



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TÍTULO DE LA TESIS

**COMPRENSIÓN TEXTUAL DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS VERBALES:
TERCER GRADO DE TELESECUNDARIA**

**TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA
LIC. MARÍA KARINA OVALLE JARAMILLO

DIRECTOR DE TESIS
M.C. ADRIÁN CORONA CRUZ

CO-DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

PUEBLA, PUE. JUNIO, 2023



DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

LIC. MARÍA KARINA OVALLE JARAMILLO

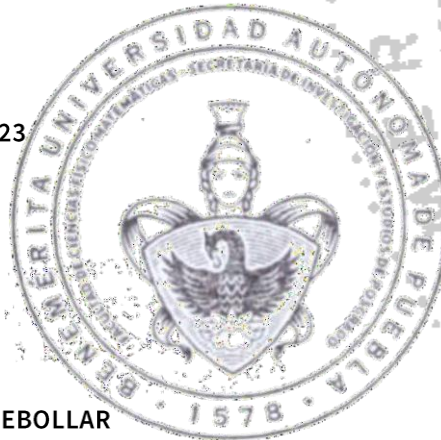
Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 29 de noviembre de 2022, con la tesis titulada:

**“COMPRENSIÓN TEXTUAL DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS VERBALES:
TERCER GRADO DE TELESECUNDARIA”**

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 26 de junio de 2023

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAestrÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



DRA'LAHR/l'agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

De enero de 2021 a diciembre de 2022

No. de CVU: 648324

A mis padres,

Paula (†) y José Jorge.

Gracias infinitas por la crianza que me dieron.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial para la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado de San Luis Potosí (SEGE), por el apoyo brindado para poder ausentarme de mi centro de trabajo. Gracias a su apoyo pude realizar mis estudios de posgrado, y al término del mismo, fue posible retomar mis funciones de docente frente a grupo.

También, quiero agradecer a mis hermanas y hermanos por estar siempre presentes en mi vida. A mis sobrinos, a mi abuela Emilia por todo su cariño y sabiduría. A mis amigas y amigos por acompañarme en los momentos complicados de la vida.

A mi director de tesis, Mtro. Adrián Corona Cruz, a mi co-director, Dr. Josip Slisko Ignjatov, al Dr. Eric Flores Medrano y a la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar. Gracias por el apoyo y acompañamiento brindados durante los últimos dos años. Gracias por su tiempo, comentarios y sugerencias al trabajo de investigación.

Agradezco que me hayan dado la oportunidad de cursar la Maestría en Educación Matemática a pesar de mi perfil profesional. Agradezco también, a todos los profesores y compañeros de la maestría, por compartir su experiencia y conocimientos. Aby, mil gracias por el apoyo, por su calidez humana y su profesionalismo.

Por último, quiero agradecer a todos los compañeros profesores de la modalidad de Telesecundaria. Gracias por haberme proporcionado el tiempo y el espacio en sus centros de trabajo para la aplicación de los instrumentos a sus estudiantes. Sin su apoyo no hubiese sido posible realizar este trabajo.

ÍNDICE GENERAL

Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
Capítulo 1. Antecedentes	5
1.1 La comprensión lectora y el rendimiento académico.....	5
1.2 Comprensión lectora y habilidades en ciencias y matemáticas.....	6
1.3 Comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos.....	7
1.4 Competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos verbales ..	8
1.5 Factores cognitivos y no cognitivos que influyen en el rendimiento en lectura y Matemáticas.....	9
1.6 Formulación y planteamiento del problema.....	10
1.6.1 Objetivo general.....	11
1.6.2 Hipótesis	11
1.6.3 Justificación	11
Capítulo 2. Marco Teórico	13
2.1 ¿Comprensión lectora o competencia lectora?.....	13
2.2 Teorías que abordan la comprensión lectora.....	15
2.3 Teorías utilizadas por PISA	16
2.4 Texto y comprensión textual	18
2.5 Tipos de texto.....	18
2.6 El problema matemático	19
2.7 Problema matemático verbal.....	22
2.7.1 Clasificación de problemas matemáticos verbales.....	22
2.8 Competencia matemática	23
2.9 Marco de evaluación para la competencia lectora (PISA)	24
2.9.1 Localización de la información	25
2.9.2 Integrar e Interpretar	26

2.1.1 Reflexión y valoración...	26
Capítulo 3. Método...	28
3.1 Tipo de investigación	28
3.2 Población y muestra	28
3.3 Instrumentos.....	29
3.4 Recolección y análisis de datos	30
Capítulo 4. Análisis y Resultados...	33
4.1 Competencia lectora.....	33
4.1.1 Texto expositivo	33
4.1.2 Texto narrativo	35
4.1.3 Texto argumentativo.....	37
4.1.4 Texto descriptivo	39
4.2 Comprensión textual de problemas matemáticos.....	41
4.2.1 Problema 1. El reparto del tesoro.....	41
4.2.2. Problema 2. Diofanto	43
4.2.3 Problema 3. Los hermanos.....	45
4.2.4 Problema 4. Pitágoras y sus discípulos	46
4.3 Nivel de correlación entre variables	48
Conclusiones	50
Referencias	53
Anexos... ..	59

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de problemas matemáticos	20
Tabla 2. Clasificación de problemas matemáticos verbales	22
Tabla 3. Procedencia de la muestra	28
Tabla 4. Criterios de evaluación.....	31

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Procesos del marco de evaluación de la competencia lectora	24
Figura 2. Resultados obtenidos en el texto expositivo	33
Figura 3. Fragmento del texto expositivo	34
Figura 4. Respuesta de una estudiante	35
Figura 5. Resultados obtenidos en el texto narrativo	35
Figura 6. Texto narrativo	36
Figura 7. Respuesta de un estudiante a la pregunta 1	36
Figura 8. Respuesta correcta a la pregunta 1	36
Figura 9. Resultados obtenidos en el texto argumentativo	37
Figura 10. Resultados del texto descriptivo	39
Figura 11. Resultados de la prueba de competencia lectora	40
Figura 12. Resultados obtenidos en el problema 1	42
Figura 13. Respuesta argumentada a la pregunta 3	42
Figura 14. Resultados obtenidos en el problema 2	43
Figura 15. Resultados obtenidos en el problema 3.....	45
Figura 16. Resultados obtenidos en el problema 4	46
Figura 17. Resultados de la prueba de comprensión textual de problemas	47
Figura 18. Nivel de correlación entre variables	48

Resumen

Diversas investigaciones han demostrado que el rendimiento en los problemas matemáticos verbales está fuertemente relacionado con el rendimiento en la comprensión lectora. Sin embargo, la mayoría de estas investigaciones implican la resolución del problema. Por lo que, en este estudio, de tipo correlacional, el objetivo es establecer la relación que existe entre la competencia lectora y la comprensión del problema matemático verbal. Para el logro de dicho objetivo, se utilizó una prueba de competencia lectora integrada con reactivos liberados por PISA. En la prueba de comprensión textual de problemas matemáticos verbales, se utilizaron problemas del libro de matemáticas de tercer año de Telesecundaria. Las pruebas fueron aplicadas a 132 estudiantes que cursaban el último grado en dicha modalidad, cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años. Los datos recabados fueron analizados a través del software estadístico JASP. Los resultados encontrados muestran una correlación positiva fuerte entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales. También se encontró que los problemas matemáticos verbales del libro de texto tienen un nivel semántico complejo y que están alejados del contexto en el que se desenvuelven los estudiantes de la modalidad de Telesecundaria.

Palabras clave: comprensión textual, competencia lectora, correlación, problema matemático verbal.

Abstract

Research has shown that performance on mathematical word problems is strongly related to performance in reading comprehension. However, most of this research involves solving the problem. Therefore, in this correlational study, the aim is to establish the relationship between reading literacy and comprehension of the mathematical word problem. In order to achieve this objective, a reading literacy test integrated with items released by PISA was used. In the test of textual comprehension of mathematical word problems, problems from the mathematics book of the third year of telesecundaria were used. The tests were administered to 132 students in the last grade of middle school, aged between 14 and 15 years. The data collected were analyzed using JASP statistical software. The results showed a strong positive correlation between reading literacy and textual comprehension of mathematical word problems. It was also found that the mathematical word problems in the textbook have a complex semantic level and that they are far from the context in which the students of the telesecundaria modality develop.

Keywords: textual comprehension, reading competence, correlation, mathematical word problem.

INTRODUCCIÓN

En México, los resultados de pruebas nacionales (PLANEA) e internacionales (PISA) revelan que muchos niños y jóvenes presentan dificultades para interpretar el sentido de los textos y vincular la información presentada en ellos, lo cual repercute en su rendimiento escolar. Durante los últimos años se han realizado diversos trabajos de investigación donde se busca establecer una relación entre la comprensión lectora y el rendimiento escolar, algunos abordan la importancia de la lectura para el aprendizaje de las ciencias y otros se han enfocado específicamente en la comprensión de textos matemáticos. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones se han enfocado en la relación entre la comprensión lectora y la habilidad para la resolución de problemas matemáticos.

Por lo tanto, en el presente trabajo de investigación se aborda únicamente la relación de la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales. Pues la hipótesis apuntaba a que, si el estudiante no tiene un nivel apto en competencia lectora, presentará dificultades para comprender los problemas matemáticos verbales. Ya que antes de que el estudiante planifique una estrategia para la resolución del problema, es necesario que comprenda el texto, y represente correctamente la naturaleza del problema.

En el primer capítulo se presentan los trabajos que han abordado el tema de la relación entre la comprensión lectora y el rendimiento escolar, cómo lo han hecho y los resultados que han obtenido. Además, se presentan aquellos que han abordado específicamente la relación entre la comprensión y la resolución de problemas. Asimismo, los que han resaltado la importancia de la comprensión textual de problemas matemáticos verbales, así como las sugerencias metodológicas para abordar el tema.

En el segundo capítulo (marco teórico) se presentan las teorías que han abordado la comprensión lectora. También, se especifica cuál es nuestro marco de referencia, las definiciones de los términos principales empleados en nuestra investigación, así como el marco de evaluación que se empleó para valorar la información recabada con la aplicación de las pruebas de competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos verbales.

En el siguiente capítulo se describe el método utilizado para llevar a cabo la investigación. En la población y muestra, se describe brevemente el contexto en el que se desenvuelven los sujetos que participaron en el estudio. Asimismo, los instrumentos utilizados para recabar los datos y el proceso

de validación. De la misma forma, cómo se procedió al análisis de los datos y el software utilizado para tal fin.

El análisis de datos y resultados se presentan en el cuarto capítulo. En primer lugar, se analiza cada uno de los textos empleados en la prueba de competencia lectora, así como las preguntas con mayor y menor puntuación. También se presenta un análisis general de la prueba. En segundo lugar, se presenta el análisis de cada uno de los problemas matemáticos verbales. Del mismo modo, se analizan los ítems o preguntas con los resultados más bajos y se presenta un análisis general de la prueba. Posteriormente, se presentan los resultados obtenidos en la prueba correlación entre ambas variables (Competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos). En último lugar, se discuten los resultados obtenidos en la investigación.

Capítulo 1

ANTECEDENTES TEÓRICOS

El escenario de los sistemas educativos de varios países ha llevado a emprender diversas investigaciones para idear nuevos métodos y técnicas de enseñanza que ayuden a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en los diversos niveles educativos.

Durante los últimos años, se han realizado varios trabajos de investigación donde se busca establecer una relación entre la comprensión lectora y el rendimiento escolar. Algunos estudios abordan la importancia de la lectura para el aprendizaje de las ciencias y otros han estudiado específicamente la relación entre la comprensión lectora y la habilidad para la resolución de problemas matemáticos.

1.1 La comprensión lectora y el rendimiento académico

La lectura es considerada una herramienta básica a través de la cual se construye el conocimiento en la escuela. Los bajos resultados en pruebas nacionales e internacionales, así como el rendimiento en otras áreas del currículo, se han asociado al nivel de comprensión lectora de los estudiantes. Por lo que se busca intervenir en el aprendizaje y la comprensión lectora desde etapas tempranas para facilitar el aprendizaje de contenidos disciplinares en etapas posteriores (Imam et al., 2013; Peralbo et al., 2009).

Las investigaciones que han abordado la relación entre la comprensión lectora y el rendimiento escolar, sobre todo en el nivel primaria y secundaria, han encontrado que la comprensión lectora resulta ser un buen predictor del rendimiento académico, (García-García et al., 2018; Gómez, 2011; Guzmán et al., 2016; Oliveira et al., 2008). En el nivel universitario, la lectura y comprensión de textos sobre temas científicos específicos son de suma importancia para el rendimiento académico, sin embargo, diversas investigaciones han evidenciado una pobre comprensión de textos por parte de los estudiantes evaluados (Kolić-Vrhovec et al., 2011; Ugarriza, 2006).

Por su parte Kozminsky y Kozminsky (2001) estudiaron la relación entre el conocimiento general y la comprensión lectora. Encontraron que el conocimiento previo, entendido como “todo lo que los lectores ya saben sobre eventos, ideas u objetos” (p. 188), influye en el significado que el lector le da a un texto. En cualquier área del conocimiento, si el lector cuenta con ideas, experiencias y conocimiento de términos, comprenderá con mayor facilidad la información que se presenta en el texto.

1.2 Comprensión lectora y habilidades en ciencias y matemáticas

Las matemáticas y las ciencias siempre han sido el foco de atención dentro de los sistemas educativos. Sin embargo, en diversas pruebas, los resultados obtenidos son insatisfactorios. Por lo que se busca mejorar el rendimiento de los estudiantes en estas áreas. La lectura se ha considerado como una de las causas de los bajos resultados, ya que la lectura de un texto didáctico es una parte fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que se dice que:

El profesorado de ciencias también debe implicarse en la formación lingüística del alumno desde su parcela: cuando habla, cuando participa en la comprensión de un texto, cuando orienta la elaboración de textos escritos, cuando modera un debate, cuando comparte con un pequeño o gran grupo... es profesor de ciencias, pero también lo es de lenguaje (Márquez et al., 2005, p. 432).

Con respecto a la relación entre la comprensión lectora y el rendimiento en matemáticas o ciencias, se han llevado a cabo estudios que toman como base los resultados obtenidos en pruebas nacionales e internacionales, que si bien, evidencian una estrecha relación entre ambas variables, tratan de profundizar en las causas. Akbasli et al. (2016) encontraron que la comprensión lectora contribuye positiva o negativamente a los resultados de éxito en las clases de matemáticas o ciencias. Sin embargo, también se han expuesto otras causas, por ejemplo, Ramírez et al. (2012) muestran que el contexto socioeconómico y cultural permiten explicar el nivel existente en dichas competencias.

En este mismo sentido, Backhoff et al. (2010) utilizaron los resultados que el Instituto Nacional para la Evaluación Educativa obtuvo al aplicar las Pruebas de Estándares Nacionales de Matemáticas y de Comprensión Lectora. Los resultados destacan las diferencias que existen entre escuelas privadas e indígenas, en el caso del nivel primaria. Mientras que, en secundaria, las diferencias se acentúan entre escuelas privadas y las telesecundarias.

Algunas posibles explicaciones de estas diferencias de resultados entre modalidades y entre estratos, deberían tomar en cuenta las características de la población estudiantil, incluyendo las condiciones materiales y sociales de las escuelas y las familias de los estudiantes, así como las diferencias en las oportunidades de aprendizaje. (Backhoff et

al., 2010, p. 13).

Continuando con esta misma línea de investigación, Salihu et al. (2018) encontraron una fuerte asociación entre el rendimiento matemático y la comprensión lectora. Además, observaron que no había diferencias de género en el rendimiento en matemáticas, mientras que la ubicación de los centros educativos (urbana o rural), así como el estatus socioeconómico de los estudiantes, sí tenían un impacto sustancial en el rendimiento en matemáticas.

Como se puede apreciar, son diversos los factores que influyen en el rendimiento académico en ciencias y matemáticas, sin embargo, la comprensión lectora sigue figurando como una de las principales causas de los bajos resultados obtenidos en estas áreas.

1.3 Comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos verbales

El proceso de resolución de problemas matemáticos es reconocido como un componente importante en el estudio del conocimiento matemático, lo que ha llevado a poner atención tanto en el diseño y presentación de problemas, así como en estudiar las estrategias utilizadas al resolverlos (Santos, 1992). En los últimos años diversos estudios han demostrado que los factores cognitivos (comprensión lectora, memoria de trabajo) y/o afectivos (ansiedad matemática, actitud matemática y autoeficacia matemática) podrían jugar un papel crucial en la resolución de problemas para los estudiantes de secundaria (Öztürk et al., 2020). Asimismo, Vilenius-Tuohimaa et al. (2008) expusieron que el rendimiento en la resolución de problemas matemáticos verbales estaba fuertemente relacionado con el rendimiento en la comprensión lectora, lo que sugiere que ambas habilidades requieren una capacidad de razonamiento general.

Por su parte, Lekkaerman et al. (2005) además de la asociación entre ambas variables, señalaron que éstas pueden compartir algunos componentes cognitivos básicos, como la memoria de trabajo, y la percepción auditiva y visual. Lo cual sugiere que se requieren de las mismas habilidades lingüísticas en matemáticas y lectura. Boonen et al. (2014) apuntan que esto puede deberse a que los modelos teóricos convergen en la idea de que la resolución de problemas verbales se compone principalmente de dos fases:

- (1) la fase de representación del problema, que implica la identificación y representación de la situación del problema que está "oculta" en el texto del problema

verbal, y

(2) la fase de solución del problema, que incluye la planificación y ejecución de los cálculos matemáticos necesarios (Boonen et al., 2014, p. 15).

Este tipo de problemas se han utilizado en investigaciones que abordan diversos tipos de representación (visual, espacial y mental) (Boonen et al., 2014; Juárez et al., 2014). Así como los procesos implicados en su resolución (Can, 2020; Fuchs et al., 2018). Ya que, para resolver este tipo de problemas, además de los conocimientos matemáticos, es de suma importancia contar con destrezas cognitivas como la comprensión lectora y el razonamiento.

1.4 Competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos verbales

Una línea de investigación que ha ganado terreno en las últimas dos décadas, se ha centrado en la relación entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos. En este sentido, se destaca la investigación realizada por Pérez y Hernández (2017) donde se brinda una metodología para la elaboración de preguntas que desarrollen la comprensión de problemas matemáticos. Asimismo, en el trabajo de Rodríguez y Abad (2011), se resalta la importancia de la comprensión del problema para su solución exitosa. Asimismo, señalan que es una realidad que muchos estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas, precisamente porque no logran comprenderlo. Es decir, no alcanzan establecer una conexión entre los esquemas de conocimientos previos sobre el tema que tiene almacenado en la memoria a largo plazo, y los datos que le proporciona el texto.

Sin embargo, también hay trabajos donde se expone que la comprensión lectora no es el factor que condiciona la comprensión de textos matemáticos. Por ejemplo, Österholm (2006) compara la comprensión lectora de tres textos diferentes: dos textos matemáticos y un texto histórico. Uno de los textos matemáticos contiene símbolos y el otro es un problema matemático verbal. La comprensión lectora entre el texto matemático sin símbolos y el texto histórico fue muy similar, mientras que la comprensión lectora entre los dos textos matemáticos tuvo diferencias significativas. Por lo que sugiere que las matemáticas en sí mismas no son el aspecto más dominante que afecta al proceso de comprensión lectora, sino el uso de símbolos en el texto.

En este mismo sentido, Auzar (2017) describe las relaciones de la capacidad de comprensión lectora con la capacidad de comprender las preguntas de los problemas matemáticos verbales. En

su trabajo de investigación encontró una baja correlación entre ambas capacidades, a diferencia de otros estudios donde se señala que las matemáticas y la lectura requieren de las mismas habilidades lingüísticas, este autor señala que el lenguaje matemático tiene su propio registro, que es diferente del lenguaje general o lenguaje ordinario.

Por su parte, Verschaffel y De Corte (1997), opinan que es necesario entrenar a los alumnos en la aplicación de sus conocimientos y habilidades matemáticas formales, pero también es fundamental que comprendan el enunciado del problema y de que razonen sobre cómo dicha sintáctica de las matemáticas debe ser usada en función de la situación descrita en el problema, es decir, la semántica de las matemáticas. En este mismo sentido, Ilany y Margolin (2010) señalan que es necesario tender un puente entre el lenguaje matemático, que requiere una conciencia de los componentes matemáticos, y el lenguaje natural, que requiere un enfoque de alfabetización del texto completo. En su trabajo de investigación presentan ejemplos de problemas matemáticos verbales cuya solución depende de una transición entre una situación lingüística por un lado y una estructura matemática abstracta por otro.

Se sugieren que, además de enseñar a los alumnos a utilizar sus habilidades de representación mental para resolver problemas matemáticos verbales, también es fundamental prestar atención al desarrollo y uso de las habilidades de comprensión lectora las cuales se tienen que comenzar a desarrollar desde la escuela primaria (Boonen et al., 2016).

En los estudios realizados en torno al tema de competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos, se resalta la importancia de la comprensión en los procesos de enseñanza-aprendizaje y la necesidad de diseño de estrategias que permitan a los estudiantes superar las barreras que limitan su rendimiento académico.

1.5 Factores cognitivos y no cognitivos que influyen en el rendimiento en lectura y matemáticas

La literatura sobre la comprensión lectora y su relación con matemáticas y ciencias, revela que existen diversos factores que afectan el rendimiento en estas áreas. Pikulski y Chard (2005) consideran la fluidez como un puente entre la decodificación y la comprensión lectora, y destacan que la fluidez "tendrá una relación recíproca y causal con la comprensión lectora" (p. 511). Otras

investigaciones apuntan a los conocimientos previos de los estudiantes, el vocabulario, la capacidad para generar inferencias y la estructura del texto (Bowyer-Crane y Snowling, 2005; Calisir y Gurel, 2003; Kozminsky y Kozminsky, 2001; Tze-Ming, 2011; Yovanoff et al., 2005). En los factores no cognitivos, inciden el apoyo que reciben los estudiantes por parte de su familia, el nivel escolar de los padres, el nivel socioeconómico, e incluso, factores genéticos (Akbaşlı et al., 2016; Österholm, 2006; Salihu et al., 2018; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008).

Asimismo, otros trabajos se han enfocado en la comprensión lectora usando textos impresos y textos digitales, tanto en tabletas como en ordenadores. Los resultados muestran que se obtienen mejores resultados con los textos impresos. Lo que evidencia que niños y jóvenes pueden verse afectados por las tecnologías de la pantalla, subrayando la necesidad de proporcionar a los estudiantes una formación suficiente y adecuada para familiarizarlos con los dispositivos y así obtener una mejor comprensión lectora (Cheng et al., 2014; Støle et al., 2020).

1.6 Formulación y planteamiento del problema

¿Qué relación existe entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales?

De acuerdo con los fines de la educación en el siglo XXI, todo egresado de la Educación Básica y Media Superior debe ser una persona que se expresa y comunica correctamente, oralmente y por escrito, con confianza y eficacia, tanto en español como en otra lengua materna, en caso de tenerla; sabe identificar ideas clave en textos para inferir conclusiones; emplea el pensamiento hipotético, lógico y matemático para formular y resolver problemas cotidianos y complejos; tiene capacidad de análisis y síntesis; sabe argumentar, es crítica, reflexiva, curiosa, creativa y exigente (SEP, s.f.).

Sin embargo, los resultados en pruebas nacionales como Planea (2017) arrojan que más de un tercio de los estudiantes de tercero de secundaria (33.8 %) tienen dificultades para interpretar el sentido de los textos y vincular la información presentada en ellos. Además, a nivel nacional 33.7% de los estudiantes de tercero de secundaria tienen un nivel de logro insuficiente en Matemáticas (INEE, 2015). Asimismo, se destaca que los mayores porcentajes de alumnos con nivel de logro educativo insuficiente se encuentran en las escuelas telesecundarias, ya que 3 de cada 10 alumnos no lograron alcanzar los conocimientos mínimos requeridos en español (33.4%), además 4 de cada 10 estudiantes no resolvieron las preguntas más elementales de Matemáticas

(40.3%).

1.6.1 Objetivo general

Establecer la relación que existe entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales.

1.6.2 Hipótesis

Si el estudiante no tiene un nivel apto en competencia lectora, presentará dificultades para comprender los problemas matemáticos verbales.

1.6.3 Justificación

Son múltiples los factores y causas que explican las dificultades y limitaciones en el desarrollo de la competencia lectora. La lectura es una herramienta que permite construir y adquirir nuevos conocimientos, por lo cual resulta fundamental dominar la destreza lectora, es decir, entender lo que se lee. En el ámbito educativo se espera que a medida que los estudiantes avanzan en los grados escolares mejoren su comprensión, que sean capaces de leer fluidamente y que cuenten con vocabulario significativo, lo cual les permitirá comunicarse de manera verbal y escrita con mayor eficacia.

Este estudio cobra relevancia porque permitirá analizar la relación existente entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales en alumnos de tercer grado de telesecundaria, modalidad educativa que en las pruebas nacionales e internacionales (PLANEA, PISA) presenta los mayores niveles de rezago educativo en lectura y matemáticas.

Además, la mayoría de los estudios realizados en torno al tema se enfocan principalmente en la relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos. Si bien es cierto que en el conjunto de la literatura predominan los trabajos donde se ha encontrado una correlación positiva entre estas dos variables, también hay trabajos de investigación donde no se encontró una correlación fuerte o significativa. En estos trabajos se resaltan varios elementos que intervienen el proceso de comprensión y resolución de problemas matemáticos, por ejemplo, el uso de símbolos matemáticos, la ubicación de los centros educativos (rural o urbano), el tipo de escuela (pública o privada) y los conocimientos previos (Auzar, 2017; Imam et al., 2013; Österholm, 2006).

Por lo que, en la presente investigación se aborda únicamente la relación que existe entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales, pues en el proceso de resolución de problemas inciden tanto factores cognitivos como afectivos. También se analiza brevemente los problemas matemáticos verbales que se utilizaron para el estudio, los cuales fueron tomados del libro de matemáticas de tercer grado de la modalidad de Telesecundaria de México.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En los últimos años diversas investigaciones han profundizado en los conocimientos sobre la comprensión de textos escritos y han resaltado la necesidad de conocer los múltiples factores asociados al desarrollo de la capacidad de comprensión (Calisir y Gurel, 2003; Matéus, 2007; Pourhosein y Sabouri, 2016; Yovanoff et al., 2005). Cabe resaltar que los estudios más importantes sobre comprensión textual, así como de los factores que inciden en la experiencia y habilidad lectora se han desarrollado en el marco de la investigación psicolingüística, donde los focos de atención están centrados en los procesos cognitivos y lingüísticos específicos que intervienen en la comprensión de un texto (Makuc, 2011).

2.1 ¿Comprensión lectora o competencia lectora?

En este apartado se presentan los términos principales empleados durante el desarrollo del trabajo de investigación. Iniciamos con el concepto de lectura, la cual no posee un significado único, algunos autores la describen como un medio, una habilidad, una herramienta o un proceso de construcción de significados. Lo mismo sucede con la comprensión lectora, “en el pasado se consideraba que la comprensión era resultado directo del descifrado: si los alumnos eran capaces de denominar las palabras, la comprensión, por ende, sería automática” (Millán, 2010, p. 111).

Para Ferreiro (1996) la comprensión es un proceso dinámico e interactivo de construcción de significado a partir de combinar el conocimiento del lector con la información del texto, contextualizada por la situación de lectura. Según Lipson y Wixson (1991) la literatura sobre comprensión lectora enumera tres factores centrales interrelacionados que afectan la lectura: el lector, el texto y el contexto (como se citó en Kozminsky y Kozminsky, 2001). Asimismo, Jiménez (2014) explica que:

Algunos especialistas comprenden el término como suma de sus componentes: comprensión y lectura o lo que es lo mismo, definir la idea de leer por un lado y sumarle la de entender o comprender, por otro; incluso entendiendo que un término abarca al otro (p. 67).

Del mismo modo, Parodi (2009), señala que “comprender y -finalmente- aprender, de manera significativa y crítica, a partir de los textos escritos constituye una de las habilidades más relevantes en nuestra sociedad actual” p. 38-39. Asimismo, subraya que el manejo eficiente de los procesos centrales de la comprensión de textos se torna en un eje elemental para el desarrollo de sujetos autónomos y capaces de abarcar y seleccionar información necesaria para iniciar y consolidar conocimientos de diversa índole.

En cuanto a la definición de competencia lectora, esta se ha ido modificando durante los ciclos de PISA. La definición de 2009, se mantuvo en la edición de 2012 y 2015, donde solo se añadió el compromiso hacia la lectura como parte de la competencia lectora, quedando su definición de la siguiente manera: “la competencia lectora es la comprensión, el uso, la reflexión y el compromiso con los textos escritos con el fin de alcanzar las metas propias, desarrollar el conocimiento y el potencial personal, y participar en la sociedad”. Para la evaluación PISA de 2018, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD) por sus siglas en inglés, añade la evaluación de textos y se retira la palabra “escritos”. Por lo que la definición más reciente de competencia lectora quedó de la siguiente manera “es la comprensión, el uso, la evaluación, la reflexión y compromiso con los textos con el fin de lograr objetivos propios, desarrollar el conocimiento y el potencial personal, y participar en la sociedad” (OECD, 2018, p.10).

Respecto al uso de comprensión lectora y competencia lectora, Jiménez (2014) afirma que no hay consenso en lo que respecta a los conceptos de comprensión lectora y competencia lectora. Ambos son términos utilizados en diversas investigaciones, en donde no se especifica si se refieren al mismo concepto o si por el contrario presentan significados diferentes, ni la relación que pueda existir entre ambas expresiones. Por lo que en su trabajo de investigación trata de especificar en qué consiste cada uno de estos términos:

La comprensión lectora es la capacidad de un individuo de captar lo más objetivamente posible lo que un autor ha querido transmitir a través de un texto escrito. Por lo tanto, la comprensión lectora (*Reading Comprehension*) es un concepto abarcado por otro más amplio que es la competencia lectora (*Reading Literacy*). La competencia lectora es la habilidad de un ser humano de usar su comprensión lectora de forma útil en la sociedad que le rodea. De esta forma, la comprensión lectora es el hecho abstracto dependiente de la

capacitación individual de cada persona y la competencia lectora la materialización concreta llevada a cabo en dependencia de la relación del individuo con la sociedad (Jiménez, 2014, p. 71).

En nuestro estudio, hacemos uso de "competencia lectora" pues es más congruente con el objetivo general de la investigación, puesto que la comprensión se refiere a captar el mensaje que el autor pretende transmitir a través del texto. Mientras que nuestro interés se centró en profundizar en el acto cognitivo, el cual implica reconocer, identificar, comprender, valorar y asumir el contenido del mensaje escrito.

2.2 Teorías que abordan la comprensión lectora

La comprensión textual ha sido abordada desde diferentes perspectivas teóricas. Por un lado están las teorías implícitas, las cuales abordan la comprensión desde un enfoque que integra en el análisis de la comprensión textual la perspectiva de los propios lectores (su experiencia formativa, sus concepciones), ya que éstos, desde contextos particulares, se enfrentan a problemas y resuelven demandas específicas de comprensión textual y lo hacen activando no sólo procesos cognitivos y metacognitivos, sino además orientados por teorías implícitas transmitidas durante su proceso de formación. “En consecuencia, las teorías implícitas cumplirían la función de mediar la interacción que los lectores establecen con los textos expandiendo o restringiendo los niveles de competencia lectora que éstos alcanzan en situaciones concretas” (Makuc, 2011, p. 241). Es decir, en estas teorías influyen tanto el conocimiento como la acción de los sujetos, jugando un rol clave en los procesos de comprensión textual.

Una de estas teorías implícitas es la teoría Interactiva (Colomer & Camps, 1996; De Vega, 1998, 2004; Goodman & Goodman; 1994; Parodi, 2005, 2007; Rumelhart, 1997; van Dijk y Kintsch, 1983) que integra la flexibilidad característica de los sistemas perceptivos y cognitivos.

Esta teoría supone que el procesamiento cognitivo del lector es de carácter descendente y ascendente, es decir, el procesamiento del texto escrito se realizaría a partir de los conocimientos que el lector activa durante la lectura y la información del texto (Makuc y Larrañaga, 2015, p. 37).

La función principal de la comprensión es la comunicación. Se reconoce que leer es una herramienta de aprendizaje, para desarrollar instrumentos cognitivos y para ayudar a interpretar la realidad circundante.

En la teoría Lineal, de acuerdo con la noción de comprensión, leer es un proceso que consiste en “transformar signos gráficos en significados, enfatizando los procesos de reconocimiento de lo escrito. La lectura se concibe como proceso perceptual directo y lineal, mediado por una transformación, que produce un código lingüístico y es tratado por el cerebro como un proceso de lenguaje” (Makuc y Larrañaga, 2015, p. 39). Por último, la teoría literaria se vincula con la lectura de textos literarios e implica, por tanto, capacidad imaginativa, identificación con personajes con situaciones de la historia y con el establecimiento de conexiones con la vida real. Además, supone estrategias orientadas a relacionar temas clásicos con temas actuales, estimular la imaginación de los estudiantes y promover la identificación con problemáticas universales. Como se puede apreciar, las teorías implícitas ejercen una gran influencia en las conductas, las decisiones y en acciones o respuestas de los sujetos a determinados problemas de conocimiento.

2.3 Teorías utilizadas por PISA

Por otro lado, están las teorías cognitivas de la lectura, las cuales son las que emplea PISA en su marco teórico (OECD, 2017; OECD, 2018). Estas teorías resaltan la naturaleza constructiva de la comprensión, la diversidad de procesos cognitivos que participan en la lectura y su naturaleza interactiva. Asimismo, enfatizan en que:

El lector genera significado en respuesta al texto mediante la utilización de conocimientos previos y de una serie de señales textuales y situacionales que, con frecuencia, tienen un origen social y cultural. Además, al construir un significado, los lectores competentes emplean varios procesos, aptitudes y estrategias para ubicar la información, para supervisar y mantener su comprensión (van den Broek et al., 2002) y para evaluar de forma crítica la relevancia y validez de la información (Richter y Rapp, 2014). Se espera que estos procesos y estrategias varíen según el contexto y el objetivo conforme los lectores interactúen con numerosos textos continuos y discontinuos, tanto impresos como durante el uso de tecnologías digitales (Britt y Rouet, 2012; Coiro et al., 2008) (OECD, 2017, p. 33).

La teoría constructivista de la comprensión fue propuesta por Graesser et al. (1994) para explicar los factores que limitan los procesos de inferencia que apoyan la comprensión durante la lectura. Según esta teoría, la comprensión profunda se logra a través de procesos activos y constructivos que se han caracterizado como búsqueda de significado y para ello parte de tres supuestos. El primero de ellos es el de la coherencia específica, donde el significado profundo se consigue cuando los lectores construyen modelos de situación que reflejan tanto la coherencia local como la global. El segundo supuesto es el de la explicación específica, en él se expresa que los individuos tienen un impulso para buscar explicaciones para los eventos que experimentan, y que dichas explicaciones proporcionan una base para lograr la coherencia en la comprensión. Por último, el supuesto de objetivo del lector especifica que:

Los lectores construyen representaciones que son coherentes con sus objetivos de comprensión. Si el objetivo implica un estándar de comprensión consistente con la elaboración de significado, entonces los lectores generarán inferencias que apoyen la construcción de un modelo de situación coherente (es decir, local y globalmente coherente). Por el contrario, si un objetivo implica un procesamiento superficial (por ejemplo, hojear un texto en busca de palabras clave), la representación textual resultante será inconexa e incoherente (McNamara y Magliano, 2009, p. 329).

De manera general, estas teorías hacen predicciones específicas sobre los tipos de inferencias basadas en el conocimiento que deberían generarse rutinariamente durante la lectura, al menos cuando el objetivo de los lectores es comprender profundamente lo que están leyendo.

El presente trabajo toma como base el marco teórico propuesto el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) por sus siglas en inglés. Este programa fue creado por la OECD, el cual es un estudio que se realiza cada tres años, donde se evalúa hasta qué punto los estudiantes de 15 años que están a punto de concluir su educación obligatoria, han adquirido los conocimientos y habilidades elementales para una participación plena en las sociedades modernas. La evaluación se centra en las materias de ciencia, lectura y matemáticas. En el primer ciclo PISA (2000) la principal área de conocimiento evaluada fue la competencia lectora.

Aunque PISA no puede identificar relaciones de causa y efecto entre las políticas y prácticas y los resultados educativos, sí puede mostrar a educadores, a responsables políticos y a todo

el público interesado en qué se parecen y diferencian los sistemas educativos, y lo que eso supone para los estudiantes (OECD, 2016, p.12).

Este estudio permite medir el conocimiento y las competencias de los estudiantes que están a punto de concluir su educación secundaria. Asimismo, dichos resultados pueden ser comparados con los obtenidos por estudiantes de otros países, lo cual puede ser útil a la hora de plantearse o reformular políticas educativas, ya que se puede aprender de las políticas y prácticas aplicadas en los países que obtienen resultados destacados en estas pruebas.

2.4 Texto y comprensión textual

Al igual que con los conceptos de lectura y comprensión, también existen diversas definiciones sobre lo que es un texto. Para Brown y Yule (1993) un texto es la representación del discurso, ellos utilizan el término texto para referirse solamente al registro verbal de un acto comunicativo. Mientras que para Beaugrande y Dressler (1997) “el texto es un acontecimiento comunicativo que debe cumplir con las siete normas de la textualidad: cohesión, coherencia, intencionalidad, aceptabilidad, informatividad, situacionalidad e intertextualidad, las cuales son fundamentales para que un texto sea comunicativo” (como se citó en Rosas, 2006, p. 129). De esta manera, la comprensión textual es definida como:

un macroproceso constructivo e intencionado a través del cual el lector construye una interpretación de los significados intentados por un escritor, basándose tanto en la información del texto escrito como en sus conocimientos previos, de acuerdo a un objetivo de lectura y a las posibles demandas del medio social. Idealmente, este macroproceso se plasma a través de diversos procesos específicos (muchos de los cuales ocurren en paralelo) en una representación mental coherente en la memoria del lector, construida sobre la base de diversos tipos de procesos inferenciales (Parodi, 2011, p.154).

2.5 Tipos de texto

En las pruebas PISA se emplean diversos formatos de texto: continuo, discontinuo y mixto. Los textos continuos están compuestos de enunciados que, a su vez, están organizadas en párrafos. Los textos discontinuos se organizan con mayor frecuencia en formato matricial, basado en combinaciones de listas. Mientras que los textos mixtos bien construidos, los componentes (por

ejemplo, una explicación en prosa que incluye un gráfico o una tabla) se apoyan mutuamente a través de vínculos de coherencia y cohesión a nivel local y global (OECD, 2018).

En esta investigación se empleó el formato de texto continuo. Los tipos de texto utilizados fueron: descriptivo, narrativo, expositivo y argumentativo. En la siguiente sección se especifica en que consiste cada uno de estos tipos de textos.

- En los *textos descriptivos*, la información se refiere a las propiedades de los objetos en el espacio. Las preguntas típicas a las que responden este tipo de textos son las que solicitan información sobre las características de estos objetos.

- En los *textos narrativos*, la información se refiere a las propiedades de los objetos en el tiempo. La narración, generalmente, responde a las preguntas “cuándo”, o “en qué secuencia”. Otra pregunta importante que la narración generalmente responde es “por qué” los personajes se comportan de determinada manera.

- En los *textos expositivos*, la información se presenta en forma de conceptos compuestos o de constructos mentales. El texto proporciona una explicación sobre la forma en que diferentes elementos se interrelacionan en un todo dotado de sentido y a menudo responde preguntas sobre el “cómo”.

- En los *textos argumentativos*, se presenta la relación entre conceptos o proposiciones. Los textos argumentativos a menudo responden preguntas del tipo “por qué”. Una subclasificación importante de los textos argumentativos son los textos persuasivos y de opinión, que hacen referencia a opiniones y puntos de vista (OECD, 2018, p. 43).

2.6 El problema matemático

Ya se ha hablado de la importancia que tiene la resolución de problemas en el proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, pero ¿qué es un problema matemático? Blanco (2015) brinda su propia definición con base en el estudio de diversas investigaciones donde se aborda el concepto de problema matemático.

Un problema es una situación en la que se formula una tarea que debe ser desarrollada, y en la que, en un ambiente de discusión, de incertidumbre y de comunicación, se pretende

alcanzar unos objetivos. En este propósito cuantitativo o no, pero que debe requerir técnicas matemáticas, el proceso a seguir no debe ser conocido inmediata y fácilmente. Se requiere en todo caso una voluntad de atacar el problema provocado, por la necesidad de la solución o bien por algún tipo de motivación (p. 84).

Schoenfeld (1985) usa el término *problema* para referirse a una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla, mientras que para Santos (2000) la palabra *problema* incluye situaciones en donde se identifique el aprendizaje de determinado contenido.

No existe una definición única de lo que es un problema, ni tampoco una estrategia o método infalible para su resolución. Con respecto a su definición, Pérez et al. (2016) apuntan a que esto es resultado de que el concepto de problema matemático ha sido abordado en la literatura científica desde diversas aristas, destacando tres tendencias fundamentales: desde la psicología, la matemática, y la integración de elementos psicológicos con elementos matemáticos.

En relación a las estrategias o métodos de solución, “La mayoría de los problemas no pueden ser resueltos a través del uso directo de un regla o procedimiento único, sino que estos necesitan ser transformados, representados en diversas formas, o requieren ser transportados a otros dominios para finalmente resolverlos” (Santos, 2000, p. 50).

Por su parte, Blanco (1993) realiza una clasificación de problemas matemáticos considerando aportaciones anteriores realizadas por Butts (1980), Charles y Lester (1982) y Borassi (1986). En la siguiente tabla se sintetiza dicha clasificación.

Tabla 1.

Clasificación de problemas matemáticos

Tipo de problema	Definición	Ejemplo
Ejercicio de reconocimiento.	Con este ejercicio se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.	$3 + 7 > 2 + 5$. ¿Verdadero o falso?
Ejercicios algorítmicos o de repetición.	Son ejercicios que pueden ser resueltos con un proceso algorítmico, a menudo un algoritmo numérico.	Resolver la ecuación $x^2 - 3x - 5 = 0$

Problemas de traducción simple o compleja.	Son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión matemática.	En una reunión hay 49 personas, doble número de mujeres que de hombres y el número de niños es el cuádruplo del número de hombres. Hallar cuántos hombres, mujeres y niños hay en la reunión.
Problemas de procesos.	Son problemas que se diferencian de los anteriores en que la forma de cálculo no aparece claramente delimitada, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución.	En un club de ajedrez hay 15 miembros. Si cada uno juega una partida contra cada uno de los demás miembros, ¿cuántas partidas podrían jugarse?.
Problemas sobre situaciones reales.	Se trata de plantear actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos.	Queremos cambiar las baldosas de dos aulas de clase y un pasillo del colegio, ¿cuántas baldosas necesitaremos?, ¿podremos hacer una estimación del costo?
Problemas de investigación matemática.	Son problemas directamente relacionados con contenidos matemáticos, cuyas proposiciones pueden no contener ninguna estrategia para representarlos, y sugieren la búsqueda de algún modelo para encontrar la solución.	Probar qué si los tres términos de una progresión aritmética es 36, el término del medio vale 12.
Problemas de puzles.	Son problemas en los que se pretende mostrar el potencial recreativo de las Matemáticas. Obliga a flexibilizar la forma de atacar un problema y a considerar varias perspectivas ya que normalmente el contexto y la formulación que se hacen de estos problemas suele ser engañosa.	Dividir un triángulo obtusángulo en triángulos acutángulos.
Historias matemáticas	Son libros de cuentos, novelas entre los que encontramos algunas propuestas o planteamientos que requieren de nosotros un esfuerzo que impliquen algún concepto matemático.	<i>Las intrigantes aventuras del Doctor Ecco</i> de D. Shasha (1989) son una muestra interesante de cómo hacer matemáticas partiendo de la lectura.

Nota: Blanco (1993)

Sin embargo, este autor explica que ninguna clasificación puede ser exhaustiva, ni definitiva puesto que hay actividades de difícil catalogación debido a la enorme variedad de problemas que pueden proponerse de diferentes niveles y contenidos (Blanco, 1993).

2.7 Problema matemático verbal

Este tipo de problema matemático no tiene una designación específica, para Rasmussen y King (2000) y Timmermans et al. (2007), los problemas matemáticos verbales son ejercicios matemáticos que presenta la información relevante de un problema en forma de texto, y no en forma de notación matemática. Como este tipo de problemas suelen implicar una narración de algún tipo, a veces también se denominan problemas narrativos (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000). Asimismo, tomando en cuenta la clasificación propuesta por Blanco (1993), este tipo de problemas se catalogan como problemas de traducción simple o compleja. Sin embargo, en las investigaciones realizadas en las últimas dos décadas sobre este tipo de problemas, suelen referirse a ellos como *word problem*, es decir, problema verbal (Auzar, 2017; Boonen et al., 2014; 2016; Fuchs et al., 2015; 2018; Jitendra et al., 2007; 2015; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008).

Se cree que la resolución eficaz de éste tipo de problemas, no sólo depende de la capacidad de los estudiantes para realizar las operaciones matemáticas necesarias, sino que también es de suma importancia que los estudiantes sean capaces de comprender con precisión el texto del problema (Boonen et al., 2016; Rodríguez y Abad, 2011; Verschaffel y De Corte, 1997).

2.7.1 Clasificación de problemas matemáticos verbales

Los problemas matemáticos verbales se clasifican tomando en cuenta varios factores. En la siguiente tabla se muestra los elementos que distinguen a un problema matemático verbal estándar de uno no estándar.

Tabla 2

Clasificación de problemas matemáticos verbales

Problemas matemáticos verbales	
Estándar	No Estándar

Se modelan de forma correcta e inequívoca y se resuelven mediante la aplicación directa de una o más operaciones las cuales puede deducirse fácilmente a partir de una o más palabras clave incluidas en el enunciado del problema.

En este tipo de problemas la identificación de la solución es menos evidente. Ya sea porque la situación descrita en el enunciado no es familiar para el alumno o cuando el problema requiere realizar varios pasos de cálculo.

Nota: (Jiménez y Verschaffel, 2014, pp. 94-95)

Para ilustrar de mejor manera esta clasificación, se proporciona un ejemplo de cada tipo de problema verbal:

Problema verbal estándar:

En cada uno de los dos extremos de un camino recto, un hombre plantó un árbol y luego, cada 5 m a lo largo del camino, plantó otro árbol. La longitud del camino es de 15 m. ¿Cuántos árboles se plantaron? (Boonen et al., 2013, p. 271).

Problema verbal no estándar:

Lucía ha comprado una bolsa de 14 chicles de varios sabores. Como le han puesto pocos de menta y son sus favoritos, Lucía pide después 8 chicles de menta. ¿Cuántos chicles de menta tiene ahora Lucía? (Jiménez y Verschaffel, 2014, p. 105).

Este problema corresponde a un problema verbal no estándar de solución múltiple, sin embargo, este tipo de problemas no son muy comunes. Los problemas estándar son los más comunes en los libros de texto y suelen abordar contenidos aritméticos, geométricos y algebraicos (Jiménez y Verschaffel, 2014).

2.8 Competencia matemática

En PISA 2012 donde el foco de interés fue la evaluación de la competencia matemática, ésta fue definida como:

La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan

en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan (OECD, 2017, p. 64).

Esta misma definición fue utilizada en PISA 2015. La cual se refiere a la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas, capacidades que proporcionan una estructura útil y significativa para la organización de los procesos matemáticos que describen lo que los individuos hacen para conectar el contexto de un problema con las matemáticas y así resolver el problema (OECD, 2017).

Para Van Dooren et al. (2010) los estudiantes competentes en matemáticas cuentan con las siguientes habilidades:

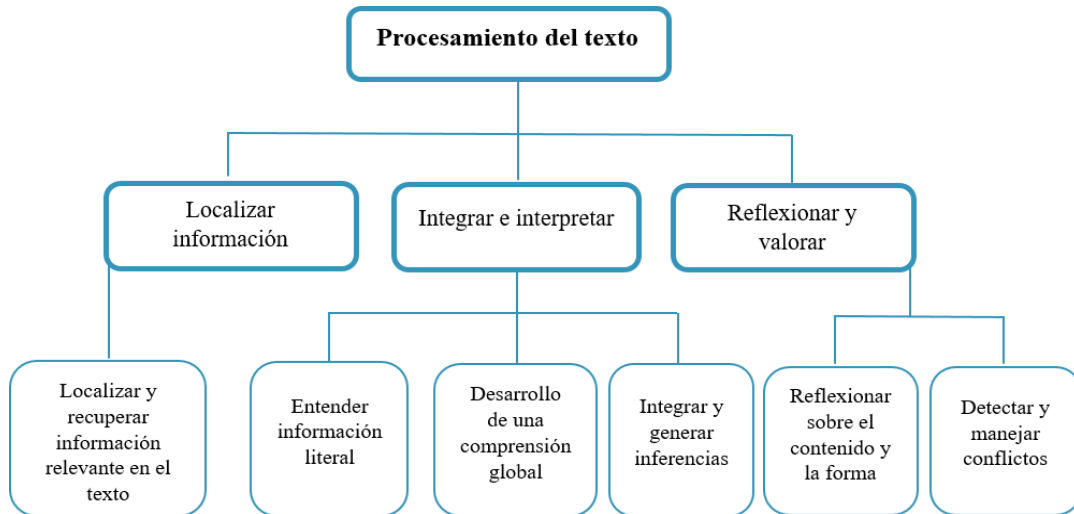
- distinguen la información relevante (relacionada con la estructura matemática) de la información irrelevante (detalles contextuales).
- perciben rápidamente y con precisión la estructura matemática de los problemas.
- y generalizan a través de una amplia gama de problemas matemáticamente similares. (Como se citó en Jitendra et al., 2015).

2.9 Marco de evaluación para la competencia lectora (PISA)

En la siguiente figura se muestra el marco empleado por PISA para evaluar la competencia lectora. El cual utilizamos para evaluar tanto los textos como los problemas matemáticos verbales que fueron presentados a los estudiantes que cursan el último grado de nivel secundaria.

Figura 1

Procesos del marco de evaluación de la competencia lectora.



Nota: Elaboración propia con la información presentada por la OECD en los marcos teóricos PISA 2015 y 2018.

El marco de evaluación para la competencia lectora pretende expresar el uso activo, intencionado y funcional de la lectura en diversas situaciones y con diferentes objetivos. El marco utiliza tres categorías o procesos de comprensión:

2.9.1 Localización de la información

Lo que se pretende es que el estudiante localice y obtenga uno o más datos concretos. Sin embargo, en algunas preguntas de los ítems utilizados solo es necesario obtener información, especialmente en el soporte impreso. “La dificultad quedará terminada por diversos factores, incluyendo el número de párrafos o páginas que deban emplearse, la cantidad de información que deba procesarse en cualquier lugar y la especificidad y claridad del enunciado de la tarea” (OECD, 2017, p. 40).

Los lectores competentes pueden leer un texto completo y de forma detallada para comprender las ideas principales y reflexionar sobre el texto como un todo. El primer punto para el procesamiento del texto es localizar la información, lo cual será posible si el lector comprende que es lo que demanda la tarea, de su conocimiento de los organizadores del texto y de su capacidad para evaluar la relevancia del texto. La localización de la información se basa en la conciencia estratégica de los lectores sobre sus necesidades de información y su capacidad para descartar rápidamente la información irrelevante (McCrudden y Schraw, 2007). Los lectores competentes son capaces de seleccionar la información no solo de uno, sino también de varios textos.

2.9.2 Integrar e Interpretar

Esta segunda categoría supone procesar lo que se lee para crearse una imagen mental del sentido del texto.

Integrar se centra en demostrar una comprensión de la coherencia del texto, e incluye los procesos mediante los que se da sentido interno al texto. Integrar supone conectar varios datos para elaborar el significado, ya sea identificando similitudes y diferencias, realizando comparaciones de nivel o comprendiendo las relaciones causa-efecto.

Interpretar también requiere ir más allá del significado literal; se refiere al proceso de obtener un significado a partir de algo que no se ha mencionado. Cuando interpreta, un lector está identificando las ideas o implicaciones que subyacen a todo o a parte del texto (OECD, 2017, p. 40).

En conclusión, tanto la integración como la interpretación son necesarias para desarrollar una comprensión global. Un lector debe considerar el texto como un todo, o desde una perspectiva general. La relación entre los procesos de integración e interpretación puede considerarse, por tanto, como íntima e interactiva. “La integración supone, en primer lugar, la inferencia de una relación dentro del texto (un tipo de interpretación) y, posteriormente, la reunión de datos, permitiendo así la elaboración de una interpretación que constituye un nuevo todo integrado” (OECD, 2017, p. 41).

2.9.3 Reflexión y valoración

En el marco teórico de PISA 2015, *Reflexionar* y *valorar* consiste en recurrir a conocimientos, ideas o actitudes externas al texto para relacionar la información facilitada en él con los propios marcos de referencia conceptuales y de la experiencia (OECD, 2017).

Las preguntas encaminadas a la reflexión pueden definirse como aquellas en las que se pide a los lectores que consulten sus propias experiencias o conocimientos para comparar, contrastar o formular hipótesis. Mientras que la pregunta de valoración se pide a los lectores valorar recurriendo a criterios externos al texto. La reflexión y valoración del contenido de un texto obliga al lector a relacionar la información de un texto con conocimientos procedentes de fuentes externas. En

algunos textos es habitual que se les pida a los estudiantes que expresen y defiendan sus propios puntos de vista.

Con respecto a la reflexión y valoración del contenido y la forma de un texto, es necesario que los lectores tomen distancia del texto, es decir, es preciso que lo contemplen de forma objetiva para valorar su calidad y relevancia. En la detección y manejo de conflictos, lo que se pretende es que cuando el estudiante se enfrente a textos donde se expresen ideas contradictorias, sea consciente del conflicto y encuentre la manera de lidiar con él.

Capítulo 3

MÉTODO

3.1 Tipo de investigación

La investigación es cuantitativa de tipo correlacional. Este tipo de investigaciones se realiza para determinar relaciones entre dos o más variables y explorar implicaciones de causa y efecto (Fraenkel et al, 2012). En este caso, las variables que se analizan son la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales.

3.2 Población y muestra

Los instrumentos de evaluación fueron aplicados en 12 escuelas telesecundarias de diferente tipo de organización. Telesecundaria es una modalidad de la educación secundaria en México. El nivel de secundaria se compone de diversos tipos de servicio: general, técnico, comunitario, indígena, para trabajadores y telesecundaria (Instituto Nacional para la Evaluación Educativa [INEE], 2019).

La organización de una escuela telesecundaria se clasifica en tres tipos: es de organización completa si en ella se imparten los tres grados del nivel educativo (en ella puede haber uno o varios grupos por grado, en este tipo de organización hay un profesor por cada grupo); es unitaria cuando un docente está al frente de los tres grados y además se encarga de las cuestiones administrativas; es bidocente cuando dos profesores se encargan de todos los grados, incluyendo actividades administrativas.

El estudio contó con la participación de 132 sujetos entre los 14 y 15 años de edad que cursaban el tercer grado de telesecundaria. El muestreo fue no-probabilístico, también conocido como "muestreo por conveniencia". El cual se caracteriza porque el investigador selecciona la muestra siguiendo algunos criterios identificados para los fines del estudio. Entre estos tipos de muestreo se citan el "intencional o deliberado" y los "accidentales o por comodidad" (Sampieri, 2018, p. 119). En este caso se utilizaron los dos tipos de muestreo. Se hizo uso del muestreo intencional o deliberado porque se quiso aplicar los instrumentos a escuelas de diferente tipo de organización, y el accidental o por comodidad, porque se aplicaron los instrumentos en las escuelas donde hubo apertura y accesibilidad. Todas las escuelas participantes en la muestra se ubican en contextos rurales.

En la siguiente figura se muestra el número de escuela, el tipo de organización y la cantidad de estudiantes por género y el total de estudiantes por escuela. El número de escuela es de acuerdo al orden en que se aplicaron las pruebas.

Tabla 3

Procedencia de la muestra

Escuela TS	Tipo de organización	Mujeres	Hombres	Total
1	Unitaria	1	2	3
2	Unitaria	2	3	5
3	Bidocente	4	5	9
4	Organización completa	7	9	16
5	Organización completa	7	13	20
6	Bidocente	2	4	6
7	Unitaria	1	1	2
8	Unitaria	1	1	2
9	Bidocente	6	2	8
10	Organización completa	22	10	32
11	Organización completa	7	5	12
12	Organización completa	10	7	17
		70	62	132

3.3 Instrumentos

Para evaluar la competencia lectora se utilizaron ítems liberados por el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes de la OECD (PISA, por sus siglas en inglés), que han sido utilizados en los estudios realizados en los años 2000, 2003, 2006 y 2009.

Los tres procesos de comprensión que se evalúan en dicha prueba son:

- Localización de la información
- Integración e interpretación
- Reflexión y valoración

La razón por la cual se utilizaron los textos empleados por PISA, es porque se trata de instrumentos validados relacionados con una tarea concreta, con coherencia propia, es decir, que el texto puede

entenderse sin la necesidad de otros materiales para que un lector competente pueda captar su sentido (OECD, 2017). Existe una clasificación de textos (continuo, discontinuo, mixto y múltiple), pero en este caso, se utilizaron únicamente textos continuos.

La prueba de competencia lectora estuvo conformada por cuatro textos de tipo continuo, con cuatro preguntas para cada texto. El tipo de respuestas fue variado (opción múltiple, abiertas, y dicotómicas). El motivo de dicha elección se basó en el hecho de que los problemas matemáticos empleados fueron verbales, es decir, el problema se presenta en forma de texto continuo.

La prueba de comprensión textual, consistió en cuatro problemas matemáticos verbales, los cuales fueron extraídos del libro de matemáticas de tercer grado de Telesecundaria de la Secretaría de Educación Pública (2020). Cada problema incluyó cuatro preguntas que fueron formuladas para evaluar los procesos de comprensión propuestos por PISA.

La validez de los instrumentos es de suma importancia ya que las conclusiones que se obtienen en la investigación se basan en la información que se recabada con estos instrumentos. Por lo que se tienen que seguir una serie de procedimientos para asegurarse de que la información recabada sea fiable (Fraenkel et al., 2012). En nuestro caso, como no se encontraron pruebas validadas para evaluar la comprensión textual de problemas matemáticos, sino solamente propuestas del tipo de preguntas o el tipo de problemas que se pudiesen utilizar para tal fin (Pérez y Hernández, 2017; Österholm, 2006). Las preguntas elaboradas para evaluar la comprensión textual, se formularon con base en el proceso de comprensión que se quería evaluar.

También, se aplicó una prueba piloto a 34 estudiantes de tercer grado de telesecundaria, para asegurarnos de que las preguntas representaran el contenido a evaluar o que no existiesen ambigüedades por la forma en que estaban redactadas. Esto nos permitió detectar cuáles eran las preguntas que necesitaban reformularse para evitar confusiones entre los estudiantes y así obtener la información necesaria para nuestro objetivo de investigación.

3.4 Recolección y análisis de datos

Para la recolección de los datos, se pidió permiso a las autoridades correspondientes de cada escuela para la aplicación de las pruebas, una vez concedido, se entregó a los estudiantes de manera impresa los textos para evaluar la competencia lectora, destinando una hora para su lectura y análisis.

Posteriormente, se hizo entrega de los problemas matemáticos, brindándoles un máximo de 45 minutos para contestar la prueba.

La calificación de las respuestas proporcionadas por los sujetos en ambas pruebas se realizó bajo los siguientes criterios:

Tabla 4

Criterios de evaluación

Criterios de evaluación	
0	Sin contestar/ incorrecta.
1	Ideas vagas e insuficientes
3	Respuesta correcta

Los criterios de evaluación se aplicaron en función del tipo de respuesta. Si era una pregunta de opción múltiple, se aplicó la puntuación 0 y 3. En cambio, si era una pregunta de respuesta abierta, donde el estudiante tenía que proporcionar una respuesta desarrollando ideas u opiniones, se aplicaron los tres criterios (0, 1 y 3). En las preguntas dicotómicas o de relación, si el estudiante no contestó o tuvo un mínimo de respuestas correctas se calificó con un cero, si el estudiante obtuvo la mitad o menos de respuestas correctas, se le asignó el uno, por último, si el estudiante acertó todas las respuestas o en su mayoría, en este caso se le asignaron los tres puntos.

A continuación, se muestra un ejemplo de este tipo de preguntas para ilustrar de mejor manera la forma en que se calificaron:

Relaciona las palabras que se encuentran en la tabla con su respectivo significado, colocando en la línea el inciso que consideres correcto.

a) perecer	b) Grecia	c) epitafio	d) bozo	e) Alejandría
f) Transeúnte	g) Babilonia	h) Diofanto		

_____ Ciudad egipcia.

_____ Vello muy fino y suave que en los jóvenes sale sobre el labio superior.

_____ Inscripción grabada en una sepultura.

_____ Dejar de existir (persona o cosa) llegar a su fin.

_____ Caminante.

En esta pregunta el estudiante tenía que relacionar algunos conceptos con su respectivo significado. Si el estudiante no contestó o acertó solo en una respuesta, la pregunta se calificó con 0. Si acertó en dos o tres, obtuvo un 1. En cambio, si relacionó correctamente cuatro o los cinco conceptos, se le asignó un 3.

Una vez evaluadas cada una de las pruebas, los resultados se concentraron en una base de datos en Excel. Cada prueba contenía un total de 16 preguntas, por lo tanto, la puntuación máxima de cada una de ellas fue de 48 puntos. Finalmente, los datos fueron analizados a través del software JASP para obtener el nivel de correlación entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales. El software JASP es un paquete estadístico de código abierto multiplataforma desarrollado por un grupo de investigadores de la Universidad de Ámsterdam.

Capítulo 4.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo presentamos el análisis de los datos recabados a través de los instrumentos aplicados a 132 estudiantes de tercer grado de Telesecundaria. En primer lugar, se muestra el análisis de la prueba de competencia lectora. Para esto se llevó a cabo un análisis para cada uno de los textos aplicados y un análisis general de la prueba. En segundo lugar, se presentan los resultados de la prueba de comprensión textual de problemas matemáticos de palabras, del mismo modo, se presenta un análisis de los resultados obtenidos en cada problema y un análisis general. Finalmente, se muestra un análisis general y el nivel de correlación entre ambas pruebas.

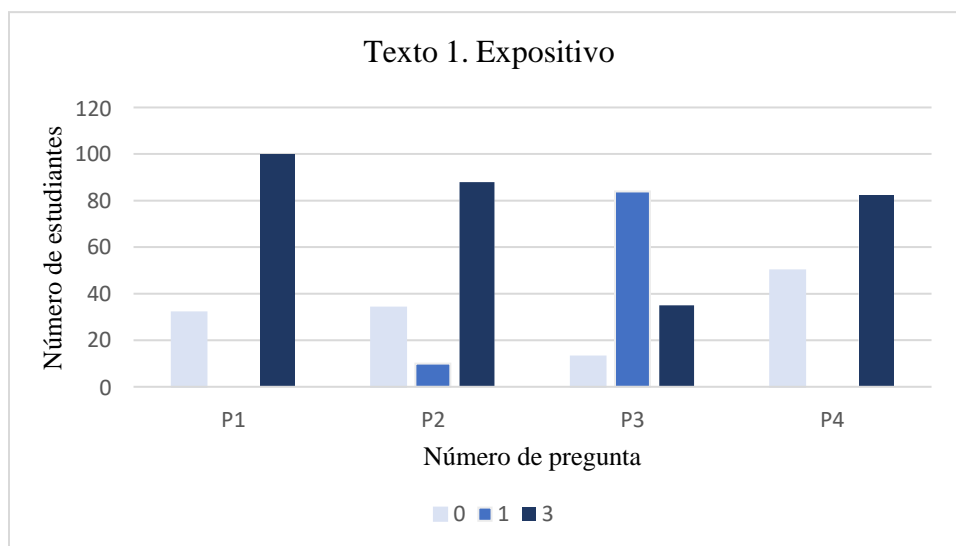
4.1 Competencia lectora

Como ya se mencionó anteriormente, la prueba para evaluar la competencia lectora consistió en cuatro textos de tipo continuo, cada texto contenía cuatro preguntas. Por lo que la prueba estuvo conformada por un total de 16 preguntas, en donde cada respuesta correcta equivalía a 3 puntos. El valor total de la prueba fue de 48 puntos.

4.1.1 Texto expositivo

Figura 2

Resultados obtenidos en el texto expositivo



En el capítulo anterior, se expuso que las preguntas de opción múltiple se evaluaron con 0 y 3. En este caso, se trata de las preguntas 1 y 4 (P1 y P4).

En la gráfica se puede apreciar que los resultados más bajos se presentaron en la pregunta tres (P3). La mayoría de los estudiantes proporcionaron respuestas vagas e insuficientes. A continuación, se muestra la pregunta y sus principales características:

Pregunta 3. *Una parte del artículo afirma: “Un buen calzado deportivo debe cumplir cuatro requisitos.” ¿Cuáles son esos requisitos?*

Características de la pregunta

Tipo de textos: Expositivo (Informe de los resultados de un estudio).

Proceso de comprensión: Localización de la información.

Tipo de respuesta: Abierta.

Esta pregunta demandaba que el estudiante localizara y obtuviera datos concretos. No obstante, la mayoría no fue capaz de descartar información irrelevante. En seguida se muestra el fragmento del texto donde estaba la respuesta a esta pregunta, así como la respuesta que dio la gran mayoría de los sujetos a los que se les aplicó la prueba.

Figura 3

Fragmento del texto expositivo

Proteger, sujetar, estabilizar, absorber

Si un tenis es demasiado rígido, dificulta el movimiento. Si es demasiado flexible, incrementa el riesgo de lesiones y esguinces. Un buen calzado deportivo debe cumplir cuatro requisitos:

En primer lugar, debe proporcionar protección contra factores externos: resistir los impactos del balón o de otro jugador, defender de la irregularidad del terreno y mantener el pie caliente y seco, incluso con lluvia y frío intenso.

Debe dar sujeción al pie, y en especial a la articulación del tobillo, para evitar esguinces, hinchazón y otros problemas que pueden incluso afectar a la rodilla.

También debe proporcionar una buena estabilidad al jugador, de modo que no resbale en suelo mojado o no tropiece en superficies demasiado secas.

Finalmente, debe amortiguar los golpes, especialmente los que sufren los jugadores de voleibol y baloncesto que continuamente están saltando.

Figura 4

Respuesta de una estudiante

Pregunta 3

Una parte del artículo afirma: “Un buen calzado deportivo debe cumplir cuatro requisitos”
¿Cuáles son esos requisitos?

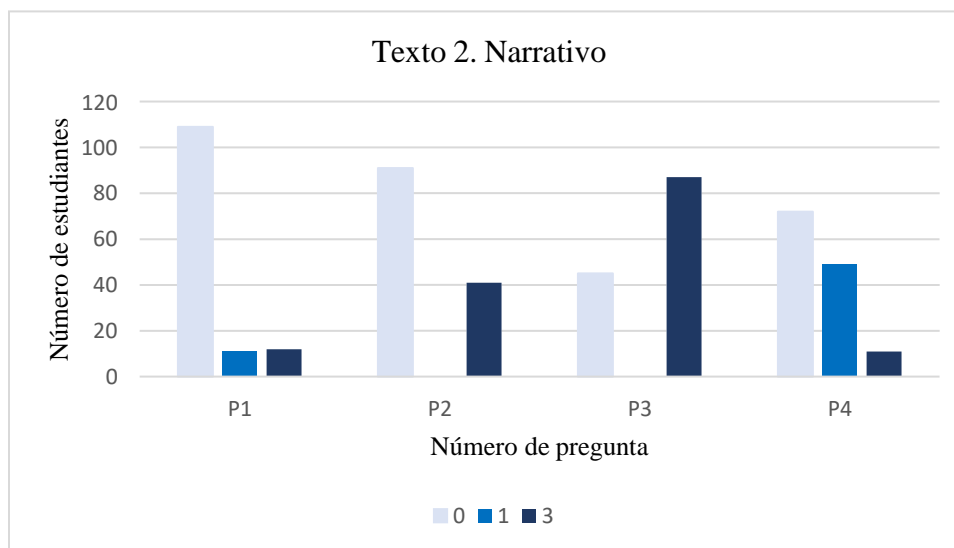
resistir los impactos del balón de otro jugador
defender de la irregularidad del terreno y mantener el
pie caliente y seco incluso con lluvia y frío intenso

La mayoría de los estudiantes proporcionó una respuesta similar a la de la fig. 4. Cabe destacar que era posible dar una respuesta correcta citando literalmente el encabezado del párrafo. Sin embargo, la mayoría puso como respuesta lo que era la descripción del primer requisito.

4.1.2 Texto narrativo

Figura 5

Resultados obtenidos en el texto narrativo



En el texto narrativo, en general, los resultados fueron bajos, sobre todo en las preguntas uno y cuatro. La mayoría de los estudiantes dio una respuesta totalmente diferente a lo que se estaba preguntando.

Pregunta 1. *¿Qué aspecto de las películas indignaba a los habitantes de Macondo?*

Características de la pregunta

Tipo de textos: Narración.

Proceso de comprensión: Interpretación e integración.

Tipo de respuesta: Abierta.

Figura 6

Texto narrativo

MACONDO

Deslumbrada por tantas y tan maravillosas invenciones, la gente de Macondo no sabía por dónde empezar a asombrarse. Se trasnochaban contemplando las pálidas bombillas eléctricas alimentadas por la planta que llevó Aureliano Triste en el segundo viaje del tren, y a cuyo obsesionante tuntún costó tiempo y trabajo acostumbrarse. Se indignaron con las imágenes vivas que el próspero comerciante don Bruno Crespi proyectaba en el teatro con taquillas de bocas de león, porque un personaje muerto y sepultado en una película y por cuya desgracia se derramaron lágrimas de aflicción, reapareció vivo y convertido en árabe en la película siguiente. El público que pagaba dos centavos para compartir las vicisitudes de los personajes, no pudo soportar aquella burla inaudita y rompió la silletería. El alcalde, a instancias de don Bruno Crespi, explicó mediante un bando que el cine era una máquina de ilusión que no merecía los desbordamientos pasionales del público. Ante la desalentadora explicación, muchos estimaron que habían sido víctimas de un nuevo y aparatoso asunto de gitanos, de modo que optaron por no volver a ir al cine, considerando que ya tenían bastante con sus propias penas, para llorar por fingidas desventuras de seres imaginarios.

Figura 7

Respuesta de un estudiante a la pregunta 1

Pregunta 1

¿Qué aspecto de las películas indignaba a los habitantes de Macondo?

Se indignaron con las imágenes vivas que el próspero comerciante don Bruno proyectaba en el teatro.

La respuesta a esta pregunta se pudo dar de varias formas, incluso citando directamente de la sexta línea (un personaje muerto y sepultado en una película y por cuya desgracia se derramaron lágrimas de aflicción, reapareció vivo y convertido en árabe en la película siguiente...) o de la última línea (fingidas desventuras de seres imaginarios), la siguiente figura muestra una de las pocas respuestas correctas que se obtuvieron en esta pregunta.

Figura 8

Respuesta correcta a la pregunta 1

Pregunta 1

¿Qué aspecto de las películas indignaba a los habitantes de Macondo?

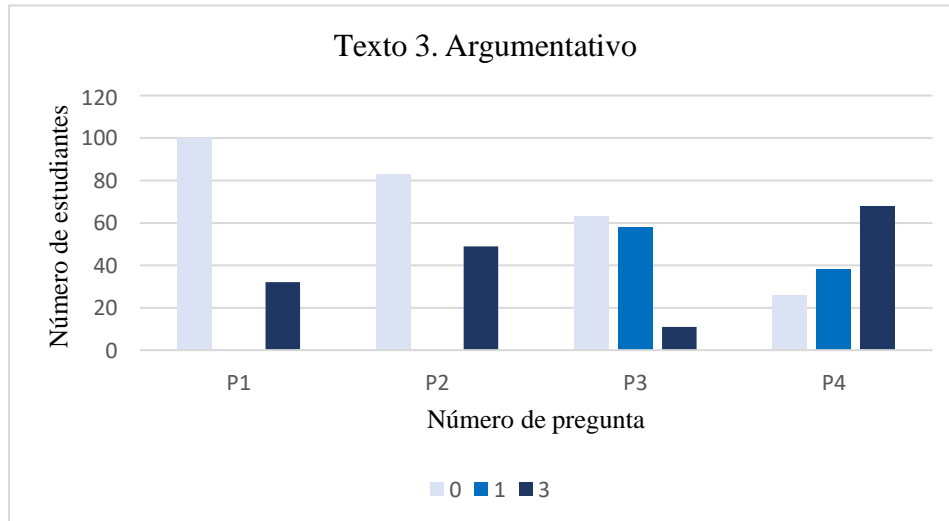
Que en una aparecia muerto y sepultado un personaje,
y en la siguiente película aparecia vivo y convertido en
otro.

Más del 80% de los estudiantes dieron una respuesta que no tenía relación con lo que se estaba preguntando (como se muestra en la figura 7), menos del 10% proporcionó una respuesta correcta. Lo cual indica que no se logró ir más allá del significado literal. Además, se evidencia la dificultad para interpretar y generar inferencias.

4.1.3 Texto argumentativo

Figura 9

Resultados obtenidos en el texto argumentativo



La pregunta número uno, a pesar de ser de opción múltiple, registró el mayor número de respuestas incorrectas.

Pregunta 1. ¿Cuál de las siguientes preguntas parecen estar contestando los estudiantes?

A ¿Cuál es el problema más importante al que se enfrenta el mundo hoy?

B ¿Estás a favor de la exploración del espacio?

C ¿Crees en la vida más allá de nuestro planeta?

D ¿Qué avances recientes ha habido en la investigación espacial?

Características de la pregunta

Tipo de textos: Argumentación.

Proceso de comprensión: Integración e interpretación.

Tipo de respuesta: Elección múltiple.

El proceso de comprensión para poder contestar esta pregunta, supone procesar lo que se lee para crearse una imagen mental del sentido del texto. Integrar se centra en demostrar una comprensión de la coherencia del texto, e incluye los procesos mediante los que se da sentido interno al texto. Mientras que, al interpretar, un lector está identificando las ideas o implicaciones que subyacen a todo o a parte del texto (OECD, 2017, p. 40). Por lo que los resultados obtenidos en esta pregunta, reflejan que el estudiante no logró una comprensión global del texto.

La pregunta tres registró el menor número de respuestas correctas.

Pregunta 3. *Pensando en las principales ideas expuestas por los cinco estudiantes, ¿con cuál de los estudiantes estás de acuerdo?*

Nombre del estudiante: _____

Utilizando tus propias palabras, explica las razones de tu elección haciendo referencia a tu propia opinión y a las principales ideas expuestas por el estudiante.

Características de la pregunta

Tipo de textos: Argumentación.

Proceso de comprensión: Reflexión y valoración.

Tipo de respuesta: Abierta.

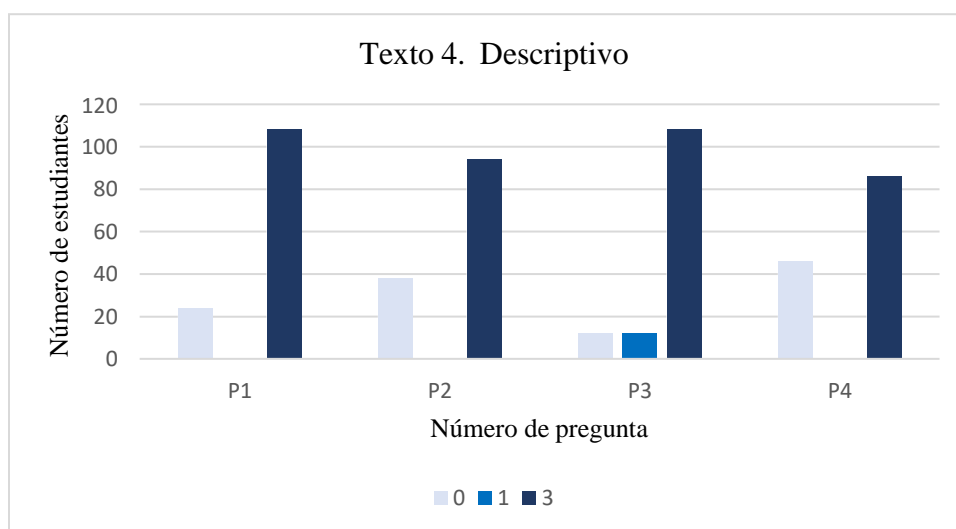
Reflexionar y valorar consiste en recurrir a conocimientos, ideas o actitudes externas al texto para relacionar la información facilitada en él con los propios marcos de referencia conceptuales y de la experiencia (OECD, 2017). En este proceso de comprensión, era necesaria la detección y manejo de conflictos, es decir, en el texto presentado al estudiante se expresaban ideas

contradictorias, se esperaba que este fuese consiente del conflicto y encontrara la manera de lidiar con él. Sin embargo, las respuestas obtenidas fueron vagas o insuficientes, no se fue más allá del parafraseo, lo cual muestra que los estudiantes tienen dificultad para expresar y argumentar sus ideas.

4.1.4 Texto descriptivo

Figura 10

Resultados del texto descriptivo



Pregunta 3. Según Bente Hansen, ¿por qué debes cepillarte la lengua?

Características de la pregunta

Tipo de textos: Descriptivo

Proceso de comprensión: Localización de la información

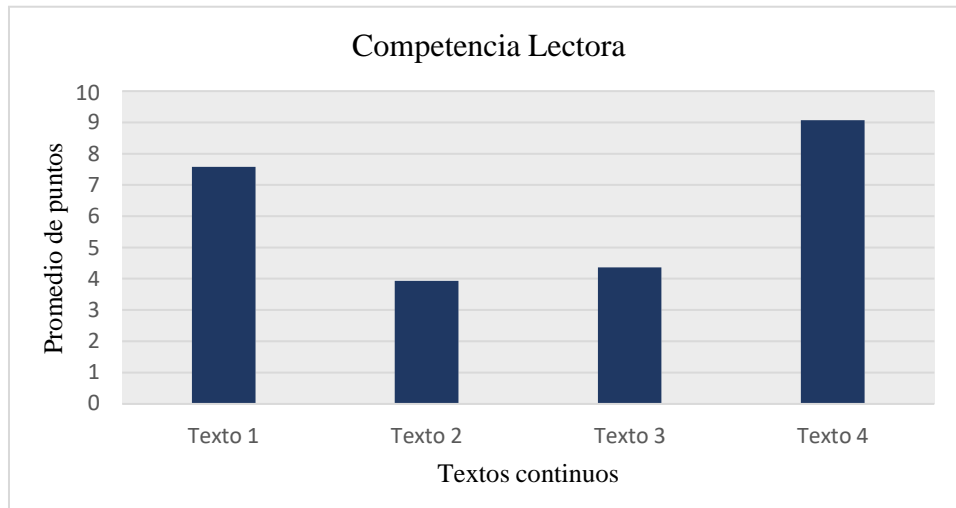
Tipo de respuesta: Abierta.

Como se puede apreciar en la gráfica, los resultados obtenidos en este texto son más altos que en los demás. Lo cual puede ser resultado de que tres de las cuatro preguntas fueron de opción múltiple. Cabe resaltar que la única pregunta abierta (pregunta 3), fue la que registró el mayor número de respuestas correctas. Un resultado alto a diferencia de la mayoría de las preguntas abiertas que se plantearon en el resto de los textos. Esto puede deberse a que la respuesta a esta

pregunta se podía dar parafraseando el texto o citarlo directamente. Es decir, este tipo de preguntas involucran únicamente la reproducción de una idea o información sin necesidad de implicar las propias ideas, ni la elaboración de un discurso (Roca, 2005).

Figura 11

Resultados de la prueba de competencia lectora



En esta prueba el promedio obtenido fue de 25 puntos de 48 posibles. Es decir, los estudiantes resolvieron correctamente únicamente el 52% de la prueba. Los resultados más bajos se obtuvieron en el texto narrativo (texto 2) obteniendo en promedio 4 puntos de los 12 posibles. Mientras que los resultados más altos se registraron en el texto descriptivo (texto 4) con un promedio de 9 puntos.

En términos generales, las preguntas donde se obtuvo la puntuación más baja, son aquellas donde se evaluó el proceso de comprensión de integrar e interpretar, lo cual indica la falta de una comprensión global del texto. Puesto que “la integración supone, en primer lugar, la inferencia de una relación dentro del texto (un tipo de interpretación) y, posteriormente, la reunión de datos, permitiendo así la elaboración de una interpretación que constituye un nuevo todo integrado” (OECD, 2017, p. 41).

Los resultados más bajos se registraron en las preguntas abiertas, a excepción de la pregunta tres del texto descriptivo, puesto que la respuesta estaba en el texto de manera literal, no había necesidad de que el estudiante reflexionara, integrara o interpretara el texto. Se precisaba únicamente de localizar la información.

4.2 Comprensión textual de problemas matemáticos

Se utilizaron cuatro problemas matemáticos verbales, los cuales no implicaban su resolución. Los tres primeros fueron extraídos del libro de matemáticas de tercer grado de telesecundaria del modelo educativo 2017, y el cuarto, del modelo educativo 2006. Cabe resaltar que el segundo problema aparece en ambos modelos.

Las preguntas que siguieron a cada problema fueron formuladas para evaluar su comprensión textual, es decir, valorar la capacidad del estudiante de captar correctamente el contenido del problema que se le presentó. Al igual que en la prueba de competencia lectora, la prueba constó de 16 preguntas, el valor máximo por pregunta fue de 3 puntos, por lo que la puntuación máxima de la prueba fue de 48 puntos.

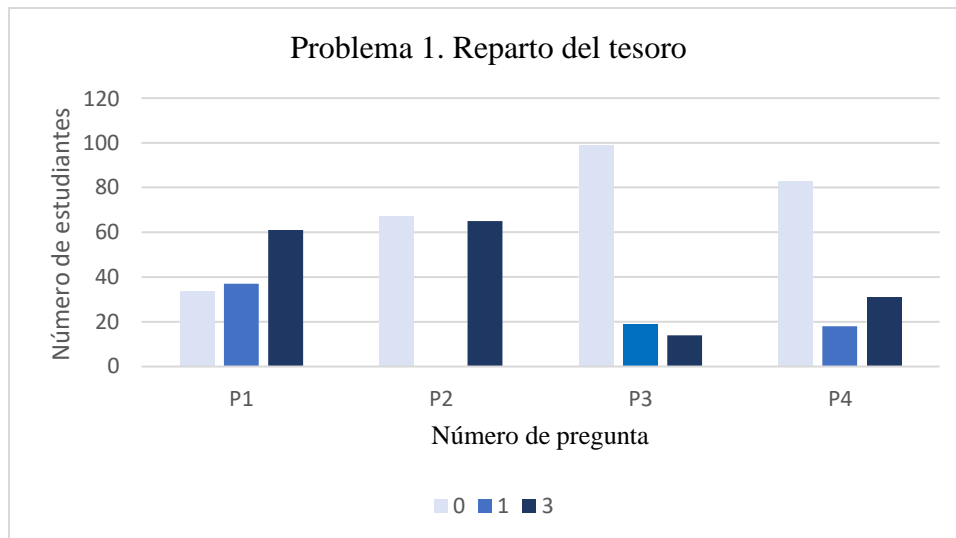
4.2.1 Problema 1. El reparto del tesoro

Una historia sobre el reparto de un tesoro cuenta que un coronel y tres soldados, identificados como A, B y C, encontraron un baúl enterrado que contenía más de 230 barras de oro, pero menos de 250. El coronel decidió que, al día siguiente, las repartiría entre los 3 soldados para premiar su valentía. Sin embargo, en el transcurso de la noche, el soldado A se adelantó, dividió entre 3 el total del contenido del baúl, tomó una tercera parte y se deshizo de una barra que le sobraba para que la partición fuera exacta. Poco después, el soldado B tuvo la misma idea, contó las barras que había, tomó la tercera parte, y como también le sobraba una barra, se deshizo de ella. El soldado C, al igual que sus compañeros, contó y dividió el oro para tomar lo que le tocaba. A él también le sobró una barra y la desechó para evitar conflictos por la repartición. A la mañana siguiente, el coronel se dispuso a repartir el tesoro. Él creía que lo que estaba en el baúl era el total del oro, por lo que lo repartió en tres partes iguales y, como le sobró una barra, decidió quedársela. ¿Cuántas barras de oro recibió en total cada soldado? (SEP, 2020, p. 22).

El problema trata sobre criterios de divisibilidad. La mayoría de las preguntas fueron abiertas, excepto la pregunta número 2, que fue de opción múltiple. En la siguiente gráfica se puede apreciar que en la pregunta 3 se obtuvieron los resultados más bajos.

Figura 12

Resultados obtenidos en el problema 1



Pregunta 3 *¿Podría ser 237 la cantidad original de barras de oro? Argumenta tu respuesta.*

Características de la pregunta:

Proceso de comprensión: Integración e interpretación

Tipo de respuesta: Abierta

En esta pregunta, si el estudiante desarrollaba una comprensión global del texto, podía deducir si esa era la cantidad de barras de oro que había al inicio en el baúl sin necesidad de resolver el problema. En la quinta línea se especifica que al dividir la cantidad de barras que había en el baúl sobraba una, y la cantidad planeada en la pregunta, al hacer la división entre tres, daba una cantidad exacta, es decir, no sobraba ninguna barra. La mayoría de los estudiantes contestaron que esa podría ser la cantidad de barras que había en el baúl, lo cual indica que los estudiantes no lograron conectar los datos que se les proporcionaron en el problema.

A continuación, se muestra una de las pocas respuestas argumentadas:

Figura 13

Respuesta argumentada a la pregunta 3

Pregunta 3

¿Podría ser 237 la cantidad original de barras de oro? Argumenta tu respuesta.

no porque les tocaría de 79 barras y no sobraria ninguna
ninguna

Aquí el estudiante tomó en cuenta que en el texto del problema se especificaba que la cantidad original de barras de oro se dividió entre tres y sobró una. Por lo tanto, en su argumento dice “no porque les tocaría de 79 barras y no sobraría ninguna”. Sólo el 10 % de los estudiantes pudo argumentar su respuesta en esta pregunta.

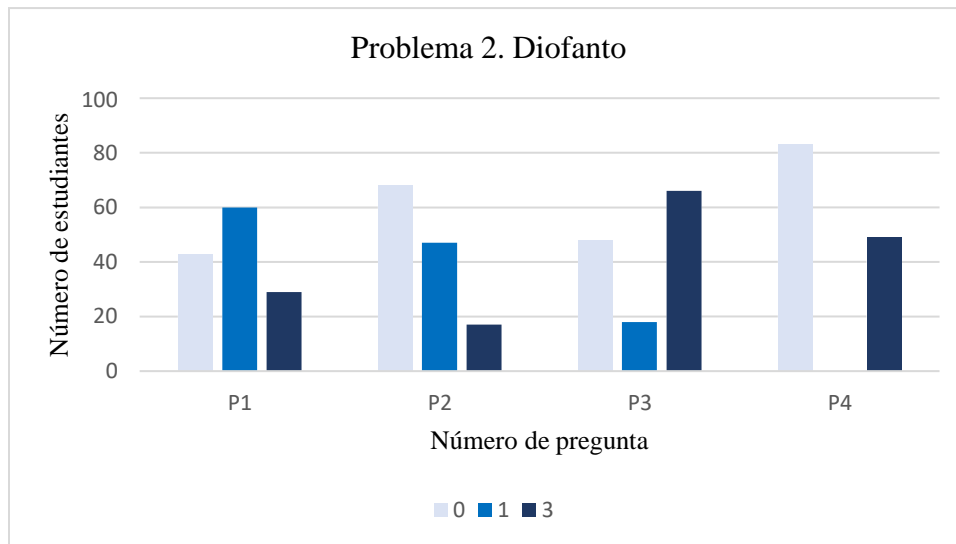
4.2.2. Problema 2. Diofanto

El segundo problema pertenece al tema de ecuaciones cuadráticas.

Se tienen evidencias de que, en Babilonia, en el año 1600 a. n. e., se resolvían problemas que implicaban el uso de ecuaciones de segundo grado (representadas de manera distinta a como lo hacemos ahora); y de que éstas se conocieron después en Egipto y, posteriormente, en Grecia. En este último lugar, el gran mérito se le atribuye a Diofanto de Alejandría (aproximadamente 200-284 n. e.), quien, entre otras cosas, dejó resueltos de manera ingeniosa muchos problemas, así como un método para solucionar las ecuaciones de segundo grado, por lo que se le reconoce como el padre del álgebra. En su epitafio puede leerse: “Transeúnte, ésta es la tumba de Diofanto, al terminar de leer esta sorprendente distribución, conocerás el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte, su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad”. ¿A qué edad murió Diofanto? (SEP, 2020, p. 38).

Figura 14

Resultados obtenidos en el problema 2



Pregunta 2. *¿Qué significa el dato 200-284 n. e.?*

Características de la pregunta:

Proceso de comprensión: Reflexión y valoración

Tipo de respuesta: Abierta

Como se puede apreciar en la gráfica, en la pregunta 2 se obtuvieron los resultados más bajos. En esta pregunta era necesario recurrir a conocimientos externos para poder relacionar la información presente en el texto del problema, ya que se trata de un problema de corte histórico que, además, contiene términos con los que los estudiantes no están familiarizados. En la primera pregunta se pedía a los estudiantes relacionar términos con su respectivo significado. Sin embargo, los resultados fueron bajos, manifestándose el desconocimiento de varios de los términos empleados en el problema, tales como bozo, transeúnte, epitafio y perecer.

El nivel léxico-semántico es indispensable para la comprensión textual. Por lo que el “rescate conceptual” de los términos expresados en la lectura, sumado a los aportes de la nueva información, es lo que definitivamente crea las condiciones para el desciframiento global del texto (Caamaño, 2019, p.174).

Además, en este caso, la respuesta al problema está implícita en el texto, ya que se puede responder la pregunta central sin necesidad de realizar operaciones algebraicas. Pues se incluye la fecha de

nacimiento y de muerte, por lo tanto, es fácil determinar la edad a la que murió Diofanto. Sin embargo, la mayoría de los alumnos no se percataron de ese dato.

4.2.3 Problema 3. Los hermanos

En el tercer problema la primera pregunta fue la que menos respuestas correctas tuvo.

Raúl es 6 años mayor que su hermana. El producto de las dos edades es igual a 315. ¿Qué edad tiene cada uno? (SEP, 2020, p. 40)

Pregunta 1. Expresa el enunciado del problema con tus propias palabras.

Características de la pregunta:

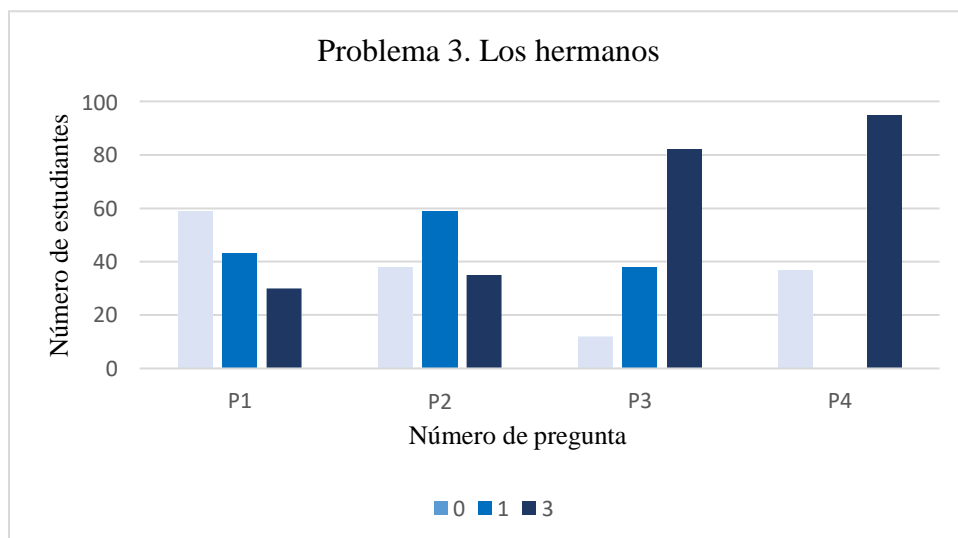
Proceso de comprensión: Integración e interpretación

Tipo de respuesta: Abierta

Aunque se trata de un problema de palabras breve, los resultados obtenidos manifiestan una comprensión inexacta, pues no se logró dar una interpretación al texto del problema. “Cuando interpreta, un lector está identificando las ideas o implicaciones que subyacen a todo o a parte del texto (OECD, 2017, p. 40).

Figura 15

Resultados obtenidos en el problema 3



4.2.4 Problema 4. Pitágoras y sus discípulos

Pitágoras planteó este problema sobre el número de sus discípulos: El número de discípulos que tengo se distribuye de la siguiente manera:

Una mitad estudia matemáticas, una cuarta parte física, una quinta parte estudia filosofía, y además hay tres mujeres ¿Cuántos discípulos tenía Pitágoras? (SEP, 2019, p. 170)

En este problema, la pregunta dos presentó la puntuación más baja.

Pregunta 2. *¿Por qué crees que solo había tres mujeres como discípulos de Pitágoras?*

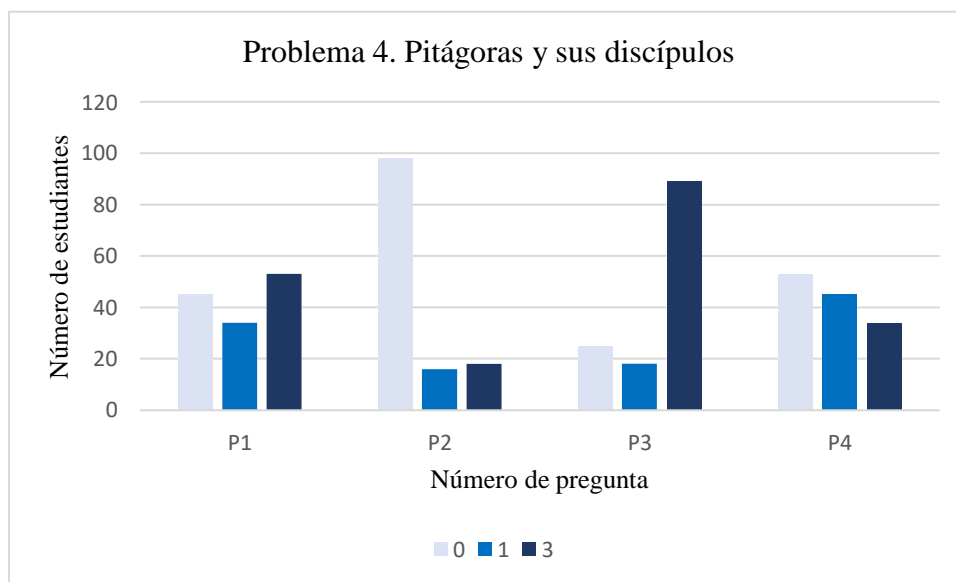
Características de la pregunta:

Proceso de comprensión: Reflexión y valoración

Tipo de respuesta: Abierta

Figura 16

Resultados obtenidos en el problema 4



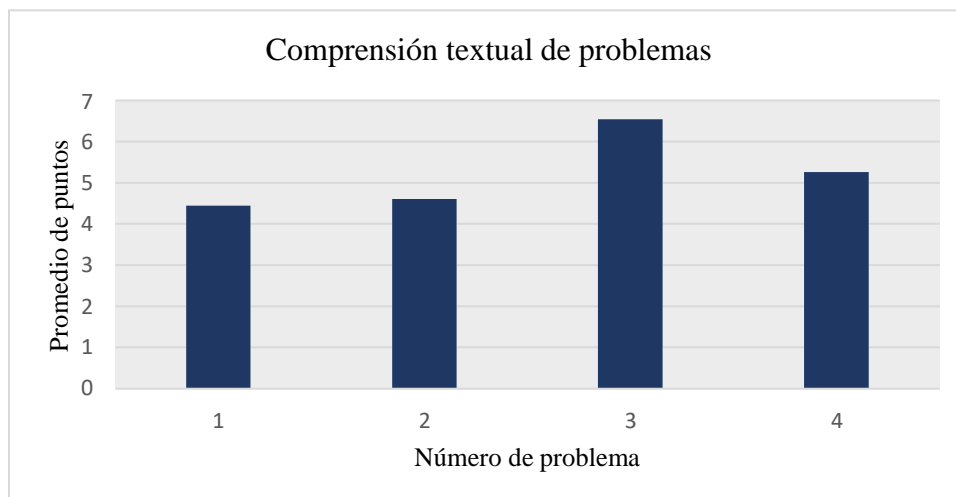
Como se establece en el marco de evaluación y análisis de PISA, para dar respuesta a las preguntas donde se evalúa la reflexión y valoración, es necesario que los estudiantes recurran a conocimientos, ideas o actitudes externas al texto para relacionar la información facilitada en él

con los propios marcos de referencia conceptuales y de la experiencia. En este tipo de preguntas, se pide a los lectores que consulten sus propias experiencias o conocimientos para comparar, contrastar o formular hipótesis (OECD, 2017).

La mayoría de las respuestas señalaban que, porque en el texto decía que solo había tres mujeres o porque “a las mujeres no les gustaba estudiar”. Sin embargo, también se obtuvieron otras respuestas de mayor reflexión, por ejemplo, “en ese momento las mujeres se dedicaban más a la casa”, o respuestas más reflexivas como “porque tal vez solo aceptaban que aprendieran los hombres”, “porque en ese momento las mujeres no podían estudiar” o “porque en ese tiempo había mucha discriminación hacia las mujeres”.

Figura 17

Resultados de la prueba de comprensión textual de problemas



En esta prueba el promedio de puntos obtenidos fue de 21. Es decir, los estudiantes resolvieron correctamente menos de la mitad de la prueba. Los resultados más bajos se obtuvieron en los problemas 1 y 2. Cabe resaltar que se trata de los problemas matemáticos verbales más extensos y en los que se incluye términos que resultaron desconocidos para los estudiantes. Lo que indica que el nivel léxico-semántico que se emplea en estos problemas representa una dificultad para los estudiantes de la modalidad de Telesecundaria.

Los resultados más bajos se presentaron en las preguntas con tipo de respuesta abierta. Lo que exhibe las dificultades que presentan los estudiantes para expresar y argumentar sus propias ideas e interpretar el texto en términos generales.

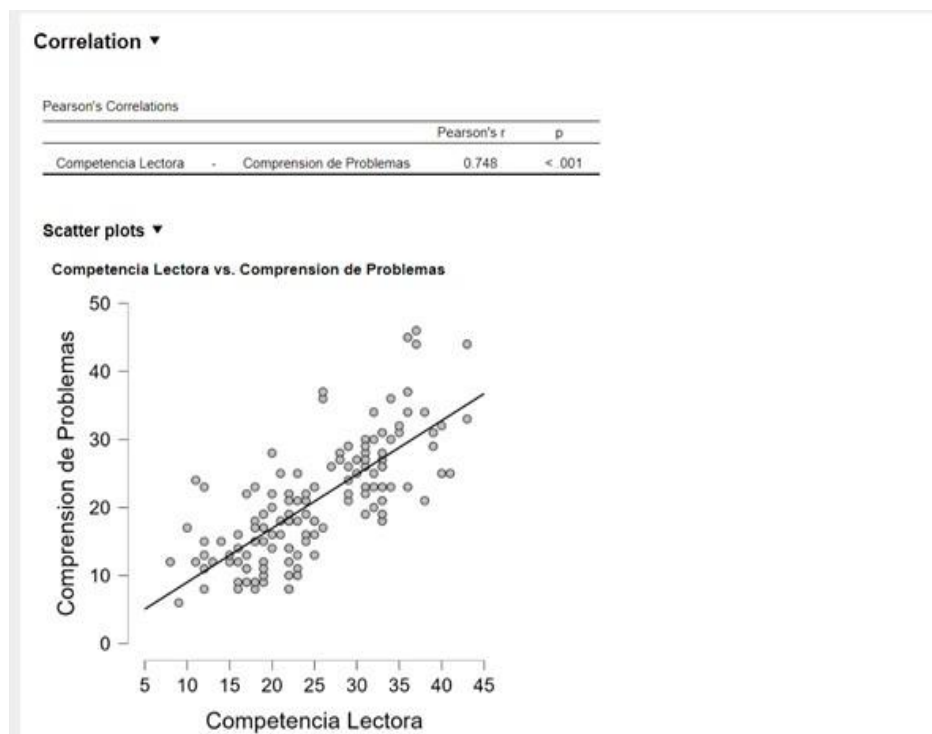
4.3 Nivel de correlación entre variables

Los resultados obtenidos en las pruebas de competencia lectora y comprensión textual de problemas matemáticos verbales fueron bajos.

Sin embargo, al realizar el análisis de los datos para ambas variables, arrojó una correlación de 0.748, lo cual indica que hay una correlación positiva fuerte entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos. Comprobando así la hipótesis de que, si el alumno no cuenta con un buen nivel de competencia lectora, presentará dificultades para la comprensión de problemas matemáticos verbales. Por lo que se puede decir que la competencia lectora tiene una relación directa con la comprensión textual de problemas matemáticos verbales.

Figura 18

Nivel de correlación entre variables



Los resultados obtenidos en ambas pruebas muestran que los estudiantes presentan dificultades para expresar y argumentar sus ideas, así como expresar la idea general del texto. Además, los resultados más bajos se presentaron en textos y problemas extensos que contenían ideas o términos que no eran acordes al contexto en el que se desenvuelven los estudiantes. Lo cual manifiesta la influencia de factores como el número de párrafos o páginas, la cantidad de información que debía procesarse y la especificidad y claridad del enunciado de la tarea (OECD, 2017).

CONCLUSIONES

En el trabajo de investigación nos trazamos como objetivo general, establecer la relación que existe entre la competencia lectora y la comprensión textual de problemas matemáticos verbales. Lo cual se logró a través del análisis de los datos recabados con la aplicación de una prueba de competencia lectora y una prueba de comprensión textual de problemas matemáticos verbales a estudiantes de tercer grado de telesecundaria. La correlación obtenida fue positiva y fuerte con un 0.748. Lo cual indica que la hipótesis de que, si el estudiante no tiene un nivel apto en competencia lectora, presentará dificultades para comprender los problemas matemáticos verbales, fue comprobada.

En general, los resultados fueron bajos en ambas pruebas, donde la máxima puntuación fue de 48 puntos. En la prueba de competencia lectora el promedio de puntos obtenido fue de 25 puntos, mientras que en la comprensión de problemas matemáticos de palabras fue de 21 puntos, es decir menos de la mitad de la prueba fue contestada correctamente.

Si bien, la investigación de tipo correlacional no implica causalidad, al analizar las respuestas dadas por los estudiantes, sobre todo en aquellas preguntas con bajo y alto rendimiento, nos permitió generar inferencias sobre las causas de estos resultados.

En primer lugar, se pudo observar que las preguntas abiertas construidas representaron mayor dificultad para los estudiantes, ya que estas implicaban expresar sus propias ideas, hacer uso de conocimientos externos o argumentar y/o reflexionar sus respuestas. En cambio, en las preguntas abiertas donde la respuesta implicaba solo el proceso de localizar información, los resultados fueron diferentes. Se sugiere que, para mejorar el rendimiento en la comprensión y resolución de problemas matemáticos verbales, es necesario el uso de actividades relacionadas con el razonamiento lógico y la realización de inferencias. Pues si el estudiante tiene problemas de comprensión, también presentará problemas con la generación de inferencias, lo cual puede conducir a bajos resultados en este tipo de preguntas (Bowyer-Crane, 2005; Can, 2020).

En segundo lugar, en los problemas matemáticos verbales, los resultados más bajos se obtuvieron en los dos primeros problemas (ver anexos), los cuales son los más extensos. El primer problema (ver anexos), de acuerdo con la clasificación de Jiménez y Verschaffel (2014), es un problema matemático verbal no estándar, ya que es difícil identificar su proceso de solución debido a la forma en que está estructurado.

En el segundo problema, en uno de los ítems, se pidió a los estudiantes relacionar términos con su respectivo significado. Sin embargo, los resultados mostraron que los estudiantes no comprendían algunos términos incluidos en el texto del problema. El conocimiento del vocabulario ha sido señalado como un predictor significativo y constante de la comprensión de lectura en general, independientemente del nivel de grado (Yovanoff et al., 2005).

Con respecto a la estructura semántico lingüística de los problemas matemáticos verbales, Fuchs et al. (2018) sugieren que, si bien existe un efecto directo de la comprensión lingüística general sobre la comprensión del texto, la estructura lingüística del problema matemático verbal desempeña un papel fundamental en la comprensión de este tipo de problemas. Por su parte, Boonen et al. (2016) exponen que los estudiantes presentan dificultades cuando se les pide resolver problemas matemáticos verbales semánticamente complejos. Por lo que se considera que el desarrollo de habilidades de comprensión lectora es fundamental para hacer frente a este tipo de problemas, ya que conforme los estudiantes van avanzando en los grados escolares, los problemas verbales contienen características semántico lingüísticas más complejas.

Los resultados obtenidos exhiben que los problemas matemáticos verbales propuesto en el libro de texto de matemáticas de tercer grado de telesecundaria están alejados de los contextos en el que se desenvuelven los estudiantes. Lo cual debería tenerse como principio fundamental al diseñar y estructurar el libro de texto de esta modalidad, ya que éste, junto con los recursos audiovisuales son la base principal de esta modalidad educativa.

Como ya vimos, los factores que influyen en la comprensión de problemas matemáticos verbales son diversos, tales como la información numérica y lingüística, la terminología matemática, el nivel de vocabulario, el número de ideas presentadas, así como la complejidad semántica y sintáctica. Por lo que los libros de texto deben utilizar un lenguaje sencillo basado en el nivel de desarrollo lingüístico de los estudiantes. También, es de suma importancia que los problemas matemáticos verbales propuestos en los libros de texto, estén encaminados a fomentar el razonamiento, no solo los aprendizajes superficiales (Auzar, 2017; Santiago et al., 2018; Van Garderen, 2004).

Los resultados de esta investigación difieren de los resultados encontrados en otras investigaciones, por ejemplo, Österholm (2008), concluyó que la comprensión lectora no es el principal factor que

limita la comprensión de un texto, sino el uso de símbolos matemáticos. En nuestro estudio se utilizaron problemas verbales que no contenían símbolos matemáticos y, aun así, los estudiantes presentaron dificultades de comprensión. También contradice los resultados expuestos por Imam et al. (2013), en donde se señala que la habilidad de comprensión lectora de los estudiantes no tiene una relación directa con su rendimiento general en matemáticas. Del mismo modo, Auzar (2017) encontró que la capacidad de lectura no tiene una relación significativa con la capacidad de comprensión de preguntas de problemas matemáticos verbales, lo cual contradice los hallazgos de esta y otras investigaciones (Boonen et al., 2014; 2016; Can, 2020; Fuchs et al., 2015; 2018; Lekkaerman et al., 2005; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008).

Al existir estas diferencias en cuanto a resultados, es necesario seguir investigando sobre la relación entre la comprensión lectora y los problemas matemáticos verbales.

Desde el ámbito académico y/o el aula de clases, también podemos contribuir a que los estudiantes superen las barreras que les impiden obtener mejores resultados en el área de lectura y matemáticas. Se deben buscar, diseñar y aplicar estrategias que resulten interesantes para los estudiantes, que las actividades del libro de texto no sean el eje rector en el proceso de enseñanza aprendizaje. Fomentar el hábito de la lectura proporcionándoles textos que sean de su interés, y trabajar estrategias o técnicas para la comprensión de textos.

Referencias

- Akbaşı, S., Şahin, M. & Yaykiran, Z. (2016). The Effect of Reading Comprehension on the Performance in Science and Mathematics. *Journal of Education and Practice*, 7(16), 108-121.
- Auzar, M. (2017). The relationships of reading comprehension ability with the ability to understand the questions of Mathematical word problems. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 8(4), 145-151.
- Backhoff, E., Sánchez, A., Peón, M. y Andrade, E. (2010). Comprensión lectora y habilidades matemáticas de estudiantes de educación básica en México: 2000- 2005. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 12(1), 1-18.
- Blanco, L. (2015). ¿Qué entendemos por problema de matemáticas? En L. Blanco, J. Cárdenas, y A. Caballero, *La resolución de problemas matemáticos en la formación inicial de profesores de primaria* (pp. 81-91). Universidad de Extremadura.
- Boonen, A. J., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H., & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 271-279.
- Boonen, A., de Koning, B., Jolles, J., & Van der Schoot, M. (2016). Word problem solving in contemporary math education: A plea for reading comprehension skills training. *Frontiers in psychology*, 7, (191), 1-10.
- Boonen, A., van Wesel, F., Jolles, J., & van der Schoot, M. (2014). The role of visual representation type, spatial ability, and reading comprehension in word problem solving: An item-level analysis in elementary school children. *International Journal of Educational Research*, 68, 15-26.
- Bowyer-Crane, C., & Snowling, M. (2005). Assessing children's inference generation: What do tests of reading comprehension measure? *British journal of educational psychology*, 75(2), 189-201.
- Caamaño, A. (2019). Lectura, comprensión lectora y el nivel léxico-semántico. *Pucara*, (30), 157-178.
- Calisir, F., & Gurel, Z. (2003). Influence of text structure and prior knowledge of the learner on reading comprehension, browsing and perceived control. *Computers in Human Behavior*, 19(2), 135-145.
- Can D., (2020). The mediator effect of reading comprehension in the relationship between logical reasoning and word problem solving. *Participatory Educational Research*, 7(3), 230-246.

- Canales, M. (2018). Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de un colegio privado de Lima. *Revista de Investigación en Psicología*, 21(2), 215 – 224. DOI: <http://dx.doi.org/10.15381/rinvp.v21i2.15823>
- Chen, G., Cheng, W., Chang, T., Zheng, X., & Huang, R. (2014). A comparison of reading comprehension across paper, computer screens, and tablets: Does tablet familiarity matter? *Journal of computers in education*, 1(2), 213-225.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Hamlett, C. L., & Wang, A. Y. (2015). Is word-problem solving a form of text comprehension?. *Scientific Studies of Reading*, 19(3), 204-223.
- Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Fuchs, D., Seethaler, P. M., & N. Martin, B. (2018). Text comprehension and oral language as predictors of word-problem solving: Insights into word-problem solving as a form of text comprehension. *Scientific Studies of Reading*, 22(2), 152-166.
- Fraenkel, J.R., Wallen, N.E., & Hyun, H.H. (2012). How to design and evaluate research in education. McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages.
- García-García M., Arévalo-Duarte, M., y Hernández-Suárez, C. (2018). La comprensión lectora y el rendimiento escolar. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*, (32), 155-174.
- Gómez, J. (2011) Comprensión lectora y rendimiento escolar: una ruta para mejorar la comunicación. *Revista de Investigación en Comunicación y Desarrollo*, 2(2), 27-36.
- Graesser, A. C., Singer, M., & Trabasso, T. (1994). Constructing inferences during narrative text comprehension. *Psychological review*, 101(3), 371.
- Guzmán B., Véliz, M., y Reyes F. (2016). Memoria operativa, comprensión lectora y rendimiento escolar. *Literatura y Lingüística*, 35, 379 – 404. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6971/6657>
- Harlaar, N., Kovas, Y., Dale, P. S., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2012). Mathematics is differentially related to reading comprehension and word decoding: Evidence from a genetically sensitive design. *Journal of educational psychology*, 104(3), 622.
- Ilany, B., y Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative Education*, 1, 138-148.
- Imam, O., Abas-Mastura, M., & Jamil, H. (2013). Correlation between reading comprehension skills and students' performance in mathematics. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 2(1), 1-8.
- INEE (2015). *Panorama Educativo de México 2014. Indicadores del Sistema Educativo Nacional. Educación básica y media superior*. Instituto Nacional para la Evaluación Educativa.
- INEE (2019). *Panorama Educativo de México 2018. Indicadores del Sistema Educativo Nacional. Educación básica y media superior*. Instituto Nacional para la Evaluación Educativa.

- Jiménez, E. (2014). Comprensión lectora vs Competencia lectora: qué son y qué relación existe entre ellas. *Investigaciones Sobre Lectura*, 1, 65-74.
DOI: <https://doi.org/10.24310/revistaisl.vi1.10943>
- Jiménez, L., & Verschaffel, L. (2014). El desarrollo de las soluciones infantiles en la resolución de problemas aritméticos no estándar. *Revista de psicodidáctica*, 19(1), 93-123.
- Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Deatline-Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
- Jitendra, A. K., Petersen-Brown, S., Lein, A. E., Zaslofsky, A. F., Kunkel, A. K., Jung, P. G., & Egan, A. M. (2015). Teaching mathematical word problem solving: The quality of evidence for strategy instruction priming the problem structure. *Journal of Learning Disabilities*, 48(1), 51-72.
- Juárez, J. A., Saldaña, A. M., Miguel, A. G., y Slisko, J. (2014). La construcción del modelo situacional de un problema matemático: El análisis basado en el Marco del Experimentador Inmerso. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, (87), 81-99.
- Kolić-Vrhovec, S., Bajšanski, I., & Rončević Zubković, B. (2011). The role of reading strategies in scientific text comprehension and academic achievement of university students. *Review of psychology*, 18(2), 81-90.
- Kozminsky, E. & Kozminsky, L. (2001). How do general knowledge and reading strategies ability relate to reading comprehension of high school students at different educational levels? *Journal of Research in Reading*, 24(2), 187-204.
- Makuc, M. (2011). Teorías implícitas sobre comprensión textual y la competencia lectora de estudiantes de primer año de la Universidad de Magallanes. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 37(1), 237-254.
- Makuc, M., & Larrañaga, E. (2015). Teorías implícitas acerca de la comprensión de textos: Estudio exploratorio en estudiantes universitarios de primer año. *Revista signos*, 48(87), 29-53.
- Márquez, C., & Prat, À. (2005). Leer en clase de Ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 431-440.
- Matéus, G. (2007). Psicología de la comprensión textual y control de la comprensión: revisión de conceptos. *Folios*, (26), 39-48.
- McCrudden, M. T., y Schraw, G. (2007). Relevance and goal-focusing in text processing. *Educational Psychology Review*, 19(2), 113-139.
- McNamara, D. S., & Magliano, J. (2009). Toward a comprehensive model of comprehension. *Psychology of learning and motivation*, 51, 297-384.
- Millán, N. (2010). Modelo didáctico para la comprensión de textos en educación básica. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*, 16, 109-133.

- Ministerio de Educación. (2018). Marco de evaluación de la competencia lectora de PISA 2018
- Nieto, L. B. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 25, 49-60.
- OECD (2016). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). Resultados PISA 2015, México, p. 1-14. <https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf>
- OECD (2017), Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar, OECD.
- OECD (2018). Marco teórico de lectura PISA 2018.
- Oliveira, K., Boruchovitch, E., y dos Santos, A. (2008). Leitura e desempenho escolar em português e matemática no ensino fundamental. *Paidéia (Ribeirão Preto)*, 18, 531-540.
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325-346. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-005-9016-y>
- Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2020). Reading comprehension, Mathematics self-efficacy perception, and Mathematics attitude as correlates of students' non-routine Mathematics problem-solving skills in Turkey. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1042-1058.
- Parodi, G. (2009). Comprender y aprender a partir de los textos especializados en español: aproximaciones desde ámbitos técnico-profesionales. In *Español para Fines Específicos. Actas del III Congreso Internacional de Español para Fines Específicos Utrecht, noviembre de 2006*. p. 35-57).
- Parodi, G. (2011). La Teoría de la Comunicabilidad: Notas para una concepción integral de la comprensión de textos escritos. *Revista signos*, 44(76), 145-167.
- Peralbo, M., Porto, A., Barca, A., Risso, A., Mayor, M. y García, M (2009). Comprensión lectora y rendimiento escolar: cómo mejorar la comprensión de textos en secundaria obligatoria. *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*. Universidade do Minho, 4127-4142.
- Pérez K., García, E. Á., y Rivero, C. B. (2016). Reflexiones sobre el concepto de problema matemático. *Revista bases de la ciencia*, 1(1), 25-34.
- Pérez, K. y Hernández J. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 20(2), 223-248. <https://doi.org/10.12802/relime.17.2024>
- Pikulsi, J., & Chard, D. (2005). Fluency: Bridge between decoding and reading comprehension. *The Reading Teacher*, 58(6), 510–519.
- Pourhosein, A., & Sabouri, N. B. (2016). How can students improve their reading comprehension skill. *Journal of Studies in Education*, 6(2), 229.

- Ramírez M., Valenzuela, J., y Heredia, Y. (2012). La evaluación de la comprensión lectora y de las matemáticas en contexto: implicaciones para la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Revista de educación*, 357, 491-514.
- Roca, M. (2005). Las preguntas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias. *Educar*, 25, 73-80.
- Rodríguez J. y Abad G. (2011). "La comprensión de textos en la resolución de problemas algebraicos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática," *Cuadernos de Educación y Desarrollo, Servicios Académicos Intercontinentales*.
- Rosas, E. (2006). El texto académico: una aproximación a su definición, *Revista Voces: tecnología y pensamiento*. 1(2), 127-135.
- Salihu, L., Aro, M., & Räsänen, P. (2018). Children with learning difficulties in mathematics: Relating mathematics skills and reading comprehension. *Issues in Educational Research*, 28(4), 1024-1038.
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill.
- Santiago, V. Sánchez, R. & Verschaffel, L. (2020) Word problem solving approaches in mathematics textbooks: a comparison between Singapore and Spain. *European Journal of Psychology of Education* 35, 567–587 <https://doi.org/10.1007/s10212-019-00447-3>
- Santos, L. M. (1992). Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Educación matemática*, 4(02), 16-24.
- Santos, L.M. (2000). Didáctica lecturas: principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, Grupo Editorial Iberoamericano.
- Santos, L.M. (2008). On the use of technology to represent and explore mathematical objects or problems dynamically. *Mathematics and Computer Education Journal*, 42(2), pp. 123-139.
- Schmelkes, S. y Águila, G. (Coords.) (2019). *La educación multigrado en México*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). Macmillan.
- SEP (2019). *Matemáticas III. Volumen II* (2.^a ed.). Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2020). *Matemáticas III. Volumen I*. Secretaría de Educación Pública.
- SEP. Los fines de la educación en el siglo XXI https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/114503/Los_Fines_de_la_Educacion_en_el_Siglo_XXI.PDF

- Støle, H., Mangen, A., & Schwippert, K. (2020). Assessing children's reading comprehension on paper and screen: A mode-effect study. *Computers & Education, 151*, 1-13.
- Tze-Ming, P. (2011). The effects of vocabulary knowledge and background knowledge on reading comprehension of Taiwanese EFL students. *Electronic Journal of Foreign Language Teaching, 8*(1), 108-115.
- Ugarriza, N. (2006). La comprensión lectora inferencial de textos especializados y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios del primer ciclo. *Persona, (9)*, 31-75.
- Van Dijk, T., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of Discourse Comprehension*. Academic Press.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Vleugels, K., & Verschaffel, L. (2010). Just answering . . . or thinking? Contrasting pupils' solutions and classifications of missing-value word problems. *Mathematical Thinking and Learning, 12*, 20–35.
- Van Garderen, D. (2004). Focus on inclusion reciprocal teaching as a comprehension strategy for understanding mathematical word problems. *Reading & Writing Quarterly, 20*(2), 225-229.
- Vernucci, S., Canet-Juric, L., Andrés, M., y Burin D. (2017). Comprensión Lectora y Cálculo Matemático: El Rol de la Memoria de Trabajo en Niños de Edad Escolar. *PSYKHE, 26*(2), 1-13.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. Lisse: Swets & Zeitlinger B.V.
- Verschaffel, L., y De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*, 577-601.
- Vilenius-Tuohimaa, P., Aunola, K., & Nurmi, J. (2008) The association between mathematical word problems and reading comprehension, *Educational Psychology, 28*(4), 409-426.
- Yovanoff, P., Duesbery, L., Alonzo, J & Tindal, G. (2005) Grade-Level Invariance of a Theoretical Causal Structure Predicting Reading Comprehension with Vocabulary and Oral Reading Fluency. *Educational Measurement: Issues and Practice, 24*(3), 4-12.

ANEXOS

Prueba de Competencia Lectora

Nombre: _____

Edad: _____ años con _____ meses Género: Masculino () Femenino ()

Nivel educativo: _____ Escuela: _____

Lee con atención cada texto y contesta lo que se pide.

(TEXTO 1: EXPOSITIVO)

SIÉNTASE CÓMODO CON SUS TENIS DEPORTIVOS

Durante 14 años el Centro de medicina deportiva ha estado estudiando las lesiones de los jóvenes deportistas y de los deportistas profesionales. El estudio ha establecido que la mejor medida a tomar es la prevención... y unos buenos tenis deportivos.

Golpes, caídas, desgastes y desgarros

El 18 por ciento de los deportistas de entre 8 y 12 años ya tiene lesiones de talón. El cartílago del tobillo de los futbolistas no responde bien a los golpes y el 25 por ciento de los profesionales han descubierto ellos mismos que es un punto especialmente débil. También el cartílago de la delicada articulación de la rodilla puede resultar dañado de forma irreparable y si no se toman las precauciones adecuadas desde la infancia (10-12 años), esto puede causar una artritis ósea prematura. Tampoco la cadera escapa a estos daños y en especial cuando está cansado, el jugador corre el riesgo de sufrir fracturas como resultado de las caídas o colisiones.

De acuerdo con el estudio, los futbolistas que llevan jugando más de diez años experimentan un crecimiento irregular de los huesos de la tibia o del talón. Esto es lo que se conoce como “pie de futbolista”, una deformación causada por los tenis con suelas y hormas demasiado flexibles.

Proteger, sujetar, estabilizar, absorber

Si un tenis es demasiado rígido, dificulta el movimiento. Si es demasiado flexible, incrementa el riesgo de lesiones y esguinces. Un buen calzado deportivo debe cumplir cuatro requisitos:

En primer lugar, debe proporcionar protección contra factores externos: resistir los impactos del balón o de otro jugador, defender de la irregularidad del terreno y mantener el pie caliente y seco, incluso con lluvia y frío intenso.

Debe dar sujeción al pie, y en especial a la articulación del tobillo, para evitar esguinces, hinchazón y otros problemas que pueden incluso afectar a la rodilla.

También debe proporcionar una buena estabilidad al jugador, de modo que no resbale en suelo mojado o no tropiece en superficies demasiado secas.

Finalmente, debe amortiguar los golpes, especialmente los que sufren los jugadores de voleibol y baloncesto que continuamente están saltando.

Pies secos

Para evitar molestias menores, pero dolorosas, como ampollas, grietas o “pie de atleta” (infección por hongos), el calzado debe permitir la evaporación del sudor y evitar que penetre la humedad exterior. El material ideal es el cuero, que puede haber sido impermeabilizado para evitar que se empape en cuanto llueva.

Pregunta 1 (Elige la opción que consideres correcta)

¿Qué intenta demostrar el autor en este texto?

- A Que la calidad de muchos tenis deportivos ha mejorado mucho.
- B Que es mejor no jugar al fútbol si eres menor de 12 años.
- C Que los jóvenes sufren cada vez más lesiones debido a su baja forma física.
- D Que es muy importante para los deportistas jóvenes calzar unos buenos tenis deportivos.

Pregunta 2

Según el artículo, ¿por qué no deberían ser demasiado rígidos los tenis deportivos?

Pregunta 3

Una parte del artículo afirma: “Un buen calzado deportivo debe cumplir cuatro requisitos”

¿Cuáles son esos requisitos?

Pregunta 4

Fíjate en esta frase que está casi al final del artículo. Aquí se presenta en dos partes:

“Para evitar molestias menores, pero dolorosas, como ampollas, grietas o “pie de atleta” (infección por hongos)” (primera parte).

“el calzado debe permitir la evaporación del sudor y evitar que penetre la humedad exterior” (segunda parte).

¿Cuál es la relación entre la primera y la segunda parte de la frase? La segunda parte...

- A Contradice la primera parte.
- B Repite la primera parte.
- C Describe el problema planteado en la primera parte.
- D Describe la solución al problema planteado en la primera parte.

(TEXTO 2: NARRATIVO) MACONDO

Deslumbrada por tantas y tan maravillosas invenciones, la gente de Macondo no sabía por dónde empezar a asombrarse. Se trasnochaban contemplando las pálidas bombillas eléctricas alimentadas por la planta que llevó Aureliano Triste en el segundo viaje del tren, y a cuyo obsesionante tuntún costó tiempo y trabajo acostumbrarse. Se indignaron con las imágenes vivas que el próspero comerciante don Bruno Crespi proyectaba en el teatro con taquillas de bocas de león, porque un personaje muerto y sepultado en una película y por cuya desgracia se derramaron lágrimas de aflicción, reapareció vivo y convertido en árabe en la película siguiente. El público que pagaba dos centavos para compartir las vicisitudes de los personajes, no pudo soportar aquella burla inaudita y rompió la silletería. El alcalde, a instancias de don Bruno Crespi, explicó mediante un bando que el cine era una máquina de ilusión que no merecía los desbordamientos pasionales del público. Ante la desalentadora explicación, muchos estimaron que habían sido víctimas de un nuevo y aparatoso asunto de gitanos, de modo que optaron por no volver a ir al cine, considerando que ya tenían bastante con sus propias penas, para llorar por fingidas desventuras de seres imaginarios.

Pregunta 1

¿Qué aspecto de las películas indignaba a los habitantes de Macondo?

Pregunta 2

Al final del fragmento ¿por qué decidieron los habitantes de Macondo no volver al cine?

- A Querían divertirse y distraerse, pero descubrieron que las películas eran realistas y tristes.
- B No podían pagar el precio de las entradas.
- C Querían reservar sus emociones para los acontecimientos de la vida real.
- D Buscaban implicarse emocionalmente, pero las películas les parecieron aburridas, poco convincentes y de mala calidad.

Pregunta 3

¿Quiénes son los “seres imaginarios” de los que se habla en la última línea del texto?

- A Fantasmas.
- B Invenciones de feria.
- C Personajes de las películas.
- D Actores.

Pregunta 4

¿Estás de acuerdo con la opinión final de los habitantes de Macondo sobre el valor de las películas? Explica tu respuesta y compara tu actitud hacia las películas con la suya.

(TEXTO 3: ARGUMENTATIVO) OPINIONES DE LOS ESTUDIANTES

Hay mucha gente en el mundo muriéndose de hambre y enfermedades, mientras nosotros nos preocupamos más de los avances futuros. Dejamos atrás a esa gente intentando olvidarlos y seguir adelante. Las grandes compañías gastan cientos de millones de dólares cada año en la investigación espacial. Si el dinero gastado en la exploración del espacio se empleara en beneficio del necesitado y no del codicioso, se podría aliviar el sufrimiento de millones de personas.

Ana

El desafío de explorar el espacio es fuente de inspiración para mucha gente. Durante miles de años hemos estado soñando con el universo, queriendo alargar la mano y tocar las estrellas, deseando comunicarnos con algo que sólo imaginamos que existe, anhelando saber... ¿Estamos solos? La exploración del espacio es una metáfora del conocimiento y el conocimiento es lo que mueve nuestro mundo. Mientras que los realistas siguen recordándonos nuestros problemas actuales, los soñadores amplían nuestras mentes. Son las visiones, esperanzas y deseos de los soñadores los que nos conducirán al futuro.

Beatriz

Nos cargamos las selvas tropicales porque hay petróleo en el subsuelo, excavamos minas en terreno sagrado para obtener uranio. ¿Destruiríamos también otro planeta sólo por conseguir la solución a problemas creados por nosotros mismos? ¡Por supuesto! La exploración del espacio confirma la poderosa creencia de que los problemas del hombre pueden solucionarse mediante nuestra siempre creciente dominación del medio ambiente. Los seres humanos seguirán creyendo que tienen derecho a abusar de los recursos naturales como los ríos y las selvas tropicales, si saben que siempre queda otro planeta a la vuelta de la esquina esperando ser explotado. Hemos hecho suficiente daño a la tierra. Deberíamos dejar tranquilo el espacio exterior.

Diego

Los recursos de la tierra están desapareciendo a gran velocidad. La población de la tierra está creciendo a un ritmo desenfrenado. La vida no puede mantenerse si continuamos viviendo de este modo. La contaminación ha producido un agujero en la capa de ozono. Las tierras fértiles se están agotando y pronto nuestros recursos alimentarios se reducirán. Ya hay casos de hambre y enfermedades causados por la superpoblación. El espacio es una enorme región vacía que podemos usar en nuestro beneficio. Apoyando la exploración del espacio, podremos encontrar un día un planeta donde vivir. De momento, esto parece impensable, pero la idea de viajar por el espacio parecía imposible en el pasado. Interrumpir la exploración del espacio para resolver problemas inmediatos muestra una gran estrechez mental y una visión a corto plazo. Debemos aprender a pensar no sólo en esta generación sino en las generaciones futuras.

Félix

Ignorar lo que la exploración del espacio tiene que ofrecer sería una gran pérdida para la humanidad. Las posibilidades de alcanzar una mayor comprensión del universo y sus orígenes son demasiado valiosas para desaprovecharlas. El estudio de los cuerpos celestes ya ha aumentado nuestra comprensión de los problemas medioambientales y del posible futuro de la Tierra si no aprendemos a gestionar nuestras actividades. También hay beneficios indirectos de la investigación para los viajes espaciales. La creación de la tecnología láser y otros tratamientos médicos puede atribuirse a la investigación espacial. Sustancias como el teflón han sido descubiertas gracias al

interés de la humanidad por los viajes espaciales. Por lo tanto, las nuevas tecnologías creadas para la investigación espacial pueden tener beneficios inmediatos para todo el mundo.

Teresa

Pregunta 1 ¿Cuál de las siguientes preguntas parecen estar contestando los estudiantes?

- A ¿Cuál es el problema más importante al que se enfrenta el mundo hoy?
- B ¿Estás a favor de la exploración del espacio?
- C ¿Crees en la vida más allá de nuestro planeta?
- D ¿Qué avances recientes ha habido en la investigación espacial?

Pregunta 2

¿Cuál de los autores contradice más directamente la exposición de Félix?

- A Diego.
- B Ana.
- C Teresa.
- D Beatriz.

Pregunta 3 Pensando en las principales ideas expuestas por los cinco estudiantes, ¿con cuál de los estudiantes estás de acuerdo? Nombre del estudiante: _____

Utilizando tus propias palabras, explica las razones de tu elección haciendo referencia a tu propia opinión y a las principales ideas expuestas por el estudiante.

Pregunta 4 Algunas afirmaciones son cuestiones de opinión, basadas en las ideas y valores del autor. Otras afirmaciones son cuestiones de hecho, que pueden ser probadas objetivamente y bien son correctas o incorrectas.

Rodea con un círculo “cuestión de opinión” o “cuestión de hecho” junto a cada una de las citas de las redacciones de los estudiantes que aparecen a continuación.

Citas de las redacciones de los estudiantes	¿Es una cuestión de opinión o es una cuestión de hecho?
“La contaminación ha producido un agujero en la capa de ozono” (Félix)	Cuestión de opinión Cuestión de hecho
“Las grandes compañías gastan cientos de millones de dólares cada año en la investigación espacial” (Ana)	Cuestión de opinión Cuestión de hecho
“La exploración del espacio refuerza la peligrosa creencia de que los problemas humanos pueden resolverse mediante nuestro siempre creciente dominio del entorno natural” (Diego)	Cuestión de opinión Cuestión de hecho
“Interrumpir la exploración del espacio para resolver problemas inmediatos demuestra una gran estrechez mental y una visión a corto plazo” (Félix)	Cuestión de opinión Cuestión de hecho

(TEXTO 4: DESCRIPTIVO) CÓMO CEPILLARSE LOS DIENTES

¿Se vuelven nuestros dientes más y más blancos cuanto más tiempo y más fuerte los cepillamos?

Los investigadores británicos responden que no. De hecho, han probado muchas alternativas distintas y al final han descubierto la manera perfecta de cepillarse los dientes. Un cepillado de dos minutos, sin cepillar demasiado fuerte, proporciona el mejor resultado. Si uno cepilla fuerte, daña el esmalte de los dientes y las encías sin quitar los restos de comida o la placa dental.

Bente Hansen, experta en el cepillado de los dientes, señala que es una buena idea sujetar el cepillo de dientes como se sujeta un bolígrafo. “Comience por una esquina y continúe cepillándose a lo largo de toda la hilera”, dice. “¡Tampoco olvide la lengua! De hecho, ésta puede contener miles de bacterias que pueden causar mal aliento”.

“Cómo cepillarse los dientes” es un artículo de una revista noruega.

Utiliza la información presentada en el artículo para responder a las siguientes preguntas.

Pregunta 1 ¿De qué trata el artículo?

- A De la mejor manera de cepillarse los dientes.
- B Del mejor tipo de cepillo de dientes a utilizar.
- C De la importancia de una buena dentadura.
- D De la manera en que las distintas personas se cepillan los dientes.

Pregunta 2 ¿Qué recomiendan los investigadores británicos?

- A Cepillarse los dientes tanto como sea posible.
- B No intentar cepillarse la lengua.
- C No cepillarse los dientes demasiado fuerte.
- D Cepillarse la lengua con más frecuencia que los dientes.

Pregunta 3

Según Bente Hansen, ¿por qué debes cepillarte la lengua?

Pregunta 4

¿Por qué se menciona un bolígrafo en el texto?

- A Para ayudarte a comprender cómo se sujeta un cepillo de dientes.
- B Porque comienzas por una esquina tanto con el bolígrafo como con el cepillo de dientes.
- C Para mostrarte que puedes cepillarte los dientes de muchas formas diferentes.
- D Porque debes tomarte el cepillo de dientes tan en serio como la escritura.

Prueba de comprensión de problemas matemáticos de palabras

Nombre: _____
Edad: _____ años con _____ meses Género: Masculino () Femenino ()
Nivel educativo: _____ Escuela: _____

Lee con atención cada problema y contesta lo que se pide.

PROBLEMA 1. EL REPARTO DEL TESORO

Una historia sobre el reparto de un tesoro cuenta que un coronel y tres soldados, identificados como A, B y C, encontraron un baúl enterrado que contenía más de 230 barras de oro, pero menos de 250. El coronel decidió que, al día siguiente, las repartiría entre los 3 soldados para premiar su valentía. Sin embargo, en el transcurso de la noche, el soldado A se adelantó, dividió entre 3 el total del contenido del baúl, tomó una tercera parte y se deshizo de una barra que le sobraba para que la partición fuera exacta. Poco después, el soldado B tuvo la misma idea, contó las barras que había, tomó la tercera parte, y como también le sobraba una barra, se deshizo de ella. El soldado C, al igual que sus compañeros, contó y dividió el oro para tomar lo que le tocaba. A él también le sobró una barra y la desechó para evitar conflictos por la repartición. A la mañana siguiente, el coronel se dispuso a repartir el tesoro. Él creía que lo que estaba en el baúl era el total del oro, por lo que lo repartió en tres partes iguales y, como le sobró una barra, decidió quedársela.

¿Cuántas barras de oro recibió en total cada soldado?

Pregunta 1 ¿Qué tipo de actividad describe la historia?

Pregunta 2 ¿Qué dato es necesario para poder contestar la pregunta principal del problema? Elije la opción que consideres correcta.

- a) cantidad de barras que recibió cada soldado
- b) si la cantidad de barras de oro era par o impar.
- c) cantidad total de barras de oro que había en el baúl
- d) cantidad de barras de oro que le tocaron al coronel

Pregunta 3 ¿Podría ser 237 la cantidad original de barras de oro? Argumenta tu respuesta.

Pregunta 4. ¿Cuál soldado recibió más barras de oro? ¿Por qué?

PROBLEMA 2. DIOFANTO

Se tienen evidencias de que, en Babilonia, en el año 1600 a. n. e., se resolvían problemas que implicaban el uso de ecuaciones de segundo grado (representadas de manera distinta a como lo hacemos ahora); y de que éstas se conocieron después en Egipto y, posteriormente, en Grecia. En este último lugar, el gran mérito se le atribuye a Diofanto de Alejandría (aproximadamente 200-284 n. e.), quien, entre otras cosas, dejó resueltos de manera ingeniosa muchos problemas, así como un método para solucionar las ecuaciones de segundo grado, por lo que se le reconoce como el padre del álgebra. En su epitafio puede leerse: “Transeúnte, ésta es la tumba de Diofanto, al terminar de leer esta sorprendente distribución, conocerás el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte, su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad”. ¿A qué edad murió Diofanto?

1. Relaciona las palabras que se encuentran en la tabla con su respectivo significado, colocando en la línea el inciso que consideres correcto.

a) perecer	b) Grecia	c) epitafio	d) bozo	e) Alejandría
f) Transeúnte	g) Babilonia	h) Diofanto		

_____ Ciudad egipcia.

_____ Vello muy fino y suave que en los jóvenes sale sobre el labio superior.

_____ Inscripción grabada en una sepultura.

_____ Dejar de existir (persona o cosa) llegar a su fin.

_____ Caminante.

2. ¿Qué significa el dato 200-284 n. e.?

3. ¿Cuál fue la contribución de Diofanto al álgebra?

4. ¿Cuál es la información principal que cita el texto?

- a) Las etapas de la vida de Diofanto
- b) El lugar de origen de Diofanto
- c) Lo que se hacía en Babilonia en el año 1600 a. n. e.
- d) La contribución de Diofanto al álgebra

PROBLEMA 3. LOS HERMANOS

Raúl es 6 años mayor que su hermana. El producto de las dos edades es igual a 315. ¿Qué edad tiene cada uno?

1. Expresa el enunciado del problema con tus propias palabras.

2. ¿Cuántos años tenía Raúl cuando nació su hermana? Argumenta tu respuesta.

3. Teniendo en cuenta la información presentada en el problema, escribe verdadero (V) o falso (F) en los siguientes enunciados.

_____ la hermana de Raúl tiene menos de 10 años

_____ es imposible saber la edad que tiene cada uno

_____ la hermana de Raúl tiene más de 10 años

_____ Raúl tiene más de 20 años

4. ¿Qué representa el 315 en el problema?

- a) que Raúl y su hermana son adultos jóvenes
- b) el resultado de multiplicar la edad de Raúl por la edad de su hermana.
- c) que Raúl y su hermana son adultos mayores
- d) la suma de la edad de Raúl y la de su hermana.

PROBLEMA 4. PITÁGORAS Y SUS DISCÍPULOS

Pitágoras planteó este problema sobre el número de sus discípulos:

El número de discípulos que tengo se distribuye de la siguiente manera:

Una mitad estudia matemáticas, una cuarta parte física, una quinta parte estudia filosofía, y además hay tres mujeres ¿Cuántos discípulos tenía Pitágoras?

1. ¿A qué hace referencia el texto?

2. ¿Por qué crees que solo había tres mujeres como discípulos de Pitágoras?

3. Relaciona las siguientes columnas. Coloca en la línea el inciso con el dato numérico que crees que representa dicha información.

_____ Numero de discípulos de Pitágoras	a) 3
_____ Estudiantes de filosofía	b) $X/4$
_____ Estudiantes de física	c) $X/2$
_____ Estudiantes de matemáticas	d) X
	e) $X/5$

4. ¿Pitágoras tenía más estudiantes de física o de filosofía? Argumenta tu respuesta.