



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO
MATEMÁTICAS

LA AUTENTICIDAD Y EL USO DE LA VARIABLE
EN PROBLEMAS REFERENTES A LA EXPRESIÓN
CUADRÁTICA EN LIBROS DE TEXTO DE SECUNDARIA

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN MATEMÁTICAS

P R E S E N T A:

ARACELI HOYOS CANCINO

Directora de tesis

DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUIZ

PUEBLA, PUE., SEPTIEMBRE 2023

Para mi querida y hermosa hija Ariadna,
espero que cuando seas mayor y leas estas líneas

sepas que fuiste mi mejor inspiración.

Nunca olvides que todo es posible.

AGRADECIMIENTOS

Debo confesar que estoy tan orgullosa de mí, tenía tanto miedo por hacer mi tesis, no tenía idea por dónde empezar, estaba completamente perdida, pero poco a poco se llenaban las hojas, no quedaba de otra más que investigar y leer lo más que podía, cuando estaba a punto de cerrar el archivo y darme por vencida las ideas volvían a renacer, una pequeña parte, pero un gran significado moral para mi persona ya que era una o unas líneas más para mi investigación.

A Julio por estar siempre para mí, tan incondicional, por apoyarme en todo momento, por darme ánimos y por confiar en mí, por alentarme cuando pensaba que podía más y por la gran familia que tenemos.

A mi hijo Ángel que siempre ha estado en los momentos difíciles y en los peores para apoyarme, espero haber hecho de ti un hombre de bien, siempre he tratado de hacer lo mejor para tí, para tu bienestar, un día comprenderás que di lo mejor de mí.

A mi pequeña Ari, que es lo más valioso que tengo, gracias por enseñarme que cada día vale la pena porque estas a mi lado y por todas las alegrías que me das. Espero algún día estés orgullosa de mí.

A mis hermanos: Gerardo, Faby, Lázaro, Alma y Gaby. Por todo el apoyo que siempre me han brindado, por todas las palabras de aliento que me han dado y a sus familias que siempre han estado para mí.

A mis padres la señora Clemencia Cancino Vázquez, por ser la gran mujer que es, por todos los valores que me enseñó y al Señor Lázaro Hoyos Bernabé por enseñarme que por más mal que la vida te esté tratando, tienes que seguir adelante, ser constante y aferrarte a salir adelante que en algún momento esto desaparecerá, gracias a ellos soy lo que soy.

A mi asesora de tesis la Dra. Estela Juárez Ruiz, por confiar en mí, por darme la oportunidad de trabajar con ella, ya que sin conocerme y con todas las cosas que tenía en mi contra, me brindó su ayuda, conocimientos y sabiduría, gracias a Dios y a la vida por coincidir con usted.

Índice General

| | |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| CAPÍTULO 1 | 3 |
| PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN | 3 |
| 1.1 Planteamiento del Problema..... | 5 |
| 1.2 Objetivos de Investigación | 5 |
| 1.2.1 Objetivo General | 5 |
| PREGUNTA | 6 |
| 1.3 Justificación..... | 6 |
| CAPÍTULO 2..... | 8 |
| MARCO TEÓRICO..... | 8 |
| Teoría de situaciones auténticas..... | 9 |
| Modelo 3UV (tres usos de la variable) | 10 |
| Variable como incógnita..... | 11 |
| Variable como número general..... | 11 |
| Variable como una relación funcional | 11 |
| Expresión cuadrática..... | 12 |
| MÉTODO | 14 |
| CAPÍTULO 4..... | 19 |
| RESULTADOS Y ANÁLISIS | 19 |

| | |
|--------------------|----|
| CONCLUSIONES | 32 |
| Referencias..... | 34 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Tabla de aspectos que se consideraron en el análisis | 16 |
| Tabla 2. Tabla de aspectos del análisis en Excel | 17 |
| Tabla 3. Problemas que cumplen con los aspectos de autenticidad | 17 |
| Tabla 4. Problemas verbales que cumplen con un determinado número de aspectos. | 18 |
| Tabla 5. Porcentajes de los tipos de variables presenten en los problemas analizados. ... | 24 |
| Tabla 6 Porcentajes de los tipos de variables presentados en los problemas auténticos. . | 29 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1. Problema que cumple un aspecto | 19 |
| Figura 2. Problema que cumple dos aspectos | 20 |
| Figura 3. Problema que cumple tres aspectos | 21 |
| Figura 4. Problema que cumple cuatro aspectos | 22 |
| Figura 5. Problema que cumple cuatro aspectos..... | 23 |
| Figura 6. Ejercicio que no se consideró problema verbal | 24 |
| Figura 7. Problema verbal que tiene variable como relación funcional | 25 |
| Figura 8. Problema verbal con tipo de variable como incógnita | 26 |
| Figura 9. <i>Problema verbal con tipo de variable como número general</i> | 28 |

RESUMEN

Los libros de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) son de suma importancia para los alumnos de educación básica y media superior ya que son estos los más utilizados en las aulas para la enseñanza y el aprendizaje. En el presente trabajo de investigación se propone analizar la autenticidad de los problemas verbales matemáticos en los libros de texto gratuitos de educación secundaria específicamente en el tercer año, teniendo como objeto matemático los problemas que se relacionan con la expresión cuadrática. Esta investigación está sustentada por la Teoría de situaciones auténticas de Palm y Nyström y el tipo de variable de acuerdo con el modelo 3UV (3 usos de la variable). La investigación se basó en un análisis de contenido cualitativo; las unidades de análisis consistieron en problemas con un contexto referente a la expresión cuadrática. Se analizaron seis libros de texto gratuitos de la CONALITEG, con la finalidad de saber si cumplían los aspectos de autenticidad y saber cómo se presentaba la variable en sus tres usos, dichos libros se seleccionaron aleatoriamente, de los cuales dieron como resultado un total de 148 problemas verbales, los resultados indican que solo el 2.7% de los problemas analizados resultaron ser auténticos, el aspecto que menos se cumplió fue el de pregunta con el 5.41%, esto nos muestra que la mayoría de las preguntas que se plantean en estos problemas no se relacionan con la vida real de los estudiantes, por otra parte en la mayoría de los problemas se presentó la variable como incógnita con el 50.68% y con 10.81% como número general dando este el menor porcentaje de los tres usos de la variable. De los problemas verbales que resultaron ser auténticos el 75% la variable se presentó como incógnita, el 25% la variable se presentó como número general y ninguno resultó tener la variable como relación funcional. Derivado de este análisis podemos concluir que la gran mayoría de problemas verbales analizados de la expresión cuadrática no se plantean situaciones con contexto en la vida real para los alumnos y en la mitad de ellos la variable se presentó como incógnita.

Palabras clave: Expresión cuadrática, tareas auténticas, análisis de libros de texto, modelo 3UV.

INTRODUCCIÓN

La importancia que tienen las matemáticas en el nivel básico es fundamental ya que determinan el inicio de un aprendizaje en los alumnos de escuelas públicas y privadas de México. Las matemáticas son necesarias tanto para nuestra formación educativa como para nuestra vida cotidiana. Los libros de texto gratuitos son la herramienta principal para los alumnos y por supuesto para los docentes, para quienes es, generalmente, el referente más importante en su proceso de planificación y enseñanza, por lo cual, es indispensable que los problemas que aparecen en ellos tengan no solo una buena redacción, sino un contexto acorde a los estudiantes, entre otros aspectos, para una mejor comprensión, proceso de resolución y aplicación.

La ecuación cuadrática es uno de los temas que se abordan en el tercer año de secundaria y en la educación media superior. Este tema se emplea en distintas áreas como lo es en la Física, Biología, Química, Ingeniería, Economía, Negocios y Medicina, entre otras. Es de suma importancia adquirir y emplear bien este concepto ya que también tiene aplicaciones en la vida cotidiana, sin embargo, no todos los alumnos saben esto, ni tampoco tienen claro lo importante que es este concepto y en muy pocas ocasiones pueden aplicar lo aprendido en el aula en su vida cotidiana.

Por ello, en la presente investigación se realiza un análisis de contenido de problemas verbales extraídos de los libros de texto de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG), para evaluar su nivel de autenticidad. Sustentado en el modelo de situaciones auténticas propuesto por Palm y Nyström (2009), y en particular la taxonomía de Palm y Nyström (2009) de cinco aspectos fundamentales que toda tarea debería cumplir. Específicamente en este trabajo, problemas relacionados con la expresión cuadrática.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 1 titulado el planteamiento de la investigación, Contiene el planteamiento del problema, que hace referencia a las dificultades que existen en las aulas para la comprensión y desarrollo de problemas matemáticos. Se aborda la importancia que tienen los libros de texto gratuitos de la CONALITEG y la necesidad de que en ellos se planteen problemas verbales con un contexto auténtico. Incluye el objetivo general, la pregunta de investigación y la justificación del presente trabajo.

En el Capítulo 2, denominado Marco teórico, se presentan los fundamentos teóricos de esta investigación: se describe lo que es un problema, la resolución de un problema, los problemas verbales y los problemas verbales auténticos. Para ello se expone la teoría de tareas auténticas establecida por Palm (2006) y los cinco aspectos fundamentales de Palm y Nyström (2009). También hay una sección donde se explican brevemente los tres usos de la variable según el modelo 3UV. A continuación, se exponen algunas investigaciones sobre la ecuación cuadrática, donde se presentan dicho tema desde la perspectiva de su enseñanza y las dificultades que existen en el aprendizaje de la misma.

En el Capítulo 3 se presenta el Método, el cual incluye el tipo de investigación, los participantes o sujetos, el instrumento de recolección de datos y el procedimiento para el análisis de los datos. Se presentan los datos de los libros que se consultaron, así como el total de cada uno de los problemas verbales. Se menciona la clasificación que se hizo conforme al modelo 3UV, por último, se muestra la tabla de los aspectos que se consideraron en el análisis.

En el Capítulo 4 se presentan los Resultados, haciendo mención del total de problemas verbales, así mismo se muestra algunos de los problemas mencionados y el Análisis que se realizó, finalmente se presentarán las Conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

La Secretaría de Educación Pública (SEP) tiene como objetivo que todos los niños, niñas y jóvenes de México, sin importar su contexto, tengan una educación de calidad que les permita ser felices y tener éxito en la vida. De acuerdo con la Reforma educativa del 2017 el principal objetivo de la educación es garantizar el acceso a la escuela a todos los niños, niñas y jóvenes y asegurar que la educación que reciban les brinde aprendizajes y conocimientos significativos, relevantes y útiles para la vida (SEP, 2017).

Los libros de texto gratuitos se reproducen y distribuyen en todo el país por la CONALITEG. De acuerdo Calva (2007), los libros de texto son una herramienta cognoscitiva muy importante ya que son utilizados por los maestros y alumnos para medir sus procesos formativos. En la escuela secundaria mexicana, son obligatorios, gratuitos y nacionales por lo que son más accesibles que otros medios de aprendizaje; pueden ser utilizados y reutilizados las veces que se requiera en la labor educativa.

De acuerdo con el enfoque pedagógico de los planes y programas de estudio (SEP, 2017), la autenticidad de los contextos es fundamental para que la solución de los problemas de matemáticas se lleve más allá de la clase. También se menciona que una de las condiciones para que los problemas sean significativos, es que presenten un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual se relaciona con su edad y nivel escolar. Esto es muy importante ya que al ser así el estudiante tendría más interés en temas de matemáticas.

El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) da a conocer que al inicio del ciclo escolar 2016-2017, 355,000 alumnos de educación secundaria y 780,000 en educación media superior no continuaron con la educación obligatoria, por lo que es muy importante que el alumno al concluir cada nivel educativo adquiera y tenga claro los conceptos de matemáticas y pueda aplicarlos en su vida diaria.

En la actualidad existen muchas investigaciones sobre el aprendizaje-enseñanza de las matemáticas y ha ido evolucionando considerablemente a lo largo de los años, pero aún quedan muchas brechas entre estos dos conceptos, por lo que muchas veces la apatía de los estudiantes

hacia las matemáticas se genera porque no comprenden los conceptos, no tienen una buena guía de aprendizaje o simplemente no saben cómo emplear los conocimientos adquiridos en el aula a la vida cotidiana, haciéndose algunas preguntas como: ¿para qué aprendo este tema?, ¿son útiles estos conceptos?, ¿me servirá de algo este tema en la vida?

Como afirma Pólya (1965) un profesor de matemáticas tiene la oportunidad, de dedicar su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, pero matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de los alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y les ayuda a darles solución por medio de preguntas estimulantes podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. Lo cual sería muy grato para los alumnos ya que además de aprender nuevos conceptos, podrían encontrarles una utilidad en el medio en que se desarrollan.

La ecuación cuadrática se estudia por primera vez en el tercer grado de secundaria, se localiza en el Eje de Número, Álgebra y Variación. El aprendizaje esperado es: “Que el alumno resuelva problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas”, esto de acuerdo con el plan y programas de estudio de educación básica correspondiente a la SEP (2017). Como es un concepto nuevo para los alumnos, es fundamental que se tenga una buena comprensión de dicho tema, así como tener conocimientos básicos del álgebra.

El álgebra es fundamental para abordar el tema de ecuación cuadrática por ello dedicaremos parte de esta investigación a este tema. Como lo menciona Ursini et al. (2005, p.11), “la mayoría de los estudiantes tienen serias dificultades para desarrollar una comprensión adecuada del uso de las letras en álgebra y lograr una capacidad aceptable para trabajar con ellas”. Aunque el álgebra se enseña antes del tercer grado de secundaria no quiere decir que los alumnos ya sepan manipularla en su totalidad.

Siguiendo con Ursini et al. (2005) en el álgebra de secundaria se trabaja esencialmente con tres usos distintos de la variable: las incógnitas, los números generales y las relaciones funcionales, pero generalmente en el aula no se pone énfasis en la diferencia que existe en estos tres usos de la variable y por tanto cuáles son las acciones adecuadas que debemos tomar en cada caso.

Por todo lo anterior, es pertinente estudiar los problemas verbales planteados en los libros de texto, específicamente de la CONALITEG, donde se realizará un análisis de la autenticidad de

problemas verbales que tengan un contexto, con un enfoque cualitativo basado en la teoría propuesta por Palm (2008), donde se consideran tareas auténticas y se definen un conjunto de aspectos que permiten a un problema considerarse como auténtico, así mismo se tomará el modelo 3UV como base para analizar el tipo de variable que tiene cada problema verbal.

1.1 Planteamiento del Problema

Basándonos en las dificultades que existen en las aulas para la comprensión y desarrollo de problemas matemáticos sobre el tema “expresión cuadrática”, y con la importancia que tienen los libros de texto gratuitos de la CONALITEG, ha surgido el interés para analizar los problemas verbales desde la taxonomía de la teoría de situaciones auténticas de Palm y Nyström (2009), así como también analizar el tipo de variable que se presenta en cada uno de los problemas antes mencionados mediante el modelo tres usos de la variable (3UV).

Algunos estudios demuestran que tener problemas auténticos en los libros de texto ayuda a que los alumnos puedan comprender y resolver los problemas de manera eficiente, como por ejemplo Pichardo (2022) demuestra que existe un mejor desempeño al resolver problemas auténticos versus no auténticos. Para Nexticapan y Juárez (2021) la autenticidad de los problemas es fundamental para su comprensión ya que en dicha investigación se analizó la resolución de un problema auténtico y uno no auténtico, teniendo mejores resultados en el problema auténtico. De esta forma, el objetivo general de este trabajo es:

1.2 Objetivos de Investigación

1.2.1 Objetivo General

Analizar la autenticidad y el tipo de variable de acuerdo con el modelo 3UV de problemas verbales referentes a la expresión cuadrática propuestos en los libros de texto de la CONALITEG de tercero de secundaria de educación básica.

PREGUNTA

Pregunta general de investigación:

¿Cuáles aspectos de autenticidad y tipo de variable de acuerdo con el modelo 3UV muestran problemas verbales referentes a la expresión cuadrática propuestos en los libros de texto de la CONALITEG de tercero de secundaria de educación básica?

1.3 Justificación

Como ya se ha mencionado, los libros de texto gratuitos son fundamentales para el aprendizaje de los alumnos de educación básica, es por ello por lo que vale la pena hacer un análisis sobre ellos. En la actualidad existen diversas investigaciones que se han dedicado a la autenticidad de los problemas verbales en los libros de texto en diferentes temas, sin embargo, aún falta mucho por investigar en este ámbito, como se desarrolla a continuación:

Palm (2006) mostró que, tener un aumento en la autenticidad de la tarea, aumenta la tendencia a usar el conocimiento del mundo real de manera efectiva en las soluciones a problemas verbales, esto tendría mayor impacto en los alumnos, ya que podrían encontrar una manera diferente en aprender conceptos nuevos y al mismo tiempo útiles.

En su investigación Pichardo y Juárez (2021) hacen un análisis de contenido cualitativo que se basó en los aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009), donde tomaron una muestra de problemas extraídos de 29 libros de texto gratuitos de tercer año de secundaria de la CONALITEG, seleccionando dos problemas sobre el teorema de Pitágoras de cada uno de ellos, lo que dio un total de 58 problemas, concluyendo que la gran mayoría de los problemas planteados con respecto a dicho tema no son auténticos, ya que el 96.5% de los problemas que analizaron no cumplen con al menos un aspecto de autenticidad, y solo el 3.5% de los libros analizados resultó ser auténtico.

Por su parte, Medina (2018) en su tesis de maestría, realizó un análisis referente a la teoría de situaciones auténticas propuesta por Palm(2009) para determinar si los problemas planteados por los libros de texto de secundaria de matemáticas se podían considerar auténticos, en dicha investigación realizó entrevistas e investigación documental concluyendo que las tareas presumiblemente auténticas quebrantan uno o más de los aspectos de la teoría de Palm, además de

que, en la revisión de cerca de 100 libros de texto de educación básica de nivel secundaria, observó que, en la mayoría de ellos existe una gran cantidad de problemas carentes de autenticidad.

Otro ejemplo es el de Cruz et al. (2020), en su investigación utilizaron la teoría de situaciones auténticas en las tareas escolares donde se analizó la autenticidad de los problemas matemáticos en el tema de teorema de Pitágoras y se seleccionaron aquellos libros con contextos aparentemente auténticos. Se basaron en los primeros cuatro aspectos (evento, pregunta, información/datos y presentación) de los ocho que plantea Palm (2009) en su teoría de tareas de situaciones auténticas. En sus resultados mostraron que ninguno de los problemas que seleccionaron logró cumplir los cuatro aspectos de la Teoría de Palm, también explican que existe discrepancia entre los datos proporcionados en las situaciones descritas y los datos de la vida real.

La revisión de literatura realizada permitió identificar que el análisis de libros de texto en el tema de ecuaciones cuadráticas es escaso. Más aún, en el tema de autenticidad de tareas planteado por Palm (2006, 2008, 2009) no se encontró ningún estudio que analizara los problemas o tareas en libros de textos desde esta perspectiva y en este tema.

Debido a que en el estudio de la expresión cuadrática se involucra el álgebra, específicamente nos interesa estudiar el uso de las variables en los problemas verbales planteados en los libros de texto según el modelo 3UV. Tomaremos las expresiones cuadráticas para analizar dicho modelo. De acuerdo con Ursini et al. (2005), para que un alumno pueda trabajar con cierto éxito el álgebra elemental, es necesario, que primero trabaje con las incógnitas, pero también con los números generales y las relaciones funcionales, y que aprenda a pasar con flexibilidad entre estos distintos usos de la variable, y segundo que aprenda las reglas sintácticas que rigen el lenguaje algebraico para que pueda relacionar los distintos usos de la variable en diversas situaciones.

Tomando en cuenta lo mencionado anteriormente, se justifica la necesidad de realizar una investigación sobre la autenticidad de los problemas verbales que se presentan en los libros de texto gratuitos de la CONALITEG de tercer año de secundaria de educación básica en México, en el tema de ecuaciones cuadráticas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Si bien la palabra “problema” es muy difícil de definir, tenemos que tomar en cuenta a qué nos referimos con este término, para poder comprender este concepto y a partir de ello tener un buen fundamento de la presente investigación.

Entonces ¿Qué es un problema? Según la Real Academia Española (RAE) define problema (en forma general) como:

2. m. Proposición o dificultad de solución dudosa.
3. m. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin.
5. m. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

En palabras de Parra (1991, p.59), “en sentido amplio un problema plantea una situación que debe ser modelada para encontrar respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación, y la resolución no es inmediata”.

De acuerdo con Pólya (1962, p. IX), un problema significa “encontrar una salida a una dificultad, una forma de sortear un obstáculo, alcanzar un objetivo que no era alcanzable de inmediato”.

Para Parra (1990, p.23), “la resolución de problemas se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo por encontrar una solución que no se conoce”.

De acuerdo con Pólya (1965), la comprensión del problema es fundamental para la resolución del mismo ya que si el alumno no lo comprende, difícilmente podrá llegar a un resultado correcto y mucho menos deseará resolverlo. Si hay falta de comprensión y de interés por parte del alumno, no siempre es su culpa ya que es necesario dedicar un tiempo a estudiarlo de un modo natural e interesante.

Por su parte, Verschaffel et al., (2000, p.3) definen los problemas verbales como: “descripciones textuales de situaciones que se suponen comprensibles para el lector, dentro de las cuales, las preguntas se pueden contextualizar”.

Para Ventura y Freitas (2007) los problemas verbales son una descripción de alguna situación, una descripción de sucesos que utiliza un lenguaje común. Así los problemas verbales forman parte de la matemática educativa ya que funcionan como un puente entre las matemáticas y la realidad.

Por su parte, Pólya (1962, p. 59) afirma que “al resolver un problema verbal por medio de ecuaciones, el estudiante traduce una situación real en términos matemáticos: tiene una oportunidad para verificar qué conceptos pueden ser relacionados con la realidad, pero tales relaciones deben ser trabajadas con cuidado”.

Teoría de situaciones auténticas

Para Palm (2008, p 40), un *problema verbal auténtico* es aquel que “representa alguna situación de la vida cotidiana de manera que, aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable”. También nos dice que la autenticidad de los problemas verbales es fundamental en el aprendizaje de los estudiantes.

De acuerdo con Palm y Nyström (2009, p. 63), el término *autenticidad* se usa para denotar la concordancia entre una tarea escolar y una situación de la vida real, y el término se usa en relación con la situación extraescolar que se describe en la tarea, el contexto de la tarea. Por lo tanto, la autenticidad se refiere a tareas contextualizadas y la tarea escolar auténtica es una que emula bien una situación de la vida real.

En la teoría de Palm y Nyström (2009), se establecieron cinco aspectos como los más importantes para que una tarea se considere auténtica. A continuación, se presentan las definiciones de los aspectos que ellos consideraron:

Evento. Refiere al suceso descrito en la tarea. En una simulación de una situación de la vida real, es un requisito previo que el evento descrito en la tarea escolar haya ocurrido o tenga una gran probabilidad de ocurrir.

Pregunta: Se refiere a la concordancia entre la asignación dada en la tarea escolar y una situación extraescolar correspondiente. La pregunta en la tarea escolar es una que podría plantearse en el acontecimiento del mundo real descrito, es un requisito previo para que exista una situación de la vida real correspondiente con la tarea escolar.

Información/datos. Se refiere a la información y datos que incluye valores, modelos y condiciones en las que se puede basar la solución a una tarea. El aspecto se divide de la forma siguiente:

- *Existencia de información/datos.* Se refiere a la adecuación en la existencia entre la información disponible en la tarea de la escuela y la información disponible en la situación simulada.
- *Realismo de la información/datos.* Se refiere a que el realismo de los valores dados en las tareas escolares es un aspecto de importancia en simulaciones de situaciones de la vida real.
- *Especificidad de la información/datos.* Se refiere a la adecuación en la especificidad de la información disponible en la situación escolar y la situación simulada. Por ejemplo, la diferencia entre compartir una rebanada de pan y compartir un pastel puede hacer que los estudiantes razonen diferentemente (Taylor, 1989, citado en Palm y Nyström, 2009).

Propósito en el contexto de la tarea. El propósito de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en la situación de la vida real correspondiente.

Uso del lenguaje. Se refiere a la terminología, la estructura de las oraciones y a la cantidad de texto utilizado en la resolución de las tareas.

Modelo 3UV (tres usos de la variable)

De acuerdo con Ursini et al. (2005), una parte de las investigaciones acerca de la enseñanza del álgebra elemental se han centrado en el concepto de variable, la cual se presenta en una diversidad de formas cuando se resuelven problemas algebraicos y que en su carácter multifacético está el origen de muchas de las dificultades de los alumnos.

Es por ello que surge el modelo 3UV como una propuesta de enseñanza alternativa del álgebra, ya que en diferentes investigaciones se ha reportado el poco entendimiento que tienen los alumnos en el álgebra y en la resolución de problemas de dicho tema.

En Ursini et al. (2005, p. 23) se dice que en el álgebra de secundaria intervienen esencialmente tres usos de la variable: para representar las incógnitas, los números generales y las relaciones funcionales entre distintas cantidades.

En los libros de la CONALITEG existen diversas formas en que se plantean los problemas verbales, por lo que se consideró clasificar dichos problemas tomando en cuenta el modelo 3UV donde se clasifica la variable en sus tres usos.

En Ursini et al. (2005, p. 35) se presenta los aspectos que caracterizan a cada uno de los tres usos de la variable y que conforman lo que denominaron Modelo 3UV (tres usos de la variable)

Variable como incógnita

I1 Reconocer e identificar, en una situación problemática, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.

I2 Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación, como la representación de valores específicos.

I3 Sustituir la variable por el valor o valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.

I4 Determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas, aritméticas o de ambos tipos.

I5 Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

Variable como número general

G1 Reconocer patrones y percibir reglas y métodos en secuencias y en familias de problemas.

G2 Interpretar la variable simbólica como la representación de una entidad general, indeterminada que puede asumir cualquier valor.

G3 Deducir reglas y métodos generales en secuencias y en familias de problemas.

G4 Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.

G5 Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

Variable como una relación funcional

F1 Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas)

F2 Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente

F4 Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas, en una relación funcional, independiente mente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas)

F5 Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra

F6 Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema

Ecuación cuadrática

De acuerdo con Arriaga et al. (2001, p. 128) “Una ecuación cuadrática es una ecuación de segundo grado y se caracteriza por la posibilidad de tener dos soluciones, una o ninguna.”

Para Avirama y Gustin (2014) se pueden modelar fenómenos de diferente naturaleza a través de la ecuación cuadrática, permitiendo entender los conceptos de la Cinemática, o los fenómenos relacionados con el movimiento de los cuerpos, como movimientos con aceleración constante, tiros parabólicos y caída libre, los cuales se modelan a partir de ecuaciones cuadráticas.

En su investigación, Cárdenas (2007) concluye que los estudiantes no manejan los conocimientos básicos, elementales y estrategias generales para resolver ejercicios e ignoran la fórmula que da solución a la ecuación cuadrática, por lo que tienen carencias, errores y dificultades en la resolución de ecuaciones, álgebra y aritmética.

De acuerdo con Acosta (2017), existe una problemática en la enseñanza de las ecuaciones, ya que cuando los alumnos no comprenden el significado de ecuación, que implica una solución, se presentan dificultades con las operaciones a realizar. En dicha investigación, se diseñó un instrumento con seis actividades y un total de 12 reactivos sobre aspectos básicos del contenido de ecuaciones cuadráticas, dando como resultado definiciones incorrectas, procedimientos propios no válidos, utilización de la aritmética en situaciones que demandan el uso del álgebra y procedimientos inconclusos, por mencionar algunos.

En la actualidad existen varias investigaciones que nos dan otras formas de abordar el tema de ecuaciones cuadráticas, como el uso de tecnologías de la información, por mencionar una, sin embargo, en esta investigación nos basamos específicamente en los problemas verbales de los

libros de texto de la CONALITEG, ya que como se mencionó anteriormente, dichos libros son el material de apoyo más utilizado por los profesores en el aula.

CAPÍTULO 3

MÉTODO

La investigación se basa en el paradigma interpretativo, en el cual, según Aravena et al., (2006), el carácter reflexivo del hecho social debe ser asumido por el investigador, con la finalidad de reunir las observaciones para construir una interpretación del fenómeno. En este sentido, nuestra problemática está centrada en la interpretación de cada uno de los aspectos de la taxonomía de Palm y Nyström, en cada uno de los problemas a analizar.

El tipo de investigación que se planteó en este trabajo es de tipo cualitativo, puesto que permite describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por el investigador (Hernández et al., 2014).

La técnica de recolección y análisis de los datos fue el análisis de contenido puesto que se basa en la lectura (textual o visual), siguiendo el método científico, es decir, debe ser sistemática y objetiva, no sólo se basa en circunscribir a la interpretación del contenido del material analizado, sino que se profundiza en su contenido latente y en el contexto social donde se desarrolla el mensaje (Andréu, 2000). En este trabajo, las categorías de análisis son los aspectos, evento, pregunta, propósito, información/datos y uso de lenguaje, y sólo se hablará de frecuencias o porcentajes.

Se realizó una selección aleatoria de seis libros de texto gratuito de tercer grado de secundaria de la CONALITEG, cabe mencionar que dichos libros fueron consultados de manera virtual en su página oficial, se extrajeron problemas verbales del tema “ecuación cuadrática” sumando un total de 148 problemas verbales. La selección de cada problema se realizó considerando que el problema verbal tuviera un contexto.

Con respecto al estudio de cada problema, se asignó el valor de 1 si el problema cumple con el aspecto a analizar y el valor de 0 si no cumple con él. Si la suma de todos los aspectos dio como resultado 5, se trata de un problema auténtico. Dicho análisis de autenticidad fue realizado por la tesista y la asesora como expertas en el tema, trabajando conjuntamente, para tener una valoración consensuada de cada aspecto, y cuando hubo discrepancia se discutió hasta llegar a un acuerdo.

A continuación, se dan los datos de los libros que se consultaron, así como el total de cada uno de los problemas verbales.

Libro 1

Autores: Mancera Martínez Eduardo, Basurto Hidalgo Eduardo

Nombre del libro: Interacciones Matemáticas 3

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. 2021

Año de publicación :2021

Número de problemas verbales seleccionados:11

Libro 2

Autores: Arriaga Coronilla Alfonso, Sesma Parra Susana Emilia, Compañ
García Mónica

Nombre del libro: Matemáticas 3. Aprendizaje creativo y recreativo

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Pearson Educación de México, S.A. de C.V. 2021

Año de publicación: 2021

Número de problemas verbales seleccionados: 50

Libro 3

Autores: Bosch Giral Carlos, Meda Guardiola Ana

Nombre del libro: Matemáticas 3. Infinita secundaria

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Castillo Educación de México, S.A. de C.V.

Año de publicación : 2021

Número de problemas verbales seleccionados: 32

Libro 4

Autores: Riva Palacio y Santana Marco Aurelio

Nombre del libro: Matemáticas 3. Pensamiento Matemático espacios creativos

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Santillana S.A. de C.V. 2021

Año de publicación : 2021

Número de problemas verbales seleccionados: 11

Libro 5

Autores: Ricardo Medel Esquivel, Ricardo García Salcedo, Leticia Rodríguez Martínez

Nombre del libro: Matemáticas 3. Travesías

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Castillo S.A. de C.V. 2021

Año de publicación : 2021

Número de problemas verbales seleccionados: 31

Libro 6

Autores: María Trigueros Gaisman, Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres, María Dolores Lozano Suárez, Mercedes Cortés Lascurain, Emanuel Jinich Charney, Mónica Inés Schulmaister

Nombre del libro: Matemáticas 3

Edición: Primera

Tercer grado, educación secundaria

Editorial: Santillana, S.A. de C.V. 2021

Año de publicación : 2021

Número de problemas verbales seleccionados: 13

Al hacer el análisis de los problemas verbales, también se hizo una clasificación conforme al modelo 3UV, es decir que a cada problema verbal se le asignó unas siglas, si el problema verbal era de tipo “Variable como incógnita” se le asignó la letra I, si era de tipo “Variable como número general” se le asignó NG y por último si era de tipo “Variable como una relación funcional” se le asignó RF. En la Tabla 1 se muestra un ejemplo de cómo se analizó cada problema.

Se obtuvo una tabla de 115 páginas en un archivo de Word. No se pudo anexar a este trabajo ya que dichos libros tienen derechos de autor.

Tabla1. Tabla de aspectos que se consideraron en el análisis.

| Numero de problema | Tipo | Uso de variable de acuerdo con el modelo 3UV | Problema verbal | Evento | Pregunta | Información/datos | Propósito en el contexto de la tarea | Uso de lenguaje | Puntos cumplidos |
|--------------------|------|--|-----------------|--------|----------|-------------------|--------------------------------------|-----------------|------------------|
|--------------------|------|--|-----------------|--------|----------|-------------------|--------------------------------------|-----------------|------------------|

Una vez analizados los problemas verbales en la tabla de Word se vaciaron los datos numéricos en una tabla de Excel para hacer el análisis de frecuencias de cada uno de los aspectos (ver Tabla 2).

Tabla 2. Tabla de aspectos del análisis en Excel

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|--------|----------|-------------------|-----------|-----------------|--------|
| | numero problema | tipo | uso de Variable | problema verbal | evento | pregunta | informacion/datos | proposito | uso de lenguaje | puntos |
| | 1 | área | I | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| | 2 | área | I | | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| | 3 | área | I | | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 |
| | 4 | área | I | | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| | 5 | Tiro parabolico | RF | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| | 6 | Teorema de pitagoras | NG | | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 4 |

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Después de la recolección de datos, que dio un total de 148 problemas verbales, de seis libros seleccionados aleatoriamente, a continuación, se presenta el análisis de los problemas de los cuales cumplieron 0, 1, 2, 3, 4 o 5 aspectos, también se presentan los problemas con variables en sus tres usos (modelo 3UV).

En la Tabla 3 se presentan las frecuencias y porcentajes que cumplió cada problema con respecto a los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Tabla 3. *Problemas que cumplen con los aspectos de autenticidad*

| Aspecto | Porcentaje |
|--------------------------|-------------------|
| <i>Evento</i> | 99 (66.89%) |
| <i>Pregunta</i> | 8 (5.41%) |
| <i>Información/datos</i> | 61 (41.22%) |
| <i>Propósito</i> | 95(64.19%) |
| <i>Uso de lenguaje</i> | 148 (100%) |

Como puede observarse, el 5.41% de problemas verbales cumplieron con el aspecto de pregunta, esto se debe a que las preguntas de estos problemas eran específicamente de aspectos matemáticos y no hacían referencia a la vida real. Por ejemplo, el problema preguntaba por la expresión cuadrática o situaciones similares. Por el contrario, el 100% de los problemas cumplió con el aspecto de uso de lenguaje ya que los problemas no tenían palabras ambiguas o lenguaje rebuscado, sino que estaban acorde a la situación planteada. En el caso de evento resultó que el 66.89% cumplió con este aspecto, ya que los problemas que se planteaban parecían ser posibles en la vida real pero no cumplían otro aspecto, lo mismo pasó con el aspecto de propósito (64.19%) e información y datos (41.22%), ya que los problemas eran acorde a la vida real pero no cumplían con el aspecto de la pregunta, evento o propósito.

En la Tabla 4 se presentan las frecuencias de problemas verbales que cumplen con un determinado número de aspectos.

Tabla 4. *Problemas verbales que cumplen con un determinado número de aspectos.*

| Aspecto | total de problemas verbales |
|----------------|------------------------------------|
| 1 | 29 (19.59%) |
| 2 | 26 (17.57%) |
| 3 | 46 (31.08%) |
| 4 | 43(29.05%) |
| 5 | 4(2.70%) |
| 0 | 0 (0%) |

Como puede observarse solo el 2.70% (4 problemas verbales) cumplieron con los cinco aspectos de autenticidad, es decir, estos problemas fueron los que resultaron ser auténticos. También podemos reportar que estos cuatro problemas fueron de contexto escolar y no se encontró un contexto fuera de la escuela que fuera auténtico. Sin embargo, podemos decir que la mayoría (60.13%) cumplió por lo menos tres o cuatro de los cinco aspectos. También podemos decir que no hay alguno que no cumpla con al menos un aspecto, porque al menos cumplieron con el uso de lenguaje.

Todos los problemas cumplieron con el aspecto uso de lenguaje lo cual es un indicador de que los problemas verbales planteados a estudiantes de nivel secundaria son adecuados en cuanto a las palabras o términos empleados, solo falta rediseñarlos para que sean auténticos.

En la figura 1 se presenta un problema verbal que cumplió solo uno de los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Problema verbal que cumplió un aspecto

Figura 1. *Problema que cumple un aspecto*

Una empresa sanitaria desea representar el área que se tendrá de un terreno después de hacer en él una fosa séptica por medio de una expresión algebraica, ya que en estos momentos no se saben las medidas del terreno. Tanto el área del terreno como el área de la fosa séptica son de forma cuadrada y la fosa séptica tiene $36m^2$

- a) Si cada lado del terreno mide x ¿cuál será una expresión que represente el área que sobra del terreno?.....¿Cuánto mide de lado el área de la fosa séptica?*
- b) Para factorizar la expresión del inciso a en dos binomios, indiquen que valores tendrán los términos independientes del cada binomio:*
- c) Escriban la expresión del inciso a y su factorización, y comprueben algebraicamente que son equivalentes.*

Nota: adaptada de Compañ et al. (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

El problema de la Figura 1 no cumple con el aspecto de evento ya que una empresa sanitaria debe saber el área del terreno primero para que pueda establecer las dimensiones de la fosa séptica, además debe checar que no haya tuberías cercanas, entre otras cosas.

No cumple con el aspecto de pregunta ya que, en caso de que el evento exista no se preguntaría por una expresión que represente el área que sobra, sino que las dimensiones de la fosa séptica serían determinadas con base en la disponibilidad de espacio en el terreno.

No cumple el aspecto de información y datos, porque para que se diera en la vida real deberíamos tener datos como, si el terreno tiene las condiciones adecuadas, si existe alguna construcción o existirá, de tal modo que se determine dónde se colocará.

No cumple con el aspecto de propósito ya que si una empresa quisiera saber el área de un terreno después de hacer la fosa séptica bastaría con llamar al cliente y pedir la medida del terreno y restar lo que mida la fosa séptica.

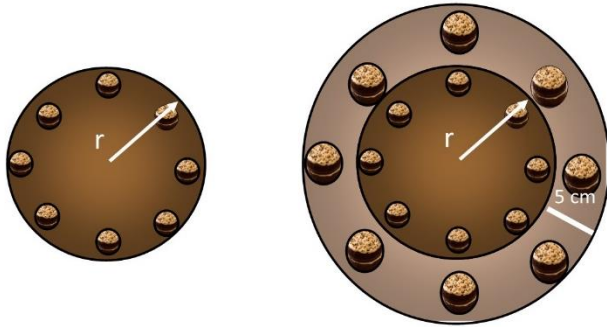
El problema sí cumple con el uso de lenguaje porque no hay términos complejos ni difíciles de entender.

En la figura 2 se presenta un problema verbal que cumplió dos de los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Problema verbal que cumplió dos aspectos

Figura 2. Problema que cumple dos aspectos

Se tienen dos pasteles circulares, el mayor tiene 5 cm más de radio que el menor, cuyo radio es r , como se muestra en la figura. Ambos pasteles se reparten en trozos que tienen la misma área; así el pequeño alcanza para ocho personas y el más grande para 18 personas. ¿Cuál es el área de cada pastel?



- ¿Cuál es la ecuación que representa el problema?
- ¿Cuál es el radio de cada pastel?

Nota: adaptada de Riva y Santana (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

El problema de la Figura 2 cumple con el aspecto de evento ya que podría pasar que un pastel tenga 5 cm más de radio que otro, así mismo, que el pastel pequeño alcance para ocho personas y el grande para 18 personas.

No cumple con el aspecto de pregunta ya que en caso de que el evento exista no se preguntaría por el área, ni por una ecuación y mucho menos por el radio de cada pastel.

No cumple el aspecto de información y datos porque para que se diera en la vida real deberíamos tener datos ya establecidos como el área total del pastel o simplemente ya marcadas las rebanadas de pastel.

No cumple con el aspecto de propósito ya que si una persona quisiera saber el área del pastel bastaría con preguntar al repostero o pastelería que elabora dicho pastel por las dimensiones deseadas.

El problema sí cumple con el uso de lenguaje porque no hay términos complejos ni difíciles de entender.

En la Figura 3 se presenta un problema verbal que cumplió tres de los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Problema verbal que cumplió tres aspectos

Figura 3. Problema que cumple tres aspectos

Un albañil abrió una ventana cuadrada en la cocina de su casa. Al cotizar el costo, obtuvo que el precio del vidrio era de \$120 por metro cuadrado y el precio del marco de aluminio para la ventana costaba \$270 el metro lineal. Si se gastó \$2720 ¿Cuánto mide el lado de la ventana?

Nota: adaptado de Hidalgo y Martínez (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

El problema de la Figura 3 cumple con el aspecto de evento ya que un albañil puede abrir una ventana cuadrada en la cocina de su casa.

No cumple con el aspecto de pregunta ya que, el albañil al abrir la ventana tuvo que saber sus dimensiones, entonces la pregunta es innecesaria.

No cumple el aspecto de información y datos porque para que se diera en la vida real deberíamos tener datos como el espesor, ancho y tipo de vidrio que necesitamos para dar el precio por metro cuadrado.

Cumple con el aspecto de propósito ya que este es poner una ventana de aluminio con vidrio en la cocina del albañil.

El problema si cumple con el uso de lenguaje porque no hay términos complejos ni difíciles de entender.

En la Figura 4 se presenta un problema verbal que cumplió cuatro de los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Problema verbal que cumplió cuatro aspectos

Figura 4. Problema que cumple cuatro aspectos

La familia Rodríguez tiene un negocio en el que hacen vallas y cercas para casas y terrenos. Se colocó cerca a un terreno cuadrangular con un área de $1225m^2$, considera las fórmulas para calcular el área y el perímetro de un cuadrado y resuelve lo siguiente:

- a) Utiliza la variable x para representar algebraicamente el largo y el ancho del terreno.
Largo: ancho:*
- b) ¿Cuál es la fórmula que se utiliza para calcular el área del cuadrado?*
- c) Escribe la ecuación de segundo grado que corresponde a esta situación*
- d) A partir de las características de la ecuación, ¿Cuántas soluciones tendrá?*
- e) Las medias de cada lado del terreno son largo: y ancho:*
- f) ¿Cuántos metros de cerca se utilizaron para el terreno citado?
¿cómo obtuviste el resultado?*

Nota: adaptada de Compañ et al. (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

El problema de la Figura 4 cumple con el aspecto de evento ya que, sí puede pasar que una familia tenga un negocio en el que hagan vallas y cercas, así mismo, que se coloque cerca a un terreno cuadrangular.

No cumple con el aspecto de pregunta ya que si se colocó la cerca al terreno de $1225m^2$ ya se sabe qué dimensiones tiene dicho terreno, por lo que tampoco se pediría representar las medidas algebraicamente y mucho menos escribir una ecuación de segundo grado, por otra parte, tampoco tendrá razón de preguntarse cuántas soluciones tiene la ecuación pues, como ya se mencionó, solo se necesitaría saber las dimensiones para saber cuántos metros de cerca se utilizaron para el terreno.

Cumple el aspecto de información y datos ya que nos proporcionan el área del terreno y nos menciona que dicho terreno es cuadrado, esto es suficiente para saber sus dimensiones.

Cumple con el aspecto de propósito que es cercar el terreno con una valla.

El problema sí cumple con el uso de lenguaje porque no hay términos complejos ni difíciles de entender.

En la Figura 5 se presenta un problema verbal que cumplió los cinco aspectos de Palm y Nyström.

Problema verbal que cumplió cinco aspectos

Figura 5. Problema que cumple cinco aspectos

Marisol ayuda a su prima a estudiar los temas de matemáticas. El último que le enseñaron fue el de resolución de ecuaciones cuadráticas y uno de los ejercicios que resolvió fue $x^2 + 1 = 0$. Marisol, al revisar el ejercicio, nota que su prima obtuvo dos soluciones: $x = 1$ y $x = -1$

¿Es correcta la solución?

Nota: adaptada de Compañ et al. (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

El problema de la Figura 5 cumple con el aspecto de evento porque sí puede pasar que una persona ayude a su prima a estudiar resolución de ecuaciones cuadráticas.

Cumple con el aspecto de pregunta ya que al estudiar el tema de ecuaciones cuadráticas y resolver el ejercicio se haga la pregunta si es correcta la solución.

Cumple el aspecto de información y datos ya que nos proporcionan los datos suficientes.

Cumple con el aspecto de propósito ya que este es ayudar a su prima a estudiar y verificar que lo haga correctamente.

El problema sí cumple con el uso de lenguaje porque no hay términos complejos ni difíciles de entender.

En la Figura 6 se presenta un ejemplo de un ejercicio que no cumple con ser un problema verbal.

Ejercicio que no se consideró problema verbal

Figura 6. Ejercicio que no se consideró problema verbal

| | |
|---|--|
| <p><i>El sistema romano de proporciones arquitectónicas se basa en el llamado número de plata. Un rectángulo cuya relación entre los lados sea igual al número de plata se denomina rectángulo plateado. Resuelve la ecuación $x^2 - 2x - 1 = 0$ para conocer su valor. ¿Cuántas soluciones tiene?, ¿Qué solución es la que tiene sentido? Explica</i></p> | |
| <p>Rectángulo plata</p> | |

Nota: Adaptación de Bosch y Meda (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

Este es un ejemplo de un ejercicio que presenta un hecho real pero no es un problema con un contexto, porque solo pide resolver una ecuación, por lo cual no se consideró que fuera un problema verbal con un contexto.

Análisis de los tipos de variable en los problemas verbales a partir del Modelo 3UV

A continuación, se analizarán los porcentajes que se obtuvieron del análisis de los 148 problemas verbales en los libros de texto, con respecto al tipo de variable, según el modelo 3UV.

En la Tabla 5 se presenta el porcentaje de los tipos de variables que presentaron los 148 problemas verbales.

Tabla 5. Porcentajes de los tipos de variables presenten en los problemas analizados.

| Tipo de variable | Porcentaje |
|---|------------|
| <i>Variable como incógnita</i> | 50.6% (75) |
| <i>Variable como Numero General</i> | 38.5% (57) |
| <i>Variable como Relación Funcional</i> | 10.8% (16) |

Nota: La tabla muestra el porcentaje que obtuvieron los problemas verbales de acuerdo con el tipo de variable.

Como podemos observar en la Tabla 3, el 50.6% (75 problemas verbales) son de tipo variable como incógnita, es decir la mayoría de los problemas verbales se presentan de esta forma y el 10.8% (16 problemas verbales) son del tipo variable como relación funcional. Lo importante de emplear este modelo es que los estudiantes identifiquen qué uso de variable se está utilizando en cada problema verbal para poder desarrollar capacidades y resolver dichos problemas con mayor facilidad.

En el estudio se pretendía hacer el análisis de los problemas verbales con la expresión cuadrática, conforme se avanzó con dicho análisis nos percatamos que las variables estaban dadas con diferentes usos, por lo que se decidió anexar el Modelo 3UV.

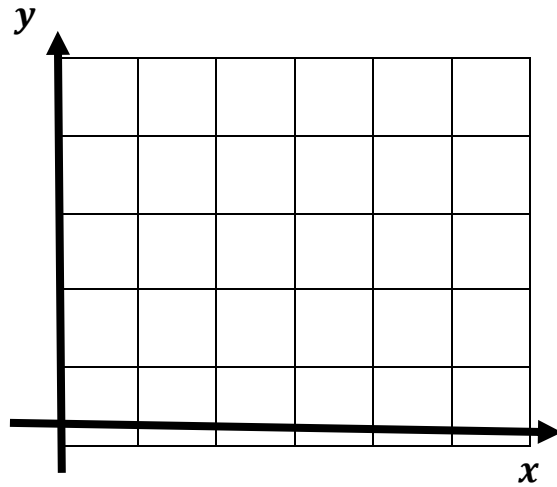
En la Figura 7 se presenta un problema verbal con variable de tipo relación funcional.

Figura 7. Problema verbal que tiene variable como relación funcional

Un proyectil sale disparado al aire y sigue la trayectoria descrita por la expresión $y = -x^2 + 18x$ donde x es la distancia recorrida por el proyectil y y es la altura que alcanza, ambas cantidades están en metros.

- *¿Cuál es el vértice de la parábola que corresponde a la expresión? Explica como lo obtienes.*
- *¿Cuáles son las soluciones de la ecuación asociada a la expresión? ¿Qué representa en la situación?*
- *Completa la tabla con los valores correspondientes y traza la gráfica que describe el movimiento del proyectil.*

| x | y |
|-----|-----|
| 1 | 17 |
| 2 | 32 |
| 3 | 45 |
| 4 | 56 |
| 5 | 65 |
| 6 | 72 |
| 7 | 77 |



- ¿Cuál es la altura máxima del proyectil?
- ¿Qué distancia horizontal alcanza?

Nota: Adaptación de Bosch y Meda (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

De acuerdo con el modelo 3UV, tiene variable como relación funcional ya que primero reconocemos que existe una correspondencia entre los valores de las dos variables (F1). En este caso existe entre x y y ya que y es una expresión que está dada en función de x . Enseguida determinamos los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente (F2). En este caso los valores son: 17, 32, 45, 56, 65, 72, 77. A continuación dada la expresión algebraica, determinamos los intervalos de variación. En este caso sería entre 0 y 18 ya que $y = -x^2 + 18x = (x - 18)(-x)$ (F5)

En la Figura 8 se presenta un problema verbal con variable de tipo incógnita.

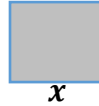
Ejemplo de problema verbal que tiene variable como incógnita

Figura 8. Problema verbal con tipo de variable como incógnita

Se desea colocar losetas dentro de una zona cuadrada, que tiene área $441m^2$. ¿Cuánto debe medir cada lado de la loseta?



Loseta



- ¿Cuánto mide el área de cada loseta?
- ¿Cuántas losetas debe haber en la zona cuadrada?
- ¿Cómo se expresa el área de todas las losetas?
- ¿Qué ecuación representa el problema?
- Si suponemos que cada lado de la loseta mide $2m$, ¿Cuánto medirá el área de todas las losetas juntas?

Nota: Adaptación de Riva y Santana (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

De acuerdo con el modelo 3UV, es de tipo variable como incógnita ya que primero reconocemos e identificamos la existencia de algo desconocido que se puede determinar en este caso se trata de la longitud de la loseta (I1), segundo simbolizamos la incógnita en este caso es x (I2), enseguida relacionamos la incógnita con los datos del problema. En este caso, recordamos que el área se obtiene multiplicando lado por lado y para obtener el lado de un cuadrado teniendo el área es con la raíz cuadrada. Como en el problema verbal tenemos el total del área ($\sqrt{441}$), donde se quiere colocar la loseta, por lo que queremos es poner m losetas, entonces tenemos una expresión $mx = \sqrt{441}$ (I3). Ahora realizamos las operaciones necesarias, en este caso $x = \frac{21}{m}$ (I4).

Para el inciso a) tendríamos que en forma general el área sería: $x^2 = \frac{441}{m^2}$. (I5)

b) En forma general debe haber m^2x^2 losetas,

c) $A=441m^2$

e) $484m^2$

En la Figura 9 se presenta un problema verbal con variable de tipo número general.

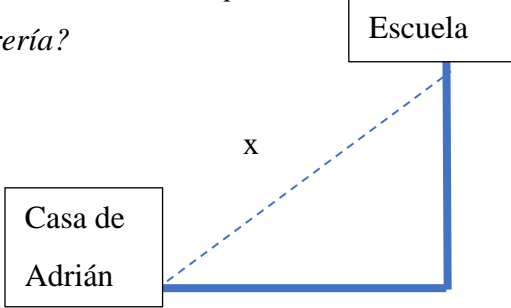
Problema verbal que tiene variable como número general

Figura 9. Problema verbal con tipo de variable como número general.

Para ir de su casa a la escuela, Adrián rodea un centro deportivo y camina en total 700m; 400m hacia el oriente y, después, 300 m hacia el norte. Si pudiera caminar en línea recta de su casa a la escuela, ¿Qué distancia recorrería?

a) 1 km b) 500 m

c) 600 m d) 450 m



NOTA: Adaptación de Mancera y Basurto (2021), Tercero de secundaria de la CONALITEG

De acuerdo con el modelo 3UV, es de tipo variable como número general ya que primero interpretamos la letra c como la representación de un número general (G1). Después usamos la letra para interpretar la variable simbólica como representación de una entidad general (G2). En este caso como Adrián rodea un centro deportivo (como se muestra en la imagen), queremos saber cuánto recorrería si pudiera caminar en línea recta así que c representa lo que buscamos. Enseguida podemos deducir que podemos utilizar el Teorema de Pitágoras (G3), por lo que nos quedaría de la siguiente forma: $c^2 = a^2 + b^2$. Continuamos desarrollando la variable (G5). En este caso $c^2 = 400^2 + 300^2 = 160000 + 90000 = 250000$

Por lo que $c^2 = \sqrt{250000}$, $c = 500 m$

Análisis del tipo de variable que obtuvieron los problemas verbales auténticos

A continuación, se analizarán los porcentajes que se obtuvieron del análisis de los problemas verbales que resultaron ser auténticos.

Tabla 6. *Porcentajes de los tipos de variables presentados en los problemas auténticos.*

| Tipo de variable | Porcentaje |
|---|-------------------|
| <i>Variable como incógnita</i> | 75% (3) |
| <i>Variable como Numero General</i> | 25% (1) |
| <i>Variable como Relación Funcional</i> | 0% (0) |

Como podemos observar, el 75% de los problemas auténticos, la variable se presentó como incógnita, seguido del 25% como número general, y ninguno tuvo la variable como relación funcional. Es interesante este resultado ya que lo importante de usar el modelo 3UV es que se promuevan sus tres usos, en este caso recordemos que los problemas fueron de un contexto escolar únicamente.

CONCLUSIONES

Este trabajo tuvo como objetivo analizar la autenticidad y el tipo de variable de acuerdo con el modelo 3UV de los problemas verbales referentes a la expresión cuadrática propuestos en los libros de texto de la CONALITEG de tercero de secundaria de educación básica. El estudio que se realizó fue de corte cualitativo, basado en un análisis de contenido de los problemas verbales.

Se revisó un total de 148 problemas verbales sobre el tema de la expresión cuadrática, llegando a la conclusión que la mayoría de los problemas no son auténticos. El 97.3% de los problemas analizados no cumplen con al menos un aspecto de autenticidad. Solo el 2.7% de los problemas verbales analizados cumple los cinco aspectos, es decir, son auténticos. Este resultado es preocupante, ya que estos libros de texto son los que se distribuyen y utilizan en las aulas en gran parte de México. Por otra parte, cabe recalcar que una de las problemáticas que se tiene en el país es el disgusto por las matemáticas, por lo que una consecuencia sería que los alumnos no comprendan la aplicación que tiene en la vida real.

El 29.05% de los problemas verbales cumplieron cuatro aspectos, es decir son casi auténticos, pero este porcentaje es bajo, ya que se esperaba que por ser tan útiles los libros de texto se obtuviera en su gran mayoría problemas verbales auténticos. Una propuesta es hacer un pequeño rediseño en los problemas verbales para que puedan ser auténticos y a su vez que los alumnos se sientan identificados, les despierte el interés de aprender, sepan cómo aplicar los conocimientos adquiridos en el aula. El aspecto que se cumplió en su totalidad fue el de uso de lenguaje. Aunque todos los problemas verbales cumplieron este aspecto y es de suma importancia, no garantiza que los problemas verbales se asemejen a ser auténticos ya que algunos problemas no cumplen con el evento, pregunta, información/datos ni el propósito. El evento que menos se cumplió fue el de pregunta con el 5.41%, este porcentaje es muy bajo, ya que en su mayoría se hacía referencia a aspectos matemáticos, sin dar oportunidad a que se relacionara con la vida real, y por tanto que los estudiantes no tengan clara la aplicación de estos.

En los problemas verbales se plantean diferentes contextos; el que más aparece es el de área, pero también se utiliza el tiro parabólico, variación cuadrática, teorema de Pitágoras, caída libre, rapidez, modelación matemática, por decir algunos, pero ninguno de estos problemas resultó ser auténtico.

En el caso de los problemas auténticos, todos fueron de un contexto escolar por lo que un área de oportunidad para los docentes en este campo sería proponer problemas auténticos con contextos fuera de la escuela.

Por otra parte, de acuerdo con el modelo 3UV, la mayoría de los problemas verbales tuvieron la variable como incógnita, con el 50.6 %, seguido de la variable como tipo relación funcional con el 38.5%. De los cuatro problemas que resultaron ser auténticos, tres de ellos tenían la variable como incógnita, y solo uno de ellos era de variable como número general. De esta manera surge el área de oportunidad para los docentes de proponer problemas auténticos que promuevan los tres usos de la variable en los problemas verbales relacionados con la expresión cuadrática. Con esta información se puede concluir que la mayoría de las situaciones planteadas en los libros de texto de tercero de secundaria de la CONALITEG referentes al tema expresión cuadrática no plantean situaciones con un contexto de la vida real donde se haga uso de las matemáticas.

Referencias

- Acosta, C. (2017). *Una propuesta de intervención desde el análisis didáctico. La enseñanza y aprendizaje de la ecuación cuadrática*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas]. Repositorio Institucional Caxcan. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/bitstream/20.500.11845/1227/1/2017%20Acosta,%20C.pdf>
- Andréu, J. (2000). Las técnicas de contenido: una revisión actualizada. *Fundación Centro de Estudios Andaluces Universidad de Granada*, v.10, n.2, p.1-34
- Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R. y Zúñiga, J. (2006) *Investigación Educativa I*. <https://hdl.handle.net/20.500.12799/4687>
- Arriaga, A., Compañ, M., y Sesma, S.E. (2021). *Matemáticas 3 aprendizaje creativo y recreativo*, México. Pearson
- Avirama y Gustin (2014). *Una propuesta para la enseñanza de la educación cuadrática en la escuela a través de la integración del material educativo*. [tesis de licenciatura, Universidad del Valle, Instituto de Investigación y pedagogía] <http://funes.uniandes.edu.co/11509/1/Gustin2014Una.pdf>.
- Basurto, E. y Mancera, E. (2021). *Interacciones, Matemáticas 3*. Pearson
- Bosh, C. y Meda, A. (2021). *Infinita, matemáticas 3*. Castillo.
- Cárdenas, (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la educación de la Universidad de los Andes. *Orbis: revista de Ciencias Humanas*, 2(6), 68-84. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2560305>
- Cortés et al., (2021). *Matemáticas 3*. Santillana.
- Crúz, L. J., Teutli, P., y Juárez, J. A. (2020). Análisis comparativo de la autenticidad de tareas matemáticas en libros de texto de bachillerato mexicanos y cubanos: el caso del Teorema de Pitágoras. *Revista Épsilon*, 106, 19-34. <http://funes.uniandes.edu.co/23929/1/Cr%C3%BAz2020An%C3%A1lisis.pdf>.
- García, R., Medel, R. y Rodríguez, L. (2021). *Travesías, Matemáticas 3*. Castillo.

- Hernández et al., (2014). *Metodología de la investigación: Análisis de contenido cuantitativo*. McGraw Hill Book.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). https://www.inee.edu.mx/medios/informe2019/stage_01/cap_01.html
- Mayer, A. N. y Cantú, J. T. Secretaría de Educación Pública. https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf
- Medina, I. (2011). *Diseño de tareas matemáticas auténticas en secundaria a partir de la teoría de Palm y la investigación documental y de campo*. [Tesis de maestría, Benemérita Universidad de Puebla]. Archivo digital. <https://repositorioinstitucional.buap.mx/bitstream/handle/20.500.12371/8415/388818T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Nexticapan, D., y Juárez, E. (2021). Análisis de los procesos de resolución de una tarea auténtica y una no auténtica: El caso de Rubí. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 27-47.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In B. Greer, L. Verschaffel, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Word and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Sense Publishers.
- Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(1), 59-76.
- Parra, B (1990) Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. *Educación Matemática*, 2(3), 22-31 <http://funes.uniandes.edu.co/9500/1/Dos1990Parra.pdf>

- Parra, B (1991) *La resolución de problemas en la construcción de esquemas de razonamiento, primera reunión sobre Razonamiento Matemático*. SME-CINVESTAV.
<http://funes.uniandes.edu.co/9512/1/Resolucion1991Parra.pdf>
- Partido Calva, M. (2007, julio-diciembre). Los libros de texto en la escuela primaria y sus implicaciones en la lectura. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa*, 5.
<http://cdigital.uv.mx/handle/123456789/5237>
- Pichardo, M.(2022) Diferencias de género, en la resolución de tareas auténticas y no auténticas.
[Tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery*. John Wiley & Sons.
- Pólya, G., y Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Sánchez, J. M. C., Vicente, S., Manchado, E., y Muñoz, D. (2014). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, 261-279.
- Ventura y Freitas (2007). Resolución de problemas con utilización de conocimientos del mundo real. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 288-293
<http://funes.uniandes.edu.co/5226/1/VenturaResoluci%C3%B3nALME2007.pdf>
- Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Dar sentido a los problemas verbales*. Swets & Zeitlinger Publishers