



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO
MATEMÁTICAS

ESQUEMAS DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN BÁSICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA UBICACIÓN DE PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS

PRESENTA
MARISOL CALIXTO RAMÍREZ

DIRECTORA DE TESIS
DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUIZ



PUEBLA, PUE. DICIEMBRE 2025

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia por ser mi apoyo en todo momento, a mi madre Teresa Ramírez que es el sustento de la familia, a mi hermana mayor Andrea, a mi hermano menor Gael y a mis sobrinos Víctor y Gabi, cada uno me ha motivado a seguir adelante y superar cualquier obstáculo, los amo.

También quiero agradecer a mis amigos de la facultad Diana, Yazmín, Ana, Pedro, Miguel, Dulce, con quienes compartí una etapa invaluable. Gracias por hacer de este camino una experiencia hermosa; aunque cada quien ha tomado su rumbo, siempre los llevaré en mi corazón.

De igual forma agradezco a mi gran y querido amigo Abraham y a su familia, quienes me acompañaron de cerca durante mi formación universitaria. Su presencia y apoyo han sido piezas clave en el rompecabezas de mi vida. Gracias infinitas.

Agradezco a Casa Club de la Conciencia Activa y a mis compañeras: la Bióloga Tania, la Química Vania, y la psicóloga Karen. He aprendido de ustedes como profesionales, admiro su pasión y entrega por la educación. Gracias por impulsarme a seguir preparándome.

Finalmente quiero agradecer a la Dra. Estela, por brindarme su acompañamiento en este proceso. Gracias por brindarme de su tiempo, conocimientos, orientación y dedicación para elaborar esta investigación.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1 Objetivo general:	4
1.2 Pregunta general de investigación:	4
1.3 Justificación:	4
CAPITULO II. MARCO TEÓRICO	5
2.1 Descripción del modelo MTSK.....	5
2.1.1 Relaciones entre los subdominios de conocimientos que conforman al modelo MTSK. .9	
2.2 Esquemas de Piaget.....	10
CAPITULO III. MARCO METODOLÓGICO	12
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS	15
4.1 Resultados de la profesora Elena	15
CONCLUSIONES	56
REFERENCIAS	59
ANEXOS	62
Anexo 1. Guía de preguntas para la entrevista semiestructurada.	62
Anexo 2. Transcripción de la entrevista semiestructurada.....	64
Anexo 3. Planeación de clases “Localizar puntos en el plano cartesiano”.....	77

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Dominios, Subdominios y Categorías del modelo MTSK	9
Figura 2. Fragmento de la entrevista de la profesora Elena	14
Figura 3. Aspectos curriculares.	15
Figura 4. Aprendizaje esperado.	18
Figura 5. Objetivo de la clase	22
Figura 6. Competencias a desarrollar.	23
Figura 7. Enfoque,	26
Figura 8. Metodología de aprendizaje	36
Figura 9. Actividades y organización de los alumnos	38
Figura 10. Estrategias de evaluación.....	40
Figura 11. Producto deseado.....	43
Figura 12. Uso de conocimientos previos	45
Figura 13. Desarrollo	48
Figura 14. Cierre	52

INTRODUCCIÓN

El modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK, por sus siglas en inglés), propuesto por Carrillo y colaboradores (2013), ha sido desde sus inicios hasta la actualidad una herramienta valiosa para el estudio de los conocimientos del profesor de matemáticas. Este modelo se basa en tres dominios: conocimiento matemático, conocimiento didáctico del contenido, y las creencias sobre las matemáticas, y sobre su enseñanza y aprendizaje.

Un tema de interés dentro del modelo MTSK es la relación entre los distintos conocimientos del profesor de matemáticas. Diversos autores se han dedicado a estudiar estas relaciones (e.g., Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vázquez, 2021; Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020; Pacheco-Muñoz et al., 2023; Zakaryan et al., 2018) ya que su análisis permite comprender el conocimiento del docente.

Zakaryan et al. (2018), en su trabajo de investigación profundizaron en las relaciones de los subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas, ambos subdominios pertenecen al dominio “conocimiento didáctico del contenido” del modelo MTSK. En su análisis encontraron que ambos subdominios se potencian mutuamente; sin embargo, el subdominio conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas potencia más al subdominio conocimiento de la enseñanza de las matemáticas. Con base en la evidencia empírica afirman que “las decisiones del profesor están condicionadas por su conocimiento de las características de aprendizaje” (p.119).

Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) presentan evidencias de relaciones entre conocimientos a partir del análisis de unidades en las que se reconoce un subdominio que apoya o condiciona la aparición de otros. Particularmente, se proponen dos tipos de relaciones: aquellas en las que el subdominio Conocimiento de la práctica matemática (KPM) admite la presencia de uno o más subdominios del conocimiento didáctico del contenido; y aquellas en las que la presencia del KPM condiciona la aparición de uno o más subdominios en el conocimiento didáctico del contenido.

Pacheco-Muñoz et al. (2023) proponen la definición de una “relación de direccionalidad”, la cual está basada en el segundo tipo de relación de Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020), donde afirman que determinado subdominio condiciona la presencia de otro u otros subdominios. Pacheco y colaboradores afirman que una relación de direccionalidad, se da cuando el subdominio que toma el punto de partida juega el papel de condicionador y el subdominio como punto de llegada toma el papel de movilizador.

Por otro lado, en su reciente trabajo Juárez-Ruíz et al. (2025), proponen un marco conceptual que integra el modelo MTSK con los Esquemas de Piaget, con el objetivo de caracterizar el conocimiento del docente a partir de tres niveles progresivos: Esquema Intra, Esquema Inter y Esquema Trans. Esta propuesta permite entender cómo el conocimiento del profesor de matemáticas se desarrolla gradualmente, pasando de la identificación de elementos aislados hasta la construcción de un esquema coherente y articulado.

CAPITULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el campo de educación matemática, comprender el conocimiento del profesor se ha convertido en una necesidad fundamental para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. El modelo Conocimiento Especializado de los Profesores de Matemáticas (MTSK) ha sido una herramienta ampliamente utilizada para describir y analizar los conocimientos especializados que un profesor de matemáticas moviliza en su práctica.

Desde una perspectiva más amplia, Scheiner et al. (2019) señalan que el conocimiento del profesor de matemáticas no puede entenderse como un conjunto fijo de saberes aislados, sino como un proceso evolutivo en el que interactúan el conocimiento, el conocedor y el contexto (Juárez-Ruiz et al., 2025).

Investigaciones recientes han demostrado que el conocimiento docente no opera de manera aislada, si no como una red compleja de saberes que interactúan entre sí al momento de planear, tomar decisiones o llevar a cabo una clase (Delgado- Rebolledo y Espinosa-Vázquez, 2021; Pacheco-Muñoz et al., 2023; Zakaryan, 2018). Sin embargo, la mayoría de estos trabajos se han centrado en describir la existencia de conexiones, dejando pendiente un análisis más profundo sobre el nivel de complejidad que dichas relaciones pueden presentar en el pensamiento del profesor de matemáticas.

Con el propósito de avanzar en esta dirección, Juárez-Ruiz et al. (2025) propusieron un marco conceptual que integra el modelo MTSK con los esquemas de Piaget. Esta integración permite analizar las relaciones entre conocimientos mediante tres niveles progresivos: Intra, Inter y Trans.

A partir de estos referentes teóricos y empíricos, surge la necesidad de indagar con mayor profundidad en los niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos que posee un docente de matemáticas, tomando como base el modelo MTSK y los Esquemas de Piaget. En este estudio, se analizará el caso de una docente de educación básica, a partir de su planeación de clase sobre la localización de puntos en el plano cartesiano y una entrevista semiestructurada que permitirá complementar la comprensión de su razonamiento profesional.

1.1 Objetivo general:

El objetivo general de la presente investigación es:

Comprender los niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos que un docente de matemáticas puede tener, a partir del marco conceptual basado en el modelo MTSK y los Esquemas de Piaget.

1.2 Pregunta general de investigación:

¿De qué manera podemos comprender los niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos que un docente de matemáticas puede tener, a partir del marco conceptual basado en el modelo MTSK y los Esquemas de Piaget?

1.3 Justificación:

En la actualidad, comprender el conocimiento de un profesor de matemáticas requiere identificar lo que sabe y analizar cómo se relacionan entre sí sus distintos saberes y cómo se aplican en situaciones reales de enseñanza (Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vázquez, 2021). Esta necesidad se hace evidente al considerar que las decisiones docentes se toman a partir de redes complejas que operan en función del contexto, más que a partir de conocimientos aislados. Por lo que, se vuelve fundamental analizar no solo los dominios del conocimiento que posee el docente, sino la complejidad de las relaciones entre ellos.

Entender estas relaciones no solo permite tener una visión más completa del conocimiento docente, sino que también ofrece elementos para mejorar los procesos de formación y desarrollo profesional de los profesores de matemáticas (Delgado y Zakarian, 2020; Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vázquez, 2021; Pacheco, 2023; Tascón, 2024; Zakarian, 2018). Asimismo, el presente estudio enriquece el modelo MTSK al analizar las relaciones entre sus subdominios desde una perspectiva que combina los esquemas de Piaget.

Finalmente, con los resultados obtenidos de esta investigación se pretende contribuir a la mejora de la planificación, la enseñanza y la reflexión sobre la práctica docente en el campo de las matemáticas en la educación básica.

CAPITULO II. MARCO TEÓRICO

En este apartado se hará la descripción del marco teórico que sustenta la presente investigación.

2.1 Descripción del modelo MTSK

El modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, por sus siglas en inglés MTSK, surge de analizar con mayor profundidad los conocimientos que tiene un docente de matemáticas, los cuales están ligados específicamente con la enseñanza de las matemáticas.

Según lo expuesto por Carrillo et al. (2018) este modelo tiene un enfoque analítico, su objetivo es obtener una perspectiva más completa acerca de los conocimientos del profesor. Principalmente se dirige al estudio de los conocimientos que el docente pone en práctica cuando realiza actividades de su profesión como diseñar una secuencia didáctica o un plan de clase, proponer problemas verbales, etc. Según Advíncula (2021):

El MTSK se constituye como un modelo que permite analizar el conocimiento que el profesor pone en juego en cualquier tarea relacionada con la docencia, como la preparación de clases, la discusión con otros docentes, la enseñanza en aula o la reflexión posterior. (p.192).

Carrillo et al. (2018) describen que el modelo MTSK se divide en tres dominios, el primero es denominado el dominio del conocimiento matemático (MK), este dentro del entorno educativo considera los conocimientos que un docente de matemáticas tiene en perspectiva de una disciplina científica. El segundo dominio llamado Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), está conformado por los conocimientos vinculados al proceso de enseñanza y aprendizaje de tópicos matemáticos (Montes et al., 2014). Y, por último, el tercer dominio, está compuesto por las creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, así como de su enseñanza y aprendizaje. Este último dominio no será considerado como objeto de esta investigación.

Los primeros dos dominios, a su vez, cuentan con subdominios y categorías. A continuación, se presentará una descripción de cada uno de los subdominios y categorías

correspondientes a los dominios: Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK).

El dominio del conocimiento matemático (MK) está dividido en tres subdominios: Conocimiento de los temas (KoT), Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM) y Conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM).

De acuerdo con Carrillo et al. (2018) el subdominio conocimiento de los temas (KoT), hace referencia a lo que sabe y la manera de cómo conoce el profesor de matemáticas los contenidos que enseña, lo que conlleva a una comprensión más profunda del contenido matemático, esto es, al conocimiento de los procedimientos implicados en un tema, el uso y las aplicaciones del contenido, las definiciones, así como las propiedades y sus principios (Zakaryan y Sosa, 2021)

Zakaryan y Sosa (2021) describen que el subdominio de conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM), se compone por el conocimiento del docente respecto a las conexiones interconceptuales (es decir, es una relación entre dos o más conceptos distintos) entre los diversos temas de matemáticas. Además, el KSM identifica las conexiones temporales, es decir, la creación de nuevos contenidos matemáticos con base en otros, la relación que hay de un contenido con el material de otro posterior, así como la vinculación del material tratado con el contenido anterior (Carrillo et al., 2018).

Conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM), este subdominio hace referencia a cómo las matemáticas se elaboran, se construyen y se aplican. Además, destaca la importancia de que el docente no solo conozca resultados matemáticos, sino que también sepa como abordarlos desde un pensamiento matemático para llegar a ellos. Dentro del conocimiento de las prácticas matemáticas, se encuentra la comprensión de cómo se valida el conocimiento de esta disciplina, es decir, el reconocimiento de la prueba como herramienta de demostración en matemáticas, el entendimiento y la importancia de la prueba matemática, el uso de los ejemplos y contraejemplos como recurso de comprobación (Carrillo et al., 2018). Por otra parte, se encuentra lo que el profesor conoce, es decir, los métodos y las estrategias para resolver problemas, la identificación de las características que componen a las definiciones de los conceptos matemáticos, conocer cómo está estructurada una definición y cómo es que se crea. Finalmente, como parte del subdominio KPM, se encuentra la

comprensión del rol que cumplen la abstracción y la generalización en el desarrollo y la identificación de patrones y modelos (Zakaryan y Sosa, 2021).

Continuaremos con la descripción de los tres subdominios que componen al dominio Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), los cuales son: Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

Empezaremos con el subdominio conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), este subdominio se centra en el conocimiento de los profesores acerca de cómo aprenden los estudiantes un contenido matemático; se incluye el modo en el cual el profesor conoce (por formación o experiencia) cómo los estudiantes pueden tener un desarrollo cognitivo en matemáticas, tanto a nivel general como en temas específicos; se encuentra el conocimiento de las dificultades y capacidades o ventajas en el aprendizaje relacionado con la comprensión de la matemática en si o a un contenido específico; también se incluye el conocimiento que el docente tiene sobre el lenguaje que se utiliza en un contenido en específico, así como, el conocimiento sobre los procesos y estrategias (típicos y no habituales) que los estudiantes utilizan; por último, se encuentra el conocimiento que tiene el docente sobre las expectativas e intereses que guardan los estudiantes sobre las matemáticas (Montes et al., 2014)

Carrillo et al. (2018) refieren que el subdominio Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), se relaciona específicamente con los conocimientos teóricos de la enseñanza matemática, contemplando los conocimientos adquiridos de forma personal o institucional. Dentro del KMT, es importante reconocer cómo ciertas actividades, métodos y estrategias, así como las complicaciones y restricciones que se puedan dar, ayudan a la enseñanza de contenidos específicos de matemáticas. También, se encuentra el conocimiento del uso de recursos didácticos para mejorar la enseñanza de un tema en particular, asimismo las restricciones que este puede tener (Carillo et al., 2018). Finalmente, se incluye el conocimiento de que por medio de metáforas, situaciones o explicaciones se pueden representar contenidos específicos (Zakaryan, et al., 2018).

Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS), en este subdominio se describe que el estándar de aprendizaje es una herramienta con la cual podemos medir el nivel de habilidades (entender, construir y saber matemáticas) de los alumnos, la cual puede utilizarse en cualquier nivel escolar. Esta herramienta puede ser construida por el docente a partir del currículo de su propia institución, también se puede basar en el currículo de otras instituciones, ya sea de otros países o sistemas escolares, otra fuente de apoyo es la literatura de investigación enfocada en el estudio de los niveles de aprendizaje en matemáticas (Montes et al., 2014). Dentro del KMLS se encuentra el conocimiento que el docente tiene acerca de los contenidos matemáticos que enseñará en cualquier nivel específico, estos conocimientos los adquiere a partir de los lineamientos curriculares en los que se establecen las habilidades específicas que deben desarrollar los alumnos en un periodo determinado. También, dentro de este subdominio se contempla la secuencia de los temas, ya que el docente debe considerar qué conocimientos y habilidades deben tener los estudiantes para realizar una actividad específica, asimismo considerar qué aprendizajes les servirá adquirir ahora para poder entender temas futuros (Carrillo et al., 2018).

En la Figura 1 se muestra una representación simplificada de la estructura del modelo MTSK, en la que se desglosan los dominios y subdominios, así como sus respectivas categorías de conocimiento.

Aunque el MTSK organiza el conocimiento del profesor en seis subdominios, esta organización tiene un objetivo analítico, y no pretende representar el conocimiento como si estuviera dividido. Ya que los subdominios se encuentran interconectados (Montes et al., 2014).

Figura 1

Dominios, Subdominios y Categorías del Modelo MTSK

Dominios y subdominios		Categorías de conocimiento
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas (KoT)	Procedimientos Definiciones, propiedades y sus fundamentos Registros de representación Fenomenología y aplicaciones
	Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conexiones de complejización Conexiones de simplificación Conexiones transversales Conexiones auxiliares
	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	La práctica de demostrar La práctica de definir La práctica de resolver problemas El papel del lenguaje matemático
Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Teorías de aprendizaje de las matemáticas Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas Formas de interacción con un contenido matemático Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Teorías de enseñanza de las matemáticas Recursos de enseñanza Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Expectativas de aprendizaje Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado Secuenciación de temas

Fuente: Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez (2021, p.2)

2.1.1 Relaciones entre los subdominios de conocimientos que conforman al modelo MTSK.

Se considera que en una situación de enseñanza se pueden encontrar varios subdominios al mismo tiempo que se complementan entre sí. Las relaciones entre subdominios surgen cuando, en un fragmento de datos, se identifican varios conocimientos que influyen o sustentan a otros dentro de algún subdominio del MTSK, y se puede explicar de qué manera se relacionan entre sí (Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez, 2021).

Según Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez (2021) las relaciones pueden clasificarse en tres tipos: relaciones “intra-subdominio” que se dan entre conocimientos de un mismo subdominio; relaciones “intra-dominio” que conectan subdominios de un mismo dominio, y relaciones “inter-dominio” que establecen vínculos entre subdominios de diferentes dominios.

En Juárez-Ruiz et al. (2025) se menciona que no existe una conexión entre conocimientos del profesor de matemáticas cuando el conocimiento surge aislado, es decir, el sujeto no establece una conexión consciente con otros conocimientos.

Spencer et al. (2013) hablan de la conexión secuencial, en donde los conocimientos aparecen uno después de otro, describiendo algún evento u objeto. Sus conexiones pueden ser débiles. Un ejemplo de lo que consideramos una no conexión secuencial es la descripción de un suceso que ocurrió en el tiempo o que ha sido prescrito por otra persona o instancia.

Por otro lado, Pacheco et al. (2023) definen las relaciones direccionales, de la siguiente forma, el subdominio que toma el punto de partida es el que toma el papel de condicionador, mientras que el subdominio que es el punto de llegada desempeña el papel de ser movilizado, es importante tomar en cuenta que una categoría puede tomar el papel del condicionador y una o más categorías pueden desempeñar el papel del movilizador.

Por otra parte, tenemos las relaciones interaccionales, que se dan cuando varios tipos de conocimiento del docente se influyen mutuamente y surgen juntos en un mismo momento. Estos conocimientos se entrelazan y se refuerzan en ambos sentidos. Los subdominios involucrados, que se identifican por sus categorías, surgen de manera intermitente; por ejemplo, uno puede aparecer primero, luego otro, y después volver a surgir el primero, y así sucesivamente. Es fundamental que todo esto ocurra en un mismo segmento de la explicación del profesor, ya que es ahí donde realmente establece las conexiones en su mente. (Juárez-Ruiz et al., 2025).

2.2 Esquemas de Piaget

Se cree que el desarrollo de los conocimientos es un proceso lineal, en el cual cada etapa reemplaza a la anterior, manteniendo un solo vínculo directo con la etapa inmediatamente anterior, pero sin ninguna relación con las primeras. Piaget y García (1989) mencionan que este proceso no es lineal, y afirman que las diferentes formas del saber son secuenciales, cada nueva etapa implica una reorganización, a otro nivel, de los logros principales obtenidos en las etapas anteriores.

Según Piaget y García (1989), el desarrollo cognitivo se genera mediante a la abstracción reflexiva, que es el resultado de la iteración de un mismo mecanismo, que se renueva y amplía continuamente gracias a la alternancia entre la incorporación de nuevos

contenidos y la elaboración de nuevas formas o estructuras. La abstracción reflexiva consta de dos procesos: 1) un “reflejamiento” en un nivel superior de lo que se ha extraído de un nivel inferior y 2) una “reflexión” que reconstruye y reorganiza, expandiendo aquello que fue transmitido mediante una proyección inicial.

Para explicar los procesos mentales que ocurren en un sujeto, Piaget (1975) estableció el constructo de Esquema, estos procesos se pueden clasificar en tres etapas según el nivel de desarrollo. Piaget y García (1989) denominaron a estas etapas “Intra”, “Inter” y “Trans”, las cuales siguen un orden secuencial necesario: se avanza desde lo Intra, pasando por lo Inter, hasta llegar a lo Trans. Cada etapa se construye sobre las estructuras cognitivas previas.

La etapa Intra, es una fase inicial que consiste en el análisis de casos individuales que no están relacionados entre sí, o cuya relación es muy limitada. La etapa inter surge al comparar estos casos, pudiendo identificar tanto las diferencias como las similitudes, lo que permite construir transformaciones o relaciones nuevas. La etapa trans, consiste en comprender y generalizar esas similitudes, lo que hace posible crear nuevas síntesis o conjuntos coherentes, que antes no se podían formar (Piaget y García, 1989).

Juárez-Ruiz et al. (2025) establecen que, al analizar cómo se desarrolla el conocimiento en la mente de las personas, es posible emplear el modelo MTSK para examinar el conocimiento del profesor de matemáticas, definiendo:

- Un esquema Intra en MTSK como un momento en el que los distintos componentes del conocimiento del esquema aún no están relacionados, ya que no existen vínculos entre ellos. En esta etapa, el docente se enfoca en un conocimiento específico y ofrece explicaciones locales y particulares.
- Un esquema Inter en MTSK como la instancia donde se evidencian vínculos entre conocimientos, ya sea mediante conexiones direccionales o interaccionales. Estas relaciones aparecen en un segmento fluido del discurso del docente.
- Un esquema Trans en MTSK como la etapa en la que el docente puede justificar las conexiones establecidas durante la etapa inter-esquema y verlas como un todo coherente. Además, puede valorar si dichas conexiones son útiles para un contexto particular en su práctica profesional.

CAPITULO III. MARCO METODOLÓGICO

Al igual que Juárez-Ruiz y colaboradores (2025), la investigación pretenderá estudiar los niveles de complejidad de las conexiones entre los conocimientos que puede poseer un profesor de matemáticas, esta investigación estará basada en el modelo MTSK, así como en los esquemas de Piaget, previamente estudiados.

Este estudio es de carácter cualitativo, y se distingue por la flexibilidad en sus procesos de recolección de datos, ya que incorpora técnicas como la observación en el aula, ya sea participativa o no y de entrevistas que por lo general se desarrollan de manera estructurada o semiestructurada (Advíncula et al., 2021). La investigación se basa en un estudio de caso instrumental, el cual, según Stake (1995), se utiliza cuando se requiere una comprensión general de un fenómeno y se considera que examinar un caso específico puede aportar información valiosa sobre el tema; en este caso, será el esquema de conocimiento específico del profesor de matemáticas en relación de la enseñanza de puntos en el plano cartesiano

La informante fue una profesora de matemáticas, en adelante la llamaremos con el seudónimo de Elena. Dicha profesora es Ingeniera Química con un posgrado en Educación Matemática, empezó impartiendo clases de matemáticas en el año 2021 en los interinatos ofertados por la Unidad del Sistema para la Carrera de las Maestras y los Maestros (USICAMM), en la actualidad sigue impartiendo clases; de las materias que ha impartido son álgebra, pensamiento matemático y geometría analítica.

El instrumento de recolección de datos fue una planeación de clases de sexto grado de primaria sobre el tema ubicación de puntos en el plano cartesiano, la cual fue diseñada por una profesora mexicana de matemáticas, utilizada en la investigación de Pacheco (2023), misma que nos sirvió para analizar cómo se estructuran y desarrollan sus conocimientos específicos en la práctica docente. Esta planificación está basada en los aprendizajes esperados que establece la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017).

La técnica de recolección de datos consistió en una entrevista semiestructurada con la informante. La elaboración de las preguntas fue realizada por la tesista en colaboración con la directora de tesis. Dichas preguntas se diseñaron a partir de las categorías del modelo

MTSK y se formularon de manera general, con el propósito de evitar inducir respuestas dirigidas.

La recolección de datos se llevó a cabo de la siguiente manera: en primer lugar, se entregó a la profesora la planeación de clase, otorgándole una semana para revisarla y analizarla. Posteriormente, se programó la cita para llevar a cabo la entrevista semiestructurada por videoconferencia en la plataforma Google Meet Institucional, con una duración de una hora y treinta y un minutos. La sesión fue grabada con el consentimiento de la profesora, con el propósito de facilitar el análisis de la información. Cabe destacar que durante la entrevista se contó también con la participación de la directora de tesis. Luego de haberse llevado a cabo dicha entrevista se hizo la transcripción de la misma, de manera que reflejara fielmente lo registrado en la grabación de la conversación entre las entrevistadoras y la profesora. Una vez realizada la entrevista se transcribió inmediatamente y se eliminaron las muletillas, repeticiones, titubeos, etc.

A continuación, la entrevista se pasó a una tabla de tres columnas, en la primera columna se anotaba quien intervenía en la entrevista, la tesista, la asesora o la participante, en la segunda columna el texto transcrito y en la tercera columna las categorías de los subdominios de conocimiento que iban emergiendo, resaltando con colores cada conocimiento y al final se colocó qué tipo de esquema se evidencia. A continuación, se muestra en la Figura 2 un fragmento de esa tabla.

El análisis de los datos se realizó, entre la tesista y la asesora, buscando concordancia en la determinación del subdominio y cuando había discrepancia se realizaba un análisis intersubjetivo hasta lograr un acuerdo, esto ayudó a tener validez interna en el análisis de los datos.

Figura 2

Fragmento de la entrevista de la profesora Elena.

<p>Tesista:</p>	<p>Nos había comentado que checo la actividad batalla naval. ¿Qué le pareció para enseñarse en este tema? ¿Le parece adecuada utilizarla?</p>	
<p>Elena:</p>	<p>Pues creo que está bien el hecho de que planteen una relación, o sea, para que ellos vean que el anterior contenido lo seguimos viendo, pero en el de batalla naval, me apareció en esa actividad es que tienen el recuadro de esta forma, es decir que aquí están los números A,B,C,D y aquí están 1,2,3,4,5, es decir, lo único que me quedaría en duda, bueno, yo pensaría que lo único es que yo esperararía que si lo trabajen de esta posición [forma], para que el alumno se empiece a familiarizar con el plano cartesiano ya tal cual, es decir, que como tal se supone que los alumnos van a proponer un camino como este, de cuál va a ser el punto de partida, pero si estaría bien que el profesor al final diga cómo vamos a tomar este punto, porque todavía nos falta ver los otros cuadrantes, es decir, que ese va a ser el centro y solo estamos viendo esta parte</p>	<p>Secuencia de temas. KMLS</p> <p>Propiedad del plano cartesiano, tener varios cuadrantes. KOT</p>

Fuente: Extracto de la entrevista semiestructurada.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de la entrevista semiestructurada aplicada a la profesora de matemáticas, en relación con la planeación de clase del tema “Localizar puntos en el plano cartesiano”. A continuación, se describen las categorías identificadas en los distintos subdominios del modelo MTSK. Asimismo, se incluyen fragmentos tanto de la entrevista como de la planeación, organizados conforme se desarrolló la conversación con la profesora. Se ha utilizado un código de color para cada subdominio: verde para KoT, amarillo para KSM, naranja para KFLM, rosa para KMT, azul para KMLS, y gris para las creencias personales.

4.1 Resultados de la profesora Elena

La entrevista dio inicio indagando sobre la experiencia laboral de la profesora Elena. Posteriormente, se proyectó la planeación de clase, misma que ella había revisado y analizado con anticipación; empezamos analizando los aspectos curriculares de la planeación, como se muestra en la Figura 3.

Figura 3

Aspectos curriculares.

PLANEACIÓN DIDÁCTICA		
Aspectos curriculares		
Nivel: Primaria	Campo de formación:	Tiempo clase:
Grado: Sexto	Pensamiento matemático	50 minutos
Turno: matutino	Vínculo con otras asignaturas: Geografía	Asignatura: matemáticas
Tema: Localizar puntos en el plano cartesiano.	Eje temático: Forma, espacio y medida	Propósito: Usar e interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
Aprendizaje esperado:	Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.	

Fuente: Pacheco (2023).

Las primeras evidencias se encontraron al preguntarle lo siguiente.

Tesista: [...] ¿Consideras que este propósito sí se relaciona totalmente con el tema matemático de localización de puntos en el plano cartesiano?

Elena: [...] Pero yo pensaría que no abarca todo el plano cartesiano, incluso en la actividad dice que solo el primer cuadrante, solo se trabaja el primer cuadrante. Entonces yo pensaría que aún le falta bastante para abarcar todo lo que sería el plano cartesiano.

Dependiendo no si vemos el propósito de esta planeación, yo considero que está bien quitando lo de comunicar trayectos, pero si vemos ya tal cual lo que es el plano cartesiano, si le haría falta más, por ejemplo, como esa parte que mencionaban de entender que debe de haber un punto de partida, que en este caso sería el origen, esa parte no está mencionada y es algo principal, que ellos tienen que entender por qué usamos el plano cartesiano.

Y finalmente, lo de ubicar lugares está bien, pero tal vez haría falta mencionar que hay un orden para ubicarlos, y que ellos entiendan el orden (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025.).

En este primer fragmento podemos ver que la profesora toma en cuenta la existencia de un origen en el plano cartesiano como punto de partida, manifestando ser una parte esencial para que los alumnos puedan entender el uso del plano cartesiano, de igual forma toma en cuenta el conocimiento del uso de los pares ordenados para indicar lugares, evidenciando así su conocimiento sobre los temas (Definiciones, propiedades y sus fundamentos - KoT).

Por lo que se tuvo un Esquema Intra en el subdominio KoT, ya que Elena se concentra en un solo tipo de conocimiento, sin establecer conexiones con otros subdominios, ya que su explicación se limita a describir el contenido matemático sin vincularlo con otros saberes.

Al momento de profundizar sobre lo que ella pondría en el propósito sobre el tema de ubicación de puntos en el plano cartesiano, contestó lo siguiente:

Elena: [...] ¿Tal vez? Que los alumnos entiendan, esta aparte de tener un referente, y que [con] base de punto origen nos sirve para determinar posiciones. Y bueno la cosa es que ellos entiendan esta parte, de dónde surge el origen. Poder saber ubicarlo y después saber ubicar los lugares, que son diferentes al origen. En una determinada secuencia, es decir, primero, el eje horizontal y después el eje vertical [...] (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Nuevamente Elena habla sobre los componentes del plano cartesiano (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT), recalcando la importancia de que los alumnos comprendan el uso del punto origen para tener un referente y poder ubicar otros puntos distintos de él, también habla sobre otros componentes del plano cartesiano como lo son el eje horizontal y el eje vertical, mencionando la forma en la que se deben tomar en cuenta los ejes. Por lo tanto, de este fragmento se obtuvo un esquema intra en el subdominio KoT, ya que como podemos observar, solo se centra en la explicación de los componentes del plano cartesiano, que son el origen y los pares ordenados.

Con el propósito de profundizar en la información obtenida, se le preguntó a Elena si deseaba añadir algún aspecto al propósito planteado. En su respuesta manifestó conocer los cuatro cuadrantes que conforman el plano cartesiano, así como las características de cada uno, haciendo referencia en particular a los signos que corresponden a los ejes. (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT), como se muestra en el siguiente fragmento.

Elena: Bueno. Pensando en que es primaria, yo tal vez no aportaría más, porque siento que con esa forma de representación es buena, que la vean justamente en primaria para que entiendan después posteriormente lo de los ejes, que es positivo, positivo y negativo y negativo, o sea los cuatro cuadrantes, pero que ya los puedan identificar con los signos. Pero, para ello, es muy bueno que identifiquen primero norte, sur, este, oeste, para que sepan cómo van pasando todas las cosas, ya que falta desear ligarlo todavía

para primaria. Sí que creería adecuado ligarlo (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Dentro de esta respuesta Elena menciona una forma de aplicar el uso de los ejes, que es utilizando los puntos cardinales para tener una mejor comprensión de cómo funcionan, evidenciando su conocimiento sobre aplicaciones del plano cartesiano (Fenomenología y aplicaciones – KoT). Teniendo un esquema inter en el subdominio KoT, con una conexión secuencial donde el conocimiento de fenomenología y aplicaciones precede al conocimiento de definiciones propiedades y sus fundamentos al indicar que antes de ver los signos del plano cartesiano, se trabajen los puntos cardinales como un antecedente a los signos.

Seguido a estas repuestas se le hizo mención si era importante que los niños conocieran los signos en cada cuadrante, contestando lo siguiente.

Elena: No lo signos todavía. Yo la verdad, desconozco si en primaria qué tan adecuado sería ver los signos, por ejemplo, que ya sea negativo, entonces consideraría que en vez de usar signos que sea sur y que sea positivo 1,2,3, pero hacia el sur y 1,2,3, pero hacia el oeste (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En este fragmento ella da una idea más detallada de cómo podemos utilizar los puntos cardinales como ya lo había mencionado anteriormente, para remplazar al inicio del aprendizaje, el uso de los signos en cada eje (Fenomenología y aplicaciones – KoT).

Otra evidencia de conocimiento que se encontró fue al preguntarle sobre el planteamiento del aprendizaje esperado en la planeación de clase (Figura 4).

Figura 4

Aprendizaje esperado. Planeación de clase

Aprendizaje esperado:	Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.
------------------------------	---

Fuente: Pacheco (2023).

Por lo que se le preguntó.

Tesista: [...] ¿Qué le parece esta forma en la que está planteado el aprendizaje esperado?

Elena: Yo lo considero adecuado porque al final eso es lo que aprenden. Ubicar puntos tal vez sería en el primer cuadrante del plano cartesiano. Especificar porque no es en todo el plano cartesiano todavía, sino solamente el primer cuadrante. **Que impliquen la ubicación de puntos, aja, y posiblemente lo del origen, lo del referente, que también aprendan la importancia de tener una referencia** (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Elena manifiesta que el planteamiento del aprendizaje esperado deber ser más específico y que se plasme que solo se trabajará con el primer cuadrante, además añade el aprendizaje de la importancia del punto origen como una referencia de partida para ubicar otros puntos (Definiciones, propiedades y sus fundamentos- KoT).

De los dos fragmentos anteriores, obtuvimos que en el primer fragmento la informante solo se centra en la aplicación práctica del contenido sin establecer otro tipo de conexión con otros conocimientos, de igual manera en el segundo fragmento solo se centra en mencionar componentes del plano cartesiano. Por lo tanto, en ambos fragmentos se obtuvo un esquema intra dentro del subdominio KoT.

En el siguiente fragmento de la entrevista se buscó profundizar acerca de trabajar con la resolución de situaciones que estén ligadas a la ubicación de puntos en el plano cartesiano. Como se puede ver a continuación.

Directora de tesis: ¿Qué te parece esta propuesta de resolver situaciones? ¿Cómo tú entiendes esta parte de resolver situaciones?

Elena: **Resolver situaciones... Por ejemplo, que le pregunte, a ver como decía la actividad ¿dónde está el semáforo?, y entonces el para ubicarlo va a dar la ubicación, pero de acuerdo al plano cartesiano.**

Directora de tesis: ¿Y qué opinas de trabajar con situaciones de ese tipo para que los chicos comprendan los conceptos?

Elena: A mí me pareció una idea buena, digamos en el sentido de decir lo mejor siempre es que los niños interactúen más. Porque, por ejemplo, esto de plano cartesiano se puede trabajar en un patio, y digo que tienen la disposición para trabajar en un patio y con gises, o algo que utilice el profesor y marcar. Yo creo que eso les quedaría un poco más porque ya estarían incorporando la parte corporal, pero si nos limitamos a que estamos en el salón de clases no queremos que sean tan desastrosos. Entonces ponemos una actividad y me parece que lo de los semáforos que siempre están en una esquina y justamente marcan esos puntos. Es una buena actividad para presentarlo (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025)

En esta respuesta Elena nos comenta sobre una forma de aplicar el tema de ubicación de puntos en el plano cartesiano, la cual es por medio de una actividad que consiste en ubicar los semáforos de cada esquina, señalando que es una actividad adecuada para el tema. (Fenomenología y aplicaciones – KoT). Además, ella menciona una estrategia de enseñanza para trabajar este tema (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos- KMT), refiriendo que se puede trabajar en un patio con el uso de gises. Por lo tanto, de la respuesta anterior obtuvimos un esquema inter entre el subdominio KoT y KMT, ya que la docente muestra una conexión secuencial entre los conocimientos manifestados.

Nos llamó la atención que Elena mencionara sobre trabajar en el patio de la escuela, por lo que decidimos indagar más acerca de esta respuesta, tal y como se muestra en el siguiente fragmento.

Directora de tesis: Gracias, me llama mucho la atención que hablas de una situación que se trabaje en el patio de la escuela y te preguntaría ¿por qué consideras que ese tipo de actividades ayudan más a los estudiantes a aprender? Bueno, el tema.

Elena: Considero que, por varias razones, una que a ellos les parece más divertido en automático, solo hecho de salir, del salón de clases, que sí es complicado, o sea, no es como que cualquier profesor pueda llevarlo a cabo, pero. cuando salen los niños, se olvidan que están en el salón de matemáticas, y pueden aprender mediante, ya sea como el juego o actividades recreativas. Y segunda es porque, según he leído, también importa la parte corporal cuando incorporamos, como el uso de las manos, de las piernas o del cuerpo tal cual a veces genera como un mayor aprendizaje. Claro, no es como solamente estarnos moviendo la pierna y ya se genera el aprendizaje, sino que tenga que ver con la actividad, y en ese caso yo creo que tal vez, si iría un poco lo espacial, aunque solo estamos en el plano. Pero puede ser espacial, en el sentido de que él se localiza en ese plano no, pero él va viendo cómo tiene a distancias a otros o ve el origen. No sé, me parece como más que se internaliza mejor el concepto.

Directora de tesis: Sí, es verdad. Yo también he escuchado sobre ello. ¿Tienes en mente alguna teoría o algo así que lo explique?

Elena: No. A ver sí lo he como leído, pero no tal cuál en una teoría, que solamente una teoría lo diga (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De lo anterior podemos observar que Elena contempla las emociones que una actividad puede causar en los alumnos (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas – KFLM), ella menciona que el aprendizaje mediante juegos o actividades recreativas llevadas a cabo fuera del salón de clases (Recursos de enseñanza – KMT), es divertido para los alumnos. Durante la conversación, Elena refiere conocer algunas teorías que vinculan el aprendizaje con el movimiento corporal, y señala que la participación física en una actividad favorece un mayor nivel de aprendizaje (Indicios de Teorías de aprendizaje de las matemáticas- KFLM). Por lo tanto, se identifica un esquema trans en el subdominio KFLM y el subdominio KMT, porque está dando una razón de una conexión secuencial.

Continuando con la entrevista, pasamos al análisis del planteamiento del objetivo de la planeación de clase, el cual se observa en la Figura 5.

Figura 5

Objetivo de la clase. Planeación de clase

Objetivo de la clase:	Que los alumnos descubran que para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo orden de partida.
------------------------------	---

Fuente: Pacheco (2023).

El siguiente fragmento muestra la opinión de Elena sobre el objetivo de la clase y sobre cómo ella lo plantearía.

Tesista: [...] ¿Usted cree que este objetivo que está planteado es suficiente para comprender el tema de puntos en el plano?

Elena: [...] No toma en cuenta el ubicar los puntos en el sistema. Aunque sí menciona que descubran que, para ubicar puntos en un sistema de coordenadas, pero su importancia es lo otro, que es necesario establecer un orden o un cada mismo punto de partida, entonces no está dando importancia a ubicar los puntos en el plano cartesiano pensaría que al objetivo le falta. Más bien la parte de ubicar los puntos yo creo que está largo, podríamos resumir más esa parte y añadir el de ubicar los puntos también en el plano cartesiano

Directora de tesis: Claro, entonces tú ¿cómo lo plantearías?

Elena: Se podría hacer así, que los alumnos descubran que, para ubicar puntos, tal vez que descubran que es necesario establecer un mismo orden de partida, que aprendan a ubicar puntos en el plano cartesiano (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Como se puede observar Elena menciona que el aprendizaje que se desea alcanzar en los alumnos, es que ellos aprendan a ubicar puntos en el plano cartesiano, el cual no está indicado en el objetivo planteado (Expectativas de aprendizaje – KMLS), y refiriendo qué es lo que ella plantearía en el objetivo de clase, que es el aprendizaje por descubrimiento (Estrategias, tareas, técnica y ejemplos – KMT), evidenciando así conocimiento acerca de las propiedades del plano cartesiano (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT).

Por lo tanto, obtenemos un esquema intra en el subdominio KMLS y luego un esquema inter en los subdominios KMT y KoT, con una relación interaccional entre la estrategia de aprendizaje por descubrimiento y la identificación de puntos en el plano cartesiano.

Posteriormente continuamos con el análisis de las competencias a desarrollar, plasmadas en la planeación de clase. La cuales se pueden observar en la Figura 6.

Figura 6

Competencias a desarrollar. Planeación de clase

Competencia a desarrollar:	<p>comunicar información matemática</p> <p>Que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan relaciones entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones, y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.</p>
-----------------------------------	---

Fuente: Pacheco (2023).

Tesista: [...] ¿Qué opina acerca de estas competencias, le parecen adecuadas para desarrollar en los estudiantes?

Elena: Me parece que están muy avanzadas, o sea, sí, la primera impresión es que es demasiado para lo que es la clase. Así creería que se pueden desarrollar varias competencias, pero de acuerdo, como está planeada la clase, no creo que sean tantas. Por ejemplo, esta parte de se establezcan relaciones entre estas representaciones. Yo creo que solo ve una forma de representación. Por ejemplo, si añadiéramos lo del Norte, Sur, esa parte, entonces creería que ya está hablando de otro tipo de representación, aunque es la misma, pero ya lo ve diferente, ya ve la similitud. Entonces, creo que no hay relaciones entre diferentes representaciones, porque solo hay una forma de representar (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En el fragmento anterior se observa que Elena considera que las competencias a desarrollar están muy avanzadas, ya que la planeación de clase no es suficiente para el desarrollo de las mismas, justificando lo dicho refiriendo que los alumnos solo trabajan en esta planeación una forma de representación (Registros de representación – KoT) y no hay relaciones entre diferentes representaciones, evidenciando su conocimiento de la teoría de representaciones semióticas de Raymond Duval (Teorías de aprendizaje de las matemáticas - KFLM), sugiriendo el uso de los puntos cardinales para representar los ejes del plano cartesiano evidenciando una aplicación del tema (Fenomenología y sus aplicaciones – KoT).

Por lo tanto, se muestra una conexión secuencial entre registros de representación y una aplicación del plano cartesiano, y a continuación una conexión direccional entre la aplicación del plano cartesiano y una teoría del aprendizaje, todo esto evidencia un esquema inter entre los subdominios KoT y KFLM (la palabra “porque” podría sugerir un esquema trans, pero no da una razón diferente a la afirmación inicial, por eso se consideró solo inter).

También se le cuestionó cuál de las competencias a desarrollar dejaría y cuáles quitaría, esto con el fin de encontrar otra evidencia de conocimiento. A continuación, se muestra su respuesta en el siguiente fragmento.

Elena: [...] Yo considero que por ejemplo, aquí los alumnos sí expresan, sí representan, pero tal vez no lleguen a interpretar, porque según las situaciones se les da un punto, más bien, tal vez interpretan, pero no representan porque ellos no colocan puntos tal cual, sino ya están dados estos puntos y ellos tienen que localizarlos y habría que ver cómo funciona la inversa, que ellos pongan estos puntos, o sea, que sepan localizarlos, que se les dé la coordenada y que sepan localizar el punto, o sea, no sé exactamente cuál faltaría, pero yo considero que no, que hay uno que no se cumple. Esto solo diría que modificarlo [...] (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

La informante considera que, en las situaciones planteadas en la planeación de clase, los alumnos únicamente aprenden a localizar puntos en el plano cartesiano, ya que las coordenadas ya están representadas. Por ello, sugiere diseñar actividades en las que se proporcionen las coordenadas y sean los propios alumnos quienes las ubiquen y representen en el plano, favoreciendo así un aprendizaje más activo y significativo (Procedimientos – KoT). De lo anterior concluimos, que la informante evidencia un esquema intra en el subdominio KoT, ya que el conocimiento que surge no muestra una conexión con algún otro.

Por otro lado, Elena profundiza en la competencia que plantea que los alumnos expresen información matemática a partir de una situación o fenómeno, tal como se menciona en las competencias de desarrollo previamente expuestas en la planeación de clase. Señala que dicha competencia sí se promueve, pues en las actividades de la planeación orientadas a la ubicación de puntos en el plano cartesiano, los estudiantes explican la manera en que representará la información. Además, destaca que una competencia importante por fortalecer es que los alumnos aprendan a escribir coordenadas, ya que en las actividades propuestas se

emplea la notación correspondiente (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). Lo anterior se muestra en el siguiente fragmento.

Elena: [...] “Lo de que expresen” ..., sí, porque ellos comentan cómo ven la situación o cómo lo van a representar, cómo van a llegar a ese punto. Y tal vez también tener la capacidad de entender las coordenadas tal cual, o sea entender cómo se escriben coordenadas en el plano cartesiano. Se supone que también a eso quieren llegar, porque veo que ya toman la notación de paréntesis y comandan los números (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Por lo tanto, este fragmento muestra un esquema intra en el subdominio KoT, ya que solo se observa que en el discurso solo emerge un conocimiento.

Otra evidencia de conocimiento se identificó cuando se le preguntó a Elena su opinión acerca del uso de situaciones problemáticas como medio para despertar el interés de los estudiantes y promover la reflexión. Este aspecto se encuentra plasmado en el enfoque de la planeación, como se muestra en la Figura 7.

Figura 7

Enfoque. Planeación de clase

Enfoque:	Utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar. Se pretende lograr un equilibrio en el cual interactúe docente, alumno y saberes. El conocimiento matemático adquiere sentido, para el sujeto, en función de los problemas que le permiten resolver.
-----------------	--

Fuente: Pacheco (2023).

A continuación, se muestra el fragmento de la pregunta referida y la respuesta de la informante.

Tesista: [...] ¿Qué opina usted sobre utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar?

Elena: Eso me hace referencia a la teoría de las situaciones auténticas, porque yo pensaría que utilizar situaciones problemáticas sería un problema que nos puede pasar a nosotros. El detalle es que ubicar o saber dónde está un semáforo no es algo como tal que nos pasa o no en ese contexto, y es donde ahí entra la teoría que dice que debe ser lo más cercano a la realidad, y la actividad tal cual, pues no está cercana a la realidad, solamente es ubicar los semáforos o tener como el conocimiento donde están, pero no hay una problemática que diga ah, es que necesitamos saber dónde están los semáforos para hacer esto, lo otro. **Entonces, yo creería que sí se utiliza una situación pero que no es problemática y que eso pues puede, no realmente despertar el interés porque ellos no ven la necesidad de localizar el punto** (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En dicha respuesta Elena habla acerca de la teoría de situaciones auténticas (Teorías de enseñanza de las matemáticas – KMT), la cual menciona que las actividades deben ser lo más cercano a la realidad, sin embargo, ella considera que las actividades propuestas en la planeación de clase no cumplen con ser cercanas a la realidad, ya que para ella ubicar semáforos, no constituye una situación problemática auténtica, ya que no genera en los estudiantes una necesidad real de resolver un conflicto o desafío. En consecuencia, considera que dicha situación no logra despertar plenamente el interés de los alumnos, dado que ellos no perciben la motivación para localizar los puntos por sí mismos (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas -KFLM). En conclusión, encontramos un esquema inter, ya que podemos ver una conexión direccional entre el conocimiento de la teoría de situaciones auténticas y el conocimiento del interés que una actividad puede causar en los alumnos.

Dada su respuesta se buscó profundizar más acerca de cómo cambiaría una situación problemática por una auténtica y qué situación problemática utilizaría para enseñar este tema. Como se muestra a continuación.

Directora de tesis: Muy bien, muchas gracias. ¿Entonces, tú cómo cambiarías la situación problemática por una auténtica?

Elena: No más bien, yo creo que la situación problemática está bien pero que sea auténtica, es decir, que realmente es algo que puede pasar, que no se lo digas o una pregunta que nos hagamos. Incluso yo creo que ahí si entra esto de las trayectorias, de por qué son importantes, tener bien establecido en dónde está el semáforo, tal vez como para que vea cuál está más cerca. Por ejemplo, el carro puede recorrer 3 cuerdas antes de que se apague. Entonces cuál está más cerca, no sé, me imagino en el detalle es que haya ese tipo de actividad donde realmente él quiera resolver un problema y que puede estar más relacionado a la vida real, tal vez a ellos no les va a hacer tanto clic porque son chiquitos, pero tal vez cosas con juguetes, una juguetería o cosas. Pero, me refiero, no sé tal cual auténtica, porque no es algo que va a pasar y si van a ir, pero este que tome en cuenta esa parte en la que la pregunta realmente, esta le interesa.

Tesista: ¿Usted nos podría dar un ejemplo de una situación problemática que utilizaría para diseñar este tema?

Elena: Bueno, yo lo utilicé, pero estaría un poquito diferente porque yo había utilizado más bien como El juego de STOP, donde están todos, en el centro, y hay uno que se va a quedar en el centro y todos los demás corren y se ubican en algún punto. Claro es muy poco tiempo para que no corran tanto. Entonces el otro lo que tenía que hacer era decir la distancia a la que estaba su compañero. Pero ese era porque estábamos trabajando Pitágoras (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En esta respuesta obtuvimos que Elena considera que esta bien utilizar situaciones problemáticas, pero manifiesta que estas deben ser más apegadas a la realidad, según lo establece la teoría de situaciones auténticas de Gérard Palm (Teorías de enseñanza de las matemáticas -KFLM), evidenciando una situación que se puede utilizar para ubicar puntos, en donde se quiere determinar “cuántas cuerdas recorre un automóvil antes de que el motor se apague”, siendo el punto a localizar el lugar en el que se quedó varado. Dentro de esta conversación Elena habló sobre otra actividad que se podría adaptar para enseñar este tema, refiriéndose a un juego llamado “Stop”, el cual consistía en que uno de los jugadores se quedaba en el centro y los demás participantes se ubican en otros puntos. Podemos observar que la informante muestra conocimiento sobre situaciones para realizar fuera del aula, que se pueden utilizar para resolver problemas sobre ubicación de puntos en el plano cartesiano (Fenomenología y sus aplicaciones – KoT). Por lo tanto, podemos observar en la primera parte de la conversación surge una conexión secuencial entre el conocimiento de la teoría de situaciones auténticas con el conocimiento de fenomenología y sus aplicaciones, evidenciando así un esquema inter en los subdominios KFLM y KoT, en la segunda parte de la conversación surge únicamente un esquema intra en el subdominio KoT, ya que la informante únicamente se centra en describir situaciones en las que se podría aplicar el tema de puntos en el plano cartesiano.

Elena mostro conocimiento sobre el uso de actividades lúdicas, a lo que nos llevó a indagar más acerca de su interés con el uso de estas actividades. Como se presenta a continuación.

Directora de tesis: Hablas mucho de actividades lúdicas ¿Por qué te parece que son importantes las actividades lúdicas?

Elena: Yo creo que realmente sí se ha tomado muy mal el papel del profesor en el sentido de decir, estoy en un salón de clases y aquí enseño todo, o sea que yo creo que antes los estudiantes aprendían, pero porque tenían los experimentos, ahí en este [ese] momento lo veían. Pero en algún momento se dejó de hacer eso y se volvió puro pizarrón. Y entonces ya nos hemos olvidado tanto de que tiene que verlo, tocarlo o experimentarlo, y es muy

complicado, yo siento, entonces creo que entre más intentemos como hacer un poco estas actividades, pues más o menos nos vamos a ir acercando, porque yo no diría que fue un total éxito. Y eso, todos tienen como sus desventajas. Pero es parte de ir las mejorando, pero si no las haces nunca, pues entonces nunca ves que sí puede funcionar, pero yo creo que es esto como que ya no experimentan. Ellos necesitan experimentar. Y necesitamos como involucrarlos en esa puerta. Pero no diría que ya no soy profesora de pizarrón, o sea, si todavía estamos mucho en pizarrón, pero entre más se pueda, pues mejor (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De lo anterior, se puede destacar que Elena manifiesta conocimientos sobre una teoría personal de enseñanza, señalando que antes las clases eran más experimentales y que, según su experiencia, el aprendizaje era más significativo. Además, comenta que actualmente los profesores se concentran en el uso del pizarrón para desarrollar las clases, lo que limita la incorporación de actividades que permitan a los alumnos experimentar. En este sentido, destaca la importancia de que los docentes implementen estrategias que fomenten la experimentación, ya que esto contribuye a un aprendizaje más profundo y significativo (Teoría personal de enseñanza – KMT). Como podemos observar, en este fragmento se obtuvo un esquema intra en el subdominio KMT, ya que el conocimiento que emerge no muestra una conexión con otros subdominios.

Posteriormente se le preguntó a Elena por qué creía que las actividades lúdicas despertaban más el interés de los alumnos que las situaciones problemáticas, o si ambas lo generaban y por qué es importante que despierten el interés. La respuesta de lo anterior se encuentra en el siguiente fragmento.

Elena: Yo creo que es importante que despierte el interés porque te hace pensar y pensando es como aprendemos. Pero justamente porque tú tratas de resolverlo, es decir, te ponen la situación y cuando te genera interés, entonces o pones atención o tratas de resolver, porque quieres saber cómo se hace y entonces o lo intentas o

atiendes, pero de ahí viene que tenemos que la atención es clave, para el aprendizaje, entonces si no hay interés, pues muy posiblemente no hay atención. Y de qué creo si las situaciones problemáticas o las lúdicas... Yo creería que ambas pueden causar interés, pero para esto, habría que ver, porque es muy diferente, por ejemplo, los niños en Kinder nunca les pueden poner situaciones muy teóricas, casi siempre tiene que ser todo con figuritas, con que toquen, que armen, etcétera. Y obviamente ya a los de bachillerato, universidad, les podemos poner situaciones problemáticas y les van a causar interés. Entonces diría que sexto de primaria puede funcionar ambas, solo que serían medirlas bien al nivel de ellos (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En esta respuesta Elena hace mención sobre una creencia personal del aprendizaje, ella cree que el interés es una pieza clave para adquirir nuevos conocimientos, además considera que al generar esta emoción los alumnos generan mayor atención en la resolución de las actividades, ya que se generan esas ganas de saber cómo es que se resuelve la problemática (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas – KFLM). También comenta que utilizar tanto situaciones problemáticas como lúdicas, en ambas se genera interés, entonces refiere que ambas se pueden utilizar en alumnos de sexto grado para enseñar el tema matemático que se está abordando. (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT). De la conversación anterior, se puede observar que surgen conexiones interaccionales entre los conocimientos que emergen, por lo que tenemos un esquema inter en los subdominios KFLM y KMT, con una creencia personal sobre el aprendizaje.

El siguiente fragmento muestra preguntas y respuestas, que surgieron en la continuación de la revisión del enfoque antes presentado.

Tesista: Aquí también nos dice que “encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados”, ¿usted cree que es importante? ¿Cuánto cree que es importante esto?

Elena: Sí, por ejemplo, diferentes formas de construir los problemas se han visto no mucho. El doctor Joseph incluso lo menciona mucho con esta cuestión de los cerillos, que hay muchos tipos de soluciones y que es importante que ellos lo vean porque **en las matemáticas se necesita mucha flexibilidad en el pensamiento y cuando nos ponemos a que solo hay una respuesta, los encasillamos en ese pensamiento**. “A formular argumentos que validen los resultados” ... claro es una de las habilidades que más queremos fomentar en ellos. [...] (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Elena responde con base a su experiencia manifestando que se necesita un pensamiento flexible para estudiar matemáticas, a lo que está de acuerdo en que se busquen diferentes formas de resolver un problema, ya que es necesario para no limitar el pensamiento. De lo anterior se considera que es una creencia personal.

Durante esta conversación se le hizo otro cuestionamiento, sobre una afirmación que se encontraba plasmada en el enfoque de la planeación de clase. Como se muestra en seguida.

Tesista: En esta parte, tenemos la afirmación “el conocimiento matemático adquiere sentido para el sujeto en función de los problemas que le permiten resolver”. ¿Qué opina sobre esta afirmación?

Elena: **Que es cierta,** por ejemplo y no diría que solo el matemático, sino, **cualquier conocimiento, este adquiere sentido cuando podemos resolver problemas,** pero claro, tiene que haber un **previo interés, pero una vez que nosotros resolvemos un problema ese conocimiento, no sé, funciona como iluminación,** **se nos queda muy bien en la mente** porque como dice, o sea, adquiere total sentido, porque esto, porque lo otro, pero sí depende, no queda tanto que en función de los problemas que nos permiten resolver, sino de que nosotros resolvamos un

problema con ese conocimiento, es decir, no porque un conocimiento resuelva muchos problemas, quiere decir que va a tener sentido, sino que nosotros resolvamos problemas con ese conocimiento va a adquirir sentido.

Directora de tesis: ¿Y qué sería primero el problema o el conocimiento o primero el conocimiento y luego el problema?

Elena: No. Yo creo que todo conocimiento surgió de un problema entonces, yo creería que el problema es primero (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Según lo planteado previamente, Elena comenta que dicha información es cierta, manifestando que no es el conocimiento en sí mismo el que le da sentido al aprendizaje, sino el uso que hacen los alumnos de ese conocimiento para resolver problemas reales o significativos. También nos comparte su creencia sobre que el conocimiento surge al tener una problemática. Dentro de este mismo fragmento la informante manifestó que generar interés por adquirir un conocimiento específico ayuda a comprender mejor la resolución de problemas relacionados con su aplicación, brindando a los alumnos claridad sobre cómo utilizarlo y facilitando que lo recuerden en el futuro (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas – KFLM). En este fragmento, podemos observar que surge un esquema intra, en donde se tiene una creencia.

Nos pareció interesante la respuesta de Elena, por lo que se indago más acerca de la creencia que ella comentó. Se le preguntó si, en su opinión, la enseñanza debería ser así, es decir, si primero debe surgir un problema para que posteriormente surja el conocimiento. La respuesta de la informante se muestra a continuación.

Elena: Pues se supone que, en parte sí, pero no del todo. Ahí yo sí he leído que hay autores que están en contra de esto, de... cómo el aprendizaje por descubrimiento, que ellos están en contra de eso, porque lo que dicen es que para que los antecesores descubrieran esos conocimientos, tomó mucho tiempo, y dicen, bueno no queremos tampoco que a ellos les tome el mismo tiempo, o sea, igual si lo van a aprender, pero les va a tomar

todo ese tiempo y no van a aprender todo lo que queremos que aprendan. Entonces, si debe de haber instrucción en que nosotros le digamos como ciertas cosas, pero más allá tal vez del descubrimiento, sino que haya como actividad, es decir, que hagan las actividades, que no se les diga tal cual, por ejemplo, este $1 + 1$ es 2, sino que haya una actividad donde ellos puedan ver que un lápiz y otro lápiz es 2. Algo así es a lo que yo voy, que no se le diga como tal, cuál [es] el conocimiento, y que queramos que lo replique, pero sí que haya actividades, pero no que lo descubra solo porque sí, o sea, obviamente, sí tenemos que propiciar esas actividades y que no estén, así como completamente a que él..., por ejemplo, esos profesionales que dicen a ver el proyecto es tal, dice... ay a ver cómo le hacen. Pues no, porque no va a aprender casi nada, sino que haya una guía por parte del profesor, una didáctica digamos (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En el fragmento anterior se tiene que, la informante no está del todo de acuerdo que la enseñanza sea de esa manera, ya que con base a la literatura que ha leído, encontró que varios autores están en desacuerdo en que los alumnos aprendan por descubrimiento, ya que manifiestan que es un proceso tardado para ellos y no adquirirían por completo el aprendizaje (Teorías de aprendizaje de las matemáticas – KFLM). Entonces Elena propone usar actividades que les permitan a los alumnos adquirir nuevos conceptos, dando un ejemplo sobre el concepto de la suma, refiriendo que para abordarlo primero sería por medio de conteo de objetos concretos, para posteriormente representar dichas acciones mediante números (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT).

En este mismo fragmento la informante muestra indicios de conocimiento sobre cómo se debe llevar a cabo la enseñanza. Expresa que la enseñanza no debe ser transmisiva, es decir, que los alumnos repliquen lo que el profesor hace; sin embargo, también menciona que no está de acuerdo que los alumnos descubran por sí mismos el conocimiento sin orientación alguna. Desde su punto de vista, el profesor debe utilizar actividades para favorecer que los alumnos participen en experiencias significativas, y que estas conduzcan al aprendizaje;

destacando la importancia de una didáctica, en la que el profesor guie la construcción del conocimiento (Teorías de enseñanza de las matemáticas – KMT).

Del discurso anterior emergieron dos tipos de conexiones, la primera que es una conexión direccional entre el conocimiento de una teoría de aprendizaje con el conocimiento de estrategias, y la segunda conexión es interaccional entre el conocimiento de estrategias con el conocimiento de una teoría de enseñanza, lo que da como resultado un esquema inter en los subdominios KFLM y KMT, ya que a pesar de que aparecen distintos conocimientos, dentro de sus explicaciones no logra unirlos como un todo coherente.

Finalmente, en esta misma respuesta la informante hace mención sobre un aprendizaje activo, por lo que nos llevó a profundizar más acerca de ello. Como en seguida se muestra.

Directora de tesis: Muy bien, ¿por qué activo?

Elena: Bueno, tiene que ver ahorita con lo que estoy leyendo también para el proyecto. Yo leía como un modelo de aprendizaje y una como cuatro pilares, que esos son la atención, o sea, que tiene que haber atención, que tiene que haber... le llama compromiso activo y justamente habla de esa parte, de que si es pasivo es muy difícil que aprenda, o sea, nadie dice que, no porque así ha sido el método y habíamos aprendido, pero lo que queremos es que la mayoría aprenda y entonces lo que promueve ahí es que no sea un aprendizaje pasivo en el que solo absorbe la información, sino él como que construye esta información. Por ejemplo, no sé qué en vez de que sea de que el profesor... ahí comentan muchas cosas como por ejemplo cuando estás leyendo un libro a un niño, no sé, de 3 años, que el hecho de que el niño pase la página y él sea el que toque, libro y toda esa parte es lo que hace también que cree como cierta motivación y que el niño se involucre a que como adulto tú dices no pues yo paso la página para que no se corten, porque no sabe o porque no, como que tenemos mucho control ahí sobre ellos porque creemos que no sabe. Y entonces lo que te invita es como a que tienes que dedicar que ellos participen mucho más.

Bueno sí, pero a eso van con lo de activo que se involucre, o sea, que haga que piense, que mentalmente haga mucho pensamiento.

Directora de tesis: ¿Y esa teoría tiene algún nombre?

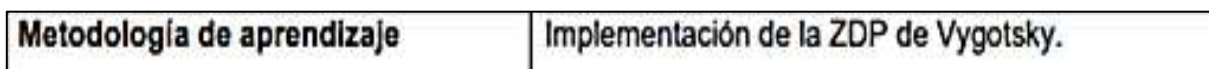
Elena: Se llama los cuatro pilares del aprendizaje, pero no es una teoría tal cual es como un modelo. Pero lo malo es que hay otras versiones que también se llaman los cuatro pilares del aprendizaje. Entonces te puede llegar a equivocar con otras, es muy reciente, pero es de un neurocientífico prácticamente que investiga en esas áreas y apenas como que la propuso en su libro, pero todavía no ha sido altamente investigada, o sea, solo los pilares como tal, pues sí han sido investigados, la atención, la retroalimentación, pero unidos todavía no, no se ha puesto en evidencia (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En este fragmento Elena nos explica porque el aprendizaje debe ser activo, ella refiere que ha leído acerca de un modelo de aprendizaje llamado “Los cuatro pilares del aprendizaje” del neurocientífico Stanislas Dehaene, en donde él explica que el aprendizaje debe ser un proceso activo; por lo que está de acuerdo en que los alumnos se involucren en actividades en donde tengan mayor participación para tener una mejor adquisición de los conocimientos (Teorías de aprendizaje de las matemáticas - KFLM). Por lo tanto, este es un esquema intra en el subdominio KFLM, ya que no se establecen relaciones con otros subdominios.

Continuando con la entrevista, seguimos con el análisis de la metodología de aprendizaje (Figura 8) que se utiliza en la planeación de clase, con el fin de conocer el conocimiento de la informante.

Figura 8

Metodología de aprendizaje. Planeación de clase



Fuente: Pacheco (2023)

Tesista: Ahora tenemos lo que es la metodología de aprendizaje. Aquí marca la implementación de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky, ¿qué le parece esta forma de enseñanza?

Elena: Sí, casi no conozco, como la zona de desarrollo próximo. Dice mucho que es el tema como de primaria, pero de lo que investigué se me hizo adecuado. Por ejemplo, aquí decía que te comentaba varias cosas, como el que hubiera andamiaje y que poco a poco lo fueran retirando. Entonces, según yo vi en la actividad, sí está implementado de esa manera, otra cosa que decía era que aún bien la interacción social, entonces promueve esta parte de la actividad de entre grupos y sí, de hecho, eso de la actividad social, creo que es una de las cosas que más se han comentado que funcionan porque somos seres sociales entonces no consideraría que es un buen enfoque, o sea, una base para llevar a cabo la actividad

Tesista: ¿Entonces usted sí la utilizaría para enseñar este tema?

Elena: Si

Tesista: ¿Tendría otra en cuenta? ¿Utilizaría otro tipo de metodología?

Elena: No, a lo mucho, por ejemplo, solo sería como esto de las situaciones auténticas creo que se puede prestar, pero sí es cuestión de pensarle qué tipo de situación habría, que se podría plantear, pero yo creo que también está bien la de Vygotsky (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Del fragmento anterior, se obtuvo la opinión de Elena acerca de la metodología implementada, y a pesar de que no tiene un conocimiento profundo sobre el tema, ella evidencia que reconoce algunos principios esenciales de dicha metodología, como el andamiaje y la interacción social, los cuales son descritas la teoría de zona de desarrollo próximo. Asimismo, señala que el trabajo en grupo favorece la construcción del conocimiento debido a la naturaleza social del ser humano (Teorías de aprendizaje de las matemáticas – KFLM). De esta manera, la informante considera adecuada la metodología

implementada en la planeación de clases. También dentro de este fragmento, surgió la pregunta acerca de utilizar otro tipo de metodología, a lo que manifestó que la teoría de situaciones auténticas se podría prestar para enseñar el tema (Teorías de enseñanza de las matemáticas – KMT). Concluimos que, del fragmento anterior, los conocimientos que emergen no muestran una conexión entre ellos u otros conocimientos, por lo que obtenemos dos esquemas intra uno en el subdominio KFLM y el otro en el subdominio KMT.

En seguida, procedimos a analizar el inicio de la actividad la cual consiste en “Localizar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano a partir de un referente de ubicación”, comenzamos con el segmento denominado “Actividades y organización de los alumnos, presentado en la Figura 9.

Figura 9

Actividades y organización de los alumnos. Planeación de clase.

Actividades y organización de los alumnos	
INICIO	<p>En forma grupal se plantea la situación a resolver (¿Dónde están los semáforos?), se propicia la reflexión con las preguntas detonadoras.</p> <p>Se informa que discutirán la información y harán puestas en común para resolver la situación planteada.</p> <p>Posterior a la motivación y a las indicaciones se forman equipos mixtos de 4 personas, con diferente talento por las matemáticas y diferente ZDP, se nombra un responsable que contribuya a la adecuada</p>
	organización y trabajo colaborativo de equipo.

Fuente: Pacheco (2023).

Con el motivo de seguir buscando evidencias de conocimientos en Elena, procedimos a interrogarle acerca de la forma de trabajo que se emplea en la actividad de la planeación de clase. Tal y como se muestra en el siguiente fragmento.

Tesista: [...] ¿Usted qué opina de esta forma de trabajo?

Elena: Bueno, por ejemplo, esta parte de “en forma grupal y empezar a dar las preguntas detonadoras” es también algo que se ha recomendado tal cual entonces considero que esa parte está bien, que empiece primero por obtener el interés de los alumnos, después y obviamente lo del trabajo en equipo, yo estoy muy de acuerdo en esa parte, no entiendo necesariamente por qué diferentes zonas de desarrollo próximo, pero desconozco ahí que es lo recomendable, entonces en cuanto a la organización, es decir, en grupal y después en grupos. Yo considero que está bien (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De este fragmento podemos observar que la informante reconoce el uso de preguntas detonadoras para iniciar la reflexión grupal, así como la realización de actividades en equipo entre los alumnos, lo cual favorece la socialización (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT). Además, comenta que el uso de estas preguntas contribuye a captar el interés de los alumnos (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas – KFML). De lo anterior, obtenemos una conexión interaccional ya que podemos observar que los conocimientos que emergen están entrelazados, siendo este un esquema inter en los subdominios KMT y KFLM.

Continuamos con el análisis del segmento denominado “Estrategias de evaluación” presentado en la Figura 10.

Figura 10

Estrategias de evaluación. Planeación de clase.

Estrategias de evaluación (acciones, técnicas, instrumentos)
Motivación El docente inicia con las siguientes preguntas detonadoras y se pide a los alumnos que contesten con lo que conocen de su comunidad, ¿dónde están los semáforos? ¿Hay alguna actividad realizada con anterioridad que se relacione con la ubicación de los semáforos en la comunidad? ¿La actividad Batalla naval se relaciona con la pregunta de los semáforos?

Fuente: Pacheco (2023).

Dentro de este segmento se mencionan dos actividades, denominadas “¿Dónde están los semáforos?” y “Batalla Naval”, lo que nos pareció importante preguntarle a la informante sobre su conocimiento de dichas actividades. Elena comentó que no tenía conocimiento sobre la primera actividad mencionada; sin embargo, previamente había señalado que había revisado la actividad “Batalla Naval”, por lo que surgió la pregunta sobre utilizar la actividad para enseñar este tema y si creía que era adecuada. Como se muestra en el siguiente fragmento.

- Tesista: [...] Bueno, en esta parte habla de dos actividades, la que dice “¿dónde están los semáforos?”, no sé si ubique esa actividad que se propone.
- Elena: No. como tal, no lo ubico, pero bueno, me imagino.

Tesista: Nos había comentado que checó la actividad batalla naval. ¿Qué le pareció para enseñarse en este tema? ¿Le parece adecuada utilizarla?

Elena: Pues creo que está bien el hecho de que planteen una relación, o sea, para que ellos vean que el anterior contenido lo seguimos viendo, pero en el de batalla naval, me apareció en esa actividad es que tienen el recuadro de esta forma, es decir que aquí están los números A,B,C,D y aquí están 1,2,3,4,5, es decir, lo único que me quedaría en duda, bueno, yo pensaría que lo único es que yo esperararía que sí lo trabajen de esta posición [forma], para que el alumno se empiece a familiarizar con el plano cartesiano ya tal cual, es decir, que como tal se supone que los alumnos van a proponer un camino como este, de cuál va a ser el punto de partida, pero sí estaría bien que el profesor al final diga cómo vamos a tomar este punto, porque todavía nos falta ver los otros cuadrantes, es decir, que ese va a ser el centro y solo estamos viendo esta parte (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Como se puede observar, Elena muestra conocimientos acerca del seguimiento de la actividad “Batalla Naval” presentada en el libro “Desafíos matemáticos” de sexto grado de primaria (Rosales et al., 2019, p. 28). El propósito de esta actividad es ubicar puntos del tipo (número, letra) o (letra, número), independientemente del orden, ya que ambos pares permiten localizar una misma posición en el plano. Elena coincide en la importancia de establecer una relación entre los pares no ordenados (letra, número) y los pares ordenados (número, número), con el fin de introducir a los alumnos en la comprensión del plano cartesiano (Secuencia de temas – KMLS). Además, considera que, a partir de ello, los alumnos empezarán a proponer un punto de partida; sin embargo, espera que el profesor, al finalizar la actividad, mencione que el plano cartesiano está compuesto por cuatro cuadrantes (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). En este fragmento se obtuvo un esquema inter, ya que la informante muestra una conexión secuencial entre el conocimiento secuencias de temas y el conocimiento de las propiedades del plano cartesiano.

Después de escuchar su respuesta, se le preguntó qué actividad utilizaría para introducir a los alumnos al tema de “Localización de puntos en el plano cartesiano”, sin recurrir aún a definiciones formales sobre sus componentes. La respuesta de Elena se muestra a continuación.

Elena: [...] Creo que el de la actividad de batalla naval está bien, pero también podría ser, pues como tal, lo que es un mapa como lo que hacen de poner una ciudad y sus diferentes cuadras, y desde ahí como plantear de cómo están distribuidas las calles, y entonces justamente ahí sí se tomaría en cuenta el norte, sur y ya después, posteriormente, el plano cartesiano (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De los anterior, se observa que Elena propone utilizar la representación de una ciudad en un mapa, así como el uso de puntos cardinales para favorecer la ubicación espacial. Con ello busca contextualizar el aprendizaje antes de introducir formalmente el estudio del plano cartesiano (Fenomenología y aplicaciones – KoT). Por lo tanto, este fragmento muestra un esquema intra en el subdominio KoT, ya que la informante solo se centra a hablar sobre una contextualización en la que se pueda abordar el tema.

Con base en lo expuesto, destacamos la propuesta de Elena sobre el uso de los puntos cardinales, lo que nos llevó a preguntarle si esa relación solo serviría para el primer cuadrante del plano cartesiano o como haría la relación de los puntos cardinales con los ejes tanto positivos como negativos. Lo anterior se muestra en el siguiente fragmento.

Directora de tesis: Entonces serviría nada más para el primer cuadrante o ¿cómo harías esa relación?

Elena: No, yo creo que lo de norte, sur, puede servir para los cuatro cuadrantes, lo único es que sería hacer esa distinción, que ahora ya no se le va a llamar norte y sur, sino, va a ser positivo y negativo y que no va a ser este y oeste, sino que va a ser positivo y negativo, y solo que obviamente que uno está en el eje

horizontal y otra está en el eje vertical (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Derivado del fragmento anterior, Elena relaciona el uso de los puntos cardinales con los ejes del plano cartesiano de la siguiente manera: el norte se asocia con la dirección positiva y el sur con la negativa, ambos correspondientes al eje de las ordenadas; mientras que, en el eje de las abscisas, el este representa la dirección positiva y el oeste la negativa. En esta respuesta se evidencian dos tipos de conocimiento: el primero corresponde a una aplicación del plano cartesiano en geografía (Fenomenología y aplicaciones – KoT), y el segundo al conocimiento del orden y orientación de sus ejes (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). De esta manera, es como surge un esquema inter en el subdominio KoT, ya que surge una conexión secuencial entre las categorías antes descritas.

Continuamos con el análisis del “producto deseado”, mismo que se encontraba en el segmento de “Estrategias y evaluaciones”, el cual se puede observar en la Figura 11.

Figura 11

Producto deseado. Planeación de clase.

Producto deseado
Se espera que haya diversidad de respuestas, por lo que se comenta a
los estudiantes que al final de la actividad, se tomarán acuerdos para representar la información de un problema de representación de puntos en el plano cartesiano que sea común en su vida cotidiana.

Fuente: Pacheco (2023)

Seguido de la lectura del producto deseado, se le hizo una pregunta a la informante con el fin de saber más acerca de su conocimiento sobre estrategias de enseñanza. Como se expone a continuación.

Tesista: [...] ¿Qué le parece la estrategia de usar preguntas en la clase para fomentar el aprendizaje?

Elena: Okey de las preguntas, yo creo que están bien, solo que es complicado como atraer el interés de los estudiantes. Bueno, tal vez en primaria, no sé, tal vez sea más sencillo, ahí sería no tanto por aburrimiento, sino porque se distraen, pero ya en preparatorias notamos mucho esta parte de ay que no quieren y entonces ahí tenemos que pensar muy bien las preguntas y también incluso prepararnos mucho para las respuestas, porque cuándo ellos responden algo que tú no esperas, si te quedas como de rayos cómo vinculó eso que él dijo, a dónde quiero llevarlos, y cómo no perderte en lo que ellos te responden, entonces considero que las preguntas están bien, pero si tal vez anticipar respuestas para saber cómo encaminarlos y que se continúe con esto del interés (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En este fragmento se obtiene que, la informante está de acuerdo con el uso de preguntas para fomentar el aprendizaje; sin embargo, ella reconoce la necesidad de formular adecuadamente las preguntas y anticipar posibles respuestas de los estudiantes (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT), esto con el fin de mantener el interés de los estudiantes y no perder la coherencia del proceso de enseñanza (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas – KFML). Por lo tanto, se obtiene un esquema inter en los subdominios KMT y KFLM, ya que se observa una conexión interaccional entre los conocimientos evidenciados.

En la Figura 12 se muestra el apartado titulado “Uso de conocimientos previos”, en el cual se describe la manera en que el docente retoma las ideas previas de los estudiantes

como punto de partida para la enseñanza del tema “Localización de puntos en el plano cartesiano”.

Figura 12

Uso de conocimientos previos. Planeación de clase

	Uso de conocimientos previos: El estudiante recuerda los conocimientos ya adquiridos en la actividad 14 Batalla naval, en específico el uso de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula, para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes	
--	--	--

Fuente: Pacheco (2023).

En el apartado anteriormente mostrado se observó la referencia de un conocimiento previo, lo cual nos llevó a preguntarle a Elena acerca de cómo dicho conocimiento contribuye a que los alumnos integren los nuevos aprendizajes adquiridos en la actividad planteada en la presente planeación de clase. Lo expuesto puede observarse en el fragmento siguiente.

Tesista: [...] Bueno, en este caso aquí habla de un conocimiento previo en específico, que es el sistema de referencia, ¿este cómo puede ayudar a comprender los nuevos aprendizajes que están adquiriendo con esta actividad?

Elena: Pues sirve para reforzar la importancia que tiene el punto de referencia entonces, enfocarlo a cuál va a ser nuestro punto de referencia, es decir, en cómo les decía, que en vez de que esté en esta posición y empezamos de acá, sino que lo cambiamos y empezamos de acá para para acá. Entonces es importante que

ya tuvieran ese conocimiento previo para que tal vez a alguno se les ocurra y si no, no se les haga tan complejo como por qué tener un punto de referencia, sino que digan, ah sí, es cierto y no enfocarnos tanto ahí, sino en la ubicación de los puntos y tal vez en la notación, porque ya va a ser diferente, me imagino a la de batalla naval (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De lo anteriormente expuesto, se muestra que Elena reconoce la importancia de tener el conocimiento acerca de un punto de referencia (Secuencia de temas-KMLS), ya que al haber trabajado con la actividad llamada “batalla naval” para abordar dicho tema, les ayudará a que los alumnos logren proponer otros puntos de referencia con facilidad (Conexiones de complejización - KSM), lo que les permitirá centrarse en el aprendizaje de la ubicación de los puntos, así como la notación de coordenadas (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). Podemos concluir que, en este fragmento, surgen dos tipos de conexiones. La primera es una conexión interaccional entre el conocimiento de las propiedades del plano cartesiano y el conocimiento relacionado con las conexiones de complejización. La segunda corresponde a una conexión direccional entre el conocimiento de las propiedades del plano cartesiano y los conocimientos previos. Además, se observa que la informante explica las conexiones establecidas, lo cual es característico de un esquema trans en los subdominios KMLS, KSM y KoT.

Luego con el propósito de evidenciar más conocimientos, procedimos a preguntarle a Elena qué temas matemáticos cree que se vinculen con el tema “Localización de puntos en el plano cartesiano”, tanto anteriores como posteriores. Su respuesta se muestra en seguida, en el siguiente fragmento.

Elena: Bueno, posteriores, muy fácil toda la geometría analítica que tiene que ver con esos temas, entonces yo creería que las bases son muy importantes, porque si no, pues luego no saben ubicar los puntos o se confunden mucho y anteriores matemáticos pues tal vez sería como esto de las trayectorias pero como en

cuadras, no tanto todavía lo de diferencia de puntos, sino como en las cuadras, bueno, me imagino como las actividades así de los niño que les dicen como de la tienda para el cine, ¿a cuantas cuadras está? y entonces ahí ellos ya empiezan a ver ese contenido (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Como observamos en el fragmento anterior, Elena menciona que la geometría analítica es un tema posterior que se vincula con el tema abordado en la planeación de clase, ya que se requiere dominar la ubicación de puntos en el plano cartesiano, lo que muestra su manera de entender el avance de los conceptos, así como la importancia de las bases matemáticas para el aprendizaje futuro; también hace mención de un tema anterior, refiriéndose a las trayectorias, evidenciando que comprende la importancia de que los alumnos tengan conocimientos previos de desplazamiento y orientación (Secuencia de temas – KMLS), adquiridos por medio de actividades contextualizadas, como la que menciona sobre el recorrido que un niño realiza de la tienda al cine, con el objetivo de preguntar cuantas cuadras avanzó (Fenomenología y aplicaciones – KoT). De lo anterior se concluye, que la informante muestra un esquema inter en los subdominios KMLS y KoT, ya que dentro de la conversación se muestra una conexión secuencial entre el conocimiento secuencia de temas y el conocimiento de situaciones contextualizadas para el aprendizaje.

A continuación, se muestra el desarrollo de la planeación de clase (Figura 13), mediante el cual fue posible evidenciar más conocimientos en la informante.

Figura 13

Desarrollo.

	<p>Se forman los equipos de trabajo Se pide que analicen y contesten en equipo la actividad 41, los incisos 1 y 2 de su libro de texto.</p>	<p>La actividad muestra una representación de los puntos en el plano antes no estudiada por los alumnos, por lo que en equipo deben tomar acuerdos para asignar un orden</p>	<p>Libro del alumno actividades 41 y 14. Copias con las preguntas</p>
DESARROLLO	<p>Pueden consultar en su libro la actividad 14. Los equipos son monitoreados constantemente.</p> <p>Se proporciona una copia con las preguntas ya formuladas, deberán ser contestadas de forma escrita</p>	<p>a los datos y ubicar un mismo punto de referencia. Se da un tiempo para que observen, comente y propongan los resultados. Posteriormente por equipos se lanzan las siguientes preguntas para propiciar la reflexión y que los alumnos descubran el orden para representar los puntos de forma correcta en el plano cartesiano. Los comentarios y reflexiones deben ser escuchados por todo el grupo. Con respecto al juego Batalla naval y la actividad ¿dónde están los semáforos? . ¿Qué observaron en las imágenes? El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje vertical se encuentra? El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje horizontal se encuentra?</p>	
	<p>Nuevamente en equipos analizan, discuten y hacen puestas en común para resolver la situación que se plantea.</p>	<p>¿Qué lugar de referencia tomaron para empezar a contar y obtener el punto (7, 2)?, ¿por qué? Las coordenadas (7, 2) y (2,7) son el mismo punto? Durante la reflexión se enfatiza lo siguiente: los ejes son perpendiculares, el punto de origen tiene coordenadas (0,0), los valores (x, y) reciben los nombres de abscisa y ordenada, representan las distancias a los ejes vertical y horizontal respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia. Posterior a la reflexión se pide a los alumnos que localicen y escriban las coordenadas de los puntos 4 y 5, además que ubique en el plano los puntos 6 y último.</p>	

Fuente: Pacheco (2023).

Como se puede observar, en el desarrollo se muestran las actividades a realizar, que según el mismo ayudarán a los alumnos a comprender los componentes principales del plano cartesiano. En el siguiente fragmento se incluye la pregunta sobre lo anteriormente expuesto y la respuesta de la informante.

Tesista: [...] ¿Qué opina de la manera en que la planeación lleva a enfatizar los componentes principales del plano cartesiano?

Elena: Así como está planteado parece débil, pero no sé si en los otros ejercicios también se hacen estas mismas preguntas, como para seguirlo fomentando, porque aquí, por ejemplo, solo pregunta que a cuántas calles del eje vertical se encuentra y a cuántas calles del eje horizontal se encuentra, pero no hay una conclusión, tal vez como a qué van esas preguntas, entonces pareciera que las preguntas están bien, pero siempre y cuando pues nos lleven a algo, que el profesor llegue en ese momento [y diga] ah bien y por qué es importante saber o cuál vamos a tomar primero, porque ahí no se entiende en qué momento se aclara, tal vez, cuál se debe de tomar primero y por ejemplo, a mí se me hace muy buena la pregunta de esto de ¿las coordenadas (7,2) y (2,7) son el mismo punto?, ese está muy bien justamente para aclarar la diferencia, también creería que le hacen falta preguntas del tipo como (4,0) o (0,4), porque luego tienen mucha duda, cuándo es cero. Y bueno, también ahí falta, la conexión, como la aclaración de por qué primero la abscisa, por qué después la ordenada, o sea, cómo, por qué se llegó a ese acuerdo. Y entonces, aquí pareciera que ellos discuten a qué llegaron ellos, pero tal vez no hay una conclusión de cómo se va a tomar a partir de ahora

(Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Dentro de esta respuesta encontramos que Elena está de acuerdo en que se utilicen preguntas que promuevan la reflexión de los alumnos sobre cómo se localizan los puntos en el plano cartesiano, y que, a partir de ello, lleguen a la conclusión de cuáles son los

componentes del plano. No obstante, sugiere que en la actividad se incluyan preguntas relacionadas con pares ordenados del tipo $(x, 0)$ o $(0, y)$ (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT), ya que los alumnos suelen tener complicaciones con la ubicación de este tipo de coordenadas, teniendo dificultad para poder localizar esos puntos en el plano (Fortalezas y dificultades – KFML). Por otro lado, ella aprueba la pregunta “¿Los pares ordenados $(7,2)$ y $(2,7)$ son el mismo punto?”, ya que al emplear este tipo de cuestionamientos se favorece que el alumno reflexione sobre la diferencia entre ambos pares ordenados, comprendiendo que el orden de las coordenadas es fundamental para su correcta interpretación, pues siempre se toma primero la coordenada en “x” y después la coordenada en “y”. (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). De lo anterior, podemos concluir que la informante muestra un esquema trans en los subdominios KMT, KFLM y KoT, ya que logra justificar las conexiones entre los conocimientos que surgen.

A partir de la respuesta anterior se buscó profundizar, por lo que se le planteó a Elena una situación en la que un alumno se aferrara a la idea de que los pares ordenados $(7, 2)$ y $(2, 7)$ representan el mismo punto. Se le preguntó qué haría en este tipo de situaciones y cómo ayudaría a dicho alumno a comprender que su idea no es correcta. Lo planteado se muestra a continuación.

Tesista: Comentó que se le hace interesante la parte de la preguntar si estas dos coordenadas son el mismo punto. ¿Qué pasaría o qué haría usted si un alumno le responde que sí, efectivamente, para él son el mismo punto? ¿Cómo le haría comprender que son diferentes puntos?

Elena: Pues para eso habría que localizar los dos puntos justamente y decir cómo llegaría, cómo le llamaría a este punto A y cómo le llamaría este punto B o sea, cómo las coordenadas, cuáles serían, ya sea que ambos les ponga $(7,2)$ y $(7,2)$, un ejemplo y entonces ahí decir, que si nos imaginamos que es la tienda y yo les digo [pregunto] dónde está la tienda, que me digan ah pues está en $(7,2)$ y yo voy al otro punto, entonces él va al otro punto, pues no nos encontramos. ¿Y a qué se debe ese error? no es tal vez la falta de

comunicación, sino que no se establecieron bien las reglas y entonces, o si fuera el inverso (2,7), ahora sí es el contrario, si los pone al revés, porque primero empieza con el eje vertical y después con el eje horizontal, pues no está mal, solo que ahí es aclarar después que la regla ya establecida en matemáticas y para todo el mundo es tomar primero la horizontal y después la vertical y que en ese caso, por eso no estaría tal cual viendo dónde los localizó, pero está correcto, pero sí sería como plantearle, o sea, poner los dos puntos, cómo qué coordenada les pondría a esos dos puntos y qué pasa cuando dos personas llegan a diferentes lugares (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Como se puede observar del fragmento anterior, la informante propone una estrategia para hacer evidente la diferencia entre los pares ordenador (7,2) y (2,7). Propone ubicar ambos puntos en el plano y asignarles nombre (punto A y punto B), de modo que los alumnos observen que, al invertir el orden de las coordenadas, el punto cambia de posición. Para reforzar esta idea, Elena plantea una situación contextual, la cual consiste en la ubicación de una tienda, misma que permitirá reconocer que (7,2) y (2,7) no representan el mismo lugar (Fenomenología y aplicaciones – KoT). De esta manera, enfatiza la necesidad de establecer con claridad las reglas para el uso de las coordenadas, destacando la importancia de que los alumnos comprendan que primero se considera la coordenada correspondiente al eje horizontal (x) y después la del eje vertical (y) (Definiciones, propiedades y sus fundamentos – KoT). Por tanto, se puede ver que surge una conexión interaccional entre el conocimiento sobre una situación contextual y el conocimiento de las propiedades del plano cartesiano, teniendo un esquema inter en el subdominio KoT.

Figura 14

Cierre. Planeación de clase.

CIERRE	En plenaria se reflexiona sobre las coordenadas de los puntos 4 y 5, así como las representaciones de los puntos 6 y último	Retroalimentación	Coordenadas de los puntos 4 y 5, Representación de los puntos 6 y 7.
--------	---	-------------------	--

Fuente: Pacheco (2023).

En el cierre de la actividad (Figura 14), se hace mención de la retroalimentación, a lo que nos llevó a preguntarle a Elena sobre qué opinaba de usar la retroalimentación en clase. En su respuesta, obtuvimos que está de acuerdo que se lleve a cabo la retroalimentación, ya que esta es uno de los pilares que se menciona en la teoría “Los cuatro pilares”. De acuerdo con esta teoría, recibir retroalimentación permite detectar y corregir errores durante el proceso de aprendizaje, lo que contribuye al fortalecimiento del conocimiento. Además, Elena agregó que diversos autores reconocen la importancia de la retroalimentación y que su eficacia aumenta cuando se proporciona de manera inmediata. (Teorías de enseñanza de las matemáticas – KMT). Lo expuesto se evidencia en el fragmento que sigue.

Tesista: [...] ¿Qué opina sobre la retroalimentación en clase?

Elena: Pues como les decía uno de esos pilares que menciona el modelo es la retroalimentación entonces, aparte, no solo por ese modelo, sino también todos los autores y demás, recomiendan la retroalimentación y entre más inmediata, mejor. Entonces la retroalimentación está bien lo único es que, es muy difícil como tal, para los profesores la retroalimentación personalizada entonces entiendo que va a ser una retroalimentación grupal y pues ahora sí que... el que entienda la retroalimentación le servirá. Es un tema muy difícil porque el profesor no puede ir alumno por alumno preguntando, pero es también que lo implemente, o sea, que siempre haya una retroalimentación sobre los resultados de sus respuestas (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Dentro de este mismo fragmento, se hace evidente el conocimiento de la informante sobre el uso y la importancia de la retroalimentación como estrategia para corregir y guiar el trabajo de los estudiantes (Teoría de enseñanza – KMT). Sin embargo, también reconoce el contraste que hay entre la retroalimentación personalizada y la grupal debido a las limitaciones que enfrentan los docentes para atender individualmente a cada alumno. En este sentido, considera que la retroalimentación grupal puede ser útil, aunque solo beneficiará plenamente a los estudiantes que logren comprenderla, lo que refleja su conocimiento acerca de los beneficios de esta práctica para superar los errores identificados en las respuestas, aun cuando no siempre tenga el mismo efecto en todos los alumnos (Estrategias técnica, tareas y ejemplos - KMT). De lo anterior podemos concluir que, la informante muestra un esquema inter en el subdominio KMT, ya que surge una conexión interaccional entre el conocimiento de una teoría de aprendizaje y el conocimiento de estrategias.

Directora de tesis: [...] ¿Te parece que esta planeación parte de una situación problemática y llega al final de la misma a una institucionalización de conceptos, de propiedades matemáticas ya establecidas?

Elena: Pensaría que no, no menciona en ningún momento esta parte de acordar lo que decíamos de que primero las abscisas y luego las ordenadas, entonces, faltaría como en dónde mencione estos criterios o circunstancias, pero sí menciona esto de abscisa y ordenada y cómo los van a llamar.

Directora de tesis: Pero no dice que es ese orden, ¿no?

Elena: No, solo dice que de las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos, pero no dice tal cual, cual es el orden, pero sí habría que mencionarlo (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

Del fragmento anterior, se obtiene que Elena opina que a partir de las situaciones trabajadas en la actividad de la planeación no se ha llegado completamente a una institucionalización, ya que en el proceso de la actividad los alumnos no llegaron al acuerdo

de establecer el orden de los ejes. Mostrando así conocimiento sobre la teoría de “Situaciones didácticas” (Teorías de enseñanza de las matemáticas – KMT).

Posteriormente Elena agregó que se podría llegar a una institucionalización en una siguiente clase, ya que considera que los conceptos de abscisa y ordenada no se les quedarán fácilmente a los estudiantes, y sería buena opción diseñar actividades, como algún juego o crucigramas que los ayude a reconocer y adquirir estos nuevos conceptos. Evidenciando conocimiento sobre el diseño de tareas como herramienta para el aprendizaje (Estrategias técnica, tareas y ejemplos – KMT). Lo antes expuesto se muestra en el siguiente fragmento.

Elena: Si pensaría que tal vez puede haber un poco de institucionalización, pero así creería que bueno yo creo que se podría dar también en la siguiente clase, porque esto de abscisa y ordenada no se les va a quedar solo porque les digamos abscisa y ordenada, si no que valdría ahí la pena, como no sé otro juego o un crucigrama o para qué entonces ellos como que reconozcan esos nuevos nombres o nuevas palabras.

Directora de tesis: ¿Quizás alguna tarea o algo así?

Elena: Sí, podría ser una tarea, tal vez como un crucigrama [...] (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

De los fragmentos anteriores, se evidencia un esquema intra en el subdominio KMT, ya que en ambos los conocimientos que surgen se encuentran aislado sin que se evidencien conexiones con otros conocimientos.

Finalmente las ultimas evidencias de conocimiento de la informante, surgieron al preguntarle si deseaba añadir a la entrevista algún otro comentario. Como se muestra a continuación.

Directora de tesis: Muy bien. Algo más que quieras comentar de la entrevista de algo que quizás quisieras comentar y no te preguntamos.

Elena: Por ejemplo, algo que mencionaba la teoría, de Vygotsky era que también se tenían que conocer el estado actual de los

estudiantes, es decir, qué saben hacer ellos solos por sí mismos y bueno, yo creería que estaría bien escribirlo, o sea, como ponerlo en la planeación que es lo que los alumnos ya hacen actualmente, que tal vez en esta lección, como decíamos, no requiere tantos conocimientos previos, bueno, no pareciera, pero los mínimos necesarios. Pero, por ejemplo, esta parte de decir si realmente ya saben tomar una referencia o comunicarse entre ellos o argumentar, si ellos ya saben esta parte para ver hasta dónde quieren llegar, porque se supone que va a ir como poquito a poquito, hasta que lleguen (Elena, extracto de la entrevista, 27 de agosto de 2025).

En este último fragmento observamos que Elena menciona que se debería añadir que otros conocimientos previos tienen los alumnos para poder abordar este tema, ya que según Vygotsky y siendo esta teoría utilizada en la metodología de la planeación, describe que se necesita saber el “estado actual de los alumnos”, mostrando indicios de conocimientos sobre temas anteriores que se deben abordar antes de estudiar el tema “Localización de puntos en el plano cartesiano” (Secuenciación de temas – KMLS). Además, en este fragmento se identifican indicios de conocimiento, sobre el nivel de profundización que los alumnos deben alcanzar respecto al tema abordado en la planeación de clase. La informante reconoce que la comprensión de los conceptos del plano cartesiano debe desarrollarse de manera gradual, permitiendo que los estudiantes avancen progresivamente hasta lograr concebir dichos conceptos en su formalidad matemática (Indicios de nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado - KMLS). Por tanto, concluimos que este fragmento muestra un esquema inter en el subdominio KMLS, ya que se muestra una conexión secuencial.

CONCLUSIONES

Los resultados de esta investigación permiten responder la pregunta de investigación planteada inicialmente acerca de cómo comprender los niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos de un docente de matemáticas, a partir del marco conceptual propuesto. El análisis realizado, centrado en la reflexión de la profesora de matemáticas sobre la planeación de clase del tema “Localización de puntos en el plano cartesiano” permitió identificar y describir los distintos niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos que Elena manifestó, en concordancia con los referentes del modelo MTSK y los esquemas de Piaget.

Asimismo, el objetivo de la investigación se alcanzó al encontrar los tres niveles de complejidad, Intra, Inter y Trans en los conocimientos de Elena, así como los tipos de relaciones que surgen entre los conocimientos, la no conexión, la conexión secuencial, la conexión direccional, así como la conexión interaccional.

En el análisis realizado Elena evidenció relaciones entre los conocimientos de ambos dominios, sin embargo, ella mostró un conocimiento más amplio en el Conocimiento Didáctico del Contenido, lo que podemos asociar a que la informante cuenta con un posgrado en Educación Matemática. De los subdominios que más se evidenciaron fueron KoT, KMT, KFLM y KMLS, además se logró identificar conocimiento en todas las categorías de los siguientes tres dominios KoT, KMT y KMLS. Asimismo, se observaron relaciones tanto dentro de un mismo subdominio como entre subdominios del mismo dominio y entre dominios distintos, lo que evidencia una estructura de conocimiento dinámica e interconectada.

En este sentido, uno de los primeros hallazgos fue la presencia de múltiples esquemas intra, especialmente cuando Elena describía componentes matemáticos del plano cartesiano, como el origen, los ejes o el uso de pares ordenados, sin establecer vínculos con otros subdominios. Esto revela un conocimiento matemático sólido, aunque aislado en términos de relaciones con otros saberes.

Posteriormente, surgieron esquemas inter, en los que Elena estableció conexiones con distintos subdominios del MTSK. De las conexiones establecidas destacaron las secuenciales

entre el subdominio Conocimiento de los Temas con los subdominios Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas, Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas e interaccionales entre los subdominios Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas con los subdominios Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas y Conocimiento de los Temas. Estos esquemas muestran que la profesora es capaz de articular conocimientos diversos para fundamentar decisiones didácticas.

Finalmente, se identificaron momentos propios de un esquema trans, especialmente cuando Elena justificó por qué ciertas actividades favorecen el aprendizaje, integrando aspectos emocionales, cognitivos y metodológicos. En estos fragmentos logró explicar la congruencia de las conexiones que establece y evaluarlas según su utilidad para la práctica docente.

En conjunto, la investigación muestra que la informante tiene un conocimiento especializado que se extiende de manera dinámica, con presencia de los tres niveles de esquema. Estos resultados confirman la utilidad del marco teórico propuesto para analizar y describir cómo se organizan y se relacionan las distintas partes del conocimiento de un profesor de matemáticas al analizar una planeación de clase. Cabe destacar que, dentro de los esquemas intra e inter, emergieron creencias personales vinculadas con ciertos conocimientos. En la presente investigación se decidió no profundizar en el análisis de dichas creencias.

De esta manera, el presente estudio aporta al entendimiento del conocimiento del profesor de matemáticas como una red integrada, cuyos elementos se reestructuran y organizan mientras enseña, y ofrece elementos de gran valor para la formación docente como la importancia de promover reflexiones que lleven a construir elementos valiosos para la enseñanza de las matemáticas, así como la importancia de establecer conexiones más profundas y justificadas entre los saberes matemáticos, didácticos y teóricos, con visión a fortalecer la práctica de la enseñanza en educación básica. Finalmente, dado que las creencias constituyen el dominio central del modelo MTSK y que en este estudio emergieron vinculadas a ciertos conocimientos, consideramos que resulta pertinente profundizar en

investigaciones futuras que exploren de manera mas detallada la relación entre creencias y conocimientos.

REFERENCIAS

- Advíncula C.E., Beteta S. M., León R. J. C., Torres C. I. y Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190-209. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.12>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. A. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research In Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Delgado-Rebolledo, R. & Zakaryan, D. (2020) Relationships Between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 18(3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Delgado-Rebolledo, R., y Espinoza-Vásquez, G. (2021, del 3 al 5 de noviembre). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? *V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*, Brasil.
- Juárez-Ruiz, E., Flores-Medrano, E., Otero-Valega, K., & Tascón-Cardona, L. (2025). Levels of Complexity in Mathematics Teachers' Knowledge Connections: An Approach Based on MTSK and Piaget's Schemas. *Education Sciences*, 15, 641. <https://doi.org/10.3390/educsci15060641>
- Montes, M. Á., Aguilar, Á., Carmona, E., Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero, D., Medrano, E. F., Flores, P., Huitrado, J. L., Catalán, C. M., Rojas, N., Sosa, L., Vasco, D., & Zakaryan, D. (2014). *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas*. <https://doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>

- Pacheco, E. (2023). *Relaciones entre subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la localización en el plano cartesiano* [Tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]
- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruíz, E., Flores-Medrano, E. (2023). Relaciones direccionales intra-dominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre localización en el plano. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 24, 57-74. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4360>
- Piaget, J. (1975). *El equilibrio de las estructuras cognitivas*. Presses Universitaires de France.
- Piaget, J., y García, R. (1989). *La psicogénesis y la historia de la ciencia*. Editorial de la Universidad de Columbia.
- Rosales Ávalos, M., Barrientos Flores, J., Issa González, E., López Castro M.T., Tovilla Martínez M.C. Y Velázquez Durán L. (2019) *Desafíos Matemáticos Sexto Grado*. CONALITEG.
- Scheiner, T., Montes, M., Godino, J., Carrillo, J., & Pino-Fan, L. (2019). ¿Qué hace que el conocimiento de los profesores de matemáticas sea especializado? Ofreciendo puntos de vista alternativos. *Revista Internacional de Educación en Ciencias y Matemáticas*, 17, 153–172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>.
- Spencer, L., Ritchie, J., O'Connor, W., Morell, G., & Ormston, R. (2014). Analysis in practice. In J. Ritchie, J. Lewis, C. McNaughton, & R. Ormston (Eds.), *Qualitative research practice. A guide for social science students and researchers* (pp.376–433). SAGE.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.
- Tascón, L. (2024) *Relaciones entre subdominios del conocimiento especializado de dos profesores de matemáticas. Un acercamiento desde la resolución de problemas multiplicativos* [Tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]
- Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E., y Carrillo, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento

de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 36(2), 105-123. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260>

Zakaryan, D., y Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71-97. <https://doi.org/10.24844/em3301.03>

ANEXOS

Anexo 1. Guía de preguntas para la entrevista semiestructurada.

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA.
Entrevistado: Profesora Elena
Entrevistadora(s): Marisol Calixto Ramírez, Dra. Estela de Lourdes Juárez Ruiz
Fecha de Entrevista: 27 de agosto del 2025
Presentación: Mi nombre es Marisol Calixto Ramírez, estudiante de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
Propósito de la entrevista: Se le explicará a la profesora que estoy realizando una investigación sobre los niveles de complejidad de las relaciones entre los conocimientos que puede tener un profesor de matemáticas, los cuales están basados en el modelo MTSK y los esquemas de Piaget.
Objetivo de la entrevista: por medio de la entrevista semiestructurada indagaremos como la informante moviliza y estructura sus conocimientos matemáticos según las categorías del modelo MTSK y explorar la forma en la que estos conocimientos se relacionan y alcanzas distintos niveles de complejidad a partir de los esquemas propuestos por Piaget.
Preguntas. <ol style="list-style-type: none">1. ¿Usted conoce el programa de la SEP de sexto grado?2. ¿Con qué temas matemáticos se vincula este tema tanto anteriores como posteriores?3. ¿Qué opina del propósito? ¿Está de acuerdo o lo cambiaría?4. ¿Qué le parece la forma en la que está planteado el aprendizaje esperado?5. ¿Usted cree que el objetivo planteado es suficiente para comprender el tema de puntos en el plano?6. ¿Le parece adecuado para aprender este concepto recurrir a situaciones de la vida cotidiana?7. ¿Estas competencias le parecen adecuadas a desarrollar en los estudiantes? ¿Son muchas o eliminaría alguna? ¿Por qué?8. ¿Qué opina sobre usar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y que los invite a reflexionar?9. ¿Qué tan importante es para usted la motivación, emociones e intereses en el aprendizaje? ¿Por qué?10. ¿Me podría dar un ejemplo de una situación problemática que usted utilizaría para diseñar este tema?11. ¿Qué tan importante cree que es encontrar diferentes formas de resolver y formular argumentos que validen los resultados?12. ¿Qué opina sobre la afirmación “El conocimiento matemático adquiere sentido, para el sujeto, en función de los problemas que le permiten resolver”?13. ¿Qué le parece esta forma de enseñanza? ¿La utilizaría o la cambiaría por otra?14. ¿Conoce el libro para el maestro? ¿Qué experiencia ha tenido? ¿De que trata? ¿Cómo se maneja?15. ¿Conoce la actividad “¿Dónde están los semáforos?”? ¿Qué le parece? ¿Es adecuada para enseñar este tema?

16. ¿Conoce la actividad “Batalla naval”? ¿Qué le parece? ¿Es adecuada para enseñar este tema?
17. “Formar equipos mixtos de cuatro personas con diferente talento por las matemáticas y diferentes zonas de desarrollo próximo. Se nombra un responsable que contribuya a la adecuada organización y trabajo colaborativo del equipo”. ¿Qué le parece esta forma de trabajo? ¿Lo haría diferente?, Si es así ¿Cómo lo haría?
18. ¿Qué le parece la estrategia de usar preguntas en la clase para fomentar el aprendizaje?

Anexo 2. Transcripción de la entrevista semiestructurada.

T: Vamos a empezar a revisar lo que es la parte de aspectos curriculares. Como podemos ver, es [de] nivel primaria para sexto grado. El tema es localizar puntos en el plano cartesiano. Bueno, nos habías comentado que no ha tenido la oportunidad de trabajar en educación básica, pero bueno, no está de más preguntarte si ¿conoces o exploraste el programa de la SEP de sexto grado?

E: No, el programa no. Sí me intereso ver algunas cosas que mencionaba, como por ejemplo lo de la batalla naval y pregunté ¿cómo? ¿cómo lo abordaban?, o sea, para saber a qué se refería. Pero no investigue tal cual el programa de sexto grado.

DT: Vale, muy bien.

T: Bueno, me voy a pasar a lo que es el propósito, dice interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos. ¿Maestra, qué opina acerca de este propósito? ¿Le parece que está de acuerdo con él o le cambiaría alguna cosa?

E: Lo único que diría es que de acuerdo a la planeación no se comunican trayectos, por ejemplo, si se le hace uso de una representación para orientarse, que en ese caso va a ser el plano cartesiano, pero si se ubican lugares efectivamente. Pero no se comunican trayectos, al menos en lo que tiene esta planeación, por lo que diría que está de más a menos que sea una parte de que sea la parte A no y haya una parte B, pero pues tendría que estar puesta, ¿no?

DT: No, no hay una parte B es esta toda la planeación y ¿consideras que este propósito sí se relaciona totalmente con el tema matemático de localización de puntos en el plano cartesiano?

E: ¿Cómo decirlo? El propósito tal cual como del plano cartesiano, sí, diría que falta. Pero a lo que yo voy es que sí es el propósito de la planeación, simplemente, sí pensaría que está bien el propósito porque es lo que va a hacer esta planeación. Pero yo pensaría que no abarca todo el plano cartesiano, incluso en la actividad dice que solo el primer cuadrante, solo se trabaja el primer cuadrante. Entonces, yo pensaría que aún le falta bastante para abarcar todo lo que sería el plano cartesiano. Dependiendo no si vemos el propósito de esta planeación, yo considero que está bien quitando lo de comunicar trayectos, pero si vemos ya tal cual lo que es el plano cartesiano, si le haría falta más, por ejemplo, como esa parte que mencionaban de entender que debe de haber un punto de partida, que en este caso sería el origen, esa parte no está mencionada y es algo principal, que ellos tienen que entender por qué usamos el plano cartesiano. Y finalmente, lo de ubicar lugares está bien, pero tal vez haría falta mencionar que hay un orden para ubicarlos, y que ellos entiendan el orden.

DT: Sí, incluso dice orientación en el espacio cuando en realidad lo que se está trabajando es sólo plano cartesiano. ¿Tú cómo más o menos, qué incluirías en tu propósito? según lo que nos has comentado

E: ¿Pero el propósito para el plano cartesiano para abordar todos los lados?

DT: Sí, para abordar el tema.

E: Ok. Podría ser que previa pues esta parte de tomar cómo sería un buen verbo. ¿Tal vez? Que los alumnos entiendan, esta aparte de tener un referente, y que [con] base de punto origen nos sirve para determinar posiciones. Y bueno la cosa es que ellos entiendan esta parte, de dónde surge el origen. Poder saber ubicarlo y después saber ubicar los lugares, que son diferentes al origen. En una determinada secuencia, es decir, primero, el eje horizontal y después el eje vertical. Yo creería que comunicar trayectos estaría adecuado, aunque no necesariamente tiene que ver con el plano cartesiano, porque ya eso es más como ir, no sé, 3 cuadras a la derecha y después subir, y considero que no necesariamente está ligado al plano cartesiano. Pero se puede trabajar.

DT: Pero ubicar lugares, ¿sí?

E: Si, ubicar lugares sí.

DT: Muy bien, entonces ahí estás hablando ya del origen, digamos, el orden en la descripción, que sería primero en la ordenada “x” y luego la ordenada “y”. Muy bien y ¿algo más?

E: Bueno. Pensando en que es primaria, yo tal vez no aportaría más, porque siento que con esa forma de representación es bueno, que la vean justamente en primaria para que entiendan después posteriormente lo de los ejes, que es positivo, positivo y negativo y negativo, o sea los cuatro cuadrantes, pero que ya los puedan identificar con los signos. Pero para ello es muy bueno que identifiquen primero norte, sur, este, oeste para que sepan cómo van pasando todas las cosas, ya que falta desear ligarlo todavía para primaria, sí que creería adecuado ligarlo.

DT: Claro, claro, entonces estás mencionando los signos de los números en cada cuadrante, que es importante que los niños lo conozcan.

E: No lo signos todavía. Yo la verdad, desconozco si en primaria qué tan adecuado sería ver los signos, por ejemplo, que ya sea negativo. Y entonces consideraría que en vez de usar signos que sea sur y que sea positivo 1,2,3, pero hacia el sur y 1,2,3, pero hacia el oeste.

DT: Ah, ya entiendo, ya entiendo muy bien. Muchas gracias.

T: Bueno, sigo, voy a leer ahora lo que es el aprendizaje esperado que nos dice resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano. ¿Qué le parece esta forma en la que está planteado el aprendizaje esperado?

E: Yo lo considero adecuado porque al final eso es lo que aprenden. Ubicar puntos tal vez sería en el primer cuadrante del plano cartesiano. Especificar porque no es en todo el plano cartesiano todavía, sino solamente el primer cuadrante, que impliquen la ubicación de puntos, y posiblemente lo del origen, lo del referente, no, que también aprendan la importancia de tener una referencia.

DT: ¿Qué te parece esta propuesta de resolver situaciones? ¿cómo tú entiendes esta parte de resolver situaciones?

E: Resolver situaciones. Por ejemplo, que le pregunte, a ver como decía la actividad ¿dónde está el semáforo?, y entonces el para ubicarlo va a dar la ubicación, pero de acuerdo al plano cartesiano.

DT: ¿Y qué opinas de trabajar con situaciones de ese tipo para que los chicos comprendan los conceptos?

E: A mí me pareció una idea buena, digamos en el sentido de decir lo mejor siempre es que los niños interactúen más. Porque, por ejemplo, esto de plano cartesiano se puede trabajar en un patio, y digo que tienen la disposición para trabajar en un patio y con gis, o algo que utilice el profesor y marcar. Yo creo que eso les quedaría un poco más porque ya estarían incorporando la parte corporal, pero si nos limitamos a que estamos en el salón de clases no queremos que sean tan desastrosos. Entonces ponemos una actividad y me parece que lo de los semáforos que siempre están en una esquina y justamente marcan esos puntos. Es una buena actividad para presentarlo.

DT: Gracias, me llama mucho la atención que hablas de una situación que se trabaje en el patio de la escuela y te preguntaría ¿por qué consideras que ese tipo de actividades ayudan más a los estudiantes a aprender? Bueno, el tema.

E: Considero que, por varias razones, una que a ellos les parece más divertido en automático, solo hecho de salir, del salón de clases, que sí es complicado, o sea, no es como que cualquier profesor pueda llevarlo a cabo, pero cuando salen los niños, se olvidan de que están en el salón de matemáticas, y pueden aprender mediante, ya sea como el juego o actividades recreativas. Y segunda es porque, según he leído, también importa la parte corporal cuando incorporamos, como el uso de las manos, de las piernas o del cuerpo tal cual a veces genera como un mayor aprendizaje. Claro, no es como solamente estarnos moviendo la pierna y ya se genera el aprendizaje, sino que tenga que ver con la actividad, y en ese caso yo creo que tal vez, si iría un poco lo espacial, aunque solo estamos en el plano, pero puede ser espacial, en el sentido de que él se localiza en ese plano no, pero él va viendo cómo tiene a distancias a otros o ve el origen. No sé,

me parece como más que se internaliza mejor el concepto.

DT: Sí, es verdad. Yo también he escuchado sobre ello. ¿Tienes en mente alguna teoría o algo así que lo explique?

E: No, a ver, sí lo he como leído, pero no tal cuál en una teoría, que solamente una teoría lo diga.

DT: Pero sí, yo también lo he leído, pero, así como que no recuerdo como alguna teoría. Pero bueno, sí es importante. Muchas gracias, profesora. Continuamos.

T: Ok sigo. Objetivo de la clase, que los alumnos descubran que, para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas, es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo orden de partida ¿Usted cree que este objetivo que está planteado es suficiente para comprender el tema de puntos en el plano?

E: Lo que sí creo es que no tiene mucha concordancia, pareciera más bien que el aprendizaje esperado habla de una cosa y el objetivo de la clase habla de otra, como si se complementara, pero yo creo que no debe de ser así, no, sino que hasta cierto punto ambos deben de decir lo mismo. Pero claro, uno va a ser el objetivo de la clase y el otro del aprendizaje que esperamos que él tenga...sí, en ese caso, porque el objetivo de la clase solo se enfoca en él, en mi punto de referencia, justamente, porque dice, y ubicar un mismo orden de partida también, se refiere al orden al punto de referencia. Entonces el objetivo solo habla de eso no toma en cuenta el ubicar los puntos en el sistema, aunque sí menciona que descubran que, para ubicar puntos en un sistema de coordenadas, pero su importancia es lo otro que es necesario establecer un orden o un cada mismo punto de partida, entonces no está dando importancia a ubicar los puntos en el plano cartesiano pensaría que al objetivo le falta más bien la parte de ubicar los puntos yo creo que está pues largo podríamos resumir más esa parte y añadir el de ubicar los puntos también en el plano cartesiano.

DT: Claro, entonces tú ¿cómo lo plantearías?

E: Se podría hacer así que los alumnos descubran que para ubicar puntos. Tal vez no, que descubran, que es necesario establecer un mismo orden de partida, un mismo punto de partida, que aprendan a ubicar puntos en el plano cartesiano.

DT: Ajá, o sea, sí decirlo.

E: Sí, porque aquí decirlo que los alumnos descubran que es necesario establecer un punto de partida y también que aprendan a ubicar los puntos en el plano cartesiano, bueno en el primer cuadrante.

T: Después tenemos lo que son las competencias a desarrollar, comunicar información matemática, que los alumnos expresen, representen, interpreten información matemática contenida en una situación o un fenómeno. Comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación, se establezcan relaciones entre estas representaciones, se supongan con claridad las ideas matemáticas encontradas, se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representando ¿qué opina acerca de estas competencias, le parecen adecuadas para desarrollar en los estudiantes?

E: Me parece que están muy avanzados, o sea, sí, la primera impresión es que es demasiado para lo que es la clase así creería que se pueden desarrollar varias competencias, pero de acuerdo, como está planeada la clase, no creo que sean tantas. Por ejemplo, esta parte de se establezcan relaciones entre estas representaciones. Yo creo que solo ve una forma de representación, por ejemplo, si añadiéramos lo del Norte, Sur, esa parte, entonces creería que ya está hablando de otro tipo de representación, aunque es la misma, pero ya lo ve diferente, ya ve la similitud, entonces creo que no hay relaciones entre diferentes representaciones, por qué solo hay una forma de representar.

T: ¿Cuáles quitaría o cuáles dejaría?

E: La primera que “los alumnos expresen, representan e interpreten la información matemática, contenían una situación o en un fenómeno”... yo considero que, por ejemplo, aquí los alumnos sí expresan, sí representan, pero tal vez no lleguen a interpretar, porque según las situaciones se les da un punto. más bien, tal vez interpretan, pero no representan porque ellos no colocan puntos tal cual sino ya están dados estos puntos y ellos tienen que localizarlos y habría que ver cómo funciona la inversa, que ellos pongan estos puntos, o sea, que sepan localizarlos, no que se les dé la coordenada y que sepan localizar el punto, o sea, no sé exactamente cuál faltaría, pero yo considero que no, que hay uno que no se cumple, esto solo diría que modificarlo. El otro que comprendan y emplean diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa, ahí es donde yo creo que no hay diferentes formas de representación. Y el otro que dice se deduzca la información derivada de las representaciones, pues tal vez sí, deducen, pero siento que es muy abstracto decirlo de esa manera a lo que hacen los alumnos, realmente sí, siento que es como que haría faltan otras sesiones para decir que van a alcanzar esto qué podríamos poner. ¿Competencia? No me queda muy claro eso a lo que llama a la SEP competencia, porque sé que es un tema como por aparte, pero según yo entiendo que es como pues habilidades que desarrollan.

DT: Sí, habilidades, conocimientos, valores, las competencias incluyen todo eso. Es algo que no se alcanza totalmente, sino se piensa que las competencias siempre están en constante desarrollo.

E: Yo creería que una competencia que adquieren es esta parte de razonar o de entender la importancia del punto de referencia, porque eso es algo muy básico, es decir, yo incluso en química lo he visto, hay veces en las que no te dan un dato de cuánto entra y entonces tú tienes que tomar un dato y normalmente agarras 100, un número conocido fácil de manejar. Entonces, tu base siempre es 100, entonces yo creo que cuando tú entiendes por qué hay que tomar ese punto de referencia no te cuesta entender esa parte, pero sí había que otros compañeros como que si no le daban el dato no entendía que tenía que hacer y entonces ahí es donde funciona mucho esta parte de entender el punto de referencia, entonces esa competencia yo pensé [pensaría] que debe estar también expresada. “Lo de que expresen” ..., sí, porque ellos comentan cómo ven la situación o cómo lo van a representar, cómo van a llegar a ese punto. Y tal vez también tener la capacidad de entender las coordenadas tal cual, o sea entender cómo se escriben coordenadas en el plano cartesiano. Se supone que también a eso quieren llegar, porque veo que ya toman la notación de paréntesis y comandan los números.

T: Ahora tenemos lo que es el enfoque, nos dice utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y las inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar los conocimientos y habilidades que se quieran desarrollar. Se pretende lograr un equilibrio en el cual interactúe docente, alumno y saber, y el conocimiento matemático adquiere sentido para el sujeto en función de los problemas que le permiten resolver. Bueno, en esta parte del enfoque me gustaría saber ¿qué opina usted sobre utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar?

E: Eso me hace referencia a la teoría de las situaciones auténticas, porque yo pensaría que utilizar situaciones problemáticas sería un problema que nos puede pasar a nosotros. El detalle es que ubicar o saber dónde está un semáforo no es algo como tal que nos pasa o no en ese contexto, y es donde ahí entra la teoría que dice que debe ser lo más cercano a la realidad, y la actividad tal cual, pues no está cercana a la realidad, solamente es ubicar los semáforos o tener como el conocimiento donde están, pero no hay una problemática que diga ah, es que necesitamos saber dónde están los semáforos para hacer esto, lo otro. Entonces, yo creería que sí se utiliza una situación pero que no es problemática y que eso pues puede, no realmente despertar el interés porque ellos no ven la necesidad de localizar el punto.

DT: Claro, sí, excelente percepción profesora. Porque sí, efectivamente, parece que la actividad es extraída del libro de texto

E: Parece una buena actividad, pero si ya vemos como tal planteado así utilizar situaciones problemáticas. Diría que pues no.

DT: Muy bien, muchas gracias. ¿Entonces, tú cómo cambiarías la situación problemática por una auténtica?

E: No más bien, yo creo que la situación problemática está bien pero que sea auténtica, es decir, que realmente es algo que puede pasar que no se lo digas o que una pregunta que nos hagamos. Incluso yo creo que ahí si entra esto de las trayectorias, de por qué son importantes, tener bien establecido en dónde está el semáforo, tal vez como para que vea cuál está más cerca. Por ejemplo, el carro puede recorrer tres cuadras antes de que se apague, entonces cuál está más cerca, no sé, me imagino en el detalle es que haya ese tipo de actividad donde realmente él quiera resolver un problema y que puede estar más relacionado a la vida real, tal vez a ellos no les va a hacer tanto clic porque son chiquitos, pero tal vez cosas con juguetes, una juguetería o cosas. Pero, me refiero, no sé tal cual auténtica, porque no es algo que va a pasar y si van a ir, pero este que tome en cuenta esa parte en la que la pregunta realmente, esta le interesa.

T: ¿Usted nos podría dar un ejemplo de una situación problemática que utilizaría para diseñar este tema?

E: Bueno, yo lo utilicé, pero estaría un poquito diferente porque yo había utilizado más bien. Como El juego de STOP, donde están todos, en el centro, y hay uno que se va a quedar en el centro y todos los demás corren y se ubican en algún punto. Claro es muy poco tiempo para que no corran tanto. Entonces el otro lo que tenía que hacer era decir la distancia a la que estaba su compañero. Pero ese era porque estábamos trabajando Pitágoras. Y entonces este es que por eso digo que no sé de primaria, me parecería difícil. Este. ¿Qué podrá ser?

DT: Pero el Pitágoras también necesita saber el valor de los catetos, ¿no?

E: sí, esa era la intención que contaran con todos.

DT: Entonces te puede servir, ¿no?

E: Sí, pero bueno, en ese caso que hablábamos de distancia, como de un punto a otro punto y era más Pitágoras, pero para ellos, pues no sería todavía eso sino sería como cuántas cuadras recorrerían en horizontal y vertical. Pero era como desde un punto de vista de un juego, no entonces como como para que usaran las matemáticas atinarle al juego, o sea ganar.

DT: Hablas mucho de actividades lúdicas ¿Por qué te parece que son importantes las actividades lúdicas?

E: Yo creo que realmente sí se ha tomado muy mal el papel del profesor en el sentido de decir estoy en un salón de clases y aquí enseño todo, o sea que yo creo que antes los estudiantes aprendían, pero porque tenían los experimentos ahí en este momento lo veían. Pero en algún momento se dejó de hacer eso. Y se volvió puro pizarrón. Y entonces ya nos hemos olvidado tanto de que tiene que verlo, tocarlo o experimentarlo, y es muy complicado, yo siento, entonces creo que entre más intentemos como hacer un poco estas actividades, pues más o menos nos vamos a ir acercando, porque yo no diría que fue un total éxito. Y eso, todos tienen como sus desventajas. Pero es parte de ir las mejorando, pero si no las haces nunca, pues entonces nunca ves que sí puede funcionar, pero yo creo que es esto como que ya no experimentan. Ellos necesitan experimentar. Y necesitamos como involucrarlos en esa puerta. Pero no diría que ya no soy profesora de pizarrón, o sea, si todavía estamos mucho en pizarrón, pero entre más se pueda, pues mejor.

DT: ¿Tú crees que aprenden mejor?

E: Sí, sí,

DT: ¿Tú crees que las actividades lúdicas despiertan el interés más que las situaciones

problemáticas o ambas lo generan y por qué sería importante que despiertan el interés? Porque decimos mucho eso, pero ¿por qué sería?

E: Yo creo que es importante que despierte el interés porque te hace pensar y pensando es como aprendemos. Pero justamente porque tú tratas de resolverlo, es decir, te ponen la situación y cuando te genera interés, entonces o pones atención o tratas de resolver, porque quieres saber cómo se hace y entonces o lo intentas o atiendes, pero de ahí viene que tenemos que la atención es clave, para el aprendizaje, entonces si no hay interés, pues muy posiblemente no hay atención. Y de qué creo si la ¿situaciones problemáticas o las lúdicas? Yo creería que ambas pueden causar interés, pero esto, habría que ver porque es muy diferente, por ejemplo, los niños en Kinder nunca les pueden poner situaciones muy teóricas, casi siempre tiene que ser todo con figuritas, con que toquen, que armen, etcétera. Y obviamente ya a los de bachillerato, universidad, les podemos poner situaciones problemáticas y les van a causar interés. Entonces diría que sexto de primaria puede funcionar ambas, solo que serían medirlas bien al nivel de ellos.

DT: Muy bien.

T: Aquí también nos dice que encontrar diferentes formas de resolver los problemas a formular argumentos que validen los resultados, ¿usted cree que es importante? ¿Cuánto cree que es importante esto?

E: Sí, por ejemplo, diferentes formas de construir los problemas se han visto no mucho. El doctor Joseph incluso lo menciona mucho con esta cuestión de los cerillos, que hay muchos tipos de soluciones y que es importante que ellos lo vean porque en las matemáticas se necesita mucha flexibilidad en el pensamiento y cuando nos ponemos a que solo hay una respuesta, los encasillamos en ese pensamiento. “A formular argumentos que validen los resultados” claro es uno de las habilidades que más queremos fomentar en ellos. Por ejemplo, yo diría que ahí la situación, sí comentan ellos, solo que habría que ver, pues en qué momento van a argumentar. Por ejemplo, si uno dice, ah, yo propongo que este sea el punto de partida, porque esto y lo otro; otro dice, pues yo propongo que sea este otro. Y ahí entraría la argumentación, pero bueno, no sé si realmente se puede llevar, o sea, si se puede llevar a cabo, pero no sé si la actividad está planeada así porque solo dice que comente, pero no recuerdo bien si dice que argumenté.

DT: Muy bien.

T: En esta parte, tenemos la afirmación “el conocimiento matemático adquiere sentido para el sujeto en función de los problemas que le permiten resolver”. ¿Qué opina sobre esta afirmación?

Directora de tesis: ¿Y qué sería primero el problema o el conocimiento o primero el conocimiento y luego el problema?

E: No. Yo creo que todo conocimiento surgió de un problema entonces, yo creería que el problema es primero.

DT: Muchas gracias, ¿Y por qué piensas eso?

E: Que es cierta, por ejemplo y no diría que solo el matemático, sino cualquier conocimiento, este adquiere sentido cuando podemos resolver problemas, pero claro, tiene que haber un previo interés, pero una vez que nosotros resolvemos un problema ese conocimiento, no sé, funciona como iluminación, se nos queda muy bien en la mente porque como dice, o sea, adquiere total sentido, porque esto, porque lo otro, pero sí depende de, no queda tanto que en función de los problemas que nos permiten resolver, sino de que nosotros resolvamos un problema con ese conocimiento, es decir, no porque un conocimiento resuelva muchos problemas quiere decir que va a tener sentido, sino que nosotros resolvamos problemas con ese conocimiento va a adquirir sentido.

DT: ¿Y qué sería primero el problema o el conocimiento o primero el conocimiento y luego el problema?

E: No. Yo creo que todo conocimiento surgió de un problema entonces, yo creería que el problema es primero.

DT: Muchas gracias, ¿Y por qué piensas eso?

E: Pues porque bueno, yo me imaginé, así como la humanidad en los tiempos prehispánicos, a donde no sabía nada, nada más que este que se acobijaba con tela o así, pero que todo lo fueron descubriendo. Por ejemplo, no sé el fuego, que cuando lograron ver que el fuego dijo, ah, mira el fuego, este tiene mucho calor, o sea que quemaba o de qué color era entonces ya decían, es eso, se volvía en conocimiento, y no diría que necesariamente hubo un problema ahí, pero digamos que el previo está en conocerlo, entonces no diría que está el conocimiento que le dijeron, oye, el fuego es amarillo, que lo supo, y ya después se encontró con el fuego, sino que más bien se encontró con el fuego, hubo como ese acercamiento y entonces descubrió cosas sobre el fuego, entonces parecería que primero está la situación y después está el conocimiento

DT: Gracias y ¿crees que así debería ser la enseñanza?

E: Pues se supone que en parte no, en parte sí, pero no del todo. Ahí yo sí he leído que hay autores que están en contra de esto, de cómo el aprendizaje por descubrimiento, que ellos están en contra de eso, porque lo que dicen es que para que los antecesores descubrieran esos conocimientos tomo mucho. Y dicen, bueno no queremos tampoco que a ellos les tome el mismo tiempo, o sea, igual si lo van a aprender, pero les va a tomar todo ese tiempo y no van a aprender todo lo que queremos que aprendan. Entonces, si debe de haber Instrucción en que nosotros le digamos como ciertas cosas, pero más haya tal vez el descubrimiento, sino que haya como actividad, es decir, que vayan como que hagan las actividades, que no se les diga tal cual, por ejemplo, este $1 + 1$ es 2, sino que haya una actividad donde ellos puedan ver que un lápiz y otro lápiz es 2. Algo así es a lo que yo voy, que no se le diga como tal cuál [es] el conocimiento, y que queramos que lo replique, pero sí que haya actividades, pero no que lo descubra solo porque sí, o sea, obviamente, sí tenemos que propiciar esas actividades y que no estén, así como completamente a que él, por ejemplo, esos profesionales que dicen a ver el proyecto es tal, dicen ay a ver cómo le hacen, pues no, porque no va a aprender casi nada, sino que haya una guía por parte del profesor, una didáctica digamos. Entonces no diría que todo va a ser por descubrimiento, porque sería muy tardado, pero más bien que sea como participativo que sea activo.

DT: Muy bien, ¿por qué activo?

E: Bueno, tiene que ver ahorita con lo que estoy leyendo también para el proyecto. Yo leía es como un modelo de aprendizaje y une como cuatro pilares, que esos son la atención, o sea, que tiene que haber atención, que tiene que haber... le llama compromiso activo y justamente habla de esa parte, de que si es pasivo es muy difícil que aprenda, o sea, nadie dice que, no porque así ha sido el método y habíamos aprendido, pero lo que queremos es que la mayoría aprenda y entonces lo que promueve ahí es que no sea un aprendizaje pasivo en el que solo absorbe la información, sino él como que construye esta información. Por ejemplo, no sé qué en vez de que sea de que el profesor... ahí comentan muchas cosas como por ejemplo cuando estás leyendo un libro a un niño, no sé, de 3 años, que el hecho de que el niño pase la página y él sea el que toque, libro y toda esa parte es lo que hace también que cree como cierta motivación y que el niño se involucre a que como adulto tú dices no pues yo paso la página para que no se corten, porque no sabe o porque no, como que tenemos mucho control ahí sobre ellos porque creemos que no sabe. Y entonces lo que te invita es como a que tienes que dedicar que ellos participen mucho más. Bueno sí, pero a eso van con lo de activo que se involucre, o sea, que haga que piense, que mentalmente haga mucho pensamiento.

DT: ¿Y esa teoría tiene algún nombre?

E: Se llama los cuatro pilares del aprendizaje, pero no es una teoría tal cual es como un modelo.

pero lo malo es que hay otras versiones que también se llaman los cuatro pilares del aprendizaje. Entonces te puede llegar a equivocar con otras, es muy reciente, pero es de un Neurocientífico prácticamente que investiga en esas áreas y apenas como que la propuso en su libro, pero todavía no ha sido altamente investigada, o sea, solo los pilares como tal, pues sí han sido investigados, la atención, la retroalimentación, pero unidos todavía no, no se ha puesto en evidencia.

T: Ahora tenemos lo que es la metodología de aprendizaje. Aquí marca la implementación de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky, ¿qué le parece esta forma de enseñanza?

E: Sí, casi no conozco, como la zona de desarrollo próximo, dice mucho que es el tema como de primaria, pero de lo que investigué se me hizo adecuado. Por ejemplo, aquí decía que te comentaba varias cosas, como el que hubiera andamiaje y que poco a poco lo fueran retirando. Entonces, según yo vi en la actividad, sí está implementado de esa manera otra cosa que decía era que aún bien, la interacción social entonces promueve esta parte de la actividad de entre grupos y sí, de hecho, eso de la actividad social, creo que es una de las cosas que más se han comentado que funcionan porque somos seres sociales entonces no consideraría que es un buen enfoque, o sea, una base para llevar a cabo la actividad.

T: ¿Entonces usted sí la utilizaría para enseñar este tema?

E: Sí

T: ¿Tendría otra en cuenta? ¿Utilizaría otro tipo de metodología?

E: No, a lo mucho, por ejemplo, solo sería como esto de las situaciones auténticas creo que se puede prestar, pero sí es cuestión de pensarle qué tipo de situación habría, que se podría plantear, pero yo creo que también está bien la de Vygotsky.

T: Pasamos a la actividad que dice localizar puntos en el primer cuadrante de plano cartesiano a partir de un referente de educación. Tenemos lo que es el inicio, el apartado que dice actividades y organización de los alumnos en forma grupal. Se plantea la situación a resolver ¿Dónde están los semáforos? Se propicia la reflexión con las preguntas detonadoras. Se informa que discutirán la información y harán preguntas en común para resolver la situación planteada. Posterior a la motivación y a las indicaciones se forman equipos mixtos de cuatro personas con diferente talento por las matemáticas y diferente zona de desarrollo próximo, se nombran responsable que contribuya al adecuado organización y trabajo colaborativo. ¿Usted qué opina de esta forma de trabajo?

E: Bueno, por ejemplo, esta parte de “en forma grupal y empezar a dar las preguntas detonadoras” es también algo que se ha recomendado tal cual entonces considero que esa parte está bien, que empiece primero por obtener el interés de los alumnos, después y obviamente lo del trabajo en equipo, yo estoy muy de acuerdo en esa parte. no entiendo. necesariamente por qué diferentes zonas de desarrollo próximo, pero pues desconozco ahí que es lo recomendable, entonces en cuanto a la organización, es decir, en grupal y después en grupos. Yo considero que está bien.

T: ¿Por qué se le hace adecuado trabajar en equipos?

E: En equipos, pues por esta parte de la socialización, justamente la misma metodología que plantearon lo dice, que deben de socializar entonces al trabajar en equipos, pues socializa.

T: ¿Usted lo haría diferente a cómo está planteado aquí?

E: No, ahí si no, yo creo que sería igual trabajar por equipos.

T: Me voy a pasar a la parte de recursos aquí a habla sobre utilizar el libro de desafíos matemáticos de sexto de primaria y el libro para el maestro bueno en este caso no sé si usted también maneje lo que es un libro para maestros en el nivel que usted está enseñando

E: Ah, ya no en bachiller no tenemos libros, sí proponen las editoriales, o sea que paguen y venden, pero y cambian cada año, entonces no hay un libro, así como tal.

T: ¿Entonces no ha tenido algún acercamiento con un libro para el maestro?

E: No.

T: Me voy a pasar a la parte de estrategias de evaluación, acciones técnicas de instrumento. Tenemos motivación, el docente inicia con las siguientes preguntas, detonadoras y se pide a los alumnos que contesten con lo que conocen de su comunidad, ¿dónde están los semáforos? ¿Hay alguna actividad realizada con anterioridad que se relacione con la ubicación de los semáforos en la comunidad? ¿La actividad batalla naval se relaciona con la pregunta de los semáforos?, bueno, en esta parte habla de 2 actividades, la que dice ¿dónde están los semáforos? no sé si ubique esa actividad que se propone.

E: No como tal, no lo ubico, pero bueno, me imagino.

T: Nos había comentado que checo la actividad batalla naval. ¿Qué le pareció para enseñarse en este tema? ¿Le parece adecuada utilizarla?

E: Pues creo que está bien el hecho de que planteen una relación, o sea, para que ellos vean que el anterior contenido lo seguimos viendo, pero en el de batalla naval, me apareció en esa actividad es que tienen el recuadro de esta forma, es decir que aquí están los números A,B,C,D y aquí están 1,2,3,4,5, es decir, lo único que me quedaría en duda, bueno, yo pensaría que lo único es que yo esperarí que sí lo trabajen de esta posición [forma], para que el alumno se empiece a familiarizar con el plano cartesiano ya tal cual, es decir, que como tal se supone que los alumnos van a proponer un camino como este, de cuál va a ser el punto de partida, pero sí estaría bien que el profesor al final diga cómo vamos a tomar este punto, porque todavía nos falta ver los otros cuadrantes, es decir, que ese va a ser el centro y solo estamos viendo esta parte.

T: ¿Usted, qué actividad utilizaría para este tipo de tema?

E: O sea, ¿cómo?

T: Para empezar a abordarlo sin que se tenga como una definición ya formal, sino que introducirlos a lo que es ubicaciones en el plano cartesiano

E: Ah, ya entiendo, creo que el de la actividad de batalla naval está bien, pero también podría ser, pues como tal, lo que es un mapa como lo que hacen de poner una ciudad y sus diferentes cuadras, y desde ahí como plantear de cómo están distribuidas las calles, y entonces justamente ahí sí se tomaría en cuenta el norte, sur y ya después, posteriormente, el plano cartesiano.

DT: Estas, ahí estás vinculando norte, sur, este, oeste que tiene que ver con geografía y lo vinculas con la matemática. Entonces ahí estás vinculando, digamos, 2 disciplinas.

E: Sí.

DT: Entonces en la geografía solamente vienen las orientaciones, pero no hay, quizás nada más, dice en orientación norte sur este oeste, pero no manejan los signos negativos o positivos de los números

E: Ajá, sí.

DT: Entonces serviría nada más para el primer cuadrante o ¿cómo harías esa relación?

E: No, yo creo que lo de norte sur puede servir para los cuatro cuadrantes, lo único es que sería hacer esa distinción, que ahora ya no se le va a llamar norte y sur, sino, va a ser positivo y negativo y que no va a ser este oeste, sino que va a ser positivo y negativo, y solo que obviamente creo que está en el eje horizontal y otra está en el eje vertical.

DT: Ya, ok. Gracias.

T: Ahora tenemos producto deseado. Se espera que haya diversidad de respuestas, por lo que se comenta a los estudiantes que al final de la actividad se tomarán acuerdos para representar la información de un problema de representación de puntos en el plano cartesiano que sea común en su vida cotidiana. ¿Qué le parece la estrategia de usar preguntas en la clase para fomentar el

aprendizaje?

E: Okey de las preguntas, yo creo que están bien, solo que es complicado como atraer el interés de los estudiantes. Bueno, tal vez en primaria, no sé, tal vez sea más sencillo, ahí sería no tanto por aburrimiento, sino porque se distraen, pero ya en preparatorias notamos mucho esta parte de ay que no quieren y entonces ahí tenemos que pensar muy bien las preguntas y también incluso prepararnos mucho para las respuestas, porque cuándo ellos responden algo que tú no esperas, este si te quedas como de rayos cómo vinculó eso que él dijo a dónde quiero llevarlos. Y cómo no perderte en lo que ellos te responden, entonces considero que las preguntas están bien, pero si tal vez anticipar respuestas para saber cómo encaminarlos y que se continúe con esto del interés.

T: Ahora tenemos uso de conocimientos previos. El estudiante recuerda los conocimientos ya adquiridos en la actividad 14 batalla naval, en específico, el uso de un sistema de referencias para ubicar puntos en una cuadrícula para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes. Bueno, en este caso aquí habla de un conocimiento previo en específico, que es el sistema de referencias, ¿este cómo puede ayudar a comprender los nuevos aprendizajes que están adquiriendo con esta actividad?

E: Pues sirve para reforzar la importancia que tiene el punto de referencia entonces, como ellos ya lo habían usado, tal vez en el de batalla naval pero ahora tal vez sí enfocarlo a cuál va a ser nuestro punto de referencia, es decir, en cómo les decía, que en vez de que esté en esta posición y empezamos de acá, sino que lo cambiamos y empezamos de acá para para acá. Entonces es importante que ya tuvieran ese conocimiento previo para que tal vez alguno se les ocurra y si no, no se les haga tan complejo como por qué tener un punto de referencia, sino que digan, ah sí, es cierto y no enfocarnos tanto ahí, sino en la ubicación de los puntos y tal vez en la notación, porque ya va a ser diferente, me imagino a la de batalla naval.

Directora de tesis: Sí, de hecho, en la batalla naval, como bien decías, trabaja letras y números. Y quizás el estudiante podría decir el punto 1A o el punto A1, de manera indiferente, ¿no? Porque tienen letras y números, pero ya en plano cartesiano, los 2 son números

E: Si.

DT: Entonces ya no es lo mismo uno, dos que dos, uno.

E: Sí, exacto, sí por eso ahí diría que como conocimiento previo está bien el sistema de referencia para que no se tarde en esa parte y aborden más lo de la ubicación de los puntos.

DT: Muy bien.

T: También me gustaría preguntarle con ¿qué temas matemáticos cree que se vincule este tema, tanto en anteriores como posteriores?

E: Bueno, posteriores, muy fácil toda la geometría analítica que tiene que ver con esos temas, entonces yo creería que las bases son muy importantes, porque si no, pues luego no saben ubicar los puntos o se confunden mucho y anteriores matemáticos pues tal vez sería como esto de las trayectorias pero como en cuadradas, no tanto todavía lo de diferencia de puntos, sino como en las cuadradas, bueno, me imagino como las actividades así de los niño que les dicen como de la tienda para el cine, ¿a cuántos cuadradas está? y entonces ahí ellos ya empiezan a ver ese contenido.

DT: Y matemático anterior, así literal matemático, conocimiento matemático previo al de sistema de coordenadas cartesianas, ¿cuál podría ser?

E: Para saber qué es lo que necesitan tener bien entendido, Pues tal vez el hecho de que el plano cartesiano justamente es para eso, como para entender que los puntos interceptan, en un punto y este tiene su eje acá. Pero yo creía que justamente es el plano tal se llama el que hace que entiendas eso o podría ser, no sé cómo trabajar con tablas, no sé si eso se trabaje antes, entonces el hecho de las tablas ayuda como a la localización, pero no sabría si eso es antes o también vendría después. Y bueno, no es tal cual matemático.

DT: Pero sí, en aritmética, quizás habría ahí algo.

E: Ah, sí un poco de Aritmética

T: Bueno, vamos a pasar a la parte del desarrollo. Se forman los equipos de trabajo. Se pide que analicen y contesten en equipo la actividad del 41. Los incisos 1 y 2 de su libro de texto pueden consultar en su libro la actividad 14. Los equipos son monitoreados constantemente. Se proporciona una copia con las preguntas ya formuladas, deberán ser contestadas de forma escrita. Okey, luego nos habla de la actividad. La actividad muestra una representación de los puntos en el plano antes no estudiada por los alumnos, por lo que en equipo deben tomar acuerdos para asignar un orden a los datos y ubicar un mismo punto de referencia. Se da un tiempo para que observen, comenten y propongan los resultados. Posteriormente, por equipos se lanzan las siguientes preguntas para propiciar la reflexión y que los alumnos descubran el orden para representar los puntos de forma correcta. En el plano cartesiano, los comentarios y reflexiones deben ser escuchados por todo el grupo con respecto al juego batalla naval y la actividad. ¿Dónde están los semáforos? ¿Qué observaron en las imágenes? ¿El semáforo tres a cuántas calles del eje vertical se encuentra? ¿el semáforo tres a cuántas calles del eje horizontal se encuentra? ¿Qué lugar de referencia tomaron para empezar a contar y obtener el punto (7,2) por qué? ¿Las coordenadas (7,2) y (2,7) son el mismo punto? Durante la reflexión enfatiza lo siguiente, los ejes son perpendiculares, el punto de origen tiene coordenadas (0,0), los valores x como y reciben los nombres de abscisa y ordenada, representan las distancias a los ejes vertical y horizontal, respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia posterior a la reflexión, se pide a los alumnos que localicen y escriban las coordenadas de los puntos 4 y 5. Además, que ubique en el plano los puntos 6 y ultimo. Bueno, de esto que le acabo de leer después de la actividad en la que los estudiantes responden las preguntas sobre la ubicación de puntos, ¿qué opina de la manera en que la planeación lleva a enfatizar los componentes principales del plano cartesiano?

E: Así como está planteado parece débil, pero no sé si en los otros ejercicios también se hacen estas mismas preguntas, como para seguirlo fomentando, porque aquí, por ejemplo, solo pregunta que a cuántas calles del eje vertical se encuentra y a cuántas calles del eje horizontal se encuentra, pero no hay una conclusión, tal vez como a qué van esas preguntas, entonces pareciera que las preguntas están bien, pero siempre y cuando nos lleven a algo, que el profesor llegue en ese momento, [y diga] ah bien y por qué es importante, este saber o cuál vamos a tomar primero; porque ahí no se entiende en qué momento este se aclara, tal vez cuál se debe de tomar primero y por ejemplo, a mí se me hace muy buena la pregunta de esto de ¿las coordenadas (7,2) y (2,7) son el mismo punto?, ese está muy bien justamente para aclarar la diferencia, también creería que le hacen falta preguntas del tipo como (4,0) o (0,4), porque luego tienen mucha duda, cuándo es cero. Y bueno, y también como ahí falta, la conexión, como la aclaración de por qué primero la abscisa, por qué después la ordenada, o sea, cómo, por qué se llegó a ese acuerdo. Y entonces, pero aquí pareciera que ellos discuten a qué llegaron ellos, pero tal vez no hay una conclusión de cómo se va a tomar a partir de ahora.

T: Comentó que se le hace interesante la parte de la preguntar si estas dos coordenadas son el mismo punto. ¿Qué pasaría o qué haría usted si un alumno le responde que sí, efectivamente, para él son el mismo punto? ¿Cómo le haría comprender que son diferentes puntos?

E: Pues para eso habría que localizar los dos puntos justamente y decir cómo llegaría, cómo le llamaría a este punto A y cómo le llamaría este punto B o sea, cómo las coordenadas, cuáles serían, ya sea que ambos les pongan (7,2) y (7,2), un ejemplo y entonces ahí decir, que si nos imaginamos que es la tienda y yo les digo [pregunto] dónde está la tienda, que me digan ah pues está en (7,2) y yo voy al otro punto, entonces él va al otro punto, pues no nos encontramos. ¿Y a qué se debe ese

error? no es tal vez la falta de comunicación, sino que no se establecieron bien las reglas y entonces, o si fuera el inverso (2,7), ahora sí es el contrario, si los pone al revés, porque primero empieza con el eje vertical y después con el eje horizontal, pues no está mal, solo que ahí es aclarar después que la regla ya establecida en matemáticas y para todo el mundo es tomar primero la horizontal y después la vertical y que en ese caso, por eso no estaría tal cual viendo donde los localizó, pero está correcto, pero sí sería como plantearle, o sea, poner los dos puntos, cómo que coordenada les pondría a esos dos puntos y qué pasa cuando dos personas llegan a diferentes lugares.

DT: Muy bien. ¿con una situación específica?

E: Ajá, sí

T: Bueno, y llegamos a lo que es el cierre de la planeación aquí, comenta. En plenarios se reflexionan sobre las coordenadas de los puntos 4 y 5, así como las representaciones de los puntos 6 y último, tenemos la parte de retroalimentación y aquí dice coordenadas de los puntos 4 y 5 representación de los puntos 6 y 7. Me imagino que esas son actividades del libro. Y bueno, ¿qué opina sobre la retroalimentación en clase?

E: Pues como les decía uno de esos pilares que menciona el modelo es la retroalimentación entonces, aparte, no solo por ese modelo, sino también todos los autores y demás, recomiendan la retroalimentación y entre más inmediata, mejor. Entonces la retroalimentación está bien lo único es que, pues es muy difícil como tal, para los profesores la retroalimentación personalizada entonces entiendo que va a ser una retroalimentación grupal y pues ahora sí que... el que entienda la retroalimentación le servirá. Es un tema muy difícil por qué el profesor no puede ir alumno por alumno preguntando, pero es también que lo implemente, o sea, que siempre haya una retroalimentación sobre los resultados de sus respuestas.

DT: Vale, gracias y ¿te parece que esta planeación parte de una situación problemática y llega al final de la misma a una institucionalización de conceptos de propiedades matemáticas ya establecidas?

E: pensaría que no menciona en ningún momento esta parte de acordar lo que decíamos de que primero las abscisas y luego las ordenadas, entonces, faltaría como en dónde mencione estos criterios o circunstancias, pues sí menciona esto de abscisa y ordenada y cómo los van a llamar.

DT: Pero no dice que es ese orden, ¿no?

E: No, solo dice que de las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos, pero no dice tal cual, cual es el orden, pero sí habría que mencionarlo.

DT: Habría que mencionarlo por lo que dices, qué tal si en ese análisis o reflexión lo hacen al revés.

E: Si

DT: Muy bien.

E: Sí, y ya después falta hacer los otros ejercicios como el cuatro, cinco y seis y la retroalimentación que sea, pero ya con las reglas ya establecidas, entonces funciona.

DT: Claro.

E: Si pensaría que tal vez puede haber un poco de institucionalización, pero así creería que bueno yo creo que se podría dar también en la siguiente clase, porque esto de abscisa y ordenada no se les va a quedar solo porque les digamos abscisa y ordenada, si no que valdría ahí la pena, como no sé otro juego o un crucigrama o para qué entonces ellos como que reconozcan esos nuevos nombres o nuevas palabras.

DT: ¿Quizás alguna tarea o algo así?

E: Sí, podría ser una tarea, tal vez como un crucigrama, lo malo es que, pues no hacen la tarea tal cual, pero si la hicieran como deberían pues yo creo que sí funcionaría.

DT: Muy bien, gracias. ¿Y en términos generales, qué te parece la planeación de la profesora?

E: A mí me parece pues bastante completa en general, yo sí pienso que hacer planeaciones es muy complejo, porque esa es la planeación de una sola clase, y los profesores dan 1000 clases, ¿no? O sea, no sé cómo 200 en el ciclo, y aparte ese solo es de matemática, falta la de español, la de ciencias, etcétera, entonces, tomando en cuenta en esa parte en la que hacer una planeación, toma tiempo y este y yo creería que no debería ser demasiado eficiente, claro, siempre y cuando yo creería que estas planeaciones las debería de hacer SEP y guiarnos, o sea nosotros guiarnos con esa explicación. Que ellos sí deberían de tener ese tiempo para para poder hacerlo todas y este entonces, ahí sí, hacer nosotros ajustes de acuerdo a nuestros niños o ideas que tengamos, etcétera, y entonces ya ahí se creería que podríamos buscar bien una planeación, pero en esos casos como digo, tomando en cuenta que es mucho tiempo y que realmente no nos da el tiempo, y yo lo considero buena. Ahora sí la juzgamos, ya bien como si fuera de un experto que hizo la planeación, pues ya pensaría que sí le haría falta en algunos aspectos o ser más concisa como en algunos aspectos, como esto de la especialización que no lo menciona o en qué momento se va como a consolidar mejor esta parte de los conocimientos.

DT: Muy bien. Pues algo más que quieras comentar de la entrevista de algo que quizás quisieras comentar y no te preguntamos, no sé.

E: Por ejemplo, algo que mencionaba la teoría, de Vygotsky era que también se tenían que conocer el estado actual de los estudiantes, es decir, qué saben hacer ellos solos por sí mismos y bueno, que yo creería que estaría bien escribirlo, o sea, como ponerlo en la planeación que es lo que los alumnos ya hacen actualmente, que tal vez en esta lección, como decíamos, no requiere tantos conocimientos previos. Bueno, este no pareciera, pero los necesarios, los mínimos necesarios, pero, por ejemplo, esta parte de decir si realmente ya saben tomar una referencia o comunicarse entre ellos o argumentar, si ellos ya saben esta parte para ver hasta dónde quieren llegar, porque se supone que va a ir como poquito a poquito, hasta que lleguen.

DT: Si. Muy importante.

E: Bueno de lo que anoté, ya les dije todo lo demás.

DT: Gracias.

T: Pues por mi parte es todo, agradecer nuevamente a la profesora por el tiempo.

Anexo 3. Planeación de clases “Localizar puntos en el plano cartesiano”.

ESCUELA PRIMARIA

C.C.T.: , CICLO 2020-2021

SESIÓN DE APRENDIZAJE “Ubicación de puntos en el plano”

Mtra. Responsable: María Eugenia Martínez Merino

PLANEACIÓN DIDÁCTICA		
Aspectos curriculares		
Nivel: Primaria	Campo de formación:	Tiempo clase:
Grado: Sexto	Pensamiento matemático	50 minutos
Turno: matutino	Vínculo con otras asignaturas: Geografía	Asignatura: matemáticas
Tema: Localizar puntos en el plano cartesiano.	Eje temático: Forma, espacio y medida	Propósito: Usar e interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
Aprendizaje esperado:	Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.	
Objetivo de la clase:	Que los alumnos descubran que para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo orden de partida.	
Competencia a desarrollar:	comunicar información matemática Que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan relaciones entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones, y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.	
Enfoque:	Utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar. Se pretende lograr un equilibrio en el cual interactúe docente, alumno y saberes. El conocimiento matemático adquiere sentido, para el sujeto, en función de los problemas que le permiten resolver.	
Metodología de aprendizaje	Implementación de la ZDP de Vygotsky.	

Actividad:		Localizar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano a partir de un referente de ubicación.	
Actividades y organización de los alumnos		Estrategias de evaluación (acciones, técnicas, instrumentos)	Recursos
INICIO	<p>En forma grupal se plantea la situación a resolver (¿Dónde están los semáforos?), se propicia la reflexión con las preguntas detonadoras.</p> <p>Se informa que discutirán la información y harán puestas en común para resolver la situación planteada.</p> <p>Posterior a la motivación y a las indicaciones se forman equipos mixtos de 4 personas, con diferente talento por las matemáticas y diferente ZDP, se nombra un responsable que contribuya a la adecuada</p>	<p>Motivación</p> <p>El docente inicia con las siguientes preguntas detonadoras y se pide a los alumnos que contesten con lo que conocen de su comunidad, ¿dónde están los semáforos?</p> <p>¿Hay alguna actividad realizada con anterioridad que se relacione con la ubicación de los semáforos en la comunidad?</p> <p>¿La actividad Batalla naval se relaciona con la pregunta de los semáforos?</p> <p>Producto deseado</p> <p>Se espera que haya diversidad de respuestas, por lo que se comenta a</p>	<p>Libros:</p> <p>Desafíos matemáticos 6° de primaria</p> <p>Libro para el maestro</p>
	<p>organización y trabajo colaborativo de equipo.</p>	<p>los estudiantes que al final de la actividad, se tomarán acuerdos para representar la información de un problema de representación de puntos en el plano cartesiano que sea común en su vida cotidiana.</p> <p>Uso de conocimientos previos:</p> <p>El estudiante recuerda los conocimientos ya adquiridos en la actividad 14 Batalla naval, en específico el uso de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula, para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes</p>	
<p>Se forman los equipos de trabajo</p> <p>Se pide que analicen y contesten en equipo la actividad 41, los incisos 1 y 2 de su libro de texto.</p>	<p>La actividad muestra una representación de los puntos en el plano antes no estudiada por los alumnos, por lo que en equipo deben tomar acuerdos para asignar un orden</p>	<p>Libro del alumno actividades 41 y 14.</p> <p>Copias con las preguntas</p>	

DESARROLLO	<p>Pueden consultar en su libro la actividad 14.</p> <p>Los equipos son monitoreados constantemente.</p> <p>Se proporciona una copia con las preguntas ya formuladas, deberán ser contestadas de forma escrita</p>	<p>a los datos y ubicar un mismo punto de referencia.</p> <p>Se da un tiempo para que observen, comenten y propongan los resultados.</p> <p>Posteriormente por equipos se lanzan las siguientes preguntas para propiciar la reflexión y que los alumnos descubran el orden para representar los puntos de forma correcta en el plano cartesiano. Los comentarios y reflexiones deben ser escuchados por todo el grupo.</p> <p>Con respecto al juego Batalla naval y la actividad ¿dónde están los semáforos? , ¿Qué observaron en las imágenes?</p> <p>El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje vertical se encuentra?</p> <p>El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje horizontal se encuentra?</p>	
	<p>Nuevamente en equipos analizan, discuten y hacen puestas en común para resolver la situación que se plantea.</p>	<p>¿Qué lugar de referencia tomaron para empezar a contar y obtener el punto (7, 2)?, ¿por qué?</p> <p>Las coordenadas (7, 2) y (2,7) son el mismo punto?</p> <p>Durante la reflexión se enfatiza lo siguiente: los ejes son perpendiculares, el punto de origen tiene coordenadas (0,0), los valores (x, y) reciben los nombres de abscisa y ordenada, representan las distancias a los ejes vertical y horizontal respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia.</p> <p>Posterior a la reflexión se pide a los alumnos que localicen y escriban las coordenadas de los puntos 4 y 5, además que ubique en el plano los puntos 6 y último.</p>	

CIERRE	En plenaria se reflexiona sobre las coordenadas de los puntos 4 y 5, así como las representaciones de los puntos 6 y último	Retroalimentación	Coordenadas de los puntos 4 y 5, Representación de los puntos 6 y 7.
--------	---	-------------------	--