^{-2}}{1-1,77z^{-1} + 0,782z^{-2}} \\ \frac{0,0029z^{-1} + 0,0028z^{-2}}{1-1,924z^{-1} + 0,925z^{-2}} & \frac{0,182z^{-1}}{1-0,968z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Se realiza el cálculo de la trayectoria de referencia real de la planta y la respuesta libre considerando las condiciones iniciales, restricciones y parámetros de sintonización del controlador para la obtención de la ley de control. Los valores de los parámetros de sintonización del control GPC son $R = 80$ y $Q = 1$, con un horizonte de control $N_u = 10$ y

un horizonte de predicción $N = 10$, se limita el incremento de la señal de control para las 2 entradas de 0–6 volts (el valor máximo de tensión de las bombas es de 7 volts) y la salida de 0–14 cm buscando tener un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso (válido para el sistema con restricciones) con la menor oscilación a la salida.

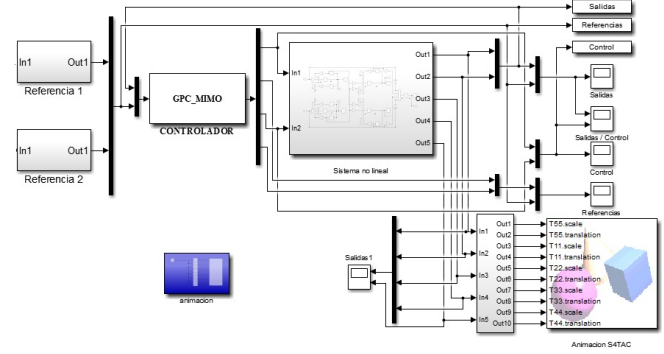


Figura 3. Diagrama a bloques del controlador GPC

Por último, se obtiene la predicción de la señal de control aplicada a la planta a partir de los datos de la señal de referencia y el ajuste de las especificaciones. Para el controlador GPC se realizan dos simulaciones considerando el control con y sin restricciones, se muestran las entradas que definen las referencias, el controlador, la planta y las señales de salida mediante bloques, adicionalmente se agrega un bloque de ajuste de escalas para simulación en 3D del sistema en la herramienta Virtual Realm Builder y un bloque de animación para los tanques y las conexiones del proceso mostrados en la figura 3.

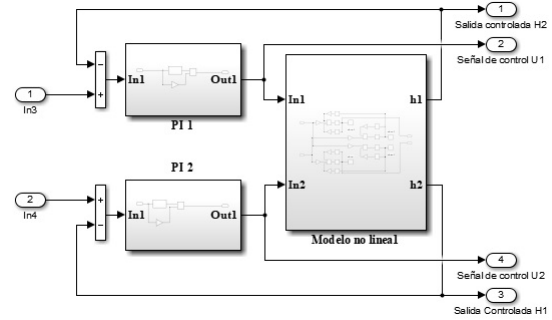


Figura 4. Control PI descentralizado en Simulink

El diseño del control PI descentralizado mostrado en la figura se realiza mediante el análisis de la MTF del sistema dada por la ecuación 24, se determina la ubicación de los ceros en $(-0,060)$, $(-0,018)$, a partir del análisis de la RGA para el sistema en fase mínima se obtiene que el valor de λ está dado por $\lambda = 1,4$, de acuerdo a la RGA para la configuración en fase mínima es posible aplicar técnicas de control descentralizado [2]. Se diseña el controlador PI descentralizado, obteniendo como ganancias para el controlador PI_1 un $(k_{p1}, k_{i1}) = (,42426, ,019407)$ y para el controlador PI_2 un $(k_{p2}, k_{i2}) = (,39395, ,01215)$, con un sobrepaso máximo del 13% y considerando como valor de referencia el establecido como punto de operación mostrado en la tabla 1.

6. RESULTADOS

En la figura 5 se muestran las curvas de respuesta del sistema a la entrada de control, comparando cada señal con las obtenidas por los controladores aquí mencionados, el sistema sin acción de control se simula previamente habiendo obtenido la estabilidad para el tanque 1 y 2 en $t = 475$ segundos y $t = 559$ segundos respectivamente, El control GPC sin restricciones se establece en el punto de referencia para el tanque 1 en $t = 275$ segundos y para el tanque 2 en $t = 290$ segundos en comparación con el control GPC con restricciones que alcanza el punto de consigna para el tanque 1 en $t = 150$ segundos, un 45 % más rápido en comparación con el GPC sin restricciones y para el tanque 2 en $t = 320$ segundos un 10 % más lento que el GPC sin restricciones. Sin embargo, en comparación con la señal de control mostrada en la figura 6 el GPC con restricciones presenta cambios suaves dentro de los límites establecidos para de la tensión de las bombas y el comportamiento mostrado en simulación teóricamente podría ser alcanzado en el proceso experimental.

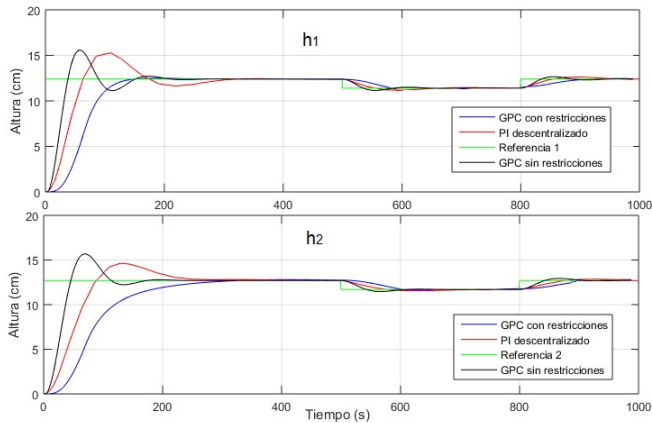


Figura 5. Curvas de respuesta del sistema de 4 tanques

En la figura 5 se muestra la respuesta del control PI descentralizado el cual alcanza el punto de referencia para el tanque 1 en $t = 300$ segundos y para el tanque 2 en $t = 380$ segundos con una señal de control mostrada en la figura 6 dentro de los límites del voltaje de las bombas, sin embargo, presenta oscilaciones a la entrada similares en magnitud a la del control GPC sin restricciones en comparación con el GPC con restricciones. En las curvas de la figura 5 y 6 también se muestra una comparación de la salida del sistema con cambios en la señal de referencia y los cambios en la señal de control respectivamente, la simulación se realiza sobre el sistema considerando 3 cambios en la señal de referencia en los intervalos de tiempo 0 a 500 segundos, de 501 a 800 segundos y de 801 a 1000 segundos para un nivel de referencia de 12,4 cm, 11,4 cm y 12,4 cm para el tanque 1 y de 12,7 cm y 11,7 cm y 12,7 cm para el tanque 2, comparando la respuesta obtenida el control GPC con restricciones permite alcanzar el punto de consigna si generar sobre impulsos manteniendo un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso siguiendo de manera fiel la referencia a comparación del control GPC sin restricciones que se estabiliza rápido

pero presenta oscilaciones en cada cambio de la señal de referencia, al no contar con restricciones la salida de control se mantiene fuera de los límites como la mostrada en la figura 6 requiriendo de un ajuste de los parámetros de sintonización mayor y mayores recursos de cálculo para ajustar la señal de control al valor deseado, sin embargo el resultado obtenido puede ser comparado con resultados obtenidos en [8] donde se presenta una técnica de control predictivo descentralizado sin restricciones.

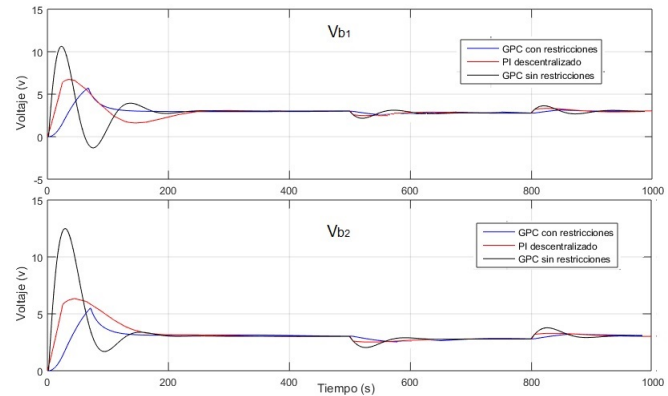


Figura 6. Comparación de curvas de señales de control del sistema

Por último en la figura 7 se muestra la construcción del sistema de 4 tanques para su animación en 3D el sistema realizado en V-Realm Builder como herramienta adicional de estudio y visualización del comportamiento del sistema.

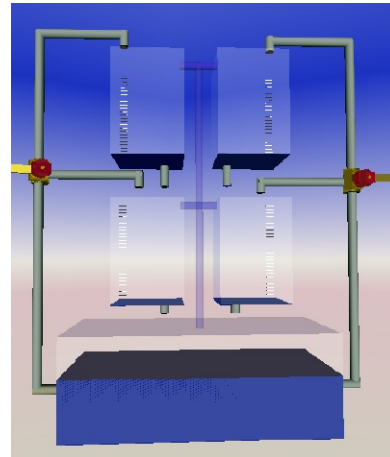


Figura 7. Animación 3D del sistema de 4 tanques en Virtual Realm Builder

7. CONCLUSIONES

Se realiza la comparación de 2 técnicas de control aplicadas al sistema de tanques acoplados (modelo no lineal), control centralizado (GPC) y descentralizado (control PI descentralizado), esto habiendo considerado la viabilidad

del control descentralizado a partir de la matriz de ganancias relativas (RGA), buscando comparar la respuesta del sistema, tiempo de respuesta y sobrepaso, en particular mostrar el seguimiento de referencias y la estabilización ante cambios constantes logrados por el controlador GPC con restricciones. La aportación de este trabajo es ofrecer una alternativa de control de nivel de tanques acoplados, mostrando sus beneficios comparada con una técnica de control clásico aplicadas a un sistema MIMO, permitiendo validar la diferencia en la reducción del tiempo para la estabilidad de sistemas de control de nivel. tiempos que en este tipo esquemas parecen no ser tan relevantes pero que a nivel industrial y en el funcionamiento conjunto de todos los subsistemas interconectados generan una gran diferencia en producción y el funcionamiento de los procesos, por tanto, en la productividad y eficiencia de la planta, adicionalmente se presenta una herramienta de visualización en 3d para apoyar el análisis de resultados gráficos.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] MARCO ANTONIO PÉREZ CISNEROS y ELKE LAUBWALD “*Sistemas de depósitos acoplados*”, División de electrónica y computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México
- [2] KARL HENRIK JOHANSSON, *The Quadruple - Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable zero*, IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 8, No. 3, May 2000
- [3] EDUARDO F. CAMACHO y CARLOS BORDONS “*Model Predictive Control*” (*Advanced Textbooks in control and signal processing*), editorial Springer, second edition, pp 1-6.
- [4] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, *Generalized Predictive Control - part I. The basic algorithm*, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, pp 137 - 148, 1987.
- [5] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, *Generalized Predictive Control - part II. Extensions and Interpretations.*, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, pp 149 - 160, 1987
- [6] GERMAN ARDUL MUÑOZ HERNANDEZ, SA'AD PETROUS MANSOOR, DEWI LEUAN JONES, *Modelling and controlling hidropower plants*, Advances in Industrial Control, Editorial Springer, 2013.
- [7] CLAYTON T. CROWE, DONALD F. ELGER, BARBARA C. WILLIAMS y JOHN A. ROBERSON, *Engineering fluid mechanics*, Editorial John Wiley and Sons, Inc. Novena edición
- [8] JAYAPRAKASH J., DAVIDSON D., SUBHA HENCY JOSE P, *Comparison of controller performance for MIMO process*, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, ISSN 2250-2459, Certified Journal, Volume 3, Issue 8, August 2013

Bibliografía

- [1] TAJATSY H., ITOH T. y ARAKI M., “*Future needs for the control theory in industries. Report and topics of the control technology survey in japanese industry*”, Journal of process control, 1998.
- [2] EDUARDO F. CAMACHO y CARLOS BORDONS, “*Control predictivo: pasado, presente y futuro*”, segunda edición, Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla, España, octubre 2004.
- [3] CESAR RAMOS FERNÁNDEZ, “*Control predictivo basado en modelos (CPBM) robusto con BDU*”, tesis doctoral, UPV, enero 2007.
- [4] MARCO ANTONIO PÉREZ CISNEROS y ELKE LAUBWALD “*Sistemas de depósitos acoplados*”, División de electrónica y computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.
- [5] S. PÉREZ IZQUIETA “*Control de Tanques Acoplados*”, Universidad Pública de Navarra, 2011.
- [6] B. MAYER, “*Management of hybrid energy supply systems in buildings using mixedinteger model predictive control*”, Energy Conversion and Management, vol. 98, pp. 470-483, 2015.
- [7] S. C. GEORGESCU, “*Application of HBMOA to pumping stations scheduling for a water distribution network with multiple tanks*”, 12th International Conference on Computing and Control for the Water Industry, vol. 70, pp. 715-723, 2014.
- [8] J. ACEDO SÁNCHEZ, “*Control avanzado de procesos, teoría y practica*”, instituto superior de la energía (ISE), ediciones Diaz de Santos, S. A. 2003, pp 287-289.
- [9] KARL JOHAN ASTROM, ANN-BRITT OSTBERG, “*A Teaching Laboratory for Process Control*”, IEEE Control Systems Magazine, October 1986.
- [10] ELICEO AGUILA ROJAS, “*Estrategia de control asincrono para la estabilizacion de una clase de sistemas no lineales conectados mediante una red de comunicacion*”, Tesis de maestria, Facultad de Ciencias de la electrónica, BUAP, Puebla Pue. Mexico, Diciembre, 2014.
- [11] KARL HENRIK JOHANSSON, “*The Quadruple - Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable zero*”, IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 8, No. 3, May 2000.
- [12] SANKATA BHANJAN PRUSTY, “*Linearization and analisis of level as well as thermal process using labview*”, Department of Electronics & Communication Engineering, National Institute of Technology, Rourkela, India. Mayo 2012.
- [13] FISHER, “*Emerson Process Management: Control Valve Handbook*”, Fisher Controls internationa LLC, Cuarta edición, 2005.
- [14] JUAN GARRIDO JURADO, “*Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID*”, Tesis doctoral, Escuela tecnica superior de ingenieria e informatica, Madrid 2012.
- [15] SANKATA B. PRUSTY, UMESH C y PATI AND KAMALA K. MAHAPATRA, “*A Novel Fuzzy based Adaptive Control of the Four Tank System*”, Dept. of Electronics and Communication Eng. National Institute Of Technology Rourkela, India, 2015.

- [16] XIAOJUN ZHOU, CHAOJIE LI y TINGWEN HUANG y MINGQING XIAO, “Fast gradient-based distributed optimisation approach for model predictive control and application in four-tank benchmark”, Reserarch Unit of Industrial Systems Study and Renewable Energy(ESIER), National Engineering School of Monastir (ENIM), IET, The institution of engineering and technology journals, mayo 2014.
- [17] FELIPE D. J. SORCIA VAZQUEZ, CARLOS D. GARCIA BELTRAN y GUILLERMO VALENCIA PALOMO, GERARDO GUERRERO RAMÍREZ, MANUEL ADAM MEDINA y RICARDO ESCOBAR JIMENEZ, “Control predictivo distribuido optimo aplicado al control de nivel de un proceso de cuatro tanques acoplados”, Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica industrial 12 (2015) pp. 365-375.
- [18] V. KIRUBAKARAN, T.K. RADHAKRISHNAN y N. SIVAKUMARAN y MINGQING XIAO, “Distributed multi-parametric model predictive control design for a quadruple tank process”, Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica industrial 47 (2014) pp 841-854.
- [19] T.DEEPA, P.LAKSHMI y S.VIDYA, “Level Control of Quadruple tank process using Discrete time Model Predictive Control”, Department of EEE, Anna University, Chennai, India, 2011.
- [20] SHUYOU YU, YAN WANG y JING WANG, HONG CHEN, “Constrained output feedback H control of a four tank system”, International Conference on Mechatronics and Automation IEEE, Harbin, China, August 7-10, 2016.
- [21] G. CASTELO, F VÁZQUEZ y J. GARRIDO, “Ajuste, configuración y control de tanques acoplados”, XXIX Jornadas de Automática. Tarragona, 2008.
- [22] GONZALEZ T. JUAN PABLO, TORO GARCIA NICOLAS y J. GARRIDO, “Control predictivo generalizado implementado a dos tanques acoplados”, Scientia Et Technica, vol. XII, núm. 32, Diciembre, 2006, pp. 61-66.
- [23] ALESSANDRO CASAVOLA, DOMENICO FAMULARO, GIUSEPPE FRANZE y ANGELO FURFARO, “A fault-tolerant real-time supervisory scheme for an interconnected four-tank system”, American Control Conference, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA. June 30 - July 02, 2010.
- [24] HOUSSEMEDDINE GOUTA, SALIM HADJ SAID y FAOUZI M SAHLI, *Model-based Predictive and Backstepping controllers for a state coupled four-tank system with bounded control inputs: A comparative study*, Reserch Unit of Industrial Systems Study and Renewable Energy(ESIER), National Engineering School of Monastir (ENIM), University of Monastir, Tunisia, 10 August 2015.
- [25] AÑEZ, GILBERT y SCARANO, MARÍA “Modelado experimental del nivel de un tanque de agua en una planta piloto”, Universidad Del Zulia, Venezuela, Telematique, Vol 14, No 1.
- [26] EDWIN H. LOPERA y DIEGO A. MEJÍA ... “Implementación de un control predictivo basado en modelo aplicado a un sistema de control de caudal de agua didáctico”, rev. tecnológicas no. 25, issn 0123-7799, diciembre de 2010, pp. 109-130.
- [27] EDUARDO F. CAMACHO y CARLOS BORDONS “Model Predictive Control (Advanced Textbooks in control and signal processing)”, second edition, editorial Springer, pp 1-6.
- [28] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, “Generalized Predictive Control - part I. The basic algorithm”, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, 1987, pp 137 - 148.
- [29] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, “Generalized Predictive Control - part II. Extensions and Interpretations.”, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, 1987 pp 149 - 160.
- [30] GERMAN ARDUL MUÑOZ HERNANDEZ, SA’AD PETROUS MANSOOR, DEWI LEUAN JONES, “Modelling and controlling hidropower plants”, Advances in Industrial Control, Editorial Springer, 2013.

- [31] CARLOS A. SMITH y ARMANDO B. CORRIPIO, “*Principles and practice of automatic process control*”, segunda edición, Editorial John Wiley and Sons.
- [32] D. IBRAHIM, “*Microcontroller based applied digital control*”. Editorial John Wiley and Sons.
- [33] CLAYTON T. CROWE, DONALD F. ELGER, BARBARA C. WILLIAMS y JOHN A. ROBERSON, “*Engineering fluid mechanics*”, Novena edición, Editorial John Wiley and Sons, Inc.
- [34] “*Virtual Reality Toolbox for use with matlab and simulink*”, Copyright by humusoft s.r.o and The MathWorks, version 4, 2001-2004.
- [35] ALBERTO BEMPORAD y MANFRED MORARI, *Robust Model Predictive Control: A Survey*, Automatic Control Laboratory, Swiss Federal Institute of Technology (ETH).
- [36] CARLOS BORDONS ALBA, “*Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas*”, departamento de ingeniería de sistemas y automática, universidad de Sevilla, España, 2000 pp 2.
- [37] EMILIO PEREZA, CARLOS ARIÑO, F. XAVIER BLASCO y MIGUEL A. MARTÍNEZ, “*Solución Explícita al Control Predictivo de Sistemas Lineales Sujetos a Restricciones No Convexas*”, Revista Iberoamericana de Automática e informática industrial, 2011, pp 167,181.
- [38] S. A. NIRMALA, B. VEENA ABIRAMI y D. MANAMALLI, “*Design of Model Predictive Controller for a Four-Tank Process Using Linear State Space Model and Performance Study for Reference Tracking under Disturbances*”, abril 2011.
- [39] JOSE M. VARGAS LARA, “*Control predictivo multivariable: evolución histórica y conceptos*”, Revista I+i investigacion aplicada e innovacion, volumen 1, año 2007.
- [40] S. A. NIRMALA, B. VEENA ABIRAMI y V., “*Design of Model Predictive Controller for a Four-Tank Process Using Linear State Space Model and Performance Study for Reference Tracking under Disturbances*”, Department of Electronics and Instrumentation Engineering, Kumaraguru College of Technology, India. April 14, 2011.
- [41] K O OWA, S K SHARMA y R SUTTON, “*Optimised Multivariable Nonlinear Predictive Control for Coupled Tank Applications*”, Marine and Industrial Dynamic Analysis Research Group (MIDAS), Centre for Advance Engineering Systems and Interactions, School of Marine Science and Engineering, Plymouth University, UK.
- [42] NICOLÁS J. SCENNA, “*Modelado, simulacion y optimizacion de procesos quimicos*”, Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional U.T.N. Argentina.
- [43] FRANCISCO E. MORENO G., JOSE A. BECERRA V., ABDUL O. CARDENAS G y OSCAR R. SANDOVAL R., “*Modelamiento y simulacion de un sistema de control para una torre de destilacion en la produccion de kerosone*”, Universidad Tecnológica de Pereira, Scientia et Technica año XIX, Vol 19, No 1 Marzo 2014.
- [44] MAYNE, D.Q., JOSE A. BECERRA V., J.B. RAWLINGS y C.V. RAO y P.O.M.SCOKAERT “*Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality*”, Automatica 36, 789–814, 2000.
- [45] AKREM ELRAJOUBI, SIMON S. ANG y ALI ABUSHAIBA “*TMS320F28335 DSP Programming using MATLAB Simulink Embedded Coder: Techniques and Advancements*”, IEEE 2017.