



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

**CONSIDERACIÓN DE LA REALIDAD EN PROBLEMAS  
VERBALES MATEMÁTICOS CON ESTUDIANTES DE SEGUNDO  
GRADO DE SECUNDARIA**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS**

**PRESENTA**

**KAROL MAYRENI MARTÍNEZ MELÉNDEZ**

**DIRECTOR DE TESIS**

**DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ**

**PUEBLA, PUE.**

**OCTUBRE, 2023**

## **Agradecimientos**

A Juana Meléndez López, mi mamá, gracias por apoyarme siempre y estar conmigo en cada día de mi existencia. Eres el pilar fundamental en mi vida, sin tu ayuda y comprensión, esta meta no se hubiera logrado. A mi tía Ofelia Meléndez López, por apoyarme y quererme tanto. Por haberle brindado los estudios universitarios a mi mamá, hoy somos lo que somos gracias a ti. A mi hermana Brenda Maleny, mi compañera de aventuras, gracias por estar disponible a todas horas, por tus regaños y consejos. A Ismael Cheng Meléndez, más que un padrino o primo, eres mi papá, gracias por tus consejos, por apoyarme y darme tu ayuda. A Jonathan Martínez Hernández, por apoyarme, darme ánimos y motivarme a cumplir mis sueños. A las amistades que durante el periodo en la Facultad hicieron más amena la estadía.

En particular, le agradezco al Dr. José Antonio Juárez López, por haberme aceptado como su asesorada, por la paciencia que me tuvo. Este trabajo de investigación no hubiera sido posible realizarse sin sus consejos, motivaciones, tiempo y enseñanzas. Muchas gracias.

Al Mtro. Ever José Pacheco Muñoz, por haber fungido como mi asesor metodológico en este estudio, los consejos y la paciencia.

A la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar, al Mtro. David Morante Rodríguez y la Mtra. Adriana Toxtle Cólótl, por formar parte del jurado y disponer de su tiempo para revisar este trabajo.

# Índice

<b>Introducción</b>	1
<b>Capítulo 1. Antecedentes</b>	3
<b>Capítulo 2. Planteamiento del problema</b>	11
<b>2.1. Objetivos de la investigación</b>	11
<i>2.1.1. Objetivo general</i>	11
<i>2.1.2. Objetivo particular</i>	11
<b>2.2. Preguntas de la investigación</b>	12
<b>2.3. Justificación</b>	12
<b>Capítulo 3. Marco teórico</b>	14
<b>3.1. La noción y concepción de realismo y problema verbal</b>	14
<b>3.2. Clasificación de respuestas</b>	15
<b>Capítulo 4. Método</b>	20
<b>4.1. Participantes</b>	20
<b>4.2. Instrumentos de recolección de datos</b>	20
<i>4.2.1. Problemas verbales</i>	20
<i>4.2.2. Cuestionario</i>	23
<b>Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados</b>	27
<b>5.1. Primera etapa</b>	27
<i>5.1.3. Problema 3</i>	32
<i>5.1.4. Problema 4</i>	34
<i>5.1.5. Problema 5</i>	36
<i>5.1.6. Problema 6</i>	37
<i>5.1.7. Problema 7</i>	39
<i>5.1.8. Problema 8</i>	42
<i>5.1.9. Problema 9</i>	44
<i>5.1.10. Problema 10</i>	46
<i>5.1.11. Problema 11</i>	47
<i>5.1.12. Problema 12</i>	49
<i>5.1.13. Discusiones etapa uno</i>	51
<b>5.2. Segunda etapa</b>	54

<i>5.2.1. Pregunta 1</i>	55
<i>5.2.2. Pregunta 2</i>	57
<i>5.2.3. Pregunta 3</i>	59
<i>5.2.4. Pregunta 4</i>	61
<i>5.2.5. Pregunta 5</i>	63
<i>5.2.6. Pregunta 6</i>	65
<i>5.2.7. Pregunta 7</i>	67
<i>5.2.8. Pregunta 8</i>	68
<i>5.2.9. Pregunta 9</i>	70
<i>5.2.10. Pregunta 10</i>	72
<i>5.2.11. Pregunta 11</i>	73
<i>5.2.12. Pregunta 12</i>	76
<i>5.2.13. Discusiones etapa dos</i>	77
<b>Capítulo 6. Conclusiones</b>	80
<b>Referencias</b>	82

## Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Problemas verbales del instrumento de recolección de datos .....	22
<b>Tabla 2.</b> Cuestionario .....	24
<b>Tabla 3.</b> Significado de los códigos de las categorías de las respuestas de la investigación .....	28

**Resumen.** Este estudio exploratorio con enfoque cualitativo tiene como objetivo analizar el tipo de respuestas realistas o no realistas y las consideraciones del entorno del mundo real de estudiantes de segundo grado de dos escuelas secundarias ubicadas en Ciudad Ixtepec, Oaxaca, frente a problemas verbales realistas y pseudorealistas de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y operación aritmética. Para ello se crearon dos instrumentos de recolección de datos: lista de problemas verbales y un cuestionario. En el análisis de las respuestas de la lista de problemas verbales se clasificó como respuestas realistas, respuestas no realistas, entre otras. En el análisis de las respuestas al cuestionario, se examinó las consideraciones de los estudiantes. En este estudio se reportó que algunos estudiantes presentaron consideraciones o reacciones realistas durante la solución de los problemas verbales. Sin embargo, la otra parte de los estudiantes presentó una tendencia a omitir la realidad en sus respuestas, originando una interrupción del sentido común, es decir, la interrupción de la relación que se tiene de cierto conocimiento que posibilita responder de manera adecuada a una situación de la vida real.

*Palabras claves:* Problema verbal, realismo, respuestas realistas, consideración de la realidad.

## Introducción

Los problemas verbales matemáticos han constituido parte fundamental en el aprendizaje y enseñanza (Verschaffel et al., 2020). Se espera que los problemas verbales cuenten con realismo y autenticidad. Sin embargo, en el libro *Desafíos Matemáticos de educación básica* propuestos por la Secretaría de Educación Pública (SEP), proponen problemas verbales “con situaciones de la vida cotidiana”. No obstante, se puede evidenciar que algunos de estos problemas tienen un grado de ficción, puesto que proponen circunstancias en las cuales tienen baja o nula probabilidad de que se sucedan. Aunado a esto, podría llegar a ocasionar que las respuestas presentadas por los estudiantes carezcan de realismo, es decir, que las situaciones presentadas provoquen una suspensión de sentido común, ya que no evocarían el conocimiento del mundo real.

En el libro de tercer grado de primaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2020) plantea lo siguiente: “Hay que trasladar a 63 alumnos en taxis. Si en cada taxi pueden viajar solamente 5, ¿Cuántos taxis se deben contratar?” (p. 102).

Podemos reflexionar que usualmente para trasladar a una gran cantidad de estudiantes se utilizan autobuses, por lo que el traslado en taxis no sería algo asequible y factible por la cantidad de taxis que se tendrían que utilizar. Además, el estudiante podría responder con un número no entero, contestando que se contrataría 12.6 taxis siendo matemáticamente correcto, pero siendo no realista. Un estudiante que tome en cuenta el realismo tales como sus vivencias y las situaciones del mundo real respondería que se contratarían 13 taxis.

Además, se debe tener en consideración que el empleo de las matemáticas para solucionar situaciones problemáticas de la vida diaria, puede ser un proceso complejo y repetitivo que comprende varias fases: el entendimiento de los componentes esenciales de la situación planteada, la construcción de un modelo matemático con los elementos claves de la situación, trabajar el modelo matemático, interpretar resultados, valorar y evaluar si los resultados obtenidos son apropiados y prudentes e informar de los resultados obtenidos del problema de la vida diaria (Verschaffel et al., 2010).

Por lo anterior, este estudio exploratorio tiene el propósito de analizar el tipo de respuestas realistas de estudiantes de secundaria frente a problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas en grupos de estudiantes de

segundo grado de secundaria. Es decir, se pretende observar cómo es tomada en cuenta la parte realista de las respuestas de los problemas verbales, examinar si afecta su forma de pensar y la interpretación que se tiene.

En el primer capítulo se abordan algunos antecedentes del realismo en problemas verbales.

En el segundo capítulo se presenta el planteamiento del problema, así como los objetivos, las preguntas de investigación y la justificación del estudio.

En el tercer capítulo se expone el marco teórico, el cual está constituido de la siguiente forma: la noción y la concepción del realismo y problema verbal. Además, se presentan clasificación de respuestas que se encuentran en la literatura.

En el cuarto capítulo se plantea el método, el cual incluye el enfoque y alcance de la investigación, la población participante y los instrumentos de recolección de datos.

En el quinto y sexto capítulo se encuentra el análisis de los resultados y las conclusiones.

## Capítulo 1. Antecedentes

Verschaffel et al. (1997) realizaron un estudio en estudiantes de entre 11 a 14 años de edad sobre dos prototipos de problemas verbales: problemas estándar donde directamente se hace uso de operaciones matemáticas con los números proporcionados y problemas donde las deducciones de los modelos matemáticos son problemáticas si se considera la realidad de las situaciones del planteamiento del problema. Los resultados de estos estudios prueban de forma concluyente la inclinación de los estudiantes del último año de primaria e inicios de secundaria acerca de ignorar las vivencias del mundo real en sus respuestas. Esta inclinación es provocada y consolidada por los estereotipos de los problemas estándar, que supuestamente se puede solucionar con el uso de operaciones aritméticas con los números que se proporciona en el enunciado del problema, el modo en que se emplea en la práctica y la formación educativa.

Yoshida et al. (1997) comentan que las causas por las cuales los alumnos no logran concebir consideraciones realistas se deben a que las prácticas en los salones de clase son de forma estereotipada, así como la manera en que los problemas se toman en cuenta, siendo todo de forma computacional a costa de la capacidad del modelado matemático y la interpretación.

Palm (2009) en su teoría de tareas con situaciones auténticas, comparte que la finalidad de este marco es introducir la idea de correspondencia entre problemas verbales y las situaciones de tareas tanto dentro como fuera del aula escolar. En esta teoría se formula la hipótesis de que se encuentra una correspondencia positiva entre las características de las simulaciones, como la que desarrollan los estudiantes y la semejanza entre la conducta por parte de los estudiantes en las situaciones que se presentan dentro del aula escolar y extraescolar. Por lo tanto, cuando las características de la simulación sean considerables, es decir, cuando los elementos que se recrean de un cierto nivel de la realidad que se observa son suficientes, el estudiante utiliza adecuadamente sus experiencias y vivencias de la vida real ante un problema verbal de forma notable, sin perjudicar las condiciones de que sus respuestas necesiten tener sentido en correlación con la situación fuera del aula escolar que se especifica en su tarea. Sin embargo, el enunciado del problema verbal y el entorno de resolución de las tareas, así como las particularidades que presenten los estudiantes alteran la manera en que se relacionan con la tarea.

Además, que no es factible simular todos los elementos que puedan participar en una situación en la vida real, por lo tanto, no es viable simular situaciones extraacadémicas de modo

que las cláusulas para la solución de la tarea sean precisamente las mismas en la situación académica. En cambio, las particularidades de las tareas académicas y las cláusulas por las cual deben ser solucionadas pueden perjudicar las semejanzas en las matemáticas empleadas.

Por otro lado, generalmente en las escuelas primarias de China, los estudiantes cotidianamente afrontan problemas verbales. Como, por ejemplo: En un tronco se encuentran 4 patos, si le disparan a un pato, ¿cuántos patos quedan en el tronco? Usualmente los estudiantes contestan que quedan 3 patos. No obstante, teniendo en cuenta las situaciones de la vida diaria una respuesta con realismo es que no quedarían patos en el tronco, puesto que los demás patos se asustarían con el ruido del impacto. Además, para lograr una resolución correcta (considerando la realidad) de este tipo de problemas se debe tener un claro entendimiento del mundo real, es decir, tener en cuenta las vivencias propias o siendo expectante y tener un control de las operaciones aritméticas. Es evidente que este tipo de problemas no se resuelven solamente con cálculos matemáticos, sino que también implica tener presente el realismo en el proceso de solución. Por lo que, docentes alegan que hay una inclinación de que la enseñanza que se brinda de los problemas verbales matemáticos aísla las experiencias de la vida real, además comentan que no hay una importancia de incluir el realismo en el desarrollo de la resolución. Además, en el desarrollo de aprendizaje las matemáticas deben estar vinculadas con la realidad, estar cerca de las vivencias de los niños y ser de gran importancia para la comunidad (Xin, 2009).

Villa-Ochoa (2015) menciona que uno de los puntos por lo cual se aconseja la ejecución de modelos matemáticos como una herramienta en los salones de clases es que partiendo de ello se puede ver como un instrumento que posibilita el analizar y explicar situaciones del mundo real en los que las personas toman protagonismo. En la investigación presentada por Villa- Ochoa (2015) en las cuales se ven partícipes maestros de distintos grados educativos, se muestra que para uno de los profesores los problemas que son reales, es decir, que contienen realidad en su planteamiento, son fundamentales en el salón de clase para los estudiantes ya que para este profesor este tipo de problemas reales facilitan la solución de manera más rápida. Además, mencionan que por lo general los alumnos tienden a encontrar o implementar algún algoritmo para dar respuesta a los problemas.

Por otro lado, los problemas verbales que implican división con residuo son planteamientos en los cuales se presentan números enteros para el dividendo y el divisor, y al realizar la división

se obtiene como resultado un número no entero, del cual se debe comprender y valorar la relación con las cláusulas de la vida real o con el contexto del problema. Este tipo de problemas verbales se utilizaron en una investigación con estudiantes de 13 años, en el cual el 70% de los estudiantes proporcionaron una división correcta, el 23% del total de estudiantes brindaron una respuesta en donde interpretaron al resto, el 19% presentó como respuesta el cociente obtenido de la división sin hacer alguna consideración del resto y el 29% presentó como respuesta al cociente y al resto. Las respuestas que se obtuvieron se clasificaron en tres categorías: reacción realista, no reacción y otras reacciones (Verschaffel et al., 2009).

Otros resultados obtenidos de Zorrilla et al. (2021) en estudios aplicados a estudiantes españoles de educación primaria con problemas de división con residuo, nos dicen que los resultados obtenidos de su estudio reportan que los estudiantes de sexto grado que logran hacer consideraciones realistas en sus respuestas son el 64.7% arrojando que los estudiantes tienen dificultades para solucionar problemas de división en los que se requiere tener en cuenta de manera fundamental el contexto de la situación.

Asimismo, Vicente et al. (2008) argumentan que los estudiantes no suelen tener tantos problemas en los que se limitan solamente a utilizar procedimientos u operaciones matemáticas, pero si presentan dificultades cuando no solo se requiere realizar cálculos sino hacer uso de aprendizajes que no son matemáticos. Señalan que la mayoría de problemas matemáticos que se ilustran en los libros de texto en las escuelas, solamente consideran la solución a través de cálculos numéricos sin la necesidad del entendimiento a profundidad del problema. De igual forma, sostienen que las creencias e ideas de los maestros sobre cómo deberían solucionar problemas tiene un papel fundamental, ya que podría cambiar el camino que tienen los estudiantes al momento de solucionar problemas verbales. Puesto que, en distintos estudios se enfatiza que los estudiantes, en la solución de problemas realistas suelen contestar de forma estereotipada. Por lo cual, estos autores nos proporcionan sugerencias para la reconsideración de soluciones de problemas realistas: presentar los problemas de formas en que no se promuevan las ideas de que los problemas solamente se solucionen haciendo operaciones matemáticas, excluir el contenido de los libros de texto que presenten estrategias de aparente solución, tener un repertorio de problemas en los que los estudiantes se enfrenten a datos faltantes que tengan que deducir, eludir problemas en los que la información y los valores proporcionados no se apeguen al mundo real, mostrar que las

estimaciones y aproximaciones como soluciones numéricas a los distintos problemas de respuesta exacta son correctas, y además, los alumnos inventen problemas verbales matemáticos. Incluso, se deben dejar las ideas de que los problemas son ejercicios de prácticas numéricas, en cambio se debe comprender que el contexto o entendimiento del problema sobre el saber del mundo real sea imprescindible durante la solución de los problemas verbales, también se debe dar solución a los problemas y no solo de manera matemática, de igual forma la utilización de algún software que sirvan de apoyo, y la comparación de distintos desarrollos de solución.

En otros estudios, como el de Chamoso y Cáceres (2018), en el cual estudiantes de formación docente propusieran tareas matemáticas con contextos reales, los estudiantes mostraron que fueron competentes al plantear tareas con contextos realistas muy distinto a lo que suelen tener en su preparación docente, además que enfatizan que pueden enlazar con facilidad diversos contenidos de matemáticas con la vida real.

Cooper y Harries (2002) afirman que si se les presentara a los estudiantes regularmente problemas verbales realistas o en los que se necesite una consideración de la realidad se tendrían resultados positivos, los estudiantes verían que utilizar los conocimientos del mundo real y poder reflexionar sobre los problemas que realizan fuera del salón de clase es de utilidad durante la resolución del problema al que se enfrenten, así los estudiantes encontrarían un gran sentido a los problemas verbales.

Nirawati et al. (2021) mencionan que los contenidos culturales locales son de importancia, ya que se puede conectar el aprendizaje realista, tales contenidos son el arte, los medios de subsistencia, la familia, las costumbres y tradiciones, el idioma, la tecnología, la infraestructura, entre otros.

Hidayatullah y Csíkos (2022) aluden que los problemas verbales facilitan la vía para incluir vivencias y saberes de la vida real, además de utilizar herramientas matemáticas. Por consiguiente, el medio escolar en el que las vivencias sobre las situaciones del mundo real de los estudiantes deben emplearse e incorporarse en el salón de clases, los problemas verbales y las ideas acerca de la resolución cumplen una función relevante. De igual forma, las ideas o pensamientos de los estudiantes fomentan la distinción de los problemas verbales para enfrentar a los distintos tipos de problemas, es decir, problemas habituales hasta problemas complejos que implican situaciones

realistas. Dado que estos problemas verbales complejos exigen que los estudiantes evoquen representaciones, figuras y pensamientos en lugar de cálculos matemáticos habituales.

La petición de situar el aprendizaje en las actividades de estudiantes crece en relación con la magnitud que incrementa el requisito de habilidades para solucionar problemas del mundo real. Un método que emplean los docentes para incorporar este tipo de problemas contextualizados es proponiendo problemas verbales. Fatmanissa y Qomaria (2021) mencionan que un problema verbal es un enunciado que conlleva una situación del mundo real complementada con datos numéricos y preguntas, en el cual la solución se puede conseguir desde la información establecida o deducida. No obstante, de la importancia del instrumento para usar nociones matemáticas ante una situación del mundo real, se percibe que los problemas verbales en los salones de clases se observan como superficiales, dado que no manifiestan la realidad de la vida real. Por lo cual, no permiten que los estudiantes logren un significado en la enseñanza con situaciones del mundo real. El procedimiento del razonamiento al contemplar la realidad mostrada en los problemas verbales favorece el proceso de los elementos de la vida real al modelo matemático en los estudiantes. Este procedimiento presenta gran relevancia, puesto que se obliga una función más notable de las matemáticas para los estudiantes. Al analizar la visión que se tiene de las creencias acerca del realismo en los problemas verbales, las investigaciones comprenden dos tipos, el ficticio y el realista. Cuando se piensa que se puede ignorar en los problemas verbales el proceso de solución al mundo real se interpreta una visión ficticia, en tanto, cuando se piense que se deba incluir en las respuestas operaciones matemáticas y pensamientos o creencias que consideren la vida real se tiene una visión realista (Fatmanissa y Qomaria, 2021).

Inclusive, los problemas verbales discrepan de los problemas auténticos que se localizan en el mundo real. Tales problemas del mundo real de igual forma se pueden solucionar utilizando a las matemáticas, sin embargo, usualmente es poco claro la naturaleza exacta de la pregunta, los datos numéricos y las posibles operaciones matemáticas que se podrían utilizar, las herramientas que se usarían para obtener una solución al problema (p. ej., ¿Consigo manejar un automóvil desde el mercado a la casa sin cargar gasolina?). Tales problemas de la vida real o auténticos suelen incorporar cláusulas ambiguas que puede conseguir procesos de transferencia rigurosos entre las matemáticas y la realidad, por lo cual, no se logra resolver de forma directa usando operaciones matemáticas con los datos numéricos que contenga el problema tal y como sucede con los

problemas verbales. Por otro lado, se puede entender a los problemas verbales como un problema particular de modelado matemático, lo anterior se podría interpretar como un exceso de síntesis. Visto desde esta perspectiva, aun cuando se difiere entre un problema de enunciado verbal que se muestre y solucione en un medio escolar, los problemas verbales se plantean acertadamente y con un contexto o planteamiento educativo matemático, se pueden proceder como simulaciones puntuales de reales problemas verbales con modelado matemático que se conseguiría hallar en el mundo real. Por lo tanto, todas las tareas de modelado se consiguen ubicar en un continuo de realidad (Verschaffel et al., 2020).

Por otra parte, otra tendencia por parte de los estudiantes es sobreponer cualidades o características de relaciones proporcionales en cualquier parte, por consiguiente, así mismo en contextos en los que no son apropiados, esto se define como la ilusión de la linealidad, la trampa de la linealidad, el obstáculo lineal (De Bock et al., 2007).

De Bock et al. (2007) llevaron a cabo diez sesiones de una hora a estudiantes de acuerdo con la educación matemática realista, es decir, problemas considerables y notables, trabajar en equipos reducidos, debates, y símbolos tales como dibujos, fórmulas. Sin embargo, los resultados que se obtuvieron del estudio no fueron, en absoluto, favorables, es decir, un número cuantioso de estudiantes no realizaron un entendimiento a profundidad de la (no) proporcionalidad. Por lo cual, se logró determinar tres causas de la constancia de la ilusión de la linealidad. Una causa es la manera en que se enseña la proporcionalidad, en otras palabras, la inclinación de atender a la proporcionalidad en contraste con las relaciones no lineales, de igual forma cuando se presenta un desmesurado uso de problemas con valores faltantes y la relevancia que se tiene acerca de las soluciones habituales. En efecto, la linealidad es una relación de cuatro valores, por ejemplo, la regla de tres, tablas de linealidad que presentan cuatro valores, la gráfica de la línea recta que pasa por el origen, entre otros. Ciertamente, estas particularidades se comprenden especialmente cuando se diferencia con las relaciones no lineales. Si la educación presenta un desconocimiento de los aspectos considerables de la linealidad y persiste arraigada al dominio de los problemas de datos faltantes de cuatro valores y si no se diferencia la linealidad con la no linealidad, es factible que los estudiantes continúen sin entender a profundidad a la proporcionalidad. Otro posible origen de la ilusión de la linealidad es de índole intrínseco. Se refiere a la percepción y la sencillez de la relación proporcional. Consideremos que un estudiante obtiene conocimientos apropiados de la

linealidad y no linealidad. El estudiante sin embargo le podría atraer la maravilla de la linealidad. Esto es una consecuencia que se podría llamar la inercia de los conceptos. Cada vez que se tiene un conocimiento en el dominio, si este conocimiento soluciona apropiadamente diversos problemas previos, si se considera más sencillo y distinguido que otros, por lo tanto, se aferra uno a este conocimiento por un tiempo. Lo que acontece es que corresponde conjuntamente a la esencia comfortable y sencilla del conocimiento en la naturaleza vaga o negligente del pensamiento humano.

Regularmente, estos eventos se aprecian en tres tipos de investigaciones: acerca de la escasez del sentido de los estudiantes al solucionar problemas verbales matemáticos, investigaciones con relación a la argumentación de los estudiantes en problemas de razones y proporciones, e investigaciones con respecto al exceso de confianza por parte de los estudiantes en la proporcionalidad. En esta primera clase de investigación se centra en aclarar la suspensión de la construcción del sentido, por lo cual los estudiantes afrontan contextos problemáticos, es decir, problemas pseudoproporcionales. Por ejemplo, en el problema de un corredor en el cual se pregunta en cuánto tiempo recorre un 1 kilometro, si corre 100 metros en 17 segundos. Resultados obtenidos en este tipo de investigaciones arrojan que los estudiantes en vez de tener presente su sentido común y las situaciones realistas del contexto del problema, sencillamente los estudiantes toman la postura de ignorar el realismo del problema, en cambio identifican los números proporcionados para aplicar operaciones aritméticas que logren obtener la respuesta aparentemente correcta. Considerando las instrucciones o el precepto que se tiene de los problemas verbales en el aula escolar o el actuar del contrato didáctico, que menciona Brousseau (1997) el cual se refiere a una situación académica organizada y propuesta por el docente en el cual el estudiante tiene el quehacer de solucionar un problema de índole matemático, sin embargo el alcance del problema es por medio de la explicación o deducción de las preguntas planteadas, los datos facilitados y las limitaciones que se han exigido, que son todas persistentes en el método de instrucción del docente. Estas costumbres por parte del docente previstos por los estudiantes y la conducta del estudiante de igual forma son previstas por el docente. Por lo cual, los estudiantes del estudio mencionado alcanzaron la solución de los problemas verbales matemáticos, debido a que aceptaron que los problemas poseían una respuesta de alcance numérico preciso, además, que necesitaban realizar operaciones matemáticas con los datos numéricos del problema para llegar a una respuesta. Una segunda clase de investigación en la que se reportó que los estudiantes efectuaron injustamente la

proporcionalidad en la solución de problemas verbales, abarca los estudios que atiende la enseñanza del razonamiento proporcional. Por último, el tipo de investigación en la cual se trata sobre la aplicación exagerada de la proporcionalidad en la solución de problemas verbales aritméticos por parte de los estudiantes.

Adicionalmente, se estudió la preferencia a creer excesivamente en la proporcionalidad para solucionar dichos problemas, también, cómo esto aumentó con la edad en función con las prácticas de aprendizaje por parte de los estudiantes de primaria, sus conocimientos y capacidades de razonamiento proporcional, por consiguiente, los estudiantes afrontaron problemas verbales de datos faltantes, de proporcionalidad y no proporcionalidad que se clasificaron en aditivos, afines y constantes. Dando como resultados, que los estudiantes tienden a desarrollar métodos de resolución lineal aun cuando afrontan problemas verbales no lineales, además que la tendencia aparece en segundo grado y aumenta notablemente en quinto grado de primaria.

## **Capítulo 2. Planteamiento del problema**

Con el paso de los años se ha considerado que una práctica notable con los problemas verbales tradicionales efectúa una preferencia a descartar las experiencias de la vida real y las consideraciones realistas durante las distintas fases del desarrollo de la solución de problemas matemáticos en estudiantes. Los problemas verbales de aritmética se han transformado en problemas artificiales como acertijos que se distinguen distante de la vida real, en lugar de desempeñar entornos o situaciones realistas que inciten o exijan utilizar las vivencias y su entendimiento del mundo real. Por ende, los estudiantes asimilan que utilizar su sentido común y realizar consideraciones realistas acerca la situación del problema es negativa en vez de ser favorable para obtener una respuesta acertada (Verschaffel et al., 1997).

En este orden de ideas presentadas y observando el problema en cuestión, surgió el interés de analizar el tipo de respuestas realistas de estudiantes de secundaria frente a problemas verbales realistas y pseudorealistas. Debido a que nos interesa entender cómo es tomado en cuenta el realismo por parte de estudiantes, después de un análisis e investigación acerca de cuál objeto matemático permitiera obtener este tipo de respuestas se prefirió optar por problemas verbales de: proporcionalidad, falsa proporcionalidad, de división con residuo y de operaciones aritméticas. Puesto que, el propósito de este estudio cualitativo es examinar la parte realista de la contestación, en otras palabras, observar si se presenta una suspensión del sentido común, si se hacen consideraciones realistas o no realistas en sus respuestas.

### **2.1. Objetivos de la investigación**

#### ***2.1.1. Objetivo general***

- Analizar el tipo de respuestas realistas o no realistas y las consideraciones del entorno del mundo real de los estudiantes de secundaria en la resolución de problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, de división con residuo y de operaciones aritméticas.

#### ***2.1.2. Objetivo particular***

- Entender cómo influye el entorno del mundo real del estudiante en la resolución de problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas.

- Analizar las consideraciones realistas de las respuestas de los estudiantes en los problemas verbales de tipo: proporcionalidad, falsa proporcionalidad, de división con residuo y de operaciones aritméticas.

## **2.2. Preguntas de la investigación**

- ¿Cómo conciben y toman en cuenta los estudiantes el realismo en las respuestas de los problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas?

- ¿Cómo influye el entorno del mundo real del estudiante en la resolución de problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas?

## **2.3. Justificación**

Se considera de importancia el contemplar problemas verbales con contextos realistas ya que la falta de realismo en problemas verbales matemáticos es común en los libros de textos debido a que no se considera las situaciones del mundo real en los problemas, y en ocasiones puede confundir a los estudiantes, puesto que los problemas suelen ser estereotipados por lo que no se sienten identificados con las situaciones descritas.

También, es importante poder ver si hay o no una tendencia de pasar por alto la realidad al momento de contestar los problemas, observar si se consigue alguna consideración realista por parte de los estudiantes en sus respuestas, dado que Inoue (2005) aclara que los problemas recurrentes que se imparten en los salones son aquellos problemas o ejercicios que involucran el uso de algoritmos, por el contrario de involucrar los conocimientos matemáticos con las vivencias del mundo real. Esto a su vez provocando que los estudiantes consideren que realizar los cálculos numéricos es más importante que tomar en cuenta o entender el sentido de sus operaciones de los problemas matemáticos en la vida cotidiana. Como consecuencia, los estudiantes se inclinan a resolver problemas sin razonar sobre la realidad, es decir, solucionar los problemas matemáticos sin entender.

Debido a esto, se considera presentar cuatro tipos de problemas verbales realistas y pseudorealistas: de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, de división con residuo y

operaciones aritméticas para ver las reacciones que hay en las respuestas de dichos problemas, para poder analizar y comprender la parte realista de la respuesta.

## **Capítulo 3. Marco teórico**

Puesto que el objetivo de este trabajo de investigación es analizar el tipo de respuestas realistas o no realistas de los estudiantes de secundaria frente a problemas verbales, se considera que los elementos que fundamentan la investigación son: la noción y concepción de realismo y problema verbal. Además, se presentan las clasificaciones de respuestas que se encuentran en la literatura.

### **3.1. La noción y concepción de realismo y problema verbal**

Para Freudenthal (1973) la realidad es el marco en donde se encuentran las matemáticas y que en un principio supuestamente estos componentes (la realidad y las matemáticas) no tienen relación, pero que en el proceso se desenvuelven conexiones, es decir, se ordena la realidad con las herramientas matemáticas.

Por otra parte, Palm (2006) sugiere un marco de concordancia presentado en las teorías de situaciones auténticas, el cual abarca una correspondencia entre las situaciones de tarea y problemas verbales de la vida diaria, es decir, situaciones fuera del aula de clases. De acuerdo con Palm (2009) este marco conseguiría colaborar a una base teórica para la investigación de problemas verbales de tipo auténtico o realista, de manera que corresponda a una situación de la vida real que se proporcione en la tarea.

Uno de los puntos presentados de este marco es el realismo de la información, el cual Palm (2007) nos dice que, en una simulación con una porción de veracidad, los datos o números son realistas en la interpretación que esta información esté apegada a los números de la situación simulada, es decir, los datos serán realistas siempre y cuando esta se apague a las situaciones descritas de la vida real.

Por otro lado, Gerofsky (1996) nos dice que la mayoría de los problemas verbales poseen tres componentes: el montaje el cual proporciona al lugar y los individuos, la información el cual nos da los datos que se necesitan para dar solución al problema y la pregunta, sin embargo, no considera el realismo.

En cambio, Greer et al. (2002) mencionan que los problemas verbales se comprenden por enunciados que explican situaciones que son de familiaridad para el leyente y que propone una

pregunta cualitativa, del cual se pueden originar mediante cálculos matemáticos con la información presentada del enunciado o de deducir de otra manera.

Igualmente, Verschaffel et al. (2000), citados en Palm (2007) mencionan que los problemas verbales son descripciones textuales de actos o realidades que son de fácil entendimiento, dentro del cual se puede situar temas matemáticos.

Mientras que Herbst (2012) menciona que un problema es una pregunta matemática que necesita usar algún concepto matemático.

Sin embargo, Verschaffel et al. (2020) definen a los problemas verbales como una explicación o representaciones orales o de palabras de situaciones cuestionables, manifestadas en un medio escolar, en el que se aborda una o más de una pregunta del cual su respuesta puede lograrse por medio del uso de técnicas o cálculos matemáticos de los números que se encuentren en el problema matemático. Indicando, que se diferencia de las operaciones matemáticas mostradas de manera escrita (p. ej.,  $20 + 8 = 28$ ) y oral (p. ej., ¿Cuánto es 20 dividido por 8?).

### **3.2. Clasificación de respuestas**

A continuación, se presentan categorías de respuestas de problemas verbales de investigaciones acerca de las consideraciones realistas o no realistas en las respuestas de estudiantes.

Verschaffel et al. (1997) presentan cuatro categorías de posibles respuestas a los problemas verbales problemáticos que aplicaron en una prueba a estudiantes de finales de curso de primaria e inicios de secundaria las cuales son:

- Respuesta no realista (NA). Este tipo de respuesta es la aplicación directa de los números del enunciado o contexto del problema utilizando operaciones aritméticas.
- Respuesta realista (RA). Este tipo de respuesta resulta del uso adecuado de la realidad, es decir, del mundo real, generado por el enunciado o contexto del problema.
- Error técnico (TE). Este tipo de respuesta proviene de la realización directa de operaciones aritméticas del contexto del problema, pero ocurre un error en el desarrollo de la misma.
- Otra respuesta (OA). En esta categoría se encuentran las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías previas.

Así mismo, Inoue (2005) creó una serie de problemas verbales matemáticos con el propósito de lograr consideraciones realistas de contextos problemáticos para obtener respuestas correctas. Las respuestas a los problemas matemáticos se someten a la forma en que los sujetos logran vincular los contextos problemáticos con sus vivencias en el mundo real. Después de realizar una entrevista clínica a los sujetos, se codificó las respuestas de los problemas verbales matemáticos de la siguiente forma.

- Cálculo (CL). Se estableció a sujetos que proporcionaron una respuesta calculada numéricamente aceptando que su respuesta pudo surtir efecto en la realidad, además cuando se les cuestionó acerca del por qué excluyeron las situaciones realistas del enunciado, reconocieron que efectivamente lo ignoraron y no lo intentaron para argumentar sus soluciones. Es decir, contestaron únicamente los problemas con cálculos, pensando que sus respuestas lograrían ser de utilidad o funcionar en el mundo real.
- Reflejo de una comprensión compartida de la realidad (SR). Este código corresponde a las respuestas donde se evidencia un entendimiento sociocultural del ejercicio diario especificado en el problema verbal matemático. En resumen, los sujetos respondieron de manera realista los problemas valorando los modelos matemáticos utilizados y rectificando o corrigiendo sus soluciones de acuerdo con el entendimiento compartido de la vida real.
- Reflejo de una comprensión realista no anticipada de la realidad (UR). Esta clasificación pertenece a las respuestas en donde no se apreciaba distinto de una solución numérica, sin embargo, en la entrevista clínica se evidenció que los sujetos explicaron el contexto del enunciado del problema y lograron dar valor o importancia a la situación descrita hablando del entendimiento realista no previo del ejercicio durante la solución del problema. Es decir, los sujetos evidenciaron su entendimiento del ejercicio al solucionar el problema matemático, a pesar de que no concuerde con la comprensión del ejercicio más habitualmente compartida.
- Justificación realista no anticipada (PR). Corresponde cuando la respuesta no se logra diferenciar de una solución numérica, no obstante, cuando se les cuestionó a los sujetos el por qué excluir las circunstancias realistas, lograron dar argumentos razonables de sus soluciones en contestación al cuestionamiento. Dicho de otra forma, los sujetos no

se incluyeron en la explicación realista no anticipada del contexto del problema durante la solución del problema matemático, sino que otorgaron argumentos razonables de sus soluciones en respuesta al cuestionamiento o preguntas del entrevistador.

- Conformista (CF). Este código se refiere a los sujetos que manifestaron que las respuestas que brindaron no tendrían sentido en el mundo real y únicamente obtenían la respuesta numérica haciendo cálculos, debido a que pensaban que era lo que se tenía que concebir en la tarea escolar.

Además, Verschaffel et al. (2009) en un estudio sobre problemas verbales de división con resto o residuo, el cual se llevó a cabo en estudiantes de 13 años, las respuestas que se obtuvieron se clasificaron, en un inicio en catorce categorías, sin embargo, en una segunda fase se redujo a tres categorías generales.

- Reacción realista (RR). Contiene los casos en donde el estudiante proporcionó respuestas numéricas (más) correctas, además de tener consideraciones sobre los elementos o características de la vida real del contexto del problema verbal, de igual forma, los casos en donde hubo una señal evidente de tener presente los elementos del mundo real, no obstante, se brindó una respuesta numérica y situacionalmente exacta. Por ejemplo, 50 estudiantes serán trasladados en taxis a un acuario. Cada taxi puede transportar 4 estudiantes. ¿Cuántos taxis se necesitan? Algunas posibles respuestas son: “ $50 \div 4 = 12.5$ , entonces se necesitan 13 taxis”, “ $50 \div 4 = 12.5$  resto 2, entonces se necesitan 12 taxis y algo más para los estudiantes sobrantes”, “ $50 \div 4 = 15.5$ , entonces se necesitan 16 taxis” se presenta un error en el desarrollo de la operación, sin embargo, es situacionalmente adecuado, y “ $50 \div 4 = 12.5$ , no entiendo como contestar este problema, mi solución es 12.5, pero no puede existir medio taxi” en este posible caso, no se brinda alguna respuesta, no obstante se tiene una evidencia notable de una explicación situacional exacta.
- No reacción (NR). Aquellas respuestas donde el estudiante no presentó alguna respuesta numérica y ninguna explicación o comentario textualmente que apuntara que el estudiante tenía consciencia acerca del obstáculo del modelado realista que imposibilitara dar respuesta al problema verbal.

- Otras reacciones (OR). Los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir, soluciones matemáticamente correctas, sin embargo, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o errores técnicos en el desarrollo del cálculo. Por ejemplo, retomando el problema de los estudiantes que serán trasladados en taxis, algunas posibles respuestas son: “ $50 \div 4 = 12.5$ , se requieren 12.5 taxis” esta solución numérica es matemáticamente correcta, sin embargo situacionalmente incorrecta, “ $50 \div 4 = 12.5$ , entonces se necesitan 12 taxis”, en esta respuesta no se considera la situación del problema, “ $50 \div 4 = 15.5$ , se requiere 15.5 taxis”, esta respuesta presenta un error técnico en el cual la respuesta numérica es situacionalmente inadecuada, “ $50 \times 4 = 200$ , se requiere 200 taxis” se observa el uso de una operación incorrecta, además de no se evidencia algún comentario adecuado de acuerdo con la situación del problema.

De la misma manera, Zorrilla et al. (2021) analizaron en dos etapas las respuestas proporcionadas de estudiantes sobre problemas realistas de división con resto, en una primera etapa examinaron si la respuesta era realista o no. De este modo, las respuestas se clasificaron de la siguiente forma:

- Reacción realista (RR). Aquellas respuestas donde el sujeto desarrolla cálculos de manera correcta y añaden una respuesta realista al considerar la situación o contexto del problema. En específico, donde el sujeto entiende el resto al agregar una unidad al cociente.
- Reacción no realista (RNR). Son las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el sujeto no aporta una consideración realista del resto conforme al contexto del problema.
- Otras reacciones (OR). Son aquellas donde no se presentó alguna respuesta y donde el sujeto desarrolla sus cálculos de forma errónea.

En la siguiente etapa se puntualizó en los procedimientos o estrategias numéricas que fueron empleados en las reacciones realistas y no realistas. Enseguida se presentan los procedimientos en reacciones realistas:

- Uso de algoritmo. Son respuestas en donde se soluciona a través de la división.

- Estrategia gráfica. Donde se brinda una respuesta gráfica. Por ejemplo, un dibujo donde represente las entradas y las reparta, dando como consecuencia dos entradas y el resto como el sobrante o el exceso, contemplando la situación del problema.
- Uso de algoritmo y estrategia gráfica. Es la composición de los dos procedimientos previos, es decir, respuestas gráficas con la implementación de la división.
- Uso de sumas-restas sucesivas. La utilización repetitiva de restas o sumas.
- Regla de tres. Son aquellas respuestas donde se vinculan o enlazan los datos del contexto del problema de manera multiplicativa igualando la multiplicación en cruz.
- Hechos numéricos. El empleo de las tablas de multiplicación.

Cabe aclarar, que las definiciones o conceptos que se utilizarán en este trabajo de investigación son las siguientes. Para la definición de realismo se usará la de Palm (2009) y para problema verbal el de Verschaffel et al. (2000), citados en Palm (2007), puesto que permiten entender y explicar el concepto de manera concisa.

Además, la clasificación para las respuestas a utilizar es la presenta por Verschaffel et al. (1997), ya que, en las categorías previas, se observa que los significados de cada clasificación son similares, es decir, las clasificaciones presentadas muestran una similitud en el aporte de la información. También, se usará la clasificación No reacción (NR) de Verschaffel et al. (2009), puesto que esta categoría no se incluye en la clasificación de Verschaffel et al. (1997).

## **Capítulo 4. Método**

El presente estudio exploratorio se abordó desde un enfoque cualitativo, de modo que permite recoger datos como escritos, relatos y significados (Hernández et al., 2014). En el cual participaron 97 estudiantes procedentes de dos escuelas secundarias de Cd. Ixtepec, Oaxaca.

Para esta investigación se crearon dos instrumentos de recolección de datos: un listado de problemas verbales realistas y pseudorealistas, es decir, problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas, y un cuestionario.

Por otra parte, se utilizó una muestra no probabilística o dirigida que conlleva a un procedimiento de elección determinado por las características del estudio (Hernández et al., 2014).

### **4.1. Participantes**

Participaron un total de 97 estudiantes de entre 13 y 15 años de edad de segundo grado de dos escuelas secundarias. La selección del grado académico se estableció de conformidad a los temas matemáticos que se imparten durante ese nivel escolar, es decir, a la introducción del tema de proporcionalidad en el aula de clases. De acuerdo con la confidencialidad de las escuelas, se denotarán como secundaria uno y secundaria dos. En la secundaria uno, contribuyeron 20 estudiantes de dos grupos distintos, mientras que en la secundaria dos fueron 77 estudiantes de cuatro grupos diferentes.

### **4.2. Instrumentos de recolección de datos**

#### **4.2.1. Problemas verbales**

Dado que el propósito de esta investigación es analizar el tipo de respuestas realistas o no realistas y las consideraciones del entorno del mundo real de los estudiantes de secundaria en la resolución de problemas verbales, después de explorar distintos temas matemáticos con la finalidad de percibir qué tipo de problemas verbales permitieran brindar respuestas que fueran de utilidad para este estudio, se concluyó que los problemas verbales por crear fueran de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y operaciones aritméticas.

Además, esta clase de problemas verbales nos permiten indagar y analizar las consideraciones realistas o no realistas que presenten los alumnos en sus respuestas, ya que de acuerdo con su contexto y las descripciones descritas que exponen nos ayudan a obtener respuestas de carácter informativo para esta investigación.

A continuación, se presenta los problemas verbales que fueron creados y adaptados específicamente para este estudio. Siendo el problema uno y dos una caracterización del problema JFK planteado en Inoue (2005); el problema JFK demanda una atención realista de la situación que resulta problemática, es decir, la respuesta a este problema requiere que los estudiantes vinculen la situación problemática con su conocimiento de la realidad, como un embotellamiento de autos, el cansancio, el servicio de cobro en un supermercado o la resolución de un examen. Además, de cómo los estudiantes analicen la condición del proceso de solución, la capacidad de comprensión de la situación problemática en relación con el dominio de la realidad y la adaptación de su respuesta en concordancia a su interpretación individual que plantea el problema. El problema original plantea una similitud a lo siguiente: Necesitas llegar a la base aérea JFK a las 8 p.m. para que tu hermana pueda abordar su vuelo. Si a las 6 p.m. sales con dirección a la base aérea que se sitúa a 120 km. Si en una hora manejaste 60 km. Tú hermana te pregunta si lograrán llegar puntual. ¿Qué contestarías?

Por último, el problema siete es una adaptación del problema uno del autor Ziqiang Xin presentado en Verschaffel et al. (2009). Este problema es considerado problemático por el autor, si se tiene en cuenta en la solución a la realidad, de acuerdo con el contexto del problema. El problema original expone una problemática similar a lo siguiente: Dos amigas estudian en la misma universidad. Una vive a 2 km de distancia de la universidad y la otra a 5 km. ¿A que distancia viven las dos amigas una la otra?

En conjunto, se presenta un total de doce problemas verbales.

**Tabla 1.** Problemas verbales del instrumento de recolección de datos

Problemas verbales	Tema matemático
1. Lourdes tendrá que contestar un examen de matemáticas de 10 problemas en 30 minutos. Si el tiempo de respuesta por problema es de 3 minutos. ¿Podrá contestar todo el examen?	Proporcionalidad.
2. Una cajera de supermercado atiende a 12 personas en 30 minutos. ¿Logrará atender a 20 personas en 50 minutos?	Proporcionalidad.
3. Valeria observa que un bolis tarda en congelarse 2 horas en su refrigerador. Si ella elabora 20 bolis para vender. ¿En cuánto tiempo se congelarán?	Falsa proporcionalidad.
4. Un semáforo da un tiempo de 35 segundos de cruce peatonal. Si un peatón cruza en 10 segundos. ¿En qué tiempo cruzarían 10 peatones?	Falsa proporcionalidad.
5. En el desayuno grupal de Yareth, ella quiere compartir 45 empanadas a sus compañeros de clase. Si a cada uno le corresponde 2 piezas. ¿Para cuántos compañeros alcanzarán sus empanadas?	División con residuo.
6. En un salón de clase, la profesora de matemáticas quiere repartir 60 libros entre sus 24 estudiantes de igual manera. ¿cuántos libros le toca a cada estudiante?	División con residuo.
7. Yasmín y Evelin irán a un museo. De la casa de Yasmín al museo son 5 km y de Evelin 3km. ¿A qué distancia vive Yasmín y Evelin una de otra?	Operaciones aritméticas.
8. Angélica ha recorrido en su automóvil 3,000 kilómetros en 3 días consecutivos. ¿En cuántos días habrá recorrido 4,000 kilómetros?	Proporcionalidad.
9. Brenda tiene \$30 pesos, compra unas galletas a \$12, un jugo a \$15 y una paleta a \$3. Pero vende sus galletas a su compañera a \$15 y se compra un tamal a \$20 pesos. ¿Cuánto dinero tiene ahora?	Operaciones aritméticas.
10. Si 4 personas compran 15 tacos y cada uno se come 5. ¿Cuántos tacos sobraron al final?	Operaciones aritméticas.

11. La mamá de Uriel y Axel compra una laptop para los 2. ¿Qué parte le corresponde a cada uno?	Operaciones aritméticas.
12. Si un árbol de mango crece cada día un metro. ¿A los cuántos días medirá 30 metros?	Falsa proporcionalidad.

Cabe aclarar que, si bien todos los problemas verbales poseen particularidades de operaciones aritméticas, se optó nombrar a un tipo de problema verbal como operaciones aritméticas, puesto que de acuerdo con Ziqiang Xin presentado en Verschaffel et al. (2009), menciona que este tipo de problemas verbales suelen requerir la aplicación directa de operaciones aritméticas utilizando los números del contexto del problema, llamando de esta forma a los problemas verbales que utilizó en su investigación. Debido a esto los problemas verbales tales como el siete, nueve, diez y once, el nombre que se emplea para referirse a este tipo de problema verbal es de operaciones aritméticas para esta investigación.

#### **4.2.2. Cuestionario**

Este cuestionario se compone de preguntas abiertas, puesto que se busca e intenta conseguir puntos de vista, vivencias, criterios específicos de los estudiantes con sus propias palabras (Hernández et al., 2014). Además, el presente cuestionario tiene como propósito comprender en un primer acercamiento cómo es tomado en cuenta el realismo en las respuestas de los problemas verbales, asimismo identificar cómo es concebido el realismo por los estudiantes, es decir, indagar sobre cómo influyen las consideraciones realistas y el entorno que los rodea, en las respuestas de los estudiantes. Para indagar acerca del comportamiento realista en las respuestas.

Debido a que las preguntas están relacionadas con los problemas verbales, se consideró pertinente disponer de los problemas, ya que los estudiantes podrían no recordar el contexto y por consiguiente su respuesta antes proporcionada.

A continuación, se presenta las preguntas abiertas que conforman el cuestionario.

**Tabla 2. Cuestionario**

---

1. Lourdes tendrá que contestar un examen de matemáticas de 10 problemas en 30 minutos. Si el tiempo de respuesta por problema es de 3 minutos. ¿Podrá contestar todo el examen?
    - a. Si estuvieras en el lugar de Lourdes ¿contestarías todo el examen en ese tiempo? ¿por qué?
    - b. ¿Realmente será posible contestar correctamente todo el examen en ese tiempo?
  
  2. Una cajera de un supermercado atiende a 12 personas en 30 minutos. ¿Logrará atender a 20 personas en 50 minutos?
    - a. ¿Realmente será posible atender a esa cantidad de personas en ese tiempo?
  
  3. Valeria observa que un bolis tarda en congelarse 2 horas en su refrigerador. Si ella elabora 20 bolis para vender. ¿En cuánto tiempo se congelarán?
    - a. ¿Crees que lo anterior sucedería en la realidad? ¿por qué?
    - b. Si Valeria tuviera 2 refrigeradores ¿el tiempo de congelación sería menor o mayor?
  
  4. Un semáforo da un tiempo de 35 segundos de cruce peatonal. Si un peatón cruza en 10 segundos. ¿En qué tiempo cruzarían 10 peatones?
    - a. ¿Por qué piensas que en ese tiempo realmente cruzarían?
    - b. Si ahora cruzaran 15 peatones ¿en qué tiempo sería?
  
  5. En el desayuno grupal de Yareth, ella quiere compartir 45 empanadas a sus compañeros de clase. Si a cada uno le corresponden 2 piezas. ¿Para cuántos compañeros alcanzarán sus empanadas?
    - a. ¿Qué consideraste para dar tu respuesta?
    - b. ¿Qué opinas que hubiera pasado en la vida real la situación de Yareth?
  
  6. En un salón de clase, la profesora de matemáticas quiere repartir 60 libros entre sus 24 estudiantes de igual manera. ¿Cuántos libros le toca a cada estudiante?
-

- 
- a. Dada tu respuesta anterior ¿realmente se podrá hacer lo que propones?
- b. ¿Consideras que esto hubiera pasado en la vida cotidiana?
7. Yasmín y Evelin irán a un museo. De la casa de Yasmín al museo son 5 km y de Evelin 3 km. ¿A qué distancia vive Yasmín y Evelin una de otra?
- a. ¿Por qué consideraste la respuesta dada?
- b. ¿Podría haber otra solución a la que diste?
8. Angélica ha recorrido en su automóvil 3,000 kilómetros en 3 días consecutivos. ¿En cuantos días habrá recorrido 4,000 kilómetros?
- a. ¿Consideras que el automóvil podrá recorrer consecutivamente los 4,000 kilómetros? ¿por qué?
- b. En la vida real ¿existe un automóvil que pueda recorrer esos kilómetros sin detenerse a recargar?
- c. ¿Cambiarías tu respuesta?
9. Brenda tiene \$30 pesos, compra unas galletas a \$12, un jugo a \$15 y una paleta a \$3. Pero vende sus galletas a su compañera a \$15 y se compra un tamal a \$20 pesos. ¿Cuánto dinero tiene ahora?
- a. ¿Crees que realmente pueda suceder lo anterior? ¿por qué?
10. Si 4 personas compran 15 tacos y cada uno se come 5 tacos. ¿Cuántos tacos sobraron al final?
- a. Si hubieran comprado 20 tacos y comido 6 tacos cada uno, ¿cuántos tacos hubieran sobrado ahora?
- b. ¿Crees realmente que esto pueda pasar?
11. La mamá de Uriel y Axel compra una laptop para los 2. ¿Qué parte le corresponde a cada uno?
- a. ¿Por qué diste esa respuesta?
- b. ¿En la realidad esto puede ocurrir? ¿por qué?
-

---

12. Si un árbol de mango crece cada día un metro. ¿A los cuántos días medirá 30 metros?

a. ¿Crees que realmente pueda suceder lo anterior? ¿por qué?

b. ¿Cambiarías tu respuesta de la pregunta 2 de acuerdo con tu experiencia?

---

## **Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados**

Cabe destacar que en las dos escuelas secundarias se emplean módulos de 50 minutos por materia o asignatura, del cual se facilitó para esta investigación, dos módulos siendo un total de 100 minutos, es decir, 1 hora 40 minutos para poder contestar los problemas verbales y el cuestionario correspondientes a la primera y segunda etapa.

En estas dos etapas se le solicitó a cada escuela que no se informara a los estudiantes que tendrían que contestar problemas matemáticos, esto con la finalidad de no influir en sus respuestas, de igual manera los profesores a cargo de cada módulo se retiraron del aula de clases para no interferir.

### **5.1. Primera etapa**

En esta primera etapa o fase de la aplicación del instrumento de recolección de datos, la lista de problemas verbales se aplicó en un tiempo máximo de 75 minutos para poder responder tanto en la secundaria uno como en la secundaria dos.

Se dio la instrucción a los estudiantes que contestaran de forma individual los problemas verbales y que contaban con 75 minutos para resolverlos. Se indicó que no se podría hacer uso de la calculadora o algún dispositivo electrónico, solamente lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas. Además, se les entregó hojas en blanco en caso de que necesitaran más espacio para sus respuestas. También, se aclaró que debían justificar sus respuestas y que en caso de que consideraran necesario elaboraran un dibujo.

Después de haber revisado y analizado las respuestas de las pruebas elaboradas por los estudiantes de secundaria, se clasificaron de acuerdo con las características que presentaron conforme a la literatura existente, es decir, la clasificación de Verschaffel et al. (1997) y la categoría No reacción (NR) de Verschaffel et al (2009), puesto que las respuestas obtenidas se apegaban a las clasificaciones de estos autores, además que las otras categorías presentadas previamente contienen similitud en el aporte de información. Cabe aclarar que se creó una nueva categoría: Propuesta (P). En esta categoría tal y como se menciona en su nombre, se encuentran respuestas que presentan soluciones correctas y, además, se proponen o se hacen sugerencias de lo que debió haber ocurrido para que el contexto del problema tuviera una solución.

A continuación, se muestra en la siguiente tabla el significado de las siglas de las categorías que se utilizaron para clasificar el tipo de respuesta.

**Tabla 3.** *Significado de los códigos de las categorías de las respuestas de la investigación*

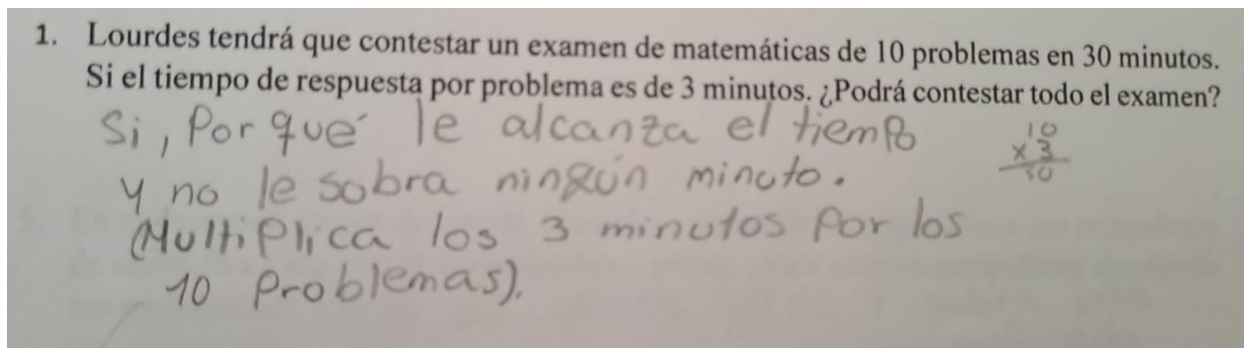
<b>Código</b>	<b>Significado</b>
<b>NA</b>	Respuesta no realista
<b>RA</b>	Respuesta realista
<b>TE</b>	Error técnico
<b>OA</b>	Otra respuesta
<b>NR</b>	No reacción
<b>P</b>	Propuesta
<b>SR</b>	Sin responder

De igual forma, cada prueba cuenta con un identificador con el propósito de respetar el anonimato de cada estudiante, por lo tanto, para referirnos específicamente a un estudiante y la escuela secundaria de procedencia se realizó de la siguiente forma: E(número)S(número), por ejemplo, E2S20 corresponde a la escuela 2 sujeto 20.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de respuestas de los problemas verbales que se obtuvieron de los estudiantes de secundaria. La selección de estos ejemplos se llevó a cabo después de haber analizado cada prueba, posteriormente se escogió las respuestas que fueran significativas para esta investigación.

### 5.1.1. Problema 1

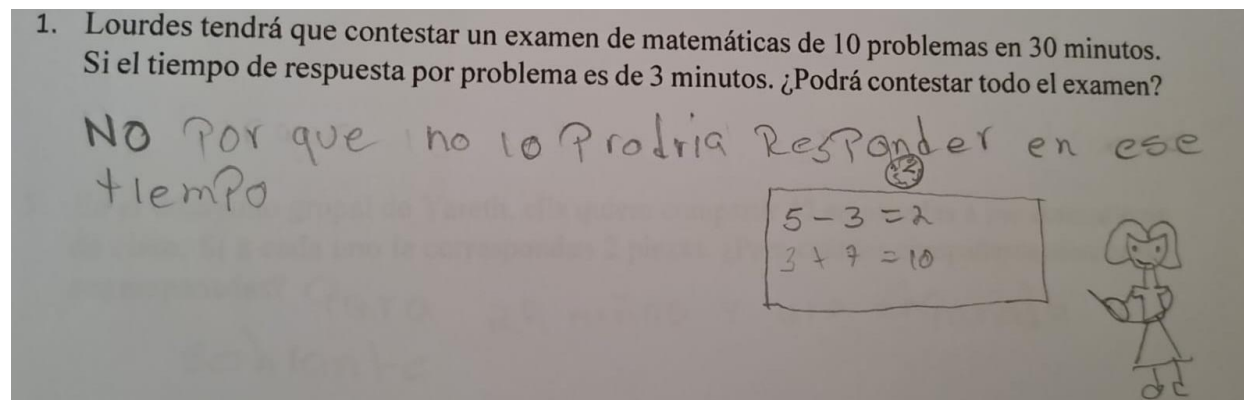
**Figura 1.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema. 1.



Fuente: respuesta del estudiante E1S1.

Una respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 1 se observa que el estudiante realizó una multiplicación para obtener una respuesta numérica y con base en su respuesta numérica proporciona su justificación, sin embargo, no se aprecia que hubiera utilizado o evocado las experiencias propias de la vida real.

**Figura 2.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 1.

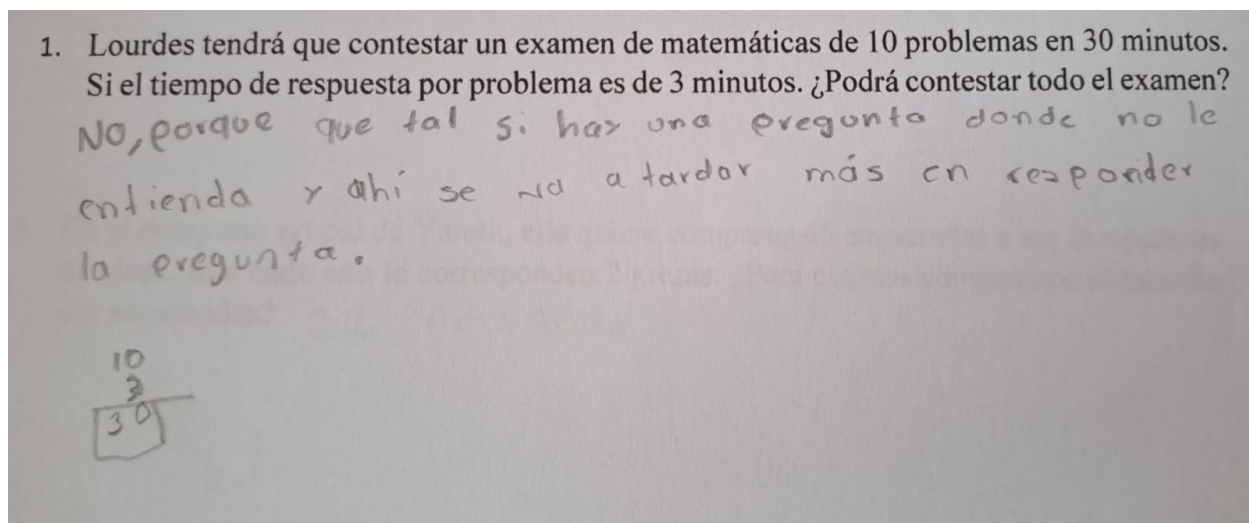


Fuente: respuesta del estudiante E2S11.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde con las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 2 se aprecia que el

estudiante no realiza operaciones aritméticas que tengan relación con la solución del problema, no obstante, presenta lo que parece ser una consideración realista de la situación planteada, sin embargo, no puede ser clasificada como una respuesta realista (RA) dado que no presentó ninguna respuesta numérica, además de no tener una señal evidente de tener presente los aspectos realistas que conforman el mundo real o del uso adecuado de la realidad. Aunque hace uso del recurso del dibujo para ilustrar lo que parece ser una profesora de matemáticas impartiendo una clase, no aporta ninguna justificación o contribuye a su respuesta.

**Figura 3.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 1.

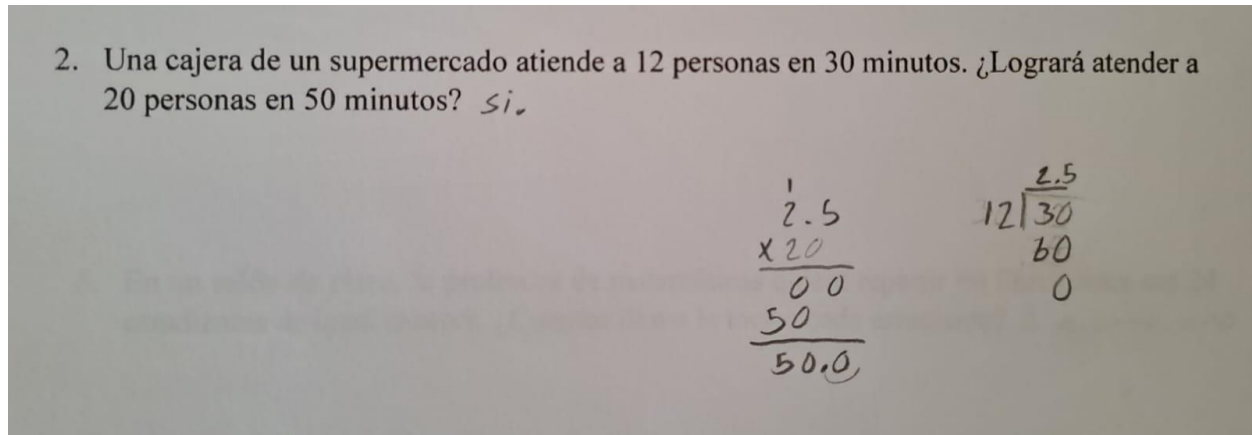


Fuente: respuesta del estudiante E2S36.

Una respuesta realista (RA) es el resultado del uso adecuado de la realidad generado por el enunciado o contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 3 se observa que el alumno realizó una multiplicación de manera correcta, igualmente, se muestra que el estudiante hizo una consideración acerca de la vida real, es decir, toma en cuenta la realidad en su proceso de solución, consiguiendo argumentar que “no, porque qué tal si hay una pregunta donde no le entienda y ahí se va a tardar más en responder la pregunta”, a lo cual se tiene una señal evidente de evocar experiencias propias, por lo cual a pesar de haber obtenido una respuesta numérica correcta brinda una respuesta de acuerdo con sus vivencias, logrando considerar la realidad.

### 5.1.2. Problema 2

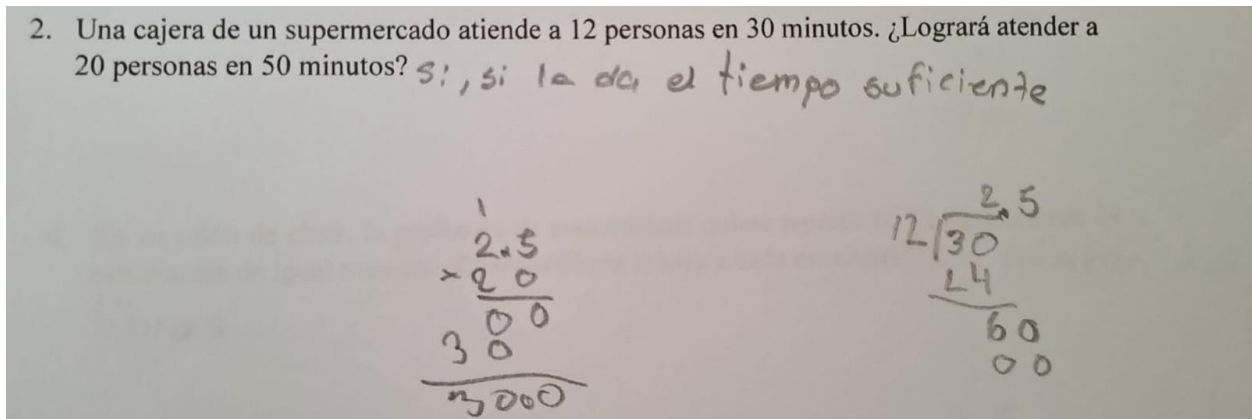
**Figura.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 2.



Fuente: respuesta del estudiante E2S3.

Una respuesta no realista (NA) comprende las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 4 se percibe que el estudiante realiza únicamente operaciones aritméticas obteniendo un resultado numérico por el cual el alumno llega a la conclusión que, debido a sus resultados se puede lograr atender a ese número de personas en ese tiempo, sin hacer consideraciones realistas de la situación del contexto del problema.

**Figura 5.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 2.

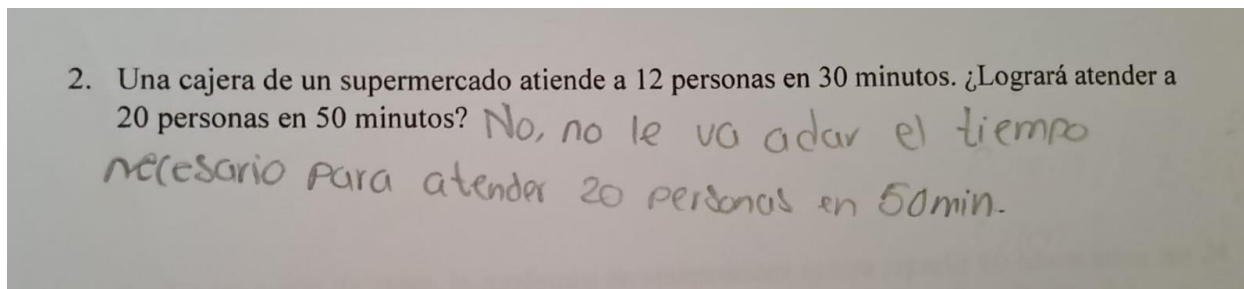


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

Una respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del

problema o errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 5 se observa que hace uso de operaciones aritméticas para encontrar una respuesta numérica y presenta su justificación de acuerdo con lo obtenido de su respuesta numérica que “si le da el tiempo suficiente”, por lo que no se observa que realice o evoque experiencias o situaciones del mundo real.

**Figura 6.** Ejemplo de respuesta no reacción en el problema 2.

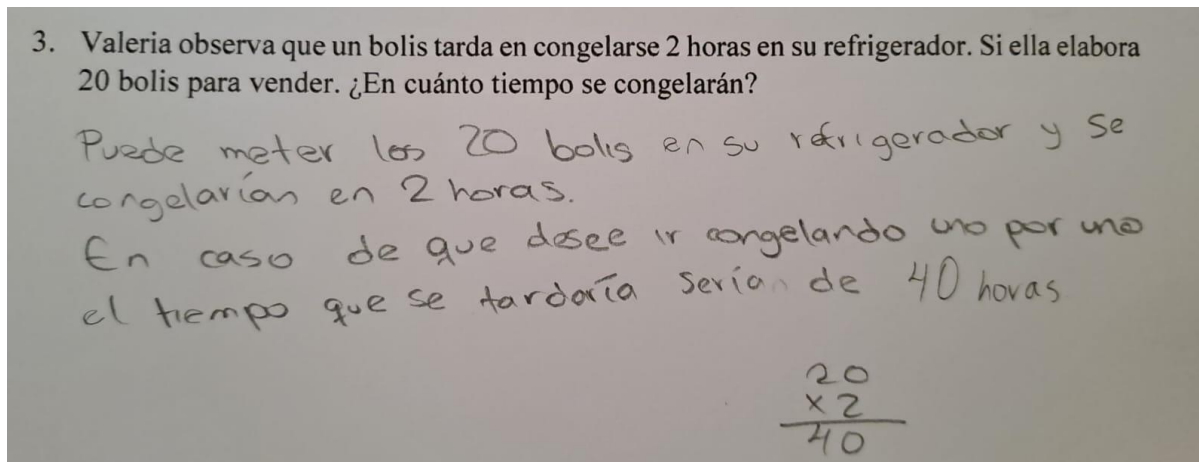


Fuente: respuesta del estudiante E2S50.

No reacción (NR) comprende aquellas respuestas donde el estudiante no presenta alguna respuesta numérica y ninguna explicación textual que apunte que el estudiante tenga consciencia acerca del obstáculo del modelado realista que imposibilitara dar su respuesta. Por ejemplo, en la figura 6, se observa que el estudiante presenta un comentario en el cual explica que “no, no le va a dar el tiempo necesario para atender 20 personas en 50 min” sin justificar o tratar de argumentar el porqué de su respuesta o hacer alguna consideración evidente de la realidad. Además, que no proporciona una respuesta numérica.

### 5.1.3. Problema 3

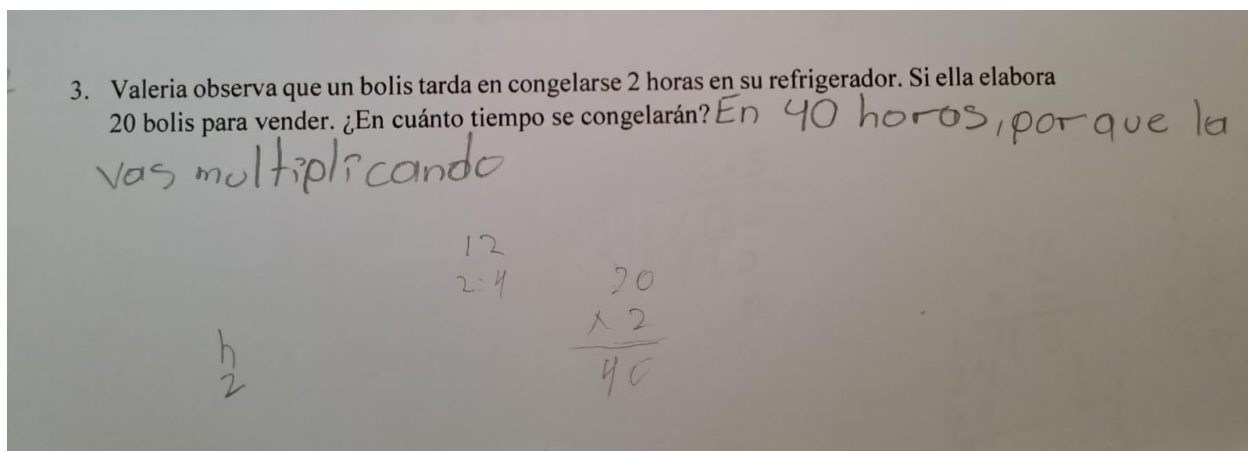
**Figura 7.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 3.



Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

Una respuesta realista (RA) corresponde a las respuestas donde el estudiante desarrolla cálculos de manera correcta y, además aporta una respuesta realista al considerar la situación del problema. Por ejemplo, en la figura 7 se aprecia un claro entendimiento por los elementos del mundo real, es decir, expone que los bolis se pueden meter al mismo tiempo por lo cual se congelarían en 2 horas, por lo cual considera sus vivencias o experiencias para poder dar la respuesta. No obstante, considera la alternativa en la cual se desee congelar uno por uno, más no define que se tenga que congelar los bolis de uno en uno, además que proporciona una respuesta numérica a su explicación. Por lo tanto, hubo señales evidentes de tener presentes las características del mundo real.

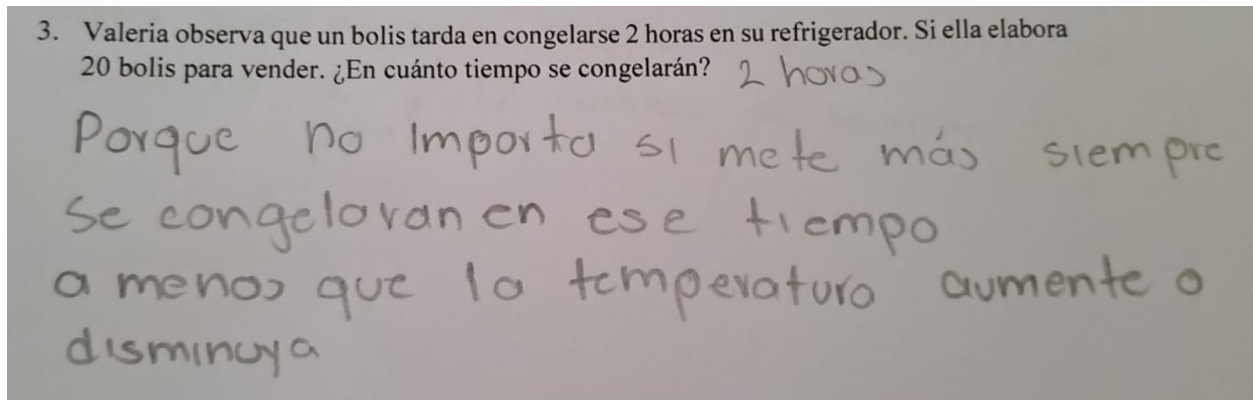
**Figura 8.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 3.



Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

Una respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 8, se observa que el estudiante cae en la trampa de la ilusión de la linealidad, respondiendo que son 40 horas en congelarse, por lo cual su respuesta no es situacionalmente adecuada. Dado que presenta soluciones matemáticamente correctas, sin embargo, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema.

**Figura 9.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 3.

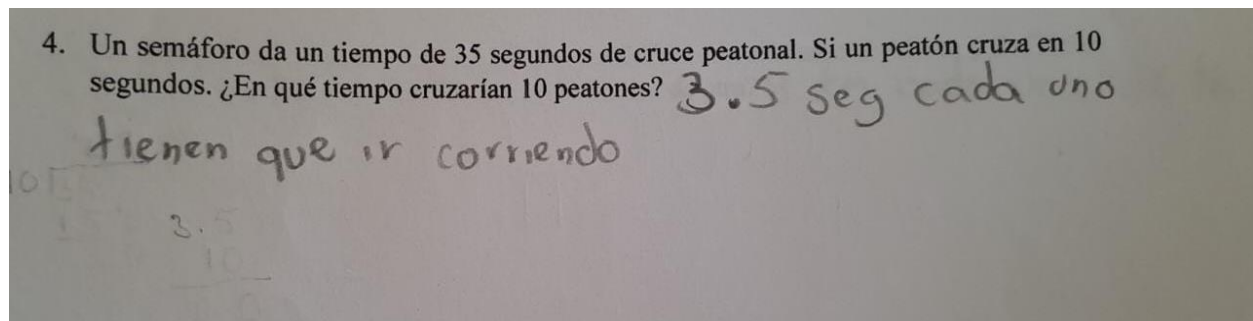


Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

Una respuesta realista (RA) es el resultado del uso adecuado de la realidad generado por el enunciado o contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 9, se observa que el estudiante tiene presente las características del mundo real, puesto que da como respuesta que se podría congelar en 2 horas, además que hace una consideración con base en sus experiencias, por lo que responde que los bolis se pondrán a congelar todos al mismo tiempo, incluso esclarece que el refrigerador podría congelar los bolis en un mayor o menor tiempo si la temperatura aumenta o disminuya lo cual refleja sus vivencias del mundo real.

#### 5.1.4. Problema 4

**Figura 10.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 4.

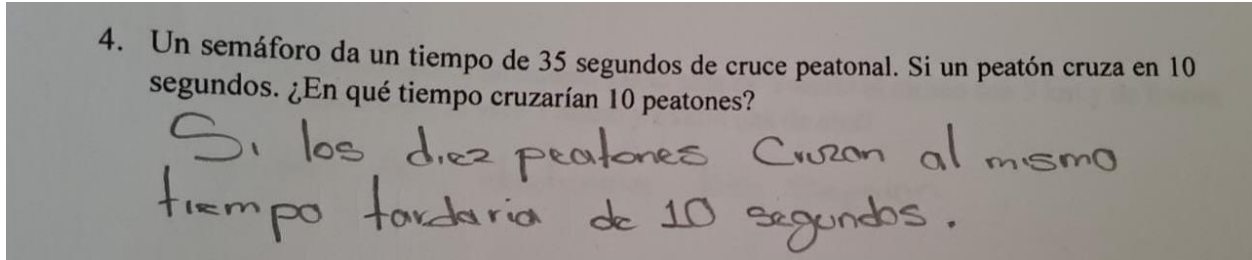


Fuente: respuesta del estudiante E1S3.

Una respuesta no realista (NA) comprende las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 10 se observa que el estudiante realiza una división con los elementos numéricos del enunciado, además no presenta consideraciones realistas, puesto que si hubiera empleado su activación acerca del conocimiento del mundo real notaría la falta de realismo

en su respuesta. Por lo tanto, se identifica la aplicación directa de operaciones aritméticas con los números del problema.

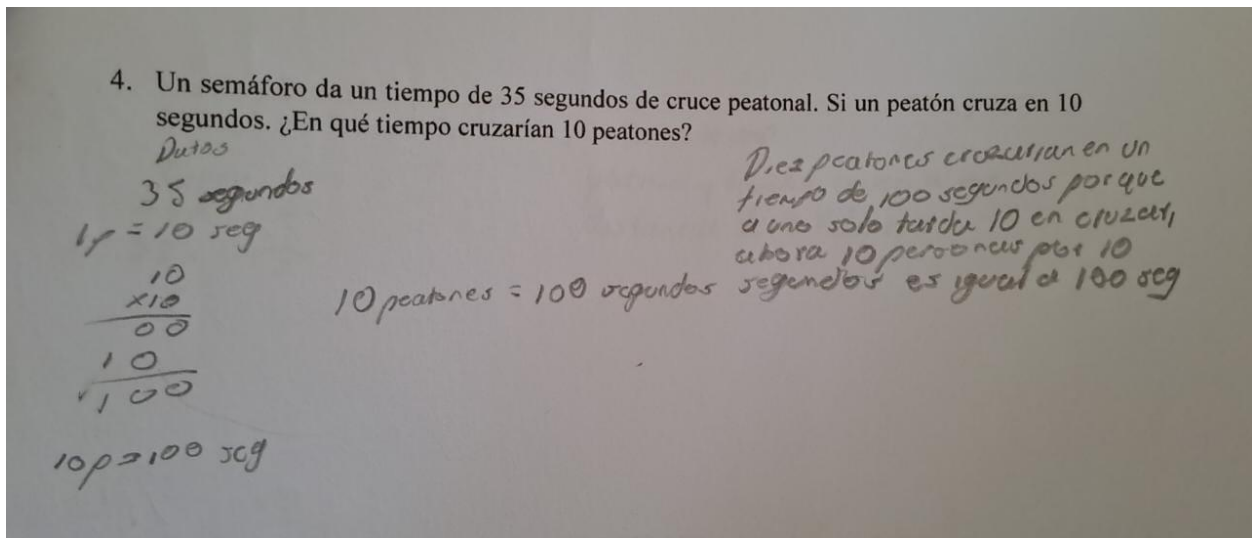
**Figura 11.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 4.



Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

Una respuesta realista (RA) corresponde a las respuestas donde el estudiante desarrolla cálculos de manera correcta y, además aporta una respuesta realista al considerar la situación del problema. Por ejemplo, en la figura 11 muestra un entendimiento del mundo real, debido a que el alumno logra incluir la realidad en su respuesta, puesto que se percata que los diez peatones podrían cruzar al mismo tiempo.

**Figura 12.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 4.



Fuente: respuesta del estudiante E2S20.

Una respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 12 podemos ver que el

alumno cae en la ilusión de la linealidad, argumentando que si un peatón cruza en diez segundos se requiere de 100 segundos para que crucen 10 peatones, de igual forma realizar operaciones aritméticas para comprobar su respuesta, por lo que se observa que no hay consideraciones realistas.

### 5.1.5. Problema 5

**Figura 13.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 5.

5. En el desayuno grupal de Yareth, ella quiere compartir 45 empanadas a sus compañeros de clase. Si a cada uno le corresponden 2 piezas. ¿Para cuántos compañeros alcanzarán sus empanadas?

22.5  
2  $\overline{)45}$   
  0 10  
  0

Para 22 personas y sobra una.

Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

Una respuesta realista (RA) son el resultado del uso adecuado de la realidad generado por el enunciado o contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 13 podemos observar que el estudiante proporciona una interpretación correcta del cociente conforme al contexto del problema. De igual forma, observamos que desarrolla la división hasta que el resto quede en cero, además menciona que sobra una empanada.

**Figura 14.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 5.

5. En el desayuno grupal de Yareth, ella quiere compartir 45 empanadas a sus compañeros de clase. Si a cada uno le corresponden 2 piezas. ¿Para cuántos compañeros alcanzarán sus empanadas?

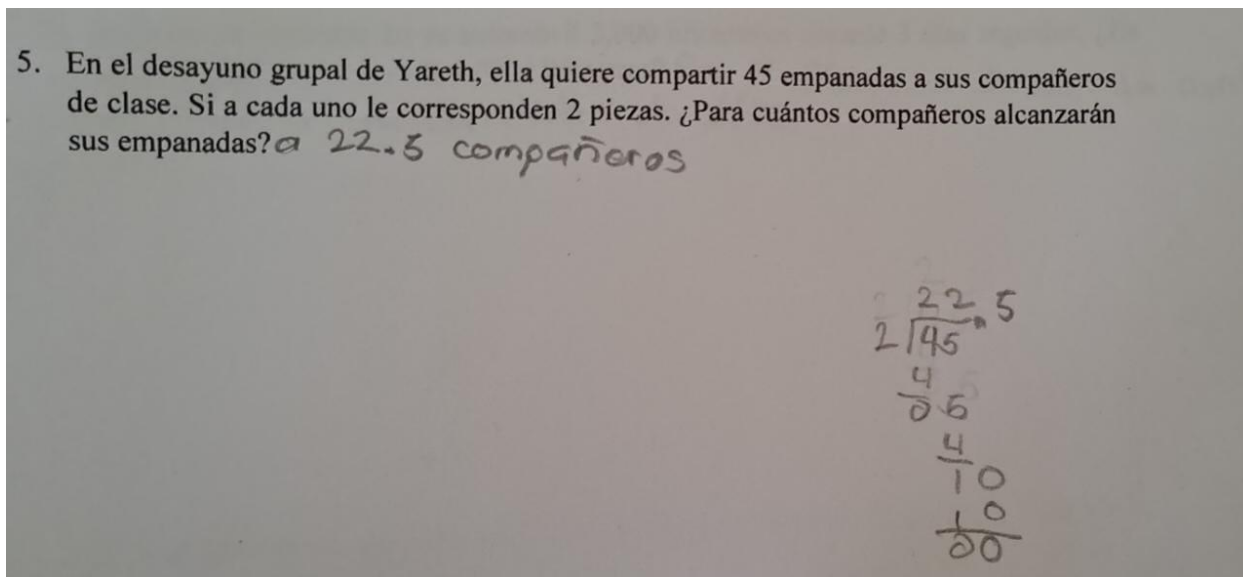
Para 23 Compañeros

Fuente: respuesta del estudiante E2S18.

Respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 14 podemos notar que a pesar de que el estudiante no escribe sus operaciones aritméticas, se intuye de acuerdo con su respuesta que realizó una división del cual interpretó el

cociente que debían redondear al siguiente número entero, además que no se evidencia consideraciones realistas. Por lo tanto, presenta una respuesta situacionalmente errónea, debido al enunciado del problema.

**Figura 15.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 5.

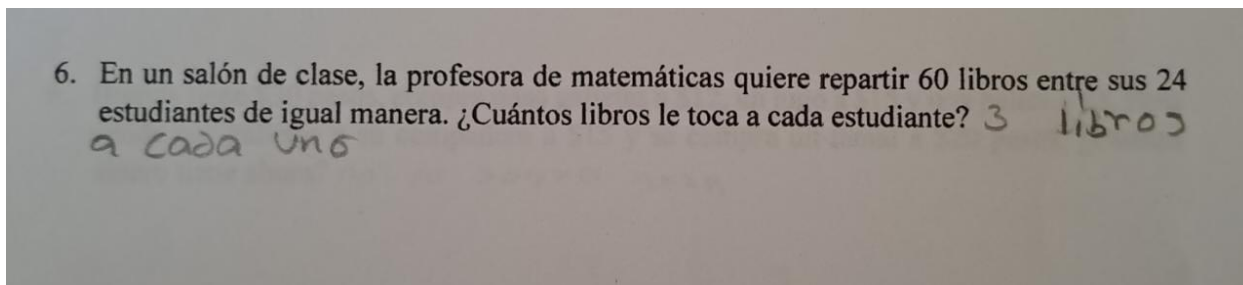


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

Respuesta no realista (NA) comprende las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 15 se observa una respuesta matemáticamente correcta, pero situacionalmente incorrecta. Es evidente que la respuesta del alumno no es realista, ya que 22.5 compañeros no puede suceder en el mundo real. Por lo tanto, no logra relacionar e interpretar la realidad con las operaciones matemáticas que realiza.

### 5.1.6. Problema 6

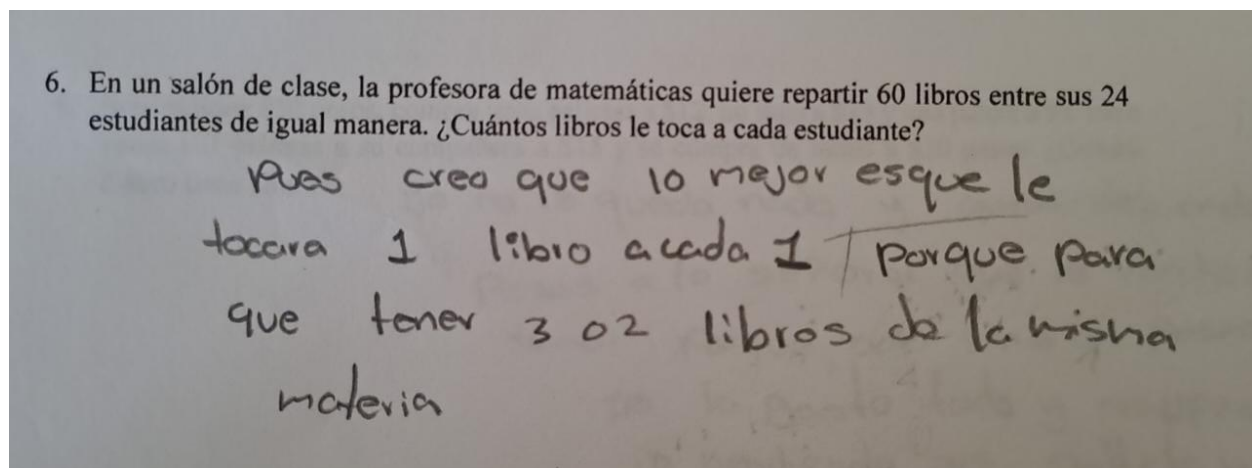
**Figura 16.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 6.



Fuente: respuesta del estudiante E2S18.

Respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 16 se intuye a pesar de no haber escrito las operaciones aritméticas que utilizó una división para obtener su respuesta, sin embargo, no logra hacer una interpretación acertada del cociente y el resto, procede a redondear su resultado, por lo que situacionalmente de acuerdo con el contexto del problema es incorrecto, por lo cual no se evidencia consideraciones realistas.

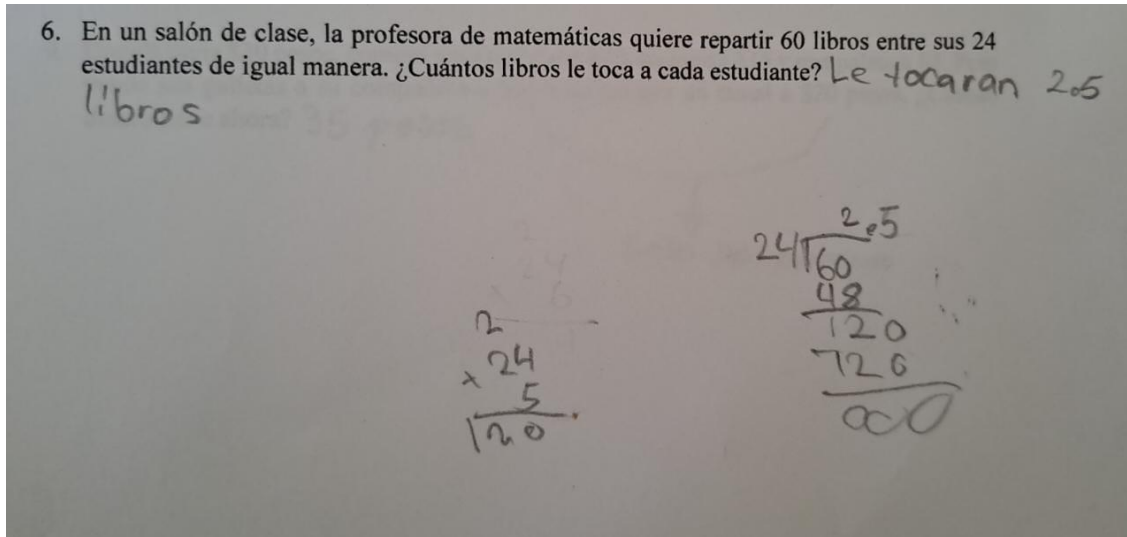
**Figura 17.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 6.



Fuente: respuesta del estudiante E2S19.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde a las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 17 no se evidencia la utilización de alguna operación aritmética para obtener una respuesta numérica, sin embargo, se observa que el estudiante le toma relevancia a la repartición de una unidad por estudiante, debido que considera que se debe tener un solo libro y no varios, a lo cual se percibe como una consideración realista, no obstante, no se considera como una respuesta de reacción realista (RR).

**Figura 18.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 6.

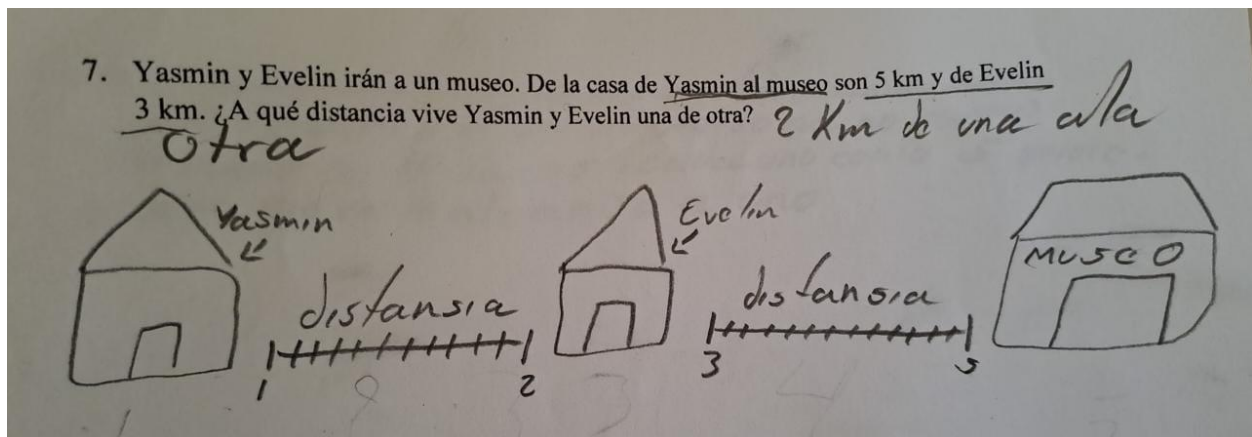


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

Respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 18, se observa que el estudiante no presenta alguna interpretación del cociente o del resto de acuerdo con el contexto del problema, matemáticamente si presenta una respuesta correcta, sin embargo, no situacionalmente a la situación descrita en el problema.

### 5.1.7. Problema 7

**Figura 19.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 7.

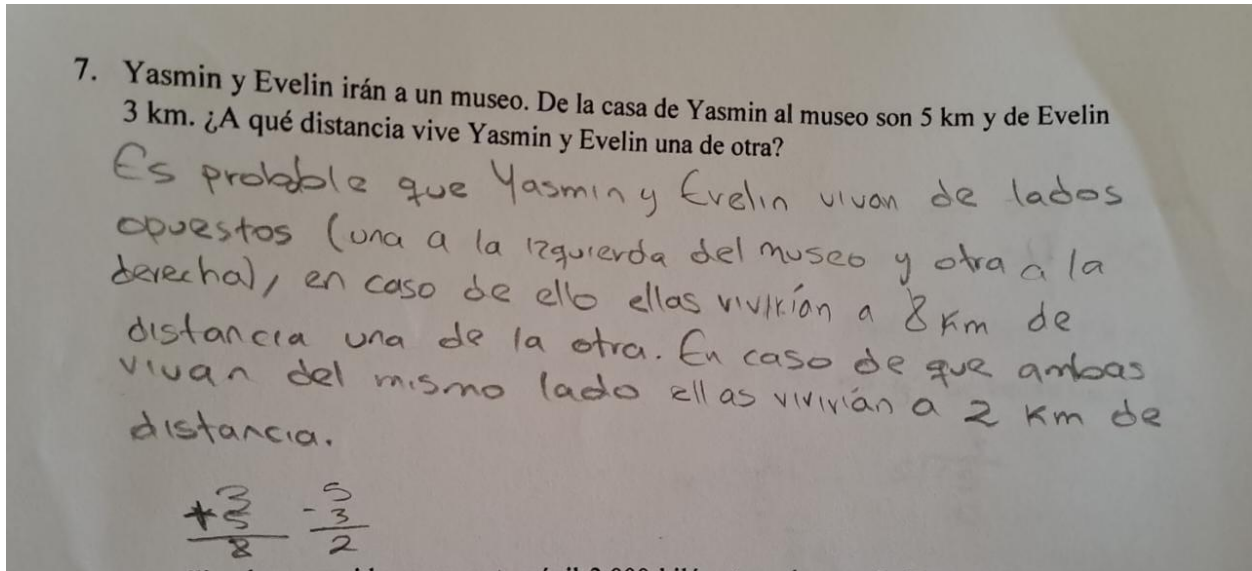


Fuente: respuesta del estudiante E1S2.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde a las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 19 se observa una respuesta numérica del cual es correcta en cierta parte, debido a que no considera todas las posibles

respuestas que involucra este problema. Por lo tanto, no se puede clasificar como una respuesta realista (RA). Además, hace uso del dibujo para poder ubicar las casas, no obstante, presenta solamente una respuesta de los posibles casos.

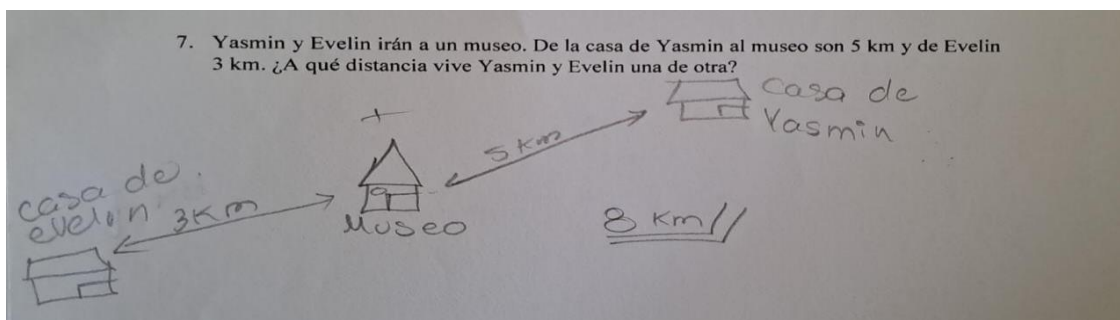
**Figura 20.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 7.



Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

Una respuesta realista (RA) corresponde a las respuestas donde el estudiante desarrolla cálculos de manera correcta y, además aporta una respuesta realista al considerar la situación del problema. Por ejemplo, en la figura 20 se evidencia una consideración de realidad en problema, debido a que considera dos posibles casos, por lo cual debido al grado escolar en el que se encuentran, se considera que proporcionó una respuesta realista a pesar de que la solución al problema es un intervalo.

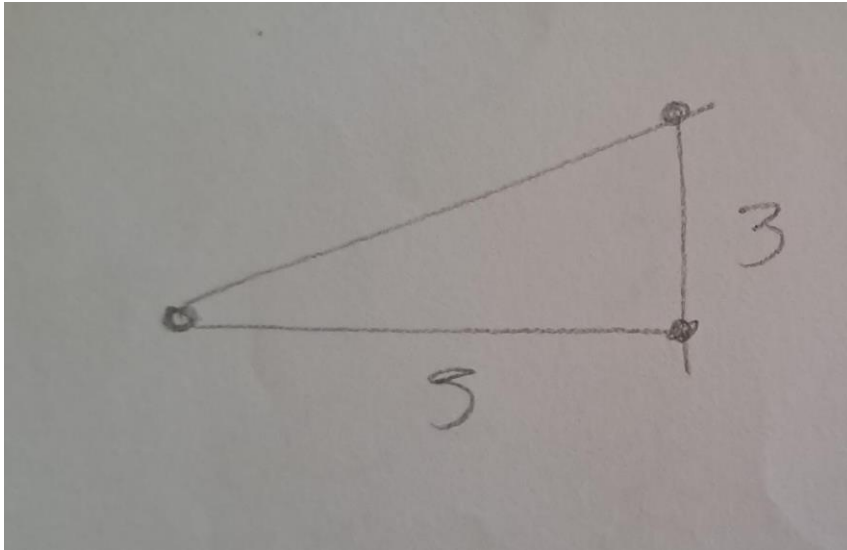
**Figura 21.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 7.



Fuente: respuesta del estudiante E2S65.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde a las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 21 podemos notar que el estudiante solamente considera una posible solución del problema, por lo cual no se puede clasificar como una respuesta realista (RA), podemos notar que presenta una solución lineal de la situación del problema.

**Figura 22.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 7.

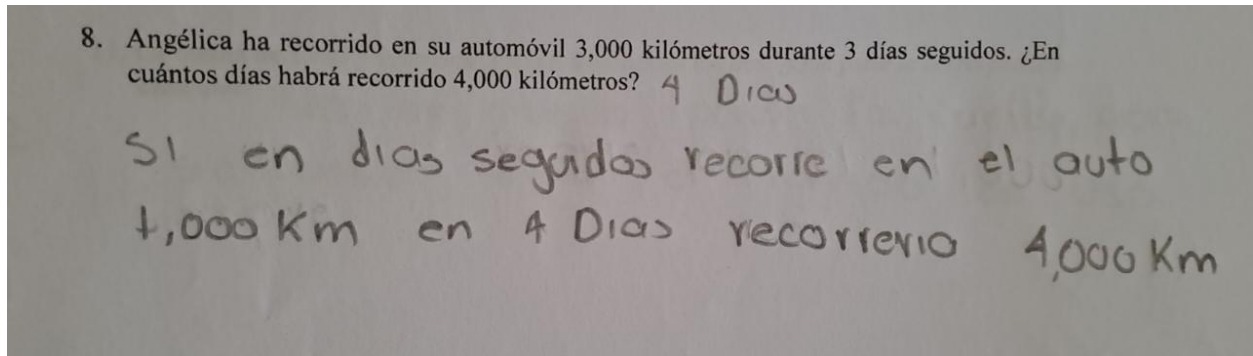


Fuente: respuesta del estudiante E2S65.

La figura 22 fue proporcionada por el mismo estudiante que se analizó su respuesta en la figura 21, esta figura fue realizada en una hoja en blanco que anexó en el instrumento (lista de problemas verbales). Podemos observar y percibir que el estudiante tuvo una representación distinta a la lineal que presentó como su respuesta final, se intuye que el estudiante no pudo relacionar matemáticamente su dibujo, tal vez por la falta de conocimiento o dominio del tema que aún no se ha impartido, no obstante, tuvo la idea de representarlo distinto a la lineal.

### 5.1.8. Problema 8

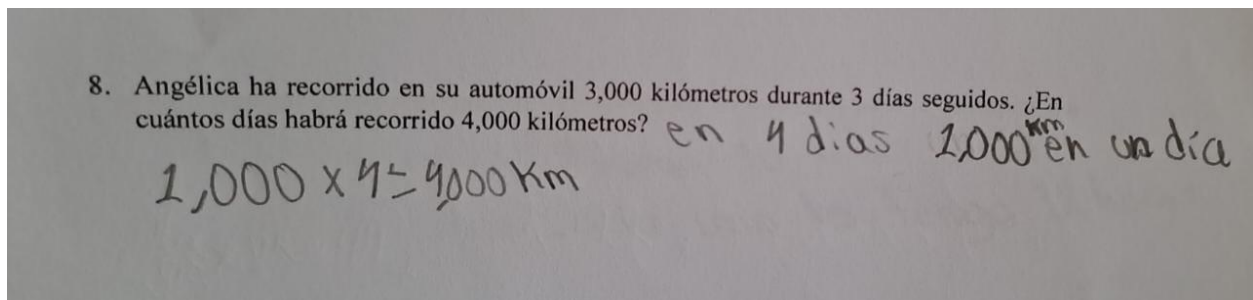
**Figura 23.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 8.



Fuente: respuesta del estudiante E2S69.

Respuesta no realista (NA) comprende las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 23 se podemos notar que el estudiante hizo una aplicación directa de operaciones aritméticas con los números del enunciado del problema, por lo cual obtiene una respuesta matemáticamente correcta, no obstante, no considera la realidad al contemplar que un automóvil tendría que recargar gasolina, por lo cual no se evidencia consideraciones realistas por parte del estudiante o algún obstáculo que se le hubiera planteado para poder contestar. Por lo tanto, el estudiante no considera las experiencias o situaciones del mundo real.

**Figura 24.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 8.

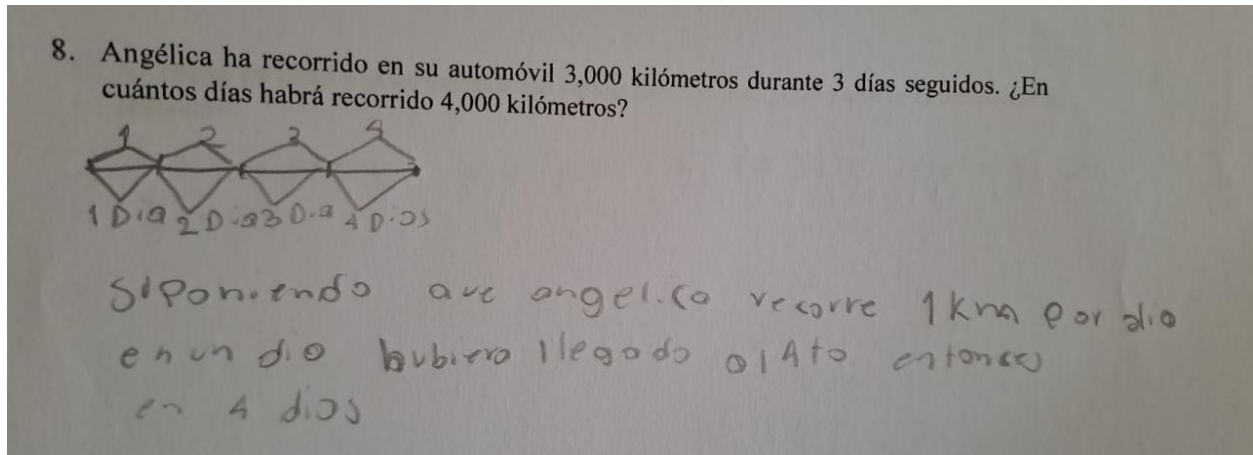


Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

Respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 24 notamos que el estudiante solamente

realizó una multiplicación para obtener su respuesta numérica, sin tener alguna consideración realista en su respuesta, por lo cual el estudiante no toma en cuenta la realidad.

**Figura 25.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 8.

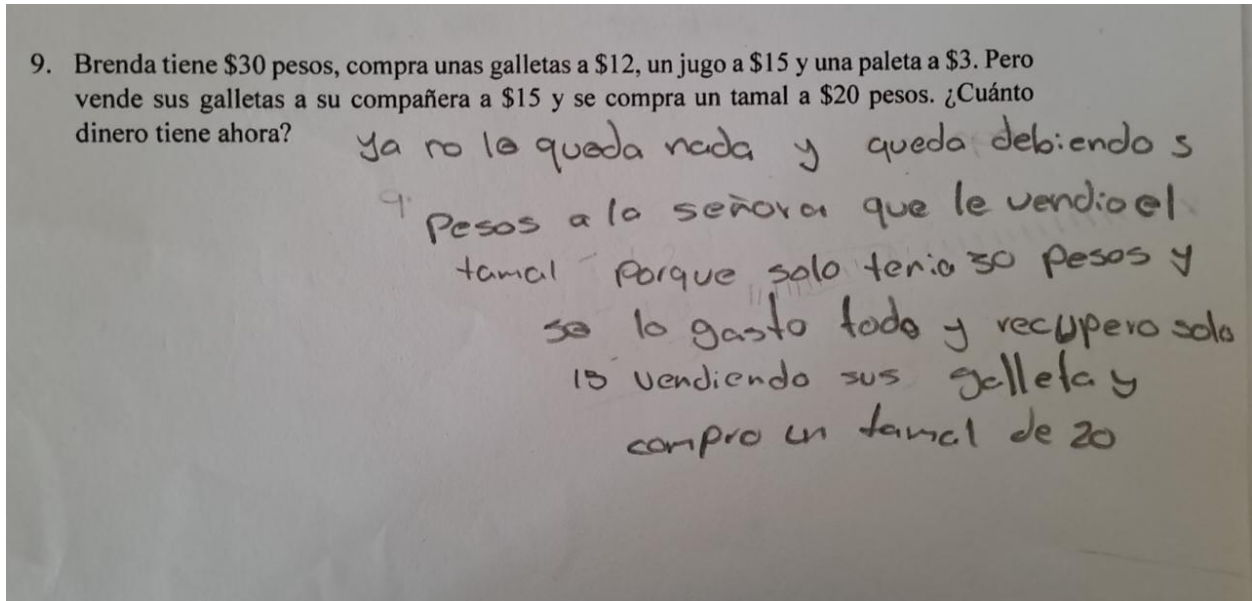


Fuente: respuesta del estudiante E2S77.

Respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 25 observamos que utilizó una gráfica para poder obtener una respuesta numérica, el cual fue a través del conteo con el gráfico, sin embargo, no se evidenció alguna consideración realista en su respuesta, evidenciado una respuesta matemáticamente correcta, pero situacionalmente incorrecta.

### 5.1.9. Problema 9

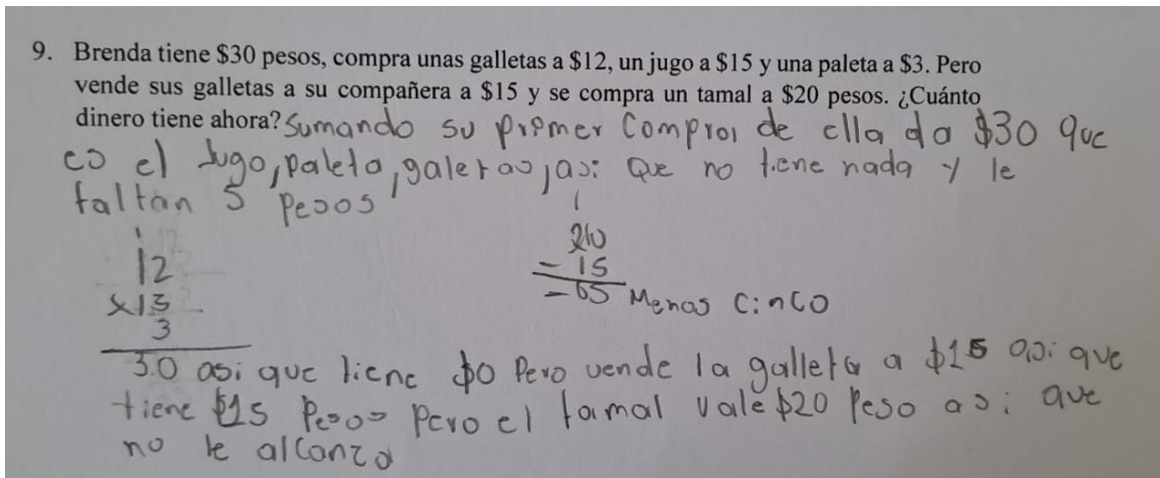
Figura 26. Ejemplo de respuesta realista en el problema 9.



Fuente: respuesta del estudiante E2S19.

Una respuesta realista (RA) es el resultado del uso adecuado de la realidad generado por el enunciado o contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 26 observamos que el estudiante presenta una respuesta realista, al mencionar que “ya no le queda nada” aclarando que incluso quedó debiendo, por lo cual evidencia que hace uso de sus experiencias.

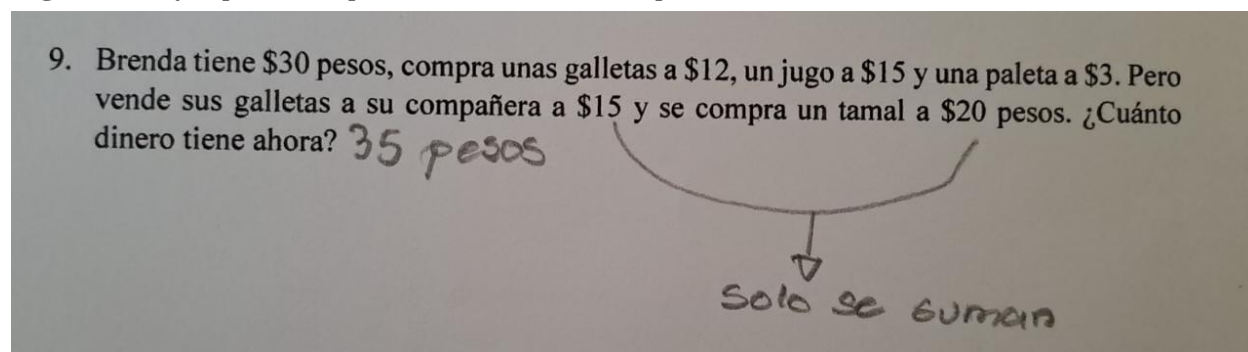
Figura 27. Ejemplo de respuesta realista en el problema 9.



Fuente: respuesta del estudiante E2S25.

Una respuesta realista (RA) corresponde a las respuestas donde el estudiante desarrolla cálculos de manera correcta y, además aporta una respuesta realista al considerar la situación del problema. Por ejemplo, en la figura 27 observamos que el estudiante realizó operaciones aritméticas, sin embargo, en su explicación fue desarrollando textualmente las sumas o resta que realizó para poder decir que “no le alcanzó”, por lo cual se observa que considera e interpretar al número negativo y no presenta una respuesta situacionalmente incorrecta.

**Figura 28.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 9.

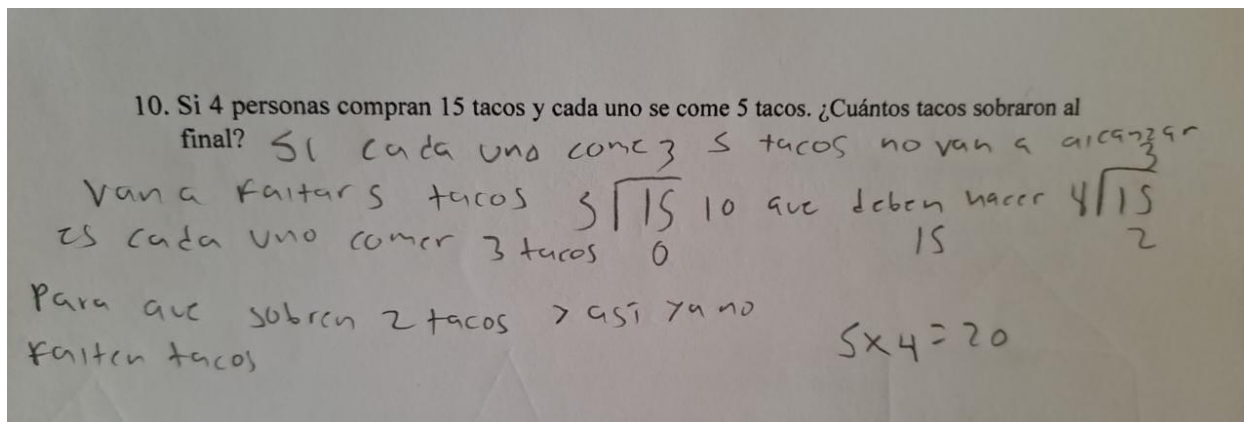


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

Respuesta no realista (NA) comprende las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 28 es evidente que el estudiante tomo a los primeros números del enunciado en una resta y posteriormente a los siguientes números en una suma como una posible forma de obtener una respuesta numérica no negativa, aclarando en su respuesta que solamente se deben sumar.

### 5.1.10. Problema 10

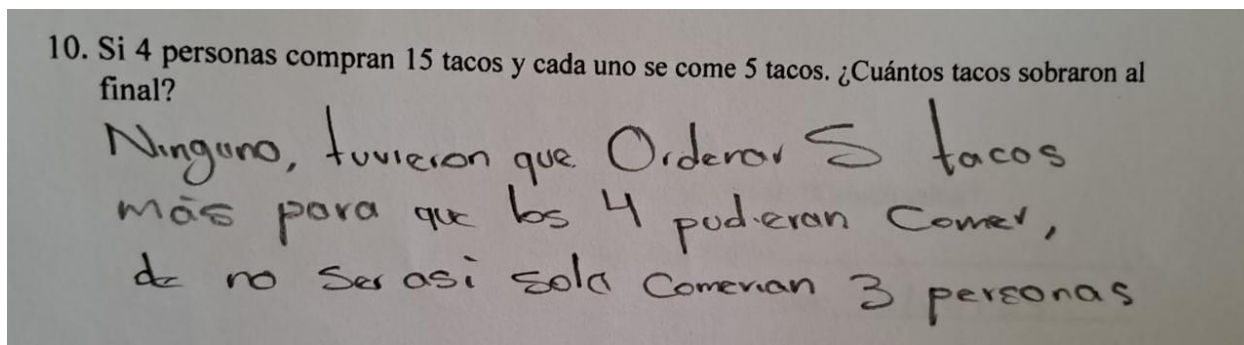
**Figura 29.** Ejemplo de respuesta propuesta en el problema 10.



Fuente: respuesta del estudiante E1S4.

En la categoría propuesta (P) se encuentran respuestas que presentan soluciones correctas y, además, se proponen o se hacen sugerencias de lo que debió haber ocurrido para que el contexto del problema tuviera una solución. Por ejemplo, en la figura 29 se observa que el estudiante realiza operaciones aritméticas, sin embargo, realiza una sugerencia para que no falten tacos, sino que sobren, posiblemente al percatarse que faltarían tacos propone una alternativa de la solución a lo que el estudiante considera que debió haber ocurrido, tal vez de acuerdo con su conocimiento del mundo real.

**Figura 30.** Ejemplo de respuesta propuesta en el problema 10.

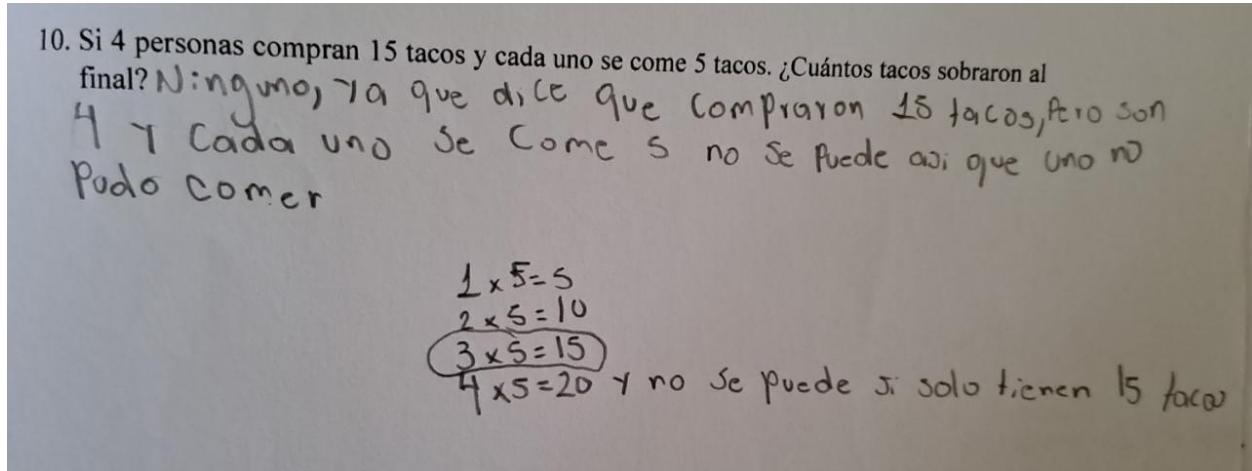


Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

En la categoría propuesta (P) se encuentran respuestas que presentan soluciones correctas y, además, se proponen o se hacen sugerencias de lo que debió haber ocurrido para que el contexto del problema tuviera una solución. Por ejemplo, en la figura 30, notamos que a pesar de que el estudiante contesta que no sobran tacos, sugiera una posible solución al problema aclarando que

“tuvieron que ordenar 5 tacos más” a lo cual posiblemente hace una consideración realista con base en sus vivencias en la vida real.

**Figura 31.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 10.

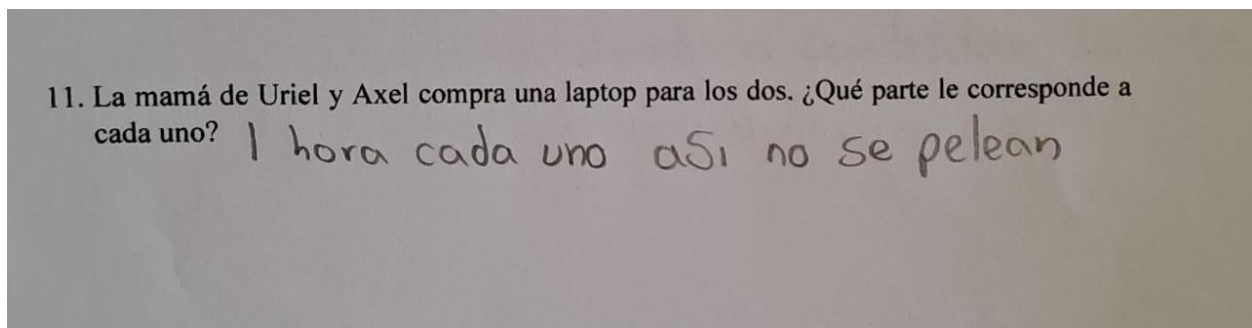


Fuente: respuesta del estudiante E2S25.

Una respuesta realista (RA) son el resultado del uso adecuado de la realidad generado por el enunciado o contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 31, se observa que el estudiante tiene consideración de la realidad, puesto que explica que no sobran aclarando que uno no pudo comer, además de presentar como respuesta numérica multiplicaciones o tablas de multiplicar, por lo cual se evidencia su conocimiento acerca del mundo real al poder interpretar sus resultados de manera situacionalmente correctas.

### 5.1.11. Problema 11

**Figura 32.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 11.

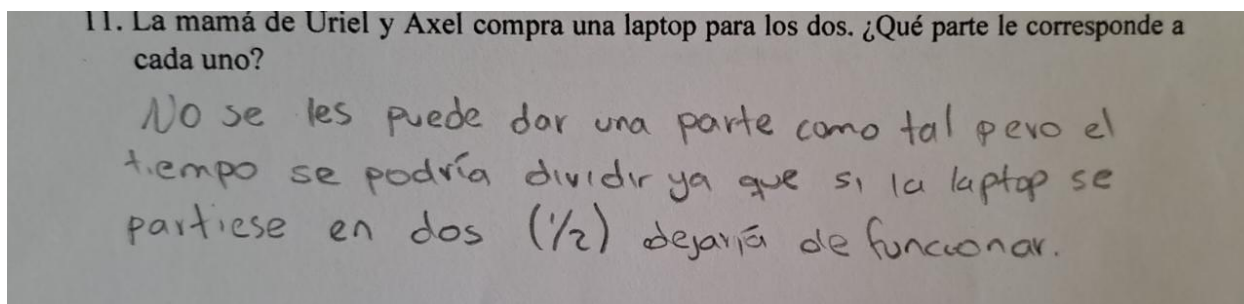


Fuente: respuesta del estudiante E1S3.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde a las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 32 se muestra una

aparente consideración de la realidad, puesto que reparte el tiempo en lugar del objeto que evidentemente no podría partirse, posiblemente evocando experiencias propias. Además, de presentar el comentario “así no se pelean”, probablemente a causa de una vivencia personal, sin embargo, no puede ser clasificada como una respuesta realista (RA) o reacción realista (RR). Dado que no presentó ninguna respuesta numérica, además de no tener una señal evidente de tener presente los aspectos del mundo real o del uso adecuado de la realidad.

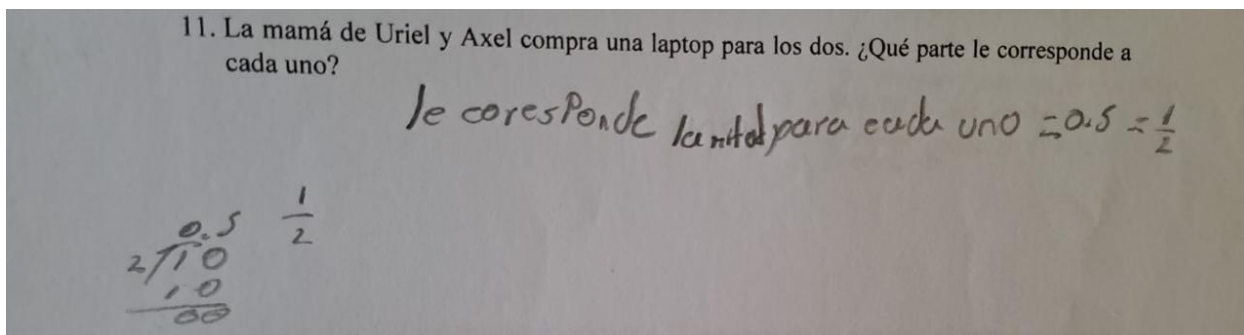
**Figura 33.** Ejemplo de respuesta realista en el problema 11.



Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

Una respuesta realista (RA) corresponde a las respuestas donde el estudiante desarrolla cálculos de manera correcta y, además, aporta una respuesta realista al considerar la situación del problema. Por ejemplo, en la figura 33, se evidencia la comprensión y el uso adecuado de la realidad, dado que el estudiante es consciente que el objeto no puede ser dividido, además, considera un aspecto (el tiempo) que sí podría ser dividido.

**Figura 34.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 11.

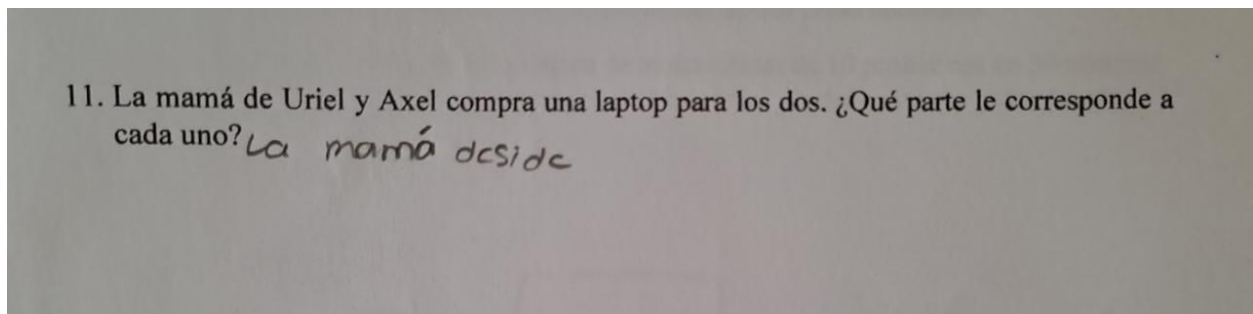


Fuente: respuesta del estudiante E2S20.

Respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o

errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 34, se muestra que el estudiante proporciona una respuesta matemáticamente correcta, pero situacionalmente incorrecta, dado que realizó una división para obtener una respuesta numérica sin considerar la situación del problema, evidenciando que no hace un uso adecuado de la realidad.

**Figura 35.** Ejemplo de respuesta otra respuesta en el problema 11.

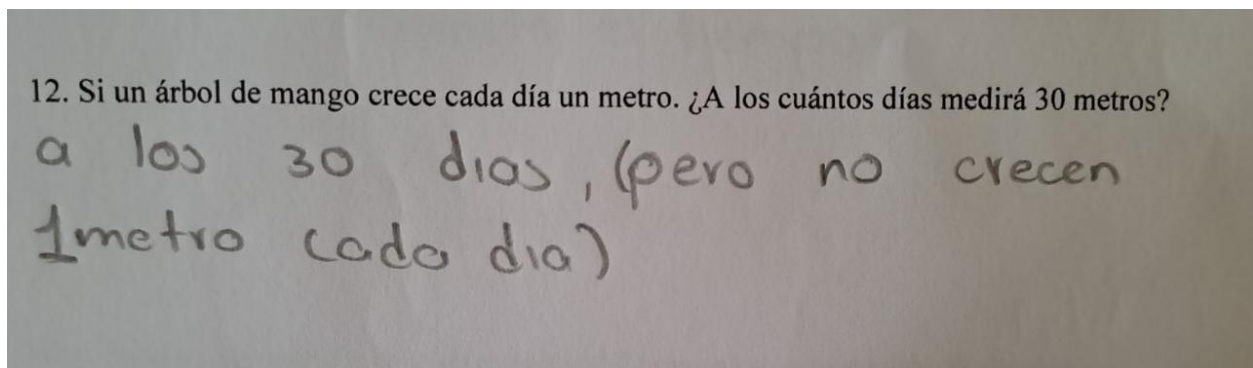


Fuente: respuesta del estudiante E2S57.

La clasificación otra respuesta (OA) corresponde a las respuestas que no se pudieron catalogar en las categorías presentadas anteriormente. Por ejemplo, en la figura 35 se evidencia que el estudiante posiblemente muestre una aparente consideración de realidad, dado que pudiese evocar su experiencia del mundo real al decir que “la mamá decide”, no obstante, no puede ser clasificada como una respuesta realista (RA). Dado que no presentó alguna respuesta numérica, además de no tener una señal evidente del uso adecuado de la realidad. Además, el alumno pareciese no estar consciente de la problemática que generó el enunciado del problema e intentando darle una posible solución.

#### 5.1.12. Problema 12

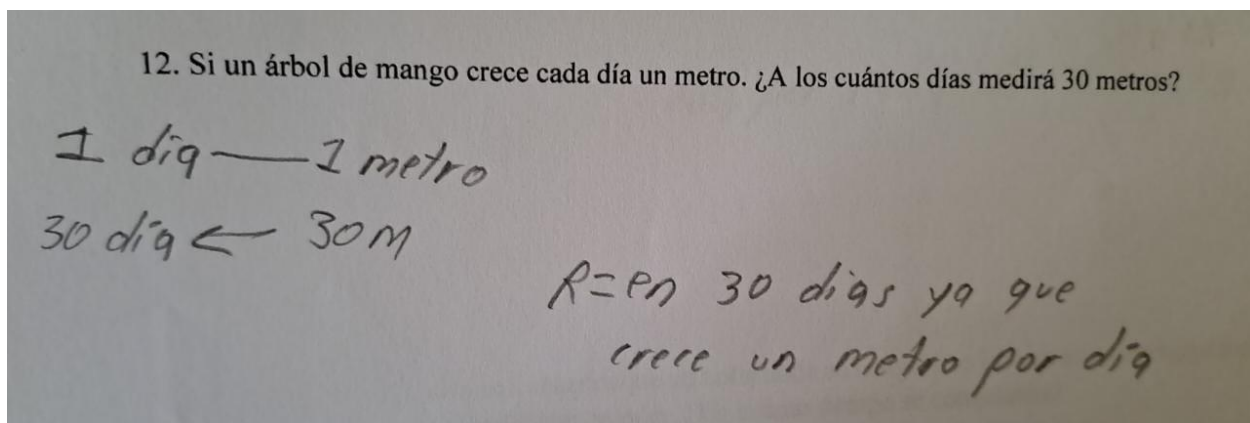
**Figura 36.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 12.



Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

Respuesta no realista (NA) comprende aquellas respuestas que se obtienen de la aplicación de operaciones aritméticas con los números que se encuentran en el enunciado del problema. Por ejemplo, en la figura 36 el estudiante presenta una respuesta matemáticamente correcta, pero situacionalmente incorrecta. No se percibe alguna operación matemática que justifique su respuesta numérica, sin embargo, se intuye que realizó operaciones matemáticas de forma mental. Además, el estudiante logró tener una consideración realista, evidenciando el dominio que presenta sobre su conocimiento de la realidad al argumentar que “pero no crecen 1 m cada día”. A pesar de su consideración y el manejo de la realidad que posee, su respuesta no pertenece a la clasificación de respuestas realistas (RA) puesto que, su respuesta final no fue la numérica.

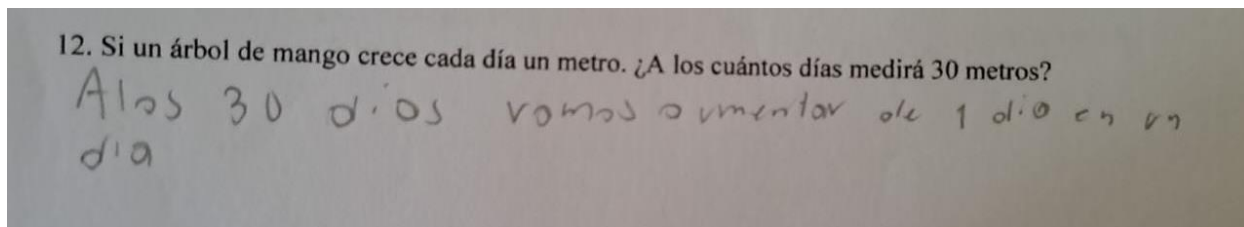
**Figura 37.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 12.



Fuente: respuesta del estudiante E2S76.

Respuesta no realista (NA) las respuestas que no obstante de realizar cálculos correctos, el estudiante no aporta consideraciones realistas conforme al contexto del problema. Por ejemplo, en la figura 37 se observa que el estudiante realiza una regla de tres para obtener su respuesta numérica, cayendo en la trampa de la linealidad. Por lo tanto, obtiene una respuesta final no realista. Además, no se evidencia que el estudiante tenga alguna consideración realista de la situación que provoca el planteamiento del problema, por lo cual se intuye que no logra hacer un uso adecuado de la realidad y de su conocimiento del mundo real.

**Figura 38.** Ejemplo de respuesta no realista en el problema 12.



Fuente: respuesta del estudiante E2S77.

Respuesta no realista (NA) comprende los casos donde no se observó una señal o evidencia de que el estudiante tuviera consciencia del obstáculo del modelado realista, es decir soluciones matemáticamente correctas, no obstante, incorrectas de acuerdo con el contexto del problema o errores técnicos en el desarrollo. Por ejemplo, en la figura 38 se observa que el estudiante no presenta operaciones matemáticas, no obstante, debido a su respuesta se intuye que fue obtenida al realizar cálculos mentalmente, logrando exhibir que no posee un manejo del conocimiento del mundo real, es decir, no evoca vivencias que logren vincular la situación problemática con la realidad.

### **5.1.13. Discusiones etapa uno**

Comparando las respuestas que se obtuvieron en este estudio con investigaciones previas, se encontró lo siguiente.

En los problemas uno, dos y ocho, que son problemas verbales de proporcionalidad, se halla que la mayoría de las respuestas clasificadas en el problema uno corresponde a la categoría respuesta no realista con un 74.2%, mientras que en el problema dos el mayor número de respuesta fue del tipo respuesta no realista con un 38.1%. En contraste, con la investigación de Inoue (2005) en el cual se analizaron problemas verbales que exigían en las respuestas consideraciones realistas de los obstáculos que planteaban los problemas. Obteniendo que el 32% del total de las respuestas pertenecen a un punto de vista algorítmico, por lo cual el 68% de las respuestas presentaron razones prudentes. Inclusive el 14% de lo anterior, mostraron consciencia de los aspectos realistas del mundo real, sin embargo, omitían esta condición para adaptarse a la forma en que la escuela enseña matemáticas. Además, durante la entrevista clínica se reflejó que el 24% de las respuestas brindaron fundamentos acordes para argumentar los cometarios e interpretaciones de las situaciones de los problemas. Con en el problema JFK, donde un sujeto argumentó que sí podría llegar a la hora exacta, debido a que conoce atajos hacia el aeropuerto, aun cuando se presentara

la situación en donde la carretera estuviera aglomerada. Por lo cual, al comparar los resultados, se muestra que se obtuvieron porcentajes distintos a la investigación de Inoue (2005).

Los problemas tres y cuatro, que abordan situaciones de falsa proporcionalidad, en el problema tres se presentaron un 68.04 % respuesta no realista, mientras que en el problema cuatro se obtuvo un 84.5 % de respuesta no realista, en comparación con los resultados reportados en el estudio previo descrito en De Bock et al. (2007) en el que afrontaron abiertamente el manejo exagerado de la linealidad en el proceso de solución de problemas aritméticos. En el estudio realizado a estudiantes de segundo a octavo grado arrojó que más de un tercio de los estudiantes involucraban un uso equivocado del modelo proporcional. Encontrando que en este estudio arrojó más de la mitad.

Resultados semejantes a los obtenidos en los problemas cinco y seis donde se obtuvo que el 72.16% y el 60.8% de respuestas fueron pertenecientes a la categoría respuesta realista. El estudio que presentaron Verschaffel et al. (2009), fue aplicado a 245 estudiantes de dos escuelas primarias acerca de las consideraciones matemáticas con tres problemas de división con resto. Reportando que el 57% de los estudiantes tuvieron respuestas realistas en los tres problemas.

Se halló que el 80.4% de las respuestas pertenecientes a la pregunta siete son del tipo otra respuesta, puesto que, si presentaban consideraciones realistas, pero no eran suficientes para afirmar el realismo que contenían. Un estudio anterior, que mostró resultados similares fue el de Xin (2009) en donde participaron 119 estudiantes de primaria, en donde resolvieron problemas del tipo estándar y problemático. El problema que se reformuló como una caracterización a este problema pertenece a los problemas problemáticos. En dicha investigación los problemas con situaciones problemáticas arrojaron un 27% de consideraciones realistas y el 22% respuestas correctas. Además, el problema siete, al igual que los problemas nueve, diez, once y doce fueron clasificados como operaciones aritméticas, obteniendo que el 77.3% en el problema nueve corresponden a la categoría respuestas no realistas, el 55.6% en el problema diez son pertenecientes a la categoría respuestas realistas, el 46.3% del problema once corresponden a la clasificación otra respuesta y por último en el problema doce el 97.93% son del tipo de clasificación respuesta no realista.

Además, solamente once problemas no tuvieron respuesta (SR).

Con respecto a las preguntas propuestas en esta investigación, de manera preliminar la pregunta ¿Cómo conciben y toman en cuenta los estudiantes el realismo en las respuestas de los problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas? Y ¿Cómo influye el entorno del mundo real del estudiante en la resolución de problemas verbales de carácter de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas?, las respuestas obtenidas nos arrojaron algunas situaciones donde las experiencias o vivencias eran claras. Sin embargo, no es suficiente explicar cómo toman en cuenta los estudiantes el realismo y su entorno en sus soluciones, en esta etapa de la investigación.

Sintetizando los hallazgos relevantes en esta primera etapa, se tiene que los estudiantes presentan una tendencia a excluir la realidad en su proceso de resolución, sin embargo, de igual manera los estudiantes muestran consideraciones realistas en sus respuestas. Además, se observó que los estudiantes presentaron procedimientos como: uso de algoritmos, estrategias gráficas, uso de suma-restas sucesivas, de la regla de tres y el empleo de tablas de multiplicación.

## 5.2. Segunda etapa

En esta segunda etapa se analizó el cuestionario. Se llevó a cabo en un tiempo de 25 minutos para poder contestar las preguntas. Al término del primer instrumento (lista de problemas verbales) se le indicó a cada estudiante que ahora debían contestar los reactivos que tuvieran incisos con letras, puesto que los incisos con números los habían resuelto previamente, se les aclaró que el motivo por el cual se presentaba nuevamente fue con la finalidad de relacionar los problemas verbales con las preguntas, sin embargo, no debían responderlo nuevamente.

Posteriormente, se revisó y analizó las respuestas de los estudiantes, que con antelación evidenciaron respuestas significativas para esta investigación, es decir, las respuestas presentadas en la primera etapa se seleccionaron dado que sus respuestas reflejaron notoriedad y valor para esta investigación, esclareciendo que esta selección se realizó después de haber examinado, revisado y analizado cada uno de los 97 instrumentos de la primera etapa.

Por este motivo, se seleccionaron nuevamente estos casos específicos para poder entender, cómo influyó el entorno del mundo real y cómo concibieron y tomaron en cuenta el realismo a través de sus respuestas del cuestionario de manera a priori.

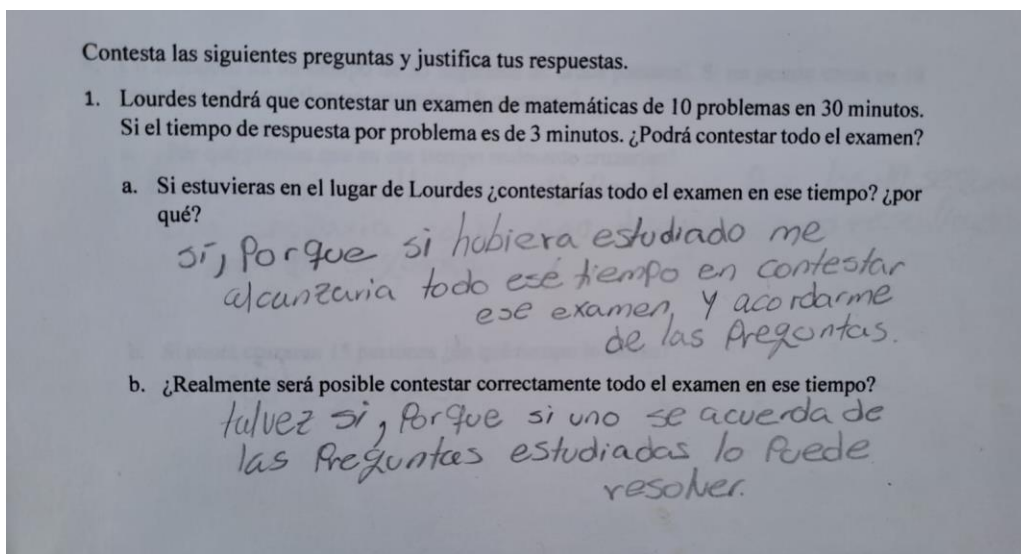
Antes de poder realizar el análisis es importante tener presente qué es el contrato experimental, puesto que los estudiantes se adhieren más a la cláusula del contrato experimental que a las del contrato didáctico.

D'Amore (2011) sugiere que cuando se comenta sobre el contrato didáctico, de igual forma se requiere comentar acerca de una situación del aula escolar, de un específico razonamiento matemático y del elemento del contrato; en otras palabras, de una acción recíproca entre el alumno y el profesor, y el objeto del saber. Sin embargo, cuando un investigador realiza un estudio o examen en el salón de clases ¿Cómo se podría afirmar que las soluciones o respuestas de los alumnos sean responsabilidad del producto del contrato didáctico? Puesto que ahora las circunstancias, la naturaleza y la situación son distintas. Aun cuando el alumno deduce o considera al investigador como una clase de profesor, no obstante, no es suficiente. Las soluciones proporcionadas por los alumnos al investigador, aun cuando el objeto matemático no es común en el aula, se considera más adheridas a condiciones de un contrato experimental que de un contrato didáctico.

La distinción radica en el propósito y los intereses implícitos asignados a la situación por parte del personal docente o el investigador. En cuanto al alumno, sostendría una inclinación a restituir el concepto a las cláusulas del contrato didáctico, el cual posee práctica en lo habitual, a pesar de que la persona que esté a cargo haya formado con antelación su cuestionar como esencial en un contrato experimental.

### 5.2.1. Pregunta 1

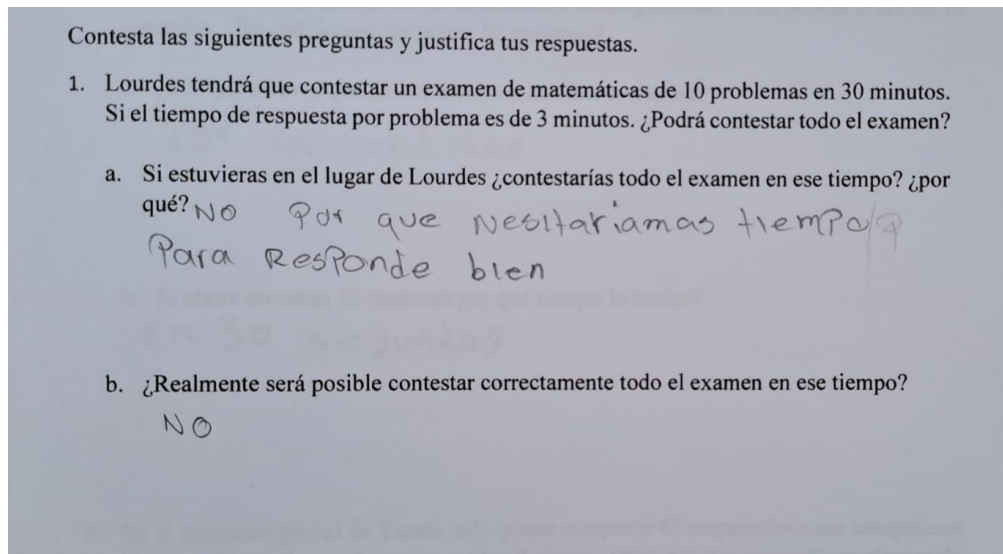
**Figura 39.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 1.



Fuente: respuesta del estudiante E1S1.

Podemos observar en la figura 39, el estudiante argumentó su respuesta no realista de la primera etapa, diciendo en el inciso a) “si hubiera estudiado...” intuyendo que el tiempo del examen es suficiente, sin considerar los factores externos que podrían prolongar el tiempo de respuesta de cada problema. Además de considerar solamente la respuesta matemática y no incorporar el realismo en su respuesta. Asimismo, en el inciso b) se deduce que el estudiante tiene presente el hecho de poder contestar todo el examen correctamente haciendo uso de la memorización, sin percatarse que no podrían ser problemas iguales. Estas respuestas podrían deberse a las cláusulas del contrato experimental, puesto que el estudiante concibió que el problema poseía una respuesta numérica para el experimentador.

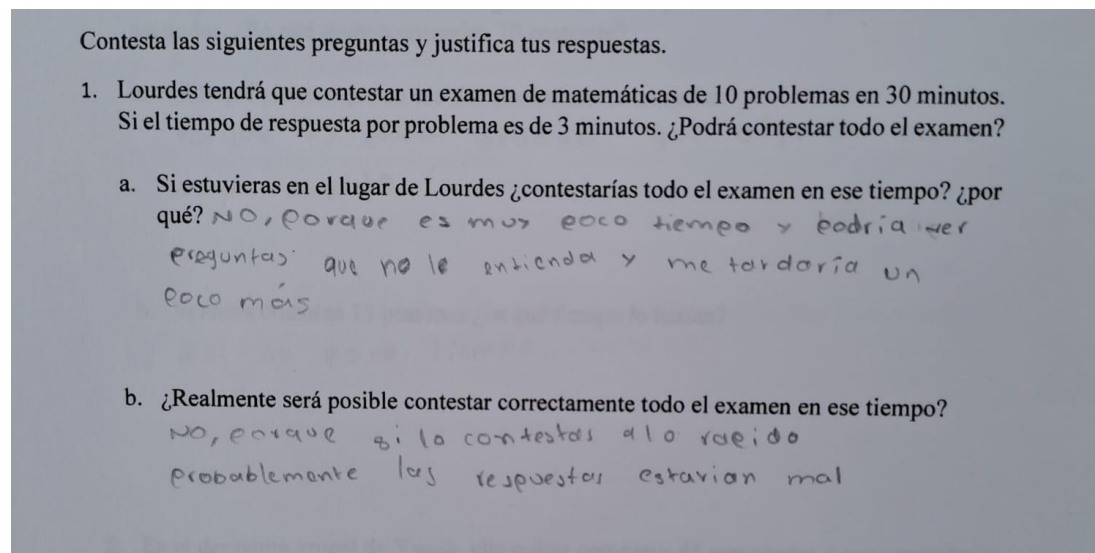
**Figura 40.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 1.



Fuente: respuesta del estudiante E2S11.

En la figura 40, se observa que el estudiante persiste, argumentado que no podría responder en ese tiempo. La respuesta que proporcionó en la primera etapa se clasificó en otra respuesta, dado que presentó lo que, en una primera instancia podría ser una consideración realista de la situación, sin embargo, no evidenció tener conocimiento de la problemática que se genera el problema. En esta segunda etapa, se observó que el estudiante en el inciso a) complementó su razonamiento de la pregunta de la primera etapa. En el inciso b) continuó manifestando que no se podrá contestar todo el examen. A pesar de las nuevas consideraciones realistas que aportó el estudiante previamente, no es posible aun clasificarlo como una respuesta realista (RA).

**Figura 41.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 1.

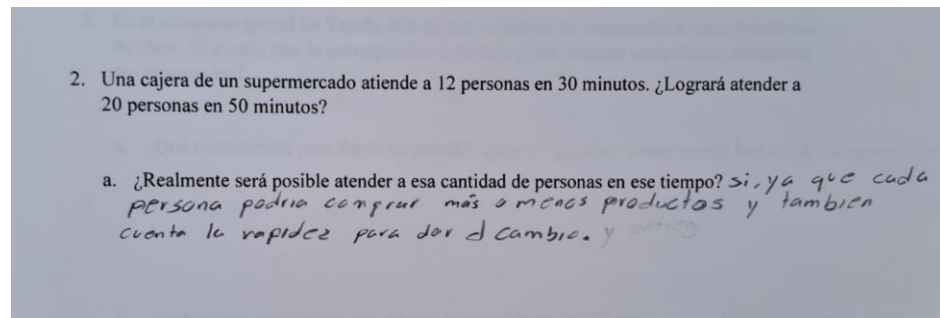


Fuente: respuesta del estudiante E2S36.

En la figura 41, En el inciso a) el estudiante aporta nueva argumentación a su respuesta de la primera etapa, a la cual fue clasificada como una respuesta realista (RA). El estudiante mostró en el inciso a) tener un claro entendimiento del mundo real, evocando experiencias propias, considerando la realidad en su respuesta, puesto que explicó que el tiempo es insuficiente dado que en algunas preguntas podría no comprender el problema y llevarse más tiempo del asignado. En el inciso b), persistió explicando que contestar todo el examen no le asegura tener todas las respuestas correctas, posiblemente resultado de una experiencia propia, por lo tanto, evidenció un buen uso de la realidad.

### 5.2.2. Pregunta 2

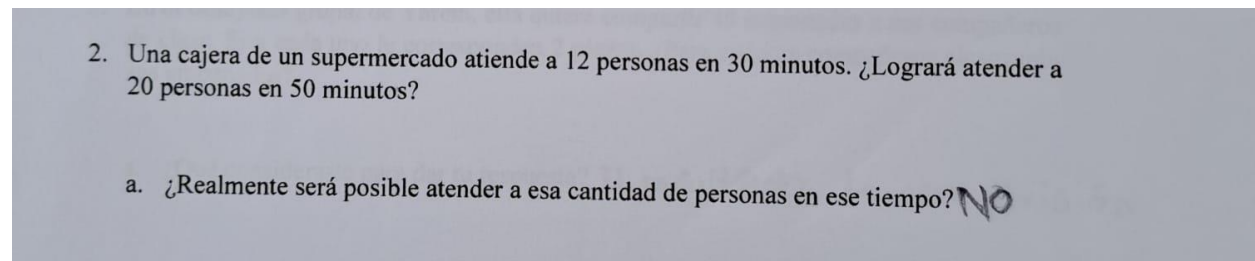
**Figura 42.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 2.



Fuente: respuesta del estudiante E2S3.

En la figura 42, se observó que el estudiante insiste en argumentar que la cajera tendría el tiempo suficiente, explicando que “cuenta la rapidez para dar el cambio”, sin considerar que podría suceder un corte de energía o una falla en el sistema de cobro. Ciertamente, cuenta la rapidez, embargo, el factor humano como el cansancio también debe ser considerado. De modo que el estudiante no logró demostrar consideraciones, potencialmente a las cláusulas del contrato experimental, dado que el estudiante acepta que se necesita realizar operaciones matemáticas para poder llegar a una solución.

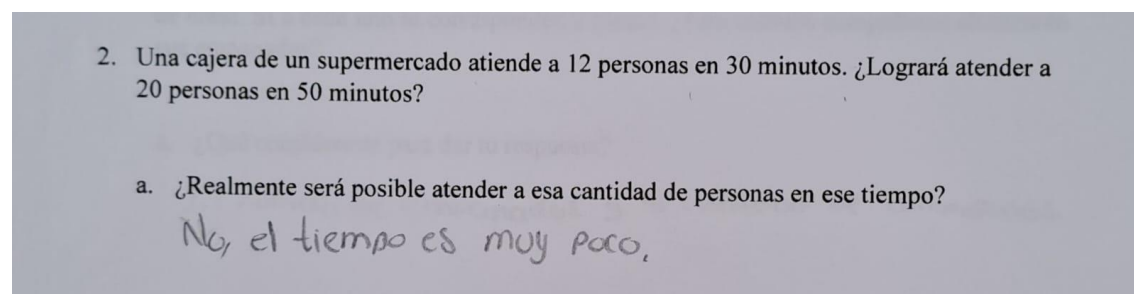
**Figura 43.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 2.



Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

En la figura 43, desde luego notamos una respuesta concreta “No”. En la primera etapa se exhibió una respuesta no realista (NA), dado que solamente realizó operaciones aritméticas para aportar una solución, declarando que “sí, si le da el tiempo suficiente”. Ahora, como es claramente razones opuestas, no es suficiente para deducir que tuvo una reflexión acerca de su respuesta y que ahora si considera a la realidad.

**Figura 44.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 2.



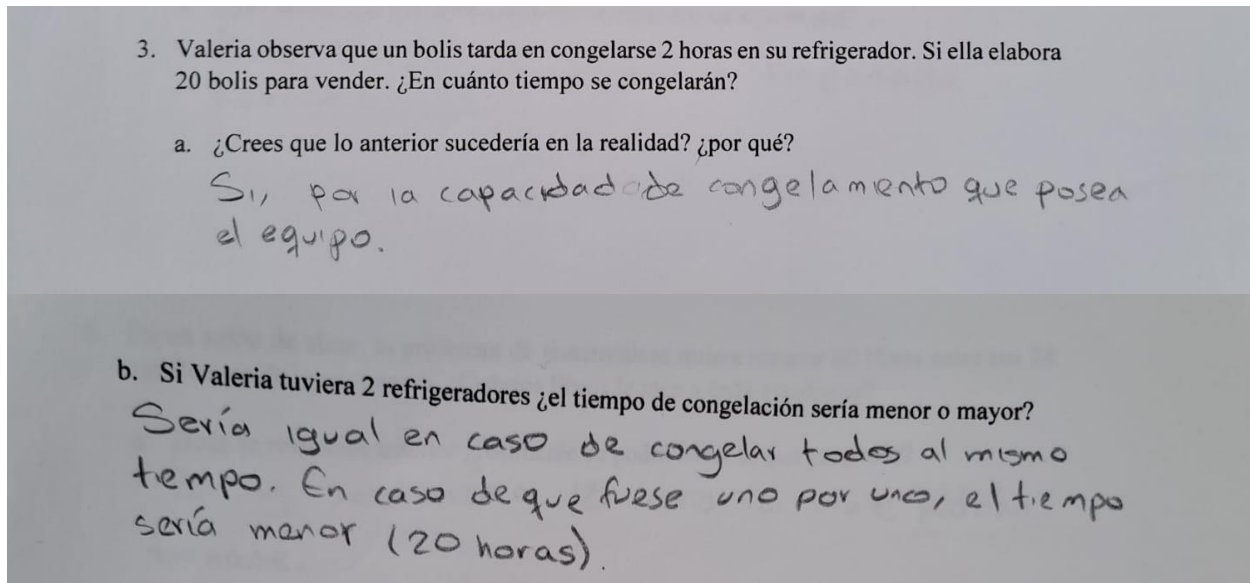
Fuente: respuesta del estudiante E2S50.

En la figura 44, es claro la posible consideración realista que realizó el estudiante, sin embargo, aunado a su respuesta en la primera etapa que fue clasificado en la categoría no reacción (NR), dado que no se evidencia que entienda el obstáculo que genera el problema. No es idóneo

deducir que el estudiante con estas dos respuestas que presentó emplea un uso adecuado de la realidad en su respuesta, además de vincular el problema planteado con la realidad.

### 5.2.3. Pregunta 3

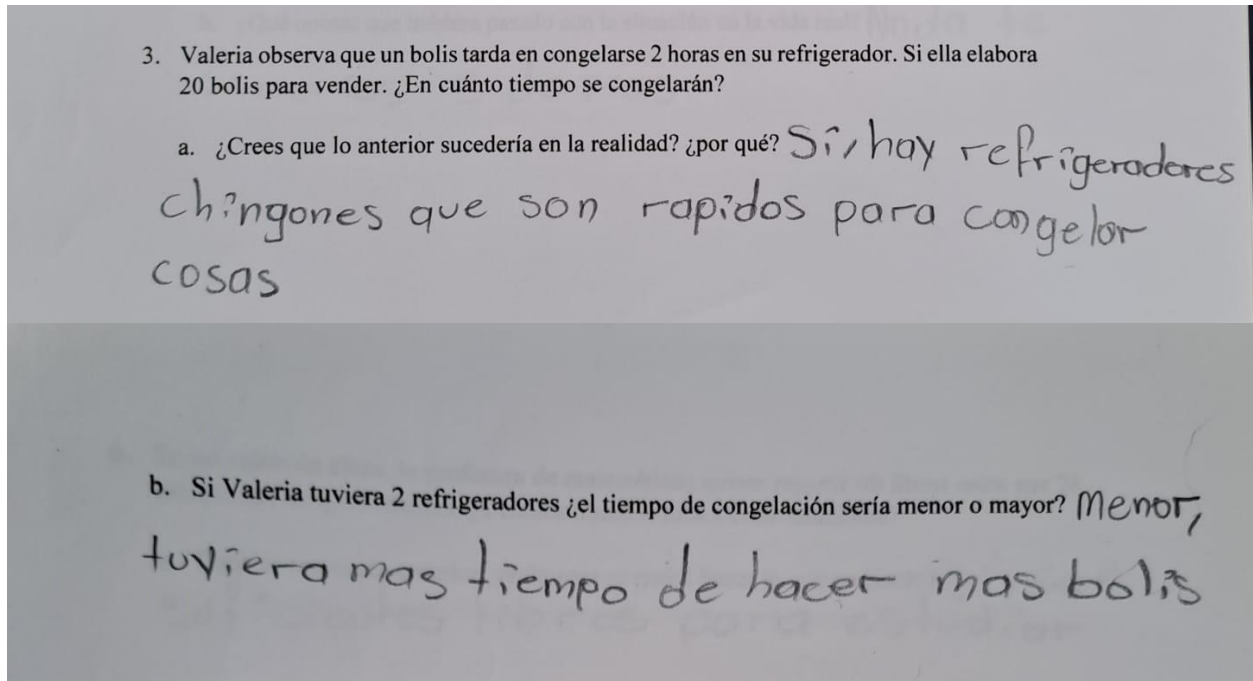
**Figura 45.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 3.



Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

En la figura 45, en el inciso a) el estudiante manifestó su conocimiento acerca del mundo real, explicando que sí podría suceder en la vida real, dado que considera pertinente la capacidad de enfriamiento o congelamiento de un refrigerador. En el inciso b), de nuevo afirmó que el tiempo de congelación sería el mismo tiempo, inclusive considera que sí se desearía congelar de uno en uno. Sin duda, fue evidenciado un uso adecuado de la realidad.

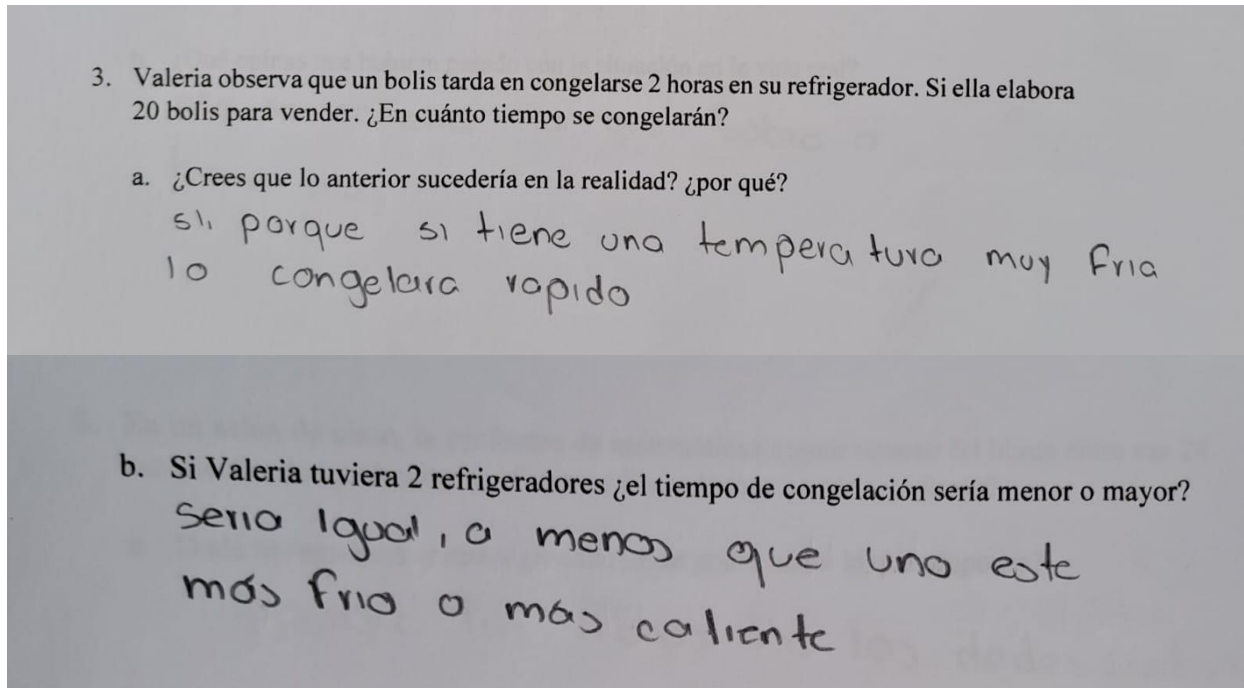
**Figura 46.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 3.



Fuente: respuesta del estudiante E2S39.

En la figura 46, en el inciso a) se observó que a pesar de tener en cuenta un aspecto del mundo real, su respuesta en la etapa uno, corresponde a una respuesta no realista (NA). Da la impresión que considera únicamente las características de enfriamiento de un congelador, sin considerar su respuesta en la etapa uno. En el inciso b), se intuye que el tiempo que concluyó en su primera solución lo dividió, por lo cual se deduce su respuesta “menor”. Por lo cual, se exhibe que el estudiante no posee un uso adecuado de la realidad.

**Figura 47.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 3.

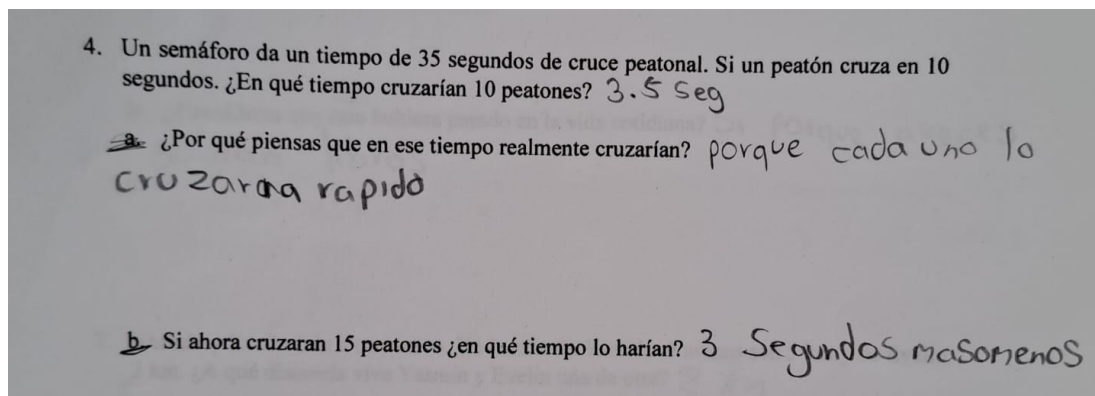


Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

En la figura 47, en el inciso a) se mostró que el estudiante tiene presente las temperaturas que pueda tener un refrigerador. En el inciso b) considera que sería el mismo tiempo de enfriamiento, inclusive considera que el contexto en donde uno de los refrigeradores enfríe más que el otro. Por lo cual, se mostró que tiene presente aspectos del mundo real, además que logró vincular la situación problemática con su conocimiento realista.

#### 5.2.4. Pregunta 4

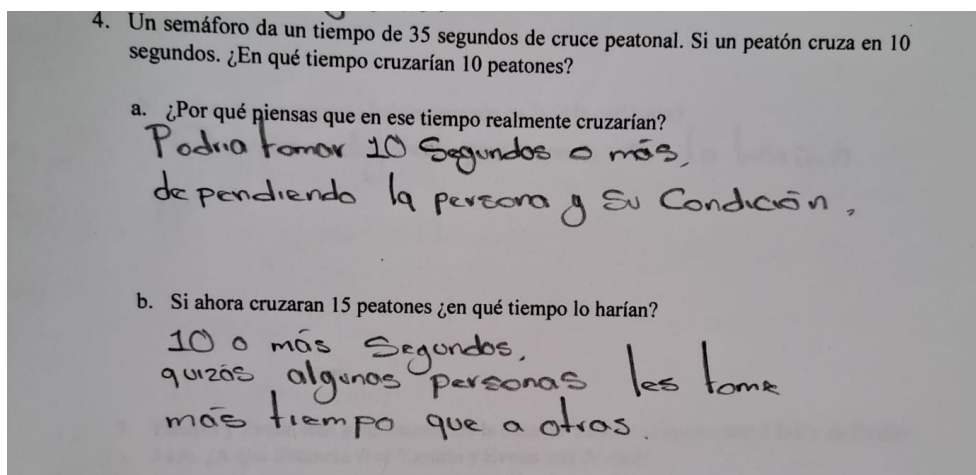
**Figura 48.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 4.



Fuente: respuesta del estudiante E1S3.

En la figura 48, en inciso a) el estudiante consideró que cada peatón cruzaría rápidamente, de acuerdo con su respuesta. Sin considerar la situación que implica su respuesta con relación al planteamiento del problema. En el inciso b) nuevamente presenta una respuesta similar a la anterior, posiblemente a la realización de operaciones aritméticas para dar una solución. Debido a al contrato experimental, puesto que el estudiante asume que es necesario realizar operaciones matemáticas con los datos numéricos del problema para brindar una respuesta.

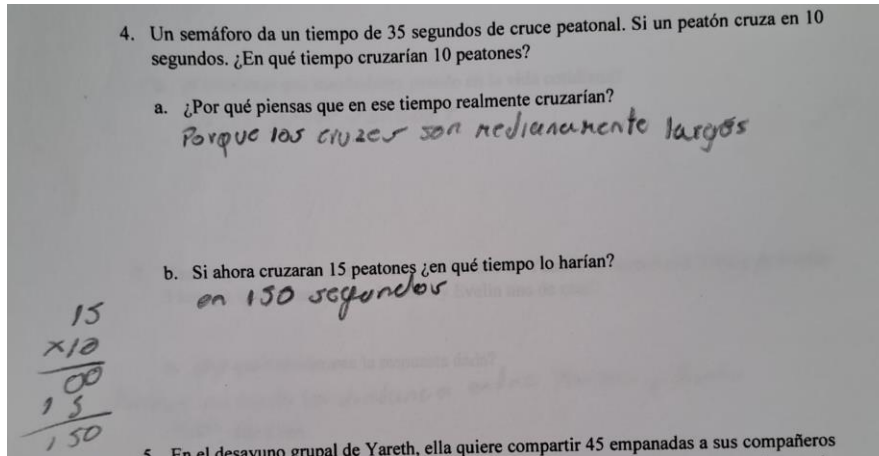
**Figura 49.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 4.



Fuente: respuesta del estudiante E2S58.

En la figura 49, en el inciso a) el estudiante reiteró que los peatones podrían cruzar en 10 segundos, inclusive realizó consideraciones acerca de las condiciones físicas en la que se encuentren las personas al cruzar. En el inciso b) nuevamente respondió que los peatones cruzarían en 10 segundos, además, que tomo en cuenta el hecho que algunas personas podrían tardarse un tiempo extra. Se intuye que utilizó sus vivencias o hechos en la realidad, para proporcionar estas razones.

**Figura 50.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 4.

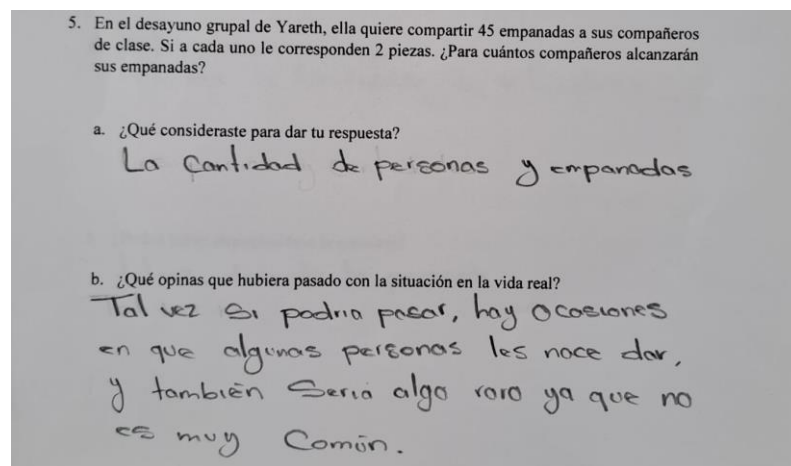


Fuente: respuesta del estudiante E2S20.

En la figura 50, en el inciso a) se observó que el estudiante argumentó su respuesta explicando que las longitudes de los cruces son largos, sin embargo, no se evidenció que fuera consciente de la problemática generada del problema. En el inciso b) se mostró una operación aritmética para proporcionar su respuesta, cayendo en la trampa de la linealidad. Sin hacer alguna reconsideración a su respuesta en la primera etapa.

### 5.2.5. Pregunta 5

**Figura 51.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 5.

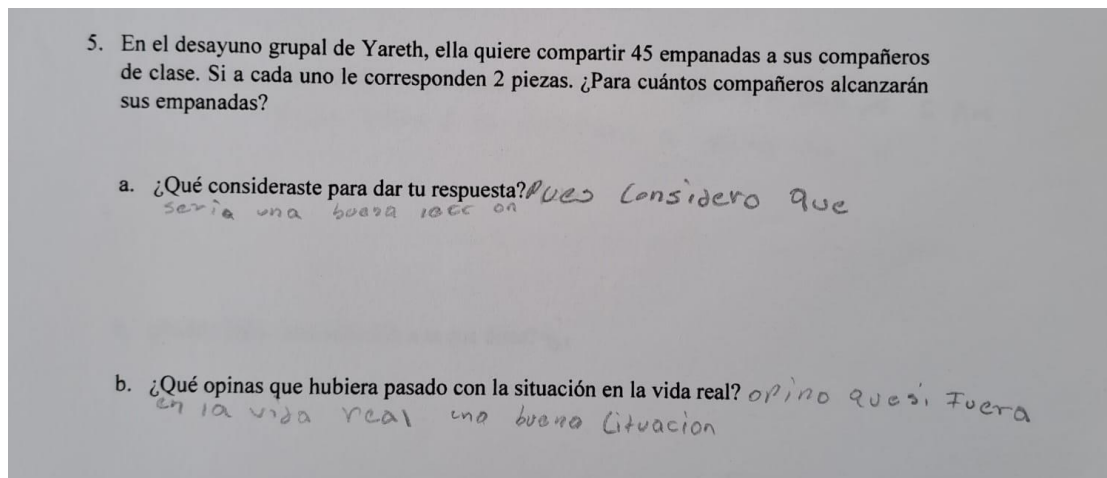


Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

En la figura 51, en el inciso a) el estudiante mostró los elementos que le proporcionaron su respuesta numérica, a pesar de que presentó una respuesta realista (RA) en la primera etapa, no aclara como logró interpretar su respuesta numérica. En el inciso b) consideró la situación algo

poco probable, dado que para el estudiante no es común que las personas “les nazca dar”, por lo que evocó sus vivencias de la vida real.

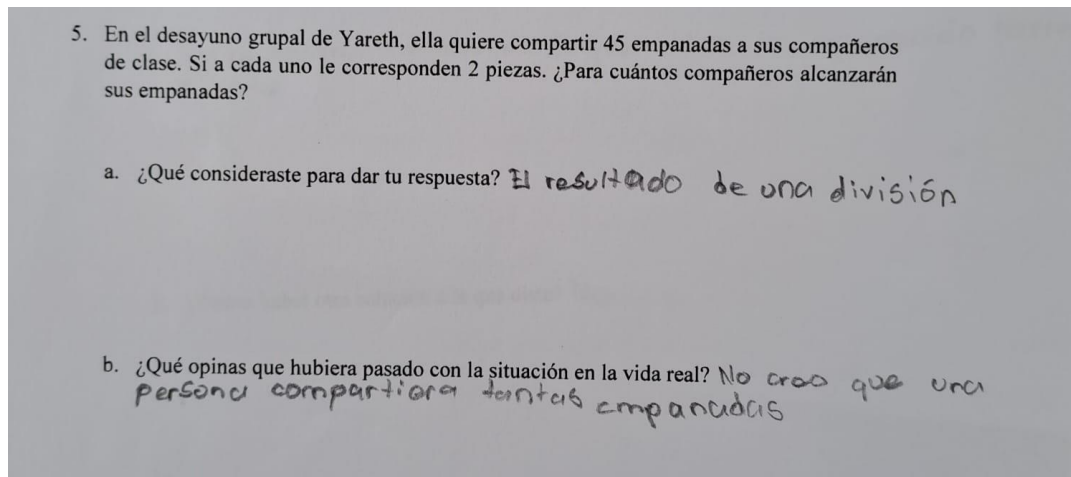
**Figura 52.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 5.



Fuente: respuesta del estudiante E2S18.

En la figura 52, en el inciso a) y b) el estudiante no mostró los argumentos para entender el porqué de su respuesta en la etapa uno. En los dos incisos el estudiante considera como “una buena situación” sí sucedería en la vida real, sin percatarse de la situación problemática del problema. No logra relacionar la situación presentada con la realidad. Por lo cual, su respuesta sigue considerándose como una respuesta no realista (NA).

**Figura 53.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 5.

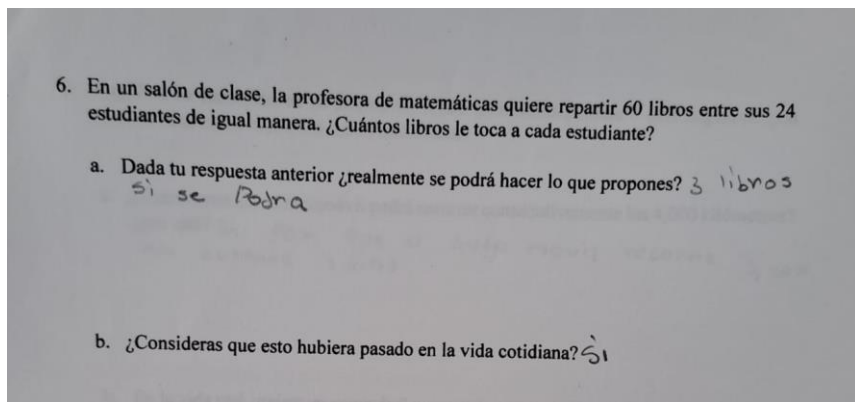


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

En la figura 53, en el inciso a) el estudiante argumentó que considero el resultado de la división que realizó para proporcionar su respuesta, por lo cual, se deduce que no logró interpretar su respuesta con una situación realista. Evidenciando que no posee un uso adecuado de la realidad. En el inciso b) explicó que la situación presentada no sería común debido que una persona no compartiría tantas empanadas. Posiblemente debido a una experiencia personal.

### 5.2.6. Pregunta 6

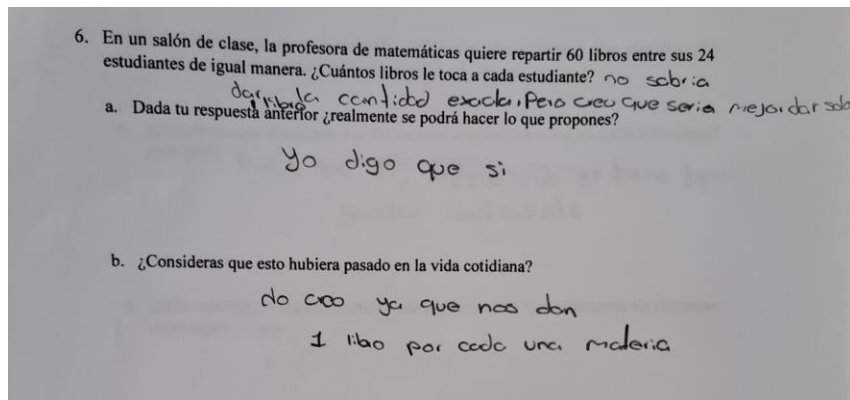
**Figura 54.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 6.



Fuente: respuesta del estudiante E2S18.

En la figura 54, en el inciso a) y b) no se evidenció alguna explicación acerca del porqué de su respuesta. Si se considera su respuesta en el inciso a) se tendría 72 libros de los cuales solamente se disponen 60, por lo cual no toma consciencia acerca de su respuesta no realista. En el inciso b) solamente contesta concretamente diciendo “si”. Por lo tanto, se mostró que el estudiante no logró vincular la situación matemática con la realidad.

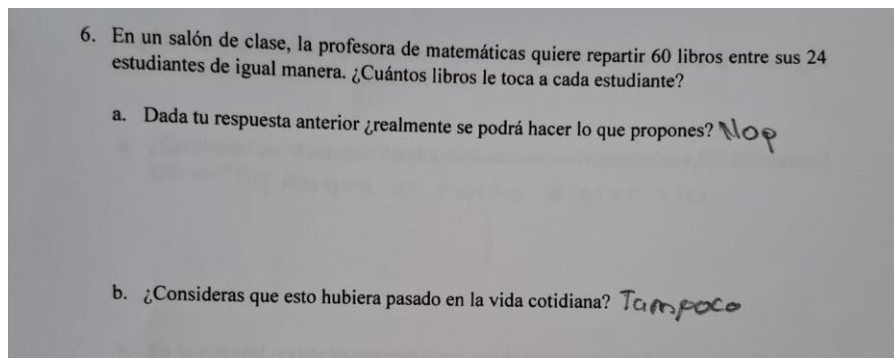
**Figura 55.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 6.



Fuente: respuesta del estudiante E2S19.

En la figura 55, en el inciso a) el estudiante explicó que si se podría, sin embargo, en la parte superior a la pregunta se observó que contesta nuevamente el problema, pero siendo en esta ocasión “no sabría dar la cantidad exacta, pero creo que sería mejor dar solo 1 libro” dando la impresión que lo que parecía ser una consideración realista, posiblemente se deba a que no pudo realizar las operaciones matemáticas. En el inciso b) esclarece que esta situación no es común, puesto que suelen dar un libro por materia, evocando experiencias personales ante estas situaciones. Por lo cual, no se podría concluir que el estudiante realiza consideraciones realistas o reconsidera su respuesta. Por consiguiente, su respuesta sigue perteneciendo en la categoría otra respuesta.

**Figura 56.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 6.

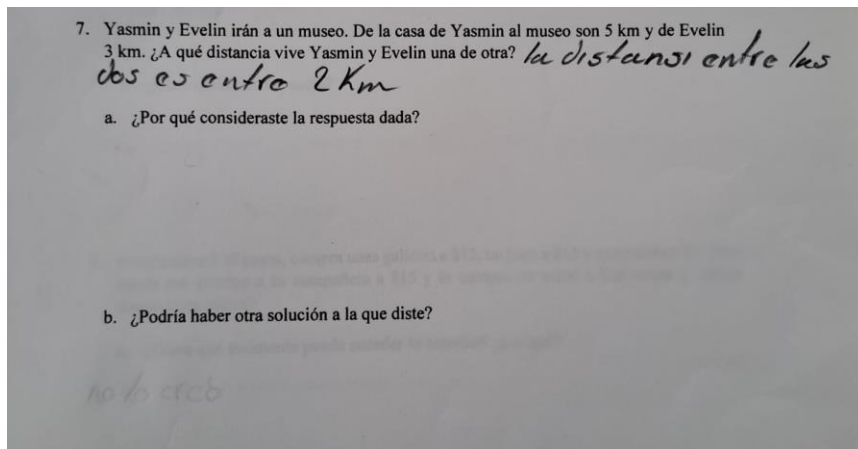


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

En la figura 56, en el inciso a) y b) no se aclara el porqué de su respuesta, recordando que en la primera etapa su respuesta fue clasificada como una respuesta no realista (NA). No es suficiente para reconsiderar que tomó en cuenta al realismo en el inciso a) al decir que realmente no se podrá realizar lo que propone, de igual manera, en el inciso b) no se evidenció que el estudiante delibere acerca de su respuesta.

### 5.2.7. Pregunta 7

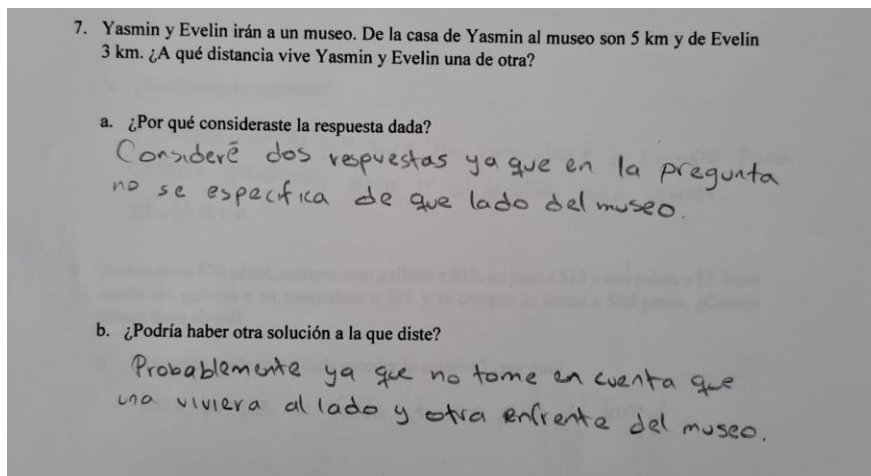
**Figura 57.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 7.



Fuente: respuesta del estudiante E1S2.

En la figura 57, en el inciso a) y b) no se observó alguna respuesta, sin embargo, en la parte superior, se exhibe que “la distancia entre las dos es entre 2 km”. Por lo cual su respuesta sigue perteneciendo a la categoría otra respuesta (OA).

**Figura 58.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 7.

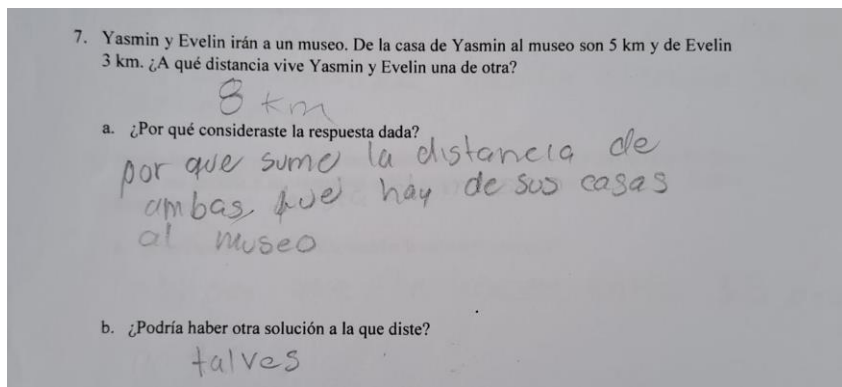


Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

En la figura 58, en el inciso a) se evidenció que el estudiante contempló dos situaciones, ciertamente teniendo presente aspectos del mundo real al solucionar el problema. En el inciso b) se demuestra que el estudiante reconsidera sus soluciones, al presentar otra posible solución, el cual representa gráficamente un triángulo. Se infiere que el estudiante no presentó esa posible solución debido a la falta de conocimientos para poder resolver la situación, no obstante, para el

nivel escolar en que se encuentra se considera que las respuestas dadas pertenecen a una respuesta realistas (RA). Demostrando un claro entendimiento de la relación matemática de la situación con la realidad.

**Figura 59.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 7.

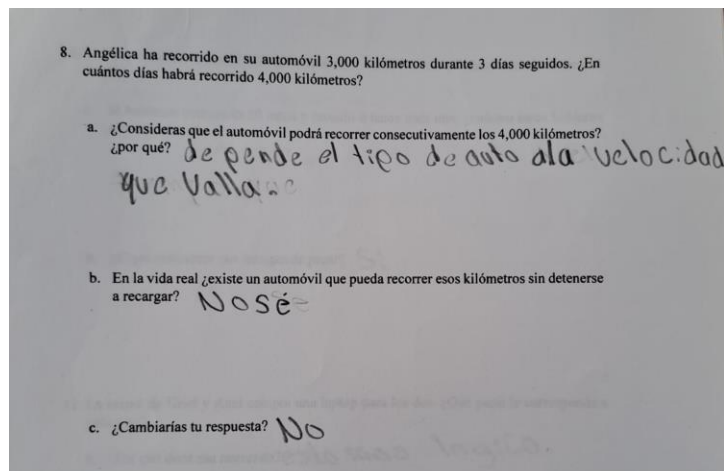


Fuente: respuesta del estudiante E2S65.

En la figura 59, en el inciso a) el estudiante aclaró que solamente sumo las distancias para proporcionar su respuesta. En el inciso b) posiblemente mostró una consideración al contemplar otras posibles soluciones, sin embargo, no es suficiente para deducir si posee un manejo adecuado de la realidad en sus soluciones.

### 5.2.8. Pregunta 8

**Figura 60.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 8.



Fuente: respuesta del estudiante E2S69.

En la figura 60, en el inciso a) y b) se manifestó la aparente condición que el estudiante no posee conocimiento acerca del funcionamiento de los automóviles. Se podría inferir que debido a

esta limitación el estudiante no vincula el planteamiento del problema con la realidad. En el inciso c) el estudiante no demostró un replanteamiento acerca de su respuesta, potencialmente a cualidad antes mencionada y a la trampa de la linealidad.

**Figura 61.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 8.

8. Angélica ha recorrido en su automóvil 3,000 kilómetros durante 3 días seguidos. ¿En cuántos días habrá recorrido 4,000 kilómetros?

a. ¿Consideras que el automóvil podrá recorrer consecutivamente los 4,000 kilómetros?  
¿por qué? SI, los autos son diseñados para aguantar mucho tiempo y kilómetros Pero lo mejor no sería forzar el auto

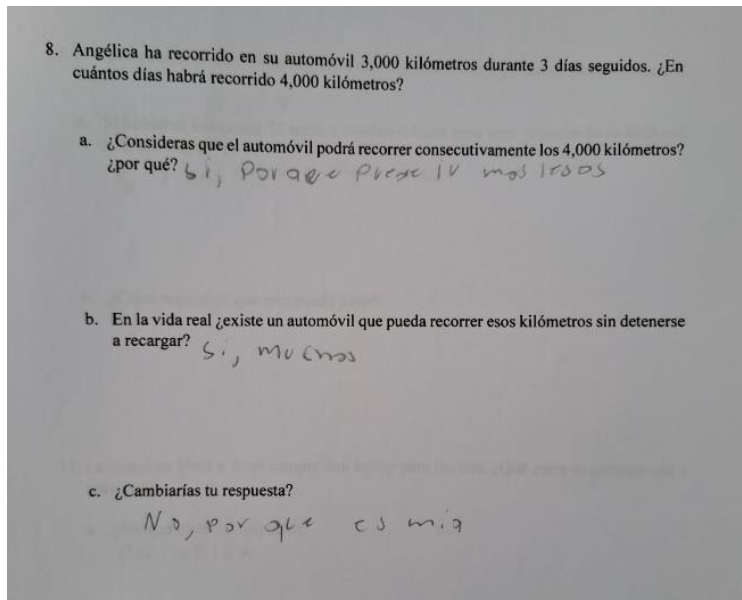
b. En la vida real ¿existe un automóvil que pueda recorrer esos kilómetros sin detenerse a recargar? NO

c. ¿Cambiarías tu respuesta?  
SI

Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

En la figura 61, en el inciso a) el estudiante presentó las características que presentan los automóviles como parte de su justificación a la pregunta, sin embargo, en el inciso b) reconsidera que no existe un automóvil que avance sin recargar combustible, por lo que en el inciso c) reevaluar su respuesta, considera que cambiaría su respuesta. Por supuesto, una potencial explicación acerca de su respuesta en la primera etapa sería el obstáculo lineal y el contrato experimental. El estudiante asume que el problema poseía una respuesta de alcance numérico, por lo cual, requería realizar operaciones matemáticas.

**Figura 62.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 8.

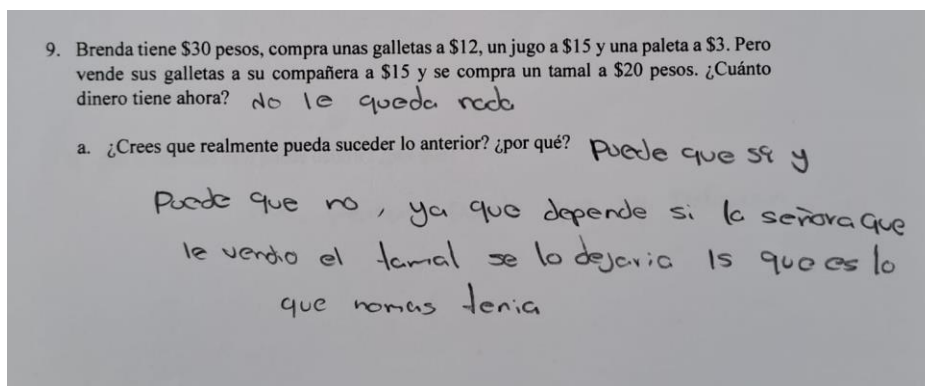


Fuente: respuesta del estudiante E2S77.

En la figura 62, en el inciso a) el estudiante consideró que el automóvil podría recorrer una distancia mayor a la propuesta en el problema, sin percatarse del obstáculo inmerso en el planteamiento del problema. En el inciso b) asumió que existen autos que posean las particularidades para que un automóvil no recargue combustible. En el inciso c) el estudiante no reconsidera cambiar su respuesta argumentando “no, porque es mía”. Suponemos que el estudiante no examina nuevamente su respuesta debido a su respuesta en la primera etapa (posiblemente a causa del obstáculo lineal) y los conocimientos que posee sobre los automóviles.

### 5.2.9. Pregunta 9

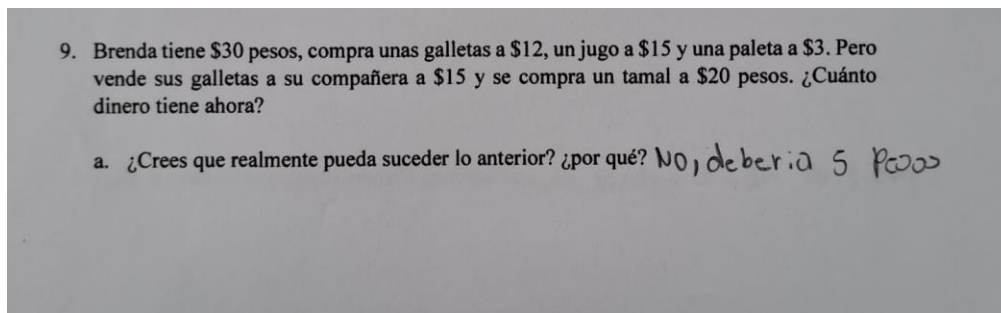
**Figura 63.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 9.



Fuente: respuesta del estudiante E2S19.

En la figura 63, el estudiante consideró la circunstancia en donde esta situación podría suceder, al considerar que la persona que venda los tamales reduzca el precio. Reflejando que utilizó sus experiencias personales presentar una alternativa a la respuesta.

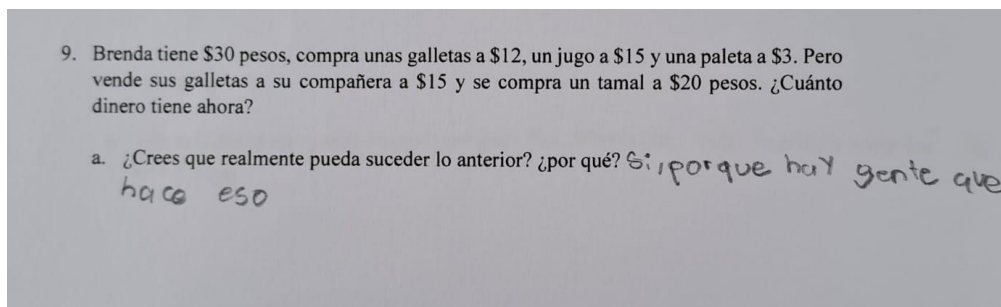
**Figura 64.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 9.



Fuente: respuesta del estudiante E2S25.

En la figura 64, se observó que el estudiante considera que acontecimiento no sucedería en la vida cotidiana, debido a la falta de dinero, y en el caso que se llevara a cabo, Brenda terminaría debiendo dinero. Sin embargo, afirma que esta situación no sucedería. Posiblemente, el estudiante determina esta respuesta debido a una vivencia personal.

**Figura 65.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 9.

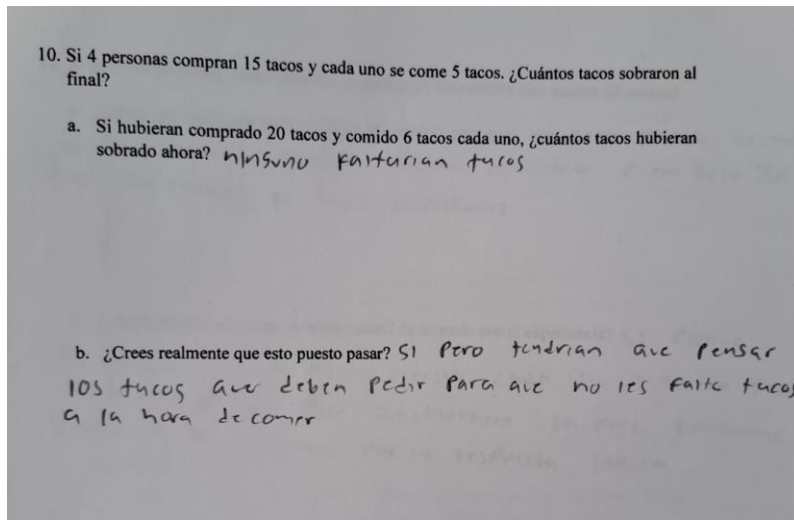


Fuente: respuesta del estudiante E2S42.

En la figura 65, se mostró que el estudiante responde de acuerdo con su respuesta presentada en la etapa uno, en donde dicha respuesta fue clasificada como una respuesta no realista (NA). Teniendo en cuenta su respuesta anterior, el estudiante considera que esta situación si podría suceder debido que, conforme a sus vivencias o experiencias propias, el acontecimiento de compra-vende sucede en la vida real.

### 5.2.10. Pregunta 10

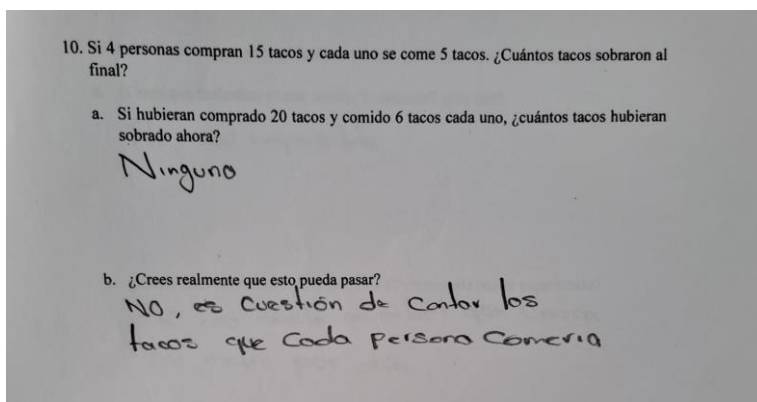
**Figura 66.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 10.



Fuente: respuesta del estudiante E1S4.

En la figura 66, en el inciso a) ante una situación similar presentada en la etapa uno, nuevamente el estudiante respondió que no sobraría, que faltaría. En el inciso b) aclaró que este evento sí podría suceder, sugiriendo que se necesitaría planear adecuadamente al momento de ordenar los tacos para que no falten. Se especula que el estudiante presenta una propuesta dado que no encuentra una solución numérica exacta, por lo cual intenta modificar el planteamiento a modo que tenga una solución que encuentre aceptable.

**Figura 67.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 10.

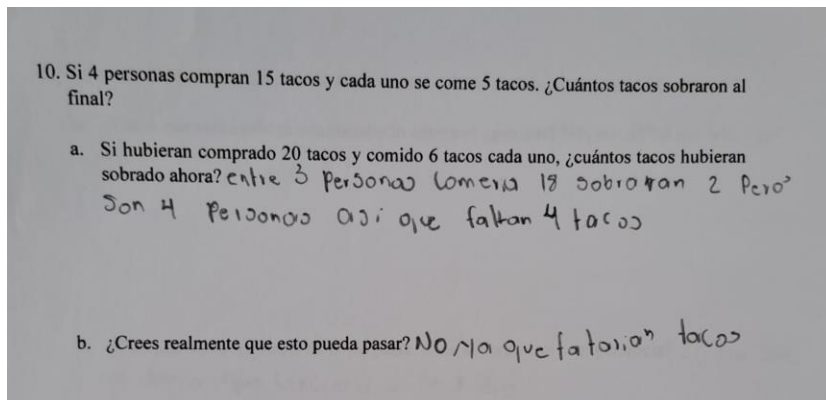


Fuente: respuesta del estudiante E2S8.

En la figura 67, en el inciso a) frente a un evento similar, de nuevo respondió que no sobraría tacos. En el inciso b) aseguró que no podría suceder en la vida real. Puesto que después

de realizar operaciones aritméticas con los datos numéricos que se encuentran en el problema arrojan que no es posible. Por lo cual, se considera que el estudiante en la respuesta de la etapa uno, donde propone una alternativa de solución, sea ocasionado a que encuentra a la situación como un caso inexistente en el mundo real.

**Figura 68.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 10.

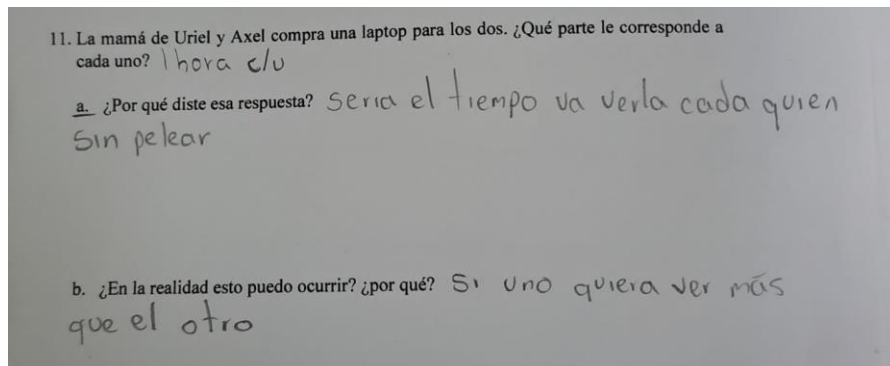


Fuente: respuesta del estudiante E2S25.

En la figura 68, en el inciso a) el estudiante llegó a la solución que faltarían tacos, respondiendo de forma similar a la pregunta original en la etapa uno. En el inciso b) considera que la situación descrita no puede suceder en la vida real, de acuerdo con las operaciones matemáticas que realizó y la interpretación de los resultados obtenidos.

### 5.2.11. Pregunta 11

**Figura 69.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 11.

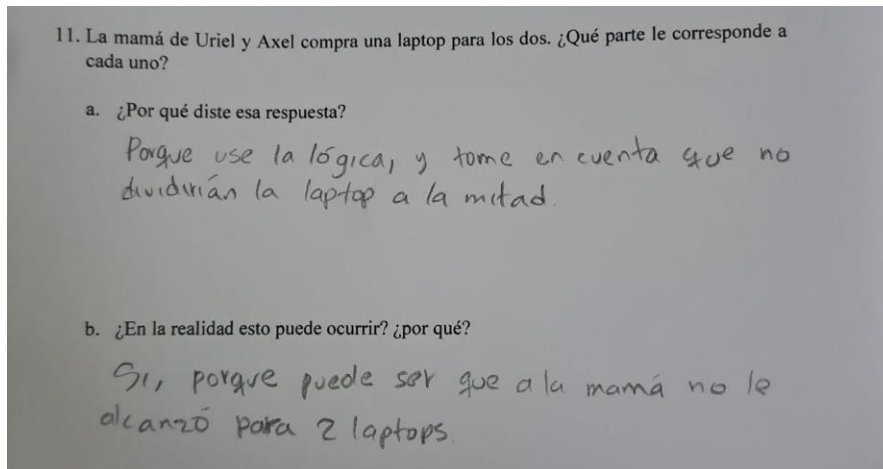


Fuente: respuesta del estudiante E1S3.

En la figura 69, en el inciso a) se observó que el estudiante considera pertinente repartir el tiempo en horas o días para no discutir. Esta respuesta surge de sus vivencias personales, ya que

en el inciso b) el estudiante confirma este supuesto, aclarando que ya vivió esta experiencia con su hermana menor. En primera instancia, su respuesta en la etapa uno fue clasificada como otra respuesta (OA), dado que su respuesta daba la impresión de ser una consideración realista, sin embargo, en esta segunda etapa se comprueba que el estudiante hizo uso de sus experiencias de la vida cotidiana, provocando una respuesta realista con base en sus vivencias personales.

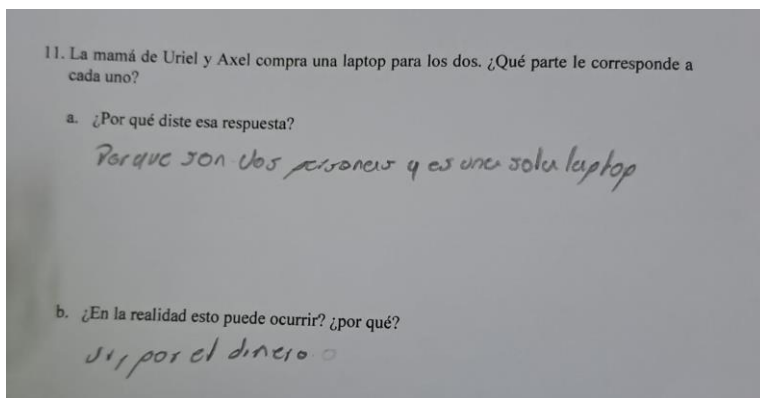
**Figura 70.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 11.



Fuente: respuesta del estudiante E2S7.

En la figura 70, en el inciso a) se mostró que el estudiante utilizó su lógica para responder el problema, a lo cual, se deduce que el estudiante refleja un buen uso de la realidad, al percatarse del obstáculo que generaba el problema. En el inciso b) considera relevante la situación donde se tuvo que compartir, en lugar de la situación donde se parte. Se deduce que esta respuesta se debe a causa de sus experiencias personales o en donde ha sido espectador, evidenciando que logra realizar consideraciones realistas.

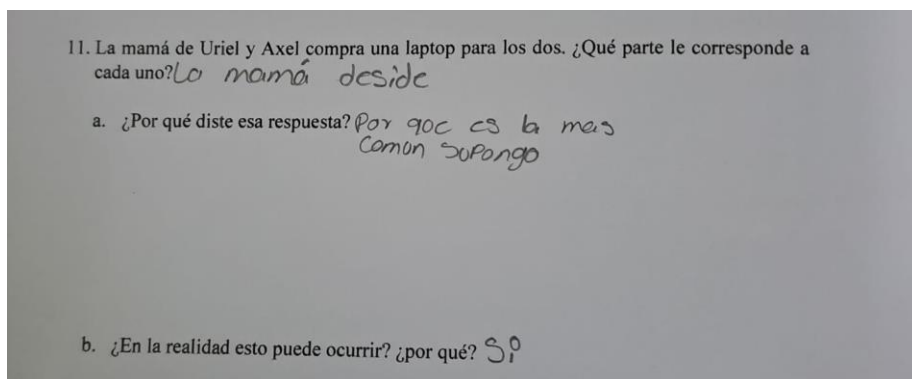
**Figura 71.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 11.



Fuente: respuesta del estudiante E2S20.

En la figura 71, en el inciso a) de acuerdo con su respuesta, se exhibió que el estudiante no logró hacer un uso adecuado de la realidad, puesto que su solución presentada en la etapa uno fue influenciada por la realización de sus operaciones aritméticas para obtener un resultado. En el inciso b) tomó en cuenta la situación en donde Uriel y Axel debían compartir, argumentando que este hecho sucedería en la vida real, no obstante, no considera la situación que propone (partir en dos una computadora). Por lo tanto, no tomó en cuenta a la realidad, para poder dar respuesta al problema y no fue capaz de comprender el obstáculo que genera el problema.

**Figura 72.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 11.



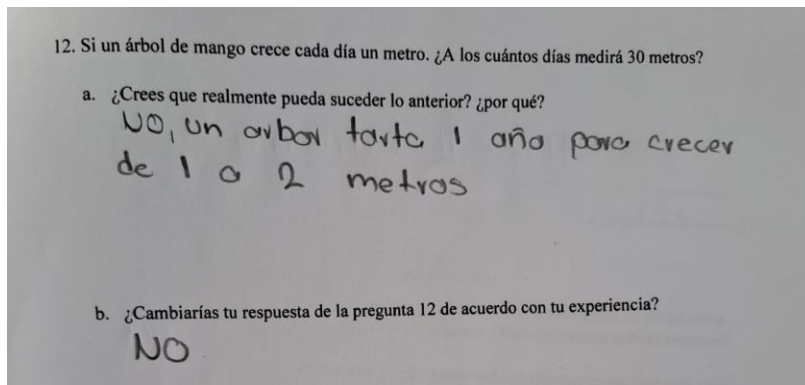
Fuente: respuesta del estudiante E2S57.

En la figura 72, en el inciso a) se interpretó que el estudiante concibió su respuesta en la etapa uno “La mamá decide” en consecuencia a su experiencia personal, en donde el hecho que un objeto deba ser repartido concierne a que la madre decida el cómo realizarlo, teniendo o no

teniendo en cuenta las operaciones matemáticas. En el inciso b) presentó una respuesta concreta “sí”, posiblemente refiriéndose a que la situación que propone es habitual.

### 5.2.12. Pregunta 12

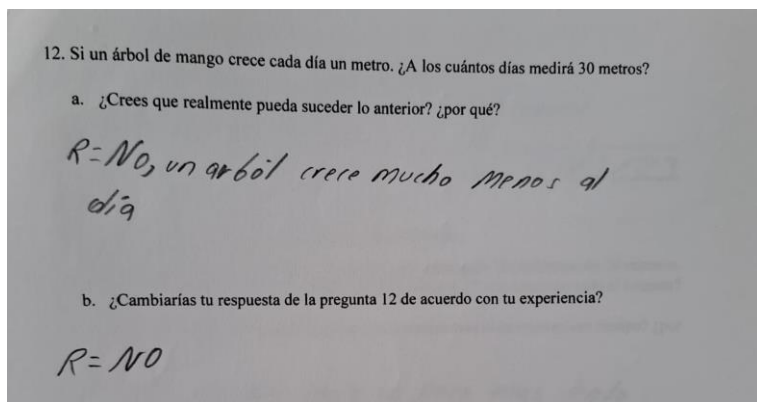
**Figura 73.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 12.



Fuente: respuesta del estudiante E2S62.

En la figura 73, en el inciso a) el estudiante evidenció que es consciente que un árbol no crece un metro por día, aclarando que puede tardar un año para que crezca un metro. A pesar de reflexionar y tener presente este hecho, en el inciso b) no reconsidera cambiar su respuesta. Tal vez se deba a la trampa lineal y al contrato experimental, en donde el estudiante acepta que el problema debe tener una respuesta de alcance numérico, realizando operaciones matemáticas con los datos del problema.

**Figura 74.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 12.

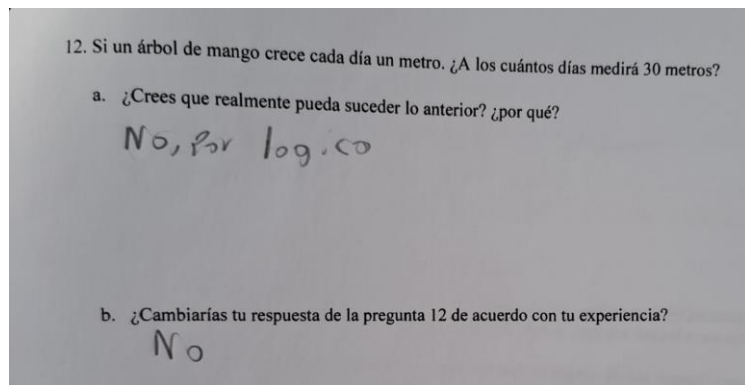


Fuente: respuesta del estudiante E2S76.

En el inciso a), el estudiante dio señales evidentes que posee conocimientos acerca del crecimiento de un árbol, sin embargo, en el inciso b) no reconsidera cambiar su respuesta a pesar

de tener notoriamente comprensión de este hecho en la realidad. Deducimos que sus respuestas se deban a causa de la trampa de la linealidad. Además de tener la necesidad de realizar operaciones aritméticas para dar una solución numérica.

**Figura 75.** Ejemplo de respuestas de las preguntas en el problema 12.



Fuente: respuesta del estudiante E2S77.

En la figura a) y b) se observó que el estudiante se percató que la situación generada por el planteamiento del problema no tiene lugar en la realidad, sin embargo, no reconsidera cambiar su respuesta.

### 5.2.13. Discusiones etapa dos

En esta segunda etapa se analizó las posibles razones o ideas por las cuales los estudiantes hayan imaginado o evocado para proponer sus soluciones a los problemas verbales. Por ello, se llevó a cabo un cuestionario con el propósito de conocer estas justificaciones. Además, se examinó si el estudiante era capaz de reconsiderar su respuesta, es decir, se observó su reacción ante preguntas como la siguiente ¿Crees que lo anterior sucedería en la vida real? ¿Por qué?

Como, por ejemplo, los estudiantes E2S39 y E2S25. En el problema dos el estudiante E2S39 proporciona una NA argumentado que “Si, por que por cada persona los atiende en 2.5 segundos y si lo multiplicas por 20 da los 50 minutos” a pesar que el estudiante toma en cuenta segundos en lugar de minutos, se deduce como un error técnico, sin embargo, en el cuestionario logró realizar una reconsideración a su respuesta inicial, al preguntar si ¿realmente será posible atender a esa cantidad de personas en ese tiempo?, expresando lo siguiente “No, qué tal si una persona trae en su carrito 100 cosas para su casa”. Asimismo, E2S25 en el problema ocho brinda una NA exponiendo que sería “4 días, ya que cada 1,000 km es un día” además procede a explicar

mediante una tabla su relación hallada. No obstante, en el cuestionario ante las preguntas ¿consideras que el automóvil podrá recorrer consecutivamente los 4,000 kilómetros? ¿por qué? “No, ya que el conductor tendrá paradas, para el baño, la gasolina, comidas, etc.” Además, replantea que no existe un automóvil que pueda avanzar tantos kilómetros sin recargar y considera pertinente cambiar su respuesta justificando lo siguiente “Si, le pondría por lo menos otro día más”.

Además, se reporta que el primer problema algunos estudiantes lograron reconsiderar su respuesta, por otro lado, los estudiantes que no reconsideraron su respuesta argumentaban que, si era posible. Asimismo, en el problema dos el correspondiente a los estudiantes que permanecieron con la postura que sí podría suceder en la vida real, mostraron respuestas parecidas, argumentado que la rapidez contaba en esta situación. Por otra parte, algunos estudiantes consideraron el factor humano del cansancio, la cantidad de productos que pudiese comparar una persona.

En el problema tres lo estudiantes que indicaron que la situación podría suceder, debido a las condiciones de enfriamiento de cada refrigerador, justificándose con el comentario que existen refrigeradores con potencias altas.

En la pregunta cuatro, algunas respuestas tuvieron perspectivas similares, considerando la situación en donde las personas se tardan más tiempo en cruzar.

En el problema ocho, algunos estudiantes no toman en consideración las particularidades que posee un automóvil, es decir, se especula que no tienen los conocimientos acerca del funcionamiento de un automóvil.

En el problema nueve, los estudiantes que presentaron generalmente realizaban sumas, restas, interpretando el número negativo que obtenían, llegando a la conclusión que no le alcanzaría a Brenda o que quedaría debiendo.

El problema diez el 14.4% de los estudiantes brindaron propuestas de solución como parte de su respuesta, es decir, se intuye que propusieron nuevas soluciones para darle sentido a la pregunta.

Se observó que la mayoría de los estudiantes en el problema once, interpretaron que el tiempo se debía repartir, justificando sus respuestas con que el objeto no puede ser partido,

inclusive algunos repartieron al objeto dependiendo de cuanto se haya aportado para la compra, en otros casos los estudiantes respondían que la mamá debía repartirlo.

Una tendencia relevante que se observó fue que los estudiantes en el problema doce cayeron en el obstáculo lineal. A pesar de proporcionar un contexto familiarizado, es decir, la situación del crecimiento de los árboles de mango es común en la región donde habitan los estudiantes, puesto que se encuentran muy frecuentemente en los hogares y en las calles. Suponemos que este fenómeno pudo haber ocurrido, también por causas del contrato experimental. Los estudiantes al caer en la trampa lineal asumieron que la respuesta debía ser del tipo numérica para el investigador, ignorando su conocimiento de su entorno.

Además, después de haber analizado en las dos etapas los resultados de los instrumentos de recolección, se observó que los estudiantes se encuentran en distintas clases de consideraciones de la realidad, es decir, en un estrato alto, medio y bajo. Por lo cual estas categorías fueron creadas específicamente para esta investigación. Esto se identificó de acuerdo con las respuestas que presentaron en la prueba de la etapa uno.

Un estudiante que se encuentra en el estrato alto posee un nivel superior de sentido de la realidad al momento de solucionar problemas verbales matemáticos, en otras palabras, la mayor parte de sus respuestas toma en cuenta la situación problemática que genera el enunciado del problema, dando no solo una solución matemática, si no también situacional.

En el estrato medio, a veces el estudiante considera en sus respuestas al realismo, es decir, en algunas ocasiones no logra identificar el obstáculo del problema, proporcionando respuestas matemáticamente correctas, pero situacionalmente incorrectas.

El estrato bajo, rara vez el estudiante logra reconocer la problemática del problema e incluir al realismo en sus respuestas.

## Capítulo 6. Conclusiones

Los resultados obtenidos en esta investigación permiten conocer cómo los estudiantes presentan una suspensión del sentido común. Por otra parte, también se evidenció cómo evocaron experiencias para proporcionar sus respuestas tanto de la lista de problemas como del cuestionario. Los datos obtenidos pudieron ser analizados a través de la clasificación de respuestas, es decir, respuestas no realistas, respuestas realistas, error técnico y otras respuestas de Verschaffel et al. (1997) y la categoría No reacción de Verschaffel et al. (2009). No obstante, de este estudio propusimos una nueva aportación, la cual denominamos Propuesta (P). Este tipo de respuestas se observó específicamente en el problema diez, en donde los estudiantes aportaron una sugerencia numérica de lo que debió haber ocurrido para que el problema tuviera sentido para ellos.

Cabe aclarar que el tipo de problema, como el número diez, en donde se obtenía como respuesta numérica un número negativo, se presentaba de igual forma en el problema nueve, sin embargo, en este problema los estudiantes no realizaron propuestas de soluciones, en cambio realizaron consideraciones a través de su experiencia del mundo real, siendo uno de los problemas en donde se obtuvieron un mayor número de respuestas realistas. Otro problema que arrojó un aporte de interés para esta investigación fue el problema doce, en donde casi toda la población de estudiantes obtuvo una respuesta no realista a pesar de estar relacionado y familiarizado con el contexto cotidiano de su entorno (árboles de mango).

Además, se halló que los estudiantes se encontraron en distintos niveles de consideraciones de la realidad, alto, medio y bajo, de acuerdo con sus respuestas proporcionadas.

Respondiendo a la primera pregunta de esta investigación ¿Cómo conciben y toman en cuenta los estudiantes el realismo en las respuestas de los problemas verbales de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas? Algunos estudiantes forman sus ideas a partir de la interpretación que logren relacionar del contexto del problema, es decir, toman en cuenta el realismo en su solución, a través de comentarios o argumentos de sus vivencias y experiencias propias. Analizando su respuesta matemática para vincularlas con el conocimiento existente que tienen del mundo real. Los estudiantes ante problemas verbales con contextos realistas, por ejemplo, los problemas cinco y seis, el cual implicaban una división con residuo arrojaron que el 72.16% y el 60.8% de las respuestas correspondían a una respuesta realista.

Respondiendo a la segunda pregunta de este estudio ¿Cómo influye el entorno del mundo real del estudiante en la resolución de problemas verbales de carácter de proporcionalidad, falsa proporcionalidad, división con residuo y de operaciones aritméticas? Una vez realizado el análisis, se halló que los contextos o entornos conocidos por los estudiantes contribuyen al entendimiento del problema, además de incitar respuestas realistas. Cuando los estudiantes perciben situaciones en los cuales se sientan identificados, se ve reflejado en sus respuestas el dominio de la realidad, puesto que, al contrastar las respuestas de los problemas verbales con las respuestas de las preguntas del cuestionario, se observó que los estudiantes al conocer las situaciones o contextos lograban tener respuestas realistas, por consiguiente, el entorno del mundo real influye de manera positiva para presentar respuestas realistas.

Por último, esta investigación permitió conocer las consideraciones realistas o no realistas en respuestas de los problemas verbales que realizaron los estudiantes de segundo grado de secundaria, contribuyendo a la literatura existente. Se considera importante continuar examinando los problemas verbales que arrojaron respuestas significativas como el problema doce, para proseguir con un análisis en el que se pueda abordar con mayor alcance las razones o consideraciones que provocaron las respuestas. Asimismo, observar si se presenta nuevamente la clasificación reportada en esta investigación.

## Referencias

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Chamoso, J., y Cáceres, M. (2018). Propuesta de tareas matemáticas en contextos reales de estudiantes para maestro. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 17, 83-94.
- Cooper, B. y Harries, T. (2002). Children's responses to contrasting “realistic” mathematics problems: just how realistic are children ready to be? *Educational Studies in Mathematics*, 49, 1–23.
- D’Amore, B. (2011). *Didáctica de la matemática*. Magisterio.
- D’Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I., y Sarrazy, B. (2018). *El contrato didáctico en educación matemática*. Magisterio.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., y Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity. from analysis to improvement*. Springer.
- Fatmanissa, N. y Qomaria, N. (2021). Beliefs on realism of Word problems: a case of indonesian prospective mathematics teachers. *Mathematics Teaching Research Journal*, 13(4), 221-241.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel publishing company.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 36-45.
- Greer, B., Verschaffel, L., y De Corte, E. (2002). “The answer is really 4.5”: Beliefs about word problems. En G. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner. (Eds.). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 271-292). Kluwer Academic Publishers.
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 5-22.

- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Hidayatullah, A. y Csíkos, C. (2022). Mathematics related belief system and word problem-solving in the Indonesian context. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(4), 1-16.
- Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: the role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, 15, 69-83.
- Nirawati, R., Fatimah, S., Juandi, D. y Darhim. (2021). Realistic mathematics learning on students' ways of thinking, *Mathematics, Science and Technology Education*, 13(4), 112- 130.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42-47.
- Palm, T. (2007). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. En L. Verschaffel et al. (Eds.). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Sense publishers.
- Secretaría de Educación Pública. (2020). Bloque III. En M. Rosales et al. (Eds.). *Desafíos Matemáticos Tercer Grado (3rd ed.)*. (p. 102). Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, en los Talleres de la compañía Editorial Ultra, S.A. de C.V.
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J. y Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM Mathematics Education*, 52, 1-16.
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Chen, L., y Stessens, K. (2009). The relationship between posing and solving division-with remainder problems among Flemish upper Elementary school children. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren y S. Mukhopadhyay. (Eds.). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 143-160). Sense publishers.

- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., y Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31, 9–29.
- Vicente, S., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20(4), 391-406.
- Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas, *Magis. Revista internacional de investigación en educación*, 8(16), 133-148.
- Xin, Z. (2009). Realistic problem solving in China. En L. Verschaffel et al. (Eds.). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 161-176). Sense publishers.
- Yoshida, H., Verschaffel, L., y De Corte, E. (1997). Realistic considerations in solving problematic word problems: Do japanese and belgian children have the same difficulties? *Learning and Instruction*, 7(4), 329-338.
- Zorrilla, C., Ivars, P., y Fernández, C. (2021). Problemas realistas de división con resto. Un estudio sobre las estrategias en educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 26(91), 1313-1339.