



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad De Ingeniería Química

**“Modelación y simulación de cinéticas de secado
convectivo de berenjena (*Solanum melongena* L.)”**

**Tesis presentada como requisito para obtener el título de
Licenciatura en Ingeniería en Alimentos**

Presenta:

Mariana Aguirre García

Asesor de tesis:

Dr. Irving Israel Ruiz López

Febrero, 2014.



C. MARIANA AGUIRRE GARCÍA
PASANTE
LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN ALIMENTOS
PRESENTE

Oficio No. FIQ/AC/969/2013
Asunto: Registro de Tema de Tesis
Fecha: 23 de Septiembre de 2013

Por medio del presente me permito informarle, de la aprobación del Registro de Tema de Tesis de la Licenciatura en Ingeniería en Alimentos cuyo título es el siguiente:

"MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE CINÉTICAS DE SECADO CONVECTIVO DE BERENJENA
(Solanum melongena L.)"

Con el siguiente contenido:

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO 1	ANTECEDENTES
CAPÍTULO 2	METODOLOGÍA
CAPÍTULO 3	RESULTADOS Y DISCUSIÓN

CONCLUSIONES
BIBLIOGRAFÍA

Director de Tesis: Dr. Irving Israel Ruiz López

Lo cual me permito comunicarle para su conocimiento y fines consiguientes aclarando que la vigencia de este tema será **ÚNICAMENTE POR UN AÑO.**



SECRETARÍA ACADÉMICA
M.I.C. MA. GPE. TITA VÁZQUEZ E. DE LOS MONTEROS
"Pensar Bien, Para Vivir Mejor"

C.c.p. Director de Tesis: Dr. Irving Israel Ruiz López
Minutario Facultad de Ingeniería Química



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

CIUDAD UNIVERSITARIA

LIC. Ma. Cristina Laura Gómez Aguirre.
Directora de la Administración Escolar
De la BUAP.
Presente

ASUNTO:
AUTORIZACIÓN
IMPRESIÓN DE TESIS

Por este conducto me permito presentar a Ud. al C. pasante de la carrera de Ingeniería en alimentos:

Mariana Aguirre García

Quién presenta como tema de tesis:

Modelación y simulación de cinéticas de secado convectivo de berenjena
(Solanum melongena L.)

La cual ha sido debidamente revisada y se autoriza para su impresión correspondiente.

Sin otro particular y para los fines que se estimen conducentes reitero mi distinción.

ATENTAMENTE

“Pensar Bien, para Vivir Mejor”

H. Puebla de Z., a 21 de enero 2014

Director de Tesis
Dr. Irving Israel Ruiz López

Agradecimientos

A Dios

Por haberme dado salud para lograr mis objetivos y una familia que me apoya en todo momento.

A mi mamá

Por apoyarme siempre, darme consejos, valores, y motivación que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada por su ejemplo, paciencia y amor.

A mi papá

Por guiarme por un buen camino y por todo su apoyo económico para que pudiera recibir la mejor educación.

A mis hermanos

Israel y Daniel por compartir conmigo tanto buenos como malos momentos, me siento muy feliz de tenerlos como hermanos.

A mi Asesor

Dr. Irving Israel Ruiz López

Por compartir conmigo su conocimiento, experiencia y orientación que me brindó para culminar este último paso en mi carrera profesional.

A mis amigas

Daniela y Rebeca por mostrarme la parte divertida de la universidad y por todo el apoyo que me brindaron durante la carrera.

Y a todos aquellos que tuvieron que ver con mi formación espiritual intelectual, deportiva y artística.

¡Muchas gracias!

Índice general

Índice de figuras	IV
Índice de tablas	v
Nomenclatura	VI
Introducción	1
1. Antecedentes	3
1.1. Generalidades de berenjena (<i>S. melongena</i> L.)	3
1.1.1. Origen y domesticación	3
1.1.2. Características	4
1.1.3. Composición	5
1.1.4. Producción	6
1.2. Secado	8
1.2.1. Mecanismos de transferencia de masa y calor	8
1.2.2. Modelos para el proceso de secado	9
1.2.3. Efecto del encogimiento sobre el proceso de secado	12
1.2.4. Tipos de secadores	12
1.2.5. Análisis numérico por el método de diferencias finitas	14
1.2.6. Secado de berenjena	15
1.3. Síntesis de antecedentes	16
2. Objetivos	18
2.1. Objetivo general	18
2.2. Objetivos particulares	18

3. Materiales y métodos	19
3.1. Materia prima	19
3.2. Determinación de cinéticas de secado	19
3.3. Determinación del contorno de encogimiento y deformación	21
3.4. Alineación y centrado de los contornos con respecto al origen	26
3.5. Modelación y simulación de secado de berenjena	30
3.5.1. Definiciones básicas	32
3.5.2. Método de solución	33
3.5.3. Algoritmo de encogimiento-deformación	35
3.5.4. Determinación de la difusividad efectiva	37
4. Resultados y discusión	39
4.1. Curvas de secado	39
4.2. Características de encogimiento y deformación del contorno promedio .	41
4.3. Modelación del contorno promedio de deformación	47
4.4. Simulación de deformación en el proceso de secado	48
4.5. Determinación de la difusividad efectiva de agua en el producto	51
5. Conclusiones	54
Bibliografía	55

Índice de figuras

1.1. Planta de berenjena (<i>S. melongena</i> L.).	4
1.2. Parte interna de la berenjena (<i>S. melongena</i> L.).	5
1.3. Principales países productores de berenjena.	7
1.4. Equipos de acuerdo al tipo de secado.	13
1.5. Diagrama representativo del secador de túnel escala laboratorio. 1) ventilador , 2)resistencia , 3) cámara de secado y 4) balanza granataria. . .	14
1.6. Gráfica de aproximación con diferencias finitas centradas de la primera derivada.	15
3.1. Secador de túnel por aire caliente.	20
3.2. Diagrama representativo de la posición de la cámara.	21
3.3. Representación del corte transversal de berenjena con el objeto de referencia.	22
3.4. Representación visual de los <i>clusters</i> en el corte de berenjena.	23
3.5. Representación de los casos que pueden ocurrir durante la reducción de los colores de la fotografía del producto: (a) dos colores en el fondo y uno en el corte; (b) un color en el fondo y dos en el corte.	24
3.6. Representación de imagen reducida a un solo color una vez eliminado el fondo.	24
3.7. Imagen corregida en escala de grises.	25
3.8. Representación del contorno de la lámina de berenjena.	26
3.9. (a) Representación de contornos alineados y (b) perfil promedio de la lámina de berenjena.	28
3.10. Perfil de referencia para ubicar el centro de masa del promedio de contornos deformados con respecto al origen en el plano cartesiano.	29
3.11. Representación de una malla triangular mostrando los vecinos de primer (Ω_{1i}) y segundo nivel (Ω_{2i}) del vértice $\mathbf{v}_i$ (Ortiz García Carrasco, 2013).	33

4.1. Curvas de secado experimentales de berenjena a diferentes temperaturas.	40
4.2. Curvas de secado en función logarítmica de berenjena a diferentes temperaturas.	40
4.3. Velocidad de secado de berenjena a diferentes temperaturas.	41
4.4. Ejemplo de fotografías representativas tomadas de los cortes de berenjena secada a cuatro diferentes temperaturas.	42
4.5. Imágenes de una lámina representativa de berenjena secada a 60°C siguiendo la metodología propuesta.	43
4.6. Contornos de láminas de berenjena a las temperaturas experimentales.	44
4.7. Contornos de las 20 láminas de berenjena alineados.	45
4.8. Contorno deformado promedio de las 20 láminas de berenjena.	46
4.9. Contorno deformado promedio de las 20 láminas de berenjena en coordenadas polares.	47
4.10. Contorno de la lámina de berenjena antes del proceso de secado vs. contorno promedio deformado.	48
4.11. Simulación del secado de berenjena considerando su deformación a diferentes contenidos de fracción de humedad libre (Ψ) donde: (a) 1.0, (b) 0.9, (c) 0.8, (d) 0.7, (e) 0.6 y (f) 0.5.	49
4.12. Simulación del secado de berenjena considerando su deformación a diferentes contenidos de fracción de humedad libre (Ψ) donde: (a) 0.4, (b) 0.3, (c) 0.2 y (d) 0.1.	50
4.13. Humedad promedio del perfil deformado promedio en función de Ψ y Fo .	51
4.14. Cinéticas de secado ajustados con el modelo ajustado.	52
4.15. Cinéticas de secado con el modelo ajustado.	52

Índice de tablas

1.1. Composición nutricional de berenjena (<i>Solanum melongena</i> L.).	6
1.2. Producción agrícola de riego y temporal de berenjena en México.	8
1.3. Modelos matemáticos propuestos por varios autores para determinar las cinéticas de secado.	11
1.4. Valores de difusividad efectiva en berenjena a diferentes condiciones de secado.	16
4.1. Valores de difusividad efectiva de agua.	53

Nomenclatura

Δf_i	primera diferencia hacia adelante
$\mathbf{C}$	matriz de conectividad de los vértices
$\mathbf{D}$	vector de derivadas conocidas
$\mathbf{F}$	matriz de distancias entre vértices
$\mathbf{U}$	matriz de diferencias de humedad
$\mathbf{v}$	vértice de la malla
$\mathbf{Z}$	matriz de coordenadas actualizadas de los vértices
a	constante relacionada con el material
b	constante relacionada con el materia
Bi_m	número de Biot de transporte de masa
c	concentración volumétrica de sólidos secos (kg sólidos secos/m ³ producto)
$ Fo$	número de Fourier de transporte de masa
h	tamaño de paso o incremento
K	coeficiente de partición del agua entre el aire y el producto
k	coeficiente del modelo
m	masa del producto (g)

N	número de vértices de la malla
n	parámetro del modelo de Page
r	coordenada polar del contorno
T	temperatura del producto (K)
t	tiempo (s)
v	volumen húmedo del aire (m ³ aire humedo/kg aire seco)
w	función de ponderación
X	humedad del sólido al tiempo t (kg agua/kg sólido secos)

Letras griegas

λ	distancias entre vértices (en coordenadas x ó y)
Ω	conjunto de vértices vecinos
ω	coordenada polar (rad)
ϕ	suma de los cuadrados de distancias entre dos contornos
Ψ	fracción de humedad libre adimensional
ψ	fracción de humedad libre local
θ	ángulo de rotación
ε	desplazamiento total esperado del vértice (en coordenadas x ó y)
ξ	coordenada adimensional en la dirección x
ζ	coordenada adimensional en la dirección y

Subíndices

e	en equilibrio
-----	---------------

exp se refiere a los datos obtenidos experimentalmente

p se refiere al producto

0 al inicio del proceso

Introducción

La berenjena es un fruto que representa un importante elemento de consumo en países como la India, China y Estados Unidos. En cuanto a México, este cultivo resulta de gran importancia económica, más que de consumo, debido a que se encuentra catalogado como uno de los principales países exportadores (Maya-Ambia, 2004). En cuanto a su valor nutricional tienen un aporte calórico reducido, posee un bajo contenido de sodio y representa un buena fuente de fibra, potasio, calcio y ácido ascórbico (Chaves *et al.*, 2003).

Por otra parte, su alto contenido de agua (92 %) (Chaves *et al.*, 2003; Doymaz & Göl, 2011; García-Pérez *et al.*, 2011) la hace mayormente propensa al deterioro microbiológico, siendo esta última una causa importante de pérdidas post-cosecha, debido a la presencia de hongos fitopatógenos como: *Botrytis* y *Rhizopus* (Cantwell & Crops, 2013). Por tanto, una forma factible para poder aprovechar mejor sus propiedades nutricionales, aumentar su vida útil y su consumo a nivel mundial es a través del desarrollo de productos que presenten periodos de almacenamiento prolongados, mediante la reducción de su contenido de humedad (Alzamora *et al.*, 2004).

El secado de alimentos representa una de las formas mayormente utilizadas para la producción de frutas y verduras deshidratadas, debido a que los costos de transporte disminuyen, su manejo y almacenamiento es mas fácil ya que no es necesario utilizar otros procesos como la refrigeración o la adición de conservadores para conservar el producto en un buen estado hasta el momento de su consumo (Fito-Maupoe *et al.*, 2001).

Un caso particular, es el secado convectivo, el cual es considerado como un proceso controlado por la transferencia interna de humedad mejor conocida como difusividad. Esta se ve afectada por la propiedad de encogimiento de los alimentos, puesto que estos pueden reducirse hasta en un 50 %.

En el presente trabajo se determinaron las cinéticas de secado en prismas de berenjena a diferentes temperaturas, tomando en cuenta su deformación y encogimiento,

con las que se modeló y simuló su comportamiento para determinar su difusividad.

1. Antecedentes

1.1. Generalidades de berenjena (*S. melongena* L.)

1.1.1. Origen y domesticación

La especie silvestre de la cual proviene la berenjena (*Solanum melongena* L.) de acuerdo con Lester y Hasan (1990; 1991) fue *Solanum incanum*, presente desde el Neolítico e incluso el Paleolítico y por lo que se sabe era utilizada por el ser humano durante su desplazamiento de Oriente Medio hasta la India de forma medicinal (Buyenk & Carrasco, 1999; Lester & Hawkes, 2001).

Otro hallazgo de la presencia de berenjena señalado por Amaar (2000) se encuentra en el Valle de Jordania donde era consumido por sus pobladores en el tiempo de los mamelucos de 1250-1517. Por otra parte D'Arcy & Pickett (1991) mencionan que probablemente algunos frutos familiares de la berenjena emigraron del continente Africano al Asiático por medio de las corrientes marinas.

En el continente americano se encuentran la mayoría de las especies domesticadas del genero *Solanum* exceptuando a la berenjena, puesto que se tiene conocimiento en base estudios de variación a nivel morfológico y molecular, que esta fue domesticada a partir de la especie silvestre *S. incanum* en la región Indo-Birmana (Charrier *et al.*, 1997; Nuez *et al.*, 2002). En esta región la berenjena que era conocida como *shakareshta* que significa excelente vegetal, tuvo gran popularidad alrededor del 300 a.C. donde era utilizada por sus propiedades medicinales y consumida por los pobladores.

Se tienen referencias de que China fue otro de los primeros países donde se cultivo berenjena desde 265 d.C, puesto que este cultivo es mencionado en tratados botánicos y agrícolas como el Atlas de Plantas del Sur de China (Hendrick, 1919). También estuvo presente en Japón desde el siglo VIII d.C. Posteriormente fue llevada al mediterráneo por los musulmanes durante la conquista (Prohens & Nuez, 2008). La berenjena tuvo poca aceptación en Europa debido a que los botánicos la nombraron la manzana loca,

ya que éstos le atribuían la característica de ser tóxica y que ocasionaba casos de locura en las personas que la consumían. Para el siglo XVII las referencias negativas disminuyeron, ya que se le atribuyeron propiedades afrodisíacas las cuales brindaron una mayor confianza entre la población por lo que se vio un incremento en su cultivo y consumo. Finalmente el cultivo de berenjena arribó al continente Americano con la conquista española a Sudamérica, en cuanto a el arribo a México se tienen registros que data desde 1932 (Maya-Ambia, 2004).

1.1.2. Características

La berenjena crece de forma natural en climas tropicales. Su nombre científico es *Solanum melongena* L. (Figura 1.1) perteneciente a la familia *Solanaceae* y al genero *Solanum*, el cual comprende más de 2000 especies como lo son los jitomates, pimientos, chiles, etc. (Hui *et al.*, 2004).



Figura 1.1. Planta de berenjena (*S. melongena* L.).

Se caracteriza por ser una planta herbácea que en presencia de climas favorables puede rebrotar y mantenerse de forma anual. Posee un tallo que puede llegar a medir de 0,5 a 1,5 m de altura (Illescas & Vespertinas, 1989), con varias ramificaciones erectas, pilosas-espinosas; a pesar de tener un aspecto arbustivo debido a que sus tallos tiene tejidos lignificados (González *et al.*, 2007).

Las hojas son de peciolo largo, grandes con nerviaciones que presentan espinas y están insertadas de forma alternada en el tallo. Según la variedad presenta flores de color blanco o violeta y pueden aparecer en forma de ramilletes de dos o más flores.

El fruto generalmente presenta forma alargada o globosa que puede llegar a medir más de 70 cm. dependiendo de la variedad. Los tejidos de la estructura interna de la berenjena se comparan con la estructura del tomate en su estado inmaduro, una vez que alcanzada la madurez es difícil distinguir los diferentes tejidos, ya que las paredes del fruto se fusionan para formar una sola masa de tejido parenquimatoso en el que se encuentran las semillas planas y pardas (Figura 1.2).



Figura 1.2. Parte interna de la berenjena (*S. melongena* L.).

La cáscara presenta coloraciones de acuerdo a la variedad de berenjena pueden ser: negro, morado, blanco, blanco jaspeado de morado e incluso verde. Es considerada un fruto tropical y exótico debido a su aspecto, color, textura y sabor (FAO, 2011).

1.1.3. Composición

La berenjena destaca de entre las demás solanaceas por tener un bajo aporte energético, puesto que el valor de sólidos secos es inferior al 8 % y presenta un contenido bajo en carbohidratos, proteínas y minerales. Por otra parte cabe resaltar que contiene una cantidad media de fibra en comparación con otras frutas y verduras siendo más abundante en la piel y en las semillas.

En la Tabla ?? se muestra la composición nutricional de berenjena fresca en 100 g de acuerdo a la base de datos de la USDA en el (2011).

Los azúcares totales mostrados en la tabla anterior están conformados por glucosa (1.58 g), fructosa (1.54 g) y sacarosa (0.26 g). La berenjena también es una excelente fuente de potasio debido a que tiene valores mayores a 200 mg /100 g y posee un bajo contenido en sodio (Lorenze & Maynard, 1998). Otros minerales presentes pero en menor proporción son: calcio, magnesio y fósforo.

Tabla 1.1. Composición nutricional de berenjena (*Solanum melongena* L.).

	Composición
Energía	25 kcal
Agua	92.30 g
Proteínas	0.98 g
Lípidos	0.18 g
Carbohidratos	5.88 g
Fibra	3.0 g
Cenizas	0.66 g
Azúcares totales	3.53 g
Calcio (Ca)	9.0 mg
Magnesio (Mg)	14.0 mg
Fósforo (P)	24.0 mg
Potasio (K)	229 mg
Sodio (Na)	2.0 mg
Ácido Ascórbico	2.2 mg

En cuanto a vitaminas contiene: tiamina (B1), niacina (B3), vitamina B6, vitamina E y ácido ascórbico, siendo este último el que se encuentra en mayor proporción (USDA, 2011).

De acuerdo con Bose & Som (1993) la berenjena contiene trazas de nicotina, glicocaloides y saponinas no azufradas, lo cual provoca su sabor amargo; sin embargo se ha comprobado que en estas cantidades no son tóxicos. Por otra parte cabe resaltar que posee un alcaloide tóxico llamado solanina presente también en papas aunque en mayor proporción y altos niveles de polifenoles, los cuales se oxidan por efecto de la enzima polifenol oxidasa tornando la parte interna del fruto a coloraciones marrón oscuro (Rubatzky & Yamaguchi, 1997).

1.1.4. Producción

De acuerdo con datos de la FAO de 1992 al 2011 a nivel mundial los 5 países productores más importantes, los cuales representan el 80 % de la producción total de berenjena son: China, India, Turquía, Egipto e Irán (Figura 1.3) (Maya-Ambia, 2004).

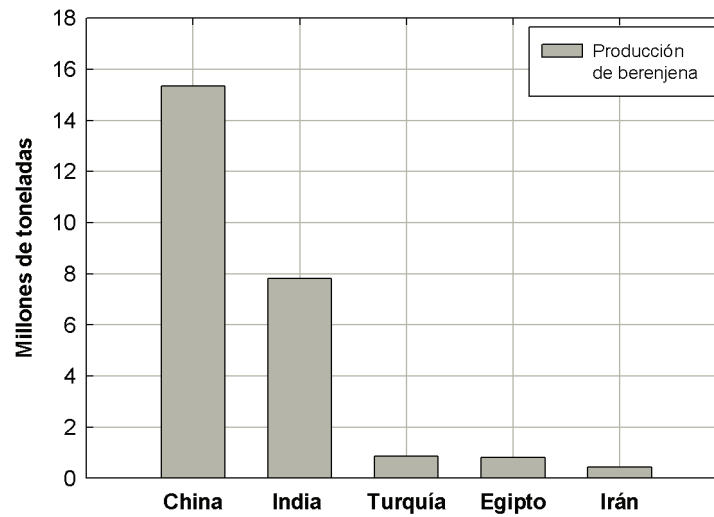


Figura 1.3. Principales países productores de berenjena.

La producción de berenjena en México data desde 1932 y por otra parte su comercialización lleva más de 60 años de los cuales no ha logrado aumentar su producción debido a que el mercado se ve limitado por el bajo consumo nacional y a los demás países que cuentan con una mayor producción.

De acuerdo con Ortiz-Gomez *et al.* (2005) este cultivo es de gran importancia económica en México debido a que la mayoría de la producción esta destinada para la exportación, motivo por el cual México se encuentra catalogado entre los principales países exportadores de berenjena seguido por Holanda, España y Jordania. La mayoría de la producción de berenjena cultivada en México esta destinada al mercado estadounidense, el cual ha registrado un incremento de 1998 a 2001 de manera constante de 45.6 mil a 55.7 mil toneladas (Maya-Ambia, 2004).

De acuerdo con la base de datos del Servicio de Información Agropecuaria y Pesquera (SIAP, 2012), los estados donde se cultiva la berenjena son: Sinaloa (principal productor), Nayarit, Yucatán, Morelos, Baja California Sur (BCS), Colima y Sonora.

Como se observa en la Tabla 1.2 la producción de Sinaloa en el 2012 fue la registro valores mas altos de producción en la década pasada. Por otra parte Yucatán a pesar de que su producción no es de las más altas ha mostrado un crecimiento constante en su producción a diferencia de Nayarit que ha sufrido descompensaciones en su producción.

Tabla 1.2. Producción agrícola de riego y temporal de berenjena en México.

Estado	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Sinaloa	49,833.00	54,002.00	40,188.00	57,134.00	2,589.00	116,796.00
Nayarit	1,068.04	1,096.00	1,094.32	761.00	1,674.00	574.20
Yucatán	434.00	956.00	2,251.00	2,758.00	3,790.40	4,267.77
Morelos	2,002.00	160.00	56.00	171.00	110.9	70.40
BCS	150.00	82.50	147.00	499.25	193.60	106.58
Colima	142.00	32.00	32.00	26.00	—	—
Sonora	24.10	—	1,890.00	—	675.00	625.10
Producción total (tons)	53,653.14	56,328.50	45,658.32	61,349.25	9,032.90	122,440.10

En cuanto a la producción nacional se observa que no ha sido constante debido a la presencia de fenómenos meteorológicos y sequías que han afectado a los principales estados productores de berenjena. Cabe resaltar en en el 2012 las cifras alcanzadas superan las alcanzadas años atrás teniendo más de 122 mil toneladas de producto.

1.2. Secado

El secado es una de las operaciones unitarias más antiguas y aplicadas para la preservación de alimentos. Esta definida como la remoción de la humedad mediante una transferencia de forma simultanea de calor y masa (Ertekin & Yaldiz, 2004). Uno de los objetivos principales del secado está relacionado con aumentar la estabilidad del alimento y se define como la disminución del actividad de agua (a_w) ya que esta puede ser considerada como una medida indirecta del contenido de agua disponible para ocasionar deterioro en el alimento. Otro de los objetivos por los que también es importante el secado es la transformación de productos frescos en materias primas para realizar formulaciones de nuevos productos que los contengan (Fito-Maupoe *et al.*, 2001).

1.2.1. Mecanismos de transferencia de masa y calor

La transferencia de materia sucede cuando existe un transporte de agua desde el interior del alimento hasta el gas que lo rodea y el agua removida de este experimenta un cambio de fase. Al mismo tiempo sucede el fenómeno de transferencia de calor manifestado en forma de gradiente térmico.

Durante el secado de un alimento poroso la transferencia de masa suele ser un fenómeno complejo. En general un alimento que requiere ser deshidratado debe considerarse como un sistema conformado por tres fases, puesto que este es conformado por una matriz sólida, una fracción líquida y una fracción gaseosa o porosa. En base a las características del sistema se debe distinguir entre los mecanismos de transporte de materia ya que depende de la fase a través de la cual se produce el transporte de masa es como se debe tratar el agua a remover, ya sea de forma líquida, líquida más solutos o vapor de agua (Fito-Maupoe *et al.*, 2001).

Este movimiento puede ser debido a fuerzas capilares, difusión del agua debida a gradientes de concentración, difusión en la superficie, difusión de vapor en los poros.

Por su parte la transferencia de calor debe considerarse que se encuentra presente primeramente en la interfase sólido-gas, la cual abarca la parte externa de sólido y posteriormente se transfiere al interior del mismo. Las formas de transferir el calor hacia el sólido pueden llevarse a cabo por convección, conducción y radiación. De los cuales uno tiende a gobernar más la transferencia que los restantes. Para que se lleve a cabo la transferencia de calor, como sucede con la transferencia de materia en donde existe un gradiente de concentración o presión, debe existir un gradiente de temperatura. La transferencia de calor es de gran importancia para el secado de alimentos ya que es el que determina la velocidad de evaporación en el producto al proporcionarle su calor latente.

1.2.2. Modelos para el proceso de secado

Los modelos son comúnmente utilizados para diseñar u optimizar los procesos de secado y así poder aumentar la calidad del producto disminuyen los costos de operación. Asimismo, sirven como una herramienta con la cual se puede predecir, analizar y representar el comportamiento de datos experimentales obtenidos del proceso de secado.

1.2.2.1. Modelos empíricos

Los modelos empíricos fueron desarrollados para simular los fenómenos de transferencia de masa en sólidos higroscópicos (Sharaf-Eldeen *et al.*, 1979). Este tipo de modelos como dice su nombre solo interpretan de forma empírica los datos y son mayormente utilizados en situaciones excesivamente complicadas (Mulet, 1994).

Según Lewis (1921) propuso la existencia de la relación proporcional entre la velocidad de secado y la diferencia de humedad entre la muestra en un tiempo y la misma muestra bajo condiciones de equilibrio.

$$\frac{dX}{dt} = -k(X - X_e) \quad (1.1)$$

donde X es la humedad del sólido al tiempo t , X_e representa la humedad en equilibrio y k es un coeficiente del modelo. Al integrar la ecuación anterior se obtiene la siguiente expresión:

$$\Psi = e^{-kt} \quad (1.2)$$

siendo Ψ la fracción de humedad libre definida como $(X - X_e)/(X_0 - X_e)$ donde X_0 es la humedad inicial del sólido.

Esta expresión es conocida como el modelo exponencial de primer orden, en donde k es un coeficiente cinético el cual toma en consideración la influencia de la temperatura y a su vez incluye el efecto del tamaño y la forma de las partículas, la velocidad del aire, entre otras variables.

Por otra parte, Henderson y Pabis (1961; 1962) relacionaron el valor de k con la temperatura mediante una ecuación tipo Arrhenius:

$$k = ae^{-\frac{b}{T}} \quad (1.3)$$

donde a y b son constantes las cuales están relacionadas con el material y T es la temperatura absoluta del producto.

Otro de los modelos empíricos comúnmente utilizado es el modelo de Page, el cual considera a n como un parámetro más de la expresión.

$$\Psi = e^{-kt^n} \quad (1.4)$$

Todos estos modelos están basados de forma directa con el contenido de humedad entre la humedad promedio y el tiempo de secado. Además están relacionados con el modelo difusional de la segunda ley de Fick. Otros modelos empíricos se muestra en la siguiente Tabla (1.3):

Tabla 1.3. Modelos matemáticos propuestos por varios autores para determinar las cinéticas de secado.

Nombre del modelo	Modelo
Page modificado	$\Psi = e^{-kt^n}$
Logarítmico	$\Psi = ae^{-kt} + c$
Modelo de dos términos	$\Psi = ae^{-kt} + be^{-kt}$
Aproximación de difusión	$\Psi = ae^{-kt} + (1 - a)e^{-kat}$
Wang y Singh	$\Psi = 1 + at + bt^2$

1.2.2.2. Modelos basados en la difusión interna de humedad

La siguiente expresión define al modelo que controla la difusión de humedad en un producto isotrópico:

$$\frac{\partial (cX)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial}{\partial x} (cX) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial}{\partial y} (cX) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial}{\partial z} (cX) \right) \quad (1.5)$$

Los modelos difusionales son utilizados en la predicción de cinéticas de secado de alimentos, puesto que su uso es mas conveniente en el diseño o simulación de operaciones de secado (Hernández *et al.*, 2000). La principal ventaja de utilizar este modelo es que es fácil de formular y los resultados son bastante buenos. Las principales consideraciones hechas para su solución son las siguientes:

1. Debe existir una temperatura constante en el alimento, por lo tanto la transferencia de calor es despreciable.
2. El alimento no debe presentar deformación o encogimiento

3. La difusividad efectiva en el producto y la densidad permanece constante.
4. Las condiciones de secado deben permanecer constantes.
5. La humedad inicial debe ser uniforme.

Debido a su naturaleza mecánica, este tipo de modelos se pueden emplear para hacer predicciones de los tiempos de secado una vez que se ha determinado el coeficiente de difusión del agua en el alimento.

1.2.3. Efecto del encogimiento sobre el proceso de secado

Durante el proceso de secado la mayoría de los alimentos, en especial frutas y verduras, experimentan el fenómeno de encogimiento, el cual puede llegar a reducir su tamaño original hasta en un 50 %. Asimismo, se sabe que este fenómeno es el principal factor que afecta la estimación de la difusividad de agua debido a que al encogerse el producto la trayectoria de difusión disminuye, ocasionando que la difusividad sea sobreestimada cuando no se considera este fenómeno en la modelación (Ruiz-López & García-Alvarado, 2007; Ruiz-López *et al.*, 2012). Es importante mencionar que durante el secado, los alimentos no solo se encogen, sino también se deforman; sin embargo, a la fecha no existen trabajos publicados donde se evalúe el efecto de la deformación sobre el cálculo de propiedades de transporte de masa.

1.2.4. Tipos de secadores

Los secadores que comúnmente se encuentran en la industria de alimentos están basados en proporcionar una fuente de calor de entrada, ya sea por conducción, convección, radiación (infrarrojo), calentamiento dieléctrico (microondas) o la combinación de algunos de estos para remover la humedad en los alimentos (Figura 1.4) (Baker, 1997).

Tipo de secado	Equipos
Directo o por convección	•Horno o estufa •Secador de bandejas •Secador de túnel •Cinta transportadora •Secador rotatorio •De lecho fluidizado •Arrastre neumático •Atomización
Indirecto o por conducción	•Bandejas de vacío •Sublimación (lío-filización) •Tornillo sin fin •Rodillo

Figura 1.4. Equipos de acuerdo al tipo de secado.

A pesar de que el secado convectivo no presentar características favorables en cuanto a eficiencia energética, calidad en el producto e impacto ambiental como los otros formas de secado es el más utilizado en la industria, debido a que se pueden manipular la temperatura y la velocidad del aire de secado. Es importante tener en cuenta varias consideraciones al usar esta forma de secado, puesto que si se utilizan temperaturas elevadas junto con periodos largos de residencia se puede llegar a presentar un oscurecimiento en el producto (Martínez, 2000). Asimismo el uso de temperaturas altas provoca la formación de una capa impermeable en la superficie del producto, la cual reduce la velocidad de secado y como resultado se obtiene un alimento seco por el exterior pero con humedad en su interior (Fellows, 1994).

1.2.4.1. Secador de túnel escala laboratorio

El equipo consiste en una unidad que una unidad para controlar la temperatura, en ventilador eléctrico de flujo axial, un sistema de calentamiento a base de resistencias, sensores, una balanza granataria y una cámara de secado (Figura 1.5).

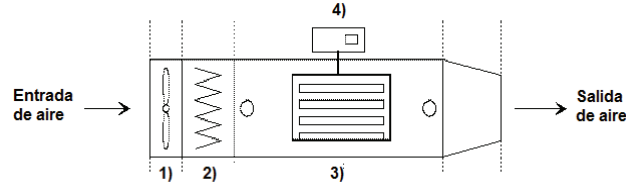


Figura 1.5. Diagrama representativo del secador de túnel escala laboratorio. 1) ventilador , 2) resistencia , 3) cámara de secado y 4) balanza granataria.

El aire se hace circular mediante el ventilador a través de las resistencias, las cuales están reguladas por una unidad de control de temperatura. El aire caliente pasa a lo largo del túnel hasta la cámara de secado donde se encuentran colocadas las muestras en charolas perforadas. El pesado de las muestras se lleva a cabo mediante una balanza ubicada en la parte exterior del secador.

1.2.5. Análisis numérico por el método de diferencias finitas

El método se basa en la aproximación de las derivadas parciales mediante expresiones algebraicas utilizando los valores de la variable dependiente en un número limitado de puntos seleccionados.

Este método presenta varias aplicaciones pero para fines de este trabajo, se utilizó en la determinación de la velocidad de secado y para ubicar las esquinas en la simulación de secado.

La representación general se observa en la Ecuación (1.7) y se puede desarrollar a partir de la serie de Taylor:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(x_{i+1} - x_i) \quad (1.6)$$

o

$$f'(x_i) = \frac{\Delta f_i}{h} + O(h) \quad (1.7)$$

donde Δf_i es la primera diferencia hacia adelante y h representa el tamaño de paso o incremento, es decir la longitud del intervalo sobre la cual se realiza la aproximación.

Al término $\Delta f/h$ se le conoce como primera diferencia finita dividida. Para obtener aproximaciones más exactas se pueden incluir términos de orden más alto de la serie de Tarylor.

De las diversas formas de aproximar la derivada la aproximación por diferencias finitas centradas (Ecuación 1.8) posee una representación más exacta de la derivada, puesto que el error de truncamiento es del orden de h^2 a diferencia de las aproximaciones hacia adelante y hacia atrás (Figura 1.6).

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h} - O(h^2) \quad (1.8)$$

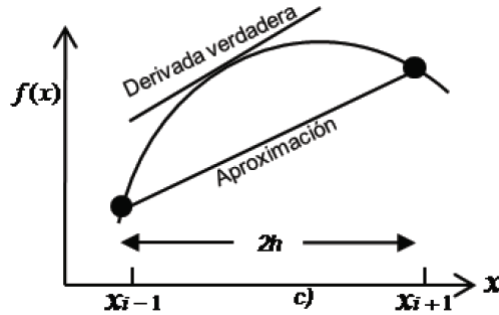


Figura 1.6. Gráfica de aproximación con diferencias finitas centradas de la primera derivada.

1.2.6. Secado de berenjena

Wua *et al.* (2007) utilizaron una técnica mixta de secado al vacío (30 °C y 2 kPa) y congelación como método de conservación en berenjena fresca. El estudio consistió en determinar las propiedades físicas como: color en la superficie (L , a^* , b^*), textura (método de punción) e impedancia eléctrica (espectroscopia de impedancia eléctrica), los cuales fueron comparados con productos comerciales congelados de forma convencional. También realizaron un tratamiento de rehidratación para observar el daño causado en las células por la formación de cristales durante el proceso de congelación. Los resultados mostraron que el tiempo de congelación de las muestras deshidratadas disminuyó aparentemente con la reducción del contenido de humedad. Después de los tratamientos de congelación, descongelación y rehidratación, las muestras fueron me-

jores en cuanto a color en la superficie y textura que las muestras comerciales. Por otra parte, concluyeron mediante el análisis de impedancia eléctrica, que el daño ocasionado en las estructuras al utilizar esta forma de conservación cambia las cualidades finales del producto.

Ertekin & Yaldiz (2004) examinaron el comportamiento de secado en láminas de berenjena, las cuales fueron secadas a cinco temperaturas en un intervalo de 30 a 70 °C con una velocidad de secado de 0.5 a 2 m/s. Así mismo, determinaron el efecto que se produce en el tiempo de secado si se aplica un pre-tratamiento (escaldado). Las curvas de secado se ajustaron con diferentes modelos semi-teóricos y/o empíricos y a su vez las curvas fueron comparadas mediante parámetros estadísticos. Los autores encontraron que al realizar un pre-tratamiento en las láminas de berenjena se redujeron los tiempos de secado.

La Tabla (1.4) muestra los valores estimados del coeficiente de difusión efectivo del agua durante el secado de berenjena bajo diferentes condiciones.

Tabla 1.4. Valores de difusividad efectiva en berenjena a diferentes condiciones de secado.

Autores	Forma y dimensiones	Temperatura (°C)	$D \times 10^{-10} \text{ (m}^2/\text{s)}$
Chaves <i>et al.</i> (2003)	Cilindros ($d = 6 - 8 \text{ cm}$ y $h = 0.6 - 1.4 \text{ cm}$)	50-90	2.93/7.34
García-Pérez <i>et al.</i> (2011)	Cilindros cortos ($d = 24 \text{ mm}$ y $h = 20 \text{ mm}$)	40	4.9
Doymaz & Göl (2011)	Rebanadas (1 cm)	50-80	1.04/2.31
García-Pérez <i>et al.</i> (2012)	Cubos (10 mm)	-14	4.8

1.3. Síntesis de antecedentes

La berenjena es un producto con bajo contenido energético, a pesar de esto, contiene cantidades importantes de fibra, potasio, calcio y ácido ascórbico, que la hacen atractiva para su consumo. Por otra parte, su alto contenido de humedad (92% base húmeda) la hace propensa al deterioro por microorganismos, causando pérdidas económicas tanto a los productores como a los comerciantes.

Debido a la naturaleza de la berenjena su vida de anaquel es limitada en su forma fresca. El secado es una de las operaciones que se pueden aplicar para desarrollar productos con mayor estabilidad y vida de anaquel. Sin embargo, durante el secado de alimentos, tanto la geometría como la estructura interna cambian debido al encogi-

miento causado por la estructura interna afectando las propiedades de transporte de masa.

El proceso de secado de alimentos a menudo se describe por modelos de tipo difusional basados en la segunda ley de Fick, los cuales se pueden emplear para estimar tiempos de procesamiento una vez que se conoce la difusividad efectiva del agua en el producto. Al respecto, se sabe que el encogimiento es uno de los principales fenómenos a considerar para una estimación confiable de esta propiedad, motivo por el cual existen diversos trabajos publicados sobre el tema en los cuales sólo se toma en cuenta el encogimiento y no la deformación (Janjai *et al.*, 2010; Yadollahiniaa & Jahangirib, 2009). Por lo tanto, en este trabajo se plantea el estudio del secado de berenjena considerando su encogimiento y deformación.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

1. Evaluar el proceso de secado en prismas cuadrangulares de berenjena mediante su modelado y simulación, tomando en cuenta la deformación y el encogimiento para estimar las propiedades de transporte de masa.

2.2. Objetivos particulares

1. Obtener las curvas de secado por medio de secado convectivo de prismas de berenjena a cuatro temperaturas.
2. Determinar las características de encogimiento y deformación del producto, a partir del contorno promedio de las muestras deshidratadas.
3. Estimar la difusividad efectiva de agua en berenjena durante el proceso de secado tomando en cuenta su encogimiento y deformación.
4. Modelar y simular el proceso de secado de berenjena, tomando en cuenta el contenido de humedad con la finalidad de predecir el comportamiento de encogimiento y deformación del producto.

3. Materiales y métodos

3.1. Materia prima

Se seleccionaron berenjenas (*S. melongena* L.) frescas en base a su longitud (aproximadamente 20 cm) y diámetro (> 5 cm) adquiridas en un mercado local de la ciudad de Puebla. Las berenjenas se lavaron, secaron, pelaron y cortaron en forma de prismas cuadrangulares con dimensiones de $1.5 \times 1.5 \times 11.0$ cm³. Los cortes sobrantes se utilizaron para determinar el contenido de humedad inicial por el método de secado en horno (AOAC, 1997).

3.2. Determinación de cinéticas de secado

El proceso de secado se efectuó en un secador de túnel por aire caliente (Figura 3.1), ubicado en el laboratorio de Operaciones Unitarias de la Facultad de Ingeniería Química de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Los experimentos de secado de los primas se llevaron a cabo a las temperaturas de 45, 60, 75 y 90°C con una velocidad de aire de 2 m/s.

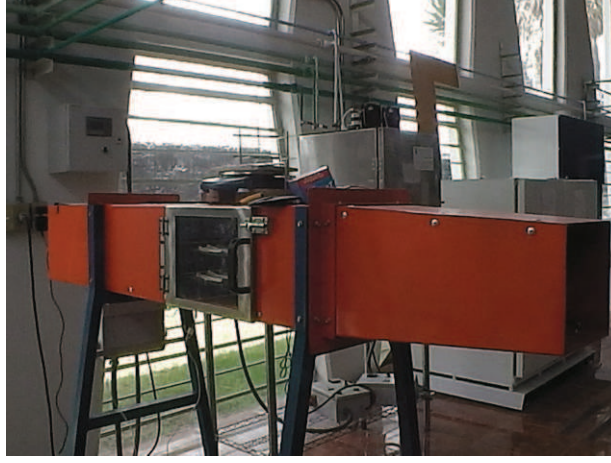


Figura 3.1. Secador de túnel por aire caliente.

Se pesaron aproximadamente 115 g de muestras de berenjena las cuales se colocaron en el secador con su dimensión de mayor tamaño a largo de la dirección del flujo de aire sobre charolas perforadas, permitiendo así el paso del aire por toda la superficie de los primas. Se registró la masa del producto a intervalos de tiempo definidos hasta llegar a peso constante. Posteriormente, las muestras secas se almacenaron en bolsas de cierre hermético. Se determinó la fracción de humedad libre (Ψ) en base a los datos registrados de la pérdida de masa en cada tiempo utilizando la siguiente ecuación:

$$\Psi = \frac{X - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{m_p - m_{pe}}{m_{p0} - m_{pe}} \quad (3.1)$$

La velocidad de secado se determinó como la derivada con respecto al tiempo de los datos de fracción de humedad libre, aplicando el siguiente esquema de diferencias finitas centradas:

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (3.2)$$

3.3. Determinación del contorno de encogimiento y deformación

Una vez concluido el proceso de secado, se seleccionaron 5 muestras por cada temperatura, a las cuales se les realizó un corte transversal en la parte central de tal forma que se obtuviera una lámina delgada de cada una de ellas con un espesor aproximado de 1 mm.

A cada corte se le tomó una fotografía con una cámara digital (Coolpix L810, Nikon) las cuales fueron almacenadas en formato JPG. La cámara se colocó en posición perpendicular al corte para evitar la formación de sombras (Figura 3.2).



Figura 3.2. Diagrama representativo de la posición de la cámara.

Las muestras se pusieron sobre un fondo azul con una arandela de 0.59 cm de diámetro como referencia (Figura 3.3). El uso del fondo azul fue necesario para brindar mayor contraste con el corte y poder extraer el fondo más fácilmente en un procesamiento de imagen posterior. Por otra parte, el objeto de referencia con medidas conocidas se utilizó para poder estimar el tamaño real del corte de berenjena, puesto que al tomar la fotografía el enfoque puede variar al tomar la foto de una muestra a otra.

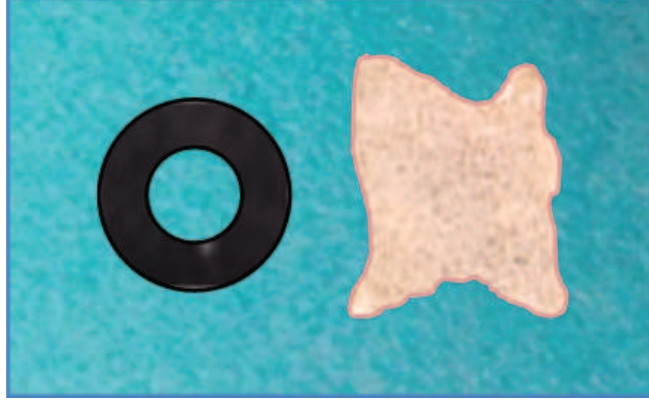


Figura 3.3. Representación del corte transversal de berenjena con el objeto de referencia.

En total se obtuvieron 20 fotografías a las cuales se les recortó solo la imagen de la lámina berenjena. Cada sección recortada se transformó al espacio de color RGB para su análisis con la finalidad de que las imágenes fueran representadas por medio de una matriz I_{RGB} de tamaño $N_{pix} \times 3$ donde N_{pix} es igual al número de pixeles totales de la imagen y cada fila de la matriz contiene la información del color de cada pixel en sus componentes rojo (R), verde (G) y azul (B) como se muestra a continuación:

$$I_{RGB} = \begin{bmatrix} R_1 & G_1 & B_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N_{pix}} & G_{N_{pix}} & B_{N_{pix}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La matriz I_{RGB} se convirtió al espacio de color $L a^* b^*$ y se guardó como una nueva variable llamada I_{Lab} de tamaño $N_{pix} \times 3$, donde cada fila de la matriz corresponde a la información del color de cada pixel en sus componentes de luminosidad (L), carácter verde-rojo (a^*) y carácter azul-amarillo (b^*):

$$I_{Lab} = \begin{bmatrix} L_1 & a_1 & b_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{N_{pix}} & a_{N_{pix}} & b_{N_{pix}} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Para procesar la información incluida en la matriz I_{Lab} se utilizó un análisis de

3.3. DETERMINACIÓN DEL CONTORNO DE ENCOGIMIENTO Y DEFORMACIÓN

conglomerados o *clusters* (Press *et al.*, 2007) mediante el cual se agrupan los píxeles de acuerdo a su diferencia total de color (Figura 3.4). Al término del análisis de los *clusters* la información de color de cada píxel, se reemplazó utilizando un promedio del grupo asignado para obtener una representación con un número reducido de colores (3 *clusters*) llamada $\hat{I}_{Lab}$.



Figura 3.4. Representación visual de los *clusters* en el corte de berenjena.

La imagen que representa a la matriz $\hat{I}_{Lab}$ se guardó en formato BMP y posteriormente se leyó en el software Paint (Microsoft Windows) en donde se observaron 2 casos: uno en donde se obtiene el color del fondo en dos colores y el corte en un solo color; y otro en donde se obtiene la muestra en dos colores y el fondo en un solo color (Figura 3.5).

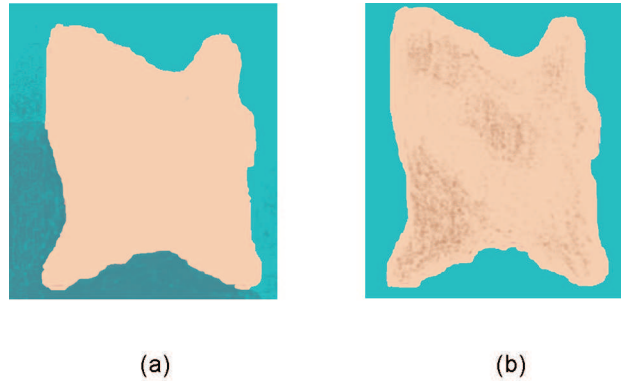


Figura 3.5. Representación de los casos que pueden ocurrir durante la reducción de los colores de la fotografía del producto: (a) dos colores en el fondo y uno en el corte; (b) un color en el fondo y dos en el corte.

Si el color de la muestra se encuentra representado por un solo color, los píxeles que son diferentes a los de muestra se sustituyeron por color blanco. En cambio si la muestra presenta dos colores entonces los píxeles iguales al fondo se sustituyeron por color blanco (Figura 3.6).



Figura 3.6. Representación de imagen reducida a un solo color una vez eliminado el fondo.

Posteriormente la imagen del corte de berenjena con fondo blanco se transformó a escala de grises y se guardó en formato BMP (Figura 3.7). Si la imagen presenta píxeles desconectados, estos deben ser borrados manualmente con una aplicación como Paint.

3.3. DETERMINACIÓN DEL CONTORNO DE ENCOGIMIENTO Y DEFORMACIÓN

Se considera un pixel desconectado cuando se encuentra unido a otro por medio de sus vértices y no por sus aristas.



Figura 3.7. Imagen corregida en escala de grises.

Una vez corregida la imagen en escala de grises se determinaron las coordenadas x y y solamente en los pixeles que conforman el contorno de la muestra mediante una rutina contour de Matlab r2009a (Math Works Inc.) adaptada para obtener el perfil de la imagen, en donde se obtuvieron 400 puntos regularmente espaciados mediante una interpolación lineal. Para obtener las dimensiones reales del contorno en centímetros se estableció la proporción entre los pixeles y el tamaño en centímetros del objeto de referencia con respecto a los pixeles que conforman el contorno de la lámina de berenjena (Figura 3.8). Este procedimiento se llevo a cabo para determinar los contornos de los 20 cortes.

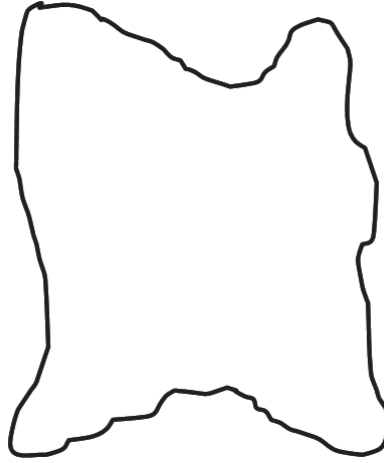


Figura 3.8. Representación del contorno de la lámina de berenjena.

3.4. Alineación y centrado de los contornos con respecto al origen

De acuerdo con la posición en como se colocó la cámara para hacer las tomas puede existir cierta rotación o desplazamiento en la imagen respecto a un marco de referencia arbitrario (por ejemplo, el centro de la lente), motivo por el cual fue necesario alinear cada contorno. Para alinearlos se eligió de forma al azar uno de los 20 contornos, el cual se tomó como referencia para orientar a los demás mediante un algoritmo programado en Matlab, su función es girar o rota cada contorno uno a uno. Este algoritmo compara cada uno de los puntos que conforman el contorno, realizando una serie de permutaciones entre ellos con la finalidad de obtener la rotación y traslación de los puntos para lograr la distancia mínima entre ellos.

Considerando que los perfiles de referencia $\mathbf{P}_i$ y el que se desea orientar $\mathbf{P}_j$ están representado por las matrices que contiene sus coordenadas x y y ordenados ambos para cerrar el contorno en una misma dirección (sentido horario o antihorario):

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i,1} & \dots & x_{i,400} \\ y_{i,1} & \dots & y_{i,400} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{P}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \mathbf{y}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{j,1} & \cdots & x_{j,400} \\ y_{j,1} & \cdots & y_{j,400} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La orientación de $\mathbf{P}_j$ con respecto a $\mathbf{P}_i$ involucra desplazar todas las coordenadas de $\mathbf{P}_j$ en las cantidades Δx y Δy además de su rotación en un ángulo θ . De esta forma, el perfil orientado $\mathbf{Q}_{j \rightarrow i}$ de $\mathbf{P}_j$ con respecto a $\mathbf{P}_i$ se puede definir como

$$\mathbf{Q}_{j \rightarrow i} = \mathbf{A}\mathbf{P}_j + \mathbf{B} \quad (3.7)$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz de rotación definida como

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

y $\mathbf{B}$ es la matriz de desplazamiento horizontal y vertical dada por

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta x & \cdots & \Delta x \\ \Delta y & \cdots & \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Los parámetros de ajuste Δx , Δy y θ deben minimizar algún criterio de distancia entre $\mathbf{P}_i$ y $\mathbf{P}_j$. Sin embargo, la comparación de estos dos perfiles relaciona los pares de coordenadas $(x_{i,1}, y_{i,1})$ con $(x_{j,1}, y_{j,1})$, $(x_{i,2}, y_{i,2})$ con $(x_{j,2}, y_{j,2})$ y en forma general $(x_{i,k}, y_{i,k})$ con $(x_{j,k}, y_{j,k})$, y este orden no necesariamente proporciona el mejor ajuste. De esta forma se consideró la rotación cíclica de orden $\mathbf{T}_{j,\gamma}$ del perfil $\mathbf{P}_j$ definida como

$$\mathbf{T}_{j,\gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{j,\gamma} \\ \mathbf{y}_{j,\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{j,\gamma} & \cdots & x_{j,400} & x_{j,1} & \cdots & x_{j,\gamma-1} \\ y_{j,\gamma} & \cdots & y_{j,400} & y_{j,1} & \cdots & y_{j,\gamma-1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La distancia a minimizar entre $\mathbf{P}_i$ y $\mathbf{T}_{j,\gamma}$ se calcula por medio de

$$\phi = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{j,\gamma}) (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{j,\gamma})^T + (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{j,\gamma}) (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{j,\gamma})^T \quad (3.11)$$

correspondiente a la suma de cuadrados de distancias en x y y entre ambos contornos. Finalmente se debe resolver el problema de regresión no lineal donde se estiman Δx , Δy , θ y γ que producen la mejor superposición de $\mathbf{P}_i$ y $\mathbf{P}_j$. Este procedimiento se repite con la proyección trasera de $\mathbf{P}_j$ definida por

$$\hat{\mathbf{P}}_j = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_j \\ \hat{\mathbf{y}}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{j,400} & \dots & x_{j,1} \\ \text{máx}(\hat{\mathbf{y}}_j) - y_{j,400} & \dots & \text{máx}(\hat{\mathbf{y}}_j) - y_{j,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{j,1} & \dots & \hat{x}_{j,400} \\ \hat{y}_{j,1} & \dots & \hat{y}_{j,400} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

La mejor alineación obtenida del perfil $\mathbf{P}_j$ (usando el contorno original o “volteado”) con respecto a $\mathbf{P}_i$, designada por $\mathbf{P}_{j \rightarrow i}$ es la que se considera en el resto del análisis. Finalmente, se promediaron los 20 contornos (Figura 3.9a) alineados para obtener un perfil promedio (Figura 3.9b) único $\mathbf{P}$ en coordenadas rectangulares como

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{P}_i + \sum_{j \neq i} \mathbf{P}_{j \rightarrow i}}{20} \quad (3.13)$$

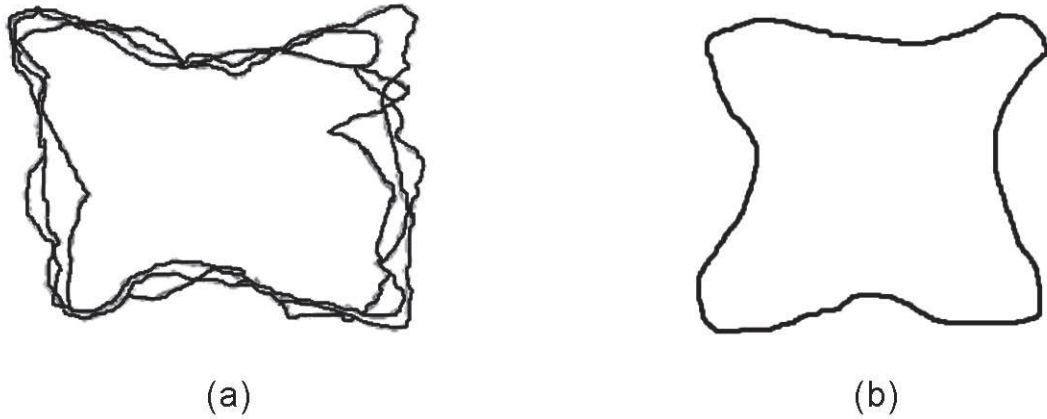


Figura 3.9. (a) Representación de contornos alineados y (b) perfil promedio de la lámina de berenjena.

3.4. ALINEACIÓN Y CENTRADO DE LOS CONTORNOS CON RESPECTO AL ORIGEN

Para poder usar el contorno promedio en las simulaciones de secado, se requiere que este se encuentre centrado en el origen, por lo que se procedió a su alineación con respecto a un perfil de referencia que se encuentra ubicado en esta posición que se encuentra ubicado en esta posición (Figura 3.10).

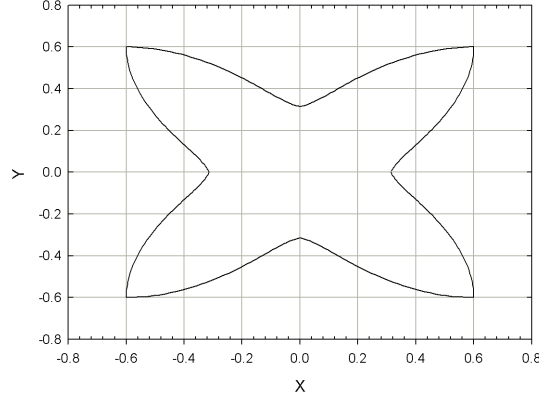


Figura 3.10. Perfil de referencia para ubicar el centro de masa del promedio de contornos deformados con respecto al origen en el plano cartesiano.

Se generó un contorno centrado en el origen con las dimensiones de corte de berenjena fresca ($1.5 \times 1.5 \text{ cm}^2$). Tanto el contorno deformado promedio como el contorno original fueron transformados de coordenadas rectangulares a polares por medio de las siguientes relaciones:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.14)$$

$$\tan(\omega) = \frac{x}{y} \quad (3.15)$$

Si los vértices del contorno deformado no coincidían con los vértices del contorno original debido a la deformación y encogimiento del producto, fue necesario ubicar las esquinas del contorno original en el deformado. Para estimar la flexión de las puntas se utilizó el método de diferencias finitas centradas con el cual se localizaron las coordenadas de los vértices, ya que se sabe que al existir un cambio de signo en el diferencial

$(dr/d\theta)$ este representa un cambio en la dirección de la pendiente por lo que se puede inferir que es una de las esquinas que conforman al contorno original. Por medio de interpolación entre las posiciones de los puntos localizados en las esquinas se ubicaron los demás puntos que conforman el contorno al deformar el contorno original.

3.5. Modelación y simulación de secado de berenjena

El modelo propuesto se basa en la ecuación de transporte de masa para la difusión de humedad en el interior de un material homogéneo e isotrópico se expresa en un sistema coordenado general por medio (Ruiz-López *et al.*, 2004):

$$\frac{\partial (cX)}{\partial t} = \nabla \cdot [D \nabla (cX)] \quad (3.16)$$

Adicionalmente, el transporte de masa en la superficie del producto está dado por la condición de frontera (Ruiz-López *et al.*, 2004)

$$-D \nabla (cX_i) = \frac{h_m}{v} (H_i - H) \quad (3.17)$$

Para su solución numérica, las ecuaciones (3.16) y (3.17) deben ser representadas en el sistema coordenado que se esté estudiando mediante el desarrollo de los operadores de divergencia y gradiente. La ecuación (3.16) con c y D constantes expresada para un sistema coordenado rectangular con transporte de masa en dos dimensiones se escribe como

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right) + D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial X}{\partial y} \right) \quad (3.18)$$

De igual forma, la condición de frontera (3.17) está dada por

$$-D \frac{\partial X}{\partial x} - D \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{h_m}{cv} (H_i - H) \quad (3.19)$$

La ecuación (3.18) se puede representar en la siguiente forma adimensional

$$\frac{\partial \psi}{\partial Fo} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} \quad (3.20)$$

donde se introdujeron las siguientes variables adimensionales

$$\psi = \frac{X - X_e}{X_0 - X_e} \quad (3.21)$$

$$Fo = \frac{Dt}{L^2} \quad (3.22)$$

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (3.23)$$

$$\zeta = \frac{y}{L} \quad (3.24)$$

En las Ecuaciones (3.23) y (3.24), el término L representa la distancia del centro del producto a su arista (se considera que es cilindro infinito con contorno cuadrado). La adimensionalización completa de la condición de frontera (3.19) requiere establecer una relación entre las variables X y H . De esta forma Pavón-Melendez *et al.* (2002),

$$H = KX \quad (3.25)$$

De acuerdo a la Ecuación 3.25, si $X = X_i$ entonces $Y = Y_i$. Por otra parte, cuando el producto alcanza su humedad de equilibrio, es decir, si $X = X_e$ entonces $Y = Y_e$. Es importante señalar que el valor de humedad en el que se equilibra el aire es su humedad inicial, representada simplemente por Y , ya que se consideran constantes las características del aire de secado. Sustituyendo está última expresión en la Ecuación

(3.18) produce

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \zeta} = -Bi_m \psi_i \quad (3.26)$$

donde Bi_m es el número de Biot de transporte de masa definido por

$$Bi_m = \frac{Kh_m}{cv(D/L)} \quad (3.27)$$

La condición de frontera adimensional (3.20) se puede simplificar si se considera que el proceso está controlado exclusivamente por la transferencia interna de humedad. En este caso, $X = X_e$ en la superficie del producto a inmediatamente después de haber empezado el proceso. En este caso,

$$\psi_i = 0 \quad (3.28)$$

3.5.1. Definiciones básicas

Se considera que la forma del producto está aproximada por un modelo de malla triangular M en dos dimensiones que consiste en N nodos o vértices representados por $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i) \in M$ ($i = 1, 2, \dots, N$). Los vecinos de primer nivel del vértice $\mathbf{v}_i$ se definen como el conjunto Ω_{1i} de tamaño N_{1i} que contiene todos los vértices conectados a $\mathbf{v}_i$ por un segmento (es decir, son adyacentes),

$$\Omega_{1i} \equiv \Omega_1(\mathbf{v}_i) = \{\mathbf{v}_j \mid g(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = 1; i, j = 1, 2, \dots, N\} \quad (3.29)$$

donde

$$g(v_i, v_j) = \begin{cases} 1 & \text{si los vértices } \mathbf{v}_i \text{ y } \mathbf{v}_j \text{ están conectados} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.30)$$

De forma similar, los vecinos de segundo nivel del vértice $\mathbf{v}_i$ se definen como el conjunto de Ω_{2i} de tamaño N_{2i} que contiene todos los vértices $\mathbf{v}_k$ conectados a los vecinos de primer nivel del conjunto de $\mathbf{v}_i$,

$$\Omega_{2i} \equiv \Omega_2(\mathbf{v}_i) = \{\mathbf{v}_k \mid g(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_k) = 1; \mathbf{v}_j \in \Omega_1(\mathbf{v}_i); i, j, k = 1, 2, \dots, N\} \quad (3.31)$$

La Figura (3.11) ejemplifica estos conceptos.

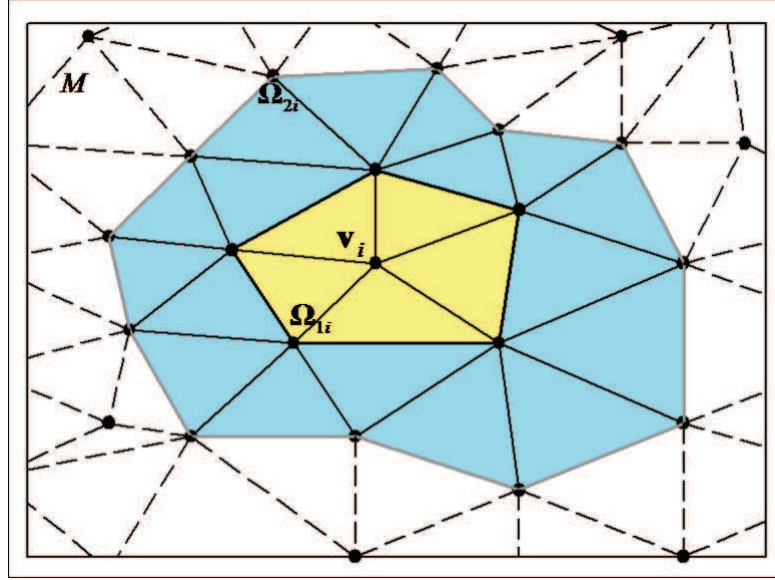


Figura 3.11. Representación de una malla triangular mostrando los vecinos de primer (Ω_{1i}) y segundo nivel (Ω_{2i}) del vértice $\mathbf{v}_i$ (Ortiz García Carrasco, 2013).

3.5.2. Método de solución

La Ecuación (3.20) se puede resolver mediante el método de líneas (ML). Este método produce un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) con Fo como variable independiente a partir de la ecuación original por medio de una representación discreta de las derivadas espaciales en cada vértice. De forma común, las derivadas espaciales se pueden aproximar por medio de diferencias finitas, si la geometría del producto está formada por celdas que tienen lados ortogonales en el sistema de coordenadas curvilíneas elegido. Sin embargo, si el producto es descrito por una malla irregular o si la malla se deforma durante la simulación, entonces los esquemas tradicionales para

diferencias finitas ya no son aplicables.

Con el fin de aplicar el ML al problema actual, se deben calcular las segundas derivadas de ψ para cada vértice. Se puede aplicar la serie de Taylor para aproximar los valores de la humedad ψ_j en $\mathbf{v}_i$ para todos los $\mathbf{v}_j \in \Omega_{1i}$. La siguiente serie se obtiene para una función de dos variables $\psi(\xi, \zeta)$ si se utiliza una aproximación de segundo orden para $\psi_j \in \Omega_{1i}$,

$$\psi_j \approx \psi_i + \frac{\partial \psi_i}{\partial \xi_i} \xi_{ji} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \zeta} \zeta_{ji} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \xi^2} \xi_{ji}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \zeta^2} \zeta_{ji}^2 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \zeta} \xi_{ji} \zeta_{ji} \quad (3.32)$$

$$\xi_{ji} = \xi_j - \xi_i; \quad \zeta_{ji} = \zeta_j - \zeta_i \quad (3.33)$$

Así, todos los $\psi_j \in \Omega_{1i}$ son descritos por una función lineal de las derivadas desconocidas en $\mathbf{v}_i$, que pueden estimarse por medio de regresión lineal ordinaria o regresión lineal ponderada para satisfacer,

$$\sum_{j \in \Omega_{1i}} w_{ij}^2 (\psi_j - \psi_i)^2 \rightarrow \min \quad (3.34)$$

donde cada w_{ij} es una función de peso dada por

$$w_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\xi_{ji}^2 + \zeta_{ji}^2}} \quad (3.35)$$

La solución del problema de regresión lineal ponderada para cada $\mathbf{v}_i$ involucra una solución (en el sentido de mínimos cuadrados) del sistema

$$\mathbf{F}_i \mathbf{D}_i = \mathbf{U}_i \quad (3.36)$$

donde

$$\mathbf{D}_i^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_i}{\partial \xi} & \frac{\partial \psi_i}{\partial \zeta} & \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \zeta^2} & \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \xi \partial \zeta} \end{bmatrix} \in R^{1 \times 5} \quad (3.37)$$

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{ij}^2 \xi_{ji} & w_{ij}^2 \zeta_{ji} & w_{ij}^2 \xi_{ji}^2 & w_{ij}^2 \zeta_{ji}^2 & w_{ij}^2 \xi_{ij} \zeta_{ij} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \in R^{N_{1i} \times 5} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{U}_i^T = \begin{bmatrix} \dots & w_{ij}^2 \psi_j & -w_{ij}^2 \psi_i & \dots \end{bmatrix} \in R^{N_{1i} \times 1} \quad (3.39)$$

La solución analítica de la Ecuación (3.36) está dada por,

$$\mathbf{D}_i = \left(\mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i \right)^{-1} \left(\mathbf{F}_i^T \mathbf{U}_i \right) \quad (3.40)$$

Finalmente, la ecuación (3.20) en forma discreta queda expresada como (donde las derivadas espaciales requeridas se toman de la solución $\mathbf{D}_i$)

$$\frac{d\psi_i}{dFo} = \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \zeta^2} \quad (3.41)$$

El sistema de ecuaciones dado por (3.36) se resolvió por medio de Matlab con la rutina ode15s, considerando un perfil uniforme de humedad inicial en el producto ($\psi = 1$). La malla se generó con Parital Differential Equation ToolboxTM de Matlab con 665 vértices.

3.5.3. Algoritmo de encogimiento-deformación

En esta sección se desarrolló un algoritmo para actualizar las posiciones de los vértices de la malla con el fin de simular tanto el encogimiento como la deformación causada por el colapso de la estructura celular como una función del contenido local de humedad. Se utilizó el símbolo λ se por simplicidad para representar ya sea las coordenadas

ξ o ζ . Sea $\boldsymbol{\lambda}_i$ el conjunto de distancias acortadas a lo largo de los ejes ξ o ζ debido a la pérdida de agua entre los vértices $\mathbf{v}_i$ y sus vecinos de primer orden, donde

$$\boldsymbol{\lambda}_i = \{\lambda_{ij} = f(\psi_i, \psi_j) \mid \mathbf{v}_j \in \boldsymbol{\Omega}_1(\mathbf{v}_i); i, j = 1, 2, \dots, N\} \quad (3.42)$$

Cada elemento en el conjunto (3.42) está relacionado con las posiciones deformadas desconocidas λ_i y λ_j por

$$\lambda_{ij} = \lambda_j - \lambda_i \text{ para } \lambda_i, \lambda_j \in \boldsymbol{\lambda}_i \quad (3.43)$$

Cada λ_{ij} representa una distancia objetivo que deben ser satisfechas por las nuevas coordenadas de la malla y se pueden calcular una vez que el contenido local de humedad se actualice. El desplazamiento total esperado $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ a lo largo de los ejes ξ o ζ del vértice i es igual a

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \sum \lambda_{ij} = \sum (\lambda_j - \lambda_i) \text{ para } \lambda_{ij} \in \boldsymbol{\lambda}_i \quad (3.44)$$

Las ecuaciones de desplazamiento total para cada vértice en la malla pueden ser combinados para formar un sistema lineal

$$\mathbf{C}\mathbf{Z} = \mathbf{E} \quad (3.45)$$

donde $\mathbf{Z}$ es el vector de coordenadas desconocidas, $\mathbf{E}$ es el desplazamiento total del vector (objetivo) y $\mathbf{C}$ es la matriz de conexión que se define de la siguiente manera

$$\mathbf{E}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \dots & \varepsilon_N \end{bmatrix} \in R^{1 \times N} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{Z}^T = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_N \end{bmatrix} \in R^{1 \times N} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{C} \in R^{N \times N} \text{ donde } c_{ii} = -N_{1i} \text{ y } c_{ij} = g(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) \quad (3.48)$$

Una solución en el sentido de mínimos cuadrados de la Ecuación (3.45) se puede utilizar para minimizar el error entre distancias objetivo contenidas en $\mathbf{E}$ y las nuevas coordenadas de la malla. Sin embargo, el desplazamiento total del vector $\mathbf{E}$ puede ser potencialmente satisfecho por varias posiciones $\mathbf{Z}$ (por ejemplo si la malla es movida horizontalmente o verticalmente las posiciones de los vértices son modificadas, pero las distancias de los bordes permanecen idénticas). Así mismó, debería proporcionarse información adicional para resolver la Ecuación (3.45). Si se representa todo el producto, entonces un vértice arbitrario se puede fijar, por ejemplo en $\mathbf{v}_i = (x, y) = (0, 0)$. De esta forma se calculan las posiciones deformadas respecto al vértice fijo elegido.

Las distancias objetivo a satisfacer por el algoritmo de deformación se calcularon por medio de la ecuación

$$\frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{ij0}} = \Delta_{ij} + (1 - \Delta_{ij}) \left(\frac{\psi_i + \psi_j}{2} \right) \quad (3.49)$$

donde cada Δ_{ij} representa la distancia final entre los vértices $\mathbf{v}_i$ y $\mathbf{v}_j$ (como fracción de su valor inicial) y se evalúan a partir del contorno promedio de deformación obtenido experimentalmente.

3.5.4. Determinación de la difusividad efectiva

Se integraron numéricamente los perfiles de humedad en cada tiempo para así obtener un valor promedio del volumen del cuerpo como se observa en la siguiente ecuación:

$$\Psi = \frac{\int_V \psi dV}{\int_V dV} \quad (3.50)$$

Se utilizó la humedad promedio para obtener la gráfica de Ψ vs Fo . Los datos experimentales obtenidos se representaron como Ψ vs t . Debido a que es necesario conocer el valor de D para transformar los datos de t a Fo_{exp} , dado que se conoce el

valor inicial de la longitud característica de difusión (L). Se determinó el valor de D por regresión no lineal en base al siguiente procedimiento:

1. Se supone un valor de D .
2. Se calcula el valor de Fo_{exp} para cada t en la curva de secado.
3. Se obtiene el valor predicho de Ψ para cada Fo_{exp} por interpolación de la tabla de Ψ vs Fo de la solución numérica.
4. Se calcula el error entre los valores predichos y experimentales de Ψ y la suma de cuadrados del error.
5. Se modifica D para minimizar la suma de cuadrados del error y se repiten los pasos 2 a 5.

4. Resultados y discusión

4.1. Curvas de secado

El contenido de humedad obtenido por método gravimétrico de las muestra de berenjena fue de 94.23 ± 0.08 de agua/100 g de producto, la cual concuerda con la reportada por (Doymaz & Göl, 2011).

Las curvas de secado se construyeron utilizando los datos obtenidos experimentalmente en términos de fracción de humedad libre (Ψ). La humedad adimensional del producto está influenciada por el tiempo de secado y la temperatura a la que se lleva a cabo el proceso, como se observa en las Figuras 4.1 y 4.2. Se observó que el proceso llevado a cabo con una temperatura de 90 °C tuvo una menor duración (380 min) en comparación con las demás temperaturas siendo la cinética a 45 °C la que presentó mayor duración (565 min). De modo que las duración de la cinética de secado es inversamente proporcional a la temperatura de proceso como lo reportan diversos autores en términos generales para diferentes vegetales (Arévalo-Pinedo & Murr, 2007; Doymaz, 2007; Giraldo-Zuniga *et al.*, 2006; Karatos & Ilkay, 2001).

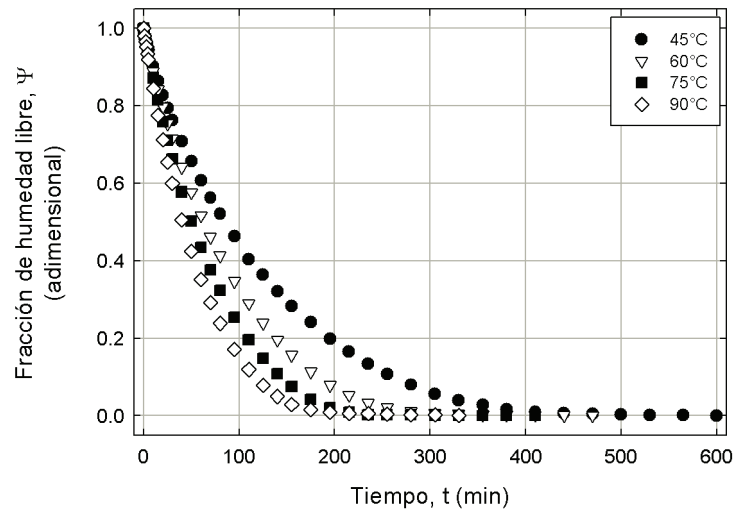


Figura 4.1. Curvas de secado experimentales de berenjena a diferentes temperaturas.

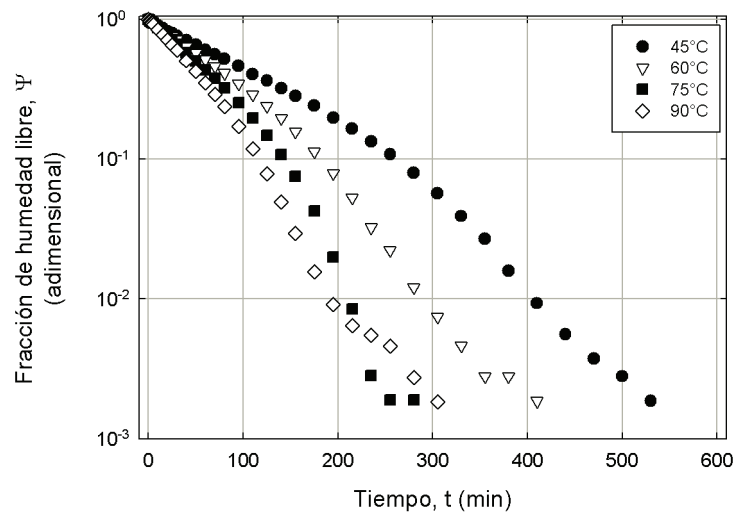


Figura 4.2. Curvas de secado en función logarítmica de berenjena a diferentes temperaturas.

En la Figura (4.3) se muestran las velocidades de secado en función de la fracción de humedad (Ψ) a las 4 temperaturas. Estas curvas fueron obtenidas por derivación numérica de los datos del contenido de humedad con respecto al tiempo de secado mediante el método de diferencias finitas centradas. Se puede apreciar una mayor

4.2. CARACTERÍSTICAS DE ENCOGIMIENTO Y DEFORMACIÓN DEL CONTORNO PROMEDIO

velocidad de secado en las temperaturas más altas. Por otra parte, es importante mencionar que en ninguna las cinéticas se observó el periodo de velocidad constante, lo cual indica que el proceso se llevo a cabo por medio de transferencia interna de humedad debido a las condiciones seleccionadas para el proceso (Doymaz, 2007).

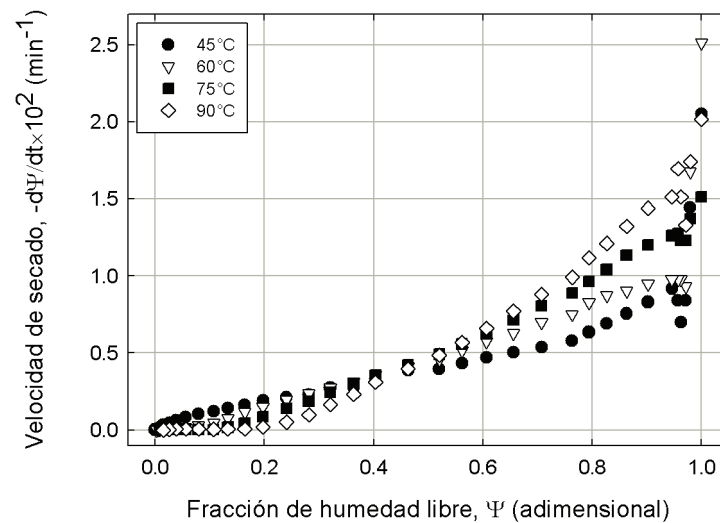


Figura 4.3. Velocidad de secado de berenjena a diferentes temperaturas.

4.2. Características de encogimiento y deformación del contorno promedio

A continuación se muestra un ejemplo de las imágenes capturadas de las láminas de berenjena secadas a diferentes temperaturas (Figura 4.4). Fue necesario repetir las fotografías en donde la lámina se apreciaba borrosa.

4.2. CARACTERÍSTICAS DE ENCOGIMIENTO Y DEFORMACIÓN DEL CONTORNO PROMEDIO

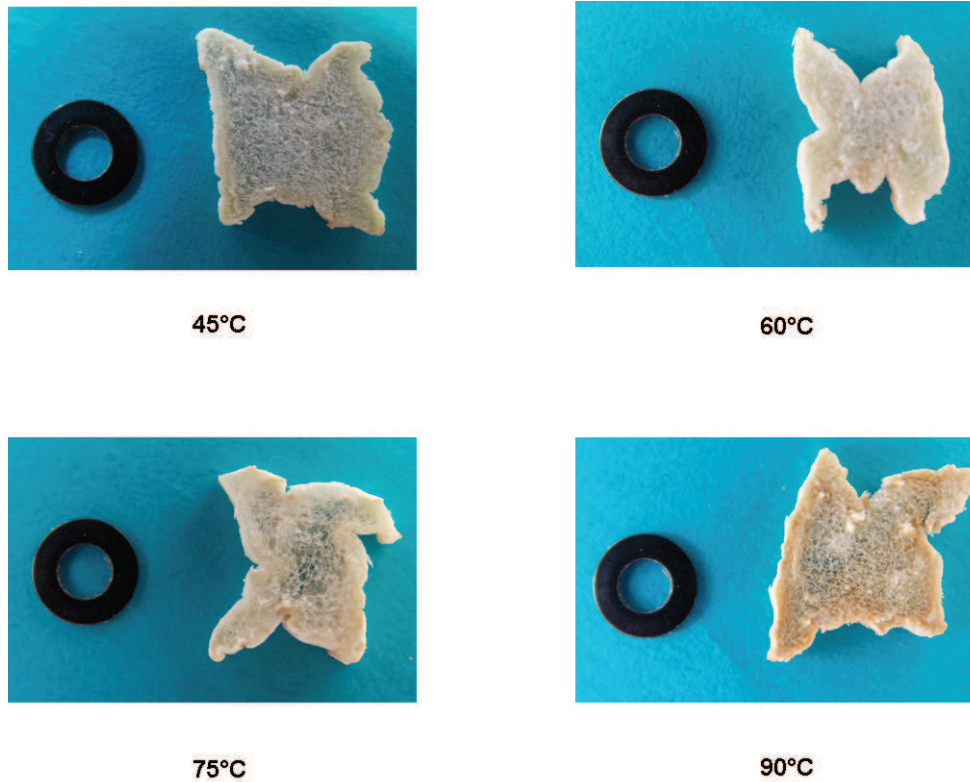


Figura 4.4. Ejemplo de fotografías representativas tomadas de los cortes de berenjena secada a cuatro diferentes temperaturas.

La Figura 4.5 ilustra las imágenes obtenidas de una de las 20 láminas de forma general para obtener su contorno de acuerdo a lo establecido en la metodología. En la Figura 4.5 (a) se muestra la sección recortada de la fotografía original, en la Figura 4.5(b) representa la imagen de la lámina reducida a 3 grupos o *clusters* de colores, en la Figura 4.5(c) se presenta la imagen de la lámina una vez removido el fondo y finalmente en la Figura 4.5(d) presenta la imagen de la lámina en escala de grises previamente corregida.

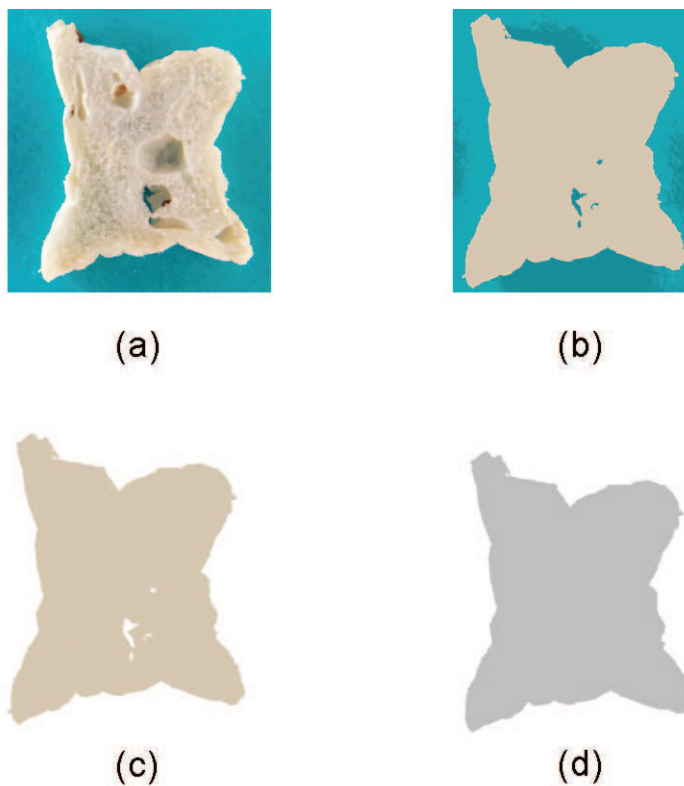


Figura 4.5. Imágenes de una lámina representativa de berenjena secada a 60°C siguiendo la metodología propuesta.

Después de convertir las 20 fotografías a escala de grises conforme al procedimiento propuesto se obtuvieron sus respectivos contornos (Figura 4.6).

4.2. CARACTERÍSTICAS DE ENCOGIMIENTO Y DEFORMACIÓN DEL CONTORNO PROMEDIO

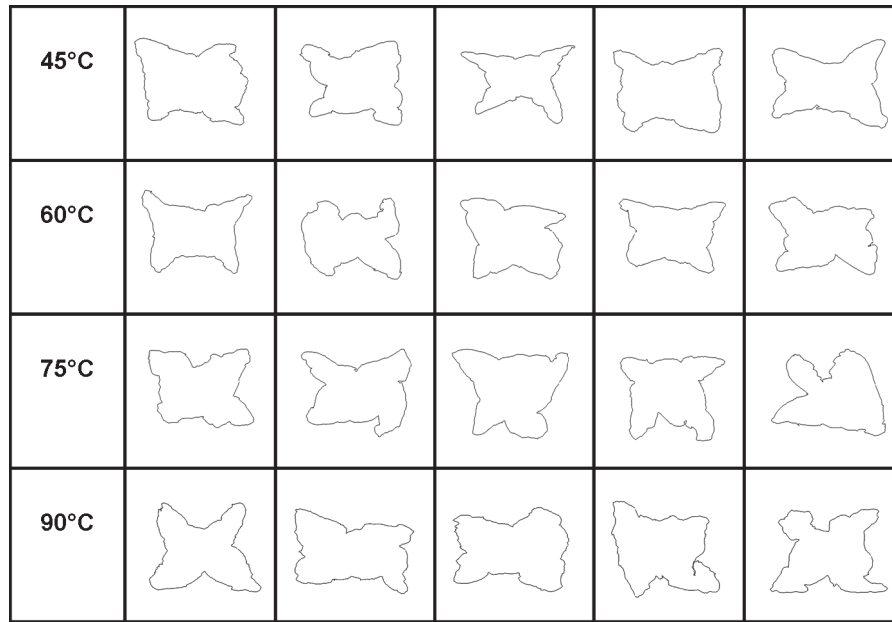


Figura 4.6. Contornos de láminas de berenjena a las temperaturas experimentales.

En estos se observaron formas muy variadas, sin embargo al graficar todos los contornos de las muestras presentaron una tendencia general donde las esquinas mostraron una menor contracción radial motivo por el cual dos de sus lados presentaron formas ligeramente cóncavas a diferencia de los lados restantes. Asimismo se observó una ligera rotación con respecto al contorno de la lámina original (Figura 4.7).

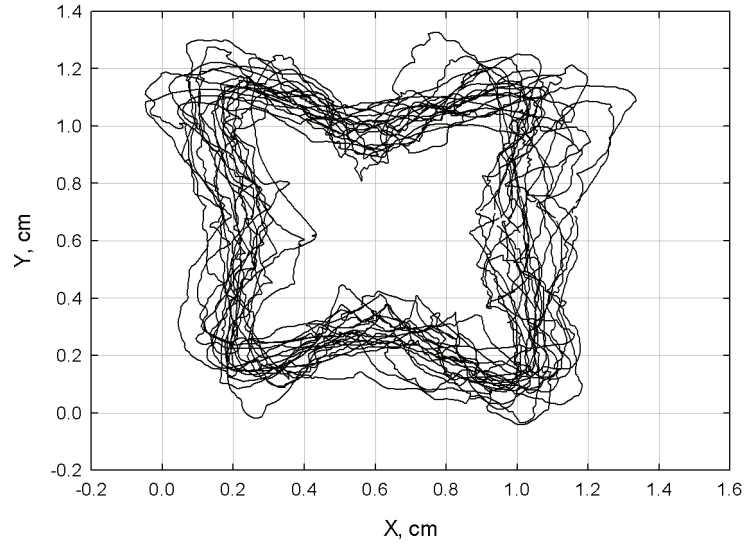


Figura 4.7. Contornos de las 20 láminas de berenjena alineados.

Una vez obtenidos los contornos de las muestras en pixeles, se transformaron a centímetros para representar su tamaño real, para después ser alineados con respecto al contorno de la lámina de berenjena de referencia. Posteriormente se determinó el promedio de los 20 contornos, los cuales se centraron con respecto al contorno de referencia con coordenadas en el origen (Figura 4.8).

Dado que no se encontró una relación entre la temperatura de secado y la deformación del producto entre los contornos, ya que estos son muy diferentes entre sí, se optó por utilizar un promedio de los veinte contornos.

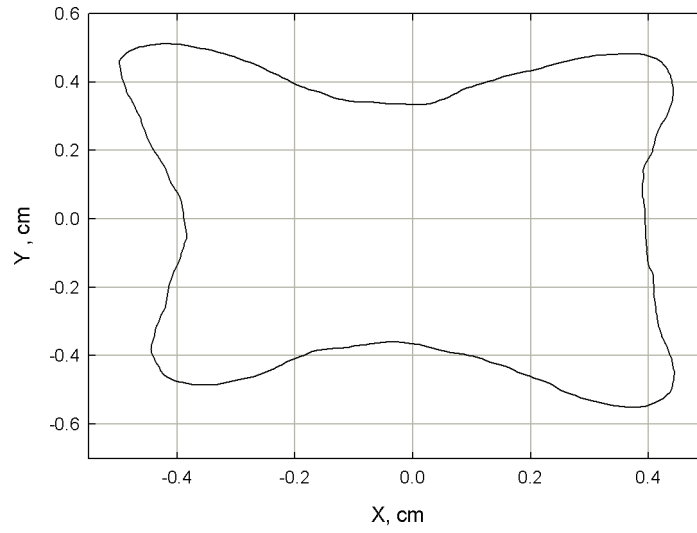


Figura 4.8. Contorno deformado promedio de las 20 láminas de berenjena.

El contorno promedio deformado de la lámina de berenjena presenta una ligera rotación con respecto al corte original, motivo por el cual fue necesario convertir a coordenadas polares como se muestra en la Figura 4.9. En donde se observa claramente el cambio del ángulo de las esquinas con respecto al corte original.

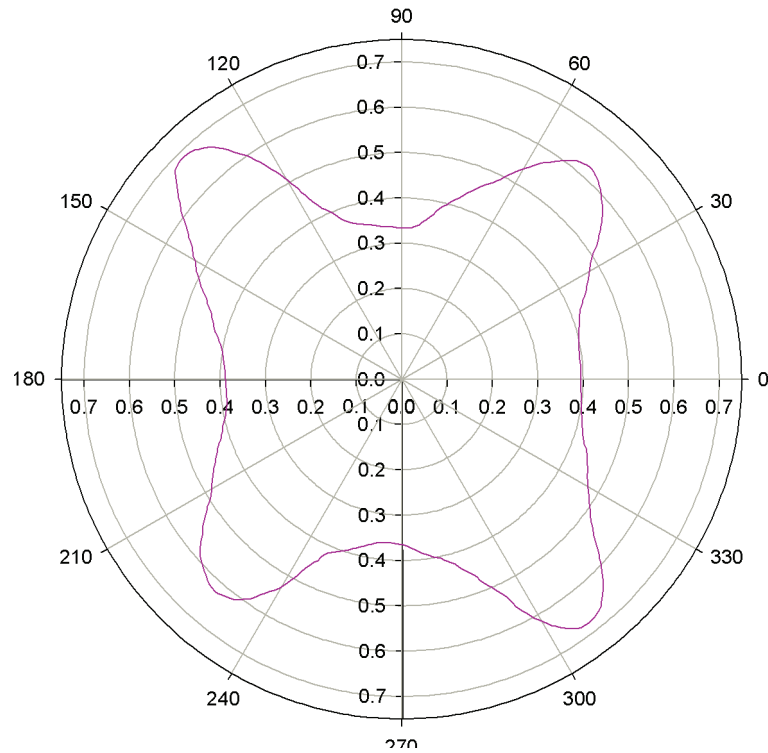


Figura 4.9. Contorno deformado promedio de las 20 láminas de berenjena en coordenadas polares.

4.3. Modelación del contorno promedio de deformación

Antes de llevar a cabo la simulación de encogimiento de la lámina de berenjena fue necesario generar un contorno con las dimensiones de la muestra original en coordenadas rectangulares y pasarlo a coordenadas polares para así poderlo modelar hasta su posición final en el contorno promedio deformado (Figura 4.10).

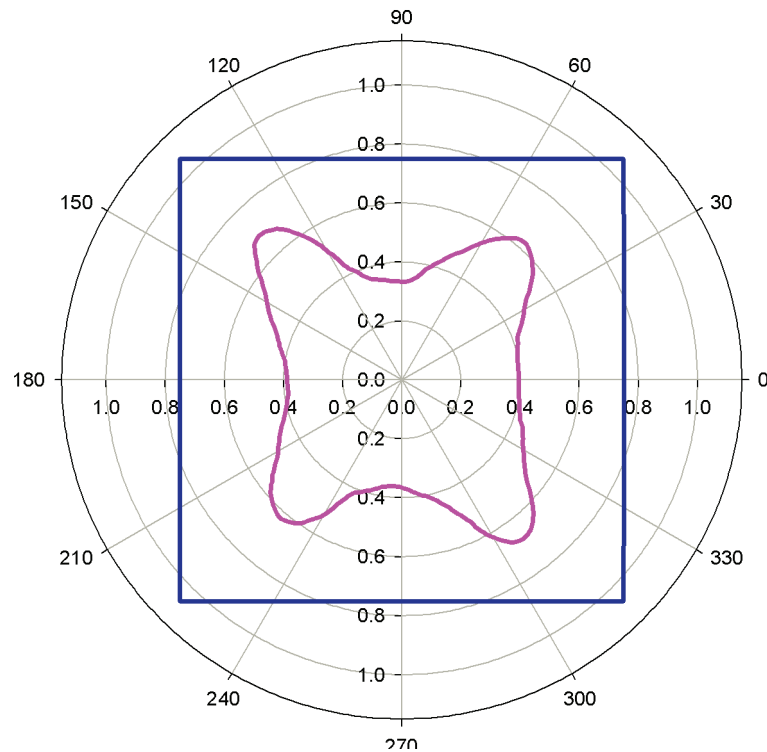


Figura 4.10. Contorno de la lámina de berenjena antes del proceso de secado vs. contorno promedio deformado.

4.4. Simulación de deformación en el proceso de secado

La simulación se llevó a cabo en el software Matlab 2009a (Math Works Inc.) haciendo uso del contorno original (producto fresco) previamente determinado, el cual se malló con celdas triangulares. Posteriormente, el contorno deformado promedio se utilizó para ubicar la esquinas del contorno original.

La simulación consistió en contraer el contorno original en dirección radial hacia el centro de masa. Las Figuras 4.11 y 4.12 muestra los perfiles de humedad predichos en el producto a diferentes tiempos de procesamiento.

En cada perfil se observa que las esquinas se secaron con mayor velocidad que el resto del producto debido a que desde el inicio del proceso la superficie se secó casi inmediatamente, motivo por el cual, se presume que existió una rotación y deformación

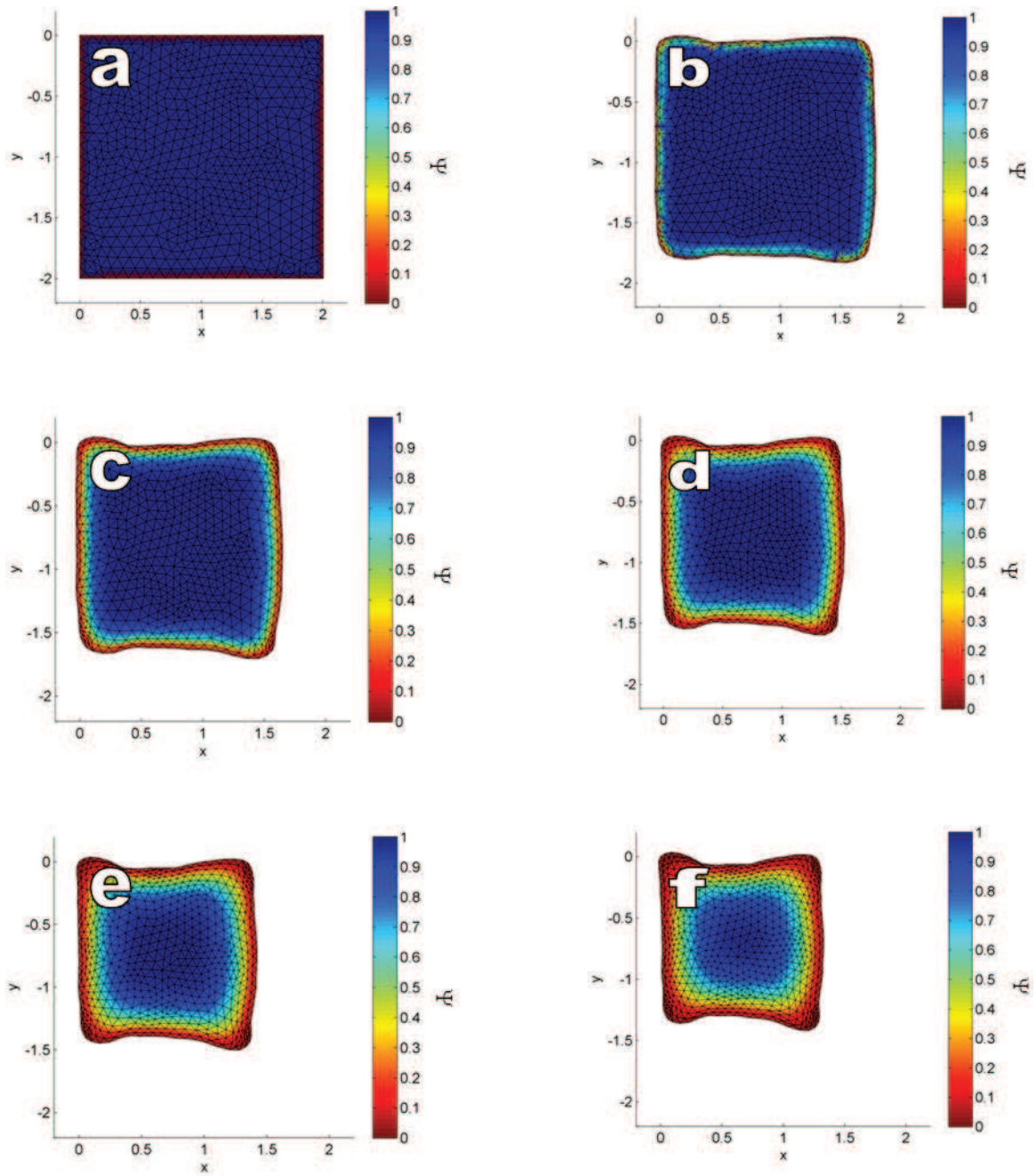


Figura 4.11. Simulación del secado de berenjena considerando su deformación a diferentes contenidos de fracción de humedad libre (Ψ) donde: (a) 1.0, (b) 0.9, (c) 0.8, (d) 0.7, (e) 0.6 y (f) 0.5.

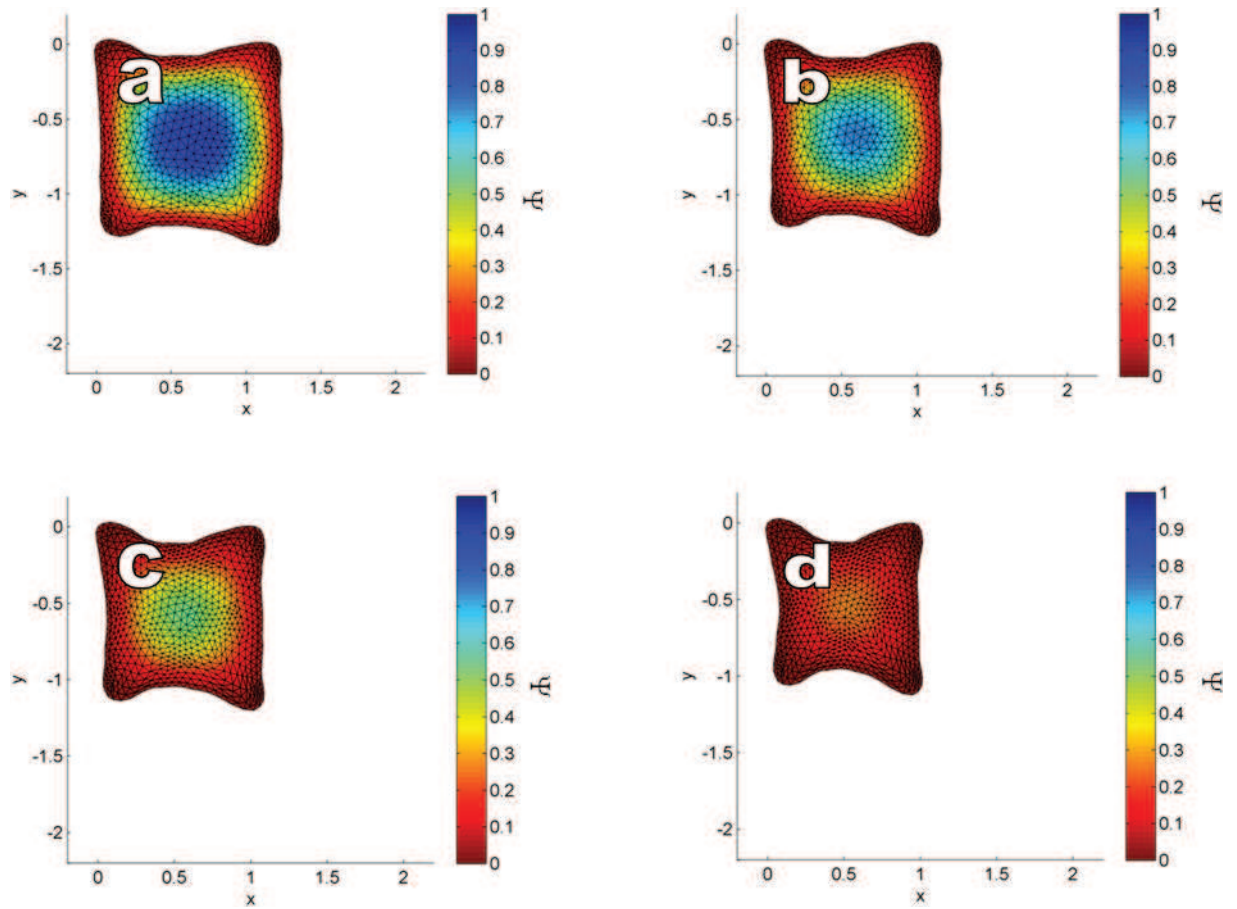


Figura 4.12. Simulación del secado de berenjena considerando su deformación a diferentes contenidos de fracción de humedad libre (Ψ) donde: (a) 0.4, (b) 0.3, (c) 0.2 y (d) 0.1.

4.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD EFECTIVA DE AGUA EN EL PRODUCTO

mayor en las esquinas que en las demás partes que conforman la superficie del producto.

En la Figura 4.13 se observa la evolución de la humedad promedio en función del número de Fourier de transporte de masa.

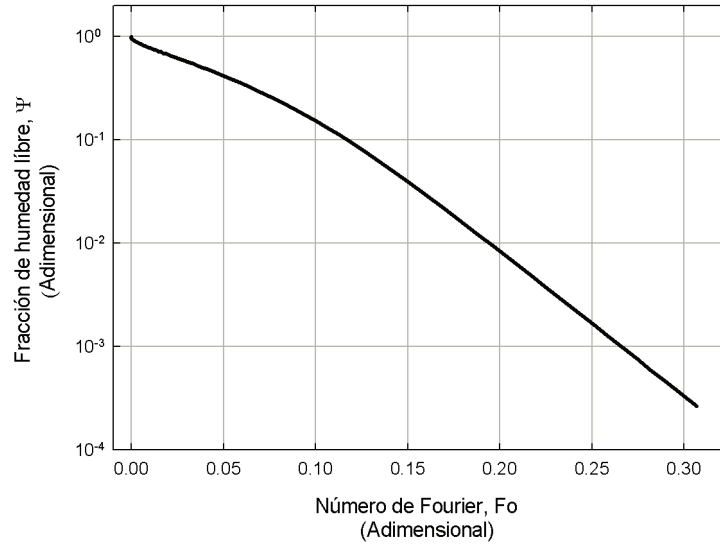


Figura 4.13. Humedad promedio del perfil deformado promedio en función de Ψ y Fo .

4.5. Determinación de la difusividad efectiva de agua en el producto

En las Figuras (4.14) y (4.15) se observa que el ajuste obtenido usando el modelo propuesto obtenido al integrar numéricamente los valores experimentales del promedio de las cinéticas de secado de las 4 temperaturas considerando encogimiento y deformación fue capaz de reproducir con bastante precisión los datos obtenidos experimentalmente ($R^2 = 0.9899$).

4.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD EFECTIVA DE AGUA EN EL PRODUCTO

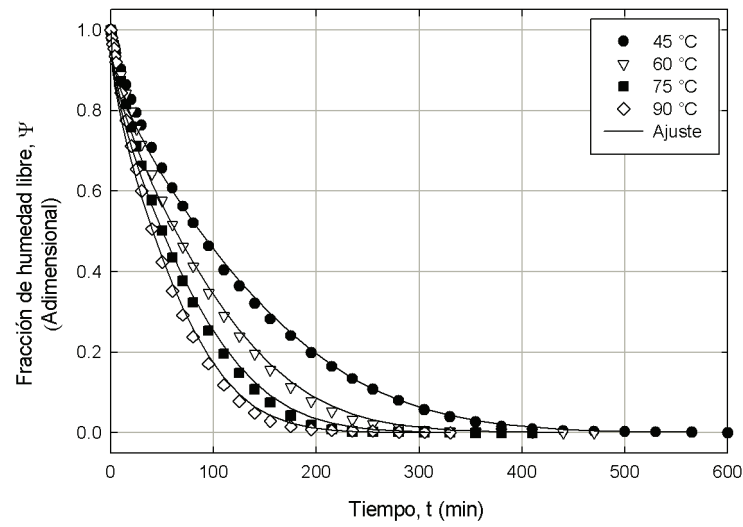


Figura 4.14. Cinéticas de secado ajustadas con el modelo ajustado.

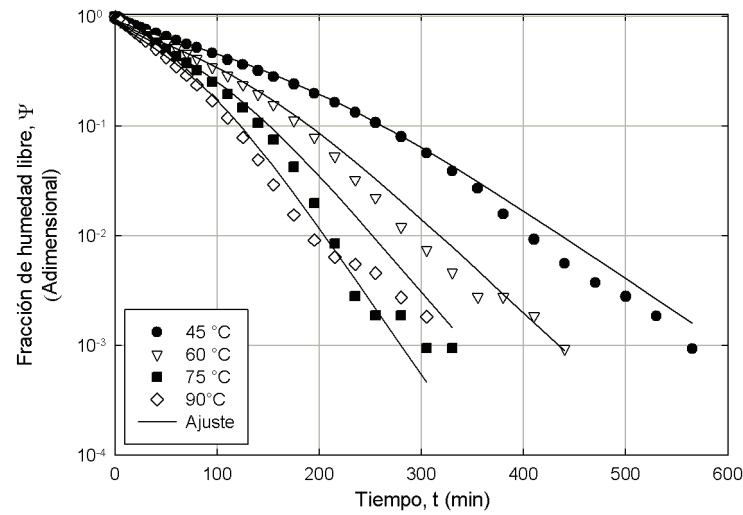


Figura 4.15. Cinéticas de secado con el modelo ajustado.

Los valores de difusividad efectiva de agua obtenidos a las 4 temperaturas con sus respectivos intervalos de confianza (95 %) se muestran a continuación (Tabla 4.1):

4.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD EFECTIVA DE AGUA EN EL PRODUCTO

Tabla 4.1. Valores de difusividad efectiva de agua.

Temperatura	$D \times 10^{-10}(\text{m}^2/\text{s})$	$\text{IC} \times 10^{-10} \text{ (95 \%)}$	R^2
45 °C	4.1689	4.0037/4.3341	0.9949
60 °C	5.7363	5.4378/6.0347	0.9928
75 °C	7.2198	6.7352/7.7044	0.9899
90 °C	8.8935	8.2978/9.4891	0.9907

En la Tabla (4.1) se observa que al aumentar la temperatura del proceso de secado la difusividad efectiva también aumenta. De acuerdo con diferentes autores los valores presentan un comportamiento análogo (Tabla 1.4).

5. Conclusiones

De acuerdo a los objetivos propuestos en este trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se determinaron de forma experimental las cinéticas secado convectivo en prismas de berenjena secada a diferentes temperaturas. En estas se observó que la pérdida de humedad ocurrió durante el periodo de velocidad decreciente.
- La aplicación de la metodología propuesta fue capaz de reproducir fielmente los contornos de los cortes transversales de berenjena tomando en cuenta los parámetros de encogimiento y deformación de manera simultánea, permitiendo así poder evaluar la difusividad efectiva del agua contenida en el producto.
- El modelo utilizado para la simulación de las características del producto provee una forma visual para comprender el proceso de transporte de masa a diferentes periodos.

Bibliografía

- Alzamora, S.M., JhaGuerrero, S.N., Nieto, A.B., & Vidales, S.C. 2004. *Conservación de frutas y hortaliza mediante tecnologías combinadas*. FAO.
- Amar, Z. 2000. *Agricultural produce in the land of Israel in the middle ages*. Yad Izhak Ben-Zvi.
- AOAC. 1997. *Official methods of analysis (Association of Official Analytical Chemist)*. Arlington, Virginia, USA,.
- Arévalo-Pinedo, A., & Murr, F. 2007. Influence of pre-treatments on the drying kinetics during vacuum drying of carrot and pumpkin. *Journal of Food Engineering*, **80**, 152–156.
- Baker, C.G.J. 1997. *Industrial drying of foods*. Chapman & Hall.
- Bose, T.K., & Som, M.G. 1993. *Vegetable crops in India*. Naya Prokash.
- Buyenk, Z.R., & Carrasco, J.F. 1999. *Ethnobotanical aspects of solanum (Solanaceae) in Uganda*. Royal Botanical Gardens.
- Cantwell, M., & Crops, T. 2013 (May). *Eggplant: Recommendations for Maintaining Postharvest Quality*. <http://postharvest.ucdavis.edu/pfvegetable/Eggplant/>. [Online; accessed 19-July-2013].
- Charrier, A., Jacquot, M., Hamon, S., & Nicolas, D. 1997. *L'amélioration des plantes tropicales*. Eds Cirad et Ortdtom.
- Chaves, M.G., Sgroppo, S.C., & Avanza, J.R. 2003. Cinética de secado de berenjena (*Solanum melongena* L.). *Comunicaciones Científicas y Tecnologías*.
- D'Arcy, W.G., & Pickett, K.K. 1991. Saltfruit flotation of *Solanum* fruits and possible dispersal of eggplant. *Solanaceae News*, **3**, 3–11.
- Doymaz, I. 2007. The kinetics of forced convective air-drying of pumpkin slices. *Journal of Food Engineering*, **79**, 243–248.
- Doymaz, I., & Göl, E. 2011. Convective drying characteristics of eggplant slices. *Journal of Food Process Engineering*, **34**, 1234–1252.

- Ertekin, C., & Yaldiz, O. 2004. Drying of eggplant and selection of suitable thin layer. *Journal of Food Engineering*, **63**, 349–359.
- FAO. 2011. *Food and Agriculture Organization*. <http://www.fao.org/inphoarchive/content/documents/vlibrary/ae620s/pfrescos/BERENJENA.HTM>. [Online; accessed 19-July-2013].
- Fellows, M. 1994. *Tecnología del proceso de alimentos*. Editorial Acriba.
- Fito-Maupoe, P., Andrés-Grau, A.M., Alburs-Sorolla, A.M., & Barat-Baviera, J.M. 2001. *Introducción al secado de alimentos por aire caliente*. Universidad Politécnica de Valencia.
- García-Pérez, J.V., Ozuna, C., Ortuño, C., Cárcel, J.A., & Mulet, A. 2011. Modeling ultrasonically assisted convective drying of eggplant. *Drying Technology*, **29**, 1499–1509.
- García-Pérez, J.V., Cárcel, J.A., Riera, E., Roselló, C., & Mulet, A. 2012. Intensification of low-temperature drying by using ultrasound. *Drying Technology*, **30**, 1199–1208.
- Giraldo-Zuniga, A.D., Arevalo-Pinedo, A., Rezende, J.R., Conilla, S. Silva, & Monteiro, J.A. 2006. Drying kinetics for murici (*Byrsunima Crassifolia*) fruit. *Journal of Food Processing and Preservation*, **30**, 699–705.
- González, J.A., de Oca-Rojas, Y. Montes, & Dominguez-Mesa, M.I. 2007. Breve reseña de la especie *Solanum melongena*. *Revista Cubana de Plantas Medicinales*, **12**.
- Henderson, S.M., & Pabis, S. 1961. Grain drying theory I. *Journal of Agricultural Engineering Research*, **6(3)**, 169–174.
- Henderson, S.M., & Pabis, S. 1962. Grain drying theory II. *Journal of Agricultural Engineering Research*, **7(1)**, 85–89.
- Hendrick, U.P. 1919. *Stuetevant's notes on Edible Plants*. Vol. II. New York Agr. Expt Sta.
- Hernández, J.A., Pavón, G., & García, M.A. 2000. Analytical solution of mass transfer equation considering shrinkage for modeling food drying kinetics. *Journal of Food Engineering*, **45**, 1–10.
- Hui, Y.H., Ghazala, S., Mumel, K. D., & Nip, Wai-Kit. 2004. *Handbook of vegetable preservation and progressing*.
- Illescas, E., & Vespertinas, E. 1989. *Tratado de hortiultura herbácea*. Aedos.
- Janjai, S., Mahayothee, B., Lamlert, N., Bala, B.K., Precoppe, M., Nagle, M., & Müller, J. 2010. Diffusivity, shrinkage and simulated drying of litchi fruit (*Litchi*

- chinensis* Sonn.). *Journal of Food Engineering*, **96**, 214–221.
- Karatos, S., & Ilkay, P. 2001. Determination of moisture diffusivity of pine nut seeds. *Drying Technology*, **19**, 701–708.
- Lester, R.N., & Hassan, S.M.Z. 1990. The distinction between *Solanum incanum* L and *Solanum incanum* (Solanaceae). *Taxon*, **39**, 521–523.
- Lester, R.N., & Hassan, S.M.Z. 1991. *Origin and domestication of the brinjal eggplant Solanum melongena*. The Linnean Society of London.
- Lester, R.N., & Hawkes, J.G. 2001. *Encyclopedia of agricultural and horticultural crops (Solenaceae)*. Springer -Verlag.
- Lewis, W.K. 1921. The rate of drying solid materials. *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, **13**(5), 427–432.
- Lorenze, O.A., & Maynard, D.N. 1998. *Handbook for vegetable growers*. John Wiley and sons edn.
- Martínez, N.L. 2000. *Características y comparación del seado de durazno sometido a distintos pretratamientos*. Ph.D. thesis, Universidad De Las Americas Puebla.
- Maya-Ambia, C. 2004. *Horticultura de exportación y competencia global. El caso de la berenjena mexicana*. Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología.
- Mulet, A. 1994. Drying modelling and water diffusivity in carrot and potatoes. *Journal of Food Engineering*, **22**, 329–348.
- Nuez, F., Prohens, J., Valcárcel, J.V., & de Córdova, P. Fernández. 2002. *Colección de semillas de berenjena del centro de conservación y mejora de la agrobiodiversidad valenciana*. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria.
- Ortiz García Carrasco, B. 2013. Estimación de la difusividad efectiva de agua durante el secado convectivo de papa, considerando el encogimiento y la deformación de la macro-estructura. *Tesis de licenciatura. Benemerita Universidad Autonoma de Puebla*, 55.
- Ortiz-Gomez, A.S., Vázquez-García, V.V., & Montes-Estrada, M. 2005. La alimentación en México: enfoques y visión a futuro. *Revista de Investigación Científica*, **VIII**, 8–34.
- Pavón-Melendez, G., Hernández, J.A., Salgado, M.A., & García, M.A. 2002. Dimensionless analysis of the simultaneous heat and mass transfer in food drying. *Journal of Food Engineering*, **51**, 347–353.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., & Flannery, B.P. 2007. *Numerical*

- Recipes. The Arte of Scientific Computing*. 3a edn. Cambridge University.
- Prohens, J., & Nuez, F. 2008. *Vegetables II: Fabaceae, Liliaceae, Solanaceae, and Umbelliferae*. Spain: Springer.
- Rubatzky, V.E., & Yamaguchi, M. 1997. *World vvegetable: principles,production and nutritive values*. Chapman and Hall.
- Ruiz-López, I.I., & García-Alvarado, M.A. 2007. Analytical solution for food-drying kinetics considering shrinkage and variable diffusivity. *Journal of Food Engineering*, **79**, 208–216.
- Ruiz-López, I.I., Córdova, A.V., Rodríguez-Jimenes, G.C., & García-Alvarado, M.A. 2004. Moisture and temperature evolution during food drying: effect of variable properties. *Journal of Food Engineering*, **63**, 117–124.
- Ruiz-López, I.I., Ruiz-Espinosa, H., ArelanesLozada, P., Bárcenas-Pozos, M.E., & García-Alvarado, M. A. 2012. Analytical model for variable moisture diffusivity. Estimation and drying sumulation of shrinkable food products. *Journal of Food Engineering*, **108**, 427–435.
- Sharaf-Eldeen, Y.I., Hamdy, M.Y., & Blaisdell, J.L. 1979. Falling rate drying of fully exposed biological materials. A review of mathematical models. *American Society of Agricultural Engineering*, 79–6522.
- SIAP. 2012. *Servicio de Información Agropecuaria y Pesquera*. www.siap.gob.mx/index.php?option=comwrapperview=wrapperItemid=350. [Online; accessed 21-July-2013].
- USDA. 2011. *United States Department of Agriculture*. ndb.nal.usda.gov/ndb/food/show/2948. [Online; accessed 19-July-2013].
- Wua, L., Orikasaa, T., Ogawab, Y., & Tagawaa, A. 2007. Vacuum drying characteristics of eggplants. *Journal of Food Engineering*, **83**, 422–429.
- Yadollahiniaa, A., & Jahangirib, M. 2009. Shrinkage of potato slice during drying. *Journal of Food Engineering*, **94**, 52–58.