Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Efectos de violación de la simetría de Lorentz sobre los parámetros oblicuos

Tesis presentada al

Posgrado en Física

Como requisito parcial para la obtención del grado de

Maestro en Ciencias en Física Aplicada

por

Oscar Vázquez Hernández

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Dr. Héctor Novales Sánchez

Puebla, Pue.
Septiembre 2018

Título: Efectos de violación de la simetría de Lorentz sobre los parámetros oblicuos.

Estudiante: OSCAR VÁZQUEZ HERNÁNDEZ

COMITÉ

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Presidente

Dr. Francisco Gerardo Torres del Castillo
Secretario

Dr. Roberto Cartas Fuentevilla
Vocal

Dr. Arturo Fernández Téllez
Suplente

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Asesor

Dr. Héctor Novales Sánchez
Asesor

Índice general

Lista de figuras VI

Lista de tablas VII

Agradecimientos VIII

Resumen X

Introducción XII

1. El Modelo Estándar Electrodébil 1

1.1. El Sector Electrodébil $\mathrm{SU}_L(2) \times \mathrm{U}_Y(1)$ . . . 2

1.2. El sector de Higgs . . . 3

1.2.1. Masa de los bosones de norma . . . 5

1.3. El sector de Yang-Mills . . . 5

1.4. El sector de Yukawa . . . 7

1.4.1. Sector leptónico . . . 7

1.4.2. Sector de quarks . . . 8

1.5. El sector de corrientes . . . 8

2. El Modelo Estándar Extendido 10

3. Los parámetros de Peskin-Takeuchi 16

3.1. Los parámetros oblicuos en el Modelo Estándar . . . 23

3.1.1. Autoenergía del W . . . 23

3.1.2. Autoenergía de las corrientes neutras . . . 24

3.1.3. Los parámetros S, T y U, contribución fermiónica del Modelo Estándar . 25

3.2. Los parámetros de oblicuos en el Modelo Estándar Extendido 26

3.2.1. Autoenergía del W. Orden $\hat{\lambda}^2$ 29

3.2.2. Autoenergía de las corrientes neutras. Orden $\hat{\lambda}^2$ 30

3.2.3. Los parámetros S, T y U, contribución fermiónica del Modelo Estándar Extendido 33

3.3. Aspectos generales del cálculo 33

3.3.1. Reducción de parámetros. MEE. 37

4. Análisis de Resultados **40**

5. Conclusiones **46**

A. Reglas de Feynman Corrientes, Modelo Estándar **47**

B. Integrales de momento y parametrización a la Feynman **48**

C. Coeficientes de las autoenergías en el marco del MEE **50**

Bibliografía **53**

Lista de figuras

2.1. Movimiento de una partícula cargada visto por dos observadores inerciales, S, S'. 12

2.2. Movimiento de una partícula a lo largo de dos direcciones, medido por un observador inercial. 12

2.3. Función vértice de dos puntos 13

2.4. Propagador fermiónico con cambio de sabor. 14

3.1. Amplitudes de polarización del vacío. 18

3.2. Contribución fermiónica a la autoenergía del W. ME 23

3.3. Contribución fermiónica a la autoenergía de las corrientes neutras. ME 24

3.4. Forma genérica de las autoenergías a orden $\bar{\lambda}$. 27

3.5. Autoenergía del W, orden $\hat{\lambda}^2$. 29

3.6. Autoenergía de las corrientes neutras, orden $\hat{\lambda}^2$. 30

4.1. $-0.08 < S^{MEE}(e\mu) < 0.12$: (a) $b_L^{e\mu} = 0$; (b) $e_L^{e\mu} = 0$. 43

4.2. $-0.05 < T^{MEE}(e\mu) < 0.19$: (a) $b_L^{e\mu} = 0$; (b) $e_L^{e\mu} = 0$. 44

4.3. $-0.05 < U^{MEE}(e\mu) < 0.19$ 44

Lista de tablas

1.1. Fuerzas fundamentales y sus partículas mediadoras. 1

1.2. Bosones masivos. 2

1.3. Valores de I_3, Y, Q para los fermiones del Modelo Estándar. 3

2.1. Cotas para los parámetros $H_{\mu\nu}$ para el sector de materia de EC. 14

3.1. Terminos isótropos y anisótropos en las autoenergías. 36

4.1. Valores de S, T, U. Sector de Yukawa del MEE. Parametrización $Y^{AB}_{f\,\mu\nu}$. 41

4.2. Valores de S, T, U. Sector de Yukawa del MEE. Parametrización e^{AB}_f, b^{AB}_f. . . . 42

4.3. Cotas máximas de los parámetros del sector de Yukawa Extendido. 43

Agradecimientos

En estas palabras vierto mi mayor esfuerzo en tratar de reflejar toda la gratitud que me es posible dar. Porque, por más que diga gracias, jamás termino de sentir que haya sido suficiente. Los últimos dos años dejaron la más importante lección que pude haber recibido, y me hicieron recordar que nuestras vidas no sólo nos pertenecen a nosotros. Si bien es cierto que *somos la suma de todas las experiencias y sentimientos que nos dejan las demás personas*, también es cierto que, de una u otra forma, algunas de ellas dejan una marca especial. A pesar de todas las caídas, siempre hubo alguien quien me brindó su mano para ayudarme cuando más lo necesitaba, ahora entiendo que nunca estuve solo. Llegar a este punto fue posible por todo el apoyo y cariño que he recibido de grandiosos seres humanos. Este trabajo es por ustedes y para ustedes.

Agradezco con todo mi ser a:

Ustedes mamá y papá. Me han dado la vida en muchas formas y tonos. Ahora entiendo el propósito por el cual Dios me puso en sus manos. A su manera, me dieron la fuerza necesaria para enfrentar cualquier cosa. De primera mano sabemos todo lo que conllevó alcanzar este punto y a pesar de todo, nunca me dejaron solo. Los amo con toda mi alma.

A ti Karina, que con tu carácter y fuerza, me has enseñado tantas cosas que quizá como hermano mayor no pude enseñarte a ti, admiro tu coraje y temple. Siempre estaré orgulloso de ti. Te amo mucho hermana.

A mis abuelos Pedro y Cruz. Que a través de su vida, sus historias, su preocupación y cuidados, cultivaron en mí una semilla que ahora forma gran parte de lo que soy. Puedo decir que, en buena medida, gracias a eso estoy rodeado de personas maravillosas. Pasé mucho tiempo de mi vida a su lado, siempre recordaré todo lo bueno que dejaron en mí. Los amo.

A mis abuelos Beba y Esteban. Que, aunque a la distancia, siempre nos han procurado. Ustedes me mostraron el valor del trabajo y de lo importante que es vivir sin apegos. Que la vida es para disfrutarse y para ayudar a los demás. Son uno de mis más grandes pilares en la vida. Gracias por todo lo que nos han dado y por el tiempo que han estado con nosotros. Los amo.

A mis tíos Sandra, Dalia, Gabriel y Nelson. Por todo su invaluable apoyo. Aunque a la lejanía, ustedes son un faro de luz en mi vida. Quisiera encontrar la manera de poder gratificarles todo lo que han hecho por mi familia y por mí. Espero algún día hacerlo completamente, para mostrarles que todo el sacrificio valió la pena. Asimismo, a mis tíos Emilio, Nadia y Virginia, que siempre me han recibido con los brazos abiertos, porque me acompañaron en momentos difíciles y siempre me brindaron su apoyo.

A mis tíos Graciela Vázquez, Paty y Jorge. Porque son un ejemplo para mí. Me han enseñado el valor de la vida y que, aunque no es fácil afrontar ciertas cosas, jamás debo rendirme. Por todo el tiempo que pasaron conmigo desde que nací. Porque me han mostrado que, a pesar de que las cosas no siempre estén bien, eso no implica que dejemos de reír y buscar ser felices.

A mis hermanos de la Zapata. Aunque pase el tiempo, sé que puedo contar siempre con ustedes, así como ustedes conmigo. Ustedes fueron mis primeros grandes amigos. Daniel, Carlos, Pancho y Akira. Por nuestro peculiar sentido del humor que rompe en risas y que hacen sentir que no hay ningún problema en este mundo que pueda derrumbar nada. Por estar en los momentos alegres y por ayudarme a superar momentos difíciles. Son lo máximo.

A mis hermanos Tishbe, Mario, Anita y Rox. Porque cuando todo parecía partirse en pedazos, abrazaron conmigo a los problemas y no me dejaron caer en ningún momento. No tengo palabras para agradecerles la fuerza que me dieron. Espero que me alcance la vida para poder corresponder todo lo que han hecho por mí. También, a la señora Pili y al señor Alberto, papás de Tish, de verdad gracias, son unas grandiosas personas, su apoyo encendió una luz para mi familia, y así como estuvimos en sus oraciones, ahora ustedes están en las nuestras.

A ti A. I. Me enseñaste tanto. Aunque quizá el tiempo haya cambiado varias cosas, hoy entiendo que hay mucho de ti en mí. Jamás olvidaré nada de ello.

A todos los que han estado conmigo a lo largo de los años en la Universidad, con quienes he reído y llorado. A ustedes, Eli, Juan Carlos, Memo, Álan, Daniela, Tere, Vidal, Sergio, Saúl, Migue, Ochi, Alejandro, Amadeo, Andy, Ericka, Patito, Carina, Diana, Alba... y la lista sigue creciendo. Cada uno ha formado parte de esta historia a su manera. Conocerlos ha sido de lo mejor que me ha pasado en toda la vida. Espero que haya muchos pozoles más para poder reunirlos de nuevo, por mucho tiempo.

A mis asesores, el Dr. Toscano y el Dr. Novales. Trabajar con ustedes me ha permitido crecer en muchos aspectos. Siempre los admiraré, son mi ejemplo a seguir en la Universidad. A lo largo de los casi ya 5 y 3 años que tengo trabajando con el Dr. Toscano y con el Dr. Novales, respectivamente, he tenido la oportunidad de conocerlos de manera más cercana. Son unos grandiosos seres humanos, siempre estaré agradecido por todo el apoyo y comprensión que me otorgaron, no sólo en el aspecto académico, sino también en el personal. Espero poder seguir trabajando con ustedes por mucho tiempo.

A los Doctores Severino, Mercedes, Tavares, Cordero y Martha Palomino. Por su comprensión y apoyo en las diversas cuestiones que surgieron a lo largo de estos últimos años.

A mi jurado. Por sus preguntas y observaciones, misma que fueron encaminadas a la mejora de este trabajo.

Al CONACYT, por el apoyo monetario otorgado a través de la Beca de Posgrado, en la Maestría en Ciencias en Física Aplicada. Misma que comprendió el periodo de agosto del 2016 a julio del 2018.

Resumen

A través del sector de Yukawa de la versión mínima del Modelo Estándar Extendido, se estudian los efectos a un lazo, de la violación de la simetría de Lorentz sobre los parámetros oblicuos S, T y U. Se analiza la contribución fermiónica del Modelo Estándar a las autoenergías de los bosones electrodébiles y su estructura divergente; se presentan las condiciones que garantizan, en este contexto, que los parámetros S, T y U sean finitos. Posteriormente se calcula la contribución fermiónica del Modelo Estándar Extendido; usando como guía lo encontrado en el Modelo Estándar, se encuentra que todas las autoenergías son finitas. Finalmente, con los valores experimentales de los parámetros oblicuos, se establecen cotas para los parámetros del sector involucrado.

Introducción

Desde la aparición de la Relatividad General de Einstein, y el desarrollo de la Teoría Cuántica de Campos, una enorme cantidad de intentos han surgido con el fin de conciliar ambas teorías en una descripción cuántica de la gravedad; ejemplos como Supergravedad [1,2], Loop Quantum Gravity [3], etc. pueden ser encontrados en la literatura. Mientras que, de manera más ambiciosa, se busca el camino hacia una *Teoría del Todo*, que describa de manera unificada y fundamental a las 4 fuerzas de la naturaleza conocidas hasta ahora, la fuerza fuerte, débil, electromagnética y gravedad; el candidato más popular es la Teoría de Cuerdas. El problema que impide discernir cuál de las propuestas teóricas es la correcta (en virtud de que alguna de ellas lo sea) es la incapacidad tecnológica actual para alcanzar energías cercanas a la escala de Plank $M_P \approx 2.435 \times 10^{18}$ GeV. Hoy en día la energía máxima alcanzada por el LHC es de 14 TeVs en el sistema de centro de masas, es decir, 15 órdenes de magnitud menor a la escala de Plank, por lo que, al menos en el futuro cercano, la única manera de detectar señales de nueva física a bajas energías, es a través de experimentos de alta sensibilidad. Por otro lado se tiene al Modelo Estándar (ME) [4,5,6] que, a pesar de ser exitoso en el estudio de fenómenos electrodébiles y fuertes, no ofrece indicios de una teoría fundamental. Podría considerarse al ME como la versión mínima de una teoría efectiva [7] cuyas simetrías son el remanente de una simetría mayor que se rompe a cierta escala. Teorías tipo gauge como SU(5) [8], han sido propuestas en esta dirección. A pesar de todo, aún sin saber cuál es la teoría fundamental, diversas extensiones del ME buscan parametrizar efectos remanentes de nueva física a bajas energías.

En 1989, A. Kostelecký y Stuart Samuel mostraron que una teoría de cuerdas covariante permite la Ruptura Espontánea de la Simetría de Lorentz [9]. En este mismo contexto, 10 años más tarde, D. Colladay y Kostelecký encontraron que, si la ruptura se extiende a las cuatro dimensiones espacio temporales macroscópicas, entonces, una aparente violación de simetría de Lorentz (VSL) podría ocurrir al nivel del ME [10]. En este mismo artículo, se propone una extensión mínima del ME que incorpora de manera general, todos los términos pares e impares bajo CPT que violan simetría de Lorentz bajo transformaciones de partícula. En la literatura a este trabajo se le conoce como Modelo Estándar Extendido (MEE). Dicha extensión mantiene el Mecanismo de Higgs [11], por lo que, el estudio de fenómenos electrodébiles y la alta precisión experimental sobre sus observables, podrían ofrecer un buen escenario para buscar señales de la ruptura y establecer cotas sobre los parámetros del modelo. En este mismo contexto, los efectos de nueva física, cuya escala sea mayor a la masa de los bosones $W^{\pm}$ y Z, podrían manifestarse de manera más acentuada en el sector electrodébil del ME a través de fluctuaciones cuánticas de un lazo sobre los propagadores de los bosones de norma electrodébiles, A, $W^{\pm}$ y Z. Dichos efectos, los cuales también son conocidos con los nombres de polarizaciones del vacío o autoenergías, pueden ser parametrizados en términos de los parámetros de Peskin-Takeuchi, también llamados parámetros oblicuos, denotados por S, T y U [12]. El primer parámetro oblicuo considerado en correcciones radiativas fue T, el cual puede ser mucho más sensible a efectos de nueva física debido que depende cuadráticamente de las masas de las nuevas partículas, en contraste con los

otros parámetros, cuya dependencia es logarítmica. Tiempo después se introdujo el parámetro S [13], el cual permitió establecer fuertes restricciones a las teorías de tecnicolor. El parámetro U surgió de la necesidad de parametrizar los efectos de nueva física cuando las masas de estas partículas son mucho más grandes que la masa del bosón débil Z [14].

Los parámetros S, T y U se definen de la siguiente manera. La polarización del vacío involucrando a los bosones de norma V y V' ($V, V' = \gamma, Z, W^{\pm}$) está dada por la amplitud tensorial $i\Pi^{\mu\nu}_{VV'}(q)$, donde

$$\Pi^{\mu\nu}_{VV'}(q) = \Pi_{VV'}(q^2)g^{\mu\nu} - \Delta(q^2)q^{\mu}q^{\nu} \,. \tag{1}$$

Dado que las polarizaciones del vacío experimentalmente relevantes son las que se acoplan a corrientes que involucran fermiones muy ligeros, la parte proporcional a $\Delta(q^2)$ suele ser ignorada, de tal suerte que los parámetros oblicuos están determinados por los factores de forma $\Pi_{VV'}(q^2)$ y sus derivadas con respecto a q^2. Sea $\delta\Pi_{VV'}(q^2)$ el efecto de nueva física. Entonces, la contribución total a la polarización del vacío será:

$$\Pi_{VV'}(q^2) = \Pi^{ME}_{VV'}(q^2) + \delta\Pi_{VV'}(q^2)\,, \tag{2}$$

donde $\Pi^{ME}_{VV'}(q^2)$ es la contribución del ME. La contribución a los parámetros oblicuos inducida por nueva física está dada por [12]:

$$S = \left(\frac{4s_W^2c_W^2}{\alpha}\right)\left[\delta\Pi'_{ZZ}(0) - \left(\frac{c_W^2 - s_W^2}{s_Wc_W}\right)\delta\Pi'_{ZA}(0) - \delta\Pi'_{AA}(0)\right]\,, \tag{3}$$

$$T = \frac{1}{\alpha}\left[\frac{\delta\Pi_{WW}(0)}{m_W^2} - \frac{\delta\Pi_{ZZ}(0)}{m_Z^2}\right]\,, \tag{4}$$

$$U = \left(\frac{4s_W^2}{\alpha}\right)\left[\delta\Pi'_{WW}(0) - c_W^2\delta\Pi'_{ZZ}(0) - 2s_Wc_W\delta\Pi'_{ZA}(0) - s_W^2\delta\Pi'_{AA}(0)\right]\,, \tag{5}$$

donde $\delta\Pi'(q^2) = \frac{d}{dq^2}\delta\Pi'(q^2)$. El parámetro T es de particular importancia, ya que está relacionado con la desviación al parámetro ρ; en el ME, a nivel de acción clásica, es igual a la unidad,

$$\rho = \frac{m_W^2}{c_W^2m_Z^2} = 1\,. \tag{6}$$

Este parámetro está fuertemente restringido por el experimento.

El objetivo de esta tesis es calcular a un lazo, los efectos de la contribución fermiónica del MEE sobre los parámetros S, T y U. Se estudia de manera puntual la parte divergente de las autoenergías. Finalmente se calcula la contribución numérica de cada especie de fermiones. Utilizando los valores experimentales de los parámetros oblicuos [15], se plantea establecer cotas sobre los parámetros del sector de Yukawa del MEE.

La estructura de este trabajo es como sigue. En el capítulo 1 y 2 se presenta una breve descripción del ME y del MEE, respectivamente. En el capítulo 3 se plantean las ideas propuestas por Kennedy y Lynn [14]; Peskin y Takeuchi [12] sobre el tratamiento de las correcciones radiativas de la teoría electrodébil, de donde surge la propuesta de la parametrización S, T y U. En este mismo capítulo, se presenta el cálculo de los parámetros oblicuos con la contribución fermiónica del ME. Dichos parámetros están definidos para nueva física, por lo que, este cálculo tiene como

fin servir de guía para el manejo de las divergencias UV. Se hace especial énfasis en el sector de quarks, ya que involucra mezcla de sabor. Posteriormente se presenta el cálculo a un lazo de la contribución del sector de Yukawa del MEE sobre las autoenergías de los bosones de norma. En el capítulo 4 se muestran los resultados numéricos y en el capítulo 5 las conclusiones.

Capítulo 1

El Modelo Estándar Electrodébil

En este capítulo se presenta una breve descripción de los aspectos generales de la teoría electrodébil del ME.

El ME es una teoría de norma basada en el grupo $\mathrm{SU}_C(3) \times \mathrm{SU}_L(2) \times \mathrm{U}_Y(1)$. Una teoría es de norma si es invariante bajo transformaciones locales gobernadas por el grupo de simetría que rige al sistema físico en cuestión. Particularmente las simetrías del ME describen las interacciones entre las partículas elementales: el *grupo de color* $\mathrm{SU}_C(3)$ describe la interacción fuerte mientras que la teoría electrodébil (TED) es descrita por el grupo $\mathrm{SU}_L(2) \times \mathrm{U}_Y(1)$, el cual a bajas energías se rompe al grupo electromagnético $\mathrm{U}_e(1)$. Dichas interacciones (también llamadas fuerzas) son mediadas por el intercambio de partículas bosónicas asociadas a los campos de norma de los grupos anteriormente mencionados. En la siguiente tabla se presentan las partículas responsables de cada interacción [26]:

Fuerza	**Mediador**	**Espín**
Electromagnética	Fotón γ	1
Débil	$W^{\pm}$, Z	1
Fuerte	Gluones (8)	1
Gravitacional	Gravitón (propuesto)	2

Tabla 1.1: Fuerzas fundamentales y sus partículas mediadoras.

El ME no describe a la fuerza gravitacional, la escala de esta fuerza es insignificante con respecto al resto de ellas y hasta la fecha no se ha podido detectar su partícula mediadora.

La materia conocida está constituida por fermiones que son partículas de espín 1/2. Los fermiones se dividen en quarks y leptones, dicha distinción se debe a que los quarks interaccionan fuertemente, no así los leptones; a estas partículas se les denomina *partículas de materia*. En el ME están agrupadas en seis familias, a saber: tres familas de quarks: $((u,d)\,,\,(c,s)\,,\,(t,b))$; y tres familias de leptones: $\big((\nu_e,e)\,,\,(\nu_\mu,\mu)\,,\,(\nu_\tau,\tau)\big)$. Los quarks al poseer carga de color y carga

eléctrica, interactúan fuerte, débil y electromagnéticamente. Los leptones cargados (e, μ, τ) no tienen carga de color por lo que sólo interactúan débil y electromagnéticamente. Los neutrinos $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ al ser eléctricamente neutros sólo lo hacen a través de la fuerza débil.

Las partículas responsables de la interacción débil son los bosones de norma masivos $W^\pm$ y Z, mientras que la interacción electromagnética se da a través del fotón A, el cual es un campo vectorial de masa nula. Las interacciones mediadas por los bosones de norma cargados $W^\pm$ se conocen como *corrientes cargadas*. Por otro lado, las interacciones mediadas por el Z y el A se denominan *corrientes neutras*. A pesar de que en la naturaleza existen bosones de norma masivos, en el ME, la presencia directa de términos de masa no es compatible con la estructura de los grupos de los cuales subyacen estas partículas. Para dotar de masa a los bosones de la TED se hace uso del mecanismo de Higgs [11]. Dicho mecanismo deja como remanente un campo físico escalar. En la literatura, a la partícula asociada a este campo se le conoce como bosón de Higgs.

Bosón	**Masa** [15]
$W^\pm$	$m_W = 80.385\,\text{GeV}$
Z	$m_Z = 91.187\,\text{GeV}$
Higgs (h)	$m_h = 125.09\,\text{GeV}$

Tabla 1.2: Bosones masivos.

1.1. El Sector Electrodébil $\mathrm{SU}_L(2) \times \mathrm{U}_Y(1)$

La fuerza débil distingue estados helicidad, es decir, los bosones electrodébiles se acoplan a los fermiones con diferente intensidad dependiendo de su estado quiral. En virtud de lo anterior, para describir la fenomenología correcta, las partículas de materia se agrupan en dobletes izquierdos y singletes derechos de $\mathrm{SU}_L(2)$, a saber, usando una notación más compacta para los leptones:

$$L_i \equiv \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L \; ; \; e_{i_R} \quad , \quad i = 1, 2, 3\,, \tag{1.1}$$

donde i es un índice de sabor [1]. Para los quarks [2]

$$Q_i \equiv \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \; ; \; u_{i_R}\,,\, d_{i_R} \quad , \quad i = 1, 2, 3\,. \tag{1.2}$$

Cada campo es un campo espinorial multiplicado por el proyector izquierdo $P_L = \frac{1}{2}(\mathbb{I} - \gamma_5)$ en el caso de los dobletes, y por el proyector derecho $P_R = \frac{1}{2}(\mathbb{I} + \gamma_5)$ para los singletes. Por ejemplo $e_{_L} = P_L\, e$. La conexión entre los generadores del grupo $\mathrm{SU}_L \times \mathrm{U}_Y(1)$ y el generador del grupo electromagnético $\mathrm{U}_e(1)$ se traduce en la relación de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}, \tag{1.3}$$

donde Y es el operador de hipercarga de los fermiones, $T^3 = \frac{\sigma^3}{2}$ con σ^3 la tercer matriz de Pauli y Q el operador de carga eléctrica. En la tabla (1.3) se muestran los eigenvalores de cada uno de estos generadores sobre los estados derechos e izquierdos fermiónicos [27]:

[1] $e_1 \equiv e$, $e_2 \equiv \mu$, $e_3 \equiv \tau$, $\nu_1 \equiv \nu_e$, $\nu_2 \equiv \nu_\mu$, $\nu_3 \equiv \nu_\tau$

[2] $u_1 \equiv u$, $u_2 \equiv c$, $u_3 \equiv t$, $d_1 = d$, $d_2 \equiv s$, $d_3 \equiv b$

	T_3	Y	Q
$(\nu_{i_L}, e_{i_L})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	-1	$(0, -1)^T$
e_{i_R}	0	-2	-1
$(u_{i_L}, d_{i_L})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	$1/3$	$(2/3, -1/3)^T$
u_{i_R}	0	$4/3$	$2/3$
d_{i_R}	0	$-2/3$	$-1/3$

Tabla 1.3: Valores de I_3, Y, Q para los fermiones del Modelo Estándar.

Es sabido que los bosones $W^{\pm}$ y Z, responsables de la interacción débil, son masivos. Sin embargo, la introducción directa de términos cuadráticos de estos campos (incluyendo a los campos fermiónicos) en el lagrangiano, viola explícitamente la simetría de norma, por lo que no es posible dotar de masa a estos campos de manera directa. Para resolver la situación anterior se hace uso del ya antes mencionado mecanismo de Higgs, el cual será abordado en la sección 1.2.

El lagrangiano de la TED se divide en tres partes; una parte contiene la física de los campos bosónicos ($W^{\pm}, Z, \gamma, h$); otra que contiene acoplamientos de bosones con fermiones y finalmente un término correspondiente a la *fijación de la norma*. A saber:

$$\mathscr{L}_{\mathrm{TED}} = \mathscr{L}^{\mathrm{F}} + \mathscr{L}^{\mathrm{B}} + \mathscr{L}_{\mathrm{fix}} \,. \tag{1.4}$$

La parte bosónica se subdivide en dos sectores, el sector de Yang-Mills y el sector de Higgs:

$$\mathscr{L}^{\mathrm{B}} = \mathscr{L}^{\mathrm{YM}} + \mathscr{L}^{\mathrm{H}} \,. \tag{1.5}$$

Por otro lado, el sector bosónico-fermiónico se subdivide en los sectores de corrientes y el sector de Yukawa:

$$\mathscr{L}^{\mathrm{F}} = \mathscr{L}^{\mathrm{C}} + \mathscr{L}^{\mathrm{Y}} \,. \tag{1.6}$$

El sector de Yukawa está constituido por acoplamientos entre el bosón de Higgs y los campos fermiónicos con lo que se les puede dotar de masa a los segundos, después del rompimiento de la simetría.

En las secciones siguientes, con excepción del sector $\mathscr{L}_{\mathrm{fix}}$, se describe brevemente cada uno de los sectores de la TED[3]. Con el fin de simplificar las expresiones, el sector de Yukawa y el sector de Higgs se presentan en la llamada *norma unitaria* .

1.2. El sector de Higgs

El lagrangiano de este sector es dado por:

$$\mathscr{L}^{H} = \frac{1}{2} \left(D_{\mu}\Phi\right)^{\dagger} \left(D^{\mu}\Phi\right) - V(\Phi) \,, \tag{1.7}$$

[3]El sector de fijación de la norma no se ve involucrado en los cálculos de este trabajo.

donde

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\sigma^a}{2}W_\mu^a - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \tag{1.8}$$

es la derivada covariante asociada al grupo $\mathrm{SU}_L(2)\times\mathrm{U}_Y(1)$ en la representación fundamental de $\mathrm{SU}_L(2)$. σ^a son las matrices de Pauli, W_μ^a son los campos de norma de $\mathrm{SU}_L(2)$ y g la constante de acoplamiento de dicho grupo. Por otro lado $\frac{Y}{2}$ es el generador del grupo de hipercarga, B_μ es el campo de norma asociado y g' la constante de acoplamiento. $V(\Phi)$ es el potencial de Higgs dado por:

$$V(\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2 , \tag{1.9}$$

con

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

siendo el doblete de Higgs con valor de hipercarga $Y = +1$. Los φ_i son campos escalares reales, λ es una constante adimensional positiva. Se analiza la teoría en torno al valor mínimo de $V(\Phi)$, es decir, en el valor de mínima energía, también llamado *vacío*. Se presentan dos escenarios: el primero cuando $\mu^2 > 0$, en cuyo caso esta constante representa la masa del doblete. Mientras que, de manera no trivial, cuando $\mu^2 < 0$, la condición de mínimo se traduce en un estado de vacío infinitamente degenerado correspondiente a una hiperesfera de mínimo potencial:

$$\Phi_0^\dagger\Phi_0 = \frac{v^2}{2} \quad , \quad v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda} . \tag{1.11}$$

Todos los puntos de esta esfera son físicamente equivalentes, ya que están conectados mediante transformaciones de norma: $\Phi \to \Phi' = \Phi \;\; e^{-i\frac{\sigma^a}{2}\theta^a(x) - i\frac{1}{2}\eta(x)}$. Para romper espontáneamente el grupo electrodébil al grupo electromagnético, se elige un valor de Φ_0 que sea invariante bajo el grupo $\mathrm{U}_e(1)$, es decir, dado $U \in \mathrm{U}_e(1)$, entonces $U\,\Phi_0 = \Phi_0$. Lo cual es equivalente a que $Q\,\Phi_0 = 0$. En otras palabras, Q aniquila al vacío. Se dice que el resto de generadores han sido rotos. Las transformaciones asociadas a los generadores rotos no dejan invariante al vacío, lo que muestra que el estado de mínima energía no tiene totalmente la simetría del grupo electrodébil, sino que sólo contiene la simetría asociada al grupo electromagnético, el cual puede verse como un subgrupo de la TED. Efectuar el rompimiento espontáneo no significa destruir la simetría de norma, ya que puede ser reinterpretado como esconder la simetría en los generadores que no generan subgrupos (los generadores rotos) y los generadores que sí generan grupos (los que satisfacen la condición (1.3)). Comúnmente se escoge el doblete asociado al valor de expectación del vacío,

$$\langle\Phi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} . \tag{1.12}$$

Si la teoría es global (los parámetros θ^a y η de la transformación no dependen del espacio tiempo) como remanente aparecen 3 bosones también llamados *bosones de Goldstone*. Por otro lado, cuando la teoría es local, el hecho de haber elegido una dirección particular en el espacio-tiempo hace que tres combinaciones lineales de los campos de norma asociados a los generadores rotos aparezcan cuadráticamente, es decir, dichos términos adquieren masa. Por cada uno de ellos aparece un bosón de Goldstone que puede ser removido mediante la conocida *norma unitaria*. En la literatura, a estos campos se les conoce como *pseudo bosones de Goldstone* y éstos son absorbidos, dotando de masa a los bosones $W^\pm$ y Z. En virtud de que $Q\Phi_0 = 0$, no aparecen términos de masa de los campos de norma asociados al operador de carga Q, es decir, cierta combinación lineal de campos de norma del grupo electrodébil tiene masa igual a cero, lo cual es consistente con el hecho de que el grupo $\mathrm{U}_e(1)$ contiene un bosón no masivo, a saber, el fotón.

El rompimiento espontáneo de la simetría aparece como consecuencia de la inestabilidad

del vacío alrededor del valor de Φ_0. Se analiza la teoría alrededor de dicho punto, haciendo la traslación:

$$\Phi \to \Phi + \Phi_0 = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \\ \frac{v+h+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

donde G_W^+ y G_Z los pseudo bosones de Golstone asociados al los bosones $W^\pm$, Z. En la norma unitaria, estos campos toman el valor de $G_W^+ = G_Z = 0$. Sustituyendo (1.13) en la expresión del potencial, se encuentra que no aparecen términos cuadráticos de los pseudo bosones, por lo que son de masa nula. Por otra parte, al sustituir (1.13) en $\mathscr{L}^H$ se encuentra el subsector:

$$\mathscr{L}_h = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu h\right)\left(\partial^\mu h\right) - \lambda v^2 h^2 \,, \tag{1.14}$$

de donde se concluye que h es un campo físico de masa $m_h = \sqrt{2\lambda}v$, la parte cinética de (1.14) proviene de la parte cinética de (1.7). La partícula asociada a este campo es el bosón de Higgs.

1.2.1. Masa de los bosones de norma

Las masas de los bosones de norma surgen de la parte cinética del sector de Higgs:

$$\mathscr{L} = \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger \left(D^\mu \Phi\right) \quad , \quad \Phi \to \Phi + \Phi_0 \,. \tag{1.15}$$

En particular

$$\left(D_\mu \Phi_0\right)^\dagger \left(D^\mu \Phi_0\right) = \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v^2}{8} \left(\begin{array}{cc} W_\mu^3 \,, & B_\mu \end{array} \right) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \tag{1.16}$$

donde $W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$. Se encuentra que la masa de los W's es $m_W = \frac{gv}{2}$. Defínase: $\tan\theta_W \equiv \frac{g'}{g}$, $s_W \equiv \sin\theta_W$ y $c_W \equiv \cos\theta_W$. Para pasar a eigenestados de masa se procede a diagonalizar a la matriz presente en (1.16). Se obtiene que la matriz de rotación es:

$$S = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \,. \tag{1.17}$$

Luego, sea

$$\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \,. \tag{1.18}$$

Sustituyendo (1.18) en (1.16), se encuentra que

$$\left(D_\mu \Phi_0\right)^\dagger \left(D^\mu \Phi_0\right) = m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu. \tag{1.19}$$

En donde la masa del Z es $m_Z = m_W/c_W$. El campo $A_\mu = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu$ tiene masa cero, siendo éste el campo vectorial asociado al fotón.

1.3. El sector de Yang-Mills

Se introduce un sector que manifiesta la estructura no abeliana del grupo electrodébil. No es posible construir invariantes usando directamente los campos de norma, sólo a través de los

tensores de campo de los grupos $\mathrm{SU}_L(2)$ y $\mathrm{U}_Y(1)$:

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig[W_\mu, W_\nu] \,, \tag{1.20}$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \,, \tag{1.21}$$

respectivamete, donde $W_\mu = \frac{\sigma^a}{2} W^a_\mu$. En términos de los campos W^a_μ, la relación (1.20) toma la forma:

$$W^a_{\mu\nu} = \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu + g\epsilon^{abc} W^b_\mu W^c_\nu \,, \tag{1.22}$$

el cual es conocido como tensor de curvatura de Yang-Mills. Bajo el grupo electrodébil, los tensores de campo se transforman de forma covariante:

$$W'_{\mu\nu} = U W_{\mu\nu} U^\dagger \quad , \quad U \in \mathrm{SU}_L(2) \,, \tag{1.23}$$

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} \,. \tag{1.24}$$

Con estos objetos se construye el sector de Yang-Mills, el cual es invariante de Lorentz y de norma:

$$\begin{aligned} \mathscr{L}^{\mathrm{YM}} &= -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}\right] - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}W^a_{\mu\nu}W^{\mu\nu}_a - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \,. \end{aligned} \tag{1.25}$$

Después del rompimiento espontáneo $\mathrm{SU}_L(2) \times U_Y(1) \to \mathrm{U}_e(1)$, dicho lagrangiano se re escribe en términos de los campos $W^\pm_\mu$, Z_μ, y A_μ encontrados en el sector de Higgs. Los primeros dos se transforman como representaciones tensoriales bajo $\mathrm{U}_e(1)$, mientras que A_μ como su respectivo campo de norma. Luego

$$\begin{aligned} \mathscr{L}^{\mathrm{YM}} = &-\frac{1}{2}\hat{W}^+_{\mu\nu}\hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &- igc_W Z_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu} - ieF_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu} \\ &+ \frac{g^2}{4}\left(W^-_\mu W^+_\nu - W^+_\mu W^-_\nu\right)\left(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}\right) \,, \end{aligned} \tag{1.26}$$

con

$$\hat{W}^+_{\mu\nu} = D^e_\mu W^+_\nu - D^e_\nu W^+_\mu + igc_W\left(W^+_\mu Z_\nu - W^+_\nu Z_\mu\right) \,, \tag{1.27}$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \,, \tag{1.28}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \,. \tag{1.29}$$

donde

$$D^e_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad , \quad e \equiv gs_W \,, \tag{1.30}$$

corresponde a la derivada covariante del grupo $\mathrm{U}_e(1)$.

1.4. El sector de Yukawa

Tiene como propósito generar las masas de los quarks y los leptones cargados. Se divide naturalmente en los sectores de leptones y quarks:

$$\mathscr{L}^{\mathrm{Y}} = \mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} + \mathscr{L}_q^{\mathrm{Y}} \ . \tag{1.31}$$

1.4.1. Sector leptónico

La estructura renormalizable de $\mathscr{L}_l^Y$ es:

$$\mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} = -Y_{ij}^l \bar{L}_i' \Phi e_{j_R}' + \mathrm{h.c.} \tag{1.32}$$

donde Y^l es una matriz 3×3 compleja adimensional completamente general, cuyas entradas Y_{ij}^l también son llamadas las *constantes de Yukawa*. No se introducen neutrinos derechos ya que el ME supone que la masa de los neutrinos es identicamente cero.

Después del rompimiento espontáneo de la simetría trabajando en la norma unitaria:

$$\mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} = -\frac{Y_{ij}^l}{\sqrt{2}}(v+h)\bar{e}_{i_L}' e_{j_R}' + \mathrm{h.c.} \tag{1.33}$$

Defínase

$$M^l \equiv Y^l \frac{v}{\sqrt{2}} \quad , \quad E_{L,R}' = \begin{pmatrix} e_{L,R}' \\ \mu_{L,R}' \\ \tau_{L,R}' \end{pmatrix} , \tag{1.34}$$

donde $E_{L,R}'$ es un vector en el espacio de sabor. Con esto en cuenta el lagrangiano toma la forma:

$$\mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} = -\bar{E}_L' M^l E_R' - \frac{h}{v}\bar{E}_L' M^l E_R' + \mathrm{h.c.} \tag{1.35}$$

Existe un teorema del álgebra lineal que nos dice, dada M una matriz compleja $m \times n$, entonces UMV es real y diagonal si U de $m \times m$ y V de $n \times n$ son matrices unitarias cualesquiera. Entonces, sean las siguientes transformaciones unitarias en el espacio de sabor:

$$\begin{matrix} E_L' = V_L^l E_L \\ E_R' = V_R^l E_R \end{matrix} \quad , \quad \left(V_{L,R}^l\right)^\dagger = \left(V_{L,R}^l\right)^{-1} \ . \tag{1.36}$$

Note que,

$$\bar{E}_L' = E_L'^\dagger \gamma^0 = \bar{E}_L V_L^{l\,\dagger}, \tag{1.37}$$

con lo que

$$\mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} = -\left(1 + \frac{h}{v}\right)\bar{E}_L \bar{M}^l E_R + \mathrm{h.c.} \tag{1.38}$$

donde $\bar{M}^l = V_L^{l\,\dagger} M^l V_R^l$ es una matriz diagonal, dada por $\bar{M} = \mathrm{Diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$. Por otro lado, $(\bar{E}_L \bar{M}^l E_R)^\dagger = \bar{E}_R \bar{M}^l E_L$. Ocupando las propiedades de los proyectores, se llega a que el sector de Yukawa leptónico toma la forma:

$$\mathscr{L}_l^{\mathrm{Y}} = -\left(1 + \frac{g}{2m_W}h\right)\bar{E}\bar{M}^l E \quad , \quad E = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} , \tag{1.39}$$

con lo que se concluye que las entradas de la diagonal de $\bar{M}$ son las masas de los leptones.

1.4.2. Sector de quarks

Es necesario introducir el siguiente campo covariante bajo $SU_L(2)$:

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v+h-igG_Z}{\sqrt{2}} \\ -G_W^- \end{pmatrix} . \tag{1.40}$$

El lagrangiano de este sector está dado por:

$$\mathscr{L}_q^{\mathrm{Y}} = -Y_{ij}^d \bar{Q}_i' \, \Phi \, d_{j_R}' - Y_{ij}^u \bar{Q}_i' \, \tilde{\Phi} \, u_{j_R}' + \text{h.c.} \tag{1.41}$$

En la norma unitaria,

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_q^{\mathrm{Y}} &= -Y_{ij}^d \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}}\right) \bar{d}_{j_L}' d_{j_R}' - Y_{ij}^u \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}}\right) \bar{u}_{j_L}' u_{j_R}' + \text{h.c.} \\ &= -\bar{D}_L' M^d D_R' - \bar{U}_L' M^u U_R' - \frac{h}{v}\left(\bar{D}_L' M^d D_R' + \bar{U}_L' M^u U_R'\right) + \text{h.c.} , \end{aligned} \tag{1.42}$$

donde

$$D = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad , \quad U = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} \quad , \quad M^{u,d} = Y^{u,d}\frac{v}{\sqrt{2}} . \tag{1.43}$$

Sean las transformaciones unitarias

$$\begin{matrix} D_L' = V_L^d D_L \\ U_L' = V_L^u U_L \end{matrix} \quad , \quad \begin{matrix} D_R' = V_R^d D_R \\ U_R' = V_R^u U_R \end{matrix} . \tag{1.44}$$

Luego, como en el caso de leptones, se obtiene:

$$\mathscr{L}_q^{\mathrm{Y}} = -\left(1 + \frac{g}{2m_W}h\right)\left(\bar{D}\bar{M}^d D + \bar{U}\bar{M}^u U\right) , \tag{1.45}$$

donde las matrices $\bar{M}^d = \mathrm{Diag}(m_d, m_s, m_b)$ y $\bar{M}^u = \mathrm{Diag}(m_u, m_c, m_t)$ contienen las masas de los quarks.

1.5. El sector de corrientes

Este sector representa la interacción entre los bosones de norma y los fermiones quirales a nivel árbol. Estas interacciones reciben el nombre de corrientes cargadas (acoplamientos con los $W^{\pm}$) y neutras (acoplamientos con el Z y A). La construcción de este sector surge de manera natural al sustituir la derivada ordinaria por la derivada covariante asociada al grupo electrodébil en la parte cinética de los campos fermiónicos. Luego, se procede a escribir el lagrangiano en términos de eigenestados de norma. Se adopta la misma nomenclatura que en sector de Yukawa, donde estos campos se priman, mientras que los campos eigenestados de masa se obtienen a través de las transformaciones unitarias (1.36) y (1.44). Sin embargo, la transformación para N_L' no está definida por el sector de Yukawa, así que puede elegirse libremente. Se toma la misma

matriz unitaria que se utilizó con E'_L, es decir:

$$N'_L = V^l_L N_L \,. \tag{1.46}$$

El sector de corrientes fermiónicas es descrito por el siguiente lagrangiano:

$$\mathscr{L}^{\mathrm{C}} = i\bar{Q}'_A \not{D} Q'_A + i\bar{u}'_{A_R} \not{D} u'_{A_R} + i\bar{d}'_{A_R} \not{D} d'_{A_R} + i\bar{L}'_A \not{D} L'_A + i\bar{e}'_{A_R} \not{D} e'_{A_R} \,. \tag{1.47}$$

La derivada covariante está dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\sigma^i}{2}W^i_\mu - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \,, \tag{1.48}$$

Pasando a eigenestados de masa, tanto para los campos de norma como para los campos fermiónicos vistos en el sector de Yukawa, se tiene que (1.47) toma la forma:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}^{\mathrm{C}}_l =& i\bar{U}\not{\partial}U + i\bar{D}\not{\partial}D + i\bar{N}_L\not{\partial}N_L + i\bar{E}\not{\partial}E \\ &+ W^+_\mu J^{+\,\mu} + W^-_\mu J^{-\,\mu} + Z_\mu J^\mu_Z + A_\mu J^\mu_A \qquad ,\end{aligned} \tag{1.49}$$

donde $N^T_L = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)_L$. Por otra parte:

$$J^{+\,\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}}\left(\bar{N}\gamma^\mu E_L + \bar{U}K^\dagger\gamma^\mu D_L\right) \quad . \tag{1.50}$$

Note que las corrientes cargadas del ME producen cambio de sabor en los quarks a través de la matriz K, conocida como la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [28], definida por:

$$K^\dagger = V^{u\,\dagger}_L V^d_L \quad . \tag{1.51}$$

Los elementos de la matriz CKM deben ser medidos experimentalmente. Además, las corrientes neutras están dadas como:

$$J^\mu_Z = \tfrac{g}{c_W}\textstyle\sum_F \bar{F}\gamma^\mu\left(g^F_V - g^F_A\gamma^5\right)F \quad , \tag{1.52}$$

$$J^\mu_A = e\textstyle\sum_F Q_F\,\bar{F}\gamma^\mu F \quad , \tag{1.53}$$

donde $F = E, N_L, U, D$, y

$$g^F_V = \frac{1}{2}T_{3\,L(F)} - s^2_W Q_F \quad , \quad g^F_A = \frac{1}{2}T_{3\,L(F)}, \tag{1.54}$$

con $T_{3\,L(F)}$ y Q_F, dados en la tabla 1.3. Las reglas de Feynman para las corrientes cargadas y neutras se encuentran en el Apéndice A.

Capítulo 2

El Modelo Estándar Extendido

Como Feynman decía, "nos gusta ver simetrías", pues estas, lejos de relegarse a ser un mero tema académico, han tomado quizá el papel central en la construcción de las teorías físicas más importantes hasta nuestros tiempos. La relación indisoluble entre simetrías y cantidades conservadas u observables físicas, se encuentra en el teorema de Noether. En teoría cuántica, las observables físicas son las que generan el espacio de estados del sistema en cuestión. Sin embargo, de manera contraintuitiva, como muchas veces lo llega a ser la naturaleza, la ruptura de la simetría también es fundamental. Para romper una simetría, por ejemplo, se puede partir de un acción gobernada por un grupo de simetrías y agregar términos que no sean invariantes bajo transformaciones del mismo; a esto se le conoce como violación explícita de la simetría, esto implica que el nuevo lagrangiano describe física, si es que lo hace, totalmente distinta a la original, y puede resultar imposible recobrar los aspectos de la teoría inicial a menos que se eliminen los términos agregados. Entonces, ¿de qué manera se puede romper una simetría de tal forma que la física siga siendo la misma? La respuesta es, romperla espontáneamente. El ejemplo más célebre de esto es el ya mencionado mecanismo de Higgs. Una lección importante de esto es que, la descripción física es una cuestión de escalas. Por ejemplo, en el ME, cuando la física se está estudiando a energías superiores a v, esta debe ser observada con el grupo $\mathrm{SU}_L(2) \times U_Y(1)$; los bosones de norma, naturalmente, se comportarán como no masivos y los pseudo bosones de Goldstone como grados de libertad auténticos. Por otro lado, como se dedujo en (1.2), a medida que uno se acerca a la escala v, el vacío se vuelve inestable, lo que permite que el doblete de Higgs adquiera un valor de expectación diferente de cero y, a lo largo de la dirección $\langle \Phi_0 \rangle$, el grupo electrodébil se rompe al grupo electromagnético en el sentido de que los campos de norma del primero se recombinan en tres representaciones tensoriales $W^{\pm}$, Z y una de norma A del grupo $\mathrm{U}_e(1)$, la física ahora es vista a través del *lente* del grupo electromagnético.

En la búsqueda de una descripción fundamental de la naturaleza, muchas teorías han sido propuestas. Quizá en la actualidad, el candidato más popular a una *teoría del todo* es la teoría de branas y cuerdas. Estas teorías funcionan si se supone que en el universo hay más de 4 dimensiones espacio-temporales. Por ejemplo, la teoría M [29], requiere de 11 dimensiones de espacio-tiempo. Sin embargo, a bajas energías, sólo podemos percibir las 4 dimensiones usuales. Ahora bien, entender por qué a nuestra escala el resto de las dimensiones son imperceptibles, dejó abierta la idea de que éstas deben ser compactas, de tal forma que la simetría mayor sólo se manifiesta a partir de cierta escala de energía. Por encima de esta escala, todas las dimensiones, localmente, lucen como variedades planas, mientras que, a energías menores, ocurre una ruptura del grupo de Poincaré 4+n dimensional al grupo de Poincaré en 4 dimensiones. En 1988 V. Alan Kostelecký y Stuart Samuel mostraron que la ruptura de la simetría de Lorentz es natural en

un escenario en donde el vacío perturbativo de las cuerdas es inestable [9]. En el contexto de la teoría de campo de Witten, para una cuerda bosónica abierta [30], estos autores proponen un potencial efectivo genérico que permite la ruptura. El ingrediente principal que permite esto es la generación de tensores de Lorentz con masas al cuadrado negativas. La ruptura que ellos proponen viene motivada por el Modelo σ [33]. Como se vió en la reseña 1.2, cuando el vacío es inestable, algunos campos adquieren valores de expectación distintos de cero ($\langle\Phi_0\rangle$) y algunas simetrías se rompen espontáneamente. En el trabajo de Kostelecký, los campos involucrados en el rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, son tensores; cuando un término cuadrático de estos campos adquiere un coeficiente negativo, algunas de sus componentes adquieren valores de expectación distintos de cero y la ruptura ocurre. Por otro lado, también mostraron que ésta puede ser parametrizada en términos de coeficientes numéricos independientes de las constantes de acoplamiento. Aunque el mecanismo que proponen es mediado por campos taquiónicos, denotados por ϕ, donde $\langle\phi\rangle < 0$, también ofrecen una alternativa que no requiere el uso de estas condiciones. Dicho enfoque utiliza las soluciones a las ecuaciones de movimiento de los campos, y términos lineales en el potencial que inducen inestabilidades en el vacío. Si se tiene una forma bien definida de la teoría, con $\langle\phi\rangle \neq 0$ y finito, es posible que la matriz de masas al cuadrado de los campos tensoriales adquiera algunos eigenvalores negativos y entonces la ruptura de la simetría de Lorentz tiene lugar.

Posteriormente, en 1998 D. Colladay y Kostelecký encontraron que, si la ruptura se extiende a las 4 dimensiones usuales, entonces una aparente violación de la simetría de Lorentz puede ocurrir a nivel del ME [10]. Bajo esta idea presentan una extensión del ME mínimo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ que incorpora violación de simetría de Lorentz además de un catálogo completo de términos pares e impares bajo CTP[1]. Esta extensión es invariante de norma y conserva energía-momento. Además, debido a que la ruptura es espontánea una serie de características importantes son manifiestas [10,16]:

- La Simetría de Lorentz sigue siendo una propiedad de la teoría fundamental.
- Microcausalidad y la condición de energía positiva se mantiene en las teorías efectivas de baja energía.
- Los métodos de cuantización se ven inafectados.

Por otro lado, dado que la ruptura genera valores de expectación distintos de cero para tensores de Lorentz, la violación de la simetría se da en el siguiente sentido:

- La teoría fundamental y la teoría efectiva permanecen invariantes bajo **Transformaciones de Lorentz de Observador**. Rotaciones y boosts de observadores en sistemas de referencia inerciales.
- La simetría bajo **Transformaciones de Lorentz de partícula**, está rota.

A nivel del MEE, la VSL viene parametrizada por coeficientes tensoriales constantes, contraídos con objetos covariantes de las representaciones del grupo de Lorentz en 4 dimensiones. Dichos tensores pueden ser interpretados como campos de fondo fijos que permean el universo y que generan direcciones *preferentes* en el espacio tiempo [18]. Las interacciones conocidas serán modificadas por la distribución de dichos campos a lo largo de cada punto del espacio-tiempo; dado

[1] Años después, en 2002, O.W. Greenberg, demostró que la violación a la simetría CPT implica VSL [34]. Sin embargo, este fenómeno se encuentra parametrizado en [10], ya que incorpora todos los posibles términos que violan simetría de Lorentz.

que estos provienen de física a la escala de Plank, su magnitud debe estar entre los órdenes 10^{-34} y 10^{-17} [17,18]. Para ejemplificar este tipo de asimetrías, considere el siguiente ejemplo clásico. Sea el movimiento sobre un plano de una partícula, con carga positiva q, que atravieza un campo magnético constante normal al plano; dos observadores en movimiento relativo, observarían el mismo fenómeno, Figura 2.1, la relación entre ambas mediciones se da únicamente a través de un cambio de coordenadas, también llamada *transformación pasiva*.

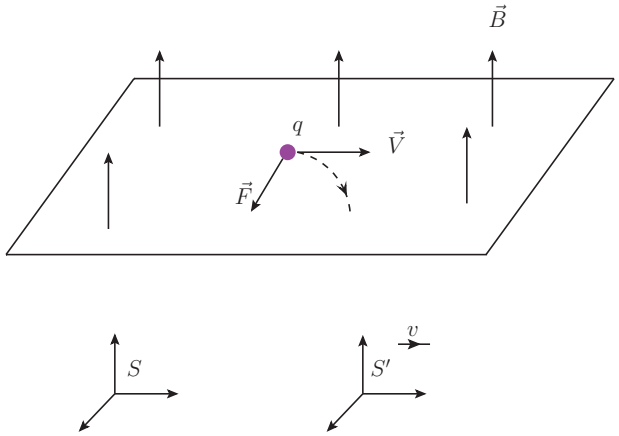


Figura 2.1: Movimiento de una partícula cargada visto por dos observadores inerciales, S, S'.

Por otro lado, un solo observador mediría un comportamiento distinto si la partícula se mueve en una dirección u otra. Se dice que ambos movimientos se relacionan a través de una transformación de partícula, también llamada *transformación activa*. Considere el movimiento de la carga q, a lo largo de la dirección y velocidad relativa de los dos observadores del primer ejemplo, Figura 2.2

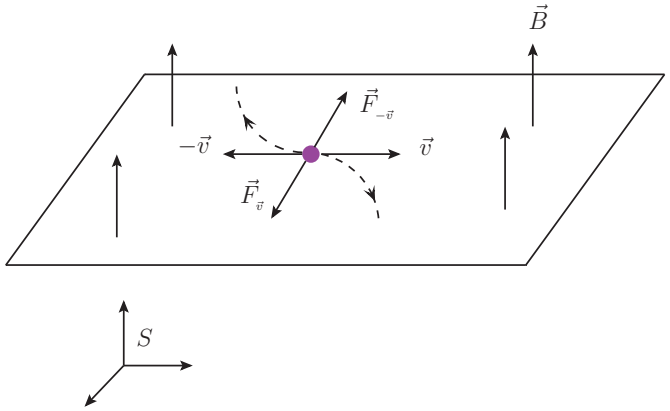


Figura 2.2: Movimiento de una partícula a lo largo de dos direcciones, medido por un observador inercial.

Las trayectorias de la partícula se verán modificadas si se mueve en un sentido u otro ya que, la fuerza de Lorentz depende de la dirección de la velocidad con respecto a la dirección dell campo

magnético. La simetría a lo largo de dicha dirección está rota por el campo de fondo. Cuando el campo magnético se *apaga*, la asimetría desaparece y la transformaciones de obervador y de partícula son equivalentes.

Regresando al MEE, de manera detallada, en [10] se presenta un estudio sobre las modificaciones a la electrodinámica clásica y a la corrección a un lazo de la autoenergía del fotón. Fenómenos como birrefringencia del vacío surgen en este contexto; constricciones provenientes de observaciones astronómicas sobre los parámetros involucrados son discutidas en este mismo artículo. La versión completa del MEE puede ser consultada en dicha referencia.

En esta tesis, se analizan los efectos inducidos a un lazo sobre las autoenergías de los tres bosones electrodébiles debido a la contribución fermiónica del sector de Yukawa del MEE. Dicho lagrangiano es par bajo CPT y está dado por [10]:

$$\mathscr{L}^{\text{MEE}}_{\text{Yukawa}} = \mathscr{L}^{\text{ME}}_{\text{Yukawa}} - \frac{1}{2}\left[(H_L)_{\mu\nu\ AB}\bar{L}_A\Phi\sigma^{\mu\nu}R_B + (H_U)_{\mu\nu\ AB}\bar{Q}_A\Phi\sigma^{\mu\nu}U_B + (H_D)_{\mu\nu\ AB}\bar{Q}_A\tilde{\Phi}\sigma^{\mu\nu}D_B\right] + \text{h.c.} \tag{2.1}$$

La VSL está parametrizada por las componentes tensoriales de las matrices $H_{L,U,D}$, las cuales son antisimétricas en los índices de Lorentz. Al igual que en el ME, donde las interacciones son distintas entre quarks y leptones, hay una matriz de H_f para cada tipo de fermión. Después de implementar el mecanismo de Higgs, en la base de estados de masa, en la norma unitaria[2], este sector luce como:

$$\mathscr{L}^{\text{MEE}}_{\text{Yukawa}} = -\sum_{f=l,u,d}\sum_{A,B}\left\{\left(m_{f_A} + \frac{g}{2m_w}h\right)\delta^{AB}\bar{f}_B f_A + \frac{1}{2}(v+h)\,\bar{f}_A\left[\left(Y_f\right)^{AB}_{\alpha\beta}P_R + \left(Y_f^\dagger\right)^{AB}_{\alpha\beta}P_L\right]\right\}\sigma^{\alpha\beta}f_B \tag{2.2}$$

Las matrices Y_f son resultado del producto de las matrices H_f con las matrices de transformación para pasar al espacio de sabor $V^f_{L,R}$ (1.36) y (1.44), con,

$$\left(Y_f\right)_{\alpha\beta} \equiv \frac{2}{\sqrt{2}}V_L^{f\,\dagger}\left(H_f\right)_{\alpha\beta}V_R^f \tag{2.3}$$

Por simplicidad en la notación, denótese

$$\left(Y_f\right)^{AB}_{\alpha\beta} \equiv Y^{AB}_{f\ \alpha\beta}\ , \tag{2.4a}$$

$$\left(Y_f^\dagger\right)^{AB}_{\alpha\beta} \equiv Y^{BA*}_{f\ \alpha\beta}\ . \tag{2.4b}$$

De (2.2) se desprende la función vértice de dos puntos:

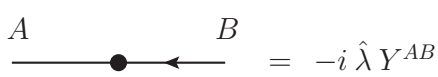


Figura 2.3: Función vértice de dos puntos

donde $\hat{\lambda} \equiv \frac{v}{2}$, y

$$Y^{AB} \equiv \left(Y^{AB}_{\alpha\beta}P_R + Y^{\dagger\ AB}_{\alpha\beta}P_L\right)\sigma^{\alpha\beta}\ . \tag{2.5}$$

[2]La VSL no afecta el sector de fijación de la norma.

A diferencia del ME, donde la matriz CKM induce cambio de sabor entre quarks tipo up y down, la matriz Y_f induce cambio de sabor entre fermiones del mismo tipo; físicamente, no debería haber distinción entre una transición AB de una tipo BA. Las matrices Y_f deben ser simétricas bajo el intercambio en los índices de sabor. El propagador fermiónico con cambio de sabor, corregido hasta segundo orden en $\hat{\lambda}$, está dado por:

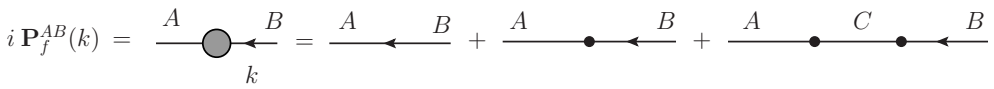


Figura 2.4: Propagador fermiónico con cambio de sabor.

donde

$$i\mathbf{P}_f^{AB}(k) := i\left(\frac{\Lambda_A}{\Delta_A}\delta^{AB} + \hat{\lambda}\frac{\Lambda_A Y^{AB}\Lambda_B}{\Delta_A\Delta_B} + \hat{\lambda}^2\sum_C \frac{\Lambda_A Y^{AC}\Lambda_C Y^{CA}\Lambda_A}{\Delta_A\Delta_C\Delta_A}\right), \tag{2.6a}$$

con

$$\Lambda_F = \not{p} + m_F \qquad \text{y} \qquad \Delta_F = p^2 - m_F^2 \quad , \quad F = A, B, C \quad . \tag{2.6b}$$

Evidencia experimental de VSL es exaustivamente buscada en una gran variedad de experimentos y observaciones indirectas; ejemplos como: birrefringencia cosmológica, espectroscopía, cambios en la frecuencia de relojes atómicos etc., son ampliamente estudiados. A manera de catálogo, V. Alan Kostelecký y Neil Russell reunen una enorme cantidad de cotas experimentales y teóricas de parámetros del MEE [17]. Sus resultados son reportados en el sistema de referencia inercial estándar centrado en el Sol [20], cuyas coordenadas son denotadas por T, X, Y, Z. Hasta la fecha, restricciones sobre las componentes de las matrices $H_{L,U,D}$ no han sido establecidas. Sólo se cuenta con cotas sobre combinaciones de las componentes $H_{\mu\nu}$ con otros tensores de Lorentz en el sector de materia de la electrodinámica cuántica (EC) para el electrón, protón y neutrón [17]:

	Electrón	**Protón**	**Neutrón**
$\tilde{H}_{XT}$	10^{-26}GeV	10^{-26}GeV	10^{-26}GeV
$\tilde{H}_{YT}$	10^{-26}GeV	10^{-26}GeV	10^{-26}GeV
$\tilde{H}_{ZT}$	10^{-26}GeV	10^{-26}GeV	10^{-27}GeV

Tabla 2.1: Cotas para los parámetros $H_{\mu\nu}$ para el sector de materia de EC.

donde [3]

$$\tilde{H}_{XT} \equiv H_{XT} + m(d_{ZY} - g_{XTT} - g_{XYY}) \tag{2.8a}$$
$$\tilde{H}_{YT} \equiv H_{YT} + m(d_{XZ} - g_{YTT} - g_{YZZ}) \tag{2.8b}$$
$$\tilde{H}_{ZT} \equiv H_{ZT} + m(d_{YZ} - g_{ZTT} - g_{ZXX}) \tag{2.8c}$$

Los coeficientes $d_{\mu\nu}$ y $g_{\mu\nu\lambda}$ son parámetros de violación del lagrangiano de QED del MEE. En particular, los términos acoplados con el tensor $g_{\lambda\mu\nu}$ no son originados por la estructura electrodébil y mecanismo de Higgs en el MEE, son acoplamientos de dimensión 4 que vienen de la teoría efectiva de QED.

La alta precisión lograda en los aceleradores de partículas en el estudio de los fenómenos electrodébiles, puede ofrecer un escenario idóneo para acotar los valores de las matrices H_f. Los parámetros de Peskin-Takeuchi tienen la virtud de parametrizar los efectos de física mas allá del ME y que puede ser medida a la escala electrodébil. El propósito de esta tesis es estudiar los efectos del sector de Yukawa del MEE sobre los parámetros S, T y U, utilizando sus valores experimentales, se busca acotar el valor de las componentes de las matrices H_f. En adelante se trabajará en el espacio de sabor, por lo que, la cota se impondrá sobre las componentes de las matrices Y_f. Se supondrá que el orden de magnitud es similar en ambas bases.

[3] En nuestro caso, las matrices H_f son adimensionales debido a que el factor de masa se encuentra en el valor de v. Para poner las cotas de (2.8) en términos de matrices adimensionales, basta con dividir su valor por $v \approx 2.4 \times 10^2$GeV. Por ejemplo:

$$\tilde{H}_{ZT}/v \to \times 10^{-28}\,. \tag{2.7}$$

Capítulo 3

Los parámetros de Peskin-Takeuchi

Pese a todo el potencial que ha tenido el ME en la descripción de la teoría fuerte y electrodébil, dicho modelo cuenta con 19 parámetros libres que deben ser calculados experimentalmente. Una forma de poner a prueba el poder predictivo del ME es comparar el valor predicho por la teoría a nivel árbol, de un conjunto de observables, que son función de los parámetros del modelo, contra su valor reportado por el experimento. Se encuentra que estas cantidades difieren más allá del error experimental debido a fluctuaciones cuánticas en los procesos que se están midiendo. Para solventar esto se incorporan *correcciones radiativas* que son las contribuciones de orden mayor al nivel árbol en la serie perturbativa. Sin embargo, estas correcciones pueden atribuirse a manifestaciones de nueva física, a la escala del ME. Es necesario tener un esquema que nos permita distinguir cuándo los parámetros están recibiendo contribuciones del ME y cuándo lo hacen por nueva física, además de que parametrice los efectos de estas contribuciones a las escalas de energía accesibles en los laboratorios. En 1992, E. Peskin y Tatsu Takeuchi propusieron una parametrización que además de ser finita, cumple con estas características . La siguiente discusión está basada completamente en los artículos [12] y [14].
Un tratamiento general sobre las correcciones radiativas en la teoría electrodébil fue ampliamente discutido por Kennedy y Lynn [14]. Dicho trabajo parte del hecho de que, en las correcciones radiativas, surge una subclase de procesos físicos con resultados divergentes removibles a través de un método conocido como renormalización [21]. Esto requiere de elegir condiciones sobre la escala de energía de los procesos, también llamadas *condiciones de renormalización*, lo cual define a los parámetros, ahora llamados renormalizados, a dicha escala, i.e., los resultados serán dependientes del esquema de renormalización (ER) utilizado. En dicho trabajo se encuentra que existen esencialmente dos clases de correcciones radiativas, las correcciones *oblicuas* también conocidas como polarizaciones del vacío, las cuales son correcciones a los propagadores de los bosones de norma. Por otro lado las *correcciones directas*, las cuales son correcciones a los vértices, diagramas de caja y bremsstrahlung. Dos resultados importantes se desprenden de este artículo. El primero establece que la mayor contribución a las correcciones proviene de las parte oblicua, por lo que, sin pérdida de precisión puede ignorarse a las correcciones directas. El segundo dicta que las correcciones oblicuas tienen la virtud de ser *universales* en el sentido de que no dependen de esquemas de renormalización, esto es, no dependen de acoplamientos con partículas externas, i.e. del tipo de interacción, como sí lo hacen las correcciones directas. A partir de este trabajo, E. Peskin y Tatsu Takeuchi [12] analizaron a las correcciones radiativas de procesos electrodébiles con fermiones externos, con lo cual:

- Es posible despreciar los términos proporcionales a $q^\mu q^\nu$ en el propagador de los bosones W y Z. La contracción con las corrientes fermiónicas externas dejará términos proporcionales a la masa de los fermiones, las cuales se considerarán despreciables en comparación con la parte proporcional a $g^{\mu\nu}$.
- Las correcciones radiativas debidas a física más allá del ME aparecen de manera dominante a través de las polarizaciones del vacío por lo que las correcciones *directas* pueden ser ignoradas.

En lo sucesivo se muestra el enfoque de E. Peskin y Tatsu Takeuchi.

Sean la corriente electromagnética, y las corrientes débiles de isoespín denotadas por J_Q^μ, J_3^μ y $J_\pm^\mu = J_1^\mu \pm iJ_2^\mu$. Estas se acoplan a los bosones de norma electrodébiles vía

$$\frac{3}{\sqrt{2}s_W}\left(W_\mu^+ J_+^\mu + W_\mu^- J_-^\mu\right) + \frac{e}{s_W c_W} Z_\mu \left(J_3^\mu - s_W^2 J_Q^\mu\right) + eA_\mu J_Q^\mu \quad . \tag{3.1}$$

Denótese al coeficiente de $g^{\mu\nu}$ del propagador completo del fotón, Z, y W por G_{AA}, G_{ZZ} y G_{WW}, respectivamente, y el correspondiente a la mezcla fotón-Z por G_{ZA}. Los elementos de matriz de las interacciones cargadas y neutras mediadas por los bosones de norma electrodébiles pueden ser descritos formalmente por la amplitud

$$\begin{aligned}\mathscr{M}_{NC} =& e^2 QQ' G_{AA} \\ &+ \frac{e^2}{s_W c_W}\left[Q(I_3' - s_W^2 Q') + (I_3 - s_W^2 Q)Q\right] G_{ZA} \\ &+ \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}(I_3 - s_W^2 Q)(I_3' - s_W^2 Q')G_{ZZ}\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\mathscr{M}_{CC} = \frac{e^2}{2s_W^2} I_+ I_- G_{WW} \tag{3.3}$$

donde (I_3, Q) y (I_3', Q') son la carga de $SU(2)$ y la carga eléctrica de los fermiones externos y $I_\pm$ son las matrices de subida y bajada de isoespín. A nivel árbol, la componente transversal de los propagadores de los bosones de norma está dada por

$$D_{BB} = \frac{1}{q^2 - m_{0\,B}^2} \ , \tag{3.4}$$

para $B = A, Z, W$, con las masas no renormalizadas

$$m_{0\,A}^2 = 0 \quad , \quad M_{0\,Z}^2 = \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\frac{v^2}{4} \quad , \quad m_{0\,W}^2 = \frac{e^2}{s_W^2}\frac{v^2}{4} \quad . \tag{3.5}$$

Estas expresiones están construidas de tal manera que satisfagan la relación

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 c_W^2} = 1 \quad . \tag{3.6}$$

Se definen las amplitudes de polarización del vacío $\Pi_{XY}(q^2)$, donde $(XY) = (11), (22), (33), (3Q)$ y (QQ), por

$$ig^{\mu\nu}\Pi_{XY}(q^2) + (q^\mu q^\nu \text{ terms}) \equiv \int d^4x\, e^{-iq\cdot x} \langle\, J_X^\mu(x)\ J_Y^\nu(0)\,\rangle \tag{3.7}$$

Es útil definir $\Pi'_{XY}(q^2)$ como

$$\Pi_{XY}(q^2) \equiv \Pi_{XY}(0) + q^2 \Pi'_{XY}(q^2) \,. \tag{3.8}$$

Donde $\Pi'_{XY}(q^2)$ es igual a $d\Pi_{XY}(q^2)/dq^2$ cuando $q^2 = 0$. En [22], Anirban Kundu y and Probir Roy, haciendo una reexaminación a los parámetros oblicuos, definen

$$-\, g^{\mu\nu}\Pi_{XY}(q^2) + (q^\mu q^\nu \text{ terms}) \equiv \text{Re} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \langle\, J^\mu_X(x)\;\; J^\nu_Y(0)\,\rangle \tag{3.9}$$

con Π_{XY} real. En la sección 3.2 se muestra que los parámetros oblicuos reciben contribuciones imaginarias, las cuales carecen de significado físico. En lo sucesivo se tomará la parte real de Π_{XY}, conservando la definición de Peskin y Takeuchi (3.7). Por otro lado, la simetría no rota de $U(1)$ correspondiente al electromagnetismo, implica que $\Pi_{11}(q^2) = \Pi_{22}(q^2)$. La identidad de Ward de QED implica que $\Pi_{3Q}(0) = \Pi_{QQ}(0) = 0$. Se define la siguiente notación para las combinaciones de Π_{XY} que resultan en autoenergías del tipo $1PI$ (Irreducible one-particle-diagram) del fotón, el W, el Z, y para la mezcla fotón-Z, mostradas en la figura (3.1)

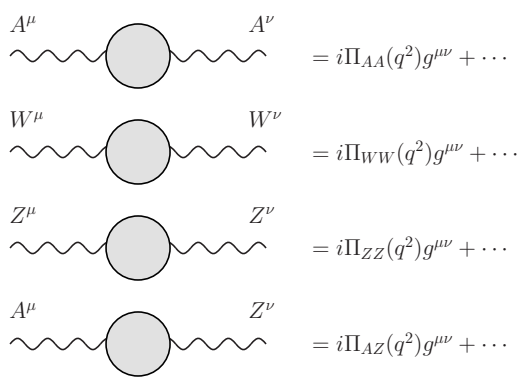


Figura 3.1: Amplitudes de polarización del vacío.

donde

$$\Pi_{AA} = e^2 \Pi_{QQ} \,, \tag{3.10a}$$

$$\Pi_{ZA} = \frac{e^2}{s_W c_W}\left(\Pi_{3Q} - s_W^2 \Pi_{QQ}\right) \,, \tag{3.10b}$$

$$\Pi_{ZZ} = \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\left(\Pi_{33} - 2 s_W^2 \Pi_{3Q} + s_W^4 \Pi_{QQ}\right) \,, \tag{3.10c}$$

$$\Pi_{WW} = \frac{e^2}{s_W^2}\Pi_{11} \quad . \tag{3.10d}$$

Kennedy y Lynn incluyeron los efectos de las amplitudes de polarización del vacío a todo orden usando las ecuaciones de Dyson [23] para el propagador completo G_{AB}, a saber

$$G_{AA} = D_{AA} + D_{AA}\Pi_{AA}G_{AA} \,, \tag{3.11a}$$

$$G_{ZA} = D_{ZZ}\Pi_{ZA}G_{AA} \,, \tag{3.11b}$$

$$G_{ZZ} = D_{ZZ} + D_{ZZ}\Pi_{ZZ}G_{ZZ} \,, \tag{3.11c}$$

$$G_{WW} = D_{WW} + D_{WW}\Pi_{WW}G_{WW} \,, \tag{3.11d}$$

donde D_{AA}, D_{ZZ} y D_{WW} son los propagadores a nivel árbol no renormalizados. Si insertamos la solución de las ecuaciones de Dyson (3.11) en (3.2) y (3.3) manteniendo sólo los términos lineales de los $\Pi's$ bajo la suposición de que las correcciones son muy pequeñas, se tiene que

$$\mathscr{M}_{NC} = e_*^2 Q \frac{1}{q^2} Q' + \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}(I_3 - s_*^2 Q) \frac{1}{q^2 - \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\left[\frac{v^2}{4} + (\Pi_{33} - 2s_W^2 \Pi_{3Q} + s_W^4 \Pi_{QQ})\right]} (I_3' - s_*^2) \,, \tag{3.12a}$$

$$\mathscr{M}_{CC} = \frac{e^2}{2s_W^2} I_+ \frac{1}{q^2 - \frac{e^2}{s_W^2}\left[\frac{v^2}{4} + \Pi_{11}\right]} I_- \,, \tag{3.12b}$$

donde se han definido a las constantes *estrella* $e_*^2(q^2)$ y $s_*^2(q^2)$ como

$$e_*^2(q^2) \equiv \frac{e^2}{1 - e^2 \Pi'_{QQ}(q^2)} = e^2[1 + e^2 \Pi'_{QQ}(q^2)] \quad , \tag{3.13a}$$

$$s_*^2(q^2) \equiv s_W^2 - s_W c_W \frac{\Pi_{ZA}(q^2)}{q^2 - \Pi_{AA}(q^2)} = s_W^2 - e^2[\Pi'_{3Q}(q^2) - s_W^2 \Pi'_{QQ}(q^2)] \,. \tag{3.13b}$$

Las masas del W y del Z son los polos de sus respectivos propagadores,

$$m_Z^2 = \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\frac{v^2}{4} + \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\left[\Pi_{33} - 2s_W^2 \Pi_{3Q} + s_W^4 \Pi_{QQ}\right](m_Z^2) \quad , \tag{3.14a}$$

$$m_W^2 = \frac{e^2}{s_W^2}\frac{v^2}{4} + \frac{e^2}{s_W^2}\Pi_{11}(m_W^2) \quad . \tag{3.14b}$$

Se definen las constantes de renormalización Z_Z y Z_W como los coeficientes de los polos en los propagadores de Z y W:

$$Z_Z^{-1} = 1 - \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\frac{d}{dq^2}\left[\Pi_{33} - 2s_W^2 \Pi_{3Q} + s_W^4 \Pi_{QQ}\right](q^2)\Big|_{q^2 = m_Z^2} \,, \tag{3.15a}$$

$$Z_W^{-1} = 1 - \frac{e^2}{s_W^2}\frac{d}{dq^2}\Pi_{11}\Big|_{q^2 = m_W^2} \,. \tag{3.15b}$$

Por otro lado, se definen masas de los bosones W y Z que dependen de q^2 como

$$\frac{1}{q^2 - \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\left[\frac{v^2}{4} + (\Pi_{33} - 2s_W^2 \Pi_{3Q} + s_W^4 \Pi_{QQ})\right]} = \frac{Z_Z}{q^2 - M_{Z\,*}^2} \quad , \tag{3.16a}$$

$$\frac{1}{q^2 - \frac{e^2}{s_W^2}\left[\frac{v^2}{4} + \Pi_{11}\right]} = \frac{Z_W}{q^2 - M_{W\,*}^2} \quad , \tag{3.16b}$$

las cuales satisfacen las siguientes condiciones

$$M_{Z\,*}^2(m_Z^2) = m_Z^2 \quad , \quad \frac{d}{dq^2} M_{Z\,*}^2\Big|_{q^2 = m_W^2} = 0 \quad , \quad M_{W\,*}^2(m_W^2) = m_W^2 \quad , \quad \frac{d}{dq^2} M_{W\,*}^2\Big|_{q^2 = m_W^2} = 0 \quad . \tag{3.17}$$

con esto, las amplitudes (3.12) lucen como

$$\mathscr{M}_{NC} = e_*^2 Q \frac{1}{q^2} Q' + \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}(I_3 - s_*^2 Q)\frac{Z_Z}{q^2 - M_{Z\,*}^2}(I_3' - s_*^2 Q') \quad , \tag{3.18a}$$

$$\mathscr{M}_{CC} = \frac{e^2}{2s_W^2} I_+ \frac{Z_W}{q^2 - M_{W\,*}^2} I_- \quad . \tag{3.18b}$$

Finalmente, se definen las constantes de renormalización $Z_{Z\,*}(q^2)$ y $Z_{W\,*}(q^2)$ por

$$\frac{e_*^2}{s_*^2 c_*^2} Z_{Z\,*} \equiv \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2} Z_Z \quad , \quad \frac{e_*^2}{s_*^2} Z_{W\,*} = \frac{e^2}{s_W^2} Z_W \quad , \tag{3.19}$$

donde $c_*^2 = 1 - s_*^2$. El resultado final de este arreglo es

$$\mathscr{M}_{NC} = e_*^2 Q \frac{1}{q^2} Q' + \frac{e_*^2}{s_*^2 c_*^2}(I_3 - s_*^2 Q)\frac{Z_{Z\,*}}{q^2 - M_{Z\,*}^2}(I_3' - s_*^2 Q') \, , \tag{3.20a}$$

$$\mathscr{M}_{CC} = \frac{e_*^2}{2s_*^2} I_+ \frac{Z_{W\,*}}{q^2 - M_{W\,*}^2} I_- \quad . \tag{3.20b}$$

Estas expresiones tienen la misma forma que las amplitudes a nivel árbol, las constantes de acoplamiento y los parámetros de los bosones de norma han sido remplazados por las funciones *estrella* que dependen de q^2. Se ha mostrado entonces que las correcciones oblicuas afectan a las observables sólo a través de las funciones estrella. Si se desea calcular la corrección a una observable, de la definición a nivel árbol, sólo hay que remplazar los parametros por sus contrapartes *.

En el límite de bajas energías, cuando $q^2 \to 0$:

$$\mathscr{M}_{NC} = -[I_3 - s_*^2 Q]\frac{1}{\left[\frac{v^2}{4} + \Pi_{33}(0)\right]}(I_3' - s_*^2(0) Q') \, . \tag{3.21a}$$

$$\mathscr{M}_{CC} = -\frac{1}{2} I_+ \frac{1}{\frac{v^2}{4} + \Pi_{11}(0)} I_- \quad . \tag{3.21b}$$

Estos elementos de matriz deben de ser comparados con la forma estándar de la Lagrangiana efectiva para las interacciones débiles:

$$\mathscr{L}_{eff} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}\left(J_\mu^+ J_-^\mu + \rho_*(0)[J_3^\mu - s_*^2(0) J_Q^\mu]^2\right) \, , \tag{3.22}$$

donde se puede identificar

$$\frac{1}{4\sqrt{2}G_F} = \frac{v^2}{4} + \Pi_{11}(0) \, , \tag{3.23a}$$

$$\frac{1}{\rho_*(0)} = 1 - 4\sqrt{2}G_F[\Pi_{11}(0) - \Pi_{33}(0)] \quad . \tag{3.23b}$$

Los parámetros estrella dependen de los parámetros s_W^2, e^2 y v^2, esto es, de las constantes de acoplamiento, g, g', y el valor de expectación del vacío del campo de Higgs. Para hacer predicciones de gran precisión basadas en este formalismo, se debe de eliminar estos parámetros en favor de tres observables bastante bien medidas, se elige a α, G_F y m_Z. Por otra parte es conveniente presentar esta información en términos del ángulo electrodébil, existen varias

maneras de definirlo de acuerdo al esquema que se use. Peskin elige [24]:

$$\sin 2\theta_0 \equiv \left[\frac{4\pi\alpha_{*0}(m_Z^2)}{\sqrt{2}G_F m_Z^2}\right]^{1/2} \quad , \tag{3.24}$$

donde [15]

$$\alpha_{*0}^{-1}(m_Z^2) = 128.80 \pm 0.12 \tag{3.25}$$

Tomando como referencia a s_0 dado por (3.24), se obtiene la corrección δs_W a través de la relación

$$s_0^2 = s_W^2 + 2\frac{s_W^2 c_W^2}{c_W^2 - s_W^2}\left[e^2\Pi'_{QQ}(0) + \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2 m_Z^2}\Pi_{11}(0) - \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2 m_Z^2}(\Pi_{33} - 2s_W^2\Pi_{3Q} + s_W^4\Pi_{QQ})(m_Z^2)\right] ; \tag{3.26}$$

se supondrá que dicha contribución proviene de nueva física. Combinando (3.13) y (3.14) se obtienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
\frac{m_W^2}{m_Z^2} - c_0^2 &= -\left[\frac{e^2 c_W^2}{s_W^2(c_W^2 - s_W^2)m_Z^2}\left(\Pi_{33}(m_Z^2) - 2s_W^2\Pi_{3Q}(m_Z^2) - \frac{s_W^2}{c_W^2}\Pi_{11}(0) - \frac{c_W^2 - s_W^2}{c_W^2}\Pi_{11}(m_W^2)\right)\right. \\
&\quad \left. + \frac{e^2 s_W^2}{c_W^2 - s_W^2}\left[\Pi'_{QQ}(m_Z^2) - \Pi'_{QQ}(0)\right]\right] \quad , && (3.27)\\
s_*^2(q^2) - s_0^2 &= \left[\frac{e_w^2}{c_W^2 - s_W^2}\left(\frac{\Pi_{33}(m_Z^2) - 2s_W^2\Pi_{3Q}(m_Z^2) - \Pi_{11}(0)}{m_Z^2} - (c_W^2 - s_W^2)\frac{\Pi_{3Q}(q^2)}{q^2}\right)\right. \\
&\quad \left. + \frac{e^2 s_W^2}{c_W^2 - s_W^2}[s_W^2\Pi'_{QQ}(m_Z^2) - c_W^2\Pi'_{QQ}(0) + (c_W^2 - s_W^2)\Pi'_{QQ}(q^2)\right] \quad , && (3.28)\\
\rho_*(0) - 1 &= \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2 m_Z^2}[\Pi_{11}(0) - \Pi_{33}(0)] \quad , && (3.29)\\
Z_{Z\,*}(q^2) - 1 &= \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2}\left[\frac{d}{dq^2}(\Pi_{33} - 2s_W^2\Pi_{3Q} + s_W^4\Pi_{QQ})\Big|_{q^2=m_Z^2} - (c_W^2 - s_W^2)\Pi'_{3Q}(q^2) - s_W^4\Pi'_{QQ}(q^2)\right] \quad , \\
& && (3.30)\\
Z_{W\,*}(q^2) - 1 &= \frac{e^2}{s_W^2}\left[\frac{d}{dq^2}\Pi_{11}\Big|_{q^2=m_W^2} - \Pi'_{3Q}(q^2)\right] . && (3.31)
\end{aligned}$$

La influencia entera de nueva física que es puramente oblicua se manifiesta en las relaciones (3.27), (3.28) y (3.29). Para renormalizar, se hace uso de las funciones estrella (3.30) y (3.31). Si la física incluida en los diagramas de polarización del vacío es asociada a escalas de energía superiores a la masa m_Z, las amplitudes de polarización de vacío tendrán expansiones en serie de Taylor rápidamente convergentes. Entonces, bajo errores del orden de m_Z^2/m_T^2, con m_T la escala de energía de la nueva física, se puede expandir a las autoenergías Π_{XY} alrededor de $q^2 = 0$ e ignorar los términos de orden $(q^2)^2$ y mayores. Esto es

$$\begin{aligned}
\Pi_{QQ}(q^2) &\approx q^2\Pi'_{QQ}(0) , && (3.32a)\\
\Pi_{3Q}(q^2) &\approx q^2\Pi'_{3Q}(0) , && (3.32b)\\
\Pi_{33}(q^2) &\approx \Pi_{33}(0) + q^2\Pi'_{33}(0) , && (3.32c)\\
\Pi_{11}(q^2) &\approx \Pi_{11} + q^2\Pi'_{11}(0) . && (3.32d)\\
& && (3.32e)
\end{aligned}$$

Bajo esta aproximación, en las ecuaciones (3.27) - (3.31), tres combinaciones lineales de los 6 coeficientes de la expansión de serie de Taylor (3.32) se pueden eliminar por condiciones de renormalización sobre los parámetros α, G_F y m_Z. Las otras tres combinaciones lineales son diferencias finitas de amplitudes divergentes. Se definen estas tres combinaciones finitas como

nuevos parámetros electrodébiles:

$$\alpha S \equiv 4e^2[\Pi'_{33}(0) - \Pi'_{3Q}(0)] \,, \tag{3.33a}$$

$$\alpha T \equiv \frac{e^2}{s_W^2 c_W^2 m_Z^2}[\Pi_{11}(0) - \Pi_{33}(0)] \,, \tag{3.33b}$$

$$\alpha U \equiv 4e^2[\Pi'_{11}(0) - \Pi'_{11}(0)] \,. \tag{3.33c}$$

En términos de las autoenergías Π_{AA}, Π_{WW}, Π_{ZZ} y de la transición Π_{ZA} toman la forma

$$\alpha S \equiv 4s_W^2 c_W^2 \left[\Pi'_{ZZ}(0) - \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W}\Pi'_{ZA}(0) - \Pi'_{AA}(0)\right] \quad , \tag{3.34a}$$

$$\alpha T \equiv \frac{\Pi_{WW}(0)}{m_W^2} - \frac{\Pi_{ZZ}(0)}{m_Z^2} \quad , \tag{3.34b}$$

$$\alpha U \equiv 4s_W^2[\Pi'_{WW}(0) - c_W^2\Pi'_{ZZ}(0) - 2s_W c_W \Pi'_{ZA}(0) - s_W^2 \Pi'_{AA}(0)] \quad . \tag{3.34c}$$

Estas cantidades son conocidas en la literatura como los parámetros de Peskin Takeuchi (PPT). Comparando (3.34b) con (3.29), se encuentra que

$$\Delta\rho = \alpha T \quad , \tag{3.35}$$

por lo que, T mide desviaciones al parámetro ρ, i.e. el grado de ruptura de la simetría de custodia [25]. Aunque el resto de las definiciones no parecen tener relación alguna con la corrección a observables físicas, es posible ver que S y T miden el grado de degeneración de isoespín. Como ejemplo, en [12] calculan la contribución a los PPT por un doblete de fermiones (N, E) con hipercarga Y, con los acoplamientos usuales bajo las simetrías de $\mathrm{SU}_L(2)$ y con masas m_N y m_E, respectivamente. En el límite en el que m_N, $m_E \gg m_Z$ se tiene que

$$S = \frac{1}{6\pi}\left[1 - Y\log\left(\frac{m_N^2}{m_E^2}\right)\right] \quad , \tag{3.36a}$$

$$T = \frac{1}{16\pi s_W^2 c_W^2 m_Z^2}\left[m_N^2 + m_E^2 - \frac{2m_N^2 m_E^2}{m_N^2 - m_E^2} + \log\left(\frac{m_N^2}{m_E^2}\right)\right] \quad , \tag{3.36b}$$

$$U = \frac{1}{6\pi}\left[-\frac{5m_N^4 - 22m_N^2 m_E^2 + 5m_E^4}{3(m_N^2 - m_E^2)^2} + \frac{m_N^6 - 3m_N^4 m_E^2 - 3m_N^2 m_E^4 + m_E^6}{(m_N^2 - m_E^2)^3}\log\left(\frac{m_N^2}{m_E^2}\right)\right] \quad . \tag{3.36c}$$

Suponiendo que $\Delta m \ll m_N, m_E$, las expresiones anteriores tienen los valores aproximados:

$$S \approx \frac{1}{6\pi} \quad , \tag{3.37a}$$

$$T \approx \frac{1}{12\pi s_W^2 c_W^2}\left[\frac{(\Delta m)^2}{m_Z^2}\right] \quad , \tag{3.37b}$$

$$U \approx \frac{2}{15\pi}\left[\frac{(\Delta m)^2}{m_N^2}\right] \quad . \tag{3.37c}$$

Si se incorporan más familias a la teoría, cada una va a contribuir aditivamente a estos parámetros. Por otro lado, S es una medida del tamaño total del nuevo sector, mientras que T mide la ruptura de isoespín inducida por el doblete. En este caso, el parámetro U arroja información similar a T, pero no resulta de utilidad ya que está suprimido por un factor de m_Z^2/m_N^2 con respecto a T.

En este punto termina la discusión presentada en [14][12].

3.1. Los parámetros oblicuos en el Modelo Estándar

Aunque los PPT miden las contribuciones de nueva física sobre los parámetros electrodébiles del ME, fueron utilizados para estimar la masa de algunos quarks y del Higgs, cuando no estaban determinadas. De manera instructiva, en las secciones 3.1.1 y 3.1.2 se calcula a un lazo la contribución del sector de corrientes del ME a las autoenergías de los bosones de norma electrodébiles. Posteriormente en la sección 3.1.3 se muestan las condiciones que garantizan que, en este contexto, los PPT sean finitos. El propósito de este cálculo es mostrar los efectos de un sector que mezcla sabor a través de transformaciones unitarias. Esto es de vital importancia para el tratamiento de las divergencias UV en el contexto del MEE.

Las reglas de Feynman se presentan en el apéndice A. Los cálculos de esta tesis se efectuaron en FeynCalc [35, 36], una paquetería de cálculo simbólico de Mathematica. Se implementó además parametrización a la Feynman y regularización dimensional (RD) [21] .

3.1.1. Autoenergía del W

La autoenergía a un lazo del W con el par de quarks (u_A, d_C) en el lazo está dada por la amplitud de la figura 3.2.

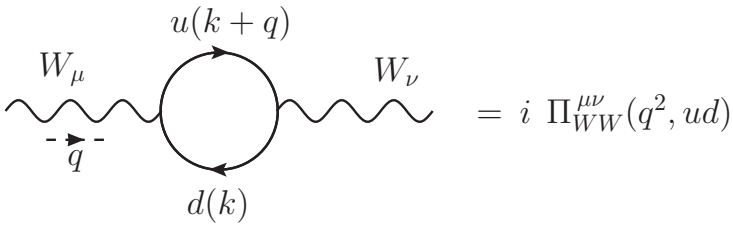


Figura 3.2: Contribución fermiónica a la autoenergía del W. ME

Donde

$$i\Pi^{\mu\nu}_{WW}(q^2, u_A d_C) = (-1)\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left\{\left(i\frac{g}{\sqrt{2}}K^*_{AC}\gamma^\nu P_L\right)\left[i\frac{\not{k}+\not{q}+m_{u_A}}{(k+q)^2-m^2_{u_A}}\right]\left(i\frac{g}{\sqrt{2}}K_{AC}\gamma^\mu P_L\right)\left[i\frac{\not{k}+m_{d_C}}{k^2-m^2_{d_C}}\right]\right\} \quad . \tag{3.38}$$

Para obtener la contribución leptónica, llámese $i\Pi^{\mu\nu}_{W}(q^2, l\nu_l)$, basta con tomar la ecuación anterior y hacer las siguientes sustituciones

$$i\Pi^{\mu\nu}_{WW}(q^2, l\nu_l) = i\Pi^{\mu\nu}_{WW}(q^2, u_A d_C) \quad \begin{cases} m_{u_A} \to m_l \\ m_{d_C} \to m_{\nu_l} = 0 \\ K^*_{AC} = K_{AC} = 1 \end{cases} \quad . \tag{3.39}$$

Posteriormente se encuentra que en $q^2 = 0$ la parte transversal está dada como:

$$\overline{\Pi}^{ME}_{WW}(u_A d_C) \quad = \quad \frac{g^2}{2(4\pi)^2}K_{AC}K^*_{AC}(m^2_{u_A}+m^2_{d_C})\left(\frac{1}{\epsilon}-\gamma_E\right)+F_W(u_A, d_C) \quad , \tag{3.40}$$

con la parte finita:

$$F_W(u_A, d_C) = -\frac{g^2}{(4\pi)^2} K_{AC} K^*_{AC} \int_0^1 dx\, \bar{\Delta}_{W_Q} \log\left[\frac{\bar{\Delta}_{W_Q}}{4\pi\Omega^2}\right] \quad , \tag{3.41}$$

$$\Delta_{W_Q} = x(m^2_{u_A} - m^2_{d_C}) + m^2_{d_C} + q^2 x(x-1) \quad . \tag{3.42}$$

Ω^2 es el factor de corrección de unidades del esquema de RD. La barra encima de las expresiones indica que se han evaluado en $q^2 = 0$. El grado de divergencia superficial de la autoenergía es cuadrático, es bastante probable que la derivada de la misma, respecto a q^2 siga siendo divergente, de hecho

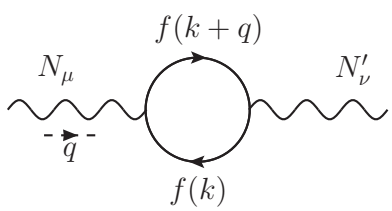
$$\overline{\Pi}'^{ME}_{WW}(u_A d_C) = -\frac{g^2}{3(4\pi)^2} K_{AC} K^*_{AC} \left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + f_W(u_A, d_C) \quad , \tag{3.43}$$

con

$$f_W(u_A, d_C) = \frac{2g^2}{(4\pi)^2} K_{AC} K^*_{AC} \int_0^1 dx \;\; x(1-x) \left(2\log\left[\frac{\bar{\Delta}_{W_Q}}{4\pi\Omega^2}\right] + 1\right) \quad . \tag{3.44}$$

3.1.2. Autoenergía de las corrientes neutras

Las autoenergías del Z, el fotón A y la transición $A - Z$ pueden ser calculadas colectivamente usando el diagrama general:



$$= i\,\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2, f)$$

Figura 3.3: Contribución fermiónica a la autoenergía de las corrientes neutras. ME

con $NN' = ZZ,\ AA,\ AZ$, y

$$i\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2, f) = (-1)\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left\{ iV^{\nu}_{N'} \left[i\frac{\not{k} + \not{q} + m_f}{(k+q)^2 - m_f^2}\right] V^{\mu}_{N} \left[i\frac{\not{k} + m_f}{k^2 - m_f^2}\right]\right\} \quad . \tag{3.45}$$

donde, para N o N' :

$$V^{\mu}_{N} = n\gamma^{\mu}(v - a\gamma_5) \tag{3.46a}$$

$$V^{\nu}_{N'} = n'\gamma^{\nu}(v' - a'\gamma_5) \tag{3.46b}$$

con las combinaciones

NN'	(n, n')	(v, v')	(a, a')
AA	$(gs_W Q_f\ ,\ gs_W Q_f)$	$(1, 1)$	$(0, 0)$
ZZ	$(g/c_W\ ,\ g/c_W)$	$\left(g_V^f\ ,\ g_V^f\right)$	$\left(g_A^f\ ,\ g_A^f\right)$
AZ	$(gs_W Q_f\ ,\ g/c_W)$	$\left(1\ ,\ g_V^f\right)$	$\left(0\ ,\ g_A^f\right)$
ZA	$(g/c_W\ ,\ gs_W Q_f)$	$\left(g_V^f\ ,\ 1\right)$	$\left(g_A^f\ ,\ 0\right)$

(3.47)

En este contexto la transición AZ es igual a la transición ZA, sólo se considera una de ellas. Se encuentra que

$$\overline{\Pi}_{AA}^{ME}(f) = \overline{\Pi}_{AZ}^{ME}(f) = 0 \tag{3.48a}$$

$$\overline{\Pi}_{ZZ}^{ME}(f) = \frac{g^2 m_f^2}{2(4\pi)^2 c_W^2}\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + F_{ZZ}(f) \quad . \tag{3.48b}$$

Para las derivadas

$$\overline{\Pi}'^{ME}_{AA}(f) = -\frac{4g^2 s_W^2 Q_f^2}{3(4\pi)^2}\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + f_{AA}(f) \quad , \tag{3.49a}$$

$$\overline{\Pi}'^{ME}_{ZZ}(f) = -\frac{4g^2\left(g_V^{f\,2} + g_A^{f\,2}\right)}{3(4\pi)^2 c_W^2}\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + f_{ZZ}(f) \quad , \tag{3.49b}$$

$$\overline{\Pi}'^{ME}_{AZ}(f) = -\frac{4g^2 s_W Q_f g_V^f}{3(4\pi)^2 c_W}\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + f_{AZ}(f) \quad . \tag{3.49c}$$

(3.49d)

con las partes finitas dadas por

$$F_{ZZ}(f) = -\frac{g^2 m_f^2}{2(4\pi)^2 c_W^2}\log\left(\frac{m_f^2}{4\pi\Omega^2}\right) \quad , \tag{3.50a}$$

$$f_{AA}(f) = \frac{4g^2 s_W^2 Q_f^2}{3(4\pi)^2}\left(6\log\left[\frac{m_f^2}{4\pi\Omega^2}\right] + 1\right) \quad , \tag{3.50b}$$

$$f_{ZZ}(f) = \frac{4g^2}{3(4\pi)^2 c_W^2}\left(\left(g_V^{f\,2} + g_A^{f\,2}\right)\log\left[\frac{m_f^2}{4\pi\Omega^2}\right] + g_A^{f\,2}\right) \quad , \tag{3.50c}$$

$$f_{AZ}(f) = \frac{4g^2 s_W Q_f g_V^f}{3(4\pi)^2 c_W}\log\left(\frac{m_f^2}{4\pi\Omega^2}\right) \quad . \tag{3.50d}$$

3.1.3. Los parámetros S, T y U, contribución fermiónica del Modelo Estándar

Sustituyendo los valores encontrados para las autoenergías en las expresiones (3.34), se verifica que los parámetros oblicuos S, T y U son finitos cuando:

1. Se suma la contribución de todos los quarks, tipo up y tipo down en las autoenergías de las corrientes neutras y sobre todas las combinaciones de sabor en la autoenergía del W.

2. Se usa la unitariedad de la matriz CKM, esto es

$$\begin{aligned}\sum_C K_{AC}K^*_{BC} &= \sum_C K_{AC}(K^\dagger)_{CB} \\ &= \delta_{AB} \quad .\end{aligned} \tag{3.51}$$

y la traza

$$\sum_{A,C} K_{AC}K^*_{AC} = 3 \quad . \tag{3.52}$$

A diferencia del sector de quarks, en el sector leptónico no existe cambio de sabor. Sin embargo, en este contexto, los parámetros oblicuos son finitos al sumar la contribución de las tres familias leptónicas, esto incluye a todos los neutrinos en la autoenergía del Z. Bajo las condiciones anteriores, se encuentra que, para el sector de quarks:

$$\alpha S^{ME} = 4s_W^2 c_W^2 \sum_{f=U,D}\left[f_{ZZ}(f) - \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W} f_{ZA}(f) - f_{AA}(f)\right] \quad , \tag{3.53a}$$

$$\alpha T^{ME} = \sum_{A,C}\frac{F_{WW}(u_A, d_C)}{m_W^2} - \sum_{f=U,D}\frac{F_{ZZ}(f)}{m_Z^2} \quad , \tag{3.53b}$$

$$\alpha U^{ME} = 4s_W^2 \sum_{f=U,D}\left[f_{WW}(f) - c_W^2 f_{ZZ}(f) - 2s_W c_W f_{ZA}(f) - s_W^2 f_{AA}(f)\right] \quad , \tag{3.53c}$$

donde $U = u, c, t$ y $D = d, s, b$. Finalmente, aunque las expresiones (3.53) son finitas, aún dependen del parámetro de regularización dimensional Ω^2. Para poder eliminarlo es necesario fijar una escala de energía, usualmente se toma la escala del experimento m_E. Usando la siguiente identidad en los logaritmos que aparecen en (3.41), (3.44) y (3.50):

$$\log\left(\frac{\bar{\Delta}_{W_Q}}{4\pi\Omega^2}\right) = \log\left(\frac{\bar{\Delta}_{W_Q}}{m_E^2}\right) + \log\left(\frac{m_E^2}{4\pi\Omega^2}\right) \quad , \tag{3.54a}$$

$$\log\left(\frac{m_f^2}{4\pi\Omega^2}\right) = \log\left(\frac{m_f^2}{m_E^2}\right) + \log\left(\frac{m_E^2}{4\pi\Omega^2}\right) \quad , \tag{3.54b}$$

se elimina al parámetro Ω^2 de las expresiones (3.53). Peskin y Takeuchi definieron sus parámetros en la escala electrodébil, de ahora en adelante se utilizará como escala de energía m_E a la masa del Z.

3.2. Los parámetros de oblicuos en el Modelo Estándar Extendido

Se calcula la contribución del sector de Yukawa del MEE a los parámetros S, T y U. El cálculo se realiza hasta orden $\hat{\lambda}^2$; el orden $\hat{\lambda}^0$ no es considerado ya que corresponde a la contribución del ME.

Es menester mencionar que, dado que los cálculos contienen integrales divergentes e interacciones de naturaleza quiral, una cantidad de problemas no triviales surgen en el uso de métodos

de regularización. Por ejemplo, utilizar el método de Pauli-Villars [37] induciría inconsistencias al hacer traslaciones del tipo $k \to k + xq$. Por otro lado, de manera más popular, se tiene el método de regularización dimensional. Este método ofrece una salida relativamente rápida al cálculo de amplitudes divergentes, y aparentemente preserva todas las simetrías, pero presenta incosistencias cuando de campos quirales se trata. La imposibilidad de definir una expresión para γ^5 para dimensiones que no sean pares y que anticonmute con el resto de las matrices de Dirac, conduce a problemas graves como violación explícita de la simetría de norma[1] . Este problema está ligado a la anomalía quiral [38]. En el ME, estas anomalías se anulan al sumar sobre todas las familias de fermiones [39]. Aunque, sin una demostración formal, en el MEE también se espera una cancelación de las anomalías quirales debido a que comparte la misma estructura de norma del ME [10].

Una enorme cantidad de trabajos han sido propuestos para hacer una extensión análitica de la matriz γ^5 [40]. En [41], F. Jegerlehner, aborda las inconsistencias al tratar de crear una representación D dimensional ($D \neq$ par) de la matriz γ^5 que satisfaga todas las simetrías. Sin embargo, también presenta una salida a este problema de tal forma que no se necesita renunciar al método de RD y conserva la anticonmutatividad de la matriz γ^5. El esquema indica que esta matriz debe de tratarse como un objeto anticonmutante cuadridimensional desde el inicio, además, es necesario sumar la circulación en ambos sentidos en la línea fermiónica del lazo para satisfacer la simetría de Bose. En los cálculos posteriores se trabaja bajo esta prescripción.

Una vez clarificado el esquema a seguir, es útil mencionar que la parte transversal de las autoenergías a orden $\hat{\lambda}$ es nula. En efecto, considere de manera genérica la siguiente amplitud:

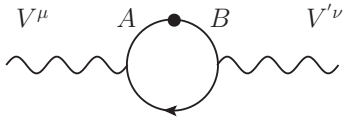


Figura 3.4: Forma genérica de las autoenergías a orden $\bar{\lambda}$.

donde V, V' representan a cualquier bosón electrodébil. Implementando RD y parametrización a la Feynman, se tiene que

$$\Pi_{VV'} \sim \hat{\lambda} K \int dV \int d^D k \frac{N_{\hat{\lambda}}}{\left[k^2 - \Delta\right]^3} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} \quad , \tag{3.55}$$

con K una constante adimensional que depende de las constantes de acoplamiento. Las autoenergías tienen dimensiones de masa al cuadrado. Dado que $\hat{\lambda}$ tiene dimensiones de masa, el numerador $N_{\hat{\lambda}}$ debe tener dimensiones de masa al cubo. Dentro de este término se encuentra una matriz $\left(Y_f\right)_{\alpha\beta}$ debidamente contraída con otras formas de Lorentz. Las únicas posibilidades de formar un escalar de estas dimensiones es a través de las siguientes combinaciones:

$$N_\lambda = \begin{cases} m^3 g_{\alpha\beta} Y_f^{\alpha\beta} \, , \\ m q_\alpha q_\beta Y_f^{\alpha\beta} \, , \\ m k_\alpha k_\beta Y_f^{\alpha\beta} \, , \\ m k_\alpha q_\beta Y_f^{\alpha\beta} \, , \end{cases} \tag{3.56}$$

[1] Este problema no trasciende a las polarizaciones del vacío a un lazo encontradas la sección 3.1.3. En estas amplitudes, la traza de un número impar de matrices γ^5 arroja términos proporcionales al tensor $\epsilon^{\mu\nu\cdots}$, los cuales son ignorados puesto que las autoenergías dependen tensorialmente de los términos simétricos $g^{\mu\nu}$ y $q^\mu q^\nu$

con m alguna masa. Las tres primeras opciones son nulas por la contracción de un tensor simétrico con uno antisimétrico, la última se anula por la integración de un producto impar de componentes de k.

La conclusión fundamental obtenida en 3.1.3 dicta que en el contexto del ME, los PPT son finitos al sumar la contribución de todas las familias fermiónicas. La contribución del sector de quarks, requirió de la unitariedad de la matriz CKM. La naturaleza de esta transformación es consistente con la transición de estados a nivel cuántico, donde las únicas transformaciones permitidas son unitarias, o a lo más antiunitarias. En el MEE la mezcla de sabor se manifiesta en el vértice (2.3), a través de las componentes $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$. De manera análoga a la matriz CKM, estas matrices deben de ser unitarias. Por otra parte, a través de los índices de Lorentz, $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$ denota colectivamente a 6 matrices, de manera similar al tensor electromagnético $F_{\mu\nu}$, que encripta a los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$, a través de 6 componentes dadas por:

$$F_{0i} = E_i \quad , \tag{3.57a}$$

$$F_{ij} = -\epsilon_{ijk} B_k \quad . \tag{3.57b}$$

Como $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$ y $F_{\mu\nu}$ son tensores antisimétricos en los índices de Lorentz, y tienen la misma ley de transformación (de observador), se propone la siguiente parametrización

$$Y_{f\,0i}^{AB} = e_{f\,i}^{AB} \quad , \tag{3.58a}$$

$$Y_{f\,ij}^{AB} = -\epsilon_{ijk} b_{f\,k}^{AB} \quad . \tag{3.58b}$$

con $i, j, k = 1, 2, 3$. Donde $e_{f\,i}^{AB}$ y $b_{f\,i}^{AB}$ son las componentes de matrices unitarias en el espacio de sabor de dimensión 3×3. Por otro lado, se definen los tensores duales como

$$\tilde{F}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \tag{3.59}$$

$$\tilde{Y}_{f\,\mu\nu}^{AB} \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \tilde{Y}_{f}^{AB\,\alpha\beta} \tag{3.60}$$

Al igual que con la matriz CKM, resulta útil calcular la traza del producto de $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$ con su conjugado; la traza corre sobre los índices de Lorentz y los índices de sabor:

$$\mathrm{Tr}\left[Y_f^{AB} Y_f^{AB*}\right] \equiv \sum_{A,B} Y_{f\,\mu\nu}^{AB} Y_f^{AB*\mu\nu} \quad . \tag{3.61}$$

Usando la parametrización (3.58) se encuentra que

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}\left[Y_f^{AB} Y_f^{AB*}\right] &= -2 \sum_i \sum_{A,B} \left[e_{f\,i}^{AB} e_{f\,i}^{AB*} - b_{f\,i}^{AB} b_{f\,i}^{AB*}\right] \\
&= -2 \sum_i \sum_{A,B} \left[e_{f\,i}^{AB} \left(e_{f\,i}^{\dagger}\right)^{BA} - b_{f\,i}^{AB} \left(b_{f\,i}^{\dagger}\right)^{BA}\right] \\
&= -2 \sum_i \sum_{A} \left[\delta^{AA} - \delta^{AA}\right] \\
&= 0 \quad .
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Si se desea cambiar de la parametrización (3.58) a cualquier otra, es necesario que esta sea a través de transformaciones unitarias en el espacio de sabor sobre las matrices $Y_{f\,\mu\nu}$. La traza

(3.62) es un invariante bajo estas transformaciones, por lo que mantiene su valor nulo en cualquier base.

En lo posterior, se calcularán las autoenergías a orden $\hat{\lambda}^2$ sumando sobre todos los sabores. Cualquier término que no dependa de los índices de sabor y que sea proporcional a (3.61) será nulo. El parámetro de corrección de unidades Ω^2 se removerá fijando la escala de energía $m_E = m_Z$, de la misma forma que en (3.54).

3.2.1. Autoenergía del W. Orden $\hat{\lambda}^2$

La contribución del MEE a la autoenergía del W con transiciones a orden $\hat{\lambda}^2$ de quarks del tipo up[2] está dada por la siguiente amplitud:

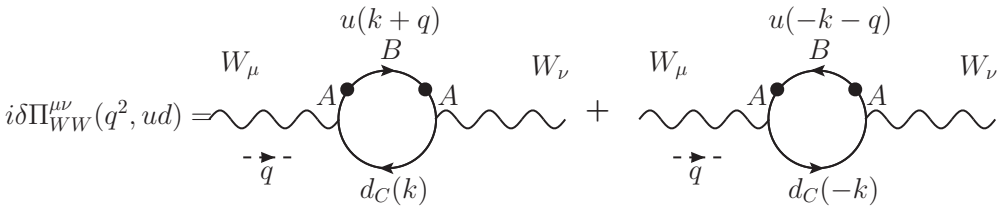


Figura 3.5: Autoenergía del W, orden $\hat{\lambda}^2$.

donde:

$$
\begin{aligned}
i\delta\Pi^{\mu\nu}_{WW}(q^2, ud) = (-1) \sum_{A,B,C} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[\left(-i\frac{gK_{AC}}{\sqrt{2}}\gamma^\mu P_L\right) i\frac{\Lambda_C}{\Delta_C}\left(-i\frac{gK^*_{AC}}{\sqrt{2}}\gamma^\nu P_L\right) i\frac{\Lambda_A}{\Delta_A}(-i\hat{\lambda}Y_U^{BA}) i\frac{\Lambda_B}{\Delta_B}(-i\hat{\lambda}Y_U^{AB}) i\frac{\Lambda_A}{\Delta_A}\right] \\
+ (-1) \sum_{A,B,C} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathrm{Tr}\left[\left(-i\frac{gK_{AC}}{\sqrt{2}}\gamma^\mu P_L\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A}{\Delta_A}(-i\hat{\lambda}Y_U^{BA}) i\frac{\tilde{\Lambda}_B}{\Delta_B}(-i\hat{\lambda}Y_U^{AB}) i\frac{\tilde{\Lambda}_A}{\Delta_A}\left(-i\frac{gK^*_{AC}}{\sqrt{2}}\gamma^\nu P_L\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_C}{\Delta_C}\right] \\
+ (A \leftrightarrow B) \quad ,
\end{aligned}
\tag{3.63}
$$

con

$$\Lambda_{A,B} = \not{k} + \not{q} + m_{u_{A,B}} \quad , \quad \tilde{\Lambda}_{A,B} = -\not{k} - \not{q} + m_{u_{A,B}} \quad , \quad \Delta_{A,B} = (k+q)^2 - m^2_{u_{A,B}} \tag{3.64a}$$

$$\Lambda_C = \not{k} + m_{d_C} \quad , \quad \tilde{\Lambda}_C = -\not{k} + m_{d_C} \quad , \quad \Delta_C = k^2 - m^2_{d_C} \tag{3.64b}$$

Un análisis a la parte divergente de la amplitud arroja que

$$\delta\overline{\Pi}_{WW}(ud) = \frac{m_W^2}{12\pi^2}\mathrm{Tr}\left[Y_U^{AB}Y_U^{*AB}\right]\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) + (\text{Términos finitos}) \, . \tag{3.65}$$

Utilizando la condición (3.62) se concluye que $\delta\overline{\Pi}_{WW}(ud)$ es finito. Tomando la parte real de

[2] Para las transiciones del tipo down hay que hacer el intercambio $u \to d$, $d \to u$ y $Y_U \to Y_D$. Para los leptones sólo es necesario hacer las sustituciones (3.39) y cambiar $Y_U \to Y_L$.

esta amplitud, se tiene que

$$\delta\overline{\Pi}_{WW}(ud) = \frac{m_W^2}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]W_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]W_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}W_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B) \quad . \tag{3.66}$$

Para la derivada se tiene una expresión similar:

$$\delta\overline{\Pi}'_{WW}(ud) = \frac{m_W^2}{\pi^2 m_Z^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]w_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]w_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}w_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B) \quad . \tag{3.67}$$

Los coeficientes W_i^{AB} y w_i^{AB} son reales y su forma explícita se encuentra en el Apéndice C.

3.2.2. Autoenergía de las corrientes neutras. Orden $\hat{\lambda}^2$

La autoenergía de los bosones neutros se obtiene al sumar los diagramas de la figura 3.6.

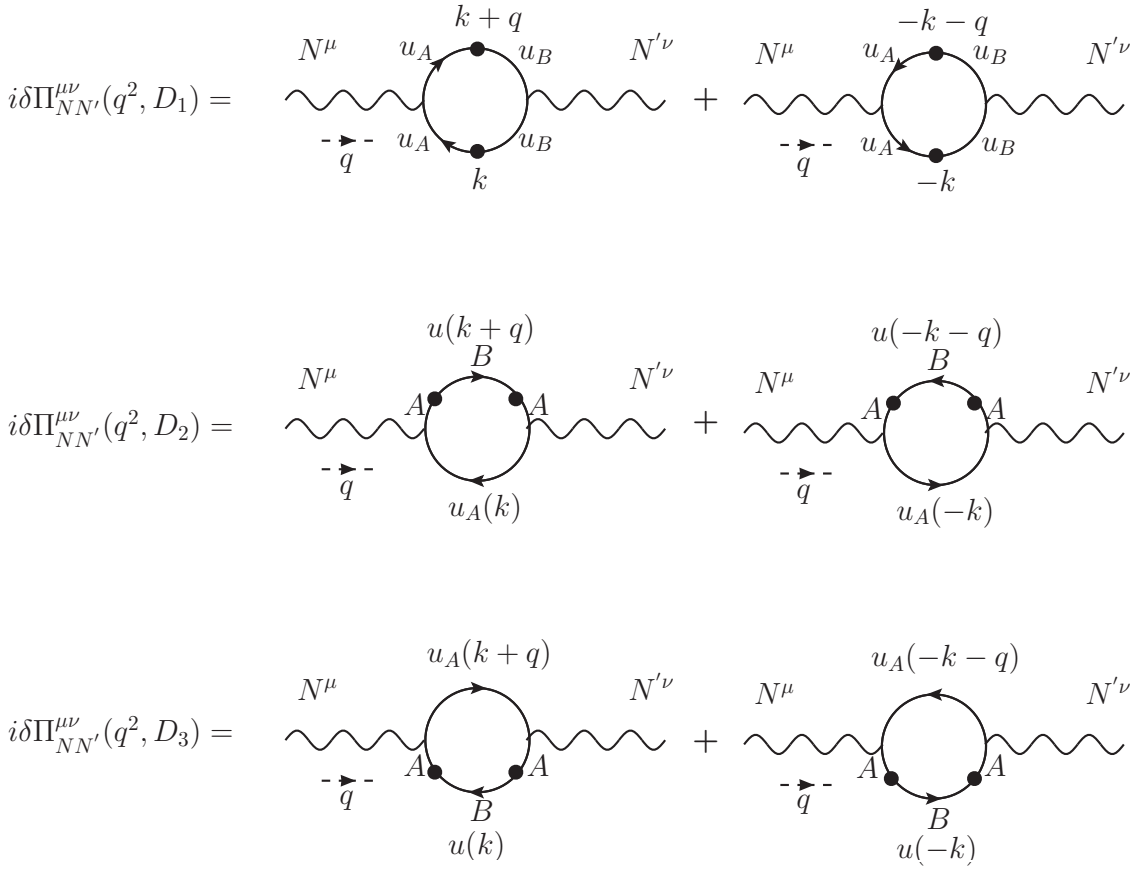


Figura 3.6: Autoenergía de las corrientes neutras, orden $\hat{\lambda}^2$.

Donde

$$
\begin{aligned}
i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_1) = (-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\Lambda_A(k)}{\Delta_A(k)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\Lambda_B(k)}{\Delta_B(k)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\Lambda_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\Lambda_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}\right] \\
+(-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\tilde{\Lambda}_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_B(k)}{\Delta_B(k)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k)}{\Delta_A(k)}\right] \\
+(A\leftrightarrow B) \quad ,
\end{aligned}
\tag{3.68a}
$$

$$
\begin{aligned}
i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_2) = (-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\Lambda_A(k)}{\Delta_A(k)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\Lambda_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\Lambda_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\Lambda_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}\right] \\
+(-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\tilde{\Lambda}_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k)}{\Delta_A(k)}\right] \\
+(A\leftrightarrow B) \quad ,
\end{aligned}
\tag{3.68b}
$$

$$
\begin{aligned}
i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_3) = (-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\Lambda_A(k)}{\Delta_A(k)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\Lambda_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\Lambda_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\Lambda_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}\right] \\
+(-1)\sum_{A,B}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\left(iV^{\mu}_{N}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{AB})i\frac{\tilde{\Lambda}_B(k+q)}{\Delta_B(k+q)}(-i\hat{\lambda}Y_f^{BA})i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k+q)}{\Delta_A(k+q)}\left(iV^{\nu}_{N'}\right) i\frac{\tilde{\Lambda}_A(k)}{\Delta_A(k)}\right] \\
+(A\leftrightarrow B) \quad .
\end{aligned}
\tag{3.68c}
$$

con

$$
\begin{aligned}
\Lambda_A(k) &= \not{k} + m_{f_A} \quad , && (3.69a)\\
\tilde{\Lambda}_A(k) &= -\not{k} + m_{f_A} \quad , && (3.69b)\\
\Delta_A(k) &= k^2 - m^2_{f_A} \quad . && (3.69c)
\end{aligned}
$$

Las matrices Y_f toman sus valores $Y_{L,U,D}$, dependiendo del tipo de transición que esté ocurriendo en el lazo. La contribución total a las corrientes neutras es

$$
i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,f) = i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_1) + i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_2) + i\delta\Pi^{\mu\nu}_{NN'}(q^2,D_3) \quad . \tag{3.70}
$$

Los vértices V^{μ}_{N}, $V^{\nu}_{N'}$ son los mismos que en (3.46). Como en el caso de la autoenergía del W, es conveniente analizar la parte divergente de cada una de las amplitudes.

- **Divergencia UV de la amplitud $\mathbf{D_1}$.** La parte divergente de $\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_1)$ está dada por:

$$
\mathrm{Div}\left[\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_1)\right] = \frac{12inn'}{\pi^2}\left(av' - a'v\right)\left(\tilde{Y}_U^{AB}Y_U^{*AB} + \tilde{Y}_U^{BA}Y_U^{*BA}\right)\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) \quad . \tag{3.71a}
$$

De acuerdo a los valores para las corrientes neutras de la tabla (3.47), para $NN' = AA, ZZ$:

$$
\mathrm{Div}\left[\delta\overline{\Pi}_{AA}(D_1)\right] = \mathrm{Div}\left[\delta\overline{\Pi}_{ZZ}(D_1)\right] = 0 \quad . \tag{3.71b}
$$

Sin embargo, a diferencia del ME, en el MEE existe una asimetría en la transición $A-Z$ con

respecto a la transición $Z-A$. Por lo que es necesario sumar ambas amplitudes. Denotando

$$\delta\overline{\Pi}_{\underline{AZ}}(D_1) = \delta\overline{\Pi}_{AZ}(D_1) + \delta\overline{\Pi}_{ZA}(D_1) \quad , \tag{3.71c}$$

es inmediato ver que

$$\mathrm{Div}\left[\delta\overline{\Pi}_{\underline{AZ}}(D_1)\right] = 0 \quad . \tag{3.71d}$$

Se concluye que la amplitud $\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_1)$ es finita.

- **Divergencia UV de las amplitudes $\mathbf{D_2}$ y $\mathbf{D_3}$.** En $q^2 = 0$ se encuentra que

$$\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_2) = \delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_3) \quad . \tag{3.72a}$$

Además

$$\begin{aligned}\mathrm{Div}\left[\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_2)\right] &= -\frac{12nn'}{\pi^2}\left(aa' - vv'\right)\mathrm{Tr}\left[Y_U^{AB}Y_U^{*AB}\right]\left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E\right) \\ &= 0 \quad .\end{aligned} \tag{3.72b}$$

Se concluye que las amplitudes $\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_2)$ y $\delta\overline{\Pi}_{NN'}(D_3)$ son finitas.

Luego, se encuentra que:

$$\delta\overline{\Pi}_{AA}(u) = \frac{Q_f^2 m_W^2 s_W^2}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]F_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]F_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}F_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.73a}$$

$$\delta\overline{\Pi}_{ZZ}(u) = \frac{m_Z^2}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]Z_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]Z_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}Z_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.73b}$$

$$\delta\overline{\Pi}_{\underline{AZ}}(u) = \frac{m_Z^2 s_W c_W}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]G_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]G_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}G_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,. \tag{3.73c}$$

Para las derivadas:

$$\delta\overline{\Pi}'_{AA}(u) = \frac{Q_f^2 m_W^2 s_W^2}{\pi^2 m_Z^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]f_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]f_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}f_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.74a}$$

$$\delta\overline{\Pi}'_{ZZ}(u) = \frac{1}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]z_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]z_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}z_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.74b}$$

$$\delta\overline{\Pi}'_{\underline{AZ}}(u) = \frac{s_W c_W}{\pi^2}\sum_{A,B}\left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB}\mathrm{Y}_U^{BA}\right]g_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB}Y_U^{BA}\right]g_2^{AB} + Y_U^{AB}Y_U^{*AB}g_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,. \tag{3.74c}$$

La forma explícita de los coeficientes F_i^{AB}, f_2^{AB}, Z_i^{AB}, z_i^{AB}, G_i^{AB} y g_i^{AB} está en el Apéndice C.

3.2.3. Los parámetros S, T y U, contribución fermiónica del Modelo Estándar Extendido

Una vez obtenidas las autoenergías de los bosones electrodébiles, se encuentra que los parámetros oblicuos S, T y U toman la siguiente forma

$$S^{\mathrm{MEE}}(u) = \sum_{A,B} \left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB} \mathrm{Y}_U^{BA}\right] S_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB} Y_U^{BA}\right] S_2^{AB} + Y_U^{AB} Y_U^{*AB} S_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.75a}$$

$$T^{\mathrm{MEE}}(u) = \sum_{A,B} \left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB} \mathrm{Y}_U^{BA}\right] T_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB} Y_U^{BA}\right] T_2^{AB} + Y_U^{AB} Y_U^{*AB} T_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,, \tag{3.75b}$$

$$U^{\mathrm{MEE}}(u) = \sum_{A,B} \left[\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{AB} \mathrm{Y}_U^{BA}\right] U_1^{AB} + \mathrm{Re}\left[Y_U^{AB} Y_U^{BA}\right] U_2^{AB} + Y_U^{AB} Y_U^{*AB} U_3^{AB}\right] + (A \leftrightarrow B)\,. \tag{3.75c}$$

donde S_i^{AB}, T_i^{AB} y U_i^{AB} son combinaciones de los coeficientes de las autoenergías y sus derivadas cuando estas se sutituyen en las definiciones. Las expresiones (3.75) denotan la contribución de las transiciones tipo up, expresiones similares se obtienen para las transiciones tipo down y leptónicas. En el capítulo 4 se presentan los resultados numéricos. Considerando que existe un punto de comparación con la contribución del ME, es preciso abrir un paréntesis para presentar las características propias de cada modelo así como también sus semejanzas. Esta discusión se aborda en la siguiente sección.

3.3. Aspectos generales del cálculo

Una serie de aspectos interesantes surgen de los cálculos de las secciones anteriores. En resumen:

En el contexto del Modelo Estándar:

1. La contribución fermiónica del MEE a las autoenergías A, W, Z, AZ es divergente. Además, la transición AZ es igual a la transición ZA.

2. Los PPT son finitos si, para el sector de quarks:

   I) Se suma la contribución de todos los quarks tipo up y down en las autoenergías neutras, y todas las transiciones de sabor en la autoenergía del W.

   II) Se utiliza la unitariedad de la matriz CKM.

   En el caso leptónico no existe cambio de sabor. En este caso, la anulación de las divergencias UV en los PPT ocurre de familia en familia, i.e. la contribución de cada familia leptónica sobre las autoenergías de los bosones electrodébiles, aunque divergente, dará PPT finitos.

3. En el límite de masas degeneradas, para una sola familia[3], se obtiene el límite $\Delta m = 0$ de (3.37):

$$S = \frac{1}{6\pi} \quad , \; T = 0 \quad , \; U = 0 \;. \tag{3.76}$$

[3] Para los quarks esto corresponde a tomar: $X_u = X_d$ y $|K_{ud}|^2 = 1$.
Para el sector leptónico: $m_l = m_{\nu_l}$. Se obtiene lo mismo cuando $m_{\nu_l} \neq 0$, o cuando se toma el límite $m_{\nu_l} \to 0$.

En el contexto del Modelo Estándar Extendido:

4. A diferencia del ME, las autoenergías $\delta\Pi_{WW}$, $\delta\Pi_{AA}$, $\delta\Pi_{ZZ}$ son finitas por sí solas si:

   I) Se suman todas las transiciones de sabor generadas por las matrices CKM y Y_U o Y_D (dependiendo del tipo de transición que ocurra en los propagadores fermiónicos). En el sector leptónico también es necesario sumar las transiciones de sabor. Pero, éstas sólo son generadas por las componentes de sabor de Y_L.

   II) Para el sector de quarks, se utiliza la unitariedad de las matrices CKM y $Y_{U,D}$. Para el sector leptónico, la unitariedad de Y_L.

   La amplitud $\delta\Pi_{\underline{AZ}}$ es finita al sumar las transiciones AZ y ZA, no por la unitariedad de la matriz Y_f (ecuación (3.71a)). Sin embargo por completez, se suman también todas las transiciones de sabor generadas por las matrices $Y_{L,U,D}$, dependiendo el caso.

5. En el límite de masas degeneradas, por ejemplo, para el sector de quarks, $Y_{U,D}^{AB} \to Y_{U,D}^{AA}$, $m_{u_A} = m_{u_B} = m_{d_C} =, m_A$ y $|K_{ud}|^2 = 1$, sumando la contribución de transiciones up y down:

$$S = \frac{m_Z^2}{m_A^2} \sum_{f=U,D} \left(s_1^f \mathrm{Im}[\tilde{Y}_f^{AA} Y_f^{AA}] + s_2^f \mathrm{Re}[Y_f^{AA} Y_f^{AA}] + s_3^f Y_f^{AA} Y_f^{AA*} \right) , \tag{3.77a}$$

$$T = \log(X_A)(t_1^U Y_U^{AA} Y_U^{AA*} + t_2^D Y_D^{AA} Y_D^{AA*}) + \sum_{f=U,D} \left(t_2^f \mathrm{Im}[\tilde{Y}_f^{AA} Y_f^{AA}] + t_3^f Y_f^{AA} Y_f^{AA*} \right) , \tag{3.77b}$$

$$U = \frac{m_Z^2}{m_A^2} \sum_{f=U,D} \left(u_1^f \mathrm{Im}[\tilde{Y}_f^{AA} Y_f^{AA}] + u_2^f \mathrm{Re}[Y_f^{AA} Y_f^{AA}] + u_3^f Y_f^{AA} Y_f^{AA*} \right) . \tag{3.77c}$$

Los coeficientes s_i^f, t_i^f y u_i^f son constantes diferentes de cero. A este respecto, recobrar un resultado equivalente a (3.76), dictaría una relación entre las componentes de las matrices diagonales de Y_U y Y_D en dicho límite. Con respecto al método de regularización, se abre una discusión importante. Aunque se haya ocupado un esquema *compatible* con la simetría quiral, aparentes manifestaciones de esta anomalía se mantienen en la amplitud tensorial. Estas ambigüedades vienen de amplitudes divergentes proporcionales a trazas del tipo

$$\mathrm{Tr}\left[\gamma^{N_1} \ldots \gamma^5 \ldots \gamma^{N_n}\right] \quad , \quad \text{para} \quad n = 4, 6, ... \tag{3.78}$$

Siguiendo el esquema de [41], al tratar a γ^5 como un objeto anticonmutante cuadridimensional, en el límite $D \to 0$, la traza será proporcional a tensores de Levi-Civita. En las corrientes neutras, el único término de este tipo aparece en el diagrama D_1; esta anomalía contribuye de manera divergente a la amplitud $\Pi_{NN'}$, ecuación (3.71a), pero, se anula al tomar los valores de a, a', v, v' para Π_{AA}, Π_{ZZ} y $\Pi_{\underline{AZ}}$. Muy por el contrario, en la amplitud Π_W, las anomalías contribuyen de manera finita. Estas provienen de integrales de la forma

$$(D-4) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\left(k^2\right)^2}{\left[k^2 - \Delta\right]^4} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} \mathrm{Tr}\left[\gamma^5 \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\lambda \gamma^\rho\right] Y_{\alpha\beta}^{AB} Y_{\lambda\rho}^{AB*} \quad . \tag{3.79}$$

Se encuentra que la contribución anómala total a $\delta\Pi_{WW}$ es

$$\mathrm{Anom}\left[\delta\overline{\Pi}_{WW}(u,d)\right] = -\frac{i m_W^2}{8\pi^2} \sum_{A,B} \epsilon^{\alpha\beta\lambda\rho} Y_{f\,\alpha\beta}^{AB} Y_{f\,\lambda\rho}^{AB*} \quad . \tag{3.80}$$

A diferencia de las corrientes neutras, (3.80) no se anula por la unitariedad de Y_f. A pesar de todo, este término no representa ninguna ambigüedad y puede ser eliminado de los cálculos.

Una manera de hacerlo es considerando que las amplitudes $\Pi^{\mu\nu}_{VV'}$ son reales, que es precisamente el esquema que sigue este trabajo. De otra manera, dado que las integrales divergentes son logarítmicas, es fácil convencerse de que la parte transversal y longitudinal de $\delta\Pi^{\mu\nu}_{VV'}$, son independientes de la masa de los fermiones internos y de las componentes del momento externo q. Cualquier contribución anómala tomará un valor constante de la forma (3.80). Esto induce un desplazamiento sobre la parte transversal de las autoenergías, el cual puede ser eliminado por renormalización de la masa de los bosones de norma.

A nivel de acción clásica, el lagrangiano $\mathscr{L}^{MEE}_{\text{Yukawa}}$ es invariante bajo transformaciones de Lorentz. Los efectos de VSL se aprecian dinámicamente en las ecuaciones de movimiento; en el caso de la electrodinámica clásica sin fuentes, los coeficientes de VSL generan ecuaciones inhomogéneas de Maxwell. Kostelecký y Colladay mostraron que, bajo ciertas suposiciones, las soluciones a estas ecuaciones corresponden a la propagación del campo electromagnético en un medio birrefringente. Entonces, a nivel macroscópico, el rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz genera un vacío birrefringente. A nivel cuántico, los efectos de la VSL sobre la propagación de los campos A, $W^{\pm}$, Z y AZ, debe estar presente en sus autoenergías. La forma general de las amplitudes $\Pi^{\mu\nu}_{VV'}$ es

$$\Pi^{\mu\nu}_{VV'} = \Pi_{VV'} g^{\mu\nu} - \Delta(q^2) q^\mu q^\nu \tag{3.81}$$

con q el momento externo. Entonces, cualquier contribución proporcional a tensores antisimétricos en los índices externos μ, ν, como por ejemplo: $\epsilon^{\mu\nu\cdots}$, consistentemente, tiene que eliminarse en forma exacta. Ahora bien, el MEE induce una estructura tensorial simétrica más amplia sobre las autoenergías. Esta se divide en una parte isotrópica $(\text{IS})^{\mu\nu}$ y una anisotrópica $(\text{AS})^{\mu\nu}$:

$$\delta\Pi^{\mu\nu}_{VV'} = (\text{IS})^{\mu\nu} + (\text{AS})^{\mu\nu} \tag{3.82}$$

donde

$$(\text{IS})^{\mu\nu} \equiv \delta\Pi_{VV'} g^{\mu\nu} - \Delta(q^2) q^\mu q^\nu \quad . \tag{3.83}$$

En la tabla 3.1 se muestran las estructuras covariantes que aparecen en las autoenergías[4] $\Pi^{\mu\nu}_{VV'}$. Los términos isotrópicos aparecen en los coeficientes $\Pi_{VV'}$ y $\Delta(q)$, estos son únicamente productos cuadráticos de las componentes de las matrices $Y_f^{\alpha\beta}$, los cuales son invariantes bajo transformaciones de observador y de partícula. En cambio, los escalares de Lorentz de la parte anisótrópica, aunque son invariantes bajo transformaciones de observador, dependen de la dirección relativa entre las componentes del cuadrimomento q y los campos de fondo $Y_f^{\alpha\beta}$. Luego, en [16] Kostelecký, Charles D. Lane y Austin G. M. Pickering, bajo suposiciones sobre la dimensionalidad de las matrices $H_{\mu\nu}$ de QED para un fermión, dedujeron que su contribución a la autoenergía del fotón es finita. En dicho artículo, sólo implementan correcciones con coeficientes lineales de VSL. Las identidades de Ward-Takahashi se satisfacen en las amplitudes divergentes y posteriormente una renormalización completa de QED es implementada. En contraste, en esta tesis, las correcciones son cuadráticas en los coeficientes de VSL, lo cual induce efectos sobre la estructura covariante reflejados en (3.82); a pesar de ello, al igual que en el artículo recien citado, la autoenergía del fotón es finita. Un estudio detallado de las identidades de Ward-Takahashi y Slavnov-Taylor debe implementarse, no obstante, esto escapa a los propósitos iniciales de este trabajo.

Finalmente, aunque en el ME es necesario sumar las contribuciones tipo up y down para eliminar las divergencias UV en los PPT, en el MEE no es necesario ya que las autoenergías son finitas. Uno de los propósitos de esta tesis, es establecer cotas sobre el orden de magnitud de los

[4] Por simplicidad se ha omitido la etiqueta f.

Isotrópica ($\mathrm{IS}^{\mu\nu}$)	**Anisotrópica** ($\mathrm{AS}^{\mu\nu}$)
$Y^{AB}_{\alpha\beta} Y^{BA\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta Y^{AB\,\alpha\mu} Y^{BA\,\beta\nu}$
$Y^{AB*}_{\alpha\beta} Y^{BA*\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta Y^{AB*\,\alpha\mu} Y^{BA*\,\beta\nu}$
$Y^{AB}_{\alpha\beta} Y^{AB*\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta Y^{AB\,\alpha\mu} Y^{AB*\,\beta\nu}$
$\tilde{Y}^{AB}_{\alpha\beta} Y^{BA\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta \tilde{Y}^{AB\,\alpha\mu} Y^{BA\,\beta\nu}$
$\tilde{Y}^{AB*}_{\alpha\beta} Y^{BA*\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta \tilde{Y}^{AB*\,\alpha\mu} Y^{BA*\,\beta\nu}$
$\tilde{Y}^{AB}_{\alpha\beta} Y^{AB*\,\alpha\beta}$	$q_\alpha q_\beta \tilde{Y}^{AB\,\alpha\mu} Y^{AB*\,\beta\nu}$

Tabla 3.1: Terminos isótropos y anisótropos en las autoenergías.

parámetros del MEE, no obstante, resulta imposible restringirlos todos al mismo tiempo. Para encontrar cotas sobre cada uno de ellos, siguiendo la filosofía de [17], se calculará la contribución fermiónica de cada especie de manera separada. Por ejemplo, si se desean estudiar los efectos de las transiciones tipo up, basta con tomar $Y^{AB}_{D\,\nu\nu} = Y^{AB}_{L\mu\,\nu} = \mathbf{0}$. A pesar de esto existen 72 parámetros encriptados en cada una de estas matrices, 12 provienen a los tensores de Lorentz (6 reales y 6 imaginarios), por 6 correspondientes a los índices de sabor AB. Dicho esto, se considerará de manera separada la contribución de cada transición de sabor. Por ejemplo, si se desea estudiar la transición $u \leftrightarrow t$ en el lazo, sólo deberá considerarse la componente $Y^{ut}_{U\,\alpha\beta}$. Por otro lado, los únicos productos de las componenetes $Y^{AB}_{U\,\alpha\beta}$ que aparecen en las amplitudes $\delta\Pi_{VV'}$ son

$$\mathrm{P}_1 \equiv \mathrm{Im}\left[\tilde{Y}^{AB}_f \mathrm{Y}^{BA}_f\right] = 2\sum_{i=1}^{3} \mathrm{Im}\left[e^{AB}_{f\,i} b^{BA}_{f\,i} + e^{BA}_{f\,i} b^{AB}_{f\,i}\right] \quad , \tag{3.84a}$$

$$\mathrm{P}_2 \equiv \mathrm{Re}\left[Y^{AB}_f \mathrm{Y}^{BA}_f\right] = -2\sum_{i=1}^{3} \mathrm{Re}\left[e^{AB}_{f\,i} e^{BA}_{f\,i} - b^{AB}_{f\,i} b^{BA}_{f\,i}\right] \quad , \tag{3.84b}$$

$$\mathrm{P}_3 \equiv Y^{AB}_f Y^{AB*}_f = -2\sum_{i=1}^{3} \left[e^{AB}_{f\,i} e^{AB*}_{f\,i} - b^{AB}_{f\,i} b^{AB*}_{f\,i}\right] \quad ; \tag{3.84c}$$

Los cuales son invariantes de Lorentz. Por otra parte, un boost podría hacer que algunas componentes $e^{AB}_{f\,i}$, $b^{AB}_{f\,i}$ sean relativamente mayores respecto a otras, aunque su suma se mantiene invariante en (3.84). Esta transformación de Lorentz de observador podría generar valores de los parámetros de VSL lo suficientemente largos y estropear el desarrollo perturbativo. Para evitar esto, en [16] restringen estas transformaciones a sistemas concordantes [19] (aquellos en donde la Tierra se mueve de manera no relativista), donde los parámetros de violación son pequeños en comparación a las masas de los fermiones o a su carga Q. Bajo esta prescripción se supondrá que en estos sistemas de referencia:

$$e^{AB}_{f\,x} \approx e^{AB}_{f\,y} \approx e^{AB}_{f\,z} \equiv e^{AB}_f \quad , \tag{3.85a}$$

$$b^{AB}_{f\,x} \approx b^{AB}_{f\,y} \approx b^{AB}_{f\,z} \equiv b^{AB}_f \quad , \tag{3.85b}$$

Por otro lado, en términos de las componentes reales e imaginarias de los números e^{AB}_f y b^{AB}_f

$$e^{AB}_{f\,i} = \mathrm{Re}[e^{AB}_f] + i\mathrm{Im}[e^{AB}_f]\,, \tag{3.86a}$$

$$b^{AB}_{f\,i} = \mathrm{Re}[b^{AB}_f] + i\mathrm{Im}[b^{AB}_f\,, \tag{3.86b}$$

los productos (3.84) se reducen a

$$\mathrm{P}_1 = 12\left(\mathrm{Re}[e_f^{AB}]\mathrm{Im}[b_f^{AB}] + \mathrm{Im}[e_f^{AB}]\mathrm{Re}[b_f^{AB}]\right), \tag{3.87a}$$

$$\mathrm{P}_2 = -6\left(\mathrm{Re}[e_f^{AB}]^2 - \mathrm{Im}[e_f^{AB}]^2 + \mathrm{Im}[b_f^{AB}]^2 - \mathrm{Re}[b_f^{AB}]^2\right), \tag{3.87b}$$

$$\mathrm{P}_3 = -6\left(\mathrm{Re}[e_f^{AB}]^2 + \mathrm{Im}[e_f^{AB}]^2 - \mathrm{Re}[b_f^{AB}]^2 - \mathrm{Im}[b_f^{AB}]^2\right). \tag{3.87c}$$

Para cada transición de sabor, las expresiones (3.87) reducen la cantidad de parámetros a 4. En electrodinámica clásica, cuando los campos eléctrico y magnético se propagan de manera perpendicular, es posible encontrar un sistema de referencia en donde alguno de los dos campos sea nulo. Usando esta analogía, uno podría preguntarse si es posible aplicar una transformación de Lorentz sobre $Y_{f\,\mu\nu}$ y así eliminar las entradas correspondientes a $e_{f\,i}$ o $b_{f\,i}$ en algún sistema S'. Esta discusión será abordada en la siguiente sección.

3.3.1. Reducción de parámetros. MEE.

Aunque $Y_f^{AB\,\mu\nu}$ no sea un campo dinámico como $F^{\mu\nu}$, como 2-tensores de Lorentz, tienen las mismas leyes de transformación, además ambos son antisimétricos. Las componentes del tensor $F^{\mu\nu}$ se transforman como

$$F'^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}{}_{\alpha} F^{\alpha\beta} \Lambda^{\nu}{}_{\beta} \quad , \tag{3.88}$$

Considere ahora un boost de un sistema S' que se mueve a velocidad $\vec{\beta}$ con respecto a un sistema S. La matriz de transformación está dada por [42]:

$$(\Lambda^{\mu}{}_{\alpha}) = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta_1 & -\gamma\beta_2 & -\gamma\beta_3 \\ -\gamma\beta_1 & 1+(\gamma-1)\beta_1^2/\beta^2 & (\gamma-1)\beta_1\beta_2/\beta^2 & (\gamma-1)\beta_1\beta_3/\beta^2 \\ -\gamma\beta_2 & (\gamma-1)\beta_1\beta_2/\beta^2 & 1+(\gamma-1)\beta_2^2/\beta^2 & (\gamma-1)\beta_2\beta_3/\beta^2 \\ -\gamma\beta_3 & (\gamma-1)\beta_1\beta_3/\beta^2 & (\gamma-1)\beta_2\beta_3/\beta^2 & 1+(\gamma-1)\beta_3^2/\beta^2 \end{pmatrix} \tag{3.89}$$

En términos de los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$, la transformación (3.88) luce como

$$\vec{E}' = \gamma\left(\vec{E} + \vec{\beta}\times\vec{B}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{E}\right) \tag{3.90a}$$

$$\vec{B}' = \gamma\left(\vec{B} - \vec{\beta}\times\vec{E}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{B}\right) \tag{3.90b}$$

Dos casos particulares interesantes se desprenden de este punto. Estos se enuncian en las siguientes proposiciones:

- **Proposición 1.** Si en un sistema de referencia S, ocurre que $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0$ y $\vec{E}^2 - \vec{B}^2 > 0$, entonces es posible encontrar un sistema de referencia S' en donde $\vec{B}' = 0$.
- **Proposición 2.** Si en un sistema de referencia S, ocurre que $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0$ y $\vec{B}^2 - \vec{E}^2 > 0$, entonces es posible encontrar un sistema de referencia S' en donde $\vec{E}' = 0$.

La prueba de ambas proposiciones es similar. Para probar la proposición 1, de la hipótesis $\vec{E}^2 - \vec{B}^2 > 0$, se encuentra que

$$1 > \frac{\vec{B}^2}{\vec{E}^2}. \tag{3.91}$$

Por otro lado, eligiendo el boost de tal forma que $\vec{\beta}$ sea perpendicular a $\vec{E}$ y $\vec{B}$, entonces $\vec{B}' = 0$ si de (3.90b):

$$\vec{B} = \vec{\beta} \times \vec{E} \tag{3.92}$$

de donde en principio deberá despejarse $\vec{\beta}$. Tomando el producto cruz con $\vec{E}$ de ambos lados de la ecuación anterior, se encuentra que

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\vec{E}^2} \tag{3.93}$$

Por último, tomando la norma de ambos lados de (3.93) y utilizando la hipótesis (3.91) se deduce que $1 > |\vec{\beta}|$ por lo que el boost existe. Tomando las componentes β_1, β_2 y β_3 de (3.93), se obtiene la forma general para el boost (3.89). Para la proposición (2), la velocidad del boost resulta ser

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\vec{B}^2} \ . \tag{3.94}$$

Aunque lo anterior pueden parecen suposiciones geométricas, tiene un enorme sentido físico si se recuerda que en el vacío los campos electrico y magnético se propagan de manera perpendicular formando una triada ortogonal con su respectivo vector de propagación. En contraste, los campos de fondo del MEE carecen de dinámica, por consiguiente, no es posible establecer una analogía física con el campo electromagnético. No obstante, usando solamente suposiciones geométricas uno podría preguntarse si es posible eliminar en un sistema de referencia las componentes $e^{AB}_{f\,i}$ o $b^{AB}_{f\,i}$ a través de una transformación de Lorentz de observador similar a la ocupada en el ejemplo anterior. En este caso, existe una doble cantidad de componentes al considerar las parte reales e imaginarias de las matrices $e^{AB}_{f\,i}$ y $b^{AB}_{f\,i}$. Garantizar que en un sistema de referencia S' alguno de los dos campos sea nulo, impondrá restricciones sobre la estructura de dichas matrices. La transformación de Lorentz del tensor $Y^{AB}_{f\,\mu\nu}$, se desdoblan en dos grupos:

$$\vec{e}_f{}'^{AB} = \gamma\left(\vec{e}_f^{AB} + \vec{\beta} \times \vec{b}_f^{AB}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta} \cdot \vec{e}_f^{AB}\right) \ , \tag{3.95a}$$

$$\vec{b}_f{}'^{AB} = \gamma\left(\vec{b}_f^{AB} - \vec{\beta} \times \vec{e}_f^{AB}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta} \cdot \vec{b}_f^{AB}\right) \ , \tag{3.95b}$$

y

$$\vec{e}_f{}'^{AB*} = \gamma\left(\vec{e}_f^{AB*} + \vec{\beta} \times \vec{b}_f^{AB*}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\beta \cdot \vec{e}_f^{AB*}\right) \ , \tag{3.96a}$$

$$\vec{b}_f{}'^{AB*} = \gamma\left(\vec{b}_f^{AB*} - \vec{\beta} \times \vec{e}_f^{AB*}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\beta \cdot \vec{b}_f^{AB*}\right) : . \tag{3.96b}$$

suponiendo que, aunque complejos $\vec{e}_f^{AB}$ y $\vec{b}_f^{AB}$ son perpendiculares, y que[5]

$$\sum_i \left[e^{AB}_{f\,i} e^{*AB}_{f\,i} - b^{AB}_{f\,i} b^{*AB}_{f\,i}\right] > 0 \quad , \tag{3.97}$$

[5]Puede considerarse el caso $\sum_i \left[e^{AB}_{f\,i} e^{*AB}_{f\,i} - b^{AB}_{f\,i} b^{*AB}_{f\,i}\right] < 0$. Este será equivalente al enunciado de la proposición 2.

entonces ocurre que

$$1 > \frac{\sum_i \left[b_{f\,i}^{AB} b_{f\,i}^{*AB} \right]}{\sum_i \left[e_{f\,i}^{AB} e_{f\,i}^{*AB} \right]}. \tag{3.98}$$

Para que en S', $\vec{b}_f^{AB} = 0$, debe ocurrir simultaneamente que

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{e}_f^{AB} \times \vec{b}_f^{AB}}{\sum_i \left[e_{f\,i}^{AB} e_{f\,i}^{AB*} \right]} \qquad \text{y} \qquad \vec{\beta} = \frac{\vec{e}_f^{AB*} \times \vec{b}_f^{AB*}}{\sum_i \left[e_{f\,i}^{AB} e_{f\,i}^{AB*} \right]} \quad . \tag{3.99}$$

El vector $\vec{\beta}$, debe ser real, por lo que, o bien, las componentes e_f^{AB} y b_f^{AB} son púramente reales, o púramente imaginarias. Si ocurre alguno de estos casos entonces se satisface que $1 > |\vec{\beta}|$. Esto significa que las matrices $Y_f^{\mu\nu}$ son ortogonales, o bien antiunitarias. El buscar eliminar alguno de los campos impone condiciones sobre la forma de las matrices de campo, cosa que no ocurre en el caso electromagnético. Por otro lado, esta restricción sobre las componentes puede comprometer la paridad bajo CPT de $\mathscr{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{MEE}}$ a nivel cuántico. Dado que la naturaleza de los campos de fondo es desconocida, este tópico se se deja como un tema abierto. En el siguiente capítulo se presentan los resultados numéricos.

Capítulo 4

Análisis de Resultados

De acuerdo a lo reportado por el Particle Data Group [15], los valores experimentales de los parámetros oblicuos son:

$$S = 0.02 \pm 0.10\,, \tag{4.1}$$
$$T = 0.07 \pm 0.12\,, \tag{4.2}$$
$$U = 0.00 \pm 0.09\,. \tag{4.3}$$
$$\tag{4.4}$$

Tomando el valor central y las incertidumbres, se definen intervalos en donde se puede encontrar la contribución del MEE. Dichas regiones están dadas por

$$-0.08 \leq S^{\mathrm{MEE}} \leq 0.12\,, \tag{4.5a}$$
$$-0.05 \leq T^{\mathrm{MEE}} \leq 0.19\,, \tag{4.5b}$$
$$-0.09 \leq U^{\mathrm{MEE}} \leq 0.09\,. \tag{4.5c}$$

Con estas ecuaciones es posible establecer cotas para los parámetros $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$. En las tablas 4.1 y 4.2 se presenta la contribución numérica para cada transición de sabor[1]. Por ejemplo $S^{\mathrm{MEE}}(uc)$ es la contribución al parámetro S correspondiente a la transición entre el quark tipo u y c en el lazo. La tabla 4.1 está en términos de los productos cuadráticos en $Y_{f\,\alpha\beta}^{AB}$ (3.84), mientras que la tabla 4.2 en términos de las componentes reales e imaginarias de e_f^{AB} y b_f^{AB} (3.87). En la tabla 4.2, el producto $\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_f^{AB} Y_f^{AB}\right]$ se tomará como nulo, con esto, las componentes de e_f^{AB} y b_f^{AB} no se ven mezcladas, el orden de magnitud de los coeficientes de este producto no varía significativamente con respecto a los otros, lo que no compromete la precisión. Cuando los vectores $\vec{e}_f^{AB}$ y $\vec{b}_f^{AB}$ son perpendiculares, esta condición se satisface inmediatamente.

[1] El valor de las masas involucradas, de $\alpha = \hat{\alpha}(m_Z^2)$ y de $\sin\theta_W$, fueron tomados del Particle Data Group [15].

Transiciones tipo UP	
$S^{\mathrm{MEE}}(tc) =$	$-6.8\times10^{-4}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] + 1.1\times10^{-3}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] + 6.4\times10^{-5}\,Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(tu) =$	$-4.0\times10^{-1}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] + 6.3\times10^{-1}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] + 1.1\times10^{-4}\,Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(cu) =$	$-5.3\times10^{1}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] + 8.5\times10^{1}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] + 1.4\times10^{0}\,Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(tc) =$	$6.1\times10^{-6}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] - 6.3\times10^{-6}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] + 2.2\times10^{-4}\,Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(tu) =$	$1.3\times10^{-8}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] - 9.4\times10^{-9}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] + 2.2\times10^{-4}\,Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(cu) =$	$9.3\times10^{-7}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] - 6.6\times10^{-7}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] + 2.8\times10^{-3}\,Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(tc) =$	$1.2\times10^{-3}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] - 1.9\times10^{-3}\mathrm{Re}\left[Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc}\right] + 2.2\times10^{-4}Y_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tc*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(tu) =$	$-6.5\times10^{-1}\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{tc}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] + 1.0\times10^{0}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu}\right] + 4.5\times10^{-4}Y_U^{tu}\mathrm{Y}_U^{tu*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(cu) =$	$-8.8\times10^{1}\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] + 1.4\times10^{2}\,\mathrm{Re}\left[Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu}\right] + 4.2\times10^{0}\,Y_U^{cu}\mathrm{Y}_U^{cu*}$
Transiciones tipo Down	
$S^{\mathrm{MEE}}(db) =$	$1.0\times10^{0}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] - 1.7\times10^{0}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] + 2.8\times10^{-2}\,Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(ds) =$	$3.7\times10^{1}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] - 6.8\times10^{1}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] + 6.5\times10^{1}\,Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(bs) =$	$4.9\times10^{-2}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] - 8.0\times10^{-2}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] + 3.3\times10^{-2}\,Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(db) =$	$4.0\times10^{-7}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] - 2.5\times10^{-7}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] - 3.0\times10^{-5}\,Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(ds) =$	$1.1\times10^{-5}\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] - 9.1\times10^{-6}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] + 1.9\times10^{-3}\,Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(bs) =$	$-2.6\times10^{-6}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] + 6.8\times10^{-6}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] - 2.3\times10^{-5}\,Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs*}$
$D^{\mathrm{MEE}}(db) =$	$7.0\times10^{-3}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] - 1.1\times10^{1}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db}\right] + 2.6\times10^{-1}\,Y_D^{db}\mathrm{Y}_D^{db*}$
$D^{\mathrm{MEE}}(ds) =$	$3.2\times10^{2}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] - 5.0\times10^{2}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds}\right] + 2.0\times10^{2}\,Y_D^{ds}\mathrm{Y}_D^{ds*}$
$D^{\mathrm{MEE}}(bs) =$	$-3.0\times10^{-1}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] + 4.6\times10^{-1}\,\mathrm{Re}\left[Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs}\right] + 9.3\times10^{-2}\,Y_D^{bs}\mathrm{Y}_D^{bs*}$
Transiciones Leptónicas	
$S^{\mathrm{MEE}}(e\mu) =$	$-4.9\times10^{3}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] + 7.9\times10^{3}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] + 2.7\times10^{2}\,Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(e\tau) =$	$-2.9\times10^{2}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] + 4.7\times10^{2}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] + 1.3\times10^{0}\,Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau*}$
$S^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) =$	$-1.4\times10^{0}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] + 2.2\times10^{0}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] + 6.1\times10^{-1}\,Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(e\mu) =$	$2.6\times10^{-6}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] - 1.9\times10^{-6}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] + 3.1\times10^{-3}\,Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(e\tau) =$	$1.9\times10^{-7}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] - 1.1\times10^{-7}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] + 2.0\times10^{-3}\,Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau*}$
$T^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) =$	$2.4\times10^{-5}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] - 2.2\times10^{-5}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] + 2.0\times10^{-3}\,Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(e\mu) =$	$-2.2\times10^{3}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] + 3.5\times10^{3}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu}\right] + 7.9\times10^{2}\,Y_L^{e\mu}\mathrm{Y}_L^{e\mu*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(e\tau) =$	$-1.3\times10^{2}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] + 2.1\times10^{2}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau}\right] + 4.4\times10^{0}\,Y_L^{e\tau}\mathrm{Y}_L^{e\tau*}$
$U^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) =$	$-4.7\times10^{-1}\,\mathrm{Im}\left[\tilde{Y}_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] + 8.1\times10^{-1}\,\mathrm{Re}\left[Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau}\right] + 1.4\times10^{0}\,Y_L^{\mu\tau}\mathrm{Y}_L^{\mu\tau*}$

Tabla 4.1: Valores de S, T, U. Sector de Yukawa del MEE. Parametrización $Y_{f\,\mu\nu}^{AB}$.

Transiciones tipo UP
$S^{\mathrm{MEE}}(tc) = -6.1\times10^{-3}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)+6.9\times10^{-3}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(tu) = -3.8\times10^{0}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)+3.7\times10^{0}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(cu) = -5.2\times10^{2}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)+5.0\times10^{2}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(tc) = -1.3\times10^{-3}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)-1.4\times10^{-3}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(tu) = -1.3\times10^{-3}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)-1.3\times10^{-3}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(cu) = -1.7\times10^{-2}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)-1.7\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(tc) = 9.8\times10^{-3}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)-1.2\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tc}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tc}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(tu) = -6.3\times10^{0}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)+6.3\times10^{0}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{tu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{tu}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(cu) = -8.7\times10^{2}\left(\mathrm{Re}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)+8.2\times10^{2}\left(\mathrm{Im}\left[e_U^{cu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_U^{cu}\right]^2\right)$
Transiciones tipo Down
$S^{\mathrm{MEE}}(db) = 9.8\times10^{0}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{db}\right]^2\right)-1.0\times10^{1}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{db}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(ds) = 1.9\times10^{1}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)-8.0\times10^{2}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(bs) = 2.8\times10^{-1}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)-6.8\times10^{-1}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(db) = 1.8\times10^{-4}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{db}\right]^2\right)+1.8\times10^{-4}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{db}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(ds) = -1.1\times10^{-2}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)-1.1\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(bs) = 9.8\times10^{-5}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)+1.8\times10^{-4}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(db) = 6.5\times10^{1}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{db}\right]^2\right)-6.9\times10^{1}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{db}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{db}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(ds) = 1.8\times10^{3}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)-4.2\times10^{3}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{ds}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{ds}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(bs) = -3.4\times10^{0}\left(\mathrm{Re}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)+2.3\times10^{0}\left(\mathrm{Im}\left[e_D^{bs}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_D^{bs}\right]^2\right)$
Transiciones Leptónicas
$S^{\mathrm{MEE}}(e\mu) = -4.9\times10^{4}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)+4.6\times10^{4}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(e\tau) = -2.8\times10^{3}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)+2.8\times10^{3}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)$
$S^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) = -1.7\times10^{1}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)+9.5\times10^{0}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(e\mu) = -1.9\times10^{-2}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)-1.9\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(e\tau) = -1.2\times10^{-2}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)-1.2\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)$
$T^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) = -1.2\times10^{-2}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)-1.2\times10^{-2}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(e\mu) = -2.6\times10^{4}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)+1.6\times10^{4}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\mu}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\mu}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(e\tau) = -1.3\times10^{3}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)+1.2\times10^{3}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{e\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{e\tau}\right]^2\right)$
$U^{\mathrm{MEE}}(\mu\tau) = -1.3\times10^{1}\left(\mathrm{Re}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Re}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)-3.5\times10^{0}\left(\mathrm{Im}\left[e_L^{\mu\tau}\right]^2-\mathrm{Im}\left[b_L^{\mu\tau}\right]^2\right)$

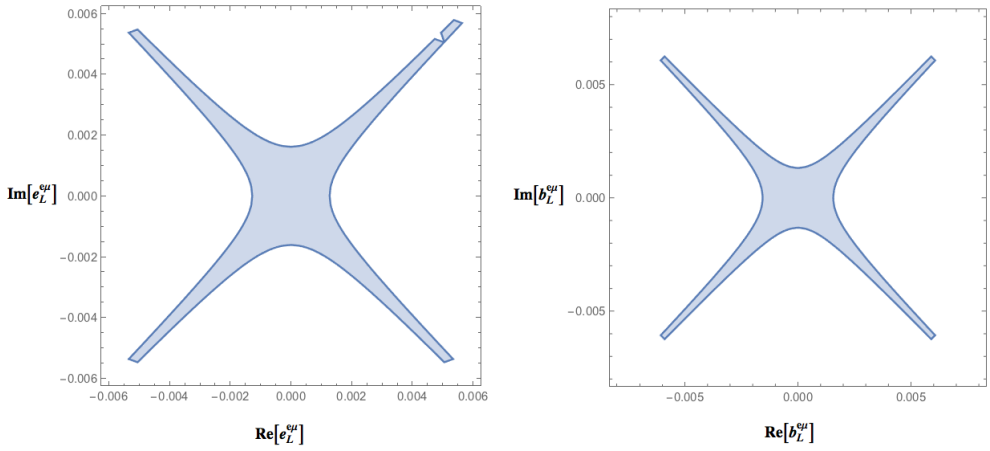
Tabla 4.2: Valores de S, T, U. Sector de Yukawa del MEE. Parametrización e_f^{AB}, b_f^{AB}.

Las cotas más restrictivas, aparecen en los sectores donde los coeficientes numéricos son mayores. El orden de magnitud de los parámetros de VSL debe de reducirse con tal de mantener (4.5). Se encuentra que en todos los casos, la mayor restricción proviene de la transición entre los fermiones de la primera y segunda familia

S	T	U
$S^{MEE}(cu)$	$T^{MEE}(cu)$	$U^{MEE}(cu)$
$S^{MEE}(ds)$	$T^{MEE}(ds)$	$U^{MEE}(ds)$
$S^{MEE}(e\mu)$	$T^{MEE}(e\mu)$	$U^{MEE}(e\mu)$

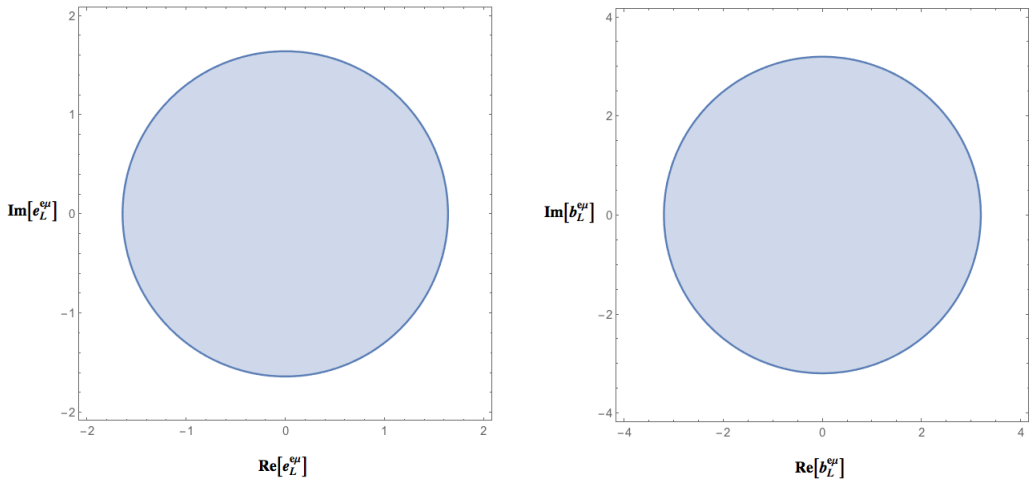
Tabla 4.3: Cotas máximas de los parámetros del sector de Yukawa Extendido.

En el caso particular en el cual las componentes e_f^{AB} o b_f^{AB} son cero, se reduce el número de parámetros a 2 y es posible representar las cotas (4.5) en una región bidimensional. Esta suposición puede considerarse como uno de los casos particulares encontrados en la sección 3.3.1. De acuerdo con la tabla 4.2, la cota más pequeña se da en la transición $e\mu$. Las siguientes figuras corresponden a las regiones (4.5) para dicha transición.



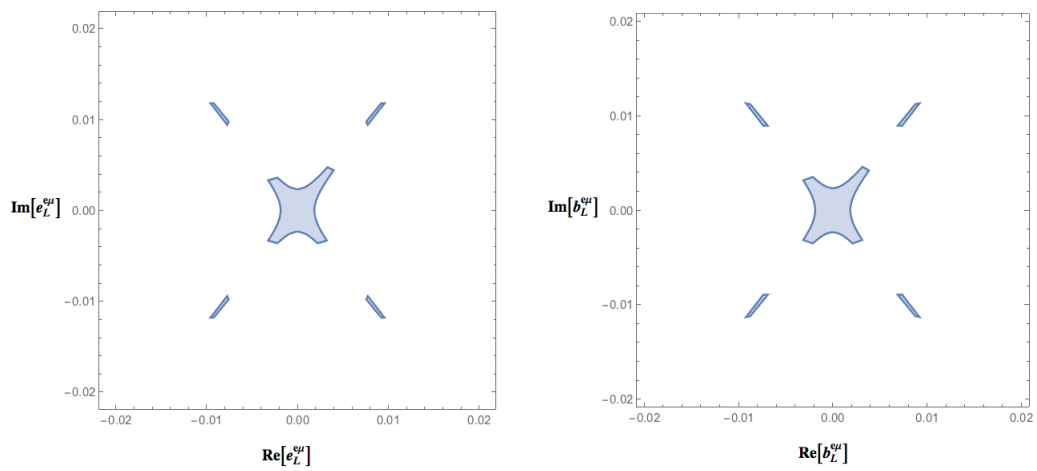
(a) (b)

Figura 4.1: $-0.08 < S^{MEE}(e\mu) < 0.12$: (a) $b_L^{e\mu} = 0$; (b) $e_L^{e\mu} = 0$.



(a) (b)

Figura 4.2: $-0.05 < T^{MEE}(e\mu) < 0.19$: (a) $b_L^{e\mu} = 0$; (b) $e_L^{e\mu} = 0$.



(a) (b)

Figura 4.3: $-0.05 < U^{MEE}(e\mu) < 0.19$

La cota más pequeña viene del parámetro S, donde, de manera aproximada:

$$-0.006 < \mathrm{Re}[e_L^{e\mu}], \mathrm{Im}[e_L^{e\mu}] < 0.006\,, \tag{4.6}$$
$$-0.006 < \mathrm{Re}[b_L^{e\mu}], \mathrm{Im}[b_L^{e\mu}] < 0.006\,. \tag{4.7}$$

En resumen, los parámetros S, T y U no ofrecen un esquema ideal para obtener cotas de los parámetros del sector de Yukawa del MEE. Esto puede ser consecuencia de la dimensionalidad de los coeficientes del vértice $-i\hat{\lambda}Y^{AB}$. Dado que la escala de masa se encuentra en el valor $\hat{\lambda}$, se espera que las autoenergías dependan logarítmicamente de las masas de los fermiones internos, esto suaviza el orden de magnitud de los coeficientes numéricos de las autoenergías. De forma consistente, una manera de mejorar estas cotas debería de tomar lugar si se aumenta la energía del experimento. En efecto, tomando el caso degenerado (3.77), para cualquier escala de energía

m_E, se encuentra que

$$S \sim U \sim \frac{m_E^2}{m_A^2} , \tag{4.8a}$$

$$T \sim \log\left(\frac{m_A^2}{m_E^2}\right) . \tag{4.8b}$$

Los cuales crecen conforme m_E aumenta. Sin embargo, la definición de los parámetros S, T y U restringe las mediciones a la escala electrodébil.

Capítulo 5

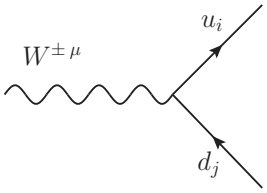
Conclusiones

Al inicio de esta tesis, como primer objetivo, se planteó el estudio de la VSL sobre los parámetros oblicuos y como objetivo secundario obtener cotas sobre los parámetros del sector de Yukawa del MEE. Con respecto al primer punto, los resultados de este trabajo tienen un valor teórico y técnico interesante. Primero, la implementación de un método de regularización adecuado es fundamental para evitar, en la medida de lo posible, la aparición de anomalías quirales. Los resultados de esta tesis son libres de ellas al implementar [22] y [41]. Como una extensión de este punto, queda por realizar los cálculos en otros esquemas de regularización para encontrar consistencia. Segundo, se mostró explícitamente que el manejo de las divergencias UV, es similar en el contexto del ME y del MEE. Este último tiene la virtud de generar autoenergías finitas a orden $\hat{\lambda}^2$; lo que también es encontrado por Kostelecký en su artículo de la renormalización de la electrodinámica cuántica extendida [16], en donde analizan las contribuciones lineales de los parámetros de VSL. La unitariedad de las matrices de mezcla y la suma sobre todas las transiciones de sabor son los ingredientes principales que permiten eliminar las divergencias UV en ambos contextos. Tercero, la VSL induce una estructura covariante isotrópica y una anisotrópica en las autoenergías de los bosones electrodébiles. La primera es invariante bajo transformaciones de Lorentz y de partícula. Contrariamente, en la parte anisotrópica, una dependencia explícita de la *dirección* relativa entre la propagación de las partículas y los campos de fondo es manifiesta, i.e., la simetría bajo transformaciones de partícula está rota. A este respecto, un estudio sobre las identidades de Ward-Takahashi y Slanov-Taylor debe tener lugar debido a la nueva estructura de las autoenergías. Los parámetros S, T y U dependen de la parte transversal de las autoenergías, las cuales son invariantes bajo transformaciones de Lorentz, es decir, tienen la virtud de no depender de ningún sistema de referencia. Cuarto, los parámetros oblicuos dependen explícitamente de la escala de energía, i.e. la resolución de las mediciones depende del parámetro m_E, el cual funge como la escala del grupo de renormalización. Sin embargo, en los parámetros oblicuos, la fijación de m_E, no debe de sobrepasar la escala de los procesos electrodébiles. Finalmente, con respecto a los resultados numéricos, aunque no establecen regiones estrechas para acotar a las componentes $Y^{AB}_{f\,\mu\nu}$, es valioso decir que hasta hoy día, el trabajo de esta tesis es el primer intento reportado en la literatura para acotar a dichos parámetros.

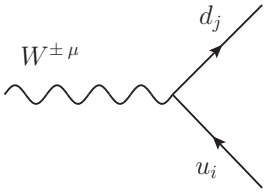
Apéndice A

Reglas de Feynman Corrientes, Modelo Estándar

Los vértices del ME utilizados en esta tesis son

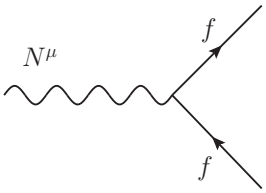


$$= i\frac{g}{\sqrt{2}}K_{ij}\gamma^{\mu}P_L \quad ,$$



$$= i\frac{g}{\sqrt{2}}K^{*}_{ij}\gamma^{\mu}$$

Para las corrientes neutras se tiene el vértice general



$$= i\,V_N^{\mu}$$

donde

$$V_N^{\mu} = n\,(v - a\gamma_5) \quad , \tag{A.1}$$

los valores n, v y a, varían del tipo de interacción, están dados en la siguiente tabla

N^{μ}	n	v	a
A^{μ}	$gs_W Q_f$	1	0
Z^{μ}	$\frac{g}{c_W}$	g_V^f	g_A^f

Apéndice B

Integrales de momento y parametrización a la Feynman

Las integrales de momento que aparecen en esta tesis se obtienen de la fórmula general

$$I(n,m) \equiv \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\left(k^2\right)^n}{\left[k^2 - M\right]^m} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} \tag{B.1}$$

cuya solución es

$$I(n,m) = \frac{(-1)^{n-m}}{(4\pi)^{\frac{D}{2}}} M^{-\left(n-m-\frac{D}{2}\right)} \frac{\Gamma\left(m+\frac{D}{2}\right)\Gamma\left(n-m-\frac{D}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)\Gamma(n)} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} \tag{B.2}$$

Para aislar las partes divergentes, se hace uso sistemático de una expansión en serie de potencias alrededor de $\epsilon = 0$, donde

$$D = 4 - 2\epsilon \quad . \tag{B.3}$$

De manera frecuente se usan las siguientes expansiones:

$$A^{-\epsilon} = 1 - \epsilon \log(A) + \mathscr{O}(\epsilon^2) \, , \tag{B.4a}$$

$$\Gamma(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \mathscr{O}(\epsilon) \, , \tag{B.4b}$$

donde γ_E es la constante de Euler-Mascheroni, con $\gamma_E \approx 0.577$.

En el contexto del ME, aparecerán divergencias cuadráticas. Sin embargo, como consecuencia de la simetría de norma, estas se reducen divergencias logarítmicas. Las integrales de este tipo aparecen como

$$\begin{aligned} \left(\frac{D-2}{D}\right) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{\left[k^2 - M\right]^2} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} &= \left(\frac{2-D}{D}\right) \frac{M^{-\left(1-\frac{D}{2}\right)}}{(4\pi)^{\frac{D}{2}}} \frac{\Gamma\left(1+\frac{D}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{D}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)\Gamma(2)} \left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} \quad , \\ &= \frac{M}{(4\pi)^2} \left(\frac{M}{4\pi\Omega^2}\right)^{-\left(2-\frac{D}{2}\right)} \Gamma\left(2-\frac{D}{2}\right) \quad , \end{aligned} \tag{B.5a}$$

Es decir, usando las propiedades de la función $\Gamma(z)$, en el límite $D \to 4$, el polo $\Gamma(-1)$ reaparece

como el polo $\Gamma(0)$. Luego, usando las expansiones (B.4):

$$\left(\frac{D-2}{D}\right)\int \frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{k^2}{\left[k^2-M\right]^2}\left(\Omega^2\right)^{2-\frac{D}{2}} = \frac{M}{(4\pi)^2}\left[\frac{1}{\epsilon}-\gamma_E-\log\left(\frac{M}{4\pi\Omega^2}\right)+\mathscr{O}(\epsilon)\right] . \quad \text{(B.5b)}$$

Para implementar parametrización a la Feynman, se hizo uso de la siguiente fórmula [21]:

$$\frac{1}{A_1^{m_1}A_2^{m_2}\cdots A_n^{m_n}} = \int_0^1 dx_1\cdots dx_n\delta(\sum x_i-1)\frac{\Pi\, x_i^{m_i-1}}{(\sum x_iA_i)^{\sum m_i}}\frac{\Gamma\left(m_1+\cdots+m_n\right)}{\Gamma(m_1)\cdots\Gamma(m_n)} \quad . \quad \text{(B.6)}$$

Apéndice C

Coeficientes de las autoenergías en el marco del MEE

En términos de las variables adimensionales, dadas por las definiciones: $m_{u_A}^2 = X_A m_z^2$, $m_{u_B}^2 = X_B m_z^2$ y $m_{d_C}^2 = X_C m_z^2$, los coeficientes de las autoenergías calculadas en esta tésis, $\delta\overline{\Pi}_{VV'}$ y sus derivadas son

$$\begin{aligned}
W_1^{AB} &= \sum_C \frac{3\sqrt{X_A X_B} K_{AC} K_{AC}^*}{16\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)^2 \left(X_B - X_C\right)} \left[-\log\left(X_A\right) X_A \left(X_B - X_C\right)\left(X_A\left(X_B + X_C\right) - 2X_B X_C\right)\right. \\
&\quad + \log\left(X_B\right) X_B^2 \left(X_A - X_C\right)^2 \\
&\quad - \log(X_C) X_C^2 \left(X_A - X_B\right)^2 + X_A \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right) \\
&\quad \left. + X_A \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right)\right] \qquad \text{(C.1)} \\
W_2^{AB} &= -\frac{8}{3} W_1^{AB} \qquad \text{(C.2)} \\
W_3^{AB} &= \sum_C \frac{X_A\, K_{AC} K_{AC}^*}{8\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)^2 \left(X_B - X_C\right)} \left[-\log(X_A) X_A \left(X_B - X_C\right)\left(X_A\left(X_B + X_C\right) - 2X_B X_C\right)\right. \\
&\quad + \log(X_B) X_B^2 \left(X_A - X_C\right)^2. \\
&\quad \left. - \log(X_C) X_C^2 \left(X_A - X_B\right)^2 + X_A \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right)\right] \\
&\quad + \sum_C \frac{K_{BC} K_{BC}^*}{24\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right)^2} \left[-6\log(X_A) X_A^3 \left(X_B - X_C\right)^2\right. \\
&\quad + 6\log(X_B) X_B^2 \left(X_A - X_C\right)\left(X_A\left(3X_C - 2X_B\right) + X_B\left(X_B - 2X_C\right)\right) \\
&\quad + 6\log(X_C) X_C^3 \left(X_A - X_B\right)^2 + \left(X_A - X_B\right) \times \\
&\quad \left. \times \left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right)\left(11X_A\left(X_B - X_C\right) + X_B\left(11X_C - 5X_B\right)\right)\right] \qquad \text{(C.3)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
w_1^{AB} &= \sum_C \frac{\sqrt{X_A X_B} K_{AC} K_{AC}^*}{64\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)^4 \left(X_B - X_C\right)^3} \Big[\log(X_A)\left(X_B - X_C\right)^3 \left(X_A X_C^2 \left(34X_B - 21X_A\right) - 20X_A^3 X_C + 5X_A^4 + 2X_B X_C^3\right) \\
&\quad + \log(X_B) X_B \left(X_A - X_C\right)^4 \left(15X_B X_C - 5X_B^2 + 2X_C^2\right) - \log(X_C) X_C^2 \left(X_A - X_B\right)^2 \Big[X_C^2 \left(20X_A - 11X_B\right) + \\
&\quad X_C \left(-78X_A X_B - 5X_A^2 + 2X_B^2\right) + 17X_A X_B \left(X_A + 2X_B\right) + 21X_C^3\Big] \\
&\quad - \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right) \Big[X_C^3 \left(29X_B - 40X_A\right) + 3X_C^2 \left(14X_A X_B + 2X_A^2 - 5X_B^2\right) \\
&\quad + X_A X_B X_C \left(X_A - 26X_B\right) + 5X_A^2 X_B^2 - 2X_C^4\Big]
\end{aligned} \tag{C.4}
$$

$$
\begin{aligned}
w_2^{AB} &= \sum_C \frac{\sqrt{X_A X_B} K_{AC} K_{AC}^*}{8\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)^4 \left(X_B - X_C\right)^3} \Big[\log(X_A) X_A \left(X_B - X_C\right)^3 \left(-3X_C^2 \left(X_A - 2X_B\right) - 4X_A^2 X_C + X_A^3\right) \\
&\quad + \log(X_B) X_B^2 \left(X_A - X_C\right)^4 \left(X_B - 3X_C\right) \\
&\quad + \log(X_C) X_C^2 \left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_C^2 \left(4X_A - X_B\right) - X_A X_C \left(X_A + 14X_B\right) + 3X_A X_B \left(X_A + 2X_B\right) + 3X_C^3\right) \\
&\quad + \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right) \left(X_A^2 \left(X_B^2 + X_C^2\right) + X_A X_C \left(8X_B X_C - 5X_B^2 - 7X_C^2\right) - 2X_B X_C^2 \left(X_B - 2X_C\right)\right)
\end{aligned} \tag{C.5}
$$

$$
\begin{aligned}
w_3^{AB} &= \sum_C \frac{X_A K_{AC} K_{AC}^*}{16\left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A - X_C\right)^4 \left(X_B - X_C\right)^3} \Big[\log(X_A) X_A \left(X_B - X_C\right)^3 \left(-4X_A^2 X_C - 3X_A X_C^2 + X_A^3 + 6X_B X_C^2\right) \\
&\quad - \log(X_B) X_B^2 \left(X_A - X_C\right)^4 \left(X_B - 3X_C\right) \\
&\quad - \log(X_C) X_C^2 \left(X_A - X_B\right)^2 \left(X_A^2 \left(3X_B - X_C\right) + 2X_A \left(-7X_B X_C + 3X_B^2 + 2X_C^2\right) + X_C^2 \left(3X_C - X_B\right)\right) \\
&\quad - \left(X_A - X_B\right)\left(X_A - X_C\right)\left(X_B - X_C\right) \left(X_A^2 \left(X_B^2 + X_C^2\right) + X_A X_C \left(8X_B X_C - 5X_B^2 - 7X_C^2\right) - 2X_B X_C^2 \left(X_B - 2X_C\right)\right)\Big]
\end{aligned} \tag{C.6}
$$

$$
F_1^{AB} = \frac{\sqrt{X_A X_B}}{4\left(X_A - X_B\right)^3} \left[\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right)\left(4X_A X_B + X_A^2 + X_B^2\right) + 3(X_B^2 - X_A^2)\right] \tag{C.7}
$$

$$
F_2^{AB} = 0 \tag{C.8}
$$

$$
\begin{aligned}
F_3^{AB} &= \frac{1}{12\left(X_A - X_B\right)^3} \Big[-6\log(X_A) X_A \left(-7X_A X_B + 4X_A^2 + 5X_B^2\right) + 6\log(X_B) X_B \left(-7X_A X_B + 5X_A^2 + 4X_B^2\right) \\
&\quad + \left(X_A - X_B\right)\left(-34X_A X_B + 23(X_A^2 + X_B^2)\right)\Big]
\end{aligned} \tag{C.9}
$$

$$
Z_1^{AB} = \frac{\sqrt{X_A}\sqrt{X_B}}{4\left(X_A - X_B\right)^3} \left[\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right)\left(4\left(3a^2 + v^2\right) X_A X_B + \left(5a^2 + v^2\right) X_A^2 + \left(5a^2 + v^2\right) X_B^2\right) - \left(11a^2 + 3v^2\right)\left(X_A^2 - X_B^2\right)\right] \tag{C.10}
$$

$$
Z_2^{AB} = \frac{4a^2 \sqrt{X_A}\sqrt{X_B}\left(X_A + X_B\right)}{\left(X_A - X_B\right)^3} \left[-\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right)\left(X_A + X_B\right) + 2(X_A + X_B)\right] \tag{C.11}
$$

$$
\begin{aligned}
Z_3^{AB} &= \frac{1}{12\left(X_A - X_B\right)^3} \Big[-6\log(X_A) X_A \left(\left(-11a^2 + 10av - 7v^2\right) X_A X_B + 4\left(a^2 + v^2\right) X_A^2 + \left(a^2 - 10av + 5v^2\right) X_B^2\right) \\
&\quad + 6\log(X_B) X_B \left(-\left(11a^2 + 10av + 7v^2\right) X_A X_B + \left(a^2 + 10av + 5v^2\right) X_A^2 + 4\left(a^2 + v^2\right) X_B^2\right) \\
&\quad + \left(X_A - X_B\right)\left(-2\left(41a^2 + 17v^2\right) X_A X_B + \left(23a^2 + 30av + 23v^2\right) X_A^2 + \left(23a^2 - 30av + 23v^2\right) X_B^2\right)\Big]
\end{aligned} \tag{C.12}
$$

$$
G_1^{AB} = v F_1^{AB} \tag{C.13}
$$

$$
G_2^{AB} = 0 \tag{C.14}
$$

$$
\begin{aligned}
G_3^{AB} &= \frac{1}{6\left(X_A - X_B\right)^3} \Big[-6\log\left(X_A\right) X_A \left((5a - 7v) X_A X_B + 5(v - a) X_B^2 + 4v X_A^2\right) \\
&\quad 6\log\left(X_B\right) X_B \left(-(5a + 7v) X_A X_B + 5(a + v) X_A^2 + 4v X_B^2\right) \\
&\quad + \left(X_A - X_B\right)\left((15a + 23v) X_A^2 + (23v - 15a) X_B^2 - 34v X_A X_B\right)\Big]
\end{aligned} \tag{C.15}
$$

$$
\begin{aligned}
f_1^{AB} &= \frac{1}{96\sqrt{X_A X_B}\,(X_A - X_B)^5}\Big[-24\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B\,(X_A + X_B)\left(-7X_A X_B + 2X_A^2 + 2X_B^2\right) \\
&\qquad + (X_A - X_B)\left(40X_A^3 X_B - 246X_A^2 X_B^2 + 40X_A X_B^3 + 11X_A^4 + 11X_B^4\right)\Big] && \text{(C.16)}\\
f_2^{AB} &= \frac{1}{2\sqrt{X_A}\sqrt{X_B}\,(X_A - X_B)^3}\left[4\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B(X_A + X_B) - (X_A - X_B)\left(6X_A X_B + X_A^2 + X_B^2\right)\right] && \text{(C.17)}\\
f_3^{AB} &= 0 && \text{(C.18)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_1^{AB} &= \frac{1}{96\sqrt{X_A}\sqrt{X_B}\,(X_A - X_B)^5}\Big[-12\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B(X_A + X_B)\left(-2\left(20a^2 + 7v^2\right) X_A X_B + \left(9a^2 + 4v^2\right) X_A^2 + \left(9a^2 + 4v^2\right) X_B^2\right) \\
&\qquad + (X_A - X_B)\Big[8\left(12a^2 + 5v^2\right) X_A^3 X_B - 2\left(379a^2 + 123v^2\right) X_A^2 X_B^2 + \\
&\qquad\qquad +8\left(12a^2 + 5v^2\right) X_A X_B^3 + \left(19a^2 + 11v^2\right) X_A^4 + \left(19a^2 + 11v^2\right) X_B^4\Big]\Big] && \text{(C.19)}\\
z_2^{AB} &= \frac{1}{6\sqrt{X_A}\sqrt{X_B}\,(X_A - X_B)^5}\Big[12\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B(X_A + X_B)\left(-2\left(3a^2 + v^2\right) X_A X_B + \left(a^2 + v^2\right) X_A^2 + \left(a^2 + v^2\right) X_B^2\right) \\
&\qquad + (X_B - X_A)\Big[4\left(a^2 + 3v^2\right) X_A^3 X_B - 10\left(11a^2 + 3v^2\right) X_A^2 X_B^2 \\
&\qquad\qquad +4\left(a^2 + 3v^2\right) X_A X_B^3 + 3\left(a^2 + v^2\right) X_A^4 + 3\left(a^2 + v^2\right) X_B^4\Big]\Big] && \text{(C.20)}\\
z_3^{AB} &= \frac{a}{6\,(X_A - X_B)^5}\Big[-6\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B\left(-6aX_A X_B + (a - v)X_A^2 + (a + v)X_B^2\right) \\
&\qquad + (X_A - X_B)\left(-(17a + 9v)X_A^2 X_B + (9v - 17a)X_A X_B^2 + (5a - v)X_A^3 + (5a + v)X_B^3\right)\Big] && \text{(C.21)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_1^{AB} &= \frac{v}{48\sqrt{X_A X_B}\,(X_A - X_B)^5}\Big[-24\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B(X_A + X_B)\left(-7X_A X_B + 2X_A^2 + 2X_B^2\right) \\
&\qquad + (X_A - X_B)\left(40X_A^3 X_B - 246X_A^2 X_B^2 + 40X_A X_B^3 + 11X_A^4 + 11X_B^4\right)\Big] && \text{(C.22)}\\
g_2^{AB} &= 2v f_2^{AB} && \text{(C.23)}\\
g_3^{AB} &= \frac{a}{6\,(X_A - X_B)^4}\left[6\log\left(\frac{X_A}{X_B}\right) X_A X_B(X_A + X_B) - (X_A - X_B)\left(10X_A X_B + X_A^2 + X_B^2\right)\right] && \text{(C.24)}
\end{aligned}
$$

En las expresiones Z_i^{AB}, z_i^{AB}, G_i^{AB} y g_i^{AB} se tiene que

$$
\begin{aligned}
a &\equiv g_A^f \quad , && \text{(C.25)}\\
v &\equiv g_V^f \quad . && \text{(C.26)}
\end{aligned}
$$

Bibliografía

[1] D.Z. Freedman, P. van Nieuwenhuizen and S. Ferrara, "Progress Toward A Theory Of Supergravity", Physical Review D13 (1976) pp 3214-3218

[2] de Wit, Bernard, Supergravity, Les Houches Summerschool "Unity from Duality: Gravity, Gauge Theory and Strings", [arXiv:hep-th/0212245v1]

[3] Ashtekar, A. A. (1986). New variables for classical and quantum gravity, Phys. Rev. Lett., 57, 2244-2247.

[4] Glashow, S. L. (1961), Partial-symmetries of weak interactions. Nuclear Physics, 22(4), 579-588.

[5] Weinberg, S. (1967), A model of leptons. Phys. Rev. Lett.,19, 1264-1266.

[6] A. Salam (1968). N. Svartholm, ed. *Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity*. Eighth Nobel Symposium. Stockholm: Almquvist and Wiksell. p. 367.

[7] C.P. Burgess. An Introduction to Effective Field Theory. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 57(1):329-362, nov 2007. doi: 10.1146/annurev.nucl.56.080805.140508; M Beneke. Effective field theory - concepts and applications. pages 145-148, 2010. doi: 10.5170/CERN-2010-002.145.

[8] Georgi, Howard; Glashow, Sheldon (1974). Ünity of All Elementary-Particle Forces". Physical Review Letters. 32 (8): 438

[9] Kosteleký, V. Alan, Stuart, Samuel. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory. Physical Review D. 39 (1988). 438

[10] D. Colladay, Kosteleký, V. Alan. Lorentz-violating extension of the standard model . Physical Review D. 58, 116002 (1998).

[11] Higgs, P. W. (1964), Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. Phys. Rev. Lett., 13, 508-509.

[12] M. E. Peskin and T. Takeuchi, *A New constraint on a strongly interacting Higgs sector*, Phys. Rev. Lett. **65**, 964 (1990). M. E. Peskin and T. Takeuchi, *Estimation of oblique electroweak corrections*, Phys. Rev. D **46**, 381 (1992). Ver también, M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *Introduction to Quantum Field Theory*, Perseus Books, Reading Massachusetts, 1995, Cap. 21.

[13] M. B. Einhorn, D. R. T. Jones, and M. Veltman, Nucl. Phys. **B191**, 146 (1981).

[14] D. C. Kennedy and B. W. Lynn, Nucl. Phys. **B322**, 1 (1989); W. J. Marciano and J. L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **65**, 2963 (1990); D. C. Kennedy and P. Langacker, Phys. Rev. Lett. **65**, 2967 (1990); 66, 395(E); Phys. Rev. D **44**, 1591 (1991); G. Altarelli and R. Barbieri, Phys. Lett. **B253**, 161 (1991).

[15] Tanabashi, M. et. al (Particle Data Group). Review of Particle Physics.Phys. Rev. D 98, 030001 (2018)PDG

[16] D. Colladay, Kosteleký V. Alan. One-loop renormalization of Lorentz-violating electrodynamics. Physical Review D. 58, 116002 (1998).

[17] V. Alan Kostelecký, Neil Russell (2018), Data Tables for Lorentz and CPT Violation, arXiv:0801.0287 [hep-ph]

[18] Kosteleký V. Alan, The Search for Relativity Violations, SCIENTIFIC AMERICAN, INC. 2004

[19] V. A. Kostelecký and R. Lehnert, Phys. Rev. D 63, 065008 (2001).

[20] R. Bluhm et al., Phys. Rev. Lett. 88, 090801 (2002) [hep-ph/0111141]; Phys. Rev. D 68, 125008 (2003) [hep- ph/0306190].

[21] M. Peskin y D. V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Westview Press, 1995.

[22] Anirban Kundu, Probir Roy, A general treatment of oblique parameters, arXiv:hep-ph/9603323 (1996)

[23] F. J. Dyson, The S Matrix in Quantum Electrodynamics, Phys. Rev. 75, 1736 (1949); Julian Schwinger, On the Green's functions of quantized fields. I, PNAS July 1, 1951 37 (7) 452-455**??**

[24] Z Physics at LFP l, Proceedings of the Workshop, Geneva, Switzerland, 1989, edited by G. Altarelli, R. Kleiss, and C. Verzegnassi (CERN Report No. CERN- 89-08, Geneva, 1989),Vol. 1.

[25] Scott Willenbrock, Symmetries of the Standard Model,arXiv:hep-ph/0410370v2 (2005).

[26] David Griffits, Introduction to elementary particles. Ed. Wiley, Canadian 1987.

[27] C. Giunti y C. W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press, 2007.

[28] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).

[29] Witten, E. (1995). Future Perspectives in String Theory; Witten, E. (1995). String theory dynamics in various dimensions. Nuclear Physics B,443: 85 - 126**??**

[30] E. Witten, Nucl. Phys. 8268, 253 (1986)

[31] Markus A. Luty, Raman Sundrum,Technicolor Theories with Negative S, arXiv:hep-ph/9209255v2 (1992)

[32] I. García-Jiménez, M.A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales-Sánchez, J.J. Toscano, *Standard Model with Extra Dimensions I: The Kaluza-Klein mass generating mechanism and the classical Lagrangian*, arXiv:1603.03128 [hep-ph]. **??**

[33] Gell - Mann, M., Lèvy, M. Nuovo Cim (1960) 16: 705. https://doi.org/10.1007/BF02859738

[34] O.W. Greenberg, CPT Violation Implies Violation of Lorentz Invariance, Phys.Rev.Lett.89:231602,2002**??**

[35] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, New Developments in FeynCalc 9.0, TUM-EFT 71/15, arXiv:1601.01167.

[36] R. Mertig, M. Böhm, and A. Denner, Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes, Comput. Phys. Commun., 64, 345–359, 1991.

[37] W. Pauli and F. Villars, On the Invariant Regularization in Relativistic Quantum Theory, Rev. Mod. Phys. 21, 434 (1949)

[38] S. Adler (1969). Axial-Vector Vertex in Spinor Electrodynamics.Â Physical ReviewÂ 177Â (5): 2426.Â

[39] C. Bouchiat, J. Iliopoulos, P. Meyer, Phys. Lett. 38 (1972) 519; D. Gross, R. Jackiw, Phys. Rev. D6 (1972) 477; C. P. Korthals Altes, M. Perrottet, Phys. Lett. 39 (1972) 546.

[40] George THOMPSON and Hoi-Lai YU. 1985. Gamma5 IN DIMENSIONAL REGULARIZATION; Hoi-Lai Yu, and Wai Bong Yeung, Dimensional regularization and the γ^5 axial anomaly, 1987, PHYSICAL REVIEW D VOLUME 35, NUMBER 1; Ruggero Ferrari, Managing γ^5 in Dimensional Regularization II: the Trace with more γ^5's, 2017, Int J Theor Phys (2017) 56:691-705

[41] F. Jegerlehner, Facts of life with γ^5, 2000, DESY 00-075DESY 00-075

[42] John David Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, Inc. 3 ed., pag. 547, 558