

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
PUEBLA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN INSTRUMENTACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA



TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL
TÍTULO DE:
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

**Análisis de sensibilidad en el diseño de
osciladores caóticos de múltiples enrollamientos
para su realización experimental**

Autor:
LCE. Jesús García Aguila

Asesores
Dr. Jesús Manuel Muñoz Pacheco
Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán

Julio 2015

Agradecimientos

Agradezco a la *Facultad de Ciencias de la Electrónica, BUAP*, por ser la institución académica que me formó profesionalmente y en brindarme todo el apoyo durante mi estancia en esta maestría.

Quiero agradecerle a mis asesores de tesis, *Dr. Jesús Manuel Muñoz Pacheco* y *Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán*, por sus conocimientos, orientaciones y responsabilidad que me ayudaron a culminar esta investigación, y sobre todo su paciencia en esperar que este trabajo pudiera llegar a su fin.

Mi agradecimiento al Dr. Gerardo Mino Aguilar por su apoyo incondicional durante mi estancia en la maestría.

Doy las gracias a los jurados de tesis, *Dra. Luz del Carmen Gómez Pavon*, *Dr. Victor Rodolfo González Díaz* y el *Dr. José Eligio Moisés Gutiérrez Arias*, por la revisión del trabajo de tesis, así como por sus comentarios que me permitieron enriquecer y perfeccionar el presente trabajo.

Agradezco a la *Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP), BUAP*, por el apoyo para la presentación de este trabajo en foros académicos nacionales e internacionales.

Agradecimientos

La presente tesis está dedicada a Dios, por ser guía y darme la oportunidad de cumplir con mis metas.

Agradezco a mis padres *Martha* y *Jesús*, por su amor, trabajo y sacrificios en todos estos años, gracias a ustedes he llegado hasta aquí y convertirme en la persona que soy. Me siento orgulloso de ustedes.

Agradezco a mis hermanas *Martha* y *Maribel*, por apoyarme incondicionalmente en alcanzar mis metas y por acompañarme en los momentos difíciles y alegres de mi vida.

Agradezco a mi amada esposa *Eliza*, gracias por ser mi impulso para alcanzar nuevas metas y brindarme el mejor regalo de la vida, nuestro hijo *Jesús*.

Y a todos aquellos que me ayudaron en mi desarrollo personal y profesional.

Para mi hijo, Jesús . . .

Resumen

¿Qué es caos?

El caos es un fenómeno presente en sistemas dinámicos no lineales que presenta sensibilidad extrema a condiciones iniciales. Este se refiere a un tipo de comportamiento complejo que posee características especiales tales como: sistema determinista, sensible a condiciones iniciales, un exponente de Lyapunov positivo y un comportamiento aperiódico.

La ingeniería ha sido dominada, hasta ahora, por un paradigma lineal debido a que las técnicas lineales se encuentran bien establecidas, consolidadas y solucionan una clase amplia de problemas presentes en la ingeniería electrónica, como el diseño de filtros y amplificadores lineales. Las técnicas lineales se basan en el principio de superposición, que establece que la respuesta de un sistema ante un conjunto de estímulos se obtiene de la suma de las respuestas individuales producidas por cada uno de los estímulos. Sin embargo, esta visión provee únicamente una aproximación de primer orden de la naturaleza no lineal del mundo y no explota los efectos no lineales inherentes en los sistemas.

Hoy en día existen varios tipos de funciones no-lineales que generan caos dentro de los sistemas dinámicos no-lineales han sido estudiadas. Estas incluyen: funciones lineales por tramos (PWL). Aunque los sistemas caóticos originados a partir de estas funciones han sido verificados por simulaciones numéricas y pruebas matemáticas, se ha identificado que la instrumentación en hardware (circuitos electrónicos) es una tarea compleja, debido a las variaciones o modificaciones sobre los componentes del sistema, aún ligeras, repercutirá en el rendimiento del circuito provocando que el oscilador caótico no genere un comportamiento caótico. La causa de la degradación en el comportamiento de estos sistemas se debe a las variaciones sobre los valores de los elementos pasivos y activos que conforman el sistema caótico.

Por lo tanto es importante tener un estudio válido el cual permita establecer los parámetros más significativos del sistema, rangos de tolerancia y confianza para la creación de sistemas caóticos de múltiples enrollamientos.

En este trabajo de tesis se presenta inicialmente una revisión de las bases teóricas de los sistemas caóticos. Posteriormente, se estudia la generación de caos en un sistema caótico de múltiples enrollamientos, en particular la generación de 4 enrollamientos, basado en una serie de funciones saturadas y se definen sus puntos de equilibrio.

Particularmente, se analizan las variaciones de los parámetros del sistema, tanto activos como pasivos, que conforman la función saturada, manteniendo un atractor de 4 enrollamientos.

Se crea un macro-modelo con la misma respuesta en el tiempo que un Amplificador Operacional con el fin de modificar este dispositivo activo sobre la función no lineal del sistema. Los análisis antes mencionados y las simulaciones mostradas en el desarrollo de investigación se realizan a nivel sistema utilizando el software de simulación T-Spice Circuit Simulator y el software de programación MATLAB.

Se implementa el sistema caótico a nivel circuito para variar los elementos pasivos de sistema para su comparación entre los datos de implementación con los de simulación. A partir de esto se determinan intervalos de confianza para garantizar la generación de un oscilador caótico de 4 enrollamientos, se determinan parámetros dominantes en la generación de caos, así como intervalos de confianza para su futura implementación.

Finalmente, esta tesis proporcionara información necesaria para la selección adecuada de dispositivos electrónicos para implementar osciladores caóticos considerando rangos de valores en los parámetros de desempeño más sensibles. Los resultados de esta Tesis se han presentado en un congreso nacional y un congreso internacional.

Índice general

Agradecimientos	III
Agradecimientos	V
Resumen	VII
Introducción	XI
1. Sistemas caóticos	1
1.1. Antecedentes sobre caos	1
1.2. Sistemas Dinámicos	2
1.2.1. Modelo en el espacio de estados	4
1.2.2. Sistemas autónomos	6
1.2.3. Representación en fase de un sistema dinámico	7
1.2.4. Puntos de equilibrio	8
1.2.5. Ciclos límite	8
1.2.5.1. Clases de ciclo límite	10
1.2.5.2. Teorema Poincaré-Bendixson	10
1.2.6. Sistemas generadores de caos	11
1.2.7. Atractores caóticos	12
1.2.8. Dependencia sensible a las condiciones iniciales	13
1.2.9. Resumen	13
2. Sistemas caóticos de múltiples enrollamientos	15
2.1. Modelo de las funciones saturadas	15
2.1.1. Serie de funciones saturadas	16
2.2. Condiciones para la generación del caos	18
2.2.1. Atractor caótico con n -enrollamientos en una dirección	19
3. Análisis de desempeño en sistemas caóticos de múltiples enrollamientos utilizando el método Monte Carlo	23
3.1. Método Monte Carlo	23
3.2. Método Monte Carlo por estimación	26

3.3.	Elección del tamaño de la muestra	28
3.4.	Simulación de método Monte Carlo con T-Spice Circuit Simulator	28
3.4.1.	Análisis de parámetros	29
3.4.2.	Análisis del método Monte Carlo con T-Spice	29
3.4.3.	Aplicación de método Monte Carlo usando T-Spice	30
3.4.4.	Aplicación del método Monte Carlo en sistema caótico de 4 enrollamientos	33
3.4.5.	Interpretación de resultados	38
4.	Diseño e implementación de osciladores caóticos de cuatro enrollamientos	43
4.1.	Síntesis de funciones PWL	43
4.2.	Modelo de las funciones saturadas	44
4.3.	Función saturada e implementación electrónica	45
4.4.	Atractor caótico de múltiples enrollamientos en 1D	48
4.5.	Implementación del circuito de múltiples enrollamientos	52
4.6.	Análisis de sensibilidad en los parámetros del sistema	52
4.6.1.	Aplicación del método Monte Carlo en elementos pasivos del sistema caótico de 4 enrollamientos	53
5.	Aplicación del método Monte Carlo en elementos activos del sistema caótico de 4 enrollamientos	73
5.1.	Modelo no lineal para un OpAmp	74
5.2.	Análisis región lineal y saturación	76
5.3.	Aplicación del método Monte Carlo sobre la impedancia de entrada de la función no lineal	78
5.4.	Aplicación del método Monte Carlo sobre la impedancia de salida de la función no lineal	80
5.5.	Aplicación del método Monte Carlo sobre BW y GWB de la función no lineal	83
	Bibliografía	99
	Conclusiones	99
	Apéndice A. Interpretación de resultados	103
	Participación en congresos	127
	Bibliografía	137

Introducción

El **caos** es un fenómeno presente en sistemas dinámicos no lineales que presenta sensibilidad extrema a condiciones iniciales.

Este se refiere a un tipo de comportamiento complejo que posee características especiales tales como [1]:

- Sistema determinista.
- Sensible a condiciones iniciales.
- Un exponente de Lyapunov positivo.
- Comportamiento aperiódico.

Durante de la última década, la investigación de los sistemas caóticos se ha incrementado por el interés en las novedosas y variadas potenciales aplicaciones en diversas áreas; por ejemplo: sistemas biológicos (corazón, cerebro humano y técnicas de detección de cáncer), toma de decisiones críticas en eventos económicos, mezclado de líquidos, robótica, circuitos y sistemas electrónicos (moduladores sigma-delta, generadores de números aleatorios), y sistemas modernos de comunicaciones para el aumento del ancho de banda y de la seguridad en la encriptación de información. Para el desarrollo de la mayoría de las aplicaciones antes mencionadas es necesario un proceso de sincronización [2–4]. Aunque la sincronización ha sido ampliamente estudiada por diversos métodos tales como: sincronización adaptiva, sincronización con retroalimentación, sincronización de modos deslizantes, sincronización basada en Hamilton, etcétera [4–8]. Esta no es trivial debido a que depende de la dinámica caótica del generador de caos, es decir la sensibilidad extrema a sus condiciones iniciales y parámetros. Por lo tanto, para el desarrollo de aplicaciones de ingeniería utilizando sistemas caóticos, el estudio y análisis del diseño electrónico de

osciladores caóticos es prioritario para estimar la sensibilidad de los parámetros de diseño en función de los requerimientos de la aplicación. Esta propuesta de tesis va en esta dirección.

La importancia de los sistemas caóticos han ido incrementando durante las últimas dos décadas debido a las diferentes aplicaciones potenciales en diversos campos científicos, incluyendo matemáticos, físicos, químicos, electrónicos, médicos, etcétera [9]-[15]. Para obtener caos determinista, un sistema no lineal debe tener un amplio conjunto de órbitas periódicas, ser transitivo, y sensible a las condiciones iniciales [9]. La densidad del sistema caótico se refiere a cualquier trayectoria periódica visita una región arbitrariamente pequeña de una trayectoria no periódica. La transitividad se refiere a la existencia de dos puntos (a, b) para el cual, un tercer punto puede encontrarse que está arbitrariamente cerca de a y cuya órbita pasa arbitrariamente cerca de b . Finalmente, la sensibilidad a las condiciones iniciales implica que las condiciones iniciales cercanas se transforman en órbitas que están separadas eventualmente.

En la literatura, los atractores caóticos de múltiples enrollamientos se han generado por medio de un enfoque que implica una aproximación de variables de estado, que representa el sistema caótico y una función lineal a trozos (PWL, por sus siglas en inglés) con varios puntos de interrupción y niveles saturados [9]-[10]. Tanto el sistema de variables de estado como la función PWL han sido previamente diseñados mediante el uso de diferentes circuitos electrónicos, tales como Amplificadores Operacionales de Voltaje (OpAmps), Amplificadores Operacionales de Transconductancia (OTA's), Amplificadores Operacionales de Retroalimentación en Corriente (CFOA's), etcétera [11]. Asociado con esto, los niveles de amplitud (voltaje/corriente) y la frecuencia de oscilación fundamental de las señales caóticas han sido sistematizadas mediante la aplicación de técnicas de escalamiento en frecuencia como de nivel de excursión, respectivamente [9]-[12]. Sin embargo, aunque existen muchos sistemas caóticos aparentemente bien sintetizados, las incertidumbres en sus parámetros todavía no han sido incluidas como variables de diseño en las metodologías de síntesis [13]. Como resultado, los osciladores caóticos sintetizados son diseños hechos a la medida. Esto significa que cualquier desvío de los valores originales de los parámetros generan un comportamiento dinámico diferente, por ejemplo, caos intermitente o incluso no caos(ciclo límite, foco estable e inestable, etc.) [14]. Esto es un serio inconveniente desde que las aplicaciones basadas en caos requieren caos robusto [15], por ejemplo, las comunicaciones encriptadas basadas en caos usan la señal caótica como portadora análoga de la información confidencial.

Debido a las limitaciones físicas de la mayoría de las aplicaciones del mundo real, la suposición de los sistemas caóticos con respuestas ideales no es realista. Asociado a esto, se observa que los planteamientos analíticos, numéricos y experimentales para los sistemas caóticos han sido, en su mayoría, derivados sobre la base de parámetros con valores exactos [9]-[14].

Sin embargo, los parámetros del sistema son, inevitablemente, perturbados por factores externos, y sus valores son regularmente desconocidos con anticipación. Esto significa que incluso un cambio infinitesimal en los parámetros del sistema caótico producirá dinámicas diferentes. En otras palabras, la incertidumbre del sistema puede destruir el comportamiento caótico, y consecuentemente cualquier aplicación basada en caos.

La importancia de los sistemas caóticos han ido incrementando durante las últimas dos décadas debido a las diferentes aplicaciones potenciales en diversos campos científicos, incluyendo matemáticos, físicos, químicos, electrónicos, médicos, etcétera [9]-[15]. Para obtener caos determinista, un sistema no lineal debe tener un amplio conjunto de órbitas periódicas, ser transitivo, y sensible a las condiciones iniciales [9]. La densidad del sistema caótico se refiere a cualquier trayectoria periódica visita una región arbitrariamente pequeña de una trayectoria no periódica. La transitividad se refiere a la existencia de dos puntos (a, b) para el cual, un tercer punto puede encontrarse que está arbitrariamente cerca de a y cuya órbita pasa arbitrariamente cerca de b . Finalmente, la sensibilidad a las condiciones iniciales implica que las condiciones iniciales cercanas se transforman en órbitas que están separadas eventualmente.

En la literatura, los atractores caóticos de múltiples enrollamientos se han generado por medio de un enfoque que implica una aproximación de variables de estado, que representa el sistema caótico y una función piecewise linear con varios puntos de interrupción y niveles saturados [9]-[10]. Tanto el sistema de variables de estado como la función PWL han sido previamente diseñados mediante el uso de diferentes circuitos electrónicos, tales como Amplificadores Operacionales de Voltaje (OpAmps), Amplificadores Operacionales de Transconductancia (OTA's), Amplificadores Operacionales de Retroalimentación en Corriente (CFOA's), etcétera [11]. Asociado con esto, los niveles de amplitud (voltaje/corriente) y la frecuencia de oscilación fundamental de las señales caóticas han sido sistematizadas mediante la aplicación de técnicas de escalamiento en frecuencia como de nivel de excursión, respectivamente [9]-[12]. Sin embargo, aunque existen muchos sistemas caóticos aparentemente bien sintetizados, las incertidumbres en sus parámetros todavía

no han sido incluidas como variables de diseño en las metodologías de síntesis [13]. Como resultado, los osciladores caóticos sintetizados son diseños hechos a la medida. Esto significa que cualquier desvío de los valores originales de los parámetros generan un comportamiento dinámico diferente, por ejemplo, caos intermitente o incluso no caos (ciclo límite, foco estable e inestable, etc.) [14]. Esto es un serio inconveniente desde que las aplicaciones basadas en caos requieren caos robusto [15], por ejemplo, las comunicaciones encriptadas basadas en caos usan la señal caótica como portadora análoga de la información confidencial.

Debido a las limitaciones físicas de la mayoría de las aplicaciones del mundo real, la suposición de los sistemas caóticos con respuestas ideales no es realista. Asociado a esto, se observa que los planteamientos analíticos, numéricos y experimentales para los sistemas caóticos han sido, en su mayoría, derivados sobre la base de parámetros con valores exactos [9]-[14].

Sin embargo, los parámetros del sistema son, inevitablemente, perturbados por factores externos, y sus valores son regularmente desconocidos con anticipación. Esto significa que incluso un cambio infinitesimal en los parámetros del sistema caótico producirá dinámicas diferentes. En otras palabras, la incertidumbre del sistema puede destruir el comportamiento caótico, y consecuentemente cualquier aplicación basada en caos.

En la presente tesis se analiza la sensibilidad de los parámetros de diseño en osciladores caóticos de múltiples enrollamientos y su función no lineal diseñados con dispositivos electrónicos discretos aplicando el método de Monte Carlo. Se iniciará con estudios que permitan visualizar los factores críticos que impactan en el desempeño del oscilador caótico considerando los efectos de segundo orden de los dispositivos electrónicos pasivos y activos. Es por esto que un análisis del impacto de las variaciones es necesario. De esta manera será posible caracterizar los diseños electrónicos en función de los efectos dominantes y generalizar la robustez según el dispositivo y/o metodología de diseño empleada [8]. Se ha escogido el método estadístico de Monte Carlo [46, 47] para realizar el análisis de sensibilidad debido a que es directamente aplicado en circuitos electrónicos, es decir, se aplica este método para estimar la variación máxima en el valor de una variable de diseño.

Consecuentemente, los resultados obtenidos de esta tesis favorecerán al desarrollo futuro de técnicas robustas de implementación a nivel circuito electrónico con énfasis en aplicaciones prácticas de ingeniería. El estudio de esta tesis se realiza a nivel sistema utilizando

la herramienta de simulación T-Spice Circuit Simulator (ver 14.11).

En la figura 1 se muestra en forma de diagrama a bloques el planteamiento de trabajo de investigación de esta tesis.

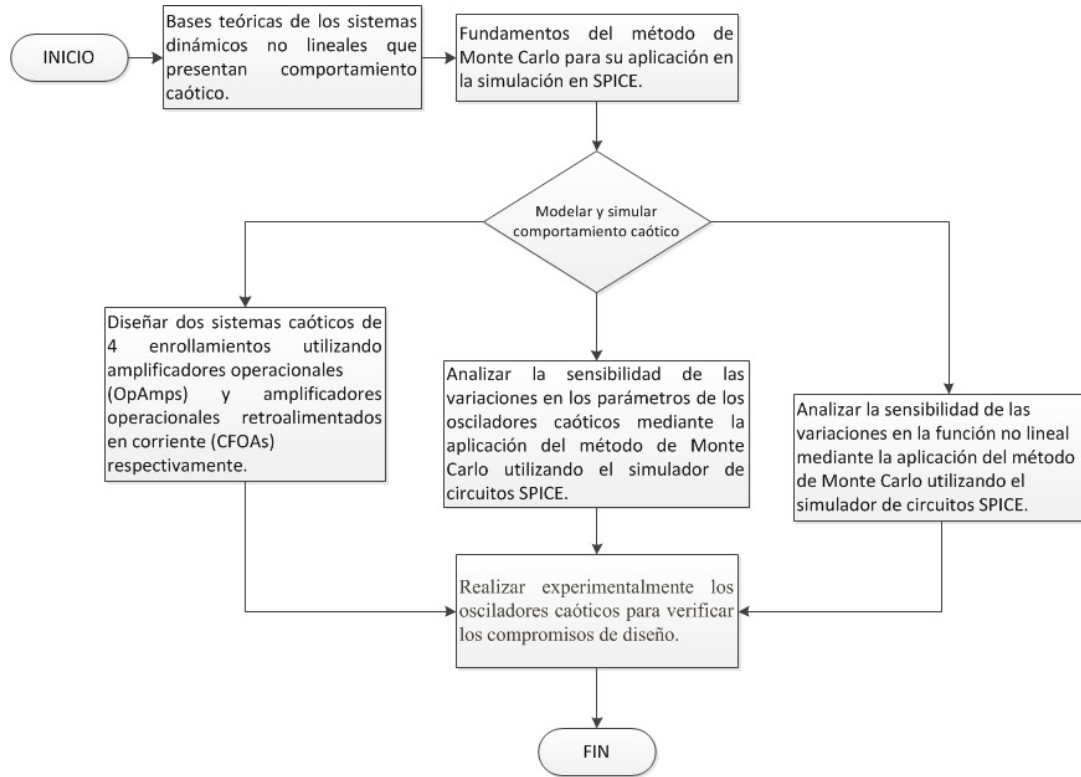


FIGURA 1: Diagrama a bloques del planteamiento de tesis.

El objetivo general de este trabajo de tesis es:

Analizar la sensibilidad de los parámetros de diseño en osciladores caóticos de múltiples enrollamientos y su función no lineal diseñados con dispositivos electrónicos discretos aplicando el método de Monte Carlo.

Los objetivos específicos propuestos son:

- Estudiar y comprender las bases teóricas de los sistemas dinámicos no lineales que presentan comportamiento caótico.
- Estudiar y comprender los fundamentos del método de Monte Carlo para su aplicación en la simulación en SPICE.
- Modelar y simular numéricamente el comportamiento caótico de sistemas de múltiples enrollamientos.

- Diseñar dos sistemas caóticos de 4 enrollamientos utilizando amplificadores operacionales (OpAmps) y amplificadores operacionales retroalimentados en corriente (CFOAs) respectivamente.
- Analizar la sensibilidad de las variaciones en los parámetros de los osciladores caóticos mediante la aplicación del método de Monte Carlo utilizando el simulador de circuitos SPICE.
- Analizar la sensibilidad de las variaciones en la función no lineal mediante la aplicación del método de Monte Carlo utilizando el simulador de circuitos SPICE.
- Realizar experimentalmente los osciladores caóticos para verificar los compromisos de diseño.
- Discutir y comparar resultados.
- Publicar un artículo arbitrado.
- Escribir y defender la Tesis.

Capítulo 1

Sistemas caóticos

En este capítulo se presenta un breve resumen de los antecedentes históricos del caos y la sincronización, se hace mención de los temas más relevantes en caos y sincronización abordados en sus inicios.

1.1. Antecedentes sobre caos

Poincaré fue la primera persona en vislumbrar la posibilidad de **caos**, en el cual un sistema determinista exhibe un comportamiento periódico con dependencia sensible a las condiciones iniciales, de tal modo que la interpretación a largo término es imposible [16].

Lorenz en 1963 realizó experimentos del movimiento caótico de un atractor extraño, así como el estudio de un modelo simplificado de la convección de enrollamientos en la atmósfera para comprender mejor la notoria imprevisibilidad del clima [17]. Lorenz encontró que las soluciones de las ecuaciones nunca establecían equilibrio o un estado periódico, en lugar de ello siempre oscilaban de forma irregular, forma aperiódica. Si él realizaba sus simulaciones con dos condiciones iniciales ligeramente diferentes, la implicación era que los sistemas eran inherentemente impredecibles, con pequeños errores en la medida del estado actual de la atmósfera (o cualquier otro sistema con comportamiento aperiódico) [17]. Así, Lorenz mostró que no había estructura en el caos cuando graficó en tres dimensiones las soluciones de sus ecuaciones, el conjunto de puntos caían dentro de una forma de mariposa, Fig. 1.1 [18]. Feigenbaum [19] descubrió que hay ciertas leyes

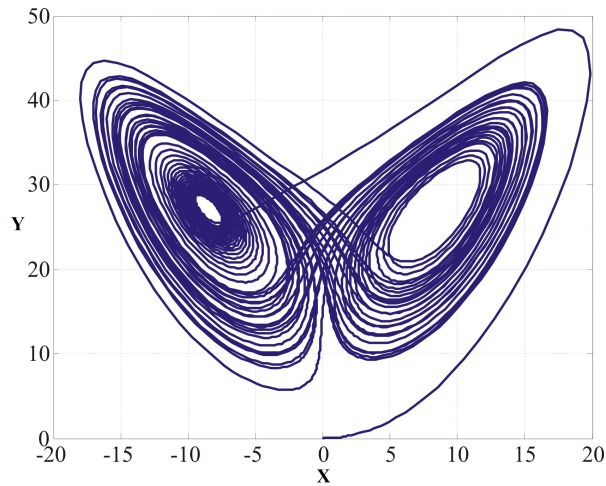


FIGURA 1.1: Lorenz descubre una maravillosa estructura que emerge si la solución es visualizada como una trayectoria en el espacio de fase en un sistema de tres dimensiones. Cuando el estado $x(t)$ es graficado contra el estado $z(t)$ aparece el patrón de una mariposa.

universales que gobiernan la transición de un comportamiento regular a comportamiento caótico.

En 1985, Chua reportó el primer circuito electrónico que presenta comportamiento caótico.

Pecora y Carroll, en 1991, descubrieron la posibilidad de sincronizar los estados de dos osciladores caóticos distantes y, con base a ese hecho, crean un sistema de encriptación que se basa en enmascarar la señal de información por medio del ruido determinístico que representa el caos [54].

La Fig. 1.2, presenta un resumen de los avances logrados desde Poincaré hasta la fecha.

1.2. Sistemas Dinámicos

Un sistema dinámico es caracterizado por un conjunto de variables relacionadas entre sí las cuales pueden depender del tiempo de tal forma que, al menos al principio, es previsible siempre que la influencia externa sea conocida [1]. El conocimiento de la dinámica no lineal se basa en la noción de un sistema dinámico (SD). El SD puede ser pensado como un

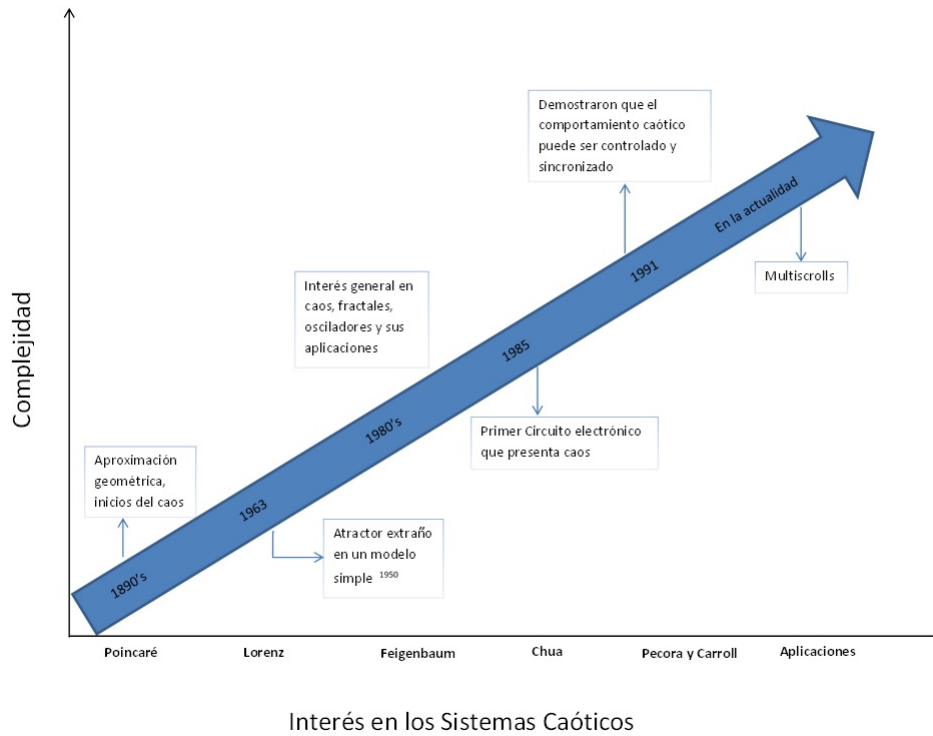


FIGURA 1.2: Línea del tiempo del caos.

objeto de cualquier naturaleza, cuyo estado evoluciona en el tiempo de acuerdo a una ley dinámica, esto es, como resultado de la acción de un operador de evolución determinista¹.

Un SD es asociado a un *modelo matemático*, dentro de este marco se define el *estado del sistema* con algunas cantidades o funciones y es determinado un *operador de evolución*, se da una correspondencia entre el estado inicial del sistema y un estado siguiente en cada momento de tiempo. El operador de evolución se puede representar como conjunto de ecuaciones diferenciales, integral o ecuaciones integro-diferenciales, mapas discretos, o en forma de matrices, gráficos, entre otros [20]. La forma del modelo matemático del SD depende del método de descripción que se elija.

Los SD son clasificados basados en la definición de estado, sus propiedades y el método para describir su operador de evolución [21]. El *estado del sistema* x_j se conoce como variable dinámica, la cual está directamente relacionada a las características cuantitativas observadas y medidas en el sistema real. El conjunto de todos los posibles estados es

¹Un sistema determinista es un sistema en el cual el azar no está involucrado en los futuros estados del sistema. Es decir, si se conoce el estado actual del sistema, entonces se puede predecir sin ningún riesgo de error el estado siguiente del sistema.

llamado *espacio de fase*. Si x_j son variables y no funciones, su número N es finito, por lo tanto el espacio de fase tiene una dimensión finita en \mathbb{R}^N [16].

Así el espacio de fase de los sistemas dinámicos son parámetros agrupados, debido a que sus parámetros no son funciones de las coordenadas espaciales. Tales sistemas se describen por ecuaciones diferenciales ordinarias o mapas de retorno.

1.2.1. Modelo en el espacio de estados

Con el fin de realizar progresos cuantitativos en el entendimiento del comportamiento caótico se requiere de un modelo matemático, donde su característica principal es que nos permite conocer el comportamiento futuro del sistema, dadas las condiciones iniciales y las fuerzas externas conocidas que interactúan con el sistema [16].

La estructura matemática más natural adaptada es la representación en variables de estado [16], las cuales consisten en un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen la evolución de la variable cuyos valores, en un momento dado, determinan el estado actual del sistema. Estas son conocidas como variables de estado, cuyas condiciones iniciales son para un tiempo fijo y contienen la información suficiente para conocer la evolución futura del sistema cuando las variables de entrada se conocen [22]. La ecuación diferencial es de primer orden con respecto a la derivada del tiempo, así que los valores iniciales deben de ser suficientes para determinar la solución. Por conveniencia se utiliza la notación vectorial, por lo que la variable de estado se denota como \mathbf{x} (vector de estado), la variable de entrada dentro de un vector \mathbf{u} y el vector de salida \mathbf{y} . Así, se expresan las ecuaciones dinámicas de la forma [21]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),\end{aligned}\tag{1.1}$$

donde el punto denota diferenciación con respecto al tiempo (t), y donde las funciones \mathbf{f} y \mathbf{h} son en general no lineales. Las funciones no lineales pueden surgir en un modelo dinámico, ya sea porque son intrínsecos a la naturaleza del sistema o porque en un caso como un sistema de control fueron introducidas de forma deliberada por el diseñador para un propósito específico [20].

Un tipo de funciones no lineales frecuentemente utilizada en el modelado de sistemas es la aproximación continua a tramos, (PWL² por sus siglas en inglés) [23, 24], la cual consiste en un conjunto de relaciones lineales válidas en diferentes regiones. Este tiene la ventaja de cambiar de dinámica no lineal a ecuaciones lineales (por lo tanto, tiene solución) en cualquier región particular. Se define a un sistema lineal invariante en el tiempo en el espacio de estados como [25]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t),\end{aligned}\tag{1.2}$$

donde $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz del sistema, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ es la matriz de entrada, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ es la matriz de salida, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times m}$ matriz de perturbación.

Para la ecuación de estados³ (1.2) la solución está dada por la expresión [25]:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau,\tag{1.3}$$

donde $x(t_0)$ es la condición inicial. El sistema es lineal, invariante en el tiempo, así la ec. (1.2) es asintóticamente estable si y solo si los valores propios de la matriz \mathbf{A} tienen parte real negativa⁴ [25].

Un punto que debe tenerse en cuenta para un sistema dinámico no lineal; es que el problema de estabilidad, es más que un caso lineal, en particular es necesario distinguir entre aspectos locales y globales [16]. Para un sistema lineal no existe distinción de este tipo, pero cuando las no linealidades se presentan en el sistema algunas nuevas características pueden aparecer tales, como ciclos límite o el fenómeno conocido como *caos* [16, 21, 26]. El tipo de comportamiento mostrado por un sistema no lineal depende de la entrada aplicada para que este sea estable, inestable, oscilatorio o caótico, de esta forma se diferencia del caso lineal donde todas las propiedades se pueden describir.

²*Piecewise linear*, de la lengua inglesa.

³La solución del sistema (1.2) se obtiene a partir del uso de la teoría de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

⁴Los valores propios de la matriz \mathbf{A} se calculan a partir de la ecuación característica $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$.

1.2.2. Sistemas autónomos

Las ecuaciones de un modelo dinámico dependen del tiempo, ya sea explícitamente o por medio de la función de entrada $\mathbf{u}(t)$, o ambas cosas; una gran parte de la teoría de los sistemas lineales se refiere a los casos donde no existe dependencia del tiempo. Estos sistemas se dice que son *autónomos* y surgen con toda naturalidad en la práctica; la ecuación diferencial de estado se expresa como [21]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}}), \quad (1.4)$$

donde $\hat{\mathbf{u}}$ es un vector constante. Los puntos de equilibrio son determinados por $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}}) = 0$. Asumiendo que $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}})$ satisface la condición de Lipschitz [27], la ecuación diferencial para $x(t)$ debe tener una única solución para cualquier estado inicial dado $x(0)$. La trayectoria trazada en el espacio por el estado $x(t)$ se llama una *trayectoria del sistema* debido a la propiedad de unicidad [28], habrá una y sólo una trayectoria que pase a través de cualquier punto dado. Si se elimina la dependencia en $\hat{\mathbf{u}}$, las ecuaciones diferenciales del espacio de estados para un sistema autónomo se puede escribir simplemente como [27]:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), \quad (1.5)$$

Además nos interesan los puntos de equilibrio de esta ecuación (1.5), por lo que se da la definición de estabilidad de los diferentes puntos de equilibrio [27].

Definición *El punto de equilibrio $x = 0$ de la ecuación (1.5) es*

- *estable*, si para cada $\epsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0;$$

- *inestable*, si no es estable;
- *asintóticamente estable*, si δ puede ser seleccionada tal que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0.$$

El conjunto de todas las trayectorias de esta ecuación proporciona una forma completa de la geometría no lineal del sistema, en las condiciones especificadas. Es posible dar

una clasificación completa del comportamiento en el plano de fase [29]. En general las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico no lineal no pueden ser resueltas de forma analítica, así que, con respecto a la construcción precisa de las trayectorias, es necesario el uso de métodos numéricos [30].

1.2.3. Representación en fase de un sistema dinámico

Un método para el análisis de las oscilaciones de un sistema dinámico es a través de su representación gráfica en el espacio de fase, introducido a la teoría de oscilaciones por L. I. Mandelstam y A. A. Andronov [6]. El análisis de los retratos de fase en procesos oscilatorios complejos le permite a uno juzgar la estructura topológica de un límite establecido caótico y hacer algunas suposiciones e hipótesis válidas que parecen ser valiosas cuando se realizan nuevas investigaciones [31].

El SD se puede describir a través de ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales se expresan como [20]:

$$\dot{x}_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1.6)$$

en forma de vector como en la ec. (1.5), \mathbf{x} representa un vector con componentes x_j y $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es un vector de funciones con componentes $f_j(x)$. El conjunto de N variables dinámicas x_j , determina el estado del sistema o el vector N -dimensional \mathbf{x} , el cual puede ser visto como un punto en el espacio de estados \mathbb{R}^N es llamado el *espacio fase* del SD [20]. El movimiento de un punto de fase corresponde a la evolución temporal de un estado del sistema. La trayectoria de un punto de fase comienza desde el mismo punto inicial $x_0 = x(t_0)$ y cuando $t \rightarrow \pm\infty$ representa una trayectoria de fase. El lado derecho de (1.5) define el vector de velocidad $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ de un punto de fase en el espacio de fase del sistema [20]. Puntos en el espacio de fase para los cuales $f_j(x) = 0$ ($j = 1, 2, \dots, N$), permanecen sin cambios con el tiempo; se llaman *puntos fijos*, *puntos singulares* o *puntos de equilibrio* del SD. Un conjunto de trayectorias de fase en el espacio de fase representa el retrato fase de la dinámica del sistema.

Si la dimensión del espacio de fase es N , el número de grados de libertad es $n = N/2$. Aquí un sistema se considera como un conjunto de puntos de masa, cada uno descrito por una ecuación de movimiento de segundo orden con n coordenadas generalizadas, de modo que el número total de variables dinámicas $N = 2n$, un número entero. Para un SD

arbitrario como el dado en la ec. (1.6), el número de grados de libertad será, en general, un múltiplo de 0.5 [21].

1.2.4. Puntos de equilibrio

Los puntos de equilibrio de un sistema autónomo dado por (1.5) también se conocen como puntos singulares cuando $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$; esto porque parecen violar la regla general de que sólo una trayectoria puede pasar a través de cualquier punto dado [20]. La violación es sólo aparente, ya que las trayectorias que se encuentran en un punto singular no pasan a través de él, sólo se acercan o apartan de él asintóticamente [26]. Suponiendo que $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es lo suficientemente suave para ser linealizada alrededor del punto singular \hat{x} , la aproximación deberá ser suficiente para determinar el comportamiento de las trayectorias en la vecindad del punto de equilibrio. El punto de equilibrio se dice a veces que es de “tipo m” si \mathbf{A} tiene eigenvalor con parte real positiva, de modo que un punto es estable si es de tipo 0, y todos los de tipo superior son inestables [26]. Para los sistemas de segundo orden existe una clasificación convencional más detallada, la cual puede ser vista en la Fig. 1.3. Se describen los tipos de nodos y focos así como el punto silla y el centro [26]:

- *Nodo estable*, eigenvalores reales y negativos.
- *Foco estable*, eigenvalores complejos conjugados, con parte real negativa.
- *Nodo inestable*, eigenvalores reales y positivos.
- *Foco inestable*, eigenvalores complejos conjugados, con parte real positiva.
- *Centro*, eigenvalores complejos conjugados.
- *Punto silla*, eigenvalores reales y de signo opuesto.

1.2.5. Ciclos límite

Una característica común de los sistemas autónomos es la aparición de un tipo especial de la trayectoria que toma la forma de un curva cerrada y aislada⁵, exclusivamente un

⁵*i.* Curva cerrada.- Naturaleza oscilatoria del sistema. *ii.* Curva aislada.- (limitantes del sistema) trayectorias que convergen o divergen de ella.

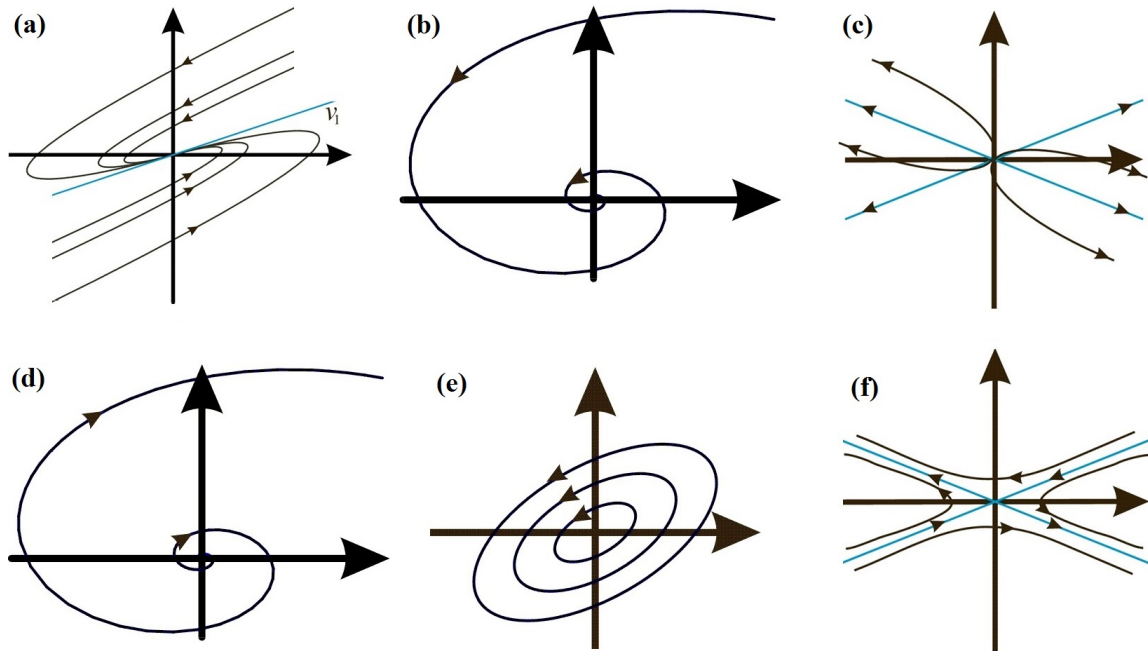
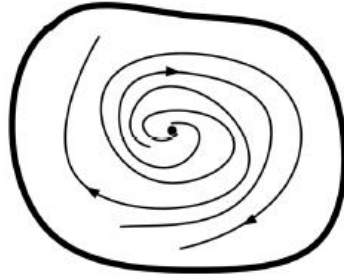


FIGURA 1.3: Clasificación de los puntos de equilibrio que se tienen en sistemas de segundo orden: (a) nodo estable, (b) foco estable, (c) nodo inestable, (d) foco inestable, (e) centro, y (f) punto silla [54].

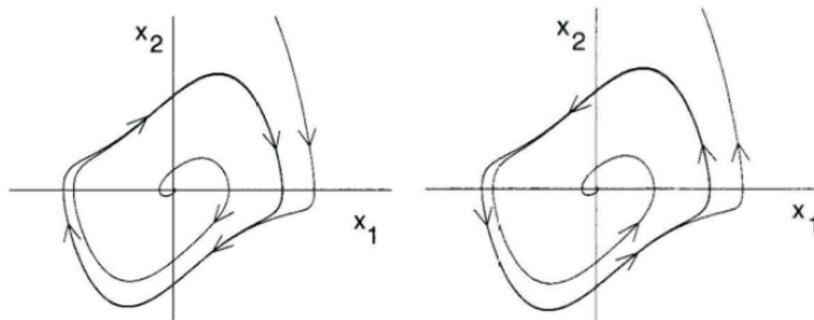
comportamiento de los sistemas no lineales [26]. Esto se conoce como un *ciclo límite* y representa una solución periódica de las ecuaciones del sistema, ya que cuando el vector de estado vuelve a su valor inicial, se ve obligada a repetir la respuesta anterior y así continúa indefinidamente [1]. Los ciclos límite se puede producir en sistemas de cualquier orden, y de hecho constituyen la forma típica de comportamiento oscilatorio que surge cuando un punto de equilibrio de un sistema no lineal se vuelve inestable, según el estado general de la existencia de ciclos límite definido por el teorema de Poincaré-Bendixson [1]. Otro concepto que también se debe a Poincaré, el cual es relevante para que ocurran los ciclos límite en el plano de fase, es el índice de una curva cerrada [16]. Si la curva es simple, es decir, que no se interseca así misma, se dice que el índice con respecto a la función vectorial $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es definido como el número total de revoluciones en sentido horario realizados por \mathbf{f} y como \mathbf{x} atraviesa la curva una vez en sentido del reloj [2]. Por otra parte, implica que el índice de la curva se puede calcular sumando las contribuciones de los puntos singulares que lo rodea, asumiendo que se encuentran aisladas, donde cada nodo, foco o centro cuenta +1, y cada punto de silla cuenta -1 [28]. Dado que el índice de un ciclo límite es +1, esto limita su posible ubicación en relación a los puntos de equilibrio del sistema. Un caso típico, con un ciclo límite estable que rodea a un foco inestable, se ilustra en la Fig. 1.4 [20].


 FIGURA 1.4: *Ciclo límite alrededor de un foco estable.*

1.2.5.1. Clases de ciclo límite

Los ciclos límite se clasifican de la siguiente manera [27]:

- *Ciclo límite estable*: todas las trayectorias en la vecindad del ciclo límite convergen a él cuando $t \rightarrow \infty$, Fig. 1.5.
- *Ciclo límite inestable*: todas las trayectorias en la vecindad del ciclo límite divergen de él cuando $t \rightarrow \infty$, Fig. 1.5.
- *Ciclo límite semi-estable*: algunas trayectorias en la vecindad del ciclo límite convergen a él mientras que otras divergen de él cuando $t \rightarrow \infty$.


 FIGURA 1.5: *Ciclo límite estable e inestable [27].*

1.2.5.2. Teorema Poincaré-Bendixson

Considere el sistema autónomo de la ec. (1.5)

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}),$$

donde $f(x)$ es continuamente diferenciable. El teorema de Poincaré-Bendixson da una condición de existencia de órbitas periódicas [27].

A continuación se enuncia el teorema de Poincaré-Bendixson.

Teorema: *considere el sistema descrito por la ec. (1.5) y sea M un subconjunto cerrado y acotado del plano tal que*

- *M no contiene puntos de equilibrio, o contiene solo un punto de equilibrio tal que el jacobiano $\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]$ y este punto tiene eigenvalores con parte real positiva (por lo tanto, el punto de equilibrio es un foco inestable o un nodo inestable).*
- *Todas la trayectorias comienzan en M y permanecen en M para todo tiempo futuro.*

Entonces M contiene una órbita periódica de la ec. (1.5)

1.2.6. Sistemas generadores de caos

La motivación de Poincaré provino parcialmente del problema de las órbitas de tres cuerpos celestes experimentando atracción gravitacional mutua. Por considerar el comportamiento derivado de las órbitas a partir de un conjunto de puntos iniciales (en lugar de centrarse en órbitas individuales), Poincaré fue capaz de mostrar que órbitas altamente complicadas fueran posibles (ahora llamado caótico).

El caos es un interesante y complejo fenómeno que ocurre ampliamente en la naturaleza y en sistemas realizados por el hombre. Los sistemas caóticos se han conocido a lo largo del tiempo pero sólo recientemente se ha mostrado que el caos puede ser controlado y consecuentemente sincronizado [32]-[34]. Los sistemas generadores de caos prometen generar una diversidad de aplicaciones en diferentes áreas, tales como: robótica [35], diseño de circuitos [36, 37], dispositivos electrónicos de alto rendimiento (convertidores de potencia [3], moduladores Sigma-Delta [39], mezclado de líquidos [40], sistemas biológicos: cerebro, corazón y procesos perceptuales [41]), manejo de crisis (electrónica de potencia), procesamiento de información segura y criptografía [42-44], y redes neuronales [45]. Así, esta nueva área del conocimiento se ha convertido en un área científica desafiante e interdisciplinaria, involucrando a ingenieros de control y de sistemas, físicos experimentales y teóricos, matemáticos, economistas, fisiólogos, especialistas en circuitos y dispositivos electrónicos, entre otros [16].

El caos se refiere a un tipo de comportamiento dinámico complejo y posee algunas características especiales tales como [16]: sensibilidad extrema a pequeñas variaciones, trayectorias acotadas en el plano de fase, un exponente de Lyapunov positivo, entropía Kolmogorov-Sinai finita, un espectro de potencia continuo y una dimensión topológica fraccional entre otras. *El caos es simplemente un comportamiento aperiódico de un sistema determinista a largo término.* De acuerdo a P. A. Cook, [26], estos son los tres identificadores del caos:

- Caos es un sistema determinista, esto es, la condición actual es consecuencia del estado previo del sistema.
- Un sistema que es sensible a las condiciones iniciales.
- Comportamiento aperiódico a largo término significa que las trayectorias no tienden a un punto fijo, órbitas periódicas u órbitas cuasi-periódicas conforme t tiende a infinito.

1.2.7. Atractores caóticos

Los atractores son los encargados de que las variables que inician en un punto de partida mantengan una trayectoria establecida. De acuerdo a la forma en que evolucionan sus trayectorias, los atractores pueden ser clasificados como periódicos, cuasi-periódicos y extraños [50]. Por el comportamiento caótico, los atractores se llaman *atractores extraños*. El término es utilizado cuando para un conjunto límite donde todas la trayectorias se aproximan dentro de una vecindad conforme $t \rightarrow \infty$, ya que atrae a las trayectorias asintóticamente [2]. Para sistemas de segundo orden, los únicos tipos de conjunto límite normalmente se encuentran en puntos singulares y ciclos límite. Consecuentemente, un sistema autónomo de tiempo continuo requiere de más de dos dimensiones para exhibir el comportamiento caótico. A pesar que los puntos singulares y las curvas cerradas constituyen solo para términos asintóticos de las trayectorias cerradas para sistemas autónomos en el plano de fase [20]. Así se enuncia el siguiente corolario:

Corolario *Un sistema caótico no puede tener puntos reales fijos dentro de su atractor. En general, las ecuaciones que especifican un sistema dinámico son dependientes de un parámetro o un conjunto de parámetros y solo el comportamiento caótico manifiesta por si mismo los valores de sus parámetros. Esto bajo un régimen caótico en el cual el sistema caótico no puede tener puntos fijos [2].*

1.2.8. Dependencia sensible a las condiciones iniciales

Una característica importante de un atractor que posee una dinámica caótica, es mostrar una dependencia exponencialmente sensible de las condiciones iniciales. Considere dos condiciones iniciales cercanas $x_1(0)$ y $x_2(0) = x_1(0) + \Delta(0)$, que se desarrollan en el tiempo, el rendimiento de las órbitas $x_1(t)$ y $x_2(t)$.

En el tiempo t , la separación entre dos órbitas es $\Delta(t) = x_2(t) - x_1(t)$. Si en el límite $|\Delta(0)| \rightarrow 0$, y t aumenta, las órbitas permanecen limitadas y la diferencia entre las soluciones $|\Delta(t)|$ crece exponencialmente por orientación típica del vector $\Delta(t)$ (esto es, $|\Delta(t)|/|\Delta(0)| \approx \exp(ht)$, $h > 0$), entonces decimos que el sistema muestra dependencia sensible a las condiciones iniciales y es caótico [16].

En este capítulo se ha presentado la representación tanto matemática como gráfica de los sistemas dinámicos, por medio de variables de estado y planos de fase, esto con la finalidad de observar los atractores a los que converge el sistema dinámico no lineal. Se ha definido *caos* como un comportamiento aperiódico a largo término de un sistema dinámico determinista sensible a las condiciones iniciales.

1.2.9. Resumen

El **caos** es un fenómeno presente en sistemas dinámicos no lineales que presenta sensibilidad extrema a condiciones iniciales.

Este se refiere a un tipo de comportamiento complejo que posee características especiales tales como:

- Es determinístico ya que cada evento o acción es el resultado inevitable de los acontecimientos y las acciones precedentes.
- La inestabilidad dinámica o CAOS significa que a pequeñas variaciones o imprecisiones en las condiciones iniciales genera grandes incertidumbres en las predicciones del resultado.
- En los sistemas dinámicos no lineales solo en ellos existe caos

- Un sistema no lineal no cumplen con el principio de superposición y sus representaciones lineales del comportamiento trabajan sobre regiones limitadas de operación.

Las condiciones necesarias para que exista caos son:

- Sistema dinámico no lineal.
- Matemáticamente una ecuación diferencial tercer orden o un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden, al menos 3 ecuaciones acopladas de primer orden (si hay cuatro ecuaciones se le llama hiper-caótico).

La otra condición es de suficiencia, para la cual se hace el estudio y desarrollo del sistema dinámico tanto analítico como numérico:

- Analítico: se hace el cálculo de los puntos de equilibrio del sistema, esto es, para cada eigenvalor λ_i se tiene que uno debe ser real negativo y los otros dos son complejos conjugados y/o viceversa.
- Numérico: se verifica la estabilidad del sistema con los exponentes de Lyapunov, para cada sistema dinámico existe un conjunto de exponentes de Lyapunov, es decir un exponente de Lyapunov por cada ecuación diferencia de primer orden. De acuerdo al exponente de Lyapunov tenemos la siguiente clasificación para un sistema caótico:
 - positivo es inestable;
 - negativo es estable; y
 - si es cero el sistema está en equilibrio.

Si el exponente máximo de Lyapunov es positivo entonces se dice que el sistema evolucionará en trayectorias caóticas alrededor de los puntos de equilibrio.

En conclusión, si el sistema no lineal cumple las condiciones necesarias y de suficiencia, existe caos.

Capítulo 2

Sistemas caóticos de múltiples enrollamientos

Las funciones saturadas que se utilizan para generar caos, tienen un impacto importante en la generación de múltiples enrollamientos en múltiples direcciones, el cual tiene como resultado la generación de enrollamientos con n -enrollamientos. El sistema generador de caos de múltiples enrollamientos se discute mediante el análisis de sus puntos de equilibrio.

2.1. Modelo de las funciones saturadas

La mayoría de las no linealidades encontradas en la práctica pueden ser aproximadas por relaciones lineales continuas a trozos (PWL, Piece Wise Linear, por sus siglas en inglés), y se han observado algunos ejemplos de ellas tales como la saturación, zona muerta y en sistemas con retardos. La característica más importante de este tipo de modelos es que permite ser dividido en un número distinto de regiones para su representación en variables de estado [26]. El sistema puede ser analizado con técnicas lineales con soluciones para diferentes regiones; claramente una trayectoria particular deberá permanecer de forma permanente en una región, esto corresponde a una trayectoria del sistema lineal tratado.

2.1.1. Serie de funciones saturadas

Considere la siguiente función saturada:

$$f_0(x) = \begin{cases} k, & \text{si } x > 1 \\ kx, & \text{si } |x| \leq 1 \\ -k, & \text{si } x < -1 \end{cases} \quad (2.1)$$

donde k es la pendiente del segmento medio. La parte superior $f_0(x) = k \mid x \geq 1$ y la parte inferior $f_0(x) = -k \mid x \leq -1$ son llamadas regiones saturadas, y el segmento entre las dos regiones $f_0(x) = kx \mid |x| \leq 1$ es llamado pendiente de saturación [50]. La Fig. 2.1 muestra la representación en fase de la función saturada $f_0(x)$ [18].

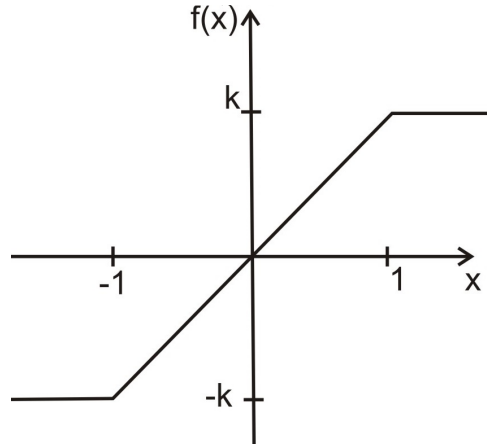


FIGURA 2.1: *Función saturada $f_0(x)$.*

Definición: *La siguiente función continua a trozos (PWL):*

$$f(x; k, h, p, q) = \sum_{i=-p}^q f_i(x; k, h) \quad (2.2)$$

es una serie de funciones saturadas, donde $k > 0$ es la pendiente de la serie de función saturada, $h > 2$ es el tiempo de retardo de la serie de funciones saturadas, p y q son enteros positivos, y

$$f_i(x; k, h)(x) = \begin{cases} 2k, & \text{si } x > ih + 1 \\ k(x - ih) + k, & \text{si } |x - ih| \leq 1 \\ 0, & \text{si } x < ih - 1 \end{cases}$$

$$f_{-i}(x; k, h)(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x > -ih + 1 \\ k(x + ih) - k, & \text{si } |x + ih| \leq 1 \\ -2k, & \text{si } x < -ih - 1 \end{cases}$$

Reescribiendo la serie de funciones saturadas de la siguiente manera $f(x; k, h, p, q)$, se obtiene la siguiente ecuación y se muestra en la Fig. 2.2 [18] una función saturada con siete segmentos para generar 4-enrollamientos;

$$f(x; k, h, p, q) = \begin{cases} (2q + 1)k, & \text{si } x > qh + 1 \\ k(x - ih) + 2ik, & \text{si } |x - ih| \leq 1, -p \leq i \leq q \\ (2i + 1)k, & \text{si } ih + 1 < x < (i + 1)h - 1, \\ & -p \leq i \leq q - 1 \\ -(2p + 1)k, & \text{si } x < -ph - 1. \end{cases} \quad (2.3)$$

donde k es la pendiente de la función saturada y el factor multiplicativo para las regiones

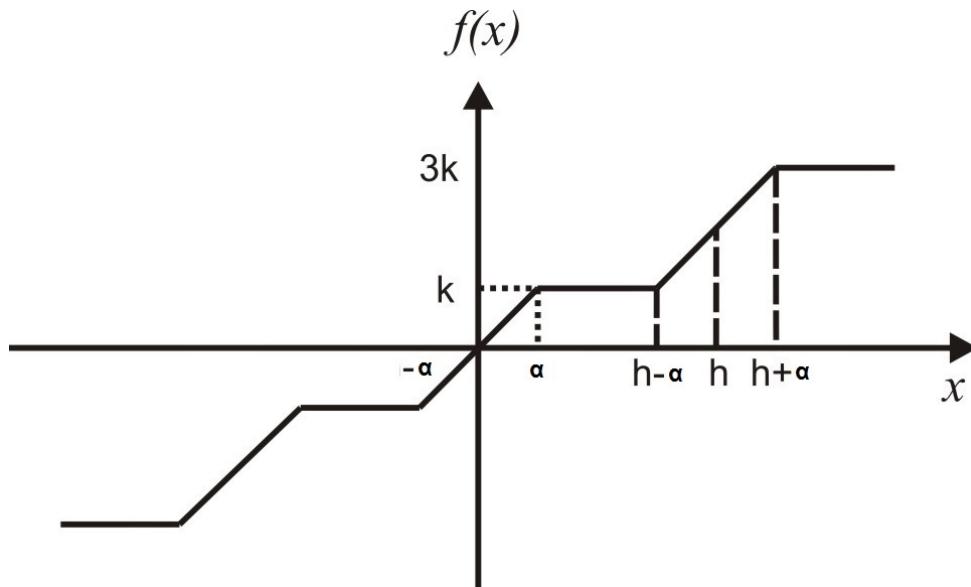


FIGURA 2.2: Descripción de una serie de funciones saturadas.

saturadas, $\text{saturación} = \pm nk$, con n entero impar para enrollamientos pares y n entero par para enrollamientos impares, h es el retardo saturado del centro de las pendientes como se observa en la Fig. 2.2 donde p y q son enteros positivos [54]. Debemos notar que para la generación de enrollamientos se debe considerar el la Tabla 2.1:

TABLA 2.1: *Consideraciones para crear n regiones de saturación.*

$hi = \pm nk$		
Pares	$i = 1, \dots, [(enrollamientos - 2)/2]$	$n = 2, 4, \dots, (enrollamientos - 2)$
Impares	$i = 1, \dots, [(enrollamientos - 1)/2]$	$n = 1, 3, \dots, (enrollamientos - 2)$

2.2. Condiciones para la generación del caos

Considere el siguiente sistema lineal autónomo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= -ax - by - cz,\end{aligned}\tag{2.4}$$

donde x , y , y z son variables de estado y a, b, c son constantes positivas reales. Para guiar al sistema (2.4) a tener un comportamiento caótico, es necesario sumar una no linealidad, para estirar y doblar las trayectorias del sistema en repetidas ocasiones. La señal PWL en la ec. (2.3) es una serie de funciones saturadas actuado como controlador, de la ec. (2.4).

Revisando el sistema (2.4) sin funciones no lineales se observa que tiene un único punto de equilibrio, el $(0, 0, 0)$, y le corresponde la siguiente ecuación característica:

$$\lambda^3 + c\lambda^2 + b\lambda + a = 0.\tag{2.5}$$

La solución de la ecuación es [50]:

$$\lambda_1 = -\frac{c}{3} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} - \sqrt{\Delta}},\tag{2.6}$$

y

$$\begin{aligned}\lambda_{2,3} &= -\frac{c}{3} - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} - \sqrt{\Delta}} \right) \\ &\quad \pm i \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} + \sqrt{\Delta}} - \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} - \sqrt{\Delta}} \right) \\ &\equiv \alpha \pm \beta i,\end{aligned}\tag{2.7}$$

denotando \hat{p} , \hat{q} y Δ como

$$\begin{aligned}\hat{p} &= b - \frac{1}{3}c^2, \\ \hat{q} &= \frac{2}{27}c^3 - \frac{1}{3}bc + a, \\ \Delta &= \frac{ac^3}{27} - \frac{b^2c^2}{108} - \frac{abc}{6} + \frac{b^3}{27} + \frac{a^2}{4}.\end{aligned}\tag{2.8}$$

Cálculos numéricos muestran que el sistema lineal (2.4) con una función saturada puede producir un comportamiento caótico si se cumple las siguientes condiciones respecto a sus eigenvalores $\lambda_1 < 0$, $\alpha > 0$ y $\beta \neq 0$. Así que la ec. (2.5) tendría un eigenvalor negativo y un par de eigenvalores complejos conjugados con la parte real positiva.

Para el sistema (2.4) asumimos que [50]

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{ac^3}{27} - \frac{b^2c^2}{108} - \frac{abc}{6} + \frac{b^3}{27} + \frac{a^2}{4} > 0, \\ \lambda_1 &= -\frac{c}{3} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} - \sqrt{\Delta}} < 0, \\ \alpha &= -\frac{c}{3} - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{\hat{q}}{2} - \sqrt{\Delta}} \right) > 0.\end{aligned}\tag{2.9}$$

2.2.1. Atractor caótico con n -enrollamientos en una dirección

La generación de n -enrollamientos caóticos ($n \geq 3$) se realiza sumando una serie de funciones saturadas, definida por (2.3), al sistema de la ec. (1.4), obteniendo

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + d_1f(x; k_1, h_1, p_1, q_1),\end{aligned}\tag{2.10}$$

donde $f(x; k_1, h_1, p_1, q_1)$ es definida previamente por (2.3) y a, b, c, d_1 son constantes positivas. Se asume que [50]:

$$\begin{aligned} d_1 k_1 &> a, \\ 2d_1 k_1 &\geq ah_1, \\ \max\{p_2, q_2\} \frac{|ah_1 - 2k_1 d_1|}{d_1 k_1 - a} &\leq 1, \\ (2d_1 k_1 - ah_1)(q_1 - 1) &< ah_1 - d_1 - a. \end{aligned} \quad (2.11)$$

En consecuencia, todos los puntos de equilibrio del sistema (2.10) están dados por $2(p_1 + q_1) + 3$ y son localizados a lo largo del eje x y pueden ser clasificados en dos diferentes conjuntos [50]:

$$A_x = \left\{ -\frac{(2p_1 + 1)d_1 k_1}{a}, \frac{(-2p_1 + 1)d_1 k_1}{a}, \dots, \frac{(2q_1 + 1)d_1 k_1}{a} \right\} \quad (2.12)$$

y

$$B_x = \left\{ -\frac{p_1 k_1 d_1 (h_1 - 2)}{k_1 d_1 - a}, \frac{(-p_1 + 1)k_1 d_1 (h_1 - 2)}{k_1 d_1 - a}, \dots, \frac{q_1 k_1 d_1 (h_1 - 2)}{k_1 d_1 - a} \right\}. \quad (2.13)$$

Los puntos de equilibrio del conjunto A_x se definen por la ecuación característica (1.5). Considerando (2.8) se puede asumir que le corresponden eigenvalores que satisfacen $\lambda_1 < 0$ y $\lambda_{2,3} = \alpha \pm \beta i$, con $\alpha > 0$ y $\beta \neq 0$. Por lo tanto todos los puntos de equilibrio que pertenecen al conjunto A_x son puntos silla de índice 2.

Por otra parte, los puntos de equilibrio del conjunto B_x corresponde a la siguiente ecuación característica [50]:

$$\lambda^3 + c\lambda^2 + b\lambda + a - d_1 k_1 = 0, \quad (2.14)$$

donde $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = -c < 0$ y $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = -(a - d_1 k_1) > 0$, por lo tanto la ec. (2.14) tiene un eigenvalor positivo y dos eigenvalores negativos, o un eigenvalor positivo y un par de eigenvalores complejos conjugados con la parte real negativa. Para poder generar caos a partir del sistema (2.10) se asume que la ec. (2.14) tiene un eigenvalor positivo y un par de eigenvalores complejos conjugados con la parte real negativa. Esto significaría que todos los puntos de equilibrio del conjunto B_x son puntos silla de índice 1. El sistema (2.10) tiene el potencial de crear un máximo de $(p_1 + q_1 + 2)$ -enrollamientos caóticos, para los valores adecuados de los parámetros a, b, c, d_1, k_1 , y h_1 [56].

TABLA 2.2: *Ubicación de los puntos de equilibrio de la ec. (2.10).*

Puntos de equilibrio	Puntos silla índice 1	Puntos silla índice 2
7	3	4
$s_{\pm 3}(3, 0, 0)$	$s \pm (2, 0, 0)$	$s \pm (3, 0, 0)$
$s_{\pm 1}(1, 0, 0)$	$s_0(0, 0, 0)$	$s \pm (1, 0, 0)$
$s_{\pm 2}(2, 0, 0)$		
$s_0(0, 0, 0)$	Pendiente	Saturación

Es necesario enfatizar que los $(p_1 + q_1 + 2)$ puntos de equilibrio dentro del conjunto A_x son responsables de generar $(p_1 + q_1 + 2)$ enrollamientos. Sin embargo, los $(p_1 + q_1 + 1)$ puntos de equilibrio en el conjunto B_x son responsables de conectar los $(p_1 + q_1 + 2)$ enrollamientos de todo el atractor caótico [50]. Por otra parte, cada punto de equilibrio dentro del conjunto A_x corresponde a una única región de saturación de la serie de funciones saturadas (2.3), y corresponde a un único enrollamiento de todo el atractor. En tal sentido, cada punto de equilibrio dentro del conjunto B_x corresponde a una única pendiente saturada de la serie de funciones saturadas de la ec. (2.3) y corresponde a una única conexión entre los enrollamientos vecinos. En la Tabla 2.2 se muestra en forma de resumen los puntos de equilibrio del atractor de la Fig. 2.3 y su relación con la serie de funciones saturadas. En la Fig. 2.3(a) se muestra un atractor caótico con 4 enrollamientos a partir del sistema (2.10) donde $a = b = c = d_1 = 0.7$, $k_1 = 1$, $h_1 = 2$, $p_1 = 1$, y $q_1 = 1$. En la Fig. 2.3(b), se muestra que la variable $x(t)$ respecto al tiempo.

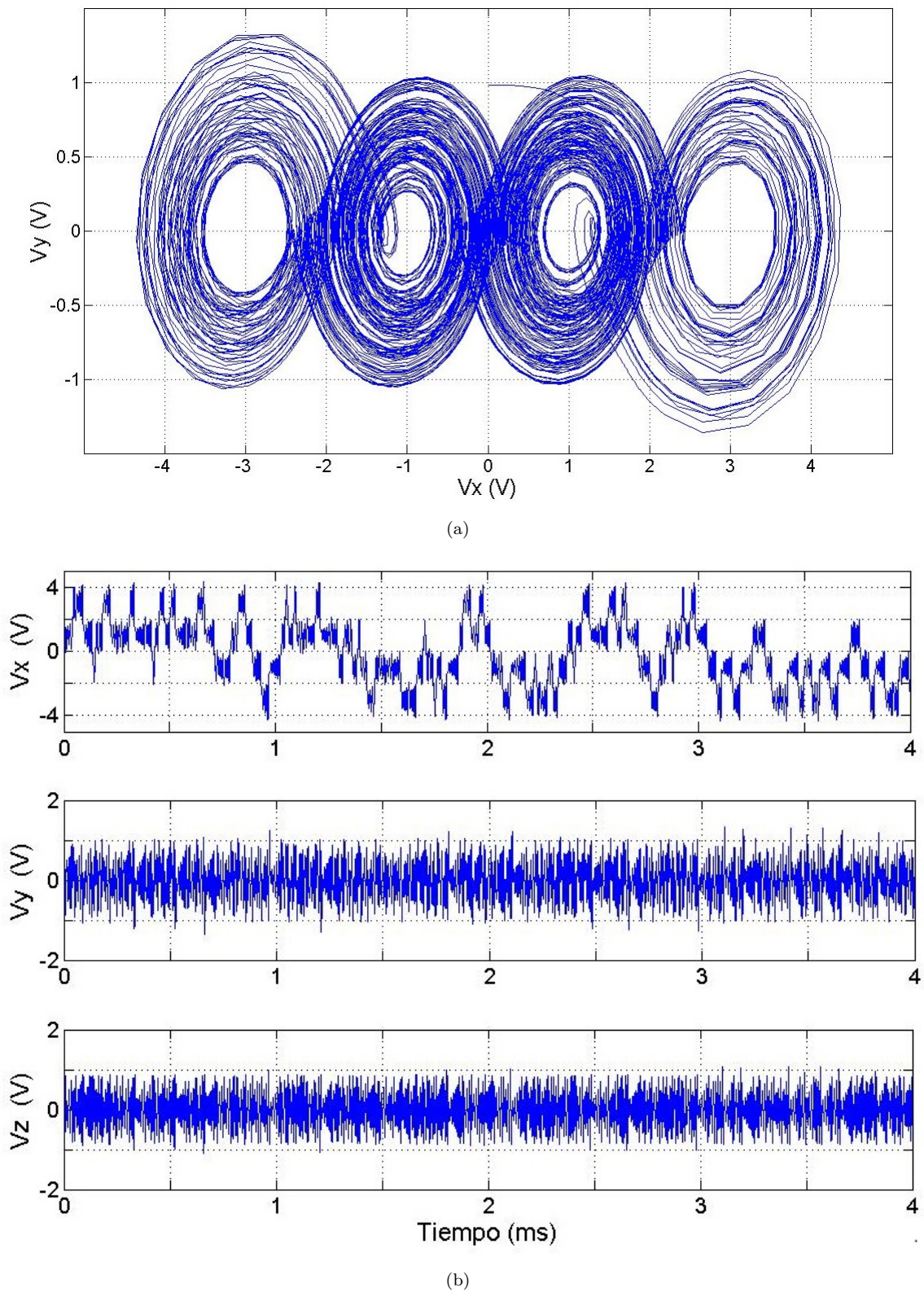


FIGURA 2.3: (a) *Proyección en el plano de fase de las variables de estado x vs y , (b) variables de estado x, y, z respecto del tiempo.*

Capítulo 3

Análisis de desempeño en sistemas caóticos de múltiples enrollamientos utilizando el método Monte Carlo

En esta tesis se presenta un análisis estadístico aplicando el método Monte Carlo a un sistema de múltiples enrollamientos, el resultado de dicho análisis se representa en forma gráfica en representaciones de histogramas. Estas simulaciones se realizarán con la herramienta de simulación T-Spice Circuit Simulator versión 14.11 y la herramienta de MATLAB para confirmar la utilidad del enfoque.

3.1. Método Monte Carlo

El método Monte Carlo es un método numérico que permite resolver problemas físicos y matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias. El método Monte Carlo fue bautizado así por su clara analogía con los juegos de ruleta de los casinos, el más célebre de los cuales es el de Monte Carlo, casino cuya construcción fue propuesta en 1856 por el príncipe Carlos III de Mónaco, siendo inaugurado en 1861.

La importancia sobre el método Monte Carlo, el cual se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que dependen de factores aleatorios o se pueden asociar a un modelo probabilístico artificial (resolución de integrales de muchas variables, minimización de funciones, etc.). Gracias

al avance en diseño de los ordenadores, aplicar el método Monte Carlo en otro tiempo hubieran sido inconcebibles, hoy en día se presentan como asequibles para la resolución de ciertos problemas. La base es la generación de números aleatorios de los que nos serviremos para calcular probabilidades. Conseguir un buen generador de estos números así como un conjunto estadístico adecuado sobre el que trabajar son las primeras dificultades con las que nos vamos a encontrar a la hora de utilizar este método.

Si podemos simular un modelo estadístico en una computadora, entonces podemos generar una amplia serie de muestras desde el modelo y podremos aprender sobre el comportamiento de la modelo mediante el estudio de los resultados generados por la simulación. Damos tres ejemplos de este enfoque:

- Como consecuencia de la ley de los grandes números, el valor esperado de una variable aleatoria se puede aproximar mediante la generación de un gran número de muestras de la variable aleatoria y, a continuación teniendo en cuenta el valor medio.
- La probabilidad de que un evento se pueda aproximar mediante la generación de un gran número de muestras y, a continuación teniendo en cuenta, la proporción de esas muestras en las que se produzca el evento.
- La calidad de un método para la inferencia estadística puede evaluarse generando repetidamente datos sintéticos con una distribución conocida y luego analizar qué tan bien el método de inferencia recupera las (conocidos) propiedades de la distribución subyacente de los conjuntos de datos sintéticos.

Dado la existencia de problemas que tienen difícil solución pueden reducirse a cálculo de la expectativa de una variable al azar, lo que se realiza principalmente es restringir nuestra atención al problema de calcular las expectativas de la forma $E(f(X))$, donde X es una muestra aleatoria del sistema bajo consideración y f es una función de valor real. Hay varios métodos diferentes para calcular la expectativa de este tipo:

- Se puede encontrar la respuesta analítica. Por ejemplo, si la distribución de X tiene una densidad de ϕ , podemos utilizar la relación:

$$E(f(X)) = \int f(x)\phi(x)dx. \quad (3.1)$$

- Si la integral en la ec. (3.1) no se puede resolver analíticamente, podemos tratar de utilizar la integración numérica para obtener una aproximación al valor de la integral. Cuando X toma valores en un espacio de pocas dimensiones, este método suele funcionar bien, pero para espacios de dimensiones superiores la aproximación numérica puede llegar a ser muy difícil y el resultado de este método puede no ser eficiente.
- El método que vamos a estudiar se llama el método de Monte Carlo por Estimación o la integración Monte Carlo. Esta técnica se basa en la ley de los grandes números: Si (X_j) , $j \in \mathbb{N}$ es una secuencia independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) de variables aleatorias con la misma distribución que X , entonces:

$$E(f(X)) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(X_j) \quad (3.2)$$

con probabilidad 1.

Definición: El método Monte Carlo por estimación es la expectativa $E(f(X))$ de un método numérico basado en la aproximación

$$E(f(X)) \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(X_j). \quad (3.3)$$

Con el fin de calcular un valor numérico para esta aproximación tendremos que generar un gran número de muestras X_j del modelo. Esto se puede hacer usando la herramienta de simulación T-Spice Circuit Simulator versión 14.11. En el presente capítulo vamos a demostrar el uso de esta herramienta para la generación de muestras, vamos a estimar el cálculo para las muestras necesarias para obtener un grado de confianza mayor al 95%, su representación mediante el uso de histogramas y la generación de una distribución Gaussiana.

Si $f(X) = x$, el método Monte Carlo por Estimación, la ec. (3.3) se reduce a:

$$E(X) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j = \bar{X}, \quad (3.4)$$

donde \bar{X} es el estimador para la media.

3.2. Método Monte Carlo por estimación

En esta sección se muestran las las propiedades básicas del método Monte Carlo por Estimación.

Definición: Sea X una variable aleatoria y f una función tal que $f(X) \in R$. Entonces el método Monte Carlo por estimación para $E(f(X))$ está dada por:

$$Z_N^{MC} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(X_j), \quad (3.5)$$

donde X_1, \dots, X_N es una secuencia independiente e idénticamente distribuido (i.i.d) con la misma distribución que X .

Se puede reescribir la ec. (3.5) con el siguiente algoritmo:

Algoritmo 3.2.1 Método Monte Carlo por Estimación

Entrada:

Una función f con valores en R

$N \in N$

Aleatoriamente se usa:

i.i.d. copia $(X_j)_{j \in N}$ de X

Salida:

Estimación Z_N^{MC} para $E(f(X))$

1: $s \leftarrow 0$

2: *for* $j = 1, 2, \dots, N$ *do*

3: genera X_j , con la misma distribución que X tal que:

4: $s \leftarrow s + f(X_j)$

5: *endfor*

6: return s/N

El tiempo de ejecución del algoritmo (3.2.1) es proporcional a N . Por otro lado, por la ley de los grandes números sabemos que Z_N^{MC} converge a un valor correcto $E(F(X))$ sólo cuando N aumenta, y por lo tanto el *ERROR* disminuye a medida que N aumenta. Por esta razón, la elección del tamaño de la muestra N en el algoritmo (3.2.1) implica un compromiso entre tiempo de simulación y la exactitud del resultado a calcular.

Definición: El sesgo para un estimador $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$ está definido por:

$$\text{bias}(\hat{\theta}) = E_{\theta}(\hat{\theta}(X) - \theta) = E_{\theta}(\hat{\theta}(X)) - \theta \quad (3.6)$$

donde el subíndice θ es la expectativa asimétrica positiva que presenta la muestra X que proviene de la distribución con valor positivo de θ .

Definición: El error estándar o desviación estándar de un estimador $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$ está definido por:

$$\text{se}(\hat{\theta}) = \text{stdev}_{\theta}(\hat{\theta}(X)) \quad (3.7)$$

donde el subíndice θ en la desviación estándar indica que la muestra X proviene de una distribución con valor positivo de θ .

Por último, el error cuadrático medio, introducido en la siguiente definición, combina ambos tipos de error: mide las fluctuaciones del estimador alrededor de un valor del parámetro.

Definición: El error cuadrático medio (*MSE*, por sus siglas en inglés) de un estimador $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$ para un parámetro θ está definido por:

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = E_{\theta}((\hat{\theta}(X) - \theta)^2), \quad (3.8)$$

donde el subíndice θ en la desviación estándar indica que la muestra X proviene de una distribución con valor positivo de θ .

En cuanto al sesgo, las expresiones para el error estándar y para el error cuadrático medio dependerá del valor de θ y, a veces las notaciones $\text{se}_{\theta}(\hat{\theta})$ y $\text{MSE}_{\theta}(\hat{\theta})$ se utilizan para indicar esta dependencia.

La siguiente ecuación muestra que el error cuadrático medio se puede calcular a partir del sesgo y el error estándar:

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + \text{bias}(\hat{\theta})^2 = \text{se}(\hat{\theta})^2 + \text{bias}(\hat{\theta})^2 \quad (3.9)$$

Proposición 3.2.2 El método Monte Carlo por Estimación Z_N^{MC} para $E(f(X))$, calculado en el algoritmo (3.1), se tiene:

$$\text{bias}(Z_N^{MC}) = 0 \quad \text{y} \quad \text{MSE}(Z_N^{MC}) = \text{Var}(Z_N^{MC}) = \frac{1}{N} \text{Var}(f(X)). \quad (3.10)$$

3.3. Elección del tamaño de la muestra

La límite de error de proposición (3.2.2) se puede utilizar para guiar a la elección de tamaño de la muestra N en el método Monte Carlo del algoritmo (3.2.1). La forma directa es usar la proposición la ec. (3.10) para determinar el error resultante una vez que se haya ejecutado el algoritmo de (3.2.1). Si el error es demasiado grande, se ejecuta nuevamente con un valor más grande de N , hasta obtener la precisión requerida. El uso de la ec. (3.10) sólo se puede aplicar directamente, si la varianza $Var(f(x))$ se conoce. Si la varianza se desconoce, la estimación Z_N^{MC} tiene un error cuadrático medio:

$$MSE(Z_N^{MC}) = \frac{Var(f(X))}{N} \approx \frac{\hat{\sigma}^2}{N} \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (f(X_j) - Z_N^{MC})^2. \quad (3.11)$$

Otra alternativa de usar la Proposición (3.2.2) es determinar el tamaño de la muestra que se requiere para ejecutar el Algoritmo 3.2.1, resolviendo la ec. (3.11) para N , para alcanzar un error $MSE(Z_N^{MC}) \leq \epsilon^2$, la muestra de tamaño N debe satisfacer:

$$N = \frac{z^2 pq}{\epsilon^2} \geq \frac{Var(f(X))}{\epsilon^2}. \quad (3.12)$$

3.4. Simulación de método Monte Carlo con T-Spice Circuit Simulator

Para el análisis de simulación e interpretación de parámetros se utiliza el simulador T-Spice Circuit Simulator versión 14.11.

T-Spice utiliza técnicas numéricas superiores para lograr la convergencia de los circuitos que son a menudo imposibles de simular con otros programas SPICE. Los tipos de análisis de circuitos que realiza son:

- Análisis en DC y AC.
- Análisis de Transitorios con integración de trapezoidal.
- Análisis de ruido.
- Análisis de Monte Carlo sobre variables ilimitadas.

3.4.1. Análisis de parámetros

En muchas circunstancias, T-Spice requiere del estudio sobre el rendimiento de un circuito sometido a las variaciones en los valores de los parámetros. Por ejemplo, el análisis de parámetros que se pueden utilizar para evaluar las tendencias multidimensionales en la salida durante los intervalos definidos de valores de entrada, o la sensibilidad del comportamiento del circuito a las fluctuaciones aleatorias en las condiciones de fabricación.

Una amplia gama de parámetros puede ser sistemática y variada automáticamente para:

- Parámetros externos, como temperatura.
- Parámetros de simulación, como tolerancias.
- Parámetros del dispositivo, como el nivel de voltaje de entrada.
- Parámetros del modelo, como la capacidad de un transistor.

Hay tres tipos de análisis de parámetros que realiza T-Spice:

- Barrido paramétrico (*parameter sweeping*).
- Análisis de Monte Carlo (*Monte Carlo analysis*).
- Optimización (*optimization*).

3.4.2. Análisis del método Monte Carlo con T-Spice

El análisis del método Monte Carlo genera variables aleatorias en valores de parámetros mediante una distribución de probabilidad sobre ellos. Para cada valor que se genera, se lleva acabo el análisis de circuito solicitado por el archivo de entrada, y los resultados son registrados en un archivo de salida. El análisis del método Monte Carlo se realiza usando el comando *SWEEPMONTE* seguido de las siguientes instrucciones:

- .ac
- .dc
- .step

- .tran

Los valores de parámetros se pueden extraer con diferentes tipos de distribución estadística, la cual puede ser una distribución *uniforme*, *Gaussian* o *Límite aleatorio*. Para fines de esta tesis se hará uso de una distribución Gaussiana debido a que representa la forma típica del comportamiento de las tolerancias de los parámetros en circuitos electrónicos.

Las distribuciones de probabilidad son asignadas a los parámetros usando el comando *.param* 3.13:

$$\textit{.param parameter} = \textit{agauss}(\textit{nominal_val}, \textit{abs_variation}[\textit{multiplier}]), \quad (3.13)$$

donde *gauss* se refiere a una distribución Gaussiana con una variación absoluta específica; *nominal_val* es el valor nominal del parámetro a calcular su sensibilidad; *abs_variation* es la desviación más grande que se puede obtener a partir de una distribución uniforme, o la desviación estándar multiplicado por σ para una distribución Gaussiana, siendo σ el nivel en el que se especifica la variación absoluta o relativa para una distribución gaussiana. Por ejemplo, si $\sigma=3$, la desviación estándar es *abs_variation*/3. Finalmente *multiplier* es el número de veces que se evalúa la función de distribución. La mayor desviación del valor nominal es el que se utiliza como resultado.

3.4.3. Aplicación de método Monte Carlo usando T-Spice

El pseudo-código de simulación se presenta a continuación:

```
***Monte Carlo***
.PARAM Rxn=10e3
.PARAM Rx1=AGAUSS(Rxn,'0.2*10000',3)

***Declaracion del sistema dinámico***
X1 1 2 3 4 5 NonLinSystem
Rx1 x out Rx1
```

```
***Declaración de la función no lineal***
```

```
X2 1 2 nonlinfunction
```

```
***Comandos de análisis
```

```
.ic v(4,5)=0.01
```

```
.PRINT V(x)
```

```
.TRAN 1u 20m SWEEP MONTE=10
```

```
.options method=BDF
```

Aplicando la simulación con $SWEEPMONTE = 10$, donde realiza 10 corridas sobre la resistencia Rx1, el resultado se refleja en la Fig. 3.1a), donde se muestra el total de las 10 simulaciones que se llevaron a cabo en un tiempo de 20ms. En la Fig. 3.1b), solo se muestra la simulación de la primera iteración con Monte=10; mientras que en la Fig. 3.1c), se muestra la simulación de la última iteración con Monte=10.

Los datos de esta simulación se pueden obtener desde el archivo con extensión *.out* donde radica el archivo de simulación, abriendo este archivo muestra los valores de simulación, proporcionando información estadística para obtener la distribución deseada:

```
***MONTE CARLO PARAMETER VALUES***
```

```
Index 1 resistor value for Rx1 = 9.5943e+003
```

```
Index 2 resistor value for Rx1 = 1.0369e+004
```

```
Index 3 resistor value for Rx1 = 1.0079e+004
```

```
Index 4 resistor value for Rx1 = 9.8444e+003
```

```
Index 5 resistor value for Rx1 = 1.1661e+004
```

```
Index 6 resistor value for Rx1 = 1.0319e+004
```

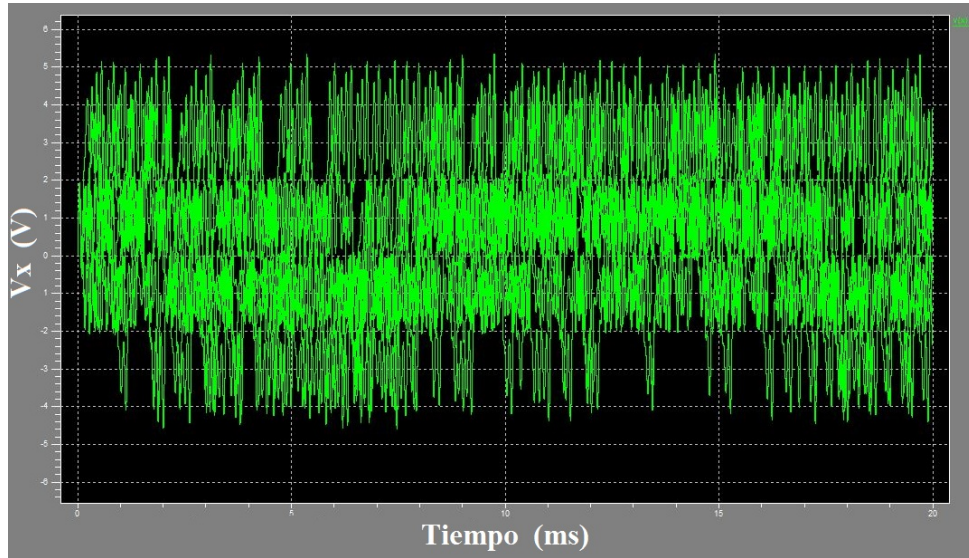
```
Index 7 resistor value for Rx1 = 1.0096e+004
```

```
Index 8 resistor value for Rx1 = 8.7268e+003
```

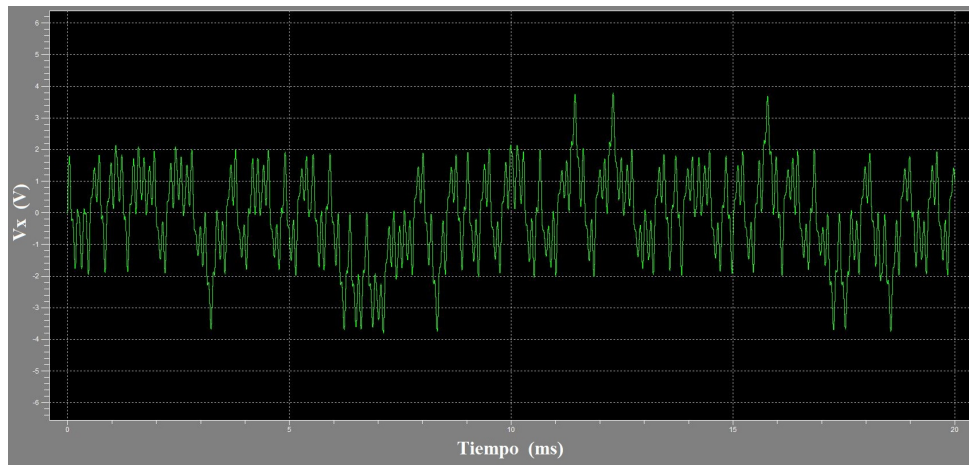
```
Index 9 resistor value for Rx1 = 9.2398e+003
```

```
Index 10 resistor value for Rx1 = 9.7729e+003
```

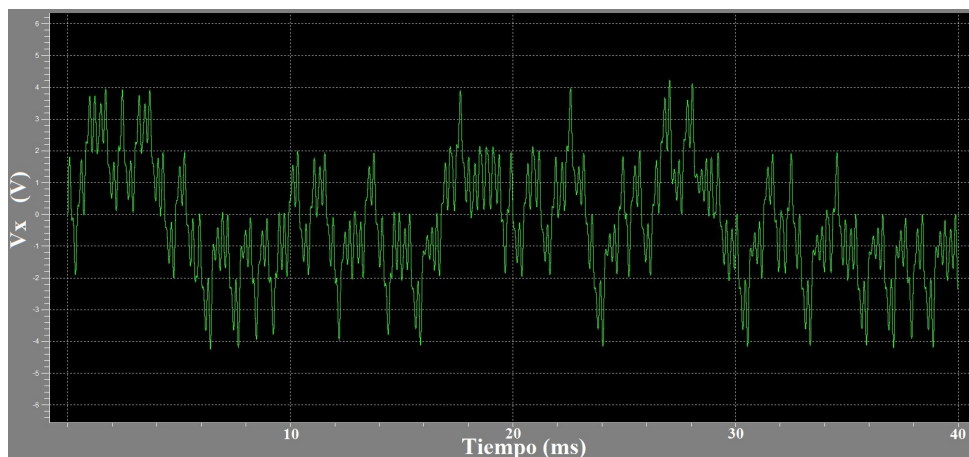
Parámetros estadísticos de Monte Carlo son dados en las Tablas 3.1 y 3.2.



(a) Gráfica en el tiempo del total de simulaciones con SWEEP MONTE=10.



(b) Gráfica en el tiempo de la iteración 1 con SWEEP MONTE=10.



(c) Gráfica en el tiempo de la iteración 10 con SWEEP MONTE=10.

FIGURA 3.1: Gráfica en el tiempo del total de simulaciones con SWEEP MONTE=10.

Variable	Mínimo	Máximo	Mediana
Valores de Rx1	8.7267k	11.6610k	10.0796k

TABLA 3.1: *Parámetros estadísticos de Monte Carlo.*

Variable	Media	Desviación Promedio	Varianza	Desviación estándar
Valores de Rx1	9.9702k	593.9964	544.29k	737.76

TABLA 3.2: *Parámetros estadísticos Monte Carlo.*

3.4.4. Aplicación del método Monte Carlo en sistema caótico de 4 enrollamientos

Los parámetros de simulación para el sistema caótico de múltiples enrollamientos buscan obtener el intervalo de confianza para los parámetros del sistema a, b, c y d donde el comportamiento caótico prevalezca tomando en cuenta que dicho sistema debe conservar un atractor de 4 enrollamientos en el plano de fase.

De acuerdo al tamaño de la muestra para obtener un intervalo de confianza de un 90 % se obtiene de la ec. (3.11) donde z es el valor de nivel de confianza que queremos. Si queremos un nivel de confianza de 90 %, z corresponde a un valor de $z = 1.645\sigma$ o errores típicos, $pq = 0.5$ es la varianza y $e = 5\%$ que es el error muestral, tenemos:

$$N = \frac{z^2 pq}{\epsilon^2} = \frac{1.645^2 0.5}{0.05^2} = 545. \tag{3.14}$$

Para satisfacer lo anterior se debe realiza una simulación con un número de iteraciones de 545 muestras. El comando para aplicar el método Monte Carlo usando la herramienta

Tanner T-spice es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 .PARAM Ax &= 0.725 \\
 .PARAM Ax1 &= AGAUSS(Ax,'0.10 * .725',3) \\
 .PARAM By &= 0.575 \\
 .PARAM By1 &= AGAUSS(By,'0.58 * .575',3) \\
 .PARAM Cz &= 0.545 \\
 .PARAM Cz1 &= AGAUSS(Cz,'0.72 * .545',3)
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

El parámetro A va a tomar valores aleatorios de $A = 0.7 \pm 10\%$; el parámetro B va a tomar valores aleatorios de $A = 0.7 \pm 58\%$; el parámetro C va a tomar valores aleatorios de $A = 0.7 \pm 72\%$ y el periodo de simulación será de $15ms$ con un muestreo de $1u$ 3.2. El número de iteraciones será de 545. Ya que el tamaño del archivo generado por T-spice (archivo .out) son superiores a 800MB, se utiliza el programa TheGun Version 3.0f para el manejo de los datos, sin embargo, ese software sólo permite la visualización y edición de contenido de poco tamaño y por las características del servidor utilizado para realizar dichas simulaciones es complicado obtener los tiempos de simulación y extraer la información que arroja el método Monte Carlo para procesarla. Por lo tanto, se procede a reducir el tiempo de muestreo de $0.01u$ a $1u$ y realizar simulaciones variando únicamente un parámetro. Debido a lo anterior y a que el tiempo de simulación se incrementa exponencialmente cuando se varían los tres parámetros, A, B, C se procede a realizar 3 simulaciones diferentes:

La primera simulación se mantienen fijos los parámetros B, C el cual se puede observar un tiempo de simulación como se muestra a continuación:

```

*** END NON-GRAPHICAL DATA***
* Parsing                0.01 seconds
* .TRAN Sweep           15494.31 seconds
* Overhead              0.63 seconds
* -----
* Total                 15494.95 seconds

```

Para la segunda simulación se mantienen fijos los parámetros A, C el cual se puede observar un tiempo de simulación como se muestra a continuación:

* Parsing	0.01 seconds
* .TRAN Sweep	18433.08 seconds
* Overhead	1.02 seconds
* _____	
* Total	18434.11 seconds

Finalmente, en la tercera simulación se mantienen fijos los parámetros A, B el cual se puede observar un tiempo de simulación como se muestra a continuación:

* Parsing	0.01 seconds
* .TRAN Sweep	19215.45 seconds
* Overhead	0.94 seconds
* _____	
* Total	19216.52 seconds

Si se requiere ver una iteración en el ambiente gráfico de Tanner T-Spice se puede configurar desde el ambiente W-edit (gráficas de Tanner) en la ruta *Chart > Traces*, como se muestra en la Fig. 3.3(a).

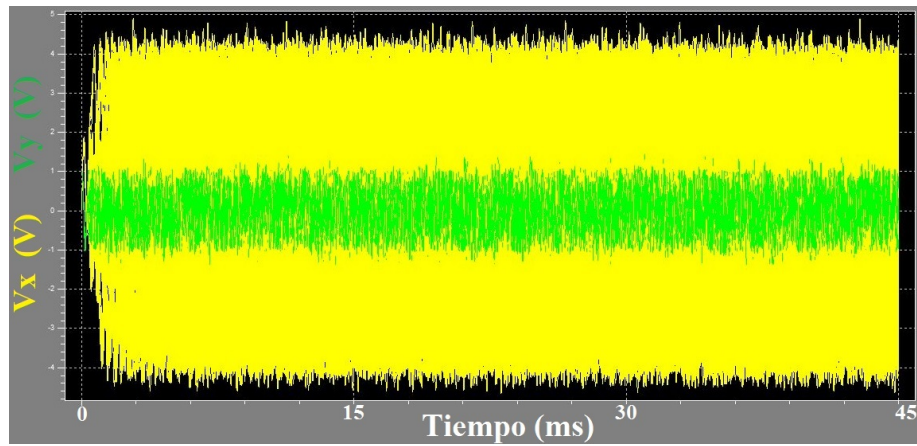
Se selecciona los gráficos a mostrar, para este caso la iteración 1, Fig. 3.3(b).

Debido a que los resultados de simulación se guardan en el archivo con extensión (.out) y a su vez que la herramienta *W-edit* no permite graficar en el plano de fase, se puede exportar una gráfica y obtener los valores para después graficarlos con la herramienta de MATLAB.

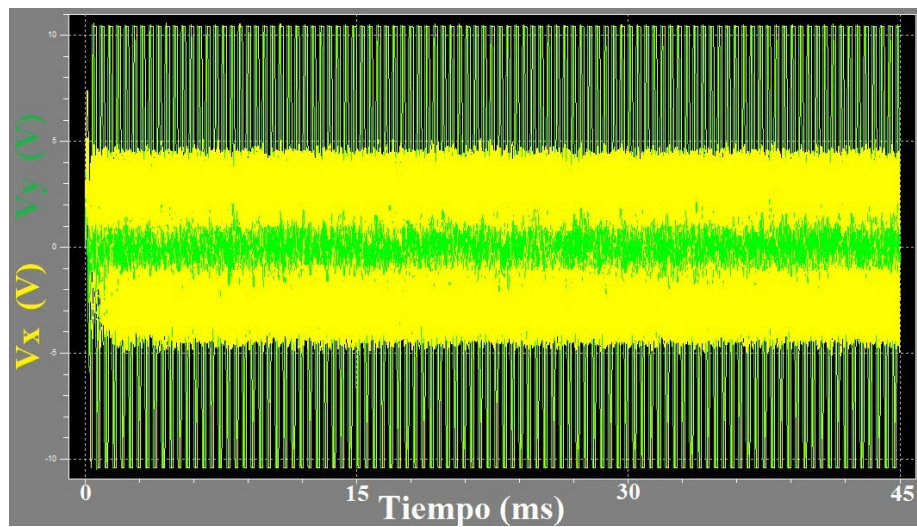
Hay dos formas de exportar esta información, una es mediante la herramienta de W-Edit de Tanner y otra es editando el archivo (.out) para obtener los valores de $V(x)$ y $V(y)$ para la iteración seleccionada y exportarlos en un archivo (.txt) para poder graficar con la herramienta gráfica de MATLAB.

La primera es siguiendo la ruta *Chart > Export Data* esto producirá un archivo con las siguientes encabezados:

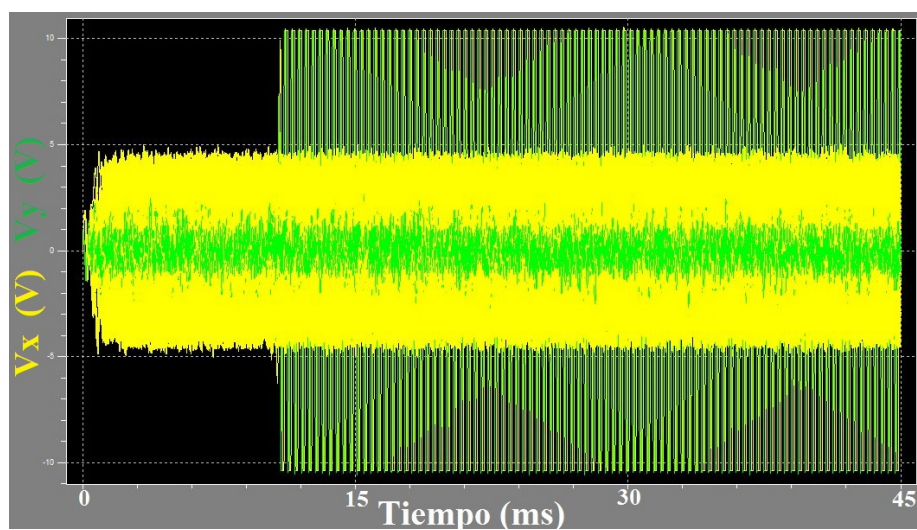
```
* caos01
* columns = 3
* rows = 11655
```



(a) Parámetro A.

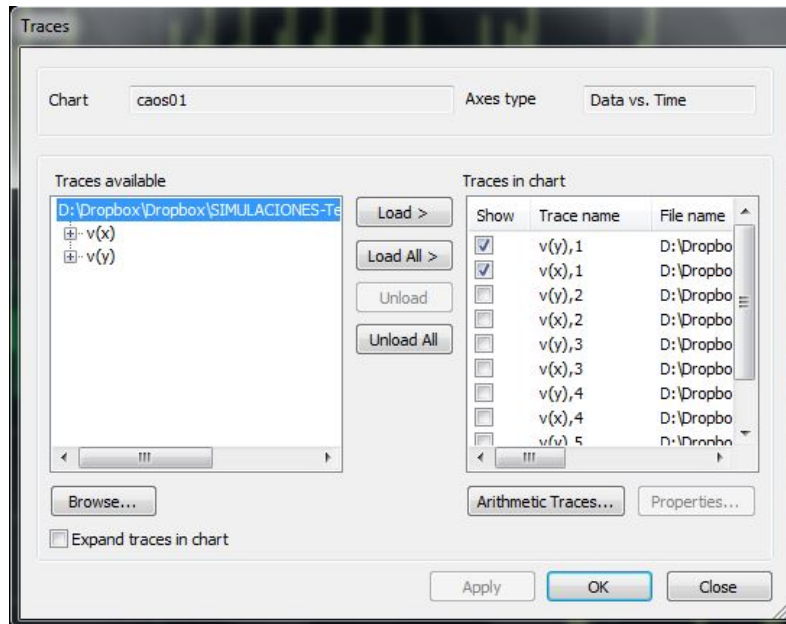


(b) Parámetro B.

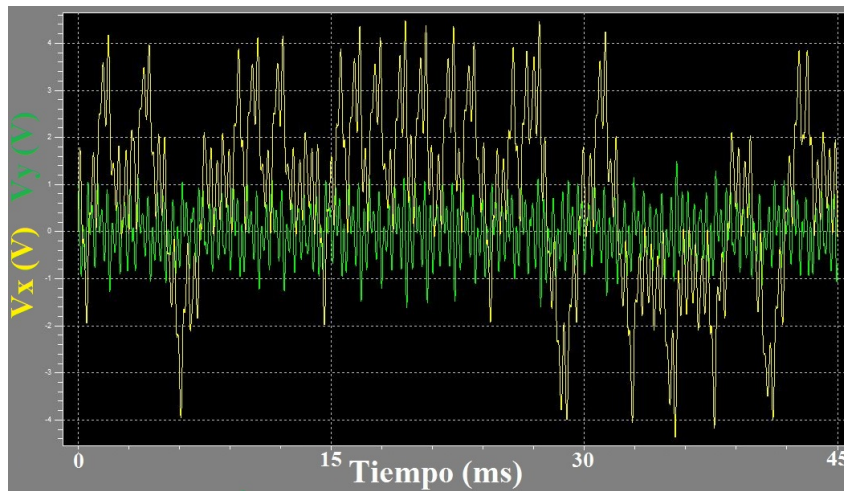


(c) Parámetro C.

FIGURA 3.2: *Resultado de Monte Carlo para 545 iteraciones sobre los parámetros A, B, C.*



(a) Plataforma de programación Tanner T-Spice.



(b) Gráfica V & t para el caso de la iteración 1.

FIGURA 3.3: Ruta para visualizar diferentes iteraciones.

```
* xrange = [0 to 0.015]
* yrange = [-4.365 to 4.4768]
*"Time<s>"V(y),1" "V(x),1"
```

Para poder procesar esta información en MATLAB se debe quitar dicho encabezado y cargar el archivo (.txt) desde MATLAB, como se muestra a continuación:

```
load D:/plot/caos01.txt
x=caos01(:,2);
```

```
y=caos01(:,3);  
plot(x,y)
```

El comando *load* carga en el Workspace de MATLAB una matriz de 3 columnas (tiempo, $V(x)$, $V(y)$) por n filas, dichas columnas se pueden modificar desde Tanner T-spice con el comando `.print V(x) V(y)` para este caso guarda los valores. El comando “`x=caos01(:,2)`”; guarda la columna 2 en la variable x , el comando “`y=caos01(:,3)`”; guarda la columna 3 en la variable y , y el comando “`plot(x,y)`” sirve para graficar los valores de x respecto a la variable y . La gráfica obtenida por el comando “`plot`” se muestra en la Fig. 3.4.

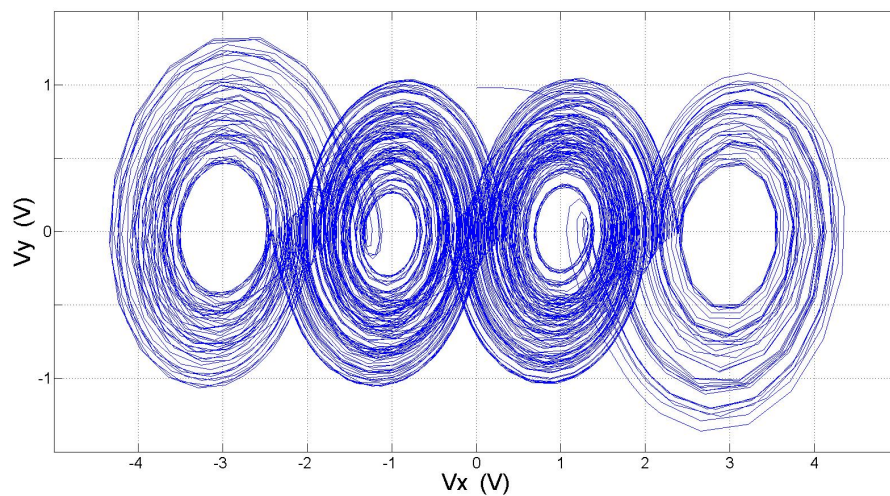


FIGURA 3.4: Gráfico obtenido usando el comando “*Load, Plot*”.

3.4.5. Interpretación de resultados

El método Monte Carlo genera variaciones “al azar” de parámetros de una distribución definida. Para cada valor elegido se llevan a cabo todos los análisis solicitados por el archivo de entrada y los resultados son registrados. Dicho análisis se lleva a cabo por el comando “`sweep`” y a su vez este realiza cierto análisis proporcionando la siguiente información estadística:

- *Valor Mínimo,*
- *Valor Máximo,*
- *Mediana,*

- *Media,*
- *Desviación Promedio,*
- *Varianza,*
- *Desviación Estándar.*

Definición: *Rango:* Dado que las observaciones en una muestra son x_1, x_2, \dots, x_n el rango es:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(n+1)/2}, & \text{si } n \text{ es impar,} \\ \frac{1}{2}(x_{n/2} + x_{n/2+1}), & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases} \quad (3.16)$$

Definición: *Mediana:* Dado que las observaciones en una muestra son X_1, X_2, \dots, X_n acomodados en un orden de magnitud creciente, la mediana de la muestra es:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(n+1)/2}, & \text{si } n \text{ es impar,} \\ \frac{1}{2}x_{n/2} + x_{n/2+1}, & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases} \quad (3.17)$$

Definición: *Media:* Si X_1, X_2, \dots, X_n representan una muestra aleatoria de tamaño n , entonces la media de la muestra se denota con \bar{x} , y se define mediante:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (3.18)$$

Definición: *Varianza:* Si X_1, X_2, \dots, X_n representan una muestra aleatoria de tamaño n , entonces la varianza de la muestra se define como:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \quad (3.19)$$

es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media.

Definición: *Desviación estándar:* Si X_1, X_2, \dots, X_n representan una muestra aleatoria de tamaño n , entonces la desviación estándar se denota con s , es la raíz cuadrada positiva de s^2 :

$$s = \sqrt{s^2}. \quad (3.20)$$

Los resultados obtenidos para la primera simulación, donde $A = 0.7 \pm 10\%$, se muestran en la Tabla 3.3.

TABLA 3.3: Valores estadísticos para $A = 0.7 \pm 10\%$.

Mínimo	Máximo	Mediana	Media	Desviación promedio	Varianza	Desviación estándar
8.5519k	10.8995k	9.6445k	9.6746k	253.2442	99.4810k	315.4062

Los resultados obtenidos para la primera simulación donde $B = 0.7 \pm 58\%$, se muestran en la Tabla 3.4.

TABLA 3.4: Valores estadísticos para $B = 0.7 \pm 58\%$.

Mínimo	Máximo	Mediana	Media	Desviación promedio	Varianza	Desviación estándar
6.9634k	36.0350k	12.0896k	12.7417k	2.0698k	7.8240M	2.7971k

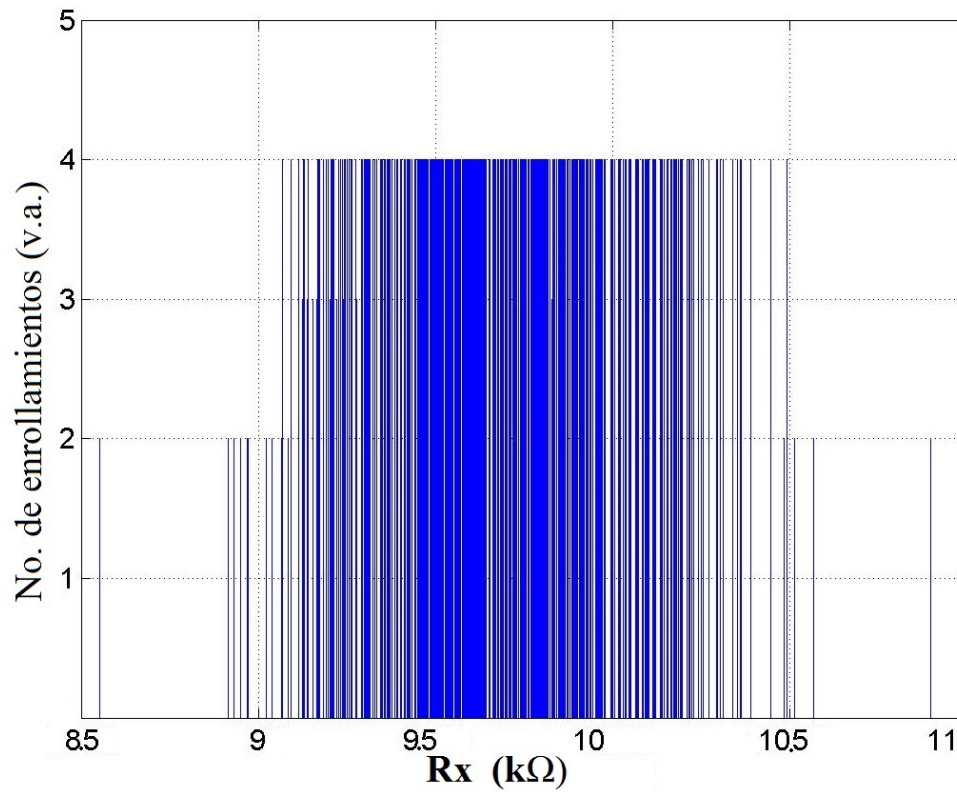
Los resultados obtenidos para la primera simulación donde $C = 0.7 \pm 72\%$, se muestran en la Tabla 3.5.

TABLA 3.5: Valores estadísticos para $C = 0.7 \pm 72\%$.

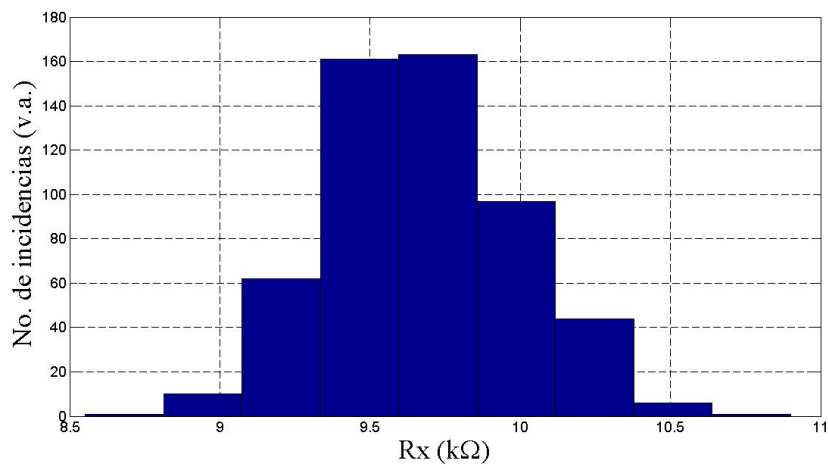
Mínimo	Máximo	Mediana	Media	Desviación promedio	Varianza	Desviación estándar
6.6588k	72.1562k	12.7544k	13.8425k	2.9382k	20.4083M	4.5175k

Una vez obtenidos estos resultados se puede proceder a la representación mediante histogramas el cual es la representación gráfica de una variable en forma de barras donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados, ya sea en forma diferencial o acumulada.

Para el parámetro A en términos de la resistencia R_x se detalla en la gráfica 3.5(a) en el cual a cada variación de R_x produce un número de enrollamientos y en 3.5(b) muestra el histograma de los números de incidentes para cada R_x generada por método Monte Carlo la cual cumple la Distribución Gaussiana.



(a) Gráfica de Rx & No. de enrollamientos.



(b) Histograma de Rx.

FIGURA 3.5: *Valores de Rx vs el Número de enrollamientos y el histograma correspondiente.*

Capítulo 4

Diseño e implementación de osciladores caóticos de cuatro enrollamientos

4.1. Síntesis de funciones PWL

El diseño de una función no lineal con múltiples segmentos es una base para la generación de atractores caóticos con orientación multidireccional y con un gran número de enrollamientos. Sin embargo, se ha identificado que es muy difícil de sintetizar funciones no lineales con múltiples segmentos mediante el uso de circuitos electrónicos analógicos. Por lo tanto, para hacer frente a este problema, la industria de automatización de diseño electrónico (EDA) está desarrollando herramientas de diseño con un alto grado de abstracción (modelado de comportamiento). A partir de entonces, el enfoque de síntesis presentado en este capítulo depende de la modelización del comportamiento de los sistemas caóticos. En particular, este enfoque se centra en el diseño de atractores caóticos de múltiples enrollamientos. De esta manera, este capítulo presenta primero una estructura basado en amplificadores operacionales para sintetizar series de funciones saturadas no lineales. Además, un nuevo enfoque de la síntesis se introduce en el diseño de las funciones saturadas en los modos de corriente y tensión mediante el uso de un esquema general de conexión. Por último, al final de este capítulo, la consideración de efectos no-ideales de los amplificadores operacionales se define para ejecutar simulaciones en T-SPICE.

4.2. Modelo de las funciones saturadas

En esta sección se presenta el concepto de una función saturada y algunas condiciones fundamentales para generar atractores caóticos de múltiples enrollamientos utilizando amplificadores operacionales. Por ejemplo, consideremos la serie de la función saturada dada en (4.1), donde $k > 0$ es la pendiente del segmento medio y se llama la pendiente saturada, y la saturación superior e inferior se llama mesetas saturadas. La Fig. 4.1 muestra la característica de esta serie de función saturada no lineal.

$$f(x) = \begin{cases} k, & \text{si } x > 1 \\ kx, & \text{si } |x| \leq 1 \\ -k, & \text{si } x < -1 \end{cases} \quad (4.1)$$

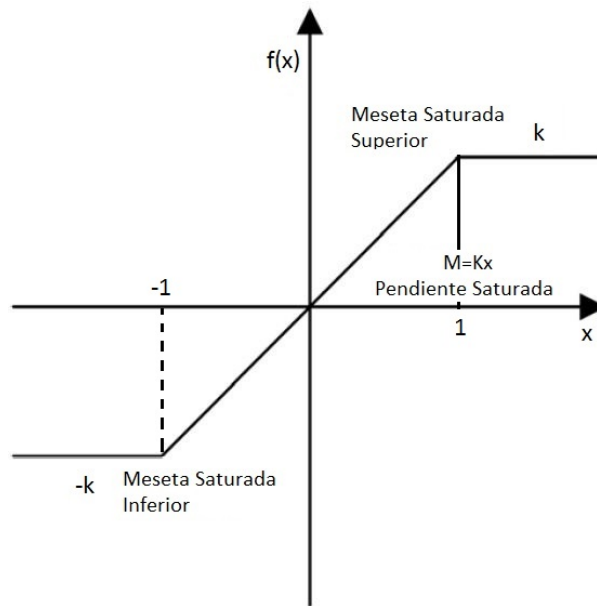


FIGURA 4.1: *Función saturada.*

Por el otro lado, se sabe que un circuito saturado es uno de los circuitos básicos de una función lineal continua a trozos (PWL, Piece Wise Linear, por sus siglas en inglés). Los modelos PWL con amplificadores operacionales se pueden caracterizar por circuitos saturados. La Fig. 4.2 demuestra que la aproximación de una función PWL usando amplificadores operacionales es bastante exacta. Esto conduce a la representación para el amplificador operacional dada por la ec. (4.2), que está en la región lineal para

$-V_{sat} \leq v_0 \leq V_{sat}$ con voltaje de amplificación A_v , V_{sat} de saturación positivo y $-V_{sat}$ de saturación negativa.

$$V_0 = \frac{A_v}{2} \left(\left| v_i + \frac{V_{sat}}{A_v} \right| - \left| v_i - \frac{V_{sat}}{A_v} \right| \right) \quad i(-) = i(+) = 0 \quad (4.2)$$

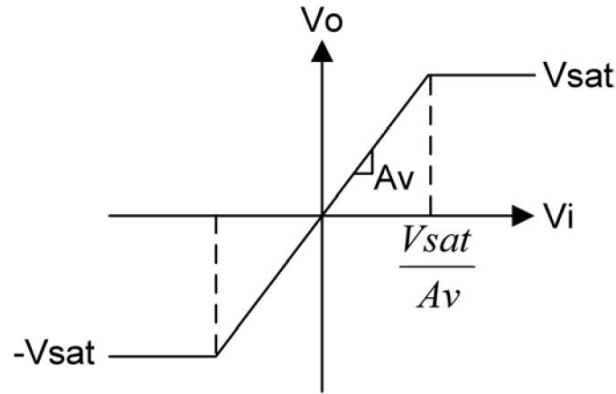


FIGURA 4.2: *Modelo de ganancia finita para OpAmps.*

La respuesta en DC se muestra en la Fig. 4.2 se llama el modelo de ganancia finita del amplificador operacional. En cada una de las tres regiones del amplificador operacional puede ser caracterizado por un circuito lineal. Como se ve, una serie de función saturada puede estar relacionado con el modelo de ganancia finita del amplificador operacional como se muestra en la siguiente sección.

4.3. Función saturada e implementación electrónica

Una función saturada se escribe en la ec. (4.3), donde $\pm A$ son los valores saturados de voltaje sp son los puntos de quiebre, y A/sp es la pendiente. En la Fig. 4.3(a) muestra el voltaje de la función saturada de la ec. (4.3). Similarmente, el voltaje desfasado de una función saturada se describe en las ecuaciones (4.4) y (4.5), donde $\pm A$ son los valores saturados de voltaje, E_1 es el desfase, $\pm E_1 \pm sp$ son los puntos de quiebre y A/sp es la pendiente. En las Figs. 2.6(b), (c) muestra los puntos de quiebre del voltaje en la función saturada. De acuerdo al valor de E , se obtienen voltajes de función saturada negativa

Fig. 4.3(b) y positiva Fig. 4.3(c).

$$f_s(v) = \begin{cases} A, & v > sp \\ (A/sp)v, & -sp \leq v \leq sp \\ -A, & v < -sp \end{cases} \quad (4.3)$$

$$f_s(v - E) = \begin{cases} A, & v > sp + E_1 \\ (A/sp)v, & -sp + E_1 \leq v \leq sp + E_1 \\ -A, & v < -sp + E_1 \end{cases} \quad (4.4)$$

$$f_s(v - E) = \begin{cases} A, & v > sp - E_1 \\ (A/sp)v, & -sp - E_1 \leq v \leq sp - E_1 \\ -A, & v < -sp - E_1 \end{cases} \quad (4.5)$$

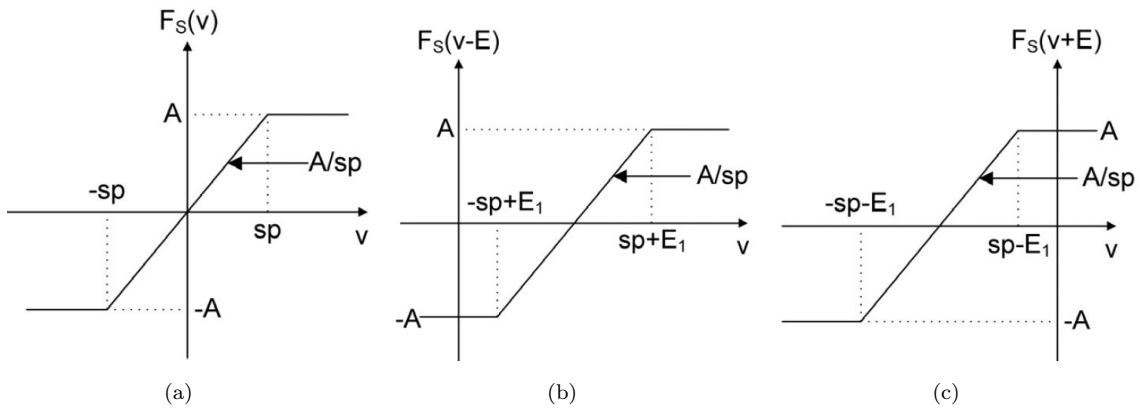


FIGURA 4.3: (a) Voltaje de la función saturada, (b) función saturada con desfase negativo y (c) función saturada con desfase positivo.

De acuerdo a las funciones saturadas de voltaje en las Fig. 4.3, se puede definir funciones saturadas de corriente como se indica en la ec. (4.6), donde R es una resistencia de conversión de voltaje-corriente.

$$F_s(i) = \frac{F_s(v \pm E)}{R}. \quad (4.6)$$

En consecuencia, si se relaciona la ganancia finita del amplificador operacional, ec. (4.2), y la Fig. 4.2 con las ec. (4.3)-(4.5), se obtiene la serie de funciones saturadas de voltaje, el cual depende ahora del modelo del amplificador operacional. Estas funciones están

definidas por la ec. (4.18) sin desfase, con desfase positivo y negativo, respectivamente.

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{Av}{2} \left(\left| vi + \frac{Vsat}{Av} \right| - \left| vi - \frac{Vsat}{Av} \right| \right), \\ V_0 &= \frac{Av}{2} \left(\left| vi + \frac{Vsat}{Av} - E \right| - \left| vi - \frac{Vsat}{Av} - E \right| \right), \\ V_0 &= \frac{Av}{2} \left(\left| vi + \frac{Vsat}{Av} + E \right| - \left| vi - \frac{Vsat}{Av} + E \right| \right). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ahora los parámetros k, α, h, s de la función PWL para generar un atractor caótico de múltiples enrollamientos definida en la ec. (4.18) donde $\alpha = Vsat/Av$ es el punto de quiebre, $K = Vsat$ es la meseta saturada y $s = Vsat/\alpha$ es la pendiente saturada. Para generar las funciones saturadas mostradas en la Fig. 4.3, E toma diferentes valores en ec. (4.18) para sintetizar las mesetas y pendientes requeridas. EL circuito básico con amplificadores operacionales se muestra en la Fig. 4.4 el cual se usa para sintetizar las funciones saturadas de corriente de la ec (4.18) a través de la resistencia Rc de conversión de voltaje-corriente. Los valores de la meseta K , en voltaje y corriente, el punto de quiebre α , la pendiente s y h son evaluados por la ec. (4.8) y depende de los parámetros del circuito de la Fig. 4.4.

$$k = Ri * Isat, Isat = Vsat/Rc, \alpha = \frac{Ri |Vsat|}{Rf}, s = \frac{k}{\alpha}, h = \frac{Ei}{\left(1 + \frac{Ri}{Rf}\right)} \quad (4.8)$$

De acuerdo con la ecuaciones (4.3)-(4.5), una función saturada de voltaje se describe con la ec. (4.19) o su equivalente, una función saturada de corriente se describe por la ec. (4.10). Aquí se asume que el valor de la resistencia en la Fig. 4.4 es $Rf/Ri \geq 200$ $h = Ei$ en este caso comparando el voltaje y el cambio saturado son casi iguales. Con base en esta suposición, se puede construir una serie más compleja para las funciones saturadas usando el circuito electrónico de la Fig. 4.4 con la diferentes voltajes $E (E = 0 \text{ y } E \neq 0)$.

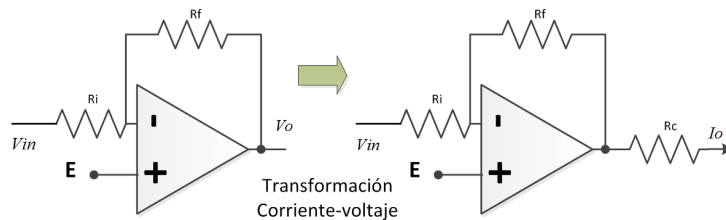


FIGURA 4.4: *Circuito con OpAmps para generar funciones saturadas.*

$$SFS(v) = F_s(v) + \sum_{i=1}^N F_s(v - Ei) + \sum_{i=1}^N F_s(v + Ei) \quad (4.9)$$

$$SFS(i) = \frac{SFS(v)}{R} \quad (4.10)$$

Por lo tanto se propone una conexión general mostrada en la Fig. 4.5 para sintetizar las funciones saturadas de corriente en la ec. (4.10).

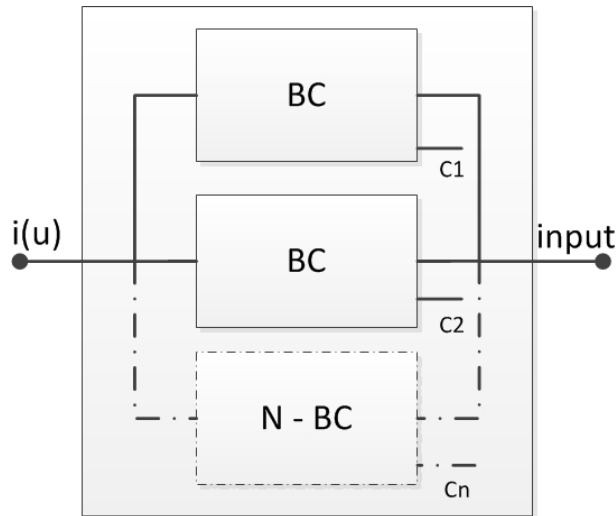


FIGURA 4.5: *Estructura para sintetizar la serie por corriente de funciones saturadas.*

4.4. Atractor caótico de múltiples enrollamientos en 1D

El sistema de ecuaciones en variables de estado mostrado en la ec. (4.20) el cual genera un atractor caótico de múltiples enrollamientos, se puede representar en un diagrama bloques de señal como se muestra en la Fig. 4.6.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + d_1 f(x; k_1, h_1, p_1, q_1) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Primero se identifican los tres nodos que sean las tres variables de estado x, y, z , y tres nodos colocados a la izquierda de cada variable respectiva, que corresponden a las derivadas de las variables de estado como se observa en la Fig. 4.6. También se identifica un nodo como la entrada, $f(x)$. A continuación, se interconectan las variables de estado y

sus derivadas con la integración definida mediante, $1/s$. Entonces, usando la ec. (4.20), se conecta a cada nodo las señales indicadas.

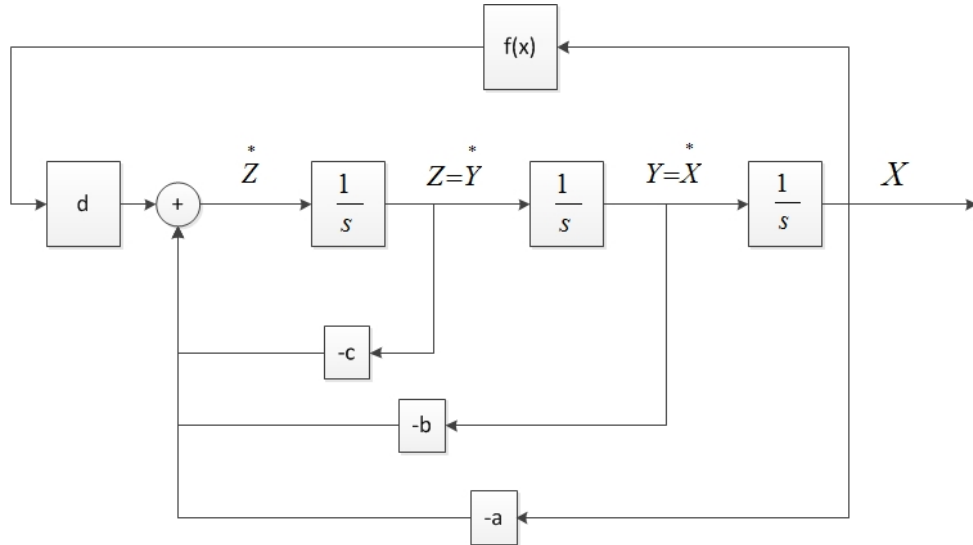


FIGURA 4.6: *Diagrama Bloques de la ec. (4.20).*

La Fig. 4.6 incluye tres integradores, cada bloque puede ser sintetizado como se muestra en la Fig. 4.7(a), mientras que el bloque donde se suman todas las salidas es representado como un sumador de corriente en un nodo, el cual se muestra en la Fig. 4.7(b). El resultado de la síntesis utilizando amplificadores operacionales es mostrado en la Fig. 4.8, el cual representa por medio de circuitos analógicos al sistema caótico en ec. (4.20).

Donde el análisis matemático es el siguiente:

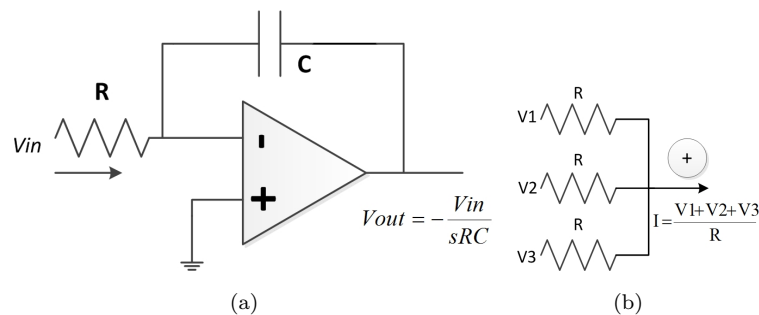


FIGURA 4.7: (a) *Síntesis del bloque de integración y (b) suma de corrientes.*

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \frac{Y}{R_{01}C}, \\
 \dot{y} &= \frac{Z}{R_{02}C}, \\
 \dot{z} &= -\frac{V_x}{R_x C} - \frac{V_y}{R_y C} - \frac{V_z}{R_z C} + \frac{I f_x}{C}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

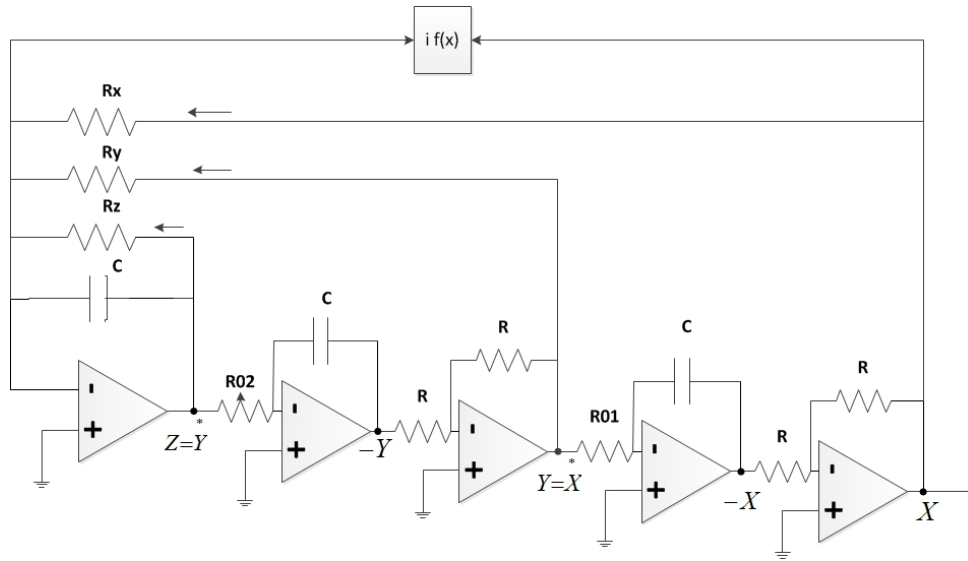


FIGURA 4.8: Generador de caos de múltiples enrollamientos usando OpAmps.

El cual para que se cumpla la igualdad de la ec. (4.20) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 1 &= \frac{1}{R_{01} * C_{01}} \\
 1 &= \frac{1}{R_{02} * C_{02}} \\
 a &= \frac{1}{R_x C_{03}} \\
 b &= \frac{1}{R_y C_{03}} \\
 c &= \frac{1}{R_z C_{03}}
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

Debido a que el circuito tiene una frecuencia fundamental $\frac{1}{RC}$ de 1 Rad/seg se realiza un escalamiento en frecuencia (factor de escalamiento) aproximado de 1 a 65000 Rad/seg, tomando en cuenta que el escalamiento en frecuencia está limitado por el ancho de banda del OpAmp el cual es de 3MHz, el cual se propone un capacitor de 2.2 nF y una resistencia $R_{01} = R_{02} = 7K\Omega$.

De la ec. (4.1) el parámetro k está definido por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{R_{ix} V_{sat}}{R_c} \\
 1 &= \frac{1}{R_{02} * C} \\
 a &= \frac{1}{R_x C} \\
 b &= \frac{1}{R_y C} \\
 c &= \frac{1}{R_z C}
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

De la Fig. 4.9 se tiene: La función no lineal del sistema está definido en la siguiente Fig. 4.10: donde:

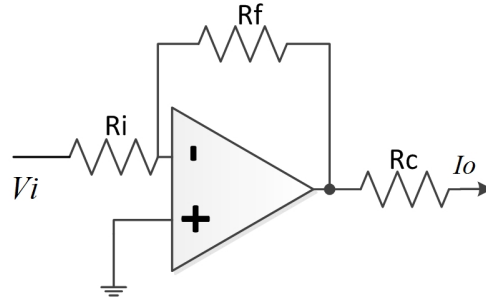


FIGURA 4.9: *Modelo de ganancia finita del OpAmp.*

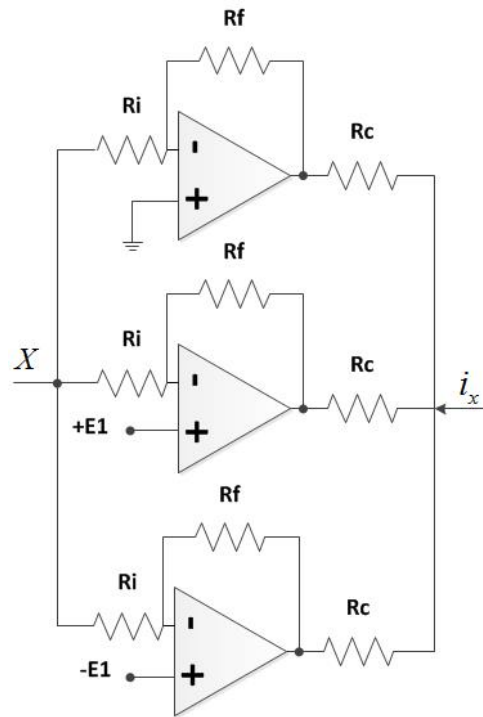


FIGURA 4.10: *Función no lineal para el sistema de múltiples enrollamientos.*

$$\alpha = \frac{V_{sat}}{A_v} = \frac{V_{sat}}{\frac{R_f}{R_i}} = V_{sat} \frac{R_i}{R_f} K = \frac{R_{ix} V_{sat}}{R_c} \quad (4.15)$$

Se propone un $V_{sat} = \pm 6.4 \text{ volts}$, $R_{ix} = 10 \text{ K}\Omega$, $K = 1$, $R_i = 1 \text{ K}\Omega$, $R_f = 1 \text{ M}\Omega$; utilizando el factor de escalamiento de 65000 obtenemos los siguientes valores:

$$R_c = \frac{R_{ix} V_{sat}}{K} = \frac{10 \text{ K}\Omega \cdot 6.4}{1} = 64 \text{ K}\Omega \alpha = V_{sat} \frac{R_i}{R_f} = 6.4 \frac{1 \text{ K}\Omega}{1 \text{ M}\Omega} = 0.0064 \quad (4.16)$$

Los valores obtenidos para el sistema de 4 enrollamiento son: $R_{ix} = 10 \text{ K}\Omega$, $C = 2.2 \text{ nF}$, $R_p = 7 \text{ K}\Omega$, $R_x = R_y = R_z = 10 \text{ K}\Omega$, $R_m = R_n = 10 \text{ K}\Omega$, $R_c = 64 \text{ K}\Omega$, $R_i = 1 \text{ K}\Omega$, $R_f = 1 \text{ M}\Omega$

Para dicho análisis se realiza de forma simulada, con ayuda de la herramienta T-spice usando el método Monte Carlo, y experimental, implementado de manera física el sistema caótico, arrojando información el cual se podrá comparar cada resultado con el objeto de validar que ante dichas variaciones en los parámetros del sistema que aún se conserve el atractor de 4 enrollamientos.

4.6.1. Aplicación del método Monte Carlo en elementos pasivos del sistema caótico de 4 enrollamientos

El método Monte Carlo se utiliza para realizar un análisis de sensibilidad en un oscilador caótico 4-desplazamiento. Para las simulaciones presentadas en las siguientes secciones, se considera una distribución de probabilidad gaussiana con una especificación de variación absoluta, que proporciona la mayor desviación de los valores nominales que se pueden obtener a partir de la desviación estándar multiplicado por σ . A partir de esto, podemos buscar los intervalos en los que el régimen caótico también es válido, pero teniendo en cuenta la mayor desviación de los valores nominales de los elementos pasivos. Además, σ significa que el nivel de la variación absoluta, para nuestro caso este fue seleccionado como $\sigma = 3$ por la 99,74% de las incidencias se acumulan para una distribución de probabilidad gaussiana. Además, este valor se utiliza típicamente en la validación de circuito electrónico [38].

Se realiza una simulación utilizando el método Monte Carlo a los parámetros a , b y c . Con un intervalo de confianza mínimo del 90%, esto es 545 iteraciones, variando los parámetros a un valor de: $a = 0.725 \pm 10\%$, $b = 0.575 \pm 58\%$ y $c = 0.545 \pm 72\%$.

Mediante una simulación de dominio de tiempo con un periodo de simulación de $t = 40,00ms$ y tiempo de muestreo $t_s = 0.01ms$, se obtiene la respuesta en el tiempo, Fig. 4.12. Esta figura muestra sólo una iteración de los 545 requeridos, Fig. 4.13.

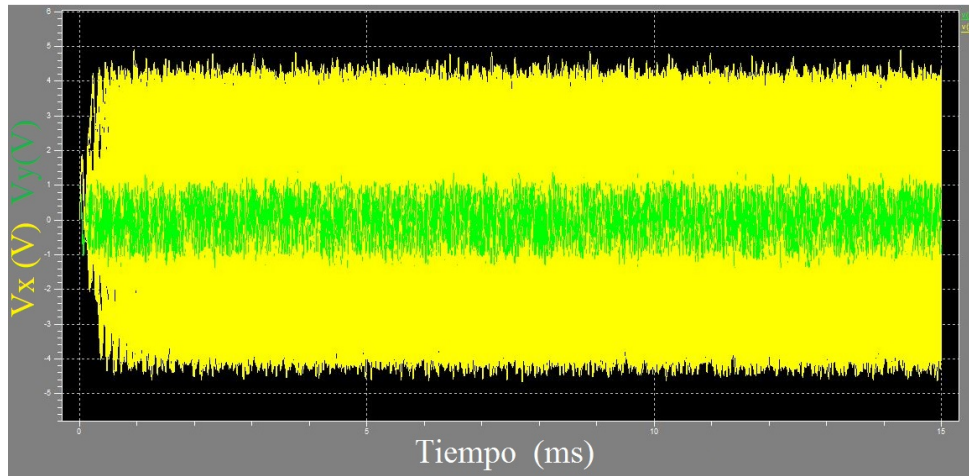


FIGURA 4.12: *Resultado de simulación para Monte Carlo con SWEEP MONTE=545.*

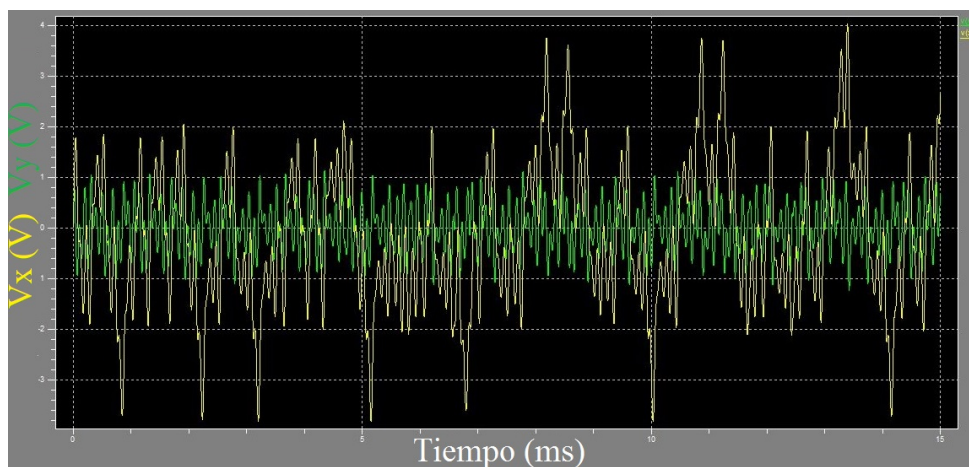


FIGURA 4.13: *Resultado de simulación para Monte Carlo para iteración = 1.*

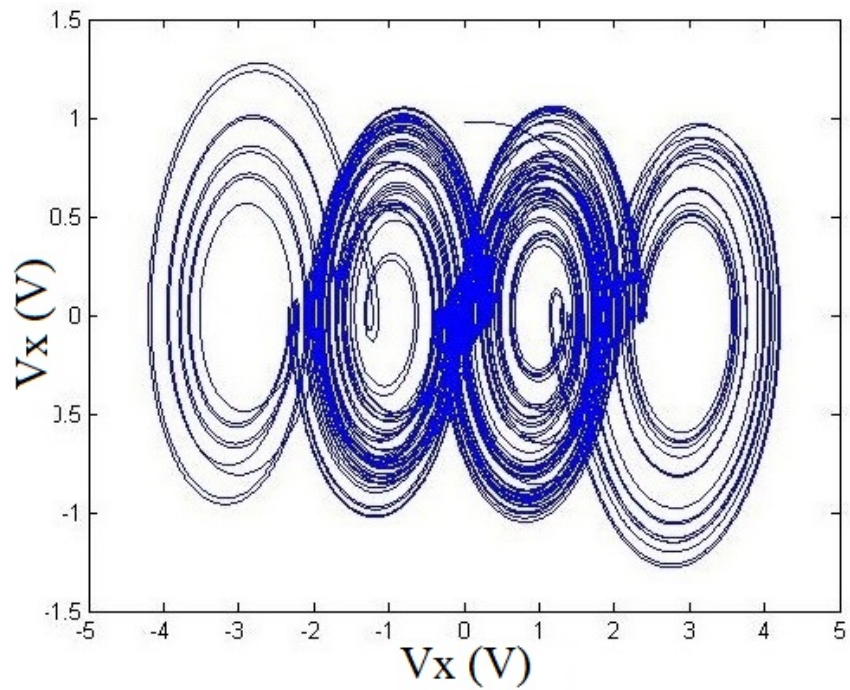


FIGURA 4.14: *Resultado de simulación para Monte Carlo con iteración = 1, en plano de fase.*

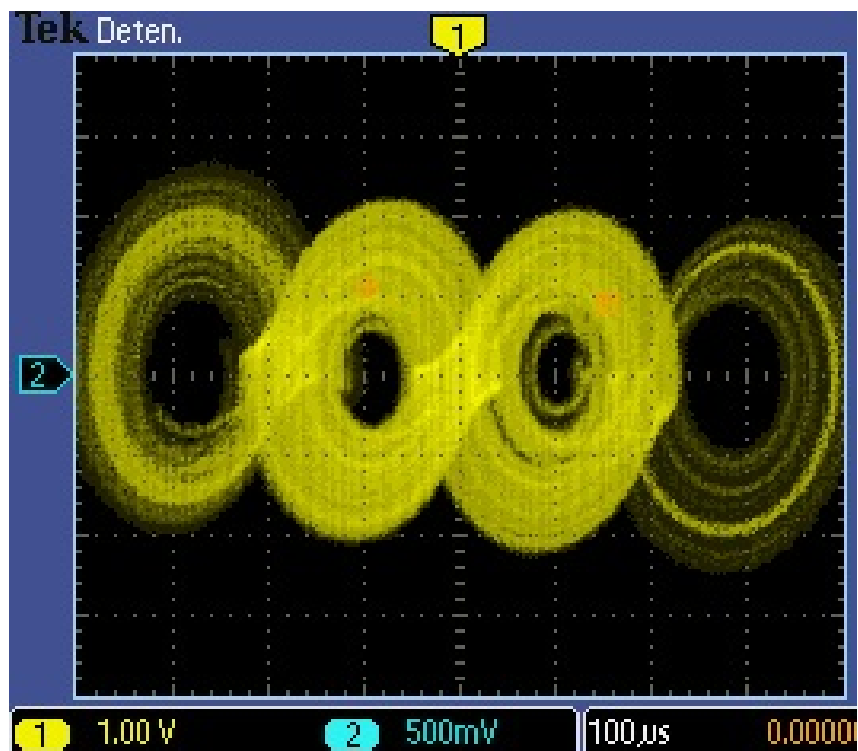


FIGURA 4.15: *Resultado de implementación con iteración = 1, en plano de fase.*

Variación sobre el parámetro a del sistema

En este caso se aplica el método Monte Carlo al parámetro a el cual está representado por el resistor R_x a un valor de $a = 0.725 \pm 10\%$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_x = 9.655\text{k}\Omega \pm 10\%$ y se mantienen fijos los parámetros b y c representados por las resistencias R_y y R_z a un valor de $b = 0.7$ y $c = 0.7$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_y = 10\text{k}\Omega$ y $R_z = 10\text{k}\Omega$.

El resultado al aplicar el método Monte Carlo se observa en la tabla 4.1 el cual a cada iteración realizada existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 4.16.

TABLA 4.1: *Valores estadísticos para $a = 0.725 \pm 10\%$.*

Mínimo	8.5519k Ω
Máximo	10.8995k Ω
Mediana	9.6445k Ω
Media	9.6746k Ω
Desviación promedio	253.2442 Ω
Varianza	99.4810k Ω
Desviación estándar	315.4062 Ω

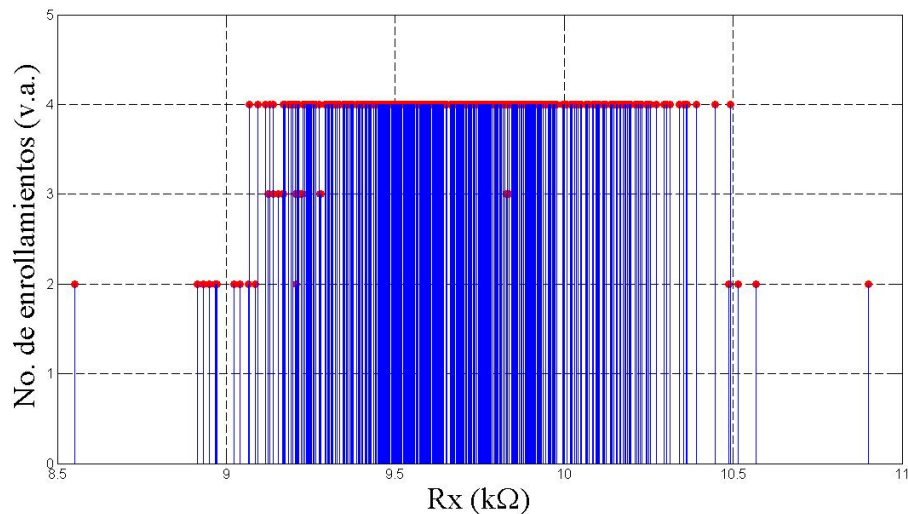


FIGURA 4.16: *Valores de la resistencia lineal R_x vs el número de enrollamientos.*

Adicionalmente se muestra el histograma de R_x al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 4.17

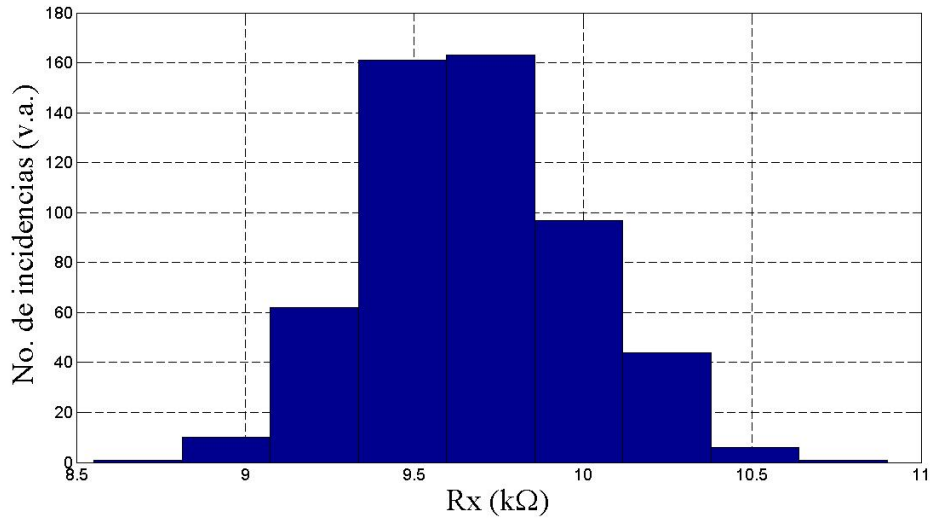


FIGURA 4.17: *Histograma de R_x .*

De acuerdo a las variaciones sobre el parámetro a del sistema se obtiene un intervalo de confianza, 4.18, mayor al 90 % para obtener un oscilador caótico de 4 enrollamientos:

$$Ia = \{a, a \in \mathfrak{R} : 0.66 < a < 0.79\}, \quad (4.18)$$

Variación sobre el parámetro b del sistema

En este caso se aplica el método Monte Carlo al parámetro b el cual está representado por el resistor R_y a un valor de $b = 0.575 \pm 58\%$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_y = 12.173\text{k}\Omega \pm 58\%$ y se mantienen fijos los parámetros a y c representados por las resistencias R_x y R_z a un valor de $a = 0.7$ y $c = 0.7$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_x = 10\text{k}\Omega$ y $R_z = 10\text{k}\Omega$.

El resultado al aplicar el método Monte Carlo se observa en la tabla 4.2 el cual a cada iteración realizada existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 4.18.

TABLA 4.2: Valores estadísticos para $b = 0.575 \pm 58\%$.

Mínimo	6.9634k Ω
Máximo	36.0350k Ω
Mediana	12.0896k Ω
Media	12.7417k Ω
Desviación promedio	2.0698k Ω
Varianza	7.8240M Ω
Desviación estándar	2.7971k Ω

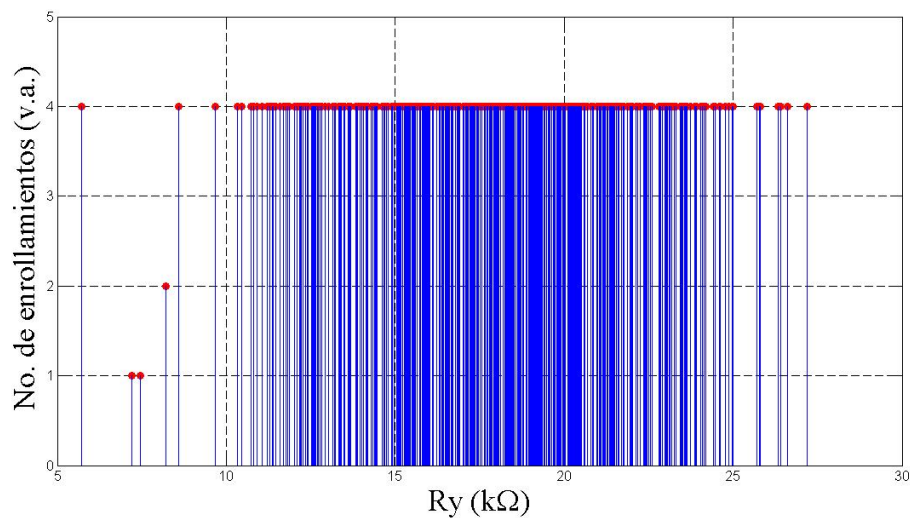


FIGURA 4.18: Valores de la resistencia lineal R_y vs el número de enrollamientos.

Adicionalmente se muestra el histograma de R_y al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 4.19

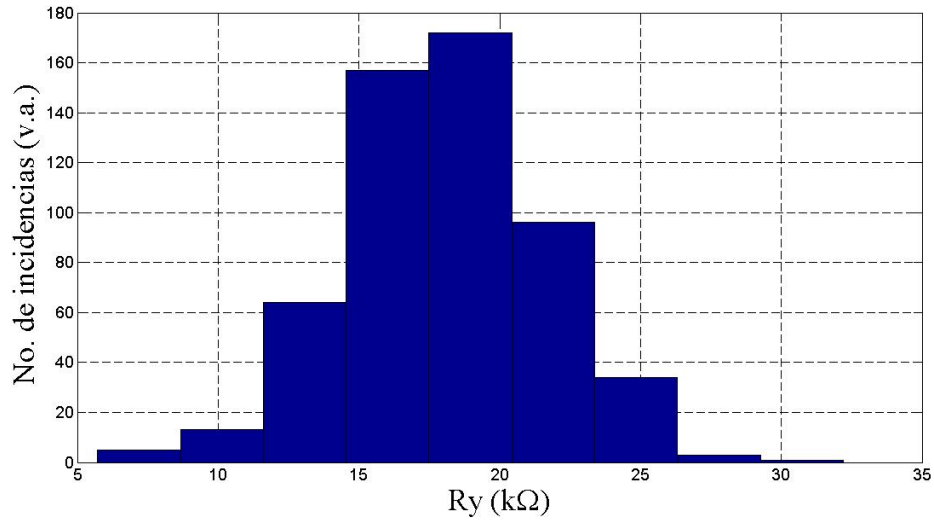


FIGURA 4.19: *Histograma de R_y .*

De acuerdo a las variaciones sobre el parámetro b del sistema se obtiene un intervalo de confianza ,4.19, mayor al 90 % para obtener un oscilador caotico de 4 enrollamientos:

$$Ib = \{b, b \in \mathfrak{R} : 0.24 < b < 0.91\}, \quad (4.19)$$

Variación sobre el parámetro c del sistema

En este caso se aplica el método Monte Carlo al parámetro c el cual está representado por el resistor R_z a un valor de $c = 0.545 \pm 72\%$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_z = 12.844\text{k}\Omega \pm 72\%$ y se mantienen fijos los parámetros a y b representados por las resistencias R_x y R_y a un valor de $a = 0.7$ y $b = 0.7$ cuyo valor de resistencia es proporcional a $R_x = 10\text{k}\Omega$ y $R_y = 10\text{k}\Omega$.

El resultado al aplicar el método Monte Carlo se observa en la tabla 4.3 el cual a cada iteración realizada existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 4.20.

TABLA 4.3: Valores estadísticos para $c = 0.545 \pm 72\%$.

Mínimo	6.6588k Ω
Máximo	72.1562k Ω
Mediana	12.7544k Ω
Media	13.8425k Ω
Desviación promedio	2.9382k Ω
Varianza	20.4083M Ω
Desviación estándar	4.5175k Ω

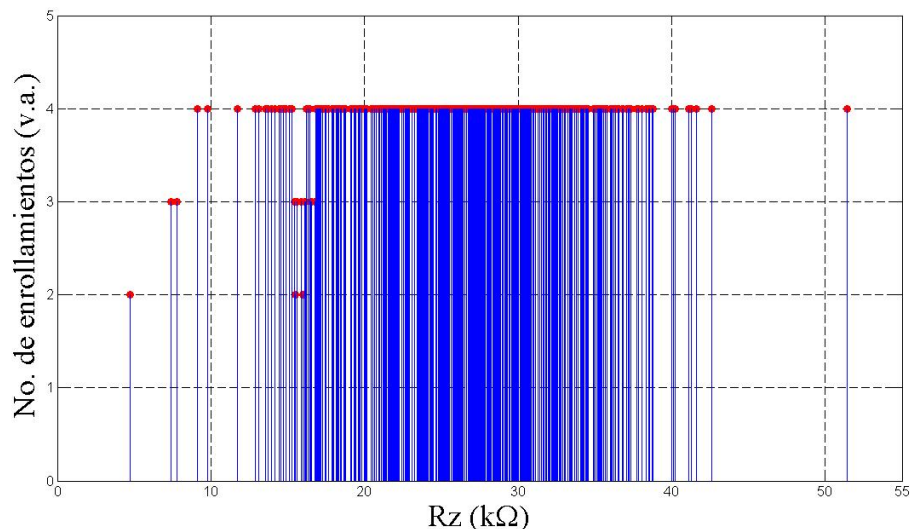


FIGURA 4.20: Valores de la resistencia lineal R_z vs el número de enrollamientos.

Adicionalmente se muestra el histograma de R_z al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 4.21

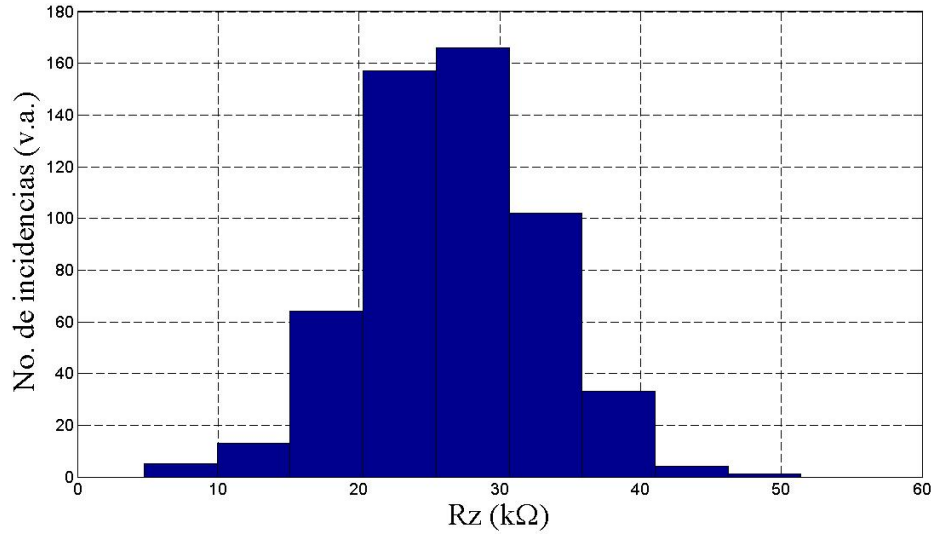


FIGURA 4.21: *Histograma de R_z .*

De acuerdo a las variaciones sobre el parámetro c del sistema se obtiene un intervalo de confianza, 4.20, mayor al 90 % para obtener un oscilador caótico de 4 enrollamientos:

$$Ic = \{c, c \in \mathfrak{R} : 0.15 < c < 0.94\}, \quad (4.20)$$

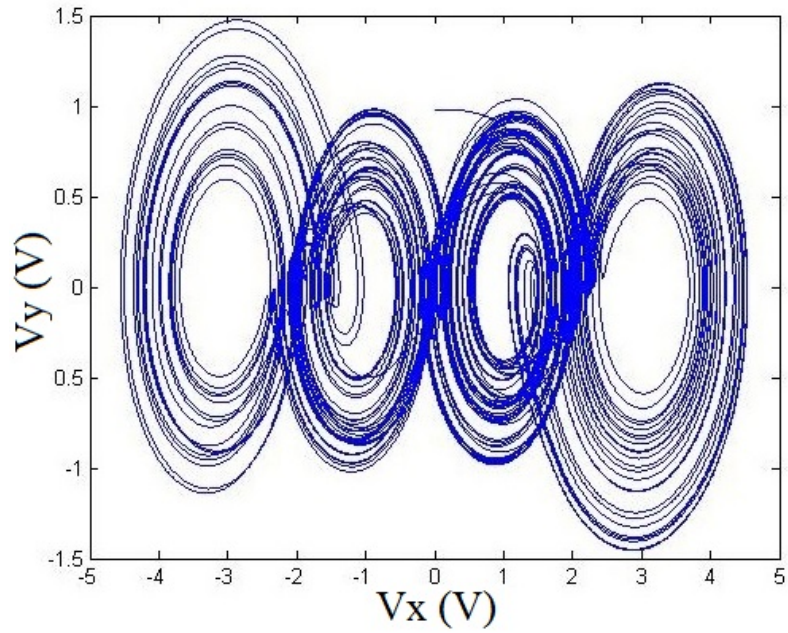


FIGURA 4.22: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_x = 10.32K\Omega$, en plano de fase.*

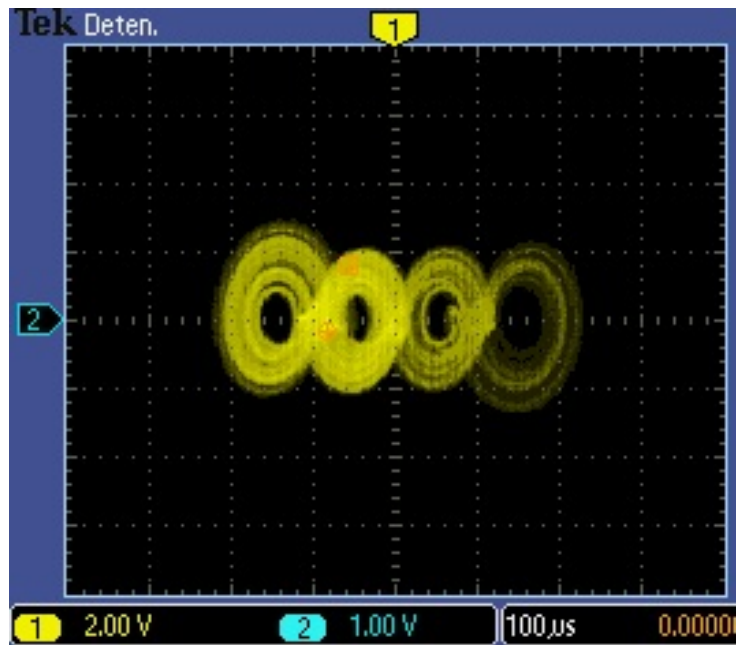


FIGURA 4.23: *Resultado de implementación con $R_x = 10.32K\Omega$, en plano de fase.*

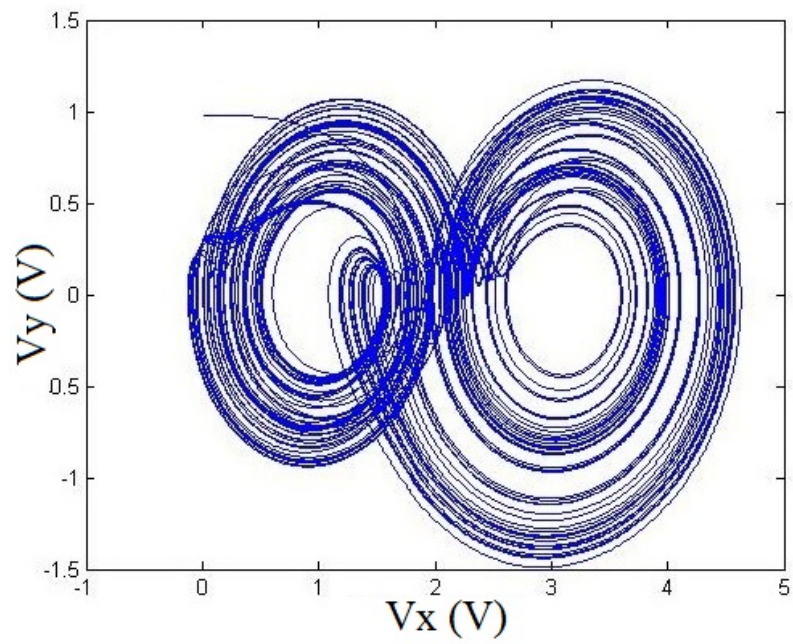


FIGURA 4.24: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_x = 10.4K\Omega$, en plano de fase.*

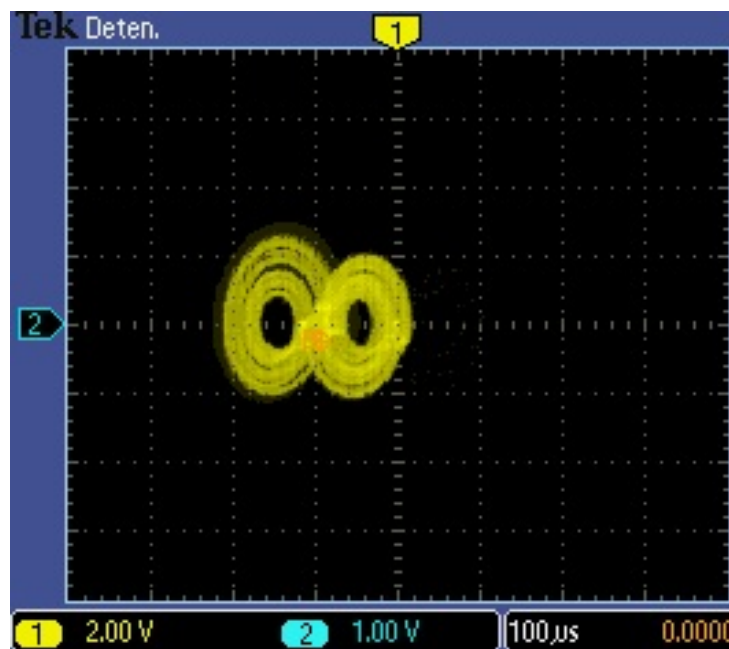


FIGURA 4.25: *Resultado de implementación con $R_x = 10.4K\Omega$, en plano de fase.*

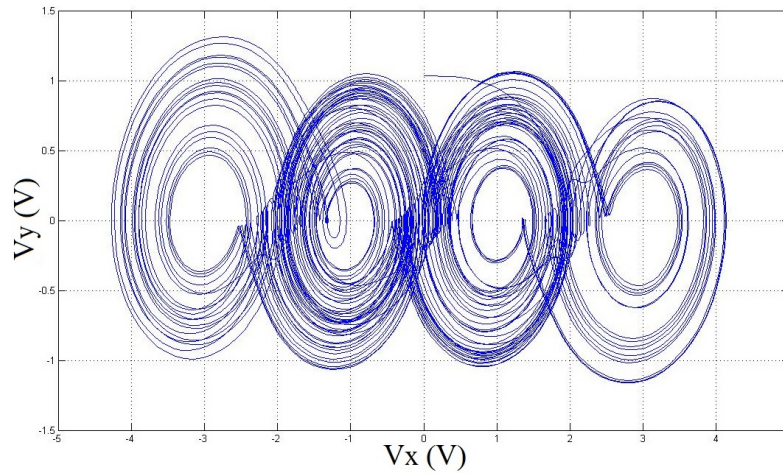


FIGURA 4.26: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_y = 10.5K\Omega$, en plano de fase.*

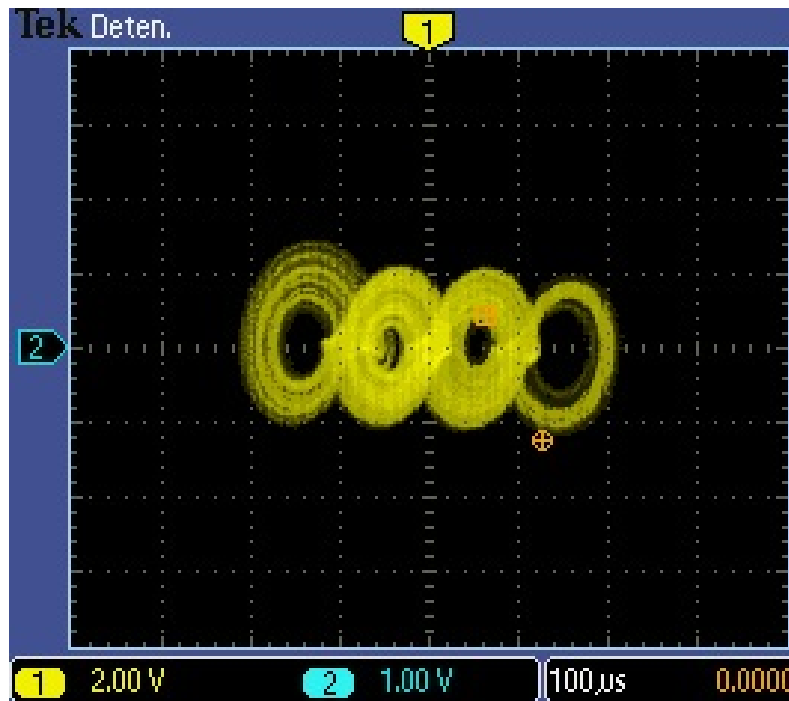


FIGURA 4.27: *Resultado de implementación con $R_y = 10.5K\Omega$, en plano de fase.*

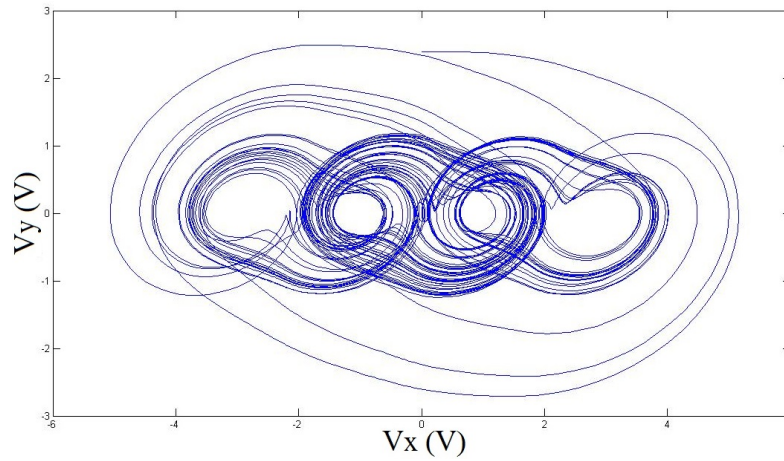


FIGURA 4.28: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_y = 31.49K\Omega$, en plano de fase.*

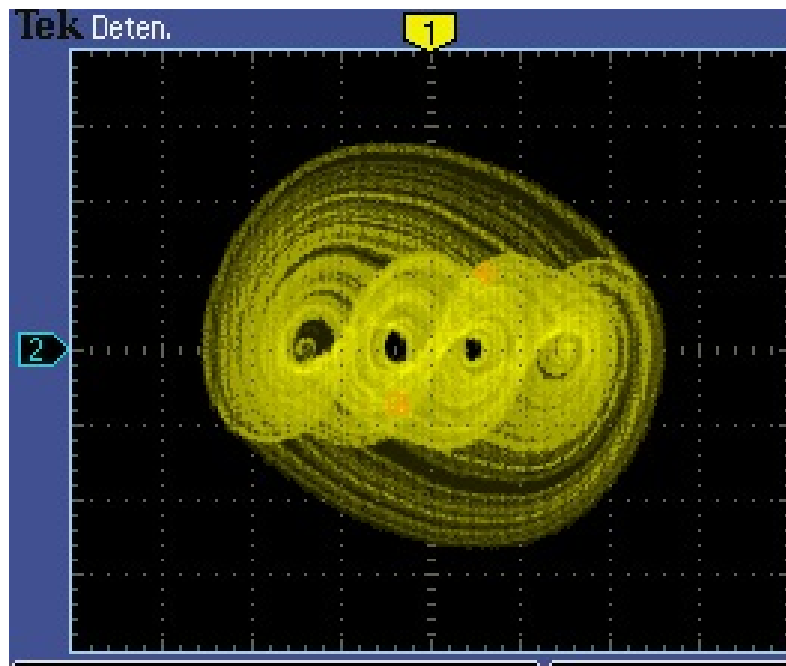


FIGURA 4.29: *Resultado de implementación con $R_y = 31.49K\Omega$, en plano de fase.*

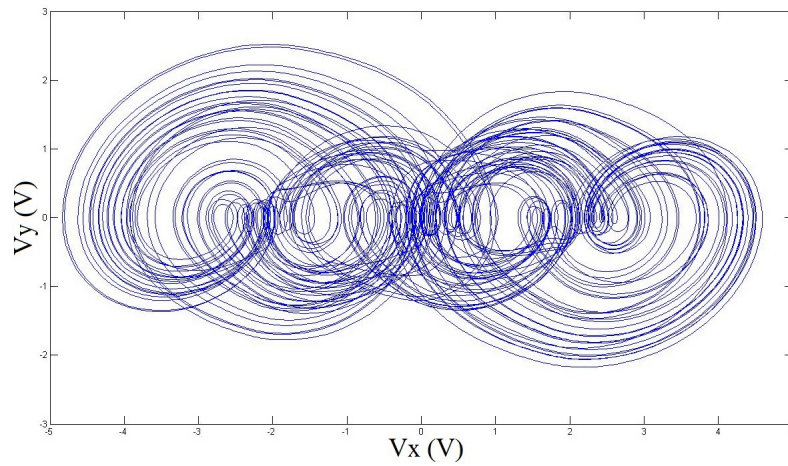


FIGURA 4.30: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_z = 20.94K\Omega$, en plano de fase.*

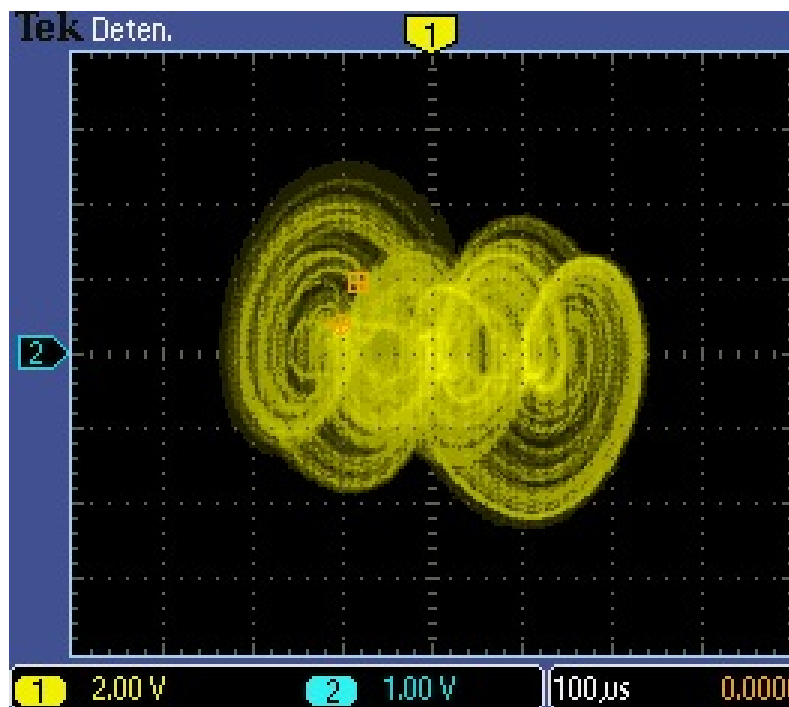


FIGURA 4.31: *Resultado de implementación con $R_z = 20.94K\Omega$, en plano de fase.*

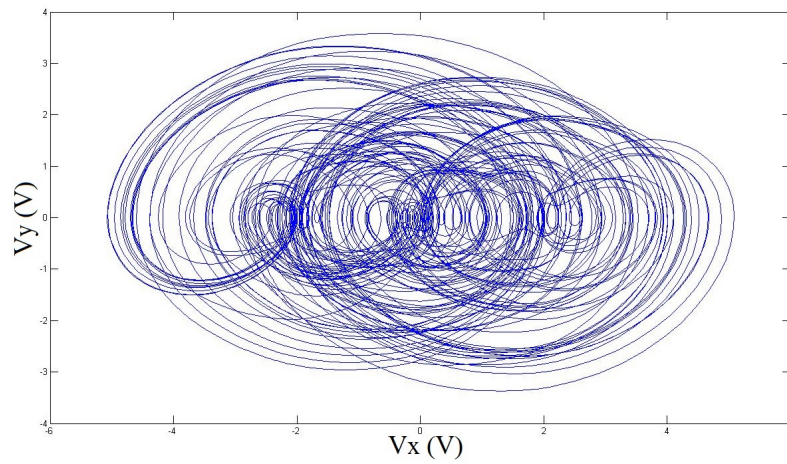


FIGURA 4.32: *Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_z = 40K\Omega$, en plano de fase.*

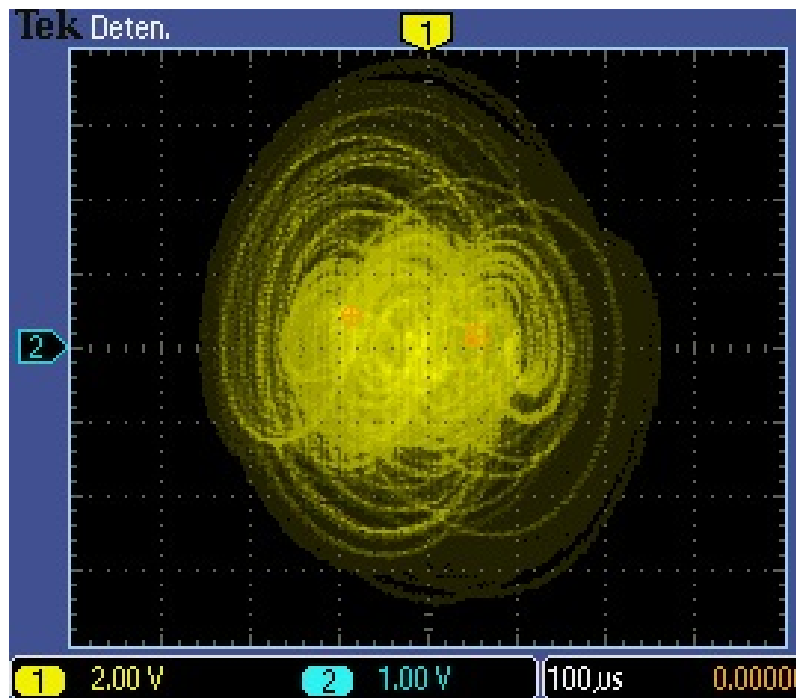


FIGURA 4.33: *Resultado de implementación con $R_z = 40K\Omega$, en plano de fase.*

Variación sobre los elementos capacitivos del sistema

Para el análisis sobre los elementos pasivos del sistema se aplica en método Monte Carlo sobre los elemento capacitivos $C01$, $C02$, y $C03$ de manera simultánea, en comparación a los elementos resistivos de la sección anterior, con el fin de verificar la sensibilidad sobre dichos elementos de manera conjunta. Los factores de escalamiento están representados por los capacitores $C01$ y $C02$ debido a que dicho factor se integra en la ec. (4.12) sobre las variables b y c y con los resultados obtenidos de la sección anterior donde se demuestra que el parámetro a es más sensible a las variaciones de los elementos pasivos.

Los valores de los capacitores propuestos son $C01 = C02 = C03 = 2.2nF \pm 10\%$, con valores en las resistencias $R_x = R_y = R_z = 10k\Omega$.

El resultado al aplicar el método Monte Carlo se observa en la tabla 4.4 el cual a cada iteración realizada existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 4.34.

	C_1	C_2	C_3
Mínimo	1.9425nF	1.9822nF	2.0001nF
Máximo	2.3734nF	2.4838nF	2.4305nF
Mediana	2.2017nF	2.2043nF	2.2007nF
Media	2.1987nF	2.2032nF	2.2042nF
Desviación Promedio	56.29pF	60.83pF	58.36nF
Varianza	5.15E-21F	5.71E-21F	5.26E-21F
Desviación Estándar	71.79pF	75.56pF	72.57pF

TABLA 4.4: *Análisis estadístico para $C_1, C_2, C_3 = 2.2 \times 10^{-9} \pm 10\% F$.*

Adicionalmente se muestra el histograma de C_1, C_2 y C_3 al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 4.35

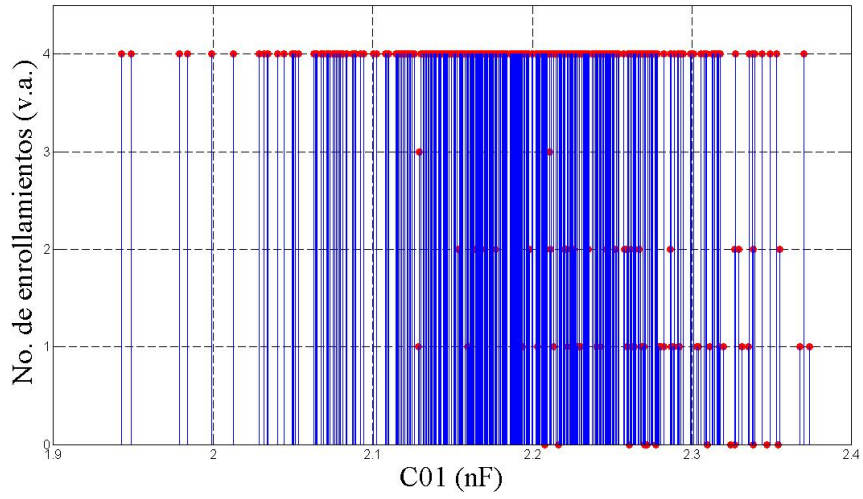
Con relación a los resultados obtenidos al modificar estos capacitores, se observa que los parámetros principales del sistema se variaron significativamente dando como resultado un intervalo de confianza menor a lo esperado, debido a que, para esta simulación, no solo se propuso modificar un parámetro a la vez, si no que se variaron 4 parámetros del sistema el cual son: a, b, c y el escalamiento en frecuencia.

El sistema es dependiente del escalamiento en frecuencia representado por $1/RC$ dependientes de los capacitores $C01$ y $C02$ y los coeficientes a, b, c dependientes del capacitor $C03$.

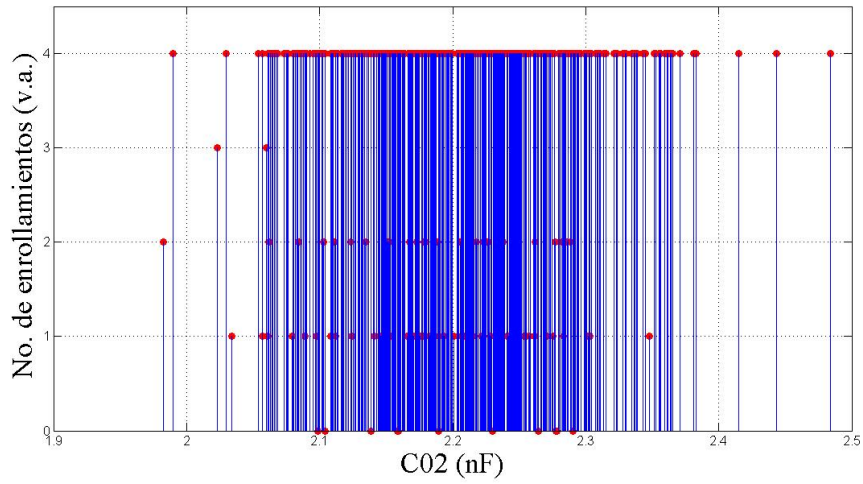
Debido a que el número de enrollamientos generados fueron el 84.22 % de las 545 iteraciones generadas, este número de iteraciones representan un intervalo de confianza del 75.79 %, se concluye que la capacitancia puede obtener valores:

$$\begin{aligned}
 1.94nF &\leq C01 \leq 2.37nF \\
 1.98nF &\leq C02 \leq 2.48nF \\
 2nF &\leq C03 \leq 2.43nF
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

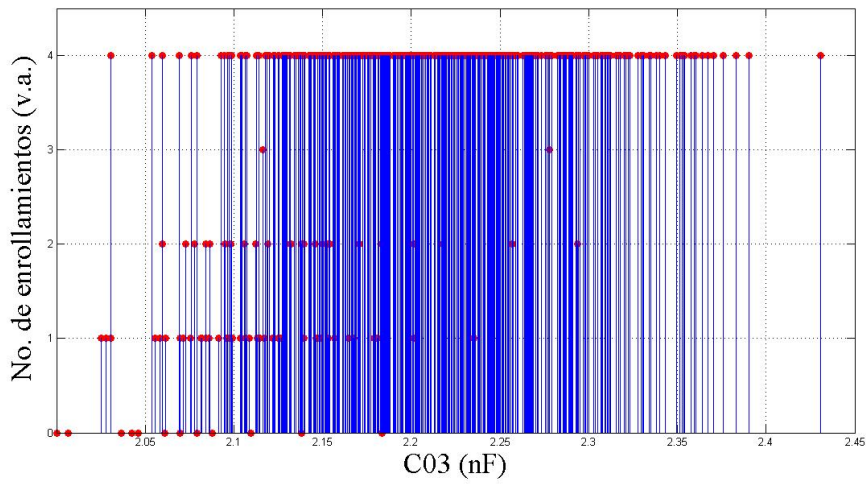
Intervalo de confianza = 75.79 %



(a)

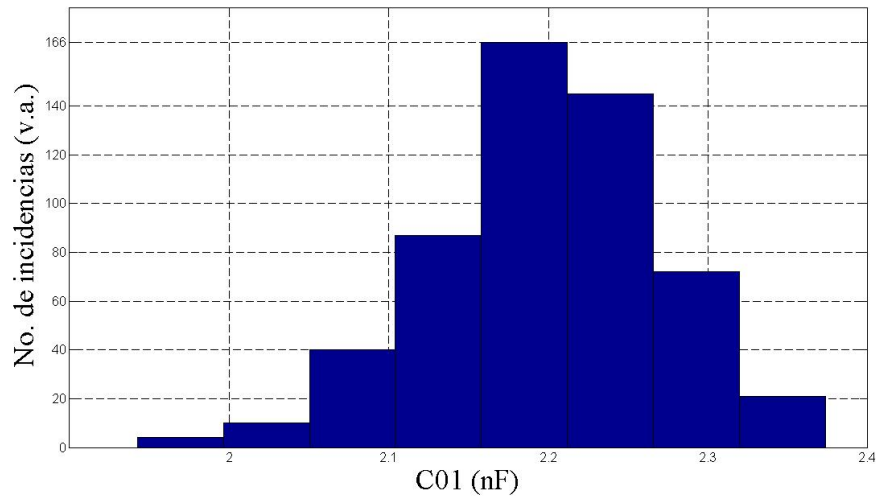


(b)

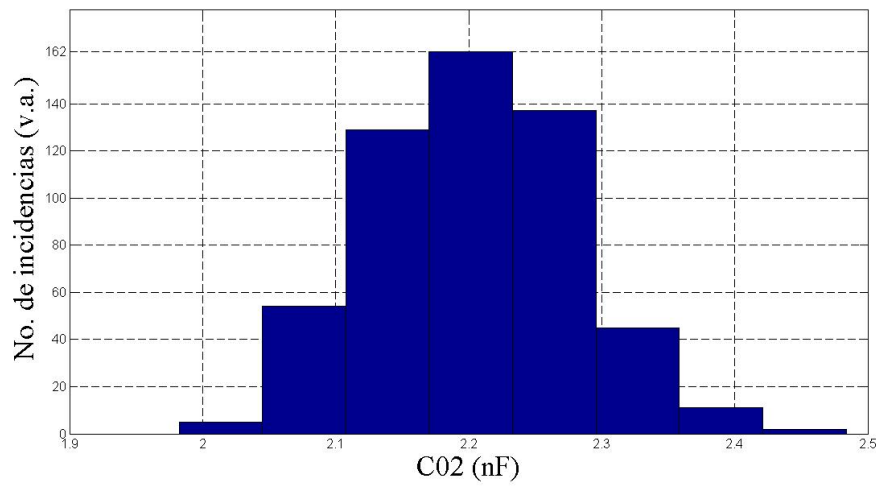


(c)

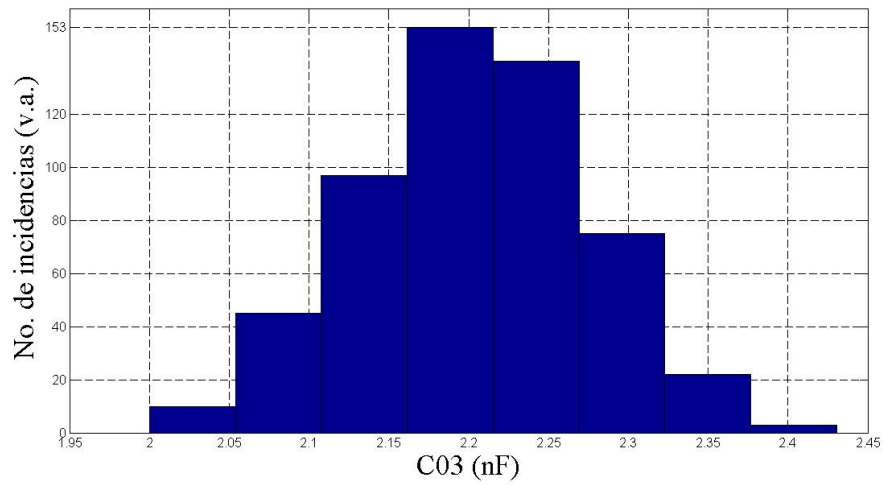
FIGURA 4.34: *Valores de los capacitores del sistema C_1 , C_2 y C_3 vs el número de enrollamientos.*



(a)



(b)



(c)

FIGURA 4.35: *Histograma para C_1 , C_2 y C_3 .*

Capítulo 5

Aplicación del método Monte Carlo en elementos activos del sistema caótico de 4 enrollamientos

Se sabe que los dispositivos activos como OpAmps se ven fuertemente afectados por sus efectos de segundo orden, como lo son: la impedancia de entrada y salida no ideal, ancho de banda finito, niveles de saturación, *slew-rate*, etcétera. Estas características no ideales de los amplificadores operacionales pueden destruir el comportamiento caótico o al menos a degradar su comportamiento. Esto significa que si el atractor caótico muestra de 4 rollos en el plano de fase a nivel de sistema, se puede obtener solo tres o menos enrollamientos, incluso perder completamente el comportamiento caótico a nivel de circuito.

Para estudiar esta cuestión, en este capítulo se presenta un macro-modelo para emular el comportamiento de un OpAmp. La diferencia entre el modelo de OpAmp comercial al presentado en este capítulo, radica en poder modificar los parámetros más significativos que caracterizan los efectos de segundo orden presentados en los OpAmps.

Se realizan simulaciones numéricas para predecir el comportamiento caótico del sistema modificando estos parámetros que caracterizan a los elementos activos del sistema utilizando el método Monte Carlo. Se presenta un intervalo de confianza al modificar estos elementos activos para obtener un rango de valores válidos para diseñar un oscilador caótico de 4 enrollamientos.

5.1. Modelo no lineal para un OpAmp

El comportamiento ideal de un OpAmp se puede representar usando un circuito equivalente basado en una fuente de voltaje controlada por voltaje con ganancia en DC finita (A_{dc}) junto con su impedancia de entrada R_i y su impedancia de salida R_{out} asociadas a sus respectivas terminales de entrada y salida como se muestra en la Fig. 5.1. Idealmente, A_{dc} es infi-

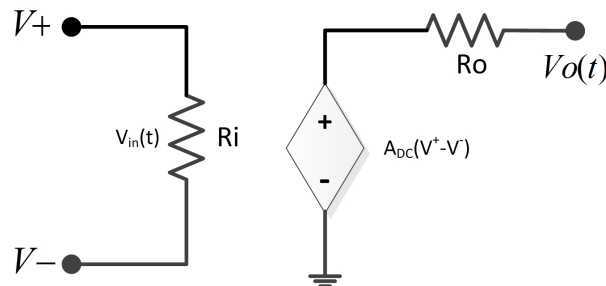


FIGURA 5.1: Modelo ideal de un OpAmp.

nita y constante en todas las frecuencias de operación, la resistencia de entrada es infinita y la resistencia de salida es cero. En la práctica, sin embargo, estos parámetros de desempeño tienen un valor finito y como consecuencia nunca se podrá obtener este desempeño ideal. La ganancia A_{dc} es finita y disminuye conforme la frecuencia aumenta [57, 58]. Por lo tanto, para incluir el efecto de la dependencia en frecuencia en el modelo del OpAmp mostrado en la Fig. 5.1, un resistor junto con un capacitor

deben ser incluidos, como se muestra en la Fig. 5.2. Estos elementos pasivos modelan el polo dominante del OpAmp y por consiguiente, también modelan la respuesta en frecuencia del amplificador [58]. Es conocido que

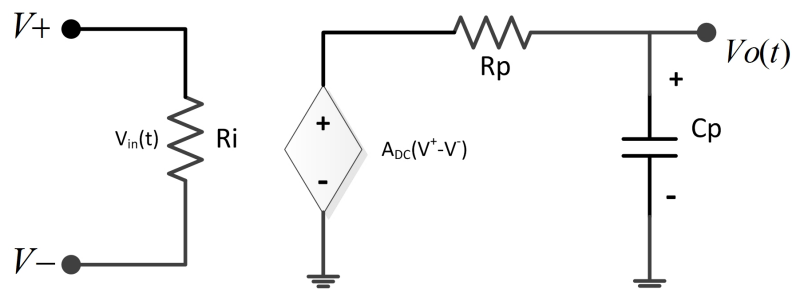


FIGURA 5.2: Modelo ideal de un OpAmp con polo dominante.

los OpAmps operan linealmente en un intervalo limitado de voltajes de salida, es decir, el voltaje de salida se satura a un voltaje V_{sp} para señales de salida grandes y positivas, y a un voltaje V_{sn} para señales de salida grandes y negativas. La diferencia entre V_{sp} y V_{sn} es conocido como el rango dinámico (DR). Este parámetro de desempeño puede ser modelado usando una fuente de voltaje controlada por voltaje no-lineal, como se muestra en la Fig. 5.3.

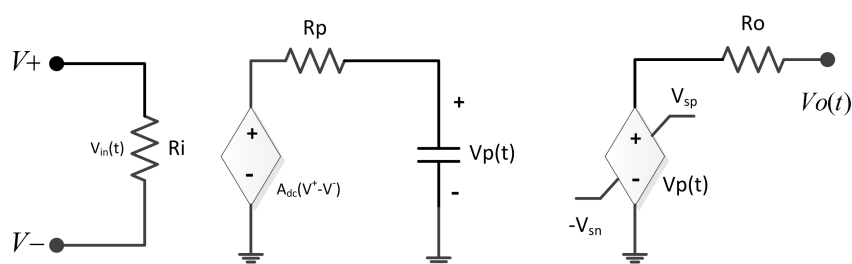


FIGURA 5.3: Modelo no lineal de un OpAmp con dependencia en frecuencia y voltajes de saturación.

La señal de salida puede ser distorsionada debido a la rapidez de respuesta o slew-rate (SR, por sus siglas en inglés) del OpAmp. El SR es un efecto no lineal en los amplificadores, representa la incapacidad de un amplificador para seguir variaciones rápidas de la señal de entrada y se define como la

máxima tasa de cambio en el voltaje de salida cuando el voltaje de entrada cambia y está definido como:

$$SR = \left. \frac{dV_o(t)}{dt} \right|_{max}. \quad (5.1)$$

El SR de un amplificador limita la velocidad de funcionamiento, es decir, la frecuencia máxima a la que puede funcionar el amplificador para un nivel dado de señal de salida. Este parámetro de desempeño puede ser incluido en el modelo del amplificador mostrado en la Fig. 5.3 mediante una fuente de corriente controlada por voltaje no-lineal donde los límites superior e inferior es la corriente de SR como se muestra en la Fig. 5.4.

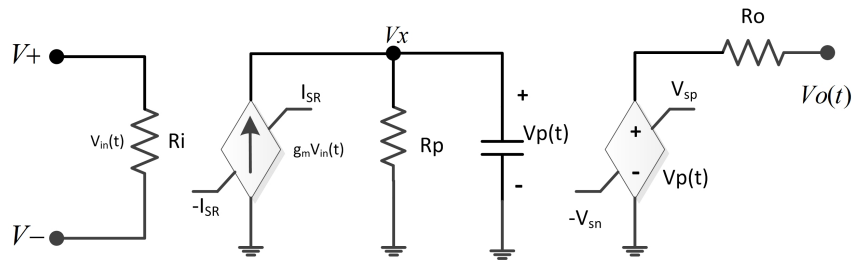


FIGURA 5.4: Modelo no lineal de un OpAmp.

De la Fig. 5.3 se puede obtener el modelo equivalente de la Fig. 5.4 utilizando un equivalente de Norton, donde $g_{min} = \frac{A_{DC}}{R_p} y I_{SR} = SR * C_p$.

5.2. Análisis región lineal y saturación

Al realizar un análisis de corrientes en el nodo V_x se obtiene que

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = \frac{A_{dc}V_{in}(t)}{R_p C_p} - C_p \frac{V_p(t)}{R_p C_p}. \quad (5.2)$$

Tomando en cuenta que:

$$\frac{1}{R_p C_p} = \frac{GB}{A_{dc}}, \quad (5.3)$$

la ec. (5.2) se reescribe como:

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = GBV_{in}(t) - V_p(t)\frac{GB}{A_{dc}}. \quad (5.4)$$

La ecuación anterior es válida para la región lineal comprendida entre los puntos de $\pm I_{sr}$ por tanto los límites están definidos en el punto donde se cumple la siguiente relación:

$$-\frac{SR}{GB} \leq V_{in}(t) \leq \frac{SR}{GB}. \quad (5.5)$$

Para las regiones de saturación la resistencia en el nodo V_x no limita la corriente máxima I_{sr} y puede ser despreciada, por lo que:

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = \frac{I_{sr}}{C_p} = SR. \quad (5.6)$$

En la ec. (5.4) llega a ser independiente de $V_{in}(t)$ y toma el valor de SR, quedando definida tanto para la zona de saturación positiva como negativa:

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = \begin{cases} SR - V_p(t)\frac{GB}{A_{dc}}, & \text{para saturacion positiva,} \\ -SR - V_p(t)\frac{GB}{A_{dc}}, & \text{para saturacion negativa.} \end{cases} \quad (5.7)$$

Tanto para la región lineal como en las regiones de saturación del OpAmp $V_o(t) = V_p(t)$ siempre que $-V_{ns} \leq V_o(t) \leq V_{ps}$ donde se asume que la caída de potencial entre las terminales R_o de la Fig. 5.4 es mínima. Por tanto la siguiente relación de ecuaciones dan por resultado el comportamiento del modelo no lineal para un OpAmp:

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = p - \frac{V_p(t)GB}{A_{dc}}. \quad (5.8)$$

Para:

$$p = \begin{cases} SR, & \text{para } \frac{SR}{GB} < V_{in}(t) \\ V_{in}(t) * GB, & \text{para } -\frac{SR}{GB} \leq V_{in}(t) \leq \frac{SR}{GB} \\ -SR, & \text{para } -\frac{SR}{GB} > V_{in}(t) \end{cases} \quad (5.9)$$

5.3. Aplicación del método Monte Carlo sobre la impedancia de entrada de la función no lineal

Para las simulaciones presentadas en las siguientes secciones, se considera una distribución de probabilidad gaussiana con una especificación de variación absoluta, que proporciona la mayor desviación de los valores nominales que se pueden obtener a partir de la desviación estándar multiplicado por σ .

Se realiza una simulación utilizando el método Monte Carlo sobre el parámetro Ri de la Fig. 5.4. Al aplicar dicho método sobre la función no lineal, representada en el capítulo anterior, Fig. 4.10, implica utilizar 3 macro modelos similares de OpAmp.

Cabe mencionar que con un intervalo de confianza mínimo del 90 %, se generan 545 iteraciones, variando los parámetros a un valor de $Ri = 6E8\Omega \pm 67\%$. Los valores estadísticos se muestran en la Tabla 5.1. Con estos

	Ri_1	Ri_2	Ri_3
Mínimo	1.30E+08Ω	2.02E+08Ω	2.35E+08Ω
Máximo	9.17E+08Ω	1.12E+09Ω	1.02E+09Ω
Mediana	6.03E+08Ω	6.08E+08Ω	6.01E+08 Ω
Media	5.98E+08Ω	6.06E+08Ω	6.08E+08Ω
Desviacion Promedio	1.03E+08Ω	1.11E+08Ω	1.07E+08Ω
Varianza	1.72101E+16	1.90678E+16	1.75843E+16
Desviación estándar	1.31E+08 Ω	1.38E+08Ω	1.33E+08Ω

TABLA 5.1: Análisis estadístico para $Ri_1, Ri_2, Ri_3 = 6E8\Omega \pm 67\%$.

valores en la impedancia entrada en la función no lineal no se presenta ninguna alteración para que el generador caótico forme sólo 4 enrollamientos, a cada iteración realizada con el método Monte Carlo existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 5.5. Adicionalmente se muestra el histograma de Ri_1, Ri_2 y Ri_3 al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 5.6. De acuerdo a los valores de Impedancia de Entrada propuesto de $Ri = 6E8\Omega \pm 67\%$, al aplicar el método Monte Carlo proporciona un intervalo representado en la ec. (5.10).

$$\begin{aligned}
 Ri_1 &= 5.23E8\Omega \pm 75\%, \\
 Ri_2 &= 6.60E8\Omega \pm 69\%, \\
 Ri_3 &= 6.28E8\Omega \pm 63\%.
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

De acuerdo a la Fig. 5.7(a) y Fig. 5.7(b) se muestran los valores máximos y mínimos respectivamente, donde se observa que:

Para valores de impedancias mínimas a las establecidas se forman 4 enrollamientos pero con menor trayectorias sobre cada enrollamiento.

Para valores de impedancia máximas a las establecidas se forman 4 enrollamientos pero con mayor trayectorias sobre cada enrollamiento.

Debido a que el número de enrollamientos generados fueron el 100% de las 545 iteraciones generadas, este número de iteraciones representan un intervalo de confianza del 90%, se concluye que la Impedancia de entrada

puede obtener valores (intervalo de confianza del 90 %):

$$\begin{aligned}
 1.30E8\Omega &\leq Ri_1 \leq 9.17E8\Omega, \\
 2.02E8\Omega &\leq Ri_2 \leq 1.12E8\Omega, \\
 2.35E8\Omega &\leq Ri_3 \leq 1.02E8\Omega.
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

5.4. Aplicación del método Monte Carlo sobre la impedancia de salida de la función no lineal

Se realiza una simulación utilizando el método Monte Carlo sobre el parámetro Ro de la Fig. 5.4. Al aplicar dicho método sobre la Función no Lineal, representada en el Capítulo anterior Fig. 4.10, implica utilizar 3 macro modelos iguales de OpAmp.

Cabe mencionar que con un intervalo de confianza mínimo del 90 %, se generan 545 iteraciones, variando los parámetros a un valor de: $Ro = 4k\Omega \pm 15\%$. Los valores estadísticos se muestran en la Tabla 5.2.

	Ro_1	Ro_2	Ro_3
Mínimo	3.2978k Ω	3.4062k Ω	3.4548k Ω
Máximo	4.4731k Ω	4.7740k Ω	4.6286k Ω
Mediana	4.0046k Ω	4.0119k Ω	4.0020k Ω
Media	3.9966k Ω	4.0089k Ω	4.0114k Ω
Desviación Promedio	153.5421 Ω	165.9027 Ω	159.1639 Ω
Varianza	38.3385k Ω	42.4767k Ω	39.1717k Ω
Desviación estándar	195.8022 Ω	206.0989 Ω	197.9186 Ω

TABLA 5.2: Análisis estadístico para $Ro_1, Ro_2, Ro_3 = 4k\Omega \pm 15\%$.

Con estos valores en la impedancia salida en la Función No Lineal se presentan alteraciones para que el generador caótico forme sólo 4 enrollamientos, a cada iteración realizada con el método Monte Carlo existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 5.8. Adicionalmente se

muestra el histograma de Ro_1 , Ro_2 y Ro_3 al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 5.9.

De acuerdo a los valores de Impedancia de Salida propuesto de $Ro = 4k\Omega \pm 15\%$, al aplicar el método Monte Carlo proporciona un intervalo representado en la ec. (5.17).

$$\begin{aligned} Ro_1 &= 3885\Omega \pm 15\%, \\ Ro_2 &= 4090\Omega \pm 17\%, \\ Ro_3 &= 4041\Omega \pm 15\%. \end{aligned} \tag{5.12}$$

Una característica principal del OpAmp es que idealmente su impedancia de salida es casi nula, tiene baja impedancia ya que como el amplificador es alimentado por voltajes debe haber una salida de offset aparte para que pueda existir un lazo de retroalimentación y una cierta compensación que pueda dar el amplificador. Para impedancias relativamente bajas el oscilador caótico genera 4 enrollamientos bien definidos, Fig. 5.10(a).

Aumentado la impedancia de salida relativamente mayores a $4k\Omega$ se observa que los puntos de equilibrio se ven reducidos y los números de trayectorias de los enrollamiento se ven también reducidas, principalmente los extremos del atractor formado, Fig. 5.10(b).

El caso particular de esta variación en la Impedancia de Salida es cuando el oscilador caótico no forma los 4 enrollamientos para los valores mayores a $4.2k\Omega$ en al menos 2 OpAmps, utilizando el macro modelo de la Fig. 5.4, como se puede observar en la Fig. 5.10(c).

De acuerdo a la Fig. 5.10(a) - Fig. 5.10(c) se muestran los valores máximos y mínimos respectivamente, donde se observa que:

- Para valores de impedancias de salida menores a $1k\Omega$ se forman 4 enrollamientos bien definidos.
- Para valores de impedancia de salida entre $1k\Omega$ y $4k\Omega$ se forman 4 enrollamientos pero con menos trayectorias en los extremos de cada atractor.
- Para valores de impedancias de salida mayores a $4.2k\Omega$ se forman menos de 4 enrollamientos por lo que el oscilador caótico no cumple con los parámetros de desempeño propuestos.

Cabe mencionar que dentro de estos valores propuestos se observa lo siguiente:

Para valores de impedancias de salida menores a $1k\Omega$, los puntos de equilibrio permanecen estables en valores de $-3, -1, 1, 3$.

Para valores de impedancias de salida entre $1k\Omega$ y $4k\Omega$, los puntos de equilibrio se reducen con respecto a aumenta la resistencia.

Para valores de impedancias de salida mayores a $4.2k\Omega$, solo se forman 3 a 2 enrollamientos conservando la propiedad que los puntos de equilibrio se mueven a un valor menor de los propuestos.

Debido a que el número de enrollamientos generados fueron el 97.24 % de las 545 iteraciones generadas, este número de iteraciones representan un intervalo de confianza del 87.51 %, se concluye que la impedancia de salida

puede obtener valores (intervalo de confianza del 87.51 %):

$$\begin{aligned}
 3297\Omega &\leq R_{o1} \leq 4473\Omega, \\
 3406\Omega &\leq R_{o2} \leq 4774\Omega, \\
 3454\Omega &\leq R_{o3} \leq 4628\Omega.
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

5.5. Aplicación del método Monte Carlo sobre BW y GWB de la función no lineal

Se realiza una simulación utilizando el método Monte Carlo sobre el parámetro C_p de la Fig. 5.4. Al aplicar dicho método sobre la Función no Lineal, representada en el Capítulo anterior Fig. 4.10, implica utilizar 3 macro modelos iguales de OpAmp.

Cabe mencionar que con un intervalo de confianza mínimo del 90 %, se generan 545 iteraciones, variando los parámetros a un valor de $C_p = 80 \times 10^{-9}F \pm 20\%$. Los parámetros C_{p1}, C_{p2}, C_{p3} toman aleatorios que permiten modificar el ancho de banda (BW) de los OpAmp. Los valores estadísticos se muestran en la Tabla 5.3.

	C_{p1}	C_{p2}	C_{p3}
Mínimo	61.2750nF	64.1657nF	65.4639nF
Máximo	92.6172nF	100.6413nF	96.7645nF
Mediana	80.1247nF	80.3175nF	80.0555nF
Media	79.9096nF	80.2375nF	80.3055nF
Desviacion Promedio	4.0944nF	4.4240nF	4.2443nF
Varianza	27.2629a	30.2057a	27.8554a
Desviación estándar	5.2213nF	5.4959nF	5.2778nF

TABLA 5.3: Valores estadísticos para $C_{p1}, C_{p2}, C_{p3} = 80 \times 10^{-9} \pm 20\% F$.

Con estos valores en la modificación del BW en la Función No Lineal se presentan alteraciones para que el generador caótico forme solo 4 enrollamientos, a cada iteración realizada con el método Monte Carlo existe una relación entre el número de enrollamientos generados, Fig. 5.11. Adicionalmente se muestra el histograma de Cp_1 , Cp_2 y Cp_3 al utilizar una distribución de probabilidad gaussiana con una variación absoluta, Fig. 5.12.

De acuerdo a los valores de capacitancia, para modificar el BW del oscilador caótico propuesto de $Cp = 80 \times 10^{-9} \pm 20\%$, al aplicar el método Monte Carlo proporciona un intervalo representado en la ec. (5.17).

$$\begin{aligned} Cp_1 &= 76.94 \times 10^{-9} \pm 20\%, \\ Cp_2 &= 82.40 \times 10^{-9} \pm 22\%, \\ Cp_3 &= 8111 \times 10^{-9} \pm 20\%. \end{aligned} \tag{5.14}$$

Una característica principal del OpAmp, en específico del *TL081* es que BW es de $3MHz$ [59], de igual manera el macromodelo tiene una respuesta similar a la del *TL081*, como se muestra en la Fig. 5.13.

La información que proporciona el método Monte Carlo para variar los valores de los capacitores Cp_1 , Cp_2 y Cp_3 , muestran una frecuencia de corte diferente del sistema, la Fig. 5.14(a) y 5.14(b) muestra la frecuencia de corte para el menor y mayor valor proporcionado por Monte Carlo, respectivamente.

El rango de la frecuencia de corte de la función lo lineal para que el sistema conserve sus 4 enrollamientos se muestra a continuación:

$$27.45kHz \leq Fc \leq 41.75kHz \tag{5.15}$$

Debido a que la ganancia del OpAmp y a la modificación de la frecuencia de corte se produce una ganancia de ancho de banda de:

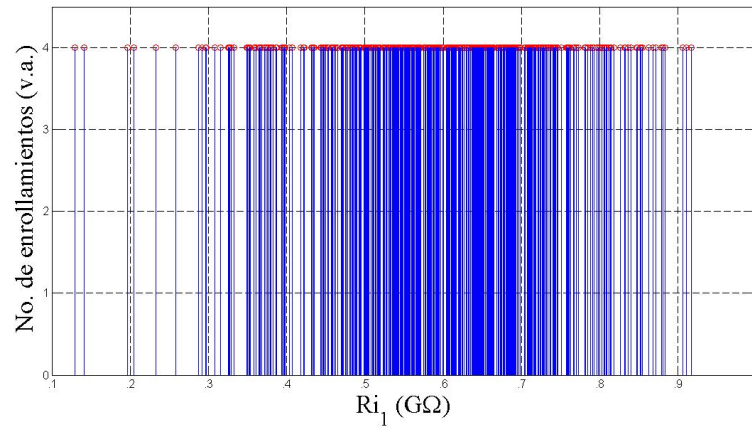
$$5.64MHz \leq GBW \leq 8.86MHz \quad (5.16)$$

De acuerdo a la Fig. 5.15 se muestran los valores máximos y mínimos respectivamente, donde se observa que:

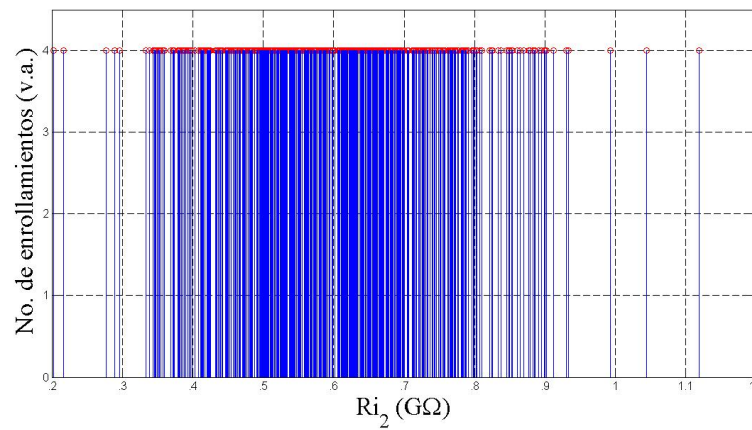
- Al variar el capacitor al valor máximo del intervalo propuesto, se generan sólo 3 enrollamientos, Fig. 5.16(a) desapareciendo aleatoriamente, y de acuerdo a los valores propuestos; los extremos del atractor caótico.
- Al variar el capacitor dentro de los intervalos propuestos se generan 4 enrollamientos con más trayectorias principalmente alrededor de los puntos de equilibrio centrales, Fig. 5.16(b).

Debido a que el número de enrollamientos generados fueron el 97.79 % de las 545 iteraciones generadas, este número de iteraciones representan un intervalo de confianza del 88.01 %, se concluye que la capacitancia puede obtener valores (intervalo de confianza = 88.01 %):

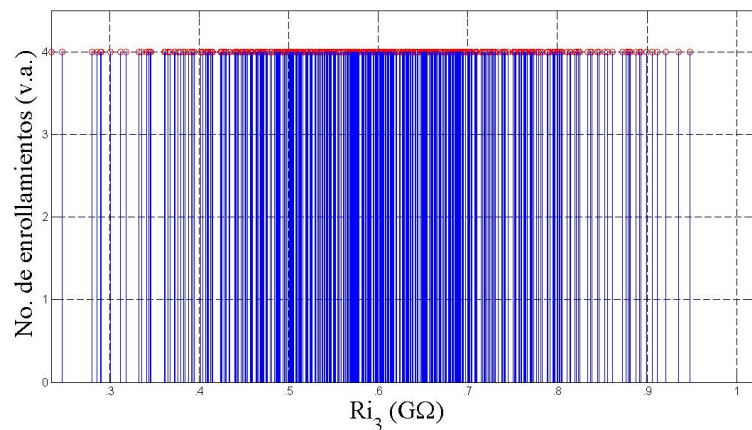
$$\begin{aligned} 61.55nF &\leq Cp_1 \leq 92.33nF, \\ 64.27nF &\leq Cp_2 \leq 100.53nF, \\ 64.89nF &\leq Cp_3 \leq 97.33nF. \end{aligned} \quad (5.17)$$



(a)

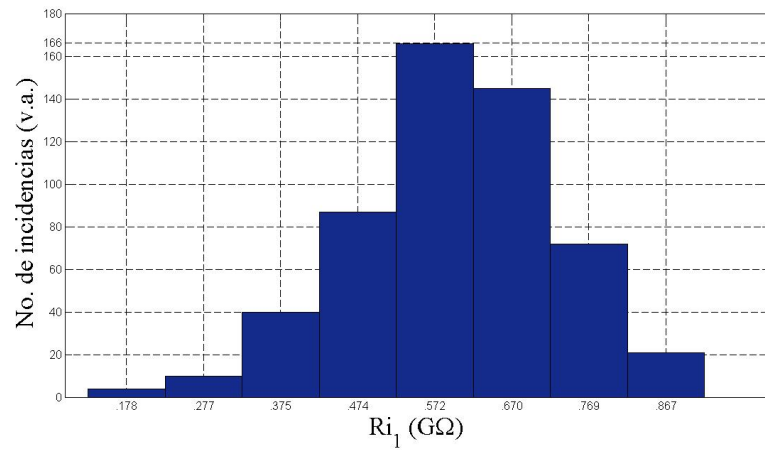


(b)

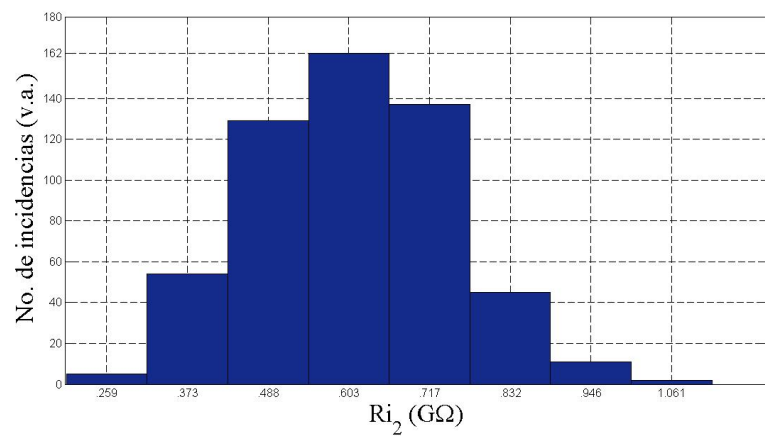


(c)

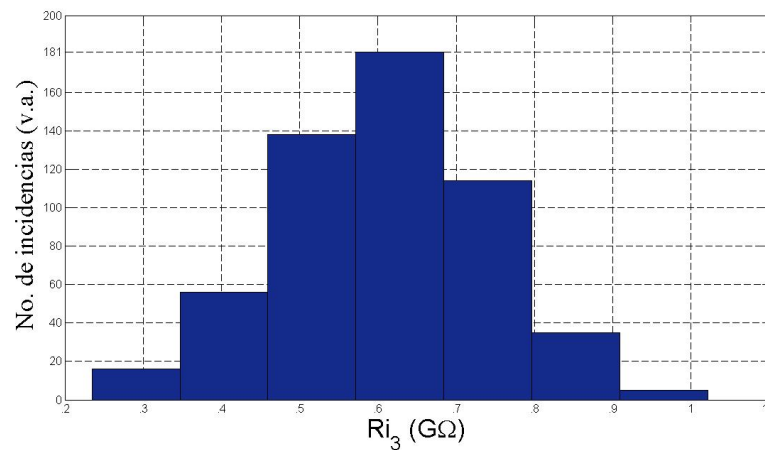
FIGURA 5.5: Valores de impedancia de entrada Ri_1 , Ri_2 y Ri_3 vs el número de enrollamientos.



(a)

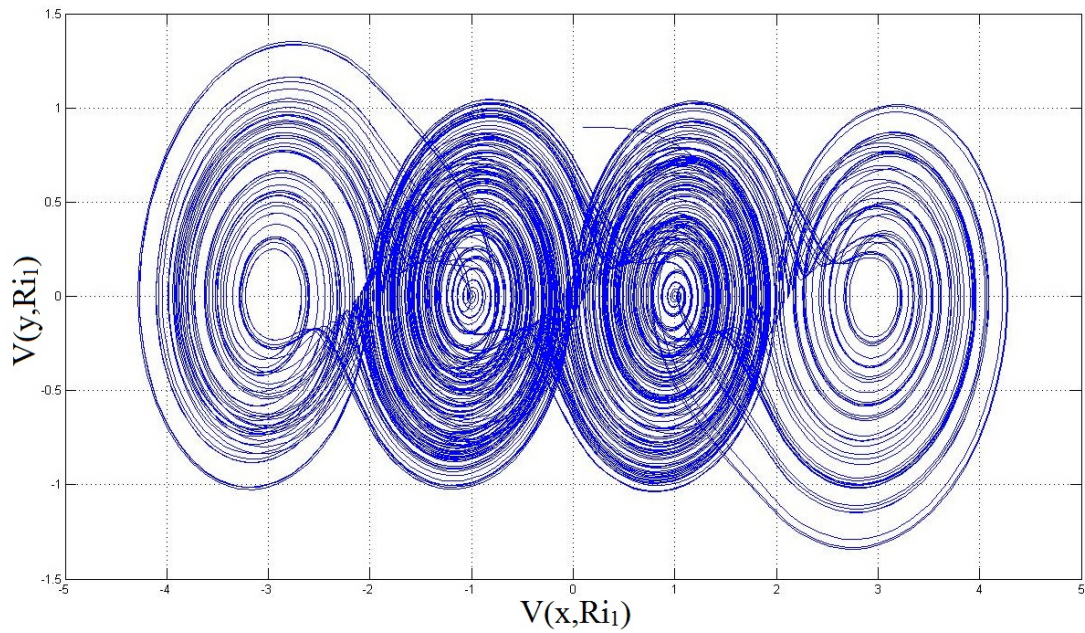


(b)

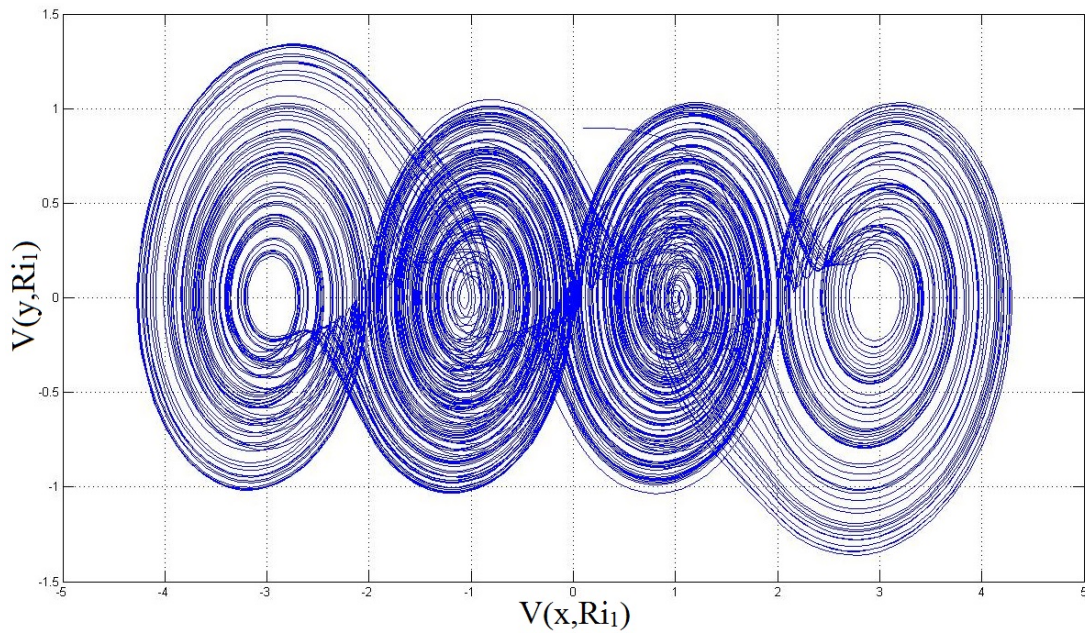


(c)

FIGURA 5.6: Histograma para Ri_1 , Ri_2 y Ri_3 .

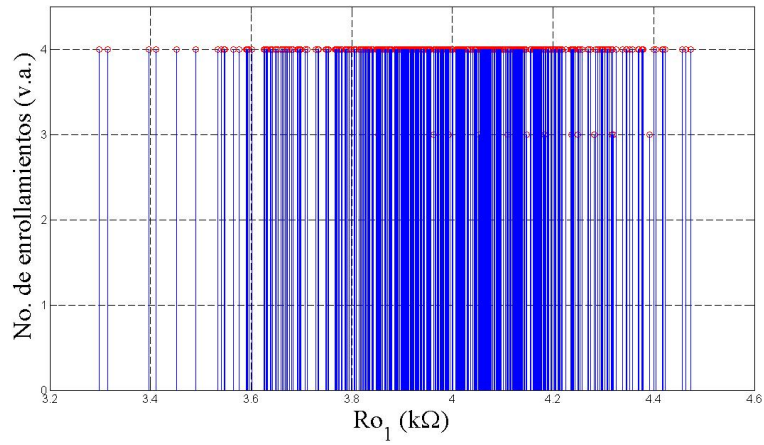


(a) Resultado de simulación para Monte Carlo con $Ri_1 = 1.3E8\Omega$, en plano de fase.

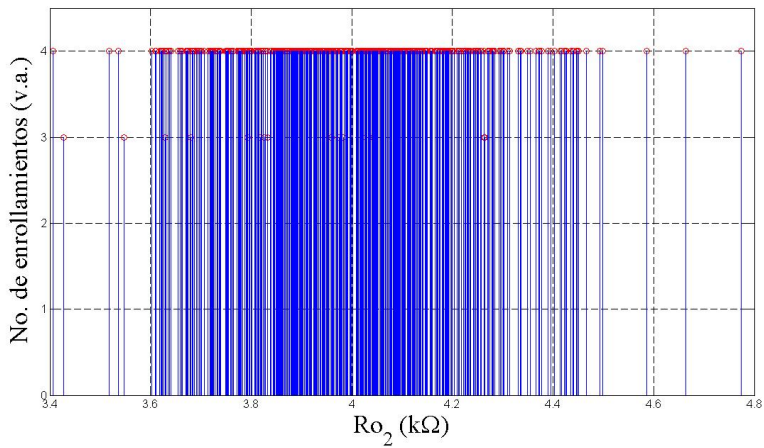


(b) Resultado de simulación para Monte Carlo con $Ri_1 = 9.17E8\Omega$, en plano de fase.

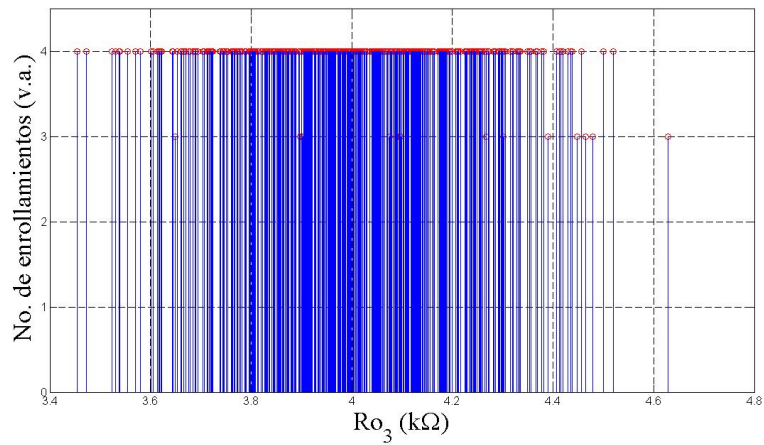
FIGURA 5.7: Resultado de simulación para Monte Carlo con $Ri_1 = 1.3E8$, en plano de fase.



(a) Impedancia de salida para el OpAmp 1.

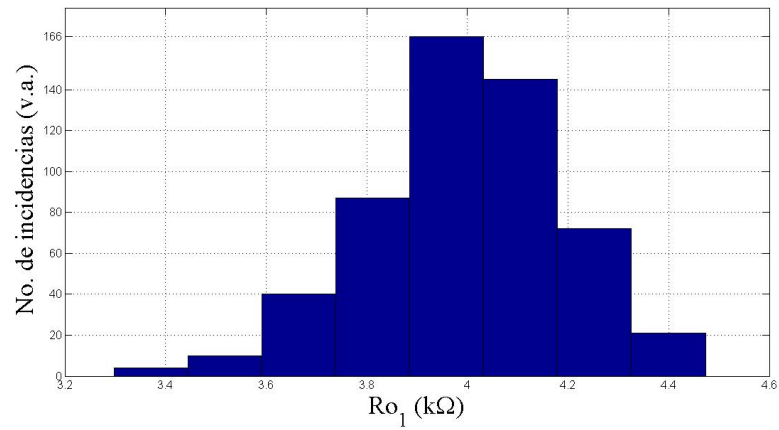


(b) Impedancia de salida para el OpAmp 2.

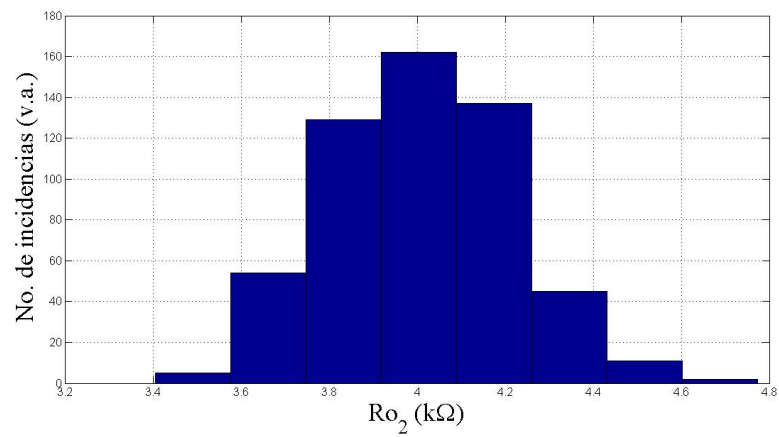


(c) Impedancia de salida para el OpAmp 3.

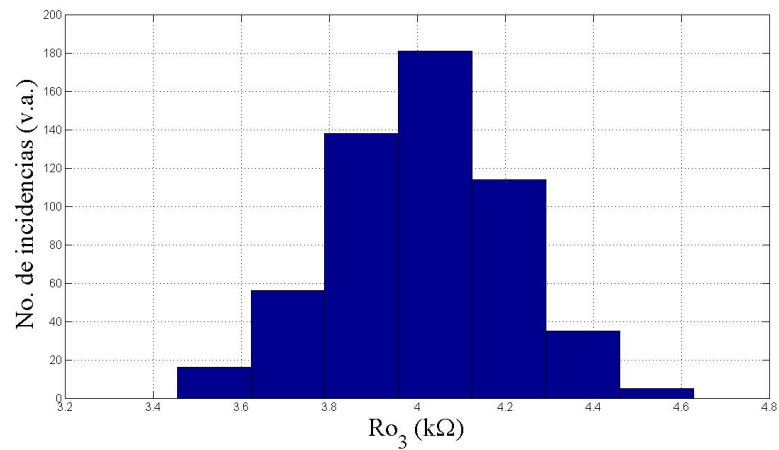
FIGURA 5.8: Valores de impedancia de salida Ro_1 , Ro_2 y Ro_3 vs el número de enrollamientos.



(a)

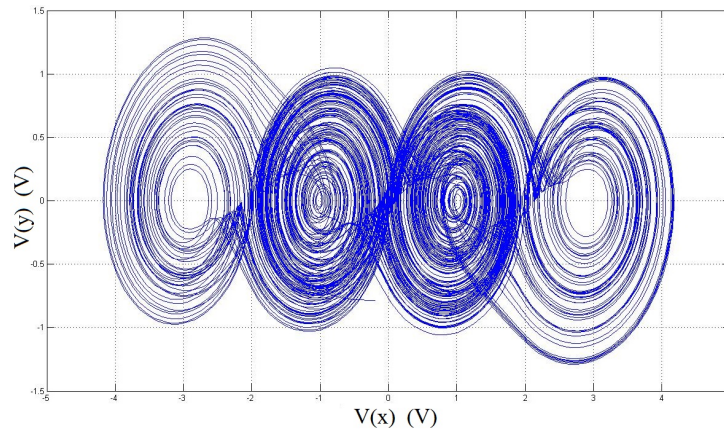


(b)

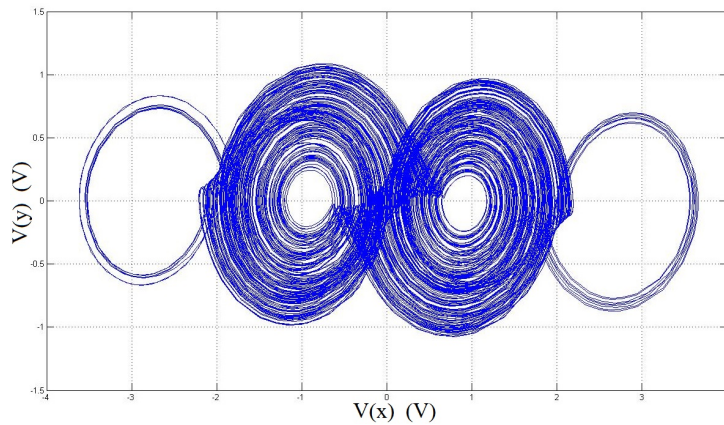


(c)

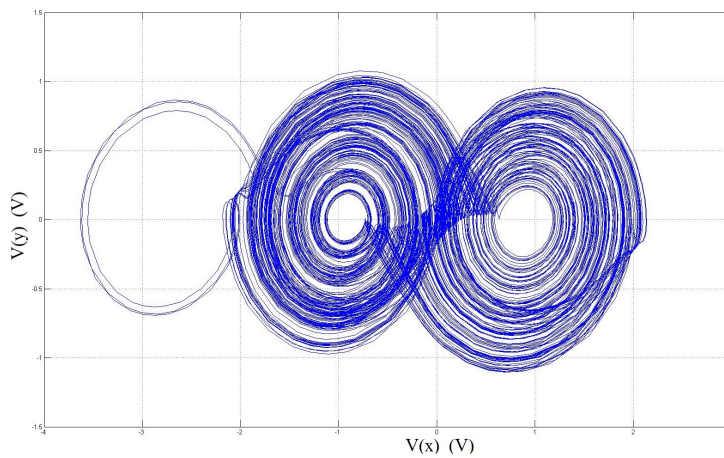
FIGURA 5.9: Histograma para Ro_1 , Ro_2 y Ro_3 .



(a) Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_{01}, R_{02}, R_{03} = 1k\Omega$, en plano de fase.

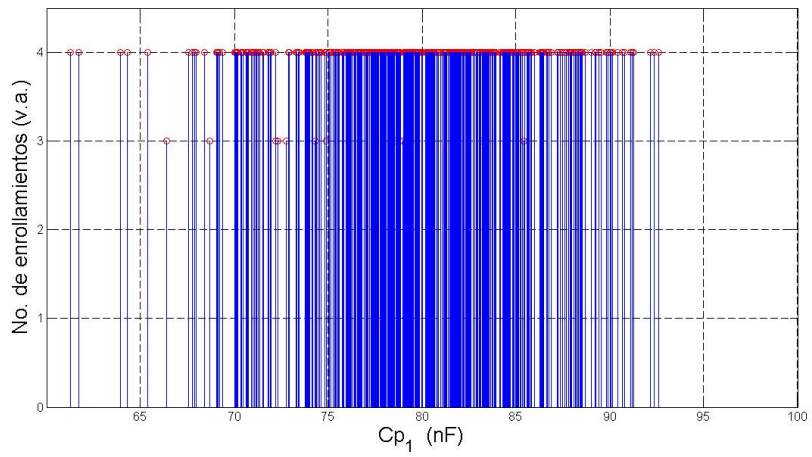


(b) Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_{01}, R_{02}, R_{03} \geq 4k\Omega$, en plano de fase.

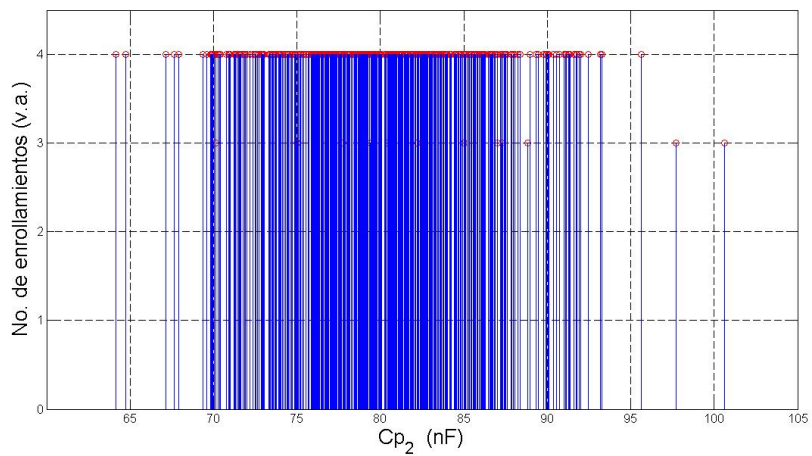


(c) Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_{01} = 4391k\Omega, R_{02} = 3827k\Omega, R_{03} = 4267k\Omega$, en plano de fase.

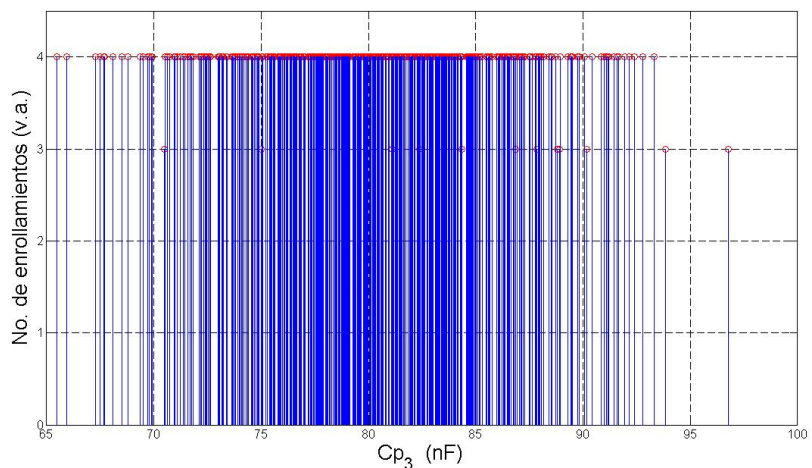
FIGURA 5.10: Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_{01}, R_{02}, R_{03} = 1k\Omega$, en plano de fase.



(a) Capacitor 1.

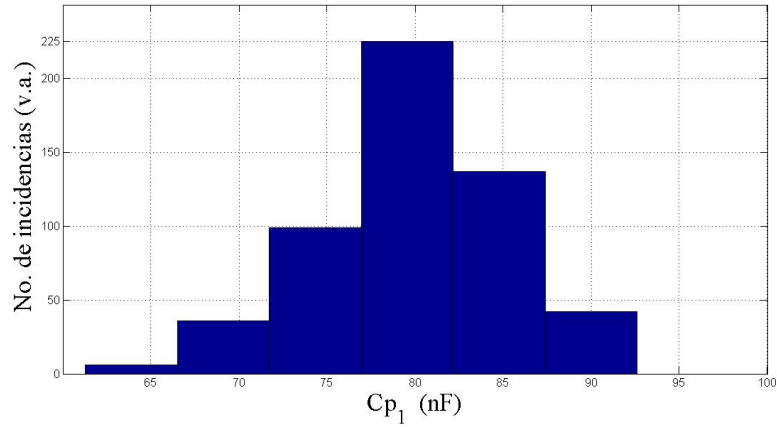


(b) Capacitor 2.

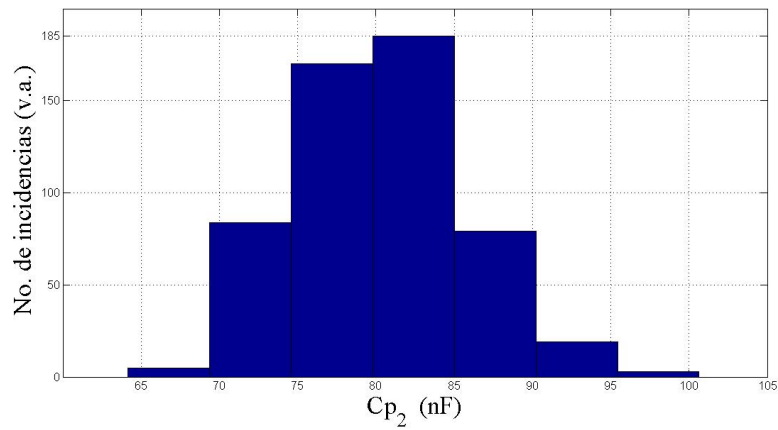


(c) Capacitor 3.

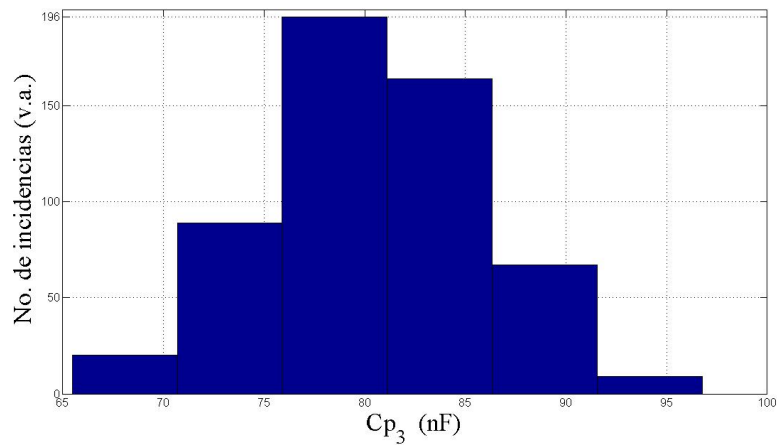
FIGURA 5.11: Valores de capacitancia C_{p1} , C_{p2} y C_{p3} vs el número de enrollamientos.



(a) Histograma para el capacitor 1.



(b) Histograma para el capacitor 2.



(c) Histograma para el capacitor 3.

FIGURA 5.12: Histograma para C_{p1} , C_{p2} y C_{p3} .

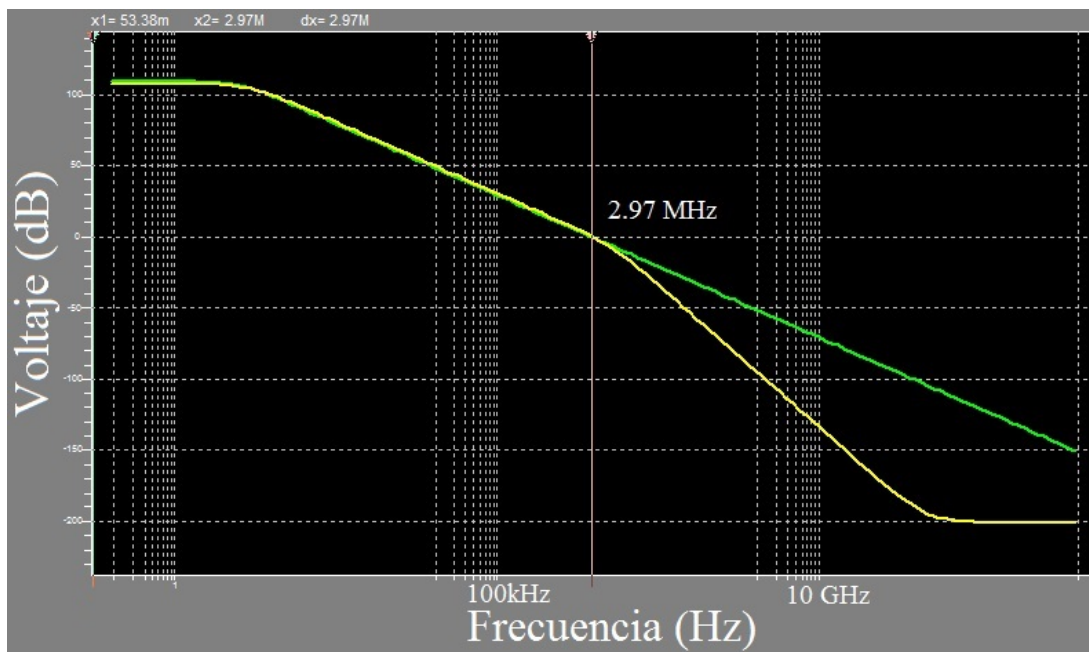
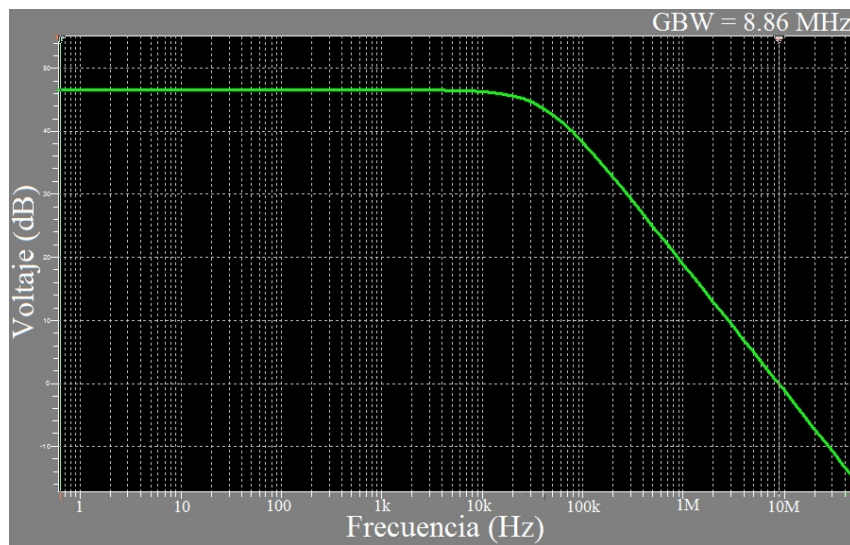
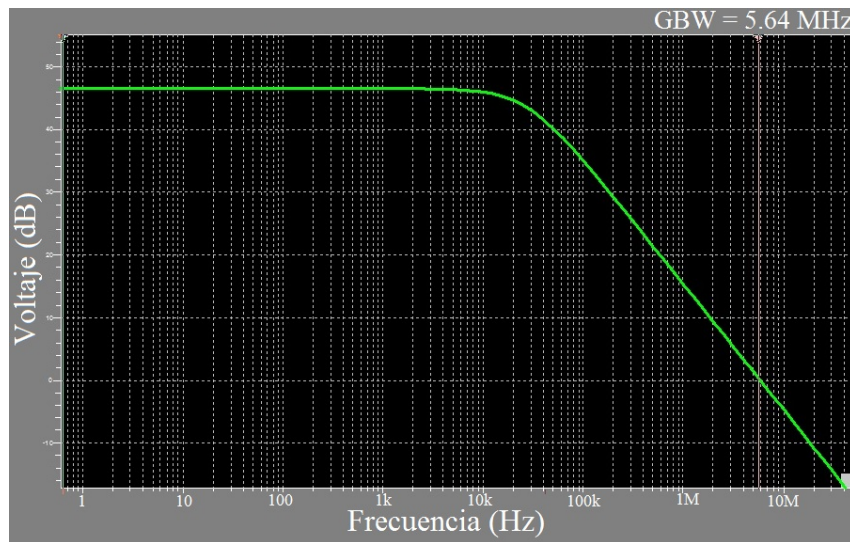


FIGURA 5.13: BW del OpAmp TL081 color amarillo; BW del Macro modelo color verde.

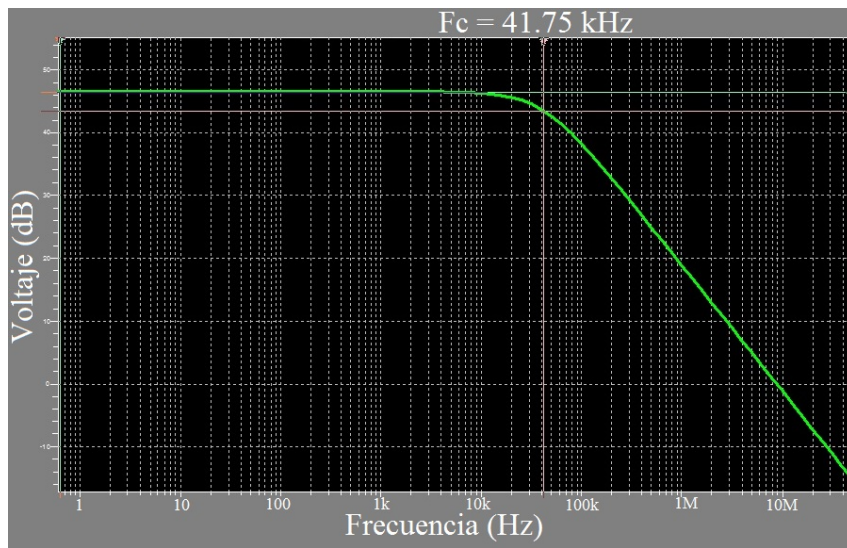


(a) Ancho de banda del macro modelo para el menor valor de C_{p1} , C_{p2} y C_{p3}

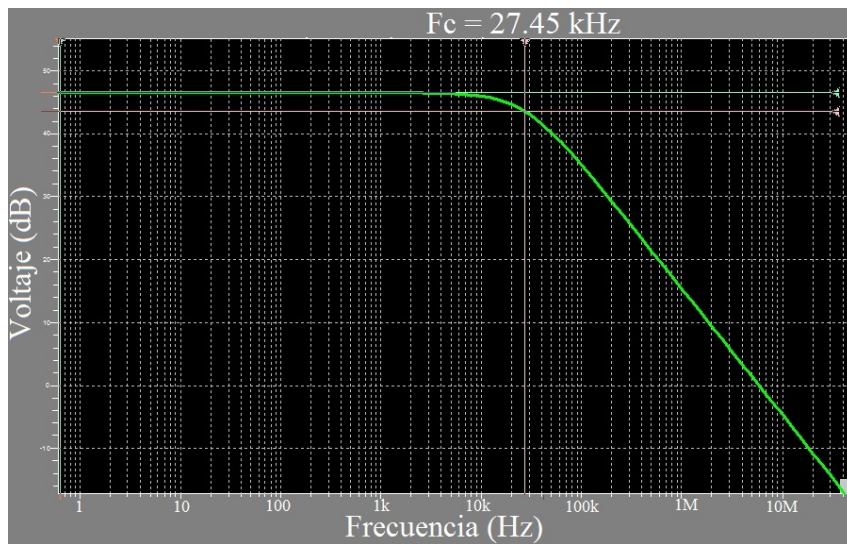


(b) Ancho de Banda del macro modelo para el mayor valor de C_{p1} , C_{p2} y C_{p3}

FIGURA 5.14: Ancho de banda del macro modelo implementado en la función no lineal.

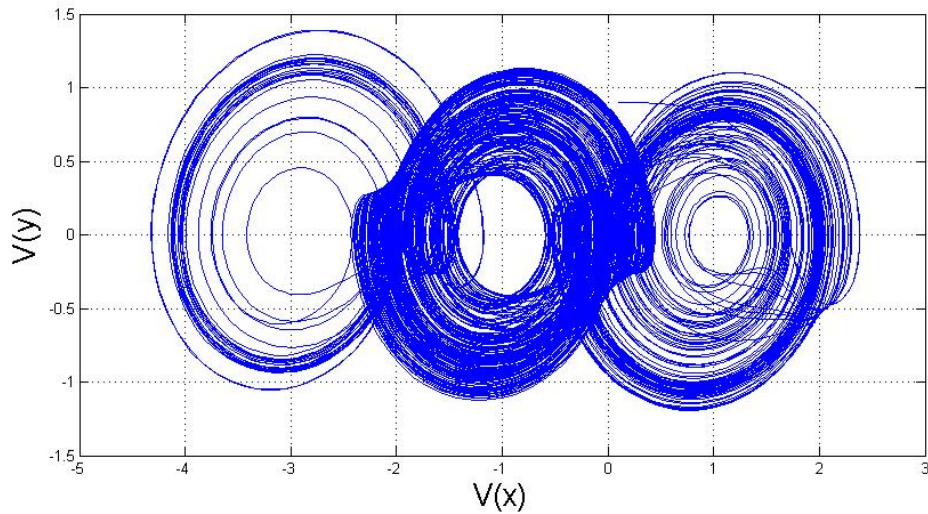


(a) Frecuencia de corte del macro modelo para el menor valor de C_{p1} , C_{p2} y C_{p3} .

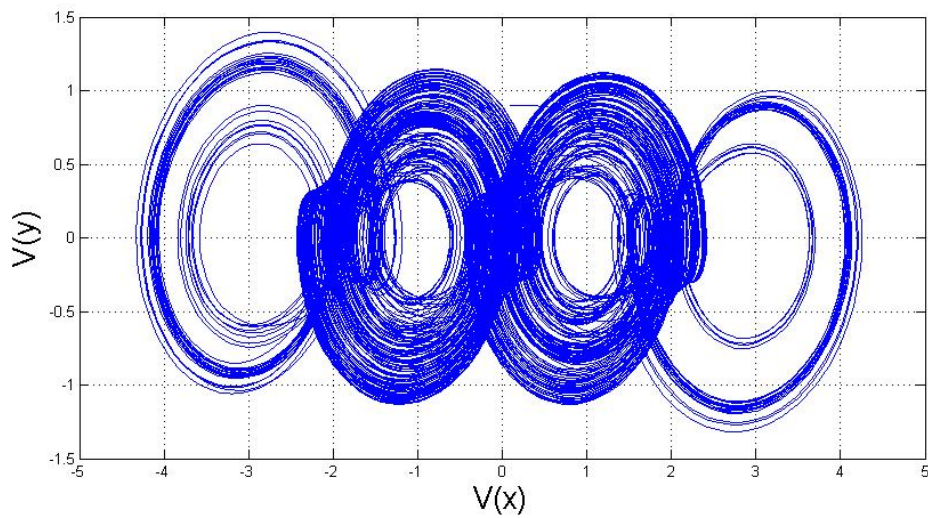


(b) Frecuencia de corte del macro modelo para el mayor valor de C_{p1} , C_{p2} y C_{p3} .

FIGURA 5.15: Frecuencia de corte del macro modelo implementado en la función no lineal.



(a) Resultado de simulación para Monte Carlo con $C_{p1} = 90pF$, $C_{p2} = 100pF$ y $C_{p3} = 90pF$, en plano de fase.



(b) Resultado de simulación para Monte Carlo con $C_{p1} = 76pF$, $C_{p2} = 77pF$ y $C_{p3} = 80pF$, en plano de fase.

FIGURA 5.16: Resultado de simulación para Monte Carlo con $C_{p1} = 90pF$, $C_{p2} = 100pF$ y $C_{p3} = 90pF$, en plano de fase.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se han establecido las bases para conocer los compromisos de diseño para osciladores caóticos de múltiples enrollamientos entre diferentes niveles de abstracción. Considerando la variabilidad inherente de los valores de dispositivos electrónicos pasivos, además de los efectos de segundo orden (slew-rate, impedancia de entrada y salida, ancho de banda, producto ganancia-ancho de banda) en amplificadores operaciones ha sido posible identificar los parámetros críticos que degradan el comportamiento caótico entre la definición a nivel sistema y la realización a nivel circuito electrónico de osciladores caóticos.

Para esta tesis, se ha utilizado como caso de estudio un oscilador caótico que genera un atractor caótico de 4 enrollamientos debido a que es escalable respecto al número de enrollamientos permitiendo que este trabajo sea útil a otros osciladores caóticos. En específico, se utilizó el modelo de ganancia finita del amplificador operacional para emular el comportamiento de una función saturada de voltaje, la cual es la función no lineal encargada de generar el comportamiento caótico.

El análisis de sensibilidad aplicado a los elementos pasivos y activos del sistema caótico ha sido desarrollado mediante la aplicación del método de Monte Carlo bajo la plataforma del simulador de circuitos T-Spice. Dicho análisis consideró diversos casos: variaciones de los parámetros pasivos

del sistema caótico y variaciones de los parámetros activos de la función no lineal. Para este último caso se ha diseñado un macro modelo no lineal de un amplificador operacional para emular el comportamiento de los parámetros de diseño como: impedancia de entrada, impedancia de salida, ancho de banda, ganancia ancho de banda y el slew-rate. Unos de los resultados sobresalientes es la identificación de un intervalo de confianza donde el comportamiento caótico se mantiene inalterable, específicamente para la generación de un atractor de 4 enrollamientos. Además, ha sido posible concluir que los elementos más sensibles del sistema son: R_x donde presenta una tolerancia del 12% de su valor típico; la variación conjunta de la capacitancia del sistema donde presenta una tolerancia del 10% de su valor típico; y la variación de la capacitancia para modificar el ancho de banda del amplificador donde presenta una tolerancia del 20% de su valor típico. Finalmente, se ha realizado un análisis de slew-rate donde se demuestra cual es el valor mínimo necesario para diferentes frecuencias de sistema desde $10kHz$ hasta $2.2MHz$.

Con relación a las simulaciones obtenidas se concluye lo siguiente:

- *Capacitores del sistema*, Al modificar los capacitores $C01$, $C02$, $C03$, se observa que los parámetros principales del sistema se variaron significativamente dando como resultado un intervalo de confianza menor a lo esperado, debido a que, para esta simulación, no solo se propuso modificar un parámetro a la vez, si no que se variaron 4 parámetros del sistema el cual son: a , b , c y el escalamiento en frecuencia. El sistema es dependiente del escalamiento en frecuencia representado por $1/RC$ dependientes de los capacitores $C01$ y $C02$ y los coeficientes a , b y c dependientes del capacitor $C03$. Debido a que el número de enrollamientos generados fueron el 84.22% de las 545 iteraciones

generadas, este número de iteraciones representan un intervalo de confianza del 75.79 %

- *Impedancia de entrada*, Al analizar la sensibilidad sobre la impedancia de entrada del Amplificador Operacional integrado en la función no Lineal se observó que:

Para valores de impedancias mínimas a las establecidas se forman 4 enrollamientos pero con menor trayectorias sobre cada enrollamiento.

Para valores de impedancia máximas a las establecidas se forman 4 enrollamientos pero con mayor trayectorias sobre cada enrollamiento.

- *Impedancia de salida*, Al analizar la sensibilidad sobre la impedancia de salida del Amplificador Operacional integrado en la función no Lineal se observó que:

Para valores de impedancias de salida menor a $1k\Omega$ se forman 4 enrollamientos bien definidos y los puntos de equilibrio permanecen estables en valores de $-3, -1, 1, 3$.

Para valores de impedancia de salida entre $1k\Omega$ y $4k\Omega$ se forman 4 enrollamientos pero con menos trayectorias en los extremos de cada atractor y los valores de los puntos de equilibrio se reducen con respecto aumenta la resistencia.

Para valores de impedancias de salida mayores a $4.2k\Omega$ se forman menos de 4 enrollamientos por lo que el oscilador caótico no cumple

con los parámetros de desempeño propuestos y solo se forman 3 a 2 enrollamientos conservando la propiedad que los puntos de equilibrio se mueven a un valor menor de los propuestos.

Por lo tanto, en este trabajo de tesis se han definido los requisitos mínimos para que un diseñador de circuitos sea capaz de determinar la metodología de diseño adecuada considerando las tolerancias y sensibilidad de los dispositivos electrónicos que conforman al sistema generador de caos. Múltiples simulaciones numéricas fueron realizadas para verificar el análisis propuesto.

Apéndice A. Interpretación de resultados

Una de las distribuciones teóricas mejor estudiadas y la más utilizada en la práctica es la distribución normal, también llamada distribución gaussiana. Su importancia se debe fundamentalmente a la frecuencia con la que distintas variables asociadas a fenómenos naturales y cotidianos siguen aproximadamente a esta distribución. La distribución normal fue reconocida por primera vez por el francés Abraham de Moivre (1667-1754). Posteriormente, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) elaboró desarrollos más profundos y formuló la ecuación de la curva; de ahí que también se la conozca, más comúnmente, como la “campana de Gauss”. La distribución de una variable normal está completamente determinada por dos parámetros, su media y su desviación estándar, denotadas generalmente por μ y σ . Con esta notación, la densidad de la normal viene dada por la ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), (18)$$

que determina la curva en forma de campana que tan bien conocemos, ver Fig. 17. La distribución normal posee ciertas propiedades importantes que conviene destacar:

- La curva normal es asintótica al eje de abscisas. Por ello, cualquier valor entre $-\infty$ y ∞ es teóricamente posible. El área total bajo la curva

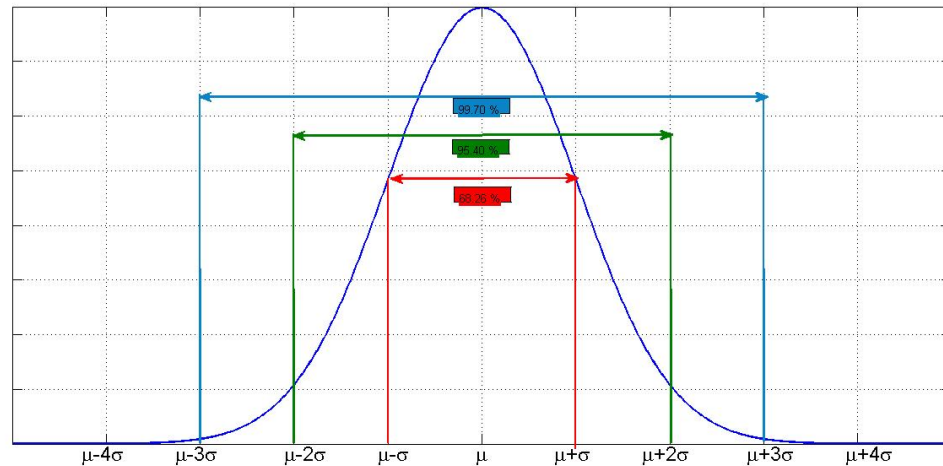


FIGURA 17: Campana de Gauss.

es, por tanto, igual a 1.

- El área bajo la curva comprendida entre los valores situados aproximadamente a dos desviaciones estándar de la media es igual a 0.95. En concreto, existe un 95% de posibilidades de observar un valor comprendido en el intervalo $(\mu - 1.96\sigma, \mu + 1.96\sigma)$.
- La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros μ y σ Fig. 17. La media indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de μ la gráfica es desplazada a lo largo del eje horizontal. Por otra parte, la desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva. Cuanto mayor sea el valor de σ , más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más plana. Un valor pequeño de este parámetro indica, por tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución.

Los resultados con distribución gaussiana se representan en 8 intervalos de distribución, representados en la Fig. 17, como:

Intervalos	
$\{\mu - 4\sigma : \mu - 3\sigma\}$	$\mu - A4$
$\{\mu - 3\sigma : \mu - 2\sigma\}$	$\mu - A3$
$\{\mu - 2\sigma : \mu - \sigma\}$	$\mu - A2$
$\{\mu - \sigma : \mu\}$	$\mu - A1$
$\{\mu : \mu + \sigma\}$	$\mu + B1$
$\{\mu + \sigma : \mu + 2\sigma\}$	$\mu + B2$
$\{\mu + 2\sigma : \mu + 3\sigma\}$	$\mu + B3$
$\{\mu + 3\sigma : \mu + 4\sigma\}$	$\mu + B4$

TABLA 4: Representación de intervalos estadísticos.

Dentro de cada intervalo de distribución se presentan diferentes números de enrollamientos, Tabla 5, donde en un solo intervalo puede contener diferentes números de enrollamientos marcados donde se observa que para el intervalo $\mu - A1$ se presentan 520 iteraciones de 4 enrollamientos, 15 iteraciones de 3 enrollamientos, 8 iteraciones de 2 enrollamientos y 2 iteraciones de 1 enrollamiento.

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS			
		4	3	2	1
$\mu - A4$	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	0	0	0	0	0
$\mu - A2$	0	0	0	0	0
$\mu - A1$	545	520	15	8	2
$\mu + B1$	0	0	0	0	0
$\mu + B2$	0	0	0	0	0
$\mu + B3$	0	0	0	0	0
$\mu + B4$	0	0	0	0	0

TABLA 5: Análisis de iteraciones que presentan diversos enrollamientos.

De acuerdo al intervalo de confianza propuesto para aplicar el método Monte Carlo sobre los dispositivos pasivos y activos, se obtiene que dentro del porcentaje propuesto un valor igual o menor al 90 %, haciendo referencia a la tabla anterior se puede concluir que solo 520 iteraciones formaron 4

enrollamientos por lo que el intervalo de confianza se expresa en la Tabla 6.

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	514
90 %	85.87 %

TABLA 6: *Análisis estadístico para formar 4 enrollamientos.*

La aplicación del método de Monte Carlo se aplica sobre los valores típicos de los dispositivos pasivos y activos que conforman al sistema caótico, el cual se representan en la siguiente Tabla 7.

OSCILADOR CAÓTICO	DISPOSITIVO	PARÁMETRO ANALIZADO	VALOR TÍPICO
SISTEMA CAÓTICO	Resistencia	R_x	$10K\Omega$
SISTEMA CAÓTICO	Resistencia	R_y	$10K\Omega$
SISTEMA CAÓTICO	Resistencia	R_z	$10K\Omega$
SISTEMA CAÓTICO	Capacitancia	C_3	$2.2nF$
SISTEMA CAÓTICO	Capacitancia	C_1, C_2, C_3	$2.2nF$
OpAmp			
FUNCIÓN NO LINEAL	Impedancia de entrada	R_i	$10e12\Omega$
FUNCIÓN NO LINEAL	Impedancia de salida	R_o	50Ω
FUNCIÓN NO LINEAL	Ancho de banda	C_p	$3MHz$
FUNCIÓN NO LINEAL	Slew-rate	SR	$13V/\mu s$

TABLA 7: *Valores nominales de las variables del sistema caótico para aplicar el Método Monte Carlo.*

Método Monte Carlo sobre elementos pasivos del sistema

Variación sobre el parámetro R_x del sistema

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS			
		4	3	2	1
$\mu - A4$	2	0	0	2	0
$\mu - A3$	9	1	0	8	0
$\mu - A2$	71	56	13	2	0
$\mu - A1$	191	191	0	0	0
$\mu + B1$	187	185	2	0	0
$\mu + B2$	76	76	0	0	0
$\mu + B3$	8	5	0	3	0
$\mu + B4$	1	0	0	1	0

TABLA 8: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la resistencia R_x .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$8454.65\Omega - 8773.69\Omega$
$\mu - A3$	$8773.69\Omega - 9092.72\Omega$
$\mu - A2$	$9092.72\Omega - 9411.76\Omega$
$\mu - A1$	$9411.76\Omega - 9730.8\Omega$
$\mu + B1$	$9730.80\Omega - 10049.83\Omega$
$\mu + B2$	$10049.83\Omega - 10368.87\Omega$
$\mu + B3$	$10368.87\Omega - 10687.90\Omega$
$\mu + B4$	$10687.90\Omega - 11006.94\Omega$

TABLA 9: Intervalos de distribución para la resistencia R_x .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	514
90 %	84.88 %

TABLA 10: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la resistencia R_x .

Variación sobre el parámetro R_y del sistema

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS			
		4	3	2	1
$\mu - A4$	2	1	0	0	1
$\mu - A3$	9	7	0	1	1
$\mu - A2$	71	71	0	0	0
$\mu - A1$	191	191	0	0	0
$\mu + B1$	189	189	0	0	0
$\mu + B2$	74	74	0	0	0
$\mu + B3$	8	8	0	0	0
$\mu + B4$	1	1	0	0	0

TABLA 11: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la resistencia R_y .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$3846.02\Omega - 7414.27\Omega$
$\mu - A3$	$7414.27\Omega - 10982.51\Omega$
$\mu - A2$	$10982.51\Omega - 14550.75\Omega$
$\mu - A1$	$14550.75\Omega - 18119\Omega$
$\mu + B1$	$18119\Omega - 21687.24\Omega$
$\mu + B2$	$21687.24\Omega - 25255.48\Omega$
$\mu + B3$	$25255.48\Omega - 28823.72\Omega$
$\mu + B4$	$28823.72\Omega - 32391.97\Omega$

TABLA 12: Intervalos de distribución para la resistencia R_y .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	541
90 %	89.34 %

TABLA 13: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la resistencia R_y .

Variación sobre el parámetro R_z del sistema

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS			
		4	3	2	1
$\mu - A4$	2	0	1	1	0
$\mu - A3$	9	8	1	0	0
$\mu - A2$	71	58	11	2	0
$\mu - A1$	191	191	0	0	0
$\mu + B1$	189	189	0	0	0
$\mu + B2$	74	74	0	0	0
$\mu + B3$	8	8	0	0	0
$\mu + B4$	1	1	0	0	0

TABLA 14: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la resistencia R_z .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	1449.80 Ω – 7743.85 Ω
$\mu - A3$	7743.85 Ω – 14037.90 Ω
$\mu - A2$	14037.90 Ω – 20331.95 Ω
$\mu - A1$	20331.95 Ω – 26626.00 Ω
$\mu + B1$	26626.00 Ω – 32920.05 Ω
$\mu + B2$	32920.05 Ω – 39214.10 Ω
$\mu + B3$	39214.10 Ω – 45508.15 Ω
$\mu + B4$	45508.15 Ω – 51802.20 Ω

TABLA 15: Intervalos de distribución para la resistencia R_z .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	528
90 %	87.19 %

TABLA 16: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la resistencia R_z .

Variación sobre el parámetro C_3 del sistema

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS			
		4	3	2	1
$\mu - A4$	2	2	0	0	0
$\mu - A3$	8	8	0	0	0
$\mu - A2$	72	72	0	0	0
$\mu - A1$	187	187	0	0	0
$\mu + B1$	188	188	0	0	0
$\mu + B2$	79	76	0	1	0
$\mu + B3$	8	8	0	0	0
$\mu + B4$	1	1	0	0	0

TABLA 17: Número de enrollamientos por intervalos de distribución del capacitor C_3 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$1.77E - 09\Omega - 1.97E - 09\Omega$
$\mu - A3$	$1.97E - 09\Omega - 2.16E - 09\Omega$
$\mu - A2$	$2.16E - 09\Omega - 2.35E - 09\Omega$
$\mu - A1$	$2.35E - 09\Omega - 2.54E - 09\Omega$
$\mu + B1$	$2.54E - 09\Omega - 2.74E - 09\Omega$
$\mu + B2$	$2.74E - 09\Omega - 2.93E - 09\Omega$
$\mu + B3$	$2.93E - 09\Omega - 3.12E - 09\Omega$
$\mu + B4$	$3.12E - 09\Omega - 3.31E - 09\Omega$

TABLA 18: Intervalos de distribución para el capacitor C_3 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	541
90 %	89.34 %

TABLA 19: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_3 .

Variación conjunta de los elementos capacitivos del sistema

Variación en el capacitor C_1

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	3	3	0	0	0	0
$\mu - A3$	15	15	0	0	0	0
$\mu - A2$	59	59	0	0	0	0
$\mu - A1$	190	178	1	6	5	0
$\mu + B1$	196	155	1	15	21	4
$\mu + B2$	73	45	0	4	18	6
$\mu + B3$	9	4	0	1	2	2
$\mu + B4$	0	0	0	0	0	0

TABLA 20: Número de enrollamientos por intervalos de distribución del capacitor C_1 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$1.91E - 09\Omega - 1.98E - 09\Omega$
$\mu - A3$	$1.98E - 09\Omega - 2.06E - 09\Omega$
$\mu - A2$	$2.06E - 09\Omega - 2.13E - 09\Omega$
$\mu - A1$	$2.13E - 09\Omega - 2.20E - 09\Omega$
$\mu + B1$	$2.20E - 09\Omega - 2.27E - 09\Omega$
$\mu + B2$	$2.27E - 09\Omega - 2.34E - 09\Omega$
$\mu + B3$	$2.34E - 09\Omega - 2.41E - 09\Omega$
$\mu + B4$	$2.41E - 09\Omega - 2.49E - 09\Omega$

TABLA 21: Intervalos de distribución para el capacitor C_1 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	459
90 %	75.80 %

TABLA 22: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_1 .

Variación del capacitor C_2

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	5	2	1	1	1	0
$\mu - A2$	87	71	1	5	8	2
$\mu - A1$	172	144	0	8	16	4
$\mu + B1$	194	164	0	9	17	4
$\mu + B2$	71	62	0	3	4	2
$\mu + B3$	14	14	0	0	0	0
$\mu + B4$	2	2	0	0	0	0

TABLA 23: Número de enrollamientos por intervalos de distribución del capacitor C_2 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$1.90E - 09\Omega - 1.98E - 09\Omega$
$\mu - A3$	$1.98E - 09\Omega - 2.05E - 09\Omega$
$\mu - A2$	$2.05E - 09\Omega - 2.13E - 09\Omega$
$\mu - A1$	$2.13E - 09\Omega - 2.20E - 09\Omega$
$\mu + B1$	$2.20E - 09\Omega - 2.28E - 09\Omega$
$\mu + B2$	$2.28E - 09\Omega - 2.35E - 09\Omega$
$\mu + B3$	$2.35E - 09\Omega - 2.43E - 09\Omega$
$\mu + B4$	$2.43E - 09\Omega - 2.51E - 09\Omega$

TABLA 24: Intervalos de distribución para el capacitor C_2 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	457
90 %	75.47 %

TABLA 25: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_2 .

Variación del capacitor C_3

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	12	2	0	0	5	5
$\mu - A2$	75	34	1	11	24	5
$\mu - A1$	193	164	0	11	16	2
$\mu + B1$	175	171	0	3	1	0
$\mu + B2$	76	74	1	1	0	0
$\mu + B3$	13	13	0	0	0	0
$\mu + B4$	1	1	0	0	0	0

TABLA 26: Número de enrollamientos por intervalos de distribución del capacitor C_3 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$1.91E - 09\Omega - 1.99E - 09\Omega$
$\mu - A3$	$1.99E - 09\Omega - 2.06E - 09\Omega$
$\mu - A2$	$2.06E - 09\Omega - 2.13E - 09\Omega$
$\mu - A1$	$2.13E - 09\Omega - 2.20E - 09\Omega$
$\mu + B1$	$2.20E - 09\Omega - 2.28E - 09\Omega$
$\mu + B2$	$2.28E - 09\Omega - 2.35E - 09\Omega$
$\mu + B3$	$2.35E - 09\Omega - 2.42E - 09\Omega$
$\mu + B4$	$2.42E - 09\Omega - 2.49E - 09\Omega$

TABLA 27: Intervalos de distribución para el capacitor C_3 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	458
90 %	75.63 %

TABLA 28: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_3 .

Método Monte Carlo sobre elementos activos de la función no lineal

Impedancia de entrada

Impedancia de entrada del OpAmp 1

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	3	3	0	0	0	0
$\mu - A3$	15	15	0	0	0	0
$\mu - A2$	59	59	0	0	0	0
$\mu - A1$	190	190	0	0	0	0
$\mu + B1$	197	197	0	0	0	0
$\mu + B2$	72	72	0	0	0	0
$\mu + B3$	9	9	0	0	0	0
$\mu + B4$	0	0	0	0	0	0

TABLA 29: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia R_{i1} .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$7.30E + 07\Omega - 2.04E + 08\Omega$
$\mu - A3$	$2.04E + 08\Omega - 3.35E + 08\Omega$
$\mu - A2$	$3.35E + 08\Omega - 4.67E + 08\Omega$
$\mu - A1$	$4.67E + 08\Omega - 5.98E + 08\Omega$
$\mu + B1$	$5.98E + 08\Omega - 7.29E + 08\Omega$
$\mu + B2$	$7.29E + 08\Omega - 8.60E + 08\Omega$
$\mu + B3$	$8.60E + 08\Omega - 9.91E + 08\Omega$
$\mu + B4$	$9.91E + 08\Omega - 1.12E + 09\Omega$

TABLA 30: Intervalos de distribución para la impedancia R_{i1} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	545
90 %	90 %

TABLA 31: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia R_{i1} .

Impedancia de entrada del OpAmp 2

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	5	5	0	0	0	0
$\mu - A2$	87	87	0	0	0	0
$\mu - A1$	172	172	0	0	0	0
$\mu + B1$	194	194	0	0	0	0
$\mu + B2$	71	71	0	0	0	0
$\mu + B3$	14	14	0	0	0	0
$\mu + B4$	2	2	0	0	0	0

TABLA 32: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia Ri_2 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$5.36E + 07\Omega - 1.92E + 08\Omega$
$\mu - A3$	$1.92E + 08\Omega - 3.30E + 08\Omega$
$\mu - A2$	$3.30E + 08\Omega - 4.68E + 08\Omega$
$\mu - A1$	$4.68E + 08\Omega - 6.06E + 08\Omega$
$\mu + B1$	$6.06E + 08\Omega - 7.44E + 08\Omega$
$\mu + B2$	$7.44E + 08\Omega - 8.82E + 08\Omega$
$\mu + B3$	$8.82E + 08\Omega - 1.02E + 09\Omega$
$\mu + B4$	$1.02E + 09\Omega - 1.16E + 09\Omega$

TABLA 33: Intervalos de distribución para la impedancia Ri_2 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	543
90 %	89.67 %

TABLA 34: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia Ri_2 .

Impedancia de entrada del OpAmp 3

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	12	12	0	0	0	0
$\mu - A2$	75	75	0	0	0	0
$\mu - A1$	193	193	0	0	0	0
$\mu + B1$	175	175	0	0	0	0
$\mu + B2$	76	76	0	0	0	0
$\mu + B3$	13	13	0	0	0	0
$\mu + B4$	1	1	0	0	0	0

TABLA 35: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia Ri_3 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$7.73E + 07\Omega - 2.10E + 08\Omega$
$\mu - A3$	$2.10E + 08\Omega - 3.42E + 08\Omega$
$\mu - A2$	$3.42E + 08\Omega - 4.75E + 08\Omega$
$\mu - A1$	$4.75E + 08\Omega - 6.08E + 08\Omega$
$\mu + B1$	$6.08E + 08\Omega - 7.40E + 08\Omega$
$\mu + B2$	$7.40E + 08\Omega - 8.73E + 08\Omega$
$\mu + B3$	$8.73E + 08\Omega - 1.01E + 09\Omega$
$\mu + B4$	$1.01E + 09\Omega - 1.14E + 09\Omega$

TABLA 36: Intervalos de distribución para la impedancia Ri_3 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	544
90 %	89.83 %

TABLA 37: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia Ri_3 .

Impedancia de salida

Impedancia de salida del OpAmp 1

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	3	3	0	0	0	0
$\mu - A3$	15	15	0	0	0	0
$\mu - A2$	59	59	0	0	0	0
$\mu - A1$	190	187	3	0	0	0
$\mu + B1$	197	192	5	0	0	0
$\mu + B2$	72	66	6	0	0	0
$\mu + B3$	9	8	1	0	0	0
$\mu + B4$	0	0	0	0	0	0

TABLA 38: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia R_{o1} .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$3213.39\Omega - 3409.19\Omega$
$\mu - A3$	$3409.19\Omega - 3605.00\Omega$
$\mu - A2$	$3605.00\Omega - 3800.80\Omega$
$\mu - A1$	$3800.80\Omega - 3996.60\Omega$
$\mu + B1$	$3996.60\Omega - 4192.40\Omega$
$\mu + B2$	$4192.40\Omega - 4388.20\Omega$
$\mu + B3$	$4388.20\Omega - 4584.01\Omega$
$\mu + B4$	$4584.01\Omega - 4779.81\Omega$

TABLA 39: Intervalos de distribución para la impedancia R_{o1} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	530
90 %	87.52 %

TABLA 40: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia R_{o1} .

Impedancia de salida del OpAmp 2

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	2	0	0	0	0
$\mu - A3$	5	3	2	0	0	0
$\mu - A2$	87	84	3	0	0	0
$\mu - A1$	172	166	6	0	0	0
$\mu + B1$	194	192	2	0	0	0
$\mu + B2$	71	69	2	0	0	0
$\mu + B3$	14	14	0	0	0	0
$\mu + B4$	2	2	0	0	0	0

TABLA 41: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia R_{o2} .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$3184.50\Omega - 3390.60\Omega$
$\mu - A3$	$3390.60\Omega - 3596.70\Omega$
$\mu - A2$	$3596.70\Omega - 3802.80\Omega$
$\mu - A1$	$3802.80\Omega - 4008.90\Omega$
$\mu + B1$	$4008.90\Omega - 4215.00\Omega$
$\mu + B2$	$4215.00\Omega - 4421.10\Omega$
$\mu + B3$	$4421.10\Omega - 4627.20\Omega$
$\mu + B4$	$4627.20\Omega - 4833.30\Omega$

TABLA 42: Intervalos de distribución para la impedancia R_{o2} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	530
90 %	87.52 %

TABLA 43: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia R_{o2} .

Impedancia de salida del OpAmp 3

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	12	12	0	0	0	0
$\mu - A2$	75	74	1	0	0	0
$\mu - A1$	193	190	3	0	0	0
$\mu + B1$	175	171	4	0	0	0
$\mu + B2$	76	73	3	0	0	0
$\mu + B3$	13	11	2	0	0	0
$\mu + B4$	1	0	1	0	0	0

TABLA 44: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de la impedancia R_{O3} .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$3219.73\Omega - 3417.64\Omega$
$\mu - A3$	$3417.64\Omega - 3615.56\Omega$
$\mu - A2$	$3615.56\Omega - 3813.48\Omega$
$\mu - A1$	$3813.48\Omega - 4011.40\Omega$
$\mu + B1$	$4011.40\Omega - 4209.32\Omega$
$\mu + B2$	$4209.32\Omega - 4407.24\Omega$
$\mu + B3$	$4407.24\Omega - 4605.16\Omega$
$\mu + B4$	$4605.16\Omega - 4803.07\Omega$

TABLA 45: Intervalos de distribución para la impedancia R_{O3} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	531
90 %	87.69 %

TABLA 46: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función de la impedancia R_{O3} .

Ancho de banda Ancho de banda del OpAmp 1

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	3	3	0	0	0	0
$\mu - A3$	15	13	2	0	0	0
$\mu - A2$	59	55	4	0	0	0
$\mu - A1$	190	186	4	0	0	0
$\mu + B1$	197	196	1	0	0	0
$\mu + B2$	72	71	1	0	0	0
$\mu + B3$	9	9	0	0	0	0
$\mu + B4$	0	0	0	0	0	0

TABLA 47: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de BW en función del capacitor C_{p1}

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$5.90E - 08\Omega - 6.42E - 08\Omega$
$\mu - A3$	$6.42E - 08\Omega - 6.95E - 08\Omega$
$\mu - A2$	$6.95E - 08\Omega - 7.47E - 08\Omega$
$\mu - A1$	$7.47E - 08\Omega - 7.99E - 08\Omega$
$\mu + B1$	$7.99E - 08\Omega - 8.51E - 08\Omega$
$\mu + B2$	$8.51E - 08\Omega - 9.04E - 08\Omega$
$\mu + B3$	$9.04E - 08\Omega - 9.56E - 08\Omega$
$\mu + B4$	$9.56E - 08\Omega - 1.01E - 07\Omega$

TABLA 48: Intervalos de distribución para el capacitor C_{p1} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	533
90 %	88.02 %

TABLA 49: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_{p1} .

Ancho de banda del OpAmp 2

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	5	5	0	0	0	0
$\mu - A2$	87	86	1	0	0	0
$\mu - A1$	172	169	3	0	0	0
$\mu + B1$	194	191	3	0	0	0
$\mu + B2$	71	68	3	0	0	0
$\mu + B3$	14	14	0	0	0	0
$\mu + B4$	2	1	1	0	0	0

TABLA 50: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de BW en función del capacitor C_{p2} .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$5.83E - 08\Omega - 6.37E - 08\Omega$
$\mu - A3$	$6.37E - 08\Omega - 6.92E - 08\Omega$
$\mu - A2$	$6.92E - 08\Omega - 7.47E - 08\Omega$
$\mu - A1$	$7.47E - 08\Omega - 8.02E - 08\Omega$
$\mu + B1$	$8.02E - 08\Omega - 8.57E - 08\Omega$
$\mu + B2$	$8.57E - 08\Omega - 9.12E - 08\Omega$
$\mu + B3$	$9.12E - 08\Omega - 9.67E - 08\Omega$
$\mu + B4$	$9.67E - 08\Omega - 1.02E - 07\Omega$

TABLA 51: Intervalos de distribución para el capacitor C_{p2} .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	533
90 %	88.02 %

TABLA 52: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor C_{p2} .

Ancho de banda del OpAmp 3

DISTRIBUCIÓN	INCIDENCIAS	ENROLLAMIENTOS				
		4	3	2	1	0
$\mu - A4$	0	0	0	0	0	0
$\mu - A3$	12	12	0	0	0	0
$\mu - A2$	75	73	2	0	0	0
$\mu - A1$	193	193	0	0	0	0
$\mu + B1$	175	172	3	0	0	0
$\mu + B2$	76	71	5	0	0	0
$\mu + B3$	13	12	1	0	0	0
$\mu + B4$	1	0	1	0	0	0

TABLA 53: Número de enrollamientos por intervalos de distribución de BW en función del capacitor Cp_3 .

DISTRIBUCIÓN	
$\mu - A4$	$5.92E - 08\Omega - 6.45E - 08\Omega$
$\mu - A3$	$6.45E - 08\Omega - 6.97E - 08\Omega$
$\mu - A2$	$6.97E - 08\Omega - 7.50E - 08\Omega$
$\mu - A1$	$7.50E - 08\Omega - 8.03E - 08\Omega$
$\mu + B1$	$8.03E - 08\Omega - 8.56E - 08\Omega$
$\mu + B2$	$8.56E - 08\Omega - 9.09E - 08\Omega$
$\mu + B3$	$9.09E - 08\Omega - 9.61E - 08\Omega$
$\mu + B4$	$9.61E - 08\Omega - 1.01E - 07\Omega$

TABLA 54: Intervalos de distribución para el capacitor Cp_3 .

INTERVALO DE CONFIANZA PARA 4 ENROLLAMIENTOS	
PROPUESTO	RESULTADO
545	533
90 %	88.02 %

TABLA 55: Intervalo de confianza para generar 4 enrollamientos en función del capacitor Cp_3 .

Slew-rate

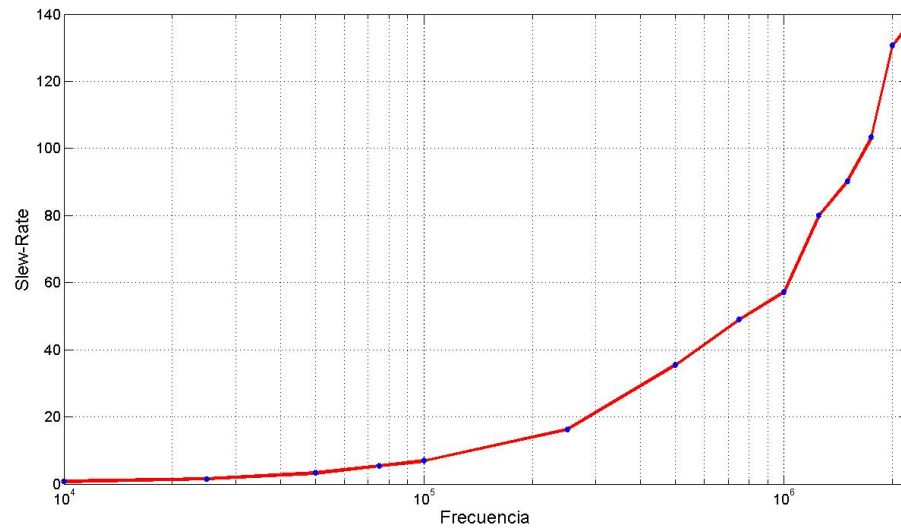


FIGURA 18: *Slew-rate mínimo para diferentes frecuencias del sistema.*

CASO	CARACTERÍSTICA ANALIZADA	PARÁMETRO ANALIZADO	INTERVALO PARA OBTENER 4 ENROLLAMIENTOS	MÁXIMA VARIACIÓN
PASIVOS	RESISTOR	R_x	$8.62E3\Omega < R_x < 1.10E3\Omega$	$R_x = 9.81E3\Omega \pm 12\%$
PASIVOS	RESISTOR	R_y	$5.68E3\Omega < R_y < 32.21E3\Omega$	$R_y = 18.95E3\Omega \pm 70\%$
PASIVOS	RESISTOR	R_z	$4.77E3\Omega < R_z < 51.41E3\Omega$	$R_z = 28.09E3\Omega \pm 83\%$
PASIVOS	CAPACITOR	C_3	$1.88nF < C_3 < 3.31nF$	$C_3 = 2.59nF \pm 28\%$
PASIVOS	CAPACITOR	C_1, C_2, C_3	$1.94nF < C_1 < 2.37nF$	$C_1 = 2.16nF \pm 10\%$
PASIVOS	CAPACITOR	C_1, C_2, C_3	$1.98nF < C_2 < 2.48nF$	$C_2 = 2.23nF \pm 12\%$
PASIVOS	CAPACITOR	C_1, C_2, C_3	$2nF < C_3 < 2.43nF$	$C_3 = 2.22nF \pm 10\%$
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE ENTRADA	R_{i1}	$1.30E8\Omega < R_{i1} < 9.17E8\Omega$	$R_{i1} = 5.23E8\Omega \pm 75\%$
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE ENTRADA	R_{i2}	$2.02E8\Omega < R_{i2} < 1.12E9\Omega$	$R_{i2} = 6.60E8\Omega \pm 69\%$
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE ENTRADA	R_{i3}	$2.35E8\Omega < R_{i3} < 1.02E9\Omega$	$R_{i3} = 6.28E8\Omega \pm 63\%$

TABLA 56: Resultados de implementación del Método de Monte Carlo sobre las variables del sistema.

CASO	CARACTERÍSTICA ANALIZADA	PARÁMETRO ANALIZADO	INTERVALO PARA OBTENER 4 ENROLLAMIENTOS	MÁXIMA VARIACIÓN
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE SALIDA	R_{o1}	$1.30E8\Omega < R_{o1} < 9.17E8\Omega$	$R_{o1} = 5.23E8\Omega \pm 75\%$
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE SALIDA	R_{o2}	$2.02E8\Omega < R_{o2} < 1.12E9\Omega$	$R_{o2} = 6.60E8\Omega \pm 69\%$
ACTIVOS	IMPEDANCIA DE SALIDA	R_{o3}	$2.35E8\Omega < R_{o3} < 1.02E9\Omega$	$R_{o3} = 6.28E8\Omega \pm 63\%$
ACTIVOS	ANCHO DE BANDA	C_{p1}	$61.3nF < C_{p1} < 92.6nF$	$C_{p1} = 76.9nF \pm 20\%$
ACTIVOS	ANCHO DE BANDA	C_{p2}	$64.2nF < C_{p2} < 101nF$	$C_{p2} = 82.4nF \pm 22\%$
ACTIVOS	ANCHO DE BANDA	C_{p3}	$65.5nF < C_{p3} < 96.8nF$	$C_{p3} = 81.1nF \pm 20\%$

TABLA 57: Resultados de implementación del Método de Monte Carlo sobre las variables del sistema.

Participación en congresos

En este apéndice se muestran las evidencias de la participación en los congresos nacionales (3) e internacionales (1). Se participó en el *IV ENCUENTRO NACIONAL DE CIENCIAS Luis Rivera Terrazas 2013*, realizado en Puebla, Pue., México, del 15 al 18 de octubre de 2013; se presentó el poster y la ponencia titulados “Implementación Electrónica del Circuito de Chua Utilizando Convertidor de Impedancias Generalizado”, cuyo artículo fue incluido en las memorias del evento. Se participó en el *Vigésimacuarta Reunión Internacional de Otoño de Comunicaciones, Computación Electrónica, Automatización, Robótica y Exposición Industrial*, realizado en Acapulco, Gro., México, del 10 al 14 de Noviembre de 2013; se presentó la ponencia titulado “Implementación Electrónica del Circuito de Chua Utilizando Convertidor de Impedancias Generalizado”, cuyo artículo fue incluido en las memorias del evento. Además, se presentó el trabajo “Análisis de la sensibilidad en el diseño de osciladores caóticos de múltiples enrollamientos para su realización experimental”, en la modalidad de poster, en el Congreso de Instrumentación SOMI XXIX, realizado en Puerto Vallarta, Jalisco, México, del 29 al 31 de octubre de 2014; el artículo correspondiente se publicó en las memorias en extenso del evento. Finalmente, se participó en el evento internacional *XVI IEEE Autumn Meeting of Power, Electronics and Computer Science ROPEC 2014 INTERNACIONAL*, realizado en Ixtapa, México, del 5 al 7 de noviembre

de 2014, en la modalidad de ponencia y se incluyó el artículo arbitrado en las memorias del evento.

**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA**

Maestría en Ingeniería Electrónica con Opción en Instrumentación Electrónica

4° Encuentro LRT

**IMPLEMENTACIÓN ELECTRÓNICA DEL CIRCUITO DE CHUA UTILIZANDO
CONVERTIDOR DE IMPEDANCIAS GENERALIZADO**

Presenta:

Facultad de Ciencias
de la Electrónica

Jesús García Aguila

Jesús Manuel Muñoz Pacheco

Olga Guadalupe Félix Beltrán

Octubre 2013

EL 13
PON 61

IMPLEMENTACIÓN ELECTRÓNICA DEL CIRCUITO DE CHUA UTILIZANDO CONVERTIDOR DE IMPEDANCIAS GENERALIZADO

Lic. Jesús García Águila, J. M. Muñoz Pacheco, O. Félix Beltrán, L. C. Gómez Pavón, A. Luis Ramos

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Apartado Postal 1152, 72000, Puebla, Puebla, México.
E-mail: jesgaar@ece.buap.mx

Resumen- El propósito de este artículo es la implementación del circuito de Chua, un sistema caótico, utilizando dispositivos electrónicos (OpAms). Específicamente se diseñan un convertidor de impedancias generalizado (GIC) y un resistor no lineal negativo. Se presentan las simulaciones numéricas de los modelos así como las pruebas experimentales mostrando las diferentes dinámicas, las cuales confirman la utilidad del diseño electrónico que se presenta. Palabras clave o descriptores: Caos, Circuito de Chua, Amplificadores Operacionales.

Palabras clave—Caos, Circuito de Chua

PAC'S 05.45.-a, 05.45.Ac., 05.45.Gg

I. INTRODUCCIÓN

El caos es un fenómeno presente en sistemas dinámicos no lineales en el que un sistema determinista exhibe un comportamiento aperiódico que depende sensiblemente de las condiciones iniciales, haciendo imposible la predicción a largo plazo [1].

De acuerdo a P. A. Cook [2], los tres identificadores del caos son los siguientes:

- Caos es un sistema determinista, esto es, la evolución actual es consecuencia del estado previo del sistema.
- Un sistema que es sensible a las condiciones iniciales.
- Comportamiento aperiódico a largo término significa que las trayectorias no tienden a un punto fijo, órbitas periódicas u órbitas cuasi-periódicas conforme el tiempo tiende a infinito.

En este trabajo se estudia el circuito de Chua y este se diseña y construye utilizando Amplificadores Operacionales de Voltaje (OpAms) [3-4]. Se realizan simulaciones numéricas de los modelos del sistema caótico, así como pruebas experimentales para mostrar las diferentes dinámicas desde un enfoque de circuitos

ROC&C'2013 / EL 13 PONENCIA RECOMENDADA
POR EL **COMITE DE ELECTRONICA DEL**
IEEE SECCION MEXICO Y PRESENTADA EN LA
REUNION INTERNACIONAL DE OTOÑO, ROC&C'2013.
ACAPULCO, GRO., DEL 10 AL 14 DE NOVIEMBRE DEL 2013.

II. MARCO TEORICO

El circuito de Chua se forma por cuatro elementos pasivos y un elemento definido como resistor no-lineal (N_R) como se muestra en la Figura 1. En este trabajo, el circuito de Chua se diseña con una técnica denominada *sin inductores*. Para este propósito, se utiliza un convertidor de impedancias generalizado (GIC).

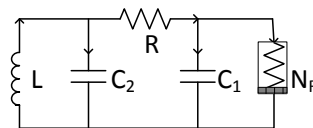


Figura 1. Circuito de Chua.

La configuración de un GIC, dado en la Figura 2, es una red activa de dos puertos usada para desarrollar varias relaciones de impedancias activas del tipo inductivas (L) o capacitivas (C).

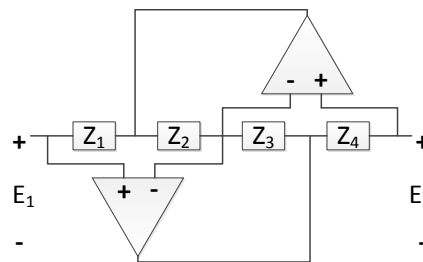


Figura 2. Convertidor de Impedancia Generalizada (GIC).

Para los puertos de entrada y salida (red de dos puertos) del GIC, el modelo matemático es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(s) & 0 \\ 0 & F_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$F_2(s) = \frac{Z_4 Z_2}{Z_3 Z_1} = F(s), \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & F(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$



OTORGA EL PRESENTE

RECONOCIMIENTO

A

J. García Aguila, J.M. Muñoz-Pacheco, O. Félix-Beltrán, L.C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos

POR SU AMABILISIMA PARTICIPACION EN LA:

**Vigésimacuarta Reunión Internacional de Otoño
de Comunicaciones, Computación,
Electrónica, Automatización, Robótica
y Exposición Industrial**

**LA CONFLUENCIA DE LAS TECNOLOGIAS EN
COMPUTACION REDES INTELIGENTES**

CON LA PONENCIA:

**IMPLEMENTACION ELECTRONICA DEL CIRCUITO
DE CHUA UTILIZANDO CONVERTIDOR
DE IMPEDANCIAS GENERALIZADO**



ING. JUAN BAUTISTA FLORES
PRESIDENTE

IEEE SECCION MEXICO

10 al 14 de Noviembre del 2013, Acapulco, Gro.



 **CCADET**
CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

SOMIXXIX
CONGRESO DE INSTRUMENTACIÓN
Puerto Vallarta, Jalisco, México, del 29 al 31 de octubre del 2014

 **SOMI**

 **UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA**
Centro Universitario de La Costa

La Sociedad Mexicana de Instrumentación, el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la Universidad Nacional Autónoma de México y la Universidad de Guadalajara, a través del Centro Universitario de la Costa

Otorgan la presente

CONSTANCIA

a: Jesús García Aguila, Jesús Manuel Muñoz Pacheco, Olga Guadalupe Félix Beltrán,
Luz del Carmen Gómez Pavón, Arnulfo Luis Ramos

por haber presentado su trabajo

Análisis de la sensibilidad en el diseño de osciladores caóticos de múltiples enrollamientos para su realización experimental

Puerto Vallarta, Jalisco, México. 31 de octubre del 2014

Por el Comité Organizador


M. Genardo A. Ruiz Botello


Dr. Jorge I. Chavoya Gama





Análisis de la sensibilidad en el diseño de osciladores caóticos de múltiples enrollamientos para su realización experimental

J. García-Aguila, J. M. Muñoz-Pacheco, O. G. Félix-Beltrán, L. C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos

Fac. de Cs. de la Electrónica, BUAP, Puebla, Pue. 72570, México.



En este trabajo se presenta el diseño electrónico de un generador caótico de n -enrollamientos en una dirección (1-D). Se presenta el modelo dinámico en variables de estado considerando una función saturada PWL representada por el modelo de ganancia finita del OpAmp, se presenta la síntesis de diseño y este se somete a un análisis de sensibilidad de los parámetros usando el Método Monte Carlo. Se presentan las simulaciones aplicando dicho método sobre diferentes componentes del circuito para comprobar su correcta funcionalidad. Se usa la herramienta de simulación T-Spice Circuit Simulator v14.11.

Introducción

El caos es un fenómeno presente en sistemas dinámicos no lineales que presenta sensibilidad extrema a condiciones iniciales. Este se refiere a un tipo de comportamiento complejo que posee características especiales tales como [1]-[6]:

- Sistema determinista.
- Sensible a condiciones iniciales.
- Un exponente de Lyapunov positivo.
- Comportamiento aperiódico.

En este trabajo se presenta: (1) el diseño electrónico de un generador caótico de n -enrollamientos en una dirección (1-D); (2) el modelo dinámico en variables de estado considerando una función saturada PWL; (3) la síntesis de diseño y este se somete a un análisis de sus parámetros usando el método Monte Carlo [7]-[8]; (4) las simulaciones realizando aplicando dicho método sobre diferentes circuitos para comprobar su correcta funcionalidad usa la herramienta de simulación T-Spice simulator [9].

Diseño

El sistema dinámico en el espacio de estados del sistema caótico considerado es:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = z, \\ \dot{z} = -ax - by - cz + d_1 f(x). \end{cases} \quad (1)$$

Los modelos PWL con Amplificadores Operacionales se pueden caracterizar por circuitos saturados. Esto conduce a la representación para el amplificador operacional dada por:

$$V_o = \frac{Av}{2} \left(|v_i + \frac{V_{sat}}{Av}| - |v_i - \frac{V_{sat}}{Av}| \right). \quad (2)$$

La respuesta en DC se muestra en la Fig. 1[a], este es el modelo de ganancia finita del amplificador operacional.

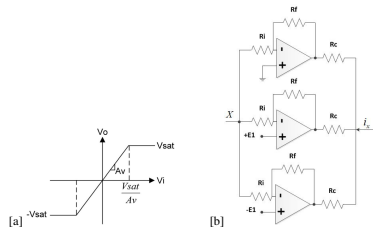


Figura 1: [a] Modelo de ganancia finita para OpAmps, y [b] Estructura para sintetizar la serie por corriente de funciones saturadas.

Una función saturada de voltaje o su equivalente, así como una función saturada de corriente se describen por

$$SFS(v) = F_s(v) + \sum_{i=1}^N F_s(v - E_i) + \sum_{i=1}^N F_s(v + E_i), \quad SFS(i) = \frac{SFS(v)}{R}. \quad (3)$$

Por lo tanto se propone una conexión general mostrada en la Fig. 1[b] para sintetizar las funciones saturadas de corriente, ec. (3).

Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlos se utiliza en circuitos electrónicos para proporcionar la siguiente información: i) sensibilidad, ii) análisis del peor caso, iii) análisis de tolerancia. Para fines de este trabajo se hará uso del método de Monte Carlo para hacer un análisis de un Oscilador Caótico de 4 enrollamientos con una distribución Gaussiana. El resultado de la síntesis utilizando amplificadores operacionales es mostrado en la Fig. 2, el cual representa por medio de circuitos analógicos al sistema caótico de la ec. (1).

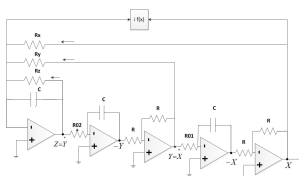


Figura 2: Generador de caos de múltiples enrollamientos usando OpAmps.

Resultados

Los intervalos propuestos para el uso del método de Monte Carlo con Tanner T-Spice son

$$0.64 < a < 0.79, 0.24 < b < 0.91, 0.14 < c < 0.95.$$

Los parámetros a, b y c van a tomar valores aleatorios y el periodo de simulación será de 40ms con un muestreo de 1ms.

Se propone

$$V_{sat} = \pm 6.4V; R_{Tz} = 10k\Omega; K = 1; R_t = 1k\Omega; R_f = 1M\Omega.$$

Utilizando el factor de escalamiento obtenemos los resultados que se muestran en el Cuadro 1.

Parámetro estadístico	$a = 0.725 \pm 0.010(0.01)$	$b = 0.530 \pm 0.007(0.01)$	$c = 0.545 \pm 0.010(0.01)$
Máximo	8.6218 kV	5.7150 kV	4.7471 kV
Mínimo	-10.9069 kV	-5.7093 kV	-5.1441 kV
Mediana	9.6435 kV	18.009 kV	26.256 kV
Modo	9.523 kV	17.728 kV	25.957 kV
Desviación promedio	2.811 kV	2.819 kV	4.983 kV
Desviación	100.78 kV	15.792 kV	39.013 kV
Desviación estándar	319.013	396.81	629.11

Cuadro 1: Valores estadísticos para tres diferentes casos; cada columna muestra los resultados en el caso en que se considera el intervalo del parámetro mostrado en el tope de la columna.

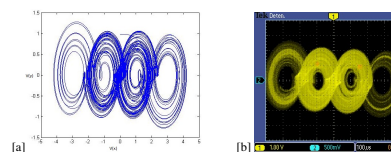


Figura 3: [a] Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_x=9.4k\Omega$, en plano de fase, [b] Resultado de implementación con $R_x=9.4k\Omega$, en plano de fase.

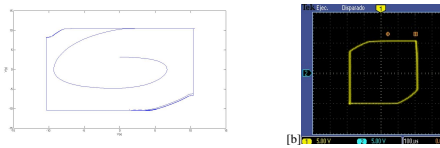


Figura 4: [a] Resultado de simulación para Monte Carlo con $R_f = 32.187k\Omega$, en plano de fase, y [b] resultado de implementación con $R_f = 32.1k\Omega$, en plano de fase.

Conclusiones

Se han establecido las bases de los sistemas dinámicos con comportamiento caótico. Se utilizó el modelo de ganancia finita del amplificador operacional para emular el comportamiento de una función saturada de voltaje. En consecuencia y tomando como base esta celda básica se estableció un sistema general de conexión para la generación de series de funciones saturadas tanto en modo voltaje como en modo corriente. Se establecieron los conceptos del método de Monte Carlo por estimación que es el empleado en este trabajo de tesis. Se presentan resultados de simulación aplicando el método de Monte Carlo del sistema caótico sintetizado con amplificadores operacionales. Estas simulaciones han sido realizadas por medio del software Tanner T-Spice.

Referencias

- [1] P. Collet y P. Eckmann. *Concepts and Results in Chaotic Dynamics: A Short Course*. Ed. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania (2006).
- [2] J. M. Muñoz-Pacheco y E. Toledo-Castaño. *Elemental design synthesis of multi-winding chaotic generators*. Puebla, UPA, Instituto Superior Politécnico (2010).
- [3] J. M. Muñoz-Pacheco, E. Toledo-Castaño, R. Tejeda-González y C. Cruz-Hernández. *Synchronization of a 2D multi-chaotic system synthesized from high-level behavioral modeling*. IEEE Proceedings of International Conference on Electronic Circuits and Systems, ISBN: 978-1-5244-9565-5 (2018).
- [4] M. Torres Mayoral-Ruiz, J. M. Muñoz-Pacheco y O. G. Félix-Beltrán. *Análisis de la sincronización de osciladores caóticos considerando incertidumbres*. Tesis de Maestría, ICEBUAP (2014).
- [5] J. M. Muñoz-Pacheco, E. Toledo-Castaño, R. Tejeda-González y C. Cruz-Hernández. *Synchronization of a 2D multi-chaotic system synthesized from high-level behavioral modeling*. IEEE Proceedings of International Conference on Electronic Circuits and Systems, ISBN: 978-1-5244-9565-5 (2018).
- [6] P. Gluskis y G. H. Green. *An Introduction to Statistical Computing*. CRC, Wiley-VCH ISBN: 978-1-118-33772-9 (2014).
- [7] J. C. Hamaker. Member, IEEE, John W. Pomeroy. Member, IEEE, Stanislaw P. Legowski. Senior Member, IEEE, and Francis M. Long. Life Senior Member, IEEE. *Using Monte Carlo Simulations to Simulate Electronic Design in Suboptimization*. IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRONIC DESIGN, Vol. 42, No. 1 (1999).
- [8] R. F. Dzielinski. *Monte Carlo analysis of system reliability*. IEEE Trans. Educ., Vol. 20, pp. 181 (1977).
- [9] J. Bogness y K. Van de Brunt. *T-Spice 14 User Guide*. Copyright 2002-2005, Intel Corporation.

*SOMI XXIX Congreso de Instrumentación
Puerto Vallarta, Jalisco, México del 29-31 de octubre, 2014*

Análisis de la sensibilidad en el diseño de osciladores caóticos de múltiples enrollamientos para su realización experimental

J. García-Águila, J. M. Muñoz-Pacheco, O. G. Félix-Beltrán, L. C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos

Facultad de Ciencias de la Electrónica
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
San Claudio y 18 Sur, Edif. 109A-CU, San Manuel, Puebla, México
jesgaar@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo se presenta el diseño electrónico de un generador caótico de n -enrollamientos en una dirección (1-D). Se presenta el modelo dinámico en variables de estado considerando una función saturada lineal a trozos, PWL, así como la síntesis de diseño a partir de la cual se obtiene un circuito electrónico basado en amplificadores operacionales. Este circuito es analizado usando el método Monte Carlo embebido en la herramienta de simulación T-SPICE v14.11. Así, se presentan las simulaciones aplicando dicho método considerando diferentes condiciones sobre el espacio de parámetros del circuito para comprobar su correcta funcionalidad.

PALABRAS CLAVE: Caos, T-SPICE, método Monte Carlo.

1 INTRODUCCIÓN

El fenómeno no lineal más estudiado es el comportamiento complejo aleatorio, un fenómeno muy interesante que se produce en campos que van desde la astronomía a la biología y puede ser clasificado como un tipo de sistema dinámico complejo [1]. Las características especiales que posee son la extrema sensibilidad a pequeñas variaciones extremadamente en sus condiciones iniciales, un conjunto denso de órbitas periódicas, siendo transitivo, y un exponente de Lyapunov positivo [1]. La sensibilidad a las condiciones iniciales es la propiedad para cerrar arbitrariamente las condiciones iniciales para dar lugar a órbitas que están eventualmente separadas por una cantidad finita. En los últimos años los sistemas caóticos se han abordado como posible solución a algunas aplicaciones en diversas áreas [2-6]; por ejemplo, una técnica de navegación de robots en tiempo real que utilizan un sistema caótico para su control [5], uso de un mezclador líquido con base en n -pergamino, cada uno un sistemas caóticos, es espectacular [6].

Sin embargo, la empresa aeroespacial está investigando la forma de aprovechar los efectos de las señales caóticas y aplicarlos a los sistemas de comunicaciones para aplicaciones militares, algunos de los temas más urgentes implican la privacidad y la seguridad de las señales de comunicaciones de procesamiento.

En este trabajo se presenta el diseño electrónico y análisis de un generador caótico de n -enrollamientos en una dirección (1-D), específicamente con a lo más cuatro enrollamientos. Se presenta el modelo dinámico en variables de estado considerando una función saturada lineal a trozos (PWL) y se



IEEE

Advancing Technology for Humanity
CENTRO OCCIDENTE SECTION

**THE ORGANIZING COMMITTEE OF THE
2014 IEEE AUTUMN MEETING ON POWER, ELECTRONICS
AND COMPUTING**

ROPEC 2014

GRANTS THIS

CERTIFICATE

TO

*J. García-Aguila, J.M. Muñoz-Pacheco, O. Félix-
Beltrán, L.C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos.*

for the presentation of the paper


**Sensitivity Analysis of Multi-Scroll Chaotic Oscillators at
Circuit Level**




Lic. Alfonso Miguel Cruz
DIRECTOR
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE LA COSTA GRANDE



Dr. Juan Anzures Marín
GENERAL CHAIR
ROPEC 2014



IEEE
SECCION
CENTRO
OCCIDENTE



Dr. Jaime Cerda Jacobo
CHAIR
IEEE CENTRO OCCIDENTE SECTION

Ixtapa, Zihuatanejo, México; November 5 - 7, 2014

THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, INC.

Sensitivity Analysis of Multi-Scroll Chaotic Oscillators at Circuit Level

J. García-Aguila, J.M. Muñoz-Pacheco*, O. Félix-Beltrán, L.C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos

Facultad de Ciencias de la Electrónica,

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, MEXICO

*Email: jesusm.pacheco@correo.buap.mx

Abstract—In this paper a sensitivity analysis in the electronic design of a chaos generator with n -scrolls in one direction (1-D) is reported. The chaotic oscillator is modeled by using state variables and a piecewise linear function. From this model, a circuit synthesis is carried out to get an electronic circuit based on voltage operational amplifiers. This circuit is analyzed by applying the Monte Carlo method embedded in the T-Spice simulator. Two cases are studied, the first one is related with the sensitivity of the number of scrolls in the chaotic oscillator as a function of the variations in the passive elements. Later, a non ideal macro-model is introduced to analyze the impact of the second order effects of the operational amplifiers against the number of scrolls. Several Spice simulations are given to demonstrate the usefulness of this approach.

Keywords: *Chaos, Monte Carlo, Spice, Piecewise Linear, Oscillator.*

I. INTRODUCTION

Nowadays, one of the most studied phenomenon is chaos into the nonlinear dynamical systems. This kind of systems are well known as chaotic systems, which are mainly characterized by its behavior complex and like-random. This interesting phenomenon can occurs in fields ranging from astronomy to biology and can be classified as a type of complex systems [1]-[8]. Particularly, those systems have special features such as being extremely sensitive to small variations of its parameter and initial conditions; a dense set of periodic orbits; being transitive, and at least one positive Lyapunov exponent [1].

The sensitivity to initial conditions and parameters is the property for arbitrarily close initial solutions to result in orbits that are exponentially separated by a finite amount. A small change in its initial state and parameters values can lead to different behavior radically in its final state. Based in this property, in last years, the chaotic systems have been addressed as a possible solution for some engineering applications [6]-[8]. An example of this is a robot navigation technique using a chaotic system capable of monitoring simultaneously, in computer sciences, three-random number generators have been developed which are very irregular and unpredictable [6]. Lately, the effects of chaotic signals are applied to communication systems for military applications, some of the most pressing issues involving the privacy and security of signal processing [2]-[12].

In literature, there are several approximations to design chaotic oscillators, however those are custom-made designs. This means that a particular circuit was tuned for a specific application. Nevertheless, a slight modification of its design specifications have important repercussions such as multiple re-design cycles or to lose the chaotic regime. To the best of our knowledge, there has not reported an analysis about the

dynamical behavior of a chaotic circuit as a function of the perturbations of passive elements and active devices at circuit level yet.

Therefore, in this paper a sensitivity analysis for the electronic design of a chaos generator of 4-scrolls in one direction (1-D) is reported. The dynamical model of the chaotic oscillator is represented by state variables and considering a saturated function. An operational amplifier (OpAmp)-based chaotic oscillator of 4-scrolls is used to carry out the proposed analysis. The main idea is to vary certain parameters between a range for getting the more sensitivity parts of the electronic circuit as the chaotic behavior generates 4, 3, or 2 scrolls. This means that if the chaotic attractor shows 4-scrolls in the phase space at system level, one can get only three or less scrolls, even to lose completely the chaotic behavior at circuit level. The study is divided in two cases searching to determine the interval where the chaotic behavior remains unaltered under variations of the passive elements (resistors), and the non-ideal effects of the OpAmps (a finite bandwidth with different cutoff frequencies). Monte Carlo method, which is embedded into the T-SPICE circuit simulator, is used herein to perform an statistical analysis of the aforementioned cases.

The paper is organized as follows. The design of the chaotic oscillator with 4-scrolls based on OpAmps is introduced in section II. Sensitivity analysis by considering variations in passive elements is reported in section III. Similarly, sensitivity analysis by taken into account the nonlinear effects of the OpAmps is shown in section IV. Finally, conclusions are given in section V.

II. ELECTRONIC DESIGN OF A MULTI-SCROLL CHAOS GENERATOR

The behavioral model of a chaotic system can be written in terms of a state-variable equations system [2]. In this context, the chaotic system is given as follows:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + d_1 f(x; k, h, p, q),\end{aligned}\quad (1)$$

which generates a chaotic attractor with multiple scrolls, (x, y, z) are the state variables, $PA = (a, b, c, d_1)$ are the system parameters whose value must be in the interval $I = \{PA, PA \in \mathbb{R} : 0 < PA < 1\}$ to generate chaos, and $f(x)$ is a nonlinear function. Fig. 1 shows the nonlinear function graphically. This is composed by four saturated segments and three slopes. So that, it is known as a piecewise linear (PWL)

Bibliografía

- [1] P. Collet y J. P. Eckmann, *Concepts and Results in Chaotic Dynamics: A Short Course*, Ed. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania (2006).
- [2] J.M. Muñoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, *Electronic design automation of multi-scroll chaos generators*, Dubai, UEA: Bentham Sciences Publishers (2010).
- [3] H. Ren y D. Liu, Nonlinear Feedback Control of Chaos in Permanent Magnet Synchronous Motor, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, Vol. 53, No. 1, pp. 45-50 (2006).
- [4] T. L. Carroll y L. Pecora, Synchronizing chaotic circuits, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, Vol. 38, No. 4, pp. 453-456 (1991).
- [5] Van der Pol, B., On relaxation-oscillations, *The London, Edinburgh and Dublin Phil. Mag. & J. of Sci.*, 2(7), 978-992 (1927).
- [6] Andronov, A. A Theory of bifurcations of dynamic systems on a plane, Wiley, New York ISBN 0470031948 (1973).
- [7] Littlewood, John E, Some problems in real and complex analysis, D. C. Heath Lexington, Mass (1968).
- [8] Hirsch, Morris W, Smale, Stephen Differential equations, dynamical systems, and linear algebra, Academic Press New York, ISBN 0123495504 (1974).

-
- [9] J.M. Munoz-Pacheco and E. Tlelo-Cuautle, *Electronic Design Automation of Multi-Scroll Chaos Generators*, 1st ed., Bentham Science Publishers: United Arab Emirates, 2010.
- [10] J.M. Munoz-Pacheco, E. Zambrano-Serrano, O. Félix-Beltrán, L.C. Gómez-Pavón, A. Luis-Ramos; “Synchronization of PWL function-based 2D and 3D multi-scroll chaotic systems”, *Nonlinear Dyn*, vol. 70, no. 2, pp. 1633-1643, 2012.
- [11] J.M. Munoz-Pacheco, W. Campos-López, E. Tlelo-Cuautle, C. Sánchez-López, “OpAmp-, CFOA- and OTA- Based configurations to design multi-scroll chaotic oscillators,” *Trends in Applied Sciences Research*, vol. 7, no. 2, pp. 168-174, 2012.
- [12] C. Li and J.C. Sprott, “Amplitude control approach for chaotic signals,” *Nonlinear Dyn*, vol. 73, pp. 1335–1341, 2013.
- [13] Q. Wang, “Forward and adjoint sensitivity computation of chaotic dynamical systems,” *Journal of Computational Physics*, vol. 235, pp. 1-13, 2013.
- [14] C. Sánchez-López, J.M. Munoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, V.H. Carbajal-Gómez, “On the trade-off between the number of scrolls and the operating frequency of the chaotic attractors,” *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'11)*, pp. 2950-2953, Brazil, 2011.
- [15] C.-J. Cheng, “Robust synchronization of uncertain unified chaotic systems subject to noise and its application to secure communication,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, pp. 2698-2712, 2012.
- [16] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: with Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Westview Press (2001).

-
- [17] E. N. Lorenz, Deterministic nonperiodic flow, *Atm. sc*, Vol 20, pp. 130-141 (1963).
- [18] Ernesto Zambrano-Serrano; Sincronización de sistemas caóticos de múltiples enrollamientos en múltiples direcciones; Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; 2012.
- [19] M. J. Feigenbaum, The Universal Metric Properties of Nonlinear Transformations, *Jou. Stat. Phys.* 21, 669-706, (1979).
- [20] V. S. Anishchenko, V. Astakhov, A. Neiman, T. Vadivasova y L. Schimansky-Geier, *Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems: Tutorial and Modern Developments*, Ed. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania (2007).
- [21] E. Ott, *Chaos in Dynamical systems*, Cambridge University Press (1994).
- [22] L. O. Chua, *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*, Prentice Hall (1975).
- [23] D. Leenaerts y W. M. G. Van Bokhoven, *Piecewise Linear Modeling and Analysis*, Ed. Springer, Dordrecht (1998).
- [24] W. K. Chen, J. Vandewalle y L. Vandenberghe, *Piecewise-linear circuits and piecewise linear analysis: Circuits and Filters Handbook*, CRC Press/IEEE Press (1995).
- [25] K. Ogata, *Sistemas de control en ingeniería*. Prentice Hall Hispanoamericana, segunda edición. (1998)
- [26] P. A. Cook, *Nonlinear Dynamical Systems*, Prentice Hall; (1994).
- [27] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Ed. Prentice Hall; (2001).

-
- [28] L.G. Birta y G. Arbez, *Modelling and Simulation: Exploring Dynamic System Behaviour*, Ed. Springer-Verlag (2007).
- [29] F. C. Hoppensteadt, *Analysis and Simulation of Chaotic Systems*, Ed. Springer-Verlag (2000).
- [30] T. S. Parker y L. O. Chua, *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*, Ed. Springer- Verlag (1992).
- [31] V. S. Anishchenko, *Dynamical Chaos – Models and Experiments*, World scientific series on nonlinear science, Serie. A, Vol 8 (1995).
- [32] G .M. Mahmoud, E. E. Mahmoud, A. A. Farghaly y S. A. Aly, *Chaotic synchronization of two complex nonlinear oscillators*, *Chaos Solitons and Fractals*, Vol. 42, pp, 2858-2864 (2009).
- [33] C. P. Silva, Shilnikov's theorem, A Tutorial IEEE, *Trans. Circuits Syst. I*, Vol 40, pp. 675-682 (1993).
- [34] R. Trejo-Guerra, E. Tlelo-Cuautle, C. Cruz-Hernández y C. Sánchez-López, *Chaotic Communication System using Chua's Oscillators realized with CCII+s*; *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol 19, No 12, pp, 4217-4226, (2009).
- [35] A. Zhu y H. Leung, *Cooperation Random Mobile Robots Based on Chaos Synchronization*, *IEEE Proceedings of international conference on mechatronics*, ISBN: 1-4244-1183-1 (2007).
- [36] J. M. Muñoz-Pacheco y E. Tlelo-Cuautle, *Automatic synthesis of 2D-n-scrolls chaotic systems by behavioral modeling*, *Journal of Applied Research and Technology*, Vol. 7, No. 1, pp. 5-14 (2009).

-
- [37] K. Song-Ju y K. Umeno, *Chaos-based communication systems using on-line ICA algorithm*, IEICE Electronics Express, Vol. 5, No. 14, pp. 510-515 (2008).
- [38] Hamann, J.C., et. al. *Using Monte Carlo simulations to introduce tolerance design to undergraduates*, IEEE Transactions on Education, vol. 42, no. 1, pp. 1-7, 1999.
- [39] R. Schreier, *Destabilizing limit cycles in delta-sigma modulators with chaos*, IEEE International symposium on circuits and systems, Vol. 2, pp. 1369-1372 (1993).
- [40] Z. Zhang, *Chaotic motion generation with applications to liquid mixing*, IEEE Circuit Theory and Design. Proceedings of the European Conference on, Vol. 1, pp 225-228 (2005).
- [41] I. Tsuda, *Hypotheses on the functional roles of chaotic transitory dynamics*, Chaos, vol. 19, no. 1, (2009).
- [42] F. Dachselt y W. Schwarz, *Chaos and Cryptography*, IEEE Transactions on circuits and systems I, Vol. 48, No. 12, pp. 1498-1509 (2001).
- [43] Y. Jiin-Po y W. Kun-Lin, *A simple method to synchronize chaotic systems and its application to secure communications*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 47, pp. 894-902 (2008).
- [44] J. M. Grzybowski, M. Rafikov y J. M. Balthazar, *Synchronization of the unified chaotic system and application in secure communication*, Communications in nonlinear science and numerical simulation, Vol. 14, No. 6, pp. 2793-2806 (2009).

-
- [45] C. Posadas-Castillo, C. Cruz-Hernandez y D. Lopez-Mancilla, Synchronization of Chaotic Neuronal Network: A Generalized Hamiltonian Systems Approach Studies in Fuzziness and Soft Computing, Ed. Springer-Verlag, Berlin Heridelberg (2007)
- [46] George D. Birkhoff, Proc Natl Acad Sci USA; Matter, Electricity and Gravitation in Flat Space Time, 29(08), pag 231-239 (1943).
- [47] A. N. Kolmogorov, A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number Journal of Fluid Mechanics , vol 13 : pp 82-85 (1962).
- [48] H. Sira-Ramirez y C. Cruz-Hernández, *Synchronization of Chaotic Systems: A Generalized Hamiltonian Systems Approach*, Int Jou of Bif and Chaos, Vol. 11, No. 5, pp. 1381-1395 (2001).
- [49] A. Pikovsky, M. Rosenblum y J. Kurths, *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*, Cambridge University Press (2008).
- [50] J. Lu y G. Chen, *Generating multiscroll chaotic attractors: theories, methods and applications*, International journal of bifurcation and Chaos, Vol. 16, No. 4, pp. 775-858 (2006).
- [51] C. Sánchez-López, J. M. Muñoz-Pacheco, V. H. Carbajal-Gómez R. Trejo-Guerra, C. Ramírez-Soto, O. S. Echeverria-Solis y E. Tlelo-Cuautle, *Design and Applications of Continuous-Time Chaos Generators*, Chaotic systems, Ed. Intech, pp. 1-28, February (2011).
- [52] P. Sooraksa y K. Klomkarn *No-CPU chaotic robot robot: from classroom to commerce* , IEEE circuits and systems magazine, Vol. 10, No. 1, pp. 46-53 (2010).

- [53] Z. Elhadj, J. C. Sprott, *Some Open Problems in Chaos Theory and Dynamics*, Int. J. Open Problems Compt. Math., Vol. 4, No. 2, June (2011).
- [54] J. M. Muñoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, R. Trejo-Guerra y C. Cruz-Hernández, *Synchronization of n-Scrolls chaotic systems synthesized from high-level behavioral modeling*, IEEE Proceedings of International Caribbean Conference on Devices Circuits and Systems, ISBN: 978-1-4244-1956-2 (2008).
- [55] Y. Wua, X. Zhou, J. Chen y B. Hui, *Chaos synchronization of a new 3D chaotic system*, Chaos Solitons and Fractals, vol 42, pp, 1812-1819 (2009).
- [56] R. C. Hilborn, *Chaos and nonlinear dynamics : an introduction for scientists and engineers*, Ed. Oxford, New York : Oxford University Press, (2000).
- [57] R. Trejo-Guerra, E. Tlelo-Cuautle, J.M. Muñoz-Pacheco, C. Sánchez-López, “Frequency limitations from the circuit realization of saw-tooth based multiscroll oscillators”, 3rd International Workshop on Nonlinear Dynamics and Synchronization (INDS), pp. 1-6, Klagenfurt, Austria, July 25-27, 2011.
- [58] C. Sánchez-López, J.M. Muñoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, V.H. Carbajal-Gómez, R. Trejo-Guerra, “On the trade-off between the number of scrolls and the operating frequency of the chaotic attractors”, IEEE ISCAS, pp. 2950-2953, Rio de Janeiro, Brazil, May 15-18, 2011.
- [59] Datasheet “TL08xx JFET-Input Operational Amplifiers Texas Instruments”, Post Office Box 655303, Dallas, Texas 75265 Copyright © 2014