



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Neutrinos masivos y violación de sabor leptónico
mediado por el bosón de Higgs

Tesis presentada al

Colegio de Física

Como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Oscar Vázquez Hernández

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Dr. Héctor Novales Sánchez

Puebla, Pue.
Mayo 2016

Título: Neutrinos masivos y violación de sabor leptónico mediado por el bosón de Higgs.

Estudiante: OSCAR VÁZQUEZ HERNÁNDEZ

COMITÉ

Dr. Gilberto Tavares Velazco
Presidente

Dr. Arturo Fernández Téllez
Secretario

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz
Vocal

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Asesor

Dr. Héctor Novales Sánchez
Asesor

Índice general

Lista de figuras	VII
Lista de tablas	VIII
Agradecimientos	IX
Resumen	XI
Introducción	XIII
1. El sector electrodébil	1
1.1. El sector de Higgs	3
1.1.1. Masa de los bosones de norma	4
1.2. El sector de Yang-Mills	5
1.3. El sector de Yukawa	6
1.3.1. Sector leptónico	6
1.3.2. Sector de quarks	7
1.4. El sector de corrientes	8
1.4.1. Sector leptónico	8
1.4.2. Sector de quarks	9
2. Física de los neutrinos más allá del Modelo Estándar	11
2.1. Evidencias de masas de neutrinos	11
2.2. Términos de masa, Dirac vs. Majorana	12
2.2.1. Neutrinos de Dirac	12
2.2.2. Neutrinos de Majorana	13

2.3. El mecanismo del sube y baja (see-saw)	14
2.4. La matriz PMNS	16
3. El decaimiento $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$	19
3.1. Lagrangiano de corrientes cargadas y reglas de Feynman	20
3.2. Proceso $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$	21
3.2.1. Diagrama 1	22
3.2.2. Diagrama 2	23
3.2.3. Diagrama 3	23
3.2.4. Diagrama 4	24
3.3. Cálculo de la anchura de decaimiento	25
3.4. Branching Ratio	26
4. Análisis de resultados	27
4.1. Amplitud exacta de probabilidad \mathfrak{M}	28
4.2. Cancelación de divergencias	28
4.2.1. Caso particular: $v = a, \xi = m_j$	29
4.3. Amplitud exacta de probabilidad \mathfrak{M} , modelo $v = a$	30
4.3.1. Primer análisis. Consistencia matemática de la amplitud. Límite de masas pesadas	33
4.3.2. Segundo análisis. Amplitud F_L con neutrinos de masas ligeras	34
4.4. Modelo Estándar mínimamente extendido	35
4.5. Resultados numéricos	36
4.5.1. $h \rightarrow e^+ \mu^-$	36
4.5.2. $h \rightarrow e^- \tau^+$	37
4.5.3. $h \rightarrow \mu^- \tau^+$	38
4.6. Cotas experimentales y teóricas	39
4.6.1. Cotas experimentales	39
4.6.2. Cotas teóricas. Modelo del <i>see-saw</i> inverso (ISS)	39
5. Conclusiones	40
6. Reglas de Feynman del Modelo Estándar	42

7. Propiedades de las matrices γ^μ y suma sobre estados de espín en la amplitud cuadrática	44
7.1. Suma sobre estados de espín en $ \mathfrak{M} ^2$	45
8. Amplitud izquierda F_L	47
Bibliografía	49

Lista de figuras

2.1. Rango de valores favorecidos de δ de acuerdo con el experimento T2K.	18
3.1. Reglas de Feynman.	20
3.2. Proceso general $h \rightarrow l_{\alpha}^{-} l_{\beta}^{+}$	21
3.3. Propagador del neutrino.	21
3.4. Primer diagrama.	22
3.5. Segundo diagrama.	23
3.6. Tercer diagrama.	23
3.7. Cuarto diagrama.	24
3.8. Vértice $h \nu_j \nu_j$	24
4.1. Anchura de decaimiento para $h \rightarrow e^{-} \mu^{+}$	36
4.2. BR para $h \rightarrow e^{-} \mu^{+}$	36
4.3. Anchura de decaimiento para $h \rightarrow e^{-} \tau^{+}$	37
4.4. BR para $h \rightarrow e^{-} \tau^{+}$	37
4.5. Anchura de decaimiento para $h \rightarrow \mu^{-} \tau^{+}$	38
4.6. BR para $h \rightarrow \mu^{-} \tau^{+}$	38
6.1. Propagador para leptones en el ME.	42
6.2. Propagador del W en el ME.	42
6.3. Vértice $h l \bar{l}$	42
6.4. Vértice $h W^{+} W^{-}$	43

Lista de tablas

1.	Fuerzas fundamentales y sus partículas mediadoras.	XIII
2.	Propiedades de los leptones.	XIV
3.	Propiedades de los quarks.	XIV
4.	Bosones masivos.	XIV
1.1.	Número leptónico.	2
1.2.	Valores de I_3 , Y , Q para los fermiones del Modelo Estándar.	2
2.1.	Parámetros de oscilación de neutrinos masivos.	17

Agradecimientos

Tantas personas han estado presentes en mi camino, no alcanzarían las líneas para expresar mis agradecimientos. Si en estas palabras he olvidado a alguien seguramente fue descuido mío, pero no por ello dejan de tener mi gratitud.

Doy gracias infinitas:

A mi padre Oscar Vázquez Sánchez y a mi madre Guillermina Hernández Aldana. Por su tiempo y sacrificio. A su modo, y a pesar de lo que digan muchos, me hicieron una persona fuerte. Gracias por la vida que me dieron y por respetar las decisiones que he tomado. Este trabajo es para ustedes. Los amo sobremanera.

A ti Karina. Por confiar en mí, contarme tu vida y pedirme consejo. Porque aunque a veces peleamos, sabemos que estamos ahí para brindarnos la mano. Gracias hermana.

A mis abuelos, Pedro y Cruz. Por procurarme con sus consejos y su invaluable apoyo. Son mis segundos padres, y en gran medida me debo a ustedes.

A mis abuelos Beba y Esteban. Aunque frecuentamos poco, siempre hemos recibido su apoyo y cariño. Gracias porque siempre nos han recibido con los brazos abiertos.

A mis tíos paternos por su apoyo. En especial a mis tías Paty, Chamoy, Hilda y Dolores.

A mis tíos Sandra, Dalia, Gabriel y Nelson. Porque a pesar de la enorme distancia que nos separa han confiado en mí y me han brindado su apoyo. De la misma manera, a mis tíos Viki, Nadia y Emilio por todo su cariño.

A todo el *Zapata Park*. Ustedes son mis mejores amigos. Daniel, Pancho, Carlos y Akira. En particular a ti Daniel por ser incondicional, eres el hermano que la vida me permitió elegir; también agradezco con el alma a tus padres que me han adoptado como un hijo.

A ti Adriana. Fuiste un parteaguas en mi vida. Si soy como soy actualmente, en buena medida te lo debo a ti. Gracias por todo tu apoyo Dona. Te quiero.

A todos mis amigos de la universidad. Me desvié un poco del camino que en un principio tenía planeado. Sin embargo no me arrepiento de haberlo hecho, ya que de esa manera los conocí a todos ustedes. Mario y Tishbe, son como mi hermano y hermana respectivamente. Eli, Carlos, Tere, Memo, Daniela, Carina, Vidal, Serch, Saúl, Iván, Anita, Rox, Karina, Migue, Ochi, Alejandro Granados, Eduardo, Marco, Anita Reséndiz, Lili, Amadeo... Y todos con quienes conviví estos casi 6 años en la universidad.

A ti Amsi que me diste la *fuera* que necesitaba en la última etapa de este trabajo. Aunque nunca entendí completamente porqué nuestros caminos se cruzaron, he de decir que conocerte fue una doble bonita coincidencia, así lo recordaré siempre.

Al Dr. Toscano. Por todos los conocimientos que me brindó. Entré a la universidad porque quería aprender mecánica cuántica, tomar clases con usted fue una gran satisfacción, en ellas encontré lo que había buscado y mucho más. No me da pena decir que también agradezco sus regaños, se muy bien que me los merecía, gracias a ellos finalmente entendí que este es un camino por el que sólo se puede avanzar trabajando. Muchas gracias.

Al Dr. Héctor. Por compartir en sus clases y en sus conversaciones la pasión por la física. He encontrado en usted una motivación más para seguir preparándome. Gracias por todo su apoyo, tolerancia y comprensión.

A mi jurado. Por sus preguntas y observaciones, mismas que fueron encaminadas a la mejora de este trabajo.

Al CONACYT por el apoyo monetario otorgado a través del programa *ayudante de investigador SNI III* a través del Dr. Jesús Toscano. Durante el periodo de marzo del 2015 a marzo del 2016 con el trabajo *Neutrinos masivos y violación de sabor leptónico mediado por el bosón de Higgs*.

Resumen

Se introdujo un lagrangiano electrodébil que viola el sabor leptónico a través de mezclas de neutrinos masivos. Como aplicación, se determinó a un lazo el vértice con violación de sabor leptónico $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$ y se calculó la amplitud de probabilidad para dicho evento. Posteriormente se determinaron las condiciones que debe de satisfacer el lagrangiano propuesto para mantener una amplitud finita. Se obtuvieron la anchuras de decaimiento y los *branching ratio* para los procesos $h \rightarrow e\mu$, $h \rightarrow e\tau$, $h \rightarrow \mu\tau$. Finalmente se compararon los resultados de este trabajo con cotas experimentales y con predicciones teóricas encontrando resultados consistentes con dichos límites.

Introducción

El Modelo Estándar de las partículas elementales (ME) [1,2,3] es actualmente la descripción más precisa de la naturaleza en su estado más fundamental llamado partícula. Su éxito yace en que ha logrado reproducir y predecir en su mayoría los resultados experimentales arrojados por la última tecnología en física de altas energías. El ME es una teoría de norma basada en el grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$. Una teoría es de norma si es invariante bajo transformaciones locales gobernadas por el grupo de simetría que rige al sistema físico en cuestión. Particularmente las simetrías del ME describen las interacciones entre las partículas elementales: el *grupo de color* $SU_C(3)$ describe la interacción fuerte mientras que la teoría electrodébil (TED) es descrita por el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ el cual a bajas energías se rompe al grupo electromagnético $U_e(1)$. Dichas interacciones (también llamadas fuerzas) son mediadas por el intercambio de partículas bosónicas asociadas a los campos de norma de los grupos anteriormente mencionados. En la siguiente tabla se presentan las partículas responsables de cada interacción [4]:

Fuerza	Mediador	Espín
Electromagnética	Fotón γ	1
Débil	W^\pm, Z	1
Fuerte	Gluones (8)	1
Gravitacional	Gravitón (propuesto)	2

Tabla 1: Fuerzas fundamentales y sus partículas mediadoras.

El ME no describe a la fuerza gravitacional, la escala de esta fuerza es insignificante con respecto al resto de ellas y hasta la fecha no se ha podido detectar a su partícula mediadora.

La materia conocida está constituida por fermiones que son partículas de espín 1/2. Los fermiones se dividen en quarks y leptones, dicha distinción se debe a que los quarks interactúan fuertemente, no así los leptones; a estas partículas se les denomina *partículas de materia*. En el ME están agrupadas en seis familias, a saber: tres familias de quarks $((u, d), (c, s), (t, b))$ y tres familias de leptones $((\nu_e, e), (\nu_\mu, \mu), (\nu_\tau, \tau))$. Los quarks al poseer carga de color y carga eléctrica interactúan fuerte, débil y electromagnéticamente, los leptones cargados (e, μ, τ) no tienen carga de color por lo que sólo interactúan débil y electromagnéticamente, los neutrinos $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ al ser eléctricamente neutros sólo lo hacen a través de la fuerza débil. En la siguiente tabla se muestran las propiedades de los leptones¹

¹El rango de las masas de los neutrinos es el reportado por el *Particle Data Group* [5] para el decaimiento del

Leptón	Símbolo	Carga eléctrica	Masa [5]
Electrón	e	-1	$m_e = 0.511 \text{ MeV}$
Neutrino electrónico	ν_e	0	$m_{\nu_e} < 2 \text{ eV}$
Muón	μ	-1	$m_\mu = 105.658 \text{ MeV}$
Neutrino muónico	ν_μ	0	$m_{\nu_\mu} < 2 \text{ eV}$
Tau	τ	-1	$m_\tau = 1776.86 \text{ MeV}$
Neutrino tauónico	ν_τ	0	$m_{\nu_\tau} < 2 \text{ MeV}$

Tabla 2: Propiedades de los leptones.

La carga eléctrica de todas las partículas se mide con referencia a la carga del electrón. Existen también seis anti-leptones, que se diferencian de sus respectivos leptones por el signo de la carga. Hay entonces en total 12 leptones. Por otra parte, para los quarks se tiene:

Quark	Símbolo	Carga eléctrica	Masa [5]
Up	u	+2/3	$m_u = 2.3^{+0.7}_{-0.5} \text{ MeV}$
Down	d	-1/3	$m_d = 4.8^{+0.5}_{-0.3} \text{ MeV}$
Charm	c	+2/3	$m_c = 1.275 \pm 0.025 \text{ GeV}$
Strange	s	-1/3	$m_s = 95 \pm 5 \text{ MeV}$
Top	t	+2/3	$m_t = 173.21 \pm 0.51 \text{ GeV}$
Bottom	b	-1/3	$m_b = 4.18 \pm 0.03 \text{ GeV}$

Tabla 3: Propiedades de los quarks.

Los quarks también cuentan con sus respectivas antipartículas. Por otra parte cada quark posee carga de color (*red*, *blue* o *green*) asociada a la interacción fuerte.

Las partículas responsables de la interacción débil son los bosones de norma masivos W^\pm y Z mientras que la interacción electromagnética se da a través del fotón γ el cual es un campo vectorial de masa nula. Las interacciones mediadas por los bosones de norma cargados W^\pm se conocen como *corrientes cargadas*, por otro lado las interacciones mediadas por el Z y el γ se denominan *corrientes neutras*. A pesar de que en la naturaleza existen bosones de norma masivos, en el ME, la presencia directa de términos de masa no es compatible con la estructura de los grupos de los cuales subyacen estas partículas. Para dotar de masa a los bosones de la TED se hace uso del mecanismo de Higgs [6]. Dicho mecanismo deja como remanente un campo físico escalar. En la literatura, a la partícula asociada a este campo se le conoce como bosón de Higgs; dentro del ME esta partícula se acopla con fermiones de la misma familia. A su vez, estas interacciones no cambian la carga de los fermiones por lo que constituyen corrientes neutras.

Bosón	Masa [5]
W^\pm	$m_W = 80.385 \text{ GeV}$
Z	$m_Z = 91.187 \text{ GeV}$
Higgs (h)	$m_h = 125.09 \text{ GeV}$

Tabla 4: Bosones masivos.

Dentro del ME el agrupamiento de las partículas en familias está motivado por las interacciones entre leptones cargados y neutrinos a través de las corrientes cargadas [7,8,9]. La fuerza débil distingue estados de helicidad. Se agrupa a los estados de helicidad izquierda en dobletes

Tritium (Hidrógeno-3).

y a los estados de helicidad derecha en singletes bajo del grupo $SU_L(2)$. Por ejemplo, para la primer familia tenemos el doblete izquierdo $(\nu_e, e)_L^T$ y el singlete derecho e_R . En la literatura se suele usar la palabra *sabor* para distinguir a las familias de partículas y para caracterizar sus interacciones. A cada sabor se le asigna un número cuántico \hat{L}_α conocido como *número de sabor leptónico* o simplemente *número leptónico*. Dos miembros de una misma familia comparten el mismo número leptónico. Las corrientes cargadas en el ME, las cuales acoplan a leptones con el bosón W^\pm , conectan exclusivamente a neutrinos y leptones de la misma familia de manera que cada corriente cargada que involucra a una familia dada conserva el número leptónico. Se dice que una corriente cargada o neutra viola el sabor si el respectivo bosón de norma (o el Higgs) se acopla a fermiones que vienen de distintas familias. Aunque en el sector de quarks sí hay cambio de sabor mediado por corrientes cargadas a nivel árbol, es una predicción del ME que no exista violación de sabor leptónico (VSL) en corrientes cargadas ni neutras en cualquier orden de la serie perturbativa, por lo que, en la TED se tiene una ley de conservación que prohíbe eventos como: $l_\alpha \rightarrow l_\beta l_\rho \bar{l}_\rho$, $l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$, $h \rightarrow l_\alpha \bar{l}_\beta$. Si bien en el ME el número leptónico es una cantidad conservada, muchas de las extensiones de esta descripción violan dicha invariancia. En particular el fenómeno de oscilación de neutrinos implica que el número leptónico no se conserva.

Desde la primer formulación de la teoría de las interacciones débiles propuesta por Enrico Fermi debido a la poca capacidad tecnológica para detectar la masa de los neutrinos quedó abierta la posibilidad de que éstos tuvieran masa, aunque ligera. El ME se construyó bajo la suposición de que los neutrinos son partículas sin masa. A finales de la década de 1950 Bruno Pontecorvo introdujo [10], por primera vez, el concepto de oscilación de neutrinos, el cual es un fenómeno físico que consiste en que un neutrino con algún sabor definido, que es producido en alguna fuente, tiene asociada un amplitud de probabilidad, distinta de cero, de ser medido por un detector como un neutrino de otro sabor, tras viajar a través de cierta distancia. La posibilidad de que un neutrino de algún sabor definido pueda cambiar de sabor se debe a las mezclas entre los diferentes eigenestados de masa de neutrinos. Fue en 1998 cuando el equipo del detector SuperKamiokande en Japón anunció la primer evidencia experimental de oscilación de neutrinos solares [11]. Lo anterior tiene un gran número de consecuencias fundamentales en la descripción de la naturaleza. Se pone de manifiesto que el ME debe de ser reformulado o extendido de manera que se dote de masa a los neutrinos y donde se considere la oscilación de sabor. Una de las principales implicaciones de esto, y del hecho de que los neutrinos sean eléctricamente neutros, es que estas partículas pueden ser descritas mediante campos fermiónicos de Dirac o de Majorana. La diferencia esencial entre estas dos opciones radica en el número de grados de libertad que caracteriza a uno u otro caso: mientras que un neutrino de Dirac masivo requiere de cuatro grados de libertad, un neutrino de Majorana masivo sólo requiere de dos. En el caso de los neutrinos de Majorana la partícula coincide con su antipartícula, lo que se expresa, matemáticamente, a través de la condición de Majorana $\nu^C = \nu$, donde ν^C es el campo de carga conjugada que corresponde al campo fermiónico ν . Para los neutrinos de Dirac se tiene esencialmente que la partícula y su antipartícula son distintas, es decir $\nu^C \neq \nu$.

Extendiendo un poco al ME se puede dotar de masa a los neutrinos vía el mecanismo de Higgs. Sin embargo esto requiere de las componentes derechas (ya sea de Dirac o de Majorana) para formar términos de masa. Existen versiones del ME extendido donde se introducen a mano neutrinos derechos que no participan en las interacciones electrodébiles [12, 13]. Por otra parte existen investigaciones centradas en el estudio de la VSL a través del decaimiento de la partícula de Higgs en pares de leptones cargados de diferentes sabores. En particular, los efectos de neutrinos masivos sobre este proceso han sido analizados en el contexto del ME dotado de neutrinos derechos [14] y de la versión mínima del Modelo Estándar Supersimétrico con neutrinos derechos [15].

En el presente trabajo, se abordó la VSL a nivel de un lazo mediada por el decaimiento de un Higgs a dos leptones de familias distintas. Para ello se propuso un lagrangiano de corrientes

cargadas que involucra mezcla de neutrinos masivos de manera semejante a lo que ocurre en el caso de mezcla de sabores en el sector de quarks.

La estructura de la tesis es la siguiente: en el primer capítulo se hace una breve descripción de la teoría electrodébil del ME, se presta especial énfasis en los sectores de Higgs, de Yukawa y el de corrientes cargadas. En el capítulo 2 se presentan de manera breve extensiones mínimas del ME con la inclusión de tres neutrinos derechos tanto de Dirac como de Majorana y se ilustra el mecanismo de *see-saw* [13]; se aborda además la oscilación de neutrinos a través de la matriz PMNS [16] y su repercusión en las interacciones con corrientes cargadas. En el capítulo 3 se presenta el lagrangiano con mezcla de neutrinos propuesto y sus respectivas reglas de Feynman. Posteriormente implementando dicho lagrangiano se analiza el vértice $h l_{\alpha} l_{\beta}$ encontrando cuatro diagramas contribuyentes. Dentro de este mismo capítulo se presenta la fórmula de anchura de decaimiento de un escalar a dos fermiones y, de acuerdo con las cotas experimentales sobre la anchura de decaimiento total del Higgs Γ_h [17,18] se calcula la fórmula del *branching ratio* (BR) para esta tesis. En el capítulo 4 se hace un estudio minucioso sobre la amplitud de probabilidad en orden de garantizar un cálculo finito, se analizan condiciones de consistencia sobre la misma para finalmente calcular la anchura de decaimiento y los BR para los procesos $h \rightarrow e\mu$, $h \rightarrow e\tau$ y $h \rightarrow \mu\tau$ en el marco de la mezcla de neutrinos ligeros vía la matriz PMNS; se comparan los resultados obtenidos dentro de este modelo con cotas experimentales y con resultados teóricos encontrados en el modelo de *see-saw* inverso que puede ser consultado en la siguiente referencia [19]. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones.

Capítulo 1

El sector electrodébil

El ME de las interacciones electrodébiles es una teoría de norma basada en el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$. La fuerza débil distingue estados helicidad, es decir, los bosones electrodébiles se acoplan a los fermiones con diferente intensidad dependiendo de su estado quiral. En virtud de lo anterior, para describir la fenomenología correcta, las partículas de materia se agrupan en dobletes izquierdos y singletes derechos de $SU_L(2)$, a saber, usando una notación más compacta para los leptones:

$$L_i \equiv \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L ; e_{i_R} , \quad i = 1, 2, 3 , \quad (1.1)$$

donde i es un índice de sabor ¹. Para los quarks ²

$$Q_i \equiv \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L ; u_{i_R} , d_{i_R} , \quad i = 1, 2, 3 . \quad (1.2)$$

Cada campo es un campo espinorial multiplicado por el proyector izquierdo $P_L = \frac{1}{2}(\mathbb{I} - \gamma_5)$ en el caso de los dobletes y por el proyector derecho $P_R = \frac{1}{2}(\mathbb{I} + \gamma_5)$ para los singletes. Por ejemplo $e_L = P_L e$. Como se apreciará en las siguientes secciones, el lagrangiano del ME es invariante bajo las transformaciones globales de $U(1)$:

$$\begin{aligned} \nu'_{i_L} &= e^{i\varphi_i} \nu_{i_L} , \\ e'_{i_L} &= e^{i\varphi_i} e_{i_L} , \\ e'_{i_R} &= e^{i\varphi_i} e_{i_R} . \end{aligned} \quad (1.3)$$

En consecuencia, de acuerdo con el teorema de Noether debe existir una cantidad conservada. Ésta última es el número de sabor leptónico \hat{L}_i . En la tabla (1.1) se muestra la asignación de estos números cuánticos [12]:

¹ $e_1 \equiv e, e_2 \equiv \mu, e_3 \equiv \tau, \nu_1 \equiv \nu_e, \nu_2 \equiv \nu_\mu, \nu_3 \equiv \nu_\tau$
² $u_1 \equiv u, u_2 \equiv c, u_3 \equiv t, d_1 \equiv d, d_2 \equiv s, d_3 \equiv b$

	\hat{L}_e	\hat{L}_μ	\hat{L}_τ		\hat{L}_e	\hat{L}_μ	\hat{L}_τ
(ν_e, e^-)	+1	0	0	$(\bar{\nu}_e, e^+)$	-1	0	0
(ν_μ, μ^-)	0	+1	0	$(\bar{\nu}_\mu, \mu^+)$	0	-1	0
(ν_τ, τ^-)	0	0	+1	$(\bar{\nu}_\tau, \tau^+)$	0	0	-1

Tabla 1.1: Número leptónico.

La conexión entre los generadores del grupo $SU_L \times U_Y(1)$ y el generador del grupo electromagnético $U_e(1)$ se traduce en la relación de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.4)$$

donde Y es el operador de hipercarga de los fermiones, $T^3 = \frac{\sigma^3}{2}$ con σ^3 la tercer matriz de Pauli y Q el operador de carga eléctrica. En la tabla (1.2) se muestran los eigenvalores de cada uno de estos generadores sobre los estados derechos e izquierdos fermiónicos [12]:

	T_3	Y	Q
$(\nu_{iL}, e_{iL})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	-1	$(0, -1)^T$
e_{iR}	0	-2	-1
$(u_{iL}, d_{iL})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	1/3	$(2/3, -1/3)^T$
u_{iR}	0	4/3	2/3
d_{iR}	0	-2/3	-1/3

 Tabla 1.2: Valores de I_3, Y, Q para los fermiones del Modelo Estándar.

Es bien sabido que los bosones W^\pm y Z , responsables de la interacción débil, son masivos. Sin embargo, la introducción directa de términos cuadráticos de estos campos (incluyendo a los campos fermiónicos) en el lagrangiano viola explícitamente la simetría de norma por lo que no es posible dotar de masa a estos campos de manera directa. Para resolver la situación anterior se hace uso del ya antes mencionado mecanismo de Higgs el cual será abordado en la sección 1.1.

El lagrangiano de la TED se divide en dos partes, una parte contiene la física de los campos bosónicos (W^\pm, Z, γ, h) y la otra que son acoplamientos de bosones con fermiones:

$$\mathcal{L}_{\text{TED}} = \mathcal{L}^{\text{F}} + \mathcal{L}^{\text{B}}. \quad (1.5)$$

La parte bosónica se subdivide en dos sectores, el sector de Yang-Mills y el sector de Higgs:

$$\mathcal{L}^{\text{B}} = \mathcal{L}^{\text{YM}} + \mathcal{L}^{\text{H}}. \quad (1.6)$$

Por otro lado, el sector bosónico-fermiónico se subdivide en los sectores de corrientes y el sector de Yukawa:

$$\mathcal{L}^{\text{F}} = \mathcal{L}^{\text{C}} + \mathcal{L}^{\text{Y}}. \quad (1.7)$$

El sector de Yukawa está constituido por acoplamientos entre el bosón de Higgs y los campos

fermiónicos con lo que se les puede dotar de masa a los segundos, después del rompimiento de la simetría.

En las secciones siguientes se describe brevemente cada uno de los sectores de la TED.

1.1. El sector de Higgs

El lagrangiano de este sector es dado por:

$$\mathcal{L}^H = \frac{1}{2} (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.8)$$

donde

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.9)$$

es la derivada covariante asociada al grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ en la representación fundamental de $SU_L(2)$. σ^a son las matrices de Pauli, W_μ^a son los campos de norma de $SU_L(2)$ y g la constante de acoplamiento de dicho grupo. Por otro lado $\frac{Y}{2}$ es el generador del grupo de hipercarga, B_μ es el campo de norma asociado y g' la constante de acoplamiento. $V(\Phi)$ es el potencial de Higgs dado por:

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.10)$$

con

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

siendo el doblete de Higgs con valor de hipercarga $Y = +1$. Los φ_i son campos escalares reales, λ es una constante adimensional positiva. Se analiza la teoría en torno al valor mínimo de $V(\Phi)$ es decir en el valor de mínima energía, también llamado *vacío*. Se presentan dos escenarios: el primero cuando $\mu^2 > 0$, en cuyo caso esta constante representa la masa del doblete. Por otro lado, de manera no trivial, cuando $\mu^2 < 0$ la condición de mínimo se traduce en un estado de vacío infinitamente degenerado correspondiente a una hiperesfera de mínimo potencial:

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = \frac{v^2}{2}, \quad v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}. \quad (1.12)$$

Todos los puntos de esta esfera son físicamente equivalentes, pues están conectados por transformaciones de norma: $\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi e^{-i\frac{\sigma^a}{2}\theta^a(x) - i\frac{1}{2}\eta(x)}$. Para romper espontáneamente el grupo electrodébil al grupo electromagnético uno elige un valor de Φ_0 que sea invariante bajo el grupo $U_e(1)$, es decir dado $U \in U_e(1)$ entonces $U \Phi_0 = \Phi_0$ lo cual es equivalente a que $Q \Phi_0 = 0$. En otras palabras, Q aniquila al vacío. Se dice que el resto de generadores han sido rotos. Las transformaciones asociadas a los generadores rotos no dejan invariante al vacío lo que muestra que el estado de mínima energía no tiene totalmente la simetría del grupo electrodébil, sino que sólo contiene la simetría asociada al grupo electromagnético el cual puede verse como un subgrupo de la TED. Efectuar el rompimiento espontáneo no significa destruir la simetría de norma, ya que puede ser reinterpretado como esconder la simetría en los generadores que no generan subgrupos (los generadores rotos) y los generadores que sí generan grupos (los que satisfacen la condición (1.4)). Comúnmente se escoge el doblete asociado al valor de expectación del vacío

$$\langle \Phi_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Si la teoría es global (los parámetros θ^a y η de la transformación no dependen del espacio tiempo) como remanente aparecen 3 bosones también llamados *bosones de Goldstone*. Por otro lado, cuando la teoría es local el hecho de haber elegido una dirección particular en el espacio-tiempo hace que tres combinaciones lineales de los campos de norma asociados a los generadores rotos aparezcan cuadráticamente con coeficientes constantes, es decir, dichos términos adquieren masa. Por cada uno de ellos aparece un bosón de Goldstone que puede ser removido mediante la conocida *norma unitaria*. En la literatura a estos campos se les conoce como *seudo bosones de Goldstone* y estos son absorbidos dotando de masa a los bosones W^\pm y Z . En virtud de que $Q\Phi_0 = 0$, no aparecen términos de masa de los campos de norma asociados al operador de carga Q , es decir, cierta combinación lineal de campos de norma del grupo electrodébil tiene masa igual a cero lo cual es consistente con el hecho de que el grupo $U_e(1)$ contiene un bosón no masivo, a saber, el fotón γ .

El rompimiento espontáneo de la simetría aparece como consecuencia de la elección del valor de Φ_0 antes mencionado, aunque es importante recalcar que la simetría no está siendo destruida. Se analiza la teoría alrededor de dicho punto, haciendo la traslación

$$\Phi \rightarrow \Phi + \Phi_0 = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+h+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

con G_W^+ y G_Z los pseudo bosones de Goldstone asociados al los bosones W^\pm , Z . En la norma unitaria estos campos toman el valor de $G_W^+ = G_Z = 0$. Sustituyendo (1.14) en la expresión del potencial se encuentra que no aparecen términos cuadráticos de los pseudo bosones por lo que son de masa nula. Por otra parte, al sustituir (1.14) en \mathcal{L}^H se encuentra el subsector:

$$\mathcal{L}_h = \frac{1}{2} (\partial_\mu h) (\partial^\mu h) - \lambda v^2 h^2 \quad (1.15)$$

donde se concluye que el campo h es un campo físico de masa $m_h = \sqrt{2}\lambda v$, cuya partícula asociada es el bosón de Higgs.

1.1.1. Masa de los bosones de norma

Las masas de los bosones de norma surgen de la parte cinética del sector de Higgs, a saber de

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \quad , \quad \Phi \rightarrow \Phi + \Phi_0 . \quad (1.16)$$

En particular

$$(D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi_0) = \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v^2}{8} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

donde $W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$. Se encuentra que la masa de los W 's es $m_W = \frac{gv}{2}$. Defínase: $\tan \theta_W \equiv \frac{g'}{g}$, $s_W \equiv \sin \theta_W$ y $c_W \equiv \cos \theta_W$; para pasar a eigenestados de masa se procede a diagonalizar a la matriz presente en (1.17). Se encuentra que la matriz de rotación es

$$S = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} . \quad (1.18)$$

Luego sea

$$\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Sustituyendo (1.19) en (1.17) se encuentra que

$$(D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi_0) = m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \quad (1.20)$$

donde la masa del Z es $m_Z = m_W/c_W$. El campo $A_\mu = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu$ tiene masa cero, siendo éste el campo vectorial asociado al fotón γ .

1.2. El sector de Yang-Mills

Se introduce un sector que manifiesta la estructura no abeliana del grupo electrodébil. No es posible construir invariantes usando directamente los campos de norma, sino sólo por medio de los tensores de campo de los grupos $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$:

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig[W_\mu, W_\nu], \quad (1.21)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.22)$$

respectivamente, donde $W_\mu = \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a$. En términos de los campos W_μ^a la relación (1.21) toma la forma:

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad (1.23)$$

el cual es conocido como tensor de curvatura de Yang-Mills. Bajo el grupo electrodébil los tensores de campo se transforman de forma covariante:

$$W'_{\mu\nu} = U W_{\mu\nu} U^\dagger, \quad U \in SU_L(2), \quad (1.24)$$

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu}. \quad (1.25)$$

Con estos objetos se construye el sector de Yang-Mills, el cual es invariante de Lorentz y de norma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{YM}} &= -\frac{1}{2} \text{Tr} [W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

donde los generadores se han normalizado como $\text{Tr}(T^a T^b) = \frac{\delta^{ab}}{2}$. En términos de los eigenestados de masa definidos en la sección anterior el lagrangiano de Yang-Mills toma la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{YM}} &= -\frac{1}{2} \hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &\quad - igc_W Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} - ie F_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} \\ &\quad + \frac{g^2}{4} (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{+\mu} W^{-\nu}), \end{aligned} \quad (1.27)$$

donde

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = D_\mu^e W_\nu^+ - D_\nu^e W_\mu^+ + igc_W (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu), \quad (1.28)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (1.29)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu , \quad (1.30)$$

con

$$D_\mu^e = \partial_\mu - ieA_\mu \quad , \quad e \equiv gs_W , \quad (1.31)$$

la derivada covariante del grupo $U_e(1)$.

1.3. El sector de Yukawa

Tiene como propósito generar las masas de los quarks y los leptones cargados. Se divide naturalmente en los sectores de leptones y quarks:

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_l^Y + \mathcal{L}_q^Y . \quad (1.32)$$

1.3.1. Sector leptónico

Como se mencionó al inicio del capítulo, las familias de leptones se agrupan en tres dobletes izquierdos y tres singletes derechos de $SU_L(2)$ (1.1). No se introducen neutrinos derechos ya que el ME asume que la masa de los neutrinos es idénticamente cero. La estructura renormalizable de \mathcal{L}_l^Y es:

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}_i^l \Phi e'_{jR} + \text{h.c.} \quad (1.33)$$

donde Y^l es una matriz 3×3 compleja adimensional completamente general, cuyas entradas Y_{ij}^l son también llamadas las *constantes de Yukawa*.

Después del rompimiento espontáneo de la simetría trabajando en la norma unitaria:

$$\mathcal{L}_l^Y = -\frac{Y_{ij}^l}{\sqrt{2}}(v+h)\bar{e}'_{iL} e'_{jR} + \text{h.c.} \quad (1.34)$$

Defínase

$$M^l \equiv Y^l \frac{v}{\sqrt{2}} \quad , \quad E'_{L,R} = \begin{pmatrix} e'_{L,R} \\ \mu'_{L,R} \\ \tau'_{L,R} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

donde $E'_{L,R}$ es un vector en el espacio de sabor. Con esto en cuenta el lagrangiano toma la forma:

$$\mathcal{L}_l^Y = -\bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{h}{v} \bar{E}'_L M^l E'_R + \text{h.c.} \quad (1.36)$$

Existe un teorema del álgebra lineal que nos dice que dada M una matriz compleja $m \times n$, entonces UMV es real y diagonal si U de $m \times m$ y V de $n \times n$ son matrices unitarias cualesquiera. Entonces, sean las siguientes transformaciones unitarias en el espacio de sabor

$$\begin{aligned} E'_L &= V_L^l E_L \\ E'_R &= V_R^l E_R \end{aligned} \quad , \quad (V_{L,R}^l)^\dagger = (V_{L,R}^l)^{-1} . \quad (1.37)$$

Note que

$$\bar{E}'_L = E_L^{\prime\dagger} \gamma^0 = \bar{E}_L V_L^{l\dagger} \quad (1.38)$$

con lo que

$$\mathcal{L}_l^Y = -\left(1 + \frac{h}{v}\right) \bar{E}_L \bar{M}^l E_R + \text{h.c.} \quad (1.39)$$

donde $\bar{M}^l = V_L^{l\dagger} M^l V_R^l$ es una matriz diagonal, a saber $\bar{M} = \text{Diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$. Por otro lado $(\bar{E}_L \bar{M}^l E_R)^\dagger = \bar{E}_R \bar{M}^l E_L$. Ocupando las propiedades de los proyectores se llega a que el sector de Yukawa leptónico toma la forma:

$$\mathcal{L}_l^Y = - \left(1 + \frac{g}{2m_W} h \right) \bar{E} \bar{M}^l E \quad , \quad E = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} , \quad (1.40)$$

con lo que se concluye que las entradas de la diagonal de \bar{M} son las masas de los leptones.

En este sector no existe VSL, ya que de acuerdo con (1.40) el bosón de Higgs no se acopla a leptones de diferente familia. Por otra parte, el bosón de Higgs se acopla a leptones de la misma familia proporcionalmente a la masa de éstos.

1.3.2. Sector de quarks

Es necesario introducir el siguiente campo covariante bajo $SU_L(2)$:

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v+h-igG_Z}{\sqrt{2}} \\ -G_W^- \end{pmatrix} . \quad (1.41)$$

El lagrangiano de este sector está dado por

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^d \bar{Q}'_i \Phi d'_{jR} - Y_{ij}^u \bar{Q}'_i \tilde{\Phi} u'_{jR} + \text{h.c.} \quad (1.42)$$

En la norma unitaria

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y &= -Y_{ij}^d \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \bar{d}'_{jL} d'_{jR} - Y_{ij}^u \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \bar{u}'_{jL} u'_{jR} + \text{h.c.} \\ &= -\bar{D}'_L M^d D'_R - \bar{U}'_L M^u U'_R - \frac{h}{v} (\bar{D}'_L M^d D'_R + \bar{U}'_L M^u U'_R) + \text{h.c.} , \end{aligned} \quad (1.43)$$

donde

$$D = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} , \quad U = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} , \quad M^{u,d} = Y^{u,d} \frac{v}{\sqrt{2}} . \quad (1.44)$$

Sean las transformaciones unitarias

$$\begin{aligned} D'_L &= V_L^d D_L & D'_R &= V_R^d D_R \\ U'_L &= V_L^u U_L & U'_R &= V_R^u U_R \end{aligned} . \quad (1.45)$$

Luego, como en el caso de leptones se obtiene:

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{g}{2m_W} h \right) (\bar{D} \bar{M}^d D + \bar{U} \bar{M}^u U) , \quad (1.46)$$

donde las matrices $\bar{M}^d = \text{Diag}(m_d, m_s, m_b)$ y $\bar{M}^u = \text{Diag}(m_u, m_c, m_t)$ contienen las masas de los quarks. Nuevamente no existe cambio de sabor en este escenario.

1.4. El sector de corrientes

Este sector representa la interacción entre los bosones de norma y los fermiones quirales a nivel árbol. A estas interacciones se les da el nombre de corrientes cargadas (acoplamientos con los W^\pm) y neutras (acoplamientos con el Z y γ). La construcción de este sector surge de manera natural al sustituir la derivada ordinaria por la derivada covariante asociada al grupo electrodébil en la parte cinética de los campos fermiónicos. Nuevamente, en el contexto del ME este sector conserva el sabor leptónico, es decir, no puede haber términos cinéticos que relacionen leptones de distintas familias por lo que no pueden aparecer términos de la forma $f_i \not{D} f_j$ cuando $i \neq j$. Similarmente al sector de Yukawa, el sector de corrientes se puede escribir como

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_l^C + \mathcal{L}_q^C, \quad (1.47)$$

donde \mathcal{L}_l^C y \mathcal{L}_q^C representan el sector de corrientes de leptones y de quarks respectivamente. Se procede a escribir el lagrangiano en términos de eigenestados de norma. Se adopta la misma nomenclatura que en sector de Yukawa donde éstos campos se priman mientras que los campos eigenestados de masa se obtienen a través de las transformaciones unitarias (1.37) y (1.45).

1.4.1. Sector leptónico

Las corrientes en el sector leptónico surgen del siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{L}'_i \not{D} L'_i + i\bar{e}'_{iR} \not{D} e'_{iR}. \quad (1.48)$$

En términos del espacio de sabor y de campos eigenestados de masa para W_μ^i, B_μ , el lagrangiano toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^C = & i\bar{N}'_L \not{\partial} N'_L + i\bar{E}' \not{\partial} E' + \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{N}'_L \gamma^\mu E'_L + \text{h.c.}] - eA_\mu \bar{E}' \gamma^\mu E' \\ & + \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{N}'_L \gamma^\mu N'_L + \bar{E}' \gamma^\mu (-c_{2W} P_L + 2s_w^2 P_R) E'] \end{aligned} \quad (1.49)$$

donde $N_L^{\prime T} = (\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)_L$. De la ecuación anterior se tiene por un lado a las corrientes cargadas leptónicas:

$$\mathcal{L}_l^{Cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{N}'_L \gamma^\mu E'_L + \text{h.c.}], \quad (1.50)$$

y por otro a las corrientes neutras:

$$\mathcal{L}_l^0 = -eA_\mu \bar{E}' \gamma^\mu E' + \frac{g}{2c_w} Z_\mu [\bar{N}'_L \gamma^\mu N'_L + \bar{E}' \gamma^\mu (-c_{2w} P_L + 2s_w^2 P_R) E']. \quad (1.51)$$

Para conservar la estructura canónica de la teoría se procede a hacer la transformación a eigenestados de masa dada por (1.37). Sin embargo la transformación para N'_L no está definida por el sector de Yukawa así que se está en la libertad de elegirla. Se toma la misma matriz unitaria que se usó con E'_L , es decir

$$N'_L = V_L^l N_L. \quad (1.52)$$

Sustituyendo la transformación se encuentra que no aparece ninguna entrada de matriz de las transformaciones unitarias además de que se acoplan miembros de la misma familia:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^C = & i\bar{N}_L \not{\partial} N_L + i\bar{E} \not{\partial} E + \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{N}_L \gamma^\mu E_L + \text{h.c.}] - eA_\mu \bar{E} \gamma^\mu E \\ & + \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{N}_L \gamma^\mu N_L + \bar{E} \gamma^\mu (-c_{2W} P_L + 2s_W^2 P_R) E] . \end{aligned} \quad (1.53)$$

No existe VSL en este marco. Es fácil ver que (1.49) y (1.53) mantienen la misma forma, es decir, (1.53) se obtiene de (1.49) cambiando términos primados a no primados. Como se verá más adelante, la covariancia de estados de norma y estados de masa (es decir, aquellas expresiones que lucen igual en términos de campos de norma y de masa) sólo se mantiene para corrientes neutras. Este fenómeno se conoce como *mecanismo de GIM*. Es imperioso recalcar que en este sector no hubo VSL debido a que para los neutrinos izquierdos se escogió la misma matriz de transformación ocupada para los leptones cargados con el fin de preservar la estructura canónica. Sin embargo, éste es un marco muy restrictivo en el cual se asume que no existe mezcla de estados mediada por corrientes cargadas; en la siguiente subsección se muestra que en los quarks el cambio de sabor es un fenómeno natural, prescripción que motiva a tratar de introducir el fenómeno de mezcla de neutrinos vía corrientes cargadas.

1.4.2. Sector de quarks

Las corrientes del sector de quarks surgen del siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_A \not{\partial} Q'_A + i\bar{u}'_{AR} \not{\partial} u'_{AR} + i\bar{d}'_{AR} \not{\partial} d'_{AR} , \quad (1.54)$$

donde es conveniente, como en el caso de las corrientes leptónicas, mapear a la derivada D_μ en términos de campos eigenestados de masa para W_μ^i, B_μ . Después de ese mapeo encontraremos un término correspondiente a las corrientes cargadas, semejante al encontrado para las corrientes cargadas leptónicas. En el espacio de sabor dicho subsector toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_q^{Cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L + \text{h.c.} \quad (1.55)$$

De acuerdo con el sector de Yukawa, pasando a eigenestados de masa mediante el mapeo unitario (1.45):

$$\mathcal{L}_q^{Cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{U}_L V_L^{u\dagger} V_L^d \gamma^\mu D_L + \text{h.c.} \quad (1.56)$$

Sin embargo, dado que V_L^u y V_L^d son matrices complejas distintas, en general su producto no es una matriz diagonal como en el sector de Yukawa, lo cual indica que existe mezcla de estados de masa de diferente sabor a nivel árbol. Se concluye que las corrientes cargadas no preservan el sabor de quarks. A la matriz $K^\dagger \equiv V_L^{u\dagger} V_L^d$ se le conoce como la matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [20,21]. Su tratamiento es de suma importancia tanto para este sector como para una ampliación del ME donde se aborde la mezcla de neutrinos obteniendo un resultado análogo. La matriz CKM se puede parametrizar con 3 ángulos de mezcla y una fase física de la siguiente manera:

$$K = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} , \quad (1.57)$$

donde $c_{ab} = \cos \theta_{ab}$, $s_{ab} = \sin \theta_{ab}$. Las magnitudes de las entradas de la matriz K reportadas por el Particle Data Group (PDG) [5] son:

$$K = \begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00014 & 0.22536 \pm 0.00061 & 0.00355 \pm 0.00015 \\ 0.22522 \pm 0.00061 & 0.97343 \pm 0.00015 & 0.0414 \pm 0.00012 \\ 0.00886^{+0.00033}_{-0.00032} & 0.0405^{+0.0011}_{-0.0012} & 0.99914 \pm 0.00005 \end{pmatrix}. \quad (1.58)$$

Capítulo 2

Física de los neutrinos más allá del Modelo Estándar

La información presentada en este capítulo fue obtenida de las siguientes referencias: la reseña sobre las evidencias de la masa de neutrinos, sección 2.1, fue consultada en [22]. Por otra parte la teoría de neutrinos masivos de Dirac y Majorana, secciones 2.2.1 y 2.2.2, se encuentra en el libro [12]. Finalmente, la discusión sobre el mecanismo del *see-saw*, sección 2.3, se extrajo del artículo [13].

Desde el siglo pasado la física de neutrinos ha sido uno de los temas con más relevancia en el universo de las partículas elementales hacia el entendimiento de la naturaleza en su estado fundamental. Su existencia fue propuesta por Wolfgang Pauli a finales de 1930. En 1932, Chadwick descubrió una partícula neutra, sin embargo era demasiado pesada para corresponder a la partícula predicha por Pauli. Esta partícula es la que en la actualidad conocemos como neutrón. Poco después, Enrico Fermi renombró al *neutrón* propuesto por Pauli llamándolo *neutrino* (neutrón pequeño) y lo incluyó en lo que fue el primer modelo de las interacciones débiles (1934). Fue hasta 1956 cuando Clyde Cowan y Fred Reines detectaron por primera vez antineutrinos emitidos por un reactor nuclear. Dos años después Maurice Goldhaber, Lee Grodniz y Andrew Sunyar midieron la helicidad de los neutrinos encontrando que estos son siempre izquierdos [23] lo que sugirió que dichas partículas carecen de masa.

2.1. Evidencias de masas de neutrinos

Como se mencionó en la introducción la *oscilación de neutrinos* es un fenómeno físico que permite concluir que los neutrinos son partículas masivas. La primera evidencia experimental de oscilación de neutrinos fue encontrada en 1998 por el equipo del detector SuperKamiokande en Japón. Su trabajo se centró en detectar neutrinos producidos cuando rayos cósmicos bombardeaban núcleos de oxígeno o nitrógeno en la atmósfera. Esos *neutrinos atmosféricos* son en su mayoría neutrinos muónicos e interactúan débilmente con la materia. El detector SuperKamiokande, llenado con 50000 toneladas de agua está localizado en la mina de Kamioka en Japón. Es tan larga que puede detectar neutrinos atmosféricos. Los neutrinos incidentes interactúan con núcleos atómicos en el agua y producen electrones, muones o leptones tau que viajan más rápido que la luz en este medio produciendo una onda luminosa llamada radiación Cherenkov. Esta radiación puede ser detectada en tubos fotomultiplicadores sensitivos que rodean el tanque de

agua y de esas señales se pueden determinar las direcciones desde las cuales llegan los neutrinos. Dado que la Tierra es esencialmente transparente para estas partículas, aquellos producidos en la atmósfera en el lado opuesto de la Tierra pueden llegar al detector sin ningún problema. El equipo descubrió que alrededor de la mitad de los neutrinos atmosféricos del otro lado de la Tierra habían “desaparecido”, mientras que los provenientes de arriba no. Aún más, si los neutrinos se convierten en *algo más* por su propia cuenta, concluimos que deben estar viajando más lento que la velocidad de la luz y entonces deben de tener masa. El SuperKamiokande también era utilizado para monitorear neutrinos solares. Las reacciones de fusión que toman lugar en el Sol solamente producen neutrinos electrónicos, pero esos subsecuentemente pueden oscilar en ambos, neutrinos muónicos o neutrinos tauónicos. Aunque el experimento estaba diseñado para detectar neutrinos solares, no estaba diseñado para distinguir diferencias entre los diferentes tipos de neutrinos. En contraste, el observatorio SNO en Canadá podía detectar neutrinos electrónicos, sin embargo se detectaron pocos de ellos. Combinando la información del SuperKamiokande y sus propios experimentos, el equipo del SNO determinó cuántos neutrinos muónicos o tauónicos incidían en el detector japonés. Los resultados del SNO también proporcionaron evidencia de la masa de neutrinos y confirmaron que el número total de neutrinos provenientes del Sol corresponde a los cálculos teóricos.

Una vez sabido que los neutrinos son partículas masivas es preciso determinar si éstos son partículas de Dirac o de Majorana. En las secciones siguientes, para ambos casos, se hará una breve descripción teórica de modelos ampliados del ME en donde se dota de masa a estas partículas via el mecanismo de Higgs.

2.2. Términos de masa, Dirac vs. Majorana

2.2.1. Neutrinos de Dirac

Como se sabe, en el ME se prescinde de la existencia de neutrinos derechos, lo cual se traduce en la ausencia de términos de masa para estos campos. En una extensión del ME, se han de incluir las componentes derechas de los neutrinos. Sin embargo dado que estos no participan en ninguna de las interacciones son denominados *neutrinos estériles*, por lo que son singletes de $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Como consecuencia no existe restricción sobre el número de componentes derechas que se pueden introducir en este modelo ampliado. Por simplicidad se trabaja en la versión mínima donde se introducen solamente 3 componentes derechas. Lo anterior permite analizar la mezcla de sabores y la parametrización de la matriz PMNS abordada en la sección 2.4.

Partiendo del lagrangiano de Yukawa leptónico (1.33) se introducen las componentes derechas de los neutrinos de manera similar a lo que se hace en el lagrangiano de Yukawa para los quarks (1.42). Se tiene entonces el lagrangiano de Yukawa para neutrinos:

$$\mathcal{L}_\nu^Y = -Y_{ij}^\nu \bar{L}'_i \tilde{\Phi} \nu'_{jR} + \text{h.c.} , \quad (2.1)$$

donde Y_{ij}^ν es la matriz de Yukawa asociada a las masas de los neutrinos y $\tilde{\Phi}$ es el mismo vector que en (1.41). Trabajando en la norma unitaria

$$\mathcal{L}_\nu^Y = -Y_{ij}^\nu \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \bar{\nu}'_{iL} \nu'_{jR} + \text{h.c.} \quad (2.2)$$

Definiendo $M^D = \frac{v Y^\nu}{\sqrt{2}}$ y pasando al espacio de sabor:

$$\mathcal{L}_\nu^Y = -\bar{N}'_L M^D N'_R - \frac{h}{v} \bar{N}'_L M^D N'_R + \text{h.c.} \quad (2.3)$$

Como en el caso de leptones y quarks, se mapean los eigenestados de norma a eigenestados de masa. Tomando las siguientes transformaciones unitarias

$$N'_L = V'_L N_L \quad , \quad N'_R = V'_R N_R \quad , \quad (2.4)$$

se tiene que

$$\mathcal{L}_\nu^Y = -\bar{N}_L \bar{M}^D N_R - \frac{h}{v} \bar{N}_L \bar{M}^D N_R + \text{h.c.} \quad , \quad (2.5)$$

donde $\bar{M}^D = \text{diag}(m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}, m_{\nu_\tau})$. Sumando el hermítico conjugado,

$$\mathcal{L}_\nu^Y = - \left(1 + \frac{g}{2m_W} h \right) \bar{N} \bar{M}^D N \quad . \quad (2.6)$$

En este modelo, justo como en el caso de quarks y leptones cargados, el valor de las masas de los neutrinos es proporcional al valor de expectación del vacío v . Cabe recalcar que el orden de magnitud de las masas de los neutrinos es mucho menor que el del resto de los fermiones, por lo que en este contexto no surge explicación alguna sobre lo pequeño de estos valores.

2.2.2. Neutrinos de Majorana

En el ME, los neutrinos son descritos por espinores izquierdos de Weyl por lo que requieren únicamente de dos componentes para su completa descripción. Para el caso de partículas masivas de Dirac se necesitan tanto de la parte derecha e izquierda de cada espinor para poder generar un término de masa, es decir se necesita de cuatro componentes por cada fermión masivo. Ettore Majorana demostró que no son necesarias cuatro componentes independientes para describir un fermión masivo. De hecho, éstas se reducen a dos si consideramos que ν_{j_L} y ν_{j_R} son dependientes. Motivados por este hecho, dado que en las interacciones quirales sólo participan neutrinos izquierdos, a partir de los campos ν_{j_L} es posible crear una función derecha que se transforme covariantemente bajo transformaciones de Lorentz con el fin de reemplazar a las componentes ν_{j_R} . Sin pérdida de generalidad se puede escoger al campo de carga conjugada a ν_{j_L} , a saber

$$\nu_{j_L}^C = \xi C \overline{\nu_{j_L}}^T \quad , \quad (2.7)$$

donde C es la matriz de conjugación de carga, y ξ una fase asociada a la operación de conjugación ($|\xi|^2 = 1$). Dado que los neutrinos sólo interactúan débilmente la fase ξ no tiene significado físico por lo que puede ser tomada arbitraria. Por simplicidad se le asigna el valor de la unidad. Usando

$$C(\gamma^5)^T C^{-1} = \gamma^5 \quad (2.8)$$

se tiene que $P_L C = C P_L^T$ por lo que

$$P_L (C \overline{\nu_{j_L}}^T) = C (\overline{\nu_{j_L}} P_L)^T = C \left[(P_R \nu_{j_L})^\dagger \gamma^0 \right]^T = 0 \quad , \quad (2.9)$$

es decir que, efectivamente, ν_{jL}^C es una función derecha. El acoplamiento $\overline{\nu_{jL}^C} \nu_{jL}$ no se desvanece por lo que es posible construir el término de masa de Majorana:

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} m \overline{\nu_{jL}^C} \nu_{jL} + \text{h.c.} \quad (2.10)$$

Se ha introducido un factor de un medio para evitar contar dos términos idénticos debido a que los campos ν_{jL}^C y $\overline{\nu_{jL}^C}$ no son independientes. El espinor completo, con su parte izquierda y derecha toma la forma

$$\nu_j = \nu_{jL} + \nu_{jL}^C, \quad (2.11)$$

el cual claramente satisface la condición de Majorana $\nu_j = \nu_j^C$. El lagrangiano libre para neutrinos de Majorana resulta ser:

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \left[\overline{\nu_{jL}} i \not{\partial} \nu_{jL} + \overline{\nu_{jL}^C} i \not{\partial} \nu_{jL}^C - m \left(\overline{\nu_{jL}^C} \nu_{jL} + \overline{\nu_{jL}} \nu_{jL}^C \right) \right] \quad (2.12)$$

Mediante las ecuaciones de Lagrange se obtiene la ecuación de Majorana:

$$i \not{\partial} \nu_{jL} = m C \overline{\nu_{jL}}^T. \quad (2.13)$$

2.3. El mecanismo del sube y baja (see-saw)

En virtud de que los neutrinos derechos y estériles están permitidos por las simetrías del ME, es posible incorporar al ME mínimamente extendido un sector de masas de Dirac y un sector de masas de Majorana dependiente de las componentes derechas de estos campos sin afectar la fenomenología. Motivados por la ecuación (2.3) podemos escribir un término de masa para neutrinos derechos de Majorana de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_R = \frac{1}{2} \nu'_{jR}{}^T C^\dagger M_{jk}^R \nu'_{kR} + \text{h.c.} \quad (2.14)$$

donde C es la matriz de conjugación de carga y M^R es una matriz compleja simétrica. Con esto en cuenta es permisible crear el siguiente término de masas tipo *Dirac - Majorana*:

$$\mathcal{L}_{D+M} = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_R, \quad (2.15)$$

donde

$$\mathcal{L}_D = \bar{N}'_L M^\nu N'_R \quad (2.16)$$

es el término correspondiente a las masas de la ecuación (2.3). En este caso, es útil redefinir el vector N' de tal manera que se incluya a los neutrinos derechos:

$$N'_L{}^T = \left(\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}, (\nu'_{1R})^C, (\nu'_{2R})^C, (\nu'_{3R})^C \right), \quad (2.17)$$

donde, de acuerdo con la ecuación (2.7), se define $(\nu'_{jR})^C = C \overline{\nu'_{jR}}^T$. No se colocan etiquetas de sabor en los neutrinos estériles puesto que no se pueden definir interacciones con ellos, al menos en este marco. Recuérdese que puede ser introducido cualquier número de estos singletes. Sin embargo, en este caso, se toman 3 en analogía a sus tres versiones izquierdas; otra justificación es por simplicidad: teniendo un número igual de componentes derechas e izquierdas se trabaja con una matriz cuadrada que, como en el caso del sector de Yukawa, puede ser diagonalizada a través de una transformación biunitaria. El resultado será tener las masas de los neutrinos (en este caso 6) en la diagonal de dicha matriz. En efecto, el sector \mathcal{L}_{D+M} , en términos del vector

en (2.17), puede ser escrito como:

$$\mathcal{L}_{D+M} = \frac{1}{2} N_L'^T C^\dagger M^{D+M} N_L' + \text{h.c.}, \quad (2.18)$$

donde

$$M^{D+M} = \begin{pmatrix} 0 & M^{DT} \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

es una matriz cuadrada 6×6 . Para pasar a eigenestados de masa se procede a diagonalizar a la matriz M^{D+M} . Tomando como referencia (2.4), bajo la misma prescripción:

$$N_L' = V N_L \quad , \quad N_L'^T = (\nu_{1L}, \dots, \nu_{6L}) \quad (2.20)$$

con lo que (2.18) toma la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{D+M} &= \frac{1}{2} N_L^T C^\dagger \bar{M} N_L + \text{h.c.} \\ &= \frac{1}{2} m_j \nu_{jL}^T C^\dagger \nu_{jL} + \text{h.c.} \quad , \quad j = 1, \dots, 6 \\ &= -\frac{1}{2} m_j \overline{\nu_{jL}^C} \nu_j + \text{h.c.} \\ &= -\frac{1}{2} m_j \bar{\nu}_j \nu_j \end{aligned} \quad (2.21)$$

con $\nu_j = \nu_{jL} + \nu_{jL}^C$ campos de Majorana. Los neutrinos del sector \mathcal{L}_{D+M} son neutrinos de Majorana.

En las extensiones del ME que introducen neutrinos derechos de Majorana se asume que éstos al no participar en ninguna de las interacciones electrodébiles gobernadas por el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$, provienen de otras simetrías a una escala mayor de energía (teorías de gran unificación) que en cierto límite se rompen a las simetrías del ME. En este marco, las masas de los neutrinos derechos deben de ser de orden superior al orden de masas del ME, siendo incluso mayores a la masa del bosón de Higgs. Bajo esta suposición, la matriz de masas M^{D+M} puede ser diagonalizada en dos bloques bien definidos de masas ligeras y masas pesadas asociadas a las masas de los neutrinos izquierdos y derechos respectivamente, bajo correcciones del orden $(M^R)^{-1} M^D$ se tiene que, aproximadamente:

$$V^T M^{D+M} V \simeq \begin{pmatrix} M_{\text{Light}} & 0 \\ 0 & M_{\text{Heavy}} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

con

$$V \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} M^{D\dagger} (M^R M^{R\dagger})^{-1} M^D & [(M^R)^{-1} M^D]^\dagger \\ - (M^R)^{-1} M^D & 1 - \frac{1}{2} (M^R)^{-1} M^D M^{D\dagger} (M^{R\dagger})^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

donde

$$M_{\text{Light}} \simeq -M^{D\dagger} (M^R)^{-1} M^D, \quad (2.24)$$

$$M_{\text{Heavy}} \simeq M^R. \quad (2.25)$$

El orden de magnitud de las masas de los neutrinos ligeros M_{Light} , es fuertemente reducido por el factor $M^{D\dagger} (M^R)^{-1}$, lo cual explicaría el valor tan diminuto de las mismas, esto es conocido como el mecanismo del *see-saw*. En efecto, a grosso modo, de acuerdo con (2.25) M^R es *aproximadamente* diagonal, por lo que las entradas de la matriz $M^{R^{-1}}$ son de la forma $1/M$,

con M representando una masa pesada. De acuerdo con lo anterior y con la ecuación (2.24), las masas de los neutrinos ligeros tienen aproximadamente una expresión de la forma

$$m_{\text{Light}} \sim m \frac{m}{M} \quad (2.26)$$

donde m y M corresponden de manera genérica a una masa de Dirac y a una masa de neutrino derecho respectivamente.

2.4. La matriz PMNS

El lagrangiano del ME está escrito en términos de eigenestados de norma (los campos primados). Estos estados son los que participan en las interacciones electrodébiles y fuertes. Después a través de una transformación unitaria es posible mapear a los sectores en términos de campos eigenestados de masa; como se puede apreciar en el caso del lagrangiano de corrientes leptónicas \mathcal{L}_l^C (sección 1.4.1), las expresiones de norma y de masa lucen exactamente igual, no así en el caso de las corrientes cargadas de los quarks donde el mapeo de eigenestados de norma a eigenestados de masa deja una mezcla de estados de masa reflejado en la matriz CKM. En los modelos vistos en este capítulo, la oscilación de neutrinos puede ser abordada de manera completamente análoga al caso de los quarks en el ME: se toma a las expresiones para neutrinos de sabor (eigenestados de norma) para después ser mapeadas en eigenestados de masa. Sin embargo, el fenómeno de oscilación de neutrinos sugiere que, para los neutrinos masivos, los estados de masa no necesariamente están asociados a algún sabor particular. La oscilación de neutrinos puede ser interpretada de la siguiente manera: los neutrinos de sabor son una combinación lineal unitaria de estados de masa. Esto les permite oscilar de sabor con cierta amplitud de probabilidad. En particular, para los neutrinos izquierdos:

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k} \nu_{jL} \quad , \quad \alpha = e, \mu, \tau \quad (2.27)$$

donde en este caso ν_{jL} son eigenestados de masa y U es una matriz unitaria de mezcla de tamaño 3×3 :

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} . \quad (2.28)$$

A dicha matriz se le conoce con el nombre de matriz PMNS, que es el acrónimo de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata. Para que las oscilaciones de neutrinos ocurran es necesario que la matriz PMNS no sea diagonal. Las amplitudes de probabilidad de transición asociadas a oscilaciones de neutrinos dependen de diferencias entre las masas de estas partículas, lo que significa que para que este fenómeno tenga lugar es imperioso que la masa de al menos dos de los neutrinos activos sea diferente de cero.

Tomando el acoplamiento de eigenestados de masa de los leptones con el W de la expresión (1.53)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{Cc} &= \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{N}_L \gamma^\mu E_L + \text{h.c.}] \\ &= \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^\mu l_{\alpha L} + \text{h.c.}] , \end{aligned} \quad (2.29)$$

donde $l_e \equiv e$, $l_\mu \equiv \mu$, $l_\tau \equiv \tau$. Pasando a estados de masa ν_{jL} de acuerdo con (2.25):

$$\mathcal{L}_l^{C_c} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{j=1}^3 \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{\nu}_{jL} U_{\alpha j}^* \gamma^\mu l_{\alpha L} + \text{h.c.}] . \quad (2.30)$$

Este resultado sugiere que la mezcla de neutrinos requerida por la oscilación de sabor, es un fenómeno que puede ser observado a través de interacciones con bosones cargados. La mezcla de estados masivos en (2.30) es análoga a la mezcla de quarks en el sector $\mathcal{L}_q^{C_c}$ del ME, por lo que para neutrinos de Dirac, una posible parametrización de la matriz U es la misma utilizada para la matriz CKM [16]:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

donde nuevamente $c_{ab} \equiv \cos \theta_{ab}$, $s_{ab} = \sin \theta_{ab}$, con θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} los ángulos de mezcla y δ una fase que en este contexto se conoce como *fase de Dirac*. Los valores de los ángulos de mezcla y de la fase de Dirac se encuentran comprendidos en los siguientes rangos: $0 < \theta_{ab} < \pi/2$, $0 < \delta < 2\pi$. La parametrización de la matriz PMNS para el caso de neutrinos de Majorana es un tanto distinta puesto que se requiere de dos fases complejas adicionales, mismas que reciben el nombre de *fases de Majorana*. En este marco las fases de Majorana se pueden factorizar de modo que la matriz PMNS se expresa como:

$$U = U^D D^M \quad (2.32)$$

donde D^M es una matriz diagonal de la forma $D^M = \text{diag}(e^{i\lambda_1}, e^{i\lambda_2}, e^{i\lambda_3})$, con $\lambda_1 = 0$. Por otra parte la matriz U^D se parametriza exactamente igual a la matriz (2.31). Una de las principales implicaciones de la factorización exhibida en la ecuación (2.32) es que los experimentos que involucran a oscilaciones de neutrinos no son sensibles a las masas de Majorana [13]. Las fases complejas son fuentes de violación de la simetría discreta CP , que ya por sí sola es interesante, pero que, además, es necesaria para explicar la asimetría bariónica en el universo [24].

Si bien no se conoce el valor de las masas de los neutrinos ν_j sí se conoce la diferencia cuadrática de sus masas y los senos cuadráticos de los ángulos de mezcla θ_{12} , θ_{13} y θ_{23} [5]:

Ángulos de mezcla	Diferencia cuadrática de masas
$\sin^2(\theta_{12}) = 0.304_{-0.013}^{+0.014}$	$\Delta m_{21}^2 = 7.53 \pm 0.18 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$
$\sin^2(\theta_{23}) = 0.514_{-0.056}^{+0.055}$	$\Delta m_{32}^2 = 2.49 \pm 0.06 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$
$\sin^2(\theta_{13}) = 2.19 \pm 0.12 \times 10^{-2}$	$\Delta m_{31}^2 = 2.56 \pm 0.06 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$

Tabla 2.1: Parámetros de oscilación de neutrinos masivos.

De acuerdo con el experimento T2K llevado a cabo en las instalaciones del J-PARC en Tokai Japón [25], se observó desde el 2010 la aparición de neutrinos electrónicos en un haz de neutrinos muónicos. Dicho análisis fue hecho en el marco de oscilación de neutrinos a través de la mezcla parametrizada por la matriz PMNS. Dentro de esta investigación se encontró por una parte un mejor ajuste para el valor de $\sin 2\theta_{13}$ en el contexto en el que no existe violación de CP ($\delta = 0$). Por otro lado se encontró que algunos valores de la fase δ son menos favorecidos que otros en un nivel de confianza del 90%. Dentro de este artículo se presenta la siguiente gráfica:

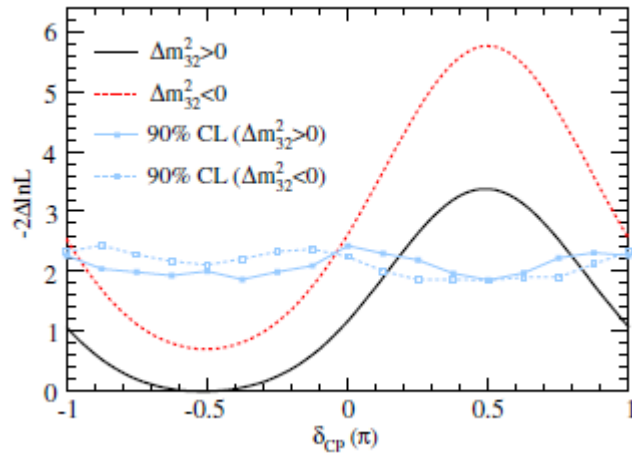


Figura 2.1: Rango de valores favorecidos de δ de acuerdo con el experimento T2K.

donde se grafica $-2\Delta\log(\mathcal{L})$ contra $\delta(\pi)$, con \mathcal{L} la *máxima probabilidad conjunta de ajuste* de los parámetros de oscilación. Las líneas sólidas son graficadas en el contexto de la jerarquía normal de las masas de neutrinos ($\Delta m_{32}^2 > 0$), mientras que las líneas punteadas están valuadas en la jerarquía inversa ($\Delta m_{32}^2 < 0$). Las líneas que conectan puntos y cuadros representan el límite del nivel de confianza, los valores de $-2\Delta\log(\mathcal{L})$ que están por debajo de estas líneas garantizan un nivel de confianza del 90% para los valores de δ . Combinando los resultados del T2K con las medidas obtenidas en reactores nucleares hay una preferencia para el valor de la fase de Dirac de

$$\delta = -\frac{\pi}{2}. \quad (2.33)$$

Capítulo 3

El decaimiento $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$

En este capítulo se estudia un lagrangiano de corrientes cargadas que incorpora mezcla de neutrinos masivos de Dirac. A diferencia de la ecuación (2.30), el lagrangiano presentado parametriza de manera general a la parte vectorial y axial de esta interacción. Se establecen las reglas de Feynman y se analiza el vértice $hl_\alpha l_\beta$ a un lazo. Posteriormente se determina la amplitud de decaimiento para este proceso. Finalmente se presentan las fórmulas del cálculo de la anchura de decaimiento y del BR que serán utilizadas en el capítulo 4.

3.1. Lagrangiano de corrientes cargadas y reglas de Feynman

Independientemente de modelos, suponiendo que los neutrinos son masivos y que, en alguna extensión del ME, existen nuevos bosones de norma cargados, consideremos la siguiente parametrización de corrientes cargadas vectorial y axial:

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = \sum_a \sum_j \sum_\alpha [W_{a\rho}^+ \bar{\nu}_j \gamma^\rho (v_{a,j\alpha} - a_{a,j\alpha} \gamma^5) l_\alpha + W_{a\rho}^- \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (v_{a,j\alpha}^* - a_{a,j\alpha}^* \gamma^5) \nu_j] , \quad (3.1)$$

donde $v_{a,j\alpha}$ y $a_{a,j\alpha}$ son parámetros que adquieren diferentes expresiones en distintos modelos. $l_\alpha = e^-, \mu^-, \tau^-$ etiqueta a leptones cargados, ν_j denota eigenestados de masa de neutrinos y los bosones cargados, tanto del ME como aquellos asociados a nueva física, se denotan como $W_{a\rho}^\pm$. Acorde con esto, los índices empleados corren sobre $j = 1, 2, 3$, mientras que $\alpha = e, \mu, \tau$ y $a = 1, 2, 3, \dots$, con $a = 1$ correspondiendo al bosón W del ME. El índice griego ρ etiqueta a componentes del espacio-tiempo.

Trabajando en un modelo semejante al ME mínimamente extendido asumiremos sólo interacciones con el bosón W del ME, por lo que definiendo

$$\begin{aligned} W_{1\rho}^\pm &\equiv W_\rho^\pm , \\ v_{1,j\alpha} &\equiv v_{j\alpha} , \\ a_{1,j\alpha} &\equiv a_{j\alpha} , \end{aligned}$$

el lagrangiano (3.1) toma la forma

$$\mathcal{L}_{\text{CC}}^W = \sum_j \sum_\alpha [W_\rho^+ \bar{\nu}_j \gamma^\rho (v_{j\alpha} - a_{j\alpha} \gamma^5) l_\alpha + W_\rho^- \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5) \nu_j] , \quad (3.2)$$

Los valores $v_{j\alpha}$ y $a_{j\alpha}$ son las entradas de matrices cuadradas de 3×3 a y v . Dentro de este modelo dichas matrices caracterizan a las corrientes cargadas vectoriales y axiales respectivamente. Del lagrangiano (3.2) se deducen las siguientes reglas de Feynman:

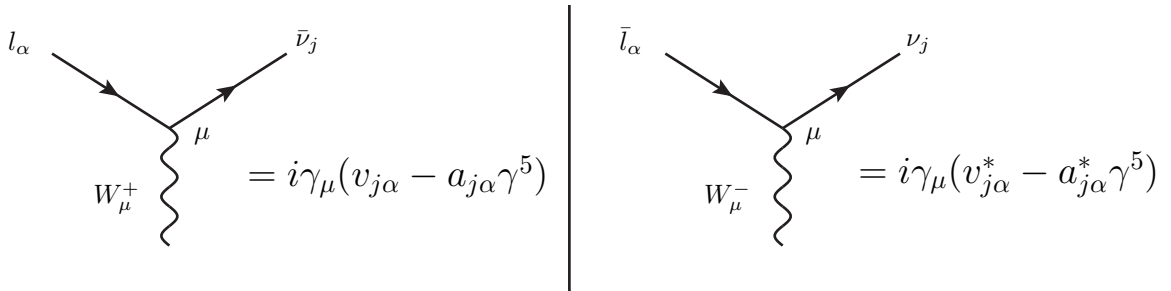


Figura 3.1: Reglas de Feynman.

3.2. Proceso $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$

El proceso general se puede representar con el siguiente vértice:

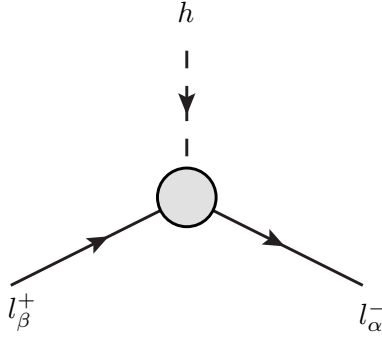


Figura 3.2: Proceso general $h \rightarrow l_\alpha^- l_\beta^+$.

donde las interacciones internas están gobernadas por los acoplamientos del lagrangiano (3.2). Se trabaja en la capa de masa por lo que los resultados vienen dados solamente en términos de las masas de las partículas involucradas. Por conservación del cuadrimomento, la cinemática del proceso general es la siguiente:

$$p = p_1 + p_2 \quad (3.3)$$

con p el cuadrimomento entrante del Higgs y p_1, p_2 los cuadrimomentos salientes de los leptones cargados l_α y l_β respectivamente. Elevando al cuadrado la ecuación anterior se obtiene la siguiente relación útil para cálculos posteriores:

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{m_h^2 - m_\alpha^2 - m_\beta^2}{2} \quad (3.4)$$

donde m_h es la masa del Higgs, y m_α, m_β son las masas de los leptones cargados.

Dentro del lazo aparecerán neutrinos virtuales propagándose en los vértices. Ahora bien, dado que el neutrino es un campo fermiónico masivo de Dirac, debe de tener un propagador análogo al del resto de los fermiones. En el espacio de momentos éste toma la forma:

$$\begin{array}{c} \nu_j(q) \\ \longrightarrow \end{array} \quad i \frac{\not{q} + m_j}{q^2 - m_j^2 + i\epsilon}$$

Figura 3.3: Propagador del neutrino.

donde m_j y q son la masa y el cuadrimomento del neutrino respectivamente. En el Apéndice 6 se muestran las reglas de Feynman y los propagadores de las partículas del ME en la norma unitaria [26] que son necesarios para este cálculo. Procedemos a calcular todos los diagramas de norma a un lazo:

3.2.1. Diagrama 1

El primer diagrama es:

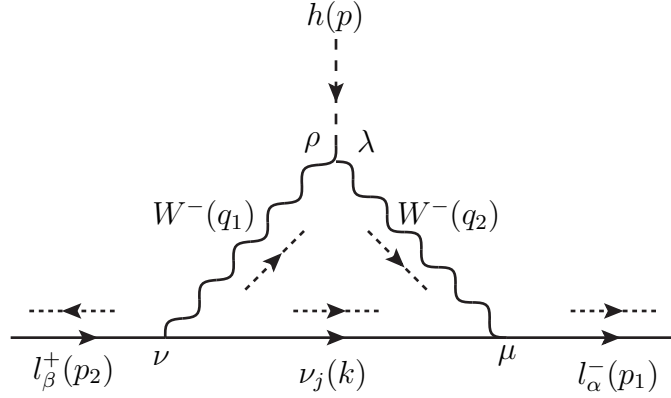


Figura 3.4: Primer diagrama.

donde lo que está entre paréntesis etiqueta al cuadrimomento de cada partícula, las flechas puntuadas representan la dirección de éstos. Por conservación del cuadrimomento:

$$\begin{aligned} q_1 &= -(k + p_2), \\ q_2 &= p_1 - k, \end{aligned} \quad (3.5)$$

con k el momento a ser integrado. La amplitud de probabilidad de este diagrama es:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^{(1)} &= \sum_{j=1}^3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) [i\gamma_\mu (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5)] \left[i \frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2} \right] [i\gamma_\nu (v_{j\beta} - a_{j\beta} \gamma^5)] v_\beta(p_2, s_2) \times \\ &\quad \times \left[\frac{-i}{(k + p_2)^2 - m_W^2} \left(g^{\nu\rho} - \frac{(k + p_2)^\nu (k + p_2)^\rho}{m_W^2} \right) \right] \times \\ &\quad \times \left[\frac{-i}{(k - p_1)^2 - m_W^2} \left(g^{\mu\lambda} - \frac{(k - p_1)^\mu (k - p_1)^\lambda}{m_W^2} \right) \right] (igm_W g_{\lambda\rho}), \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde s_1 y s_2 son etiquetas de espín que serán sumadas en la amplitud cuadrática. Se realiza una suma sobre j para considerar la contribución de cada uno de los tres neutrinos que pueden circular dentro del lazo.

3.2.2. Diagrama 2

El segundo diagrama es:

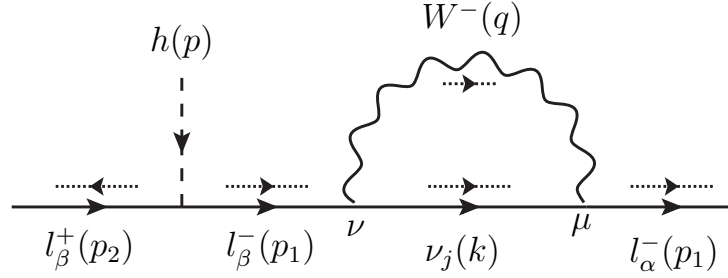


Figura 3.5: Segundo diagrama.

Por conservación del cuadrivector:

$$q = p_1 - k. \quad (3.7)$$

La amplitud de probabilidad es:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^{(2)} = & \sum_{j=1}^3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) [i\gamma_\mu (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5)] \left[i \frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2} [i\gamma_\nu (v_{j\beta} - a_{j\beta} \gamma^5)] \left[i \frac{\not{p}_1 + m_\beta}{m_\alpha^2 - m_\beta^2} \right] \times \right. \\ & \left. \times v_\beta(p_2, s_2) \left[\frac{-i}{(k - p_1)^2 - m_w^2} \left(g^{\nu\mu} - \frac{(k - p_1)^\nu (k - p_1)^\mu}{m_w^2} \right) \right] \left(-ig \frac{m_\beta}{2m_w} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2.3. Diagrama 3

El tercer diagrama es:

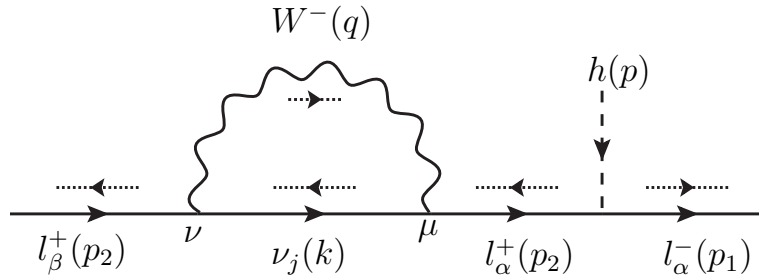


Figura 3.6: Tercer diagrama.

Por conservación del cuadrivector:

$$q = k - p_2. \quad (3.9)$$

Se tiene la amplitud:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^{(3)} = & \sum_{j=1}^3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) \left[i \left(\frac{-p_2 + m_\alpha}{m_\beta^2 - m_\alpha^2} \right) \right] [i\gamma_\mu (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5)] \left[i \left(\frac{-k + m_j}{k^2 - m_j^2} \right) \right] [i\gamma_\nu (v_{j\beta} - a_{j\beta} \gamma^5)] \times \\ & \times v_\beta(p_2, s_2) \left[\frac{-i}{(k - p_2)^2 - m_W^2} \left(g^{\nu\mu} - \frac{(k - p_2)^\nu (k - p_2)^\mu}{m_W^2} \right) \right] \left(-ig \frac{m_\alpha}{2m_W} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.2.4. Diagrama 4

Para considerar todas las contribuciones de norma a este proceso se propone introducir el siguiente diagrama ¹:

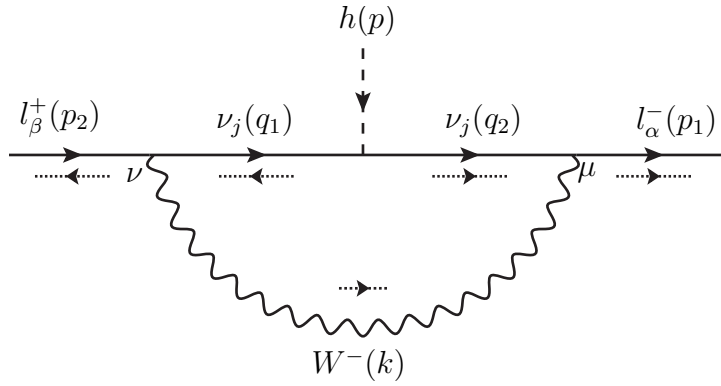


Figura 3.7: Cuarto diagrama.

Sin embargo el acoplamiento entre el Higgs y los neutrinos a través del vértice $h\nu_j\nu_j$ no ha sido definido en este contexto. A priori se propone que dicho vértice tenga la siguiente forma:

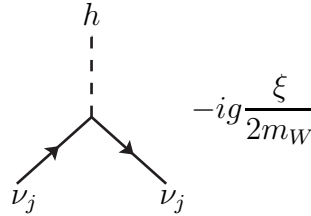


Figura 3.8: Vértice $h\nu_j\nu_j$.

Donde ξ es un valor a determinar. Por otro lado, por conservación del cuadrimomento:

$$\begin{aligned} q_1 &= k + p_2, \\ q_2 &= p_1 - k. \end{aligned} \quad (3.11)$$

¹De hecho dentro de este trabajo se encontró que éste diagrama es necesario para cancelar las divergencias de la teoría.

Luego:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^{(4)} = \sum_{j=1}^3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) [i\gamma_\mu (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5)] \left[i \left(\frac{p_1 - k + m_j}{(p_1 - k)^2 - m_j^2} \right) \right] \left[i \left(\frac{-p_2 - k + m_j}{(p_2 + k)^2 - m_j^2} \right) \right] \times \\ \times [i\gamma_\nu (v_{j\beta} - a_{j\beta} \gamma^5)] v_\beta(p_2, s_2) \left[\frac{-i}{k^2 - m_w^2} \left(g^{\nu\mu} - \frac{k^\nu k^\mu}{m_w^2} \right) \right] \left(-ig \frac{\xi}{2m_w} \right). \end{aligned} \quad (3.12)$$

La amplitud total se obtiene sumando las cuatro amplitudes anteriores:

$$\mathfrak{M} = \sum_{l=1}^4 \mathfrak{M}^{(l)}. \quad (3.13)$$

3.3. Cálculo de la anchura de decaimiento

La anchura de decaimiento tiene la forma [27]:

$$\Gamma(h \rightarrow l_\alpha^- l_\beta^+) = \frac{|\mathfrak{M}|^2}{16\pi m_h^3} [m_h^2 - (m_\alpha + m_\beta)^2]^{\frac{1}{2}} [m_h^2 - (m_\alpha - m_\beta)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.14)$$

donde en $|\mathfrak{M}|^2$ se debe de efectuar una suma sobre los estados de espín s_1 y s_2 de los leptones cargados l_α y l_β respectivamente. La amplitud \mathfrak{M} tiene la forma general:

$$\mathfrak{M} = -i \frac{g}{(4\pi)^2} \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) [F_L P_L + F_R P_R] v_\beta(p_2, s_2), \quad (3.15)$$

con F_L y F_R coeficientes que dependen de las masas y de las entradas de las matrices a y v . A los coeficientes $F_{L,R}$ los denominaremos genéricamente como *amplitud izquierda* y *amplitud derecha* respectivamente. En el capítulo 4 se hará un análisis extenso de ellos. Ocupando explícitamente la forma de los proyectores $P_{L,R}$, la amplitud se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\mathfrak{M} = -i \frac{g}{2(4\pi)^2} [(F_R + F_L) \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) v_\beta(p_2, s_2) + (F_R - F_L) \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) \gamma^5 v_\beta(p_2, s_2)]. \quad (3.16)$$

Para calcular la amplitud cuadrática, se toma el complejo conjugado de (3.16):

$$\mathfrak{M}^* = i \frac{g}{2(4\pi)^2} [(F_R^* + F_L^*) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) u_\alpha(p_1, s_1) - (F_R^* - F_L^*) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) \gamma^5 u_\alpha(p_1, s_1)]. \quad (3.17)$$

Con esto:

$$|\mathfrak{M}|^2 = \sum_{s_1} \sum_{s_2} \mathfrak{M} \mathfrak{M}^*. \quad (3.18)$$

En el Apéndice 7 se presenta el cálculo de la suma de espines s_1 y s_2 de la ecuación anterior. Como resultado se obtiene que:

$$|\mathfrak{M}|^2 = \frac{g^2}{2(4\pi)^4} \{ |F_R + F_L|^2 [m_h^2 - (m_\alpha + m_\beta)^2] + |F_R - F_L|^2 [m_h^2 - (m_\alpha - m_\beta)^2] \}. \quad (3.19)$$

3.4. Branching Ratio

El BR es la fracción de eventos que ocurren para cierto decaimiento. Para este proceso el BR se define como:

$$\text{BR}(h \rightarrow l_\alpha l_\beta) = \frac{\Gamma(h \rightarrow l_\alpha l_\beta)}{\Gamma_h}, \quad (3.20)$$

donde Γ_h es la anchura de decaimiento total del Higgs. Usando las mediciones del LHC y del Tevatron sobre la sección eficaz de varios canales de decaimiento del bosón de Higgs del ME con una masa de 125GeV [17], se determinó que el valor de Γ_h estaba comprendido en:

$$\Gamma_h = 6.6^{+7.7}_{-2.9} \text{ MeV}. \quad (3.21)$$

Por otra parte, los resultados del decaimiento $ZZ \rightarrow ll'l'$ llevado a cabo por el CMS [18] abre la posibilidad de que esta anchura sea incluso 4.2 veces mayor que la predicha por el ME ($\Gamma_{h_{\text{ME}}} = 4.15 \text{ MeV}$ [28]), con lo cual se establece la siguiente cota:

$$\Gamma_h < 17.43 \text{ MeV} \quad (3.22)$$

la cual bien puede alojar eventos fuera del ME como por ejemplo neutrinos masivos y VSL. Dado que el orden de magnitud de $\Gamma_{h_{\text{ME}}}$ y el de las dos cotas presentadas Γ_h es el mismo, y estamos trabajando en un modelo ampliado del ME, se supondrá en esta tesis que $\Gamma_h = 17.43 \text{ MeV}$.

Los resultados anteriores son bastante generales. Sin embargo, es necesario realizar un estudio minucioso de la amplitud \mathfrak{M} para poder determinar las condiciones que se deben de imponer al lagrangiano introducido (3.2) para tener una teoría finita.

Capítulo 4

Análisis de resultados

Para el cálculo de la amplitud \mathfrak{M} se hizo uso de la paquetería **FeynCalc** [29, 30] del programa **Wolfram Mathematica 10** además del Software libre **LoopTools** [31] para calcular numéricamente funciones C_0 de Passarino-Veltman (PV) [32, 33].

Se presenta primero a la amplitud F_L . En una siguiente sección se analiza la parte divergente de dicho resultado y se procede a imponer condiciones sobre las matrices a y v y sobre el término ξ del vértice 3.8 para que en conjunto garanticen una amplitud finita. Una vez establecida la convergencia de la amplitud, verificamos condiciones de consistencia sobre la misma (simetría de la componente izquierda y derecha, límite de masas pesadas, etc.). Posteriormente se hace un estudio sobre cancelación de términos no contribuyentes a la amplitud bajo la suposición de que las matrices a y v son unitarias. En un último apartado el cálculo se restringe al “Modelo Estándar mínimamente extendido” [12] y se calcula explícitamente la anchura de decaimiento y los BR para los procesos: $h \rightarrow e\mu$, $h \rightarrow e\tau$ y $h \rightarrow \mu\tau$ en el intervalo de masas ligeras: $0 < m_j < 2$ eV.

4.1. Amplitud exacta de probabilidad \mathfrak{M}

La amplitud izquierda F_L de la ecuación (3.15) tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 F_L = & \sum_{j=1}^3 a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left[f_0^{(1)} + \sum_{m=1}^2 f_m^{(1)} m_h^2 C_0(m) + \sum_{m=1}^7 g_m^{(1)} B_0(m) \right] \\
 & + \sum_{j=1}^3 a_{j\alpha}^* v_{j\beta} \left[f_0^{(2)} + \sum_{m=1}^2 f_m^{(2)} m_h^2 C_0(m) + \sum_{m=1}^7 g_m^{(2)} B_0(m) \right] \\
 & + \sum_{j=1}^3 v_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left[f_0^{(3)} + \sum_{m=1}^2 f_m^{(3)} m_h^2 C_0(m) + \sum_{m=1}^7 g_m^{(3)} B_0(m) \right] \\
 & + \sum_{j=1}^3 v_{j\alpha}^* v_{j\beta} \left[f_0^{(4)} + \sum_{m=1}^2 f_m^{(4)} m_h^2 C_0(m) + \sum_{m=1}^7 g_m^{(4)} B_0(m) \right], \tag{4.1}
 \end{aligned}$$

donde $B_0(m)$ y $C_0(m)$ son funciones escalares de PV dadas por:

$$C_0(1) = C_0(m_\alpha^2, m_\beta^2, m_h^2, m_j^2, m_W^2, m_j^2), \tag{4.2}$$

$$C_0(2) = C_0(m_\alpha^2, m_\beta^2, m_h^2, m_W^2, m_j^2, m_W^2), \tag{4.3}$$

$$B_0(1) = B_0(0, m_j^2, m_j^2), \tag{4.4}$$

$$B_0(2) = B_0(0, m_W^2, m_W^2), \tag{4.5}$$

$$B_0(3) = B_0(0, m_j^2, m_W^2), \tag{4.6}$$

$$B_0(4) = B_0(m_\alpha^2, m_j^2, m_W^2), \tag{4.7}$$

$$B_0(5) = B_0(m_\beta^2, m_j^2, m_W^2), \tag{4.8}$$

$$B_0(6) = B_0(m_h^2, m_j^2, m_j^2), \tag{4.9}$$

$$B_0(7) = B_0(m_h^2, m_W^2, m_W^2). \tag{4.10}$$

De ahora en adelante se analiza sólo a F_L . F_R se obtiene a través de F_L cambiando $m_\alpha \leftrightarrow m_\beta$.

4.2. Cancelación de divergencias

Las funciones escalares B_0 contienen *divergencias ultravioleta*. Sin embargo se sabe que las funciones $B_0(m)$ se pueden descomponer en una parte divergente y en una parte finita siendo la parte divergente común en todas ellas:

$$B_0(m) = \Delta + b_0(m), \tag{4.11}$$

con Δ la parte divergente. Entonces, de acuerdo con (4.11) es posible aislar a la parte divergente de la amplitud F_L (algo semejante ocurre con F_R). En efecto, sustituyendo (4.11) en (4.1) se encuentra que el término divergente de la amplitud izquierda tiene la forma:

$$D_L \equiv \Delta \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^7 \left[g_m^{(1)} a_{j\alpha}^* a_{j\beta} + g_m^{(2)} a_{j\alpha}^* v_{j\beta} + g_m^{(3)} v_{j\alpha}^* a_{j\beta} + g_m^{(4)} v_{j\alpha}^* v_{j\beta} \right]. \tag{4.12}$$

En un primer escenario es posible remover a las divergencias si ocurre que el coeficiente que acompaña a Δ es idénticamente cero. De no ser así se busca redefinir a las constantes de acoplamiento de los grupos de simetría para absorber a las divergencias en un proceso conocido como *renormalización* [34]. En éste cálculo se encuentra que:

$$D_L = \frac{\Delta}{4m_W^3} \sum_{j=1}^3 [D_1 a_{j\alpha}^* a_{j\beta} + D_2 a_{j\alpha}^* v_{j\beta} + D_3 v_{j\alpha}^* a_{j\beta} + D_4 v_{j\alpha}^* v_{j\beta}], \quad (4.13)$$

con

$$D_1 = m_h^2(m_\alpha + m_\beta + 2m_j) + (m_j - \xi)(-3m_j(m_\alpha + m_\beta) + (m_\alpha - m_\beta)^2 - 6m_j^2 + 6m_W^2), \quad (4.14)$$

$$D_2 = m_h^2(m_\alpha - m_\beta + 2m_j) + (m_j - \xi)(3m_j(m_\beta - m_\alpha) + (m_\alpha + m_\beta)^2 - 6m_j^2 + 6m_W^2), \quad (4.15)$$

$$D_3 = m_h^2(m_\alpha - m_\beta - 2m_j) - (m_j - \xi)(3m_j(m_\alpha - m_\beta) + (m_\alpha + m_\beta)^2 - 6m_j^2 + 6m_W^2), \quad (4.16)$$

$$D_4 = m_h^2(m_\alpha + m_\beta - 2m_j) - (m_j - \xi)(3m_j(m_\alpha + m_\beta) + (m_\alpha - m_\beta)^2 - 6m_j^2 + 6m_W^2). \quad (4.17)$$

En el siguiente apartado analizaremos casos particulares para las matrices a y v y para ξ que garanticen que el término divergente (4.13) se anule.

4.2.1. Caso particular: $v = a$, $\xi = m_j$

En analogía a la mezcla de quarks a través de la matriz CKM, supondremos que las matrices a y v son unitarias. Por otra parte, tomando $v = a$, (4.13) se reduce a:

$$D_L = \Delta \frac{m_\alpha}{m_W^3} \sum_{j=1}^3 a_{j\alpha}^* a_{j\beta} [m_h^2 + 3m_j(\xi - m_j)]. \quad (4.18)$$

Ahora bien, si consideramos que $\xi = m_j$ la ecuación anterior toma la forma

$$\begin{aligned} D_L &= \Delta \frac{m_\alpha m_h^2}{m_W^3} \sum_{j=1}^3 a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \\ &= \Delta \frac{m_\alpha m_h^2}{m_W^3} (a^\dagger a)_{\alpha\beta} \\ &= \Delta \frac{m_\alpha m_h^2}{m_W^3} \delta_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

donde se ha utilizado la unitariedad de a ($a^\dagger = a^{-1}$). Dado que los leptones cargados l_α y l_β son de familias distintas $\alpha \neq \beta$ se tiene que $\delta_{\alpha\beta} = 0$. Por lo que $D_L = 0$.

En este contexto se concluye que para garantizar que la amplitud sea finita:

1. La parametrización de las corrientes vectorial (v) y axial (a) debe de ser la misma.
2. El acoplamiento entre los neutrinos masivos m_j y el Higgs es igual al del resto de los fermiones. Esto sugiere que el mecanismo de Higgs es un ingrediente en la generación de las masas de los neutrinos.

La parte divergente de la amplitud también se anula cuando $v = -a$. Sin embargo en este modelo se respeta la fenomenología donde los bosones W^+ se acoplan a la componente izquierda de los fermiones. En este contexto se escoge $v = a$. De ahora en adelante se trabajará con esta condición. El lagrangiano de corrientes cargadas (3.2) toma la forma:

$$\mathcal{L}_{CC}^W = \sum_j \sum_\alpha [W_\rho^+ a_{j\alpha} \bar{\nu}_j \gamma^\rho (1 - \gamma^5) l_\alpha + W_\rho^- \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (1 - \gamma^5) a_{j\alpha}^* \nu_j] . \quad (4.20)$$

4.3. Amplitud exacta de probabilidad \mathfrak{M} , modelo $v = a$

Pasando a variables adimensionales: $x_{\alpha,\beta} = m_{\alpha,\beta}^2/m_h^2$, $x_j = m_j^2/m_h^2$, $x_W = m_W^2/m_h^2$, se encuentra que:

$$F_L = \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_W}} \sum_j a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left[f_0 + \sum_{m=1}^2 f_m m_h^2 C_0(m) + \sum_{l=1}^7 g_l B_0(l) \right] . \quad (4.21)$$

F_R se relaciona con la amplitud izquierda como:

$$F_R = F_L(x_\alpha \leftrightarrow x_\beta) . \quad (4.22)$$

La amplitud cumple con las siguientes condiciones de consistencia:

- I) Las amplitudes del primer y segundo diagrama (3.6) y (3.8) se desvanecen cuando $m_\alpha = m_\beta = 0$.
- II) Las amplitudes F_L y F_R están libres de divergencias ultravioletas una vez que se usa la unitariedad de la matriz a y $\xi = m_j$.
- III) En el límite cuando $m_\beta \rightarrow 0$ ($m_\alpha \rightarrow 0$), la amplitud derecha (izquierda) F_R (F_L) se desvanece y la amplitud izquierda (derecha) es diferente de cero.

Se deben de remover aquellos términos que sean independientes de las masas de los neutrinos m_j , es decir aquellos términos de la forma

$$\sum_{j=1}^3 a_{j\alpha}^* a_{j\beta} f(m_\alpha, m_\beta, m_W, m_h) , \quad (4.23)$$

ya que son ceros por unitariedad de a . Bajo esta prescripción los factores de forma que aparecen en la amplitud son:

$$f_0 = \frac{-2x_j}{x_W(x_\alpha - x_\beta)} [-x_\beta + x_j + x_W] , \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} f_1 = \frac{2x_j}{x_W \Pi} & \left[x_\alpha^2 (x_\beta + x_j - 2x_W) - x_\alpha (x_\beta (2x_j + 2x_W - 1) + 2(x_j - x_W)(x_j + 2x_W)) \right. \\ & + x_j - 3x_W - x_\beta^3 + x_\beta^2 (x_j + 4x_W + 1) + x_\beta ((2x_j - 1)x_W + x_j(2x_j - 3) - 4x_W^2) \\ & \left. + 2(x_j - x_W)(x_j + 2x_W) - x_W \right] , \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
 f_2 = & \frac{2}{x_W \Pi} \left[-2x_\alpha^3 x_W + x_\alpha^2 (2x_W (2x_\beta + x_j + 2) - x_\beta + x_j) + x_\alpha (-x_W (4x_\beta^2 + x_\beta + 2x_j^2 + x_j + 2) \right. \\
 & + x_\beta^2 + 2x_W^2 (x_\beta - x_j - 1) + x_\beta - x_j^2 - 2x_j + 4x_W^3) + (x_\beta + 1)x_j^2 (2x_W + 1) \\
 & - (x_\beta + 1)x_j (2x_\beta x_W + x_\beta - 2x_W^2 + x_W - 1) \\
 & \left. + x_W (x_\beta - 2x_W) (x_\beta (2x_\beta + 2x_W - 1) + 2x_W - 1) \right], \tag{4.26}
 \end{aligned}$$

$$g_1 = \frac{2x_j}{x_W (x_\alpha - x_\beta)} [x_\beta - x_j - 2x_W], \tag{4.27}$$

$$g_2 = \frac{2x_j}{x_\alpha - x_\beta}, \tag{4.28}$$

$$g_3 = \frac{(x_\alpha + x_\beta)(x_W - x_j)(x_\alpha - x_j - 2x_W)}{x_\alpha x_W (x_\alpha - x_\beta)}, \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
 g_4 = & \frac{1}{x_\alpha x_W (x_\alpha - x_\beta) \Pi} \left[x_\alpha^4 (-x_\beta - 2x_j + 4x_W) + x_\alpha^3 (2x_\beta^2 + x_\beta (4x_j + 3x_W - 2) \right. \\
 & - 4(x_j - x_W)(x_j + 2x_W) + 4x_W) - x_\alpha^2 (x_\beta^3 + 2x_\beta^2 (3x_j + x_W - 3) + x_\beta (x_j^2 + x_j (x_W + 4) \\
 & - 2x_W (x_W + 1) + 1) - 4(x_j - x_W)(x_j + 2x_W) + 2x_j) + x_\alpha x_\beta ((6x_\beta - 2)x_j^2 \\
 & + x_j (6x_\beta x_W - 4x_\beta - 2x_W + 4) + x_W (x_\beta (3x_\beta - 12x_W - 2) + 4x_W - 1)) \\
 & \left. - (x_\beta - 1)^2 x_\beta (x_j - x_W)(x_j + 2x_W) \right], \tag{4.30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_5 = & \frac{1}{x_W (x_\alpha - x_\beta) \Pi} \left[x_\alpha^3 (x_\beta - x_j + 3x_W) + x_\alpha^2 (-2x_\beta^2 - x_\beta (3x_j + 4x_W) + x_j^2 + x_j (x_W + 2) \right. \\
 & - 2x_W (x_W + 3)) + x_\alpha (x_\beta^3 + x_\beta^2 (x_j + 7x_W - 2) + x_\beta (6(x_j - x_W)(x_j + 2x_W) + 2x_W - 1) \\
 & - 2(x_j - x_W)(x_j + 2x_W) - x_j + 3x_W) + x_\beta^3 (3x_j - 6x_W - 2) + x_\beta^2 (-7x_j^2 + x_j (6 - 7x_W) \\
 & \left. + 14x_W^2 + 2) - x_\beta (2x_j - 2x_W + 1)(x_j + 2x_W) + (x_j - x_W)(x_j + 2x_W) \right], \tag{4.31}
 \end{aligned}$$

$$g_6 = \frac{-2x_j}{x_W \Pi} [4x_W (-x_\alpha + x_\beta + 1) + 2x_\alpha x_\beta - 2x_\alpha x_j + x_\alpha - 2x_\beta^2 + 2x_\beta x_j + x_\beta + 2x_j - 1], \tag{4.32}$$

$$g_7 = \frac{-2x_j}{x_W \Pi} [(2x_W + 1)(x_\alpha - x_\beta - 1)], \tag{4.33}$$

donde

$$\Pi = x_\alpha^2 - 2x_\alpha (x_\beta + 1) + (x_\beta - 1)^2. \tag{4.34}$$

Los términos de f_0 que no dependen de m_j fueron removidos, de la misma manera para los factores de forma asociados a las funciones $B_0(2)$ y $B_0(7)$ ya que éstas no dependen de m_j . Para eliminar cualquier término no contribuyente, se debe de introducir a las soluciones analíticas de las integrales $B_0(l)$ y remover aquellos términos que no dependan de m_j . Las soluciones analíticas a las integrales $B_0(l)$ de este proceso son:

$$B_0(1) = \Delta - \log[x_j], \quad (4.35)$$

$$B_0(2) = \Delta - \log[x_W], \quad (4.36)$$

$$B_0(3) = \Delta + 1 - \frac{x_j}{x_j - x_W} \log[x_j] + \frac{x_W}{x_j - x_W} \log[x_W], \quad (4.37)$$

$$B_0(4) = \Delta - \frac{x_j}{x_j - x_W} \log[x_j] + \frac{x_W}{x_j - x_W} \log[x_W] + 1 + F[x_\alpha, x_j, x_W], \quad (4.38)$$

$$B_0(5) = \Delta - \frac{x_j}{x_j - x_W} \log[x_j] + \frac{x_W}{x_j - x_W} \log[x_W] + 1 + F[x_\beta, x_j, x_W], \quad (4.39)$$

$$B_0(6) = \Delta + 2 - \log[x_j] + F[x_j], \quad (4.40)$$

$$B_0(7) = \Delta + 2 - \log[x_W] + F[x_W], \quad (4.41)$$

donde

$$\begin{aligned} F[x_{(\alpha,\beta)}, x_j, x_W] &= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_j - x_W}{x_{(\alpha,\beta)}} - \frac{x_j + x_W}{x_j - x_W} \right) \log \left[\frac{x_W}{x_j} \right] + \frac{\hat{s}_+ \hat{s}_-}{x_{(\alpha,\beta)}} \log \left[\frac{\hat{s}_+ + \hat{s}_-}{\hat{s}_+ - \hat{s}_-} \right], \\ F[x_j] &= \sqrt{1 - 4x_j} \log \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4x_j}}{1 + \sqrt{1 - 4x_j}} \right] + i\pi \sqrt{1 - 4x_j}, \\ F[x_W] &= 2\sqrt{4x_W - 1} \arctan \left[\sqrt{4x_W - 1} \right] - \pi \sqrt{4x_W - 1}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Además $\hat{s}_\pm = \sqrt{(\sqrt{x_j} \pm \sqrt{x_W})^2 - x_{(\alpha,\beta)}}$ y por otra parte $\Delta = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \log \left[\frac{m_h^2}{4\pi\mu^2} \right]$ es el factor divergente común en todas las B_0 .

Antes de establecer la amplitud libre de términos no contribuyentes, como parte de las condiciones de consistencia sobre la estructura matemática de las amplitudes $F_{L,R}$ puede explorarse el límite de *masas pesadas* para las partículas virtuales que aparecen en el lazo. En la sección 4.3.1 se detalla este punto.

Finalmente, a causa de fallas en la precisión del programa Wolfram Mathematica es difícil explorar el intervalo de masas ligeras $0 < m_j < 2$ eV. Debido a la gran diferencia en el orden de magnitud de las masas de los neutrinos y las masas del resto de las partículas masivas, el programa se vuelve muy sensible al calcular las funciones $B_0(4)$, $B_0(5)$ y $B_0(6)$ cuando se varía el valor de m_j en el intervalo antes mencionado. Para solucionar este problema se opta por expandir en serie de Taylor con respecto a x_j a las soluciones analíticas de dichas funciones y trabajar a primer orden. Este análisis es presentado en la sección 4.3.2. Posteriormente se procede a eliminar todos los términos que no contribuyen a la amplitud por la unitariedad de la matriz a . Los resultados de esta tesis se desprenden de este punto.

4.3.1. Primer análisis. Consistencia matemática de la amplitud. Límite de masas pesadas

Existe una investigación centrada en el cambio de sabor de quarks en el decaimiento $h \rightarrow q_i \bar{q}_j$ a un lazo en el contexto del ME [35]. Dentro de dicho artículo se aborda el cambio de sabor mediado por corrientes cargadas que involucran mezcla de quarks a través de la matriz CKM (1.56). En este caso dentro del lazo circulan W 's y quarks virtuales. Dentro del ME al dotar de masa a las partículas a través del mecanismo de Higgs se encuentra que la masa del bosón W y de los quarks es proporcional al valor de expectación del vacío v , por lo que la masa de estas partículas está asociada a la misma escala de energía. En virtud de lo anterior, dentro de esta investigación, como parte de las pruebas de consistencia sobre la amplitud obtenida se explora el límite en el cual la masa de las partículas virtuales toma valores muy grandes ($m_W = m_k \rightarrow \infty$, con m_k la masa de los quarks virtuales q_k). En dicho límite la amplitud total se desvanece ($F_{L,R} \rightarrow 0$) por lo que existe desacoplamiento entre las partículas virtuales y el Higgs. El trabajo de esta tesis es estructuralmente semejante al que se aborda en [35], ambos son decaimientos a un lazo del Higgs a dos fermiones cargados. Para ambos casos las interacciones de norma están gobernadas por corrientes cargadas que involucran mezcla de estados masivos. Sin embargo a diferencia del artículo antes mencionado, en esta tesis el fermión que circula dentro del lazo es un neutrino ligero. Además de acuerdo con lo obtenido la sección 4.2.1, aunque el mecanismo de Higgs interviene en la generación de las masas de los neutrinos ligeros, no se puede determinar si el orden de magnitud de las mismas está asociado al valor de expectación del vacío v o es suprimido por interacciones con partículas que subyacen de una escala de energía mayor (por ejemplo lo que ocurre en el modelo del *see-saw*, sección 2.3). Dicho lo anterior **físicamente** no tiene sentido explorar el límite cuando $m_W = m_j \rightarrow \infty$. Sin embargo en virtud de que nuestro cálculo es análogo matemáticamente al efectuado en el artículo antes mencionado, el obtener $F_{L,R} \rightarrow 0$ cuando $m_W = m_j \rightarrow \infty$ otorga consistencia matemática a nuestra amplitud. En los siguiente se calcula la amplitud F_L en el límite de masa pesadas.

De la ecuación (4.21) se toma $m_W = m_j$. En este límite

$$\begin{aligned} C0(1) &= C0(2) = C0[m_\alpha^2, m_\beta^2, m_h^2, m_j^2, m_j^2, m_j^2], \\ B0(1) &= B0(2) = B0(3) = B0[0, m_j^2, m_j^2], \\ B0(l) &= B0[m_l, m_j^2, m_j^2] \quad , \quad l = 4, 5 \quad , \quad m_{(4,5)} = m_{(\alpha,\beta)}. \end{aligned} \tag{4.43}$$

Entonces

$$\begin{aligned} F_L \Big|_{x_W \rightarrow x_j} &= \sum_k a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left(\sqrt{\frac{x_\alpha}{x_j}} \left[2 + \frac{1 - \log[x_j]}{x_j} \right] + c_{12} f(x_j) \right. \\ &\quad \left. + b_1 F[x_\alpha, x_j] + b_2 F[x_\beta, x_j] + b_{67} F[x_j] \right), \end{aligned} \tag{4.44}$$

donde

$$\begin{aligned} c_{12} &= \frac{2}{x_j \Pi} \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_j}} \left[-2x_\alpha^3 x_j + x_\alpha^2 (x_\beta (5x_j - 1) + x_j (x_j + 5)) + x_\alpha (-4(x_\beta^2 + 1)x_j \right. \\ &\quad \left. + x_\beta^2 - 2(x_\beta + 1)x_j^2 + x_\beta) + (x_\beta - 1)^2 x_j (x_\beta + x_j + 1) \right], \end{aligned} \tag{4.45}$$

$$b_1 = \frac{1}{(x_\alpha - x_\beta)} \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_j}} \left[\frac{-x_j (2x_\alpha - 3x_\beta) \Pi - x_\alpha x_\beta (-2(x_\alpha + 3)x_\beta + (x_\alpha + 1)^2 + x_\beta^2)}{x_j \Pi} \right], \tag{4.46}$$

$$b_2 = \frac{1}{(x_\alpha - x_\beta)} \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_j}} \left[\frac{x_\beta(-2(x_\alpha^2 + x_\alpha - 1)x_\beta + x_\alpha(x_\alpha^2 - 1) + (x_\alpha - 2)x_\beta^2) + x_j(2x_\alpha - 3x_\beta)\Pi}{x_j\Pi} \right], \quad (4.47)$$

$$b_{67} = \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_j}} \left[\frac{2x_j\Pi + x_\alpha^2 - 2x_\alpha - x_\beta^2 + 1}{x_j\Pi} \right], \quad (4.48)$$

y además

$$f(x_j) = -2 \left[\arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{x_j}} \right) \right]^2, \quad (4.49)$$

$$F[x, x_j] = \sqrt{1 - \frac{4x_j}{x}} \log \left[\frac{\sqrt{1 - \frac{4x_j}{x}} + 1}{\sqrt{1 - \frac{4x_j}{x}} - 1} \right], \quad (4.50)$$

donde $f(x_j)$ es la solución analítica para la función $m_h^2 C_0[m_\alpha^2, m_\beta^2, m_h^2, m_j^2, m_j^2, m_j^2]$ para $m_\alpha = m_\beta = 0$ bajo la suposición de que depende débilmente de estas masas. De éstas expresiones se verifica que $F_L|_{x_W \rightarrow x_j}$ se desvanece en el límite cuando $x_j \rightarrow \infty$.

4.3.2. Segundo análisis. Amplitud F_L con neutrinos de masas ligeras

La expansión en serie de potencias a primer orden con respecto a x_j alrededor de $x_j = 0$ para las soluciones analíticas de las funciones $B_0(4)$, $B_0(5)$ y $B_0(6)$ es:

$$B_{0_s}(4) = -\frac{1}{2x_\alpha(x_\alpha - x_W)} \left[-2x_\alpha(2x_\alpha + x_j - 2x_W) + (x_\alpha - x_W) \log(x_W)(x_\alpha - x_j + x_W) \right. \\ \left. + 2x_\alpha x_j \log(x_j) + 2(-x_W(2x_\alpha + x_j) + x_\alpha(x_\alpha - x_j) + x_W^2) \log \left(\frac{x_W - x_\alpha}{\sqrt{x_W}} \right) \right], \quad (4.51)$$

$$B_{0_s}(5) = B_0(4) \quad , \quad x_\alpha \rightarrow x_\beta, \quad (4.52)$$

$$B_{0_s}(6) = 2x_j(1 - \log(x_j) - i\pi) + 2 + i\pi. \quad (4.53)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (4.21) y las soluciones para el resto de las B_0 , se procede a remover todos los términos independientes de x_j ya que no contribuyen debido a la unitariedad de a . La amplitud izquierda finalmente toma la forma:

$$F_L = \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_W}} \sum_j a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left[f_0 + G_0 + g_1 B_0(1) + g_2 B_0(2) + g_6 B_0(6) + g_7 B_0(7) + \sum_{l=1}^2 f_l m_h^2 C_0(l) \right] \quad (4.54)$$

donde $f_0, f_1, f_2, g_1, g_2, g_6$ y g_7 son los factores de forma presentados al inicio de esta sección. Las funciones C_0 no tienen solución analítica por lo que serán calculadas con el programa LoopTools. El nuevo término G_0 aparece en el Apéndice 8, puesto que es muy extenso. Los cálculos numéricos presentados en esta tesis se obtienen usando (4.54) con $F_R = F_L (x_\alpha \leftrightarrow x_\beta)$.

4.4. Modelo Estándar mínimamente extendido

Como caso particular se analiza la amplitud \mathfrak{M} en el marco de mezcla de neutrinos a través de la matriz PMNS. De acuerdo con (2.30) definimos:

$$a_{j\alpha} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}U_{j\alpha}^* , \quad (4.55)$$

con $U_{j\alpha}$ las entradas de la matriz (2.31). Los valores de los senos y cosenos de los ángulos de mezcla se toman de la tabla 2.1 como:

$$\begin{aligned} \sin \theta_{12} &= 0.551 , & \cos \theta_{12} &= 0.834 , \\ \sin \theta_{23} &= 0.717 , & \cos \theta_{23} &= 0.697 , \\ \sin \theta_{13} &= 0.148 , & \cos \theta_{13} &= 0.989 . \end{aligned} \quad (4.56)$$

De acuerdo con el T2K [25] tomamos la fase de Dirac con el valor de $\delta = -\pi/2$. Tanto en F_L como en F_R existe suma sobre j es decir, al expandir la sumatoria en (4.54) tendremos una expresión de la forma:

$$F_L = F(m_1)a_{1\alpha}^* a_{1\beta} + F(m_2)a_{2\alpha}^* a_{2\beta} + F(m_3)a_{3\alpha}^* a_{3\beta} , \quad (4.57)$$

donde los coeficientes $F(m_j)$ dependen de la masa de cada neutrino y de la masa del resto de las partículas. Usando las relaciones entre las diferencias cuadráticas de las masas de los neutrinos es posible hacer que F_L dependa sólo de la masa de uno de ellos. En efecto, de la tabla 2.1 se encuentra que:

$$\begin{aligned} m_2 &= \sqrt{7.53 \times 10^{-5} \text{eV}^2 + m_1^2} , \\ m_3 &= \sqrt{2.56 \times 10^{-3} \text{eV}^2 + m_1^2} . \end{aligned} \quad (4.58)$$

4.5. Resultados numéricos

Establecidos los parámetros del modelo, la anchura de decaimiento $\Gamma(h \rightarrow l_\alpha l_\beta)$ y los $\text{BR}(h \rightarrow l_\alpha l_\beta)$ quedan como función de m_1 una vez que se definen los productos: l_α y l_β . Los valores de las masas de los leptones son los mostrados en la tabla 2 mientras que los parámetros de oscilación son los presentados en la sección anterior.

4.5.1. $h \rightarrow e^+ \mu^-$

Se tiene la anchura de decaimiento y el BR como función de m_1 :

$$\Gamma(h \rightarrow e^- \mu^+) = \Gamma(h \rightarrow e^- \mu^+)(m_1) \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow e^- \mu^+) = \text{BR}(h \rightarrow e^- \mu^+)(m_1) . \quad (4.59)$$

De los cuales obtenemos las siguientes gráficas en función de m_1 en el rango $0 < m_1 < 2$ eV. Para la anchura de decaimiento:

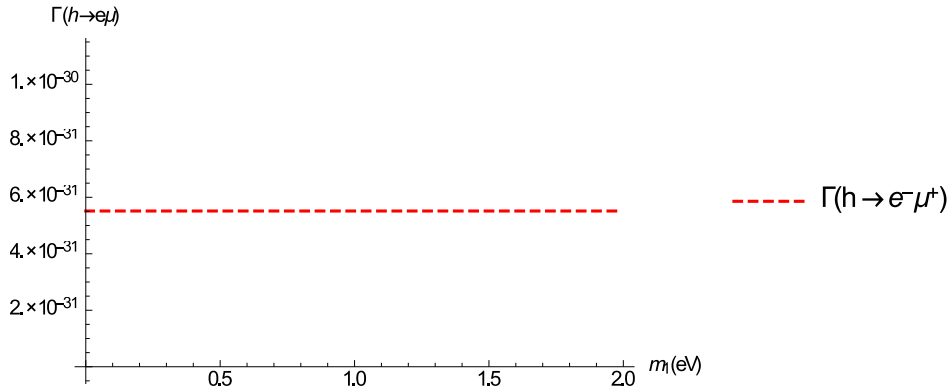


Figura 4.1: Anchura de decaimiento para $h \rightarrow e^- \mu^+$.

Para el BR:

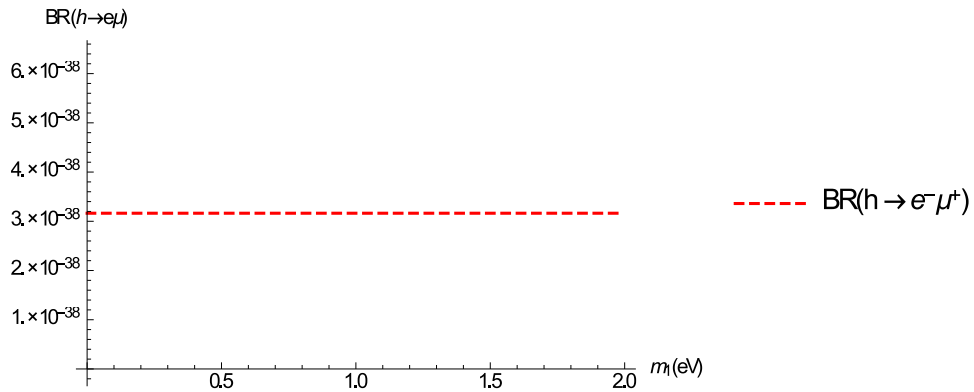


Figura 4.2: BR para $h \rightarrow e^- \mu^+$.

En dicho intervalo estas cantidades toman los valores aproximadamente constantes:

$$\Gamma(h \rightarrow e^- \mu^+) = 5.5 \times 10^{-31} \text{ eV} \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow e^- \mu^+) = 3.2 \times 10^{-38} . \quad (4.60)$$

Algo completamente análogo ocurre para el proceso $h \rightarrow \mu^- e^+$.

4.5.2. $h \rightarrow e^- \tau^+$

La anchura de decaimiento y el BR son:

$$\Gamma(h \rightarrow e^- \tau^+) = \Gamma(h \rightarrow e^- \tau^+)(m_1) \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow e^- \tau^+) = \text{BR}(h \rightarrow e^- \tau^+)(m_1) . \quad (4.61)$$

La anchura de decaimiento en función de m_1 se mapea como:

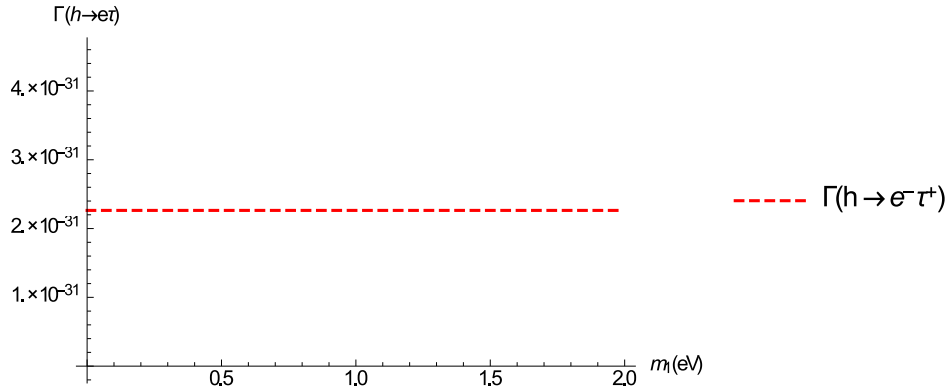


Figura 4.3: Anchura de decaimiento para $h \rightarrow e^- \tau^+$.

Por otro lado, para el BR:

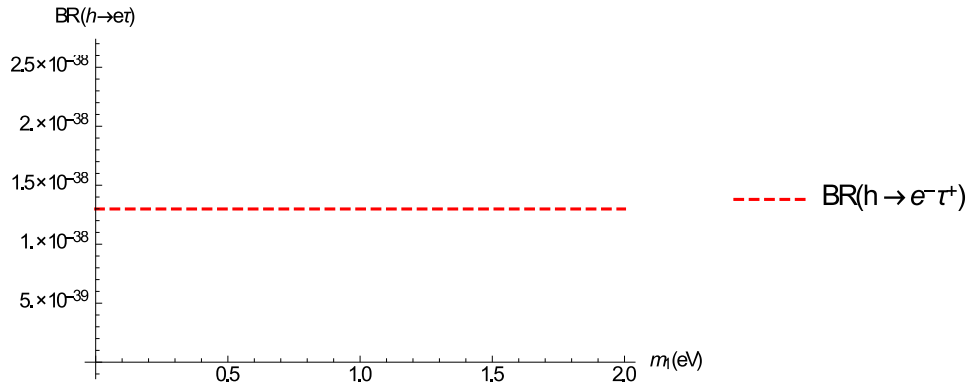


Figura 4.4: BR para $h \rightarrow e^- \tau^+$.

Donde:

$$\Gamma(h \rightarrow e^- \tau^+) = 2.3 \times 10^{-31} \text{ eV} \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow e^- \tau^+) = 1.3 \times 10^{-38} . \quad (4.62)$$

Lo mismo ocurre para el proceso $h \rightarrow \tau^- e^+$.

4.5.3. $h \rightarrow \mu^- \tau^+$

La anchura de decaimiento y el BR son:

$$\Gamma(h \rightarrow \mu^- \tau^+) = \Gamma(h \rightarrow \mu^- \tau^+)(m_1) \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow \mu^- \tau^+) = \text{BR}(h \rightarrow \mu^- \tau^+)(m_1) . \quad (4.63)$$

Para la anchura de decaimiento:

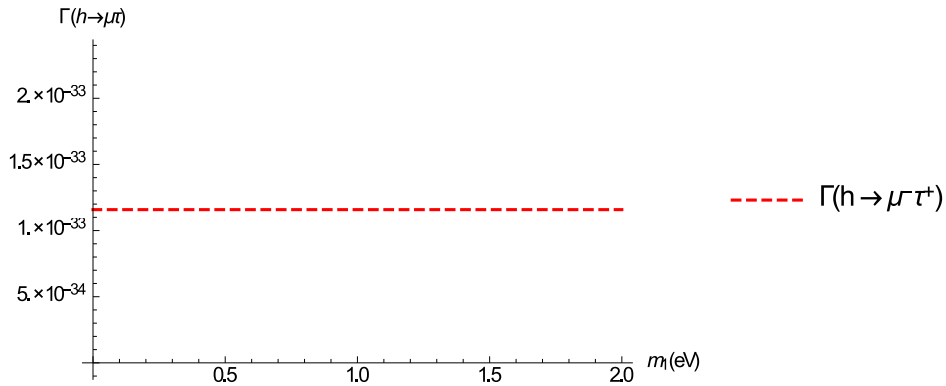


Figura 4.5: Anchura de decaimiento para $h \rightarrow \mu^- \tau^+$.

Para el BR:

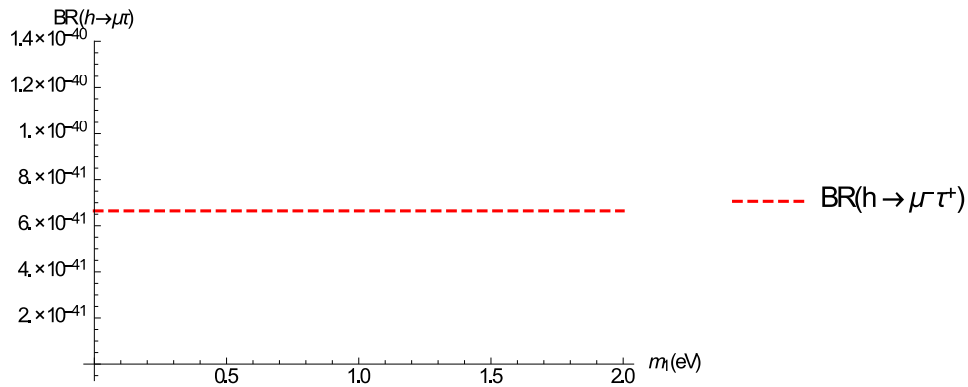


Figura 4.6: BR para $h \rightarrow \mu^- \tau^+$.

Donde:

$$\Gamma(h \rightarrow \mu^- \tau^+) = 1.2 \times 10^{-33} \text{ eV} \quad , \quad \text{BR}(h \rightarrow \mu^- \tau^+) = 6.6 \times 10^{-41} . \quad (4.64)$$

Lo mismo ocurre para el proceso $h \rightarrow \tau^- \mu^+$.

4.6. Cotas experimentales y teóricas

Se presentan en un primer apartado resultados experimentales arrojados por la colaboración del CMS. Posteriormente se presentan resultados teóricos sobre los procesos $h \rightarrow \mu^- \tau^+$ y $h \rightarrow e^- \tau^+$ obtenidos por el método del *see-saw* inverso (ISS por sus siglas en inglés)[19]. Aunque el ISS es un modelo de neutrinos masivos derechos, el orden de magnitud de los BR obtenidos en este contexto otorga consistencia a los resultados obtenidos en esta tesis en donde asumimos masas ultraligeras para neutrinos izquierdos.

4.6.1. Cotas experimentales

La búsqueda del VSL llevada a cabo por el CMS [36] a inicios del 2015 arrojó el siguiente BR para el decaimiento $h \rightarrow \mu\tau$:

$$\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau) = 0.84_{-37}^{+39} \% . \quad (4.65)$$

Sin embargo, en un nivel de confianza del 95 % se establece la siguiente cota:

$$\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau) < 1.51 \% . \quad (4.66)$$

4.6.2. Cotas teóricas. Modelo del *see-saw* inverso (ISS)

A diferencia del modelo del *see-saw* visto en la sección 2.3 en donde el valor de las masas de los neutrinos ligeros surge de la supresión en un factor de la forma m/M , el ISS incorpora la masa de neutrinos ligeros a través de un término que contiene VSL. En este escenario se trabaja en un modelo mínimo en donde se introducen tres pares de singletes de neutrinos derechos dentro del ME donde el valor de sus masas corre desde 200 hasta 10^7 GeV. En este modelo se obtiene una predicción sobre el valor máximo de las siguientes razones[19]:

$$\text{BR}^{max}(h \rightarrow \mu^- \tau^+) \simeq 10^{-5} , \quad (4.67)$$

$$\text{BR}^{max}(h \rightarrow e^- \tau^+) \simeq 10^{-5} . \quad (4.68)$$

El orden de magnitud de los BR obtenidos en esta tesis se encuentra enormemente alejado de la evidencia experimental (4.66). Por otra parte es natural esperar que en el caso de neutrinos ligeros, que es el modelo en el que nos basamos, los BR obtenidos (4.62) y (4.64) sean de un orden de magnitud mucho menor en comparación con los resultados del ISS.

Capítulo 5

Conclusiones

Después de introducir un lagrangiano de corrientes cargadas que incorpora mezcla de neutrinos masivos de Dirac que además parametriza de manera general a la parte vectorial y axial, logramos calcular de manera exacta a un lazo los efectos de norma de este lagrangiano sobre el decaimiento $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$. Para garantizar una amplitud de probabilidad finita se restringió el modelo a una parametrización idéntica para las corrientes vectorial (v) y axial (a). Sin embargo queda abierta la posibilidad de explorar otras condiciones menos restrictivas sobre estas matrices que garanticen la cancelación de las divergencias ultravioletas. Dentro de este marco se concluyó que el mecanismo de Higgs es partícipe en la generación de las masas de los neutrinos ligeros. Aunque no se puede concluir que sea el único mecanismo involucrado. Por ejemplo en la discusión del mecanismo del *see-saw*, el mecanismo de Higgs genera contribuciones a las masas de los neutrinos, pero no es lo único que las produce, y la forma precisa de éstas depende de, al menos, dos escalas de energía y de un proceso de diagonalización.

La estructura unitaria de las matrices a y v permite eliminar términos que no contribuyen en la amplitud. Para esto es necesario introducir las soluciones analíticas a las funciones escalares B_0 ya que algunas de ellas dependen de la masa de los neutrinos. Sin embargo tres de estas funciones mostraban un comportamiento altamente sensible en el intervalo de masas ligeras $0 < m_j < 2$ eV debido a la gran diferencia del orden de magnitud de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los leptones cargados, el bosón W y h en combinación con la precisión intrínseca del programa **Wolfram Mathematica**. Para solucionar este problema en virtud de que las masas m_j son mucho menores que la masa del resto de las partículas (condición que se traduce en $x_j \ll 1$) optamos por expandir a dichas funciones en serie de Taylor a primer orden en x_j alrededor de $x_j = 0$. Hecho esto es posible determinar las amplitudes $F_{L,R}$ en el intervalo de masas ligeras; en este rubro es necesario investigar si existe algún programa que cuente con una mejor precisión con el cual se pueda efectuar este cálculo sin necesidad de hacer la expansión en serie de Taylor. Una vez determinada la amplitud de probabilidad se pueden calcular las anchuras de decaimiento y los BR. Para ello restringimos el modelo al ME mínimamente extendido. La amplitud \mathfrak{M} queda como función de las tres masas ligeras m_j . Sin embargo usando la diferencia cuadrática de estas es posible reducir la dependencia a una sola de ellas con lo que se puede mapear a la anchura de decaimiento y al BR en términos de la masa de cualquiera de los tres neutrinos introducidos. Finalmente calculamos estas cantidades para cada uno de los procesos en el intervalo $0 < m_1 < 2$ eV. Por cada proceso se tiene un valor de Γ y BR aproximadamente constante. Aunque los resultados no son concluyentes para establecer nuevas cotas sobre el decaimiento con VSL $h \rightarrow l_\alpha l_\beta$ al compararlos con cotas experimentales y con resultados arrojados por el modelo ISS, obtenemos consistencia en el orden de magnitud de

los resultados de esta tesis.

Como trabajo posterior se plantea hacer un estudio extenso sobre la cuantización de campos masivos de Majorana para analizar el mismo proceso dentro de este contexto y obtener nuevas cotas teóricas.

Capítulo 6

Reglas de Feynman del Modelo Estándar

Las reglas de Feynman del ME en la norma unitaria ocupadas en esta tesis son la siguientes:

$$\begin{array}{c} p \\ \longrightarrow \end{array} \quad i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Figura 6.1: Propagador para leptones en el ME.

$$\begin{array}{c} W^\pm(k) \\ \mu \sim \text{~~~~~} \nu \end{array} \quad \frac{-i}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2} \right]$$

Figura 6.2: Propagador del W en el ME.

$$\begin{array}{c} h \\ | \\ \text{---} \\ / \quad \backslash \\ l \quad l \end{array} \quad -ig \frac{m_l}{2m_W}$$

Figura 6.3: Vértice $h\bar{l}l$.

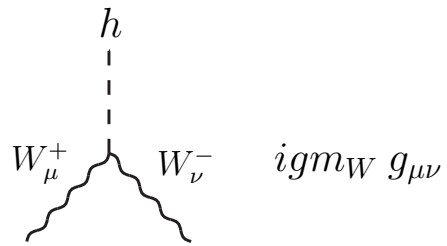


Figura 6.4: Vértice hW^+W^- .

Capítulo 7

Propiedades de las matrices γ^μ y suma sobre estados de espín en la amplitud cuadrática

En la representación espinorial del grupo de Lorentz se introducen los generadores de la siguiente forma:

$$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] , \quad (7.1)$$

con γ^μ 4 matrices que satisfacen el álgebra de Clifford

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} , \quad (7.2)$$

y la condición

$$\gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu . \quad (7.3)$$

Se define a la matriz quirial γ^5 como

$$\gamma_5 \equiv \gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 . \quad (7.4)$$

Estas matrices cumplen con las siguientes propiedades:

- I) $(\gamma^0)^2 = 1$,
- II) $(\gamma^k)^2 = -1$, $k = 1, 2, 3$,
- III) $(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0$, $(\gamma^k)^\dagger = -\gamma^k \iff (\gamma^\mu)^\dagger = \gamma_\mu$, $(\gamma_\mu \equiv g_{\mu\nu}\gamma^\nu)$,
- IV) $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$,
- V) $(\gamma^5)^2 = 1$,
- VI) $(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$.

Usando el álgebra de Clifford y las propiedades anteriores, se tienen además que:

- a) $\not{p}_1 \not{p}_2 = p_1 \cdot p_2$, $\not{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu$,
 b) $\text{Tr}(1) = 4$,
 c) $\text{Tr}(\gamma^\mu) = 0$, $\text{Tr}(\overbrace{\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \dots}^N) = 0$ N impar ,
 d) $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$,
 e) $\text{Tr}(\gamma^5) = 0$,
 f) $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5) = 0$.

Por último se tiene el siguiente resultado importante que involucra suma sobre estados de espín:

1. $\sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) = \not{p} + m$,
2. $\sum_s v(p, s) \bar{v}(p, s) = \not{p} - m$,

con m la masa del fermión.

7.1. Suma sobre estados de espín en $|\mathfrak{M}|^2$

En la sección 3.3 se encuentra que:

$$\begin{aligned}
 |\mathfrak{M}|^2 &= \frac{g^2}{4(4\pi)^4} \sum_{s_1} \sum_{s_2} [|F_R + F_L|^2 \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) v_\beta(p_2, s_2) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) u_\alpha(p_1, s_1) \\
 &\quad + (F_R + F_L)(F_R^* - F_L^*) \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) v_\beta(p_2, s_2) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) \gamma^5 u_\alpha(p_1, s_1) \\
 &\quad + (F_R - F_L)(F_R^* + F_L^*) \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) \gamma^5 v_\beta(p_2, s_2) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) u_\alpha(p_1, s_1) \\
 &\quad - |F_R - F_L|^2 \bar{u}_\alpha(p_1, s_1) \gamma^5 v_\beta(p_2, s_2) \bar{v}_\beta(p_2, s_2) \gamma^5 u_\alpha(p_1, s_1)] .
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Se procede a realizar la suma sobre s_1 y s_2 en los términos que contienen a los espinores u_α y v_β . Ocupando los resultados anteriores concernientes a las matrices γ^μ , γ^5 y la cinemática del proceso (3.4) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \sum_{s_1} \sum_{s_2} \bar{u}(p_1, s_1) v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) u(p_1, s_1) &= \text{Tr} [(\not{p}_2 - m_\beta) (\not{p}_1 + m_\alpha)] \\
 &= 4 [p_1 \cdot p_2 - m_\alpha m_\beta] \\
 &= 2 [m_h^2 - (m_\alpha + m_\beta)^2] ,
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{s_1} \sum_{s_2} \bar{u}(p_1, s_1) v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) \gamma^5 u(p_1, s_1) &= \text{Tr} [(\not{p}_2 - m_\beta) \gamma^5 (\not{p}_1 + m_\alpha)] \\
 &= 0 ,
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{s_1} \sum_{s_2} \bar{u}(p_1, s_1) \gamma^5 v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) u(p_1, s_1) &= \text{Tr} [\gamma^5 (\not{p}_2 - m_\beta) (\not{p}_1 + m_\alpha)] \\
 &= 0 ,
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{s_1} \sum_{s_2} \bar{u}(p_1, s_1) \gamma^5 v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) \gamma^5 u(p_1, s_1) &= -\text{Tr} [(p_2 + m_\beta) (p_1 + m_\alpha)] \\
 &= -4 [p_1 \cdot p_2 + m_\alpha m_\beta] \\
 &= -2 [m_h^2 - (m_\alpha - m_\beta)^2] ,
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

con lo que finalmente:

$$|\mathfrak{M}|^2 = \frac{g^2}{2(4\pi)^4} \{ |F_R + F_L|^2 [m_h^2 - (m_\alpha + m_\beta)^2] + |F_R - F_L|^2 [m_h^2 - (m_\alpha - m_\beta)^2] \} . \tag{7.10}$$

Capítulo 8

Amplitud izquierda F_L

En la subsección (4.3.2) se encontró que la amplitud F_L toma la forma:

$$F_L = \sqrt{\frac{x_\alpha}{x_W}} \sum_j a_{j\alpha}^* a_{j\beta} \left[f_0 + G_0 + g_1 B_0(1) + g_2 B_0(2) + g_6 B_0(6) + g_7 B_0(7) + \sum_{l=1}^2 f_l m_h^2 C_0(l) \right], \quad (8.1)$$

donde el término G_0 es:

$$\begin{aligned} G_0 = \frac{x_j}{\Pi\Omega} \left[& -2((x_\beta x_j - 2(x_j - 2x_W)x_W)x_\alpha^4 - ((x_j + 2x_W)x_\beta^2 + (x_j^2 + 2(x_W + 1)x_j + 2(3x_W - 1)x_W)x_\beta \right. \\ & + 2(-x_j^2 - (x_W + 2)x_j + 2(x_W + 2)x_W)x_W)x_\alpha^3 + (-(x_j - 4x_W)x_\beta^3 + (x_j^2 + (8x_W - 4)x_j + 6x_W^2)x_\beta^2 \\ & + (2(x_W + 1)x_j^2 + 8x_W x_j + x_j - 2x_W(x_W^2 + x_W + 1))x_\beta + 2((x_W - 2)x_j^2 + (x_W^2 - 4x_W - 1)x_j \\ & - 2x_W(x_W^2 - 3x_W - 1))x_W)x_\alpha^2 + ((x_j - 2x_W)x_\beta^4 + (x_j^2 - 2(x_W + 1)x_j + 2x_W(3 - 5x_W))x_\beta^3 \\ & + ((4 - 10x_W)x_j^2 + (-6x_W^2 + 12x_W + 1)x_j + 16(x_W - 1)x_W^2)x_\beta^2 - ((2x_W x_j + x_j)^2 \\ & - 4(2x_W^2 + 2x_W + 1)x_W^2 + 2(2x_W^2 + 2x_W + 3)x_j x_W)x_\beta + 2x_W(x_j^2 + 3x_W x_j - 4x_W^2))x_\alpha \\ & + 2((3x_W + 1)x_j^2 + 2x_W^2 x_j - x_W^2(5x_W + 3))x_\beta^3 + (-4(x_W - 5)x_W^3 + 2(x_W^2 - 6x_W + 1)x_j x_W \\ & + (2x_W^2 - 8x_W - 1)x_j^2)x_\beta^2 + 2((4x_W + 1)x_j^2 + 4x_W^2 x_j - x_W^2(8x_W + 1))x_\beta x_W - 2x_W^2(x_j^2 + x_W x_j - 2x_W^2) \\ & - x_\beta^4(x_j^2 + 2x_W x_j - 6x_W^2))x_\beta \log(x_j)x_\alpha^2 + ((2x_\beta x_j + (4x_W - x_j)x_W)x_\alpha^5 - (2(x_j + 2x_W)x_\beta^2 \\ & + 2(x_j^2 + (x_W + 2)x_j + (x_W + 1)x_W)x_\beta + (-x_j^2 - 2x_j + (3x_W + 8)x_W)x_W)x_\alpha^4 + (-2(x_j - 4x_W)x_\beta^3 + \\ & 2(x_j^2 + 2(x_W - 2)x_j - x_W^2)x_\beta^2 + 2(-3x_W^3 + 3x_j x_W + x_W + (x_W + 2)x_j^2 + x_j)x_\beta \\ & + (-2x_j^2 - x_j + 2(3x_W + 2)x_W)x_W)x_\alpha^3 + (2(x_j - 2x_W)x_\beta^4 + 2(x_j^2 + (x_W - 2)x_j - 3x_W^2 + x_W)x_\beta^3 \\ & + (-8(x_W - 1)x_j^2 + (22x_W + 2)x_j + 2(12x_W^2 - 2x_W - 1)x_W)x_\beta^2 + 2(-3x_W^3 + x_W^2 - 4x_j x_W \\ & + (x_W - 1)x_j^2)x_\beta + x_W(x_j^2 - 3x_W^2))x_\alpha^2 + (-2(x_\beta^2 - (3x_W + 2)x_\beta + x_W + 1)x_j^2 + (-3x_\beta^2 + 2x_\beta + 1)x_W x_j \\ & - 2x_W^2(-3x_\beta^2 + (9x_W + 2)x_\beta - 3x_W + 1))x_\beta^2 x_\alpha + (x_\beta - 1)^2 x_\beta^2 (3x_W^2 - x_j^2)x_W(x_\alpha - x_W)(x_\beta - x_W) \log(x_W) \\ & + 2x_W(x_\alpha(x_\beta((2x_\beta - x_j + 2x_W)x_\alpha^5 + (x_j^2 + (5x_W + 2)x_j + (-6x_j - 17x_W + 6)x_\beta + (5x_W - 12)x_W)x_\alpha^4 \\ & - (6x_\beta^3 + (-14x_j - 25x_W + 8)x_\beta^2 + (-2x_j^2 + 3x_W x_j - 2x_j + 4x_W^2 - 8x_W + 8)x_\beta + (2x_W^2 + 6x_W + 1)x_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (11x_W^2 - 10x_W - 10)x_W + x_j^2(2 - 3x_W)x_\alpha^3 + (4x_\beta^4 + (-6x_j - 7x_W + 10)x_\beta^3 - (8x_j^2 + (9x_W + 10)x_j \\
& + 4x_W^2 + 16x_W - 6)x_\beta^2 + ((2 - 5x_W)x_j^2 + 4(x_W + 4)x_Wx_j + (19x_W^2 - 2x_W + 5)x_W)x_\beta + 3(2x_W - 5)x_W^2 \\
& + x_jx_W + x_j^2(1 - 2x_W))x_\alpha^2 - ((x_j + 3x_W)x_\beta^4 + (-6x_j^2 + (2 - 7x_W)x_j + 4x_W)x_\beta^3 + (-(x_W - 2)x_j^2 \\
& + (2x_W^2 - 6x_W - 3)x_j + (5x_W^2 - 22x_W + 9)x_W)x_\beta^2 + (-4x_j^2 + (8x_W + 5)x_j + 2(10x_W - 3)x_W)x_Wx_\beta \\
& + x_W(x_j^2 - 2x_Wx_j - 5x_W^2))x_\alpha + (x_\beta - 1)^2x_\beta(3x_W^2 - x_j^2)(x_\beta - x_W) + (-3x_\beta^5 + (10x_j + 7x_W - 8)x_\beta^4 \\
& + (-7x_j^2 + (8 - 18x_W)x_j - 9x_W^2 + 12x_W + 3)x_\beta^3 - ((7x_W + 2)x_j^2 + 2x_j + 3(-7x_W^2 + 2x_W + 1)x_W)x_\beta^2 \\
& + ((1 - 2x_W)x_j^2 + 2x_Wx_j + (6x_W - 1)x_W^2)x_\beta + (x_\beta^3 - (4x_j + 13x_W + 2)x_\beta^2 + (x_j^2 + 2x_j - x_W(x_W + 2))x_\beta \\
& + (x_j^2 + 2x_j - x_W(3x_W + 8))x_W)x_\alpha^2 + ((-5x_j + 4x_W - 2)x_\beta^3 + (6x_j^2 + (19x_W + 2)x_j + 2(3x_W + 1)x_W)x_\beta^2 \\
& + ((6x_W - 2)x_j^2 - (6x_W + 1)x_j + 2x_W^2(1 - 9x_W))x_\beta + (-2x_j^2 - x_j + 2(3x_W + 2)x_W)x_\alpha \\
& + x_\alpha^3(2x_\beta^2 - x_jx_\beta + 2x_Wx_\beta + 4x_W^2 - x_jx_W) + x_W(x_j^2 - 3x_W^2)x_\alpha(x_\alpha - x_W) \log\left(\frac{x_W - x_\beta}{\sqrt{x_W}}\right) \\
& - x_\beta(x_\beta - x_W)(2x_\alpha^6 + (5x_\beta - 6x_j - 4x_W)x_\alpha^5 + (-8x_\beta^2 - (5x_j + 11x_W + 2)x_\beta + 4x_j^2 \\
& + 6x_W^2 + 4x_j + 10x_jx_W - 2)x_\alpha^4 + (x_\beta^3 + 2(6x_j + 9x_W - 5)x_\beta^2 + (x_j^2 - (x_W - 2)x_j + x_W^2 + 6x_W + 5)x_\beta \\
& + 2(2(x_W - 1)x_j^2 - 6x_Wx_j + x_j - 2x_W(3x_W^2 + x_W - 1)))x_\alpha^3 - ((x_j + 3x_W)x_\beta^3 + 2(3x_j^2 + (6x_W - 3)x_j \\
& + (2x_W - 3)x_W)x_\beta^2 + (-(x_W + 2)x_j^2 + (5 - 10x_W)x_j + (3x_W^2 + 6x_W + 7)x_W)x_\beta \\
& + 2x_W(2x_j^2 - x_j - 6x_W^2 + x_W))x_\alpha^2 + ((x_\beta^2 - 6x_Wx_\beta - 2x_\beta + 2x_W + 1)x_j^2 + (3x_\beta^2 - 2x_\beta - 1)x_Wx_j \\
& + (-3x_\beta^2 + 18x_Wx_\beta - 2x_\beta - 6x_W + 5)x_W^2)x_\beta x_\alpha + (x_\beta - 1)^2x_\beta x_W(x_j^2 - 3x_W^2) \log\left(\frac{x_W - x_\alpha}{\sqrt{x_W}}\right) \Big] ,
\end{aligned} \tag{8.2}$$

con

$$\Omega = 2x_\alpha^2x_\beta x_W^2(x_\alpha - x_\beta)(x_\alpha - x_W)(x_\beta - x_W) . \tag{8.3}$$

Bibliografía

- [1] Glashow, S. L. (1961), Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4), 579-588.
- [2] Weinberg, S. (1967), A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*,19, 1264-1266.
- [3] A. Salam (1968). N. Svartholm, ed. *Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity*. Eighth Nobel Symposium. Stockholm: Almquist and Wiksell. p. 367.
- [4] David Griffiths, Introduction to elementary particles. Ed. Wiley, Canadian 1987.
- [5] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, 38, 090001 (2014) and 2015 update.
- [6] Higgs, P. W. (1964), Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13, 508-509.
- [7] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* 109, 193 (1958).
- [8] E. C. Sudarshan and R. E. Marshak, *Phys. Rev.* 109,1860 (1958).
- [9] J. J. Sakurai, *Nuovo Cimento* 7, 649 (1958).
- [10] B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP* 6, 429, 1957.
- [11] The Super-Kamiokande Collaboration, Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* 81 1562-1567, 1998.
- [12] C. Giunti y C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press, 2007.
- [13] C. Giunti and A. Studenikin, *Neutrino Electromagnetic Properties, Physics of Atomic Nuclei*, 2009, Vol. 72, No. 12, pp. 2089-2125, 2009.
- [14] J. G. Körner, A. Pilaftsis, and K. Schilcher, *Phys. Rev. D* 47, 1080 (1993); J.L. Diaz-Cruz and J. J. Toscano, *Phys. Rev. D* 62, 116005 (2000); E. Arganda, A. M. Curiel, and M. J. Herrero, *Phys. Rev. D* 71, 035011 (2005).
- [15] E. Arganda, A. M. Curiel, and M. J. Herrero, *Phys. Rev. D* 71, 035011 (2005); E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano, and C. Weiland, e-print:arXiv:1405.4300.
- [16] L -L. Chau and W. -Y. Keung, *Phys. Rev. Lett.* 53, 1802, 1984.
- [17] Vernon Barger, Muneyuki Ishida, Wai-Yee Keung, Total Width of 125 GeV Higgs Boson, *PhysRevLett.*108.261801.
- [18] CMS Collaboration, Report No. CMS-PAS-HIG-14-002.

-
- [19] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano, C. Weiland, Radiatively-induced LFV Higgs Decays from Massive ISS Neutrinos, Nuclear Physics B Proceedings Supplement 00 (2014), [arXiv:1410.5779v2 [Hep-ph]].
- [20] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963).
- [21] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).
- [22] Hitoshi Murayama, The origin of neutrino mass, PHYSICS WORLD, May 2002.
- [23] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. W. Sunyar, Phys. Rev. 109, 1015, American Physical Society, 1 February 1958.
- [24] A. D. Zakharov, Sov. Phys. Usp. 34, 392 (1991).
- [25] T2K Collaboration. Observation of Electron Neutrino Appearance in a Muon Neutrino Beam, . PHYSICAL REVIEW LETTERS 112, 061802, February 2014.
- [26] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Gauge theory of elementary particle physics, Clarendon Press, Oxford. 1983.
- [27] Langacker-Paul, The Standard Model and Beyond, CRC Press, 2010.
- [28] LHC Higgs Cross Section Working Group, Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 2. Differential Distributions, arXiv:1201.3084v1 [hep-ph].
- [29] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, New Developments in FeynCalc 9.0, TUM-EFT 71/15, arXiv:1601.01167.
- [30] R. Mertig, M. Böhm, and A. Denner, Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes, Comput. Phys. Commun., 64, 345–359, 1991.
- [31] T. Hahn, M. Pérez-Victoria, Automatized One-Loop Calculations in four and D dimensions, Comput.Phys.Commun.118:153-165,1999, arXiv:hep-ph/9807565v1.
- [32] G. Passarino and M. J. G. Veltman, One Loop Corrections for $e^+ e^-$ Annihilation Into $\mu^+ \mu^-$ in the Weinberg Model, Nucl. Phys. B160 (1979) 151.
- [33] G. 't Hooft and M. Veltman, Scalar One Loop Integrals, Nucl.Phys. B153 (1979) 365-401.
- [34] M. Peskin y D. V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Westview Press, 1995.
- [35] L G Benitez-Guzmán, I García - Jiménez, M A López-Osorio, E Martínez-Pascual and J J Toscano, Revisiting the flavor changing neutral current Higgs decays $H \rightarrow q_i q_j$ in the Standard Model, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 42 085002.
- [36] CMS Collaboration, Search for lepton-flavour-violating decays of the Higgs boson. Phys. Lett. B 749, 337, 2015.