



**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE PUEBLA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
ELECTRÓNICA OPCIÓN EN
AUTOMATIZACIÓN**

**CONTROL VISUAL DE ROBOTS
MANIPULADORES**

Presenta:

Ing. Adilene Palma Asunción*

Asesor:

Dr. Fernando Reyes Cortés

Puebla, Pue., Enero 2016

*Becario CONACYT

*Dedicado a mis padres por enseñarme
la fuerza y valentía en la vida,
también porque soy un reflejo de su amor
y por darme su apoyo sin condiciones.
A mis hermanos, la motivación que me ayudan
a seguir buscando retos.
A mi sobrino que es la más grande felicidad
después de una noche oscura...*

Agradecimientos

Me permito expresar la gratitud y el reconocimiento a las personas e instituciones que tuvieron una parte importante en mis estudios de maestría. Gracias por confiar y creer en mis capacidades para culminar este proyecto que me otorga un grado académico más.

En primera instancia gracias a mis profesores asesores de tesis que me enseñaron y apoyaron, también me vieron llorar y reír en el tiempo de mi estadía en la maestría. Dr. Fernando gracias por su paciencia, confianza, dedicación, enseñanzas y su fe en mi para concluir con éxito este proceso. Dr. Jaime gracias por su apoyo, enseñanzas y su confianza. Dr. Sergio y Dra. Aurora gracias por su apoyo. Sin dejar en el olvido su comprensión y sus palabras de aliento para continuar y no abandonar mis estudios.

Gracias a mis padres Román Palma Ramírez y María Asunción Montaña por su todo su amor hacia mí, ya que de otra manera no hubiera podido concluir con éxito todo lo que hasta ahora he logrado. Gracias por sus enseñanzas de perseverancia y fortaleza. Mi familia la base de todo lo que soy.

A todos mis compañeros de la generación y generaciones vecinas, ya que más que sólo compañeros me regalaron su amistad, libros, sonrisas, abrazos y muchas alegrías, cosas que no puedo pagarles con nada. Gracias Luis, Nayella, Óscar, ... a todos los "MCEA Loquillos".

A mi compañero de trabajo, mejor amigo, Jonás, que a pesar de mis estados de ánimo siempre está conmigo y me hace reír. Gracias por las enseñanzas de trabajo y de la vida.

Mi gratitud a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla la cual me he permitido la realización de mis estudios y donde conocí a personas importantes de mi vida.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca económica que se me otorgó, con la cual, puede iniciar y culminar con grandes satisfacciones mis estudios de maestría, así como al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología del Estado de Puebla por su apoyo.

Índice general

Agradecimientos	II
Índice general	IV
Índice de figuras	X
Índice de tablas	XVI
Introducción	XIX
Objetivos	XXI
Objetivo general	XXI
Objetivos específicos	XXI
Hipótesis	XXII
1. Robótica	1
1.1. Introducción	1
1.2. Anatomía de un robot	2
1.2.1. Brazos robóticos	3
1.2.2. Robots antropomórficos	4

1.2.2.1. Robot de Transmisión Directa: ROTRADI	5
1.3. Cinemática de robots manipuladores	7
1.3.1. Transformaciones homogéneas	7
1.3.2. Metodología Denavit-Hartenberg	9
1.3.3. Cinemática diferencial	10
1.3.4. Jacobiano del Robot	10
1.3.4.1. Singularidades de la matriz Jacobiana	11
1.4. Dinámica de robots manipuladores	11
1.4.1. Ecuaciones de movimiento	12
1.4.2. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange	12
1.4.3. Modelo dinámico de robots	13
1.4.4. Propiedades del modelo dinámico	14
2. Visión	17
2.1. Introducción	17
2.2. Óptica	17
2.2.1. Sentido de la vista	18
2.2.2. Estructura anatómica del ojo humano	19
2.3. Visión artificial	20
2.3.1. Aplicaciones de visión artificial	22
2.4. Medición y análisis de la profundidad	23
2.5. Geometría proyectiva	23
2.5.1. Transformaciones proyectivas	24
2.5.2. Sistema de visión	24
2.6. Modelo de cámara	25
2.6.1. Cámaras de visión artificial	25

2.6.2.	Cámaras direccionales	26
2.6.3.	Distorsión de la lente	29
2.6.4.	Calibración de un sistema de visión por computadora	29
2.7.	Sensor CCD	30
2.8.	Percepción visual	30
2.9.	Descripción del modelo de visión y el modelo robótico	31
2.9.1.	Modelo matemático del sistema de visión	33
2.9.2.	Modelo 2D de la configuración cámara fija	35
2.9.3.	Modelo 3D de la configuración cámara fija	37
2.9.4.	Configuración cámara en mano	40
2.9.5.	Formulación unificada de los modelos de visión	42
3.	Procesamiento de imágenes	45
3.1.	Introducción	45
3.2.	Adquisición de imágenes	45
3.2.1.	Datos básicos de imagen	45
3.3.	Imágenes digitales	46
3.4.	Transformada de Fourier y frecuencia contenida en la señal	46
3.4.1.	Frecuencia contenida en una imagen	47
3.5.	Extracción de características de una imagen	47
3.6.	Técnicas de procesamiento de imágenes	48
3.6.1.	Histogramas	48
3.7.	Transformada de Hough	48
3.7.1.	Transformada de Hough para círculos	51
3.7.2.	MATLAB y su toolbox de procesamiento de imágenes	54
3.7.3.	Píxeles y ángulos	54

3.8. Resultados de la programación para el procesamiento de imágenes	56
4. Control	69
4.1. Introducción	69
4.2. Sistema de control de un robot	70
4.3. Dinámica y control	70
4.3.1. Modelo dinámico articular	71
4.3.2. Control de posición de robots manipuladores en espacio articular	72
4.3.3. Modelo dinámico cartesiano	72
4.3.4. Control cartesiano	73
4.4. Control de posición de robots manipuladores en espacio cartesiano	75
4.4.1. Visual servoing	76
4.5. Robot de 1 grados de libertad	76
4.5.1. Péndulo robot	78
4.5.2. Modelo dinámico articular del péndulo robot	78
4.5.3. Modelo cartesiano	81
4.6. Robot de 2 grados de libertad	87
4.6.1. Modelo cinemático	87
4.7. Robot de 3 grados de libertad	89
4.7.1. Modelo cinemático	89
4.8. Teoría de estabilidad de Lyapunov	89
4.8.1. Función candidata Lyapunov	90
4.8.2. Método directo de Lyapunov	91
4.9. Propuestas de control	91
4.10. Sintonía de ganancias	97
4.11. Sintonía automática de ganancias	98

5. Resultados experimentales	103
5.1. Introducción	103
5.2. Protocolo de comunicación	104
5.3. Control en base a imágenes	105
5.3.1. Robot de 1 grado de libertad	106
5.3.2. Propuesta automática de ganancias	112
5.3.3. Robot de 2 grados de libertad	117
5.3.4. Robot de 3 grados de libertad	135
Conclusiones	143
A. Álgebra lineal	145
A.1. Conceptos	145
Apéndices	145
B. MATLAB®	147
B.1. El Sistema de MATLAB®	147
B.2. Ventajas y desventajas	148
C. Publicaciones	149
Bibliografía	173

Índice de figuras

1.1. Geneología de los sistemas robóticos	1
1.2. Algunos robots existentes en la actualidad.	2
1.3. Anatomía de los robots representada en analogía a la anatomía humana. Esta imagen hace una analogía con la pintura de Leonardo da Vinci del Hombre de Vitruvio, con un robot humanoide.	3
1.4. Robot antropomórfico en analogía a las partes de un cuerpo humano.	5
1.5. Robot Manipulador Experimental de Transmisión Directa: ROTRADI I	6
1.6. Traslación y rotación $R_{z,\theta}$ de los sistemas Σ_0 y Σ_1	8
2.1. Espectro electromagnético.	18
2.2. Persepción de imágenes por el ojo humano.	19
2.3. Ojo humano.	20
2.4. Ojo derecho visto desde arriba en sección horizontal. Los puntos cardinales (F, F', H, H', N y N') son los correspondientes al ojo relajado.	20
2.5. Esquema del procesamiento de imágenes: adquisición, procesamiento, segmentación, extracción de características e interpretación.	22
2.6. Proyección de una cámara pinhole.	26
2.7. Ángulo de proyección de la cámara pinhole.	27
2.8. Modelo de proyección de la cámara pinhole.	28
2.9. Distorsión del lente.	29
2.10. Modelo pinhole de la cámara.	30

2.11. Robot manipulador y sistema de visión (marcos de referencia).	32
2.12. Matriz de rotación.	34
2.13. Sistema de visión en configuración cámara fija respecto al robot manipulador.	36
2.14. Configuración de las cámaras con el robot manipulador.	38
2.15. Robot manipulador con la cámara en el extremo final de su eslabón.	40
2.16. Configuración cámara en mano de la cámara CCD junto al robot manipulador.	41
3.1. Orillas de una línea recta.	49
3.2. Relación entre el espacio de parámetros de Hough.	50
3.3. Relación entre el espacio de parámetros de Hough.	52
3.4. Superficie cónica en el espacio de parámetros para uno (x, y) .	52
3.5. Puntos y picos correspondientes a los círculos.	53
3.6. Superficie cónica en el espacio de parámetros para uno (x, y) .	53
3.7. Representación del robot manipulador de transmisión directa "ROTRADI" con los marcadores colocados.	54
3.8. Ilustración de los marcadores ubicados en el robot manipulador, donde los puntos en rojo determinan las coordenadas en píxeles determinados por el algoritmo.	55
3.9. Marcador (círculo negro) colocado en el extremo final del robot experimental ROTRADI I.	58
3.10. Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.4 localizando un sólo marcador.	58
3.11. Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.4, localizando dos marcadores y con perturbaciones del área de trabajo del robot experimental.	59
3.12. Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.6.	63
3.13. Resultado en la pantalla de la computadora del procedimiento mostrado en el diagrama de flujo 3.7, no teniendo toda la información de las figuras a detectar.	66
3.14. Resultado en la pantalla de la computadora del procedimiento mostrado en el diagrama de flujo 3.7, teniendo los tres círculos completos.	66
3.15. Resultados experimentales del código 3.8, el cual, descubre círculos de diferentes tamaños en la imagen y al mismo tiempo calcula sus centros.	67

4.1. Sistema de control de velocidad por medio de la regulación del vapor diseñado por James Watt.	69
4.2. Reloj Péndulo.	77
4.3. Reloj digital.	78
4.4. Péndulo robot.	78
4.5. Péndulo robot en el VI cuadrante del plano cartesiano, en su posición de origen.	79
4.6. Esquemmatización del modelo del Robot	88
4.7. Sistema de visión en configuración cámara fija respecto al robot manipulador.	93
5.1. Cámaras web usadas durante los experimentos.	103
5.2. En la imagen se muestra la comunicación de las dos computadoras, la de procesamiento y control por medio del cable paralelo en conjunto con su protocolo de comunicación.	104
5.3. Control de movimiento en base a imágenes (función en humanos) [1].	106
5.4. Gráfica del error en la coordenada (u, v) del controlador visual aplicado a un péndulo robot.	107
5.5. Gráfica de los resultados experimentales.	108
5.6. Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.	108
5.7. Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.	109
5.8. El péndulo robot en la coordenada deseada (durante un experimento).	109
5.9. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.	110
5.10. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	111
5.11. Gráfica de los resultados experimentales.	111
5.12. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.	113
5.13. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	113
5.14. Gráfica de los resultados experimentales.	114
5.15. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.	115
5.16. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	115
5.17. Gráfica de los resultados experimentales.	116

5.18. Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.	116
5.19. Péndulo robot en la posición deseada durante un experimento.	117
5.20. Representación gráfica de la posición cámara fija para un robot planar.	117
5.21. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	119
5.22. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	119
5.23. Gráfica de los resultados experimentales.	120
5.24. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	121
5.25. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	121
5.26. Gráfica de los resultados experimentales.	122
5.27. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	123
5.28. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	123
5.29. Gráfica de los resultados experimentales.	124
5.30. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	125
5.31. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	125
5.32. Gráfica de los resultados experimentales.	126
5.33. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	127
5.34. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	127
5.35. Gráfica de los resultados experimentales.	128
5.36. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	129
5.37. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	129
5.38. Gráfica de los resultados experimentales.	130
5.39. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	131
5.40. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2	131
5.41. Gráfica de los resultados experimentales.	132
5.42. Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.	133

5.43. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .	133
5.44. Gráfica de los resultados experimentales.	134
5.45. Gráfica de los resultados experimentales.	134
5.46. Marcadores colocados en el extremo final del último eslabón para los experimentos de 3 grados de libertad.	135
5.47. Elementos de los experimentos en un robot manipulador de 3 grados de libertad mediante configuración de cámara fija.	135
5.48. Pantalla de la computadora durante la captación y procesamiento de imágenes de la cámara 1 y la cámara 2, la cámara 1 capta tres marcadores dentro del robot en configuración planar, mientras que la cámara 2 capta sólo un marcador desde la parte superior del robot experimental.	136
5.49. Imágenes captadas por la cámara 1 y la cámara 2 durante el experimento en un robot de 3 grados de libertad.	136
5.50. Gráfica de los errores durante los experimentos.	137
5.51. Gráfica del error en la coordenada u , v y w del controlador.	138
5.52. Gráfica del error en la coordenada u , v y w del controlador.	139
5.53. Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 , τ_2 y τ_3 .	140
5.54. Gráfica de las posiciones angulares durante un experimento basado en control articular.	141
5.55. Gráfica de los torques durante un experimento basado en control articular.	142
B.1. Logo del software MATLAB® The Language of Technical Computing.	147
C.1. Reconocimiento de participación en el 13°. Congreso Nacional de Mecatrónica.	156
C.2. Reconocimiento de participación con una ponencia en el 1 ^{er} . Congreso Internacional de Ciencias de la Ingeniería.	163
C.3. Reconocimiento de participación de un artículo publicado en el 1 ^{er} . Congreso Internacional de Ciencias de la Ingeniería.	164
C.4. Reconocimiento de participación de un artículo presentado y publicado en el 2°. Congreso Internacional de Robótica y Computación.	171

Índice de tablas

1.1. Características de los servo actuadores del robot manipulador experimental.	6
1.2. Parámetros de Denavit-Hartenberg.	10
3.1. Parámetros del espacio de la imagen en relación con los parámetros del espacio de Hough.	50
3.2. Datos del círculo 1 detectado.	53
3.3. Datos del círculo 2 detectado.	53
3.4. Sintaxis de la instrucción <i>imfindcircles</i> en MATLAB®.	54
4.1. Tabla de parámetros Denavit-Hartenberg del Péndulo robot	79
4.2. Notación de los parámetros del robot.	88

Introducción

La Automatización y la Robótica son disciplinas de alto impacto en aplicaciones espaciales, de inteligencia, de manufactura, nucleares, en la medicina, entre otras. De la misma forma el control basado en visión tiene gran número de aplicaciones hoy en día. Un componente importante de un sistema robótico es la adquisición, procesamiento e interpretación de la información provista por los sensores. Esta información es utilizada para derivar las señales de control para manejar un robot. La información del sistema y su ambiente puede obtenerse a través de una extensa variedad de sensores: posición, velocidad, fuerza, visión, por mencionar algunos [2].

En el posgrado en Automatización de la Facultad de Ciencias de la Electrónica se han realizado diversos temas de tesis en *visual servoing* (control servo visual) con el péndulo y robot de 2 grados de libertad. Sin embargo, en ninguno de ellos se ha abordado el problema de unificación teórica de cámara en mano y cámara fija. Por lo que, la presente propuesta no repite esfuerzos anteriores, mas bien, enfrenta problemas que no se han atendido y se pretende generalizarlo para que el alumno tenga material adecuado para publicar en revista internacional arbitrada de prestigio, sentando las bases para que en un futuro cercano pueda madurar los conocimientos adquiridos e inicie un proceso de publicación en revista indexada perteneciente al Journal Citation Index. En este apartado se presenta antecedentes locales respecto a algunos trabajos realizados dentro de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción Automatización, que son relevantes en el área de control visual, entre algunos otros resaltan:

- 2004, Marco Mendoza Gutiérrez. “Control de posición de robots manipuladores mediante retroalimentación visual”, donde el tema de investigación consiste en la evaluación de un control aplicado experimentalmente en un robot de 2 grados de libertad en configuración cámara fija [3].
- 2004, Isela Bonilla Gutiérrez. “Control de posición de un robot móvil”, en el tema de investigación se hizo uso de evaluación de un controlador mediante la técnica de visual servoing en configuración planar con sistema de visión en cámara fija [4].
- 2005, Joel Pérez Gallardo. “Control de un robot de 2 grados de libertad por medio de retroalimentación visual”, el cual utiliza un sistema de visión en configuración cámara fija para la evaluación de un controlador aplicado para un robot de 2 grados de libertad [5].
- 2006, Erika Saharín Alvarado Aguilar. “Diseño de un algoritmo de calibración para sistemas de visión”, en el trabajo de investigación se desarrolló la calibración de sistemas de visión, aplicado para el control visual de robots manipuladores, las evaluaciones experimentales fueron realizadas en la configuración cámara fija para el sistema de visión aplicando la evaluación experimental sobre el péndulo simple [6].
- 2008, Nohely Terán Vásquez. “Visual Servoing”, en el trabajo se presenta el control de un péndulo simple y de un robot manipulador de 2 grados de libertad mediante la técnica “*visual servoing*”,

con resultados y formulación experimental en los anteriores respectivamente, agregando también, la realización de una propuesta para el control de robots manipuladores de 3 grados de libertad mediante visión, realizando la recreación de la configuración en cámara fija estéreo para el sistema de visión, sin embargo esta propuesta sólo quedo planteada teóricamente sin resultados experimentales aplicados al robot de 3 grados de libertad [7].

El control de robots manipuladores empleando información visual es conocido como *visual servoing* (control servo visual), que consiste en extraer los rasgos distintivos de la imagen (robot y objetos deseados), tales como centros geométricos, contornos, vértices, etc., y utilizarlos en el lazo de control para cumplir con determinados objetivos de posicionamiento del extremo final del robots en la pantalla de la computadora. Generalmente, en el control servo visual o control visual se emplea un sistema de visión compuesto por una cámara de video CCD, tarjeta de procesamiento de imágenes (*frame-grabber*) y procesamiento de imágenes para encontrar la posición en coordenadas cartesianas del extremo final del robot con respecto a un sistema de referencia colocado en el monitor de la computadora. Mediante proyecciones de traslación y rotación es posible conocer la ubicación cartesiana del robot respecto al sistema de referencia de la base del robot, así como sus correspondientes coordenadas articulares usando la cinemática inversa. Las configuraciones que se pueden dar entre el sistema de visión y un robot manipulador son cámara fija y cámara en mano. En la primera la cámara de video CCD es ubicada fuera del espacio de trabajo del robot manipulador tomando escenas del movimiento del robot, el usuario define un punto deseado (coordenadas en píxeles constantes en el monitor de la computadora) y mediante procesamiento básico de imágenes se obtiene la posición del extremo final del robot, esto genera la señal de error de posicionamiento visual. Por lo que, el objetivo de control consiste en lograr que el error de posición visual tienda a cero en forma asintótica, conforme el tiempo evoluciona a infinito. En otras palabras, lograr que la proyección del extremo final del robot sobre el monitor de la computadora se posicione en los píxeles deseados. Para la segunda configuración (cámara en mano) consiste en colocar la cámara de video CCD en el extremo final del robot, de tal forma que la cámara tendrá el mismo movimiento que tenga el robot manipulador proporcionando imágenes de los objetos que se encuentran en el espacio de trabajo del robot. El objetivo de control consiste en colocar la cámara (extremo final del robot) sobre un objeto deseado.

Hoy en día, el problema de *visual servoing* (control visual) representa un tema de interés para la comunidad científica, debido a que aún persisten problemas abiertos que pueden ser abordados mediante propuestas originales, así como mejorar sustancialmente aspectos de tipo práctico. El control con base a la técnica de visión artificial, en el mundo, se utiliza para reconocimiento de formas u objetos en cadenas de producción, de manera que existen robots que no incluyen dentro de su control la información visual, sino que solamente es una forma de monitoreo, en otros casos, la visión artificial dentro de los procesos industriales sirve para tomar decisiones en selección y clasificación, como un seleccionador de papas en buenas condiciones, por mencionar un ejemplo. En otras aplicaciones se utiliza sobre robots no tripulados, con los cuales la visión artificial sirve de medio para ver lo que está alrededor del robot, como por ejemplo, los robots que salen a explorar partes del universo a nuevos cosmos, los robots aéreos que destacan información desde las alturas. Existen también robots humanoides que tienen ojos artificiales acoplados a su estructura, que simplemente son dos cámaras, para recrear de manera artificial el sentido de visión, un ejemplo claro es el robot humanoide Nao. En el mundo, existen grandes investigadores en el área de *visual servoing*, ya que esta técnica tiene gran potencial para ser explotado, ya que recrear el sentido de visión para la toma de decisiones en una máquina robótica o cualquier otro sistema mecatrónico, como un automóvil, elimina las limitaciones de no tener y no saber procesar la información que le rodea.

El presente tema de tesis se ubica en el ámbito de control de robots manipuladores de 2 grados de libertad mediante información visual conjuntando las configuraciones cámara fija y cámara en mano. Adicionalmente se explorará el problema de control un brazo robot de 3 grados de libertad cuyo movimiento se encuentra en el espacio tridimensional. Para este caso se utilizará configuración estéreo lo que significa utilizar dos cámaras de video.

Objetivos

Objetivo general

Abordar el problema de control de robots manipuladores mediante el uso de información visual directamente en el lazo de control.

Objetivos particulares

1. Modelar la configuración cámara fija.
2. Modelar la configuración cámara en mano.
3. Diseño de una metodología para una familia de algoritmos de control empleando información visual.
4. Propuesta de sintonía automática de ganancias.
5. Experimentos con robots manipuladores de 2 grados de libertad.
6. Experimentos con robots manipuladores de 3 grados de libertad.
7. Publicación en congreso internacional y nacional.

Problemática e hipótesis

El presente tema de tesis se ubica en el ámbito de control de robots manipuladores de 2 grados de libertad mediante información visual conjuntando las configuraciones cámara fija y cámara en mano. Adicionalmente se explorará el problema de control un brazo robot de 3 grados de libertad cuyo movimiento se encuentra en el espacio tridimensional. Para este caso se utilizará configuración estéreo lo que significa utilizar dos cámaras de video y mediante técnicas de medición y análisis de profundidad resolver el problema de posicionamiento para este tipo de robots.

La motivación para los controladores visuales radica en la necesidad de robots de fabricación moderna pueden realizar operaciones de montaje de materiales en puestos de trabajo con manipulación, velocidad y precisión, sin embargo, en comparación con los trabajadores humanos, los robots están en clara desventaja en que no pueden “ver” lo que están haciendo.

En las aplicaciones industriales, por lo tanto, considerable esfuerzo de ingeniería se gasta en la prestación de un trabajo de adecuado ambiente para estas máquinas ciegas. Esto implica el diseño y la fabricación de alimentadores de piezas especializadas, plantillas para sostener el trabajo en progreso, y en efectores finales de propósito especial. Los costes de ingeniería no recurrentes elevados resultantes son en gran parte responsables para los robots que no cumplan con su promesa inicial de ser trabajadores versátil reprogramables capaz de cambiar rápidamente de una tarea a la siguiente [8].

Para cumplir los objetivos de la tesis es necesario tener los conocimientos teóricos y las herramientas físicas. Los conocimientos en sistemas dinámicos, sistemas robóticos, sistemas mecatrónicos, tecnologías, automatización, programación en lenguaje C, C++ y Matlab, física, matemáticas, visión artificial, procesamiento de imágenes digitales, técnicas de extracción de características, interfaces, ecuaciones fundamentales, entre otras. Los métodos de estudio y herramientas de aprendizaje son estudiar las áreas y dominarlas para poder interconectarlas y facilitar resolver los problemas que se nos presentan a lo largo del desarrollo del trabajo de tesis. Las bases de conocimiento son proporcionadas dentro del plan de estudio de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, opción Automatización, la parte complementaria y avanzada para este trabajo se consigue en base a consultas en los artículos de revistas indexadas y arbitradas del área y así como citar a los expertos dentro y fuera del país para poder tener conocimientos sólidos en el estado actual, el desarrollo y así estar a la vanguardia en conocimientos.

El método de diseño de controlares se aborda mediante la técnica de moldeo de energía, el modelado matemático se realiza en base a la metodología de Euler-Lagrange, por sus características y propiedades vectoriales y matriciales [9–11]. Además la técnica de modelado matemático para los sistemas de visión se abordará mediante la teoría de un cuerpo rígido implicando las rotaciones y traslaciones de los marcos de referencia contenidos en los elementos intrínsecos e extrínsecos de la cámara.

Robótica

1.1. Introducción

En la definición de alcance de nuestro tema, se deben establecer la geneología de los sistemas mecánicos robóticos ya que forman un subconjunto de los sistemas mecánicos los cuales se constituyen dentro de los sistemas dinámicos [12]. Por lo tanto se debe abordar la teoría de los sistemas dinámicos. La geneología de los sistemas robóticos se muestra en la figura 1.1, derivado de la clasificación de los distintos sistemas dinámicos.

No olvidar que un sistema dinámico es un subconjunto del conjunto sistemas. Un sistema se denomina dinámico si su salida en el presente depende de una entrada del pasado, de no ser así, el sistema se conoce como estático. En la salida de un sistema estático permanece constante si la entrada no cambia y cambia sólo cuando la entrada cambia. En un sistema dinámico la salida cambia con el tiempo cuando no se encuentra en su estado de equilibrio. La descripción matemática de las características dinámicas del sistema se conoce como modelo matemático [13].

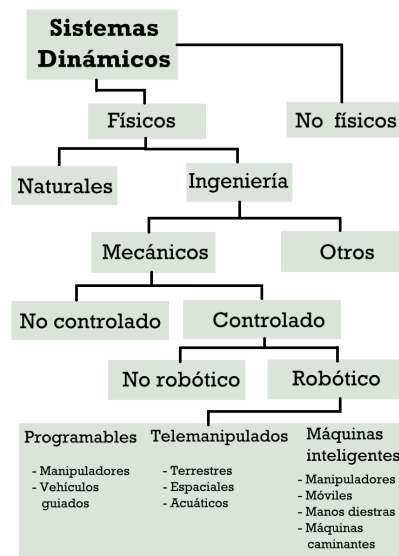


Figura 1.1: Geneología de los sistemas robóticos

La robótica, término creado por Isaac Asimov [10], ocupa un lugar importante en la modernización de muchos sectores industriales. Estudia los sistemas dinámicos conocidos como robots, es una disciplina científica que aborda la investigación y desarrollo de una clase particular de sistemas mecánicos, denominados robots manipuladores, diseñados para realizar una amplia variedad de aplicaciones industriales, científicas, domésticas y comerciales [9]. La robótica es un área multidisciplinaria, experimental y todos sus resultados están sustentados con un estricto rigor científico. El correcto entendimiento y desarrollo de aplicaciones de la robótica están condicionados al conocimiento de disciplinas claves como la teoría de sistemas dinámicos, electrónica, mecánica, ciencias computacionales, matemáticas y física.

Los sistemas robóticos se distinguen de los sistemas mecatrónicos en base de las funciones que realicen, es decir, los sistemas mecatrónicos realizan un sólo funcionamiento o están diseñados para una actividad específica, en cambio un sistema robótico su estructura de manipulador está diseñado para realizar multifunciones. La robótica posee un reconocido carácter interdisciplinario, participando en ellas diferentes disciplinas básicas y tecnologías tales como la teoría de control, la mecánica, la electrónica, el álgebra, la informática, mecatrónica entre otras.

Existen varias definiciones para describir un robot, la definición dada por el *Robot Institute of America* (RIA) establece que un robot es un manipulador reprogramable diseñado para mover materiales, partes, herramientas o dispositivos especializados a través de movimientos programados para la realización de una variedad de funciones. Esta definición que data desde 1980, refleja el estado actual de la tecnología en robótica [9, 14, 15]. La Organización Internacional de Estándares (ISO) define a un robot industrial como un manipulador multifuncional reprogramable con varios grados de libertad, capaz de manipular piezas, herramientas o dispositivos especiales según trayectorias variables programadas para realizar tareas diversas [16]. En la figura 1.2 se ilustran diferentes tipos de robots. ROTRADI es mostrado en la figura 1.2(a) y es un brazo manipulador de 3 grados de libertad construido en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, el robot ABB IRB 4400 y el Fanuc M-900iB son brazos robóticos de 6 grados de libertad y se ilustran en las figuras 1.2(b) y 1.2(c), respectivamente. Finalmente, NAO se muestra en 1.2(d), es un robot humanoide programable y autónomo, desarrollado por Aldebaran Robotics.

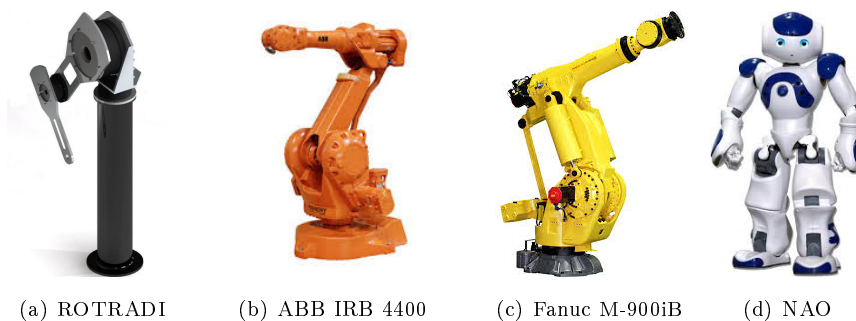


Figura 1.2: Algunos robots existentes en la actualidad.

1.2. Anatomía de un robot

La antropotomía o la anatomía humana estudia la forma y la estructura del cuerpo humano e investiga las leyes que rigen el desarrollo de dicha estructura con respeto a sus funciones y su relación con el medio ambiente.



Figura 1.3: Anatomía de los robots representada en analogía a la anatomía humana. Esta imagen hace una analogía con la pintura de Leonardo da Vinci del Hombre de Vitruvio, con un robot humanoide.

La anatomía de un robot se conforma en analogía con los elementos de la anatomía humana.

Etimológicamente la palabra anatomía proviene de las voces griegas: *ana* que significa “por medio de” y *tomos* que significa “corte” o *anatomé* que significa “disecar, cortar a través o disección”. Entonces anatomía significa “cortar para ver”.

La anatomía es la reconocida ciencia de las formas y de las estructuras del cuerpo humano y es impredecible en los inicios de todo programa de estudios relacionados con la medicina, es decir, es el comienzo necesario de toda saber médico. En nuestro caso para todo estudioso, creador, diseñador, controlador de robots es necesario el estudio de las estructuras y formas de un sistema robótico. La figura 1.3 hace referencia a la pintura de Leonardo da Vinci del Hombre de Vitruvio, imagen característica al hablar de anatomía.

Los sensores en un robot dotan de sentidos al sistema robótico, los actuadores son los músculos del sistema, los sistemas de energía son la comida y el combustible necesario para funcionar y dar energía al sistema y el control son los pensamientos y tomas de

decisiones del robot [17].

1.2.1. Brazos robóticos

La historia de los verdaderos robots comienza en el año 1954, cuando el ingeniero norteamericano llamado George Devol registró una patente llamada *Programmed article transfer* (Transferencia automática de artículos). Esta patente condujo al primer robot industrial, fabricado en 1962 por *Unimation Inc.*, una compañía fundada por Joseph Engleberger en 1958.

Los brazos robóticos o robots manipuladores, hoy en día, son muy comunes en la industria y/o aplicaciones didácticas. Los primeros robots manipuladores empezaron a trabajar hace más de 50 años y han tenido un enorme éxito en la práctica [8]. Hoy en día existen millones de robots manipuladores que están trabajando, resultado de esto es que casi todos los productos que se compran son ensamblados o empacados por medio de un robot manipulador que trabaja todo el tiempo sin descanso en alguna cadena de producción de alguna empresa en el mundo.

A diferencia de los robots móviles un robot manipulador no transporta sino que tiene una base estática en un lugar específico y su espacio de operación o de trabajo es limitado, a diferencia de los robots móviles que no tienen una base fija sino móvil.

Los robots manipuladores también son conocidos como robots industriales o brazos robot, por la analogía con el brazo humano. Éstos tipos de robot se componen por una base que puede rotar 360° grados alrededor de su propio eje de giro y posee dos articulaciones denominadas hombro y codo, en el extremo final del codo se tiene lo que se denomina muñeca que permite mantener una herramienta,

orientar y manipular para una tarea específica del robot [9].

De acuerdo con la definición adoptada por la Federación Internacional de Robótica bajo la norma ISO/TR 8373, un robot manipulador industrial es una máquina manipuladora con varios grados de libertad controlada automáticamente, reprogramable y de múltiples usos, pudiendo estar en un lugar fijo o móvil para su empleo en aplicaciones industriales [10].

Las principales ventajas del uso de robots manipuladores son la reducción de costes de producción y el incremento de la precisión, calidad y la productividad. Además de que los robots industriales pueden realizar actividades repetitivas y de gran precisión, así como peligrosas y difíciles para trabajadores humanos.

La morfología de un brazo robótico contiene articulaciones o uniones, actuadores, sensores, sistema mecánico y consola de control.

Articulaciones. Son formadas por servomotores que permiten la unión y movimiento relativo entre dos eslabones consecutivos del robot. Las articulaciones pueden ser de tipo rotacional o prismáticas, éstas últimas mejor conocidas como lineales.

Actuadores. Dotan a las articulaciones las señales necesarias para moverse. Los actuadores pueden ser servomotores, elementos neumáticos, eléctricos o hidráulicos.

Sensores. Permiten conocer información interna del robot, como la posición y velocidad articular. En otras aplicaciones los sensores contenidos en el robot se utilizan para conocer información del ambiente o localizar elementos en el espacio de trabajo del robot. Así la capacidad de percepción del robot es mejorada a través del sistema de sensores que permiten responder a su entorno de manera autónoma y versátil.

Sistema mecánico. Consiste en los elementos mecánicos que forman el robot, los cuales consisten en una secuencia de eslabones rígidos de metal conectados en cadena abierta por medio de articulaciones (servomotores).

Consola de control. Se compone de un sistema electrónico con la etapa de potencia necesaria para suministrar energía al robot. La capacidad del robot de llevar a cabo la tarea asignada con alto desempeño está dada por el algoritmo de control, el cual decide la ejecución de la acción con respecto a las restricciones impuestas por el sistema mecánico y el medio ambiente.

1.2.2. Robots antropomórficos

Un robot antropomórfico o angular tiene sus tres principales articulaciones de tipo rotacional, con lo cual emplea las coordenadas angulares para determinar las posiciones de su efector terminal. Se llama antropomórfico por que simula los movimientos de un brazo humano, el primer eje se corresponde con el cuerpo, el segundo con el brazo, el tercero con el antebrazo y el resto de con la muñeca-mano. La primera articulación se corresponde con el giro de la cintura, la segunda con el del hombro, la tercera con el del codo y el resto están en la muñeca, la figura 1.4 ilustra esta analogía.

Este robot posee gran accesibilidad y maniobrabilidad, es rápido y ocupa poco espacio en relación al campo de trabajo que abarca. Debido a sus características es el modelo más versátil en aplicaciones y se ha impuesto a los demás, sobre todo en Células de Fabricación Flexible. Como inconvenientes se pueden citar que tiene menos precisión que otros modelos, que si trabaja con carga y velocidades

altas, se producen inercias de giro difíciles de compensar y que sus articulaciones deben tener juego casi nulo, pues un pequeño juego angular se amplifica en posición en función de la longitud del eje correspondiente, con lo cual puede dar errores considerables.

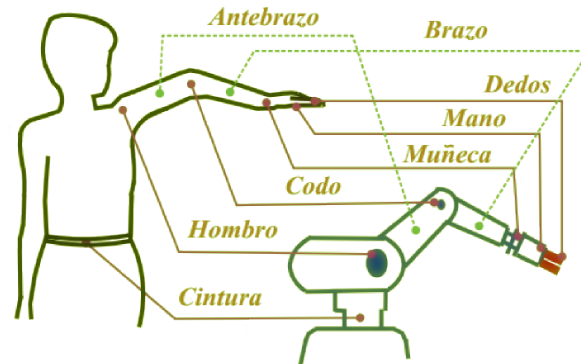


Figura 1.4: Robot antropomórfico en analogía a las partes de un cuerpo humano.

La adopción de robots modernos en el sector de la automatización integrada, permite hoy en día una notable reducción de los tiempos de operación y en consecuencia un incremento de la productividad empresarial. Las llamadas islas de trabajo robotizadas, aportan también una notable mejoría de la calidad del producto final, gracias a la característica de repetitibilidad del antropomorfo. La versatilidad, la facilidad de instalación y la capacidad de reutilización de los robots antropomórficos permiten el alcanzar un nivel de automatización altamente flexible. Los numerosos brazos y sus correspondientes uniones, garantizan la cobertura de áreas de trabajo, inalcanzables con otras tipologías de máquinas.

Los robots antropomórficos, son los más comunes robots industriales y son capaces de trabajo en ambientes definidos como hostiles, evitando al operador humano la realización de encargos peligrosos y dañinos a la salud, aumentando de consecuencia el nivel de seguridad.

1.2.2.1. Robot de Transmisión Directa: ROTRADI

El robot manipulador ROTRADI fue diseñado y construido el 25 de enero de 1998 en el posgrado de la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Una característica de ROTRADI es que puede ser guiado con la mano, joystick o ratón, etc., es decir para personas que no tienen conocimientos de robótica pueden guiar al robot moviendo el extremo final con la mano, de esta forma instruyen al robot de todos los movimientos que tienen que realizar, el programa del robot graba en un archivo posiciones y velocidades, posteriormente en un modo automático lo reproduce. Hasta la fecha se han construido más de 6 robots de transmisión directa de 3 gdl y constituyen el soporte del laboratorios e infraestructura académica en robótica de a región de Puebla. La plataforma experimental diseñada en forma *ad hoc* para realizar investigación científica, experimentación y evaluación de algoritmos de control de robots manipuladores. El ambiente de programación controla todos los aspecto de la ejecución experimental. La fase de compilación y transferencia del algoritmo del usuario es realizada a través de comandos internos del medio ambiente de programación. En esta fase es enlazado en forma automática una programación monitor, que incluye las funciones necesarias para la ejecución correcta del algoritmo de control sobre la tarjeta FPGA.

La etapa de ejecución, el algoritmo de control en cada período de muestreo de 25 ms emplea las posiciones y velocidades articulares, y con esa información genera las acciones de control aplicadas a cada articulación. Asimismo, exhibe y graba en tiempo real las variables de interés previamente seleccionadas por el usuario. La forma en que el medio ambiente obtiene la información de cada variable es mediante el acceso directo a la localidad de memoria de la variable en cuestión sin interrumpir la ejecución del algoritmo de control [9, 18].



Figura 1.5: Robot Manipulador Experimental de Transmisión Directa: ROTRADI I

El robot manipulador experimental (ROTRADI) está constituido por tres eslabones rígidos fabricados con aluminio 6061 y los cuales se encuentran unidos a través de articulaciones rotacionales las cuales son actuadas por motores de transmisión directa, ver figura 1.5. El aluminio 6061 es una aleación de aluminio (Al) compuesta por un 0.60 de silicio (Si), un 0.28 de cobre (Cu), un 1 de magnesio (Mg), un 0.2 de cromo (Cr) y un 97.92 de Aluminio (Al). Posee una masa volumétrica de 2.70, un coeficiente de dilatación de 23.6 y un módulo de elasticidad de 69500. Es liviano, tiene buena resistencia a la corrosión, alta resistencia a la tracción, alta conductividad eléctrica, alta conductividad térmica, alta flexibilidad, es no magnético, es atóxico, muy resistente y de aspecto atractivo. Además de estas características debe mencionarse la facilidad con que puede trabajarse este material, reduciendo grandemente las dificultades y problemas de manufactura.

Los motores empleados en la construcción del robot manipulador, pertenecen a la serie Dynaserv, del fabricante Parker Compumotor. Para la articulación de la base se utilizó el motor DM-1050; para la articulación del hombro se empleó el motor DM-1050A y para la articulación del codo se utilizó el motor DM-1050B. Cada sistema Dynaserv consiste de un motor de transmisión directa sin escobillas, un manejador de potencia basado en microprocesador, fuente de alimentación y un encoder y/o resolvers para retroalimentación de la posición articular [19]. Entre los principales beneficios de un sistema Dynaserv, pueden contarse la alta exactitud y un alto torque sin que haya necesidad de emplear reductores de velocidad. Los sistemas Dynaserv empleados en el robot, son operados en el modo de torque, de modo tal que los motores actúan como una fuente de torque y aceptan un voltaje analógico como una referencia para la señal de torque. En la tabla 1.1 se muestran las características de torque máximo de los sistemas Dynaserv empleados en la construcción del robot y también quedó equipado con sensores de posición que permiten medir los desplazamientos articulares de cada articulación, a través de resolvers para el caso de los motores de la base y del hombro, y a través de un encoder para el caso del motor del codo. La resolución máxima de los sensores de posición para cada articulación del robot se muestra en la tabla 1.1 La información de la velocidad en cada una de las articulaciones se obtiene utilizando el algoritmo de Euler de diferenciación numérica.

Tabla 1.1: Características de los servo actuadores del robot manipulador experimental.

Parte del robot	Modelo del servoactuador	Max. Torque [Nm]	Resolución [cpr]
1. Base	DM-1050	50	1,024,000
2. Hombro	DM-1150A	150	1,024,000
3. Codo	DM-1015B	15	1,024,000

1.3. Cinemática de robots manipuladores

La cinemática es la parte de la física que proporciona la descripción geométrica del movimiento de sistemas mecatrónicos sin importar las causas que lo producen. El estudio de la cinemática de sistemas mecatrónicos y robots manipuladores se conoce como cinemática directa [9], [10]. Por consiguiente, la cinemática directa manifestada en un robot se refiere al estudio analítico del movimiento del robot no importando las causas que originan el movimiento. Para realizar el análisis de movimiento de un robot se tienen que colocar referencias cartesianas ubicados en partes estratégicas. Así los marcos de referencia se asocian con cada uno de los servomotores del robot manipulador. Con respecto al sistema de referencia puede encontrarse la relación de dependencia entre las coordenadas articulares y las coordenadas cartesianas del robot.

El empleo de la cinemática directa permite saber la ubicación de posición y orientación del extremo final del robot manipulador en función de las variables articulares. La transformación homogénea de un robot hace uso de matrices de rotación y traslación relacionadas a las coordenadas articulares y cartesianas de un robot manipulador. Por lo tanto, se define al modelo cinemático de un robot como la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo entre la posición y orientación del extremo final con los valores de sus coordenadas cartesianas.

Cinemática directa es una función vectorial que relaciona las coordenadas articulares $\mathbf{q} \in \mathcal{R}^n$ con las coordenadas cartesianas del robot $[x \ y \ z]^T \in \mathcal{R}^3$ y la orientación $[\theta \ \phi \ \psi]^T \in \mathcal{R}^3$ de la herramienta colocada en el extremo final del robot, con las consideraciones geométricas del sistema mecánico del robot.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \mathbf{f}_R(\mathbf{q}) \quad (1.1)$$

Por tanto la función $\mathbf{f}_R(\mathbf{q})$ va de \mathcal{R}^n a \mathcal{R}^m , es decir, el espacio de transformación cambia de n a m donde n representa el número de grados de libertad y la dimensión del vector de posiciones o desplazamiento articular, y m representa es la dimensión de la función vectorial $\mathbf{f}_R(\mathbf{q})$.

Cuando $n > m$ se denomina robots redundantes.

Un robot redundante se utilizan usualmente para trabajar en lugares de difícil acceso. El Incremento del número de articulaciones ha llevado al desarrollo de robots manipuladores tipo serpiente [20].

1.3.1. Transformaciones homogéneas

En la representación de cuerpo rígido, un objeto se puede representar en el espacio adjuntando un marco referencia al objeto y esto representará su posición en el espacio. Desde que al objeto se le asigna el marco de referencia, su orientación y posición pueden ser representadas relativas a sus consecuentes a otros marcos de referencia. Como resultado un cuerpo rígido puede ser representado en el espacio con su ubicación y orientación relativa a un marco de referencia fijo. Un marco de referencia se representa en el espacio por una matriz que contiene la ubicación cartesiana y los vectores que representan la orientación son representados relativos al marco de referencia fijo [9, 10, 21].

Las transformaciones homogéneas implican operaciones de rotación y traslación dentro de una matriz que estructura el modelo de cinemática directa.

Sea el sistema de referencia cartesiano fijo $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$ y el sistema de referencia $\Sigma_1(x_1, y_1, z_1)$, cuyos orígenes no coinciden. Los sistemas de referencia se encuentran ubicados a una distancia d_0^1 con respecto al origen de cada sistema, como lo ilustra la figura 1.6. El vector d_0^1 está expresado en coordenadas del sistema Σ_0 y equivale al vector $d_0^1 = [d_{0x}^1 \ d_{0y}^1 \ d_{0z}^1]^T$. Sea P cualquier punto ubicado en los sistemas de referencias, donde P tiene representación P_0 y P_1 .

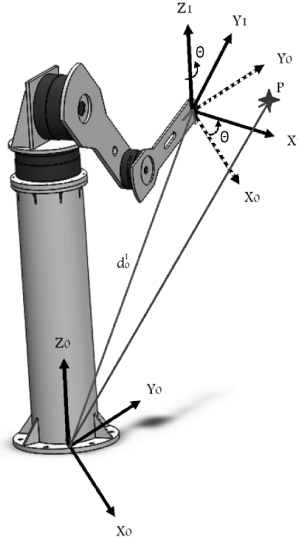


Figura 1.6: Traslación y rotación $R_{z,\theta}$ de los sistemas Σ_0 y Σ_1 .

El sistema de referencia $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$ y $\Sigma_1(x_1, y_1, z_1)$ en relación con su matriz de rotación y traslación $R_{z,\theta}$ y d_0^1 , respectivamente. La expresión que define esta relación se encuentra en la ecuación 1.3.

$$P_0 = d_0^1 + R_{z,\theta} P_1 \quad (1.2)$$

$$= \begin{bmatrix} d_{0x}^1 \\ d_{0y}^1 \\ d_{0z}^1 \end{bmatrix} + R_{z,\theta} \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ P_{1z} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

La transformación homogénea es la forma de representar a la matriz de rotación y el vector de traslación. La matriz de rotación $R_{z,\theta} \in SO(3)$ es una matriz ortogonal y el vector $d_0^1 \in \mathcal{R}^3$. La ecuación 1.4, muestra la definición de la matriz homogénea.

$$H = \begin{bmatrix} R_{z,\theta} & d_0^1 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

En la expresión 1.4, 0^T y el número 1 aparecen en el último renglón para propósitos de acoplamiento de dimensiones.

1.3.2. Metodología Denavit-Hartenberg

En 1955, Denavit and Hartenberg publicaron un artículo en la *ASME (Journal of Applied Mechanics)* que presentaba un método para representar y modelar robots con sus ecuaciones de movimiento. Esta técnica es un estándar hoy en día para la representación y modelado de la cinemática de un robot. El método de Denavit-Hartenberg es simple y evita problemas con los diseños del movimiento del robot, además agrega la posibilidad de analizar la cinemática diferencial, el jacobiano del robot, análisis dinámico, análisis de fuerza y otros en base a los resultados que se obtienen usando la metodología Denavit-Hartenberg [21].

La convención Denavit-Hartenberg sirve para deducir las ecuaciones de cinemática directa de robots manipuladores. El método consiste en encontrar los parámetros relacionados con los eslabones del robot. Esta metodología toma como referencia el modelo de cinemática abierta de un robot.

La cinemática directa proporciona un cambio de coordenadas de articulares a coordenadas cartesianas y ángulos de orientación de la herramienta de trabajo colocada en el extremo final del robot [9, 10].

En la representación Denavit-Hartenberg las variables utilizadas son θ_i para el tipo rotacional o d_i para el tipo lineal o prismático, θ_i ángulo se encuentra entre los ejes x_{i-1} y x_i alrededor de z_{i-1} , para el caso de d_i es la distancia del origen del sistema de referencia $i - 1$ a la intersección del eje x_i con el eje z_{i-1} , en los rotacionales d_i es el espesor del servomotor; la longitud de los eslabones está dada por l_i , se mide como la distancia a lo largo del eje x_i y el ángulo de separación entre los ejes z_i y z_{i-1} es denotado por α_i , su medición es respecto a un plano normal a x_i , una medición de $+\alpha_i$ se realiza del eje z_{i-1} a z_i .

Sea H_i una transformación homogénea, la cual queda representada por el producto de 4 transformaciones básicas, en base a la metodología de Denavit-Hartenberg [9, 12, 16, 22–26]. La ecuación 1.5 describe las matrices de rotación y traslación que contiene H_i . En la ecuación 1.6 representa la forma en extenso de la transformación homogénea.

$$H_i = R_{z_i\theta_i} T_{z_i d_i} T_{x_i l_i} R_{x_i \alpha_i} \quad (1.5)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\text{sen}(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \text{sen}(\theta_i)\text{sen}(\alpha_i) & l_i\cos(\theta_i) \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\text{sen}(\alpha_i) & l_i\text{sen}(\theta_i) \\ 0 & \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A continuación describe paso a paso como encontrar la cinemática directa a través de la metodología **Denavit-Hartenberg** [27, 28]:

1. Establecer el marco de referencia cartesiano fijo $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$, generalmente el origen es colocado en la base del robot. Los ejes x_0, y_0 son determinados en base a la regla de la mano derecha. Una vez colocado el primer eje de referencia se colocan los demás de manera iterativa $\Sigma_0, \Sigma_1, \dots, \Sigma_{n-1}$.

2. Localizar la dirección de los ejes $Z_0, Z_1 \dots Z_{n-1}$ de los marcos de referencia.
3. Localizar el origen en la intersección de la normal común que une al eje z_i con el eje z_{i-1} . Esta distancia se denomina o_i . Si el eje z_i intercepta al eje z_{i-1} colocar o_i en la intersección. En caso de que los ejes sean paralelos, si la articulación i -ésima es rotacional, o_i se coloca sobre la articulación i -ésima con $d_i = 0$, si la articulación i -ésima es prismática, colocar el origen o_i en un punto límite físico de la articulación i -ésima.
4. Seleccionar el eje x_i a lo largo de la normal común que une a los ejes z_i y z_{i-1} , en dirección a la articulación $i - 1$ en dirección a la articulación i .
5. Asignar y_i por la regla de la mano derecha.
6. Colocar el marco de referencia de extremo final $\Sigma_n(x_n, y_n, z_n)$
7. En caso de que la articulación n -ésima sea rotatoria, entonces alinear el eje z_n con el eje z_{n-1} . Si la articulación n -ésima es prismática o lineal se puede seleccionar al eje z_n de forma arbitraria siempre y cuando cumpla las anteriores condiciones.
8. Determinar los parámetros de los eslabones, como lo muestra la tabla 1.2.
9. Realizar las operaciones para las matrices de transformaciones homogéneas.

Tabla 1.2: Parámetros de Denavit-Hartenberg.

Parámetros	Características de los eslabones
1. l_i	Longitud del eslabón i -ésimo
2. d_i	Articulaciones lineales o prismáticas
3. α_i	Ángulo entre los ejes z_{i-1} y z_i medido con respecto al eje x_i
4. θ_i	Articulaciones rotacionales: representa el ángulo entre los ejes x_{i-1} y x_i medido al rededor del eje z_{i-1}

1.3.3. Cinemática diferencial

Hablar de cinemática diferencial, implica la derivada respecto al tiempo de la función de cinemática directa 1.7.

$$v = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} f(\mathbf{q}) = \frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (1.7)$$

donde el vector v es la velocidad lineal que se encuentra relacionada con la velocidad articular $\dot{\mathbf{q}}$ a través de la matriz $J(\mathbf{q}) \frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial (\mathbf{q})}$, a la que se le denomina *matriz Jacobiana*.

1.3.4. Jacobiano del Robot

La *matriz jacobiana* $J(\mathbf{q})$ del sistema mecánico representa una herramienta matemática de análisis y diseño del sistema mecánico, nos permite encontrar singularidades del robot, en otras

palabras, detectar movimientos arbitrarios del sistema mecánico que corresponde a una velocidad lineal v finita y una velocidad articular $\dot{\mathbf{q}}$ infinita. También se usa la *matriz jacobiana* para el análisis de redundancia de la configuración mecánica, determinar la cinemática diferencial inversa, así como describir la relación entre la fuerza aplicadas y los pares o torques resultantes. Para el control cartesiano, la *matriz jacobiana* es indispensable para el análisis y diseño de algoritmos en control cartesiano [18].

1.3.4.1. Singularidades de la matriz Jacobiana

La *matriz jacobiana* es una función de la configuración \mathbf{q} aquellas para las cuales el rango de $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ decrece, tales configuraciones son llamadas singularidades o configuraciones singulares. Identificar las singularidades del robot son importantes por:

- Las singularidades representan configuraciones para las cuales ciertas direcciones de movimiento pueden ser inalcanzadas.
- Las singularidades usualmente (pero no siempre) corresponden a puntos límites del espacio de trabajo del manipulador, es decir, para puntos de máximo alcance del manipulador.
- Para singularidades cercanas no existe una solución única para el problema cinemático inverso. En esos casos puede no existir alguna solución o existir un número infinito de soluciones.
- En la vecindad de una singularidad, pequeñas velocidades en el espacio operacional pueden ocasionar grandes velocidades en el espacio articular.

Por otro lado, las singularidades pueden ser clasificadas en: singularidades de frontera y singularidades internas. Las singularidades frontera son las que ocurren cuando el manipulador es extendido o retraído. Las singularidades internas ocurren dentro del espacio de trabajo alcanzable y son generalmente ocasionadas por el alineamiento de dos o más ejes de movimiento, o por la adquisición de configuraciones particulares de efector final.

1.4. Dinámica de robots manipuladores

El estudio de robots manipuladores se enfoca a las consideraciones dinámicas del sistema con las fuerzas requeridas para causar movimiento. La dinámica de los robots manipuladores describe matemáticamente la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas.

En la dinámica, los objetivo más importante son modelar un algoritmo de control del par calculado en tiempo real y llevar al el modelo a una ecuación diferencial de segundo orden a una ecuación diferencial ordinaria (ODE) que describa el movimiento del un robot manipulador de n grados de libertad y para propósitos de control, ya que es necesario disponer de un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico del sistema.

El modelo dinámico relaciona la localización del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su efector final, derivadas, velocidad y aceleración del modelo, las fuerzas y torques aplicados en las articulaciones, los parámetros físicos del robot como longitud de sus eslabones, masas e inercias de cada uno de sus eslabones.

1.4.1. Ecuaciones de movimiento

Los métodos más efectivos y que se pueden usar para formular las ecuaciones de movimiento son el método de *Newton-Euler* y el método del *Langragiano*. La formulación de *Newton-Euler* es derivada por la interpretación directa de la segunda ley de movimiento introducida por Newton, que describe el sistema dinámico en términos de fuerza y momento. Las ecuaciones incorporan todas las fuerzas y momentos que actúan sobre cada eslabón del robot, incluyendo la unidad de fuerzas y momentos entre los eslabones. Las ecuaciones obtenidas por la formulación *Newton-Euler* tienen la desventaja de incluir las fuerzas actuando entre eslabones adyacentes. Así las operaciones aritméticas adicionales deben ser eliminadas y obtener explícitas relaciones entre las uniones o servomotores, desplazamiento de los eslabones y sus torques respectivos. En la formulación por el *Langragiano*, el comportamiento del sistema dinámico es descrito en términos de trabajo y energía usando coordenadas generalizadas. Todas las fuerzas sin trabajo y restricciones son eliminadas en automático por este método. El resultado de las ecuaciones es generalmente compacto y proporciona la forma cerrada de la expresión en términos de los torques por unión y su desplazamiento. Adicionando que la derivación es más simple y sistemática que el método de *Newton-Euler* [24].

1.4.2. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange

De los métodos que existen para generar las ecuaciones dinámicas de un sistema mecánico equivalen a un conjunto de ecuaciones, pero con diferentes propiedades de la ecuación que pueden facilitar o hacer más difícil el computarlas o realizar la interpretación física correspondiente. Por las propiedades de diseño del modelo dinámico se usa el análisis del *Lagrangiano*, el cual se basa sobre las propiedades del sistema mecánico. Como resultado de la ecuación puede ser computada en lazo cerrado permitiendo detallar el análisis de las propiedades del sistema.

El modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad, formado por eslabones rígidos conectados por articulaciones libres de elasticidad en cadena cinemática abierta es obtenido en base a la metodología *Euler-Lagrange* [9, 10].

La energía total \mathcal{E} se conoce como *Hamiltoniano* del robot y se determina mediante la suma de la energía cinética $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ más la potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$. Se describe matemáticamente el *Hamiltoniano* del robot en la ecuación 1.8.

$$\mathcal{E}((\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) = \mathcal{K}((\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) + \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (1.8)$$

Donde:

- $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^n$ y representan los vectores de posición y velocidad respectivamente.

Por otro lado, el *Lagrangiano* del robot manipulador está compuesto por la energía cinética $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ diferido con la energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$. Se define el *Lagrangiano* del robot manipulador como la ecuación 1.9.

$$\mathcal{L}((\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) = \mathcal{K}((\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (1.9)$$

Donde:

- $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \in \mathcal{R}^n$ y representan los vectores de posición y velocidad respectivamente.

El análisis del *Lagrangiano* recibe este nombre en honor al astrónomo y matemático Joseph Louis de Lagrange que introdujo una reformulación de la mecánica clásica, conocida como mecánica Lagrangiana en 1788.

El formalismo *Lagrangiano* permite alcanzar tanto las leyes de Newton como las ecuaciones de Maxwell, las cuales pueden ser derivados de las ecuaciones de *Euler-Lagrange* de un *Lagrangiano* clásico. Por otro lado, es posible alcanzar las propiedades básicas de la teoría cuántica de campos con la formulación de Lagrange [29].

Las ecuaciones de movimiento de *Euler-Lagrange* para un robot de n grados de libertad está dado por la ecuación 1.10.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_i} = \tau_i - \nu(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (1.10)$$

Donde:

- $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \in \mathcal{R}^n$ y representan los vectores de posición y velocidad respectivamente.
- τ_i son las fuerzas y pares ejercidos externamente (por accionadores) en cada articulación.
- $\nu(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e)$ pertenece al vector de fuerzas o pares de fricción que dependen de la velocidad articular $\dot{\mathbf{q}}$ y de la fricción estática \mathbf{f}_e que se encuentran presentes en cada articulación del robot.
- $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$

1.4.3. Modelo dinámico de robots

El uso de las ecuaciones de *Lagrange* para el modelo dinámico de manipuladores se reduce a cuatro etapas:

- Cálculo de la energía cinética $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.
- Cálculo de la energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$.
- Cálculo del *Lagrangiano* $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.
- Desarrollo de las ecuaciones de *Euler – Lagrange*.

La energía cinética tiene una estructura matemática cuadrática bien definida en función de la velocidad articular, la ecuación 1.11 muestra la forma matemática de la energía cinética.

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}} \mathcal{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (1.11)$$

Donde:

- $\mathcal{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia del manipulador y es una matriz simétrica definida positiva.
- $n \in \mathcal{N}$

Por otro lado, la energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$ no tiene una forma específica, sin embargo tiene una dependencia exclusiva del vector de posiciones \mathbf{q} , ya que considera su presencia a campos conservativos como la fuerza de gravedad.

El modelo dinámico de un robot manipulador proporciona una descripción completa y compacta entre los pares aplicados a los servomotores y el movimiento de la estructura mecánica. Con la metodología de *Euler-Lagrange* las ecuaciones de movimiento pueden ser obtenidas de manera sistemática independientemente del marco de referencia coordinado [9].

El desarrollo del modelo dinámico de la clase de sistemas *Euler-Lagrange*, es una práctica común en robótica [9, 30, 31]. El reto matemático que resuelve esta metodología es representar el modelo matemático dinámico de forma vectorial y/o matricial.

El modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad está dado por la ecuación 1.12

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) + f_f(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) = \tau \quad (1.12)$$

Se describen los términos de la ecuación 1.12:

- $M(\mathbf{q}) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia del sistema.
- $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^n$ representa el vector de aceleraciones.
- $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ es llamada la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis del sistema.
- $g(\mathbf{q}) \in \mathcal{R}^n$ representa un vector de fuerzas gravitacionales.
- $f_f(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \in \mathcal{R}^n$ es el vector de pares de fricción que incluye la fricción viscosa, de Coulomb y estática de cada articulación del robot.

1.4.4. Propiedades del modelo dinámico

La ecuación 1.12 contiene elementos complejos, pero existen propiedades fundamentales que facilitan el diseño de nuevos controladores. En este apartado se presentan algunas de las propiedades más importantes que tiene el modelo dinámico.

- La matriz $M(\mathbf{q})$ es una matriz simétrica definida positiva que cuenta con las siguientes propiedades:

$$\lambda_m[M(\mathbf{q})]I \leq M(\mathbf{q}) \leq \lambda_M[M(\mathbf{q})]I \quad (1.13)$$

donde $\lambda_m[M(\mathbf{q})]$ y $\lambda_M[M(\mathbf{q})]$ representan los valores propios mínimos y máximos respectivamente de la matriz de inercia, $I \in \mathcal{R}^{n \times n}$ es la matriz identidad.

De lo anterior se define a $M(\mathbf{q})^{-1}$ como existente y tiene la propiedad de ser simétrica y definida positiva.

- Para el caso de robots que contienen articulaciones rotacionales, existe una constante $\beta > 0$ tal que:

$$\lambda_m[M(\mathbf{q})] \leq \beta \quad (1.14)$$

para todo $\mathbf{q} \in \mathcal{R}^n$, donde β está definido $\beta \geq n(\max_{i,j,q} |M_{ij}|)$ donde $|M_{ij}|$ denota el ij ésimo elemento de la matriz $M(\mathbf{q})$.

- También para los robots de articulaciones rotacionales, existe una constante K_M tal que:

$$\|M(\mathbf{x})z - M(\mathbf{y})z\| \leq K_M \|x - y\| \|z\| \quad (1.15)$$

para todo $x, y, z \in \mathcal{R}^n$.

- La matriz de fuerzas de centrípetas y de Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ puede no ser única pero el vector $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ si es único.
- La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ está formada por los símbolos de Christoffel, entonces la matriz $[\frac{1}{2}\dot{M}(\mathbf{q}) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]$ es antisimétrica, lo que quiere decir:

$$\dot{\mathbf{q}}^T [\frac{1}{2}\dot{M}(\mathbf{q}) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (1.16)$$

para todo $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^n$

- Otra propiedad del sistema dinámico es:

$$\dot{M}(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \quad (1.17)$$

como derivación de esta propiedad se comprueba que si $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ entonces:

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{0}}) = 0 \quad (1.18)$$

- La energía cinética de K de un robot manipulador se define a partir del vector de velocidades $\dot{\mathbf{q}}$ y la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ de la siguiente manera:

$$K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (1.19)$$

Visión

2.1. Introducción

El ojo ocupa un lugar importante entre los órganos de los sentidos, pues descubre de inmediato el peligro que amenaza o el menor movimiento de lucha; es una verdadera ventana hacia el mundo externo, que recibe datos desde muy lejos, percibe las diminutas partículas de polvo que danzan en un rayo de sol y discierne los tonos pasajeros del arco iris fugaz. Protegido en las órbitas óseas profundas apoyados en un cojín de grasa, protegidos por el telón de los párpados y humedecidos por las lágrimas brillantes, los globos oculares se mueven de manera armónica por la acción de seis músculos delgadas para cada uno de ellos y dirigen la mirada alerta sobre cualquier objeto que despierte sospecha o curiosidad [32]. El análisis de escenas tridimensionales se originó a principios de los sesenta y se utilizó por primera vez en los trabajos de Roberts en 1963, relacionado con el reconocimiento de poliedros tridimensionales desde una sola de sus vistas.

2.2. Óptica

La luz es una radiación electromagnética que se propaga en forma de onda [33]. Las ondas disponen de cuatro propiedades o características que las identifica, estas son la amplitud, la frecuencia, la velocidad y la longitud de onda. La longitud de onda es la distancia que hay entre 2 crestas o valles de la onda, la luz visible que es percibida por el ojo humano y que nos permite ver todo lo que nos rodea es la parte de la onda electromagnética que tiene una longitud de onda comprendida entre 400 y 700 nanómetros aproximadamente, por tanto la luz tal y como la entendemos corresponde a una pequeña porción de longitud de ondas electromagnéticas que emiten fuentes luminosas como el Sol, las estrellas o las lámparas. En la figura 2.1 se muestra el espectro electromagnético que muestra las longitudes de onda, frecuencia y energía que puede adquirir una onda electromagnética, el espectro se encuentra dividido en diferentes bandas en donde las ondas comparten ciertas características, por ejemplo tenemos la banda de rayos gamma, ultravioleta, luz visible, infrarrojos o microondas. En la banda de la luz visible quedan representados en función de la frecuencia (vibraciones por segundo) o longitud de onda la diferente gama de colores que compone la luz visible [34]. La sensibilidad del ojo humano es máximo en la longitud de onda alrededor de los 550 nanómetros que corresponden a la luz verde [35].

Cuando la luz visible u otra radiación electromagnética choca con una superficie metálica pulida ocurre una reflexión. Dependiendo del ángulo de incidencia, cuando la luz visible choca con la superficie

de un material transparente como el agua o el vidrio, ocurre una refracción, o sea la luz cambia de dirección en el material, según el valor del índice de refracción, n_b , de dicho material. La característica de reflexión y refracción de la luz ha permitido ser aplicada en artefactos importantes como el prisma que permite separar los colores de la luz blanca, en la gran variedad de lentes, y parabólicas que permiten concentrar o dispersar la luz y aplicarlo en lupas, gafas, cámaras fotográficas, microscopios, telescopios y otros artefactos ópticos útiles [36].

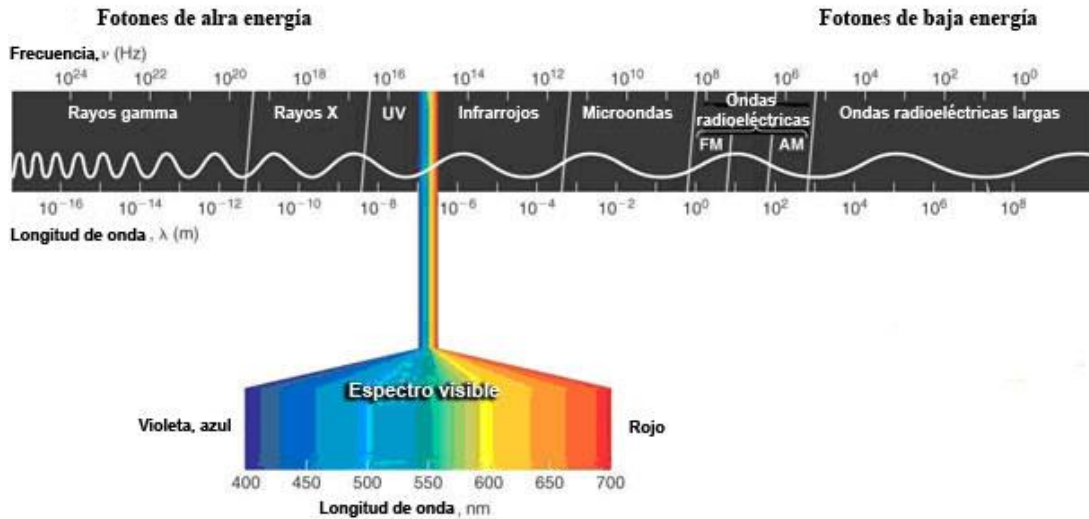


Figura 2.1: Espectro electromagnético.

Aunque la luz es sólo una pequeña parte del espectro electromagnético, es objeto de estudio en muchas áreas como la física, biología, astronomía, procesamiento de imágenes, entre otras. La mayor parte de la radiación electromagnética visible proviene de los rayos del Sol que alcanzan la superficie del planeta Tierra, la cual, ha participado desde hace mucho tiempo para la evolución de la vida, la fotosíntesis de las plantas, reacciones químicas de organismos, etcétera.

La óptica es el estudio de la luz, esto incluye a tópicos como son los microscopios, telescopios, visión, color, pigmentos, iluminación, espectroscopia y láseres [33].

2.2.1. Sentido de la vista

El sentido de visión es la fuente más importante de donde se nos permite obtener información del mundo externo. Los tres componentes que conforman el sistema de visión es el estímulo, que es la luz; componentes ópticos del ojo, que recrea la imagen a partir de la luz; y el sistema nervioso, que procesa e interpreta la información visual recreada como una imagen [33].

La forma de percepción de las imágenes, el identificar y distinguir es gracias a todas sus características que nos hacen formar una imagen en nuestro cerebro, como si dibujásemos una figura siguiendo unas instrucciones formadas por muchas partes, como un mosaico. Esas características son la forma, el tamaño, la cercanía, el volumen, el color, la textura, su posición, el contexto, etc. El estímulo que necesitamos para empezar el proceso es la luz, que se transmite por ondas electromagnéticas. El ojo se ajusta y modifica para recibir el estímulo de luz apropiado.

La luz pasa por la córnea, a través de la pupila, atravesando el cristalino y el humor vítreo, para llegar a la retina donde llega la imagen invertida, ya que atraviesa zonas con diferentes densidades y los rayos de luz “rebotan” de la parte superior a la inferior de la retina. A la retina llega pues un “código”, transmitiéndose en forma de impulsos químico-eléctricos al cerebro, donde la imagen se interpreta y es “decodificada” y girada a su posición correcta, por un proceso psíquico-químico que aún se está estudiando ya que es uno de los grandes misterios de la ciencia, aunque existen muchas teorías al respecto, la figura 2.2 muestra la forma de percepción de las imágenes del ojo humano.

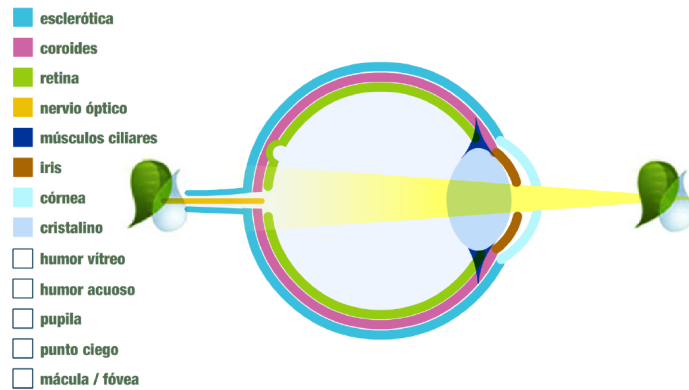


Figura 2.2: Percepción de imágenes por el ojo humano.

El ojo humano es un sistema óptico positivo o convergente que forma una imagen invertida del mundo externo sobre la capa sensible de la retina, situada al fondo del globo ocular.

2.2.2. Estructura anatómica del ojo humano

La constitución anatómica del ojo está formado por una serie de membranas concéntricas, de naturaleza distinta, que encierra en su interior un conjunto de medios líquidos, semilíquidos o sólidos que se dejan atravesar por los rayos luminosos, a los que hacen confluír precisamente en la capa sensorial que es la retina. Las primeras se llaman membranas envolventes y son tres: la más externa, de naturaleza fibrosa, forma la esclerótica hacia atrás y la córnea hacia delante; la media es la túnica vascular o coroides y la interna de naturaleza nerviosa es la retina. Los medios transparentes son, de adelante hacia atrás, la córnea que desempeña el doble papel de membrana envolvente y medio transparente; las cámaras anteriores y posteriores con el humor acuoso que contienen el cristalino y el humor vítreo, como lo muestra la figura 2.3.

El ojo humano es como una esfera de aproximadamente 2.4 cm de diámetro. La luz entra en el ojo a través de la córnea, que es una sección transparente en la cubierta exterior del globo ocular, la córnea es aproximadamente esférica con un radio de curvatura de aproximadamente 8 mm. La luz es enfocada por el sistema de lentes del ojo en una imagen invertida en la retina fotosensible, que cubre la superficie posterior del ojo, aquí la luz produce impulsos nerviosos que transmiten información al cerebro [33, 37]. La esclerótica es un tejido fibroso denso, blanco y opaco que tiene una función principalmente protectora y es casi esférica con un radio de curvatura aproximadamente 12 mm a 13 mm. La capa media del ojo es la úvea en la que se diferencian el iris en la parte anterior, la coroides en la parte posterior, y el cuerpo ciliar en la parte intermedia. El iris tiene la función óptica al regular el tamaño de su apertura. La abertura en el iris se llama pupila. La figura 2.3 muestra la relación de las partes anatómicas del ojo interno y el externo.

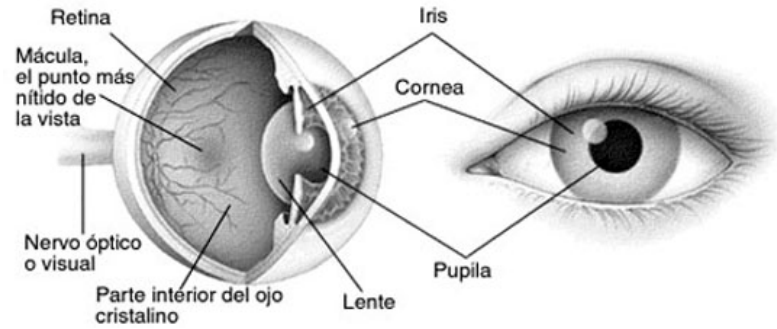


Figura 2.3: Ojo humano.

La parte interna del ojo se divide en tres compartimientos:

- La capa anterior, entre la cornea y el iris, que contiene el humor acuoso.
- La capa posterior, entre el iris, el cuerpo ciliar y el cristalino, que contiene el humor acuoso.
- La cámara vítrea, entre el cristalino y la retina, que contiene una masa gelatinosa transparente e incolora llamada humor vítreo o cuerpo vítreo.

En la figura 2.4 se tiene un corte sagital del ojo derecho visto desde arriba, donde los puntos cardinales (F, F', H, H', N y N') son los correspondientes al ojo relajado.

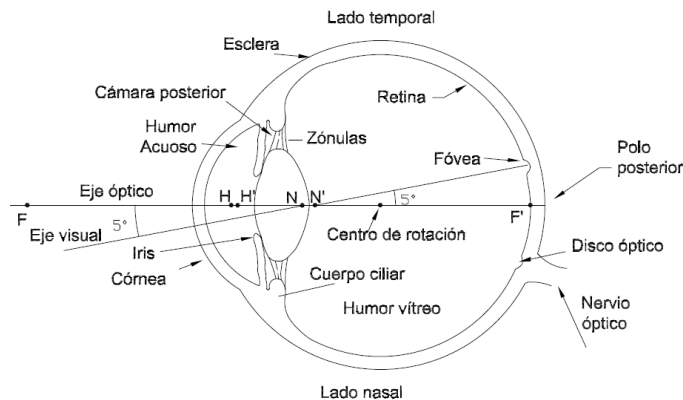


Figura 2.4: Ojo derecho visto desde arriba en sección horizontal. Los puntos cardinales (F, F', H, H', N y N') son los correspondientes al ojo relajado.

2.3. Visión artificial

La visión por computadora o la visión artificial puede definirse como una técnica de imitar el sentido de visión del ser humano con el fin de extraer información del entorno, algunos investigadores en el área han definido a esta técnica como se describe a continuación:

- La visión artificial o visión por computadora puede ser tratada ya sea como el estudio de transferir a las máquinas el poder de la percepción de la visión humana; también como aquellos métodos que permitan a las máquinas “ver” sólo lo que es necesario para un objetivo específico, es decir, analizar el contenido visual de una escena [31].
- Visión por computadora es una ciencia que desarrolla las bases teóricas y algorítmicas para obtener información sobre el mundo real a partir de una o más imágenes [38].
- Se define a la visión por computadora, a la disciplina que desarrolla sistemas capaces de interpretar el contenido de escenas naturales [39].
- La visión por computadora, que ha emergido como una disciplina propia basada de manera principal en las matemáticas y ciencias de la computación, consiste en hacer que la computadora vea de manera artificial su entorno, que involucra parámetros por resolver [40].

Para entender mejor el concepto de lo que se conoce como visión por computadora, es necesario saber como es que se realiza el reconocimiento de la información visual captada artificialmente y de los elementos que se relacionan para tal efecto.

El procesamiento de imágenes es el proceso por el cual se toma una imagen en una computadora y se produce una versión modificada de ésta. El proceso de análisis de imágenes es del cual a partir de una imagen se obtiene una medición, interpretación o decisión. El esquema típico del análisis de imágenes consiste en cinco etapas:

- **Adquisición de imagen.** Se obtiene una imagen adecuada del objeto de estudio. Dependiendo de la aplicación la imagen puede ser una fotografía, una radiografía, termografía, entre otras.
- **Procesamiento.** Con el fin de mejorar la calidad de la imagen obtenida se emplean ciertos filtros digitales que eliminan el ruido en la imagen o bien aumentan el contraste.
- **Segmentación** En la que se identifica en una imagen cuáles son los píxeles que pertenecen a un objeto.
- **Medición** Es la parte de extracción de características de una imagen, se realiza una medición objetiva de ciertos atributos de interés del objeto de estudio.
- **Interpretación** De acuerdo a los valores obtenidos en las mediciones se lleva a cabo una interpretación de la información del objeto de la imagen.

En la figura 2.5 se ilustra el proceso que involucra el procesamiento de imágenes.

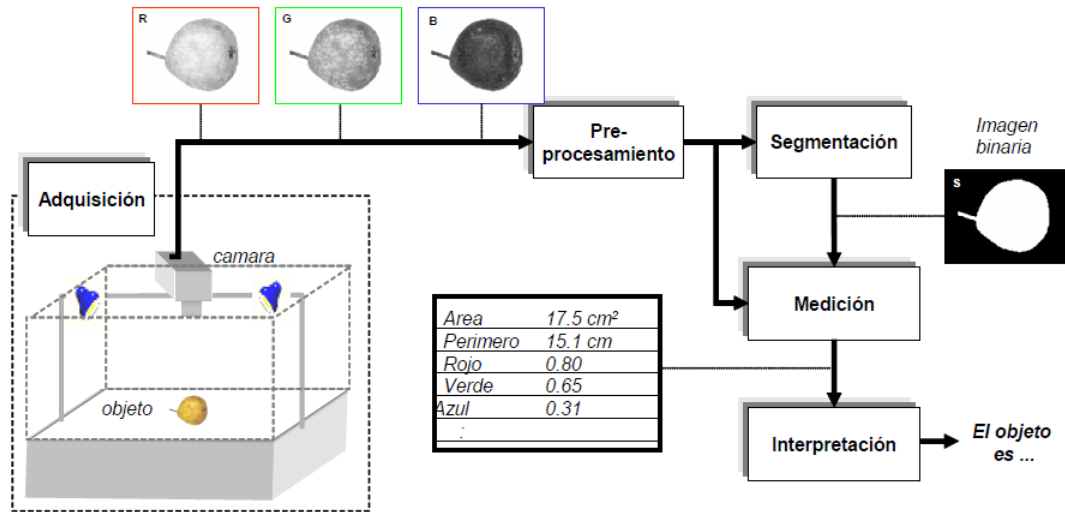


Figura 2.5: Esquema del procesamiento de imágenes: adquisición, procesamiento, segmentación, extracción de características e interpretación.

El análisis de imágenes está estrechamente relacionado con el reconocimiento de patrones ya que en muchas aplicaciones el universo de interpretaciones es un conjunto discreto determinado por clases. El diseño clasificados se determina en un estudio de casos conocidos para determinar una clasificación. Para ciertos caso de análisis basta con determinar correctamente ciertos umbrales de decisión. Para otros casos es necesario emplear clasificaciones más sofisticadas como las redes neuronales, así como también es necesario determinar atributos del objeto de la imagen, los cuales son los que se van a medir, es decir, es necesario conocer en cuáles atributos está la información relevante para poder realizar una clasificación correcta. El reconocer patrones en una imagen quiere decir, la asignación de objetos (patrones) a diferentes clases a partir de mediciones de los objetos. El reconocimiento de patrones no implica necesariamente análisis de imágenes.

Generar computacionalmente imágenes a partir de modelos es lo que se conoce como computación gráfica [41]. En la computación gráfica se generan imágenes artificiales a partir de modelos geométricos y físicos, esta técnica se presenta en las industrias de los video juegos, cinematografía, entre otras. Si se tiene un modelo de la formación de la imagen que va del 3D al 2D es posible entonces simular gráficamente las vistas bidimensionales que se obtendrían de un objeto tridimensional.

La estimación de movimiento es posible llevarla a cabo, ya que mediante una cámara que toma imágenes de un objeto en movimiento es posible estimar el movimiento del objeto a partir de los puntos de correspondencia en la secuencia de imágenes [41].

2.3.1. Aplicaciones de visión artificial

Visión artificial como un campo de la inteligencia artificial, que mediante las técnicas adecuadas, permite la obtención, procesamiento y análisis de cualquier tipo de información especial obtenida a través de imágenes digitales. La visión artificial la componen conjuntos de procesos destinados a realizar análisis de imágenes, memorización de la información, procesado e interpretación de resultados. La visión artificial o por computadora se puede aplicar en la industria principalmente en:

- Identificación de objetos.
- El área de la robótica.
- Inteligencia artificial.
- Procesado de señal.
- Reconocimiento de formas.
- Inspección de objetos.
- Determinación de la posición de los objetos en el espacio.
- Permite la realización de mediciones angulares.
- Mediciones tridimensionales.
- Teoría de control.
- Vigilancia (video vigilancia).
- Seguridad (control de accesos).
- Identificación biométrica.
- Control de tráfico.
- Análisis de imágenes por satélites.
- Bioingeniería (diagnósticos).
- Seguimiento de objetos.
- Detección de características (esquinas, bordes, etcétera).

2.4. Medición y análisis de la profundidad

Para una imagen planar no existe problema para un sistema de visión tipo cámara, pero cuando se trata de considerar la tercera dimensión y conocer la profundidad una cámara por sí sola no puede obtener esta información.

Para que los sistemas de visión para robots puedan determinar una profundidad y usarla para la identificación de objetos existen métodos como: la estereoscopia o triangulación pasiva, triangulación activa entre otras.

2.5. Geometría proyectiva

La transformación es la operación u operaciones necesarias para convertir la figura dada en otra, de manera que exista entre los elementos origen y transformados una relación biunívoca.

En un nivel elemental la geometría es el estudio de puntos y líneas, y sus relaciones. La geometría ha sido concebida netamente geométrica, en la que las líneas y puntos se estudiaban

sin considerar un sistema coordinado. Actualmente, mediante la introducción de un sistema de coordenadas cartesianas se logra algebraizar a la geometría. De esta forma, las entidades geométricas pueden ser descritas como coordenadas y entidades algebraicas. Por medio de las relaciones algebraicas se obtiene una representación matemática adecuada para implementar algoritmos y programar métodos computacionales [41].

El interés el estudio de las transformaciones geométricas, radica en la posibilidad de facilitar la resolución de problemas gráficos que en su disposición original resultan difíciles de abordar.

En toda transformación existen dos elementos:

- Elementos característicos. Son los que definen todas las correspondencias entre la figura original y la transformada.
- Elementos dobles. Los que se transforman en sí mismos.

2.5.1. Transformaciones proyectivas

Son transformaciones proyectivas las aplicaciones de un espacio lineal (rectas, planos, espacios tridimensionales) en otro, de manera que cuatro puntos en línea recta se transforman en cuatro puntos en una línea recta. Las transformaciones pueden ser de tres tipos:

- Isométricas: Son las también llamadas movimientos. Son aquellas que conservan las medidas de los segmentos y de los ángulos de la figura original y su transformada (traslación, rotación y simetría).
- Isomórficas: Son aquellas que conservan las formas. Se pueden establecer relaciones de proporcionalidad entre dos figuras transformadas (homotecia y semejanza).
- Anamórficas: Son aquellas transformaciones que no conservan las formas (homología y afinidad).

2.5.2. Sistema de visión

Los sistemas de visión representan uno de los niveles de complejidad más altos en el procesamiento de imágenes, ya que éstos se pueden adaptar cada uno de los requisitos específicos para diferentes aplicaciones. Las soluciones que ofrecen los sistemas de visión junto con el procesamiento de imágenes junto con algún otro sensor, de ser necesario, son adecuadas para muchos de los requerimientos de la industria, desde la industria automotriz hasta la industria farmacéutica [42].

Los sistemas de visión artificial combinan herramientas de software y hardware para ofrecer sistemas completos de desarrollo para una variedad de tareas de visión artificial.

2.6. Modelo de cámara

La mayoría de los sistemas de vigilancia y monitoreo emplean una o un conjunto de cámaras colocadas estratégicamente para cubrir completamente un área específica. Una tarea primordial es encontrar la posición óptima de las cámaras que maximice la cobertura del área de interés, respetando siempre las restricciones dadas por la aplicación [43].

El modelo de la cámara define la estrategia e solución del problema de optimización de tal forma que si se trabaja con cámaras direccionales la restricción fundamental es el campo de visibilidad, mientras que al trabajar con cámaras omnidireccionales la restricción es la baja de los datos obtenidos. Sin embargo, el uso de los dos tipos de cámara amplía las posibilidades para aplicaciones donde se requiera una identificación de eventos y posteriormente un procesamiento de la información visual obtenida.

2.6.1. Cámaras de visión artificial

La misión de una cámara es capturar la imagen proyectada en el sensor, vía las ópticas, para poder transferir a un sistema electrónico.

Las cámaras de video han tenido una rápida evolución en los últimos años, desde las primeras cámaras de video que iban equipadas con tubos de Vidicon hasta las más modernas cámaras compuestas por sensores de CCD (Charge Coupled Device) y CMOS. Las cámaras que se utilizan en visión artificial requieren de una serie de características específicas, como el control de disparo de la cámara para capturar las piezas que pasan por delante de la cámara exactamente en la posición requerida.

Las cámaras de visión artificial son más sofisticadas que las convencionales, ofreciendo un completo control de los tiempos y señales, de la velocidad de obturación, de la sensibilidad y de otros factores fundamentales tanto en aplicaciones científicas como industriales.

Cada uno de estos tipos de cámaras se describirán por separado y se consideran generalmente tecnologías completamente distintas. Sin embargo hay muchas características que se superponen en estos tipos de cámaras.

- Cámara monocromo
- Cámaras color
- Cámaras alta resolución
- Cámaras alta velocidad
- Cámaras alta sensibilidad
- Cámaras lineales monocromo
- Cámaras lineales TDI
- Cámaras lineales color
- Cámaras inteligentes
- Cámaras 3D

- Cámaras infrarrojas/térmicas
- Cámaras multiespectrales
- Cámaras multi-sensor
- Sensores

2.6.2. Cámaras direccionales

Una cámara oscura o *pinhole* produce imágenes $2D$ de un mundo físico percibido como tridimensional. Antes de la invención de la fotografía existía un gran interés en representar este mundo $3D$ en imágenes planas $2D$, como recurso se utilizó la Pintura [40].

La primera fotografía *pinhole*, la obtuvo David Brewster, científico escocés, alrededor de 1850. Para la impresión de la imagen usó papel sensibilizado con una emulsión química de sales de plata [44]. Posteriormente William Fox Talbot usa papel cubierto con cloruro de plata que es mucho más cercano al papel de la fotografía de hoy en día, ya que producía una imagen en negativo que podía ser usada las veces que se necesitara. Con el paso de los años se ha venido sustituyendo la fotografía química por la película fotográfica y está última por el penta-prisma y en la década de los noventa se ha implementado la fotografía por sensores fotoeléctricos ya sean CCD o CMOS, éstos últimos son usados en la actualidad.

El modelo de proyección de la cámara **pinhole**, la cual consta de un orificio muy pequeño a través del cual se deja pasar luz externa que se proyecta en la pared interior de la cámara oscura [43].

El resultado de la proyección es una imagen invertida del mundo exterior, los rayos de luz de un objeto pasan a través del pequeño orificio para formar la imagen, como lo muestra la figura 2.6.

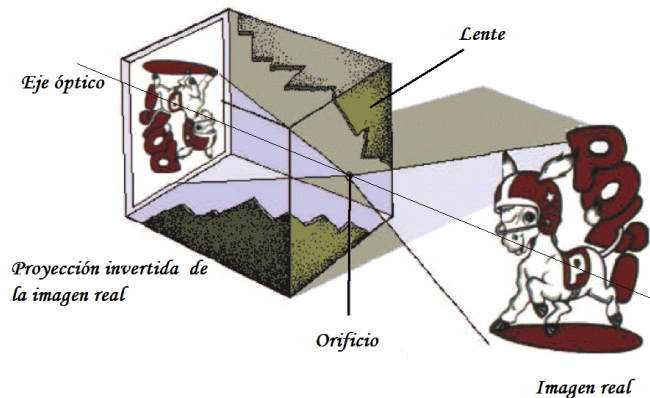


Figura 2.6: Proyección de una cámara pinhole.

Las características de la cámara **pinhole** están definidas por los parámetros extrínsecos de la cámara que definen su posición y orientación dentro de un sistema de coordenadas global, y de los

parámetros intrínsecos definen las características propias de la cámara, los parámetros se en listan a continuación.

- **Punto principal.** Es la intersección del eje óptico con el plano focal. Este punto no es necesariamente el centro de la imagen, ya que el CCD no está perfectamente alineado con el eje óptico de la lente.
- **Longitud focal.** Es la longitud que separa el punto principal en la imagen del centro de proyecciones, y el que define el zoom de la cámara.
- **Distorsión.** Es una serie de parámetros que modelan las aberraciones de la lente, y que provocan deformaciones sobre la imagen. Depende directamente de la calidad del objetivo.
- **Ángulo de visión.** Es el ángulo formado por las líneas que unen os dos extremos de la diagonal del formato CCD con el centro óptico.

El ángulo de visión depende de la distancia focal y de la longitud de la diagonal del formato CCD utilizado. En la figura 2.7 si a es el ancho de la imagen activa del sensor CCD y d es la distancia entre el centro del foco del lente y el plano imagen, entonces el ángulo de visión está dado por la siguiente ecuación:

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{a}{2d} \quad (2.1)$$

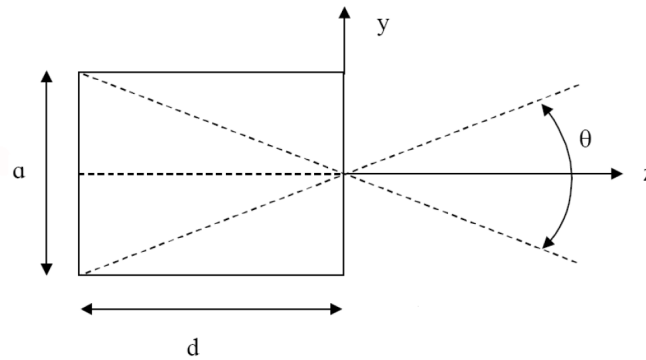


Figura 2.7: Ángulo de proyección de la cámara pinhole.

El modelo de proyección de la cámara **pinhole**, consiste de un centro óptico, en donde convergen todos los rayos de la proyección, y un plano imagen en el cual la imagen es proyectada.

El plano imagen esta ubicado a una distancia focal del centro óptico y es perpendicular al eje óptico z . En el modelo se elige un un punto del marco de referencia referenciado como $P_{(x,y,z)}$ se proyecta al plano de imagen pasando a través del centro óptico.

La recta que une al punto P y el centro óptico se denomina línea de proyección la cual intersecta al plano de imagen justo en el píxel $p(u,v)$ que es la proyección del punto $P_{(x,y,z)}$, como lo muestra la figura 2.8.

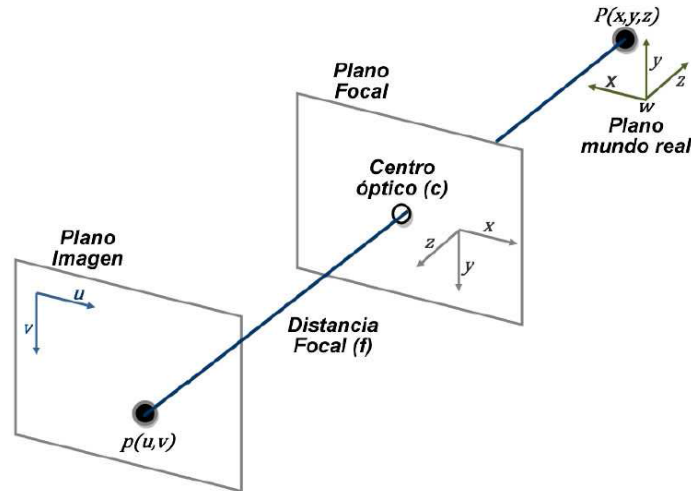


Figura 2.8: Modelo de proyección de la cámara pinhole.

Las cámaras CCD son consideradas como dispositivos que poseen una muy baja deformación geométrica de la imagen, una muy buena sensibilidad a la luz y una muy buena resolución llegando típicamente a los 4000000 píxeles. El tiempo de captura de la imagen está normalmente en el rango de $\frac{1}{60s}$ y $\frac{1}{10000s}$ [45]. Actualmente existen cámaras CCD para HDTV (High Definition Television) con alrededor de 2200000 píxeles.

La formación geométrica de la imagen se considera como una transformación de las coordenadas (x,y) en un nuevo sistema de coordenadas (u,v) . Para esta transformación es necesario considerar los siguientes aspectos:

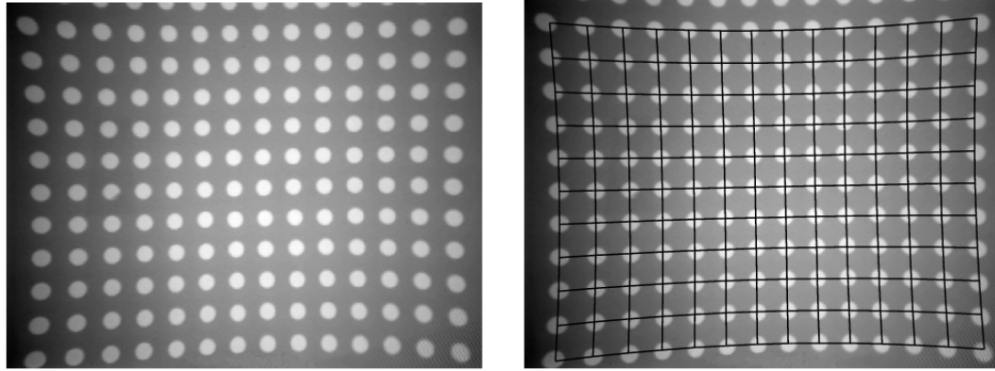
- **Cambio de escala:** Las coordenadas de una imagen están comúnmente expresadas en otras unidades métricas que las empleadas para medir el espacio 3D. Por lo general, la imagen se expresa en píxeles y el espacio 3D en milímetros. Por esta razón en la transformación de coordenadas $(x,y) \rightarrow (u,v)$ es necesario considerar un factor de escala. Además es necesario tomar en cuenta que debido a que los píxeles no son cuadrados, sino rectangulares el factor de escala es distinto en cada eje de la imagen. Los factores de escala utilizados son denotados como α_x y α_y que son expresados en $[\frac{pixel}{mm}]$.
- **Traslación de origen:** Se introducen las variables (u_0, v_0) para denotar el punto principal de la imagen en el nuevo sistema de coordenadas, es decir $u = u_0$, $v = v_0$ corresponden a $x = 0$ y $y = 0$.
- **Rotación de los ejes:** Los ejes x, y y los ejes u, v no tienen la misma orientación. En la modelación de la cámara existen dos métodos: uno que considera un θ ángulo de rotación, y otro que asume que este ángulo es cero y que el ajuste debe hacerse en los ejes X, Y, Z del sistema de coordenadas del espacio 3D. En este segundo método el eje Z sigue siendo el eje óptico de la proyección y los ejes x, y siguen siendo paralelos a los ejes X, Y , sin embargo se hace coincidir, mediante una rotación del eje Z , la orientación de los ejes x, y con los ejes u, v .
- **Factor de torcimiento:** Muchas veces los ejes u, v no son ortogonales debido a que los píxeles en los arreglos CCD no son rectangulares. En este caso es necesario introducirle al modelo de la cámara un factor de torcimiento (skew factor) s . En la gran mayoría de cámaras s es cero.

Así pues, considerando la orientación de u , v y x , y es la misma, la transformación de coordenadas está definida por la ecuación 2.2:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.6.3. Distorsión de la lente

La curvatura de la lente utilizado en las cámaras introduce una deformación en la imagen. debido a esta distorsión las líneas que en el espacio 3D son rectas ya no son vistas en la proyección como líneas rectas sino como líneas curvas. Este efecto puede ser despreciable en el centro de la imagen, sin embargo, en os extremos de la imagen es considerable, donde la normal de la superficie del lente no es paralela al eje óptico de la proyección. Este efecto se visualiza en la figura 2.9.



(a) Radiografía de un objeto de calibración.

(b) Modelo de la distorsión

Figura 2.9: Distorsión del lente.

2.6.4. Calibración de un sistema de visión por computadora

La calibración es el método mediante el cual se estiman los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara así como los parámetros del manipulador. También es posible estimar los parámetros del modelo de distorsión de la lente de la cámara [41].

La calibración de cámaras es un proceso mediante el cual se calculan los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la misma a partir de un conjunto de puntos de control, conocidas las coordenadas tridimensionales de esos puntos y midiendo las correspondientes coordenadas de imagen, en la imagen obtenida con la cámara del sistema de visión [46].

Existen métodos usados para la calibración: auto calibración y fotogramétrica. En la auto calibración se toman varias imágenes de una misma escena y mediante la correspondencia entre puntos de distintas imágenes se puede encontrar los mejores parámetros del modelo que puedan otorgar esta correspondencia. La reconstrucción 3D realizada con el modelo encontrado está afectada, por un factor

de escala ya que este método no puede saber cuál es el tamaño real de los objetos captados por la cámara. Un objeto pequeño cerca del centro óptico puede tener la misma imagen que el mismo objeto agrandado más cerca del plano de la imagen.

Para varias aplicaciones en robótica, se busca una reconstrucción 3D precisa, por lo que se usa la calibración fotogramétrica. Esta calibración utiliza un objeto 3D de referencia cuya geometría es conocida a la perfección. Donde N puntos de interés son escogidos del objeto de referencia, obteniendo así las coordenadas $M_i = [X_i \ Y_i \ Z_i]^T$, para $i = 1, 2, \dots, N$. El objeto es a continuación captado por la cámara y sus puntos de interés son vistos como puntos 2D con coordenadas $w_i = [u_i \ v_i \ 1]^T$. Teniendo un modelo de la proyección es posible obtener una estimación teórica de los puntos 3D.

2.7. Sensor CCD

Una cámara pinhole es un modelo simple de cámara con sensor CCD. El agujero es el origen del marco de referencia \mathbf{X}_C . La figura 2.10 muestra el modelo de la cámara pinhole [47].

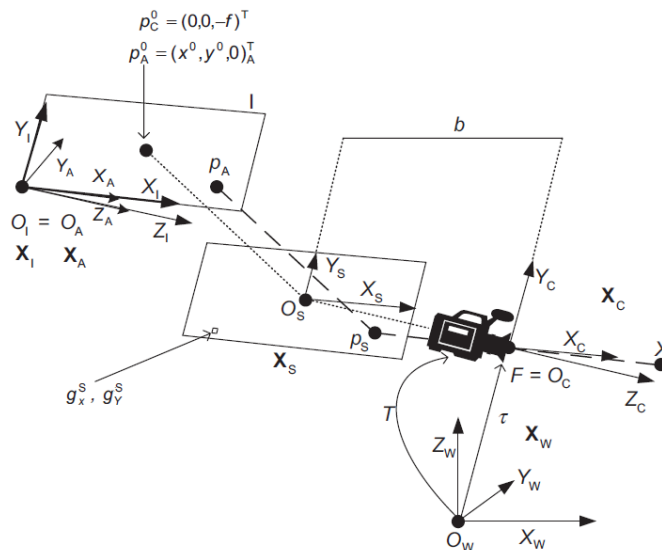


Figura 2.10: Modelo pinhole de la cámara.

2.8. Percepción visual

El objetivo de suministrar a un robot un medio propio para percibir el mundo que lo rodea es importante y alcanzarlo permitirá a los robots actuar de manera autónoma, como por ejemplo, inspectores, ensambladores, o exploradores.

Como ya se ha visto, la visión por computadora puede usarse para la identificación de componentes; esta actividad por sí misma podría considerarse como una demostración elemental de inteligencia de la máquina [15]. La tarea de identificación es en esencia una actividad de reconocimiento

de patrones matemáticos que utiliza distintos componentes calculados a partir de un patrón. El análisis de escenas (la siguiente etapa) la complejidad consiste en descomponer una escena en los componentes que la integran y determinar la relación espacial de dichos componentes.

2.9. Descripción del modelo de visión y el modelo robótico

Para determinar los modelos matemáticos de un robot manipulador consiste en encontrar las matrices proyectivas Euclídeas 3D que hacen la transformación de coordenadas de un sistema de coordenadas relativas al objeto de estudio al sistema de coordenadas del espacio 3D en el que tiene lugar la proyección perspectiva. En el modelo deben incluirse los grados de libertad que posee el manipulador. Comúnmente por cada centro de rotación se establece un sistema de coordenadas. En los modelos debe incluirse factores de cambio de escala, ya que por lo general las unidades en las que trabaja un manipulador son incrementos (grados) y éstos deben convertirse a milímetros o radianes. La conversión de escala se modela en forma lineal.

El manipulador es un aparato que mueve y ubica el objeto de estudio a una posición deseada sin ser tocado por el ser humano. Un manipulador posee grados de libertad que indican los posibles movimientos que puede hacer para mover el objeto. Los grados de libertad pueden ser de traslación y/o rotación. Muchas veces el manipulador se acciona mediante joysticks, otras veces por medio de una interfaz con un PLC o computador. El manipulador consta de elementos deslizantes y de giro con los que se lleva a cabo la traslación y rotación del objeto respectivamente.

Se define a un robot es un manipulador reprogramable multifuncional diseñado para mover partes, materiales, herramientas o dispositivos especiales a través de movimientos variables programadas para el desempeño de diversas tareas.

Hay configuraciones en los que el manipulador no mueve al objeto sino a la(s) cámara(s), esto es muy ventajoso cuando se trata de analizar objetos muy pesados, ya que mover la(s) cámara(s) requiere de una mecánica más sencilla y económica.

Las configuraciones que se puede tener entre la cámara y el robot pueden ser clasificadas como en configuración cámara fija y configuración cámara en mano. La configuración cámara fija consiste en colocar la cámara de CCD fija con respecto al sistema de referencia del robot manipulador. Así la cámara captura imágenes del robot y de su medio ambiente. En esta configuración, las imágenes captadas por la cámara son independientes del movimiento del robot manipulador. La figura 2.11 muestra la configuración cámara fija del sistema de visión junto al robot. La configuración cámara en mano consiste en colocar la cámara CCD en el extremo final del robot manipulador de tal forma que la cámara tendrá el mismo movimiento que tenga el robot manipulador propiciando imágenes de los objetos que se encuentran en el espacio de trabajo del robot manipulador [30, 31, 41, 48].

Para el control de robots manipuladores mediante el empleo de información de imágenes requiere el conocimiento de los modelos matemáticos que caracterizan el sistema de visión en conjunto con la geometría que involucra el proceso de captación y formación de imágenes por una cámara [30].

Para el sistema de visión se considera una cámara de video digital con un sensor CCD (charge coupled device) para la formación de imágenes junto con sus elementos de programación y electrónicos necesarios para poder procesar la información visual obtenida de las escenas captadas mediante el uso de una computadora. El modelo de visión se describe por medio de marcos de referencia o sistemas de referencia definidos de tal forma que obedecen a la regla de la mano derecha, lo mismo para los marcos

de referencia del sistema robótico.

Los marcos de referencia se ilustran en la figura 2.11. Se considera un $\sum_{X_R} = \{X_{R_1}, X_{R_2}, X_{R_3}\}$ un sistema de referencia cartesiano fijo asociado al espacio de trabajo del robot manipulador. El origen del marco de referencia \sum_{X_R} se encuentra localizado en la base del robot manipulador, con sus ejes $X_{R_1}, X_{R_2}, X_{R_3}$ se seleccionan de manera conveniente. Para este marco coordinado un punto \mathbf{x} con respecto a \sum_{X_R} se representa por medio de $\mathbf{x}_R = [x_{R_1} \ x_{R_2} \ x_{R_3}]^T$.

La cámara de video del sistema de visión tiene asociado un marco de referencia $\sum_{X_C} = \{X_{C_1}, X_{C_2}, X_{C_3}\}$, su origen está definido en la intersección del eje óptico con el centro de la lente. El eje X_{C_1}, X_{C_2} definen un plano perpendicular al eje óptico y el eje X_{C_3} está alineado con el eje óptico de la lente. Un punto \mathbf{x} con respecto a \sum_{X_C} se representa por medio de $\mathbf{x}_C = [x_{C_1} \ x_{C_2} \ x_{C_3}]^T$.

Relativamente la localización entre los marcos de referencia del robot manipulador \sum_{X_R} y el de la cámara CCD \sum_{X_C} está representada por el vector O_R^C , por tal, el plano X_{C_1}, X_{C_2} está localizado a una distancia $O_{R_3}^C$ del plano X_{R_1}, X_{R_2} . Del sensor de la cámara, el plano donde se proyecta la imagen óptica de la escena corresponde al arreglo discreto de elementos fotosensibles del CCD, éste tiene asociado un sistema de referencia de dos dimensiones denotado por $\sum_I = \{I_1, I_2\}$ su origen está localizado en el centro geométrico del arreglo del CCD de la cámara. Un punto \mathbf{x}_I con respecto a \sum_I se representa por medio de $\mathbf{x}_I = [x_{I_1} \ x_{I_2}]^T$, los ejes I_1, I_2 son paralelos y apuntan en la misma dirección de los ejes X_{C_1}, X_{C_2} , respectivamente. El eje X_{C_3} apunta al plano CCD, de manera que un punto \mathbf{x}_C frente a la cámara tiene la componente X_{C_3} con signo negativo.

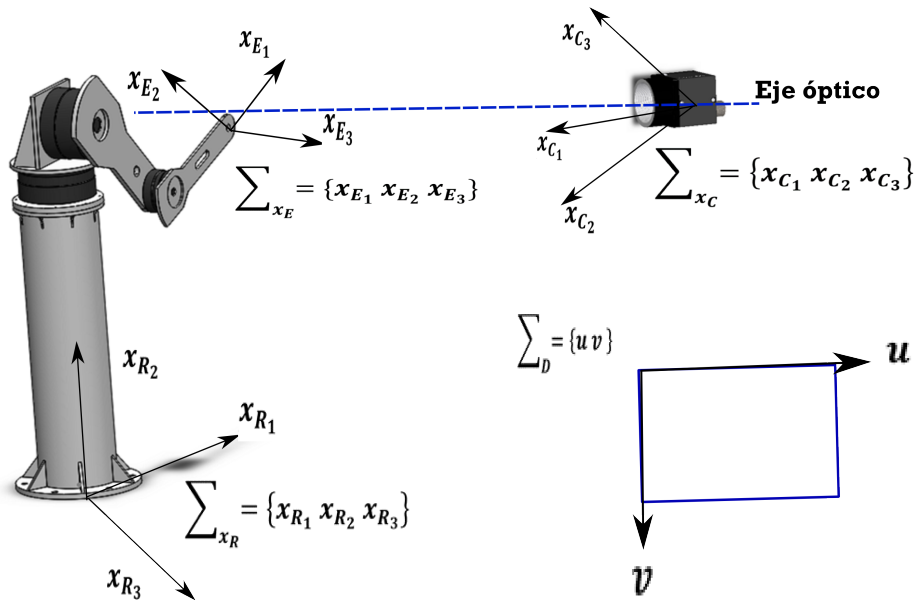


Figura 2.11: Robot manipulador y sistema de visión (marcos de referencia).

La imagen de la escena captada por el arreglo CCD es digitalizada y transferida hacia la pantalla de un monitor para su muestra en pantalla. Sobre la pantalla del monitor se asocia un marco coordinado de dos dimensiones denotado por $\sum_{X_D} = \{u, v\}$ cuyo origen se encuentra en la esquina superior de lado izquierdo del monitor con los ejes u, v paralelos a los renglones y columnas de la imagen, respectivamente. El vector $[u_0 \ v_0]^T$ representa el centro de la imagen. Las coordenadas de un punto \mathbf{x} sobre la pantalla del monitor de la computadora tiene unidades en píxeles de imagen y es descrito

por $\mathbf{x}_D = [u \ v]^T$.

Una vez determinados los marcos de referencia, se consideran que las referencias cartesianas cumplen lo siguiente:

- Los ejes X_{C_3} y X_{R_3} son paralelos y apuntan en la misma dirección. Los planos X_{R_1}, X_{R_2} y X_{C_1}, X_{C_2} son paralelos. Existe un ángulo de rotación θ alrededor del eje X_{R_3} para denotar la orientación relativa del sistema de referencia \sum_{X_C} con respecto al sistema de referencia \sum_{X_R} . El sentido positivo del ángulo θ está dado por la regla de la mano derecha.
- Se considera también, que el plano del sensor CCD es perpendicular al eje óptico, es decir los planos X_{C_1}, X_{C_2} y I_2, I_1 son paralelos.
- La imagen de un punto \mathbf{x}_C con respecto a la cámara está bien enfocado y libre de aberraciones en el plano del arreglo CCD, lo que significa que el plano del arreglo CCD se encuentra a una distancia $|\frac{\lambda}{(\lambda + X_{C_3})}|$ del plano X_{C_1}, X_{C_2} donde es positivo, es decir, $\lambda > 0$ y es llamada distancia focal [30, 49].

2.9.1. Modelo matemático del sistema de visión

Matemáticamente las ecuaciones que determinan la proyección de un punto \mathbf{x}_R en el espacio de trabajo del robot manipulador sobre un punto en la pantalla del monitor de una computadora \mathbf{x}_D denotado por las coordenadas u, v , constituyen el modelo matemático de visión, el cual está determinado por transformaciones.

Las transformaciones de coordenadas cartesianas a coordenadas de la cámara, representa una transformación de cuerpo rígido que se obtiene a partir de la siguiente ecuación 2.3 [3, 30, 31, 50].

$$\mathbf{x}_R = O_R^C + R(\alpha, \phi, \theta)_R^C \mathbf{x}_C \quad (2.3)$$

Despejando

$$\mathbf{x}_C = R(\alpha, \phi, \theta)_R^C{}^T [\mathbf{x}_R - \mathbf{O}_R^C] \quad (2.4)$$

donde $R(\alpha, \phi, \theta)_R^C$ se denomina matriz de rotación que representa la orientación del sistema de la cámara \sum_{X_C} con respecto al sistema de referencia \sum_{X_R} y pertenece a la clase de matrices ortogonales que se denotan como $\mathbf{SO}(\mathbf{3})$ [7, 11]. La matriz de rotación considera los ángulos de Euler denotados por α, ϕ, θ , lo cuales cumplen con:

- La matriz de rotación considera un ángulo de rotación α del marco de referencia \sum_{X_C} a \sum_{X_R} al rededor de X_{R_1} como lo muestra la figura 2.12(c).
- La matriz de rotación considera un ángulo de rotación ϕ del marco de referencia \sum_{X_C} a \sum_{X_R} al rededor de X_{R_2} como lo muestra la figura 2.12(b).
- La matriz de rotación considera un ángulo de rotación θ del marco de referencia \sum_{X_C} a \sum_{X_R} al rededor de X_{R_3} como lo muestra la figura 2.12(a).

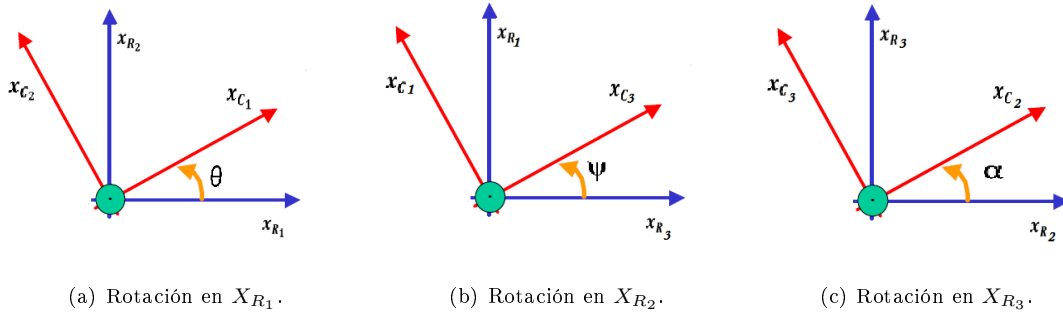


Figura 2.12: Matriz de rotación.

Donde las matrices de rotación están definidas como:

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & \text{sen}(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$R(\alpha, \psi, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & -\cos(\psi)\text{sen}(\theta) & \text{sen}(\psi) \\ \cos(\alpha)\text{sen}(\theta) + \text{sen}(\alpha)\cos(\theta)\text{sen}(\psi) & \cos(\alpha)\cos(\theta) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta) & -\cos(\psi)\text{sen}(\alpha) \\ \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\theta) - \cos(\alpha)\cos(\theta)\text{sen}(\psi) & \text{sen}(\alpha)\cos(\theta) + \cos(\alpha)\text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta) & \cos(\alpha)\cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

De las consideraciones tenemos la transformación de la perspectiva proyecta las coordenadas de la cámara sobre las coordenadas en el plano CCD. Usando el modelo de óptica geométrica para lentes delgadas y tomando en cuenta el efecto de distorsión radial la proyección de un punto \mathbf{x}_C sobre un punto \mathbf{x}_I del plano CCD está dada por la ecuación 2.9 [3, 30]. Donde la distancia focal efectiva $\frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}}$ de la ecuación es debido a que ambos marcos de referencia \sum_{X_R} y \sum_{X_C} están definidos por la regla de la mano derecha y la posición de intersección del eje óptico con \sum_{X_I} es denotado por O_I , el cual puede ser diferente de cero debido a defectos internos del ensamblaje entre los lentes y arreglo del sensor CCD.

$$\mathbf{x}_I = \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} + O_I \quad (2.9)$$

Para la transformación de coordenadas del plano del sensor CCD a coordenadas de la imagen, tomando un punto \mathbf{x}_I e el plano CCD es transformada hacia un punto \mathbf{x}_D sobre el plano de la imagen

a través de la siguiente transformación lineal mostrada en la ecuación 3.8 [30].

$$\mathbf{x}_D = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \mathbf{x}_I + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Donde α_u y α_v son positivas y representan los factores de escala en $\frac{\text{pixel}}{\text{mm}}$ a lo largo de los ejes I_1, I_2 del plano CCD. Se denota a u_0, v_0 como la posición en pixeles del origen del sistema \sum_{X_I} con respecto a \sum_{X_D} .

Con las transformaciones anteriores se tiene el modelo completo de visión con la estructura mostrada en la ecuación 2.11 y 2.12.

$$\begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \\ x_{C_3} \end{bmatrix} = R(\alpha, \psi, \theta)_R^{C^T} [\mathbf{x}_R - \mathbf{O}_R^C] \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} O_I + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Los parámetros extrínsecos están asociados a la posición y orientación de la cámara con respecto al sistema \sum_{X_R} (θ y O_R^C). Por otro lado, los parámetros intrínsecos se refieren a los aspectos ópticos y geométricos de la cámara ($\alpha_u, \alpha_v, \lambda, O_I$).

2.9.2. Modelo 2D de la configuración cámara fija

Se toma en cuenta la cinemática directa del robot manipulador dada por la posición del efector final del robot manipulador con El modelo de visión 2D de la configuración cámara fija relaciona las coordenadas del marco de referencia del robot manipulador \sum_R con los puntos de la imagen \sum_D de la pantalla del monitor. En el modelo matemático se toman en cuenta los ejes coordenados como lo marca la figura 4.7.

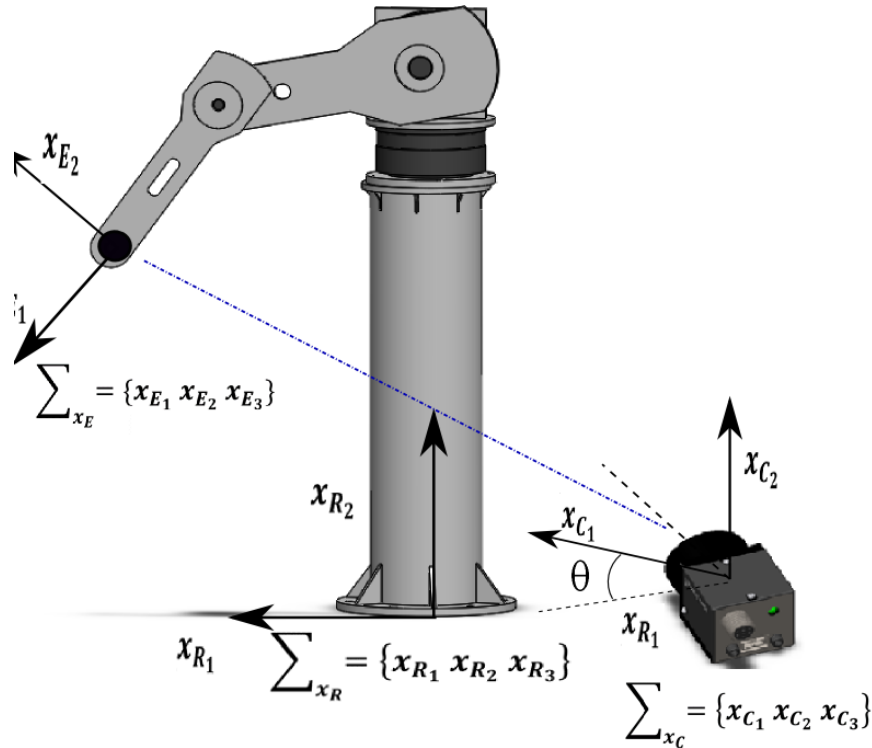


Figura 2.13: Sistema de visión en configuración cámara fija respecto al robot manipulador.

Con respecto al marco de referencia inicial del robot al extremo del eslabón final, en términos de posiciones articulares resulta $\mathbf{x}_R = f(\mathbf{q})$. Considerando a la ecuación 2.13 y 2.14

$$R(\theta)_R^C = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} x_{C1} \\ x_{C2} \\ x_{C3} \end{bmatrix} = R(\theta)_R^C{}^T [\mathbf{x}_R - \mathbf{O}_R^C] \quad (2.14)$$

Se deduce que las coordenadas a localizar del efector final respecto al marco de referencia de la cámara son:

$$\begin{bmatrix} x_{C1} \\ x_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{R1}(\mathbf{q}) \\ x_{R2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -O_{R1}^{C1} \\ O_{R2}^{C2} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para obtener las coordenadas de la imagen en el plano CCD es necesario obtener una transformación de perspectiva. Por lo tanto las coordenadas en el plano CCD están dadas por la

ecuación 2.16.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} x_{R_1}(\mathbf{q}) \\ x_{R_2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R_1}^{C_1} \\ O_{R_2}^{C_2} \end{bmatrix} \right] \quad (2.16)$$

Para la imagen de la escena sobre el plano CCD es de forma digital mostrada en pantalla de la computadora en el marco de referencia \sum_D cuyo origen se encuentra en la esquina superior del monitor. Por lo tanto el sistema de visión completo para la configuración cámara fija, expresada en coordenadas de imagen en píxeles esta dado por la ecuación 4.100.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} x_{R_1}(\mathbf{q}) \\ x_{R_2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R_1}^{C_1} \\ O_{R_2}^{C_2} \end{bmatrix} \right] \quad (2.17)$$

Donde el eje (como se ve en la figura 4.7) X_{R_3} del marco de referencia del robot, es paralelo a eje X_{C_3} del marco de referencia de la cámara. Por lo tanto $X_{C_3} \parallel X_{R_3}$ y apuntan en la misma dirección. El ángulo de rotación θ es alrededor del eje X_{R_3} . El plano CCD es perpendicular al eje óptico con los planos X_{C_1}, X_{C_3} y I_1, I_2 paralelos. La cámara de video posee un sistema óptico alineado perfectamente y libre de aberraciones ópticas, por lo tanto el eje óptico intersecta en el centro geométrico del plano del sensor CCD.

2.9.3. Modelo 3D de la configuración cámara fija

En esta sección se considera un punto \mathbf{x}_R tridimensional el cual se debe proyectar sobre la pantalla del monitor \mathbf{x}_D el cual es bidimensional.

La proyección a \mathbf{x}_D se compone de dos coordenadas (u, v) . Para la obtención de estas coordenadas se procederá de manera inversa, es decir, se parte de las coordenadas de la pantalla del monitor (u, v) para obtener las coordenadas tridimensionales de $\mathbf{x}_R = [x_{R_1} \ x_{R_2} \ x_{R_3}]^T$. Esta propuesta no es posible modelar ya que no es posible aplicar el mapeo de dos coordenadas cartesianas a 3 coordenadas cartesianas (en sentido contrario si es posible), puesto que se ha perdido información de la tercera coordenada, la cual en la imagen nos daría la información de profundidad.

En la literatura existen soluciones propuestas que funcionan con éxito, por ejemplo, consiste en mover la cámara de video y tomar imágenes desde distintos puntos de visión para realizar posteriormente a ello un procesamiento de imágenes con el cual se adquiriera la información requerida de profundidad. Por otro lado, es posible estimar la profundidad sin mover la cámara siempre que se conozca con exactitud la geometría del sistema que ayude a realizar los cálculos correspondientes para adquirir la información faltante al mapeo. Otra solución al problema sería utilizar dos cámaras de video CCD.

El uso de dos cámara colocadas de manera estratégica para obtener las tres coordenadas de modelo de visión, una colocada justo enfrente del robot *camera1* con un marco de referencia asociado $\sum_{C_1} = X_{C_{1,1}}, X_{C_{1,2}}, X_{C_{1,3}}$ y otra colocada arriba del robot *camera2* con un marco de referencia asociado $\sum_{C_2} = X_{C_{2,1}}, X_{C_{2,2}}, X_{C_{2,3}}$. Para observar la configuración de los marcos de referencia ver la figura 2.14.

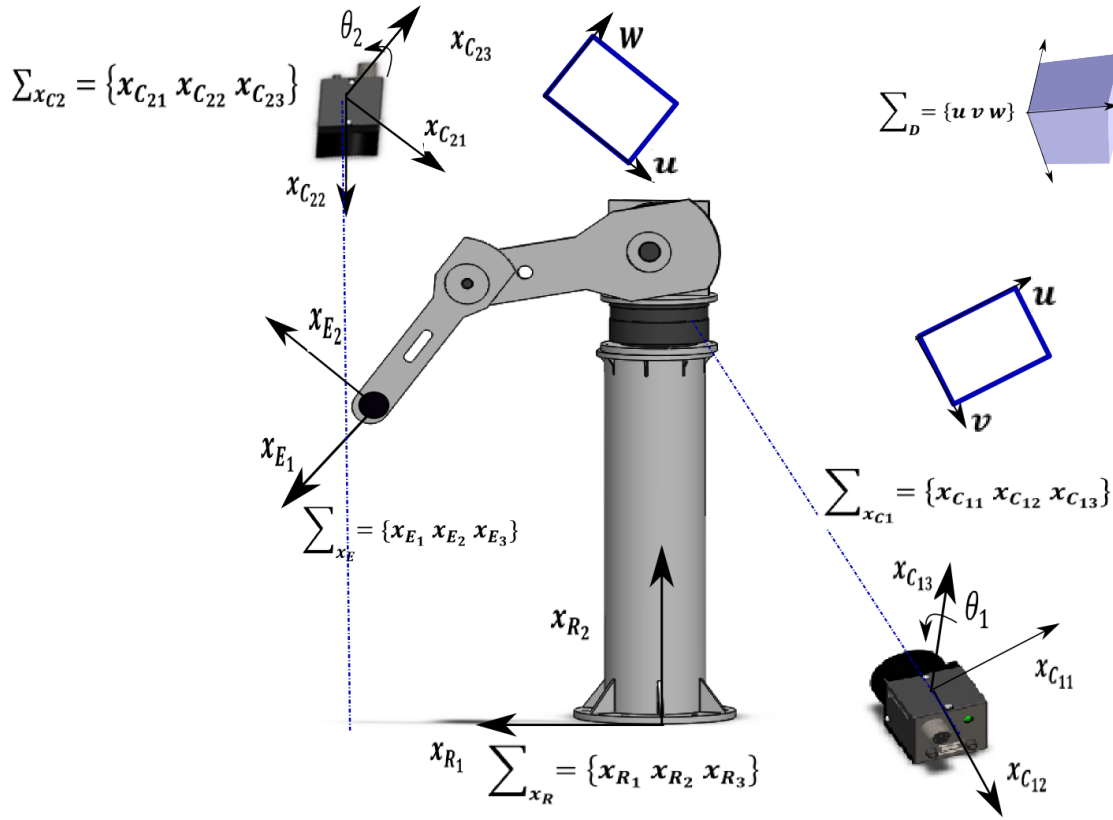


Figura 2.14: Configuración de las cámaras con el robot manipulador.

Primeramente se propone que las cámaras puedan tener cualquier posición, además de una rotación, pLa geometría de las dos cámaras, definen la manera en que se forma una imagen, es el primer paso para tener el modelo matemático. El modelo de proyección perspectiva constituye un mapeo no lineal a partir del cual se generan modelos lineales.

Para el modelo de la cámara 1 (*camera1*) se toman las ecuaciones del modelo de cámara 2D, por lo tanto:

$$\mathbf{x}_R = O_R^C + R(\theta_1)_R^{C^T} X_{C1} \quad (2.18)$$

Donde la ecuación 2.18 representa la posición final del robot con respecto al sistema de referencia de la cámara 1 \sum_{C1} , el cual es la proyección sobre el plano X_{R_1}, X_{R_3} . Considerando a la ecuación 4.100, en analogía tenemos:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_{12}}} \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1) & \text{sen}(\theta_1) \\ -\text{sen}(\theta_1) & -\cos(\theta_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{R_1}(\mathbf{q}) \\ x_{R_3}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R_1}^{C_{11}} \\ O_{R_2}^{C_{13}} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

ara la cámara *camera1* la rotación sería respecto al eje $X_{C_{1,3}}$ y para la cámara 2 (*camera2*) respecto a su eje $X_{C_{2,3}}$. Las restricciones referentes a la orientación de las cámaras son las siguientes:

- El plano de la imagen de la cámara 1 (*camera1*) debe ser paralelo al plano de referencia de robot manipulador, es decir, $X_{C_{1,1}}, X_{C_{1,2}} \parallel X_{R_1}, X_{R_2}$.
- El eje $X_{C_{1,3}}$ debe ser paralelo al plano $X_{C_{2,2}}, X_{C_{2,3}}$ de la cámara 2 *camera2*.
- Los ejes de la pantalla \sum_D , debe formar un sistema dextrógiro (sistema de referencia que cumple la regla de la mano derecha).

De esta manera, con la cámara 1 (*camera1*) se obtienen las coordenadas (u, v) correspondientes al plano X_{R_1}, X_{R_2} , mientras que con la cámara 2 (*camera2*), la coordenada $X_{C_{2,3}}, X_{R_3}$. La información de $X_{C_{2,1}}$ no es relevante ya que es la información de $X_{C_{1,1}}$. Así basta con despreciar a $X_{C_{2,1}}$ para tener tres coordenadas de la información visual proporcionada.

Una vez definido el sistema de referencia, el objetivo es modelar matemáticamente las dos cámaras de video (*camera1* y *camera2*) para conocer la expresión que asigna las coordenadas de pantalla (u, v) a un punto tridimensional con coordenadas $\mathbf{x}_R = [x_{R_1} \ x_{R_2} \ x_{R_3}]^T$ expresadas respecto al eje de referencia del robot manipulador. Así mediante el uso de técnicas del procesamiento de imágenes se obtienen las coordenadas para realizar el modelo ya que para realizar diseño y análisis de algoritmos de control o simulaciones es de gran importancia [41, 50].

Para el modelo de la cámara 2 (*camera2*) se tiene que de la ecuación 2.20.

$$\mathbf{x}_R = O_R^C + R(\theta_2) O_R^C X_{C_2} \quad (2.20)$$

Como de esta cámara sólo se necesitará la coordenada de profundidad de la información visual, se tiene que en analogía con el sistema de visión de la cámara fija en 2D, la expresión matemática para la segunda cámara esta determinada por la ecuación 2.21.

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_w \end{bmatrix} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + x_{C_{2,3}}} \begin{bmatrix} -\cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} x_{R_1}(\mathbf{q}) \\ x_{R_2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R_1}^{C_{21}} \\ O_{R_2}^{C_{22}} \end{bmatrix} \right] \quad (2.21)$$

Considerando que ahora el sistema de referencia del monitor de la cámara contiene las tres coordenadas de imagen, es decir, $\sum_D = \{u, v, w\}$ siendo w la coordenada de profundidad de la escena de la imagen.

Para el modelo de ambas cámaras se toman las ecuaciones anteriores 2.19 y 2.21, combinando ambas ecuaciones, se obtiene el objetivo el cual es tener \sum_D con componentes coordenados (u, v, w) .

$$\mathbf{x}_D = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + x_{C_{12}}} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + x_{C_{12}}} \\ \frac{\lambda}{\lambda_2 + x_{C_{23}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) \\ -\sin\theta_1 & 0 & -\cos(\theta) \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} x_{R_1}(\mathbf{q}) \\ x_{R_2}(\mathbf{q}) \\ x_{R_3}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R_1}^{C_{11}} \\ O_{R_2}^{C_{22}} \\ O_{R_2}^{C_{13}} \end{bmatrix} \right] \quad (2.22)$$

2.9.4. Configuración cámara en mano

Considerando a un robot planar que se encuentra en su espacio de trabajo en el plano X_{R_1}, X_{R_2} . La configuración cámara en mano consiste en colocar la cámara CCD en uno los eslabones del robot manipulador, para que realice la captura de imágenes del entorno de visión. Por lo general la cámara es colocada en el extremo final del último eslabón del robot manipulador [30] (ver figura 2.15).

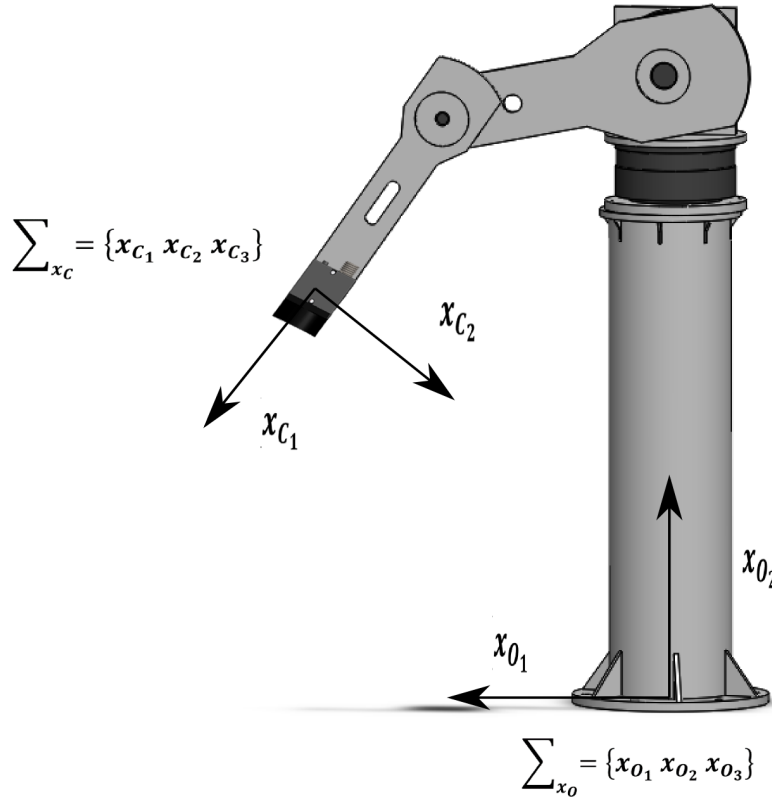


Figura 2.15: Robot manipulador con la cámara en el extremo final de su eslabón.

Los sistemas de referencia $\sum_E = \{X_{E_1}, X_{E_2}, X_{E_3}\}$ está asociado al extremo final, por lo que un punto del marco de referencia se denota como \mathbf{x}_E . La posición del extremo final con respecto al marco de referencia \sum_R es denotado como O_R^E . Para el modelo matemático de visión de esta configuración se considera que los sistemas de referencia del extremo final \sum_E y de la cámara \sum_C se encuentran en posición constante relativo, esto a pesar de movimiento de las articulaciones del robot manipulador. Los ejes de referencia X_{R_3}, X_{C_3} y X_{E_3} son paralelos y apuntan en la misma dirección, así los planos formados por X_{E_1}, X_{E_2} con respecto a X_{R_1}, X_{R_2} está representado por el ángulo $\psi = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \gamma$, donde γ es un ángulo existente entre el eje X_{E_1} y la línea de proyección del último eslabón del robot manipulador. Por otro lado, la orientación del plano formado por X_{C_1}, X_{C_2} con respecto al plano formado por los ejes coordenados X_{E_1}, X_{E_2} está dada por el ángulo α . Los ángulos denotados como ψ, γ y α tiene el sentido definido alrededor del eje X_{R_3} de manera que respetan la regla de la mano derecha. La figura 2.16 ilustra la configuración cámara en mano del sistema de visión.

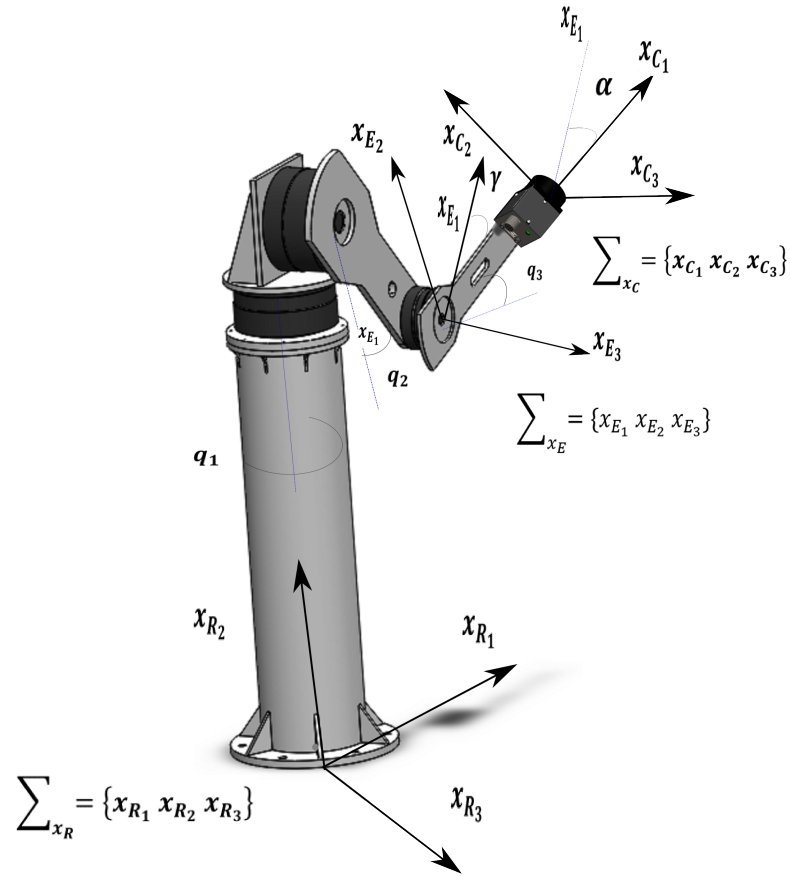


Figura 2.16: Configuración cámara en mano de la cámara CCD junto al robot manipulador.

Para la transformación de coordenadas del robot manipulador \sum_R a coordenadas del extremo final denotado por \sum_E está dada por la ecuación 2.23.

$$\mathbf{x}_E = R(\psi)_R^E \left[\mathbf{x}_R - O_R^E \right] \quad (2.23)$$

De la ecuación 2.23 $R(\psi)_R^E$ es la matriz que describe la rotación que describe la orientación del extremo final con respecto al sistema de referencia del robot manipulador \sum_R . La ecuación 2.24 describe explícitamente los elementos de la matriz.

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

La transformación de coordenadas del extremo final \sum_E a coordenadas del marco de referencia de la cámara \sum_C se determina como lo describe la ecuación 2.25.

$$\mathbf{x}_C = R(\alpha)_E^C \left[\mathbf{x}_E - O_E^C \right] \quad (2.25)$$

Donde los elementos de la matriz $R(\alpha)$ esta descrita por 2.26.

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

De las ecuaciones correspondientes a las rotaciones de los sistemas coordenados dadas por las ecuaciones 2.25 y 2.23 tenemos una dependiente de otra. Al final el punto con respecto al marco coordenado \sum_C y haciendo las sustituciones correspondientes en las ecuaciones las transformaciones de perspectivas se tiene el modelo completo de visión con la estructura mostrada en la ecuación 2.27 y 2.28.

$$\mathbf{x}_C = \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} = R(\alpha)_E^{C^T} [\mathbf{x}_E - \mathbf{O}_E^C] \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} O_I + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2.9.5. Formulación unificada de los modelos de visión

Para el caso en que los robots que se mueven en un plano existen tres transformaciones de coordenadas que son independientes de la configuración entre la cámara CCD y el robot manipulador [30]. La transformación de coordenadas articulares a coordenadas cartesianas está dada por el modelo cinemático directo del robot manipulador, como lo muestra la ecuación 2.29.

$$\begin{bmatrix} O_R^E \\ \phi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} = f_R(\mathbf{q}) \quad (2.29)$$

Definiendo los elementos de la expresión 2.29 tenemos que ϕ, ϑ, ψ son los ángulos de Euler ZYZ , para la representación del extremo final \sum_E con respecto al sistema de referencia del robot \sum_R y la cinemática directa del robot manipulador $f_R(\mathbf{q})$. En la el modelo cinemático se describe la relación entre la posición y orientación del extremo final del robot manipulador en función de las coordenadas articulares [9–11, 30]. Del modelo de transformación de coordenadas de la cámara a coordenadas del CCD y la transformación de coordenadas CCD a coordenadas imagen explícitamente mostradas en las ecuaciones 2.30 y 2.31 respectivamente.

$$\mathbf{x}_I = \frac{\lambda}{\lambda + x_{C_3}} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} + O_I \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \mathbf{x}_I + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Para poder realizar una formulación unificada de los sistemas de visión en sus distintas configuraciones, entonces se debe considerar que para la configuración cámara en mano, si los marcos coordenados \sum_C y \sum_E se determinan de tal forma que son coincidentes, entonces sólo así se puede determinar una expresión unificada para ambos modelos (cámara fija y cámara en mano) expresada por la ecuación 2.33.

$$\mathbf{x}_C = R(\varepsilon)^T [\mathbf{y} - O_R^C] \quad (2.32)$$

es decir,

$$\begin{bmatrix} x_{C_1} \\ x_{C_2} \end{bmatrix} = R(\varepsilon)^T [\mathbf{y} - O_E^C] \quad (2.33)$$

donde \mathbf{y} pertenece a \mathcal{R}^3 , $R(\varepsilon)$ es la matriz de rotación que representa la orientación del sistema del marco coordenado cartesiano de la cámara con respecto al marco coordenado del robot manipulador. Los elementos de la matriz $R(\varepsilon)$ se muestran en la ecuación 2.34.

$$R(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon) & -\text{sen}(\varepsilon) & 0 \\ \text{sen}(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

En la matriz $R(\varepsilon)$ donde ε es un ángulo común que depende de la configuración específica del sistema y cuyo sentido positivo se encuentra definido alrededor del eje X_{R_3} determinado por la regla de la mano derecha. Así pues la unificación de los modelos de visión quedan determinados como:

- Para la configuración cámara en mano:
 - ε corresponde a $\psi(\mathbf{q}, \gamma)$
 - \mathbf{y} corresponde a \mathbf{x}_R
- Para la configuración cámara fija:
 - ε corresponde a θ
 - \mathbf{y} corresponde a $O_R^E(\mathbf{q})$

Para el caso de la configuración cámara en fija el ángulo θ es un ángulo constante, mientras que para la configuración cámara en mano el ángulo ψ es función de las coordenadas articulares y el ángulo γ . Acerca del vector \mathbf{y} en configuración cámara en mano depende de la posición articular \mathbf{q} , mientras que para la configuración cámara fija representa la posición de un objeto estático en el sistema de referencia del robot manipulador \sum_R . Ambas configuraciones son específicas en el plano de la imagen en términos de características distintivas correspondientes a las posiciones relativas del robot y de los objetos del entorno.

Procesamiento de imágenes

3.1. Introducción

Sin duda alguna los sistemas de visión artificial, el procesamiento de imágenes y los patrones de comunicación con software y hardware están en constante relación. Existen muchos artículos que abordan éstos temas desde los años 50's de los cuales se pudo empezar a capturar información y acumularla. El procesamiento de imágenes es un proceso computacional que transforma uno o más imágenes de entrada en una imagen de salida. El procesamiento de imágenes se utiliza con frecuencia para mejorar una imagen para su visualización o interpretación humana. De interés para la robótica, el procesamiento de imágenes es la base para el proceso de extracción de características de la información visual [8].

Para representar en el espacio de trabajo de una imagen en MATLAB® se utiliza una matriz rectangular de elementos de imagen (píxeles), esto permite que se utilicen operaciones de matrices, sus características y al mismo tiempo se puede utilizar las herramientas de procesamiento de imágenes contenido en este poderoso software.

3.2. Adquisición de imágenes

Existen dos tipos de cámaras para visión artificial: analógica y digital. Las cámaras analógicas no son tan comunes pero está todavía en uso bajo los estándares de cámaras en las estaciones de televisión. Las cámaras digitales son el estándar actual. Una imagen digital en movimiento es similar a una cámara digital fija más una sección de grabación; de otra manera el mecanismo de adquisición es el mismo. Si la imagen de captura es analógica o digital, en los sistemas de visión, la imagen es finalmente digitalizada. En los sistemas digitales, todos los datos son de manera binaria son almacenados en un archivo de computadora o en la memoria del dispositivo.

3.2.1. Datos básicos de imagen

La cantidad de datos capturados por una imagen es impresionante. En primera instancia, la señal de video se somete a una conversión analógica a digital, ya sea para generar una imagen simple

en blanco y negro o una imagen con 256 niveles de gris o de 8 bits. En el momento en que se procesa una imagen, es necesario almacenar por lo menos un cuadro (*frames*) [15], por ejemplo, en una imagen de 512×512 píxel con 8 bits de tonos de gris, la información referente a este *frame* podría contener 2097152 bits, en una computadora en las que utilizan palabras de 8 bits esto demandaría 262144 palabras. Por tal motivo, estos requerimientos pueden reducirse ya sea limitando la resolución, los tonos de grises o ambos.

El procesamiento e interpretación de los datos de imagen se clasifican en dos tareas básicas [51]:

1. Procesos de rutina relacionados con la preparación de los datos para su análisis posterior. Éstos procesos se llevan a cabo en su mayor parte con equipos exclusivos, las más comunes son la eliminación de ruido y el aumento del contraste.
2. Análisis. Este depende por lo general del *software* e incluye actividades como la detección de bordes, la medición de perímetros y áreas, la determinación de la posición, orientación y la identificación.

3.3. Imágenes digitales

Las intensidades de luz en cada localización de píxel es medido y convertido a forma digital independientemente del tipo de cámara o del sistema de adquisición de imágenes. Los datos ya sean almacenados en memoria, en un archivo o en dispositivos de grabación con imágenes en formato como TIFF, JPG, Bitmap, PNG, etcétera o si son mostrados en el monitor son digitalizados y almacenados de manera que se convierten en 0 y 1, donde estos representan la intensidad de luz de cada píxel.

Una **Imagen digital** puede definirse como una función bidimensional que cuantifica la intensidad de la luz, el espectro visible más común [52]. Una imagen se representa por una función $I(x, y)$, donde el valor de la intensidad se obtiene por el indexado de las coordenadas (x, y) . El modelo de representación de la imagen está dado por la matriz de la ecuación 3.1.

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} I(1, 1) & I(2, 1) & \dots & I(n, 1) \\ I(1, 2) & I(2, 2) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I(1, m) & I(2, m) & \dots & I(n, m) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Donde m y $n \in \mathcal{N}$.

3.4. Transformada de Fourier y frecuencia contenida en la señal

Cualquier señal periódica puede ser descompuesta en un arreglo de senos y cosenos de diferentes amplitudes y frecuencias, llamadas series de Fourier, la ecuación 3.2 muestra este principio. Cuando

toda la sumatoria de senos y cosenos es terminada, la señal original es reconstruida.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nw) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nwt) \quad (3.2)$$

La conversión al dominio de la frecuencia es conocida como en la series de Fourier y la colección de diferentes frecuencias presentes en la ecuación es llamada espectro de frecuencias o frecuencia contenida en la señal.

3.4.1. Frecuencia contenida en una imagen

Se aborda la representación y análisis de imágenes en el dominio de la frecuencia mediante la descomposición de la imagen en funciones senoidales y cosenoidales a través de la transformada de Fourier, ya que la mayoría de las operaciones y métodos de procesamiento de imágenes o visión artificial pueden ser entendidos sin profundizar en técnicas espectrales. Las técnicas de transformada de Fourier fueron usadas en el pasado por razones de eficiencia e implementación. Hoy en día, debido a los altos rendimientos computacionales las técnicas por transformada de Fourier han pasado a ser secundarios [52].

3.5. Extracción de características de una imagen

Extracción de características de imagen es un primer paso necesario en el uso de los datos de imagen para controlar un robot. Se trata de una etapa de concentración información visual en la salida de una cámara a algo del orden de decenas de características, que posteriormente, puede ser utilizado como entrada al sistema de control de un robot [8].

Interpretación de las imágenes, o la escena en comprensión, es el problema de describir física objetos en una escena dada una imagen o imágenes, de esa escena. Esta descripción, por lo general, determina una características de la imagen numérica. El papel principal de la extracción de características de imagen es para reducir los datos de salida de la cámara tasa a algo manejable por un ordenador convencional, es decir, la extracción de la esencia de la escena, que es generalmente, dependiendo del procesamiento, lo que nos interesa conocer y manejar para propósitos específicos.

Es importante tener siempre en cuenta que las características de imagen son un resumen de la información presente en los píxeles que componen la imagen, y que el mapeo desde el mundo de píxeles implica significativa pérdida de información. Por lo general contrarrestar esta pérdida de información al hacer suposiciones basadas en nuestros conocimientos sobre el medio ambiente, pero nuestro sistema sólo nunca será tan buena como la validez de nuestros supuestos. Por ejemplo, podríamos utilizar las funciones de imagen para describir la posición y la forma de un grupo de píxeles rojos que corresponden a un objeto rojo. Sin embargo la característica de tamaño, normalmente el número de píxeles, no dice nada sobre el tamaño de los números rojos objeto en el mundo puesto que necesitamos información adicional, como la distancia entre el la cámara y el objeto y los parámetros intrínsecos de la cámara. Además tenemos que asumir que la iluminación es tal que la cromaticidad y de la luz reflejada (luminosidad) desde el objeto se considera que es de color rojo.

El separar la imagen en unidades significativas es un paso importante en visión computacional

para llegar al reconocimiento de objetos. Este proceso se conoce como segmentación. Una forma de segmentar la imagen es mediante la determinación de los bordes. La segmentación por la utilización del umbral puede ser considerada como una forma especial de cuantificación, donde los píxeles de la imagen son divididos en dos clases, dependiendo del umbral predefinido, los píxeles asumen dos diferentes valores, dependiendo de la relación que guarden con el umbral [52].

3.6. Técnicas de procesamiento de imágenes

La mejora de la imagen se aplica comúnmente a una imagen digital para corregir problemas como la falta de contraste o ruido. Procedimientos de mejora de la imagen tales como operaciones morfológicas, filtros, y las operaciones de píxel a píxel se utilizan generalmente para corregir inconsistencias en las imágenes adquiridas causadas por iluminación inadecuada y / o no uniforme. Los procedimientos estadísticos de las estadísticas básicas de imagen como media, la desviación estándar y la varianza de la medición más complejos, como el análisis de componentes principales se pueden utilizar para extraer características de las imágenes digitales. Una vez que se identifican características de la imagen, el siguiente paso es la clasificación de elementos. Técnicas numéricas tales como las redes neuronales y sistemas de inferencia difusos se pueden aplicar con éxito para llevar a cabo la clasificación de elementos de imagen [53].

3.6.1. Histogramas

Un histograma es una representación del total de números de píxeles en una imagen en cada nivel de gris. La información de los histogramas se usa en diferentes procesos como la umbralización. Por ejemplo, la información del histograma de la imagen puede ayudar a determinar un punto de cierre para convertir la imagen en una imagen de forma binaria o también puede ser usado para decidir si hay algún niveles de gris prevalente en una imagen.

Los histogramas pueden ser considerados como medidas estadísticas de la imagen [52].

Los **histogramas** son distribuciones que describen la frecuencia con que se presentan los valores de intensidad de la imagen.

El histograma muestra la intensidad individual de niveles de brillo que son ocupados en una imagen.

3.7. Transformada de Hough

La Transformada de Hough fue introducida por Paul Hough en 1992 por medio de una patente en los Estados Unidos de América, esta propuesta para la detección de líneas [54], [55]. La conocida Transformada de Hough Generalizada, fue dada a conocer por Richard Duda y Peter Hart en 1972, basándose en el trabajo de Paul Hough y generalizando el algoritmo [56]. Posteriormente Dana Ballard usó el método dentro de visión artificial, generalizando el algoritmo de Hough para figuras arbitrarias [57].

La Transformada de Hough permite localizar en una imagen formas paramétricas, es decir, líneas, círculos o elipses, las cuales, pueden ser descritas por un poco número de parámetros y que puedan ser expresadas con una expresión matemática. Este tipo de formas se encuentran contenidas en innumerables figuras y con mucha frecuencia en imágenes, por tal es de especial importancia localizarlos de forma rápida y automática [52]. De manera automática el sistema de visión humana procesa la información de una imagen y el cerebro detecta y distingue entre líneas y curvas del medio, sin embargo, mediante técnicas de procesamiento de imágenes, se tiene que hacer un análisis con expresiones matemáticas para saber a que forma corresponden dichos puntos de una imagen.

Si se considera una línea recta, se tienen varios puntos que tiene una alta posibilidad de pertenecer a la línea recta o a su orilla, pero existen otros puntos que faltan a la línea y finalmente otros puntos que no pertenecen a la línea (ver figura 3.1). De la ecuación de la recta se sabe que:

$$y = mx + b \quad (3.3)$$

donde x es el eje de las abscisas, y es el eje de las ordenadas, m es la pendiente de la línea y b es un punto de intersección con el eje de las ordenadas.

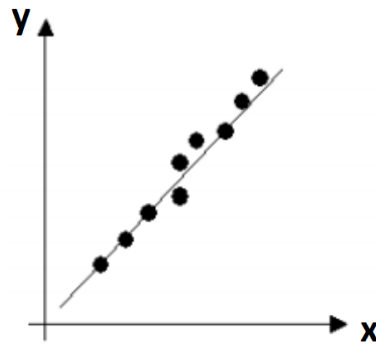


Figura 3.1: Orillas de una línea recta.

Si se considera un punto cualquiera denotado por (x_1, y_1) éste punto puede pertenecer a todas las líneas posibles que pasen por dicho punto, que satisfaga la ecuación 3.4, y entonces se encontrarán todas las m y los puntos b de dicha ecuación. Con esta afirmación se puede hacer una transformación del espacio x al y y al espacio m al b , conocido como espacio paramétrico. Un sólo punto en el espacio coordenado de la imagen corresponde a un número infinito de puntos en el espacio paramétrico.

$$y = mx_1 + b \quad (3.4)$$

Cuando se consideran dos puntos cualesquiera denotados por (x_1, y_1) y (x_2, y_2) se tiene:

$$y_1 = mx_1 + b \quad (3.5)$$

$$y_2 = mx_2 + b \quad (3.6)$$

Las relaciones matemáticas de la ecuación 3.5 y 3.6 nos da la pendiente y la intersección con el eje de las ordenadas que describe a la línea que corresponde a (x_1, y_1) y (x_2, y_2) .

El método de Hough resuelve la detección de líneas, al producir todas las líneas que pasan a través de un píxel al cual corresponde un borde de la imagen. Donde cada línea L_p pasa a través de un punto $p_0(x_0, y_0)$, regido por la siguiente ecuación 3.7, la cual determina un número infinito de soluciones de las posibles rectas que pasará por esos parámetros.

$$L_p : y_0 = mx_0 + b \quad (3.7)$$

Para valores determinados de m se produce un valor de b lo cual implicaría:

$$b = y_0 - mx_0 \quad (3.8)$$

La expresión 3.8 es lineal y m y b son variables y x_0 y y_0 son constantes en los parámetros de la función. Por lo tanto, el conjunto de soluciones para m y b describe todas las posibles líneas L_p , las cuales pasan por p_0 . Donde los parámetros m y b definen el espacio de parámetros o el llamado espacio de Hough [52]. Por lo que cada punto p_i en el espacio de parámetros de la imagen corresponde a una línea recta en el espacio de Hough. Por lo tanto se concluye que, si NR es el número de rectas que interceptan en m y b del espacio de parámetros de Hough, entonces habrá NR puntos que se encuentran sobre la línea definida por $y = mx + b$ en el espacio de la imagen. En la tabla 3.1, se muestra la relación entre el espacio de parámetros de la imagen y el espacio de parámetros de Hough.

Tabla 3.1: Parámetros del espacio de la imagen en relación con los parámetros del espacio de Hough.

Espacio de parámetros de la imagen (x, y)	Espacio de parámetros de Hough (m, b)
Punto: $p_i = (x_i, y_i)$	Línea: $R : b = y_i - mx_i$
Línea: $L : y = m_jx + b_j$	Punto: $q_j = (m_j, b_j)$

En la figura 3.2 se muestra la relación gráfica de los espacio de la imagen y el espacio de Hough.

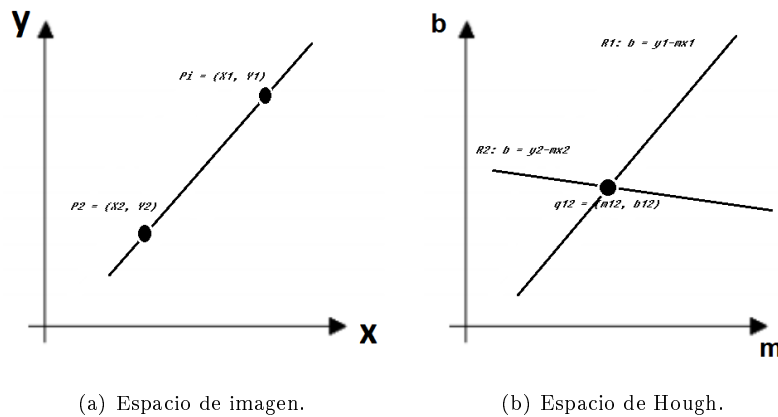


Figura 3.2: Relación entre el espacio de parámetros de Hough.

Para eliminar las singularidades de la ecuación 3.3, cuando $m = \infty$, se usa la expresión 3.9, la cual no presenta singularidad y es lineal en sus parámetros r y θ . Por lo que el espacio de coordenadas de r y θ y el punto $p_i = (x_i, y_i)$ del espacio de parámetros de la imagen se relacionen de acuerdo a la ecuación 3.10

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = r \quad (3.9)$$

$$r_{x_i, y_i} = x_i \cos(\theta) + y_i \sin(\theta) \quad (3.10)$$

3.7.1. Transformada de Hough para círculos

Los círculos son una estructura geométrica de interés común en aplicaciones de visión. La utilización de la transformada de Hough para localizar círculos y se hace uso de la transformada de Hough para buscar un espacio de parámetros para localizarlos [58, 59].

La transformada de Hough se puede utilizar para determinar los parámetros de un círculo cuando se conocen una serie de puntos que caen en el perímetro. Un círculo con radio R y el centro (a, b) se puede describir con las ecuaciones paramétricas 3.11 y 3.12.

$$x = a + R \cos(t) \quad (3.11)$$

$$y = b + R \sin(t) \quad (3.12)$$

Cuando el ángulo t barre a través del rango completo de 360 grados de los puntos (x, y) remontan el perímetro de un círculo.

Si una imagen contiene muchos puntos, algunos de los cuales caen en perímetros de círculos, entonces el trabajo del programa de búsqueda es encontrar tríos de parámetros (a, b, R) para describir cada círculo. El hecho de que el espacio de parámetros es $3D$ realiza una ejecución directa de la técnica de Hough más caro en la memoria y tiempo en la computadora. Hay valor en la búsqueda de técnicas para limitar el tamaño del espacio de búsqueda.

Si los círculos en una imagen son conocidos de radio R , entonces la búsqueda se puede reducir a uno de cada dos dimensiones. El objetivo es encontrar la (a, b) las coordenadas de los centros.

$$a = x - R \cos(t) \quad (3.13)$$

$$b = y - R \sin(t) \quad (3.14)$$

El lugar de (a, b) puntos en la caída espacio de parámetros en un círculo de radio R con centro en (x, y) . El punto central verdadero será común a todos los círculos de los parámetros, y se puede

encontrar con una matriz de acumulación [59]. Como lo muestra la figura 3.3(a). Múltiples círculos con el mismo radio se puede encontrar con la misma técnica. Los puntos centrales son representados como los glóbulos rojos en el dibujo espacio de parámetros. La superposición de círculos puede causar centros espurias también pueden encontrar, por ejemplo en la celda azul. Círculos no esenciales pueden ser eliminados, haciendo coincidir a los círculos en la imagen original, como en la figura 3.3(b).

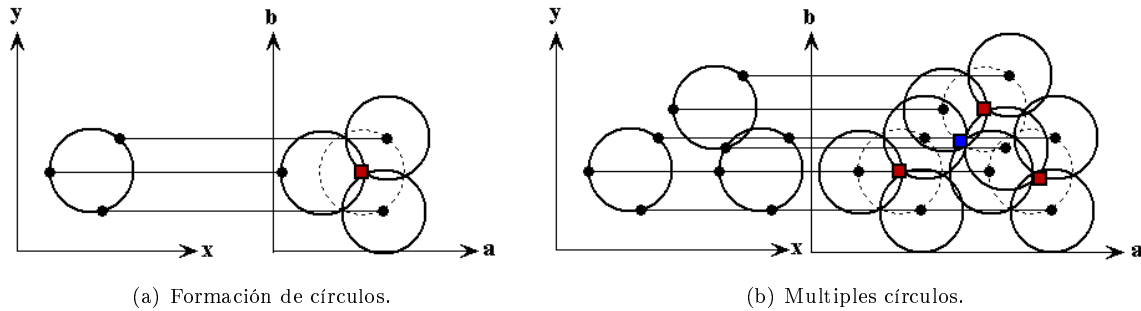


Figura 3.3: Relación entre el espacio de parámetros de Hough.

Si no se conoce el radio, entonces el lugar geométrico de puntos en el espacio de parámetros caerá sobre la superficie de un cono. Cada punto (x, y) en el perímetro de un círculo producirá una superficie de cono en el espacio de parámetros. Los valores (a, b, R) corresponderá a la celda de acumulación donde el mayor número de superficies cónicas interceptadas. La figura 3.4 ilustra la generación de una superficie cónica en el espacio de parámetros para (x, y) . Un círculo con un radio diferente se construirá en cada nivel R . La búsqueda de círculos con un radio desconocido puede llevarse a cabo mediante el uso de una matriz de acumulación tridimensional.

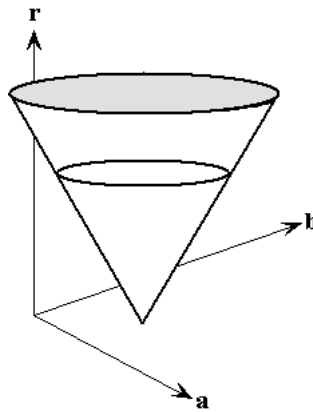
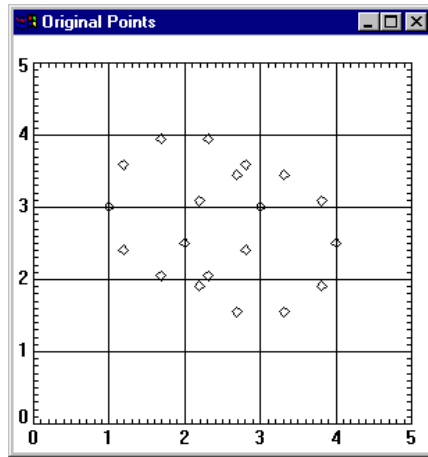
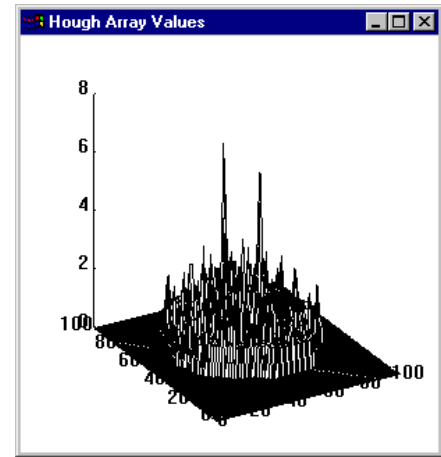


Figura 3.4: Superficie cónica en el espacio de parámetros para uno (x, y) .

Por ejemplo, los puntos en los círculos de radio conocido superposición se genera un conjunto de 20 puntos en círculos de radio 1 y centros $[2, 3]$ y $[3, 2.5]$. Como se muestra en la figura 3.5(a). La matriz de acumulación se muestra en la figura 3.5(b). Se aprecian dos picos son muy claros los cuales corresponden a las ubicaciones de los centros de los círculos. Los círculos fueron seleccionados utilizando un valor de umbral igual a 7.



(a) Puntos detectados para la construcción de un círculo de radio 1.



(b) Picos correspondientes a los centros de los círculos.

Figura 3.5: Puntos y picos correspondientes a los círculos.

Los datos para los círculos se muestran a continuación. Los círculos se trazan a partir de estos datos en los puntos de datos dados en las tablas 3.2 y 3.3 y mostrados en la figura 3.6.

Tabla 3.2: Datos del círculo 1 detectado.

Círculo 1
Radio= 1.00
Centro en $x = 1.94$
Centro en $y = 2.99$

Tabla 3.3: Datos del círculo 2 detectado.

Círculo 2
Radio= 1.00
Centro en $x = 2.99$
Centro en $y = 2.43$

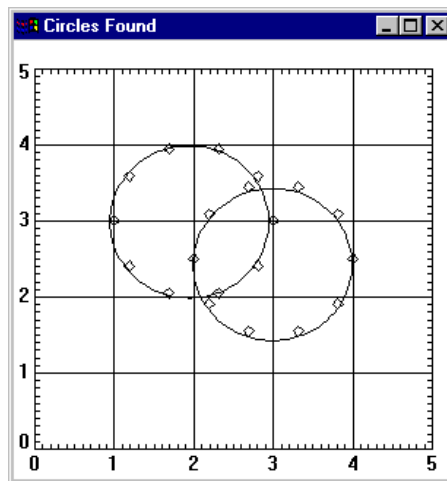


Figura 3.6: Superficie cónica en el espacio de parámetros para uno (x, y) .

3.7.2. MATLAB y su toolbox de procesamiento de imágenes

La instrucción `imfindcircles` busca círculos de una imagen digital usando el principio de la Transformada de Hough. En la tabla 3.4 se muestra la sintaxis de la instrucción `imfindcircles`.

Tabla 3.4: Sintaxis de la instrucción `imfindcircles` en MATLAB®.

Sintaxis
<code>centers = imfindcircles(A,radius)</code>
<code>[centers,radii] = imfindcircles(A,radiusRange)</code>

Describiendo los elementos de la tabla 3.4 tenemos: `centers = imfindcircles(A,radius)`, encuentra los círculos de una imagen cuyos radios son aproximadamente igual a la medida indicada, como salida tiene los centros, la cual es una matriz de dos columnas que contiene las coordenadas del centro de los círculos. Por otro lado, `[centers,radii] = imfindcircles(A,radiusRange)`, encuentra los círculos y los radios en el rango especificado, la salida son los radios estimados de los círculos y los centros correspondientes a cada círculo.

3.7.3. Píxeles y ángulos

Mediante de un algoritmo capaz de localizar los centros geométricos de los marcadores (círculos negros) ubicados en cada servomotor del robot manipulador (hombro y codo), así también en el extremo final del último eslabón, esto para saber la ubicación exacta de estos elementos y poder diseñar el algoritmo por medio de geometría para el cálculo de los ángulos de cada eslabón, es decir, obtener mediante píxeles el valor de q_1 y q_2 posiciones articulares del robot manipulador, respectivamente. La figura 3.7 muestra los marcadores de flujo colocados sobre el robot experimental ROTRADI I.



Figura 3.7: Representación del robot manipulador de transmisión directa “ROTRADI” con los marcadores colocados.

Una vez localizados los píxeles en las referencias del robot, mediante un algoritmo de procesamiento de imágenes, el cual tiene como objetivo la localización de los centroides en píxeles de los círculos negros, se tiene la información necesaria para poder determinar geoméricamente los valores articulares a los que corresponde esa posición. El análisis geométrico se parte ubicando tres puntos como lo muestra la figura 3.8.

Así calculando los ángulos geoméricamente, mediante el uso de conceptos de geometría basado en triángulos rectángulos y semejanza de triángulos se logran las siguientes ecuaciones para el cálculo de las coordenadas articulares q_1 y q_2 .

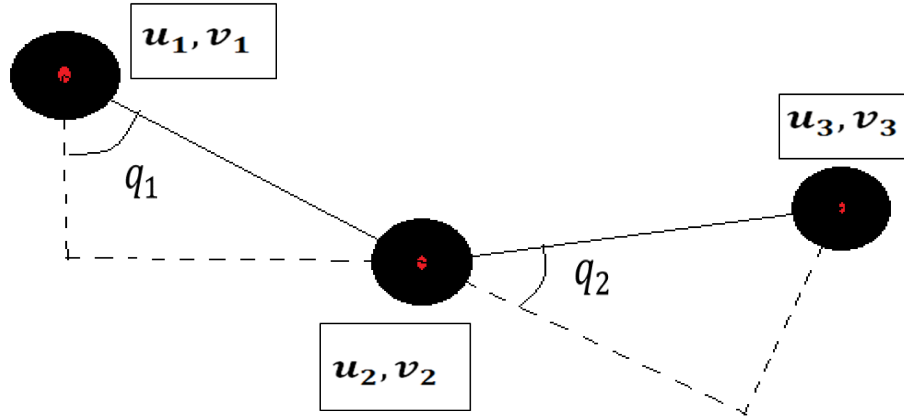


Figura 3.8: Ilustración de los marcadores ubicados en el robot manipulador, donde los puntos en rojo determinan las coordenadas en píxeles determinados por el algoritmo.

Tomando la figura 3.8 el triángulo rectángulo formado con hipotenusa el segmento de línea formado por la coordenada en píxeles (u_1, v_1) , se obtiene la ecuación 3.15.

$$q_1 = \tan^{-1} \frac{v_3}{u_3} - \tan^{-1} \frac{l_1 \text{sen}(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)} \quad (3.15)$$

Posteriormente, para el cálculo de q_2 se proponen las ecuaciones de 3.16 a la 3.21, dando como resultado el valor de la articulación correspondiente.

$$u_3^2 + v_3^2 = (l_1 + l_2 \cos(q_2))^2 + (l_2 \text{sen}(q_2))^2 \quad (3.16)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 \text{sen}^2(q_2) \quad (3.17)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 (\cos^2(q_2) + \text{sen}^2(q_2)) \quad (3.18)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) \quad (3.19)$$

$$\frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} = \cos(q_2) \quad (3.20)$$

$$\cos^{-1} \frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} = \mathbf{q}_2 \quad (3.21)$$

Hasta aquí con la ecuación 3.15 y 3.21 se tienen los valores geométricos de de los ángulos, más adelante esto servirá para hacer el cálculo geométrico de las coordenadas articulares y utilizarlas dentro de la ecuación de control, para ya no tener la necesidad que tomar éstas coordenadas articulares del sensor (encoder) del robot experimental ROTRADI.

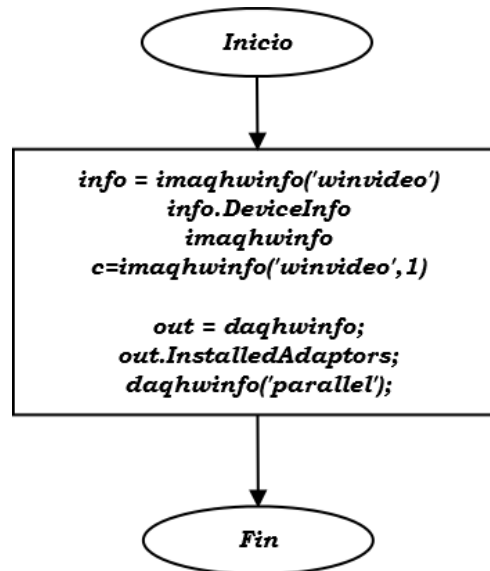
Este calculo es cuando el robot experimental ROTRADI, se encuentra en el cuarto cuadrante de su área de trabajo, para determinar para otros cuadrantes hay que realizar la compensación o consideraciones correspondientes.

3.8. Resultados de la programación para el procesamiento de imágenes

Usando las técnicas de procesamiento de imágenes de las secciones anteriores, se crean diversos programas para la localización de los círculos presentes en las articulaciones del robot experimental como marcadores.

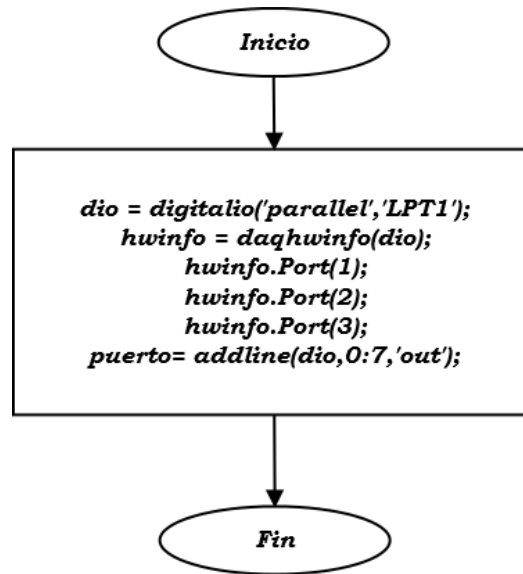
Para la configuración del software dentro del entorno MATLAB®, se realiza la detección de la cámara web tipo CCD y del puerto paralelo, como se muestra en el diagrama de flujo 3.1.

Diagrama de flujo 3.1.



Posteriormente se activa el puerto paralelo y se configuran sus pines respectivos para la comunicación, como lo muestra el diagrama de flujo 3.2.

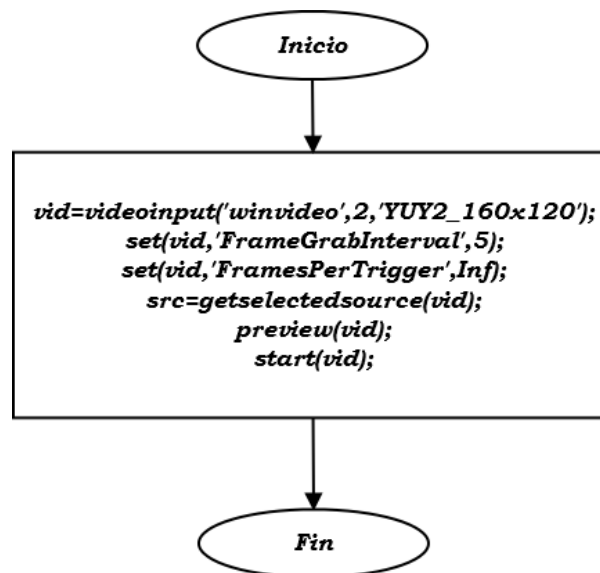
Diagrama de flujo 3.2.



Se configura y activa la cámara para poder manipularla dentro del script de MATLAB[®], como se muestra en el diagrama de flujo 3.3, donde se configura la adquisición.

Como resultado del procesamiento de imágenes, utilizando el diagrama de flujo 3.4 se obtuvieron resultados satisfactorios para determinar la posición cartesiana del extremo final del último eslabón, para esto sólo se colocó un sólo círculo en el robot experimental ROTRADI I, como lo muestra la figura 3.9, como resultado en la imagen de la pantalla cuando el robot se posicionó en el área de trabajo de la cámara surge la figura 3.10.

Diagrama de flujo 3.3.



Para la detección de los círculos en el robot experimental ROTRADI I se realizaron diversas pruebas, la primera consiste en el diagrama de flujo 3.4, que realiza el cálculo de sólo marcador colocado en el extremo final del robot, el procesamiento de imagen es en base a histograma poniendo un punto de cierre para la intensidad de nivel de gris y así binarizar la imagen obteniendo la detección del marcador, este método se realiza sin hacer uso de las herramientas de procesamiento de imagen incluidas en el software.



Figura 3.9: Marcador (círculo negro) colocado en el extremo final del robot experimental ROTRADI I.

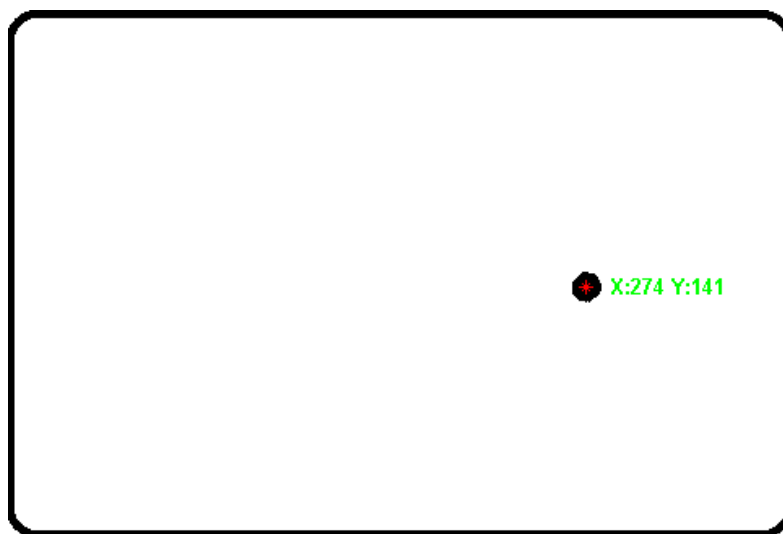


Figura 3.10: Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.4 localizando un sólo marcador.

Por los resultados experimentales del procesamiento de imágenes se concluye el procesamiento 3.4 realizado a base de histograma, tiene gran desventaja porque cualquier perturbación de luz puede hacer varias la imagen ubicada dentro del umbral a detectar, y no es posible, al menos con el algoritmo presentado, la ubicación de los tres círculos, por lo cual sólo se emplea para localizar un sólo círculo ubicado en el extremo final, para emplear este algoritmo se debe tener un total control del fondo de imagen, la luminosidad y de cualquier otra perturbación que hiciera variar la detección por el umbral, además de que está restringido a la sintonía de umbral dentro del código hasta alcanzar a ver la figura deseada dentro del monitor de la computadora.

Al intentar reconocer más de un círculo con el procesamiento de imagen en base a histograma se tiene que los niveles de gris correspondientes a los marcadores que se toman como una sola imagen y se calcula el centro geométrico de los píxeles dentro del umbral establecido para localizar los marcadores no para cada figura, además, si a esto se le anida ruido (detecciones no deseadas), el centro geométrico que se obtiene es erróneo. La figura 3.11 muestra los resultados del procesamiento de imagen en base a histograma al intentar calcular dos círculos y otras perturbaciones, resaltando que para eliminar el ruido es necesario cambiar el valor del punto de cierre, donde se pasa de la escala en grises a imagen binaria y esto puede provocar la negativa en detección de algún marcador (círculo completo).

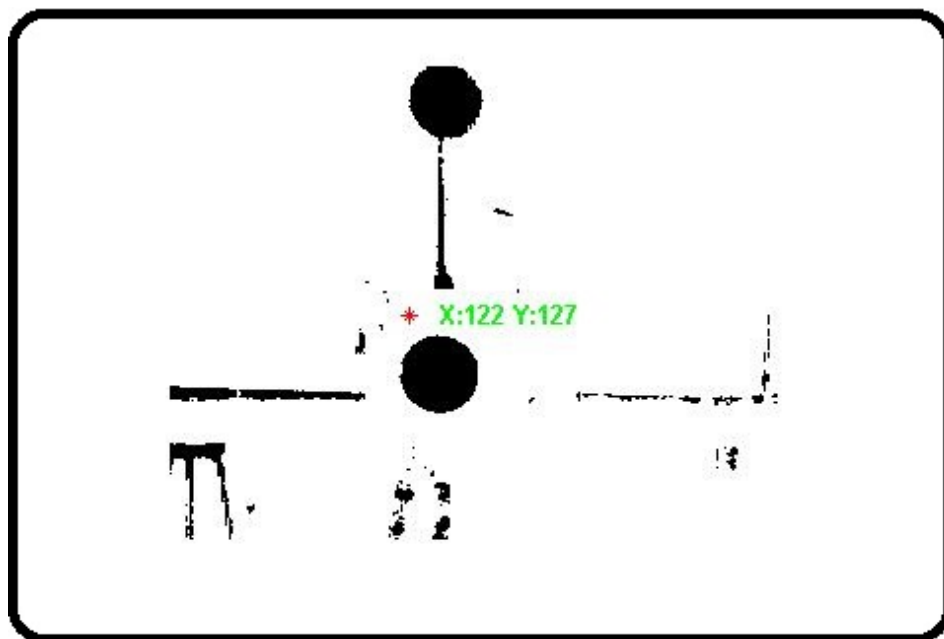
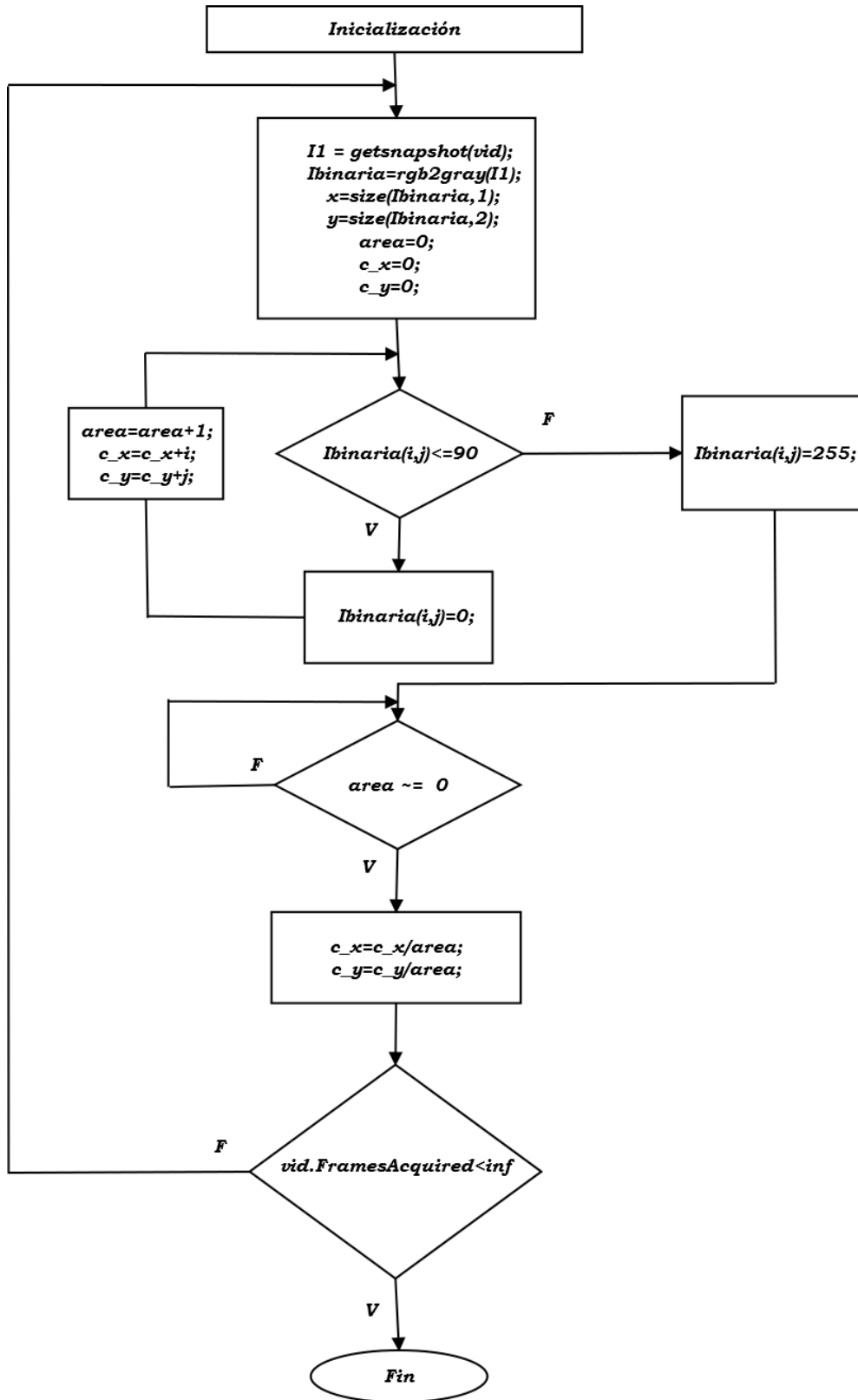


Figura 3.11: Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.4, localizando dos marcadores y con perturbaciones del área de trabajo del robot experimental.

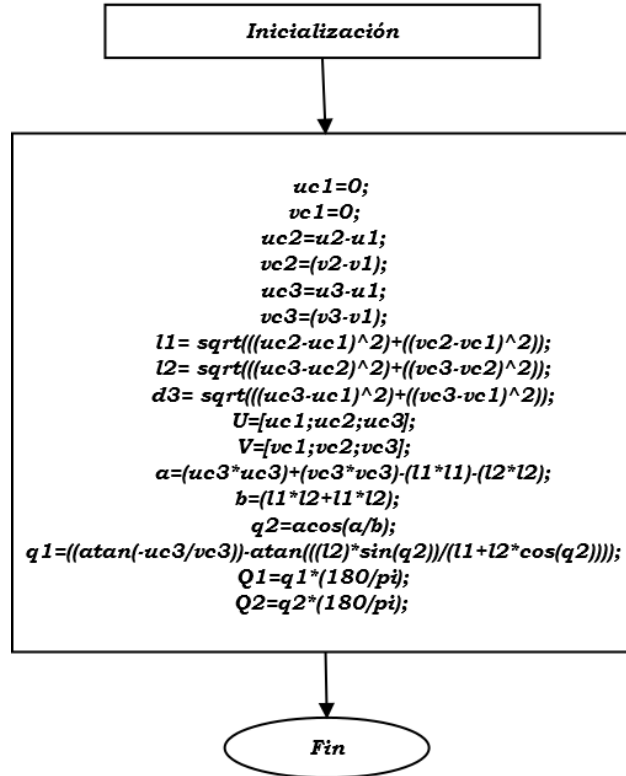
Por los resultados obtenidos en la figura 3.11, se sabe que el algoritmo de procesamiento de imágenes en base a histograma no es muy efectivo cuando se trata de localizar más de un marcador sobre el robot, por tal motivo, se replantea la detección de los marcadores sobre el robot y se abordan otras técnicas de procesamiento para la detección de los marcadores ya que para los propósitos de control visual se necesita conocer la posición de cada servomotor para el cálculo de las posiciones articulares por medio de la cinemática inversa.

Diagrama de flujo 3.4.



En adelante se consideran los tres marcadores pasivos (círculo negros), sobre el robot experimental ROTRADI I, ya que la información de sus centros geométricos servirá para las ecuaciones 3.15 y 3.21. En el diagrama 3.5 se muestra el procedimiento or software para determinar los valores angulares correspondientes.

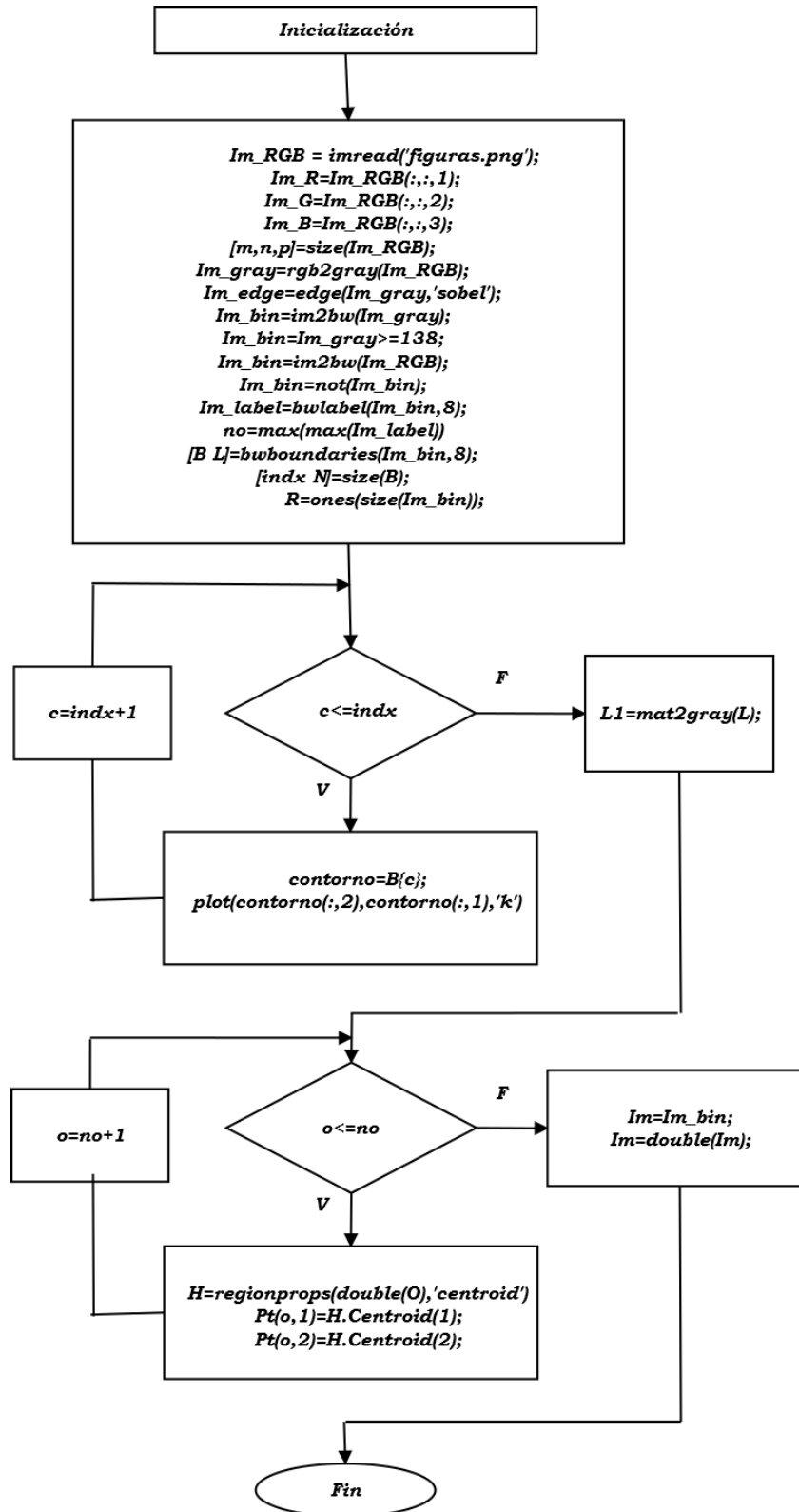
Diagrama de flujo 3.5.



Posteriormente se utilizan procesamientos para la detección de los marcadores y la localización de los centros geométricos de cada uno de los marcadores. Se realizaron las pruebas primeramente con imágenes y posteriormente se procesó directamente del video obtenido en el tiempo de captación que la cámara web que se utilizó para los experimentos nos permitió.

Se realiza el procesamiento de imágenes para la detección de los marcadores primeramente y siguiendo con la extracción de la información se calcularon los centros geométricos de cada uno de los marcadores. El diagrama de flujo 3.6 muestra el procedimiento del procesamiento de imágenes utilizando las librerías de MATLAB®, en su toolbox para la extracción de características de imagen usando las herramientas *bwboundaries* y *regionprops*, estas herramientas funcionan en base a la identificación de objetos presentes en la imagen, sus contornos y su etiquetado. La función *bwboundaries* determina los contornos de los objetos, ya sea interiores, exteriores o ambos, de igual manera permite la identificación de objetos presentes. La función *regionprops* es usada para calcular algunas características numéricas de los objetos binarios encontrados y permite medir un conjunto de propiedades como: el área del objeto, el cuadro mínimo que engloba al objeto, el centro geométrico del objeto, el polígono mínimo que engloba al objeto, el área que encierra el polígono determinado, el número de Euler del objeto, el tamaño del eje que longitudinalmente es más grande en el objeto, el tamaño del eje que longitudinalmente es más pequeño en el objeto, la orientación del eje que longitudinalmente es más grande con respecto a la horizontal y calcula el perímetro del objeto etiquetado.

Diagrama de flujo 3.6.



Del procesamiento presentado en el diagrama de flujo 3.6, se aplica cuando el robot experimental ROTRADI I, tiene los tres marcadores de las articulaciones y el extremo final como se muestra en la figura 3.7 resultando la imagen mostrada en la figura 3.12.

De los resultados del procedimiento descrito en el diagrama de flujo 3.6, se realiza con las herramientas de extracción de características ubicadas dentro de las herramientas de procesamiento de imágenes de MATLAB®, las cuales, para que sean aplicadas necesitan una transformación de la imagen previa, ya sea a escala de grises o a imagen binaria, y ya que la imagen original captada es RGB, esta detección de las morfologías necesita más tiempo de procesamiento. Para los fines de control, el tiempo de procesamiento y obtención de la información valiosa cuenta mucho, ya que lo ideal sería que el lazo de control, estuviera en el orden de lo considerado como tiempo real en visión artificial, es decir, retroalimentar 30 cuadros de imagen por segundo.

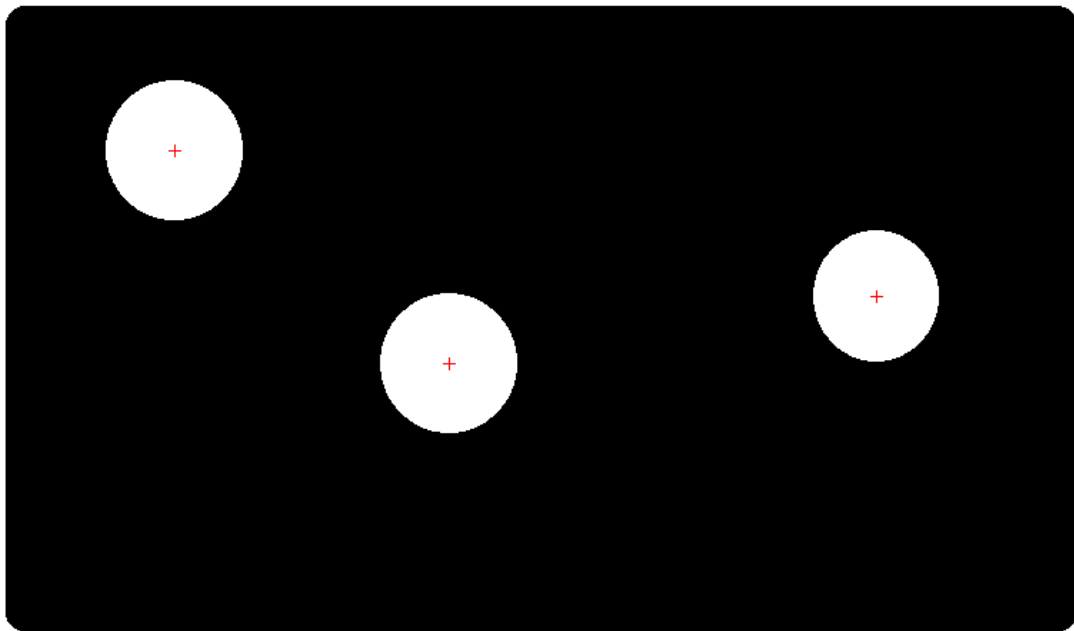


Figura 3.12: Resultado en la pantalla de la computadora del procesamiento mostrado en 3.6.

Utilizando para el reconocimiento la transformada de Hough desde la librería de MATLAB® se tiene el procedimiento descrito en el diagrama de flujo 3.7.

En el diagrama de flujo 3.8 que muestra la propuesta de procesamiento de imágenes con la instrucción *imfindcircles*, no obtiene los marcadores correctos y concretos y sus resultados son variantes por lo que el procedimiento del diagrama de flujo 3.8 optimiza el descubrimiento de los centros geométricos de los marcadores. Para asegurar que los valores de los píxeles sean los correctos en cuanto a posición se utiliza para el trabajo de tesis el procedimiento del diagrama de flujo 3.8.

El diagrama de flujo 3.8, muestra tres procedimientos como el mostrado en el diagrama de flujo 3.7 pero ahora para diferentes tamaños de círculo, en comparación con el anterior diagrama de flujo que sólo reconocía un único tamaño de diámetro para la detección de círculos.

Diagrama de flujo 3.7.

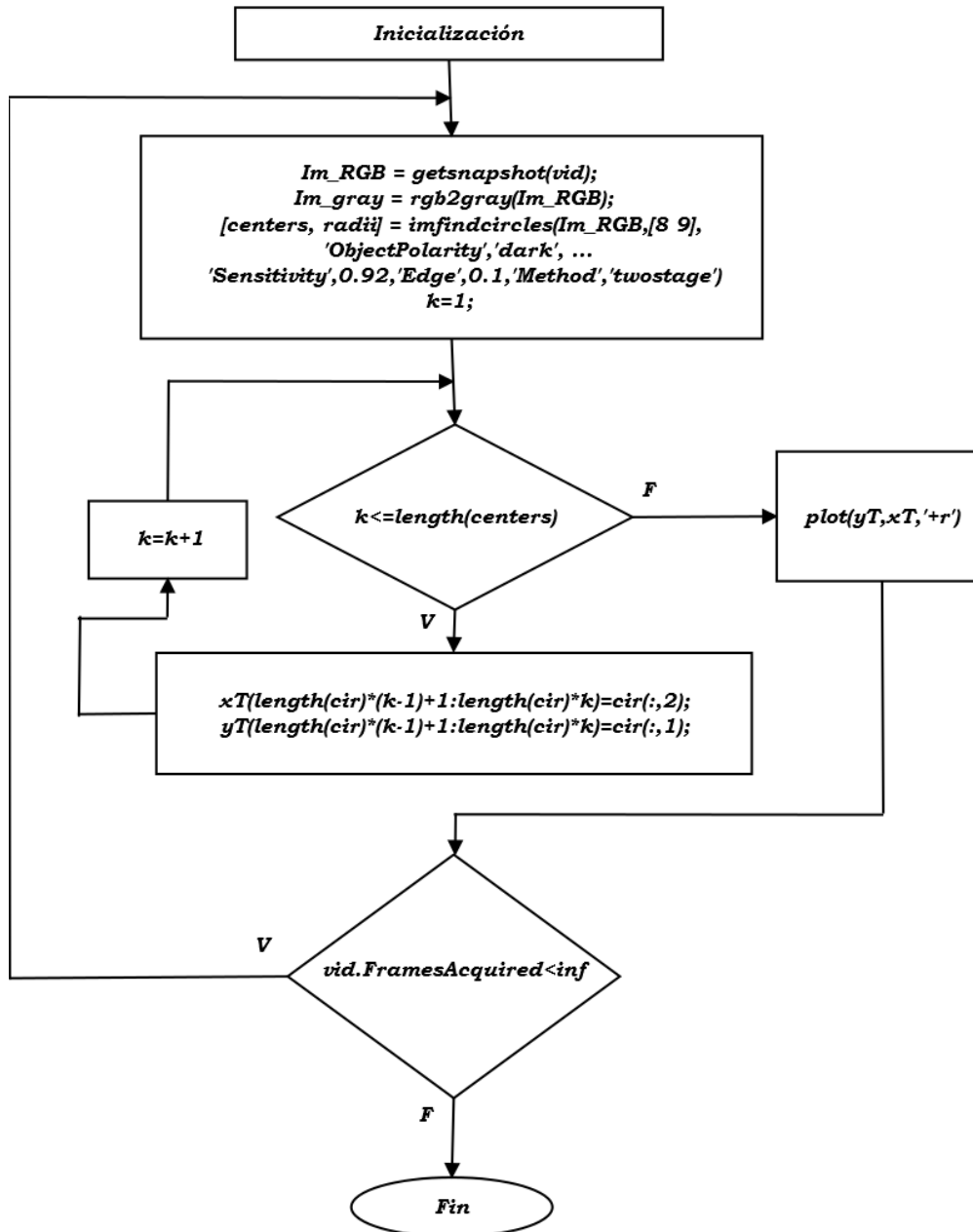
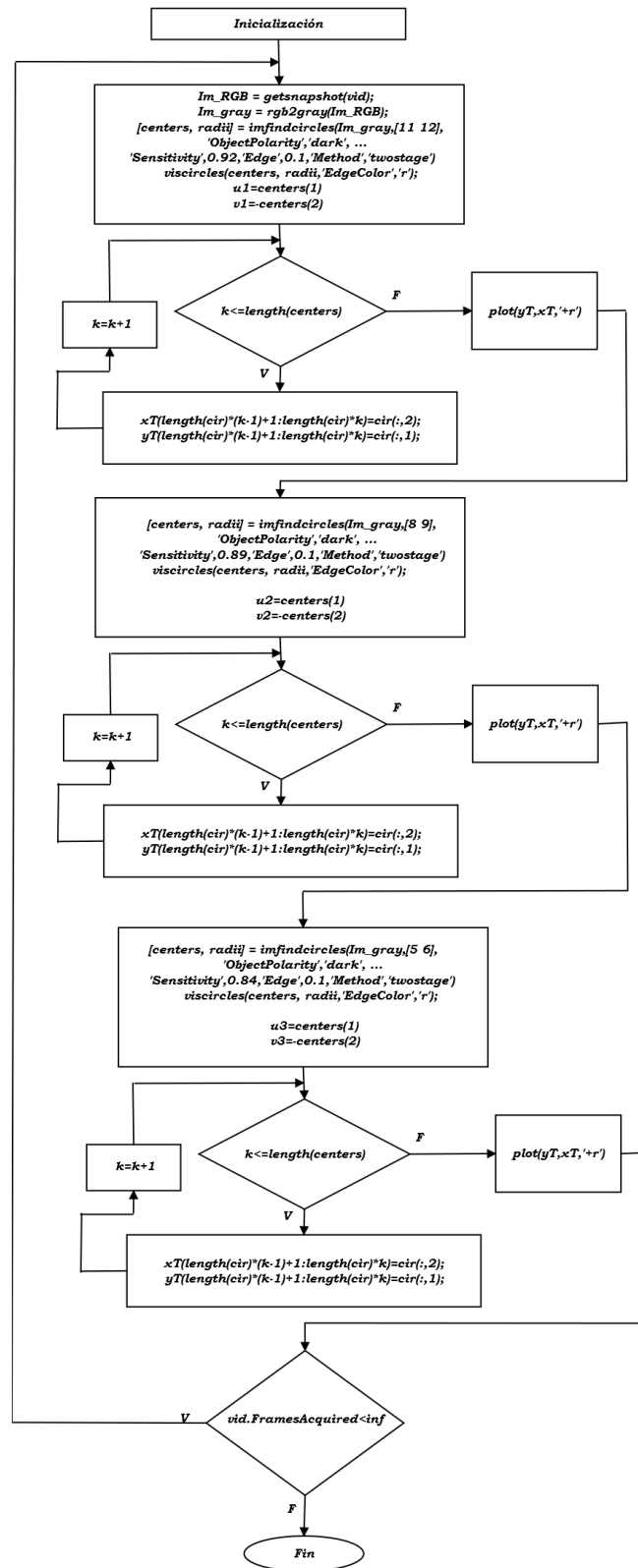


Diagrama de flujo 3.8.



Utilizando el procedimiento mostrado en el diagrama de flujo 3.7 que utiliza la herramienta del toolbox de procesamiento de imágenes basado en la Transformada de Hough, se obtienen los resultados mostrados en las figuras 3.13 y 3.14 donde es posible descubrir los círculos aun cuando no están completos sin problema, siempre y cuándo se determine un diámetro del círculo lo que lleva a tener medio círculo como mínimo para poder ser detectado como lo muestra la figura 3.13.

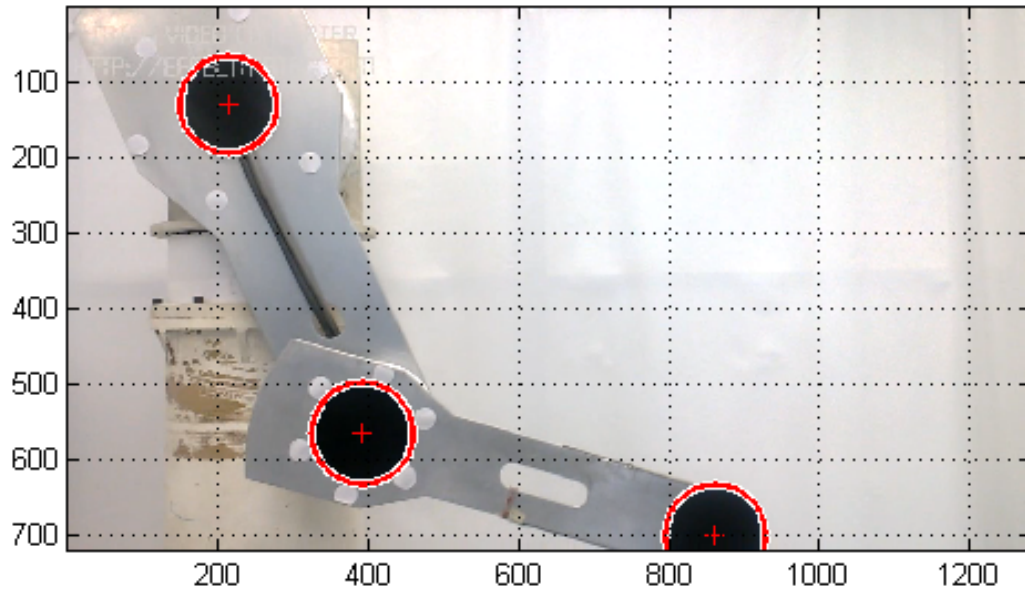


Figura 3.13: Resultado en la pantalla de la computadora del procedimiento mostrado en el diagrama de flujo 3.7, no teniendo toda la información de las figuras a detectar.

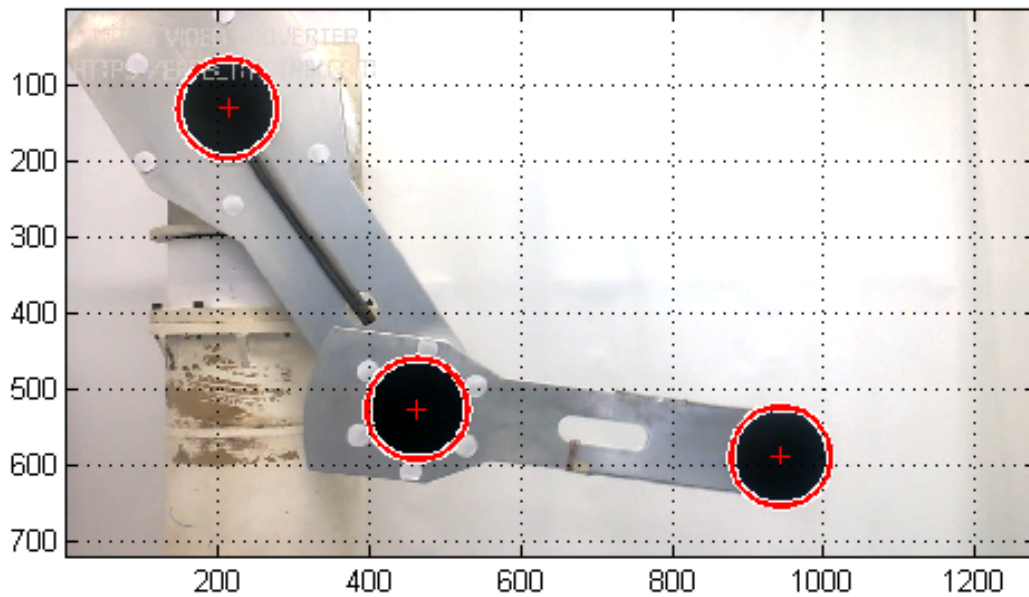


Figura 3.14: Resultado en la pantalla de la computadora del procedimiento mostrado en el diagrama de flujo 3.7, teniendo los tres círculos completos.

Analizando los resultados del procedimiento del diagrama de flujo 3.7, el cual, necesita o no algún otro procesamiento previo (como escalar a grises, por ejemplo), ya que tiene la habilidad de procesar las imágenes RGB y extraer las características que nosotros indiquemos a la instrucción *imfindcircles*. Otra gran ventaja, es que no necesita tener el círculo completo para poder entender que se encuentra en la imagen, como lo muestra la figura 3.13, ya que mediante la definición correcta de lo que queremos en la instrucción, determina perfectamente el círculo, aún cuando éste no se encuentre completo.

Siguiendo con el avance experimental se realiza el cálculo de las posiciones articulares por medio de los tres marcadores colocados en el robot experimental ROTRADI I. El procesamiento se anexa en el diagrama de flujo 3.5 que respalda las ecuaciones 3.15 y 4.10. Sin embargo, de los algoritmos presentados anteriormente, se toma como el de mejor desempeño al basado en la Transformada de Hough, a pesar de esto, los centros geométricos forman una matriz que el algoritmo cambia aleatoriamente, por lo que “atraparlos” para decidir cual es el primer, segundo y tercer círculo no es de manera directa. Si las coordenadas de los centros geométricos de los marcadores no están bien determinadas entonces las ecuaciones 3.15 y 4.10 presentarán resultados erróneos. Para resolver esta problemática se mejora el código presentado en 3.7 cambiando la detección de círculos del mismo tamaño por la detección de círculos de diferentes tamaños y tener la información correcta de los valores de cada una de las coordenadas (u_1, v_1) , (u_2, v_2) y (u_3, v_3) , que describen la posición cartesiana del hombro, codo y extremo final, respectivamente. Como mejora surge el diagrama de flujo 3.8. Los resultados experimentales se muestran en la figura 3.15.

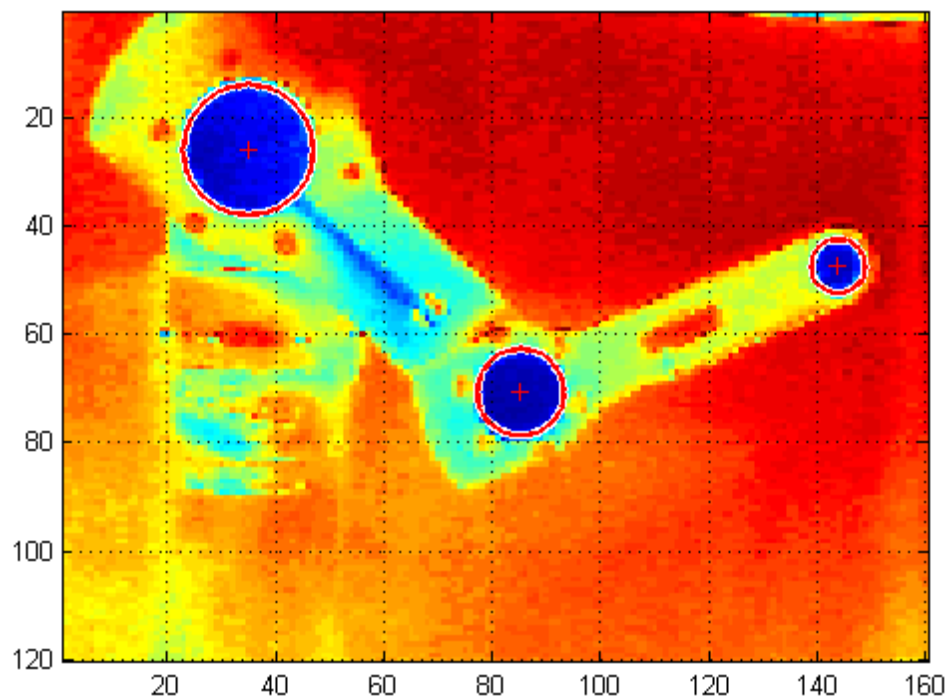


Figura 3.15: Resultados experimentales del código 3.8, el cual, descubre círculos de diferentes tamaños en la imagen y al mismo tiempo calcula sus centros.

El procesamiento realizando el reconocimiento de círculos con diferentes diámetros se obtienen los resultados esperados sin errores en las coordenadas de los centros geométricos de cada uno de los círculos (grande, mediano y pequeño) esto da por consecuencia el calculo y envío correcto de los valores angulares de \mathbf{q}_1 y \mathbf{q}_2 .

4.1. Introducción

El control automático se ha vuelto parte integral e importante en los procesos industriales y de manufactura modernos [60]. El primer trabajo importante en control automático fue el regulador centrífugo de James Watt para el control de velocidad de una máquina de vapor en el siglo XVIII, la figura 4.1 muestra el diseño de la máquina de vapor. El principio de funcionamiento básico del regulador de velocidad de Watt, fue en base a la diferencia de la velocidad deseada y la real y se ajusta la cantidad de combustible que ingresa al motor.

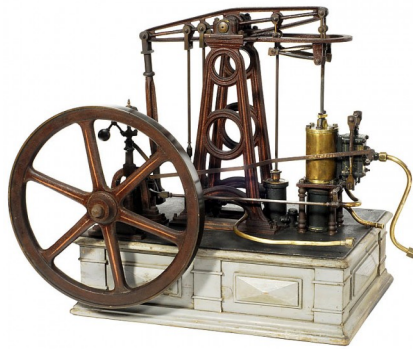


Figura 4.1: Sistema de control de velocidad por medio de la regulación del vapor diseñado por James Watt.

En este capítulo se abordarán la teoría de sistemas dinámicos, estabilidad de los puntos de los equilibrios, la metodología de diseño de controladores por medio del moldeo de energía y la teoría en base a Lyapunov. Se abordará la importancia del control en varios procesos industriales y la importancia de controlar robots manipuladores para propósitos específicos. Asimismo, se abordarán los sustentos de como en un robot de alto se utilizan medios ópticos para explorar el ambiente que rodea a un objeto, el reconocimiento de imágenes y la determinación de la presencia y orientación de este mismo.

Se desarrollarán las propuestas de control y su demostración matemática para posteriormente presentar los resultados experimentales con las propuestas de controladores para fines de control servo visual de robots manipuladores.

4.2. Sistema de control de un robot

Para controlar, en general, se requiere de la disponibilidad de un modelo matemático y una ley de control para actuar en el modelo. El modelo matemático se obtiene de las leyes de la física que rigen el movimiento del robot. Por otro lado, la ley de control requiere capacidades sensoriales y medios para actuar y reaccionar a las variables de estado del sistema. Estas acciones y condiciones de respuesta son el resultado del diseño matemático de una ley de control.

A pesar de la existencia de robots comerciales, el diseño de controladores para robots es un área de muchos estudios por parte de los hacedores de robots así como de lugares de investigación del área.

La motivación para los controladores visuales radica en la necesidad de robots de fabricación moderna pueden realizar de montaje y materiales puestos de trabajo de manipulación con velocidad y precisión, sin embargo, en comparación con los trabajadores humanos, los robots están en clara desventaja en que no pueden “ver” lo que están haciendo. En las aplicaciones industriales, por lo tanto, considerable esfuerzo de ingeniería se gasta en la prestación de un trabajo de adecuado ambiente para estas máquinas ciegas. Esto implica el diseño y la fabricación de alimentadores de piezas especializadas, plantillas para sostener el trabajo en progreso, y en efectores finales de propósito especial. Los costes de ingeniería no recurrentes elevados resultantes son en gran parte responsables para los robots que no cumplan con su promesa inicial de ser trabajadores versátil reprogramables capaz de cambiar rápidamente de una tarea a la siguiente [61].

Control visual es la fusión de los resultados de muchas disciplinas elementales incluidos de alta velocidad de procesamiento de imágenes, la cinemática, la dinámica, la teoría de control, y el tiempo real la computación, también tiene mucho en común con otras áreas de investigación tales como la visión por computadora activa.

4.3. Dinámica y control

Los sistemas robóticos se describen por una ecuación diferencial, la cual es obtenida por las leyes de la física [62]. El modelado dinámico determina la regla matemática que relaciona las entradas y salidas del sistema, este modelo se caracteriza por contener ecuaciones diferenciales. El modelo se obtiene tradicionalmente de manera analítica o experimental, el primero se basa en las ecuaciones de la física que rigen el comportamiento del sistema, esta metodología tiene la posibilidad de proporcionar un modelo matemático preciso a condición de dominar las leyes de la física que se involucran en el sistema; en el segundo, se requiere de varios datos experimentales del sistema, este procedimiento es más impreciso y su principal ventaja es el corto espacio de tiempo requerido para disponer del modelo [10].

Conocer el modelo matemático del robot manipulador, sobre el cual se experimentará, se emplea, ya que el modelo puede ser usado en las etapas de construcción mecánica, de esta manera el robot puede ser estudiado antes de ser construido, también, el diseño de control de sistemas de control son basados en el modelo matemático del robot manipulador, por último, el modelo matemático de igual forma nos permite la validación de los resultados en simulación del controlador diseñado [63].

Los modelos dinámicos de los robots manipuladores son en general caracterizado por ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales y no autónomas [9, 10]. Este hecho tiene como consecuencia, que las técnicas de diseño tradicionalmente para el control de sistemas lineales tengan una aplicación limitada

en la síntesis de controladores con alto desempeño para robots manipuladores, como los requerimientos actuales de alta precisión y rapidez en los movimientos de los robots, es necesario el uso de técnicas más elaboradas de control para el diseño de controladores con un óptimo desempeño, como por ejemplo, controles no adaptables y controles no lineales. Determinar el modelo dinámico requiere de ecuaciones diferenciales no lineales y no autónomas las cuales pueden ser escritas a través de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange o de Hamilton [30]. El modelo dinámico de un robot manipulador es importante para la simulación de movimiento, el análisis y diseño de estructuras del manipulador y el diseño de los algoritmos de control [64]. Conforme se incrementa el número de grados de libertad en un manipulador, se ve aumentada la complejidad en el uso de las ecuaciones de su modelo dinámico.

Los objetivos de control y propiedad del control es estabilidad. Para el análisis de la estabilidad se hacen uso de técnicas, como la teoría de estabilidad de Lyapunov o el enfoque entrada-salida, que basa su fundamento matemático en el análisis funcional. En este trabajo, se usará la teoría de estabilidad de Lyapunov para el análisis de estabilidad de los controladores no lineales.

4.3.1. Modelo dinámico articular

Conocer el modelo matemático del robot manipulador, es específico con el robot que se usará de forma experimental, es de gran importancia conocerlo, ya que el modelo puede ser usado en las etapas de construcción mecánica, de esta manera el robot puede ser estudiado antes de ser construido, también, el diseño de control de sistemas de control son basados en el modelo matemático del robot manipulador, por último, el modelo matemático de igual forma nos permite la validación de los resultados en simulación del controlador diseñado [63].

Los robots manipuladores, como objetos de estudio en control automático ofrecen un amplio espectro para la formulación de problemas de carácter teórico y práctico [30].

El modelo dinámico del robot manipulador permite explicar todos los fenómenos físicos que se encuentran en su estructura mecánica, tales como efectos inerciales, fuerzas centrípetas y de Coriolis, par gravitacional y fricción, los cuales son fenómenos físicos propios de la naturaleza dinámica del robot [11].

Dado que el modelo dinámico de un robot manipulador depende de la configuración geométrica del mismo así como del tipo de articulaciones empleadas (giratorias o lineales). El modelo dinámico de un robot manipulador, la teoría del espacio de estado y los métodos de Lyapunov brindan medios adecuados para diseñar nuevas leyes de control basadas en modelo con estabilidad y robustez.

Debido a la naturaleza no lineal, multivariable y acoplada del modelo dinámico de los robots manipuladores, estos sistemas ofrecen un escenario interesante a los investigadores en control automático para la formulación de problemas de carácter tanto teóricos como prácticos.

Determinar el modelo dinámico requiere de ecuaciones diferenciales no lineales y no autónomas las cuales pueden ser escritas a través de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange o de Hamilton [30]. El modelo dinámico de un robot manipulador es importante para la simulación de movimiento, el análisis y diseño de estructuras del manipulador y el diseño de los algoritmos de control [64]. Conforme se incrementa el número de grados de libertad en un manipulador, se ve aumentada la complejidad en el uso de las ecuaciones de su modelo dinámico.

Dentro de los *sistemas Euler-Lagrange* cuya energía cinética total $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es expresada como una forma cuadrática, y cuya energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$ depende sólo de la posición generalizada $\mathbf{q} \in \mathcal{R}^n$,

son los robots manipuladores [65]. En el caso de un robot manipulador, el vector de entradas externas, $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^n$, se convierte en el vector de pares aplicados, $\tau \in \mathcal{R}^n$, y la ecuación llega a ser:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) + f(\tau, \dot{\mathbf{q}}) = \tau \quad (4.1)$$

4.3.2. Control de posición de robots manipuladores en espacio articular

En todos los esquemas de control para los robots manipuladores se dispone de una posición deseada en términos de historiales de tiempo de la posición, velocidad y aceleración de las articulaciones. Dado que estas entradas deseadas estaban disponibles es posible diseñar esquemas de control basados en coordenadas articulares (coordenadas angulares). Así se evalúan errores en las trayectorias al encontrar la diferencia entre las cantidades deseada y la real expresadas en el espacio articular.

4.3.3. Modelo dinámico cartesiano

Derivado de la metodología Euler-Lagrange, que determina el modelo dinámico en variables de estado cartesiano. Se consideran las coordenadas cartesianas, y se define la ecuación 4.2, donde x , y y z son coordenadas cartesianas dentro del marco de referencia del robot experimental ROTRADI.

$$\chi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Entonces relacionando la cinemática diferencial y la aceleración articular se encuentran relacionadas [9, 66, 67], por las ecuaciones 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7.

$$\dot{\chi} = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (4.3)$$

$$\ddot{\chi} = J(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (4.4)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = J(\mathbf{q})^{-1}\dot{\chi} \quad (4.5)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = J(\mathbf{q})^{-1}\ddot{\chi} + \left[\frac{d}{dt}J(\mathbf{q})^{-1}\right]\dot{\chi} \quad (4.6)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = J(\mathbf{q})^{-1}\ddot{\chi} - J(\mathbf{q})^{-1}\dot{J}(\mathbf{q})J(\mathbf{q})^{-1}\dot{\chi} \quad (4.7)$$

Donde las \mathbf{q} muestran las coordenadas articulares y χ define las coordenadas cartesianas.

4.3.4. Control cartesiano

El control cartesiano, se entiende por la utilización directa de las coordenadas cartesianas (espacio de trabajo), en la programación de una posición, usualmente se indican las posiciones de control en coordenadas articulares, sin embargo, las coordenadas articulares facilitan la interpretación de posiciones.

La metodología del jacobiano transpuesto para controladores cartesianos, fue propuesta por Suguro Arimoto, permite convertir una estructura de control cartesiana en par aplicado a las articulaciones del robot [9, 66], es decir:

$$\tau = J^T(\mathbf{q})f_\chi \quad (4.8)$$

La ecuación 4.8 es la ley fundamental del control cartesiano; donde f_χ es la fuerza en coordenadas cartesianas, $J(\mathbf{q})$ es el jacobiano del robot y τ es el par aplicado a las articulaciones del robot.

De la ecuación 4.8, se puede obtener la representación del modelo dinámico en coordenadas cartesianas. Por lo tanto, se define la ecuación 4.16, como el modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad en coordenadas cartesianas.

$$f_\chi = M_\chi \ddot{\chi} + C_\chi \dot{\chi} + g_\chi + B_\chi \quad (4.9)$$

Como se visualiza en 4.9 la técnica de modelado por las ecuaciones de Euler-Lagrange permite ampliarse sus resultados de diseño de control en espacio articular a el espacio cartesiano, generando una familia extensa de esquemas de control.

Donde se definen los elementos de la ecuación en términos del jacobiano transpuesto, en las ecuaciones siguientes se visualizan en las ecuaciones 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13, en donde se describen los elementos de la dinámica no lineal de un robot manipulador en el espacio de variables cartesianas [68], la matriz de inercia cartesiana M_χ , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis cartesianas C_χ , el par gravitacional g_χ y la fuerza de fricción B_χ .

$$M_\chi = J(\mathbf{q})^{-T} M(\mathbf{q}) J(\mathbf{q})^{-1} \quad (4.10)$$

$$C_\chi = J(\mathbf{q})^{-T} C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) J(\mathbf{q})^{-1} - J(\mathbf{q})^{-T} M(\mathbf{q}) J(\mathbf{q})^{-1} \dot{J}(\mathbf{q}) J(\mathbf{q})^{-1} \quad (4.11)$$

$$g_\chi = J(\mathbf{q})^{-T} g(\mathbf{q}) \quad (4.12)$$

$$B_\chi = J(\mathbf{q})^{-T} B \dot{\mathbf{q}} \quad (4.13)$$

Se define el error de posición en coordenadas cartesianas en determinar la ley de control tal que pueda abastecer los torques aplicados a las articulaciones del robot con el objetivo de mover el extremo final del robot hasta la posición deseada denotada por χ_d .

El error de posición cartesiano se expresa sigue:

$$\tilde{\chi} = \chi_d - \chi \quad (4.14)$$

El problema de control cartesiano considera que el objetivo de control debe satisfacer 4.15. Determinado siempre y cuando el vector de error de posición cartesiana $\tilde{\chi}(0)$ y la velocidad cartesiana $\dot{\chi}(0)$ sea lo suficientemente pequeño .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.15)$$

La estructura de control cartesiano se define por el modelo de energía 4.16.

$$f_{\chi} = \nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) - f_v(K_v, \dot{\chi}) + g(\chi) \quad (4.16)$$

Donde la energía potencial está representada por $\mathcal{U}_p(K_p, \tilde{\chi})$ y la función disipativa cartesiana es $f_v(K_v, \dot{\chi})$, sin olvidar a K_p y $K_v \in \mathcal{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas.

De la ecuación 4.9, se escribe la forma en lazo cerrado, y se presenta a continuación en 4.17, como una ecuación diferencial autónoma no lineal.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ M_{\tilde{\chi}}^{-1} \left[\nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) - f_v(K_v, \dot{\chi}) - C_{\chi} \dot{\chi} - B_{\chi} \dot{\chi} \right] \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Para la función de propuesta de la función candidata de Lyapunov, se considera la forma de la ecuación 4.18, como lo escribe [9].

$$V(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = \frac{1}{2} \tilde{\chi}^T M_{\chi} \dot{\chi} + \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) \quad (4.18)$$

De la ecuación 4.18, en su derivada temporal sustituyendo el valor de $\ddot{\chi}$, queda como en la ecuación 4.21.

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = \dot{\chi}^T M_{\chi} \ddot{\chi} + \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}_{\chi} \dot{\chi} - \nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) \dot{\chi} \quad (4.19)$$

$$= \dot{\chi}^T M_{\chi} \left[M_{\chi}^{-1} \left[\nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) - f_v(K_v, \dot{\chi}) - C_{\chi} \dot{\chi} - B_{\chi} \dot{\chi} \right] \right] \quad (4.20)$$

$$+ \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}_{\chi} \dot{\chi} - \nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) \dot{\chi} \quad (4.21)$$

Como se ve en la ecuación 4.21, se tienen varios términos que se anulan y aplicando la propiedad de antisimetría [9, 66], se obtiene la ecuación 4.23.

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = \dot{\chi}^T \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) - \dot{\chi}^T f_v(K_v, \dot{\chi}) - \dot{\chi}^T C_\chi \dot{\chi} - \dot{\chi}^T B_\chi \dot{\chi} \quad (4.22)$$

$$+ \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}_\chi \dot{\chi} - \nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) \dot{\chi} \quad (4.23)$$

Se sabe que de la propiedad de antisimetría [66] se tiene la ecuación 4.26.

$$\dot{\chi}^T C_\chi \dot{\chi} + \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}_\chi \dot{\chi} \quad (4.24)$$

$$= 2\dot{\chi}^T C_\chi \dot{\chi} + \dot{\chi}^T \dot{M}_\chi \dot{\chi} \quad (4.25)$$

$$= \dot{\chi}^T [2C_\chi \dot{\chi} + \dot{M}_\chi \dot{\chi} = 0] \quad (4.26)$$

Por lo tanto, la ecuación 4.23 se reduce a 4.27.

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = -\dot{\chi}^T f_v(K_v, \dot{\chi}) - \dot{\chi}^T B_\chi \dot{\chi} \leq 0 \quad (4.27)$$

Con la ecuación 4.27, se demuestra estabilidad local del punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado. Para alcanzar la estabilidad asintótica del punto de equilibrio se emplea el teorema de LaSalle, que define:

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) < 0 \quad (4.28)$$

En la región determinada por:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \tilde{\chi} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^n : \dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = 0 \right\} \quad (4.29)$$

donde el vector $[\dot{\chi}, \tilde{\chi}] = 0$ donde $\chi \in \mathcal{R}^2$.

La incorporación de la matriz jacobiana transpuesta en la conversión de fuerza cartesiana a par aplicado modifica las ganancias de los algoritmos de control cartesianos, resultando ganancias dependientes de la posición, es decir, el controlador se vuelve de ganancias variables dependiente de cada posición deseada. También se debe considerar que la estabilidad es estabilidad asintótica en espacio cartesiano es local, esto se traduce a que la posición del robot debe estar lo suficientemente cercano a la posición deseada.

4.4. Control de posición de robots manipuladores en espacio cartesiano

En un robot manipulador puede desearse que el efector final del manipulador siga líneas rectas u otras formas descritas en coordenadas cartesianas. La característica de transformación de trayectorias,

es utilizada para calcular posiciones articulares, es decir, usando el historial de tiempo de las posiciones en espacio articular para encontrar las rutas o puntos en el espacio cartesiano. El esquema de control cartesiano funciona pero tiene dificultades sobre todo su espacio de trabajo.

Actualmente, el control cartesiano no se utiliza en los robots industriales comerciales debido a sus limitaciones en su modo de operación. El control de posición para robots manipuladores también puede utilizarse en control cartesiano de posición, donde la programación es directamente en coordenadas cartesianas o en su espacio de trabajo. Usar coordenadas cartesianas facilita la interpretación del planteamiento y su implementación.

Para los controladores de base cartesiana, del mismo modo que los articulares, el buen rendimiento está caracterizado por una dinámica de error constante sobre todas las configuraciones del manipulador [69].

4.4.1. Visual servoing

Control visual es la fusión de los resultados de muchas disciplinas elementales incluidos de alta velocidad de procesamiento de imágenes, la cinemática, la dinámica, la teoría de control, y el tiempo real la computación, también tiene mucho en común con otras áreas de investigación tales como la visión por computadora activa.

En los últimos años los avances tecnológicos y de control, han permitido que la percepción y la acción estén más estrechamente vinculada, mediante la integración de las mediciones directamente proporcionadas por un sistema de visión aplicado en el control en lazo cerrado. Este enfoque es llamado visual servoing [10, 70, 71]. En control visual existen interacciones del modelo del robot manipulador con su sistema de visión asociado. El punto de interacción, se define así de una manera general, la aplicación a las imágenes como información valiosa en el procesamiento y ejecución del controlador. El concepto de la interacción se presenta aplicando a los sensores visuales como medio de adquisición de información del entorno [72].

Las técnicas de control visual utilizan la información proporcionada por una o varias cámaras con el fin de controlar los movimientos de un sistema robótico. Al controlar entre uno o todos los grados de libertad de un sistema, podemos llevar a cabo un gran número de posicionamiento tareas, o seguimiento de objetivos móviles, entre muchos otros.

Las técnicas de control visual en la intersección de la robótica, automatización, visión por computadora, mecatrónica, procesos industriales, medicina, son empleados como técnica vanguardista del mundo tecnológico en donde nos encontramos a nivel mundial, donde la información proporcionada por un sensor de visión para controlar el movimiento de un sistema mecatrónico (dinámico), esta técnica puede ser sustancial en la robótica, virtual o animación para entidades artificiales o la realidad aumentada [70, 71].

4.5. Robot de 1 grados de libertad

Fue Christian Huyghens quien, el 16 de junio de 1657, presentó el primer péndulo a los Estados Generales de Holanda. Más tarde, reguló la fuerza motriz, para volverla constante y facilitar la posibilidad de darle cuerda. Aplicó luego un resorte espiral al balancín, lo que representó una verdadera

revolución en el arte de la relojería.

El descubrimiento del movimiento isocrónico de las oscilaciones pendulares se hace en 1583. Galileo, en sus últimos años de experimentación, alrededor de 1641, proyectó un reloj de péndulo, que fue terminado por sus continuadores. El diseño original fue conocido por el físico holandés Juan Cristiano Huygens y descubrió que el péndulo debe describir un arco y no un círculo. La cicloide la señaló entre dos segmentos que delimitan su trayectoria para lograr el perfecto período y en 1675 él mismo creó el resorte en espiral regulador, mecanismo muy simple para hacer funcionar los relojes de bolsillo. La forma en espiral ha perdurado hasta la actualidad.

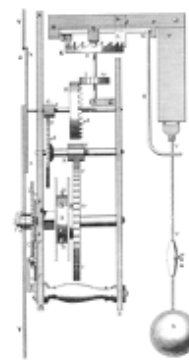
El movimiento pendular es un movimiento de desplazamiento que presentan algunos sistemas físicos aplicando el movimiento armónico simple. Es el movimiento de un lado a otro que presenta un objeto que se encuentra sujeto a de una base fija lo cual lo hace colgar y moverse repetidas veces. Las leyes del péndulo se en listan a continuación:

- Primera ley: El periodo de oscilación de un péndulo es independiente del material de que está construido.
- Segunda ley: Las oscilaciones de pequeña amplitud, gastan el mismo tiempo (Isocronas)
- Tercera ley: El periodo de un movimiento pendular, es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.
- Cuarta ley: El periodo de oscilación de un péndulo esta en razón inversa de la raíz cuadrada de la intensidad de la gravedad.

Tiene como aplicación inmediata la medida del tiempo por medio de la construcción de relojes de péndulo.



(a) Reloj péndulo.



(b) Mecánica reloj péndulo

Figura 4.2: Reloj Péndulo.

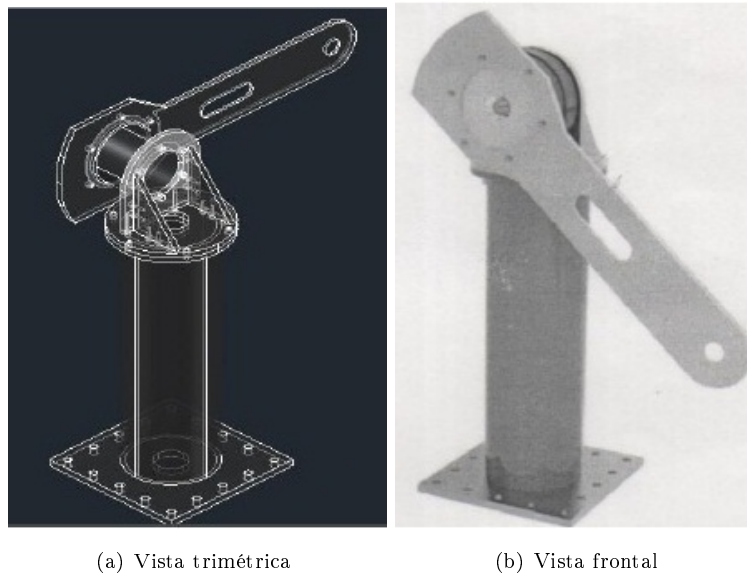
En el siglo XX la robótica suplanta al ser humano, el cuarzo y sistemas numéricos reemplaza la electromecánica y la fibra óptica está a la orden del día ofreciendo una elevada y exacta tecnología. En la figura 4.3 se muestra un reloj digital de pulsera.



Figura 4.3: Reloj digital.

4.5.1. Péndulo robot

Un péndulo es un cuerpo sólido que, desde una posición de equilibrio determinada por un punto fijo del que está suspendido situado por encima de su centro de gravedad, puede oscilar libremente. En el caso del péndulo robot, se tienen acoplamiento de acuerdo con la estructura mecánica válida de un robot. El péndulo robot, está formado por un sólo eslabón y su acoplamiento al servomotor, por lo tanto, se considera como un robot tipo rotacional de un grado de libertad, la cual puede verse como el codo de un robot industrial. En la figura 4.4 se muestra el péndulo robot.



(a) Vista trimétrica

(b) Vista frontal

Figura 4.4: Péndulo robot.

4.5.2. Modelo dinámico articular del péndulo robot

Colocando la posición de origen en el cuadrante IV del plano cartesiano como lo muestra la figura 4.5, en base a esta posición se determinan los marcos de referencia para la medición de q_1 , a la posición articular del eslabón del péndulo l . Con esto se toma como q_1 nulo cuando su posición coincide con el eje negativo Y , y a partir de este eje se toman las mediciones para los valores de q_1 .

Para el calculo de su cinemática directa se emplea la convención Denavit-Hartenberg

Tabla 4.1: Tabla de parámetros Denavit-Hartenberg del Péndulo robot

Eslabón	l	α	d	θ
1	l	0	0	q_1

El sistema de referencia cartesiano Σ_0 se coloca sobre la articulación del péndulo, el eje Z_0 coincide con el eje de giro del servomotor el cual es perpendicular al plano de la hoja. Se coloca otro sistema de referencia Σ_1 que se coloca sobre el péndulo y se mueve en relación al movimiento del péndulo, el cual coincide inicialmente con el sistema de Σ_0 cuando $q_1 = 0$, además el eje Z_1 es paralelo al eje Z_0 . Entonces se tiene la matriz de rotación R_{z_1, q_1} precedida por una rotación de $-\frac{\pi}{2}$ grados con respecto al eje z_0 , como se muestra en la ecuación 4.30.

$$\begin{aligned}
 R_0^1 = R_{z, -\frac{\pi}{2}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\text{sen}(q_1) & 0 \\ \text{sen}(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \text{sen}(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ -\cos(q_1) & \text{sen}(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Por lo tanto la matriz de transformación homogénea para el péndulo-robot se muestra en la ecuación 4.31.

$$H_1 = \begin{bmatrix} \text{sen}(q_1) & \cos(q_1) & 0 & l_1 \text{sen}(q_1) \\ -\cos(q_1) & \text{sen}(q_1) & 0 & -l_1 \cos(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

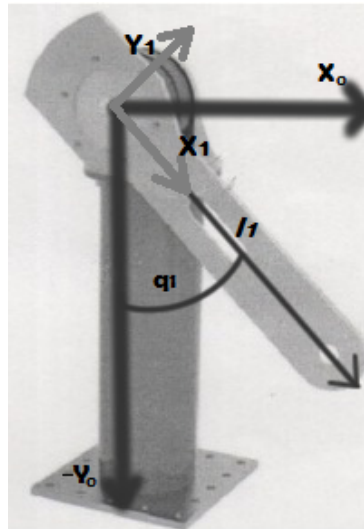


Figura 4.5: Péndulo robot en el VI cuadrante del plano cartesiano, en su posición de origen.

Como resultado de los marcos de referencia de la figura 4.5 y de los cálculos como consecuencia de éstos se tiene que la cinemática directa resultante de la ecuación 4.31, resulta ser la ecuación 4.32.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \text{sen}(\mathbf{q}_1) \\ -l_1 \text{cos}(\mathbf{q}_1) \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Derivado del modelo cinemático directo se tiene el modelo de cinemática diferencial, como lo muestra la ecuación 4.33.

$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \text{cos}(\mathbf{q}_1) \dot{\mathbf{q}}_1 \\ l_1 \text{sen}(\mathbf{q}_1) \dot{\mathbf{q}}_1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Donde la rapidez de traslación está denominada por la ecuación 4.34.

$$\begin{aligned} ||v||^2 &= v^T v \\ &= l_1^2 \dot{\mathbf{q}}_1^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para el modelo de energía, la energía del péndulo robot requiere una energía cinética $K(q, \dot{q})$ y una energía potencial $U(q)$. La energía cinética para el péndulo robot se define en la ecuación 4.35 y la energía potencial se define en 4.36.

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\dot{\mathbf{q}}^2 \quad (4.35)$$

$$U(\mathbf{q}) = mgh \quad (4.36)$$

Donde:

- m : es la masa del eslabón.
- v : es la velocidad.
- I : es la inercia.
- l_1 : es la longitud del eslabón medido del centro de masa.
- g : es el valor de la gravedad.
- h : es el desplazamiento del centro de masa del péndulo.

Por lo tanto las energías cinéticas y potenciales se reducen respectivamente en las ecuaciones 4.37 y 4.38

$$\begin{aligned} K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2}mv^T v + \frac{1}{2}I\dot{\mathbf{q}}^2 \\ &= \frac{1}{2}[ml_1^2 + I]\dot{\mathbf{q}}^2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned}
U(\mathbf{q}) &= mgh \\
&= mg[-l_1 \cos(\mathbf{q}_1) - (-l_1)] \\
&= mgl_1[1 - \cos(\mathbf{q}_1)]
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Una vez definido el modelo de energía del péndulo robot, se continúa con la definición del *lagrangiano* del péndulo robot como lo muestra la ecuación 4.39.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q}) \\
&= \frac{1}{2}[ml_1^2 + I]\dot{\mathbf{q}}^2 - mgl_1[1 - \cos(\mathbf{q}_1)]
\end{aligned} \tag{4.39}$$

Para el cálculo de las ecuaciones de Euler-Lagrange, en el caso del péndulo robot adquiere la forma de una ecuación escalar. Por lo tanto el modelo dinámico de un péndulo robot sin incluir el fenómeno de fricción está dado por la ecuación 4.40.

$$\tau = [ml_1^2 + I]\ddot{\mathbf{q}} + mgl_1 \sin(\mathbf{q}) \tag{4.40}$$

Agregando el fenómeno de fricción puede definirse como la ecuación 4.41, y agrupando el término ml_1^2 junto a la inercia total.

$$\tau = I\ddot{\mathbf{q}} + b\dot{\mathbf{q}} + mgl_1 \sin(\mathbf{q}) \tag{4.41}$$

4.5.3. Modelo cartesiano

Del modelo de cinemática directa presentado en la ecuación 4.32 y del modelo de cinemática diferencial presentado en la ecuación 4.33 se define al Jacobiano del péndulo robot como la ecuación 4.42.

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\mathbf{q}) \\ l_1 \sin(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

Se sabe de la cinemática directa y de la geometría de la figura 4.5 que el ángulo q_1 puede ser calculado como lo define la ecuación 4.43.

$$\mathbf{q} = \text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right) \tag{4.43}$$

Se define la variable $\dot{\chi}$ como se muestra en la ecuación 4.2.

$$\dot{\chi} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\mathbf{q}) \\ l_1 \sin(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \tag{4.44}$$

Entonces la ecuación 4.44 puede ser vista por separada como la ecuación 4.45 y la ecuación 4.46.

$$\dot{x} = l_1 \cos(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (4.45)$$

$$\dot{y} = l_1 \sin(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (4.46)$$

Elevando al cuadrado la ecuación 4.45 y la ecuación 4.46 se obtienen las ecuaciones 4.47 y 4.48, respectivamente.

$$\dot{x}^2 = (l_1 \cos(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}})^2 = l_1^2 \cos^2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 \quad (4.47)$$

$$\dot{y}^2 = (l_1 \sin(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}})^2 = l_1^2 \sin^2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 \quad (4.48)$$

De las ecuaciones 4.47 y 4.48, se tiene que:

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 + \dot{y}^2 &= l_1^2 \cos^2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1^2 \sin^2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 \\ &= 2l_1^2 \dot{\mathbf{q}}^2 \end{aligned} \quad (4.49)$$

Despejando se llega a:

$$\dot{\mathbf{q}}^2 = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l^2} \quad (4.50)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \pm \sqrt{\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l^2}} \quad (4.51)$$

Realizando la derivada de la ecuación 4.45 y 4.46

$$\ddot{x} = -l_1 \sin(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1 \cos(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} \quad (4.52)$$

$$\ddot{y} = l_1 \cos(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1 \sin(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} \quad (4.53)$$

De la ecuación 4.52 y 4.53, se tiene que:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \ddot{y} &= -l_1 \sin(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1 \cos(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + l_1 \cos(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1 \sin(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} \\ &= (-l_1 \sin(\mathbf{q}) + l_1 \cos(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^2 + l_1 (\cos(\mathbf{q}) + \sin(\mathbf{q})) \ddot{\mathbf{q}} \\ &= (-l_1 \sin(\mathbf{q}) + l_1 \cos(\mathbf{q})) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l^2} \right] + l_1 (\cos(\mathbf{q}) + \sin(\mathbf{q})) \ddot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Entonces:

$$l_1(\cos(\mathbf{q}) + \operatorname{sen}(\mathbf{q}))\ddot{q} = \ddot{x} + \ddot{y} + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] - l_1\cos(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] \quad (4.55)$$

$$(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))\ddot{q} = \ddot{x} + \ddot{y} + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] - l_1\cos(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] \quad (4.56)$$

Despejando a \ddot{q} , se tiene que:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \left[\ddot{x} + \ddot{y} + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] - l_1\cos(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right] \right] \frac{1}{(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))} \\ &= \frac{\ddot{x}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{\ddot{y}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right]}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} - \frac{l_1\cos(\mathbf{q}) \left[\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} \right]}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} \\ &= \frac{\ddot{x}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{\ddot{y}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))} - \frac{l_1\cos(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Del modelo dinámico articular del modelo del péndulo robot, obtenida en la ecuación 4.41. Se sabe el modelo matemático dinámico del robot en término de valores angulares articulares, sin embargo para el encontrar el modelo cartesiano se parte de la ecuación 4.41, de la cual, sustituyendo los valores de los valores encontrados para \ddot{q} , \dot{q} y para q de manera cartesiana se tiene la ecuación 4.58.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{I\ddot{x}}{l_1\cos(q) + l_1\operatorname{sen}(q)} + \frac{I\ddot{y}}{l_1\cos(q) + l_1\operatorname{sen}(q)} + \frac{Il_1\operatorname{sen}(q)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(q) + l_1\operatorname{sen}(q))} - \frac{Il_1\cos(q)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(q) + l_1\operatorname{sen}(q))} \\ &\quad + b\sqrt{\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2l_1^2} + mgl_1\operatorname{sen}(\operatorname{atan}(-\frac{x}{y}))} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Reescribiendo la ecuación 4.58 se tiene la ecuación 4.59.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{I\ddot{x}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{I\ddot{y}}{l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})} + \frac{Il_1\operatorname{sen}(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))} - \frac{Il_1\cos(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l_1^2(l_1\cos(\mathbf{q}) + l_1\operatorname{sen}(\mathbf{q}))} \\ &\quad + \frac{b}{\sqrt{2}l_1}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} + mgl_1\operatorname{sen}(\operatorname{atan}(-\frac{x}{y})) \end{aligned} \quad (4.59)$$

De la ley fundamental del control cartesiano representada en la ecuación 4.60, se sabe que la transformación de una fuerza cartesiana a una articular es necesario un valor de $J(\mathbf{q})$.

$$\tau = J(\mathbf{q})^T f_x \quad (4.60)$$

Donde τ es el torque aplicado en $\frac{N}{m}$, $J(\mathbf{q})$ es el Jacobiano del robot y f_x es la fuerza cartesiana. Se reescriben los términos para propósitos de representación en el caso del péndulo, entonces la ecuación 4.61 se reescribe como:

$$\tau = J(\mathbf{q})^T f_x \simeq \Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x \quad (4.61)$$

Por lo tanto del modelo de la ecuación 4.58 en relación a la ecuación 4.61, se puede definir:

$$\Psi(\mathbf{q})^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{l\cos(\mathbf{q})+l\sen(\mathbf{q})} & \frac{1}{l\cos(\mathbf{q})+l\sen(\mathbf{q})} & \frac{\sen(\mathbf{q})}{2l^2(\cos(\mathbf{q})+\sen(\mathbf{q}))} & \frac{\cos(\mathbf{q})}{2l^2(\cos(\mathbf{q})+\sen(\mathbf{q}))} \frac{1}{\sqrt{2}l} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$\Psi_x = \begin{bmatrix} I\ddot{x} \\ I\ddot{y} \\ I(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ I(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ b\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ mgl_c \sen(\atan(-\frac{x}{y})) \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Por otro lado, la propuesta de fuerza cartesiana se define en la ecuación 4.64.

$$f_x = k_p \tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right) - k_v \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right) + g(x) \quad (4.64)$$

La ecuación 4.64 para la propuesta debe ser modificada a la ecuación 4.65 para que sea un fuerza articular.

$$\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x = J(\mathbf{q})^T k_p \tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right) - J(\mathbf{q})^T k_v \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right) + \frac{l(\cos(\mathbf{q}) + \sen(\mathbf{q}))}{I} mgl_c \sen(\atan(-\frac{x}{y})) \quad (4.65)$$

La ecuación ?? se puede reescribir como sigue, de manera que el τ representado por $\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x$ y es igual al τ de la ecuación ??

$$\begin{aligned} \underbrace{\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x}_{\tau} &= \frac{I\ddot{x}}{l\cos(\mathbf{q}) + l\sen(\mathbf{q})} + \frac{I\ddot{y}}{l\cos(\mathbf{q}) + l\sen(\mathbf{q})} + \frac{I\sen(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l^2(l\cos(\mathbf{q}) + l\sen(\mathbf{q}))} - \frac{I\cos(\mathbf{q})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l^2(l\cos(\mathbf{q}) + l\sen(\mathbf{q}))} \\ &\quad + \frac{b}{\sqrt{2}l} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} + mgl_c \sen(\atan(-\frac{x}{y})) \\ &= \frac{I}{l\cos(\mathbf{q}) + l\sen(\mathbf{q})} (\ddot{x} + \ddot{y}) + \frac{I(\sen(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \sen(\mathbf{q}))} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \\ &\quad + \frac{b}{\sqrt{2}l} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} + mgl_c \sen(\atan(-\frac{x}{y})) \end{aligned} \quad (4.66)$$

De la ecuación 4.66 se despejan los términos implicados con $[\ddot{x}, \ddot{y}]$, dando como resultado las ecuación 4.67 y 4.68.

$$\frac{I}{l\cos(\mathbf{q}) + l\text{sen}(\mathbf{q})}(\ddot{x} + \ddot{y}) = \underbrace{\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x}_{\tau} - \frac{I(\text{sen}(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{b}{\sqrt{2l}}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - mgl_c \text{sen}\left(\text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right)\right) \quad (4.67)$$

$$(\ddot{x} + \ddot{y}) = \frac{l\cos(q) + l\text{sen}(q)}{I} \left[\underbrace{\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x}_{\tau} - \frac{I(\text{sen}(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{b}{\sqrt{2l}}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - mgl_c \text{sen}\left(\text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right)\right) \right] \quad (4.68)$$

La expresión 4.68 puede reescribirse como sigue:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{l(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}{I} \left[\underbrace{\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x}_{\text{LeydeControl}} - \frac{I(\text{sen}(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{b\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\sqrt{2l}} - mgl_c \text{sen}\left(\text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right)\right) \right] \quad (4.69)$$

Por lo tanto, para la ecuación en lazo cerrado de tiene representado en la ecuación 4.70.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{x} \\ -\dot{y} \\ \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{l(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}{I} \left[\underbrace{\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x}_{\text{LeydeControl}} - \frac{I(\text{sen}(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{b\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\sqrt{2l}} - mgl_c \text{sen}\left(\text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right)\right) \right] \right) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Donde la ley de control se define como:

$$\Psi(\mathbf{q})^T \Psi_x = J(\mathbf{q})^T k_p \tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right) - J(\mathbf{q})^T k_v \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right) + \frac{l_1(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}{I} mgl_1 \text{sen}\left(\text{atan}\left(-\frac{x}{y}\right)\right) \quad (4.71)$$

Por lo tanto la ecuación 4.70 se reduce a la ecuación 4.72.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{x} \\ -\dot{y} \\ \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{l(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))}{I} \left[J(\mathbf{q})^T [k_p \tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right) - k_v \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right)] - \frac{I(\text{sen}(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))} - \frac{b\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\sqrt{2l}} \right] \right) \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

De la ecuación 4.72 vale la pena realizar el análisis de existencia y unicidad del punto de equilibrio $[\tilde{x} \ \tilde{y} \ \dot{x} \ \dot{y}]^T$ donde todos los valores del vector sean cero de la ecuación de lazo cerrado, por lo tanto se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

- De la componente \tilde{x} de la ecuación 4.70 se tiene que $-\dot{x}$ puede verse como:

$$-\dot{x} = -1\dot{x} = 0 \iff \dot{x} = 0 \quad (4.73)$$

- De la componente \tilde{y} de la ecuación 4.70 se tiene que $-\dot{y}$ puede verse como:

$$-\dot{y} = -1\dot{y} = 0 \iff \dot{y} = 0 \quad (4.74)$$

- De los términos $\frac{I(\text{sen}(\mathbf{q})-\text{cos}(\mathbf{q}))(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}{2l^2(\text{cos}(\mathbf{q})+\text{sen}(\mathbf{q}))}$ pueden verse como $\frac{I(\text{sen}(\mathbf{q})-\text{cos}(\mathbf{q}))}{2l_1^2(\text{cos}(\mathbf{q})+\text{sen}(\mathbf{q}))}(\dot{x}^2+\dot{y}^2)$ como I, l_1 con números positivos y por la característica de que las funciones cos y sen son funciones $\pi/2$ periódicas la única forma de que el término se anule es que $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 0$. Como $\dot{x}^2 + \dot{y}^2$ están elevadas al cuadrado el único valor para que se la suma valga cero es que se cumpla:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 0 \iff \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \quad (4.75)$$

- El término fricción definido por b existe para el término $\frac{b\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}{\sqrt{2}l}$ visto como $\frac{b}{\sqrt{2}l_1}\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}$ como b existe y l_1 es diferente de cero y es positivo entonces se cumple la siguiente expresión:

$$\frac{b}{\sqrt{2}l_1}\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2} \iff \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \quad (4.76)$$

- Las ganancias k_p y k_v son números positivos reales, por lo tanto, los términos $\tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right)$ y $k_v \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right)$ donde la función \tanh es nula cuando su argumento es nulo, es decir que:

$$\tanh\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}\right) = 0 \iff \tilde{x} = 0, \tilde{y} = 0 \quad (4.77)$$

$$\tanh\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right) = 0 \iff \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \quad (4.78)$$

Por lo tanto el punto de equilibrio de la ecuación 4.72 existe y es único.

Realizando la demostración de estabilidad de la forma cartesiana del péndulo en el sentido de Lyapunov queda con la siguiente propuesta de función candidata Lyapunov de la ecuación 4.79. Se denotará $\beta = l(\text{cos}(\mathbf{q}) + \text{sen}(\mathbf{q}))$ y se consideran los valores sólo cuando β es un número positivo real y nunca adquiere un valor nulo por su característica de ser 2π periódica.

$$V(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = \frac{1}{2\beta} I \dot{\chi} + J(\mathbf{q})^T k_p \text{Incosh}(\tilde{\chi}) \quad (4.79)$$

De la propuesta conforme a las características para ser una función candidata Lyapunov mostrada en la ecuación 4.79, donde la derivada se presenta en la ecuación 4.81. Se nombra $\alpha = \text{sen}(\mathbf{q}) - \text{cos}(\mathbf{q})$, y a $\sigma = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$.

El error cartesiano se define como la ecuación 4.80 lo muestra.

$$\tilde{\chi} = \chi_d - \chi \quad (4.80)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) &= \frac{1}{\beta} I \dot{\chi} \ddot{\chi} + J(\mathbf{q})^T k_p \tanh(\tilde{\chi}) \\ &= \frac{1}{\beta} I \dot{\chi} \frac{\beta}{I} \left[J(\mathbf{q})^T [k_p \tanh(\tilde{\chi}) - k_v \tanh(\dot{\chi})] - \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} - \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] + J(\mathbf{q})^T k_p \tanh(\tilde{\chi}) \\ &= \dot{\chi} \left[J(\mathbf{q})^T [k_p \tanh(\tilde{\chi}) - k_v \tanh(\dot{\chi})] - \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} - \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] + J(\mathbf{q})^T k_p \tanh(\tilde{\chi}) \\ &= \dot{\chi} \left[-J(\mathbf{q})^T k_v \tanh(\dot{\chi}) - \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} - \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] \\ &= -\dot{\chi} \left[J(\mathbf{q})^T k_v \tanh(\dot{\chi}) + \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} + \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] \\ &= - \left[\dot{\chi} J(\mathbf{q})^T k_v \tanh(\dot{\chi}) + \dot{\chi} \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} + \dot{\chi} \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] \leq 0 \end{aligned} \quad (4.81)$$

Con la derivada de la función candidata de Lyapunov se concluye estabilidad del punto de equilibrio, ya que se cumple que la función Lyapunov es una función decreciente. Además por los componentes se determina que la ecuación 4.81 puede considerarse como la ecuación 4.82.

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = - \left[\dot{\chi} J(\mathbf{q})^T k_v \tanh(\dot{\chi}) + \dot{\chi} \frac{I \alpha \sigma}{2l\beta} + \dot{\chi} \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2l}} \right] < 0 \quad (4.82)$$

Por lo tanto se observa que la propuesta cumple con la definición del punto de equilibrio global asintóticamente estable, sin embargo por la existencia del $J(\mathbf{q})$ (Jacobiano) y las características de éste, se concluye que el punto de equilibrio es local asintóticamente estable.

4.6. Robot de 2 grados de libertad

El robot experimental planar de 2 grados de libertad hace referencia a la plataforma robótica experimental usando sólo dos de sus articulaciones: hombro y codo.

4.6.1. Modelo cinemático

Del modelo de un robot manipulador de 2 grados de libertad como lo muestra la figura 4.6, se modela la forma matemática de la cinemática directa.

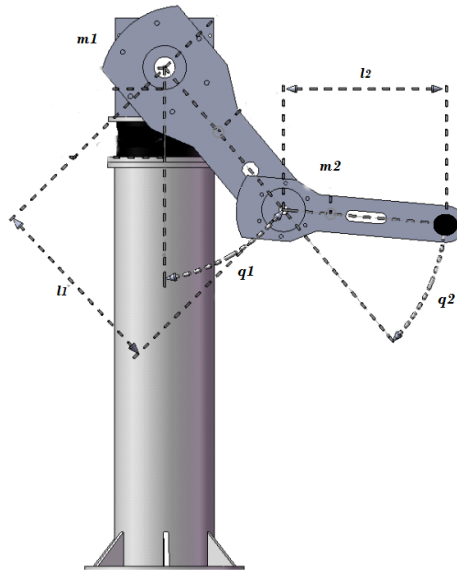


Figura 4.6: Esquematación del modelo del Robot

Tabla 4.2: Notación de los parámetros del robot.

Eslabón	Significado	Notación
1 (Hombro)	Masa del eslabón 1	m_1
	Longitud del eslabón 1	l_1
	Posición articular del eslabón 1	\mathbf{q}_1
2 (Codo)	Masa del eslabón 2	m_2
	Longitud del eslabón 2	l_2
	Posición articular del eslabón 2	\mathbf{q}_2

En la tabla 4.2 se muestra la notación de la figura 4.6 donde se esquematiza el robot manipulador de 2 grados de libertad de transmisión directa. Se observa que para obtener el modelo de cinemática directa y conocer la posición del extremo final del último eslabón tenemos que hacer uso del análisis de la geometría y/o técnicas especializadas, respectivamente sobre los ejes correspondientes para obtener la cinemática directa [73–75].

Dado que el robot del presente a estudiar es de 2 grados de libertad, la cinemática para encontrar la posición del extremo final del robot x_2 y y_2 , usando relaciones geométricas tenemos que en las ecuaciones 4.83 y 4.84 representan la cinemática directa del robot, en la ecuación 4.84 se muestra la dinámica completa del robot manipulador, derivado del análisis por Denavit-Hartenberg.

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \text{sen}(\mathbf{q}_1) \\ -l_1 \text{cos}(\mathbf{q}_1) \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \text{sen}(\mathbf{q}_1) + l_2 \text{sen}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \\ -l_1 \text{cos}(\mathbf{q}_1) - l_2 \text{cos}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

4.7. Robot de 3 grados de libertad

El robot experimental de 3 grados de libertad hace referencia a la plataforma robótica experimental usando todas sus articulaciones: base, hombro y codo.

4.7.1. Modelo cinemático

La cinemática directa de un robot antropomórfico de 3 grados de libertad está dado por la ecuación 4.85

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = f_R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{q}_1)(l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) \\ \sin(\mathbf{q}_1)(l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) \\ l_1 + l_2 \sin(\mathbf{q}_2) + l_3 \sin(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

La cinemática diferencial está determinada por la expresión de la ecuación 4.86.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \\ \dot{\mathbf{q}}_3 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Por lo tanto, el jacobiano de un robot antropomórfico de tres grados de libertad está determinado por la ecuación 4.87.

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\sin(\mathbf{q}_1)(l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) & -\cos(\mathbf{q}_1)(l_2 \sin(\mathbf{q}_2) + l_3 \sin(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) & -l_3 \cos(\mathbf{q}_1) \sin(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) \\ \cos(\mathbf{q}_1)(l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) & -\sin(\mathbf{q}_1)(l_2 \sin(\mathbf{q}_2) + l_3 \sin(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3)) & +l_3 \sin(\mathbf{q}_1) \sin(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) \\ 0 & l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) & l_3 \cos(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

4.8. Teoría de estabilidad de Lyapunov

La estabilidad se refiere al comportamiento de los sistemas forzados con una entrada, es decir, estudiar la estabilidad de un punto de equilibrio con respecto a los cambios en las condiciones iniciales del sistema.

La teoría de Lyapunov es un análisis de estabilidad de sistemas dinámicos lineales y no lineales, sin importar el orden del sistema: permite obtener la información sobre la estabilidad del punto de equilibrio sin resolver la ecuación diferencial que caracteriza a dicho sistema dinámico; ofrece una precisa caracterización de aquellas funciones que califican como funciones energía en la vecindad del punto de equilibrio y la noción de que aquellas funciones energía se decrecientan a lo largo de las trayectorias del sistema dinámico en cuestión, lo que significa que la derivada temporal de la energía (potencia del sistema) debe ser negativa definida hasta alcanzar un estado de equilibrio. El método

directo establece que si se construye una función de energía en los estados del sistema como función definida positiva continua diferenciable, la variación temporal debida a pequeñas perturbaciones en una vecindad del punto de equilibrio es siempre negativa o cero, entonces el punto de equilibrio es estable en forma global, es decir, para toda condición inicial que se encuentre dentro de la región de atracción. En otro caso, si la razón de cambio de la función definida positiva es estrictamente negativa, entonces el punto de equilibrio es asintóticamente estable en forma global. Nótese que la razón de cambio de la función definida positiva corresponde a la contraste, el método indirecto aborda únicamente la estabilidad local del punto de equilibrio de sistemas dinámicos linealizados. La estabilidad se caracteriza sólo para algunas condiciones iniciales [9].

DE los sistemas tradicionales para el análisis de la estabilidad en sistemas lineales encontramos: Bode, Nyquist, Routh, lugar de las raíces, entre otros. Pero dichas herramientas no se aplican a los sistemas no lineales o a los lineales variantes en el tiempo. La técnica del plano fase es aplicable a sistemas de primer y segundo orden. Por el método de Nyquist es posible emplear la técnica de la función descriptiva a un tipo de sistemas no lineales, pero esto se hace por aproximaciones.

Existen muchos conceptos de estabilidad, sin embargo, de todos los conceptos de estabilidad en la ingeniería, la estabilidad de Lyapunov es la que ofrece mayor ventajas debido a que proporciona varias propiedades matemáticas que facilitan el análisis y diseño de esquemas para propósitos de control. En la definición ?? se define el objetivo de la estabilidad en base a la teoría de Lyapunov.

Teoría de estabilidad de Lyapunov tiene como objetivo estudiar el comportamiento de los sistemas dinámicos lineales y no lineales descritos por ecuaciones diferenciales descritos de la forma que lo muestra la ecuación 4.88

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (4.88)$$

donde $x(0) \in \mathcal{R}^n$ para todo $t \geq 0$.

Se establece que para toda condición inicial $x(0) \in \mathcal{R}^n$ que se encuentra dentro del atractor, si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable, la energía acumulada del sistema dentro del dominio de atracción cae al evolucionar el tiempo, hasta alcanzar un valor mínimo en su punto de equilibrio [9].

El concepto de región de atracción (atractor) define que para cada solución de la trayectoria $x(t)$ que empieza suficientemente cercano a cero, a partir de t_0 se aproxima al origen 0 conforme a la evolución del tiempo: $t_0 + t \rightarrow 0$.

Al respecto del sistema dinámico de la ecuación 4.88, se considera un sistema autónomo.

4.8.1. Función candidata Lyapunov

Una función $V(x)$ es una función candidata de Lyapunov para el equilibrio $x = 0 \in \mathcal{R}^n$ de la ecuación $\dot{x} = f(x)$ si $V : \mathcal{R}_+ \times \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}_+$ cumple con las siguientes condiciones:

- $V(x)$ es una función definida positiva.
- $\frac{\partial V(x)}{\partial x}$ es una función continua con respecto a x .
- La derivada con respecto al tiempo $\frac{dV(x)}{dt}$ existe y es una función continua con respecto a x .

La derivada respecto al tiempo de la función candidata de Lyapunov $\dot{V}(x)$ de la ecuación 4.88, está determinada por la ecuación 4.89 a lo largo de sus trayectorias del sistema.

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)^T}{\partial x} \dot{x} \quad (4.89)$$

Por consiguiente, la derivada temporal de la función de Lyapunov debe ser una función definida negativa de tal forma que se cumpla: $\dot{V}(x) < 0$ para todo $t \geq 0$ para todo x contenido en \mathcal{R}^n .

4.8.2. Método directo de Lyapunov

El origen de un punto de equilibrio es estable si existe una función candidata de Lyapunov $V(x)$ con derivadas parciales continuas con respecto a x tal que su derivada temporal satisfaga: $\dot{V}(x) < 0 \forall t \geq 0 \forall x$ contenido en \mathcal{R}^n . Entonces se dice que la función candidata de Lyapunov es una función decreciente y las soluciones de $x(t)$ del modelo dinámico se encuentran acotadas por toda condición inicial $x(0) \in \mathcal{R}^n$.

La estabilidad de la función de Lyapunov cumple con la expresión 4.90.

$$V(x(0)) > V(x(t)) > 0, \forall t \geq 0 \quad (4.90)$$

4.9. Propuestas de control

Para propósitos representativos y ver el modelo dinámico cartesiano con mayor facilidad por la analogía con el modelo dinámico articular la ecuación 4.9 se reescribe como en la ecuación 4.91.

$$f_\chi = M(\chi)\ddot{\chi} + C(\chi\dot{\chi}), \dot{\chi} + B\dot{\chi} + g\chi \quad (4.91)$$

Para resolver el problema del control cartesiano del robot manipulador de 2 grados de libertad, se hace la siguientes propuestas de estructuras de algoritmo de control como lo muestra 4.92, 4.93 y 4.94, dichas ecuaciones surgen de la ley fundamental del control cartesiano $\tau = J(\mathbf{q})^T f_x$.

$$\tau = J(\mathbf{q})^T \left[K_p \left[\frac{\tilde{\chi}}{\sqrt{1 + \tilde{\chi}^2}} \right] - K_v \left[\frac{\dot{\chi}}{\sqrt{1 + \dot{\chi}^2}} \right] \right] + g(\chi) \quad (4.92)$$

$$\tau = J(\mathbf{q})^T \left[K_p [\tanh(\tilde{\chi})] - K_v [\operatorname{atan}(\dot{\chi})] \right] + g(\chi) \quad (4.93)$$

$$\tau = J(\mathbf{q})^T \left[K_p \left[\frac{\cosh(\tilde{\chi})\operatorname{senh}(\tilde{\chi})}{1 + \cosh(\tilde{\chi})} \right] - K_v \left[\frac{\cosh(\dot{\chi})\operatorname{senh}(\dot{\chi})}{1 + \cosh(\dot{\chi})} \right] \right] + g(\chi) \quad (4.94)$$

donde $K_p(\tilde{\mathbf{q}})$ representa la matriz de tamaño que pertenece a \mathcal{R}^2 de ganancias proporcionales, $K_v(\dot{\mathbf{q}})$ es la matriz diagonal de ganancias derivativas que pertenece a \mathcal{R}^2 , ambas matrices con la propiedad de que todos sus elementos son valores mayores que cero. De las propuestas de control en las ecuaciones 4.93 y 4.94, se puede realizar una generalización para la elaboración de familias de controladores visuales como se muestra en las ecuaciones 4.95 y 4.96.

$$\tau = J(\mathbf{q})^T [K_p [\tanh^{2m-1}(\tilde{\chi})] - K_v [\operatorname{atan}^{2m-1}(\dot{\chi})]] + g(\chi) \quad (4.95)$$

$$\tau = J(\mathbf{q})^T \left[K_p \left[\frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\chi}) \operatorname{senh}(\tilde{\chi})}{1 + \cosh^m(\tilde{\chi})} \right] - K_v \left[\frac{\cosh^{m-1}(\dot{\chi}) \operatorname{senh}(\dot{\chi})}{1 + \cosh^m(\dot{\chi})} \right] \right] + g(\chi) \quad (4.96)$$

El diseño de control está basado en el jacobiano transpuesto para el problema de control de posición en espacio cartesiano. De la cinemática directa del robot tenemos \mathbf{x}_R del efector final con respecto al marco de referencia del robot en términos de posiciones articulares \mathbf{q} , denotada como:

$$x_R = f(\mathbf{q}) \quad (4.97)$$

Donde el Jacobiano se define como:

$$J(\mathbf{q}) = \frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \quad (4.98)$$

Resultado de calcular la velocidad de traslación del efector final que se expresa como la derivada respecto al tiempo del vector $f(\mathbf{q})$, representando el origen del marco de referencia del efector final con respecto al marco de referencia con la base como se muestra en la ecuación 4.3.

Por lo tanto, explícitamente tenemos:

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\mathbf{q}_1) + l_2 \cos(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) & l_2 \cos(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \\ l_1 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_1) + l_2 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) & l_2 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

Del modelo 2D de la configuración en cámara fija se retoman las ecuaciones 4.100, como figura ilustrativa de los marcos de referencia se retoma nuevamente la figura 4.7, se menciona también que ya no se hace una explicación exhaustiva al respecto de las configuraciones del sistema de visión con el sistema robótico experimental ROTRADI 1, ya que sólo se está retomando del avance anterior, es meramente ilustrativo.

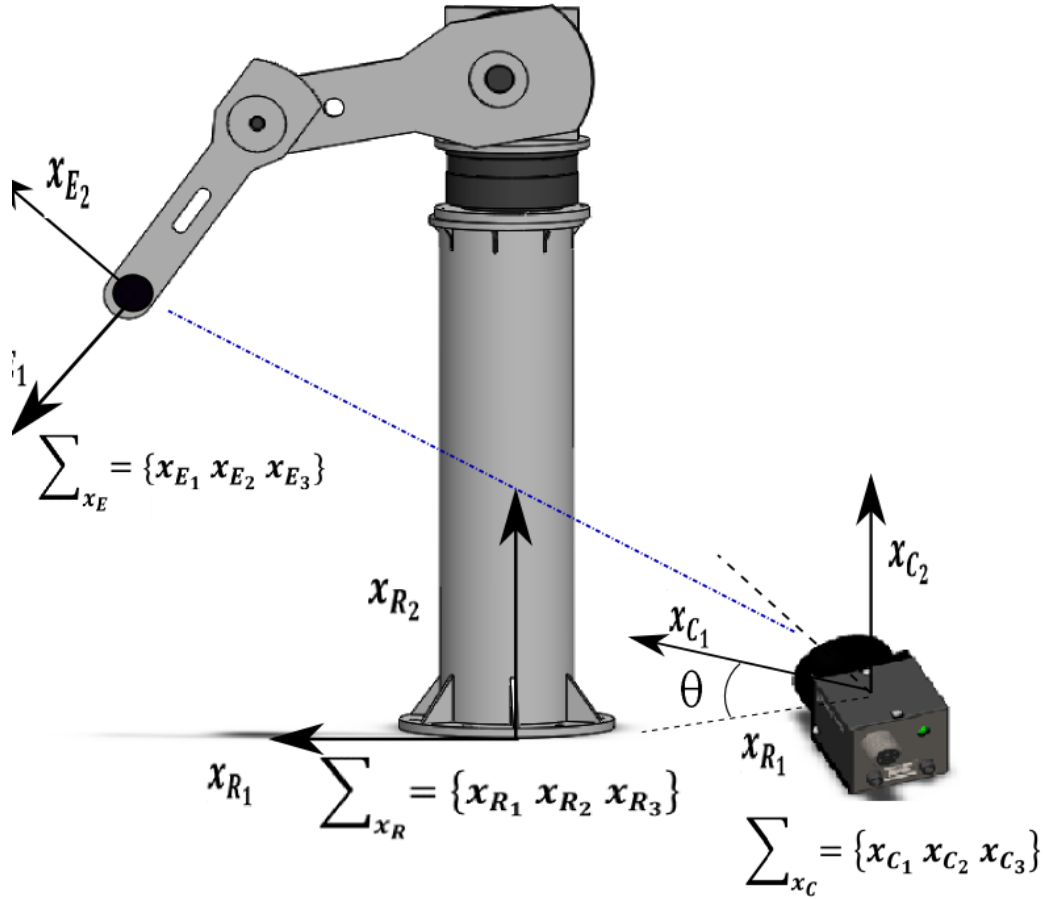


Figura 4.7: Sistema de visión en configuración cámara fija respecto al robot manipulador.

Para la imagen de la escena sobre el plano CCD es de forma digital mostrada en pantalla de la computadora en el marco de referencia \sum_D cuyo origen se encuentra en la esquina superior del monitor. Por lo tanto el sistema de visión completo para la configuración cámara fija, expresada en coordenadas de imagen en píxeles esta dado por la ecuación 4.100.

$$f_D(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \frac{\lambda}{\lambda + x_{C3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{R1}(\mathbf{q}) \\ x_{R2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R1}^{C1} \\ O_{R2}^{C2} \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

Donde el eje (como se ve en la figura 4.7) x_{R3} del marco de referencia del robot, es paralelo a eje x_{C3} del marco de referencia de la cámara. Por lo tanto $x_{C3} \parallel x_{R3}$ y apuntan en la misma dirección. El ángulo de rotación θ es alrededor del eje x_{R3} . El plano CCD es perpendicular al eje óptico con los planos x_{C1}, x_{C3} y I_1, I_2 paralelos. La cámara de video posee un sistema óptico alineado perfectamente y libre de aberraciones ópticas, por lo tanto el eje óptico intersecta en el centro geométrico del plano del sensor CCD.

Para la demostración de estabilidad de las propuestas de control en las ecuaciones 4.92, 4.93 y 4.94, se realiza la prueba vía la teoría de Lyapunov.

Demostrando primeramente la ecuación 4.92. Se retoma la ecuación del modelo que describe el

modelo matemático completo de visión en configuración cámara fija de la ecuación 4.100 y se utiliza para la demostración en términos de Lyapunov, del mismo modo del modelo dinámico del robot manipulador se sabe que f_χ se define en base a la metodología Euler-Lagrange 4.91 y también de la propuesta de control cartesiana se tiene de la ecuación 4.16. Se define a $\tilde{\chi}$ como se muestra en la ecuación 4.101, 4.102 y 4.104, en base que si χ es una coordenada articular, u y v son las coordenadas cartesianas con las correspondientes proyecciones del marco de referencia del robot hacia la pantalla de la computadora.

$$\chi = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

$$\tilde{\chi} = \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

El error en píxeles de imagen es definido como lo muestra la ecuación 4.103.

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d - u \\ v_d - v \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

$$\dot{\chi} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

La ecuación 4.103, cuando el error en píxeles definido por $[\tilde{u}, \tilde{v}]^T$ se hace nulo cuando la resta del vector de las coordenadas del robot $[u, v]^T$ igualan a las coordenadas deseadas de posición $[u_d, v_d]^T$, entonces se tiene que al evaluar un controlador en un tiempo finito, el vector de error $[\tilde{u}, \tilde{v}]^T$, tiende a cero conforme el tiempo evoluciona, para los propósitos de posición se debe asegurar que el controlador llevará a un error cero en ambas coordenadas o muy próximo a anularse.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{u} \\ -\dot{v} \\ M(\chi)^{-1} \left[K_p \left[\frac{\tilde{\chi}}{\sqrt{1 + \tilde{\chi}^2}} \right] - K_v \left[\frac{\dot{\chi}}{\sqrt{1 + \dot{\chi}^2}} \right] - C(\chi, \dot{\chi})\dot{\chi} - B(\chi) \right] \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

En la ecuación 4.105, se muestra la ecuación en lazo cerrado.

Se define a Λ como lo muestra la ecuación 4.106, esta ecuación nos ayuda a la demostración de estabilidad de la función.

$$\Lambda = J^{-1}(\mathbf{q})R_R^C(\theta) \begin{bmatrix} -\frac{\lambda + x_{c3}}{\alpha_u \lambda} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda + x_{c3}}{\alpha_v \lambda} \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

Para el desarrollo del algoritmo de control, se necesita considerar al modelo del sistema de visión

4.100 sea 4.107 el vector $[\dot{u}, \dot{v}]^T$ resultado de la forma diferencial de primer orden de la ecuación 4.100.

$$\frac{\partial f_D(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} R(\theta)_R^{C^T} J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (4.107)$$

El sistema en lazo cerrado que se puede escribir como se muestra en la ecuación 4.108.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} R(\theta)_R^{C^T} J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ M(\chi)^{-1} \left[K_p \begin{bmatrix} \frac{\tilde{u}}{\sqrt{1 + \tilde{u}^2}} \\ \frac{\tilde{v}}{\sqrt{1 + \tilde{v}^2}} \end{bmatrix} - K_v \begin{bmatrix} \frac{\dot{u}}{\sqrt{1 + \dot{u}^2}} \\ \frac{\dot{v}}{\sqrt{1 + \dot{v}^2}} \end{bmatrix} - C(\chi, \dot{\chi}) \dot{\chi} - B(\dot{\chi}) \right] \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

Para llevar a cabo la prueba de estabilidad del modelo de la ecuación 4.108, Si el determinante del jacobiano $J(\mathbf{q})$ del robot es cero, entonces se dice que no es de rango completo y presenta problemas de singularidades [9]. Para la prueba del $J(\mathbf{q})$, la prueba inicia bajo la hipótesis de que $J(\mathbf{q})$, es de rango completo por lo tanto, realizando las pruebas se tiene 4.109 se cumple sí sólo sí 4.110 se cumple, por lo tanto 4.111 se cumple y K_p y K_v son matrices definidas positivas con 4.111 es un vector de dimensiones \mathcal{R}^2 .

$$\begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} R(\theta)_R^{C^T} J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0 \Leftrightarrow \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (4.109)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (4.110)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = 0 \in \mathcal{R}^2 \quad (4.111)$$

De la función candidata Lyapunov, modelada en la ecuación 4.18, se tiene que aplicando el método de Lyapunov [9], proponemos una función candidata Lyapunov donde $V(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v})$ es una función definida positiva, su $\frac{\partial V(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v})}{\partial(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v})}$ es una función continua con respecto a $\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}$ y la derivada con respecto al tiempo existe y es continua con respecto a $\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}$.

$$V(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{1}{2} \dot{\chi}^T M(\chi) \dot{\chi} - 2 \left[\frac{(\sqrt{\sqrt{\tilde{u}^2 + 1} - 1}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{v}^2 + 1} - 1}} \right]^T K_p J(\mathbf{q})^{-1} R_R^C(\theta) \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} \quad (4.112)$$

Donde la ecuación 4.112 debe cumplir con las condiciones de ser función Lyapunov, las cuales se en listan el las ecuaciones 4.113 y 4.114.

$$V(0,0) = 0 \quad \forall \quad \dot{\chi}, \tilde{\chi} = 0 \quad (4.113)$$

$$V(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) > 0 \quad \forall \quad \dot{\chi}, \tilde{\chi} \neq 0 \quad (4.114)$$

$$\dot{V}(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = \dot{\chi}^T M(\chi) \ddot{\chi} + \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}(\chi) \dot{\chi} - \begin{bmatrix} \frac{\tilde{u}}{\sqrt{1 + \tilde{u}^2}} \\ \frac{\tilde{v}}{\sqrt{1 + \tilde{v}^2}} \end{bmatrix}^T K_p J(\mathbf{q})^{-1} R_R^C(\theta) \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{v}} \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

Sustituyendo los valores de la ecuación 4.108 en la ecuación 4.115, con las debidas sustituciones y consideraciones, surge la ecuación 4.116.

$$\dot{V}(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = \dot{\chi}^T K_p \begin{bmatrix} \frac{\tilde{u}}{\sqrt{1 + \tilde{u}^2}} \\ \frac{\tilde{v}}{\sqrt{1 + \tilde{v}^2}} \end{bmatrix} - \dot{\chi}^T K_v \dot{\chi} - \dot{\chi}^T B \dot{\chi} - \dot{\chi}^T C(\chi, \dot{\chi}) \dot{\chi} + \frac{1}{2} \dot{\chi}^T \dot{M}(\chi) \dot{\chi} - \begin{bmatrix} \frac{\tilde{u}}{\sqrt{1 + \tilde{u}^2}} \\ \frac{\tilde{v}}{\sqrt{1 + \tilde{v}^2}} \end{bmatrix} K_p \dot{\chi}^T \quad (4.116)$$

$$\dot{V}(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = -\dot{\chi}^T f_v(K_v, \dot{\chi}) - \dot{\chi}^T B \dot{\chi} \leq 0 \quad (4.117)$$

Debido a la naturaleza de la ecuación diferencial es autónoma y por lo tanto posibilita el análisis asintótico mediante el principio de invariancia de LaSalle en la región Ω . Por lo tanto se define: Ω , como sigue en $[\tilde{u} \ \tilde{v}]^T$, con \mathcal{R}^2 con $\dot{u}, \dot{v} = 0$ tal que $\dot{V}(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = 0$ sí sólo sí $\dot{u}, \dot{v} = 0$ definido en \mathcal{R}^2 .

Entonces concluye es teorema de LaSalle y se concluye estabilidad asintótica local del punto de equilibrio, Ω , como sigue en $[\tilde{u} \ \tilde{v}]^T$, con \mathcal{R}^2 con $\dot{u}, \dot{v} = 0$ tal que $\dot{V}(\dot{u}, \dot{v}, \tilde{u}, \tilde{v}) = 0$ sí sólo sí $\dot{u}, \dot{v} = 0$, $\tilde{u} = 0$, $\tilde{v} = 0$.

Demostrando primeramente la ecuación 4.93. El sistema en lazo cerrado que se puede escribir como se muestra en la ecuación 4.118. Con la respectiva propuesta de control como lo muestra la ecuación de la energía potencial artificial ecuación 4.120 y la función derivativa mostrada en la ecuación 4.121, donde $m \in \mathcal{R}$.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} R(\theta) C_R^T J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ M(\chi)^{-1} \left[K_p \begin{bmatrix} \tanh^{2m-1}(\tilde{u}) \\ \tanh^{2m-1}(\tilde{v}) \end{bmatrix} - K_v \begin{bmatrix} \operatorname{atan}^{2m-1}(\dot{u}) \\ \operatorname{atan}^{2m-1}(\dot{v}) \end{bmatrix} - C(\chi, \dot{\chi}) \dot{\chi} - B(\dot{\chi}) \right] \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

$$U_a(K_p, \tilde{\chi}) = \log(\cosh(\tilde{\chi}))^T K_p \Lambda \log(\cosh(\tilde{\chi})) \quad (4.119)$$

$$\nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) = \tanh(\tilde{\chi})^T K_p \Lambda \quad (4.120)$$

$$f_v(K_v, \dot{\chi}) = K_v \operatorname{atan}(\dot{\chi}) \quad (4.121)$$

Las propuesta de las ecuaciones 4.119, 4.120 y 4.121 cumplen con las ecuaciones 4.27 y 4.29, por lo que se prueba estabilidad asintótica local.

Demostrando primeramente la ecuación 4.94. El sistema en lazo cerrado que se puede escribir como se muestra en la ecuación 4.122. Con la respectiva propuesta de control como lo muestra la ecuación de la energía potencial artificial ecuación 4.120 y la función derivativa mostrada en la ecuación 4.121, donde $m \in \mathcal{R}$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_u \lambda}{\lambda + x_{c3}} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_v \lambda}{\lambda + x_{c3}} \end{bmatrix} R(\theta)_R^C J(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ M(\chi)^{-1} \left[K_p \begin{bmatrix} \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{u}) \operatorname{senh}(\tilde{u})}{1 + \cosh^m(\tilde{u})} \\ \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{v}) \operatorname{senh}(\tilde{v})}{1 + \cosh^m(\tilde{v})} \end{bmatrix} - K_v \begin{bmatrix} \frac{\cosh^{m-1}(\dot{u}) \operatorname{senh}(\dot{u})}{1 + \cosh^m(\dot{u})} \\ \frac{\cosh^{m-1}(\dot{v}) \operatorname{senh}(\dot{v})}{1 + \cosh^m(\dot{v})} \end{bmatrix} - C(\chi, \dot{\chi}) \dot{\chi} - B(\dot{\chi}) \right] \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

$$\mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) = \log(1 + \cosh(\tilde{\chi}))^T K_p \Lambda \log(1 + \cosh(\tilde{\chi})) \quad (4.123)$$

$$\nabla \mathcal{U}_a(K_p, \tilde{\chi}) = \frac{\cosh(\tilde{\chi}) \operatorname{senh}(\tilde{\chi})^T}{1 + \cosh(\tilde{\chi})} K_p \Lambda \quad (4.124)$$

$$f_v(K_v, \dot{\chi}) = K_v \frac{\cosh(\dot{\chi}) \operatorname{senh}(\dot{\chi})}{1 + \cosh(\dot{\chi})} \quad (4.125)$$

Las propuesta de las ecuaciones 4.123, 4.124 y 4.125 cumplen con las ecuaciones 4.27 y 4.29, por lo que se prueba estabilidad asintótica local.

4.10. Sintonía de ganancias

La sintonía de ganancias proporcional y derivativa del algoritmo de control es el procedimiento para encontrar los valores numéricos de cada ganancia que permitan obtener una respuesta adecuada en el robot manipulador. Generalmente la ecuación en lazo cerrado formado por la dinámica del robot y el algoritmo de control representan una ecuación diferencial de primer orden no lineal, por lo que procedimientos de sintonía empleados en sistemas lineales tales como Nyquist, Bode, lugar de raíces, entre otras, no se pueden aplicar a sistemas no lineales.

Por lo tanto, hoy en día para el problema de regulación o control de posición no existe una metodología científica para sintonizar las ganancias del controlador.

Los procedimientos actuales es en base a lo empírico, experiencia y prueba y error. Consiste en proponer valores iniciales a las ganancias y dependiendo de la forma de la respuesta del robot, se ajustan las ganancias hasta obtener una respuesta satisfactoria de acuerdo con los propósitos de control. Por tal, la experiencia del programador es fundamental para lograr una sintonía adecuada y satisfactoria.

4.11. Sintonía automática de ganancias

La auto sintonización es una nueva rama importante del control que está atrayendo cada vez mayor interés teórico y práctico. El objetivo del ajuste automático de ganancias es el control de los sistemas con constante desconocida o con pocos diferentes parámetros, por lo que el interés teórico se refiere a la estabilidad, el rendimiento y la convergencia de los algoritmos recursivos involucrados, mientras que el interés práctico se deriva de su potencial como un controlador de sencilla herramienta de puesta en marcha, como un método para controlar variables en el tiempo o de la planta no lineal en un rango de puntos de funcionamiento [76].

Para la propuesta de la sintonía automática de ganancias se emplea en modelo cartesiano del robot manipulador de 1 grado de libertad (péndulo robot). La motivación para el desarrollo de una propuesta de ganancia radica en que los controladores existentes en la literatura necesitan de un cálculo empírico del calculo de sus ganancias K_p y K_v . Las ganancias de los algoritmos de control son consideradas constantes pero el problema es encontrar esas constantes, es por eso que las propuestas de sintonía automática tienen un gran potencial.

De la ecuación 4.59 y la expresión de la ley fundamental del control cartesiano (ecuación 4.60), se presenta una propuesta de fuerza cartesiana f_x de la forma PD , como lo muestra la ecuación 4.126.

$$f_x = K_p \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} - k_v \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + g(x) \quad (4.126)$$

La ecuación 4.126 equivale a la ecuación 4.126 en relación con la equivalencia de la ecuación 4.2.

$$f_x = K_p (\tilde{\chi}) - k_v (\dot{\chi}) + g(\chi) \quad (4.127)$$

Se propone una ecuación de ganancia proporcional K_p en la ecuación 4.128.

$$K_p = K_p C \left[1 - \alpha \exp^{-\alpha(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)} \right] \quad (4.128)$$

Donde $k_p C$ equivale a una constante positiva, α es una constante positiva, \tilde{u} y \tilde{v} son las coordenadas en píxeles del plano.

O bien,

$$K_p = K_p C \left[1 - \alpha \exp^{-\alpha(\|\tilde{\chi}\|^2)} \right] \quad (4.129)$$

Realizando la derivada con respecto al tiempo de la ecuación 4.129 se obtiene la expresión 4.131. Se sabe que de la norma euclidiana [10], se denota por $\|\chi\|$ donde $\chi \in \mathcal{R}^n$ se define como:

$$\|\chi\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \chi_i^2} = \sqrt{\chi^T \chi} \quad (4.130)$$

De la ecuación 4.130 sólo se considera la parte positiva de la raíz cuadrada. Por lo tanto, la definición de K_p de la ecuación 4.128 puede reescribirse como la ecuación 4.131.

$$\begin{aligned} \dot{K}_p &= K_p C \left[1 - \alpha \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \right] \\ &= \left[K_p C - K_p C \alpha \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \right] \\ &= -K_p C \alpha \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \\ &= -\alpha(\dot{\tilde{\chi}}^T \tilde{\chi} + \tilde{\chi}^T \dot{\tilde{\chi}}) K_p C \alpha \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \\ &= -2\dot{\tilde{\chi}}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \end{aligned} \quad (4.131)$$

Por otra parte se tiene la propuesta de la función candidata de Lyapunov definida en la ecuación 4.132.

$$V(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) = \frac{1}{2} I_p \dot{\chi}^2 + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi}^2 \quad (4.132)$$

De la ecuación 4.132 se obtiene la derivada respecto al tiempo mostrada en la ecuación 4.133.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) &= \frac{1}{2} I_p \dot{\chi}^2 + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \ddot{\chi} + J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T \dot{K}_p \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \ddot{\chi} - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T \dot{K}_p \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \ddot{\chi} - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T \dot{K}_p \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \ddot{\chi} - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} + \frac{1}{2} J(\mathbf{q})^T [-2\dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})}] \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \ddot{\chi} - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} - J(\mathbf{q})^T \dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \tilde{\chi}^2 \\
&= I_p \dot{\chi} \left[\frac{J(\mathbf{q})^T}{I_p} (K_p \tilde{\chi} - K_v \dot{\chi} - \frac{I_p \hat{\alpha} \sigma}{2l\beta} - \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2}l}) \right] - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} - J(\mathbf{q})^T \dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \tilde{\chi}^2 \\
&= \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} - \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T K_v \dot{\chi} - \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{I_p \hat{\alpha} \sigma}{2l\beta} - \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2}l} - J(\mathbf{q})^T K_p \tilde{\chi} \dot{\chi} - J(\mathbf{q})^T \dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \tilde{\chi}^2 \\
&= -\dot{\chi} J(\mathbf{q})^T K_v \dot{\chi} - \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{I_p \hat{\alpha} \sigma}{2l\beta} - \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2}l} - J(\mathbf{q})^T \dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \tilde{\chi}^2 \\
&= - \left[\dot{\chi} J(\mathbf{q})^T K_v \dot{\chi} + \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{I_p \hat{\alpha} \sigma}{2l\beta} + \dot{\chi} J(\mathbf{q})^T \frac{b\sqrt{\sigma}}{\sqrt{2}l} + J(\mathbf{q})^T \dot{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \tilde{\chi}^2 \right]
\end{aligned} \tag{4.133}$$

Entonces la ecuación 4.133 cumple con el criterio de la ecuación 4.134.

$$\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) \leq 0 \tag{4.134}$$

La ecuación 4.133 que es la derivada temporal de la función de candidata Lyapunov es una función definida negativa de tal forma que se cumple, $\dot{V}(\dot{\chi}, \tilde{\chi}) < 0$ para todo $t \geq 0$.

La ecuación en lazo cerrado formada por el modelo dinámico de robot y el control propuesto para la sintonía automática de ganancias puede ser expresada en términos de variables de estado de la forma como lo muestra la ecuación 4.135.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \dot{\chi} \\ \check{K}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\chi} \\ \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right) \frac{l(\cos(\mathbf{q}) + \sin(\mathbf{q}))}{I} \left[J(\mathbf{q})^T [k_p \tanh(\tilde{\chi}) - k_v \tanh(\dot{\chi})] - \frac{I(\sin(\mathbf{q}) - \cos(\mathbf{q}))(\|\dot{\chi}\|^2)}{2l^2(\cos(\mathbf{q}) + \sin(\mathbf{q}))} - \frac{b\|\dot{\chi}\|}{\sqrt{2}l} \right] \\ \check{K}_p \end{bmatrix} \tag{4.135}$$

Reemplazando la ecuación 4.131 en la ecuación 4.135, se tiene la ecuación 4.136.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \dot{\chi} \\ \check{K}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\chi} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{l(\cos(\mathbf{q})+\sin(\mathbf{q}))}{I} \left[J(\mathbf{q})^T [k_p \tanh(\tilde{\chi}) - k_v \tanh(\dot{\chi})] - \frac{I(\sin(\mathbf{q})-\cos(\mathbf{q}))(\|\dot{\chi}\|^2)}{2l^2(\cos(\mathbf{q})+\sin(\mathbf{q}))} - \frac{b\|\dot{\chi}\|}{\sqrt{2}l} \right] \\ = -2\check{\chi}^T \tilde{\chi} K_p C \alpha^2 \exp^{-\alpha(\tilde{\chi}^T \tilde{\chi})} \end{bmatrix} \quad (4.136)$$

De la ecuación 4.136 se considera a $\check{K}_p = \text{diago}(K_p)$, para que pueda pertenecer a variable de estado.

Se define \tilde{K}_p como en la ecuación 4.137.

$$\tilde{K}_p = K_p - \check{K}_p \quad (4.137)$$

El análisis de la existencia y unicidad del punto de equilibrio $[\tilde{\chi}^T \quad \dot{\chi}^T \quad \check{K}_p^T] = [0^T \quad 0^T \quad 0^T]$.

- La primera componente de la ecuación en lazo cerrado $-\dot{\chi} = -1\dot{\chi} \iff \dot{\chi} = 0$.
- De los términos $\frac{I(\sin(\mathbf{q})-\cos(\mathbf{q}))(\|\dot{\chi}\|^2)}{2l^2(\cos(\mathbf{q})+\sin(\mathbf{q}))}$ pueden verse como $\frac{I(\sin(\mathbf{q})-\cos(\mathbf{q}))}{2l^2(\cos(\mathbf{q})+\sin(\mathbf{q}))}(\|\dot{\chi}\|^2)$ como I , l_1 son números positivos y por la característica de que las funciones \cos y \sin son funciones $\pi/2$ periódicas la única forma de que el término se anule es que $\|\dot{\chi}\|^2 = 0$. Como $\|\dot{\chi}\|^2$ esta elevada al cuadrado el único valor para que se la suma valga cero es que se cumpla:

$$\|\dot{\chi}\|^2 = 0 \iff 0\dot{\chi} = 0 \quad (4.138)$$

- El término fricción definido por b existe para e término $\frac{b\|\dot{\chi}\|}{\sqrt{2}l}$ visto como $\frac{b}{\sqrt{2}l_1}\|\dot{\chi}\|$ como b existe y l_1 es diferente de cero y es positivo entonces se cumple la siguiente expresión:

$$\frac{b}{\sqrt{2}l_1}\|\dot{\chi}\| \iff \dot{\chi} = 0 \quad (4.139)$$

- Las ganancias K_p es descrita por la ecuación $\check{K}_p = \text{diago}(K_p)$ y k_v son números positivos reales, por lo tanto, los términos $\tanh(\tilde{\chi})$ y $k_v \tanh(\dot{\chi})$ donde la función \tanh es nula cuando su argumento es nulo, es decir que:

$$\tanh(\tilde{\chi}) = 0 \iff \tilde{\chi} = 0 \quad (4.140)$$

$$\tanh(\dot{\chi}) = 0 \iff \dot{\chi} = 0 \quad (4.141)$$

- $K_p C$ y α son constantes positivas y diferentes de cero.

Por lo tanto, el punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado es único y existe.

De la ecuación 4.132 cumple con ser una función definida positiva y la derivada temporal 4.133 de la función energía es negativa o igual a cero, por lo tanto se cumplen con los criterios de la estabilidad de Lyapunov y se demuestra estabilidad local del punto de equilibrio por la existencia del jacobiano en el modelo.

Resultados experimentales

5.1. Introducción

En esta sección se plasman los resultados experimentales en la plataforma robótica ROTRADI. Los algoritmos fueron escritos en lenguaje C y ejecutados en la tarjeta de control MFIO-3A a un período de muestreo de 2.5 ms, en una computadora de procesador pentium ll. Por otro lado, el lazo de control visual fue procesado por una computadora con Windows XP a 7.4899 imágenes por segundo, usando la técnica de la Transformada de Hough para el reconocimiento de características del ambiente. La resolución de imagen para el sistema de visión provista por la cámara web para el procesamiento de imágenes fue de 640×480 píxeles. De las cámaras usadas en los experimentos, una corresponde al modelo Ateck ATW-750 con iluminación led y al modelo Seisa con brazo flexible. La cámara Ateck ATW-750 se muestra en la imagen 5.1(a), y la cámara Seisa con micrófono y brazo flexible se ilustra en la imagen 5.1(b).



(a) Cámara web que se usó para los experimentos en configuración cámara fija montada en un tripode.



(b) Cámara web con micrófono flexible que se usó durante los experimentos fijada en el techo.

Figura 5.1: Cámaras web usadas durante los experimentos.

5.2. Protocolo de comunicación

El protocolo de comunicación es muy importante para la transmisión de datos de la computadora del procesamiento de imágenes a la computadora del robot experimental. Se realizó la comunicación de la computadora del procesamiento de imágenes con la computadora de control del robot experimental ROTRADI, mediante el puerto paralelo, como se muestra en la figura 5.2, teniendo comunicación satisfactoria y sin pérdida de datos mediante la implementación del protocolo de comunicación realizado en un script de MATLAB®.



Figura 5.2: En la imagen se muestra la comunicación de las dos computadoras, la de procesamiento y control por medio del cable paralelo en conjunto con su protocolo de comunicación.

Se le llama paralelo, porque permite el envío de datos, en conjuntos simultáneos de 8 bits. Es un conector semitrapezoidal de 25 terminales, que permite la transmisión de datos desde un dispositivo externo (periférico), hacia la computadora.

Han existido hasta este momento, tres versiones básicas del puerto paralelo, pero es importante agregar que son físicamente idénticas y únicamente lo que varía son las prestaciones:

- Modo SPP: significa *Standar Parallel Port* (puerto paralelo estándar). Permite una velocidad de transferencia entre 150 KiloBytes/segundo (KB/s) a 500 KB/s.
- Modo EPP: significa *Enhanced Parallel Port* (puerto paralelo mejorado). Se diseñó para leer y escribir a la velocidad del bus ISA alcanzando velocidades de transferencia de hasta 1 MB/s. Permite la comunicación bi-direccional entre la computadora y el dispositivo (IEEE1284) y es compatible con SPP. Permite una velocidad de transferencia entre 500 KiloBytes/segundo (KB/s) a 2 MegaBytes/segundo (MB/s).

- Modo ECP: significa *Enhanced Capabilities Port* (puerto de capacidad mejorada). Posee capacidad DMA *Direct Memory Access* ó capacidad directa para envío de datos hacia la memoria RAM, lo que reduce el tiempo de respuesta; supera la transferencia de 1 MegaByte/segundo (MB/s) y permiten la emulación de otros modos cuando sea necesario. Permite la comunicación bi-direccional entre la computadora y el dispositivo (IEEE1284), además es compatible con SPP y EPP.

La computadora que tiene acoplada la plataforma experimental ROTRADI I usa el puerto paralelo SPP, se sabe que la transmisión de datos por el puerto es de $150 \frac{KBytes}{segundo}$. Se sabe que 1 *Byte* equivale a 8 *bits* y un *KByte* equivale a 1000 *Bytes* o a 8000 *bits*. Para el protocolo de comunicación es necesario convertir cada variable en un número punto flotante de 32 *bits*. Para los experimentos es necesario enviar 9 variables (para el caso máximo de número de variables en que se tenga los tres grados de libertad del robot trabajando) y son denotadas por: $u, v, w, up, vp, wp, Q1, Q2, Q3$. Entonces si cada variable es un número en punto flotante de 32 *bits*, se tienen $32 \times 9 = 288$, entonces se tienen 288 *bits* necesarios para retroalimentar el controlador.

Por protocolo del puerto paralelo, para enviar una variable es necesario descomponer el número en punto flotante de 32 *bits* en nibbles, ya que para que la variable sea reconocida por la computadora del robot recibe nibble a nibble de la variable y el protocolo necesita un nibble de activación entre cada nibble para indicarle cuando un nibble va a enviarse y sea guardado, por lo tanto, los nibbles a enviar ascienden al doble y ahora se deben enviar 576 *bits*. Asimismo, para que la variable sea guardada en una localidad de memoria específica, se debe enviar una dirección antes de enviar cada variable y así la computadora del robot sepa donde colocarla ya que esta recibiendo la variable. Cada dirección necesita un nibble de valor más otro de indicador de envío y ya que son 9 variables a enviar, entonces se multiplica $8 \times 2 = 18$ *nibbles* que se adhieren, entonces esos 18 *nibbles* equivalen a 72 *bits* dando un total a enviar $576 + 72 = 648$ *bits*.

Siguiendo, se sabe que la plataforma experimental trabaja a un 2.5 *ms* y la velocidad de transmisión del puerto paralelo es de $150 \frac{KBytes}{segundo}$ entonces es necesario sacar la velocidad de transmisión en $\frac{bits}{ms}$, realizando las conversiones respectivas se tiene que el puerto transmite a $18.75 \frac{bits}{ms}$.

Sabiendo que necesito enviar 648 *bits* a una velocidad permitida por mi puerto de $18.75 \frac{bits}{ms}$, entonces, necesito 34.56 *ms* necesarios para enviar a la computadora del robot todas las variables, es decir, necesito 13.824 ciclos de 2.5 *ms*, sin olvidar el tiempo de activación del puerto paralelo con el software. Con este retraso en la comunicación nuestro sistema es a lo que se denomina en la literatura como sistemas con retardo en la retroalimentación.

5.3. Control en base a imágenes

El esquema tradicional para abordar el problema de control empleando retroalimentación visual en configuración cámara fija se denomina “mira y mueve”. Esta propuesta consiste en en “mirar” opera como un lazo exterior usando la información visual para encontrar la posición del objeto en coordenadas articulares a través de la cinemática inversa, después la propuesta consiste en “mover”, que emplea las posiciones deseadas determinadas de la primera fase como referencias para un controlador en coordenadas cartesianas.

En los humanos, cuando miramos un estímulo visual, no sólo lo vemos, además, rastreamos el estímulo con movimientos oculares. Estos movimientos no son aleatorios, sino que tienden a centrar la atención en características importantes y distintas. Se tiene la capacidad de reconocer objetos y de

responder a la información visual. La información visual puede proceder de localizaciones específicas en el espacio, esta información nos permite dirigir nuestros movimientos hacia los objetos en el espacio y asignarles un significado. Sin embargo, la localización no tiene una característica unitaria, los objetos tienen localización relativa a un individuo (espacio egocéntrico) como entre sí (espacio allocéntrico) [1]. El espacio visual egocéntrico es fundamental para el control de nuestras acciones hacia los objetos, por lo contrario, el espacio allocéntrico de los objetos son necesarios para construir un recuerdo de la localización espacial. Con esta información las áreas motoras y premotoras del cuerpo humano forman parte de un sistema funcional que controla directamente el movimiento.

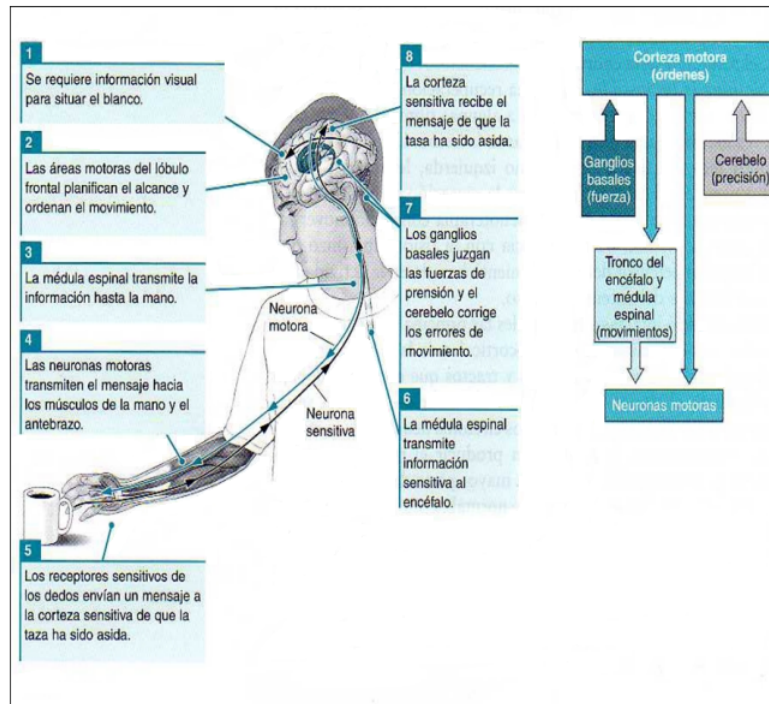


Figura 5.3: Control de movimiento en base a imágenes (función en humanos) [1].

En analogía al control de movimiento en base a imágenes en humanos, que funciona de manera natural, el control de movimiento en base a imágenes aplicado a robots manipuladores tiene su motivación, de tal manera que las máquinas adquieren mayor poder de autonomía. El problema de control para el esquema de cámara fija consiste en encontrar los pares aplicados de tal forma que la proyección del extremo final alcance la posición deseada sobre el plano de la imagen.

5.3.1. Robot de 1 grado de libertad

El robot de 1 grado de libertad (péndulo robot) es una planta vigente debido a su dinámica no lineal y sus aplicaciones prácticas, lo que se convierte en un sistema de estudio clave en propósitos de investigación científica, didáctica y pedagógica.

Los experimentos en un robot de 1 grado de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por

control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 90^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 229$, $v = -238$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 370$, $v = -305$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 0.8$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 0.8$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.16$ y $k_{v2} = 0.16$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el péndulo de las ecuaciones 4.65.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada (\tilde{u}, \tilde{v}) , respectivamente se muestran en la figura 5.4(a) y 5.4(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 0$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 2$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 3 segundos después de iniciado el experimento.

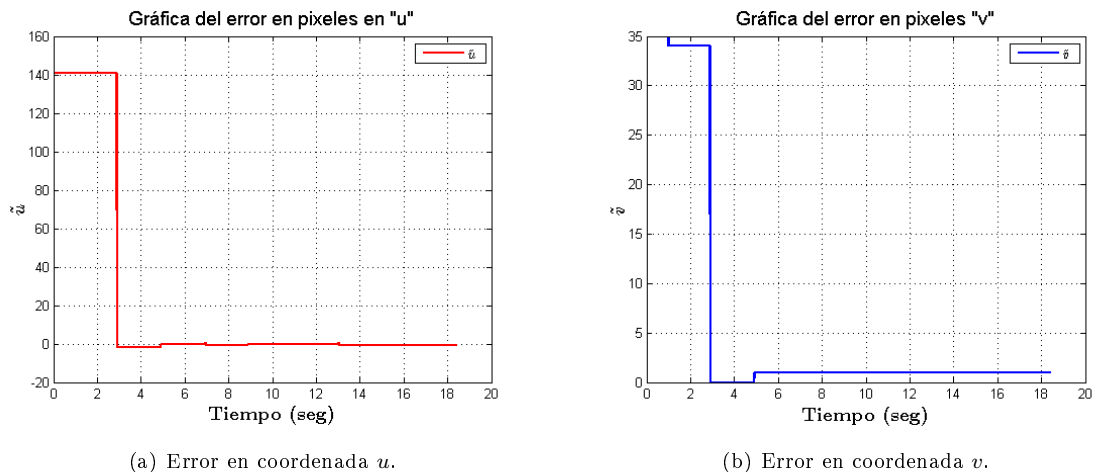


Figura 5.4: Gráfica del error en la coordenada (u, v) del controlador visual aplicado a un péndulo robot.

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.5(a), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada (u, v) simultáneas se muestra en la figura 5.5, durante el experimento ambas tienden a ser nulas.

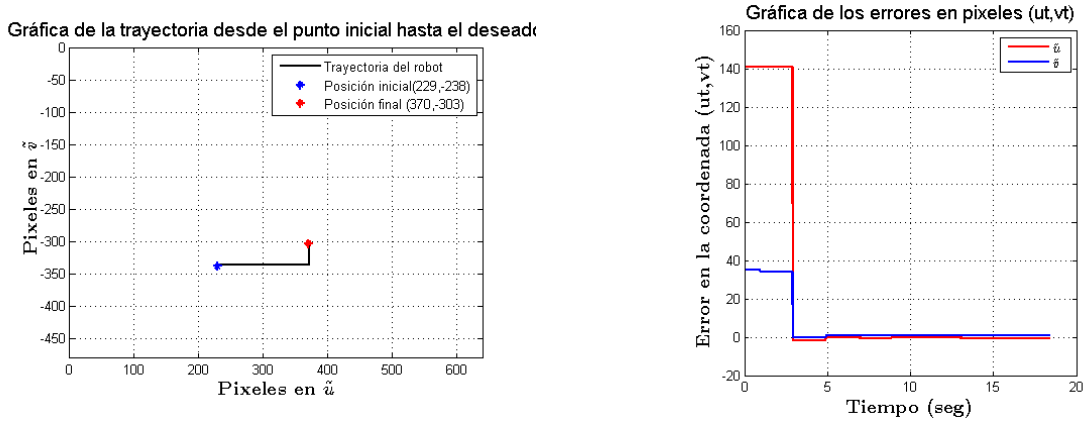
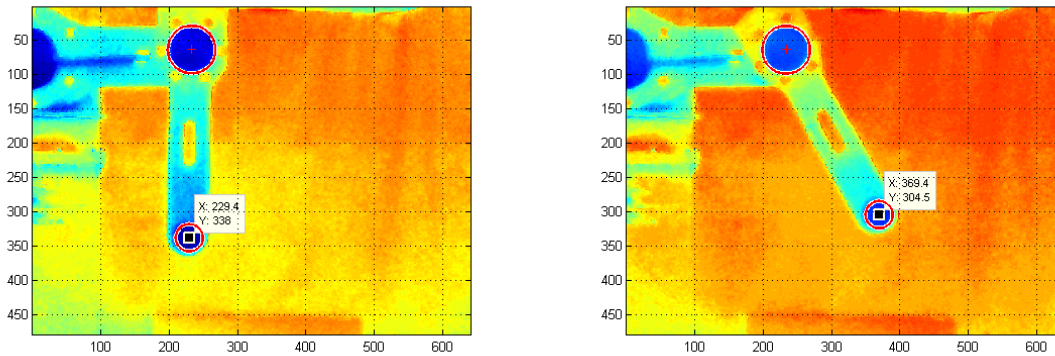
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas (u, v) conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.5: Gráfica de los resultados experimentales.

El procesamiento de imágenes consiste en detectar los marcadores en forma de círculos color negro y localizar su centro geométrico ubicados en el extremo final y en el servo motor del codo del robot final y en el manipulador. El marcador del extremo final mide 7cm de diámetro y el ubicado en el codo del robot mide 12cm de diámetro. La figura 5.6(a) muestra el resultado del procesamiento de una imagen en la posición inicial del experimento. La figura 5.6(b) muestra el resultado del procesamiento de una imagen en la posición final del experimento.

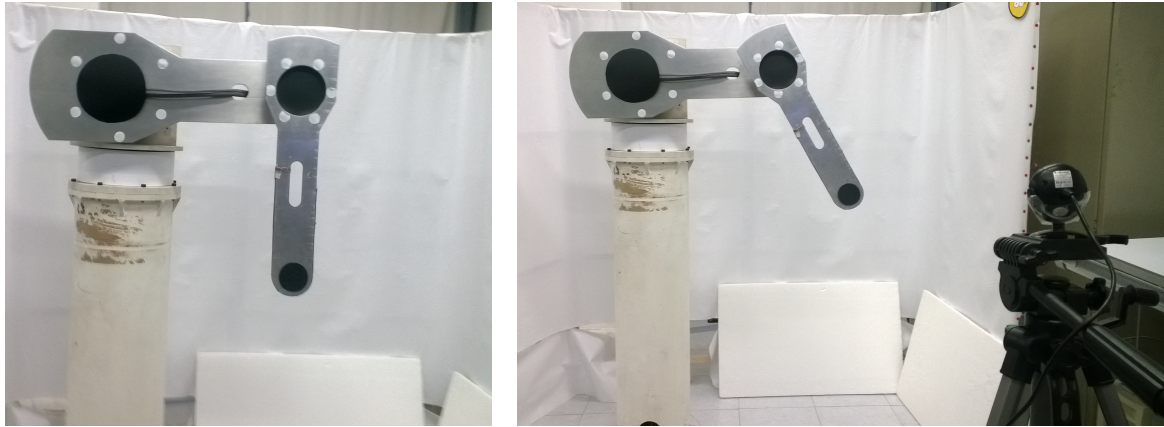


(a) Posición inicial del péndulo robot durante el experimento.

(b) Posición final del péndulo robot durante el experimento.

Figura 5.6: Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.

En la figura 5.7(a) se muestra el brazo robótico en configuración péndulo robot en la fase inicial del experimento, por otro lado, en la figura 5.7(b) se muestra el brazo robótico en configuración péndulo robot en la fase final del experimento, se muestra el instante en que el brazo robótico se encuentra en la posición deseada.



(a) Posición inicial del péndulo robot durante el experimento.

(b) Posición final del péndulo robot durante el experimento.

Figura 5.7: Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.

Durante el experimento se tiene la acción de la cámara en posición cámara fija, computadora de la cámara, computadora del robot y la plataforma robótica como se observa en la figura 5.8.

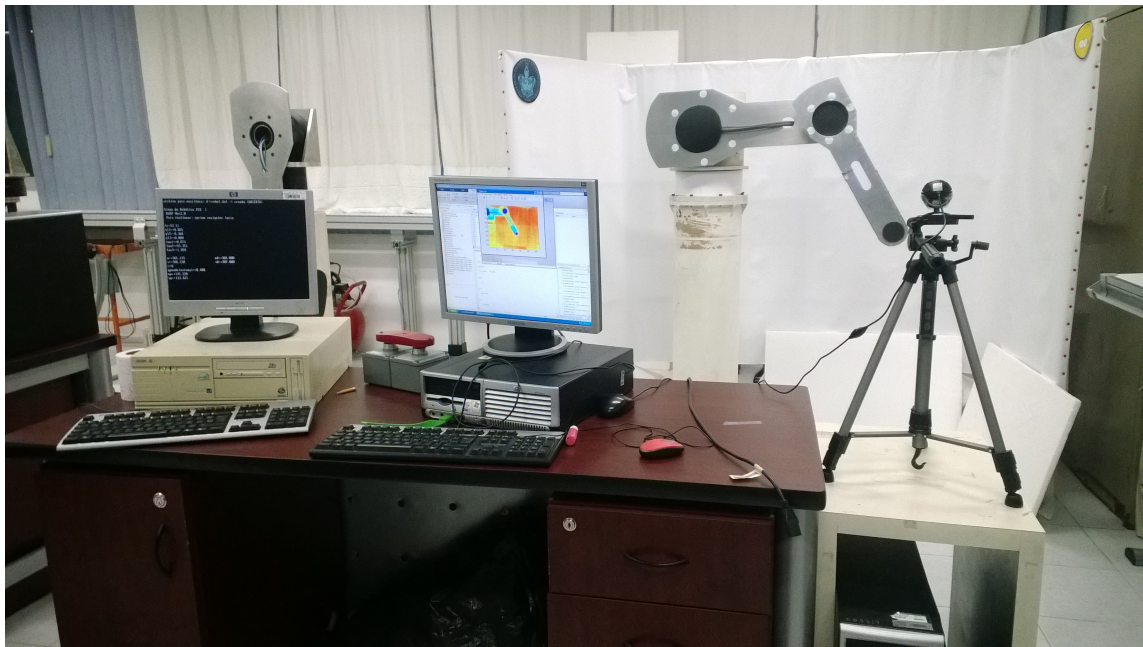


Figura 5.8: El péndulo robot en la coordenada deseada (durante un experimento).

Comparando el control visual del en base al $\tanh(\tilde{\chi})$ con el control PD ampliamente conocido en la literatura para propósitos de comparación. Los experimentos en un robot de 1 grado de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo del la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 90^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 221$, $v = -351$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 298$, $v = -339$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 0.06$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 0.06$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.10 * k_{p11}$ y $k_{v2} = 0.10 * k_{p22}$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el péndulo de las ecuaciones 4.65.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.9(a) y 5.9(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 4$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 0$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 2 segundos después de iniciado el experimento.

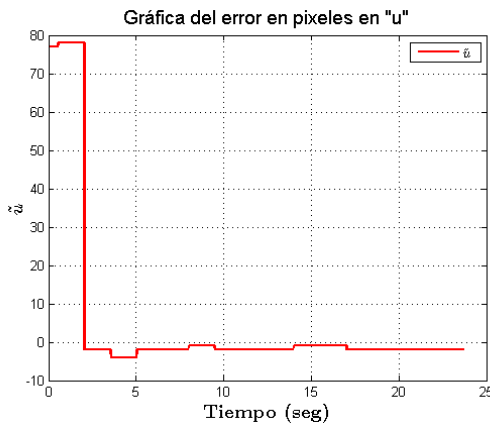
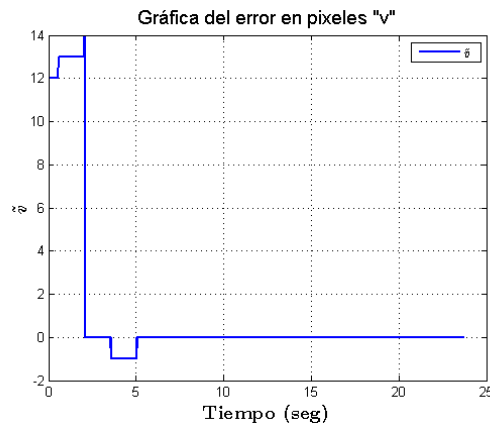
(a) Error en coordenada u .(b) Error en coordenada v .

Figura 5.9: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.

Durante el experimento los torque τ_1 y τ_2 evolucionaron como lo muestran las gráficas de las figuras 5.10(a) y 5.10(b), respectivamente.

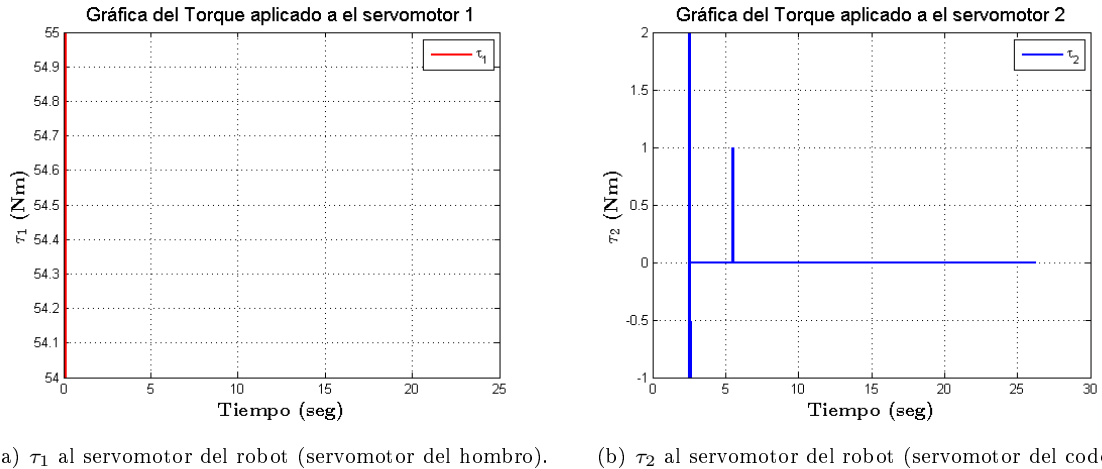


Figura 5.10: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.11(a), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada (u, v) simultáneas se muestra en la figura 5.11(b), durante el experimento ambas tienden a ser nulas.

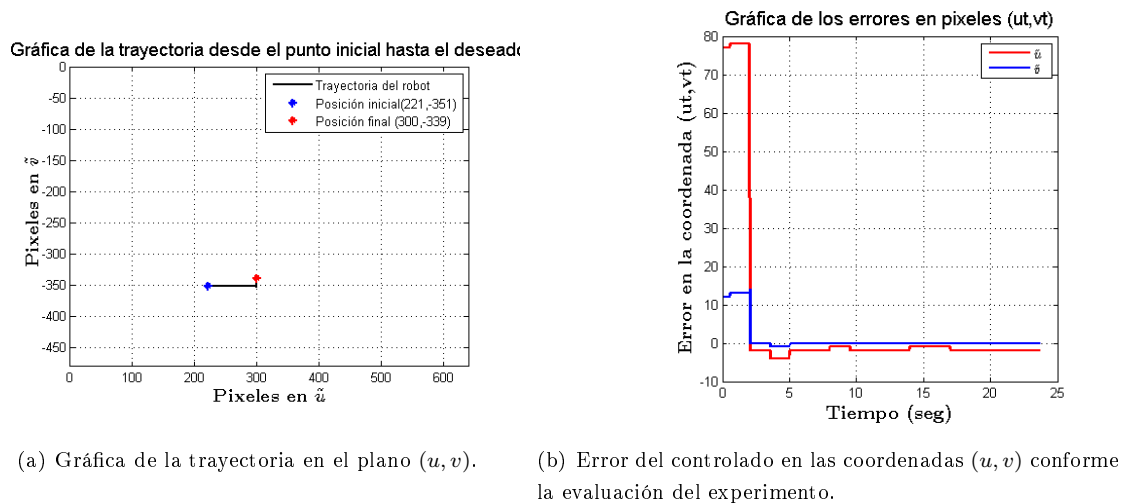


Figura 5.11: Gráfica de los resultados experimentales.

Comparando el controlador en base a $\tanh(\chi)$ contra el PD , la sintonía del controlador tangente fue realizada empíricamente pero de rápida sintonización los errores en los píxeles fueron de 2 píxeles en cambio para el control PD los errores en fueron de 4 píxeles y la sintonización fue complicada para alcanzar esos resultados.

5.3.2. Propuesta automática de ganancias

En este apartado se presentan los experimentos con la propuesta de sintonía automática para la ganancia K_p como se planteo en la ecuación 4.133.

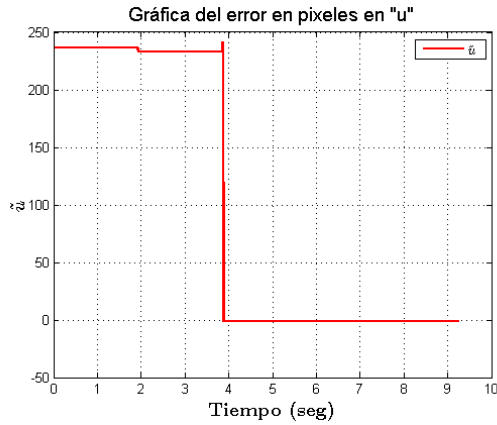
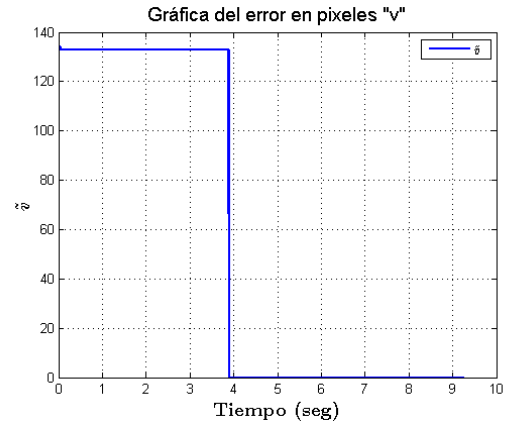
Se realizan los experimentos con un robot tipo péndulo con el diseño de un controlador con sintonía automática lo conocido como *auto – tuning*. Se analizan las respuestas y la evolución del experimento durante la puesta en marcha de la propuesta.

Los experimentos en un robot de 1 grado de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo del la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual.

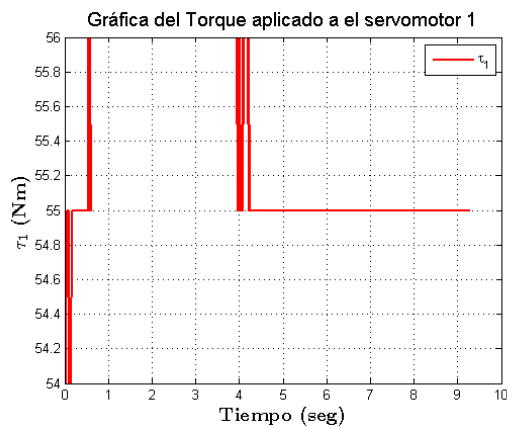
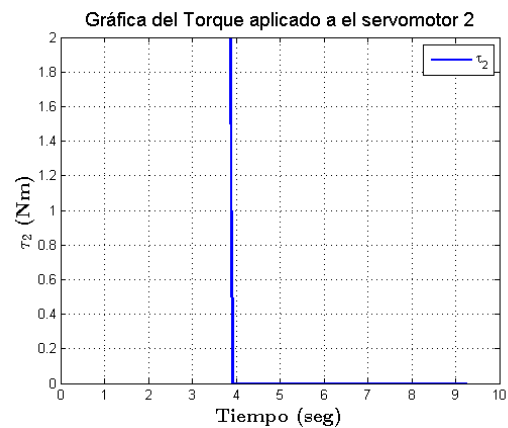
Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 90^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 185$, $v = -365$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 421$, $v = -231$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = KP_a$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = KP_a$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.10 * k_{p11}$ y $k_{v2} = 0.10 * k_{p22}$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el péndulo de las ecuaciones 4.133.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.12(a) y 5.12(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 0$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 0$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 4 segundos después de iniciado el experimento.

(a) Error en coordenada u .(b) Error en coordenada v .Figura 5.12: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.

Durante el experimento los torque τ_1 y τ_2 evolucionaron como lo muestran las gráficas de las figuras 5.13(a) y 5.13(b), respectivamente.

(a) τ_1 al servomotor del robot (servomotor del hombro).(b) τ_2 al servomotor del robot (servomotor del codo).Figura 5.13: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.14(a), donde se ve el punto coordinado inicial y el punto coordinado final. La gráfica de los errores en la coordenada u , v simultáneas se muestra en la figura 5.14(b), durante el experimento ambas tienden a ser nulas.

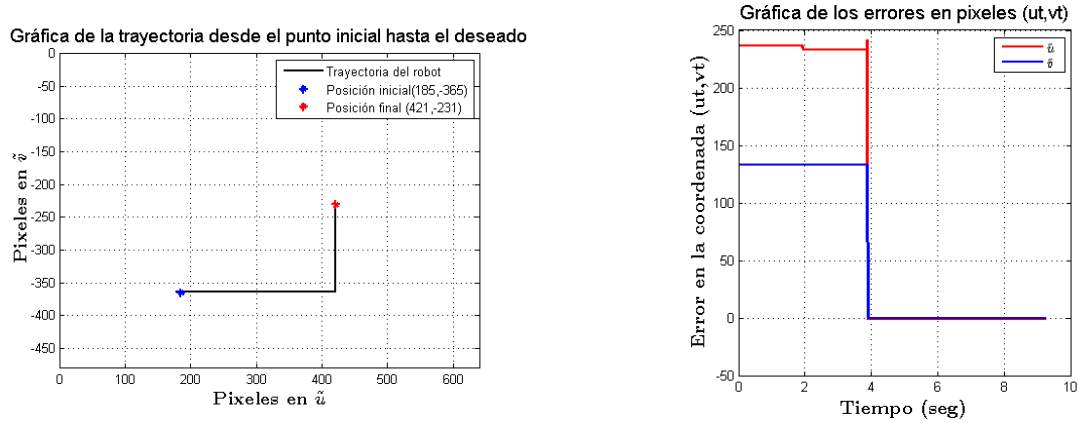
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas u y v conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.14: Gráfica de los resultados experimentales.

Comparación con el pd autosintonizado. Comparación con ganancia fija y misma propuesta de autosintonía.

Los experimentos en un robot de 1 grado de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 90^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 221$, $v = -351$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 0^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 300$, $v = -346$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 0.5$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 0.5$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.10 * k_{p11}$ y $k_{v2} = 0.10 * k_{p22}$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el péndulo de las ecuaciones del controlador *PD*.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.

- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.15(a) y 5.15(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 3$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 1$ [píxel]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 4 segundos después de iniciado el experimento.

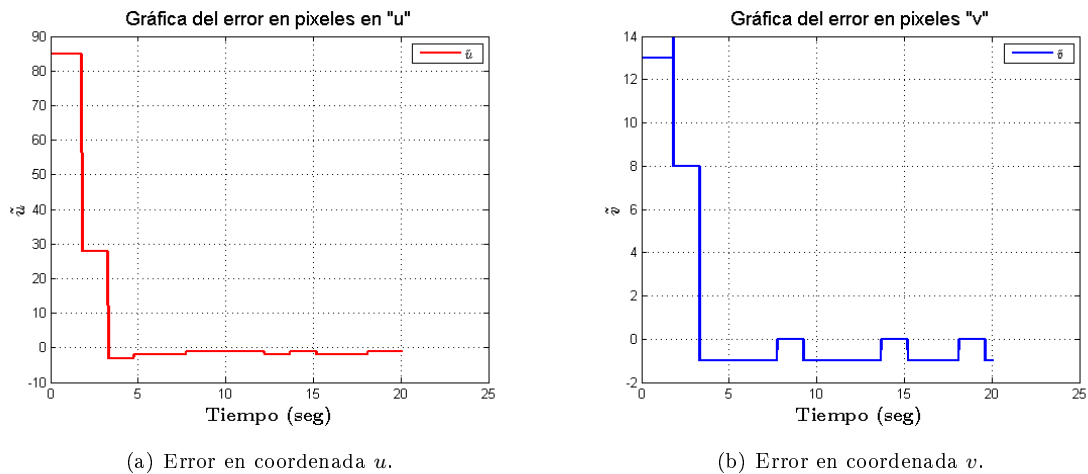


Figura 5.15: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador visual aplicado a un péndulo robot.

Durante el experimento los torque τ_1 y τ_2 evolucionaron como lo muestran las gráficas de las figuras 5.16(a) y 5.16(b), respectivamente.

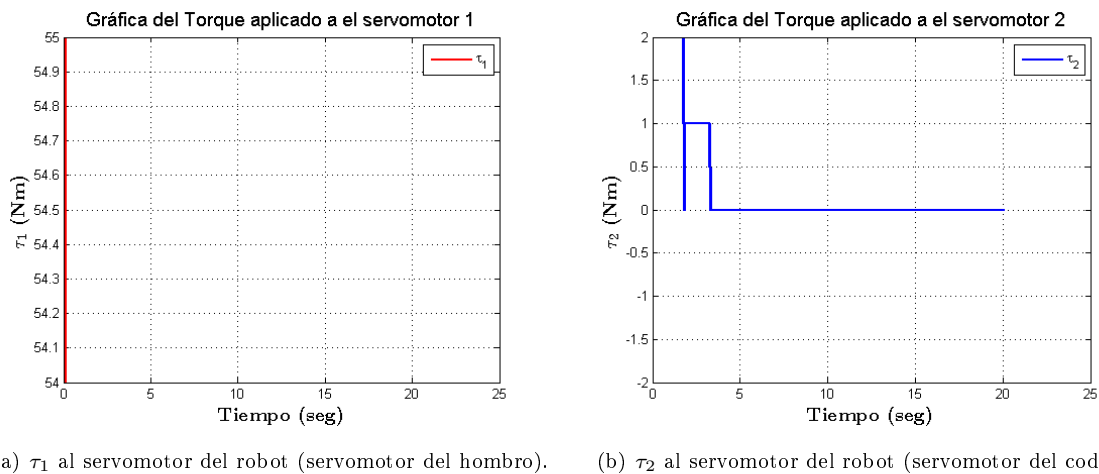


Figura 5.16: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.17(a), donde se ve el punto coordinado inicial y el punto coordinado final. La gráfica de los errores en la coordenada

u , v simultáneas se muestra en la figura 5.17(b), durante el experimento ambas tienden a ser nulas.

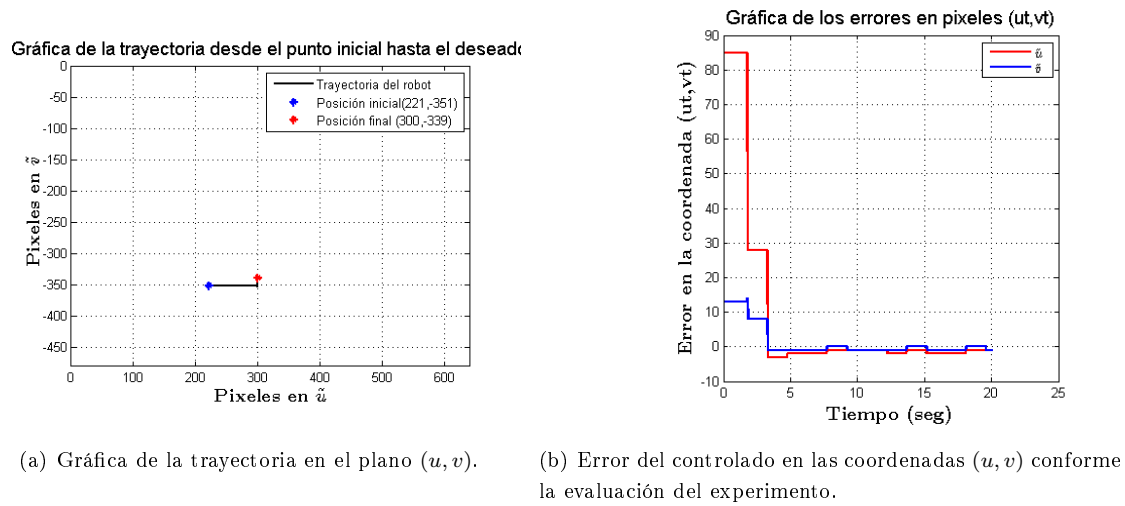


Figura 5.17: Gráfica de los resultados experimentales.

En la figura 5.18(a) se muestra el brazo robótico en configuración péndulo robot en la fase inicial del experimento, por otro lado, en la figura 5.18(b) se muestra el brazo robótico en configuración péndulo robot en la fase final del experimento, se muestra el instante en que el brazo robótico se encuentra en la posición deseada.

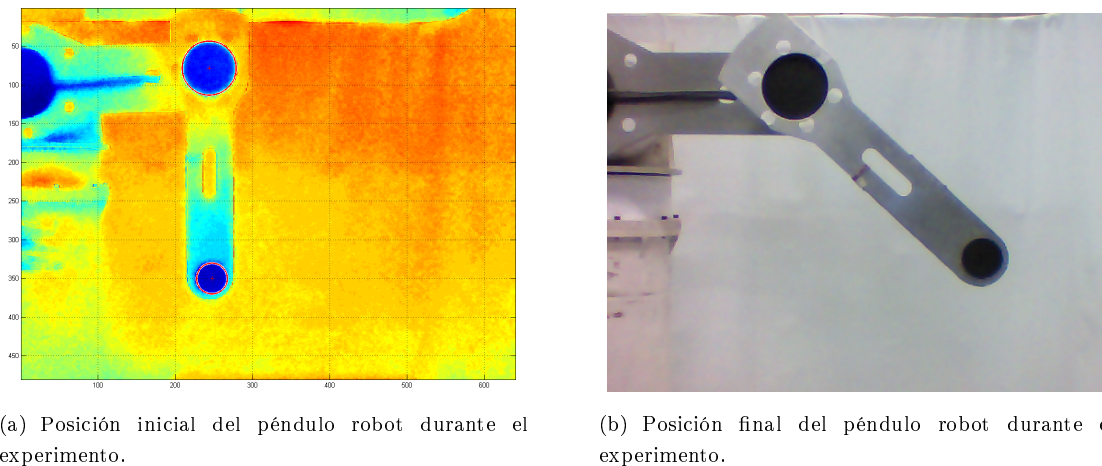


Figura 5.18: Imágenes del instante durante control de la plataforma robótica.

Durante el experimento se tiene la acción de la cámara en posición cámara fija, computadora de la cámara, computadora del robot y la plataforma robótica como se observa en la figura 5.19.

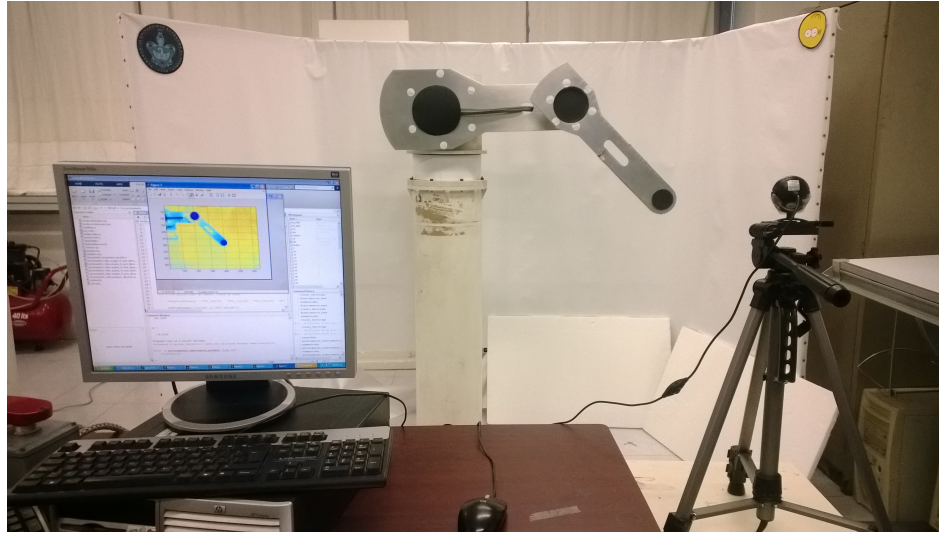


Figura 5.19: Péndulo robot en la posición deseada durante un experimento.

5.3.3. Robot de 2 grados de libertad

Para los experimentos en un robot de 2 grados de libertad, se usa la plataforma robótica ROTRADI I de manera que la articulación de la base se queda sin movimiento y sólo se controla en codo y el hombro, es decir, q_2 y q_3 . De manera esquemática se observa en la figura 5.20 la posición del la plataforma robótica experimental con los marcadores colocados en el extremo final, codo y hombro en relación con el sistema de visión compuesta por una cámara web de la marca Ateck conectada a la computadora encargada de la adquisición, procesamiento de imágenes y reconocimiento de características. La computadora del procesamiento tiene el software MATLAB[®] sobre el cual se encuentra el algoritmo programado.



Figura 5.20: Representación gráfica de la posición cámara fija para un robot planar.

Los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control híbrido ya que se usa la información de los sensores internos del robot para la ubicación articular de \mathbf{q}_2 y \mathbf{q}_3 . El experimento consiste primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición mediante la retroalimentación de información visual únicamente del extremo final del último eslabón.

El procesamiento de imágenes en este experimento se hace en base a la ubicación de los píxeles en negro usando un iris artificial durante el procesamiento, es decir, en base a la intensidad de niveles de gris de la imagen. El cálculo del centro geométrico del marcador ubicado en el extremo final del último eslabón se hace por ecuaciones matemáticas después de obtener las sumatorias de píxeles en cada coordenada de la imagen generada por la cámara.

Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 40^\circ$, $q_3(0) = 45^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 125$, $v = -193$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 130$, $v = -150$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 5.0$, $k_{p12} = 0.2$, $k_{p21} = 0.2$ y $k_{p22} = 3.0$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.05$ y $k_{v2} = 0.05$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se toman de los sensores (encoders).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuaciones del controlador de la propuesta mostrada en la ecuación 4.92.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Los resultados experimentales se presentan a continuación, en la figura 5.21(a) tenemos el error en píxeles u , en la figura 5.21(b) tenemos el error en v del controlador, y en la figura 5.23(b) mostramos el error del controlador considerando el error de u y el error de v en la misma gráfica, donde los errores parecen estar estables muy cerca del valor nulo, sin embargo aún no son los deseados ya que se considera una diferencia considerable.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.21(a) y 5.21(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 0$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 4$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a 1 segundo después de iniciado el experimento.

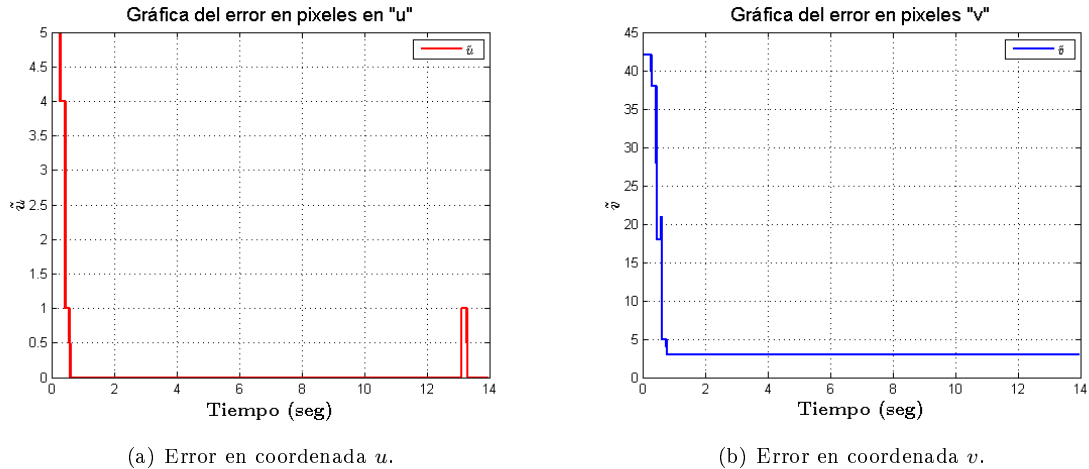


Figura 5.21: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.22(a) y figura 5.22(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.23(a) se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

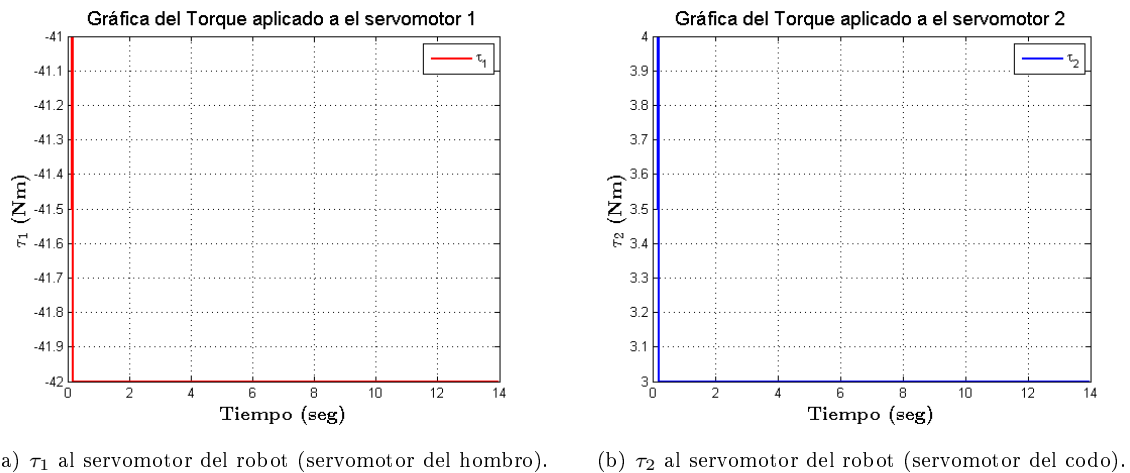


Figura 5.22: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.23(a), donde se ve el punto coordinado inicial y el punto coordinado final. La gráfica de los errores en la coordenada u, v simultáneas se muestra en la figura 5.23(b), durante el experimento ambas tienden a ser nulas, el error en la coordenada u es absolutamente cero, sin embargo en la coordenada v el error es de 4 [píxeles]. Con los resultados se concluye que el experimento responde rápido y el error se aproxima mucho a anularse, lo que quiere decir que la posición deseada es casi alcanzada.

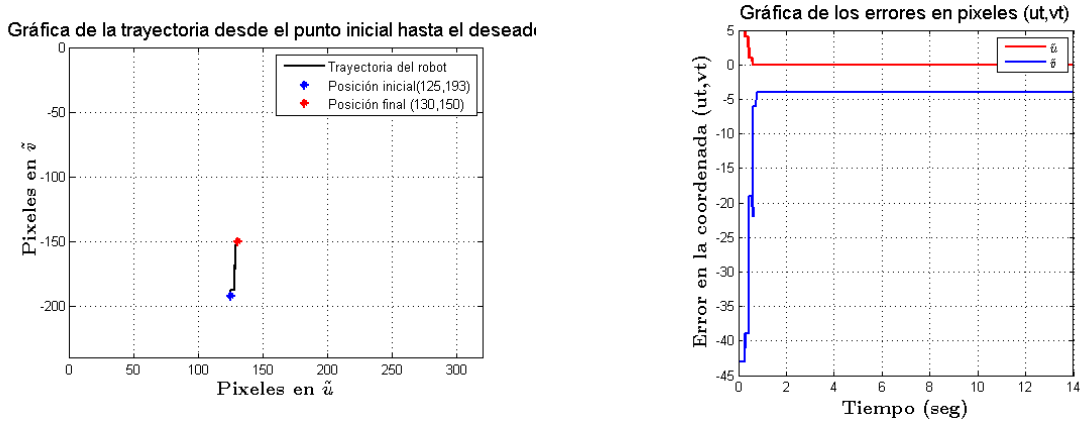
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas (u, v) conforme la evaluación del experimento.

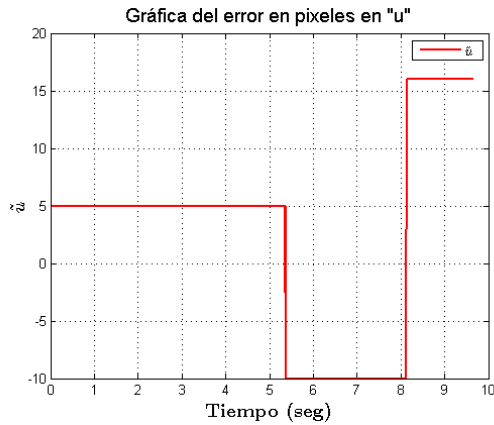
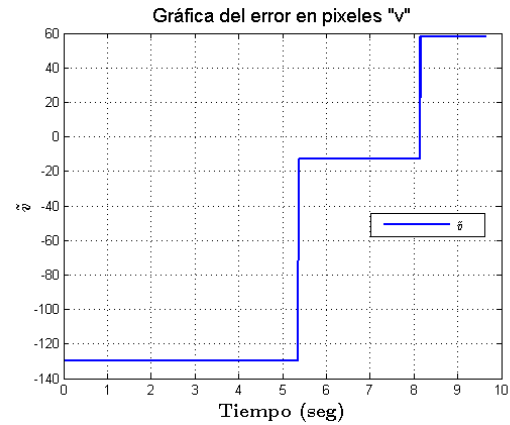
Figura 5.23: Gráfica de los resultados experimentales.

Los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. El procesamiento de imagen para los próximos experimentos es en base a la Transformada de Hough.

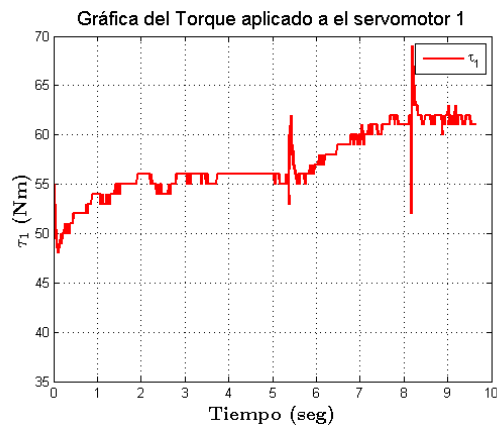
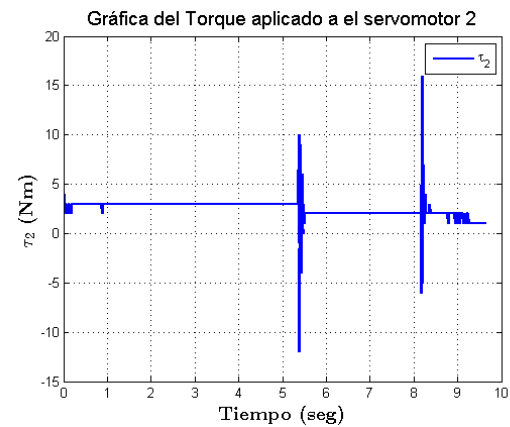
Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 375$, $v = -500$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 450$, $v = -250$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 4.0$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 2.5$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.35$ y $k_{v2} = 0.35$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.92.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.24(a) y 5.24(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 17$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 59$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 1 segundo después de iniciado el experimento.

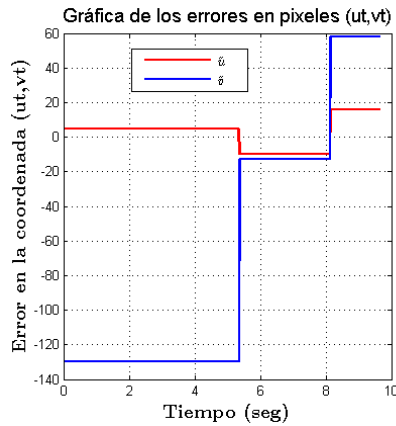
(a) Error en coordenada u .(b) Error en coordenada v .Figura 5.24: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.25(a) y figura 5.25(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.23(a) se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento. Los torques se comportan en función de los errores, se ve el mal desempeño de las sintonías para el controlador.

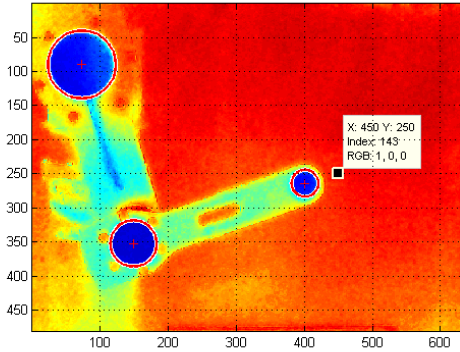
(a) τ_1 al servomotor del robot (servomotor del hombro).(b) τ_2 al servomotor del robot (servomotor del codo).Figura 5.25: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.26(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u , v simultáneas se muestra en la figura 5.26, durante el experimento ambas tienden a ser no ser nulas. Con los resultados se concluye que el experimento responde rápido y el error no se aproxima a ser nulo

y por consecuencia la coordenada deseada nunca es alcanzada de manera asintótica. Esto debido a la sintonía equivocada de ganancias dentro del modelo de control y a la lejanía de la posición deseada respecto a la posición inicial.



(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .



(b) Error del controlado en las coordenadas (u, v) conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.26: Gráfica de los resultados experimentales.

Siguiendo con los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 565$, $v = -362$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 555$, $v = -165$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 1.5$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 2.0$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.35$ y $k_{v2} = 0.35$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.92.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.27(a) y 5.27(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = -3$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 0$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 5 segundos después de iniciado el experimento.

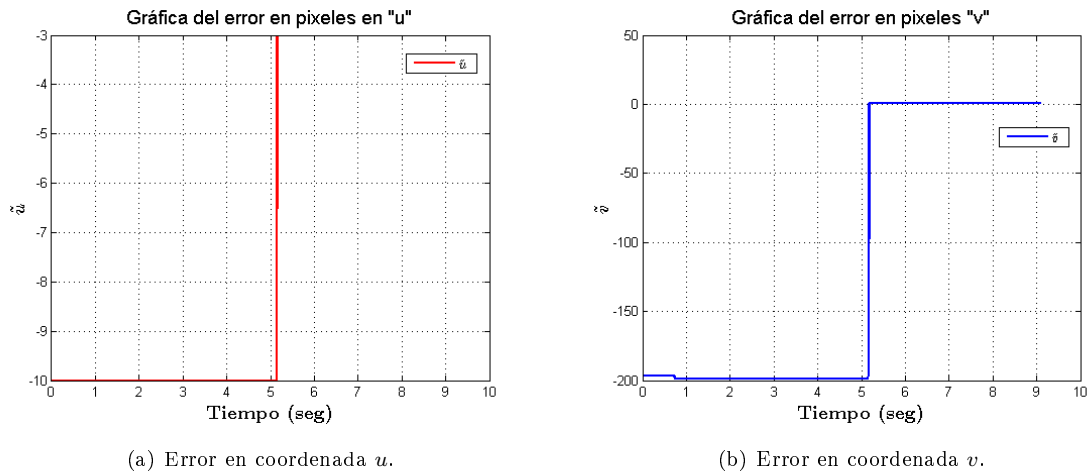


Figura 5.27: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.28(a) y figura 5.28(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.29 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

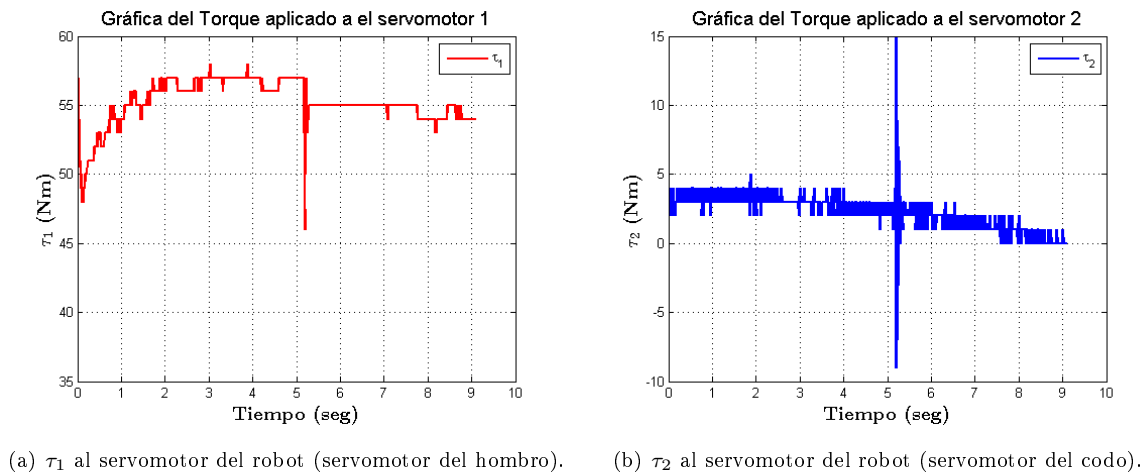


Figura 5.28: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.29(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u , v simultáneas se muestra en la figura 5.29(a), durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

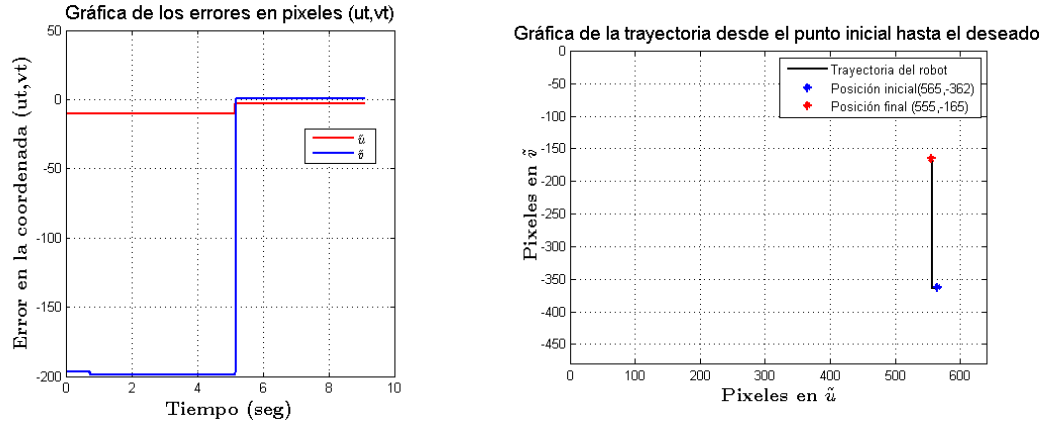
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas u y v conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.29: Gráfica de los resultados experimentales.

Los experimentos continúan en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por control visual se enlistan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 564$, $v = -364$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 610$, $v = -240$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 6.2$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 3.5$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.50$ y $k_{v2} = 0.50$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimentan desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de la ecuación 4.93.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.4(a) y 5.4(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 14$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 150$ [píxeles].

Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 6 segundos después de iniciado el experimento.

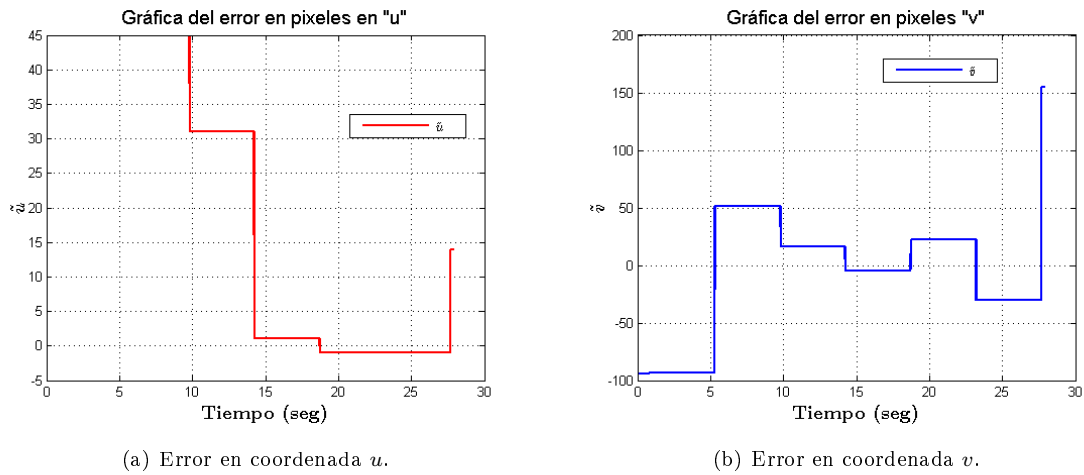
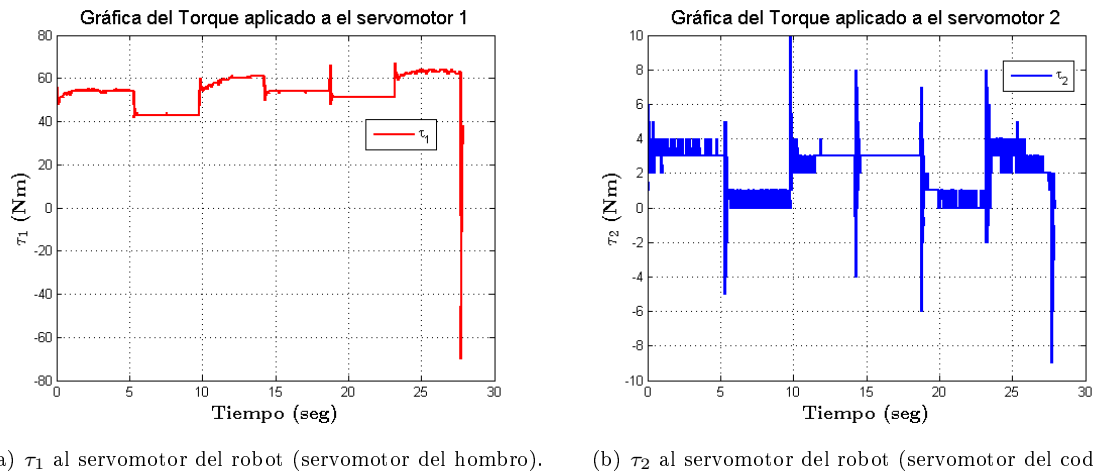


Figura 5.30: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.31(a) y figura 5.31(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figuras 5.32 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento. Los torques se comportan en función de los errores, se ve el mal desempeño de las sintonías para el controlador.

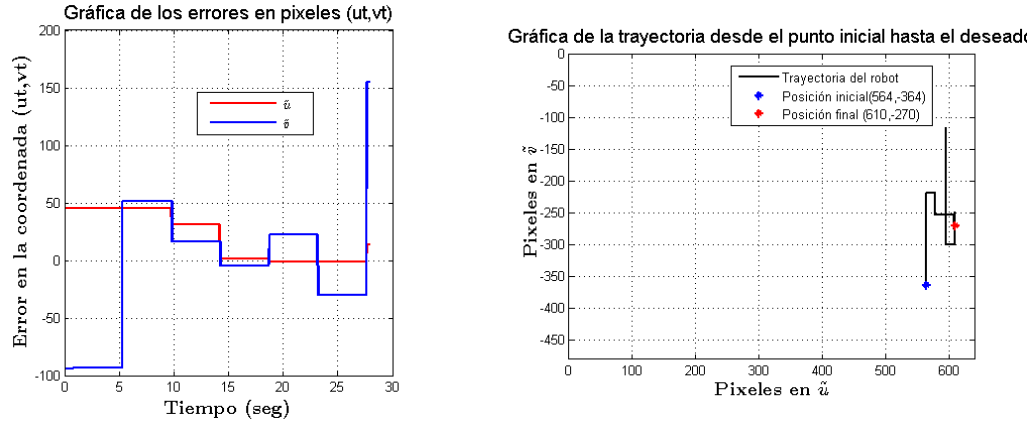


(a) τ_1 al servomotor del robot (servomotor del hombro). (b) τ_2 al servomotor del robot (servomotor del codo).

Figura 5.31: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.32(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u, v simultáneas se muestra en la figura 5.32(a), durante el experimento ambas tienden a ser no ser nulas. Con los resultados se concluye que el experimento responde rápido y el error no se aproxima a ser nulo y por consecuencia la coordenada deseada nunca es alcanzada de manera asintótica. Esto

debido a la sintonía equivocada de ganancias dentro del modelo de control. El robot no se queda en la posición deseada y se pasa rebasando la referencia.



(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .

(b) Error del controlado en las coordenadas u y v conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.32: Gráfica de los resultados experimentales.

Los experimentos continúan en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual. Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 564$, $v = -362$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 547$, $v = -148$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 1.2$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 1.5$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.250$ y $k_{v2} = 0.310$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimentan desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.93.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.33(a) y 5.33(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 1$ [píxel] y en la coordenada $\tilde{v} = 0$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 7 segundos después de iniciado el experimento.

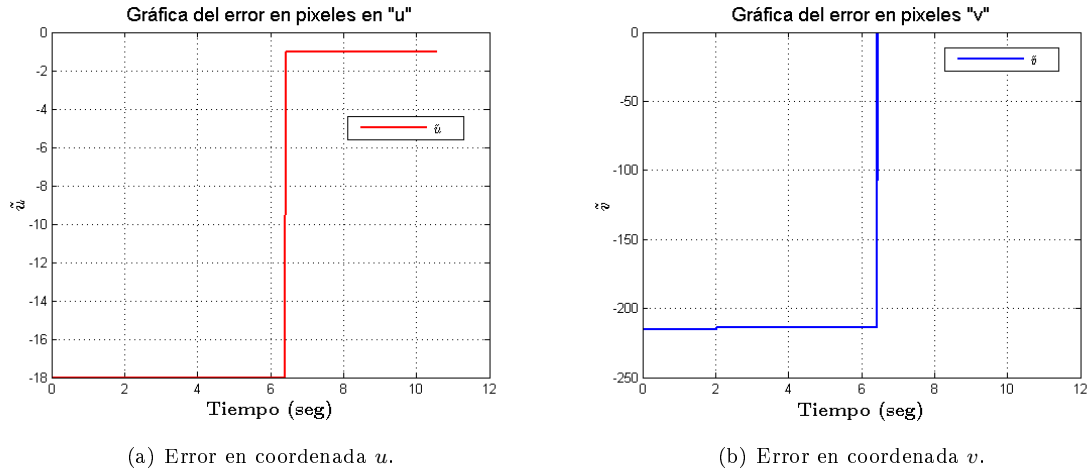


Figura 5.33: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.34(a) y figura 5.34(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.35 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

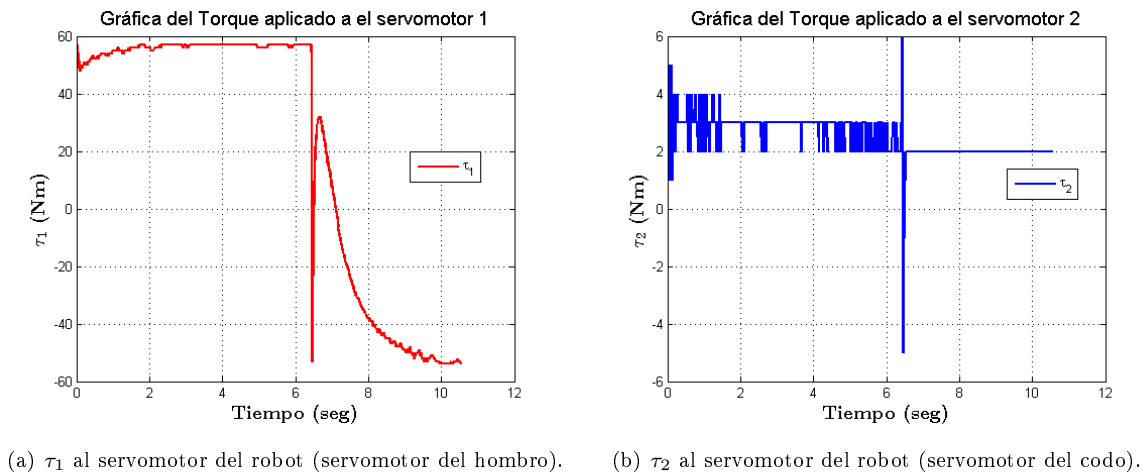


Figura 5.34: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.35(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u, v simultáneas se muestra en la figura 5.35(a), durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

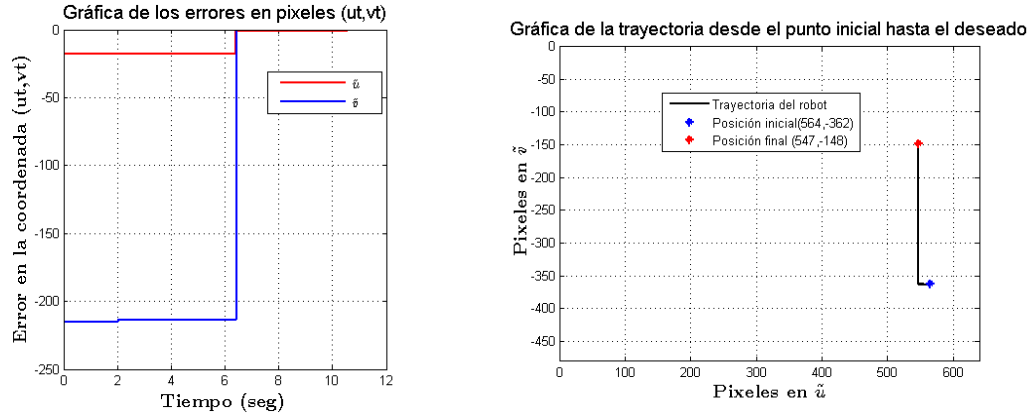
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas u y v conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.35: Gráfica de los resultados experimentales.

Si siguiendo con los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual.

Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 565$, $v = -355$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 586$, $v = -327$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 2.85$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 2.75$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.0285$ y $k_{v2} = 0.281$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.94.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.36(a) y 5.36(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 2$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 0$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 3.5 segundos después de iniciado el experimento.

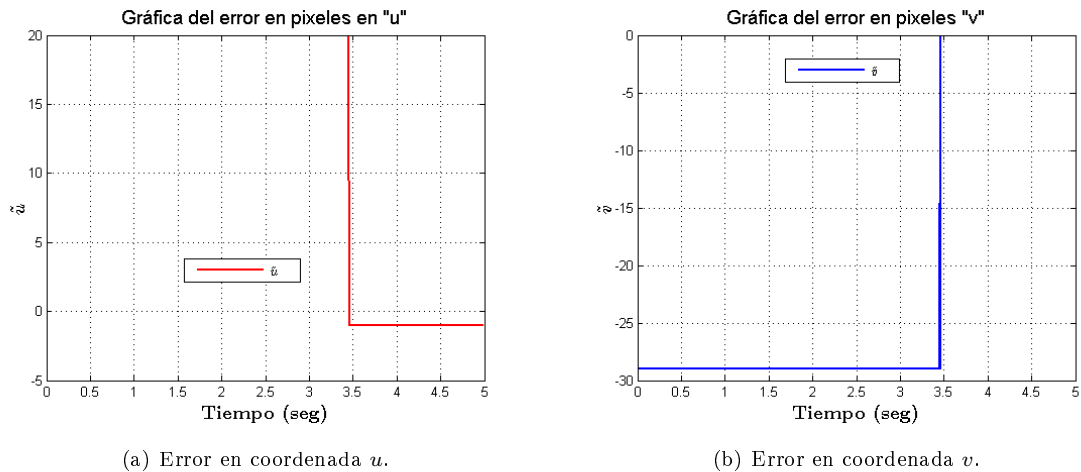


Figura 5.36: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.37(a) y figura 5.37(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.38 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

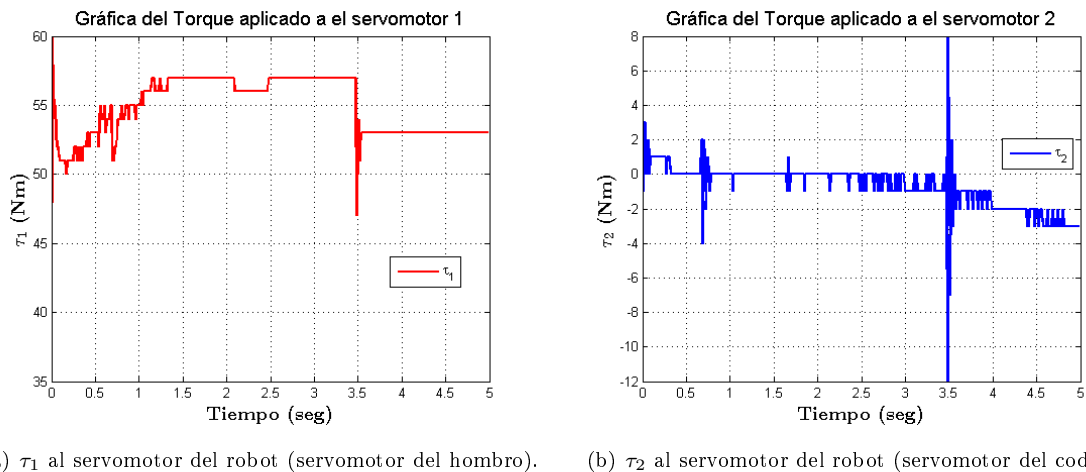


Figura 5.37: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.38(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u , v simultáneas se muestra en la figura 5.38(a), durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

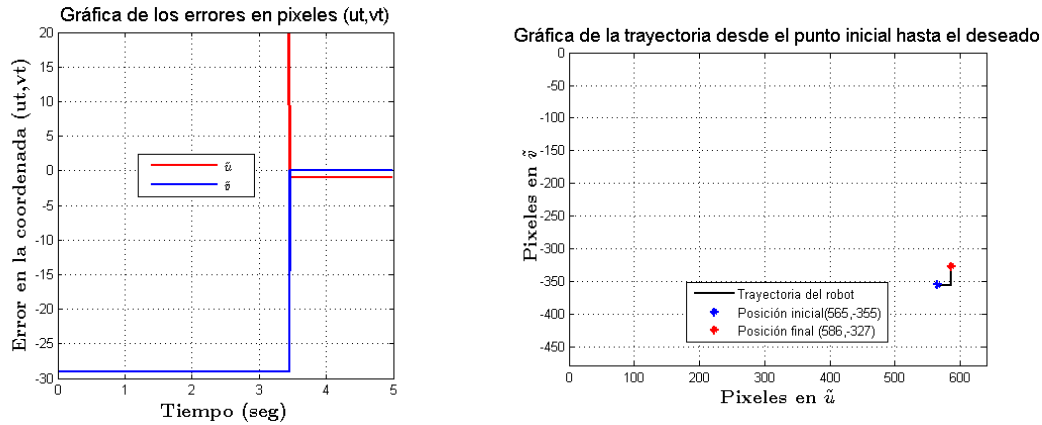
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas (u, v) conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.38: Gráfica de los resultados experimentales.

Siguiendo con los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al péndulo robótico al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual.

Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 125$, $v = -193$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 130$, $v = -150$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 2.15$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 2.15$ en *Newton*s.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.0215$ y $k_{v2} = 0.0215$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.92.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.39(a) y 5.39(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 3$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 9$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 1 segundo después de iniciado el experimento.

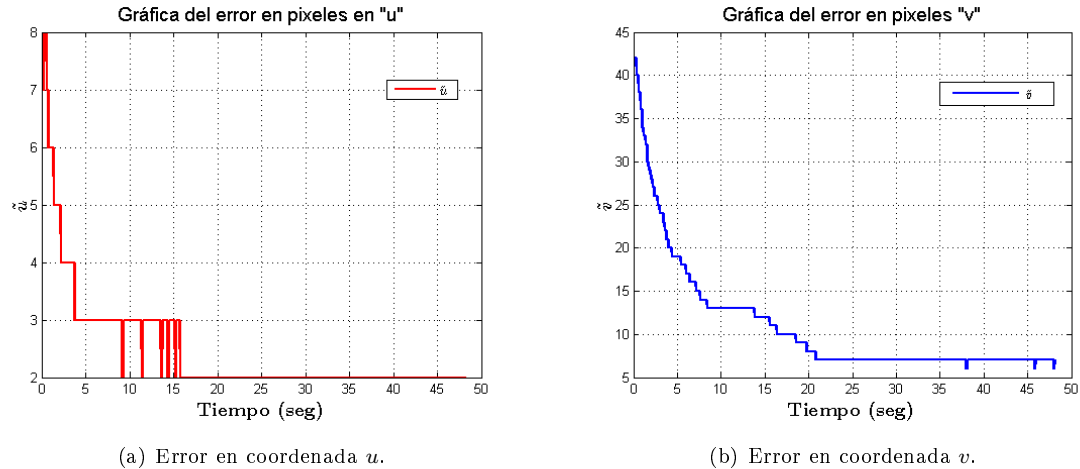


Figura 5.39: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.40(a) y figura 5.40(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.41 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

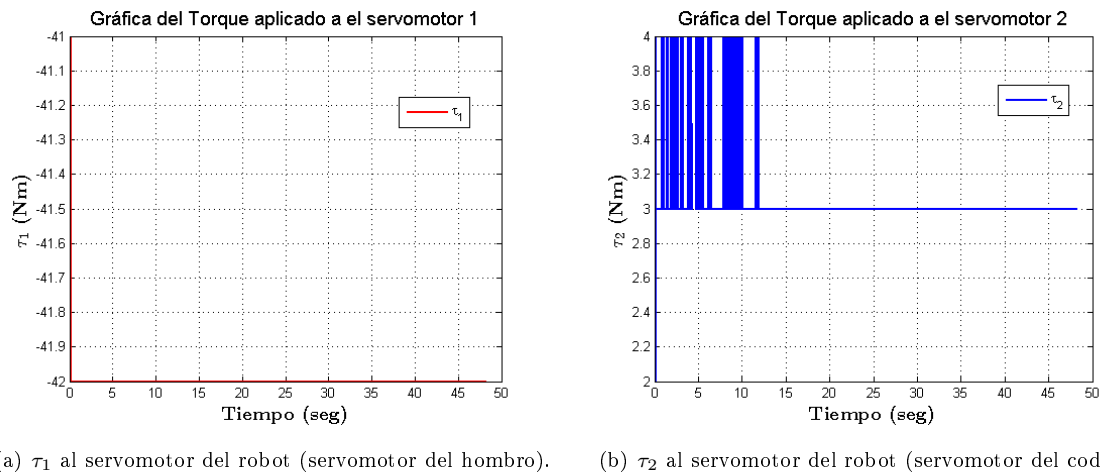


Figura 5.40: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.41(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u, v simultáneas se muestra en la figura 5.41(a), durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

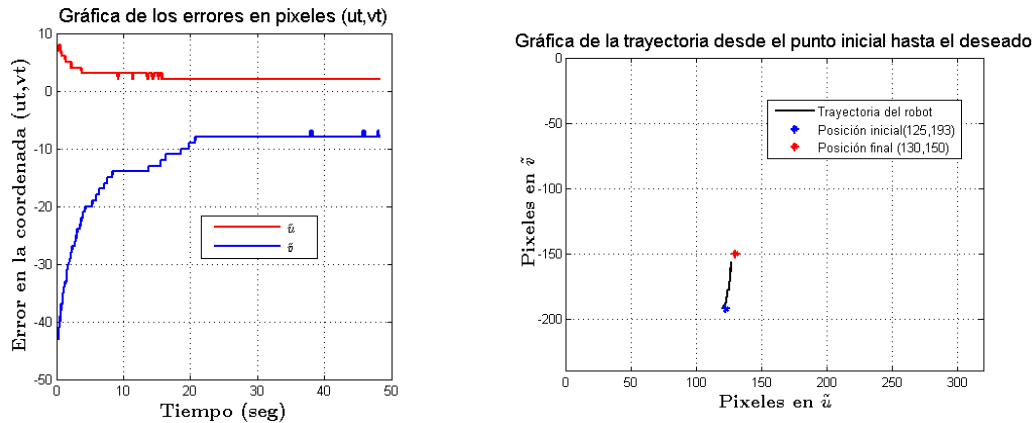
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas (u, v) conforme la evaluación del experimento.

Figura 5.41: Gráfica de los resultados experimentales.

Siguiendo con los experimentos en un robot de 2 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular al robot al área de trabajo de la cámara fija (20 segundos) y posteriormente, con activación de un control de posición cartesiano mediante la retroalimentación de información visual.

Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado inicial $u = 125$, $v = -193$ en píxeles.
- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 60^\circ$, $q_3(0) = 60^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 130$, $v = -150$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 2.75$, $k_{p12} = 0$, $k_{p21} = 0$ y $k_{p22} = 2.15$ en *Newtons*.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.0275$ y $k_{v2} = 0.0215$ en $\frac{\text{Newtons}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u y v del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 2 grados de libertad de las ecuación 4.92.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente se muestran en la figura 5.42(a) y 5.42(b). El error en la coordenada $\tilde{u} = 3$ [píxeles] y en la coordenada $\tilde{v} = 9$ [píxeles]. Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 1 segundo después de iniciado el experimento.

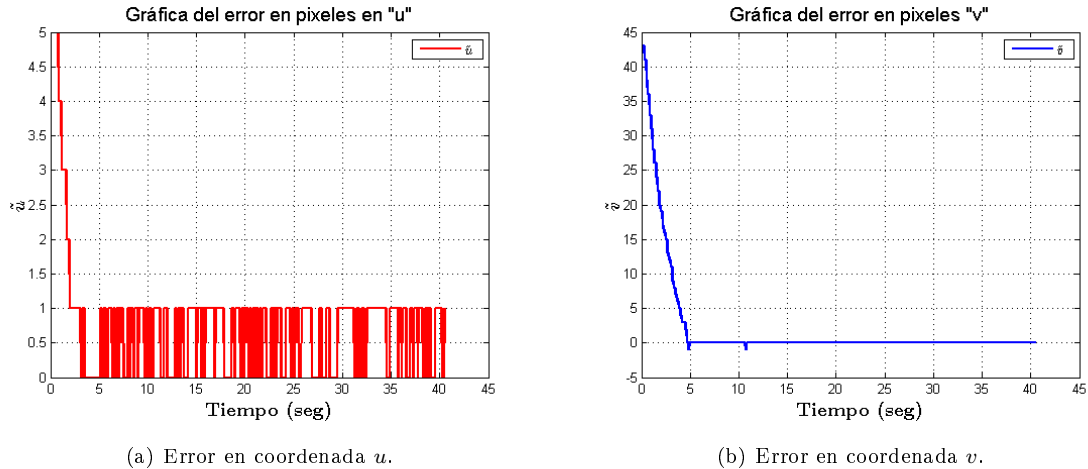


Figura 5.42: Gráfica del error en la coordenada u y v del controlador.

En la figura 5.43(a) y figura 5.43(b) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría. En la figura 5.44 se muestra la trayectoria en el plano (u, v) para el controlador durante la evaluación del experimento.

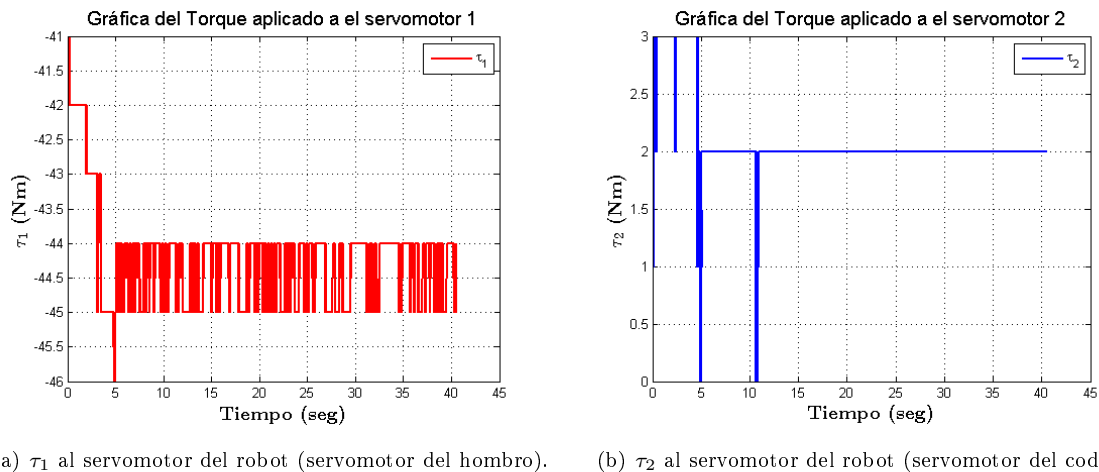


Figura 5.43: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 y τ_2 .

La gráfica de la trayectoria en el plano de la cámara se muestra en la figura 5.44(b), donde se ve el punto coordenado inicial y el punto coordenado final. La gráfica de los errores en la coordenada u, v simultáneas se muestra en la figura 5.44(a), durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

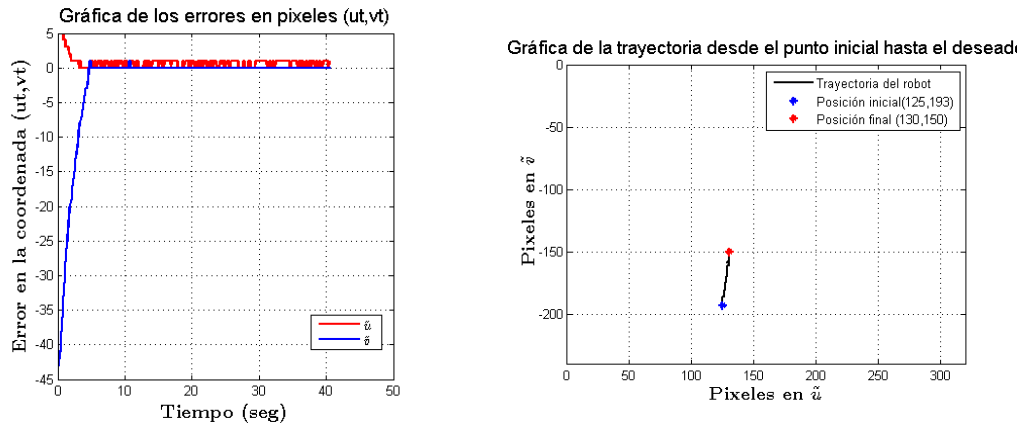
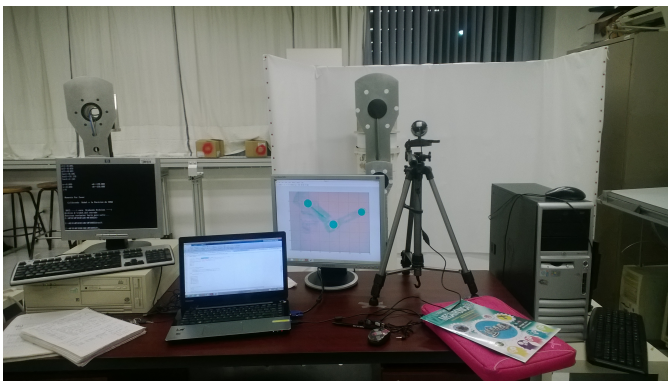
(a) Gráfica de la trayectoria en el plano (u, v) .(b) Error del controlado en las coordenadas u y v conforme la evaluación del experimento.

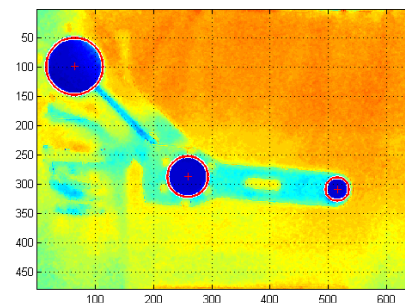
Figura 5.44: Gráfica de los resultados experimentales.

En la figura 5.45(a) se observan los elementos implicados durante los experimentos en un robot de 2 grados de libertad. Se ve en funcionamiento la computadora encargada del procesamiento de imágenes, la cámara en configuración fija, la computadora procesadora de las instrucciones al robot, el robot experimental y una computadora extra para ir capturando los datos de los experimentos.

Para los experimentos en el robot de 2 grados de libertad se usaron tres marcadores sobre la plataforma experimental el primer marcador sobre el hombro del robot de 17.5 cm de diámetro, el segundo en el codo de 12 cm diámetro y tercero de 7.5 cm de diámetro, todos en forma de círculos y en color negro, como se muestra en la figura 5.45(b).



(a) Elementos de los experimentos de control visual en un robot de 2 grados de libertad: computadora del procesamiento, cámara en configuración fija, computadora del robot, plataforma experimental y una computadora graficadora de datos.



(b) Imagen de un robot de 2 grados de libertad resultado del procesamiento de imagen por Transformada de Hough para círculos.

Figura 5.45: Gráfica de los resultados experimentales.

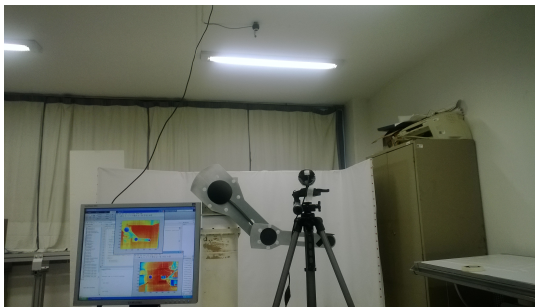
5.3.4. Robot de 3 grados de libertad

Los experimentos en la plataforma robótica manipulando los tres grados de libertad (base, codo y hombro), pero esta vez usando dos marcadores en el extremo final así como lo muestra la figura 5.46. El marcador colocado en la parte frontal es un círculo negro de 7.5 cm de diámetro y el marcador colocado en la parte superior del eslabón es un círculo negro de 12 cm de diámetro. El primero es para ser captado por la cámara 1 y el segundo para la cámara 2, como lo propone el modelo de la ecuación 2.22.

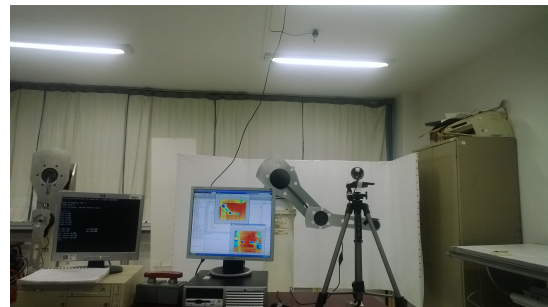


Figura 5.46: Marcadores colocados en el extremo final del último eslabón para los experimentos de 3 grados de libertad.

La cámara 1 es ubicada sobre un trípode en configuración cámara fija frente al robot manipulador, la segunda cámara es colocada en sobre el robot manipulador, para tal efecto es fijada en el techo Como lo muestran las figuras 5.47. En las figuras 5.47(a) y 5.47(b), se aprecian los elementos que intervienen durante lo experimentos de control visual para 3 grados de libertad.



(a) Cámara 1 y cámara 2 para los experimentos de 3 grados de libertad en configuración cámara fija, se aprecia el procesamiento de imágenes de ambas cámaras en la pantalla de la computadora encargada del procesamiento.



(b) Elementos que intervienen en los experimentos de 3 grados de libertad, se aprecia el procesamiento de imágenes de ambas cámaras.

Figura 5.47: Elementos de los experimentos en un robot manipulador de 3 grados de libertad mediante configuración de cámara fija.

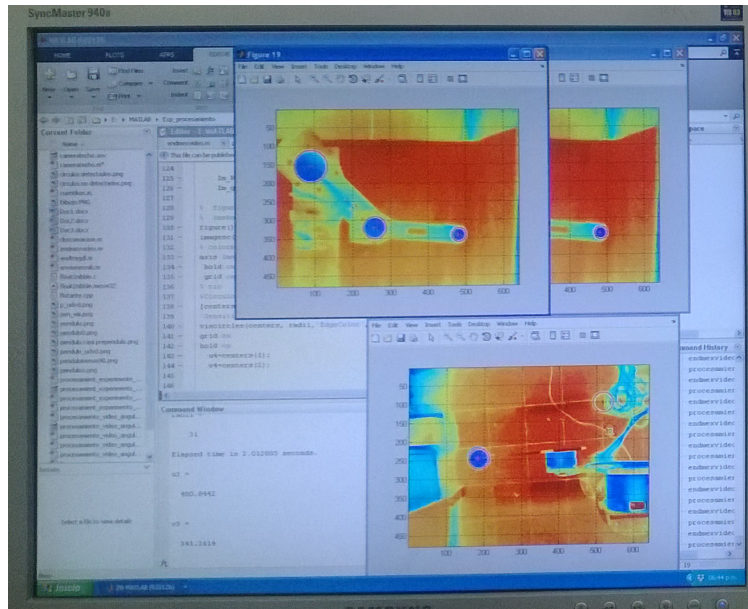


Figura 5.48: Pantalla de la computadora durante la captación y procesamiento de imágenes de la cámara 1 y la cámara 2, la cámara 1 capta tres marcadores dentro del robot en configuración planar, mientras que la cámara 2 capta sólo un marcador desde la parte superior del robot experimental.

En la figura 5.49(a), se muestra una imagen procesada proveniente de la cámara 1, se aprecian los tres marcadores sobre la plataforma experimental; por otro lado, en la figura 5.49(b) se muestra una imagen captada por la cámara 2, se aprecia el marcador ubicado en el extremo final del último eslabón desde la parte superior.

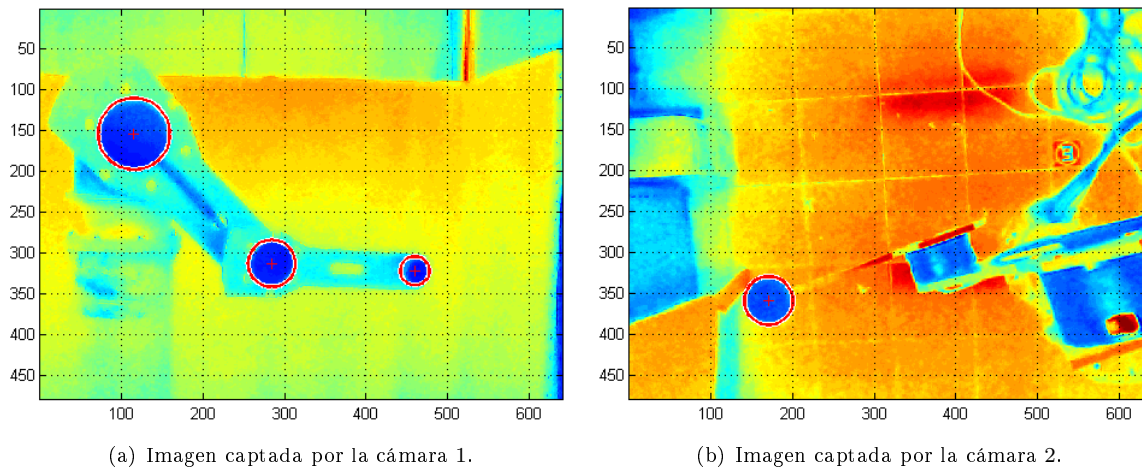


Figura 5.49: Imágenes captadas por la cámara 1 y la cámara 2 durante el experimento en una robot de 3 grados de libertad.

Los experimentos en un robot de 3 grados de libertad con la propuesta de control visual basado primeramente en un control de posición articular para llevar al área de trabajo de las cámaras. Posteriormente se pone en marcha el control de posición por retroalimentación de la información

visual.

Las condiciones iniciales del experimento por control visual se en listan a continuación:

- Las coordenadas articulares $q_1(0) = 0^\circ$, $q_2(0) = 45^\circ$, $q_3(0) = 40^\circ$ en $\frac{\text{grados}}{\text{seg}}$.
- El punto coordenado deseado $u = 599$, $v = -348$, $w = 180$ en píxeles.
- Las componentes de la matriz diagonal de k_p tienen los valores: $k_{p11} = 1.22$, $k_{p12} = 0$, $k_{p13} = 0$, $k_{p21} = 0$, $k_{p22} = 1.22$, $k_{p23} = 0$, $k_{p31} = 0$, $k_{p32} = 0$ y $k_{p33} = 1.22$ en *Newton*s.
- Las componentes del vector de k_v tienen los valores: $k_{v1} = 0.19$, $k_{v2} = 0.19$ y $k_{v3} = 0.19$ en $\frac{\text{Newton}}{\text{metro}}$.
- Los valores para q_2 y q_3 se retroalimenta desde la información visual en base a la ubicación de los marcadores (cinemática inversa).
- Las coordenadas correspondientes de u , v y w del extremo final son retroalimentadas vía puerto paralelo.
- El controlador usa la propuesta de modelado cartesiano para el robot de 3 grados de libertad de las ecuación 4.93.
- La iluminación de día fue controlada cubriendo las persianas con una cortina que no deja pasar luz y para la luz artificial se usó la iluminación con la que cuenta el laboratorio de robótica.
- El fondo fue controlado de manera que se colocó una barrera color blanca para evitar aberraciones en el procesamiento durante el experimento ya que la seguridad es muy importante.

La gráfica de los errores en la coordenada u , v y w simultáneas se muestra en la figura 5.50, durante el experimento ambos errores tienden a ser nulos respecto a la referencia.

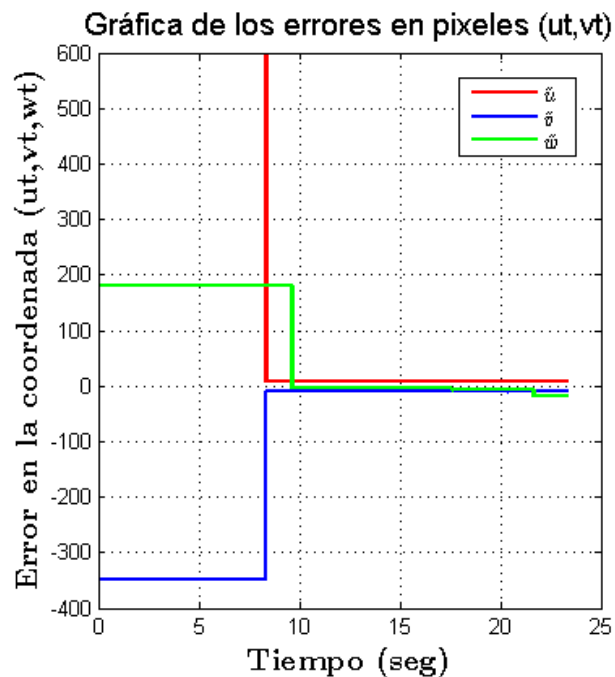
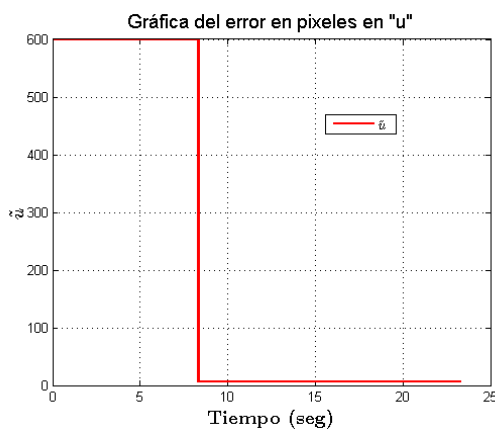
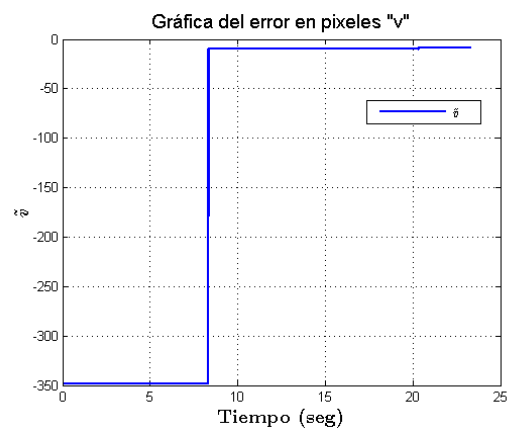
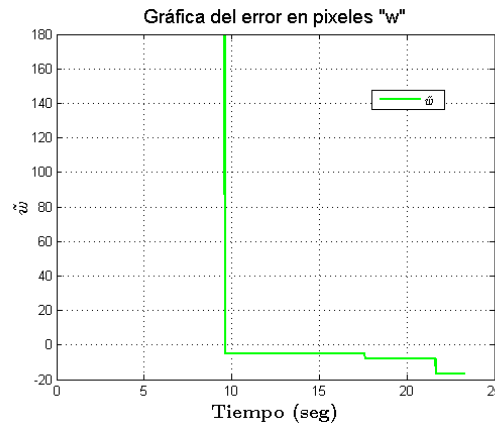


Figura 5.50: Gráfica de los errores durante los experimentos.

De los inconvenientes para los experimentos en un robot de 3 grados de libertad en configuración cámara fija, se tiene en funcionamiento la cámara 1 y la cámara 2, las cuales están en relación constante mientras transcurre el experimento. Al moverse la cámara 1 la cámara 2 cambia su posición y al moverse la cámara 2 la cámara 1 pierde su posición, por lo cual la sintonía se vuelve compleja y los valores de error no son completamente nulos. Cuando se mueve a la coordenada w , en otras palabras, la posición deseada en w no debe ser muy grande para evitar que la información por la cámara 1 sea extraviada y que la captación de los marcadores se pierda (que la cámara 1 no los vea) y el robot se salga de control y se tenga que abortar el control y en el peor de los casos aplicar un freno de emergencia (botón que quita la energía a los servomotores del robot).

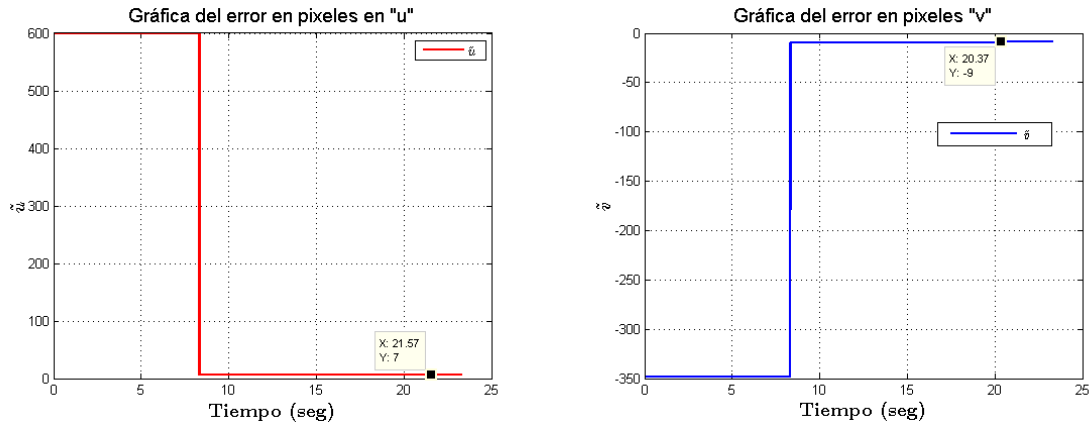
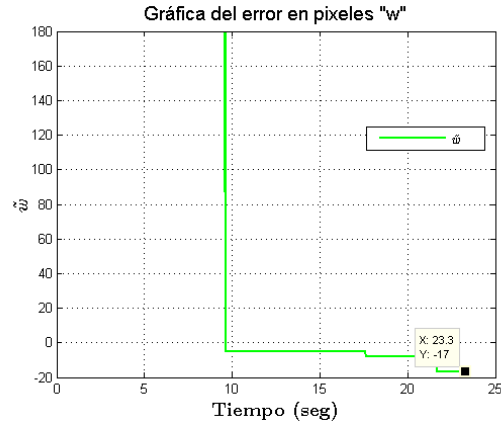
Las gráficas de los errores en cada coordenada \tilde{u} , \tilde{v} y \tilde{w} respectivamente se muestran en la figura 5.51(a), 5.51(b) y 5.51(c). Los datos resultantes durante el experimento indican que el modelo de control visual es asintóticamente estable a la posición deseada.

(a) Error en coordenada u .(b) Error en coordenada v .(c) Error en coordenada w .Figura 5.51: Gráfica del error en la coordenada u , v y w del controlador.

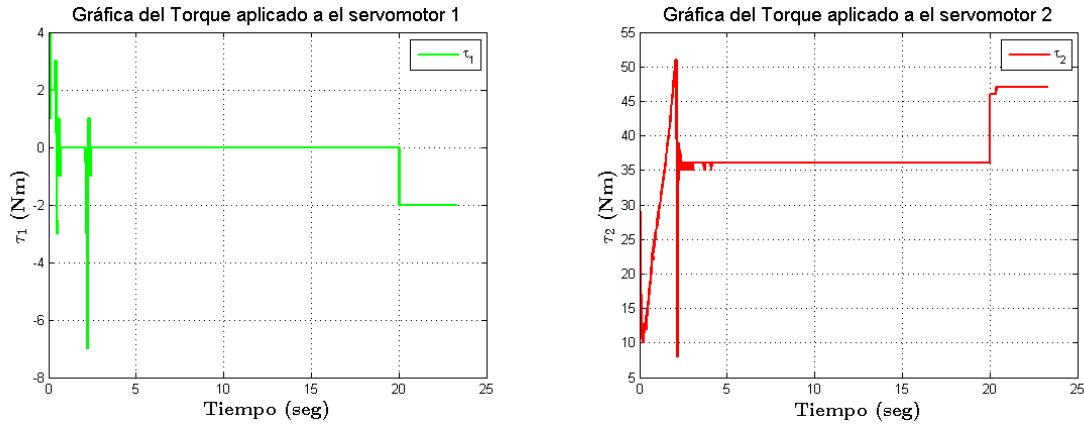
Para apreciar mejor el error de posición en cada coordenada se localiza un punto en cada gráfica como lo muestran las figuras 5.52(a), 5.52(b) y 5.52(c). El valor de $\tilde{u} = 7$ [píxeles], en la coordenada $\tilde{v} = 9$ y en la coordenada $\tilde{w} = 17$ [píxeles]. Los valores de los errores en cada coordenada no son nulos completamente, sin embargo tienden a un valor cercano y se quedan estables.

Los datos mostrados en las gráficas son del experimento en el tiempo que el controlador visual entra en accionamiento. El tiempo de respuesta del controlador es a los 8 segundos después de iniciado el experimento. La respuesta del controlador es más lento ya que se procesa información desde dos cámaras, se retroalimentan más datos y el tiempo máquina requerido de las instrucciones programadas es mayor.

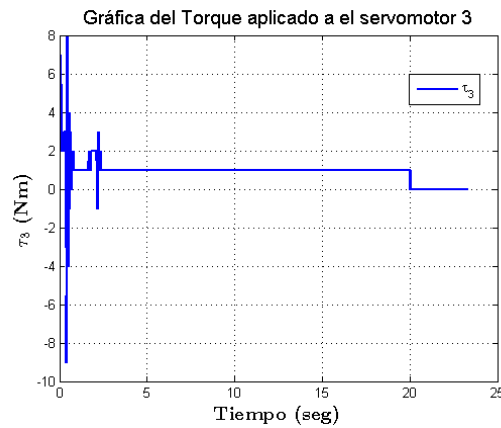
Asimismo se vuelven más peligrosos los experimentos en caso de que la información visual no fuera correcta y la cinemática inversa calculada por imagen tuviera un error, ya que el mover las 3 articulaciones implica tener al robot en su máximo potencial.

(a) Error en coordenada u .(b) Error en coordenada v .(c) Error en coordenada w .Figura 5.52: Gráfica del error en la coordenada u , v y w del controlador.

En las figuras 5.53(a), 5.53(b) y 5.53(c) se presentan los pares aplicados a cada servomotor mientras el experimento transcurría, τ_1 , τ_2 y τ_3 respectivamente, en las gráficas se aprecian cambios desiguales de los valores de cada torque hasta que se llega a la posición cartesiana deseada; también, se aprecia en las gráficas que el torque se va ajustando como el controlador lo vaya requiriendo, ya que como la información visual cambia (con los errores en píxeles no corregibles por la técnica), sin embargo el control visual demuestra ser un control robusto y ajustarse a las condiciones que enmarque la información que retroalimenta al algoritmo de control.



(a) τ_1 al servomotor del robot (servomotor del hombro). (b) τ_2 al servomotor del robot (servomotor del codo).



(c) τ_3 al servomotor del robot (servomotor del codo).

Figura 5.53: Gráfica del par aplicado a los servomotores del robot τ_1 , τ_2 y τ_3 .

Los experimentos aplicados a las 3 articulaciones fueron exitosos pese a las limitaciones de movimiento en la coordenada w , esto por la afectación de la cámara 2 con respecto a la cámara 1.

Del procesamiento de imágenes, primeramente, se sabe que de la adquisición por la cámara web no es de 30 frames por segundo como debería ser idealmente, ya que la cámara web fue usada para los experimentos es económica y estándar para una PC (no es una cámara especializada ni es una cámara que ofrezca muchas ventajas de adquisición). Los procesamientos de imágenes se realizaron en base a las librerías pertenecientes a las herramientas de procesamiento de imágenes del software MATLAB®. La interpretación de la información obtenida por las imágenes obtenidas en el video de la cámara web requieren de tiempo computacional en la realización de la aritmética requerida (cálculo de los valores angulares en base a píxeles y las velocidades de cada coordenada). Por todo lo anterior, durante los experimentos, se envían 7.4899 imágenes en un segundo. Por lo tanto, se tiene una relación 1:7 y con esto se sabe que en cada mili segundo se envían $7e - 03$ de *frames*, lo que significa que se envía 0.0175 de *frame* cada 2.5 *ms*. Entonces para enviar una foto necesito 0.1428571429 *s* para enviar la información correspondiente a una imagen, lo que significa que necesito 142.8571429 *ms* para la información de una imagen, sabiendo que el período de muestreo es de 2.5 *ms*, entonces necesito 57.14285714 ciclos. De los 57.14285714 ciclos más la comunicación vía puerto paralelo que necesita 13.824 *ciclos*, como se calculó previamente en el apartado de la sección ??, se concluye que los ciclos necesarios para la obtención y envío de información necesaria para la retroalimentación del

control visual es de 70.96685714 *ciclos* de 2.5 *ms*, en otras palabras, en cada 0.1774171429 segundos, la información requerida llega al algoritmo de control visual.

Por otra parte, al implementar una estructura de control articular tomando los sensores internos del robot experimental. La información articular de las posiciones de los 3 grados de libertad del robot y sus respectivas velocidades son adquiridas electrónicamente por un FPGA (*Field Programmable Gate Array*) o contadores digitales (encoders) incluidos en la tarjeta de instrumentación y son enviadas a la computadora. Por otro lado, las tarjetas de instrumentación electrónica contienen convertidores digital/analógico (DAC's) que envían al amplificador electrónico voltaje analógico como señal de referencia del par, de tal forma que el servomotor funciona como una fuente ideal de par. El amplificador electrónico transforma el voltaje en par aplicado al servomotor para que produzca movimiento de desplazamiento articular correspondiente a cada articulación. Todo lo anterior en cada período de muestreo equivalente a 2.5 *ms*.

Para tener una referencia de lo que resulta al trabajar con control articular durante un experimento se presentan las gráficas de las figuras 5.54 y 5.55, para este propósito se utilizó un control de la familia de los tangentes hiperbólicos. Se sabe que el control articular trabaja a 2.5 *ms* en la retroalimentación del controlador. Las posiciones articulares deseadas son: 11°, 60°, 60° para q_{d1} , q_{d2} y q_{d3} respectivamente. Los datos durante el experimento de las articulaciones angulares se muestra en la figura 5.54, las cuales ilustran la información de los sensores de posición internos de la plataforma robótica y sirven de indicadores para determinar que la posición deseada fue alcanzada, los sobre pasos en las gráficas y tiempos en que el controlador lleva las posiciones deseada a cada articulación (esto depende mucho de la sintonía de ganancias); los torques durante el experimento son mostrados en la figura 5.55, se aprecia que el comportamiento de los torque para cada articulación va acercándose a un valor para estabilizar el robot en la posición deseada, para el caso de la base tiende a ser nulo porque no compensa ninguna otra fuerza como en el caso del hombro y el codo que si compensan la fuerza de gravedad.

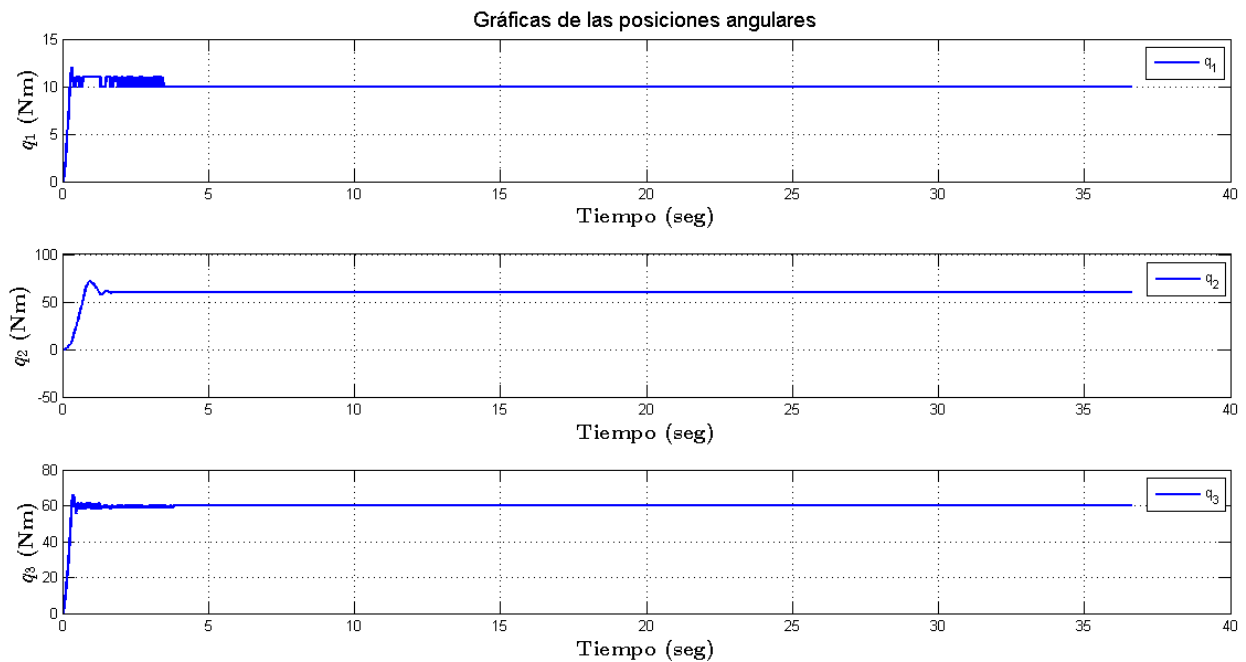


Figura 5.54: Gráfica de las posiciones angulares durante un experimento basado en control articular.

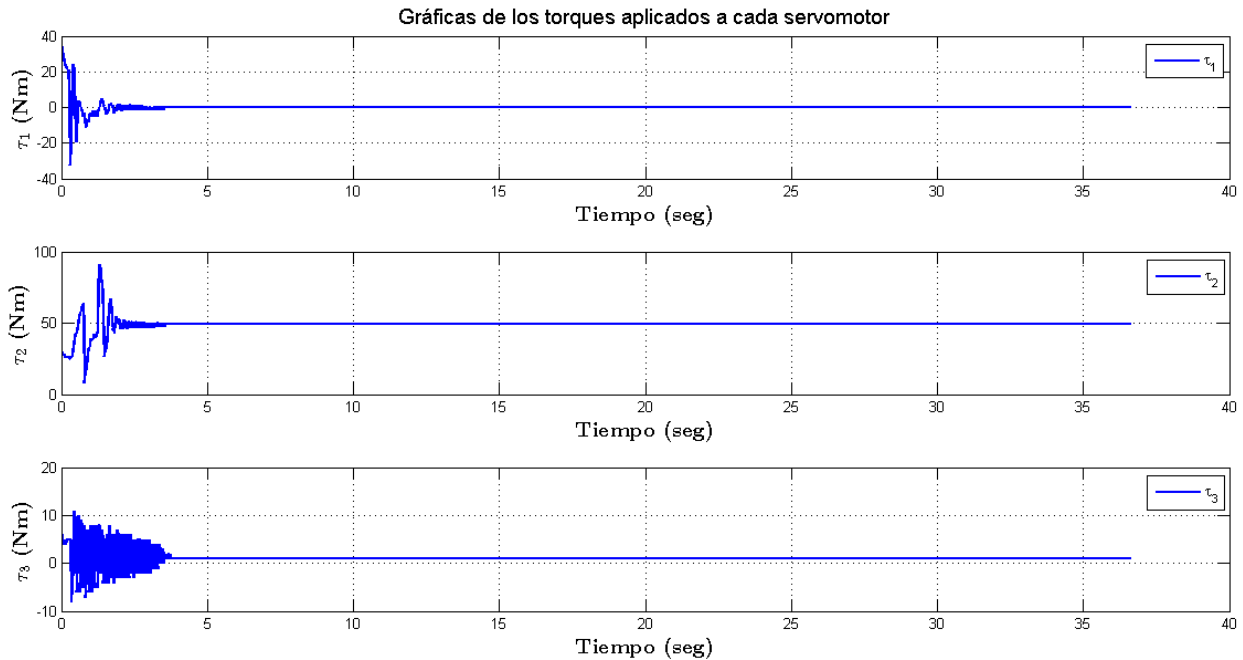


Figura 5.55: Gráfica de los torques durante un experimento basado en control articular.

Se concluye, en base a comparativa de dos técnicas diferentes de control (espacio de estados diferentes), que el control articular trabaja a 2.5 ms usando los sensores internos del robot y en espacio articular, por otro lado, el control visual trabaja a 177.4171429 ms , entonces se tiene una razón de proporción de 70.96 de un control articular a un controlador cartesiano (control visual). Las ventajas y desventajas de usar cada una de las técnicas de control articular o cartesiana va a depender de las aplicaciones específicas a la que se quiera enfocar.

Se concluye, en base a los experimentos y estrategias de control que la técnica de control visual tiene desventajas de precisión (ya que se trabaja con píxeles) y de limitaciones en el espacio de trabajo, sin embargo, la propuesta realizada no necesita de los sensores internos del robot sino únicamente de la información proporcionada por cámaras para el control de posición del efector final. Este trabajo de tesis no sólo plantó los modelos matemáticos correspondientes sino que los llevó a resultados experimentales, haciendo válidas las matemáticas. Además, se propone una propuesta de control auto sintonizable con lo cual se eliminan problemas para la sintonización de las ganancias de los controladores. Resaltando que todas las propuestas de control diseñadas son robustas, esto quiere decir, que aunque haya una mala medición, una mala calibración del sistema de la cámara o la no calibración de la misma con respecto al sistema robótico, inclusive errores en los parámetros, éstos son absorbidos y compensados por el algoritmo de control, una muestra clara es que el lazo cerrado de control es lento, sin embargo, no funciona como un lazo abierto sino que guarda el valor anterior hasta que llega el nuevo valor de información (sistema con retardo). Por último, cuando la técnica de control visual sea conquistada por completo o más a fondo se tendrá más cerca la independencia de las máquinas, les daremos capacidades de los seres humanos: captar imágenes, procesarlas, interpretarlas, obtener información del espacio físico que las rodea y en base a la información obtenida mediante visión artificial, el tomar decisiones y llevarlas a la ejecución.

Conclusiones

Conclusiones generales

Se sabe que el control de posición de robots manipuladores mediante la incorporación de información visual es un problema abierto en la comunidad científica; como resultado de la investigación y experimentación se sabe que es posible otorgar a los robots la capacidad de ver artificialmente mediante técnicas de visión por computadora, procesamiento digital de imágenes y técnicas de control. Para tal efecto, las técnicas de control planteadas en este trabajo son totalmente mediante el uso de la información visual otorgada por las cámaras digitales y no de los sensores internos del robot, es decir, lo único que se necesita es una imagen digital procesada y una ley de control certera. En este trabajo se cumplen estas características de control y se puede concluir como satisfactorio ya que brinda la cobertura total de los objetivos planteados en base a abordar la técnica de control visual y se obtienen resultados exitosos con limitaciones que caen en los elementos físicos utilizados (computadoras, cámaras, puerto de comunicación, etcétera), los resultados son productivos y aportan grandes avances a la comunidad científica y sirven como base para que otros investigadores puedan continuar abordando las técnicas de control visual.

El trabajo tiene alto impacto en el área científica ya que propone los modelos matemáticos y experimentos en un robot de arquitectura abierta de familias de controladores visuales. Se diseñaron los modelos matemáticos y pruebas de estabilidad en espacio cartesiano en la configuración en 1, 2 y 3 grados de libertad del robot experimental ROTRADI I. Por lo tanto, este trabajo de tesis brinda las herramientas para que otro investigador pueda consultarlo y tener las bases para dar seguimiento a la línea de investigación, y con éstos resultados que se obtuvieron seguir desarrollando familias de controladores visuales, mejorar las propuestas o inclusive proponer otras técnicas. Sirve también como una herramienta para la enseñanza y aplicación de sistemas de control visual permitiendo modificar parámetros implicados en una tarea de control en base a imágenes.

El impacto tecnológico radica en el desarrollo de un método que brinda a las máquinas el sentido de la vista y la capacidad de analizar esta información visual para la toma de decisiones de sus movimientos. Antes esto no era pensable pero ahora muchos procesos industriales pueden ser beneficiados con este avance a la automatización. Un ejemplo claro son los sistemas robóticos de cirugía asistidas por un operador humano, que al incorporar la visión artificial del sistema puede mejorar los resultados y la precisión en intervenciones a la salud del paciente.

En el ámbito social, favorece a los ambientes hostiles de trabajo ya que si la máquina se mueve respecto a lo que ve, fácilmente elimina sus limitaciones de máquina ciega para eliminar errores en las maniobras de sus movimientos y así poder usar máquinas en ambientes de trabajo peligrosos para un ser

humano y así prevenir accidentes o daños a la salud. Estas tendencias de avances en la automatización de procesos mejora la calidad y confort en la vida de las personas.

Aportes y aplicaciones

Actualmente la tecnología en México no es autosustentable, es decir, no somos considerados un país autosustentable tecnológicamente por lo que dependemos de otros países para importar circuitos integrados, tarjetas, entre otros. Es verdad que existen muchos desarrollos y diseños de prototipos electrónicos, mecatrónicos y robóticos pero nos hace falta dar un paso más para ahorrar costos, minimizar tiempos, para que el desarrollar y diseñar de los ingenieros y científicos sea versátil y se tengan resultados que beneficien a toda población mexicana, cambiando la forma de vida en confort, facilidad y que la tecnología llegue lo más económico posible y lo más importante, brindar una mayor calidad de vida. Por todas estas razones se deben desarrollar aplicaciones que puedan ser interdisciplinarias y aplicable a muchas áreas de la industria y tecnología, todo para poder tener un México autosustentable tecnológicamente. El desarrollo de las ciencias es muy grande y sus aplicaciones prometen llegar lejos, como el control visual aplicado a robots manipulares o cualquier otra plataforma robótica y/o mecatrónica. El dominar y experimentar técnicas de control visual con una plataforma robótica permite el diseño y perfeccionamiento de nuevas leyes de control, para que pasando esta fase de prueba pueda empezar a dar aplicaciones específicas, como en fisioterapia para rehabilitación en base a la información de la posición del cuerpo y el robot manipulador, logrando una exacta terapia y repetitiva cuanto sea necesario sin tener aberraciones, en la medicina robótica también puede ser abordada ya que mediante algoritmos programados y reconocimientos de imágenes se puede llegar a perfeccionar un sistema robótico que pueda intervenir un cuerpo humano usando ojos artificiales, en la industria, para las cadenas de producción en aplicaciones de selección y control de empaquetado, en procesos de ensamblado y pintado, en la robótica espacial para descubrir nuevos cosmos, etc. Actualmente en el estado de Puebla, existen muchas empresas, las más representativas son del área automotriz, en las que este trabajo de tesis puede impactar por la manera de controlar al robot, sin olvidar que estas empresas ya traen sus propios robot de arquitectura cerrada, sin embargo este trabajo tiene el potencial para ofertar algún proyecto en rumbo de mejoras y desarrollo tecnológico y científico.

Trabajo a futuro

Se pretende llevar los resultados académicos y experimentales de un laboratorio didáctico a una aplicación comercial y/o industrial. Innovar procesos y contribuir con el desarrollo del país mediante la automatización de procesos, métodos, equipos, entre otros e interrelacionar tecnologías existentes para mejoras mediante el control visual y para lograrlo es necesario abordar las limitaciones que se presentaron durante la realización de los experimentos como la velocidad de la retroalimentación del controlador visual, para lo que se necesita el cambio de procesamiento, la mejora en comunicación, la actualización de computadoras con mayores prestaciones, el usar cámaras más especializadas, todas estas especialmente.

El control visual tiene gran potencial en diversas áreas, actualmente se cuentan con conocimientos en robótica, modelado de controladores en espacio articular y espacio cartesiano, conocimientos en *visual servoing*, visión por computadora y procesamiento de imágenes, por lo que aplicar los conocimientos en el área de la medicina robótica por medio del procesamiento y análisis de imágenes médicas y así ser capaz de crear, perfeccionar e implementar exitosamente dispositivos biomédicos y así desembocar exitosamente en la neuroingeniería por mencionar alguna.

Álgebra lineal

A.1. Conceptos

Definición A.1.

Matriz identidad I_n de $n \times n$ cuyos elementos de la diagonal principal son iguales a 1 y todos los demás son 0. Esto es

$$I_n = b_{ij} \text{ donde } b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Definición A.2.

La inversa de una matriz. Sean A y B dos matrices de $n \times n$. Suponga que:

$$AB = BA = I$$

Entonces a B se llama inversa de A y se denota por A^{-1} . Entonces se dice que tiene

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Si A tiene inversa, entonces se dice que A es invertible.

Una matriz cuadrada que no es invertible se denomina singular y una matriz invertible se denomina no singular (con determinante diferente de 0)

Teorema A.1.1. Si una matriz A es invertible, entonces su inversa es única.

DEMOSTRACIÓN. Suponga que B y C son dos inversas de A . se puede demostrar que $B = C$. Por definición se tiene que $AB = BA = I$ y que $AC = CA = I$ entonces

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = IC = C$$

Entonces $B = C$ y el teorema queda demostrado.

Definición A.3.

Sea $A = a_{ij}$ una matriz de $m \times n$. Entonces la transpuesta de A , que se describe A^T , es la matriz de $n \times m$ que se obtiene al intercambiar renglones por columnas de A .

Definición A.4.

Se dice que un conjunto es ortonormal de vectores $S = \{u_1, u_2, \dots, u_k\} \in \mathcal{R}^n$ es un conjunto ortonormal si :

$$\begin{aligned} u_i * u_j &= 0 \text{ si } i \neq j \\ u_i * u_i &= 1 \end{aligned}$$

Si sólo si se satisface se dice que el conjunto es ortogonal.

Definición A.5.

Una matriz Q de $n \times n$ se llama ortogonal si Q es invertible y

$$Q^{-1} = Q^T$$

Teorema A.1.2. La matriz Q de $n \times n$ es ortogonal si y sólo si las columnas de Q forman una base ortonormal para \mathcal{R}^n .

Sea Q y Q^T entonces definimos a $B = (b_{ij} = Q^T Q)$ entonces $b_{ij} = a_{1i} * a_{1j} + a_{2i} * a_{2j} + \dots + a_{ni} * a_{nj} = c_i * c_j$

donde c_i denota la i -ésima columna de Q . Si las columnas de Q son ortonormales, entonces:

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

Es decir, $B = I$. Inversamente, si $Q^T = Q^{-1}$, entonces $B = I$ de manera que lo anterior se cumple y se muestran las columnas ortonormales de Q .

Definición A.6.

La matriz cuadrada de A de $n \times n$ se denomina simétrica si $A^t = A$. Es decir, las columnas de A son también los renglones de A

MATLAB®

MATLAB® es el lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo utilizado por millones de ingenieros y científicos de todo el mundo. Se le permite explorar y visualizar las ideas y colaborar en todas las disciplinas, incluyendo la señal y el procesamiento de imágenes, comunicaciones, sistemas de control, y las finanzas computacional [77].

Usted puede utilizar MATLAB® en proyectos tales como el consumo de energía de modelado para construir las redes eléctricas inteligentes, desarrollo de algoritmos de control para vehículos hipersónicos, analizando los datos del tiempo para visualizar la trayectoria y la intensidad de los huracanes, y corriendo a millones de simulaciones para determinar la dosis óptima de antibióticos. En la figura B.1 se muestra el logo característico del software MATLAB® por su siglas del inglés *Matrix Laboratory*.



Figura B.1: Logo del software MATLAB® The Language of Technical Computing.

B.1. El Sistema de MATLAB®

El sistema de MATLAB® consta de cinco partes principales:

- El lenguaje MATLAB®. Se trata de una matriz de alto nivel / idioma matriz con los estados de flujo de control, funciones, estructuras de datos, entrada / salida, y las características de

programación orientada a objetos. Permite tanto la "programación en el pequeño" para crear rápidamente programas desechables rápidos y sucios, y "la programación en el gran" para crear programas completos grandes y complejas aplicaciones.

- El entorno de trabajo de MATLAB®. Este es el conjunto de herramientas y servicios con los que trabaja como usuario de MATLAB o programador. Incluye instalaciones para el manejo de las variables en el espacio de trabajo y la importación y exportación de datos. También incluye herramientas para el desarrollo, gestión, depuración y perfilado M-archivos, aplicaciones de MATLAB®.
- Handle Graphics. Este es el sistema de gráficos MATLAB®. Incluye comandos de alto nivel para la visualización bidimensional y tridimensional de datos, procesamiento de imágenes, animación y gráficos de presentación. También incluye comandos de bajo nivel que le permiten personalizar totalmente el aspecto de los gráficos, así como para construir completas interfaces gráficas de usuario en sus aplicaciones de MATLAB®.
- La biblioteca de función matemática MATLAB®. Se trata de una vasta colección de algoritmos computacionales que van desde funciones elementales como suma, seno, coseno, y la aritmética compleja, a las funciones más sofisticadas como la matriz inversa, valores propios de la matriz, funciones de Bessel y transformadas de Fourier rápidas.
- La interfaz de MATLAB® Solicitud del Programa (API). Esta es una biblioteca que permite escribir C y Fortran programas que interactúan con MATLAB®. Se incluyen instalaciones para llamar rutinas de MATLAB® (enlace dinámico), llamando MATLAB® como motor de cálculo, y para la lectura y la escritura MAT-archivos.

B.2. Ventajas y desventajas

MATLAB tiene varias ventajas sobre otros métodos o idiomas ya que su elemento básico de datos es la matriz. Un simple número entero es considerado una matriz de una fila y una columna. Varias operaciones matemáticas que trabajan en arrays o matrices están incorporados al entorno Matlab. Por ejemplo, los productos cruzados, punto subproductos, determinantes, matrices inversas. Operaciones vectorizadas. Adición de dos matrices conjuntamente necesita sólo un comando, en lugar de una a favor o en bucle while. La salida gráfica está optimizado para la interacción. Puede representar sus datos muy fácilmente, y luego cambiar los colores, tamaños, escalas, etc, mediante el uso de las herramientas interactivas gráficas. Funcionalidad de Matlab se puede enormemente ampliado por la adición de las cajas de herramientas. Estos son conjuntos de funciones específicas que proporcionan funcionalidad más especializado. Por ejemplo, link Excel permite que los datos se escriben en un formato reconocido por Excel, *Statistics Toolbox* permite la manipulación estadística más especializado de datos (Anova, Fits básicos, etc.)

También hay desventajas cuando se utiliza una gran cantidad de memoria y en computadoras lentas que es muy difícil de usar. Se encuentra .^{encima}de Windows, obtener la mayor cantidad de tiempo de CPU como Windows le permite tener. Esto hace que las aplicaciones en tiempo real muy complicado.

Ingeniería Mecatrónica. Proyectos y Aplicaciones. Capítulo 21, pp.111-116, Octubre 2014.
 © Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C
 ISBN: 978-607-9394-00-4

colocar la cámara (extremo final del robot) sobre un objeto deseado.

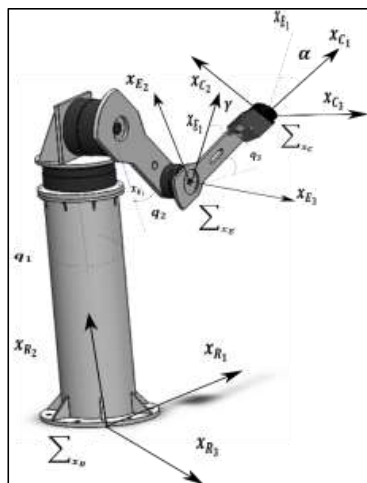


Fig. 2 Modelo de visión en configuración cámara en mano.

2. Visión artificial

La visión por computadora o la visión artificial puede definirse como una técnica de imitar el sentido de visión humano con el fin de extraer información del entorno, algunos investigadores en el área han definido como se muestra a continuación:

- Visión por computadora es una ciencia que desarrolla las bases teóricas y algorítmicas para obtener información sobre el mundo real a partir de una o más imágenes [1].
- La visión artificial o visión por computadora puede ser tratada ya sea como el estudio de transferir a las máquinas el poder de la percepción de la visión humana; también como aquellos métodos que permitan a las máquinas “ver” sólo lo que es necesario para un objetivo específico, es decir, analizar el contenido visual de una escena [2].
- Se define a la visión por computadora, a la disciplina que desarrolla sistemas capaces de interpretar el contenido de escenas naturales [3].
- La visión por computadora, que ha emergido como una disciplina propia basada de manera principal en las matemáticas y ciencias de la computación, consiste en hacer que la computadora vea de manera

artificial su entorno, que involucra parámetros por resolver [4].

El procesamiento de imágenes es el proceso por el cual se toma una imagen en una computadora y se produce una versión modificada de esta. El proceso de análisis de imágenes es del cual a partir de una imagen se obtiene una medición, interpretación o decisión. El esquema típico del análisis de imágenes consiste en cinco etapas:

1. **Adquisición de imagen.** Se obtiene una imagen adecuada del objeto de estudio. Dependiendo de la aplicación la imagen puede ser una fotografía, una radiografía, termografía, entre otras.
2. **Procesamiento.** Con el fin de mejorar la calidad de la imagen obtenida se emplean ciertos filtros digitales que eliminan el ruido en la imagen o bien aumentan el contraste.
3. **Segmentación.** En la que se identifica en una imagen cuáles son los pixeles que pertenecen a un objeto.
4. **Medición.** Es la parte de extracción de características de una imagen, se realiza una medición objetiva de ciertos atributos de interés del objeto de estudio.
5. **Interpretación.** De acuerdo a los valores obtenidos en las mediciones se lleva a cabo una interpretación de la información del objeto de la imagen.

2.1 Sistemas de visión

Los sistemas de visión representan uno de los niveles de complejidad más altos en el procesamiento de imágenes, ya que éstos se pueden adaptar cada uno de los requisitos específicos para diferentes aplicaciones. Las soluciones que ofrecen los sistemas los sistemas de visión junto con el procesamiento de imágenes junto con algún otro sensor, de ser necesario, son adecuadas para muchos de los requerimientos de la industria, desde la industria automotriz hasta la industria farmacéutica [5]. Los sistemas de visión artificial combinan herramientas de software y hardware para ofrecer sistemas completos de desarrollo para una variedad de tareas de visión artificial.

La calibración de cámaras es un proceso mediante el cual se calculan los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la misma a partir de un conjunto de puntos de control, conocidas las coordenadas tridimensionales de esos puntos y midiendo las correspondientes coordenadas de

Ingeniería Mecatrónica. Proyectos y Aplicaciones. Capítulo 21, pp.111-116, Octubre 2014.
 © Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C
 ISBN: 978-607-9394-00-4

imagen, en la imagen obtenida con la cámara del sistema de visión [6]. La calibración es el método mediante el cual se estiman los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara así como los parámetros del manipulador.

2.2 Descripción de modelos de visión

Para determinar los modelos matemáticos de un robot manipulador consiste en encontrar las matrices proyectivas Euclídeas 3D que hacen la transformación de coordenadas de un sistema de coordenadas relativas al objeto de estudio al sistema de coordenadas del espacio 3D en el que tiene lugar la proyección perspectiva. En el modelo deben incluirse los grados de libertad que posee el manipulador. Comúnmente por cada centro de rotación se establece un sistema de coordenadas. En los modelos debe incluirse factores de cambio de escala, ya que por lo general las unidades en las que trabaja un manipulador son incrementos (grados) y éstos deben convertirse a milímetros o radianes. La conversión de escala se modela en forma lineal.

Para el control de robots manipuladores mediante el empleo de procesar imágenes requiere el conocimiento de los modelos matemáticos que caracterizan el sistema de visión en conjunto con la geometría que involucra el proceso de captación y formación de imágenes por una cámara.

Para el sistema de visión se considera una cámara de video digital con un sensor CCD (charge coupled device) para la formación de imágenes junto con sus elementos de programación y electrónicos necesarios para poder procesar la información visual obtenida de las escenas captadas mediante el uso de una computadora. El modelo de visión se describe por medio de marcos de referencia o sistemas de referencia definidos de tal forma que obedecen a la regla de la mano derecha, lo mismo para los marcos de referencia del sistema robótico.

Los marcos de referencia se ilustran en la figura 1. Se considera $\sum_{X_R} = \{X_{R1}, X_{R2}, X_{R3}\}$ un sistema de referencia cartesiano fijo asociado al espacio de trabajo del robot manipulador. El origen del marco de referencia \sum_{X_R} se encuentra localizado en la base del robot manipulador, con sus ejes X_{R1}, X_{R2}, X_{R3} , se seleccionan de manera conveniente. Para este marco coordenado un punto x con respecto a \sum_{X_R} se representa por medio de $x_R = [x_{R1}, x_{R2}, x_{R3}]$.

La cámara de video del sistema de visión tiene asociado un marco de referencia $\sum_{X_C} =$

$\{X_{C1}, X_{C2}, X_{C3}\}$, su origen está definido en la intersección del eje óptico con el centro de la lente. El eje X_{C1}, X_{C2} definen un plano perpendicular al eje óptico y el eje X_{C3} , está alineado con el eje óptico de la lente. Un punto x con respecto a \sum_{X_C} se representa por medio de $x_C = [x_{C1}, x_{C2}, x_{C3}]$.

Relativamente la localización entre los marcos de referencia del robot manipulador \sum_{X_R} y el de la cámara CCD \sum_{X_C} está representada por el vector o_R^C , por tal, el plano X_{C1}, X_{C2} está localizado a una distancia o_R^C del plano X_{R1}, X_{R2} . Del sensor de la cámara, el plano donde se proyecta la imagen óptica de la escena corresponde al arreglo discreto de elementos fotosensibles del CCD, éste tiene asociado un sistema de referencia de dos dimensiones denotado por $\sum_I = \{I_1, I_2\}$ su origen está localizado en el centro geométrico del arreglo del CCD de la cámara. Un punto x_I con respecto a \sum_I se representa por medio de $x_I = [x_{I1}, x_{I2}]$, los ejes I_1, I_2 son paralelos y apuntan en la misma dirección de los ejes X_{C1}, X_{C2} , respectivamente. El eje X_{C3} apunta al plano CCD, de manera que un punto x_C frente a la cámara tiene la componente X_{C3} con signo negativo.

La imagen de la escena captada por el arreglo CCD es digitalizada y transferida hacia la pantalla de un monitor para su muestra en pantalla. Sobre la pantalla del monitor se asocia un marco coordenado de dos dimensiones denotado por $\sum_D = \{u, v\}$ cuyo origen se encuentra en la esquina superior de lado izquierdo del monitor con los ejes u, v paralelos a los renglones y columnas de la imagen, respectivamente. El vector u_o, v_o representa el centro de la imagen. Las coordenadas de un punto x sobre la pantalla del monitor de la computadora tiene unidades en pixeles de imagen y es descrito por $x_D = [u, v]$ en vector transpuesto. En la figura 1 se muestra de manera general la ubicación de los marcos de referencia.

El modelo matemático del sistema de visión determinan la proyección de un punto x_R en el espacio de trabajo del robot manipulador sobre un punto en la pantalla del monitor de una computadora x_D denotado por las coordenadas u, v , esto constituye el modelo matemático de visión, el cual está determinado por sus respectivas proyecciones. Las transformaciones de coordenadas cartesianas de la cámara, representa una transformación de cuerpo rígido que se obtiene a partir de la siguiente expresión (1).

$$x_R = O_R^C + R(\alpha, \phi, \theta)_R^C x_C \quad (1)$$

Donde $R(\alpha, \phi, \theta)_R^C$ se denomina matriz de rotación que representa la orientación del sistema de la cámara con respecto al sistema de referencia del robot manipulador, pertenece a la clase de matrices ortogonales que se denomina **SO(3)** [2]. La matriz de rotación considera los ángulos de Euler denotados por α, ϕ, θ , las cuales cumplen con sus respectivas rotaciones en los ejes.

2.3 Píxeles y ángulos

Mediante de un algoritmo capaz de localizar los centroides de los marcadores (círculos negros) ubicados en cada servomotor del robot manipulador (hombro y codo), así también en el extremo final del último eslabón, esto para saber la ubicación exacta de estos elementos y poder diseñar el algoritmo por medio de geometría para el cálculo de los ángulos de cada eslabón, es decir, obtener mediante píxeles el valor de q_1 y q_2 , respectivamente. La figura 3, muestra la posición de los marcadores ubicados físicamente sobre el robot manipulador.



Fig. 3. Marcadores posicionados físicamente en el robot experimental.

Una vez localizados los píxeles en las referencias del robot, mediante un algoritmo de procesamiento de imágenes, el cual tiene como objetivo la localización de los centroides en píxeles de los círculos negros, se tiene la información necesaria para poder determinar geoméricamente los valores articulares a los que corresponde esa posición. El análisis geométrico se parte ubicando tres puntos como lo muestra la figura 4. Así calculando los ángulos geoméricamente, mediante el uso de conceptos de geometría basado en triángulos

rectángulos y semejanza de triángulos se logran las siguientes ecuaciones para el cálculo de las coordenadas articulares q_1 y q_2 . Las ecuaciones (2) y (8) corresponden a las ecuaciones resultantes de las matemáticas correspondientes para cada coordenada angular.

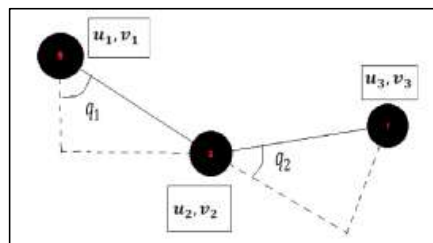


Fig. 4. Ilustración de los marcadores ubicados en el robot manipulador, donde los puntos en rojo determinan las coordenadas en píxeles determinadas por el algoritmo.

Primero, tomando de la figura 4 el triángulo rectángulo tomando como hipotenusa el segmento de línea formado por la coordenada en píxeles u_1 y v_1 unido a u_3 y v_3 , así se obtiene la ecuación (2).

$$q_1 = \tan^{-1} \frac{v_3}{u_3} - \tan^{-1} \frac{l_1 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)} \quad (2)$$

Para el cálculo de q_2 se propone las ecuaciones (3) a la (7), dando como resultado la ecuación (8).

$$u_3^2 + v_3^2 = (l_1 + l_2 \cos(q_2))^2 + (l_2 \sin(q_2))^2 \quad (3)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 \sin^2(q_2) \quad (4)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 (\cos^2(q_2) + \sin^2(q_2)) \quad (5)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) \quad (6)$$

$$\frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} = \cos(q_2) \quad (7)$$

$$\cos^{-1} \frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} = q_2 \quad (8)$$

Ingeniería Mecatrónica. Proyectos y Aplicaciones. Capítulo 21, pp.111-116, Octubre 2014.
 © Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C
 ISBN: 978-607-9394-00-4

3. Análisis de resultados

Del procesamiento de imágenes se realiza en MATLAB 2012b, el cual cumple con los parámetros de la sección 2 de la captación y manipulación de la información visual. En la figura 5, se muestra el resultado del procesamiento de imágenes aprovechando el toolbox de MATLAB para la captación de las coordenadas en píxeles de la imagen y así obtener el punto coordenado u, v necesario para el modelo matemático de visión.



Fig.5. Proceso de captación para la obtención de la información visual.

Del procesamiento se usa el siguiente código en script de MATLAB:

```
info = imaqhwinfo('winvideo')
info.DeviceInfo
vid=videoinput('winvideo',1,'YUY2_160x120');
src=getselectedsource(vid);
start(vid);
preview(vid);
while(vid.FramesAcquired<100)
II = getsnapshot(vid);
Ibinaria=rgb2gray(II);
x=size(Ibinaria,1);
y=size(Ibinaria,2);
area=0;
c_x=0;
c_y=0;
for i=1:x
for j=1:y
if Ibinaria(i,j)<=120
Ibinaria(i,j)=0;
area=area+1;
c_x=c_x+i;
c_y=c_y+j;
else
Ibinaria(i,j)=255;
end
end
end
end
if area ~= 0
```

```
c_x=c_x/area;
c_y=c_y/area;
end
end
```

Para poder verificar que los resultados del procesamiento de imágenes y el modelo obtenido del sistema de visión son correctas se toma un controlador visual para la validación experimental en un robot manipulador de 2 grados de libertad. Para la realización de un controlador con retroalimentación visual, el problema radica en determinar los pares aplicados τ a las articulaciones del robot manipulador para que su extremo final se mueva en forma que la proyección de un objeto estático se encuentre en la posición deseada (u_d, v_d) sobre el plano de la imagen [10]. Hablando de control para la cámara fija consiste en encontrar los pares aplicados de tal forma que la proyección del extremo final alcance la posición deseada sobre el plano de imagen [9]. El error en píxeles de imagen es definido como lo muestra la ecuación (9).

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d - u \\ v_d - v \end{bmatrix} \quad (9)$$

De la ecuación (2), sacando el límite respecto al tiempo al infinito, tenemos que el vector de error de posición $[\tilde{u}, \tilde{v}]^T$, tiende a cero conforme el tiempo evoluciona, para los propósitos de posición de debe asegurar que el controlador llevará a un error cero. La cámara fue colocada frente al robot manipulador, de manera que coincidió el eje R_3 con el eje C_3 de la cámara web usada para la captación de imágenes. El procesamiento de imágenes para la valoración de las coordenadas del eslabón final fue realizado usando MATLAB donde para el experimento se indicó una posición inicial en píxeles respecto al plano de la cámara de $[u_o, v_o]^T = [123, 192]^T$, es decir, $q_1 = 0^\circ$, $q_2 = -45^\circ$, $q_3 = 120^\circ$ en grados; una posición deseada en píxeles para el experimento fue de $[u_d, v_d]^T = [130, 150]^T$. El error de posición en píxeles está definido por $\tilde{u} = u_d - u$ y $\tilde{v} = v_d - v$. Los resultados experimentales se muestran en las gráficas mostradas en la figura 5 y en la figura 6 donde se aprecian las evoluciones de los parámetros con respecto al tiempo, donde se validan el funcionamiento adecuado del controlador visual. Se muestra en la figura 5 la evolución con respecto al tiempo de los errores en píxeles de cada una de las coordenadas \tilde{u} y \tilde{v} , respectivamente.

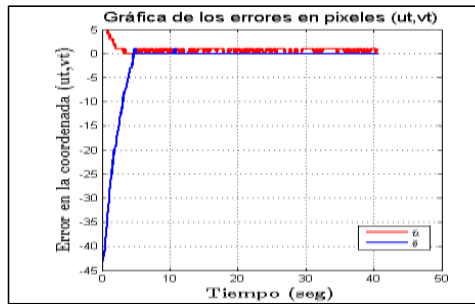


Figura 5. Error de posición \tilde{u} y error de posición \tilde{v} .

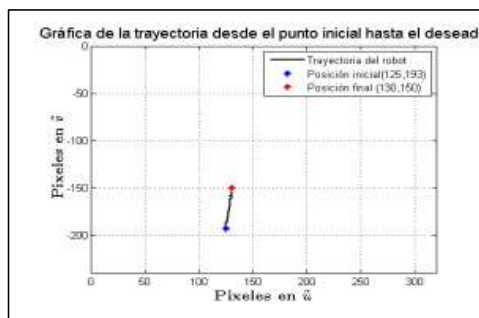


Figura 6. Trayectoria robot sobre el plano de la imagen.

4. Conclusiones

El sistema de visión por computadora al imitar al sentido de visión humano y realizando un procesamiento exacto de imágenes, permite medir sin contacto la posición y orientación del extremo final del robot manipulador. Con los resultados experimentales se valida la aplicación de la visión artificial y el procesamiento de imágenes para una aplicación específica e importante como lo es el control de robots manipuladores, asimismo con los resultados del experimento se hacen válidos y correctos los modelos matemáticos que implica un sistema de visión en sus diferentes configuraciones. De los modelos de visión se enfoca al mapeo de coordenadas cartesianas a coordenadas articulares, para la aplicación a cerrar el lazo de control de los robots manipuladores experimentales con sus respectivas modificaciones para el empleo de las configuraciones cámara fija y cámara en mano. Mediante el uso de herramientas de procesamiento de imágenes se pueden extraer rasgos distintivos de una imagen para poder interpretar y tomar decisiones, tales decisiones no podrían llevar a cabo de manera satisfactoria sino se tuviera la calibración de los sistemas de visión así como los algoritmos que nos determinen la información de coordenadas en píxeles

y en ángulos. La información de visual captada por el sistema de visión es empleada para tener una referencia o un parámetro de decisión para algún proceso o para el uso específico mediante su procesamiento de imágenes.

Referencias

- [1] R. M. Haralick and L. G. Shapiro. "Computer and robot vision", Addison-Wesley Publishing Co., New York, 1992.
- [2] J. Cid & F. Reyes. "Tesis doctoral: Control de movimiento para un robot de transmisión directa mediante retroalimentación visual", UPAEP-México, 2007.
- [3] K. R. Castleman. "Digital image processing", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [4] O. Faugeras, Q. T. Luong and T. Papadopoulos. "The geometry of multiple images: The laws that govern the formation of multiple images of a scene and some of their applications.", The MIT Press, Cambridge, London, 2001.
- [5] E. P. Fuchs. "Análisis y procesamiento de imágenes", http://www.pepperl-fuchs.es/spain/es/classid_1928.htm, España, 2005.
- [6] Y. G. Cid. "Aplicaciones de la ingeniería electrónica, calibración geométrica de cámaras", Escola Politécnica Superior, Departamento de Ciencias Matemáticas e Informática.
- [7] D. Merry. "Visión por computador", Universidad Católica de Chile, Departamento de Ciencias de la Computación, Santiago de Chile, 2004.
- [8] F. Reyes. "Control de un robot de transmisión directa de dos grados de libertad", CICESE-Baja California, México, 1997.
- [9] R. Kelly. "Robust asymptotically stable visual servoing of planar robots", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, no. 5, pp. 759-766, 1996.
- [10] Hashimoto K., "Visual Servoing with nonlinear observer", Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pág.484-489, 1995.



Figura C.1: Reconocimiento de participación en el 13°. Congreso Nacional de Mecatrónica.

Visual Servoing para robots manipuladores

A. Palma-Asunción¹, F. Reyes-Cortés¹, J. Cid-Monjaraz¹, S. Vergara-Limon¹, A. Vargas-Treviño¹

Resumen— En este artículo se aborda el problema de control de robots manipuladores mediante la técnica de visual servoing, la cual, consiste en utilizar información visual como parte del lazo del controlador. Se presenta el modelo en el tratamiento de imágenes utilizando el software MATLAB, por medio del cual se hace el reconocimiento del área de trabajo del robot mediante imágenes. Se muestran los resultados experimentales para un robot de transmisión directa de dos grados de libertad en configuración cámara fija.

Temas claves— Control de robots manipuladores, procesamiento de imágenes, visión por computadora.

Abstract— In this article the problem of robot manipulators control is addressed through visual servoing technique, which is to use visual information as part of the loop controller. The model is presented in image processing using MATLAB software, through which the recognition of the workspace of the robot is done through images. Experimental results are shown for an direct drive robot with two degrees of freedom in setting fixed camera.

Keywords— Control, robot, vision.

I. INTRODUCCIÓN

La robótica y la automatización son disciplinas de alto impacto en aplicaciones de manufactura, en la medicina, en la tecnología, entre muchas otras. A pesar de la existencia de robots comerciales, el diseño de controladores para robots es un área de muchos estudios por parte de los hacedores de robots así como de lugares de investigación del área. La definición propuesta por el *Robot Institute of America* (RIA), un robot es un manipulador multifuncional reprogramable, diseñado para mover materiales, partes, herramientas o dispositivos especializado a través de movimientos programados para la ejecución de diversas tareas [1].

El control en base a la técnica de visión artificial, comúnmente se utiliza para reconocimiento de formas u objetos en cadena de producción, de manera que no incluyen dentro de su control la información visual, sino que solamente es utilizada como una forma de monitoreo, selección o clasificación.

Un componente importante de un sistema robótico es la adquisición, procesamiento e interpretación de la información provista por los sensores. Esta información es utilizada para derivar las señales de control para manejar un robot. La información del sistema y su ambiente puede obtenerse a través de una extensa variedad de sensores: posición, velocidad, fuerza, visión, por mencionar algunos [2]. El control de robots manipuladores empleando información visual es conocido como *visual servoing*, consiste en extraer rasgos distintivos de la imagen y utilizarlos en el lazo de control para cumplir con determinados objetivos de posicionamiento del extremo final del robot en la pantalla de la computadora.

En *visual servoing* se emplea un sistema de visión compuesto por una cámara de video, un algoritmo para procesar imágenes para encontrar la posición en coordenadas cartesianas (píxeles) del extremo final del robot con respecto a un sistema de referencia colocado en el monitor de la computadora. Mediante mapeos de traslación y rotación es posible conocer la ubicación cartesiana del robot respecto a su sistema de referencia de la base del robot, así como sus correspondientes coordenadas articulares usando la cinemática inversa [1]-[6].

Las configuraciones que se pueden dar entre el sistema de visión y el robot manipulador son cámara fija y cámara en mano. En la primera, la cámara CCD es ubicada fuera del espacio de trabajo del robot manipulador tomando escenas del movimiento del robot, el usuario define un punto deseado (coordenadas en píxeles constantes en el monitor de la computadora) y mediante procesamiento básico de imágenes se obtiene la posición del extremo final del robot, esto genera la señal de error de posición visual. Por lo que, el objetivo de control consiste en lograr que el error de posición visual tienda a cero en forma asintótica, conforme el tiempo evoluciona al infinito, es decir, lograr la proyección del extremo final del robot sobre el monitor de la computadora se posicione en los píxeles deseado. Para la configuración cámara en mano consiste en colocar la cámara de video CCD en el extremo final del robot, de tal forma que la cámara tendrá el mismo movimiento que tenga el robot manipulador proporcionando imágenes de los objetos que se encuentran en el espacio de trabajo del robot [1]-[3]-[6]. El objetivo del control consiste en colocar la cámara (extremo final del robot) sobre un objeto deseado.

¹ adilene.buap@gmail.com, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla., FCE-MCEA. Calle 4 Sur 104, Centro Histórico, 72000 Puebla, Puebla, México.

El proceso del análisis de imágenes es del cual, a partir de una imagen se obtiene una medición, interpretación o decisión. El esquema típico del análisis de imágenes consiste en cinco etapas: adquisición de la imagen, procesamiento, segmentación, medición e interpretación. Por medio de las relaciones algebraicas se obtiene una representación matemática para implementar algoritmos y programar métodos computacionales [7].

La tarea en *visual servoing* consiste en posicionar el efector final del robot, con respecto a un objetivo usando las características visuales extraídas desde la imagen [8].

La robótica se complementa con grandes avances mediante la implementación de visual servoing, con esto el buen entendimiento y el desarrollo de aplicaciones de robótica en muchas áreas. Así la robótica se encuentra a la vanguardia en el estudio de e investigación. La gran mayoría de los robots usados en las diferentes industrias están equipados con sistemas de visión, sin embargo, no se explota a la totalidad ya que esta información proporcionada por el sistema de visión no se emplea para alimentar al controlador del robot, sino que simplemente están presentes como un elemento secundario para visualizar imágenes del entorno y no para procesar la información visual para integrar a un lazo de control y generar un sistema versátil.

II. CONTROL DE ROBOTS USANDO VISIÓN

El modelo matemático determina la regla matemática que relaciona las entradas y salidas del sistema, se obtiene de manera analítica en base a la física que rige el comportamiento del sistema [3].

A. Modelo matemático del robot manipulador

El modelo dinámico articular de un robot manipulador de n grados de libertad está dada por la siguiente ecuación [3]-[4]-[6]:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + B\dot{q} + g(q) \quad (1)$$

donde $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ representan a los vectores de posiciones, velocidades y aceleraciones articulares, respectivamente; $M(q) \in R^{n \times n}$ es la matriz de inercia, la cual, es simétrica y definida positiva, $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ es la matriz de fuerza centrípeta y de Coriolis, $g(q) \in R^n$ es el vector de fuerzas o pares gravitacionales debido a la acción de la gravedad y $B \in R^{n \times n}$ es la matriz de coeficientes de fricción viscosa de cada articulación del robot [5].

El modelo dinámico (1) es una ecuación compleja y acoplada, sin embargo, posee varias propiedades matemáticas muy importantes que facilitan el análisis de

estabilidad. Considere que el robot es del tipo antropomórfico, es decir que todas sus articulaciones son del tipo rotacional, entonces:

Propiedad 1 de antisimetría: la derivada con respecto al tiempo de la matriz de inercia $\dot{M}(q)$ y la matriz de fuerzas centrípeta y de Coriolis $C(q, \dot{q})$ satisfacen:

$$\frac{1}{2}\dot{q}^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})] \dot{q} = 0, \forall q, \dot{q} \in R^n \quad (2)$$

Propiedad 2: la matriz de inercia $M(q) \in R^{n \times n}$ es una matriz definida positiva $M(q) > 0$, por lo que existe la matriz inversa $M(q)^{-1}$ y resulta un matriz definida positiva $M(q)^{-1} > 0$.

Propiedad 3: La matriz de fuerzas centrípeta y de Coriolis $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ satisface:

$$C(q, \dot{q}) = 0 \in R^{n \times n} \Leftrightarrow \dot{q} = 0 \in R^n, \forall q \in R^n \quad (3)$$

B. Equivalencia a control cartesiano

Derivado de la metodología Euler-Lagrange, que determina el modelo dinámico en variables de estado cartesiano, se consideran las coordenadas cartesianas y se define la ecuación $\chi = [x \ y \ z]^T$, donde χ define las coordenadas cartesianas del marco de referencia del robot. Donde $\dot{\chi} = J(q)\dot{q}$, donde $J(q)$ es el Jacobiano del robot. Que resulta de la relación de la cinemática diferencial y la aceleración articular. Por lo tanto, puede definirse $\ddot{\chi} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q}$, $\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{\chi}$, $\ddot{q} = J^{-1}(q)\ddot{\chi} - J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{\chi}$. Donde las q muestran las coordenadas articulares y χ define las coordenadas cartesianas.

El control cartesiano, se entiende por la utilización directa de las coordenadas cartesianas (espacio de trabajo del robot manipulador), en la programación de una posición, usualmente se indica por medio de coordenadas articulares, en este caso, no se hace de esa forma ya que se emplea el uso de las coordenadas cartesianas dentro de un plano, esto facilita la interpretación gráfica de la posición para el usuario.

La metodología del jacobiano transpuesto para controladores cartesianos, la cual, fue propuesta por Suguro Arimoto, permite convertir una estructura de control cartesiana en par aplicado a las articulaciones del robot. Lo cual se conoce como ley fundamental del control cartesiano y se describe como sigue:

$$\tau = J^T(q)f_\chi \quad (4)$$

Donde f_χ es la fuerza cartesiana, $J(q)$ es el jacobiano del robot y τ es el par aplicado a las articulaciones del robot.

C. Algoritmo de control

El problema de control de posición (también conocido como regulación) consiste en mover al extremo final del robot $\mathbf{q}(t)$ hacia una posición deseada \mathbf{q}_d , sin importar las condiciones iniciales $[\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0)]^T$. Es decir, se trata de encontrar una ley de control $\boldsymbol{\tau}$ tal que el error de posición $\tilde{\mathbf{q}}(t)$ y la velocidad de movimiento $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t)$ tiendan asintóticamente al punto de equilibrio, en otras palabras que el objetivo de control se cumpla:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2n} \quad \forall t \geq 0 \quad (5)$$

Para resolver el problema de control de posición, se propone la siguiente estructura mostrada en la ecuación 6.

$$\boldsymbol{\tau} = K_p(\tilde{\mathbf{q}}) \frac{\tilde{\mathbf{q}}}{\sqrt{1+\tilde{\mathbf{q}}^2}} - K_v(\dot{\tilde{\mathbf{q}}}) \frac{\dot{\tilde{\mathbf{q}}}}{\sqrt{1+\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^2}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (6)$$

Los datos de posición articular es calculada no por los sensores internos del robot experimental sino en base al algoritmo de visión, el cual, calcula de manera geométrica en base a píxeles los valores de posición angular de cada articulación.

D. Procesamiento de imágenes

El procesamiento de imágenes para la obtención de la información visual para el cerrar el lazo de control del robot, se realizó mediante un algoritmo de procesamiento de imágenes basado en la Transformada de Hough, el cual calcula los centros de cada marcador (círculo negro) colocados en cada articulación y en el efector final.

En la figura 1, se observa el robot experimental con los marcadores colocados en el extremo final del último eslabón, el codo y el hombro.

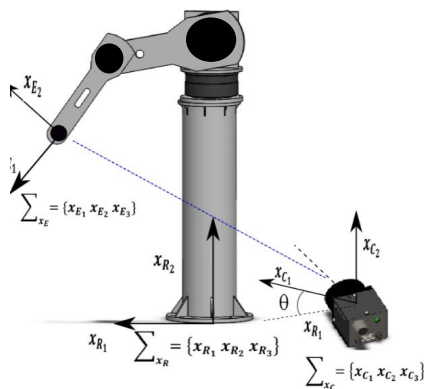


Figura 1. Robot experimental "Rotradi" en configuración cámara fija junto al sistema de visión.

Una vez localizados los píxeles en las referencias del robot, mediante un algoritmo de procesamiento de imágenes, el cual, tiene como objetivo la localización de los centroides en píxeles de los círculos negros, se tiene la información necesaria para poder determinar geoméricamente los valores articulares a los que corresponde esa posición.

El análisis geométrico se parte ubicando tres puntos como lo muestra la figura 2. Así calculando los ángulos geoméricamente, mediante el uso de conceptos de geometría basado en triángulos rectángulos y semejanza de triángulos se logran las siguientes ecuaciones para el cálculo de las coordenadas articulares \mathbf{q}_1 y \mathbf{q}_2 .

Las ecuaciones (3) y (9) corresponden a las ecuaciones resultantes de las matemáticas correspondientes para cada coordenada angular.

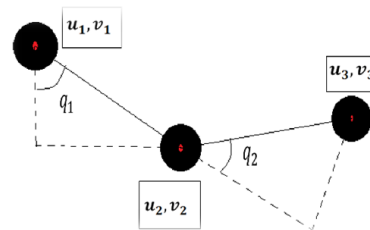


Fig. 2. Ilustración de los marcadores ubicados en el robot manipulador, donde los puntos en rojo determinan las coordenadas en píxeles determinados por el algoritmo. Donde u_1, v_1 corresponden al hombro u_2, v_2 al codo y u_3, v_3 al extremo final del robot.

Primero, tomando de la figura 2, el triángulo rectángulo tomando como hipotenusa el segmento de línea formado por la coordenada en píxeles u_1 y v_1 unido a u_3 y v_3 , así se obtiene la ecuación (7).

$$\mathbf{q}_1 = \tan^{-1} \frac{v_3}{u_3} - \tan^{-1} \frac{l_1 \sin(\mathbf{q}_2)}{l_1 + l_2 \cos(\mathbf{q}_2)} \quad (7)$$

Para el cálculo de \mathbf{q}_2 se propone las ecuaciones (8) a la (12), dando como resultado la ecuación (13).

$$u_3^2 + v_3^2 = (l_1 + l_2 \cos(\mathbf{q}_2))^2 + (l_2 \sin(\mathbf{q}_2))^2 \quad (8)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 \cos^2(\mathbf{q}_2) + 2l_1 l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_2^2 \sin^2(\mathbf{q}_2) \quad (9)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(\mathbf{q}_2) + l_2^2 (\cos^2(\mathbf{q}_2) + \sin^2(\mathbf{q}_2)) \quad (10)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2\cos(q_2) \quad (11)$$

$$\frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} = \cos(q_2) \quad (12)$$

$$\cos^{-1} \frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} = q_2 \quad (13)$$

E. Resultados experimentales

En la figura 3 y en la figura 4 se ilustra el resultado del procesamiento de imágenes basado en la Transformada de Houhg que se implementó en MATLAB para la identificación de los centros de los marcadores colocados sobre el robot experimental.

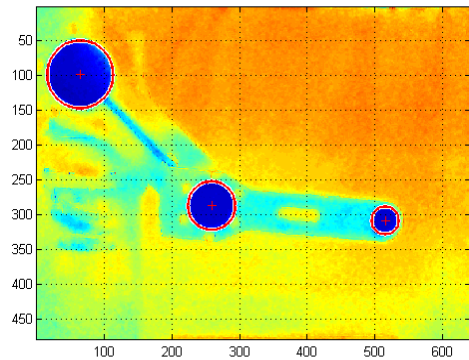


Figura 3. Resultado del algoritmo de procesamiento de imágenes para la detección de los centros de los marcadores sobre el robot experimental.

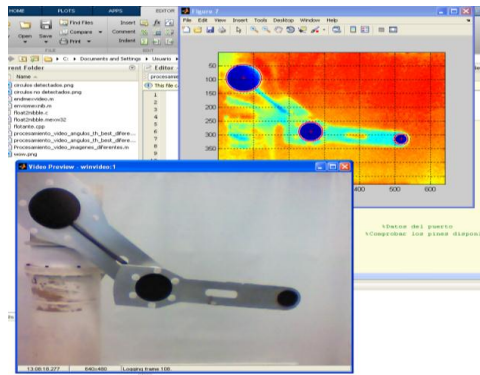


Figura 4. Resultado de la información que obtiene la cámara CCD y el algoritmo de procesamiento de imágenes en el mismo tiempo, se observa el plano de la cámara valuado en píxeles.

De los resultados experimentales se tiene que se detecta de manera adecuada la ubicación de los centroides de los marcadores, esto sirve para obtener las coordenadas en píxeles de la posición del robot en su espacio de trabajo y esto a su vez para detectar el valor de las coordenadas articulares del robot usando únicamente el valor de los píxeles obtenidos por la información visual tomada por una cámara tipo CCD.

Al tener la información visual necesaria para el control de posición del robot y a su vez teniendo la prueba de estabilidad del controlador por vía Lyapunov de estabilidad se realizan las calibraciones y pruebas necesarias del sistema de visión y del sistema robótico, ver figura 1.

Tales pruebas con la comunicación necesaria y la sintonía de las ganancias del control visual se obtienen los resultados adecuados del posicionamiento del extremo final en la coordenada cartesiana deseada, es decir, se cumple con la ecuación (14).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{q}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2n} \quad \forall t \geq 0. \quad (14)$$

F. Conclusiones

Con los resultados experimentales se valida la aplicación de la visión artificial y el procesamiento de imágenes para una aplicación específica e importante como lo es el control de robots manipuladores, asimismo con los resultados del experimento se hacen válidos y correctos los modelos matemáticos que implica un sistema de visión en sus diferentes configuraciones.

De los modelos de visión se enfoca al mapeo de coordenadas cartesianas a coordenadas articulares, para la aplicación a cerrar el lazo de control de los robots manipuladores experimentales con sus respectivas modificaciones para el empleo de las configuraciones cámara fija y cámara en mano. Mediante el uso de herramientas de procesamiento de imágenes se pueden extraer rasgos distintivos de una imagen para poder interpretar y tomar decisiones, tales decisiones no podrían llevar a cabo de manera satisfactoria sino se tuviera la calibración de los sistemas de visión así como los algoritmos que nos determinen la información de coordenadas en píxeles y en ángulos.

Abordar el control de posición por medio de la técnica de *visual servoing* aplicado a un robot experimental abre el camino a una gran área de investigación con la que se pretende abordar grandes problemas de la industria automotriz, médica, de alimentos, entre muchas otras, ya que el relacionar el sentido de visión en modelos de control y no sólo como elemento secundario de vigilancia como

comúnmente se tiene, implica grandes ventajas y presenta grandes retos científicos y académicos a resolver.

Se examina la teoría de control cartesiano para la validación y demostración de controladores por medio de información visual en aplicaciones robóticas.

III. APÉNDICE A: DATOS DEL ROBOT EXPERIMENTAL

Con la finalidad de evaluar experimentalmente la propuesta del algoritmo de control, la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla cuenta con 6 robots de transmisión directa de 3 grados de libertad cada uno con movimiento en el espacio tridimensional. En la figura 5, se muestra el prototipo del robot manipulador con que fueron desarrolladas las pruebas experimentales de control de posición para el algoritmo propuesto. Este prototipo tiene arquitectura abierta, es decir se puede implementar y evaluar cualquier estructura de control para robots manipuladores.

El robot consiste de tres articulaciones utilizando servomotores de transmisión directa cuyas características principales se muestran en la tabla I, los eslabones fueron fabricados de aluminio 6061; los servomotores son configurados en modo par tal que aceptan una señal analógica de la computadora y la convierten a energía aplicada τ (algoritmo de control) a las articulaciones del robot para producir movimiento mecánico y de esta forma el robot se pueda desplazar en su espacio de trabajo [6].



Figura 5. Robot experimental "Rotradi"

Tabla I. Características de los servo actuadores del robot manipulador experimental

Articulación	Modelo del servomotor	Torque Máximo	Resolución pulsos/rev
Base	DM-1015B	15 Nm	1,024,000
Codo	DM-1050A	50 Nm	1,024,000
Hombro	DM-1004C	4 Nm	1,024,000

Para enviar y recibir las señales de los servomotores se utiliza una tarjeta de instrumentación de la compañía Precision Micro Dynamics modelo LC228.

La tarjeta LC228 se conecta al bus PCI y trabaja con un procesador DSP en punto flotante, permitiéndonos trabajar a grandes velocidades en tiempo real. Contiene 4 DAC's de 12 bits, decodificadores de cuadratura, entradas y salidas digitales, timers entre lo más relevante para nuestra aplicación. Todos los algoritmos de control han sido escritos en código C y se ejecutan en tiempo real, empleando un período de muestreo de 2.5 ms.

Las señales de velocidad de los servomotores son obtenidas por el método estándar de diferenciación numérica, también conocido como método de Euler.

Para realizar la implementación de los algoritmos de control se diseñó un ambiente de programación amigable orientado (en visual C++ para plataforma Windows XP) al desarrollo de esquemas de control para robots manipuladores. Este ambiente contiene todas las herramientas que requiere el usuario para llevar a cabo la evaluación experimental en forma sencilla.

IV. AGRADECIMIENTOS

Sin olvidar agradecer a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por la facilidad para hacer uso del laboratorio de Robótica y Automatización de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción Automatización.

A los asesores que apoyaron de guía para llevar a cabo la culminación este trabajo y el tiempo brindado, muchas gracias.

V. REFERENCIAS

- [1] Reyes Cortés F. (1997). "Control de un robot de transmisión directa de dos grados de libertad". Centro de Investigación Científica y de Educación de Ensenada, Baja California, México.
- [2] N. Papanikolopoulos (1994). "Adaptive control, Visual Servoing and Controlled Active Vision". *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego.
- [3] Kelly, R. y Santibáñez V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*, vol. I. México: Prentice Hall.
- [4] Sciavicco L., Siciliano B. (2001). *Modelling and Control of Robot Manipulators*, 2nd ed., London: Springer-Verlag.
- [5] Víctor Santibáñez, Rafael Kelly, and Miguel Angel Llamas (2004, February). "Global asymptotic stability of a tracking sectorial fuzzy controller for robot manipulators". *IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics- Part B*, Vol. 34 No. 1, Pp. 710-718.

- [6] Palma A. A. y Reyes C. F. (2013). "Control de Robots Manipuladores mediante retroalimentación visual" en Congreso Nacional de Mecatrónica, registro 014.
- [7] D. Mery (2004) "Visión por computador". Universidad Católica de Chile, Departamento de Ciencias de la Computación. Santiago de Chile.
- [8] Corke Peter. (2013). "Robotics, vision and control, fundamental algorithms in MATLAB", pag. 455-456. Springer tracts in advanced robotics 73. Germany

VI. BIOGRAFÍAS



Palma Asunción Adilene, nació el 11 de noviembre de 1990 en Axochiapan, Morelos, México. Fue graduada de la licenciatura en Ingeniería en Mecatrónica por la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla en el año 2013 en México.

Ella ha laborado profesionalmente como ingeniero en el Departamento de domótica en diseño y programación de Av Prestige S.A. de C.V., asimismo ella ha laborado en el Área de Corrección y Mantenimiento del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado. Ella, actualmente (2013) estudia la Maestría en Ciencias de la Electrónica, opción en Automatización, en la Facultad en Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla en México. Sus áreas de trabajo e interés son la robótica, visión artificial, procesamiento de imágenes y biomédica.

La Ing. Palma realizó la defensa de tesis titulada Control de movimiento de robots manipuladores mediante información visual, actualmente, trabaja en la tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias titulada Control visual de robots manipuladores.



Reyes Cortés Fernando Nació en la ciudad de Puebla el 7 de marzo de 1962; es Licenciado en Electrónica, por la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (1980-1984). Maestría en Ciencias, con Especialidad en Electrónica por el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE, 1989 a 1991). Doctor en Ciencias con Especialidad en Electrónica y Telecomunicaciones por el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE, 1994-1997).

Actualmente Él es profesor investigador de la Facultad de Ciencias de la Electrónica en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, en México.

El Dr. Reyes fue Premio Estatal de Ciencia y Tecnología por el Gobierno del Estado de Puebla (CONCYTEP, 2001). Premio al Mérito Civil en Ingeniería y Tecnología por el Ayuntamiento de Puebla, 2010. Es autor de más de 350 artículos científicos nacionales e internacionales, 4 libros de texto universitarios del área de robótica y mecatrónica, ha graduado a más de 145 tesis de licenciatura, maestría y doctorado. Ha desarrollado más de 50 prototipos tecnológicos robóticos. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores desde 1993 a la fecha (Nivel I).



Jaime Cid Monjaraz Nació en Puebla, Pue, México el 28 de enero de 1959. Realizó su licenciatura en Electrónica en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP en 1985, Maestría en Control Automático en el Instituto Tecnológico de Puebla en 1995 y el Doctorado en Ingeniería Mecatrónica en la

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla en el año de 2007 en Puebla, México.

El actualmente labora en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, es el Coordinador de Transferencia de Tecnología de la Dirección de Innovación y Transferencia de Conocimiento. Profesor en la BUAP desde 1981 a la fecha impartiendo los cursos en las áreas de Matemáticas, Ciencias Computacionales, Electrónica, Robótica y Control. Es autor de 3 libros, con más de 100 publicaciones científicas, en congresos nacionales e internacionales y revistas, asesor en más de 50 trabajos de tesis profesionales de licenciatura y maestría, tiene 4 solicitudes de patente, su línea de investigación es en visión y Robótica.

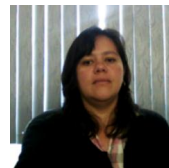
Dr. Cid es senior member del IEEE y miembro de distintas asociaciones académicas y científicas. Ha sido Director de la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la BUAP, Director de Divulgación Científica de la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la BUAP, miembro del Padrón de Investigadores de la VIEP y del Padrón de Consultores de la BUAP.



Sergio Vergara Limon, nació en la ciudad de Puebla, Puebla el 7 de Octubre de 1970. Licenciatura en Electrónica FCE-BUAP Puebla, Puebla, México, 1994. Maestría en Ciencias especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP, Puebla, Puebla, México, 1997, Doctorado en Ciencias especialidad en Optoelectrónica, FCFM-BUAP, Puebla, Puebla, México, 2000.

Él es desde el 2005 Profesor Investigador en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la BUAP en la ciudad de Puebla, Puebla, México, sus líneas de investigación son la instrumentación electrónica, la robótica, el control y la automatización.

El Dr. Vergara pertenece al Sistema Nacional de Investigadores nivel I, posee perfil PROMEP y es coordinador de la Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización, es autor de más de 100 artículos en revistas indexadas, asesor de 24 tesis de maestría terminadas y una de doctorado, tiene colaboración internacional con el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares CERN en el experimento ALICE.



María Aurora Diozcora Vargas Treviño, nació en la ciudad de Puebla, Puebla el 14 de Diciembre de 1972. Licenciatura en Electrónica FCE-BUAP Puebla, Puebla, México, 1994. Maestría en Ciencias especialidad en Optoelectrónica FCFM-BUAP, Puebla, Puebla, México, 1997, Doctorado en Ciencias especialidad en Optoelectrónica, FCFM-BUAP, Puebla, Puebla, México, 2000.

Ella es desde el 2005 Profesor Investigador en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la BUAP en la ciudad de Puebla, Puebla, México, sus líneas de investigación son la instrumentación electrónica, la robótica, el control y la automatización.

La Dra. Vargas pertenece al Sistema Nacional de Investigadores nivel I, posee perfil PROMEP y es profesora de la Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización, es autor de más de 100 artículos en revistas indexadas, asesor de 24 tesis de maestría terminadas, tiene colaboración internacional con el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares CERN en el experimento ALICE.

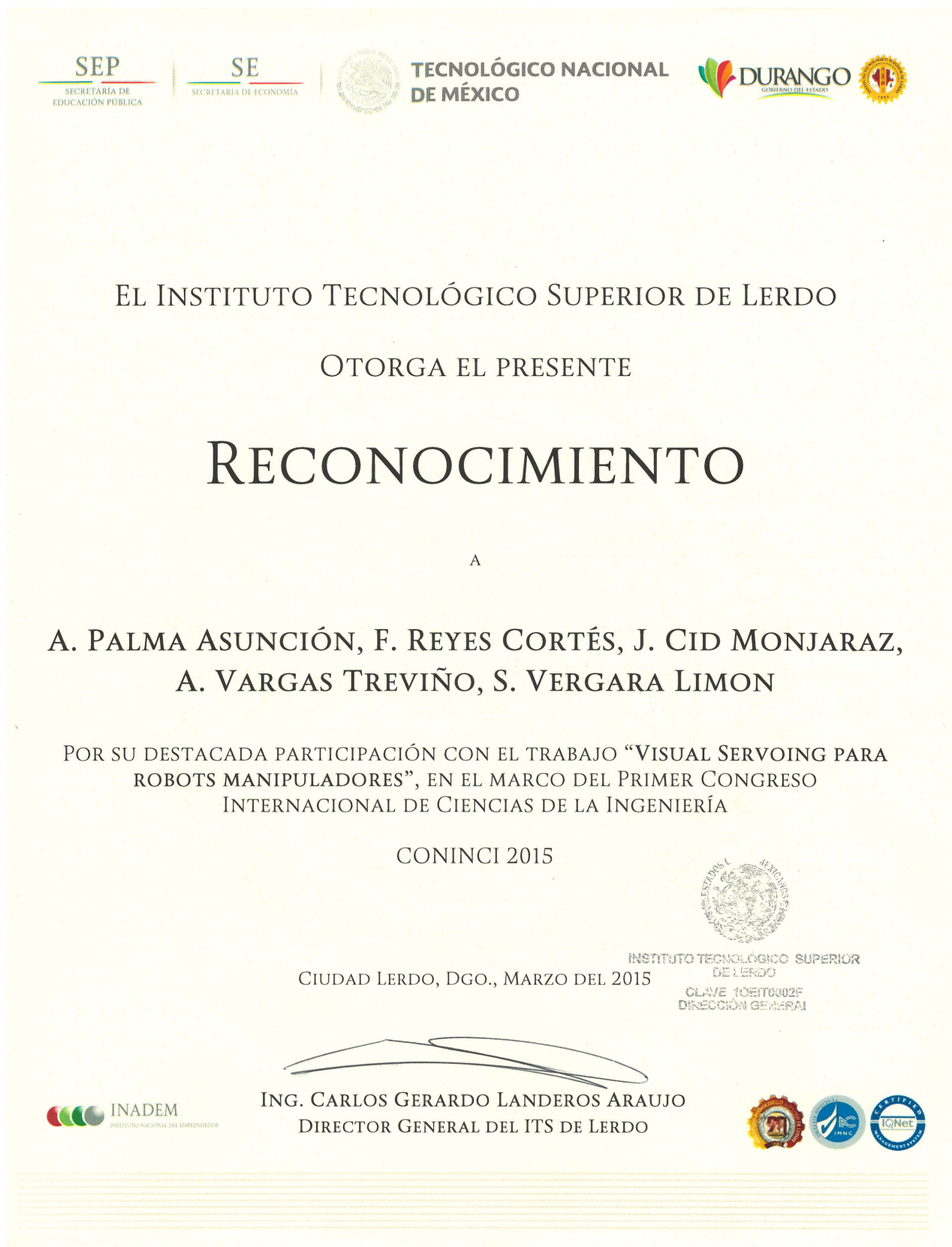


Figura C.2: Reconocimiento de participación con una ponencia en el 1^{er}. Congreso Internacional de Ciencias de la Ingeniería.

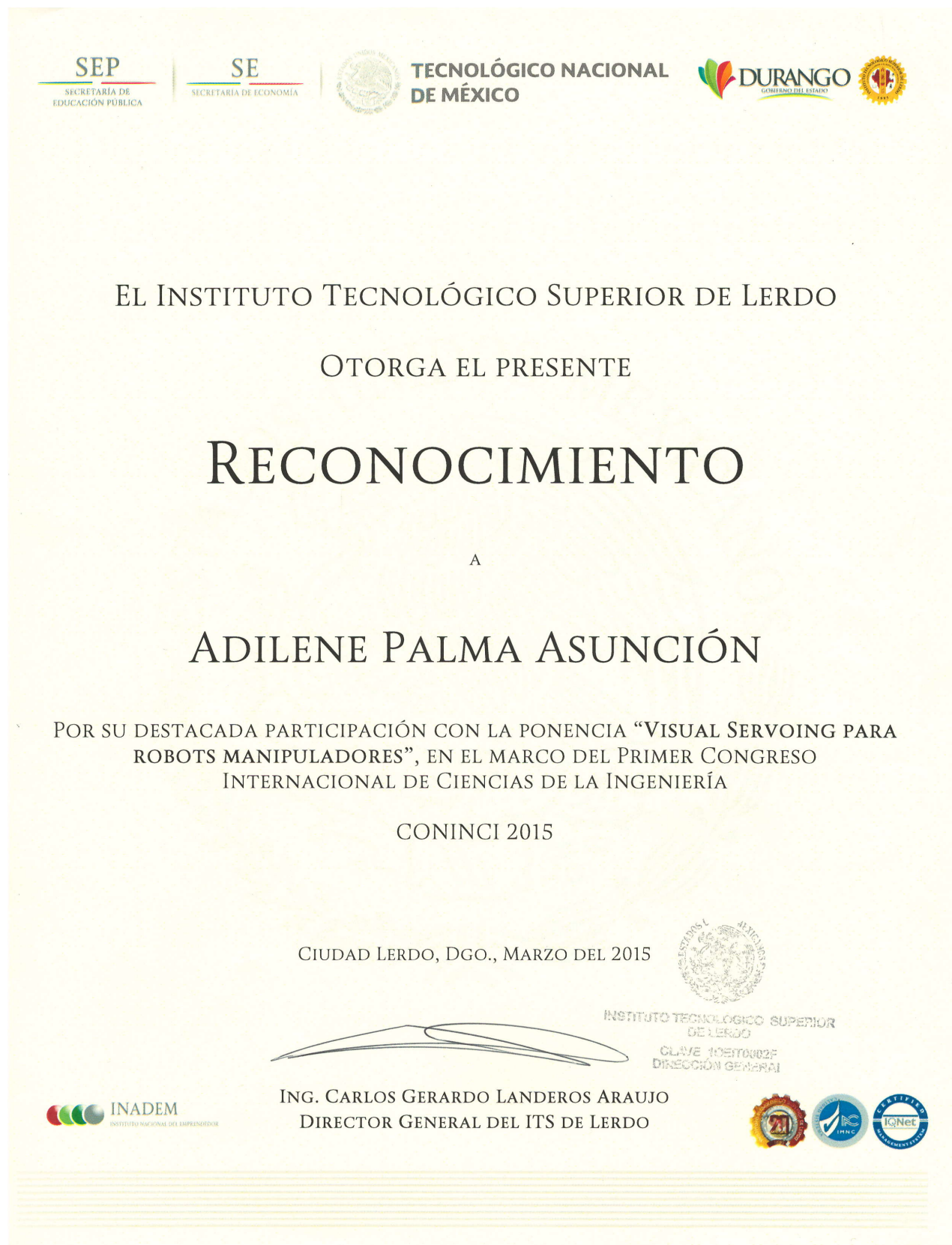


Figura C.3: Reconocimiento de participación de un artículo publicado en el 1^{er}. Congreso Internacional de Ciencias de la Ingeniería.

Control de Posición de Robots Manipuladores Mediante el Uso de Información Visual en el Lazo Cerrado de Control

Adilene Palma Asunción
M.C. de la Electrónica opción Automatización
Facultad de Ciencias de la Electrónica
Benemérita Universidad Autónoma de
Puebla, México 222 229 5500
Email: adilene.buap@gmail.com

Fernando Reyes Cortés,
Sergio Vergara Limon
y Aurora Vargas Treviño
Grupo de Robótica de la
Facultad de Ciencias de la Electrónica
Benemérita Universidad Autónoma de
Puebla, México 222 229 5500 Ext. 7405

Jaime Cid Monjaraz
Área de Transferencia de Tecnología
Centro Universitario de Vinculación
y Transferencia de Tecnología
Benemérita Universidad Autónoma de
Puebla, México 222 229 56 98
Ext. 2211

Abstract—The task in visual servoing is to control the pose of the robot's end-effector, relative to the target, using visual features extracted from image. In this article, the robot manipulators control's problem is approached by visual servoing technique which uses visual information as a part of the closed loop controller. Taking into account that the fundamental requirement in robotics and computer vision is to represent the position and orientation of objects in an environment. The mathematical model proposed by us describes a cartesian control which was developed from the articular space. The result of experiments performed verifies the effectiveness of the proposed controller.

Keywords—Visual servoing, robot manipulators, cartesian control, computer vision, digital image processing.

I. INTRODUCCION

El robot es un sistema que responde a una acción de control y alrededor de éste se hallan distribuidos una serie de herramientas y máquinas con las que el robot es interactivo en sincronía para la realización de trabajos determinados. La mayoría de los robots industriales actuales son en esencia brazos articulados robóticos. El Instituto de Robótica de América, define que un robot industrial es un manipulador programable multifuncional diseñados para mover materiales, piezas, herramientas o dispositivos, mediante movimientos variados, programados para la ejecución de distintas tareas [1].

La robótica mediante el procesamiento de la información se involucra en funciones de control de movimientos, percepción y planificación de decisiones. El sistema de control involucra la retroalimentación del estado anterior de la información suministrada por los sensores internos y externos de la plataforma robótica. Los sensores internos miden el estado de la estructura mecánica, en particular giros y desplazamientos relativos entre articulaciones de la estructura mecánica, mientras que los sensores externos permiten dotar de sentidos al robot en función de su ambiente. Los sistemas de percepción sensorial hacen posible que un robot pueda adaptar automáticamente su comportamiento en función de las variaciones que se producen en su entorno, haciendo frente a situaciones imprevistas. Para esto el lazo del control del robot incorpora la retroalimentación sensorial

del entorno, generando automáticamente acciones en función a la comparación de dicha información sensorial con patrones de referencia [2].

El desarrollo de sistemas de percepción en robótica surge a partir de los progresos tecnológicos en sensores tales como: visión, contacto, sonido, entre otros. Sin embargo, la percepción involucra no sólo la captación de la información sensorial, también su tratamiento e interpretación. De esta forma, la interpretación de imágenes surge como una disciplina que persigue la deducción automática de la estructura y propiedades de un escenario del mundo tridimensional.

La visión por computadora o visión artificial tiene como finalidad la interpretación de escenas desde las imágenes suministradas por la cámara y/o cámaras, utilizando para ello la potencia de procesamiento de imágenes y las prestaciones de una computadora. Las técnicas de control visual utilizan la información proporcionada por el sensor con el fin de controlar los movimientos de un sistema robótico. Al controlar entre uno o todos los grados de libertad de un sistema, podemos llevar a cabo un gran número de posicionamientos, tareas o seguimiento de objetivos móviles, entre muchos otros. Las técnicas de control visual junto con la robótica, automatización, visión por computadora, mecatrónica, procesos industriales, medicina, son empleados como técnica vanguardista del mundo tecnológico. Las técnicas de control visual usan la información proporcionada por un sensor de visión para controlar el movimiento de un sistema dinámico. Los sistemas dinámicos pueden ser sustanciales en áreas como realidad virtual, animación para entidades artificiales o en la realidad aumentada [3]-[4].

II. DESARROLLO

A. Dinámica de robots manipuladores

El modelado dinámico determina la regla matemática que relaciona las entradas y salidas del sistema, este modelo se caracteriza por contener ecuaciones diferenciales [5].

El modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad está dado por (1), la cual representa la base matemática para llevar a cabo el análisis y estudio de fenómenos físicos en el robot manipulador [1].

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) + \mathbf{f}_f(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (1)$$

Donde \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ y $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^n$, $M(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia simétrica y definida positiva, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis, $g(\mathbf{q})$ es el vector de fuerzas o pares gravitacionales y $f_f(\dot{\mathbf{q}}, f_e)$ es el vector de pares de fricción que incluye la fricción viscosa, fricción de Coulomb y la fricción estática para cada articulación. El modelo dinámico describe todos los fenómenos físicos que se localizan en la estructura física: los efectos inerciales, fuerzas centrípetas, y de Coriolis, par gravitacional y fricción. Para realizar el diseño de algoritmos de control de robots manipuladores es esencial conocer al modelo dinámico, ya que utilizando la técnica de diseño por la teoría de estabilidad de Lyapunov, las propiedades del modelo dinámico son utilizadas para analizar y hacer la propuesta de nuevas estructuras de control.

B. Modelo dinámico cartesiano

Del modelo dinámico articular se obtiene el modelo cartesiano. El modelo dinámico en variables de estado cartesiano considera x , y y z como coordenadas cartesianas dentro del marco de referencia del robot experimental ROTRADI y se denota la variable χ como se ve en (2). Como consecuencia de (2) se definen (3), (4), (5), (6) y (7) que se consideran en el modelo cartesiano.

$$\chi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\dot{\chi} = J(q)\dot{q} \quad (3)$$

$$\ddot{\chi} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (4)$$

$$\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{\chi} \quad (5)$$

$$\ddot{q} = J(q)^{-1}\ddot{\chi} + \frac{d}{dt}J(q)^{-1}\dot{\chi} \quad (6)$$

$$\ddot{q} = J(q)^{-1}\ddot{\chi} - J(q)^{-1}\dot{J}(q)J(q)^{-1}\dot{\chi} \quad (7)$$

Donde las q representan a las coordenadas articulares y χ define las coordenadas cartesianas y $J(q)$ es la matriz jacobiana del robot.

C. Algoritmo de control

El control cartesiano se entiende por la utilización directa de las coordenadas cartesianas o espacio de trabajo. En la programación de una posición, usualmente se indican las posiciones de control en coordenadas articulares, sin embargo, las coordenadas cartesianas facilitan la interpretación de posiciones ya que son medidas en puntos cartesianos del espacio y no en ángulos.

La metodología del jacobiano transpuesto para controladores cartesianos, propuesta por Suguro Arimoto, permite convertir una estructura de control cartesiana en par aplicado a las articulaciones del robot [1]. La ecuación (8) es conocida como la *ley fundamental del control cartesiano*.

$$\tau = J^T(q)f_\chi \quad (8)$$

Donde f_χ es la fuerza en coordenadas cartesianas, $J(q)$ es el jacobiano del robot y τ es el par aplicado a las articulaciones del robot medido en $\frac{N}{m}$.

De la ecuación (8), se puede obtener la representación del modelo dinámico en coordenadas cartesianas. Como consecuencia se define (9), como la fuerza cartesiana de un robot manipulador de n grados de libertad en coordenadas cartesianas [6].

$$f_\chi = M_\chi\ddot{\chi} + C_\chi\dot{\chi} + g_\chi + B_\chi \quad (9)$$

En la ecuación (9) se presenta la ecuación del modelo dinámico en función de coordenadas cartesianas. La técnica de modelado por las ecuaciones de Euler-Lagrange permite ampliarse sus resultados de diseño de control en espacio articular a el espacio cartesiano, generando una familia extensa de esquemas de control [1].

Los elementos de la ecuación en términos del jacobiano transpuesto se visualizan en (10), (11), (12) y (13), en donde se describen los elementos de la dinámica no lineal de un robot manipulador en el espacio de variables cartesianas, la matriz de inercia cartesiana M_χ , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis cartesianas C_χ , el par gravitacional g_χ y la fuerza de fricción B_χ .

$$M_\chi = J(q)^{-T}M(q)J(q)^{-1} \quad (10)$$

$$C_\chi = J(q)^{-T}C(q, \dot{q})J(q)^{-1} - J(q)^{-T}M(q)J(q)^{-1}\dot{J}(q)J(q)^{-1} \quad (11)$$

$$g_\chi = J(q)^{-T}g(q) \quad (12)$$

$$B_\chi = J(q)^{-T}B\dot{q} \quad (13)$$

Entonces puede definirse el error de posición en coordenadas cartesianas para determinar la ley de control que pueda abastecer los torques aplicados a las articulaciones del robot

con el objetivo de mover el extremo final del robot hasta la posición deseada denotada por χ_d .

Se define el error de posición cartesiano como se expresa en (14), donde el error depende de la posición actual y la deseada.

$$\tilde{\chi} = \chi_d - \chi \quad (14)$$

Se conoce a *visual servoing* como una aplicación del control cartesiano y se define como un método de control para robots manipuladores que emplea información visual en el lazo de control. La información del ambiente es proporcionada por un sistema de visión y ésta retroalimenta a un algoritmo de control para que el robot sea guiado en su posición hacia un objetivo.

La propuesta de algoritmo de control se presenta en (15). La ecuación (15) cumple con los criterios de la teoría de Lyapunov, usado como técnica de diseño en el moldeo de energía para controladores [1].

$$\tau = J(q)^T \left(K_p \frac{\cosh(\tilde{\chi}) \operatorname{senh}(\tilde{\chi})}{1 + \cosh(\tilde{\chi})} - K_v \frac{\cosh(\dot{\tilde{\chi}}) \operatorname{senh}(\dot{\tilde{\chi}})}{1 + \cosh(\dot{\tilde{\chi}})} \right) + g(\chi) \quad (15)$$

Donde $K_p(\tilde{q})$ representa la matriz de tamaño \mathbf{R}^2 de ganancias proporcionales, $K_v(\dot{\tilde{q}})$ es la matriz diagonal de ganancias derivativas que pertenece a \mathbf{R}^2 , ambas matrices con la propiedad de que todos sus elementos son valores mayores que cero.

D. Plataforma Experimental

El robot manipulador ROTRADI fue diseñado y construido el 25 de enero de 1998 y ha sido la infraestructura académica clave para lograr acreditaciones de CACEI, CIEES y CONACYT de los programas de ingeniería y posgrado de la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. A la fecha se han construido 6 robots de transmisión directa de 3 grados de libertad y constituyen el soporte del laboratorio e infraestructura académica en robótica de la región de Puebla.

La plataforma experimental diseñada en forma *ad hoc* para realizar investigación científica, experimentación y evaluación de algoritmos de control de robots manipuladores. El ambiente de programación controla todos los aspectos de la ejecución experimental (inicialización gráfica, despliegue, registro de datos, cambios de parámetros en línea y retorno a casa).

La fase de compilación y transferencia del algoritmo del usuario es realizada a través de comandos internos del medio ambiente de programación. En esta fase es enlazado en forma automática una programación monitor, que incluye las funciones necesarias para la ejecución correcta del algoritmo de control sobre la tarjeta FPGA. La etapa de ejecución, el algoritmo de control en cada período de muestreo de 25mseg emplea las posiciones y velocidades articulares, y con esa información genera las acciones de control aplicadas a cada articulación. Exhibe y graba en tiempo real las variables de interés previamente seleccionadas por el usuario. La forma en que el medio ambiente obtiene la información de cada variable

es mediante el acceso directo a la localidad de memoria de la variable en cuestión sin interrumpir la ejecución del algoritmo de control.

El robot manipulador experimental está constituido por tres eslabones rígidos fabricados con aluminio 6061 y los cuales se encuentran unidos a través de articulaciones rotacionales, las cuales son actuadas por motores de transmisión directa. El aluminio 6061 es una aleación de aluminio (Al) compuesta por un 0.60 de silicio (Si), un 0.28 de cobre (Cu), un 1 de magnesio (Mg), un 0.2 de cromo (Cr) y un 97.92 de Aluminio (Al). Posee una masa volumétrica de 2.70, un coeficiente de dilatación de 23.6 y un módulo de elasticidad de 69500. Es liviano, tiene buena resistencia a la corrosión, alta resistencia a la tracción, alta conductividad eléctrica, alta conductividad térmica, alta flexibilidad, es no magnético, es atóxico, muy resistente y de aspecto atractivo. Además de estas características debe mencionarse la facilidad con que puede trabajarse este material, reduciendo grandemente las dificultades y problemas de manufactura. En la fig. 1 se muestra a ROTRADI.



Fig. 1. Robot experimental ROTRADI de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Los motores empleados en la construcción del robot manipulador, pertenecen a la serie Dynaserv, del fabricante Parker Compumotor. Para la articulación de la base se utilizó el motor DM-1050; para la articulación del hombro se empleó el motor DM-1050A y para la articulación del codo se utilizó el motor DM.1050B. Cada sistema Dynaserv consiste de un motor de transmisión directa sin escobillas, un manejador de potencia basado en microprocesador, fuente de alimentación y un encoder y/o resolvers para retroalimentación de la posición articular. Entre los principales beneficios de un sistema Dynaserv, pueden contarse la alta exactitud y un alto torque sin que haya necesidad de emplear reductores de velocidad. Los sistemas Dynaserv empleados en el robot, son operados en el modo torque, de modo tal que los motores actúan como una fuente de torque y aceptan un voltaje analógico como una referencia para la señal del torque.

En la tabla I se muestran las características de torque máximo de los sistemas Dynaserv empleados en la construcción del robot y también vale la pena mencionar que cada uno es equipado con sensores de posición que permiten medir los desplazamientos articulares de cada una de las articulaciones, a través de resolvers para el caso de los motores de la base y del hombro, y a través de un encoder para el caso

del motor del codo. La resolución máxima de los sensores de posición para cada articulación del robot se muestra en la tabla I. La información de la velocidad en cada una de las articulaciones se obtiene utilizando el algoritmo de Euler de diferenciación numérica.

TABLE I. CARACTERÍSTICAS DE LOS SERVO ACTUADORES DEL ROBOT MANIPULADOR EXPERIMENTAL.

Ubicación	Modelo del servomotor	Torque Max.[Nm]	Resolución[cpf]
1. Base	DM-1050	50	1,024,000
2. Hombro	DM-1150A	150	1,024,000
3. Codo	DM-1015B	15	1,024,000

E. Resultados experimentales

El modelo en dos dimensiones de la configuración en cámara fija, describe el posicionamiento del sistema de visión fuera del espacio de trabajo del robot manipulador como se muestra en la fig. 2 y su modelo matemático se describe en (16), donde la imagen de la escena sobre el plano de la cámara digital es mostrada en pantalla de la computadora en el marco de referencia $\sum_D = \{u, v\}$ cuyo origen se encuentra en la esquina superior izquierda del monitor.

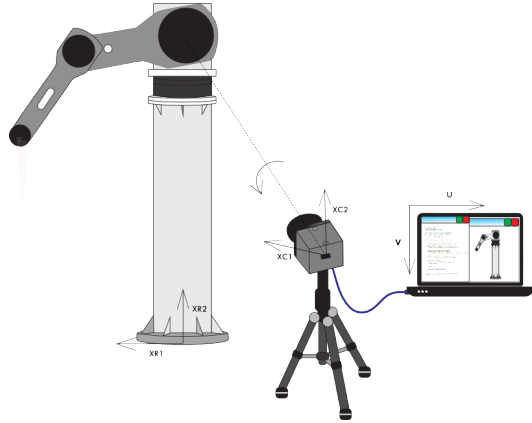


Fig. 2. Sistema de visión en configuración cámara fija respecto al robot manipulador.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_u & 0 \\ 0 & \alpha_v \end{bmatrix} \frac{\lambda}{\lambda + x_{C3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{R1}(\mathbf{q}) \\ x_{R2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{R1}^{C1} \\ O_{R2}^{C2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde el eje X_{R3} del marco de referencia del robot, es paralelo a eje X_{C3} del marco de referencia de la cámara. Por lo tanto $X_{C3} \parallel X_{R3}$ y apuntan en la misma dirección. El ángulo de rotación θ es alrededor del eje X_{R3} . El plano CCD es perpendicular al eje óptico con los planos X_{C1} , X_{C3} y I_1 , I_2 paralelos. La cámara de video posee un sistema óptico alineado perfectamente y libre de aberraciones ópticas, por lo tanto el

eje óptico intersecta en el centro geométrico del plano del sensor CCD.

La incorporación de la matriz jacobiana traspuesta en la conversión de fuerza cartesiana a par aplicado modifica las ganancias de los algoritmos de control cartesiano, resultando ganancias dependientes de la posición, es decir, el controlador se vuelve de ganancias diferentes dependiendo de cada posición deseada. También se debe considerar que la estabilidad es asintótica en espacio cartesiano y es local, esto se traduce a que la posición del robot debe estar lo suficientemente cercano a la posición deseada.

El error en píxeles de imagen es definido como lo muestra (17). Cuando el error en píxeles definido por $[\tilde{u}, \tilde{v}]^T$, se anula, entonces las coordenadas del robot $[u, v]^T$ igualan a las coordenadas deseadas de posición $[u_d, v_d]^T$. Por tal motivo se evalúa el controlador en un tiempo finito y el vector de error $[\tilde{u}, \tilde{v}]^T$ tiende a cero conforme el tiempo transcurre. Para propósitos de control de posición se debe asegurar que el controlador llevará a un error cero en ambas coordenadas o muy próximo a anularse.

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d - u \\ v_d - v \end{bmatrix} \quad (17)$$

La extracción de características de imagen es un primer paso necesario en el uso de los datos de imagen para controlar un robot. Se trata de una etapa de concentración información visual en la salida de una cámara que posteriormente se usan como entrada al sistema de control de del robot [7].

El algoritmo de procesamiento de imágenes es capaz de localizar los centros de los marcadores (círculos negros) ubicados en cada servomotor del robot manipulador (hombro y codo), así también en el extremo del último eslabón de éste. Con la interpretación de la información visual se sabe la ubicación exacta de estos elementos, esto permite poder diseñar el algoritmo de cinemática inversa por medio de geometría para el cálculo de los ángulos de cada eslabón, es decir, obtener mediante píxeles el valor de q_1 y q_2 posiciones articulares del robot manipulador, respectivamente. La figura 3, muestra los marcadores de flujo colocados sobre el robot experimental ROTRADI I.

La identificación se efectúa mediante análisis geométrico de los objetos presentes en la escena capturada. La escena capturada por la cámara digital muestra la fig. 3.



Fig. 3. Escena de la capturada por la cámara digital.

Usando de conceptos de geometría basado en triángulos rectángulos y semejanza de triángulos se logran las siguientes

ecuaciones para el cálculo de las coordenadas articulares q_1 y q_2 . Con el cálculo se cumplen los objetivos de la cinemática inversa. La fig. 4 muestra las consideraciones geométricas.

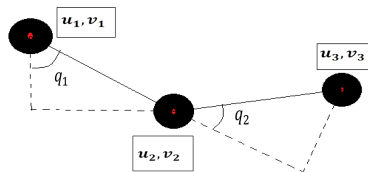


Fig. 4. Ilustración de los marcadores ubicados en el robot manipulador, donde los puntos en rojo determinan las coordenadas en píxeles determinados por el algoritmo.

Con el uso de las consideraciones geométricas necesarias para encontrar los valores angulares de los eslabones del robot, partiendo de la localización de los centros de cada marcador, se obtiene (18).

$$q_1 = \tan^{-1} \frac{v_3}{u_3} - \tan^{-1} \frac{l_1 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)} \quad (18)$$

Para el cálculo de q_2 se proponen las ecuaciones de (19) a la (24), dando como resultado el valor de la articulación correspondiente.

$$u_3^2 + v_3^2 = (l_1 + l_2 \cos(q_2))^2 + (l_2 \sin(q_2))^2 \quad (19)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 \sin^2(q_2) \quad (20)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) + l_2^2 (\cos^2(q_2) + \sin^2(q_2)) \quad (21)$$

$$u_3^2 + v_3^2 = l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) \quad (22)$$

$$\frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} = \cos(q_2) \quad (23)$$

$$\cos^{-1} \frac{u_3^2 + v_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} = q_2 \quad (24)$$

Con la ecuación (18) y (24) se tienen los valores geométricos de los ángulos. Esto se utiliza para hacer el cálculo geométrico de las coordenadas articulares y utilizarlas dentro de la ecuación de control, para no tener la necesidad de tomar esta información del sensor interno (encoder) de la plataforma experimental ROTRADI, sino sólo hacer uso de la información dada por la cámara. Este cálculo es realizado en el cuarto cuadrante del área de trabajo del robot, para determinar otros cuadrantes hay que realizar la compensación o consideraciones correspondientes de rotación.

Realizando la relación física del robot experimental y el sistema de visión, se tiene un acople de computadoras la del mando del robot y del procesamiento de imágenes, trabajando en conjunto con los tiempos de sincronía para su correcto funcionamiento. El acople físico durante los experimentos se muestra en la fig. 5. La comunicación entre computadoras fue realizada por medio de un cable paralelo, enviando en nibbles cada coordenada cartesiana.

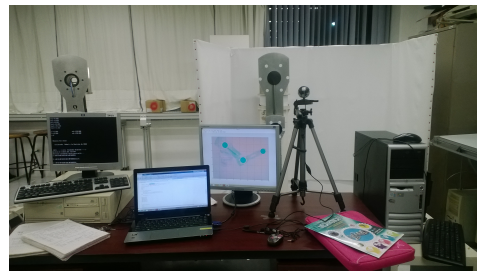


Fig. 5. Posición física entre la plataforma robótica y el sistema de visión.

El procesamiento de imágenes es utilizado para localizar los marcadores ubicados en cada servomotor del robot manipulador (hombro y codo del robot) y del extremo final de éste con el sistema de visión artificial. El resultado del procesamiento digital de imágenes se presenta en la fig. 6.

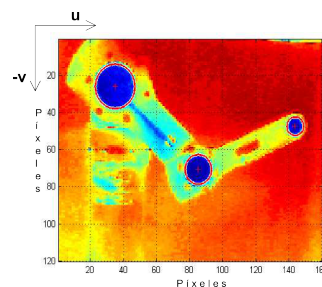


Fig. 6. Identificación de los marcadores en la plataforma robótica mediante transformada de Hough [8].

De la propuesta de control mostrada en (15) y de la información del procesamiento de imágenes mostrado en la fig. 6, se tienen la fig. 7 y fig. 8 que muestran los valores de torques de los motores del hombro y el codo, respectivamente durante el experimento.

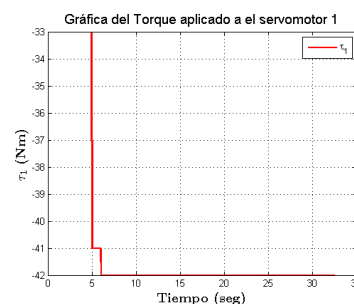


Fig. 7. Resultados experimentales: gráfica del torque del hombro del robot experimental.

Los resultados experimentales de los errores en las coordenadas cartesianas u y v , verifican que el posicionamiento del extremo final del robot experimental se mueve de una

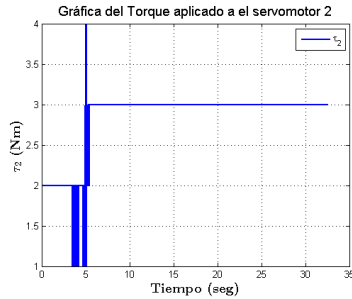


Fig. 8. Resultados experimentales: gráfica del torque del codo del robot experimental.

coordenada de partida hacia una coordenada deseada. Cuando el error se anula entonces los propósitos de control de posición se cumplen. La gráficas mostradas en la fig. 9 y fig. 10 muestran los valores de los errores durante el experimento.

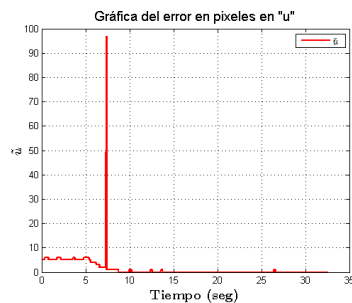


Fig. 9. Resultados experimentales: gráfica del error en la coordenada u .

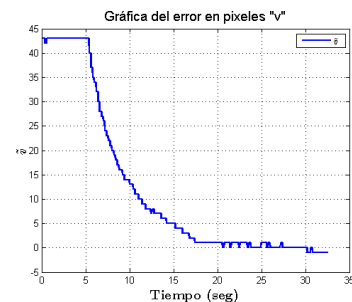


Fig. 10. Resultados experimentales: gráfica del error en la coordenada v .

En base a los resultados experimentales usando la información proporcionada por la cámara en el modelado del control en comparativa con el uso de la información proporcionada con los sensores externos es la variación en las variables \tilde{u} y \tilde{v} ya que tienen variaciones de píxeles en el posicionamiento, y la diferencia del cálculo de variables

angulares y las mediciones por geometría con la cámara es de entre 0.2 a 0.7 de posiciones angulares medidos y esto produce una modificación en la ganancias del controlador, pero son compensadas con la información de posición del estado anterior del efector final del robot manipulador, así a pesar de esta variación el posicionamiento de efector final sigue siendo exitoso y se aproxima a la posición deseada con el mismo grado de error. Recordar que para esta propuesta es necesaria una sintonía diferente para cada posición deseada y la posición deseada debe ser cercana a la posición de partida, como se ha explicado en el desarrollo del trabajo.

De los experimentos, el robot está configurado para realizar un muestreo de 25mseg esto dentro del programa en lenguaje C. De la captura y retroalimentación de la información visual dentro de los experimentos, se toma un tiempo de 7.5 fotos por segundo. Para compensar el atraso de la información visual se colocaron ganancias pequeñas de k_p para hacer lento al controlador y evitar que el lazo quedara abierto durante los experimentos. De ahí que se tiene un tiempo desde el 5seg para alcanzar la zona de convergencia de las posiciones deseadas. El algoritmo de visión fue realizado en el software MATLAB®.

F. Conclusiones

La ley de control propuesta como controlador visual a un robot de manipulador de transmisión directa y arquitectura abierta, mueve el extremo final del robot manipulador desde una posición inicial hacia una posición deseada, usando información proporcionada por la cámara y sin el uso los sensores internos que contiene el robot en su ensamble. La estabilidad asintótica del punto de equilibrio en el espacio cartesiano es local. Se cumplen los objetivos del control de posición gracias a la información obtenida del procesamiento digital de imágenes basado en la transformada de Hough para la localización de los marcadores. Las contribuciones de este trabajo permitirá seguir desarrollando algoritmos de control en el espacio cartesiano incorporando información de sensores externos al robot manipulador, al mismo tiempo que manifiesta grandes retos matemáticos para contrarrestar las desventajas del uso de control en base a la matriz jacobiana del robot.

REFERENCES

- [1] F. Reyes Cortés, *Robótica, Control de Robots Manipuladores*, 1st ed. México: Marcombo Alfaomega, 2011.
- [2] A. Ollero Baturone *Robótica: Manipuladores y Robots Móviles*, 1st ed. México: Marcombo Ediciones Técnicas,.
- [3] F. Chaumette and S. Hutchinson, "Visual servo control-Part I: Basic approaches, 1st ed. IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol. 13, Num. 4, pages 82-90, December 2006.
- [4] F. Chaumette and S. Hutchinson, "Visual servo control-Part II: Advanced approaches, 1st ed. IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol. 14, Num. 1, pages 109-118, March 2007.
- [5] R. Kelly and V. Santibáñez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*, 1st ed. México: Pearson Prentice Hall, 2003.
- [6] P. Sánchez and F. Reyes, *Cartesian Control for Robot Manipulators*, 1st ed. México: INTECH open science open minds: Robot Manipulators Trends and Development, 2010.
- [7] P. Corke, *Robotics, Vision and Control Fundamental Algorithms in MATLAB*, 1st ed. Springer tracts in advanced robotics 73, 2013.
- [8] R. Duda and P. Hart, *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*, Communications of the ACM Journal, Vol. 15, Num. 1, pages 11-15, 1972.



Figura C.4: Reconocimiento de participación de un artículo presentado y publicado en el 2°. Congreso Internacional de Robótica y Computación.

Bibliografía

- [1] K. Whishaw, *Neuropsicología humana*. Ed. Médica Panamericana, 2006.
- [2] N. Papanikolopoulos, *Adaptive Control, Visual Servoing, and Controlled Active Vision*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Diego, California, 1994.
- [3] M. Mendoza and F. Reyes, *Tesis: Control de posición de robots manipuladores mediante retroalimentación visual*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2006.
- [4] I. Bonilla and F. Reyes, *Control de posición de un robot móvil*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias, 2004.
- [5] J. Pérez and F. Reyes, *Control de un robot de 2 grados de libertad por medio de retroalimentación visual*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias, 2005.
- [6] E. Saharín and F. Reyes, *Diseño de un algoritmo de calibración para sistemas de visión*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias, 2006.
- [7] N. Terán and F. Reyes, *Tesis: Visual Servoing*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2008.
- [8] P. Corke, *Robotics, Vision and Control Fundamental Algorithms in MATLAB*. Springer Tracts in Advanced Robotics Volume 73, 2013.
- [9] J. F. Reyes, *Robótica Control de Robots Manipuladores*. Marcombo-México, 2011.
- [10] R. Kelly and V. Santibáñez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*. Prentice Hall, 2003.
- [11] F. Reyes, *Matlab aplicado a la Robótica y a la Mecatrónica*. Marcombo-México, 2012.
- [12] J. Angeles, *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms*. Mechanical Engineering Series 3rd ed. Springer, Montreal Quebec Canada 2007.
- [13] K. Ogata, *System Dynamics*. Prentice Hall, 1987.
- [14] R. R. Murphy, *Introduction to AI Robotics*. A Bradford Book The MIT Press Cambridge Massachusetts, 2000.
- [15] D. McCloy and D. M. J. Harris, *Robótica una Introducción*. Limusa-Grupo Noriega Editores, 1993.
- [16] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil, *Fundamentos de robótica*. McGraw Hill, 1997.
- [17] C. M. Bergren, *Anatomy of a robot*. Mc Graw-Hill - Tab robotics, 2003.

- [18] J. F. Reyes, *Mecatrónica control y automatización*. Marcombo-México, 2013.
- [19] P. H. Corporation, *Dynaserv DM and DR Direct Drive Servos:A User Guide*. Compumotor Division, 1995.
- [20] A. O. Baturone, *Robótica. Manipuladores y Robots Móviles*. Alfaomega-Marcombo, 2007.
- [21] S. B. Niku, *Introducción to Robotics*. John Wiley and Sons Inc., 2011.
- [22] T. Bajd, M. Mihelj, and M. Munih, *Introduction to Robotics*. Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, 2013.
- [23] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. China Machine Press and Pearson Education Asia Ltd. Inc., 2005.
- [24] H. Asada and J. J. E. Slotine, *Robot Analysis and Control*. A Wiley Interscience Publication, 1985.
- [25] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*. John Wiley and Sons, inc., 2006.
- [26] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, inc., 1989.
- [27] J. Denavit and R. S. Hartenberg, "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices," *Journal Applied Mechanics*, vol. 22, pp. 215–221, 1955.
- [28] S. K. Saha, "Dynamics of serial multibody systems using the decoupled natural orthogonal complement matrices," *Journal of applied mechanics*, vol. 66, no. 4, pp. 986–996, 1999.
- [29] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Teoría clásica de los campos*. Ed. Reverté S. A., 2002.
- [30] J. F. Reyes, *Control de un robot de transmisión directa de dos grados de libertad*. CICESE-B.C. México, 1997.
- [31] J. Cid, *Control de Movimiento para un Robot de Transmisión Directa Mediante Retroalimentación Visual*. UPAEP-México, 2007.
- [32] R. D. Lockhart, G. F. Hamilton, and F. W. Fyfe, *Anatomía Humana*. McGraw-Hill Interamericana, 1965.
- [33] P. Davidovits, *Physics in biology and medicine*. Academic Press, Complementary science series 3rd ed., 2008.
- [34] W. quees.info, "Luz, explicación y definición de la luz," <http://http://www.quees.info/que-es-la-luz.html>, 2014.
- [35] R. Baldock and J. Graham, *Image processing and analysis, a practical approach*. Oxford University Press, New York, 2000.
- [36] B. Fontal, T. Suárez, M. Reyes, and F. Bellandi, *El Espectro electromagnético y sus aplicaciones*. VII Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Química, 2005.
- [37] M. C. Puell, *Óptica fisiológica, el sistema óptico del ojo humano y la visión binocular*. Universidad Complutense Madrid, ISB versión digital: 1-4135-6363-5, New York 2000.
- [38] R. M. Haralick and L. G. Shapiro, *Computer and robot vision*. Addison-Wesley Publishing Co., New York 1992.
- [39] K. R. Castleman, *Digital image processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs New Jersey 1996.

- [40] O. Faugeras, Q. T. Luong, and T. Papadopoulos, *The geometry of multiple images: The Laws that govern the formation of multiple images of a scenes and some of their applications*. The MIT Press Cambridge, London 2001.
- [41] D. Mery, *Visión por computador*. Universidad Católica de Chile, Departamento de Ciencias de la Coputación, Santiago de Chile, 2004.
- [42] E. P. fuchs, “Análisis y procesamiento de imágenes,” http://www.pepperl-fuchs.es/spain/es/classid_1928.htm, España, 2005.
- [43] M. T. G. Ramírez, *Determinación de la posición y orientación de un arreglo híbrido de cámaras para maximizar la cobertura de un espacio de trabajo*. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Querétaro, 2010.
- [44] G. Jon, “Pinhole photography, history, images, cameras and formulas,” 2008.
- [45] K. R. Castleman, *Digital image processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1996.
- [46] Y. G. Cid, *Aplicaciones de la Ingeniería Electrónica, Calibración geométrica de cámaras*. Escola Politècnica Superior, Departament de Ciències Matemàtiques i Informàtica.
- [47] L. Oliver, *Bildbasierte Roboterregelung mit einer am Greifer montierten Zoomkamera*. Düsseldorf: VDI-Verl, 2000.
- [48] R. Kelly, “Robust asymptotical stable visual servoing of planar robots,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 759–766, 1996.
- [49] P. K. Horn, *Robot Vision*. The MIT Press, Cambridge, 1986.
- [50] M. Bueno, M. Arteaga, and A. Candea, “Vision systems modelling in 2d and 3d: An approach to the control of manipulator robots,” *Tecnura*, vol. 17, no. 37, pp. 622–662, 2013.
- [51] P. R. 366, “Vision systems,” *Production Engineering Research Association*, 1982.
- [52] E. Cuevas, D. Zaldívar, and M. Pérez, *Procesamiento digital de imágenes con MATLAB y Simulink*. Alfaomega RA-MA, 2010.
- [53] Y.-R. Chen, K. Chao, and M. S. Kim, “Machine vision technology for agricultural applications,” *Science Direct: ELSEVIER*, vol. 36, no. 2-3, pp. 173–191, 2002.
- [54] P. Hough, *Method and Means for Recognizing Complex Patterns*. Patent No. 3069654, U.S., December 1962.
- [55] D. Antolovic, *Review of the Hough Transform Method, With an Implementation of the Fast Hough Variant for Line Detection*. Department of Computer Science, Indiana University, and IBM Corporation, U.S.
- [56] R. D. . P. E. Hart, “Use of the hough transformation to detect lines and curves in pictures,” *Comm ACM*, vol. 15, pp. 11–15, January 1972.
- [57] D. H. Ballard, “Generalizing the hough transform to detect arbitrary shapes,” *Pattern Recognition*, vol. 13, no. 2, pp. 111–122, 1981.
- [58] M. Nixon and A. Aguado, *Feature Extraction and Image Processing*. Academic Press, 2008.
- [59] Gonzalez and Woods, *Digital Image Processing*. Addison Wesley Longman Publishing, 1992.
- [60] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 1993.
- [61] P. I. Corke, *Visual Control of Robots: High-Performance Visual Servoing*. CSIRO Division of Manufacturing Technology, Australia, August 1996.

- [62] F. L. Lewis, D. M. Dawson, and C. T. Abdallah, *Robot Manipulator Control Theory and Practice*. Marcel Dekker Inc., 2004.
- [63] K. I., “Modelling and control of a flexiblebeam and robot arm,” *University of Twente*, 1990.
- [64] J. L. Barahona, *Plataforma Experimental Para Propósitos De Investigación Científica en Robótica*. FCE-Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Tesis Maestría, 2004.
- [65] A. Loria, *On Output Feedback Control of Euler-Lagrange Systems*. Thesis. Centre de Recherches de Royallieu. Université de Technologie de Compiègne. France, 1996.
- [66] P. Sánchez and F. Reyes, “Demostración matemática del controlador jacobiano transpuesto y de la propiedad de antisimetría,” *Congreso Nacional de Mecatrónica*.
- [67] P. Sánchez and F. Reyes, “Control de posición de un robot manipulador mediante un algoritmo de control en espacio cartesiano,” *Congreso Nacional de Mecatrónica*.
- [68] P. Sánchez and F. Reyes, “Cartesian control for robot manipulators,” *INTECH open science open minds: Robot Manipulators Trends and Development*, 2010.
- [69] J. J. Craig, *Robótica*. 3ra. Ed. Pearson Prentice Hall, 2006.
- [70] F. Chaumette and S. Hutchinson, “Visual servo control-part i: Basic approaches,” *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 82–90, December 2006.
- [71] F. Chaumette and Hutchinson, “Visual servo control-part ii: Advanced approaches,” *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, no. 1, pp. 109–118, March 2007.
- [72] B. Espiau, F. Chaumette, and R. Patrick, “A new approach to visual servoing in robotics,” *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, vol. 8, no. 3, pp. 313–326, 2002.
- [73] L. F. and A. C., *Control of robot manipulators*. Macmillan, 1993.
- [74] O. B., *Robótica, Manipuladores y Robot Móviles*. Afaomega-Macombo, 2001.
- [75] N. N., *Sistemas de Control para Ingeniería*. CECSA-México, 2002.
- [76] D. W. Clarke and P. J. Gawthrop, “Self-tuning control,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 126, no. 6, pp. 633–640, 1979.
- [77] MathWorks, “Matlab the language of technical computing,” <http://www.mathworks.com/products/matlab/?refresh=true>, 2015.