



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

**CONTROL ESPACIAL DEL ESTADO DE
POLARIZACIÓN POR MEDIO DEL
MODULADOR DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO**

Tesis presentada como requisito para obtener el título de
Maestría en Ciencias (Física Aplicada)

Presenta

Lic. Ariana Sampayo Martínez

Asesorada por

Dr. Andrey S. Ostrovsky
Dra. Carolina Rickenstorff Parrao

Diciembre de 2016

**Título: CONTROL ESPACIAL DEL ESTADO DE
POLARIZACIÓN POR MEDIO DEL MODULADOR DE LUZ
DE CRISTAL LÍQUIDO**

Estudiante: Lic. Ariana Sampayo Martínez

COMITÉ TUTORIAL

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Presidente

Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez
Secretario

Dr. Rubén Ramos García
Vocal

Dr. Gustavo Rodríguez Zurita
Suplente

Dr. Andrey S. Ostrovsky
Asesor

Dra. Carolina Rickenstorff Parrao
Co-Asesor

Agradecimientos

En este trabajo de tesis que fue realizado en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, participaron directa e indirectamente personas que me ayudaron a mejorarlo día a día, personas a las que les quiero expresar mis mas sinceros agradecimientos.

En primer lugar a mis asesores de tesis, Dr. Andrey S. Ostrovsky, gracias por todas sus enseñanzas, por dedicarme su tiempo y ayudarme a corregir y mejorar mi trabajo; y Dra. Carolina Rickenstorff, gracias por todas las observaciones hechas todas sus correcciones fueron muy valiosas para mi, me llevo grandes conocimientos de su parte. También quiero agradecer al Dr. Miguel Ángel Olvera, por involucrarse en mi trabajo de tesis, y por el apoyo brindado durante los últimos meses.

A mis sinodales, por revisar, evaluar y criticar mi trabajo y poder concluirlo satisfactoriamente, pero en especial gracias por su comprensión.

A mis amigas Toñita y Laura que me an acompañado durante todo este tiempo y que a pesar de la distancia han estado siempre presentes.

Índice general

RESUMEN	IV
1. Introducción	1
2. Polarización y su manipulación en sistemas ópticos	3
2.1. Estados de polarización y sus transformaciones	3
2.2. Haces vectoriales cilíndricos: polarización radial y polarización azimuta	8
2.3. Técnicas de generación de haces vectoriales cilíndricos	9
2.4. Conclusiones	12
3. Moduladores espaciales de luz de cristal líquido	13
3.1. Propiedades físicas de los cristales líquidos	13
3.2. Modelo matemático de una celda de cristal líquido	15
3.3. Modulador espacial de luz de cristal líquido modelo PLUTO-VIS	17
3.4. Caracterización experimental del modulador PLUTO-VIS	18
3.5. Conclusiones	24
4. Técnicas de generación de haces cilíndricos con uso del modulador PLUTO-VIS	25
4.1. Sistema PLUTO-VIS y placa $\lambda/4$	25
4.2. Eliminación de modulación de fase no deseable	26
4.3. Experimentos y resultados	28
4.4. Conclusiones	31
5. Enfocamiento de haces CV	32
5.1. Enfocamiento de haz con polarización lineal homogénea	32
5.2. Enfocamiento de haces con polarización cilíndrica	36
5.3. Experimentos y resultados	40
5.4. Conclusiones	44
6. Conclusiones	45
Bibliografía.	46

RESUMEN

Este trabajo de tesis presenta la teoría de polarización homogénea e inhomogénea, se hace énfasis en el desarrollo teórico del problema central de este trabajo de tesis, el cual es control espacial inhomogénea mediante el uso del modulador espacial de cristal líquido de reflexión modelo PLUTO-VIS. Cabe mencionar que se presenta el modelo matemático y caracterización experimental del modulador antes mencionado.

Para la generación de haces vectoriales se hace referencia al sistema PLUTO-VIS y placa $\lambda/4$ presentado por Davis et. al [24] con dicho modelo se generan haces vectoriales pero debido a que este modelo presenta un factor de fase no es posible obtener haces con polarización radial y con polarización azimutal, es por eso que se presenta un método para la generación de este tipo de haces modificando el arreglo de J. Davis, Junli Qi e Ignacio Moreno, [25-27], lo que nos llevó a la obtención de resultados satisfactorios. Una vez obtenidos los haces con polarización radial y con polarización azimutal se trató el problema de enfocamiento. Tanto para la generación como en la aplicación se presentan resultados teóricos y experimentales.

Capítulo 1

Introducción

La mayoría de los sistemas ópticos convencionales utilizan como fuente de luz campos ópticos escalares o vectoriales polarizados homogéneamente en el espacio (polarización lineal, circular o elíptica). Sin embargo, recientemente se ha puesto un gran interés a los estados de polarización con variación en el espacio. Un ejemplo particular de estos estados de polarización son los haces con simetría cilíndrica, que son bien conocidos como haces vectoriales cilíndricos (CV, por sus siglas en inglés) [1]. La generación de los haces vectoriales cilíndricos se basa en la superposición de dos estados de polarización homogénea ortogonales, los cuales producen polarización radial y polarización azimutal.

Desde 1972, y especialmente en la década pasada, muchos métodos para generar haces CV han sido desarrollados y clasificados en dos principales categorías : los métodos activos y los métodos pasivos. Los métodos activos involucran el uso de dispositivos dentro de la cavidad láser que obligan al haz láser a oscilar en modo CV. Entre las formas para lograr este objetivo se encuentran la adición de lentes especiales como axicones y prismas antecediendo a la salida del láser como una forma de alterar su estado de polarización emergente [2,3]. En el caso de los láseres de estado sólido, el uso de materiales birrefringentes como medio de resonancia proporciona una forma de obtener estados de polarización deseables al cambiar su orientación cristalina o aplicando estrés térmico [4,5].

Por otro lado, los métodos de generación pasiva utilizan dispositivos externos a la cavidad láser para convertir los estados de polarización espacialmente homogéneos a estados de polarización, espacialmente inhomogéneos. En este caso, luz lineal o circularmente polarizada de tipo gaussiano TEM 00 es usada a la entrada para obtener el patrón de polarización deseado. El método más directo para lograr este objetivo se basa en el empleo de arreglos interferométricos [6,7] que actúan en las componentes ortogonales del campo y las modifican por medio de dispositivos como rejillas, placas espirales [8,9] o moduladores espaciales de luz de cristal líquido, MEL-CL [10-13]. En particular, los moduladores espaciales de luz de cristal líquido ofrecen las ventajas de ser dispositivos naturalmente sensibles a la polarización del campo entrante y ser fácilmente controlados en tiempo real por medio de computadora. Recientemente en el mercado se han desarrollado y mejorado los MEL-CL en modo puro de fase, tal es el caso del MEL-CL modelo PLUTO-VIS, el cual es un modulador de reflexión. Este modulador ofrece la flexibilidad y capacidad para generar una distribución de polarización arbitraria del campo por medio de la generación de una señal de control aplicada a la entrada sin introducir pérdidas de energía.

En esta tesis se presenta y desarrolla una técnica para producir haces CV controladamente mediante el MEL-CL de reflexión PLUTO-VIS y su aplicación al problema de enfocamiento. Se analiza una de las muy prometedoras aplicaciones de haces CV, precisamente su aplicación en el problema de enfocamiento de luz.

El enfocamiento de la luz tiene una gran importancia tanto en estudios fundamentales como en aplicaciones técnicas. Recientemente han sido publicados muchos trabajos dedicados a la influencia de la polarización inhomogénea al proceso de enfocamiento [28-34]. Sin embargo, no encontramos análisis analítico completo del problema en cuestión. Aquí tratamos de complementar esta parte del problema, lo que da originalidad a este trabajo.

Objetivo

Desarrollo teórico y experimental del problema de modulación del estado de polarización inhomogénea mediante el uso del modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS, poner a prueba los resultados obtenidos al tratar el problema de enfocamiento de luz con polarización radial y polarización azimutal.

Metas

1. Se revisó la bibliografía sobre el tema de investigación.
2. Se desarrollaron y analizaron los modelos matemáticos de los sistemas físicos en consideración.
3. Se comprobaron los resultados teóricos por medio de experimentos físicos.
4. Se aplicó el sistema de generación de haces vectoriales construido en experimentos de enfocamiento óptico.
5. La estudiante participó en la divulgación de algunos de los resultados por medio de congresos de diferentes niveles.
6. Participación en la realización del proyecto de investigación OSA-EXC13-I apoyado por la VIEP de la BUAP.

Contenido

El contenido de la tesis comienza en el capítulo 2 con la teoría de polarización, sus transformaciones y su influencia en los sistemas ópticos. En el capítulo 3 se explica la teoría físico-matemática de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido; así como también se presenta el material relacionado con el modulador espacial de luz PLUTO-VIS, es decir el modelo matemático que lo describe y su caracterización experimental. En el capítulo 4 se discute el efecto de modulación de polarización espacial inhomogénea en sistemas ópticos y el uso del MEL-CL PLUTO-VIS como complemento para la generación de haces CV. Por otro lado en el capítulo 5 se presenta la aplicación de enfocamiento de haces CV, se hace una comparación tanto experimental como teórica entre enfocamiento con polarización homogénea e inhomogénea; finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis en el capítulo 6. Cabe mencionar que forman parte de esta tesis la bibliografía consultada y un anexo de copias de congresos.

Capítulo 2

Polarización y su manipulación en sistemas ópticos

La polarización de un haz de luz es consecuencia de la evolución espacial y temporal del campo eléctrico que lo representa. El control de esta característica punto a punto en un plano permite sintetizar estructuras del haz especiales tal es el caso de los haces vectoriales cilíndricos CV, por sus siglas en inglés. En este capítulo se explicará la teoría físico matemática de la polarización y los mecanismos por los cuales se puede modificar el estado de polarización y producir modos CV.

2.1. Estados de polarización y sus transformaciones

A partir del trabajo de J. C. Maxwell, se entiende a la luz visible como una forma de energía electromagnética, usualmente descrita como una onda. En un punto arbitrario del espacio, el estado de esta onda queda especificado por dos vectores, el campo eléctrico \mathbf{E} y el campo magnético \mathbf{H} . Las ondas electromagnéticas propagantes son transversales, lo que significa que los campos eléctrico y magnético son siempre perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.

Comúnmente se utiliza el término "frente de onda plano" para describir ondas con dirección de propagación y envoltura de fase constante. Un frente de onda plano que se propaga a través de un medio homogéneo e isótropo está completamente caracterizado por el vector de campo eléctrico, ya que otras magnitudes como el vector de campo magnético o el vector de Poynting pueden calcularse a partir del primero [14, 16]. Para un frente de onda plano que se propaga en la dirección del eje z , con componentes en el eje x e y se expresa como

$$\mathbf{E}(z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}, \quad (2.1)$$

con

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x), \quad (2.2)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y), \quad (2.3)$$

$$\omega = 2\pi\nu, \quad k = 2\pi/\lambda, \quad (2.4)$$

donde A_x y A_y representan las amplitudes de cada componente, \hat{x} y \hat{y} representan los vectores unitarios del plano cartesiano, φ_x y φ_y representan las fases iniciales, ω corresponde a la frecuencia temporal de la luz y λ es la longitud de onda. En la Fig. 2.1 están representadas las componentes x y y del campo eléctrico.

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS

2.1. ESTADOS DE POLARIZACIÓN Y SUS TRANSFORMACIONES

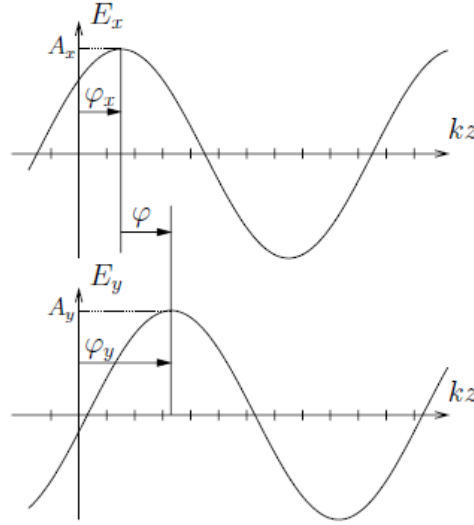


Figura 2.1: Componentes E_x y E_y en el instante $t = 0$ con fases iniciales φ_x y φ_y , respectivamente, y diferencia de fase entre componentes φ .

Generalmente sólo es relevante la diferencia de fase $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ entre las componentes del campo, con lo cual puede tomarse la fase de la componente en el eje x como referencia. Así las Ecs. (2.2) y (2.3) se convierten en

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz), \quad (2.5)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi), \quad (2.6)$$

donde $\varphi > 0$ implica que la componente en el eje y está adelantada respecto de la componente en el eje x , como puede observarse en la Fig. 2.1.

La magnitud observable (o medible) de las ondas electromagnéticas es la intensidad I , o promedio del frente de onda, la cual es proporcional al cuadrado de la norma del vector de campo eléctrico

$$I = \langle I(t) \rangle \propto \langle \|\mathbf{E}(r, t)\|^2 \rangle, \quad (2.7)$$

donde los paréntesis angulares indican que se toma el promedio temporal de I , la cual está expresada en energía por unidad de tiempo por unidad de área [W/m^2].

Debido a que para el análisis requerido, sólo interesan las relaciones de intensidad entre distintos puntos del campo eléctrico se define la *intensidad relativa* I , que será referida simplemente como intensidad. Para el caso de un frente de onda plano propagándose en la dirección del eje z [11], la intensidad resulta

$$\langle \|\mathbf{E}(z, t)\|^2 \rangle = 2(\langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle) = A_x^2 + A_y^2. \quad (2.8)$$

A continuación consideraremos algunos casos particulares de polarización.

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS

2.1. ESTADOS DE POLARIZACIÓN Y SUS TRANSFORMACIONES

Luz linealmente polarizada

Considerando la variación temporal del vector de campo eléctrico \mathbf{E} en una determinada posición z del frente de onda plano, cuando φ es un múltiplo entero de π , la luz descrita por esta onda se denomina *luz linealmente polarizada*, y las componentes del campo eléctrico quedan expresadas como:

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz), \quad (2.9)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz). \quad (2.10)$$

La onda resultante tiene una amplitud $A = (A_x \hat{x} + A_y \hat{y})$, es decir, ella también es linealmente polarizada, Fig. 2.2. El campo \mathbf{E} oscila a lo largo de una línea inclinada, cuyo ángulo de inclinación es

$$\begin{aligned} \tan \vartheta &= \frac{E_y}{E_x} = \frac{A_y \cos(\omega t - kz)}{A_x \cos(\omega t - kz)} \\ &= \frac{A_y}{A_x}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

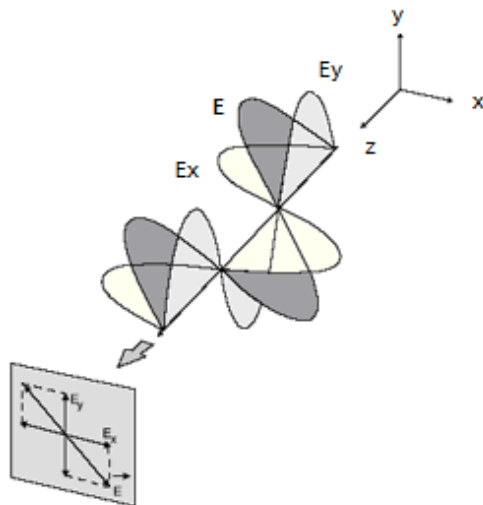


Figura 2.2: Campo eléctrico \mathbf{E} polarizado linealmente.

Luz circularmente polarizada

Cuando ambas componentes E_x y E_y tienen igual amplitud, y la diferencia de fase es un múltiplo entero de $\pi/2$, las componentes del campo resultante toman la forma

$$E_x = A \cos(\omega t - kz), \quad (2.12)$$

$$E_y = A \cos(\omega t - kz + \pi/2) = A \sin(\omega t - kz). \quad (2.13)$$

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS

2.1. ESTADOS DE POLARIZACIÓN Y SUS TRANSFORMACIONES

Ahora la amplitud escalar de \mathbf{E} es una constante, y la variación del campo es variable en el tiempo, es decir no está restringida a un plano. Si, en cambio, se deja fijo el tiempo y se considera la variación del vector de campo eléctrico en función de z , se puede ver en la Fig. 2.3 que, al avanzar el vector realiza una figura helicoidal que gira en sentido antihorario. Por esta razón a la luz en este estado de polarización se denomina *luz circularmente polarizada a derecha*.

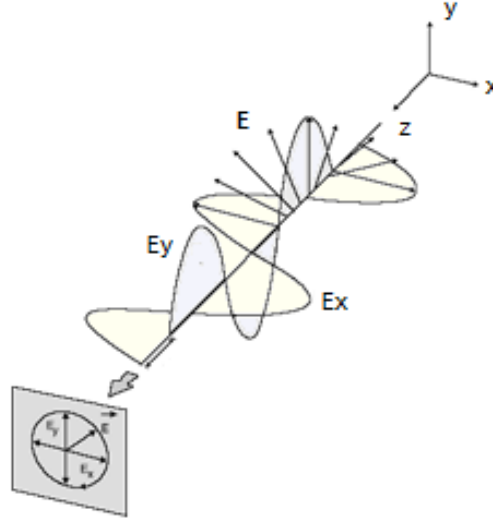


Figura 2.3: Luz circularmente polarizada a derecha en el instante $t = 0$.

Análogamente, si el retardo es un múltiplo entero de $-\pi/2$, el estado de polarización resultante se denomina *luz circularmente polarizada a izquierda* y el sentido de rotación del campo resultante es en sentido contrario al que se muestra en la Fig. 2.3.

Es importante notar que, si bien el vector de campo eléctrico varía temporalmente, la diferencia de fase entre las dos componentes es independiente del tiempo y de la posición.

Luz elípticamente polarizada

En el caso más general, A_x y A_y pueden ser distintas y φ puede tomar cualquier valor entre $-\pi$ y π de tal manera que las componentes del campo quedan expresadas de la siguiente manera

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz), \quad (2.14)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi), \quad (2.15)$$

recordando que $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$, reescribimos (2.15)

$$\frac{E_y}{A_y} = \cos(\omega t - kz) \cos(\varphi) - \sin(\omega t - kz) \sin(\varphi), \quad (2.16)$$

despejando $\cos(\omega t - kz)$ de la Ec. (2.14), sustituimos en (2.16) y obtenemos

$$\frac{E_y}{A_y} = \frac{E_x}{A_x} \cos(\varphi) - \sin(\omega t - kz) \sin(\varphi), \quad (2.17)$$

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS

2.1. ESTADOS DE POLARIZACIÓN Y SUS TRANSFORMACIONES

de acuerdo a la identidad trigonométrica $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ podemos escribir $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$, si $\theta = (\omega t - kz)$ podemos reescribir (2.17) como

$$\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x} \cos(\varphi) = (-\sqrt{1 - (E_x/A_x)^2}) \sin(\varphi), \quad (2.18)$$

reordenando términos y elevando al cuadrado

$$\left[\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x} \cos(\varphi) \right]^2 = (-\sqrt{1 - (E_x/A_x)^2} \sin(\varphi))^2, \quad (2.19)$$

y finalmente, desarrollando los binomios:

$$\left(\frac{E_y}{A_y} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{A_x} \right) \left(\frac{E_y}{A_y} \right) \cos \varphi + \left(\frac{E_x}{A_x} \right)^2 = \sin^2 \varphi. \quad (2.20)$$

La ecuación anterior es la ecuación de una elipse, de ahí surge el nombre de *luz elípticamente polarizada*. La elipse que describe la Ec. (2.20) forma un ángulo ψ con el sistema coordenado (A_x, A_y) (Fig. 2.4) tal que:

$$\tan(2\psi) = \frac{2A_x A_y \cos \varphi}{A_x^2 - A_y^2}. \quad (2.21)$$

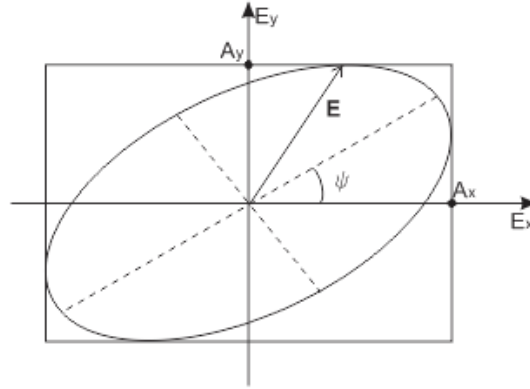


Figura 2.4: Luz elíptica.

Si $\psi = 0$ ó $\varphi = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \pm5\pi/2, \dots$ entonces tenemos la forma conocida

$$\frac{E_y^2}{A_y^2} + \frac{E_x^2}{A_x^2} = 1. \quad (2.22)$$

Además si $A_x = A_y = A$, la Ec. (2.20) se reduce a

$$E_y^2 + E_x^2 = A^2, \quad (2.23)$$

teniendo como resultado luz circularmente polarizada. Si φ es un múltiplo par de π , la Ec. (2.20) resulta ser

$$E_y = \frac{A_y}{A_x} E_x, \quad (2.24)$$

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS

2.2. HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS: POLARIZACIÓN RADIAL Y POLARIZACIÓN AZIMUTAL

de forma similar, para los múltiplos impares de π

$$E_y = -\frac{A_y}{A_x} E_x. \quad (2.25)$$

Las Ecs. (2.24) y (2.25) son las ecuaciones características de una línea recta, con pendientes $\pm \frac{A_y}{A_x}$ respectivamente; esto es, representan luz linealmente polarizada. Resumiendo, luz linealmente polarizada y luz circularmente polarizada son casos particulares de luz elípticamente polarizada. La Fig. 2.5 resume estas conclusiones.

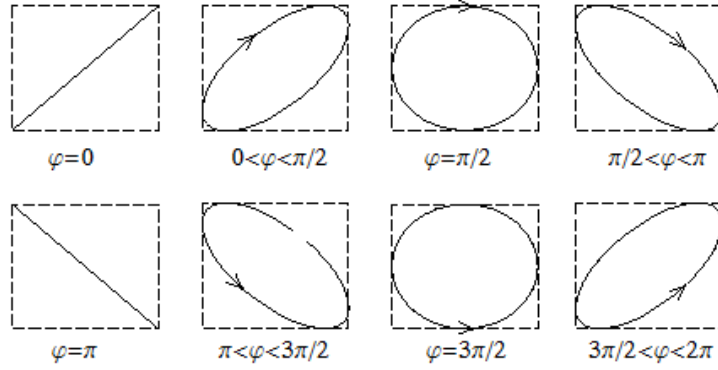


Figura 2.5: Configuraciones para distintos estados de polarización.

Además de estos tipos de polarización homogénea en todo el frente de onda existen estados de polarización con características variables en el espacio. A continuación se analizarán dos casos especiales de polarización espacialmente inhomogénea: polarización radial y polarización azimutal.

2.2. Haces vectoriales cilíndricos: polarización radial y polarización azimutal

La producción de haces polarizados radialmente y azimutalmente es especialmente relevante por sus propiedades particulares e interesantes en varias aplicaciones y por su relación con el momento angular orbital de la luz.

Aplicamos el formalismo de matrices de Jones considerando la superposición de dos haces polarizados circularmente a derecha y a izquierda respectivamente, el campo eléctrico resultante está caracterizado por:

$$\mathbf{E}(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp^{i(n\phi + \phi_o)} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp^{-i(n\phi + \phi_o)}, \quad (2.26)$$

en donde ϕ denota la coordenada azimutal del plano de observación; n es la carga topológica que típicamente es un número entero (también podrían ser aplicados valores fraccionales); y ϕ_o es un retardo de fase constante. Cada una de las componentes de polarización circular lleva un vórtice óptico con carga topológica opuesta $\pm n$, con lo cual el campo eléctrico de la Ec. (2.26) puede ser escrito como

$$\mathbf{E}(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \exp^{i(n\phi + \phi_o)} + \exp^{-i(n\phi + \phi_o)} \\ i \exp^{i(n\phi + \phi_o)} - i \exp^{-i(n\phi + \phi_o)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(n\phi + \phi_o) \\ -\sin(n\phi + \phi_o) \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

**CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS
ÓPTICOS**
2.3. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS

De acuerdo a la Ec. (2.27) podemos generar varios tipos de haces de luz polarizados cilíndricamente simplemente variando el orden n codificado sobre la fase en espiral y a su vez variando el corrimiento de fase ϕ_o entre las componentes. Por ejemplo, si $\phi_o = 0$ el campo resultante está dado por la Ec. (2.28) y entonces tenemos haces de luz polarizados radialmente, Fig. 2.6 a):

$$\mathbf{E}_{rad} = \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ -\sin n\phi \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

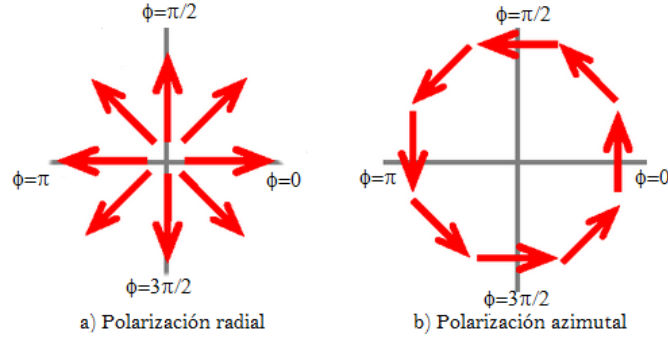


Figura 2.6: Distribución del campo para a) un haz polarizado radialmente y b) un haz polarizado azimutalmente.

De forma similar, si $\phi_o = \pi/2$ el campo resultante estará expresado por la Ec. (2.29), entonces obtenemos haces de luz polarizados azimutalmente Fig. 2.6 b), es decir:

$$\mathbf{E}_{azi} = \begin{pmatrix} \sin n\phi \\ \cos n\phi \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

donde los signos determinan el sentido de rotación de la polarización y el número l indica el orden del haz polarizado cilíndricamente.

Algunas de las aplicaciones que se les dá a los haces CV es en el estudio de la distribución de la intensidad cerca del plano focal para tener información de la resolución [17], otra de las aplicaciones es el atrapamiento de partículas [18], estudio de la difracción de la luz o bien en comunicaciones ópticas (codificación de la información) [19-21].

2.3. Técnicas de generación de haces vectoriales cilíndricos

Como ya se mencionó anteriormente, los métodos de generación de haces vectoriales se dividen en dos, métodos activos y métodos pasivos. A continuación se explicará detalladamente en qué consisten cada uno de estos métodos.

Métodos de generación activa

Los métodos activos involucran el uso de dispositivos intracavidad láser que obligan al láser a oscilar en modo CV. Los dispositivos intracavidad pueden ser componentes axiales birrefringentes, o componentes axiales dicroicos. Uno de los experimentos más comunes utiliza un cristal de calcita con su eje paralelo al eje óptico de la cavidad [1] (Fig. 2.7); la simetría cilíndrica del sistema provoca que el modo de oscilación tenga polarización con simetría cilíndrica. La calcita es negativamente birrefringente, esto ocasiona que polarización azimutal sea generada. La polarización radial es generada con un material activo (cuarzo) para rotar el campo eléctrico por

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS
2.3. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS

90°.

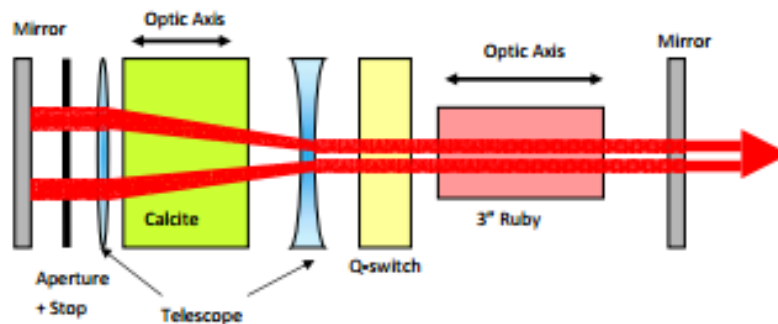


Figura 2.7: Diagrama de un láser rubí, el cual genera a la salida haces CV [1].

El diagrama de la Fig. 2.7, muestra un láser de rubí que genera haces CV a la salida, el eje óptico de la calcita es paralelo al eje del resonador, la combinación del cristal de calcita, el telescopio en la apertura y del obstáculo proporcionan el modo de discriminación para forzar al láser a operar en modo de polarización CV.

La reciente disponibilidad de microfabricación y nanofabricación de herramientas ha contribuido a la creación de placas de fase difractivas que permiten la selección de la polarización [14, 21] para la generación de haces CV, tal es el caso de los espejos con rejilla de polarización, Fig. 2.8.

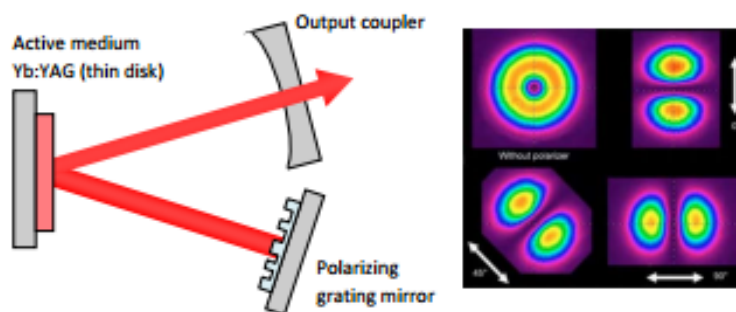


Figura 2.8: Generación de haces CV mediante el uso de un espejo-rejilla de polarización [1].

El efecto de polarización se basa en una diferencia de reflectividad dentro de la cavidad entre dos estados de polarización ortogonales. El perfil del haz a la salida y el patrón de polarización son mostrados a la derecha de la Fig 2.8.

Métodos de generación pasiva

Los métodos de generación pasiva convierten estados de polarización homogéneos a estados de polarización inhomogéneos, y se caracterizan por usar dispositivos ópticos que actúan fuera de la cavidad resonante del haz láser. En algunos arreglos se utiliza un analizador radial hecho de materiales birrefringentes o materiales dicroicos para generar haces CV [19-22]. Un analizador radial es un dispositivo que tiene su eje de transmisión de polarización alineado a lo largo de la dirección radial o de la dirección azimutal. Cuando se usa un analizador radial es necesario a la entrada un campo colimado y polarizado circularmente. Dependiendo del tipo de analizador radial

CAPÍTULO 2. POLARIZACIÓN Y SU MANIPULACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS
2.3. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS

utilizado el campo obtenido estará polarizado radial o azimutalmente. Para haces circularmente polarizados a la entrada del arreglo óptico el campo puede ser expresado como

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{in} &= \hat{x} + i\hat{y} = (\cos \phi \hat{r} - \sin \phi \hat{\phi}) + i(\sin \phi \hat{r} + \cos \phi \hat{\phi}) \\ &= \exp(i\phi)(\hat{r} + i\hat{\phi}), \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde \hat{x} y \hat{y} son los vectores unitarios en coordenadas cartesianas y \hat{r} y $\hat{\phi}$ son los vectores unitarios en el sistema de coordenadas polares. Si el haz pasa a través del analizador radial, y el eje de transmisión del analizador radial es alineado a lo largo de la dirección radial, el campo a la salida está representado por

$$\mathbf{E}_{out} = \exp(i\phi)\hat{r} \quad (2.31)$$

La Ec. (2.31) indica que el campo a la salida está alineado a lo largo de la dirección radial acompañado de un factor de fase en espiral, esto se puede confirmar mediante mediciones interferométricas [24]. Para obtener un haz CV, es necesario la presencia de un elemento de fase en espiral con helicidad opuesta para compensar la fase espiral (SPE, por sus siglas en inglés.), como se muestra en la Fig. 2.9.

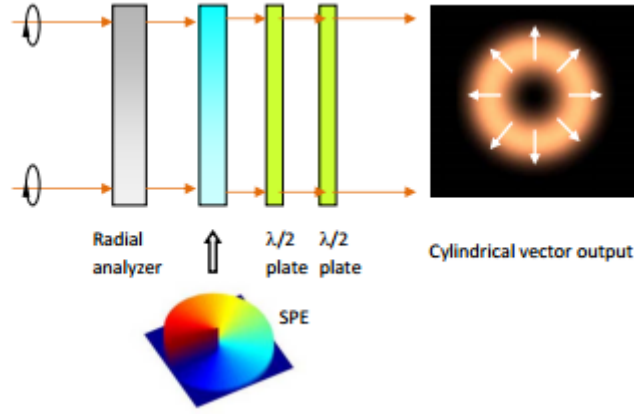


Figura 2.9: Generación de haces CV usando polarizador radial con compensación de fase espiral, es usada luz polarizada circularmente a la entrada y dos placas $\lambda/2$ para rotar el patrón deseado

Además de la rotación de la polarización espacialmente variante, otra clase de métodos usa arreglos con eje de retraso espacialmente variante. Por ejemplo, placas $\lambda/2$ con eje rápido espacialmente variante pueden ser usadas para convertir polarización lineal en polarización vectorial cilíndrica. Esto puede lograrse colocando varios segmentos de placas $\lambda/2$ con diferentes ángulos discretos (Fig. 2.10).

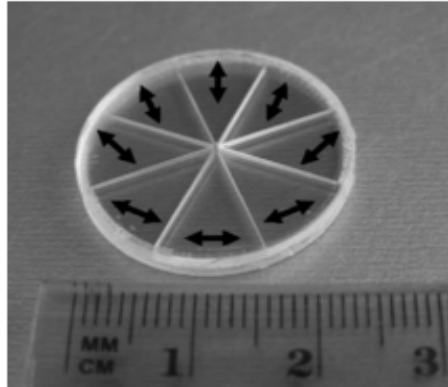


Figura 2.10: Segmentos de placas $\lambda/2$ que pueden convertir haces de luz con polarización lineal en haces CV.

Otra técnica para generar haces CV utilizan fibras ópticas [22]. Una fibra óptica puede soportar los modos de oscilación anulares TE_{01} y TM_{01} lo que ocasiona que a la salida se obtengasn haces vectoriales con simetría cilíndrica, con el modo TE_{01} se obtiene polarización azimutal; mientras que con el modo TM_{01} se obtiene polarización radial.

A parte de las técnicas pasivas mencionadas que utilizan elementos estáticos, moduladores espaciales de luz de cristal líquido, estos son dispositivos programables que sirven para generar diferentes tipos de campos vectoriales [24-27]. En este caso, la estructura molecular del cristal líquido de estos dispositivos sirve de guía al campo incidente y el retardo de fase es controlado por medio de voltajes, en el siguiente capítulo se explicará detalladamente el funcionamiento de estos dispositivos así mismo se mencionará el papel que juegan en el proceso de generación de haces CV.

2.4. Conclusiones

En este capítulo se presentó la teoría matemática para describir los estados de polarización homogéneos y no homogéneos haciendo énfasis en los haces vectoriales cilíndricos CV de tipo radial y azimutal.

Posteriormente fueron mencionados los métodos para generar haces CV y algunas de las técnicas para la generación de los mismos, entre algunas de estas destacan el uso de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido. En el siguiente capítulo se explicará el modelo matemático y el funcionamiento de estos dispositivos, en particular se analizará el modelo PLUTO-VIS utilizado en este trabajo de tesis.

Capítulo 3

Moduladores espaciales de luz de cristal líquido

En el capítulo anterior se explicó que es posible modificar el estado de polarización de la luz para obtener haces con polarización inhomogénea en el espacio por medio de distintas técnicas y de distintos dispositivos, tales como los moduladores espaciales de luz.

En el presente capítulo se describirá la teoría físico matemática de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido y se describirá la caracterización óptica del modelo PLUTO-VIS, esto con el fin de usar dicho dispositivo como generador de haces CV.

3.1. Propiedades físicas de los cristales líquidos

Los cristales líquidos son arreglos ordenados que están compuestos de moléculas orgánicas de tamaño micrométrico que suelen ser elongadas, como un bastón, lo que hace que posean simetría axial o cilíndrica. El eje de alineación molecular generalmente es llamado *eje director* [23].

Debido a su forma elongada y a su arreglo geométrico los cristales líquidos se clasifican en tres tipos; nemático, esmétrico y colestérico, Fig. 3.1.

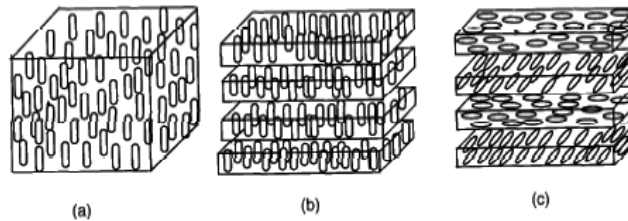


Figura 3.1: Diferentes estados de los cristales líquidos [20] (a) Nemático; (b) Esmético y (c) Colestérico.

Las moléculas del cristal nemático se encuentran alineadas en una misma dirección con sus centros suspendidos aleatoriamente dentro de un volumen. El cristal tipo esmétrico se comporta como el arreglo nemático pero sus moléculas se acomodan en capas. Por último la configuración del cristal tipo colestérico comparte la característica de formar capas, con la diferencia de que sus ejes de orientación rotan y se repiten periódicamente.

Como consecuencia de la asimetría de las moléculas de cristal líquido, el medio presenta diferentes parámetros ópticos si se considera la propagación de ondas en un eje paralelo al eje director, o en un plano perpendicular a él.

Cuando se aplica un campo eléctrico con dirección perpendicular al eje director, un torque, que surge del momento dipolar, actúa sobre la molécula. El torque, representado en verde en la Fig. 3.2 (a), tiende a alinear la molécula paralela al campo, como se aprecia en la Fig. 3.2 (b). Finalmente, si el campo eléctrico es suficientemente grande las moléculas se alinean casi completamente paralelas al campo eléctrico, como se observa en la Fig. 3.2(c).

Esto da lugar a dos fenómenos de interés como la birrefringencia óptica de las moléculas y su

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.1. PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS CRISTALES LÍQUIDOS

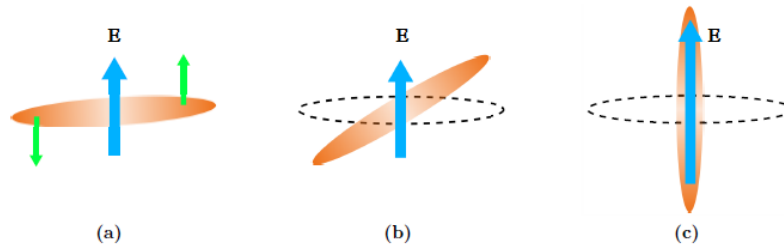


Figura 3.2: Molécula bajo la influencia de un campo eléctrico [20] (a) Torque producido por el campo eléctrico; (b) Ante un campo eléctrico leve, las moléculas comienzan a orientarse en la dirección del campo eléctrico; (c) Cuando el campo eléctrico es suficientemente grande las moléculas se alinean totalmente con el campo eléctrico.

control bajo la influencia de un campo eléctrico [24].

De esta forma la birrefringencia definida como la diferencia entre los índices ordinario y extraordinarios de la molécula de cristal líquido es una función aproximadamente inversa del voltaje .

Funcionamiento del MEL-CL

En la Fig. 3.3 se observa un esquema del corte de una celda de cristal líquido colocado entre dos polarizadores cruzados. El cristal líquido se encierra entre dos placas de polímero pulido en una dirección particular [15]. Estas placas, llamadas placas de alineación, establecen una dirección predefinida para las moléculas en contacto con ellas, logrando que el eje director de las moléculas se alíne paralelamente con la dirección del pulido. Las dos placas de alineación son pulidas en diferentes direcciones, usualmente ortogonales entre sí. La alineación de las moléculas en contacto con las placas de alineación y la tendencia de las moléculas a permanecer alineadas entre ellas (por ser un cristal líquido nemático) son las dos propiedades que dan lugar a un cristal líquido donde el eje director va girando (twist) gradualmente a lo largo de la celda.

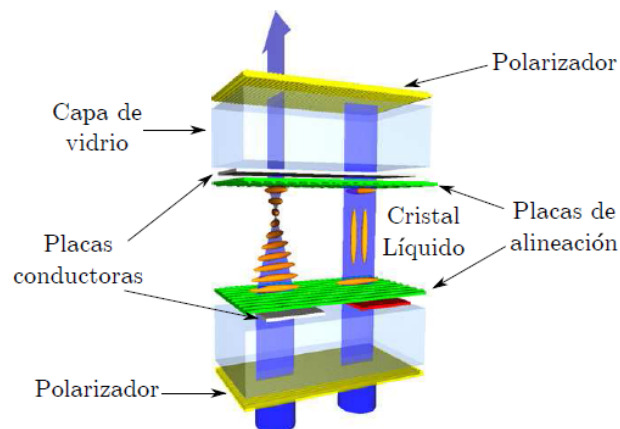


Figura 3.3: Celda de cristal líquido nemático con giro (twist)[20] entre dos polarizadores. Se representa el comportamiento de dos píxeles de la celda; sin voltaje (izquierda), con voltaje (derecha).

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.2. MODELO MATEMÁTICO DE UNA CELDA DE CRISTAL LÍQUIDO

En la imagen anterior se muestran dos ejemplos donde la luz (representada en azul) atraviesa una celda de cristal líquido cuando no se aplica (lado izquierdo) y cuando se aplica (lado derecho) un campo eléctrico. Del lado izquierdo se observa que el ángulo de polarización de la luz rota junto con la orientación de las moléculas, mientras que en el lado derecho las moléculas han sido rotadas por el campo eléctrico y la luz es bloqueada por el polarizador a la salida. A continuación se describirá el modelo matemático de una celda de cristal líquido.

3.2. Modelo matemático de una celda de cristal líquido

Un modulador espacial de luz de cristal líquido MEL-CL con ángulo director de entrada ϕ_D , ángulo de torsión ϕ entre sus paredes y con un retardo de fase β puede ser descrita como la concatenación de N placas retardadoras con retardos de fase $\frac{\beta}{N}$ [15,24] rotadas por ángulos azimutales $\phi_D, (\phi_D + \rho), (\phi_D + 2\rho), \dots, (\phi_D + N\rho)$; donde $N\rho = \phi$ (Fig. 3.4).

La matriz de Jones para el sistema de la Fig. 3.4 está dada por

$$\mathbf{J}_{LCD} = \prod_{m=0}^N \mathbf{R}(\phi_D + m\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - m\rho), \quad (3.1)$$

donde el término $m = 0$ aparece al extremo derecho del producto de matrices y

$$\mathbf{W}_0 = \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

es la matriz de la n -ésima placa birrefringente que compone al MEL-CL, y

$$\mathbf{R}(n\rho) = \begin{pmatrix} \cos(n\rho) & \sin(n\rho) \\ -\sin(n\rho) & \cos(n\rho) \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

es la matriz de rotación del sistema coordenado. Al expandir la expresión (3.1) se obtiene

$$\mathbf{J}_{LCD} = \mathbf{R}(\phi_D + N\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - N\rho) \mathbf{R}[\phi_D + (N-1)\rho] \dots \dots \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - \rho) \mathbf{R}(\phi_D) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.4)$$

donde aplicando la propiedad de la matriz de rotación

$$\mathbf{R}(\rho_1) \mathbf{R}(\rho_2) = \mathbf{R}(\rho_1 + \rho_2), \quad (3.5)$$

la matriz (3.1) se reescribe como

$$\mathbf{J}_{LCD} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \left[\mathbf{W}_0 \mathbf{R}\left(-\frac{\phi}{N}\right) \right]^N \mathbf{R}(-\phi_D). \quad (3.6)$$

Llevando a cabo el producto de matrices dentro de los corchetes cuadrados en la ecuación anterior se obtiene la expresión

$$\mathbf{J}_{LCD} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos\frac{\phi}{N} \exp(-i\frac{\beta}{N}) & -\sin\frac{\phi}{N} \exp(-i\frac{\beta}{N}) \\ \sin\frac{\phi}{N} \exp(i\frac{\beta}{N}) & \cos\frac{\phi}{N} \exp(i\frac{\beta}{N}) \end{pmatrix}^N \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.7)$$

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO
3.2. MODELO MATEMÁTICO DE UNA CELDA DE CRISTAL LÍQUIDO

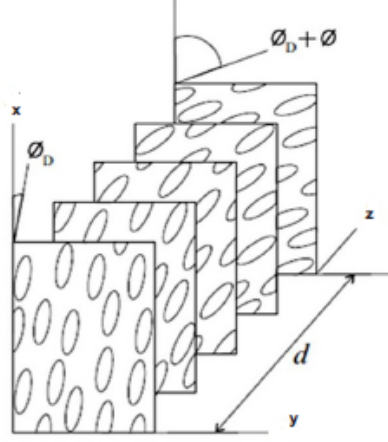


Figura 3.4: Modelo del MEL-CL con eje óptico alineado en z .

la cual puede ser simplificada utilizando la identidad de Chebyshev

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{B \sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} \\ C \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{D \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

donde

$$K\Lambda = \arccos \left[\frac{1}{2}(A + D) \right]. \quad (3.9)$$

Después de aplicar la identidad de Chebyshev y calculando el límite cuando $N \rightarrow \infty$, la matriz (3.7) tiene la forma

$$\mathbf{J}_{LCD} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos \gamma - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & -\frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma \\ \frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma & \cos \gamma + i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \end{pmatrix} \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.10)$$

donde la variable γ queda definida como

$$\gamma = [\beta^2 + \phi^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.11)$$

Finalmente desarrollando la matriz (3.10), la matriz de Jones que modela a un MEL-CL está dada por

$$\mathbf{J}_{LCD} = \exp(-i\beta) \times \begin{pmatrix} \frac{\phi}{\gamma} \sin \phi + \cos \gamma \cos \phi - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\phi + 2\phi_D) & -\frac{\phi}{\gamma} \sin \phi - \cos \gamma \cos \phi - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\phi + 2\phi_D) \\ \frac{\phi}{\gamma} \sin \phi - \cos \gamma \cos \phi - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\phi + 2\phi_D) & \frac{\phi}{\gamma} \sin \phi + \cos \gamma \cos \phi + i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\phi + 2\phi_D) \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Consideraremos casos particulares del MEL-CL con diferentes ángulos de torsión entre sus paredes.

MEL-CL $\phi = 90^\circ$

Cuando el ángulo entre las paredes pulidas de un MEL-CL es $\phi = 90^\circ$ y la dirección de pulido en la pared de entrada se encuentra alineada al eje x ($\phi_D = 0^\circ$), la matriz (3.12) se escribe como

$$\mathbf{J}_{90} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2\gamma} \sin \gamma & -\cos \gamma - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \\ \cos \gamma - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & \frac{\pi}{2\gamma} \sin \gamma \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO
3.3. MODULADOR ESPACIAL DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO MODELO PLUTO-VIS

donde $\gamma = [\beta^2 + (\frac{\pi}{2})^2]^{\frac{1}{2}}$. Este tipo de configuración es una de las más utilizadas en la industria y recibe el nombre de MEL-CL 90^O-twist. Como se puede ver, los elementos de la matriz (3.13) realizan modulación simultánea de amplitud y fase del campo óptico, y por lo tanto el MEL-CL 90^O-twist genera pérdidas de energía en el campo transmitido.

MEL-CL $\phi = 0^\circ$

En el caso particular cuando las direcciones de pulido de las paredes del MEL-CL son paralelas, se tiene $\phi = 0^\circ$ y $\gamma = 0$. Si la dirección de pulido de la pantalla está alineada con el eje x ($\phi_D = 0^\circ$), la matriz (3.12) tiene la forma

$$\mathbf{J}_0 = \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Un MEL-CL con estas características se conoce como zero-twist o parallel-aligned, el cual tiene propiedades importantes de fase; el elemento J_{xx} de \mathbf{J}_0 introduce modulación pura de fase en la componente del campo paralela al eje x sin introducir pérdidas de energía. Sin embargo por estas mismas causas estos dispositivos tienen poca aplicación comercial y su producción resulta costosa. En particular el modelo PLUTO-VIS utilizado en esta tesis pertenece a este tipo de moduladores, y en la siguiente sección se hablará más a detalle de este dispositivo.

3.3. Modulador espacial de luz de cristal líquido modelo PLUTO-VIS

En un dispositivo de reflexión, la luz entrante penetra el dispositivo, posteriormente se refleja y pasa por segunda vez a través del mismo dispositivo. La matriz de Jones del campo reflejado es exactamente igual a la transpuesta de la matriz de Jones del campo incidente, como se muestra en la Fig. 3.5.

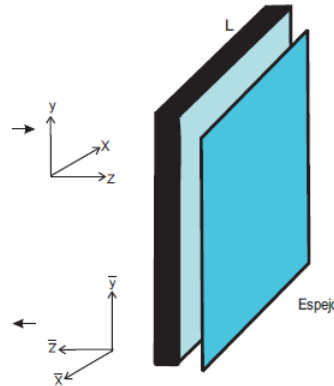


Figura 3.5: Dispositivo de reflexión.

Considerando un sistema coordenado (x, y) derecho en dirección hacia la fuente con el eje z apuntando en la dirección de propagación se tiene que después de reflejarse $z = -\bar{z}$, $x = -\bar{x}$ y $y = \bar{y}$. De esta forma la matriz de Jones para un dispositivo de reflexión es

$$\mathbf{J}_{reflex} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (3.15)$$

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO
3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

donde el símbolo \mathbf{T} denota la transpuesta de la matriz \mathbf{J} . Sustituyendo \mathbf{J} por la matriz (3.14) tenemos que un dispositivo de reflexión está caracterizado por

$$\mathbf{J}_{reflex} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

realizando la multiplicación de matrices

$$\mathbf{J}_{reflec} = \begin{pmatrix} -\exp[-2(2i\beta)] & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Para que el dispositivo de la Fig. 3.5 sea considerado como un modulador de luz, como es el caso del MEL-CL PLUTO-VIS, el campo incidente debe de ser separado del campo reflejado, una manera de hacerlo es colocando un elemento óptico que divida el campo reflejado justo delante del dispositivo de reflexión como se muestra en la Fig. 3.6 a), o bien rotar el MEL-CL de reflexión un ángulo pequeño, Fig. 3.6 b).

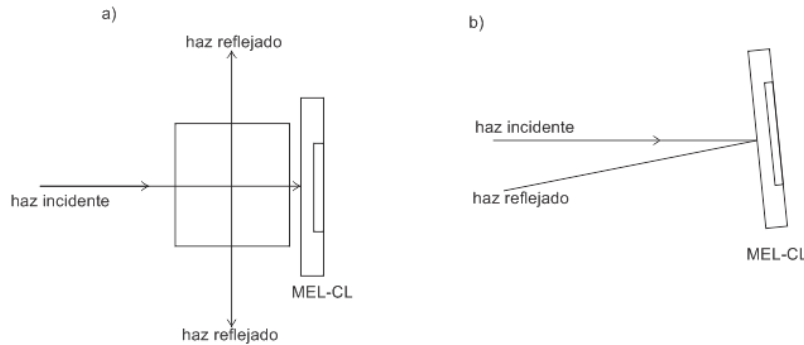


Figura 3.6: Configuraciones ópticas para utilizar el MEL-CL de reflexión.

De acuerdo a la Fig. 3.6 la matriz de Jones que describe a todo el sistema a) ó b) se expresa como el producto de matrices entre las superficies reflectantes y la matriz (3.17), es decir

$$\mathbf{J}_{MEL-CL}^{reflex} = a \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\exp[-2(2i\beta)] & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

realizando el producto de matrices, tenemos que la matriz final que describe a un MEL-CL de reflexión PLUTO-VIS está dada por

$$J_{MEL-CL}^{reflex} = a \begin{pmatrix} \exp[2i\beta'] & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

donde $\beta' = -2\beta$, y el factor a vale $\frac{1}{2}$ para la configuración a) ó 1 para la configuración b). Se puede ver en la expresión anterior que la modulación de fase respecto a la matriz (3.14) es el doble debido a la reflexión de la onda entrante en dicho dispositivo, esto se observa en el elemento J_{xx} .

3.4. Caracterización experimental del modulador PLUTO-VIS

Descripción y características técnicas

El MEL-CL PLUTO-VIS, mostrado en la Fig. 3.7, es una micropantalla translúcida fabricada por la empresa alemana Holoeye; entre sus aplicaciones están la proyección de imágenes, filtrado

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

de imágenes, reconocimiento de patrones, holografía digital y la modulación de onda coherente. Algunas características del MEL-CL se muestran en la tabla 3.1.



Figura 3.7: MEL-CL Holoeye de reflexión PLUTO-VIS.

Resolución	1920x1080
Tamaño del pixel	8 μ m
Factor de llenado	87 %
Área activa	5.36 x 8.64 mm
Direccionamiento	8 Bit (256 niveles de gris)
Velocidad de cuadro	60 Hz

Tabla 3.1: Características del MEL-CL

El dispositivo tiene tres entradas, las cuales son: alimentación, imagen y control (Fig. 3.8). La señal de control proviene del puerto serial de la PC, la alimentación es proporcionada por un convertidor de 15 V ac que viene incluido con el equipo y la señal de video se envía desde una segunda PC por medio de la conexión DVI.

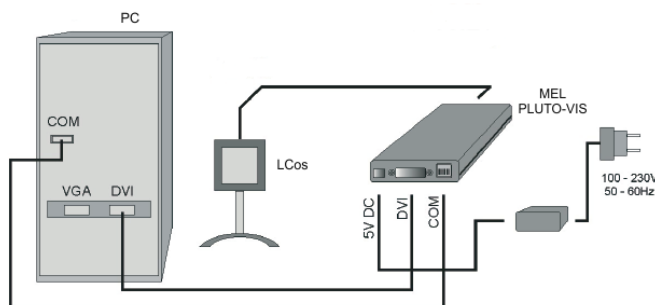


Figura 3.8: Diagrama de conexiones del MEL-CL de reflexión PLUTO-VIS.

El MEL-CL se configura desde la computadora por medio de un software proporcionado por la compañía. El programa de control es una interfaz para plataforma Windows, esta permite modificar los parámetros de la señal de video proyectada en la pantalla del modulador. Una vez abierto, se procede a conectar el MEL-CL al puerto COM1 y se comprobará el correcto funcionamiento del dispositivo por medio de un indicador verde. Además del nivel de gris, en el modelo PLUTO-VIS hay 3 parámetros que afectan la función de

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

transmitancia $T(x)$ los cuales son el Voltaje brillante V_b , Voltaje oscuro V_d y curva gamma γ . La Fig. 3.9 muestra la ventana que indica los botones para el cambio de V_b y V_d , así como también la opción EEPROM, en esta última podemos cargar la curva gamma default o la que corrige el usuario.

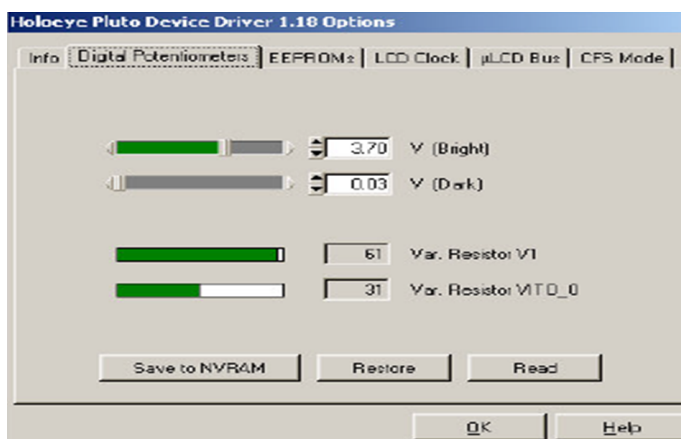


Figura 3.9: Controles de V_b y V_d .

El ajuste de estos tres parámetros permite modificar la respuesta de fase del modulador respecto a la longitud de onda incidente a fin de garantizar una respuesta lineal de 0 a 2π . Para medir la amplitud I y la fase δ introducidos por el MEL-CL se utiliza el interferómetro de Young, el cual se muestra en la Fig. 3.10. Por medio de este arreglo se analiza el patrón de interferencia

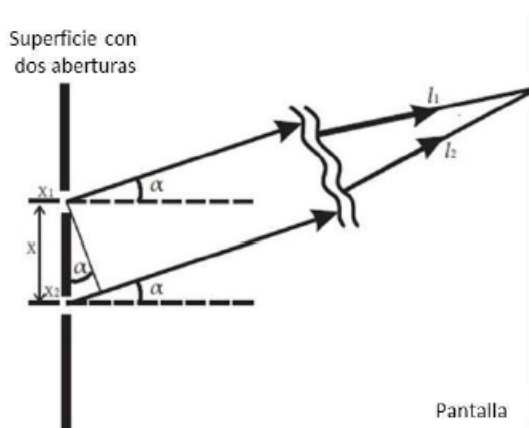


Figura 3.10: Interferómetro de Young.

generado por dos haces convergentes que inciden en el MEL-CL cuando se proyecta la señal de control U_{mod} en su pantalla. La señal U_{mod} es una imagen medida en 256 niveles de gris, donde el valor 0 corresponde a negro y 255 corresponde al blanco dada por

$$U_{mod}(x) = \begin{cases} u_1 & \text{si } x < 0 \\ u_2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}, \quad (3.20)$$

donde u_1 y u_2 corresponden a dos valores de gris proyectados en cada mitad de la pantalla del modulador. Con esta señal de control la transmitancia correspondiente del MEL-CL se escribe

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO
3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

como

$$T(x) = \begin{cases} |T(u_1)| \exp[i\delta(u_1)] & \text{si } x < 0 \\ |T(u_2)| \exp[i\delta(u_2)] & \text{si } x \geq 0, \end{cases} \quad (3.21)$$

y las señales ópticas en el plano son

$$\begin{aligned} E_1(x) &= E_o |T(u_1)| [i\delta(u_1)] \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha\right) \\ &= E_o |T(u_1)| [i\delta(u_1)] \exp\left\{-i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1)\right]\right\}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} E_2(x) &= E_o |T(u_2)| [i\delta(u_2)] \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha\right) \\ &= E_o |T(u_2)| [i\delta(u_2)] \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Bajo estas condiciones el patrón de interferencia observado está dado por la expresión

$$I(x) = |E_1(x) + E_2(x)|^2 = |E_1(x)|^2 + |E_2(x)|^2 + E_1(x)^* E_2(x) + E_1(x) E_2(x)^*, \quad (3.24)$$

donde el asterisco denota el complejo conjugado, sustituyendo las Ecs. (3.22) y (3.23) en la Ec. (3.24) obtenemos

$$\begin{aligned} I(x) &= E_o^2 |T(u_1)|^2 + E_o^2 |T(u_2)|^2 \\ &+ E_o^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1)\right]\right\} \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2)\right]\right\} \\ &+ E_o^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp\left\{-i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1)\right]\right\} \exp\left\{-i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Haciendo uso de la identidad de Euler

$$\cos \theta = \frac{\exp(i\theta) + \exp(-i\theta)}{2}, \quad (3.26)$$

podemos reescribir la Ec. (3.25) como

$$\begin{aligned} I(x) &= E_o^2 |T(u_1)|^2 + E_o^2 |T(u_2)|^2 \\ &+ 2E_o^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \cos \left[\frac{4\pi}{\lambda f} x \sin \alpha - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Aplicando la aproximación paraxial

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{x_o}{2f}, \quad (3.28)$$

se obtiene finalmente

$$\begin{aligned} I(x) &= E_o^2 |T(u_1)|^2 + E_o^2 |T(u_2)|^2 \\ &+ 2E_o^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \cos \left[\frac{2\pi x_o}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right], \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde E_o es el campo óptico incidente, λ es la longitud de onda, x es la separación entre las aberturas del interferómetro y f es la distancia focal de una lente delgada. La Ec. (3.29) contiene información acerca de $I(U_{mod})$ y $\delta(U_{mod})$.

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO
3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

Un parámetro importante que caracteriza al patrón de interferencia es la visibilidad de las franjas que puede ser calculada mediante la fórmula

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (3.30)$$

Calculando los valores máximo y mínimo de la Ec. (3.29) tenemos

$$I_{max}(x) = E_o^2 |T(u_1)|^2 + E_o^2 |T(u_2)|^2 + 2E_o^2 |T(u_1)| |E_o^2 |T(u_2)|, \quad (3.31)$$

$$I_{min}(x) = E_o^2 |T(u_1)|^2 + E_o^2 |T(u_2)|^2 - 2E_o^2 |T(u_1)| |E_o^2 |T(u_2)|, \quad (3.32)$$

y sustituyendo las dos últimas ecuaciones en (3.30), tenemos que la visibilidad puede expresarse como

$$V = 2 \frac{|T(u_1)| |T(u_2)|}{|T(u_1)|^2 + |T(u_2)|^2}. \quad (3.33)$$

De acuerdo a la Ec. (3.33), habrá modulación de fase cuando la amplitud permanezca constante, es decir que $T(255) \approx T(0) \approx 1$, y con esto la visibilidad del patrón de interferencia vale

$$V = 2 \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = 1, \quad (3.34)$$

esto es, se obtiene modulación de fase cuando el contraste de las franjas es máximo.

Para la modulación de amplitud, se tiene que la amplitud crece linealmente en función del nivel de gris; es decir que $T(0)=0$ y $T(255)=1$, y el contraste del patrón de interferencia debería ser mínimo (borroso) de acuerdo con (3.33). Sin embargo, el modulador PLUTO-VIS se caracteriza por la matriz (3.19) y no es posible lograr este modo.

Por medio del patrón de interferencia se determinan los valores de V_b , V_d y γ donde el MEL-CL realiza modulación de fase de la señal de video U_{mod} . Para ello, uno de los niveles de gris de la señal de video se hace variar de 0 a 255; mientras que la otra mitad del modulador permanece en nivel constante 0. De este modo la curva de intensidad I con respecto al nivel de gris se obtiene midiendo la intensidad del patrón de interferencia, mientras que la curva de fase δ contra el nivel de gris se calcula midiendo el desplazamiento de franjas.

Cuando se eligen los valores de V_b , V_d y γ para obtener modulación de fase, el valor de fase δ es el argumento del patrón de interferencia cuando la intensidad es máxima:

$$\cos \left[\frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) = 0. \quad (3.35)$$

El interferómetro descrito en la Fig. 3.10 no es práctico debido a la dificultad para construir una pantalla con dos aberturas del mismo tamaño y separación, además de que gran parte de la luz es desperdiciada por lo que es necesario modificar el interferómetro de Young. Utilizando una rejilla de Ronchi junto con un obstáculo y un diafragma se toman los dos primeros órdenes de difracción de la rejilla para hacerlos interferir, esto contribuye a aprovechar mayor cantidad de energía proveniente de la fuente, aproximadamente el 70 %, la modificación del interferómetro de Young se muestra en la Fig. 3.11.

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODULADOR PLUTO-VIS

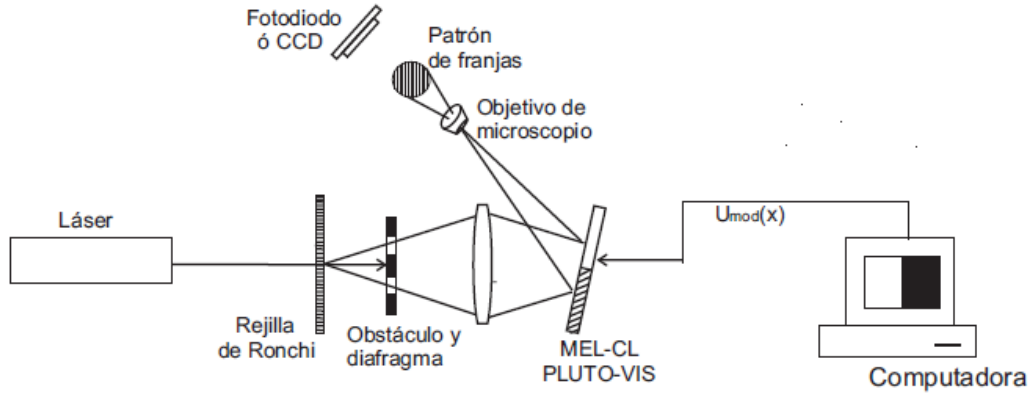


Figura 3.11: Sistema de caracterización del MEL-CL PLUTO VIS.

Resultados de la caracterización

En el experimento para llevar a cabo la caracterización, la luz debe de estar polarizada a lo largo del eje extraordinario de la pantalla del MEL-CL PLUTO-VIS, que de acuerdo a lo que dice el fabricante corresponde al eje largo de la pantalla. El ángulo de reflexión del modulador debe ser pequeño ($\approx 10^\circ$) para evitar aberraciones en el haz, ya que en caso contrario, para un ángulo mayor a 10° la posición del haz a la salida del MEL-CL se desviaría tanto que el pixel de entrada y salida dejan de ser el mismo y se introduce un valor de fase distinto al que queremos.

Por medio del programa PhaseCam (Fig. 3.12), se llevaron a cabo mediciones del patrón de interferencia con distintos valores de V_b y V_d utilizando la curva gamma default. Posteriormente se generó una nueva curva gamma para la combinación de V_b y V_d que producían el retardo de fase más aceptables.



Figura 3.12: Ventana que muestra el programa PhaseCam.

Se observó que la combinación de valores V_b y V_d que mostraban una mejor curva de fase para $\lambda=633$ nm fueron $V_b = 3,13$ y $V_d = 0,16$ ya que dicha curva presentaba un comportamiento más lineal; al seleccionar los valores $V_b = 3.13$ y $V_d = 0.16$ se procede a corregir

CAPÍTULO 3. MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

3.5. CONCLUSIONES

la curva gamma, los resultados que se obtuvieron al corregir dicha curva se muestran en la Fig. 3.13.

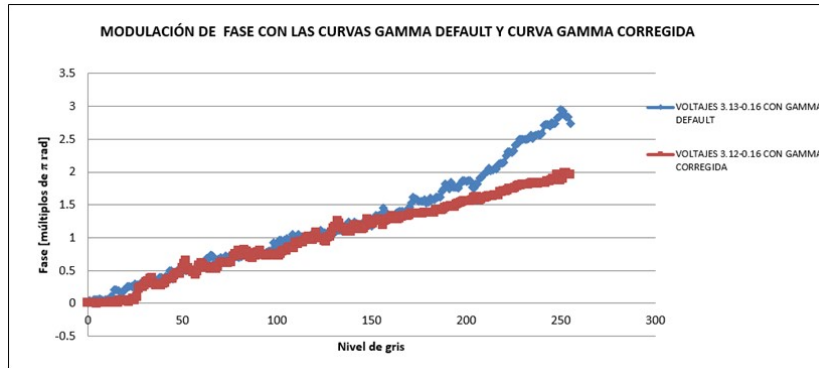


Figura 3.13: Comparación de modulación de fase con gamma default y gamma corregida.

La curva de intensidad acoplada se muestra en la Fig. 3.14, tanto en las curvas de fase como en las de intensidad se compara el comportamiento cuando se considera la curva gamma default y la curva gamma que se generó.

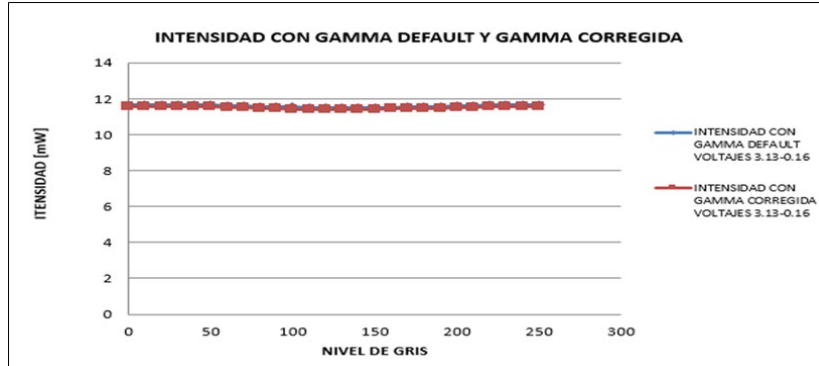


Figura 3.14: Comparación de intensidades acopladas con gamma default y gamma corregida.

De acuerdo a la Fig. 3.13 se alcanzó una modulación de fase lineal de $\approx 1,9\pi$ y la intensidad se mantiene constante.

Conociendo las características técnicas y los parámetros controlables por el usuario en los que el MEL-CL PLUTO-VIS tiene una mejor modulación de fase, se procederá al desarrollo experimental para la generación de haces vectoriales cilíndricos.

3.5. Conclusiones

En el desarrollo de este capítulo se mencionaron las propiedades ópticas y eléctricas de los cristales líquidos que son la base de funcionamiento de los MEL-CL. Así mismo se describió la estructura y funcionamiento de los MEL-CL y sus tipos principales, en particular se describió el modelo PLUTO-VIS.

Por último, se explicaron las características técnicas y los parámetros controlables del MEL-CL PLUTO-VIS que mejor cumplieran con una modulación lineal de fase de 0 a 2π para $\lambda = 633$ nm.

Capítulo 4

Técnicas de generación de haces cilíndricos con uso del modulador PLUTO-VIS

En el capítulo 2 se han explicado algunas técnicas de generación de haces CV, entre ellas destacan las que hacen uso de moduladores espaciales de luz, por lo que en el capítulo anterior se estudió un modelo particular de MEL-CL, el modelo PLUTO-VIS. En este capítulo nos enfocaremos a este tipo de técnicas, se analizarán algunos trabajos ya reportados en la literatura y se explicarán las desventajas que tienen. Posteriormente se llevará a cabo el análisis matemático para la generación de haces CV usando el MEL-CL PLUTO-VIS y se implementará experimentalmente la técnica propuesta.

4.1. Sistema PLUTO-VIS y placa $\lambda/4$

Jeffrey Davis et. al [25] proponen que para llevar a cabo la modulación espacial de polarización es necesario el uso de un MEL-CL puro de fase rotado 45° seguido por una placa cuarto de onda con eje activo vertical. La matriz de Jones del MEL-CL puro de fase con eje activo rotado 45° está dada por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{MEL-CL}^{reflex.45} &= \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}) & \sin(\frac{\pi}{4}) \\ -\sin(\frac{\pi}{4}) & \cos(\frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta') & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}) & -\sin(\frac{\pi}{4}) \\ \sin(\frac{\pi}{4}) & \cos(\frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta') & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \exp(-2i\beta') + 1 & \exp(-2i\beta') - 1 \\ \exp(-2i\beta') - 1 & \exp(-2i\beta') + 1 \end{pmatrix} \\
 &= \exp(-i\beta') \begin{pmatrix} \frac{\exp(-i\beta') + \exp(i\beta')}{2} & \frac{\exp(-i\beta') - \exp(i\beta')}{2} \\ \frac{\exp(-i\beta') - \exp(i\beta')}{2} & \frac{\exp(-i\beta') + \exp(i\beta')}{2} \end{pmatrix} \\
 &= \exp(-i\beta') \begin{pmatrix} \cos\beta' & -i\sin\beta' \\ -i\sin\beta' & \cos\beta' \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Por su parte, la matriz de Jones de una placa cuarto de onda ó $\lambda/4$ con eje rápido (activo) orientado respecto al eje y es

$$\mathbf{J}_{\lambda/4}^{90} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

La matriz de Jones del sistema MEL-CL-placa cuarto de onda está caracterizada por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_D &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \exp(-2i\beta') \begin{pmatrix} \cos\beta' & -i\sin\beta' \\ -i\sin\beta' & \cos\beta' \end{pmatrix} \\
 &= \exp(-2i\beta') \begin{pmatrix} \cos\beta' & -i\sin\beta' \\ \sin\beta' & -i\cos\beta' \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

**CAPÍTULO 4. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS CON
USO DEL MODULADOR PLUTO-VIS**
4.2. ELIMINACIÓN DE MODULACIÓN DE FASE NO DESEABLE

Si en el sistema descrito por la matriz (4.3) se hace incidir un campo linealmente polarizado respecto al eje x , el campo a la salida estará representado por

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{J}_D \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \exp(-2i\beta') \begin{pmatrix} \cos\beta' \\ \sin\beta' \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Se puede ver que el vector de salida corresponde a luz circular o azimutal, dependiendo de la señal β' codificada en el modulador, como ha sido demostrado en el capítulo 2. Sin embargo, en la expresión anterior está presente un factor de fase $\exp(-2i\beta)$ el cual depende del nivel de gris del modulador y que afecta la modulación de polarización. Este mismo problema está presente en otra técnica de los autores Junli Qi, et. al donde se utilizan dos placas cuarto de onda [25]. En la siguiente sección se explicará cómo es posible eliminar este término de fase.

4.2. Eliminación de modulación de fase no deseable

Para eliminar el factor de fase no deseable se propone una configuración similar a la referencia [26,27] se hará uso del modulador de reflexión PLUTO-VIS dividido en dos mitades. Cada parte del MEL-CL de reflexión representará un MEL-CL puro de fase orientado en dirección del eje x los cuales estarán intercalados entre dos placas cuarto de onda a 45° y -45° respectivamente. La matriz de Jones que representa a todo el sistema es:

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J}_{\lambda/4_2}^{45^\circ} \mathbf{J}_{E_2} \mathbf{J}_{MEL-CL_2} \mathbf{J}_{\lambda/4_2}^{-45^\circ} \mathbf{J}_{E_1} \mathbf{J}_{\lambda/4_1}^{45^\circ} \mathbf{J}_{MEL-CL_1}, \quad (4.5)$$

donde $\mathbf{J}_{\lambda/4}^{45^\circ}$ y $\mathbf{J}_{\lambda/4}^{-45^\circ}$ son las matrices de Jones de las placas cuarto de onda orientadas a 45° y a -45° respectivamente; \mathbf{J}_{MEL-CL_1} y \mathbf{J}_{MEL-CL_2} representan las matrices de Jones de la primera y segunda mitad del MEL-CL PLUTO-VIS, respectivamente, y por último \mathbf{J}_{E_1} y \mathbf{J}_{E_2} son las matrices de Jones del espejo 1 y 2 respectivamente.

Sustituyendo la matriz (3.19) en (4.5) para el caso $a=1$ tenemos

$$\mathbf{J}_T = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(2i\beta'_2) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(2i\beta'_1) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

donde β_1 y β_2 son los retardos de fase que introduce cada modulador. Realizando el producto de matrices tenemos que la matriz total que representa al sistema descrito es

$$\mathbf{J}_T = \begin{pmatrix} -i \exp(i2\beta'_1) & -\exp(i2\beta'_2) \\ -\exp(i2\beta'_1) & -i \exp(i2\beta'_2) \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Cuando en el sistema descrito por la matriz (4.7) se hace incidir un campo circularmente polarizado dado por el vector de Jones

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

el campo a la salida del sistema está expresado por

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{out} &= \mathbf{J}_T \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -i \exp(i2\beta'_1) & -\exp(i2\beta'_2) \\ -\exp(i2\beta'_1) & -i \exp(i2\beta'_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -i \exp(-2i\beta'_1) - i \exp(2i\beta'_2) \\ -\exp(2i\beta'_1) + \exp(-i2\beta'_2) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

**CAPÍTULO 4. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS CON
USO DEL MODULADOR PLUTO-VIS**
4.2. ELIMINACIÓN DE MODULACIÓN DE FASE NO DESEABLE

Si $\beta^2 = -\beta'_1 = n\phi + \phi_o$; donde ϕ es la coordenada azimutal, n es la carga topológica del vórtice y ϕ_o es un ángulo constante, el campo a la salida del sistema estará representado por

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{pmatrix} -\sin 2(n\phi + \phi_o) \\ \cos 2(n\phi + \phi_o) \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

y ya no está presente el actor de fase indeseable, el cual ocasiona pérdidas de energía al generar los haces CV.

Caso 1:

Si $\phi_o = 0$, el campo a la salida del sistema será:

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{pmatrix} -\sin 2(n\phi) \\ \cos 2(n\phi) \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

esto quiere decir que el campo a la salida del sistema esta polarizado radialmente.

Ejemplo:

Considerando que $n=1, 3, 5$ y 10 , $\beta'_1 = \phi$, las señales de control que deberá ser enviadas al MEL-CL PLUTO-VIS se muestran en la Fig. 4.1.

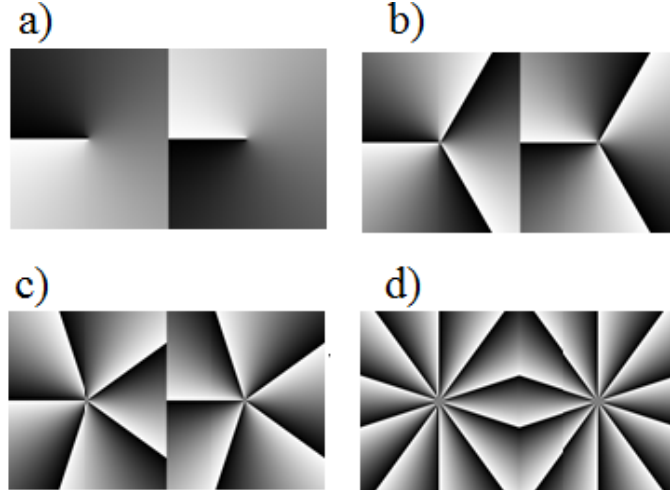


Figura 4.1: Señales de control enviadas al MEL-CL PLUTO-VIS para generar haces radiales . a) $n=1$, b) $n=3$, c) $n = 5$ y d) $n=10$. Para todos los casos $\beta'_1 = \phi$.

Caso 2:

Si ahora consideramos que $\phi_o = \pi/2$, el campo a la salida del sistema estará dado por:

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{pmatrix} \cos 2(n\phi) \\ -\sin 2(n\phi) \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

lo que quiere decir que el campo a la salida del sistema estará polarizado azimutalmente.

Ejemplo:

Considerando que $n=1, 3, 5$ y 10 , $\beta'_1 = -\phi$, las señales de control que deberá ser enviadas al MEL-CL PLUTO-VIS se muestran en la Fig. 4.2.

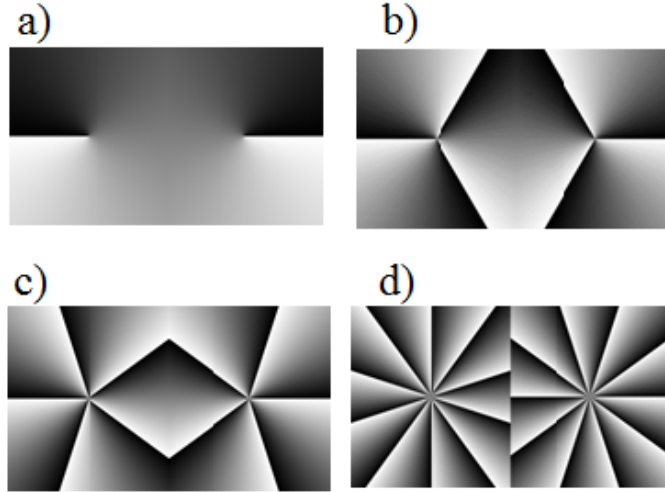


Figura 4.2: Señales de control enviadas al MEL-CL PLUTO-VIS para generar haces azimutales de primer y segundo orden. a) $n=1$, b) $n=3$, c) $n = 5$ y d) $n=10$. Para todos los casos $\beta'_1 = -\phi$

4.3. Experimentos y resultados

En la sección anterior se mostró el modelo matemático modificado con respecto a [26,27], para llevar a cabo la generación de haces vectoriales. Para ello es necesario montar el arreglo experimental mostrado en la Fig. 4.3 y proyectar en el MEL-CL las señales de control mostradas en las Figs. 4.1 y 4.2 respectivamente.

Como ya se mencionó anteriormente, la clave para poder generar haces vectoriales cilíndricos es lograr la combinación de dos haces circularmente polarizados (polarizados homogéneamente pero con helicidad opuesta), en particular generamos haces polarizados radialmente o azimutalmente cuando sumamos o restamos cargas topológicas a la polarización circular izquierda o derecha; para esto, el arreglo experimental de la Fig. 4.3 deberá de modular las dos componentes del campo eléctrico.

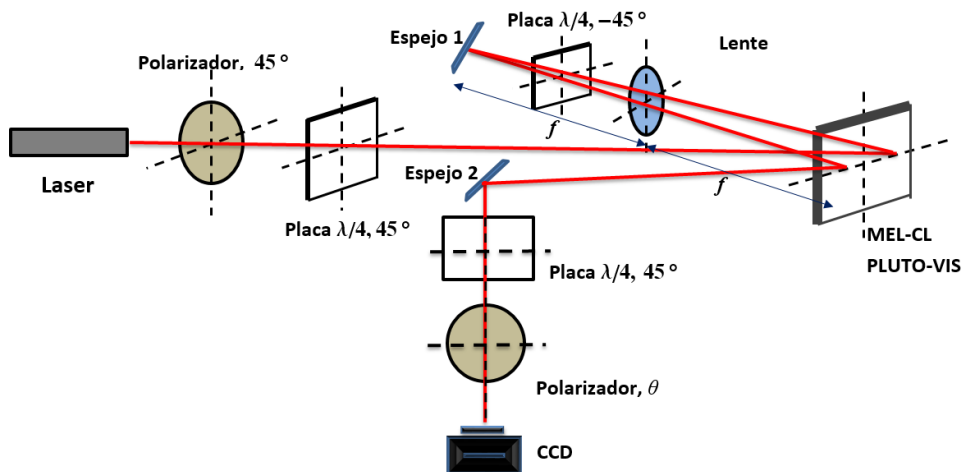


Figura 4.3: Arreglo experimental para la generación de haces polarizados cilíndricamente.

**CAPÍTULO 4. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS CON
USO DEL MODULADOR PLUTO-VIS**
4.3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

En el arreglo experimental de la Fig. 4.3, un haz polarizado linealmente a circularmente es enviado al MEL-CL cuyo eje director se encuentra alineado al eje x . de esta manera el haz incidente posee dos componentes perpendiculares de igual potencia, una componente paralela y otra perpendicular al eje director del modulador (eje largo). De esta forma, la componente del campo paralela al eje director es sensible a los cambios de voltajes que pudieran ser aplicados al MEL-CL, mientras que la componente perpendicular del haz permanece igual, es decir no es afectada.

Se divide la pantalla del MEL-CL PLUTO-VIS en dos mitades, donde cada mitad tendrá codificado un patrón de fase diferente. En un principio, el haz incidente solo ilumina la parte derecha del MEL-CL PLUTO-VIS, entonces el patrón de fase que está codificado en esta parte del modulador modifica la componente que es paralela al eje director. Al reflejarse el haz, es direccionado nuevamente al MEL-CL pero esta vez sobre la parte izquierda donde la placa cuarto de onda orientada a -45° con respecto al eje director del modulador produce un cambio de polarización que invierte las componentes de polarización vertical y horizontal que se tenían inicialmente. Entonces la componente vertical que en el principio no se afectaba por el MEL-CL ahora se convierte en la componente horizontal que incide en la parte derecha del modulador y deberá ser modulada por la señal de fase que está codificada sobre esta parte del modulador. En contraste, la componente horizontal que lleva codificado un patrón de fase debido a la primera reflexión ahora se convierte en la componente de polarización lineal vertical y no es afectada por el MEL-CL PLUTO-VIS.

Un segundo espejo (colocado antes de placa $\lambda/4$ orientada a 45° se coloca para direccionar el haz reflejado.

Para analizar estos haces son enviados a la cámara CCD a través de un polarizador lineal orientado en dirección del eje x . El campo a la salida está caracterizado por el vector de Jones (4.15)

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(n\phi + \phi_o) \\ -\cos(n\phi + \phi_o) \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

donde la primera matriz es la matriz de Jones que caracteriza a un polarizador lineal orientado en dirección del eje x ; desarrollando el producto de matrices en (4.15) obtenemos

$$\mathbf{E}_{out} = \cos(n\phi + \phi_o) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

La intensidad del campo anterior está expresada por la ecuación

$$I = \mathbf{E}\mathbf{E}^* = \cos^2(n\phi + \phi_o), \quad (4.15)$$

haciendo uso de la identidad trigonométrica

$$\cos 2\theta = 2\cos^2(\theta) - 1, \quad (4.16)$$

la expresión (4.16) se puede reescribir como

$$I(x, y) = \frac{1}{2}[1 + \cos 2(n\phi + \phi_o)]. \quad (4.17)$$

La Ec. (4.17) indica que en el patrón de polarización se obtendrán $2n$ áreas brillantes que pueden ser rotadas ajustando la diferencia de fase $2\phi_o$. Rotando el analizador un ángulo θ , la Ec. (4.15) es reescrita de la siguiente manera

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(n\phi + \phi_o) \\ -\cos(n\phi + \phi_o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(\phi_o + \theta + \phi n) \sin \theta \\ \cos(\phi_o + \theta + \phi n) \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

**CAPÍTULO 4. TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS CON
USO DEL MODULADOR PLUTO-VIS**
4.3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

donde la primera matriz es la matriz de Jones que caracteriza a un polarizador rotado un ángulo θ . La intensidad característica del campo expresado por la Ec. (4.20) está dada por

$$I = \mathbf{E}\mathbf{E}^* = \cos^2(\phi_o + \theta + n\phi), \quad (4.19)$$

de igual forma usando (4.18) reescribimos la Ec. (4.21)

$$I(x, y) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\phi_o + 2n\phi - 2\theta)]. \quad (4.20)$$

Para haces CV de alto orden se cambia el valor de la carga topológica n , es decir $n > \pm 1$ considerando que $\phi_o=0$ y $n=2$ y 5 , los patrones de polarización simulados se muestra en la Fig. 4.4; la orientación del analizador fue $\theta = 60^\circ$.

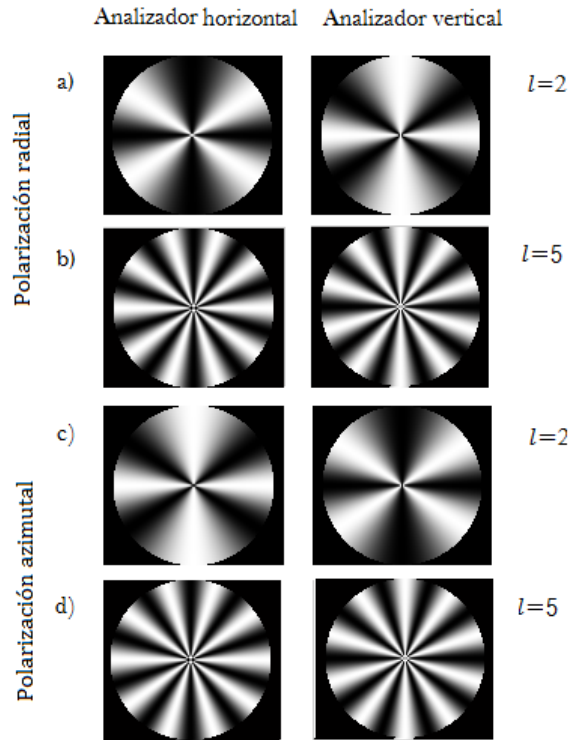


Figura 4.4: Patrones de polarización para haces CV, a)Polarización radial, $\phi_o = \frac{\pi}{2}$ y $n=2$, b)Polarización radial, $\phi_o = \frac{\pi}{2}$ y $n=5$, c)Polarización azimutal, $\phi_o=0$ y $n=2$ y d)Polarización azimutal, $\phi_o = 0$ y $n=5$.

En la Fig. 4.4 se muestra la distribución del campo óptico, el número de pétalos o lóbulos brillantes es igual a $2n$, y como se mencionó anteriormente el número de lóbulos o zonas brillantes es igual al doble de la carga topológica, y la distribución del campo azimutal es contrario al la distribución del campo radial, es decir las zonas brillantes de los patrones de polarización radial en polarización azimutal representan zonas oscuras.

Lo dicho anteriormente se puede verificar en la Fig. 4.5, en ella se muestran la distribuciones de intensidad que fueron obtenidas experimentalmente.

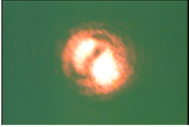
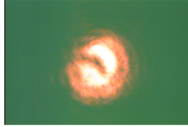
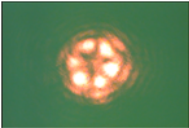

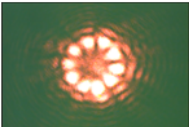
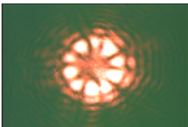
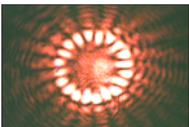
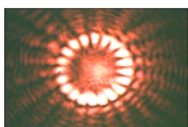
n	radial	azimutal
1		
3		
5		
10		

Figura 4.5: Patrones de polarización para haces CV experimentales, columna izquierda polarización radial, $\phi_o = \frac{\pi}{2}$ y $n=1,3,5$ y 10. Columna derecha polarización azimutal, $\phi_o = 0$ y $n=1,2,5$ y 10.

La Fig. 4.5 representa la distribución de intensidad de campos polarizados radialmente y azimutalmente con cargas topológicas $n=1, 3, 5$ y 10, para cada caso se observa que el número de zonas brillantes ó oscuras es igual al doble de la carga topológica para todos los casos así mismo, las zonas brillantes en un haz polarizado radialmente en haces polarizados azimutalmente representan zonas oscuras.

Para verificar que los haces obtenidos efectivamente estan polarizados radialmente o azimutalmente en el próximo capítulo trataremos el problema de enfocamiento, y también se mencionarán las grandes ventajas de usar haces CV al tratar dicho problema.

4.4. Conclusiones

En este capítulo fue descrita la técnica experimental para generar haces vectoriales cilíndricos, en particular se generaron haces vectoriales radiales y azimutales empleando el modulador de cristal líquido PLUTO-VIS. Comparando con una técnica popular reportada en la literatura el método propuesto está libre de factores de fase que afectan la modulación de polarización de forma indeseable.

Los resultados experimentales confirman que los haces vectoriales con polarización radial y polarización azimutal fueron obtenidos exitosamente utilizando el modulador PLUTO-VIS.

Capítulo 5

Enfocamiento de haces CV

En este capítulo se considera una de las muy prometedoras aplicaciones de haces CV con polarización cilíndrica, precisamente su aplicación en el problema de enfocamiento de luz. El enfocamiento de luz tiene una gran importancia tanto en estudios fundamentales como en aplicaciones técnicas. Microscopía, litografía, almacenamiento óptico de datos, atrapamiento óptico de partículas son solamente algunas de las áreas en las cuales se utiliza la luz enfocada.

Como es bien conocido, la eficacia de enfocamiento de luz depende tanto de la calidad del sistema óptico, como de las propiedades de iluminación utilizada. Recientemente han sido publicados muchos trabajos dedicados a la influencia de la polarización inhomogénea al proceso de enfocamiento. [28-34]. Sin embargo no encontramos análisis analítico completo del problema en cuestión. Aquí tratamos de completar este hueco. Como un punto de partida y referencia consideramos el caso de enfocamiento de luz con polarización homogénea lineal.

5.1. Enfocamiento de haz con polarización lineal homogénea

Consideremos el problema de enfocamiento de una onda plana monocromática linealmente polarizada por medio de una lente aplanática esférica como se muestra en la Fig. 5.1.

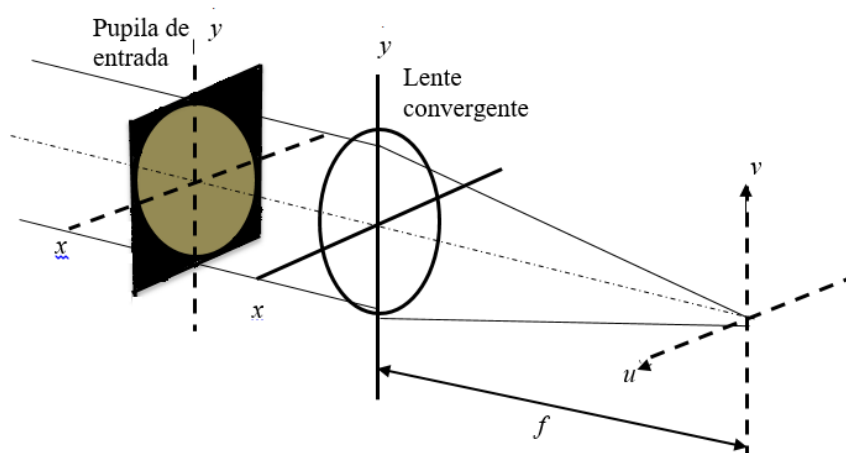


Figura 5.1: Sistema óptico para llevar a cabo el enfocamiento de haces.

Si la dirección de polarización del campo incidente coincide con el eje x o y , entonces el problema puede ser resuelto analíticamente en el marco de la teoría escalar de difracción de Rayleigh-Sommerfeld. Como es bien conocido [16], la señal óptica en el plano focal posterior de la lente

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.1. ENFOCAMIENTO DE HAZ CON POLARIZACIÓN LINEAL HOMOGÉNEA

puede ser representado por

$$E(u, v) = \frac{E_o}{i\lambda f} \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f}(u^2 + v^2)\right] \int \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(ux + vy)\right] dx dy, \quad (5.1)$$

donde E_o y λ son la amplitud y la longitud de onda incidente respectivamente, f y $P(x, y)$ son la distancia focal y pupila de entrada de la lente.

Utilizamos coordenadas polares en los planos (x, y) y (u, v) , es decir.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2}, & x &= r \cos \theta \\ \theta &= \arctan \frac{y}{x}, & y &= r \sin \theta \\ \rho &= \sqrt{u^2 + v^2}, & u &= \rho \cos \phi \\ \phi &= \arctan \frac{v}{u}, & v &= \rho \sin \phi, \end{aligned} \quad (5.2)$$

y consideramos que la pupila de entrada tiene una forma circular con radio R , es decir

$$P(x, y) \equiv P(r) = \text{circ} \left(\frac{r}{R} \right). \quad (5.3)$$

En este caso (5.1) puede ser escrita como

$$E(\rho, \phi) = \frac{E_o}{i\lambda f} \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f}\rho^2\right] \int_0^{2\pi} \int_0^R \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho \cos(\theta - \phi)\right] r dr d\theta. \quad (5.4)$$

Utilizando la representación

$$J_o(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i\alpha \cos(\theta - \phi)] d\theta, \quad (5.5)$$

donde $J_o(\alpha)$ es la función de Bessel de primer tipo y de orden cero obtenemos

$$E(\rho, \phi) = E_o \frac{2\pi}{i\lambda f} \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda f}\rho^2\right) \int_0^R r J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda f}\rho r\right) dr. \quad (5.6)$$

Finalmente, haciendo uso de la identidad

$$\int_0^x \xi J_o(\xi) d\xi = x J_1(x) \quad (5.7)$$

donde $J_1(x)$ es la función de Bessel de primer tipo y de orden 1, tenemos

$$E(\rho, \phi) = -iE_o R \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda f}\rho^2\right) \frac{J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda f}R\rho\right)}{\rho}. \quad (5.8)$$

Entonces, la intensidad óptica en el plano focal de la lente tiene la distribución

$$I(\rho) = |E(\rho, \theta)|^2 \propto \frac{J_1^2\left(\frac{2\pi}{\lambda f}R\rho\right)}{\rho^2}. \quad (5.9)$$

Introduciendo la notación para describir la apertura numérica, $\text{NA} = \frac{R}{f}$ para aproximación paraxial, (5.9) puede ser reescrita como

$$I(\rho) \propto \frac{J_1^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \text{NA} \rho\right)}{\rho^2}. \quad (5.10)$$

La gráfica de la función $\frac{J_1^2(x)}{x^2}$, donde $x = \frac{2\pi}{\lambda} \text{NA} \rho$, se muestra en la Fig. 5.2.

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV

5.1. ENFOCAMIENTO DE HAZ CON POLARIZACIÓN LINEAL HOMOGÉNEA

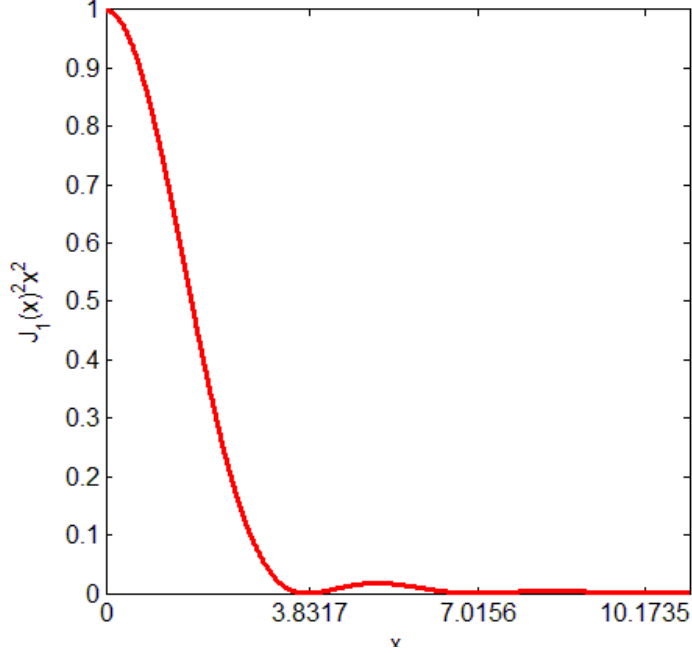


Figura 5.2: Función $\frac{J_1^2(x)}{x^2}$.

De acuerdo a esta gráfica, el tamaño de la mancha focal puede ser evaluada utilizando el valor doble del primer cero de la función, es decir, cuando $x = \frac{2\pi}{\lambda} \text{NA}\rho \approx 3,83$. Entonces

$$\begin{aligned} \Delta\rho &= 2\left(\frac{3,83\lambda}{2\pi \text{NA}}\right) \\ &= 1,22\frac{\lambda}{\text{NA}}. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Notamos que el valor de (5.11) es conocido comunmente como el límite de resolución de Rayleigh causado por difracción.

Para un valor típico $\text{NA}=0,1$, $\Delta\rho_{\min}=12,2\lambda$.

Recientemente fue mostrado que el límite dado por la Ec. (5.11) puede ser superado con el uso de una apertura anular delgada en lugar de una pupila circular de entrada [35]. Aproximando la transmitancia de esta apertura por medio de la función δ de Dirac, es decir

$$P(r) = \delta(r - R), \tag{5.12}$$

la Ec. (5.1) puede ser reescrita como

$$E(\rho, \varphi) = \frac{E_o}{i\lambda f} \exp(i\frac{\pi}{\lambda f}\rho^2) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \delta(r - R) \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda f}r\rho \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta. \tag{5.13}$$

Calculando las integrales en (5.13) con uso de la propiedad de filtración de la función δ y con la relación de Bessel (5.5), tenemos

$$E(\rho, \varphi) = \frac{E_o}{i\lambda f} \exp(i\frac{\pi}{\lambda f}\rho^2) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda f}R\rho\right). \tag{5.14}$$

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.1. ENFOCAMIENTO DE HAZ CON POLARIZACIÓN LINEAL HOMOGÉNEA

Respectivamente, la intensidad óptica en el plano focal de la lente tiene la distribución

$$I(\rho) \propto J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NA\rho\right). \quad (5.15)$$

La gráfica de la función $J_0^2(x)$, donde $x = \frac{2\pi}{\lambda}NA\rho$, se muestra en la Fig. 5.3.

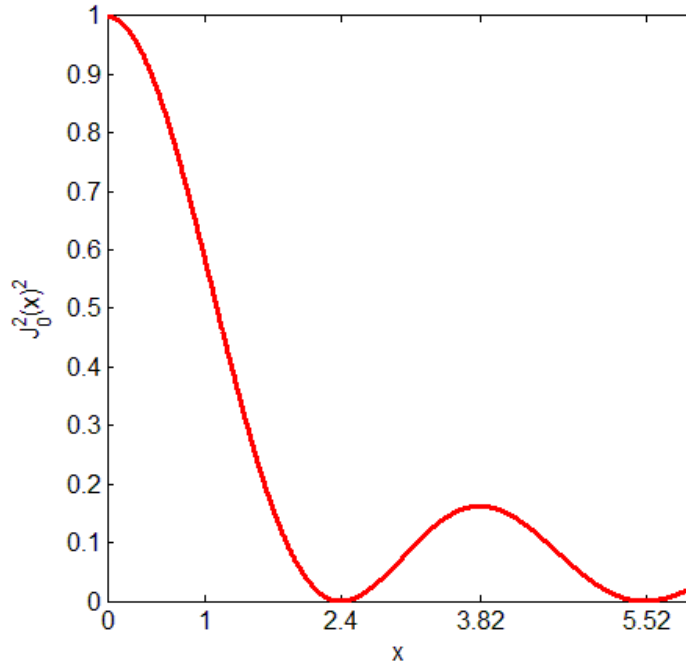


Figura 5.3: Función $J_0^2(x)$.

De acuerdo con esta gráfica el tamaño de la mancha focal puede ser evaluada utilizando el valor doble del primer cero de la función $J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NA\rho\right)$, es decir, cuando $\frac{2\pi}{\lambda}NA\rho=2.4$, entonces

$$\begin{aligned} \Delta\rho_{min} &= 2\left(\frac{2,4\lambda}{2\pi NA}\right) \\ &= 0,76\frac{\lambda}{NA} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Es importante mencionar que para una longitud de onda λ fija, el valor $\Delta\rho_{min}$ es menor cuando la apertura numérica NA es mas grande, pero para un valor de NA grande la aproximación paraxial utilizada en el análisis anterior del proceso de enfocamiento es inconsistente y la ecuación (5.16) para calcular el tamaño de la mancha focal en general no es correcta.

Para un valor típico $NA=0.1$, cuando la Ec. (5.16) es justa, $\Delta\rho_{min}=7.6\lambda$, es decir, $\Delta\rho_{min}$ es 1.6 veces menor que el valor de (5.11).

5.2. Enfocamiento de haces con polarización cilíndrica

Continuamos con el problema de enfocamiento de una onda plana monocromática pero esta vez considerando que el campo incidente tiene la polarización inhomogénea cilíndrica, y además vamos a considerar que la lente usada para el enfocamiento tiene una apertura numérica grande. Como se sabe, en este caso el proceso de enfocamiento puede ser descrito en el marco de la teoría vectorial de difracción de Richards-Wolf [36,37]. Conforme a esta teoría el campo eléctrico en el punto $\mathbf{Q} = (x, y, z)$ cerca del plano focal puede ser calculado mediante la aproximación de Debye como:

$$\mathbf{E}_Q \propto \int \int_{\Omega} \mathbf{T}(\mathbf{S}) \exp[i\frac{2\pi}{\lambda}(S_x x + S_y y + S_z z)] dS_x dS_y, \quad (5.17)$$

donde $\mathbf{S}=(S_x, S_y, S_z)$ es el vector unitario a lo largo de un rayo típico, Ω es el ángulo sólido formado por todos los rayos geométricos, $\mathbf{T}(\mathbf{S})$ es una distribución vectorial la cual toma en cuenta la polarización, fase y amplitud en la pupila de entrada. La geometría correspondiente a la Ec. (5.11) se muestra en la Fig. 5.4.

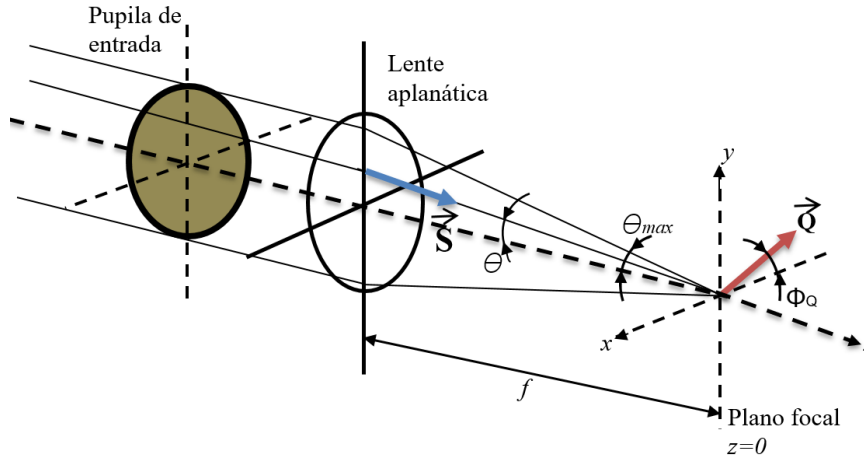


Figura 5.4: Geometría de enfocamiento de un haz polarizado.

Representamos los vectores \mathbf{S} y \mathbf{Q} en el sistema de coordenadas esféricas con el origen en el punto focal, es decir

$$S_x = \sin \theta \cos \phi, \quad S_y = \sin \theta \sin \phi, \quad S_z = \cos \theta, \quad (5.18)$$

$$x = \rho_Q \sin \theta_Q \cos \phi_Q, \quad y = \rho_Q \sin \theta_Q \sin \phi_Q, \quad z = \rho_Q \cos \theta_Q. \quad (5.19)$$

Además denotamos

$$r = \rho_Q \sin \theta_Q \quad (5.20)$$

como la proyección del vector \mathbf{Q} sobre el plano focal.

Sustituyendo las Ecs. (5.18)-(5.20) en la Ec. (5.17) obtenemos

$$\mathbf{E}_Q \propto \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \mathbf{T}(\theta, \phi) \exp[i\frac{2\pi}{\lambda} r \sin \theta \cos(\phi - \phi_Q) + i\frac{2\pi}{\lambda} z \cos \theta] \sin \theta d\theta d\phi. \quad (5.21)$$

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.2. ENFOCAMIENTO DE HACES CON POLARIZACIÓN CILÍNDRICA

La Ec. (5.21) es básica en nuestro siguiente análisis. Para calcular las integrales en la Ec. (5.21) primeramente tenemos que encontrar la expresión general para la función $T(\theta, \phi)$. En el caso general esta puede ser representada como

$$\mathbf{T}(\theta, \phi) = \mathbf{P}(\theta, \phi)P(\theta, \phi), \quad (5.22)$$

donde $\mathbf{P}(\theta, \phi)$ es el vector de polarización y $P(\theta, \phi)$ es la amplitud de la luz en la pupila de la lente. El vector de polarización puede ser escrito como [38]

$$\mathbf{P}(\theta, \phi) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{R}\mathbf{P}_o, \quad (5.23)$$

donde

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.24)$$

describe la rotación del sistema de coordenadas alrededor del eje óptico,

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (5.25)$$

describe los cambios de polarización en propagación a través de la lente, y

$$\mathbf{P}_o = \begin{pmatrix} a(\theta, \phi) \\ b(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \quad (5.26)$$

es la polarización de la luz incidente.

Sustituyendo (5.24)-(5.26) en (5.23), encontramos

$$\mathbf{P}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} a[\cos \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi] + b[\cos \theta \sin \phi \cos \phi - \sin \phi \cos \phi] \\ a[\cos \theta \cos \phi \sin \phi - \sin \phi \cos \phi] + b[\cos^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \phi] \\ -\sin \theta[a \cos \phi + b \sin \phi] \end{pmatrix}, \quad (5.27)$$

Para simplificar el cálculo de integrales en la Ec. (5.21) y tener resultados comparables con los resultados obtenidos en la sección anterior aceptamos que la función de pupila $P(\theta, \phi)$ puede ser aproximada por la función δ , es decir

$$P(\theta, \phi) \approx \delta(\theta - \theta_{max}). \quad (5.28)$$

Ahora consideramos dos casos particulares importantes de la polarización cilíndrica del haz incidente, precisamente la polarización radial y la polarización azimutal de orden n .

Polarización radial de orden n

En este caso podemos escribir

$$a(\theta, \phi) = \cos n\phi \quad (5.29)$$

y

$$b(\theta, \phi) = \sin n\phi. \quad (5.30)$$

Con esto la Ec. (5.27) se reduce a

$$\mathbf{P}^{rad}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos n\phi \\ \cos \theta \sin n\phi \\ \sin \theta \end{pmatrix}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.31)$$

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.2. ENFOCAMIENTO DE HACES CON POLARIZACIÓN CILÍNDRICA

Sustituyendo (5.28) y (5.31) en (5.1) y aplicando la propiedad de filtración de la función δ , obtenemos

$$\mathbf{E}^{rad} \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}z \cos \theta_{max}) \sin \theta_{max} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \cos \theta_{max} \cos n\phi_Q \\ \cos \theta_{max} \sin n\phi_Q \\ \sin \theta \end{pmatrix} \exp[i\frac{2\pi}{\lambda}r \sin \theta_{max} \cos(\phi - \phi_Q)] d\phi. \quad (5.32)$$

Utilizando las relaciones de Bessel

$$\int_0^{2\pi} \exp[i\alpha \cos(\alpha - \phi)] d\phi = 2\pi J_0(\alpha), \quad (5.33)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos n\phi \exp[i\alpha \cos(\phi - \gamma)] d\phi = 2\pi i^n J_n(\alpha) \cos n\gamma, \quad (5.34)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin n\phi \exp[i\alpha \cos(\phi - \gamma)] d\phi = 2\pi i^n J_n(\alpha) \sin n\gamma, \quad (5.35)$$

encontramos las componentes del vector \mathbf{E}^{rad} :

$$E_x \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}z \cos \theta_{max}) \cos \theta_{max} \cos n\phi_Q J_n(\frac{2\pi}{\lambda}r \sin \theta_{max}), \quad (5.36)$$

$$E_y \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}z \cos \theta_{max}) \sin \theta_{max} \sin n\phi_Q J_n(\frac{2\pi}{\lambda}r \sin \theta_{max}), \quad (5.37)$$

$$E_z \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}z \cos \theta_{max}) \sin \theta_{max} J_0(\frac{2\pi}{\lambda}r \sin \theta_{max}). \quad (5.38)$$

Reescribiendo las Ecs. (5.36)-(5.38) en términos de apertura numérica ($NA = \sin \theta_{max}$ para una lente en el aire), obtenemos

$$E_x^{rad} \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-NA^2}z) \sqrt{1-NA^2} \cos n\phi_Q J_n(\frac{2\pi}{\lambda}NAr), \quad (5.39)$$

$$E_y^{rad} \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-NA^2}z) NA \sin n\phi_Q J_n(\frac{2\pi}{\lambda}NAr), \quad (5.40)$$

$$E_z^{rad} \propto \exp(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-NA^2}z) NA J_0(\frac{2\pi}{\lambda}NAr). \quad (5.41)$$

Finalmente encontramos la intensidad del campo eléctrico en el plano focal de la lente ($z=0$):

$$\begin{aligned} I^{rad}(r) &= |E_x^{rad}|^2 + |E_y^{rad}|^2 + |E_z^{rad}|^2 \\ &\propto J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right) + \left|1 - \frac{1}{NA^2}\right| J_n^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right). \end{aligned} \quad (5.42)$$

Las gráficas de la función (5.42) para diferentes n se muestran en la Fig. 5.5.

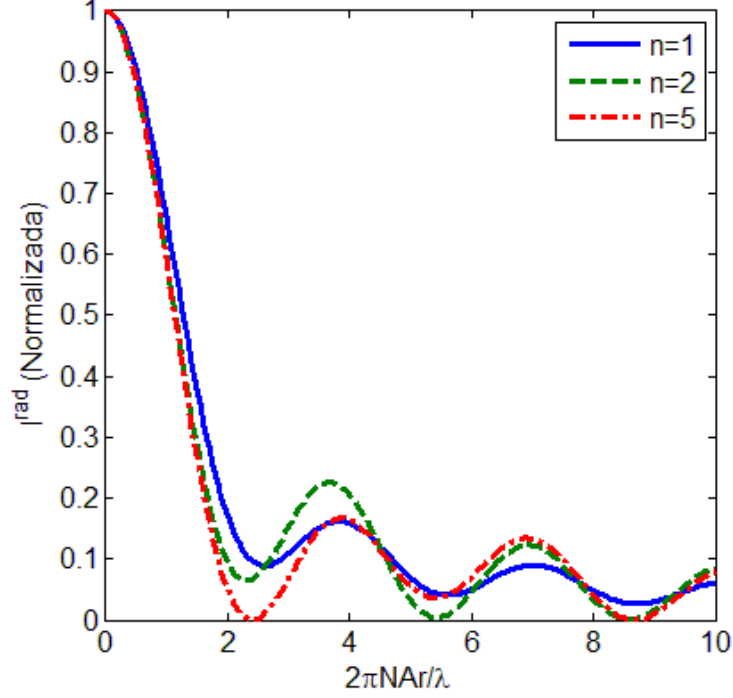


Figura 5.5: Función $J_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right) + \left|1 - \frac{1}{NA^2}\right| J_n^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right)$.

Notamos que el tamaño de la mancha focal de nuevo puede ser evaluada por el valor doble del primer cero de la función $J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right)$ dado por la Ec. (5.16), pero por esta vez con NA arbitraria. Para un valor crítico $NA=1$, $\Delta r_{min}^{rad} = 0.76 \lambda$. Este valor es diez veces menor que en el caso de iluminación con polarización lineal. La siguiente disminución del tamaño de la mancha focal puede ser obtenida usando una lente sumergida en un medio de inmersión con índice de refracción mayor a 1. Así en el caso de inmersión con índice de refracción 2, $\Delta r_{min}^{rad} = 0.38\lambda$.

Polarización azimutal de orden n

En este caso podemos escribir

$$a(\theta, \phi) = \sin n\phi, \tag{5.43}$$

$$b(\theta, \phi) = -\cos n\phi, \tag{5.44}$$

Con esto la Ec. (5.27) se reduce a

$$\mathbf{P}^{azi}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \sin n\phi \\ -\cos n\phi \\ 0 \end{pmatrix}, n = 1, 2, 3, \dots \tag{5.45}$$

Por analogía con lo anterior encontramos que la intensidad del campo eléctrico en el plano focal de la lente ($z=0$) es:

$$I^{azi}(r) = |E_x^{azi}|^2 + |E_y^{azi}|^2 + |E_z^{azi}|^2 \\ \propto J_n^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}NAr\right). \tag{5.46}$$

Las gráficas de la función $J_n^2(x)$ para diferentes n se muestran en la figura 5.5.

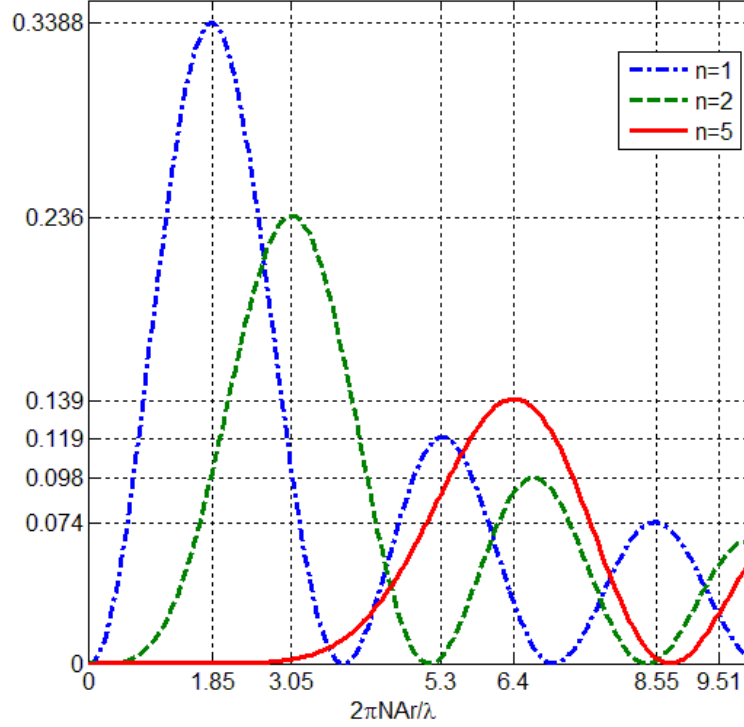


Figura 5.6: Función $J_n^2(x)$.

Como podemos ver de estas gráficas en el caso de polarización azimutal en el plano focal de la lente en lugar de una mancha brillante centrada en el origen se obtiene un sistema de anillos brillantes con manchas oscuras en el centro. El anillo mas pequeño tiene el diámetro igual al valor doble del primer máximo de la función $J_1(\frac{2\pi}{\lambda}NAr)$, es decir, cuando $\frac{2\pi}{\lambda}NAr=1.85$.

Entonces

$$\Delta r_{min}^{azi} = 2 \left(\frac{1,85\lambda}{2\pi NA} \right) = 0,59 \frac{\lambda}{NA}. \quad (5.47)$$

5.3. Experimentos y resultados

Para comprobar los resultados teóricos de las sección anterior realizamos los cuatro siguientes experimentos de enfocamiento de un haz láser. El arreglo experimental que se utilizó se muestra en la Fig. 5.7.

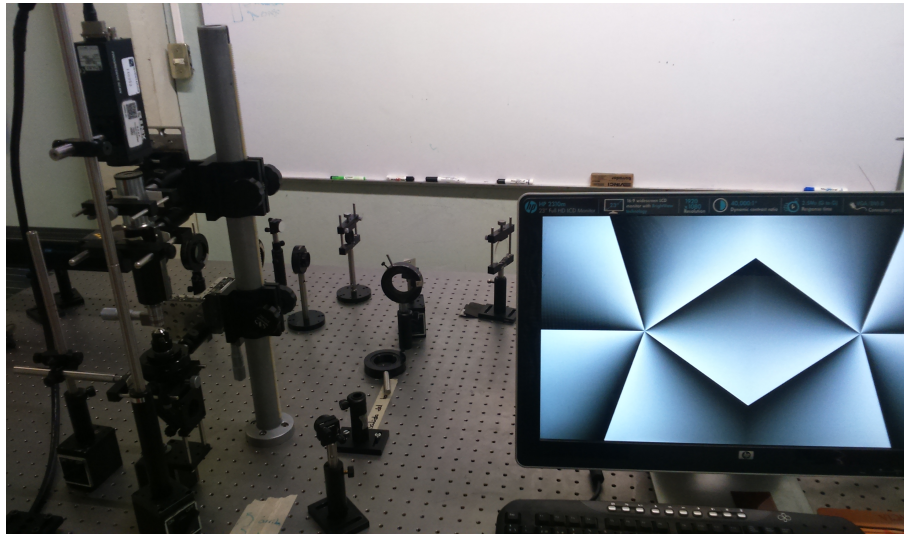


Figura 5.7: Arreglo experimental para llevar a cabo el proceso de enfocamiento.

Experimento 1.

En este experimento, utilizamos como fuente de iluminación un haz de luz linealmente polarizado proveniente de un láser He-Ne modelo 25-LHP-828-249, el cual pertenece a la marca Melles Griot, con longitud de onda $\lambda=0.632 \mu\text{m}$, registrando a la salida una potencia de 20 mW y un diámetro 0.5 mm, como lente de enfocamiento utilizamos un objetivo de microscopio de la marca Thorlabs, magnificación 4X y $\text{NA}=0.1$, para este experimento utilizamos una pupila de entrada circular de diámetro $r=2 \text{ mm}$.

Experimento 2.

En este segundo experimento utilizamos la misma fuente de iluminación y un objetivo de microscopio con $\text{NA}=0.1$, dicho objetivo de microscopio pertenece a la marca Thorlabs y proporciona una magnificación de 4X. La diferencia entre este experimento y el experimento 1 es que reemplazamos la abertura circular por una abertura de entrada de forma anular de radio $R=2 \text{ mm}$ y ancho del anillo $\Delta r=1 \text{ mm}$.

Experimento 3.

En este experimento, utilizamos la técnica descrita en el capítulo 2 usando como fuente de iluminación un haz radialmente polarizado y como lente de enfocamiento usamos un objetivo de microscopio de la marca y modelo Olympus MDPLAN con magnificación 80X y $\text{NA}=0.9$, nuestra pupila de entrada fue una en forma anular, radio $R=2 \text{ mm}$ y ancho del anillo $\Delta r=1 \text{ mm}$.

Experimento 4.

En este último experimento, utilizamos como fuente de iluminación un haz de luz polarizado azimutalmente, usamos un objetivo de microscopio de la marca y modelo Olympus MDPLAN con magnificación 80X y $\text{NA}=0.9$, nuestra pupila de entrada fue una en forma anular, radio $R=2 \text{ mm}$ y ancho del anillo $\Delta r=1 \text{ mm}$.

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Para registrar los datos experimentales se utiliza el microscopio de alta resolución en base al objetivo de microscopio de inmersión (perteneciente a la marca Thorlabs) con magnificación de 100X y NA=1.25.

La imagen final obtenida por la cámara CCD fue desplegada a la pantalla de la computadora, para realizar las mediciones del tamaño de la mancha focal en los experimentos fue hecha la previa calibración de escala de mediciones geométricas, esto fue logrado por el registro del espectro de Fourier de una rejilla de difracción de amplitud cosenoidal con frecuencia espacial p_o , el perfil de intensidad de dicho espectro se muestra en la Fig. 5.8.

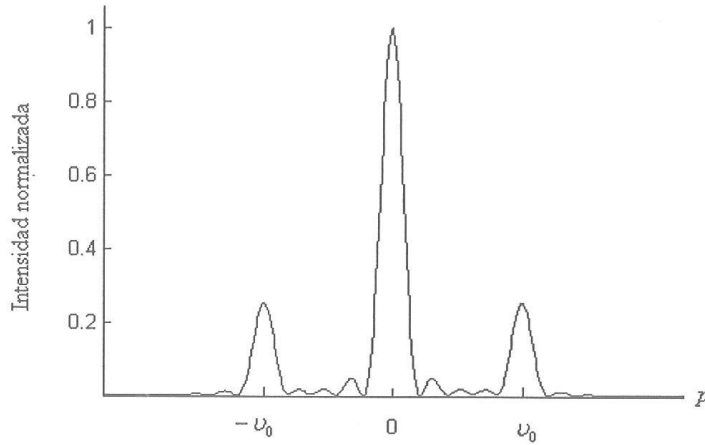


Figura 5.8: Perfil de intensidad del espectro de Fourier para una rejilla de amplitud cosenoidal con frecuencia espacial p_o

La distancia de separación entre el máximo principal y el primer máximo secundario de la gráfica se calcula mediante la Ec. (5.48).

$$\Delta u = \lambda f p_o, \tag{5.48}$$

Sustituyendo los valores correspondientes de λ , f y p_o , la distancia de separación resulta:

$$\Delta u = (0,633\mu\text{m})(30000\mu\text{m})\frac{5}{1000\mu\text{m}} = 94,9\mu\text{m}. \tag{5.49}$$

La distribución de intensidad del espectro de Fourier para la rejilla de $p_o=5$ lpmm y utilizando un objetivo de microscopio de NA=0.1 se muestra en la Fig. 5.9.

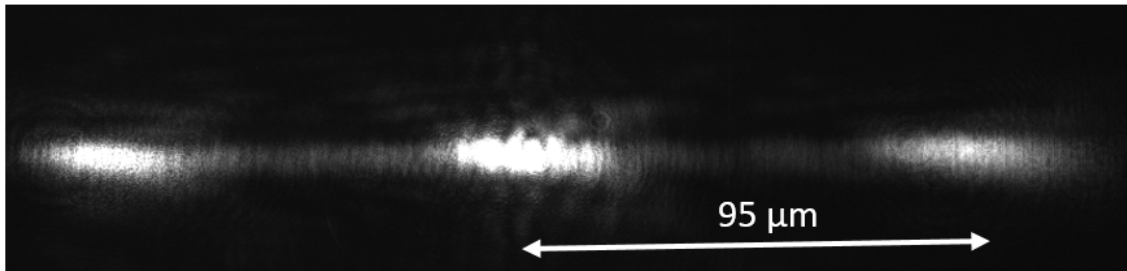


Figura 5.9: Distribución de intensidad del espectro de Fourier para una rejilla de amplitud cosenoidal con frecuencia espacial $p_o=5$ lpmm y NA=0.1

CAPÍTULO 5. ENFOCAMIENTO DE HACES CV
5.3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Las distribuciones de intensidad registradas en el procesamiento de enfocamiento de luz linealmente polarizada utilizando una pupila circular y una pupila anular se muestran en la figura 5.10.

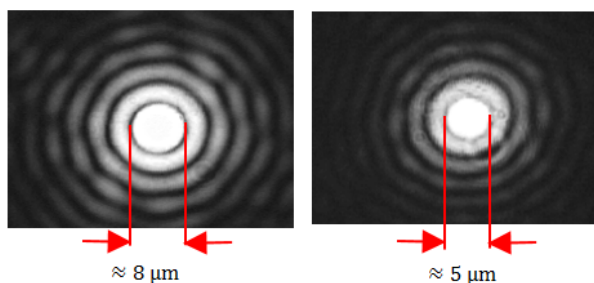


Figura 5.10: Distribución de intensidad para polarización lineal y abertura circular (lado izquierdo). Polarización lineal y abertura anular(lado derecho), en ambos casos se utilizó un objetivo de microscopio con NA=0.1 y una pupila anular

Por otro lado, la separación entre el máximo principal y el primer máximo secundario para la misma rejilla ($p_o=5$ lpmm), y utilizando un objetivo de microscopio con NA=0.9 resulta:

$$\Delta u = (0,633\mu\text{m})(2220\mu\text{m})\frac{5}{1000\mu\text{m}} = 6,97\mu\text{m}. \quad (5.50)$$

EL espectro de Fourier para dicha rejilla se muestra en la Fig. 5.11.

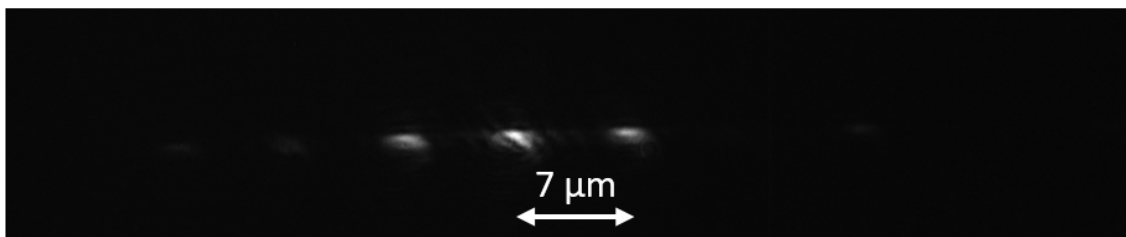


Figura 5.11: Distribución de intensidad del espectro de Fourier para una rejilla de amplitud coseoidal con frecuencia espacial $p_o=5$ lpmm y NA=0.9

Para un haz radialmente polarizado y de orden $n=5$ el primer cero se encuentra cuando $\frac{NA2\pi}{\lambda} = 0,267\mu\text{m}$, por lo que el tamaño de la mancha focal mide:

$$\Delta r = \frac{0,268\mu\text{m}\lambda}{\pi NA} \approx 0,06\mu\text{m}, \quad (5.51)$$

mientras que para un haz azimutalmente polarizado el tamaño de la mancha focal oscura mide

$$\Delta r = \frac{0,717\mu\text{m}\lambda}{\pi NA} \approx 0,16\mu\text{m}. \quad (5.52)$$

El coeficiente lineal del despliegue del plano focal del sistema óptico de enfocamiento (tanto para polarización lineal como para polarización cilíndrica) en la pantalla de observación puede ser calculado mediante la expresión

$$K = \frac{\Delta u}{\lambda f p_o} \quad (5.53)$$

Las distribuciones de intensidad registradas durante el proceso de enfocamiento con polarización radial y polarización azimutal se muestran a continuación, en ambos casos se utilizó una pupila anular con las características mencionadas anteriormente.

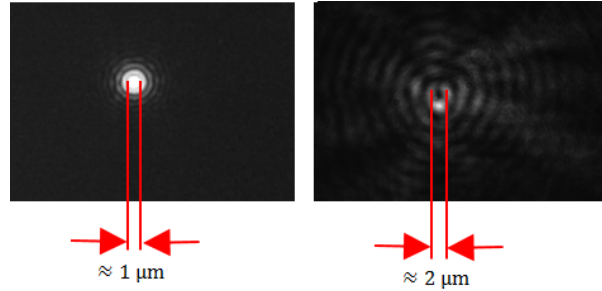


Figura 5.12: Distribución de intensidad para polarización radial y abertura anular, (lado izquierdo). Distribución de intensidad para polarización azimutal y abertura anular, (lado derecho; en ambos casos se utilizó una pupila anular y un objetivo de microscopio con con NA=0.9

Los resultados cuantitativos de los 4 experimentos realizados se muestran en la tabla 5.1.

Tipo de polarización	Pupila	NA	Δr teórico	Δr experimental
Lineal	Circular con $r=2$ mm	0.1	$7.72 \mu\text{m}$	$\approx 8 \mu\text{m}$
Lineal	Anular con $\Delta\rho=1$ mm	0.1	$4.81 \mu\text{m}$	$\approx 5 \mu\text{m}$
Radial	Anular con $\Delta\rho=1$ mm	0.9	$0.06 \mu\text{m}$	$\approx 1 \mu\text{m}$
Azimutal	Anular con $\Delta\rho=1$ mm	0.9	$0.16 \mu\text{m}$	$\approx 2\mu\text{m}$

Tabla 5.1: Analisis cuantitativo de resultados.

Como se puede observar en las figuras 5.10 y 5.12, los resultados experimentales concuerdan con las predicciones teóricas calculadas con las ecuaciones 5.11, 5.16, 5.51 y 5.52. Las diferencias entre los resultados experimentales y teóricos se explican por errores del experimento, es decir, errores de generación de los haces vectoriales cilíndricos, errores en la precisión de las mediciones, errores en calibración, etc., aún con estos factores los resultados obtenidos son satisfactorios ya que los valores obtenidos son proximos a los valores teóricos.

5.4. Conclusiones

En este capítulo se estudió la teoría referente a enfocamiento de campos con polarización homogénea y polarización inhomogénea, se realizaron 4 experimentos de enfocamiento y se obtuvieron resultados experimentales satisfactorios, como se puede ver en la imágenes al usar haces con polarización vectorial, en especial con polarización radial se obtiene que la mancha focal es mucho menor en comparación con la la mancha focal que se obtiene al usar luz linealmente polarizada, resultado que ya esperabamos en un principio. En el caso de polarización azimutal se forma una mancha oscura en el centro, esto es debido a que la componente z es nula durante el proceso de enfocamiento.

Capítulo 6

Conclusiones

Se presentó la teoría matemática para describir los estados de polarización homogéneos y no homogéneos, en particular los estados de polarización cilíndrica CV radiales y azimutales.

Fue descrita la técnica experimental para generar haces vectoriales radiales y azimutales empleando un modulador de cristal líquido. La técnica propuesta está libre de factores de fase que afectan la modulación de polarización de forma indeseable.

Por medio de la técnica propuesta fueron generados experimentalmente los haces vectoriales con polarización radial y polarización azimutal utilizando el modulador de reflexión PLUTO-VIS.

Se estudió la teoría referente al enfocamiento de campos con polarización homogénea y polarización inhomogénea. En este último caso fue necesario el estudio de la teoría de difracción de Richards-Wolf.

Se observó que al utilizar polarización radial la mancha focal es mucho menor en comparación a la obtenida al enfocar luz con polarización lineal.

Para el enfocamiento de un haz con polarización azimutal se forma una mancha oscura en el centro, esto es debido a que la componente z del campo incidente no tiene componente en esta dirección por lo que no al proceso de enfocamiento.

Bibliografía

- [1] Q. Zhan, "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications," en *Advanced in Optics and Photonics 1*, OSA, 1-57 (2009).
- [2] J. F. Bisson, J. Li, K. Ueda, and Y. Senatsky, "Radially polarized ring and arcbeams a neodymium laser with an intra-cavity axicon," *Opt. Express* 14, 3304-3311, (2006).
- [3] K. Yonezawa, and S. Sato, "Generation of a radially polarized laser beam by use of a conical Brewster prism," *Opt. Lett.* 30, 3063-3065, (2005).
- [4] K. Yonezawa, Y. Kosawa, and S. Sato, "Generation of a radially polarized laser beam by use of the birefringence of a c-cut Nd: YVO4 crystal", *Opt. Lett.* 31, 2151-2153, (2006).
- [5] G. Machavarini, Y. Lumer, I. Moshe, A Meir, S. Jackel, and N. Davidson, "Birefringence-induced bifocusing for selection of radially or azimuthally polarized laser modes," *Appl. Opt.* 46, 3304-3310, (2007).
- [6] Steve C. Tidwell, Dennis H. Ford, and Wayne D. Kimura, "Generating radially polarized beams interferometrically," *Applied Optics* 29, pp. 2234-2239, (1990). *Physics*, 9, pp. 1-20, (2007).
- [7] Sheng Liu, Peng Li, Tao Peng, and Jianlin Zhao, "Generation of arbitrary spatially variant polarization beams with a trapezoid Sagnac interferometer." *Optics Express*, 20, pp. 21715-21721, (2012).
- [8] Ze'ev Bomzon, Gabriel Biener, Vladimir Kleiner, and Erez Hasman, "Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings," *Optics Letters*, 27, pp. 285-287, (2002).
- [9] Christian Maurer, Alexander Jesacher, Severin Fürhapter, Stefan Bernet, and Monika Ritsch-Marte, "Tailoring of arbitrary optical vector beams," *New Journal of Physics*, 9, pp.1-20, (2007).
- [10] S. T. Wu and D. K. Yang, *Reflective Liquid Crystal Displays*, 1st ed. Chichester: John Wiley and Sons, (2001).
- [11] C. H. Gooch and H. A. Tarry, "Optical-Properties of Twisted Nematic Liquid Crystal Structures with Twist Angles Less Than 90 Degrees," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 8, pp. 1575-1584, (1975).
- [12] Xi Lin Wong, et. al., "Generation of arbitrary vector beam with a spatial light modulator and a commun path interferomtric arrangement.",*Opt. Lett.* 15, 3549-3551,(2207).
- [13] M. Schadt and W. Helfrich, "Voltage-Dependent Optical Activity of a Twisted Nematic Liquid Crystal," *Applied Physics Letters*, vol. 18, pp. 127-128, (1971).
- [14] Eugene Hecht, *Optica*, Addison Wesley Iberoamericana, 3ra Ed., (2000).

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

- [15] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, second edition, (1996).
- [16] Bahaa E.A Saleh y Malvin Carl Tech. Fundamentals of photonics. John Wiley and Sons, Inc., edition, (1991).
- [17] Lars Egil Helset, "Roles of polarization, phase and amplitude in solid immersion lens system.", Opt. Comm. 191, pp. 161-172, (2001).
- [18] Ostrovsky, A. S., Rickenstor-Parrao, C., and Arrizon, V., "Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator," Opt. Lett., 38, 354-356.
- [19] Qiwen Zhan, " Trapping metallic rayleigh particles with radial olarization.", Optics Express, 12, pp. 3377-3382. (2004).
- [20] P. Török, P. Varga, Z. Laczik, and G. R. Booker, "Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: an integral representation", Optical Society oamerica, 12, pp. 325-332, (1995).
- [21] Hanming Guo, Jiabi Chen, Songlin Zhuang, "Vector plane wave spectrum of an arbitrary polarized electromagnetic wave", Optics Espress 14, pp. 20,(2006).
- [22] P. Yeh and C. Gu, Optics of Liquid Crystal Displays, 1st ed. New York: John Wiley and Sons, (1999).
- [23] A. Yariv and P. Yeh, Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation, 2nd ed. New Jersey: John Wiley and Sons, (2003).
- [24] Jffrey A. Davis, Dylan E. MCNamara, Don M. Contrell, and Tomio Sonehara, "Two-dimensional polarization encoding with a phase-only liquid-crystal spatial light modulator.", Applied Optic 39, pp. 1549-1553, (2000).
- [25] Jeffrey A. Davis, Garrett H. Evans, and Ignacio Moreno, "Polarization-multiplexed diffractive optical elements with liquid-crystal displays.", Applied Optic 24, pp. 4049-4052, (2005).
- [26] Junli Qi, Xiujian Li, Weihua Wang, Xiaofeng Wang, Wenchao sun, "Generation and double-slit interference of higher-order vector beams.", Applied Optic 34, pp. 48369-8375, (2013).
- [27] Ignacio Moreno, A. Davis, Don M. Cottrell, and Ramiro Donoso, "Enconding high-order cylindrically polarized light beams", Applied Optics 24, pp. 5493-5501, (2014).
- [28] D. P Biss and T. G. Brown, " Cylindrical vector beam focusing through a dielectric interface", Optics Express 9, pp. 490497, (2001).
- [29] L. E. Helseth, " Focusing of evanescent vector waves", Optics Communications 283, pp. 29-33, (2010).
- [30] K. S. Youngworth and T. G. Brown, "Focusing og high numerical aperture cylindrical-vector beams", Optics Express, 2, pp. 77-87, (2000).
- [31] T. Grosjean, D. Courjon, "Smallest focal spot", Optics Communication, 272, pp. 314-319, (2007).
- [32] B. Richards and E. Wolf, "Electromagnetic diffraction in optical systems I. Structure of the image field in an aplanatisystem", Department of theoretical Physics, University of Manchester., 1959.
- [33] B. Richards and E. Wolf, "Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatisystem", Department of theoretical Physics, University of Manchester, pp.358., 1959.
- [34] L. E. Helseth, "Smallest focal hole", Optics Communications, 257, pp. 1-8, (2006).