



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

CARACTERIZACIÓN ÓPTICA NO LINEAL DE
COLORANTE ROJO DE METILO DISUELTO EN
DIFERENTES SOLVENTES

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Leslie Mariana Jiménez Schulz

Asesorada por

Dra. Emma Vianey García Ramírez

Puebla Pue.
17 de agosto de 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

CARACTERIZACIÓN ÓPTICA NO LINEAL DE
COLORANTE ROJO DE METILO DISUELTO EN
DIFERENTES SOLVENTES

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Leslie Mariana Jiménez Schulz

Asesorada por

Dra. Emma Vianey García Ramírez

Puebla Pue.
17 de agosto de 2024

Título: CARACTERIZACIÓN ÓPTICA NO LINEAL DE
COLORANTE ROJO DE METILO DISUELTO EN DIFERENTES
SOLVENTES

Estudiante: LESLIE MARIANA JIMÉNEZ SCHULZ

COMITÉ

Dr. Máximo Luis Arroyo Carrasco
Presidente

Dra. Marcela Maribel Mendez Otero
Secretario

Dr. Edmundo Reynoso Lara
Vocal

Vocal

Dra. Emma Vianey García Ramírez
Asesor

Índice general

Introducción	1
Resumen	3
1. Marco teórico	7
1.1. Ecuación de onda	7
1.1.1. Ecuaciones de Maxwell en el espacio libre	7
1.1.2. La ecuación de onda	8
1.1.3. Ondas monocromáticas	9
1.1.4. Ecuación de Helmholtz	10
1.1.5. Ecuación paraxial de Helmholtz	11
1.2. Haces gaussianos	11
1.2.1. Propiedades del haz gaussiano	13
1.3. Óptica lineal	14
1.3.1. Medios dieléctricos	15
1.3.2. Índice de refracción	17
1.3.3. Coeficiente de absorción lineal	18
1.4. Óptica no lineal	19
1.4.1. Polarización no lineal	19
1.4.2. Procesos ópticos no lineales de tercer orden	20
1.4.3. Índice de refracción dependiente de la intensidad	21
1.4.4. Efectos de auto-acción	21
2. Desarrollo experimental	23
2.1. Técnica de barrido en z	23
2.1.1. Modelo teórico de la técnica de barrido en z	24
2.1.2. Técnica de la navaja aplicada a un haz gaussiano	28
2.2. Materiales	31
2.2.1. Solute	32
2.2.2. Solventes	32
2.2.3. Espectrofotometría y absorbancia	35
2.2.4. Rojo de metilo con agua desionizada	37
2.2.5. Oro coloidal	40
2.2.6. Aceite de ricino	43
3. Desarrollo numérico	47
3.1. Modelo no local refractivo	47

4. Resultados	53
4.1. Agua desionizada con colorante rojo de metilo	53
4.1.1. $\lambda=488$ nm	53
4.1.2. $\lambda=514$ nm	54
4.2. Oro coloidal	56
4.2.1. $\lambda = 488$ nm	56
4.2.2. $\lambda=514$ nm	58
4.3. Aceite de ricino	62
4.3.1. $\lambda = 488$ nm	62
4.3.2. $\lambda=514$ nm	64
5. Conclusiones	67
A. Apéndice	69
A.1. Aplicación del método de descomposición gaussiana para la obtención del patrón de campo eléctrico resultante en la apertura	69
A.2. Valor de la transmitancia a través de la apertura	72
Bibliografía	73

Introducción

Hasta antes de la invención del láser se pensaba que las propiedades ópticas de los materiales, tales como el índice de refracción y el coeficiente de absorción, permanecían inalterables. Fue hasta los años 60 con la invención del láser por Maiman *et al* [1] que se observó la modificación de estas propiedades, dando pie al nacimiento de la óptica no lineal, que es la rama de la óptica que estudia la interacción de luz de alta intensidad con la materia. La generación de segundo armónico [2], el mezclado de ondas, el índice de refracción dependiente de la intensidad, entre otros, son ejemplos de fenómenos no lineales.

Cuando la luz de alta intensidad interactúa con un material óptico, los campos eléctricos de la luz son tan grandes que los términos no lineales de orden superior en la polarización del material son relevantes [3]. Por esta razón, es necesario conocer tanto las propiedades de los haces láser como las propiedades del material que se ven involucradas en la generación de fenómenos no lineales [4].

La óptica no lineal tiene aplicaciones significativas en áreas como las telecomunicaciones, el procesamiento de información, los láseres y la fotónica, donde el control preciso y la manipulación de la luz son esenciales [4]. La caracterización de las propiedades ópticas no lineales de los materiales es, por lo tanto, crucial para el desarrollo y la optimización de dispositivos y tecnologías tales como fibras ópticas, guías de onda y memorias ópticas.

De particular interés es el índice de refracción dependiente de la intensidad, que está contenido en los fenómenos no lineales de tercer orden. Dentro de las técnicas experimentales usadas para determinar el cambio en el índice de refracción inducido en un material se encuentra la técnica de Z-scan [5], que se ha convertido en una herramienta estándar para la medición de las propiedades ópticas no lineales de los materiales debido a su simplicidad y certeza para determinar propiedades ópticas características de un medio no lineal, tales como la magnitud y el signo del índice de refracción no lineal, así como el coeficiente de absorción no lineal. Esta técnica experimental se basa en la medición de la transmitancia de una muestra a lo largo de su eje de propagación (eje z) cuando se desplaza a través de un haz láser focalizado. Su simplicidad, alta sensibilidad y capacidad para proporcionar información cuantitativa hacen del Z-scan una elección preferida para estos estudios.

En el artículo [5], se propone una expresión analítica para la transmitancia normalizada. La obtención de esta expresión considera iluminación pulsada, cambios de fase menores a π y un medio tipo Kerr, es decir, un medio local. Sin embargo, no todos los materiales presentan este tipo de respuesta, por lo que es necesario implementar modelos numéricos que involucren la no localidad de la respuesta no lineal, cambios de fase mayores a π e iluminación continua.

Un medio local es aquel en donde la respuesta no lineal del material en un punto depende de la intensidad de la luz en ese punto, mientras que un medio no local depende de la intensidad de la luz en las inmediaciones de ese punto [6]. Recientemente se han desarrollado modelos numéricos

que consideran el cambio de fase no lineal fotoinducido en un haz gaussiano y la no localidad espacial del perfil de cambio de fase para poder reproducir apropiadamente curvas experimentales obtenidas por el método de Z-scan [7], en donde la no localidad se encuentra representado por el parámetro m , de manera que si $m = 2$ el medio se considera como local, pero si $m > 2$ o $m < 2$ el medio se considera no local. Los autores señalan que experimentalmente se ha observado que la no localidad espacial puede modificar las curvas típicas de Z-scan sin importar el valor del cambio de fase no lineal.

Un medio local es aquel en donde la respuesta no lineal del material en un punto depende de la intensidad de la luz en ese punto, mientras que un medio no local depende de la intensidad de la luz en las inmediaciones de ese punto [6]. Recientemente se han desarrollado modelos numéricos que consideran el cambio de fase no lineal fotoinducido en un haz gaussiano y la no localidad espacial del perfil de cambio de fase para poder reproducir apropiadamente curvas experimentales obtenidas por el método de Z-scan [7], en donde la no localidad se encuentra representada por el parámetro m de manera que si $m = 2$ el medio se considera como local, pero si $m > 2$ o $m < 2$ el medio se considera no local. Los autores señalan que experimentalmente se ha observado que la no localidad espacial puede modificar las curvas típicas de Z-scan sin importar el valor del cambio de fase no lineal.

En esta tesis se estudian las propiedades no lineales de tercer orden asociadas a la refracción de tres muestras líquidas que consisten en colorante rojo de metilo disuelto en diferentes medios: oro coloidal comercial, agua desionizada y aceite de ricino puro. Los experimentos se realizaron con iluminación continua para las longitudes de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$. Los resultados experimentales fueron reproducidos numéricamente usando el modelo desarrollado en [7].

El colorante rojo de metilo es conocido por sus interesantes propiedades ópticas, por lo que es un candidato ideal para estudios de óptica no lineal. El uso de diferentes disolventes puede tener un impacto significativo en las propiedades no lineales del colorante, influenciado por factores como la capacidad de dispersión y viscosidad que tienen cada uno de los solventes utilizados.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: el capítulo 1 presenta el marco teórico, que incluye una revisión de la literatura sobre óptica lineal y no lineal, las ecuaciones de Maxwell y el haz gaussiano. El capítulo 2 detalla la metodología experimental, describiendo la caracterización del haz láser mediante la técnica de la navaja, la técnica de Z-scan, así como las características y propiedades ópticas de los materiales estudiados. En el capítulo 3 se explica el modelo numérico utilizado para ajustar las curvas obtenidas experimentalmente, mientras que el capítulo 4 presenta y discute los resultados obtenidos. Finalmente se exponen las conclusiones derivadas de la realización de este trabajo.

Resumen

En esta tesis se analizó la respuesta no lineal de tercer orden para refracción de varios medios líquidos usando la técnica de Z-scan para dos longitudes de onda: $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$, para iluminación continua. Los materiales estudiados fueron colorante rojo de metilo disuelto en los solventes: agua desionizada, oro coloidal comercial y aceite de ricino. Los solventes también fueron estudiados.

Se obtuvieron los espectros de absorción de las muestras analizadas, así como el coeficiente de absorción lineal correspondiente a cada longitud de onda. Para el caso del oro coloidal, se obtuvo además el espectro EDS (espectroscopia de rayos X de energía dispersiva) y se realizaron microscopías con y sin la presencia del colorante rojo de metilo.

Todas las muestras analizadas presentaron una curva pico-valle y un valor negativo para el cambio de fase no lineal máximo sobre eje $\Delta\Phi_0$, indicando una respuesta no lineal negativa y sugiriendo que los materiales actúan como lentes divergentes autoinducidas por el haz. Los resultados obtenidos fueron reproducidos numéricamente mediante un modelo que incluye la no localidad en la respuesta no lineal refractiva de medios delgados [7]. La alta no linealidad inducida por el colorante rojo de metilo en los solventes condujo a la deformación de las curvas de Z-scan para potencias altas llevándolas a un pico con gran amplitud y la supresión del valle. La modificación en las curvas obtenidas arrojan la posibilidad de la presencia del fenómeno de automodulación de fase así como de absorción no lineal.

Objetivo General

Obtener las propiedades ópticas no lineales de tercer orden en tres sistemas coloidales formados por el colorante rojo de metilo disuelto en diferentes solventes: agua desionizada, oro coloidal y aceite de ricino, utilizando la técnica de barrido en Z (Z-scan) con una configuración de abertura pequeña. La caracterización se llevó a cabo para longitudes de onda incidentes de $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$, así como para potencias incidentes de 5 mW, 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW.

Objetivos específicos

- Implementar la técnica de barrido en Z para un láser de iones de Argón (Ar^+) con líneas de emisión de 514 nm y 488 nm
- Obtener curvas de barrido en Z para las muestras bajo estudio usando dos longitudes de onda del láser ($\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$).
- Reproducir numéricamente las curvas experimentales mediante el modelo no local refractivo para obtener el cambio de fase no lineal.
- Hacer un comparativo entre los resultados obtenidos con y sin la presencia del colorante rojo de metilo.

Capítulo 1

Marco teórico

1.1. Ecuación de onda

En 1873, el físico escocés James Clerk Maxwell publicó su obra *Tratado de Electricidad y Magnetismo*, en la que dio a conocer sus descubrimientos sobre la teoría electromagnética de la luz. Maxwell demostró que la luz es una onda electromagnética, la cual, posteriormente, se comprobó que no requiere de ningún medio para propagarse. Hoy en día, las ecuaciones de Maxwell constituyen la base para comprender el comportamiento de las ondas electromagnéticas, ya que establecen una relación entre los campos eléctricos y magnéticos y no entre los campos y el medio de propagación. Además, estas ecuaciones son útiles para describir cómo las ondas se propagan a través de diferentes medios, tales como cristales, espacio libre, fibras ópticas y guías de onda, así como para explicar fenómenos electromagnéticos y ópticos [8].

Con estas ecuaciones, Maxwell demostró que la velocidad de propagación de la luz está determinada por las características físicas del medio en el que la luz está viajando. También explicó la naturaleza ondulatoria de la luz como una onda transversal a la que se le puede asociar una densidad de energía y un momento. Dado que es una onda electromagnética, puede propagarse en el espacio libre y no necesita de un medio material para hacerlo. Además, de las ecuaciones de Maxwell se derivan dos resultados muy importantes para la óptica: la ecuación de onda y la existencia de ondas electromagnéticas que son soluciones de ella.

1.1.1. Ecuaciones de Maxwell en el espacio libre

Las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales acopladas que relacionan el campo eléctrico y el campo magnético con dos orígenes diferentes: cargas o corrientes e inducción, en la cual un campo magnético variable induce un campo eléctrico y un campo eléctrico variable induce un campo magnético. De esta manera, un campo electromagnético se describe mediante dos campos vectoriales relacionados que son funciones de la posición y el tiempo: el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ y el campo magnético $\vec{H}(\vec{r}, t)$.

En el espacio libre y en medios isotrópicos, homogéneos, lineales y no conductores, los campos eléctrico y magnético satisfacen las siguientes ecuaciones diferenciales parciales, que son las ecuaciones de Maxwell en forma vectorial en unidades MKS:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad \text{Ley de Gauss eléctrica} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0. \quad \text{Ley de Gauss magnética} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad \text{Ley de Faraday} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad \text{Ley de Ampere} \quad (1.4)$$

En donde \vec{E} y \vec{H} se miden en voltios por metro (V/m) y amperios por metro (A/m), respectivamente. La permitividad eléctrica en el vacío está representada por $\epsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F/m y la permeabilidad magnética en el vacío, por $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m (unidades MKS). Las cantidades ρ y \vec{J} son la densidad de carga eléctrica, que se mide en coulombs por metro cúbico (C/m³), y el vector de densidad de corriente eléctrica, que se mide en amperios por metro cuadrado (A/m²). La densidad de carga y la corriente eléctrica, como ya se mencionó antes, pueden considerarse el origen de la radiación electromagnética representada por los vectores \vec{E} y \vec{H} , de manera que estas cuatro ecuaciones determinan completamente el campo electromagnético y son fundamentales para explicar el comportamiento teórico de dichos campos.

1.1.2. La ecuación de onda

Aunque la idea de que la luz se propagaba como una combinación de los campos magnéticos y eléctricos fue desarrollada originalmente por Michael Faraday, fue Maxwell quien le dio el formalismo matemático. Por tal razón, es posible derivar la ecuación de onda a partir de las ecuaciones de Maxwell. Para ello, hay que considerar una región en la que no haya densidad de carga ni densidad de corriente, y el medio sea homogéneo, lineal e isotrópico.

En primer lugar, se aplica el rotacional a la ecuación (1.3), lo que da como resultado la siguiente ecuación para el campo \vec{E} :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right). \quad (1.5)$$

El lado izquierdo de la igualdad se puede simplificar usando la siguiente identidad vectorial:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot) - \vec{\nabla}^2, \quad (1.6)$$

lo que da:

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}). \quad (1.7)$$

Ahora, usando la ecuación (1.4) y sustituyendo en el lado derecho de la igualdad anterior:

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad (1.8)$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (1.9)$$

Como el medio está libre de cargas y corrientes, los términos $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0$ y $-\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0$ son iguales a 0, lo que da como resultado la siguiente expresión:

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (1.10)$$

Reordenando esta ecuación, se obtiene la ecuación de onda:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{Ecuación de onda} \quad (1.11)$$

donde $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el espacio libre [9].

Un resultado similar se puede obtener para el vector del campo magnético, que se muestra a continuación:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.12)$$

Estos resultados indican que un campo electromagnético puede existir en ausencia de cargas o corrientes, y que toda ecuación distinta de 0 que satisfaga esta ecuación podrá ser considerada como una onda electromagnética. Esto convierte en una condición necesaria para que \vec{E} y \vec{H} satisfagan las ecuaciones de Maxwell el hecho de que cada una de sus componentes satisfaga la ecuación de onda [8].

1.1.3. Ondas monocromáticas

Las ondas monocromáticas son soluciones bien conocidas de la ecuación de onda. Son útiles para la descripción teórica de complicadas interacciones no lineales de la luz con la materia y se caracterizan porque, a diferencia de la luz blanca, la luz monocromática tiene una única frecuencia angular de oscilación. Además, posee un valor único para la longitud de onda y una frecuencia constante. La amplitud y la fase son generalmente dependientes de la posición [9]. Una onda monocromática se puede representar por una función de onda con dependencia armónica del tiempo y frecuencia ν en todos sus puntos, como se muestra a continuación:

$$u(\vec{r}, t) = \vec{a}(\vec{r}) \cos(2\pi\nu t + \varphi(\vec{r})). \quad (1.13)$$

donde:

$$\begin{aligned} a(\vec{r}) & \text{ amplitud.} \\ \varphi(\vec{r}) & \text{ fase.} \\ \nu & \text{ frecuencia.} \\ \omega = 2\pi\nu & \text{ frecuencia angular.} \\ T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} & \text{ período} \end{aligned}$$

Con el propósito de simplificar las manipulaciones algebraicas, es conveniente representar la función de onda real (1.13) en términos de una función compleja:

$$U(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \exp[i\varphi(\vec{r})] \exp(i2\pi\nu t), \quad (1.14)$$

En este caso, la amplitud real puede recalcularse a partir de la expresión en forma compleja mediante la expresión:

$$u(\vec{r}, t) = \text{Re}\{U(\vec{r}, t)\} = \frac{1}{2} [U(\vec{r}, t) + U^*(\vec{r}, t)]. \quad (1.15)$$

La función $U(\vec{r}, t)$, conocida como función de onda compleja, describe completamente la onda; la función de onda $u(\vec{r}, t)$ es simplemente su parte real. Ambas ecuaciones satisfacen la ecuación

de onda y las mismas condiciones de frontera, por lo que, de forma análoga a la ecuación de onda (1.11), se tiene:

$$\vec{\nabla}^2 U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0. \quad \text{Ecuación de onda compleja} \quad (1.16)$$

La ecuación (1.14) se puede reescribir en la forma:

$$U(\vec{r}, t) = U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t), \quad (1.17)$$

donde el factor independiente del tiempo $U(\vec{r}) = \vec{a}(\vec{r}) \exp(i\varphi(\vec{r}))$ se conoce como la amplitud compleja de la onda. Por lo tanto, la función de onda $u(\vec{r}, t)$ está relacionada con la amplitud compleja mediante:

$$u(\vec{r}, t) = \text{Re}\{U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t)\} = \frac{1}{2} [U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t) + U^*(\vec{r}) \exp(-i2\pi\nu t)]. \quad (1.18)$$

Si sustituimos la ecuación (1.17) en (1.16) obtenemos:

$$\nabla^2 [U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t)] + \frac{1}{c^2} [4\pi^2\nu^2 U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t)] = 0. \quad (1.19)$$

Reescribiendo la ecuación en la forma:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2} U(\vec{r}) = 0. \quad (1.20)$$

Si tomamos $\kappa = \frac{2\pi\nu}{c}$ como el número de onda, finalmente llegamos a:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + \kappa^2 U(\vec{r}) = 0. \quad \text{Ecuación de Helmholtz} \quad (1.21)$$

1.1.4. Ecuación de Helmholtz

Ondas paraxiales

Se dice que una onda es paraxial si las normales a sus frentes de onda son rayos paraxiales. Una manera de construir una onda paraxial es partir de una onda plana $A \exp(-i\kappa z)$, considerándola como una onda portadora, y modificar o modular su envolvente compleja A , convirtiéndola en una función de la posición que varía lentamente $A(\vec{r})$, de modo que la amplitud compleja de la onda modulada se convierte en

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp(-i\kappa z). \quad (1.22)$$

La variación de la envolvente $A(\vec{r})$ y su derivada respecto de la posición z debe ser lenta en comparación con la distancia de su longitud de onda $\lambda = 2\pi/\kappa$, para que la onda mantenga aproximadamente su naturaleza de onda plana. Además, la envolvente compleja $A(\vec{r})$ satisface la ecuación paraxial de Helmholtz [9].

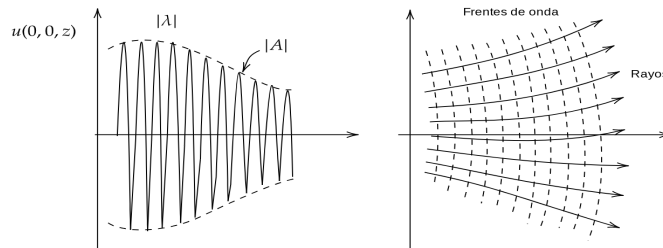


Figura 1.1: a) Función de onda de una onda paraxial en un punto en el eje z como función de la distancia axial z . b) Frentes de onda y rayos normales a los frentes de la onda paraxial.

1.1.5. Ecuación paraxial de Helmholtz

Para que la ecuación (1.22) satisfaga la ecuación de Helmholtz (1.21), la envolvente compleja $A(\vec{r})$ debe satisfacer una nueva ecuación diferencial parcial que se obtiene sustituyendo la ecuación (1.22) en (1.21). Además, $A(\vec{r})$ debe variar lentamente dentro de una distancia de propagación del orden de la longitud de onda λ , es decir, debe satisfacer la condición de envolvente lentamente variable [9].

Si $A(\vec{r})$ varía lentamente respecto a la distancia de propagación z , entonces un cambio dentro de la distancia $\Delta z = \lambda$ implica un cambio ΔA mucho menor que A , es decir, $\Delta A \ll A$.

Puesto que $\Delta A = \frac{\partial A}{\partial z} \Delta z = \frac{\partial A}{\partial z} \lambda$ y dado que $\Delta A \ll A$, entonces $\frac{\partial A}{\partial z} \ll \frac{A}{\lambda} = \frac{kA}{2\pi}$, tal que

$$\frac{\partial A}{\partial z} \ll \frac{kA}{2\pi}, \quad (1.23)$$

al derivar tenemos

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll \frac{k}{2\pi} \frac{\partial A}{\partial z}, \quad (1.24)$$

y como $\frac{\partial A}{\partial z} \ll \frac{kA}{2\pi}$ implica que

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll \frac{k^2}{4\pi^2} \frac{\partial A}{\partial z}. \quad (1.25)$$

Al sustituir (1.22) en la ecuación de Helmholtz (1.21) y aplicar la condición de envolvente lentamente variable, dadas por las ecuaciones (1.24) y (1.25), llegamos a la ecuación paraxial de Helmholtz:

$$\nabla_T^2 A(\vec{r}) - 2i\kappa \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} = 0. \quad \text{Ecuación Paraxial de Helmholtz} \quad (1.26)$$

donde $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ es la parte transversal del laplaciano [9].

1.2. Haces gaussianos

El haz Gaussiano es una solución a la ecuación paraxial de Helmholtz, el cuál es obtenido a partir de la onda paraboloidal que también es solución a la ecuación (1.26). Para obtener la amplitud compleja $U(r)$ se empieza por construir una onda paraxial partiendo de una onda plana

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp(-ikz), \quad (1.27)$$

con $A(\vec{r})$ la envolvente compleja, que satisface la ecuación paraxial de Helmholtz. Una solución a dicha ecuación (1.26) es la onda paraboloidal

$$A(\vec{r}) = \frac{A_1}{z} \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2z}\right), \quad (1.28)$$

en donde $\rho^2 = x^2 + y^2$, por lo que sustituyendo z por $z - \xi$, con ξ una constante compleja se tiene

$$A(\vec{r}) = \frac{A_1}{q(z)} \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2q(z)}\right), \quad (1.29)$$

con $q(z) = z - \xi$, de manera que cuando ξ es puramente imaginario $\xi = -iz_0$ tenemos

$$A(\vec{r}) = \frac{A_1}{q(z)} \exp\left(-ikz \frac{\rho^2}{2q(z)}\right), \quad (1.30)$$

con $q(z) = z + iz_0$, siendo $q(z)$ es llamado el **parámetro-q** del haz y el parámetro z_0 conocido como la **distancia de Rayleigh**.

Para separar la amplitud y la fase de esta envolvente compleja, se escribe la función compleja $1/q(z) = 1/z + iz_0$ en términos de sus partes real e imaginaria para definir dos nuevas funciones reales, $R(z)$ y $W(z)$, tal que

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi W^2(z)}. \quad (1.31)$$

Sustituyendo (1.31) en (1.30) y usando (1.27), obtenemos directamente una expresión para la amplitud compleja $U(\vec{r})$ del haz Gaussiano

$$U(\vec{r}) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(-ikz - ik \frac{\rho^2}{2R(z)} + i\zeta(z)\right). \quad (1.32)$$

donde:

$$W(z) = W_0 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.33)$$

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right). \quad (1.34)$$

$$\zeta(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right). \quad (1.35)$$

$$W_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.36)$$

$$A_0 = \frac{A_1}{iz_0}. \quad (1.37)$$

$W(z)$ representa el radio de la cintura del haz, W_0 el radio mínimo que alcanza el haz al propagarse, $R(z)$ el radio de curvatura de los frentes de onda y ζ es la fase del haz Gaussiano. La distancia z_0 corresponde a la distancia de Rayleigh, que es la distancia antes y después del radio mínimo en la cual los frentes de onda se pueden considerar planos. Finalmente, z es la posición sobre el eje en el cual se está propagando el haz [9].

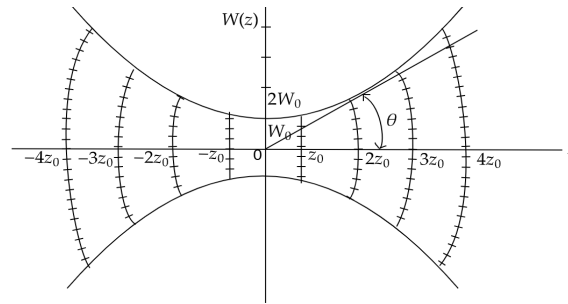


Figura 1.2: Radio del haz $W(z)$ en relación al radio mínimo del campo eléctrico W_0 en $z = 0$, mostrando radios de curvatura $R(z)$ esféricos conforme z se incrementa linealmente para un ángulo de divergencia θ .

1.2.1. Propiedades del haz gaussiano

Una característica importante a destacar sobre el haz gaussiano es que, tal como mencionan Saleh y Teich [9], "la intensidad del haz está principalmente concentrada sobre un pequeño cilindro que rodea el eje del haz" y disminuye su valor por un factor de $1/e^2$ conforme la distancia radial $W(z)$ crece. De esta forma, el 86.5% de la potencia total del haz está contenida dentro de un área $A(z)$ con un diámetro $2W(z)$. Este radio tiene su valor mínimo en W_0 y alcanza el valor $\sqrt{2}W_0$, al que se le conoce como la longitud de Rayleigh, en $z = \pm z_0$.

En la longitud de Rayleigh, el radio de curvatura de los frentes de onda es mínimo y tiene un valor de $R_{\min} = 2z_0$, así que en este punto el frente de onda alcanza su curvatura máxima. Lejos del radio de Rayleigh ($z \gg z_0$), excepto para $\theta = \frac{\pi}{2}$, la amplitud compleja del haz gaussiano se aproxima a la de una onda paraboloidal; así que, en la aproximación paraxial como $R(z) \approx z$, se tienen frentes de onda con curvatura esférica. La curvatura alcanzará el infinito y podrá ser vista exactamente como un frente de onda plano en dos posiciones: en la cintura del haz cuando $z = 0$ y para distancias muy grandes de z usando una buena aproximación.

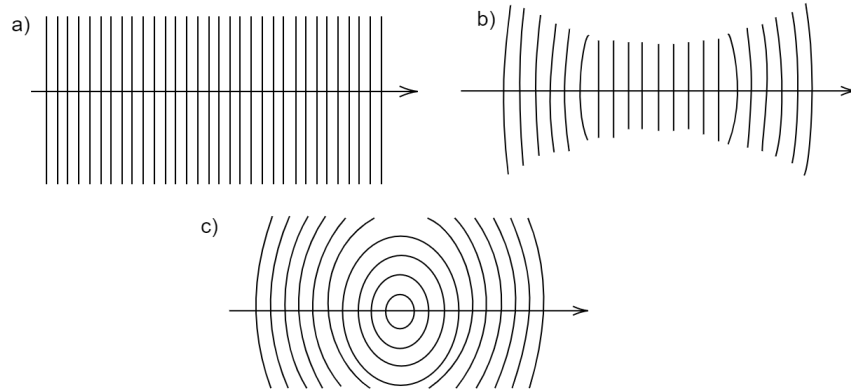


Figura 1.3: a) Frentes de onda planos para puntos cercanos a $z = 0$ y para $z \rightarrow \infty$. b) Haz gaussiano. En puntos cercanos al centro, los frentes de onda se asemejan a los de una onda plana; conforme se desplaza en z , se asemejan a una onda esférica. c) Frentes de onda esféricos cuando $R(z) \approx z$.

El incremento lineal en el eje z será descrito por la divergencia del ángulo θ_0 , ya que para $z \gg z_0$, el haz gaussiano se expande linealmente y esta expansión puede ser descrita por la divergencia del ángulo θ_0 :

$$\theta_0 = \frac{W_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi W_0}, \quad (1.38)$$

De cuya fórmula se puede notar que un haz con una dirección altamente precisa requiere una longitud de onda pequeña y un radio ancho para la cintura del haz.

La distribución de intensidad del haz en cualquier posición z estará descrita como una función gaussiana de la posición axial z y la distancia radial $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. La intensidad será máxima en $\rho = 0$ y decrecerá de forma monótona conforme el valor de ρ aumente:

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{W_0^2}{W^2(z)} \right) \exp \left(\frac{-2\rho^2}{W_0^2(z)} \right). \quad (1.39)$$

La intensidad decrecerá con el cuadrado de la distancia en z , tanto para ondas paraboloidales como para ondas esféricas, de forma que cuando $|z| \gg z_0$, $I(0, z) \approx \frac{I_0 z_0^2}{z^2}$.

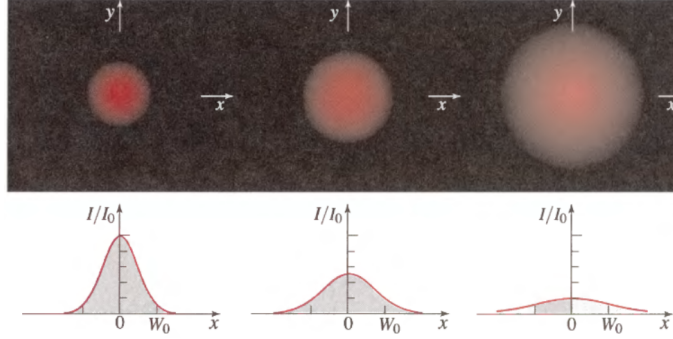


Figura 1.4: Intensidad del haz normalizada I/I_0 como función de la distancia radial ρ para a) $z = 0$, b) $z = z_0$, c) $z = 2z_0$.

Para hallar el valor de la potencia se debe integrar la intensidad óptica en cada punto del plano transversal; el valor total nos dará la potencia óptica, la cual es independiente de la posición en z y corresponde a la mitad de la intensidad máxima multiplicada por el área del haz [9]:

$$P = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{I_0 \pi W_0^2}{2}. \quad (1.40)$$

1.3. Óptica lineal

La óptica lineal es la base de todas las interacciones que se producen en el campo de la fotónica, ya que en el rango lineal se pueden observar fenómenos como la refracción, reflexión, absorción, luminiscencia, birrefringencia, difracción y dispersión. Estas interacciones pueden volverse no lineales si la intensidad de la luz incidente es lo suficientemente alta. Las ecuaciones de Maxwell describen estas interacciones entre la luz y la materia, dado que la luz, al ser una onda electromagnética, sigue los mismos principios teóricos que rigen todas las formas de radiación electromagnética [4].

En un medio que no está libre de cargas eléctricas o corrientes, es necesario definir la densidad de flujo eléctrico \vec{D} (también conocido como vector de desplazamiento eléctrico), el vector de densidad de corriente eléctrica \vec{J} , la densidad de carga eléctrica ρ y el campo eléctrico \vec{E} como propiedades dependientes del medio. Mientras tanto, \vec{B} y \vec{H} se definen como propiedades magnéticas del medio, siendo \vec{H} el campo magnético y \vec{B} el vector de inducción magnética. Las ecuaciones de Maxwell son útiles en este sentido porque establecen las relaciones entre \vec{D} , \vec{E} , \vec{B} , \vec{H} , \vec{J} y ρ , las cuales son consideradas como las fuentes de la radiación electromagnética; además de que determinan el valor del campo electromagnético y son la base de la teoría que describe el comportamiento de las ondas electromagnéticas.

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad (1.41)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}, \quad (1.42)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (1.43)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.44)$$

Para poder resolver correctamente estas ecuaciones es necesario establecer una relación matemática entre \vec{B} y \vec{H} , así como entre \vec{D} y \vec{E} . Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones constitutivas o materiales, ya que relacionan las propiedades eléctricas con las propiedades magnéticas del material.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.45)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}. \quad (1.46)$$

En estas ecuaciones, \vec{P} representa la polarización del material y \vec{M} la magnetización del material. La constante μ_0 representa la permeabilidad magnética del vacío, que tiene un valor de $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, y ϵ_0 representa la permitividad eléctrica en el vacío, la cual tiene un valor de $8,854 \times 10^{-12}$ F/m.

De las ecuaciones de Maxwell y las relaciones constitutivas para un medio dieléctrico, isotrópico, no magnético y libre de cargas y corrientes, es posible obtener la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (\text{Ecuación de onda}) \quad (1.47)$$

Alternativamente, esta ecuación puede escribirse como:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.48)$$

1.3.1. Medios dieléctricos

Los medios dieléctricos no tienen cargas libres; sin embargo, se caracterizan por el hecho de que, en presencia de un campo eléctrico, las partículas cargadas del material (núcleos y electrones) tienden a moverse a favor o en contra del campo, pero sin separarse de sus átomos. Esto da lugar a una alineación de las cargas. Por esta razón, un material dieléctrico se puede representar como un conjunto de dipolos eléctricos, cuyo comportamiento frente al campo eléctrico se puede describir matemáticamente mediante un vector \vec{P} . La polarización dependerá de la estructura del material, ya que, según esta, el material podrá polarizarse más fácilmente en una dirección que en otra, y en consecuencia, el momento dipolar inducido será diferente en cada dirección [10].

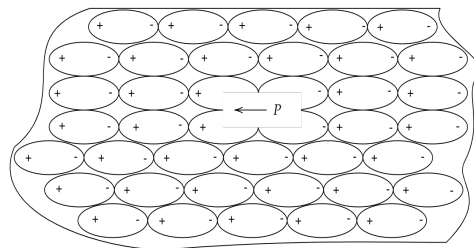


Figura 1.5: Porción de material dieléctrico polarizado. Cada elemento de volumen se representa como un dipolo $\Delta\vec{P}$.

Un material dieléctrico se considerará lineal si el vector de polarización $\vec{P}(\vec{r}, t)$ está linealmente relacionado al vector de campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$, lo cual tiene relación con el hecho de que el momento dipolar es proporcional al campo. De esta manera, la polarización de un medio en coordenadas cartesianas se puede representar como:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{xx} & \beta_{xy} & \beta_{xz} \\ \beta_{yx} & \beta_{yy} & \beta_{yz} \\ \beta_{zx} & \beta_{zy} & \beta_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

donde los componentes para cada término son constantes y E_n con $n = x, y, z$ se refiere a cualquiera de las componentes del campo eléctrico.

Si, además, la relación entre los vectores \vec{P} y \vec{E} es independiente de la dirección del campo \vec{E} , el campo tiene el mismo comportamiento en cualquier dirección y los vectores \vec{P} y \vec{E} son paralelos, al medio se le conoce como isotrópico. En este caso, el momento dipolar inducido se describe mediante la ecuación:

$$\vec{P} = \beta \vec{E}, \quad (1.50)$$

donde β se conoce como la polarizabilidad y depende del material. Además, si las propiedades eléctricas no dependen de la posición, el medio se conoce como homogéneo. Los medios que cumplen las tres características mencionadas anteriormente se denominan dieléctricos lineales, isotrópicos y homogéneos (LIH). Aunque pueda parecer difícil encontrar un medio que cumpla con estas características, en realidad muchos lo hacen [10].

Susceptibilidad dieléctrica

En los dieléctricos lineales, isotrópicos y homogéneos, la polarización es proporcional al campo eléctrico:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}. \quad (1.51)$$

La constante χ_e se conoce como la susceptibilidad dieléctrica y caracteriza la respuesta del material frente al campo eléctrico, mientras que \vec{E} es el campo generado tanto por las cargas libres como por las cargas ligadas [10]. Por ejemplo, si se tiene un campo externo \vec{E}_0 , este induce una polarización que produce su propio campo eléctrico \vec{E}_b , por lo que el campo eléctrico total es $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_b$.

De esta manera, para estos materiales, el llamado vector de desplazamiento eléctrico \vec{D} es proporcional al campo y tiene la misma dirección que este [10]:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}. \quad (1.52)$$

Así, si definimos la permitividad dieléctrica del material como:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e), \quad (1.53)$$

el vector desplazamiento (Ec. 1.52) se puede reescribir como:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (1.54)$$

Y la permitividad relativa o constante dieléctrica del material (Ec. 1.53) se puede escribir como:

$$k = 1 + \chi_e = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}. \quad (1.55)$$

1.3.2. Índice de refracción

La velocidad de la luz es diferente en los materiales comparada con la del vacío y depende de la longitud de onda o frecuencia. Si la frecuencia de la luz es mucho mayor o mucho más pequeña que la resonancia o absorción de las frecuencias ω_0 de la materia, esta interacción no resonante, sin absorción, está dominada por los cambios de fase de la onda luminosa y se basa en la fuerza de oscilación de los dipolos dieléctricos en la materia con la frecuencia de la luz [8]. De esta manera, la velocidad de fase de la onda luminosa se reduce a:

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}, \quad (1.56)$$

donde n es el índice de refracción en el medio, c_0 la velocidad de la luz en el vacío y c la velocidad de la luz en el medio.

Esta fórmula también se puede reescribir en términos de la longitud de onda, ya que, si bien la frecuencia es invariante, la longitud de onda sí se ve afectada por las características físicas del material, por lo que:

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad (1.57)$$

donde λ_0 es el valor de la longitud de onda en el vacío y λ es el valor de la longitud de onda en el medio.

En el caso de materiales dieléctricos, para materiales no magnéticos donde $\mu = \mu_0$, el índice de refracción es la raíz cuadrada de la constante dieléctrica (Ec. 1.53), es decir:

$$n = \sqrt{k}. \quad (1.58)$$

Si el medio se considera homogéneo, lineal e isotrópico, el valor del índice de refracción n es el mismo en cualquier punto por el que la luz pase y para cualquier dirección de polarización. Así, dado que se sabe que la velocidad de la luz disminuye en un medio polarizado, esta disminución será pequeña en medios dieléctricos y mucho mayor en conductores [8].

El valor del índice tradicionalmente se determina mediante técnicas de refractometría que se basan en la ley de Snell o la ley de la refracción, la cual es una consecuencia natural de la teoría electromagnética de Maxwell y establece una relación entre dos materiales distintos que se encuentran en el mismo plano de incidencia cuando son atravesados por un rayo luminoso. Para ello, es necesario conocer el valor del ángulo entre la dirección de propagación del haz luminoso y la perpendicular al plano de incidencia, ya que dicha ley establece que:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (1.59)$$

donde n_1 y θ_1 son el índice de refracción y el ángulo del haz incidente, mientras que n_2 y θ_2 son el índice de refracción y el ángulo del haz transmitido [11].

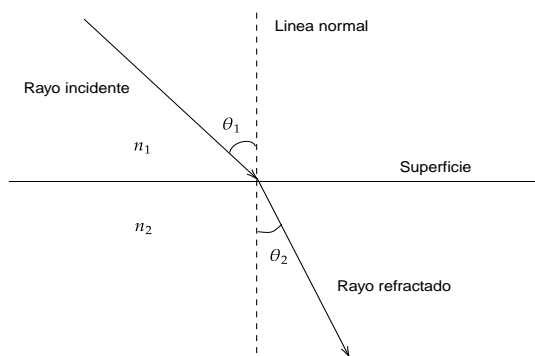


Figura 1.6: Refracción de la luz en la interfaz entre dos medios con diferentes índices de refracción donde $n_2 > n_1$.

Es importante señalar que cuanto más alto sea el valor del índice de refracción, la luz viajará más cerca de la línea normal, de manera que si la luz pasa de un medio donde el índice de refracción es menor a uno donde es mayor, el ángulo de transmitancia será menor, como se puede apreciar en la Figura 1.6.

1.3.3. Coeficiente de absorción lineal

En la óptica lineal, la absorción se caracteriza únicamente por las propiedades del medio material, como la concentración, temperatura y presión, no por la intensidad del haz que incide sobre él, que se supone constante. Esto significa que la absorción generalmente depende de la longitud de onda λ y, en algunos casos, del valor de la polarización en relación con la estructura y orientación de la muestra.

La absorción se observa a partir de la disminución en el número de fotones en un haz luminoso de intensidad constante al transmitirse de un medio a otro. Además, la variación de la intensidad en el eje z está relacionada con el valor de la intensidad misma multiplicado por una constante [4]:

$$dI(z) = \alpha I(z), \quad (1.60)$$

donde el coeficiente de absorción α se mide en cm^{-1} . Si integramos esta ecuación, obtenemos la ley de Lambert–Beer, la cual es una ley empírica que relaciona la intensidad de la luz incidente en un medio con el valor de la intensidad que la luz tiene una vez que ha atravesado dicho medio [4]:

$$I = I_0 \exp(-\alpha L), \quad (1.61)$$

donde I es el valor de la intensidad transmitida, I_0 es el valor de la intensidad incidente, α es el coeficiente de absorción y L es el valor de la longitud que la luz ha recorrido al atravesar el medio.

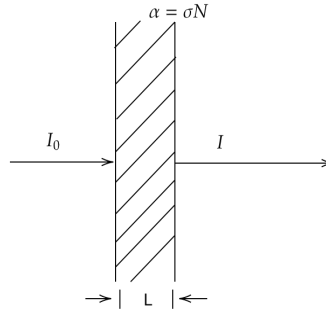


Figura 1.7: Absorción lineal de la luz en un material de grosor L con coeficiente de absorción α .

La relación entre la intensidad que penetra en el medio y la que sale de él se denomina transmitancia y está dada por la siguiente ecuación:

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (1.62)$$

Con base en el valor de la transmitancia, se puede obtener la densidad óptica, que es un parámetro más utilizado para caracterizar la absorción de un material que los mencionados anteriormente, ya que proporciona una medida más intuitiva de la absorción en términos de la intensidad reducida. Dicho parámetro es especialmente utilizado para caracterizar filtros ópticos y se define como:

$$OD = -\log_{10}(T). \quad (1.63)$$

De manera que, cuando la intensidad incidente y transmitida son iguales ($I = I_0$), la transmitancia es del 100 %, lo que indica que la muestra es incapaz de absorber la luz para una determinada longitud de onda.

1.4. Óptica no lineal

La óptica no lineal es una rama de la óptica que se enfoca en el estudio de fenómenos que ocurren como consecuencia de modificar las propiedades ópticas de un material por la presencia de haces de luz muy intensos. Normalmente, solo la luz láser es lo suficientemente intensa para modificar las propiedades ópticas de un material, de ahí que no sea coincidencia que la observación de los primeros fenómenos no lineales coincidan con la aparición del láser [4].

1.4.1. Polarización no lineal

La expresión para la polarización

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(t), \quad (1.64)$$

se modifica cuando el medio está en presencia de una fuente de luz intensa, como es nuestro caso, por lo que es conveniente generalizarla, expresando (1.64) como una serie de potencias en el campo $\vec{E}(t)$:

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \left[\chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots \right], \quad (1.65)$$

$$\equiv \vec{P}^{(1)}(t) + \vec{P}^{(2)}(t) + \vec{P}^{(3)}(t) + \dots, \quad (1.66)$$

donde $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ son las susceptibilidades ópticas no lineales de segundo y tercer orden, respectivamente.

La ecuación (1.65) contiene la polarización lineal representada en el primer término y la polarización no lineal que corresponde a los términos adicionales, los cuales representan no linealidades de segundo, tercer orden, etc., dependiendo de su dependencia con la potencia del campo \vec{E} incidente.

Las interacciones ópticas no lineales de segundo orden pueden ocurrir solamente en medios no centrosimétricos, es decir, en medios que no muestran inversión de simetría. Las interacciones ópticas no lineales de tercer orden ocurren en ambos medios, centrosimétricos y no centrosimétricos. Este trabajo se encuentra enmarcado dentro de los efectos de tercer orden, por lo que no se hará mención de efectos de orden diferente.

1.4.2. Procesos ópticos no lineales de tercer orden

Tomamos la contribución de tercer orden de la polarización (1.65)

$$\vec{P}^{(3)}(t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E}^3(t), \quad (1.67)$$

donde los fenómenos asociados con $\chi^{(3)}$ pueden ser divididos en no linealidades rápidas y lentas; las primeras son debidas al movimiento electrónico, algunos fenómenos relacionados con ellas son la generación de tercer armónico y la absorción de dos fotones; mientras que las segundas están asociadas a los movimientos nucleares, tales como vibraciones y rotaciones. El autoenfoque y autoatrapamiento son algunos de los fenómenos no lineales asociados a no linealidades lentas.

Por otro lado, considerando un campo aplicado de la forma

$$\vec{E}(t) = E \cos \omega t. \quad (1.68)$$

Sustituyendo (1.68) en (1.67) obtenemos:

$$P^{(3)}(t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \cos^3 \omega t, \quad (1.69)$$

usando la identidad trigonométrica $\cos^3 \omega t = \frac{1}{4} \cos 3\omega t + \frac{3}{4} \cos \omega t$, la polarización queda como:

$$P^{(3)}(t) = \frac{1}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \cos 3\omega t + \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \cos \omega t. \quad (1.70)$$

1.4.3. Índice de refracción dependiente de la intensidad

En comparación con la óptica lineal, tanto la parte real como la imaginaria del índice de refracción se convierten en funciones de la intensidad de la luz (I) o del campo eléctrico \vec{E} . Esto implica que el índice de refracción depende del espacio, la longitud de onda, el tiempo y la polarización, y está influenciado por la luz incidente.

De esta manera, el segundo término de (1.70)

$$P^{(3)}(t) = \frac{3}{4}\epsilon_0\chi^{(3)}E^3 \cos\omega t, \quad (1.71)$$

describe una contribución no lineal a la polarización y a la frecuencia del campo incidente. El índice de refracción en presencia de este tipo de no linealidad puede ser representado como:

$$n = n_0 + n_2 I, \quad (1.72)$$

donde n_0 es el índice de refracción usual, $n_2 = \frac{3}{2n_0^2\epsilon_0 c}\chi^{(3)}$ es una constante óptica que caracteriza la fuerza de la no linealidad óptica, e $I = \frac{1}{2}n_0\epsilon_0 cE^2$ es la intensidad de la onda incidente.

Este tipo de cambio en el índice es llamado efecto Kerr, por analogía con el efecto electro-óptico Kerr [9]. Algunos de los mecanismos que pueden producir un cambio no lineal en el índice de refracción se enlistan en la tabla 1.1, donde se muestran las magnitudes del índice no lineal, la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$ y el tiempo de respuesta.

Valores típicos del índice de refracción no lineal			
Mecanismo	n_2 (cm^2/W)	$\chi^{(3)}$ (m^2/W)	Tiempo de respuesta (s)
Polarización electrónica	10^{-16}	10^{-14}	10^{-15}
Orientación molecular	10^{-14}	10^{-12}	10^{-12}
Saturación de absorción	10^{-10}	10^{-8}	10^{-8}
Efectos térmicos	10^{-6}	10^{-4}	10^{-3}

Tabla 1.1: Procesos físicos que producen un cambio no lineal en el índice de refracción

El cambio en el índice de refracción tiene como consecuencia diferentes efectos no lineales conocidos como efectos de auto-acción. En la óptica convencional, la estructura y propagación de un haz pueden controlarse por medio de diferentes elementos ópticos, como lentes y prismas. En óptica no lineal, el medio es equivalente a uno de estos elementos; la estructura espacial de un haz de luz intenso puede cambiar debido a las interacciones no lineales entre el medio y el haz [12]. Al considerar el medio como un elemento óptico, se llega a la conclusión de que el índice de refracción del medio cambia debido al campo incidente; este cambio influye a su vez en el campo eléctrico, modificando las características de la propagación del mismo. Cuando esto ocurre, se presentan los llamados fenómenos de auto-acción.

1.4.4. Efectos de auto-acción

Los efectos de auto-acción ocurren cuando un haz de luz modifica su propia propagación por medio de una respuesta no lineal al atravesar un medio, como resultado de la dependencia del índice de refracción con la intensidad [3]. Dentro de estos efectos se encuentran el autoenfoque y el auto-desenfocamiento. El auto-desenfocamiento de la luz es el proceso en el cual un haz de luz modifica las propiedades ópticas de un material de tal manera que el haz provoca un desenfoque. Si se asume que n_2 es negativo, el haz láser induce una variación del índice de refracción dentro

Capítulo 2

Desarrollo experimental

2.1. Técnica de barrido en z

La técnica de medición experimental conocida como Z-scan [5] permite determinar cualitativamente el signo y la magnitud del índice de refracción no lineal n_2 mediante la automodulación de la intensidad del haz gaussiano que incide sobre la muestra. En este método, la intensidad se mantiene constante mientras se desplaza la muestra a lo largo del eje z alrededor del punto focal, lo que permite medir la transmitancia en un detector situado a campo lejano.

El arreglo experimental (ver fig. 2.1) consta de una lente convergente y un haz gaussiano que incide sobre la muestra, la cual realiza un barrido en $-z$ (antes del foco de la lente convergente) y z (después del foco, pasando por W_0). Además, incluye un obturador que se coloca delante del fotodetector. El obturador dejará pasar solo una fracción de la luz transmitida, que será monitoreada por el fotodetector, de forma que se podrán observar los cambios de fase no lineales inducidos en el haz.

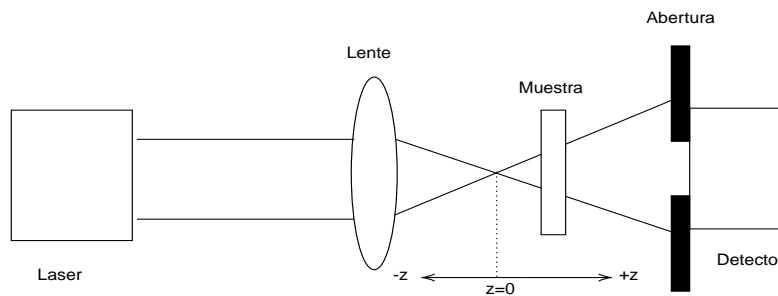


Figura 2.1: Arreglo experimental para la medición del Z-scan

La respuesta no lineal obtenida se podrá considerar como positiva o negativa según el patrón que la curva muestre. Si la respuesta no lineal es positiva, se puede decir que la muestra funciona como una lente convergente, de manera que cuando esta se encuentra antes del foco de la lente ($-z$), la muestra traslada el punto focal a una posición más cercana a ella, generando en el campo lejano divergencia y ocasionando con esto una disminución en el valor de la transmitancia. Cuando la muestra, que se desplaza sobre el eje z , se coloca a una distancia mayor al foco, la divergencia a campo lejano disminuye y el valor de la transmitancia aumenta. Por esta razón, la forma que la gráfica tendrá describirá un patrón de valle-pico, como se puede mostrar en la figura 2.2.

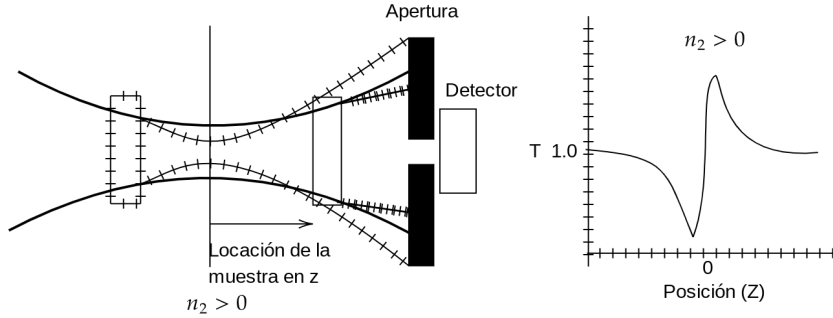


Figura 2.2: Curva del Z-scan para una lente positiva

El caso contrario ocurre si la respuesta no lineal es negativa. Si la muestra actúa como una lente divergente cuando está colocada detrás del foco, el haz gaussiano, al intentar divergir, se concentra más cerca del detector. De esta manera, al desplazarse sobre el eje z y colocarse delante del foco, el haz continúa divergiendo y alejándose aún más de la apertura, lo que da como resultado el patrón de pico-valle que se puede apreciar en la figura 2.3.

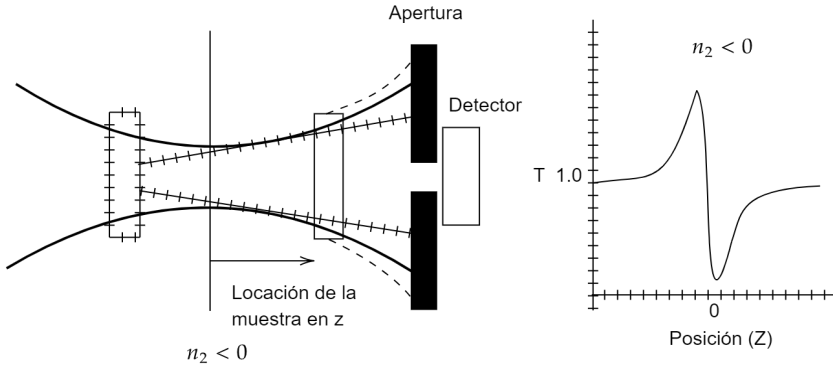


Figura 2.3: Curva del Z-scan para una lente negativa

Cuando el material no presenta ninguna respuesta, no se observará ningún cambio al trasladarlo sobre el eje z ; el cambio en la divergencia del haz solo se observará si el material tiene una respuesta no lineal.

2.1.1. Modelo teórico de la técnica de barrido en z

Considerando un medio con una no linealidad cúbica, donde el índice de refracción n se expresa en términos del índice no lineal n_2 y el campo E mediante:

$$n = n_0 + \frac{n_2 |E|^2}{2}, \quad (2.1)$$

y un campo incidente de tipo gaussiano en el plano de entrada de la muestra,

$$E(z, \rho, t) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)} - \frac{i\kappa\rho^2}{2R(z)}\right) \exp(-i\phi(z, t)), \quad (2.2)$$

donde $A_0 = \frac{A_1}{iz_0}$ es la amplitud del campo eléctrico en el foco que contiene la información sobre la intensidad máxima del haz en el plano de enfoque y puede estar relacionada con la envolvente temporal del pulso láser, mientras que ϕ contiene las variaciones de fase radialmente uniformes.

Se considera que la longitud de la muestra es lo suficientemente pequeña para que los cambios en el diámetro del haz dentro de la muestra, ocasionados por la difracción o refracción no lineal, puedan ser despreciados y el medio pueda considerarse delgado. Esto implica que se cumplan las condiciones $z_0 \gg L$ y $\frac{z_0}{\Delta\phi_0} \gg z_0$ para la difracción lineal y la refracción no lineal, respectivamente.

Como solo interesa calcular las variaciones de fase radial $\Delta\phi$, se aplica la aproximación de la envolvente lentamente variable (SVEA), de manera que los cambios de fase que son uniformes en ρ son despreciables. La amplitud \sqrt{I} y la fase ϕ del campo eléctrico como función de z' , que expresa la distancia de propagación al interior de la muestra, están gobernados en SVEA por las ecuaciones:

$$\frac{d\Delta\phi}{dz'} = \Delta n(I)K, \quad (2.3)$$

$$\frac{dI}{dz'} = -\alpha(I)I, \quad (2.4)$$

donde z' representa la profundidad de propagación en la muestra, $K = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y $\alpha(I)$ es el coeficiente de absorción que incluye términos lineales y no lineales [5].

En el caso de una no linealidad cúbica y una absorción no lineal despreciable, (2.3) y (2.4) se resuelven para dar el cambio de fase $\Delta\phi$ en el plano de salida de la muestra, que simplemente sigue la variación radial de la irradiancia incidente en una posición dada de la muestra z . Por lo tanto:

$$\Delta\phi(z, \rho, t) = \Delta\phi_0(z, t) \exp\left(-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right), \quad (2.5)$$

donde $\Delta\phi_0(z, t) = \frac{\Delta\Phi_0(t)}{1+z^2/z_0^2}$ siendo que $\Delta\Phi_0(t) = k\Delta n_0(t)L_{\text{eff}}$ es el cambio de fase en el eje, en la posición del foco [5]. En esta última ecuación, Δn_0 es el cambio instantáneo en el índice de refracción y L_{eff} es la longitud efectiva, que es aquella región en donde los efectos no lineales son apreciables y que no debe ser confundida con el espesor físico, ya que está definida como $L_{\text{eff}} = \frac{1-\exp(-\alpha L)}{\alpha}$, donde L sí corresponde al espesor de la muestra.

El campo eléctrico en el plano de salida de la muestra E_s es el campo en el plano de entrada, ecuación (2.2) más un cambio de fase no lineal

$$E_s(\rho, z, t) = E(z, \rho, t) \exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right) \exp(i\Delta\phi(z, \rho, t)). \quad (2.6)$$

La expresión (2.6) fue desarrollada en [5] mediante el método de descomposición Gaussiana (GD) [13] con el objetivo de determinar la transmitancia a campo lejano (ver apéndice A.1). Este método consiste en descomponer el campo eléctrico en el plano de salida de la muestra en una suma de haces gaussianos de radio decreciente, utilizando una expansión en serie de Taylor del término de cambio de fase $\exp(-i\Delta\phi(z, \rho))$. Cada haz gaussiano se propaga hasta el plano de la apertura, donde se suman para reconstruir el haz. De esta manera, se determina que el campo eléctrico resultante en la apertura está dado por la ecuación:

$$E_a(r, t) = E_0 \exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i\Delta\phi_0(z, t)}{n!} \left(\frac{1}{1+\frac{r^2}{a_n^2}}\right) \exp\left(\frac{-r^2}{W_m^2} - \frac{ikr^2}{2R_m} + i\theta_m\right). \quad (2.7)$$

El método GD es muy útil para detectar pequeños cambios de fase con la técnica de Z-scan, ya que solo se necesitan unos pocos términos de la expansión en serie para el cambio de fase [5]. Así, la transmitancia normalizada $T(z)$ sobre el eje, expresada en la ecuación (2.8), lleva a la obtención de la expresión (2.9) (ver apéndice A.2).

$$T(z, \Delta\Phi_0) = \frac{|E_a(z, \rho, \Delta\phi_0)|}{|E_a(z, \rho, \Delta\phi_0 = 0)|}, \quad (2.8)$$

con E_a el campo en el plano de la abertura, de manera que para simplificar aún más la expresión se puede utilizar la condición de campo lejano $L \gg z_0$ y obtener una transmitancia independiente de la geometría que se expresa mediante la ecuación:

$$T(z, \Delta\Phi_0) = 1 + \frac{4\Delta\Phi_0 x}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}. \quad (2.9)$$

Las curvas obtenidas con la expresión anterior para $\Delta\Phi_0 \pm 0,25$ se muestran en la siguiente figura:

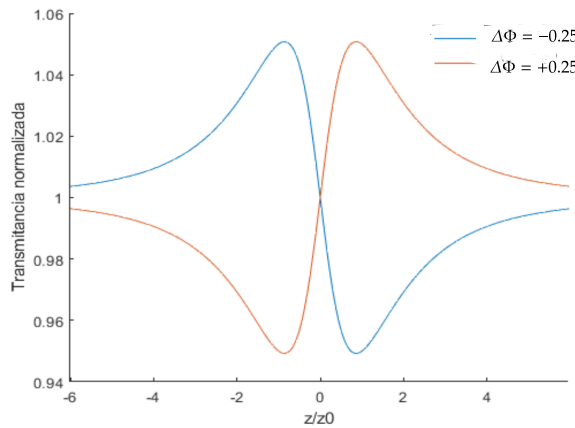


Figura 2.4: Curvas de transmitancia de Z-scan, para un cambio de fase $\Delta\Phi_0 = -0,25$ (curva azul, linealidad negativa) y $\Delta\Phi_0 = 0,25$ (curva roja, linealidad positiva)

En este trabajo, el campo eléctrico E_s en el plano de salida de la muestra (2.6) se ingresa en un software, donde se le aplica la transformada de Fourier para llevarlo al campo lejano (difracción de Fraunhofer) en el plano del fotodetector. Luego, se aplica la transformada inversa de Fourier para obtener una distribución de intensidad, de la cual se toma solo el valor en el eje. Esto se realiza para cada posición de la muestra, obteniendo así curvas de posición contra la transmitancia.

Arreglo experimental

Para implementar la técnica de barrido en Z se utilizó un láser de argón multilínea de emisión continua (Modu-Laser, Stellar-Pro-Select) que tiene una distancia de Rayleigh $z_0 = 1,56 \text{ mm}$ para la longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$, y un valor $z_0 = 1,64 \text{ mm}$ para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$. Este láser se utilizó con las dos longitudes de onda mencionadas, para potencias de 5 mW, 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW en el caso de $\lambda = 514 \text{ nm}$, y para potencias de 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW en el caso de $\lambda = 488 \text{ nm}$. En el arreglo también se empleó una lente convergente de distancia focal $f = 3,5 \text{ cm}$, una celda de vidrio de 1 mm de grosor en la cual se colocó la sustancia a analizar, dos diafragmas, una montura milimétrica y dos fotodetectores para medir la potencia.

Los dos diafragmas se usaron para alinear el haz. Una vez alineado, el primer diafragma se abrió completamente, permitiendo así el paso total del haz láser. El primer fotodetector, empleado para medir la potencia del haz a la salida del láser después de atravesar el primer diafragma, era el modelo S120A de la marca Thorlabs. Este cuenta con un sensor semiconductor de silicio con un área circular de 1 cm^2 y trabaja con longitudes de onda entre $400 - 1100 \text{ nm}$, siendo capaz de medir potencias de hasta 50 mW con una precisión del 5% . Este fotodetector no aparece en el arreglo mostrado en la figura 2.5, ya que, una vez que se obtuvo la potencia del haz que incidía sobre la muestra, se retiró para permitir que el haz proveniente del láser continuara su camino.

El segundo fotodetector que se usó para medir la potencia del haz a campo lejano, y que sí figura en el diagrama 2.5 del arreglo experimental, fue un detector de la marca Thorlabs, modelo S121C. Este detector también cuenta con un sensor semiconductor de silicio que opera en longitudes de onda dentro del rango de $400 - 1100 \text{ nm}$, posee un área circular de 1 cm^2 y es capaz de medir potencias de hasta 2 mW con una precisión del 1% .

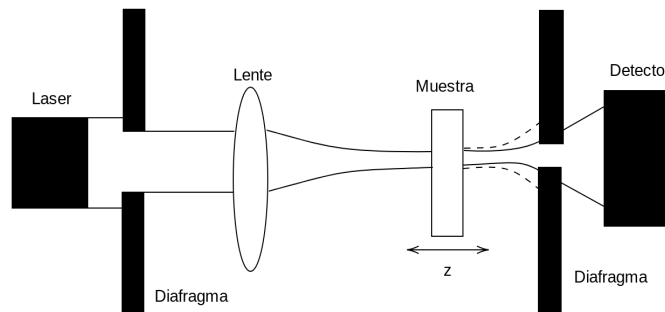


Figura 2.5: Disposición de los elementos utilizados en el arreglo experimental para llevar a cabo la técnica de Z-scan

Ambos fotodetectores se conectaron a una consola de medidor de potencia y energía de sobremesa de doble canal, marca Thorlabs, modelo PM320E, que permitió conocer el valor de la potencia de entrada y salida en el material durante la realización del experimento.

Por su parte, los barridos para la obtención de los datos se realizaron mediante la montura milimétrica y un actuador lineal que fue útil para mover la montura en la dirección de propagación del haz a través de un software. Los barridos se realizaron a intervalos de $20 \mu\text{m}$ para una distancia de 4 cm en la dirección de propagación del haz, y se promediaron 10 mediciones de intensidad por cada posición en z , lo que resultó en un total de 200 datos por cada una de las distintas potencias para las cuales se realizó la medición.

2.1.2. Técnica de la navaja aplicada a un haz gaussiano

Un método ampliamente utilizado para caracterizar los parámetros del láser es la técnica de la navaja. Mediante este método experimental, se puede medir el ancho de un haz gaussiano. El procedimiento consiste en colocar un objeto rectangular y afilado frente a la lente, cuya función es cubrir el haz gaussiano emitido por el láser. Posterior a la navaja se coloca un detector para medir la potencia del haz después de ser parcialmente bloqueado por la navaja. La navaja se moverá en dirección perpendicular a la propagación del haz; es decir, si definimos como z la dirección en la cual el haz está viajando, la navaja se moverá en el plano $x-y$. La potencia recibida será máxima siempre que la navaja no esté bloqueando el haz y será mínima cuando la navaja bloquee por completo el haz [14].

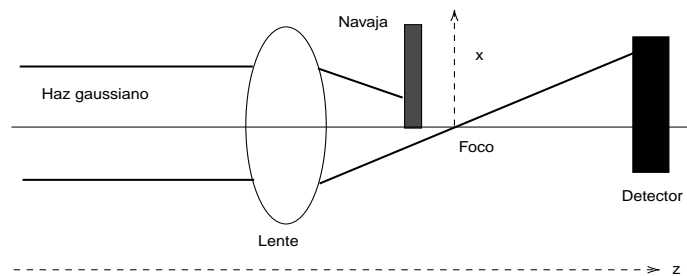


Figura 2.6: Prueba de la navaja para el haz gaussiano

A medida que la navaja cubre o descubre el haz, se detectan cambios en la intensidad correspondientes a la señal generada por la variación de la potencia debido al proceso de eclipsar el haz gaussiano, como se muestra en la figura 2.7.

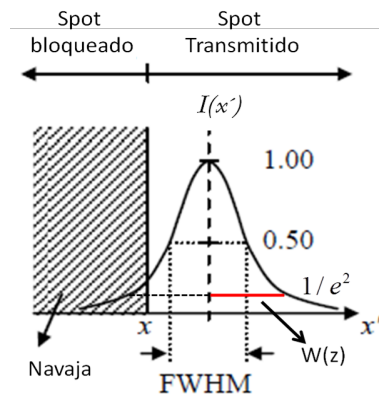


Figura 2.7: Perfil de intensidad eclipsado por la navaja

La potencia evidentemente también sufre variaciones a medida que la navaja cubre o descubre el haz. Los cambios se detectan mediante el fotodetector y la señal producida se muestra en la siguiente figura.

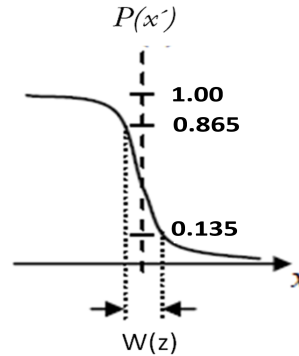


Figura 2.8: Variación en la potencia

Para llevar a cabo este experimento, se utilizó un láser de argón multilinea de emisión continua (Modu-Laser, Stellar-Pro-Select) con una longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$ y una potencia incidente de 15 mW, una lente convergente con una distancia focal de 3,5 cm, una montura micrométrica sobre la cual se colocó la navaja, y un fotodetector de la marca Thorlabs, modelo S120A, que se colocó detrás de la navaja.

Con el propósito de analizar los cambios producidos en la potencia del haz con mayor precisión, estos cambios deben ajustarse a la función de error $erf(x)$ mediante la siguiente expresión:

$$P(x) = \frac{P}{2} erf\left(\frac{\sqrt{2}x}{W(z)}\right), \quad (2.10)$$

donde P es la potencia del láser medida directamente por el fotodetector y $W(z)$ es el radio del haz medido a la salida del láser. Ahora, recordando que para un haz gaussiano la intensidad en términos de la potencia se puede expresar mediante las ecuaciones (2.11) y (2.12):

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right], \quad (2.11)$$

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \exp\left[-\frac{2x^2}{W^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{2y^2}{W^2(z)}\right], \quad (2.12)$$

donde P es la potencia total que decae a un valor de $1/e^2$ y $W(z)$ es el radio del haz.

Si una obstrucción plana semi-infinita con una arista paralela al eje y se coloca frente al haz cubriéndolo parcialmente, como se muestra en la figura 2.7, la potencia después de la obstrucción P_x puede expresarse por:

$$P_x = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2y^2}{W^2(z)}\right) \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{2x^2}{W^2(z)}\right) dy dx, \quad (2.13)$$

de donde se obtiene:

$$P_x = \frac{\sqrt{2}P}{W(z)\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{2x^2}{W^2(z)}\right) dx, \quad (2.14)$$

con lo que se llega a la siguiente ecuación para la potencia normalizada (P_N) centrada en $x = 0$, en la cual erf es la función error y $1 - erf(x)$ es la función error complemento:

$$P_N = \frac{P_x}{P} = \frac{1}{2} \left(1 - erf\left(\frac{\sqrt{2}x}{W(z)}\right)\right). \quad (2.15)$$

Con esta técnica se determinó el radio mínimo de una fuente láser enfocada por una lente de distancia focal de $f = 3,5 \text{ cm}$. El láser caracterizado fue un láser multilinea de iones de argón con emisión en $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$. Algunas curvas experimentales obtenidas con esta técnica para el láser de argón en $\lambda = 514 \text{ nm}$ se muestran a continuación.

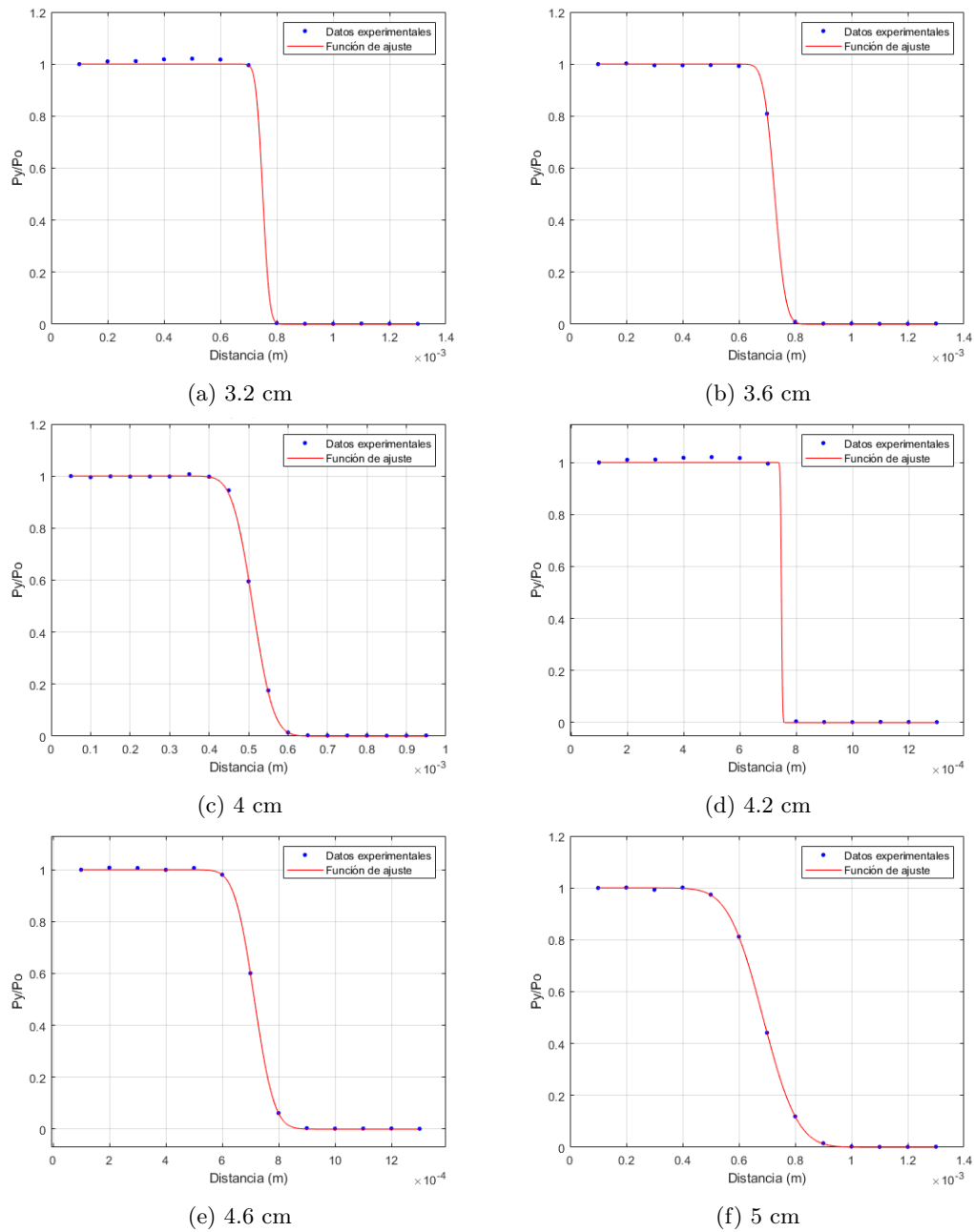


Figura 2.9: Resultados experimentales y ajustes numéricos obtenidos para el método de la navaja

Estos resultados fueron reproducidos numéricamente usando la función error centrada en algún punto arbitrario a mediante un algoritmo realizado en Matlab:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{W(z)} (x - a) \right) \right). \quad (2.16)$$

La función 2.16 permitió obtener el valor del radio de la cintura del haz $W(z)$ para cada una de las curvas mostradas anteriormente. Los resultados obtenidos se presentan en la curva siguiente, donde cada punto de la curva está determinado por los valores de $W(z)$ extraídos de las curvas previas.

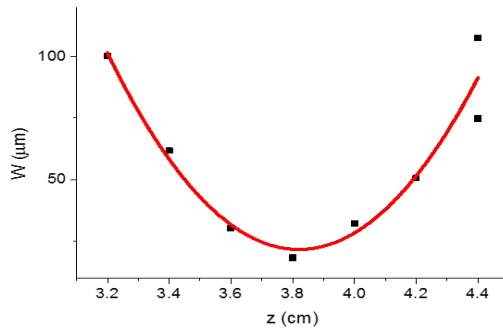


Figura 2.10: Ajuste a un polinomio de segundo orden para determinar W_0

Para obtener el valor mínimo de la cintura del radio del haz W_0 , se realizó un ajuste de los datos a un polinomio de segundo orden por medio de Matlab, y de dicho ajuste se extrajo el valor mínimo de $21 \mu m$.

2.2. Materiales

En este trabajo se analizaron tres sistemas coloidales conformados por rojo de metilo disuelto en diferentes solventes: agua desionizada, aceite de ricino y oro coloidal comercial.

Las disoluciones fueron realizadas de la siguiente manera:

- Un peso de 5 mg de colorante rojo de metilo fue diluido en 50 ml de agua desionizada.
- Un peso de 5 mg de colorante rojo de metilo fue diluido en 50 ml de aceite de ricino puro.
- Un peso de 5 mg de colorante rojo de metilo fue diluido en 50 ml de oro coloidal comercial.

Las mezclas resultantes del colorante con agua y del colorante con oro coloidal presentaron características de alta homogeneidad y se obtuvieron mediante el uso de un agitador magnético durante un período de 5 minutos. En cambio, la mezcla producida por el aceite de ricino y el rojo de metilo mostró la presencia de pequeñas partículas del colorante suspendidas en el aceite. Cabe señalar que, en el caso de esta última muestra, se buscó obtener la mayor homogeneidad posible. Con el fin de eliminar las partículas más grandes en suspensión, algunas de las cuales eran perceptibles a simple vista, la muestra se sometió a 3 baños de ultrasonido con una duración aproximada de 7 minutos cada uno. Posteriormente, se utilizó un agitador magnético durante aproximadamente 3 horas y, finalmente, la muestra se filtró utilizando un filtro de cafetera.

Las características físicas y químicas de cada uno de los solventes y del soluto, rojo de metilo aquí mencionados se muestran en los apartados siguientes.

2.2.1. Solutos

Rojo de metilo

El rojo de metilo, cuya fórmula molecular es $C_{15}H_{15}N_3O_2$ y que tiene una masa molar de 269.3 g/mol, es un material que es soluble en cualquier proporción de agua, siempre que la temperatura del agua sea de al menos 20°C, también es soluble en cetonas, ésteres, éteres, glicoles y otros alcoholes. Se utiliza principalmente para indicar el Ph de sustancias químicas, ya que cambia de color, variando de rojo (pH 4.2) a amarillo (pH 6.3) [15]. En la figura 2.11a), se muestra la molécula de este colorante y en b) el envase de donde se tomó el colorante de la marca HYCEL.

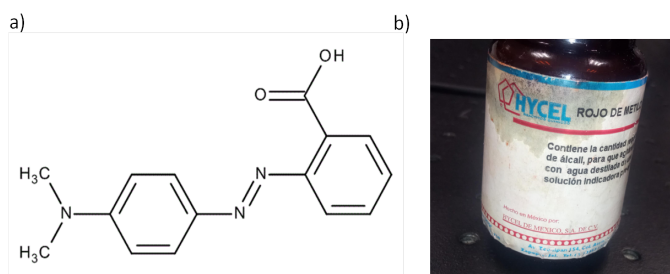


Figura 2.11: a) Molécula del rojo de metilo, b) Envase del colorante

2.2.2. Solventes

Agua desionizada

El agua, el líquido más abundante en la Tierra, es una sustancia cuyas moléculas están compuestas por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, y se encuentra en la naturaleza en sus tres estados de agregación: sólido, líquido y gaseoso. Su fórmula química es H_2O . Es una sustancia insípida, incolora e inodora, aunque puede presentar impurezas debido a la presencia de minerales u otras sustancias que puede contener [16]. Por esta razón, para la mezcla del agua con rojo de metilo se utilizó agua desionizada, la cual se caracteriza por no tener electrolitos, microorganismos, sales minerales ni ninguna otra sustancia que pueda afectar su pureza. El agua desionizada sirve como reactivo químico y como disolvente. De hecho, el agua es considerada el disolvente universal, ya que debido a la composición química de sus moléculas, tiene la capacidad de formar puentes de hidrógeno con otras sustancias, lo que le permite disolver casi cualquier sustancia y formar mezclas homogéneas.

Aceite de ricino

El aceite de ricino se obtiene de las semillas de la planta *Ricinus communis* y también se le conoce como aceite de castor. Tiene aplicaciones medicinales, ya que se usa como purgante, aunque también se utiliza ampliamente en la industria para la fabricación de plásticos, lacas, pinturas, lubricantes y cosméticos. Está compuesto por un 85-95% de ácido ricinoleico y el porcentaje restante por otros ácidos diferentes. Posee una densidad de aproximadamente 0.958 g/ml. Se caracteriza por tener un color ligeramente amarillo, casi incoloro, y ser un líquido viscoso inflamable a temperaturas de 225°C. Pertenece al grupo de aceites no secantes y posee una alta polaridad debido a su alta proporción de ácidos grasos hidroxilados, por lo que es soluble en etanol, insoluble en grasa y difícil de mezclar con hidrocarburos alifáticos [17].

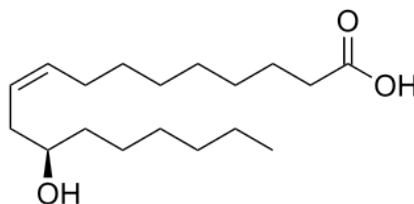


Figura 2.12: Molécula del ácido ricinoleico

Oro coloidal

El oro coloidal es una suspensión compuesta por partículas sólidas de oro muy pequeñas en un medio líquido. Es una mezcla bastante estable y presenta el denominado efecto Tyndall, por lo que se considera un sol o una suspensión coloidal. Se caracteriza por tener un color rojo intenso cuando las partículas esféricas tienen un tamaño inferior a 100 nm, y por mostrar un color violeta o azul cuando las partículas esféricas superan los 100 nm. Su uso está ampliamente documentado a lo largo de la historia; en la antigüedad, se utilizaba como método para teñir vidrieras, y en la Edad Media se le atribuían propiedades medicinales. Es un material con características ópticas muy interesantes que son intrínsecas al tamaño nanométrico de sus partículas, por lo que en la actualidad se investiga extensamente, no solo por sus propiedades ópticas [18].

En este trabajo se utilizó oro coloidal comercial de la marca De Horux Lab (ver figura 2.13). La solución está compuesta por agua bidestilada, nanopartículas de oro a 20 ppm (partes por millón) e iones de oro.



Figura 2.13: Fotografía del Oro coloidal y tabla nutricional

De las figuras 2.14 a) y b) pueden observarse partículas de oro coloidal sin la presencia del colorante rojo de metilo; también se observa que los tamaños y las morfologías son variados. En la espectroscopía EDS se nota la presencia de oro y un pico elevado de silicio, lo cual se debe a la oblea en la que se colocó la muestra para su estudio.

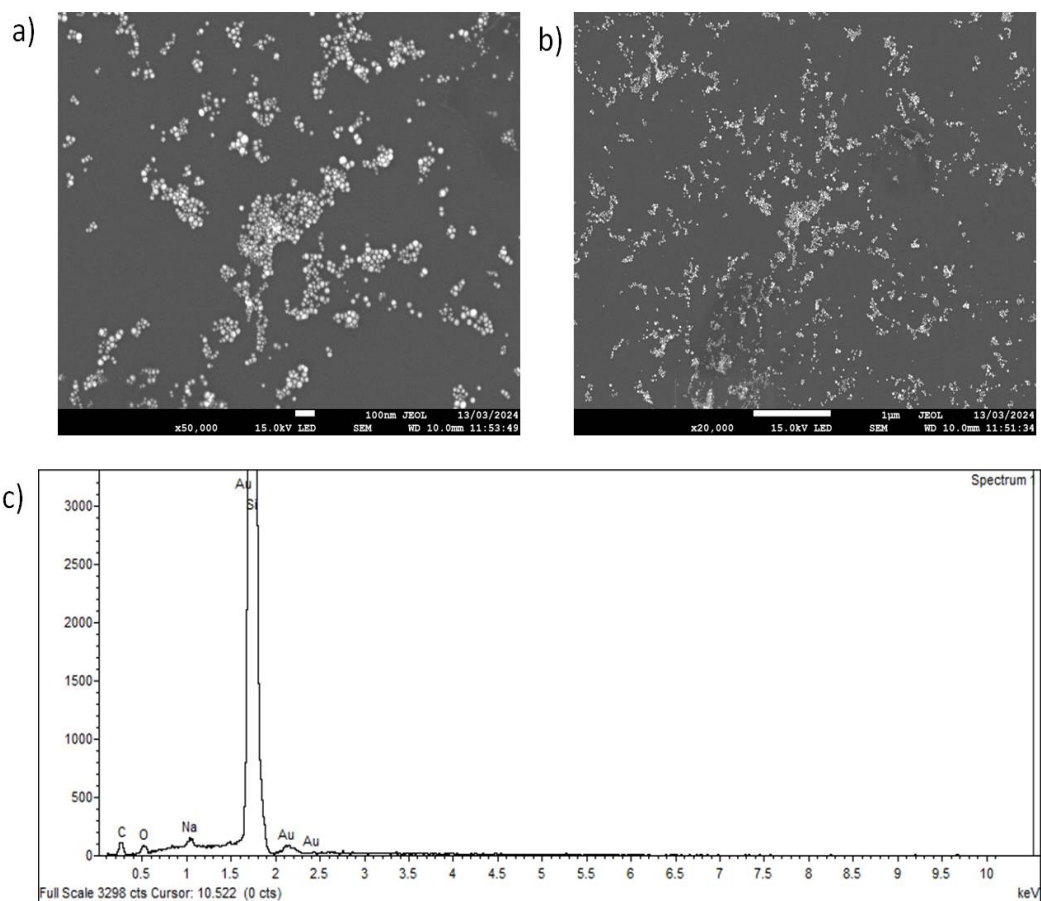


Figura 2.14: a) y b) Microscopías SEM del oro coloidal, c) EDS del oro coloidal

Para la disolución de 5 mg de rojo de metilo en 50 ml de oro coloidal, se realizaron microscopías para observar posibles cambios en la morfología de la muestra, y también se obtuvo su espectro EDS. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 2.15, donde se aprecian en a) y b) microscopías a diferentes escalas. En la figura 2.15 a), puede observarse un “encapsulamiento” de las nanopartículas, mientras que en otras regiones de la muestra se presenta material con dimensiones mayores en comparación con las nanopartículas (figura 2.15 b)). Los espectros EDS, mostrados en las figuras 2.15 c) y d), corresponden a las microscopías 2.15 a) y b), respectivamente. En estos espectros, se aprecia la presencia de silicio asociado a la rejilla donde se coloca la muestra, y en d) se muestra el EDS correspondiente a la región indicada en b) con una flecha verde, donde se observa que las partículas de mayor tamaño no corresponden al oro.

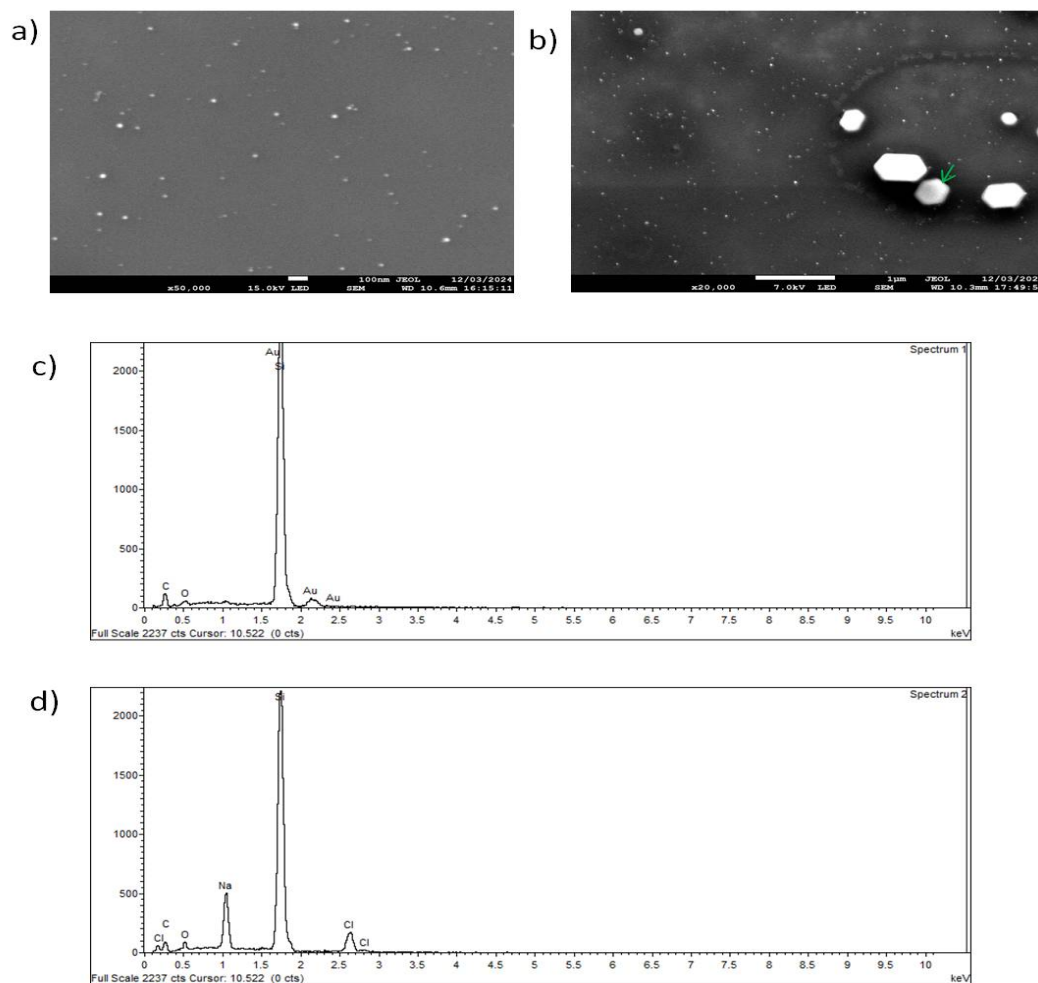


Figura 2.15: a) y b) Microscopías SEM del oro coloidal con colorante rojo de metilo, c) EDS del oro coloidal con colorante rojo de metilo de la región a), y d) EDS correspondiente a la región señalada en b).

2.2.3. Espectrofotometría y absorbancia

La espectrofotometría es una técnica útil para determinar qué fracción de la radiación electromagnética incidente es absorbida por una sustancia en un rango específico de frecuencias. Su fundamento teórico se basa en el hecho de que cada molécula tiene una serie de estados excitados o bandas que la distinguen de otras. Solo pueden absorber energía cuya frecuencia sea igual o superior a la de su banda de absorción. Así, cuando la luz es absorbida por la molécula, se produce una transición energética desde un estado basal o fundamental a un estado excitado de mayor energía [19]. Por esta razón, esta técnica permite obtener una representación gráfica, conocida como espectro de absorción, que indica la cantidad de luz absorbida en función de las diferentes longitudes de onda.

En este trabajo, para determinar el valor de la absorbancia de cada una de las sustancias analizadas, se empleó la técnica de espectrometría UV-Visible. Esta técnica analítica se utiliza principalmente para determinar la concentración de un compuesto en solución. Se basa en que las moléculas son capaces de absorber radiación electromagnética y en que la cantidad de luz

absorbida depende linealmente de la concentración de la sustancia en la disolución. Para ello, se utilizó un espectrofotómetro, un dispositivo capaz de medir la cantidad de luz absorbida por la sustancia y ajustar el valor de la longitud de onda que pasa por la muestra.

Para obtener los valores de absorbancia de cada muestra, primero se midió la absorbancia de una celda de vidrio de 1 mm de espesor sin sustancia alguna, la cual se ajustó manualmente a 0 utilizando el software del espectrofotómetro. Esta medición, conocida como “blanco”, corresponde al valor en el que la intensidad incidente y la transmitida son iguales, resultando en una absorbancia de 0. Luego, se colocó la muestra a caracterizar en la celda y se realizó un barrido de longitudes de onda en el espectro visible (390 – 710 nm). El espectrofotómetro utilizado para esta caracterización fue el modelo UV 300 (Visible Spectrophotometer) de la marca Spectronic, que utiliza el software Vision 32.

Además, para cada una de las muestras, se determinó el coeficiente de absorción utilizando la ley de Beer. Se empleó un fotodetector (PM100 S120A, Thorlabs) para registrar la potencia de entrada y salida de cada muestra al interactuar con un láser de iones de argón de emisión continua (Modu-Laser, Stellar-Pro-Select). El láser operaba a longitudes de onda de 514 nm (color verde) con una potencia mínima de 5 mW y máxima de 25 mW, y a 488 nm (color azul) con una potencia mínima de 10 mW y máxima de 25 mW. Para calcular el porcentaje de transmitancia de cada muestra, se utilizó una variación de la ecuación (2.9), mientras que para obtener los valores de absorbancia se empleó la fórmula (1.63), la cual muestra que la absorbancia depende de la distancia que atraviesa la luz al incidir en la muestra y de la estructura química de la molécula.

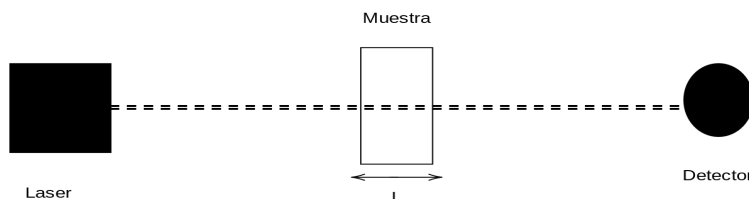


Figura 2.16: Arreglo experimental para la medición del coeficiente de absorción lineal

En el diagrama (2.16), primero se midió la potencia del haz tras atravesar la celda vacía mediante el fotodetector. Posteriormente, se agregó a la celda cada una de las sustancias que se buscó caracterizar con y sin colorante rojo de metilo (aceite de ricino, agua desionizada y oro coloidal).

2.2.4. Rojo de metilo con agua desionizada

La absorbancia en función de la longitud de onda para el agua desionizada y para el rojo de metilo disuelto en agua desionizada se muestra en la figura (2.17). En este caso, la curva para el rojo de metilo con agua desionizada presentó valores máximos de absorbancia para longitudes de onda entre 406,5 y 449,5 nm, alcanzando valores superiores a 0,6, mientras que los valores de la absorbancia para el caso del agua desionizada fueron inferiores a 0,1, mostrando absorbancia nula para el agua. Lo anterior indica que la absorbancia del agua con colorante se debe al rojo de metilo.

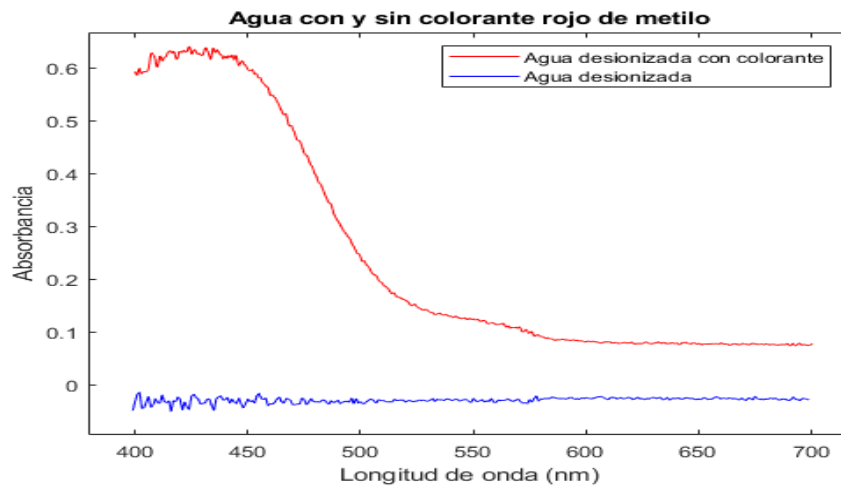


Figura 2.17: Aborbancia del agua desionizada (línea azul) y del rojo de metilo con agua desionizada (línea roja).

Para determinar el coeficiente de absorción lineal mediante la ley de Beer, son necesarias las medidas de las potencias incidente y transmitida de las muestras. Los valores medidos para la muestra de rojo de metilo con agua desionizada, para potencias de 5 mW, 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW y para una longitud de onda de $\lambda = 514 \text{ nm}$, se muestran en la tabla 2.1, mientras que en la tabla 2.2 se muestran los valores para las potencias de 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$. En dichas tablas se puede apreciar que el coeficiente de absorción lineal alcanzó valores superiores para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$, los cuales fueron al menos 2,3 veces más grandes que los obtenidos para $\lambda = 514 \text{ nm}$.

Rojo de metilo con agua desionizada, $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.01 mW	3.69 mW	3.06
10.02 mW	7.47 mW	2.94
15.02 mW	10.99 mW	3.12
20.02 mW	14.69 mW	3.10
25.02 mW	18.77 mW	2.87

Tabla 2.1: Coeficiente de absorción lineal del colorante rojo de metilo para $\lambda = 514 \text{ nm}$

Rojo de metilo con agua desionizada, $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
10.01 mW	5.03 mW	6.97
15.02 mW	7.75 mW	6.62
20.05 mW	10.35 mW	6.62
25.01 mW	12.96 mW	6.57

Tabla 2.2: Coeficiente de absorción lineal del colorante rojo de metilo para $\lambda = 488 \text{ nm}$

Por otra parte, los valores del coeficiente de absorción lineal que se obtuvieron para el agua desionizada para las mismas potencias y longitudes de onda referidas anteriormente se muestran en las tablas (2.3) y (2.4). En ellas se puede apreciar que α tuvo un valor similar en ambos casos, aunque ligeramente superior para la longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$, sin embargo cuando se agregó el colorante rojo de metilo, α fue superior para $\lambda = 488 \text{ nm}$, como se puede apreciar en los datos de las tablas anteriores.

Agua desionizada $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
11.07 mW	9.40 mW	1.63
15.06 mW	12.76 mW	1.66
20.05 mW	16.89 mW	1.72
25.08 mW	21.35 mW	1.61

Tabla 2.3: Coeficiente de absorción lineal del agua desionizada para $\lambda = 488 \text{ nm}$

Agua desionizada $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.00 mW	4.21 mW	1.72
10.05 mW	8.44 mW	1.75
15.06 mW	12.62 mW	1.77
20.04 mW	16.78 mW	1.78
25.07 mW	21.17 mW	1.69

Tabla 2.4: Coeficiente de absorción lineal del agua desionizada para $\lambda = 514 \text{ nm}$

De manera gráfica, los valores obtenidos para el coeficiente de absorción lineal de la muestra de agua, con y sin la presencia del colorante, para las longitudes de onda ya referidas están representados en la figura 2.18. En la figura 2.18 a) y en la figura 2.18 b) se puede apreciar el comportamiento de la función lineal obtenida para las muestras de agua desionizada con y sin la presencia del colorante. En el caso del coeficiente de absorción lineal para el agua desionizada, este presenta una tendencia regida por $\alpha = 1,75 - 0,001P_i$ y $\alpha = 1,67 - 0,01P_i$ para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$, respectivamente, mientras que para el agua desionizada con colorante rojo de metilo, el comportamiento lineal que sigue el coeficiente de absorción está dado por $\alpha = 3,16 - 0,007P_i$ y $\alpha = 7,114 - 0,024P_i$ para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$, respectivamente, donde P_i representa el valor de la potencia de entrada o la potencia incidente.

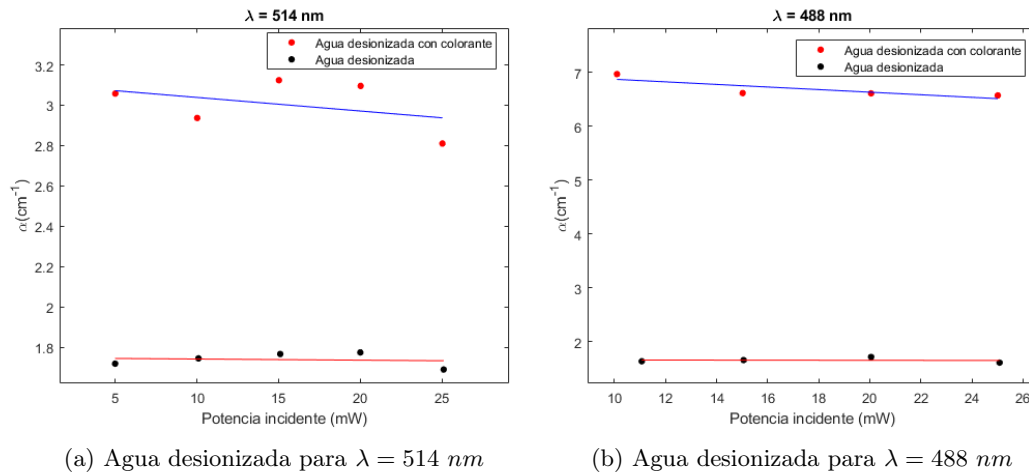


Figura 2.18: Coeficiente de absorción en función de la potencia incidente

El porcentaje de luz transmitida por la muestra de agua desionizada, con y sin la presencia del colorante rojo de metilo, para las potencias y longitudes de onda antes mencionadas, se muestra en las Tablas 2.5 y 2.6. En el caso del agua desionizada con colorante, el valor de la absorbancia fue mayor para $\lambda = 514 \text{ nm}$, lo cual es congruente con los valores obtenidos para el coeficiente de absorción lineal, ya que mientras más alto es, menor es el porcentaje de luz que logra atravesar la muestra. Por otro lado, en el caso del agua desionizada, los valores de la transmitancia fueron ligeramente superiores para $\lambda = 488 \text{ nm}$ en comparación con $\lambda = 514 \text{ nm}$. Por lo tanto, los valores obtenidos para la transmitancia, junto con los obtenidos para la absorbancia y el coeficiente de absorción lineal, evidencian que la presencia del rojo de metilo aumenta sustancialmente la capacidad de absorción de la sustancia para ambas longitudes de onda, siendo este efecto más pronunciado para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$.

Agua desionizada		
Potencia de entrada	$T \%$, $\lambda = 514 \text{ nm}$	$T \%$, $\lambda = 488 \text{ nm}$
5 .01 mW	84.2 %	
10.01 mW	83.98 %	84.91 %
15.02 mW	83.79 %	84.73 %
20.05 mW	83.73 %	84.24 %
25.01 mW	84.44 %	85.13 %

Tabla 2.5: Porcentaje de la transmitancia del agua desionizada para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$

Agua desionizada con rojo de metilo		
Potencia de entrada	$T \%$, $\lambda = 514 \text{ nm}$	$T \%$, $\lambda = 488 \text{ nm}$
5 .01 mW	73.65 %	
10.01 mW	74.55 %	49.80 %
15.02 mW	73.17 %	49.80 %
20.05 mW	73.38 %	51.62 %
25.01 mW	79.26 %	51.82 %

Tabla 2.6: Porcentaje de la transmitancia del agua con colorante rojo de metilo para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$

2.2.5. Oro coloidal

A continuación se muestra la absorbancia para las muestras de oro coloidal con y sin la presencia del colorante rojo de metilo. Se puede apreciar que en el caso del oro coloidal puro, se presenta una banda de absorción con un máximo alrededor de los 520 nm característica del plasmón de resonancia del oro. Al agregar el rojo de metilo al oro coloidal, el espectro de absorción resultante (curva roja) tiene una forma similar al espectro de la figura 2.17 (rojo), de modo que podemos concluir el dominio del colorante rojo de metilo sobre el oro coloidal.

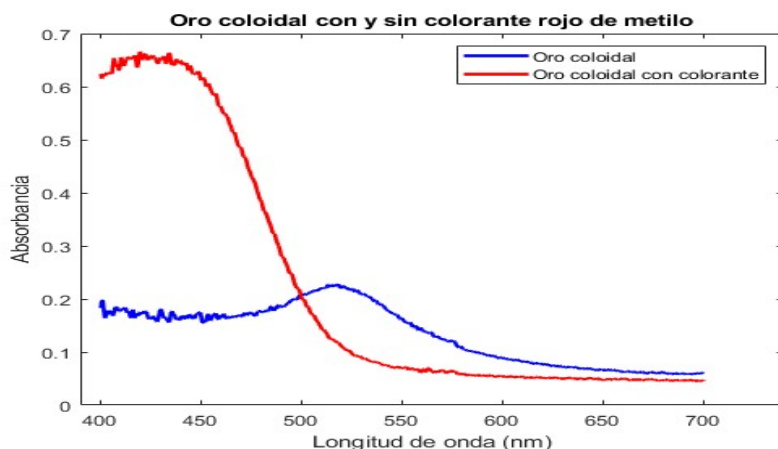


Figura 2.19: Absorbancia del oro coloidal (línea azul) y del oro coloidal con y colorante rojo de metilo (línea roja).

Para el caso de la muestra que únicamente contenía oro coloidal, la absorbancia alcanzó un valor máximo de 0.228 y se presentó para una longitud de onda de 518.5 nm , como se puede apreciar en la gráfica anterior. La banda de absorción cubre un rango de longitudes de onda de $496,5 - 535 \text{ nm}$. Para el caso de la muestra de oro coloidal con colorante, el valor máximo de la absorbancia se alcanzó para longitudes de onda en un rango de $392 - 454,5 \text{ nm}$. Dichos valores estuvieron en un rango de entre 0.562 y 0.666 de absorbancia, por lo que, evidentemente, en comparación con el oro coloidal puro, se produjo un incremento sustancial del valor de la absorbancia cuando se agregó el colorante rojo de metilo a la muestra.

Si recordamos que la absorbancia para el rojo de metilo con agua tuvo un valor de entre 0.6 y 0.65 para longitudes de onda en un rango de $406,5 - 449,5 \text{ nm}$ y que el oro coloidal puro alcanzó su absorbancia máxima para longitudes de onda en un rango de $496,5 - 535 \text{ nm}$, será posible apreciar que el comportamiento de la absorbancia del oro coloidal con colorante fue más parecido al del rojo de metilo que al del oro coloidal puro, lo cual incluso se puede apreciar en la forma que tuvo la curva de esta sustancia.

A continuación se muestran en las tablas 2.7 y 2.8 los valores de la absorbancia para la muestra de oro coloidal puro para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$ y potencias de entrada similares. En dichas tablas se aprecia que para $\lambda = 514 \text{ nm}$ el valor del coeficiente de absorción lineal es mayor que para $\lambda = 488 \text{ nm}$, sin embargo en ambos casos también es notorio que conforme el valor de la potencia de entrada tiende a aumentar, el valor de α tiende a disminuir.

Oro coloidal, $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.06 mW	3.89 mW	2.63
10.05 mW	7.85 mW	2.47
15.06 mW	11.98 mW	2.29
20.08 mW	16.10 mW	2.21
25.09 mW	20.47 mW	2.04

Tabla 2.7: Coeficiente de absorción lineal del oro coloidal para $\lambda = 514 \text{ nm}$.

Oro coloidal, $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
10.08 mW	8.15 mW	2.13
15.03 mW	13.00 mW	1.45
20.16 mW	16.79 mW	1.82
25.15 mW	23.34 mW	0.75

Tabla 2.8: Coeficiente de absorción lineal del oro coloidal para $\lambda = 488 \text{ nm}$.

De manera gráfica, se puede apreciar en la figura 2.20 el comportamiento del coeficiente de absorción lineal de la muestra de oro coloidal, tanto con como sin la presencia del colorante rojo de metilo, para las longitudes de onda mencionadas ($\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$) con respecto a la potencia incidente. En la figura se muestra que el coeficiente de absorción lineal para el oro coloidal presenta una tendencia a disminuir, regida por las ecuaciones $\alpha = 2,76 - 0,03P_i$ y $\alpha = 2,85 - 0,07P_i$ para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$, respectivamente, siendo P_i el valor de la potencia incidente o potencia de entrada. En contraste, para el oro coloidal con colorante, el comportamiento de α está dado por las ecuaciones $\alpha = 2,79 - 0,002P_i$ y $\alpha = 6,74 - 0,01P_i$ para $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$, respectivamente.

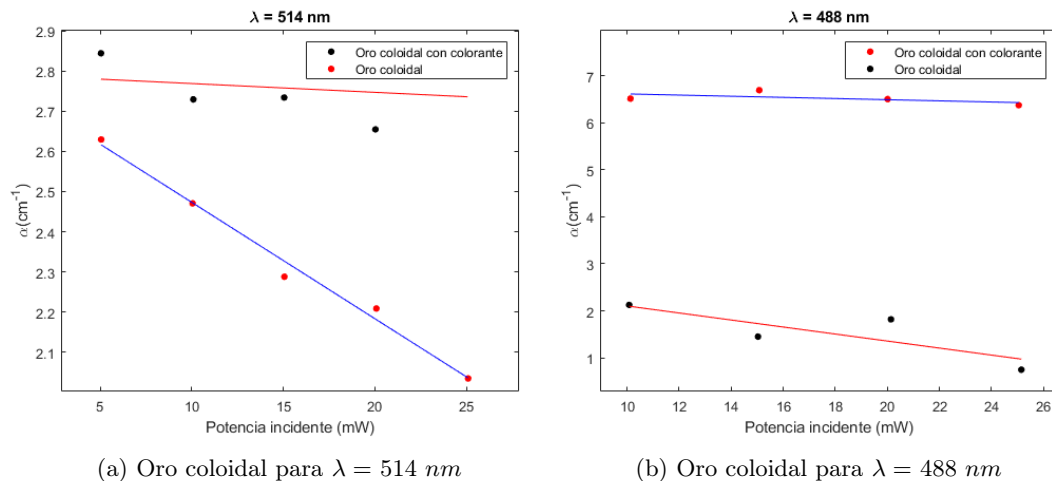


Figura 2.20: Coeficiente de absorción en función de la potencia incidente

Las tablas con los datos explícitos de las potencias de entrada y el valor de α que se obtuvieron para la muestra de oro coloidal con colorante rojo de metilo, se muestran a continuación. En ellas se puede apreciar de manera más notoria, que si bien la muestra de oro coloidal puro (tabla 2.7 y 2.8) tuvo valores más altos para la longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$, no fue así para el caso de

la muestra de oro coloidal con colorante, pues el valor de α fue mayor para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$, siendo por lo menos 2.4 veces superior con respecto al valor obtenido para $\lambda = 514 \text{ nm}$.

Oro coloidal con colorante rojo de metilo, $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
10.13 mW	5.28 mW	6.52
15.08 mW	7.72 mW	6.69
20.01 mW	10.44 mW	6.51
25.05 mW	13.24 mW	6.38

Tabla 2.9: Coeficiente de absorción lineal del oro coloidal con colorante para $\lambda = 488 \text{ nm}$

Oro coloidal con colorante rojo de metilo, $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.05 mW	3.80 mW	2.84
10.09 mW	7.68 mW	2.73
15.05 mW	11.45 mW	2.73
20.03 mW	15.36 mW	2.65
25.06 mW	18.89 mW	2.83

Tabla 2.10: Coeficiente de absorción lineal del oro coloidal con colorante para $\lambda = 514 \text{ nm}$

El porcentaje de luz que la muestra transmitió para el oro coloidal con rojo de metilo y el oro coloidal puro, para las potencias y longitudes de onda antes referidas se presentan en las tablas 2.11 y 2.12, en donde se puede apreciar que en ambos casos el porcentaje de luz que pudo atravesar la muestra fue superior para el oro coloidal en el que el colorante no estaba presente.

Oro coloidal		
Potencia de entrada	$T\%, \lambda = 514 \text{ nm}$	$T\%, \lambda = 488 \text{ nm}$
5.05 mW	76.87%	
10.09 mW	78.11%	80.83%
15.05 mW	79.55%	86.49%
20.03 mW	80.18%	83.37%
25.06 mW	81.59%	92.80%

Tabla 2.11: Porcentaje de la transmitancia para el oro coloidal

Oro coloidal con colorante		
Potencia de entrada	$T\%, \lambda = 514 \text{ nm}$	$T\%, \lambda = 488 \text{ nm}$
5.05 mW	75.25%	
10.13 mW	76.11%	52.12%
15.08 mW	76.08%	51.19%
20.01 mW	76.68%	52.17%
25.05 mW	75.38%	52.85%

Tabla 2.12: Porcentaje de la transmitancia para el oro coloidal con colorante

2.2.6. Aceite de ricino

La absorbancia del aceite de ricino con y sin la presencia del colorante se muestra a continuación. Se observa en las curvas que, en el caso del aceite de ricino sin colorante, la absorbancia disminuye a medida que la longitud de onda aumenta, mostrando un comportamiento decreciente de tipo lineal. La absorbancia alcanza su valor máximo para la longitud de onda $\lambda = 393,5 \text{ nm}$, donde tiene un valor de 0.165.

Cuando se agregó a la muestra el colorante rojo de metilo, el comportamiento de la gráfica cambió considerablemente en comparación con la muestra sin colorante. La gráfica dejó de presentar un comportamiento de tipo lineal y presentó cierta semejanza con la gráfica obtenida para el rojo de metilo en agua desionizada. En este caso, la absorbancia alcanzó su valor máximo para longitudes de onda entre 480.5 y 496 nm, con valores superiores a 0.479 e inferiores a 0.494, que son significativamente más altos que los obtenidos sin la presencia del colorante.

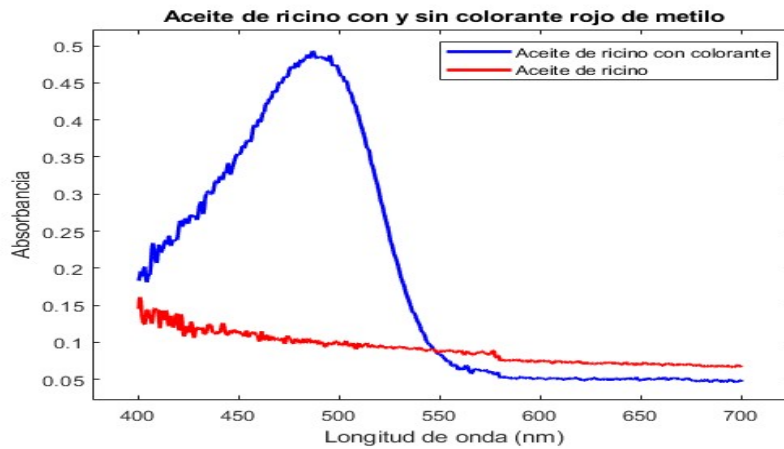


Figura 2.21: Absorbancia del aceite de ricino (línea roja) y del aceite de ricino con colorante (línea azul)

El comportamiento del aceite de ricino también se analizó para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$ y las potencias de entrada de 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW, así como para la longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$ y las potencias de entrada con valores de 5mW, 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW, como se puede apreciar en las tablas 2.14 y 2.13 respectivamente. Comparando los datos mostrados en las tablas se aprecia que el valor de α es mayor para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y que para ambas longitudes el coeficiente de absorción lineal tiende a disminuir conforme el valor de la potencia incidente aumenta, excepto para la potencia de entrada $P = 25 \text{ mW}$.

Aceite de ricino, $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
10.56 mW	9.14 mW	1.44
15.08 mW	13.12 mW	1.39
20.05 mW	18.08 mW	1.03
25.09 mW	21.76 mW	1.42

Tabla 2.13: Coeficientes de absorción del aceite de ricino

Aceite de ricino, $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.16 mW	4.61 mW	1.13
10.02 mW	8.97 mW	1.11
15.01 mW	13.51 mW	1.05
20.05 mW	18.24 mW	0.94
25.03 mW	22.75 mW	0.95

Tabla 2.14: Coeficientes de absorción del aceite de ricino

Por su parte, en las tablas 2.15 y 2.16 se muestran los valores obtenidos para el coeficiente de absorción lineal para las longitudes de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$ y $\lambda = 488 \text{ nm}$ respectivamente, ambas correspondientes al caso en el que el colorante rojo de metilo estuvo presente. En dichas tablas se puede apreciar un incremento notorio en el valor de α para ambas longitudes de onda con respecto al caso en el que el colorante no estuvo presente, pues para $\lambda = 488 \text{ nm}$ el valor de α se incrementó por un factor de 4.93, mientras que para $\lambda = 514 \text{ nm}$ el valor de α creció por un factor de 3.52. Los valores más altos de α se obtuvieron para $\lambda = 488 \text{ nm}$. En ambos casos este valor disminuyó conforme el valor de la potencia de entrada aumentó.

Aceite de ricino con colorante rojo de metilo, $\lambda = 514 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
5.05 mW	3.31 mW	4.23
10.07 mW	6.56 mW	4.28
15.12 mW	10.38 mW	3.76
20.03 mW	14.39 mW	3.31
25.01 mW	17.97 mW	3.31

Tabla 2.15: Coeficiente de absorción del aceite de ricino con colorante rojo de metilo

Aceite de ricino con colorante rojo de metilo $\lambda = 488 \text{ nm}$		
Potencia de entrada	Potencia de salida	$\alpha(\text{cm}^{-1})$
10.07 mW	5.92 mW	5.35
15.09 mW	8.99 mW	5.18
20.05 mW	11.99 mW	5.14
25.02 mW	15.06 mW	5.08

Tabla 2.16: Coeficiente de absorción del aceite de ricino con colorante rojo de metilo

La representación gráfica del comportamiento que tuvo el coeficiente de absorción para ambas longitudes de onda y para ambas muestras se puede apreciar en la figura 2.22, en donde para el aceite solo α sigue la tendencia dada por las siguientes expresiones $\alpha = 1,470 - 0,008P_i$ y $\alpha = 1,190 - 0,01P_i$ para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$ respectivamente. Por otra parte, α para el aceite con colorante sigue la tendencia: $\alpha = 5,493 - 0,017P_i$ y $\alpha = 4,627 - 0,056P_i$ para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$ respectivamente.

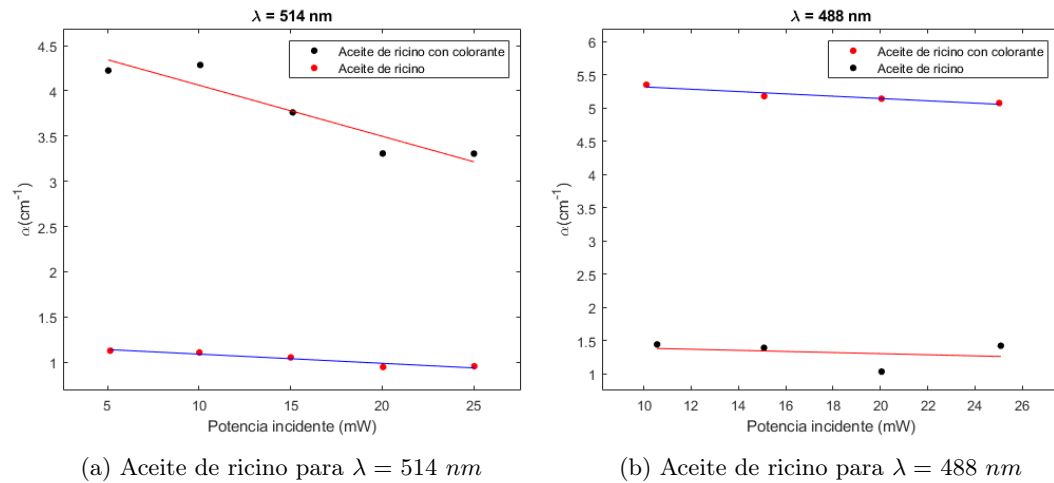


Figura 2.22: Coeficiente de absorción en función de la potencia incidente

Los porcentajes correspondientes al valor de la transmitancia, es decir al porcentaje de luz que fue capaz de atravesar la muestra, para las longitudes de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$, se muestran en la tabla 2.17 y 2.18 para el aceite de ricino sin y con colorante respectivamente. De los datos mostrados en dichas tablas se puede apreciar que el porcentaje de la transmitancia fue menor para la muestra con colorante rojo de metilo. La diferencia en el valor de la transmitancia que se aprecia entre ambas muestras es notoria, ya que el porcentaje de la transmitancia es al menos un 20 % superior en el caso donde el colorante no está presente.

Aceite de ricino		
Potencia de entrada	$T \%$, $\lambda = 514 \text{ nm}$	$T \%$, $\lambda = 488 \text{ nm}$
5.05 mW	89.34 %	
10.07 mW	89.52 %	86.55 %
15.12 mW	90.01 %	87.00 %
20.03 mW	90.97 %	90.17 %
25.01 mW	90.89 %	86.73 %

Tabla 2.17: Valor de la transmitancia para el aceite de ricino

Aceite de ricino con colorante		
Potencia de entrada	$T \%$, $\lambda = 514 \text{ nm}$	$T \%$, $\lambda = 488 \text{ nm}$
5.05 mW	65.54 %	
10.07 mW	65.14 %	58.56 %
15.09 mW	68.65 %	59.58 %
20.05 mW	71.84 %	59.80 %
25.02 mW	71.85 %	60.19 %

Tabla 2.18: Valor de la transmitancia para el aceite de ricino con colorante

Con base en los datos contenidos en la tabla 2.18 se puede apreciar que el porcentaje de la transmitancia es mayor para $\lambda = 514 \text{ nm}$, lo que es consistente con los valores que se hallaron para la absorbancia, ya que mientras mayor es la transmitancia menor es la absorbancia. Así mismo se puede apreciar que la transmitancia es menor para $\lambda = 488 \text{ nm}$ en ambas muestras, por lo que la

respuesta del aceite de ricino con respecto a su capacidad de absorbanca es mejor para la longitud de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$.

Capítulo 3

Desarrollo numérico

La no localidad es una característica de un gran número de sistemas ópticos no lineales. En el contexto espacial significa que la respuesta de un medio en un punto en particular no está determinada solamente por la intensidad en ese punto como en el caso local sino que depende de la intensidad en la vecindad [6]. La no localidad implican transferencia de calor [20], etc. La respuesta óptica no lineal no local de tercer orden ha sido previamente modelada, numérica y analíticamente, con una buena correspondencia con respecto a resultados experimentales [7], [21].

Para que un material exhiba una respuesta no lineal es necesario que la luz incidente en el material sea lo suficientemente intensa para producir un cambio de índice de refracción en el medio, dicho cambio para un medio no local puede representarse por la expresión, que corresponde a un modelo fenomenológico para medios no locales [6].

En este capítulo se describe un modelo numérico, que caracteriza la no localidad de la respuesta no lineal a tercer orden para refracción, con él fue posible reproducir las curvas obtenidas experimentalmente. Recordemos que en la sección 2.1, se describió la técnica de Z-scan, que permite determinar el índice de refracción no lineal y el coeficiente de absorción no lineal, con esta técnica se obtienen curvas de barrido para la configuración de abertura finita, del análisis del campo eléctrico para esta técnica se obtiene una expresión para la transmitancia a campo lejano sobre eje, esto para medios tipo Kerr con iluminación pulsada, sin embargo no todos los materiales presentan respuesta tipo Kerr por lo que su respuesta no lineal no puede reproducirse con dicha expresión (2.9); por lo que se opta por otros modelos numéricos para describir respuestas no lineales de otro tipo, en este trabajo se utiliza el modelo reportado en [7] y en [21]. Este modelo describe la respuesta no lineal no local refractiva y/o absorptiva para medios delgados.

3.1. Modelo no local refractivo

En esta sección se presenta el modelo numérico no lineal no local refractivo reportado en la referencia [7]. En dicho modelo se considera que el ancho del perfil de cambio de fase no lineal $\Delta\phi$ puede o no coincidir con el ancho del perfil de intensidad del haz incidente. Este modelo considera un haz Gaussiano propagándose por un medio delgado no lineal ($z_0 \gg d$) tal que el campo en el plano de salida está dado por la ecuación (2.6), por lo que si esta es invariable ante el tiempo el campo a la salida de la muestra estaría dado por la ecuación que se muestra a continuación:

$$E_s(\rho, z) = E(z, \rho) \exp(-\alpha L/2) \exp(-i\Delta\phi(z, \rho)). \quad (3.1)$$

con α el coeficiente de absorción lineal característico del medio y L el espesor de la muestra.

El haz Gaussiano se propaga en dirección z , pero como se está considerando un medio lo suficientemente delgado en donde $L \ll z_0$, se considera que el campo incidente no se verá afectado al propagarse por el medio más que por un pequeño cambio de fase $\Delta\phi$ a la salida del medio. De esta manera, para una no linealidad cúbica y una absorción lineal despreciable $\Delta\phi$ se obtiene de integrar el cambio en el índice de refracción Δn_0 a lo largo del grosor de la muestra al que se ha redefinido como z' .

$$\Delta\phi = k_0 \int_{z'}^{z'+L} \Delta n_0(z, \rho) dz. \quad (3.2)$$

Se considera una dependencia del índice de refracción en relación a la intensidad de la siguiente forma $\Delta n_0(z, \rho) = n_2 I(z, \rho)$, en donde a $\Delta n_0(z, \rho)$ se le conoce como el cambio instantáneo del índice de refracción. De esta manera la ecuación (3.2) puede expresarse como:

$$\Delta\phi \approx \Delta\phi_0 \exp\left(\frac{-2\rho^2}{\omega^2(z)}\right). \quad (3.3)$$

en la cual:

$$\Delta\phi_0 = \frac{\Delta\Phi_0}{1 + z^2/z_0^2} \quad (3.4)$$

esta ecuación (3.3) muestra que el cambio de fase sigue la variación radial de la irradiancia incidente en una posición de la muestra z .

Además, en la ec(3.3) se puede apreciar que al iluminar un medio con un perfil de intensidad Gaussiano se obtiene en el plano de salida del medio un cambio de fase no lineal fotoinducido $\Delta\phi$ también Gaussiano, que coincide en ancho con el perfil de intensidad incidente. Esto representa una respuesta local del medio; sin embargo no todos los materiales presentan este tipo de respuesta. Por esta razón, en la referencia [7] se propone incluir la no localidad del medio en la expresión para el cambio de fase (3.3) introduciendo el parámetro m en el argumento de la exponencial, con lo que se modifica el ancho de la función Gaussiana, de modo que (3.3) puede expresarse como:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_0(z, m) \exp\left(\frac{-m\rho^2}{\omega^2(z)}\right), \quad (3.5)$$

donde la ec(3.4) se reescribe como

$$\Delta\phi_0 = \frac{\Delta\Phi_0}{[1 + (z/z_0)^2]^{m/2}}, \quad (3.6)$$

siendo $\Delta\Phi_0$ el máximo desplazamiento de fase fotoinducido sobre el eje después de atravesar el medio localizado en $z = 0$ y m cualquier valor real positivo.

La figura 3.1 muestra el perfil de cambio de fase, obtenido de la ecuación (3.3) para diferentes valores del parámetro m . Note que Para $m = 2$ el cambio de fase no lineal sigue la distribución de intensidad, es decir es igual que el ancho del perfil de intensidad incidente, teniendo una respuesta no lineal local. Solamente si $m = 2$ el medio presentara una respuesta no lineal local, de manera que si $m \neq 2$ el medio se considera como no local. En la figura 3.1 también se puede apreciar que si $m = 1$ el ancho incrementa respecto de $m = 2$ y que para $m = 4$ disminuye.

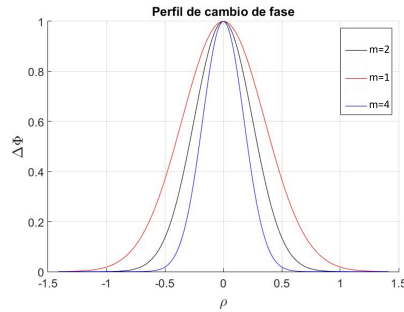


Figura 3.1: Perfiles de cambio de fase (ec. 3.1) para diferentes valores de m

El modelo numérico no local para describir las curvas de Z-scan consiste en considerar el campo a la salida de la muestra, utilizando la expresión (3.3)

$$E_s(\rho, z) = E(\rho, z) \exp(-i\Delta\phi), \quad (3.7)$$

que es similar a la ecuación (3.1), pero ignorando la absorción del material. Una vez que se tiene la expresión para el campo de salida E_s , este se propaga a campo lejano usando la Transformada de Fourier (TF). Tras obtener la distribución del campo eléctrico en el campo lejano, se obtiene la distribución de intensidad. Se toma el valor central correspondiente al eje, y para cada posición de barrido de la muestra se obtiene una distribución de intensidad de la cual se extrae el valor central. De esta forma, se obtienen pares posición-intensidad con los que se generan las curvas numéricas de barrido en Z.

El algoritmo para obtener estas curvas fue desarrollado en Matlab y, para probar su correcto funcionamiento, se reprodujeron los resultados para refracción con un láser de He-Ne a 633 nm y una cintura de haz $W_0 = 53 \mu\text{m}$ de la referencia [7]. En la figura 3.2a, las curvas de Z-scan obtenidas para una muestra con $\Delta\Phi_0 = 0,1$ rad se grafican para diferentes valores del parámetro m , y en la figura 3.2b se muestran las curvas Z-scan para valores de m de: 1, 2, 4. Los valores de $\Delta\Phi_0$ se ajustaron para dar casi la misma diferencia de transmitancia pico-valle.

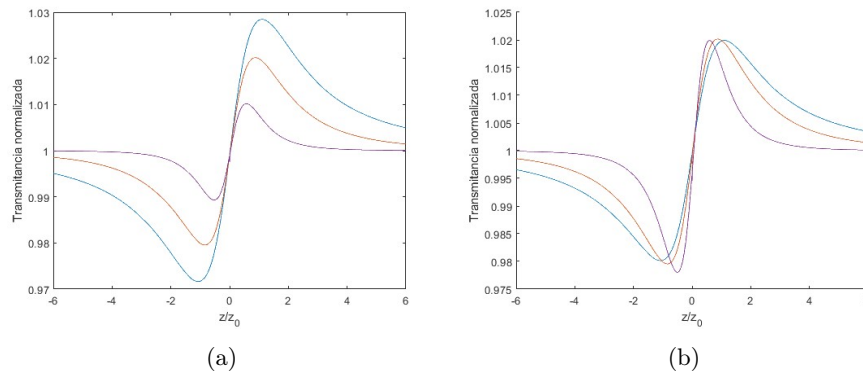


Figura 3.2: Curvas de Z-scan obtenidas para: (a) el mismo cambio de fase no lineal en el eje de $\Delta\Phi_0 = 0,1$ rad y diferentes valores del parámetro m : 1 (línea azul), 2 (línea naranja), 4 (línea morada); y (b) diferentes valores de $\Delta\Phi_0$: 0,07 rad ($m = 1$, línea azul), 0,10 rad ($m = 2$, línea naranja) y 0,2 rad ($m = 4$, línea morada).

Cuando el cambio de fase no lineal es mayor que π , las curvas de Z-scan comienzan a ser asimétricas y aumenta la separación pico-valle. En la figura 3.3 se grafica la transmitancia normalizada para diferentes $\Delta\Phi_0$ en el caso local ($m = 2$).

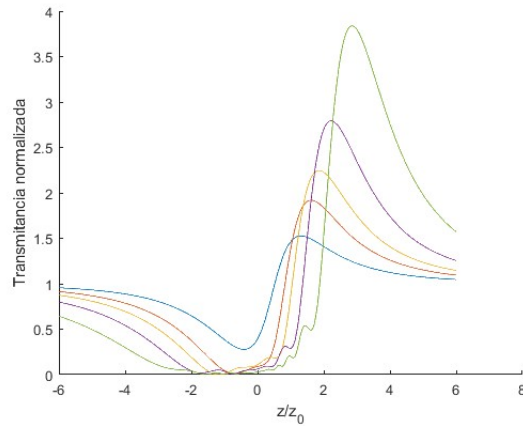


Figura 3.3: Curvas de Z-scan para el caso local ($m = 2$) y $\Delta\Phi_0$: π (azul), 2π (naranja), 3π (amarilla), 5π (morada) y 10π (verde).

Como ejemplo del caso no local con cambios de fase mayores que π y que se extienden más allá de la intensidad incidente, se tiene la figura 3.4, que muestra el caso $m = 1$.

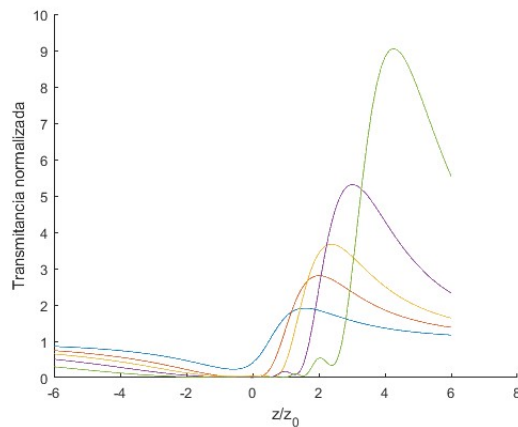


Figura 3.4: Curvas de Z-scan para el caso no local ($m = 1$) y $\Delta\Phi_0$: π (azul), 2π (naranja), 3π (amarilla), 5π (morada) y 10π (verde)

Finalmente, como ejemplo del caso no local con una extensión espacial menor que la intensidad incidente, se muestra en la figura 3.5 el caso $m = 4$ para cambios de fase mayores que π .

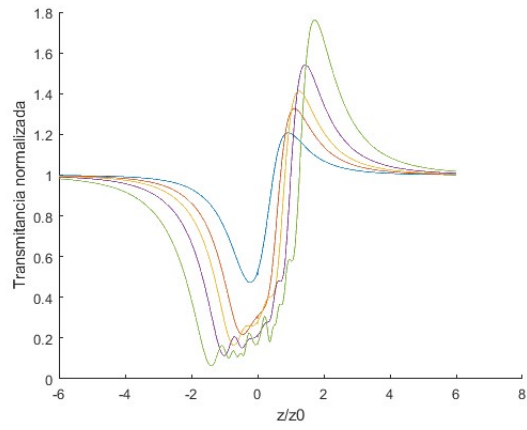


Figura 3.5: Curvas de Z-scan para el caso no local ($m = 4$) y $\Delta\phi_0$: π (azul), 2π (naranja), 3π (amarilla), 5π (morada) y 10π (verde).

Capítulo 4

Resultados

Para las muestras analizadas en este trabajo (agua desionizada, oro coloidal y aceite de ricino con y sin la presencia del colorante rojo de metilo) se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación, los cuales fueron reproducidos numéricamente utilizando el modelo no local refractivo descrito en el Capítulo 3.

4.1. Agua desionizada con colorante rojo de metilo

Esta muestra fue analizada para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$. Para ambas longitudes de onda el agua desionizada no presentó respuesta no lineal. Los resultados mostrados a continuación corresponden al agua desionizada con la presencia del colorante rojo de metilo, muestra para la que si se obtuvo respuesta no lineal por parte del material.

4.1.1. $\lambda = 488 \text{ nm}$

Las curvas de barrido en Z para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y las potencias incidentes $P = 10, 15, 20$ y 25 mW se muestran en la figura (4.1). En dichas gráficas se puede apreciar que, conforme el valor de la potencia incidente aumentó, el valor de la diferencia de transmitancia normalizada también lo hizo, alcanzando su valor máximo para una potencia incidente de 25 mW . Además, en la fig. (4.1) se puede observar una respuesta no lineal negativa, lo que implica un valor negativo de $\Delta\Phi_0$. Esto significa que el índice de refracción no lineal del material es negativo. Por lo tanto, el material bajo estudio actúa como una lente divergente autoinducida por el haz.

Asimismo, se obtuvo un valor de $\Delta\Phi_0 < \pi$ para las potencias de 10 mW , 15 mW y 20 mW . De acuerdo con [5], para cambios de fase pequeños, las curvas de barrido en Z presentan cierta simetría en la amplitud y posición del pico y del valle, asumiendo que la respuesta del medio es local, es decir, $m = 2$. En este caso, se observa que $m = 1$, lo que justifica la asimetría de las curvas mostradas. La respuesta no lineal se atribuye al calentamiento de la muestra, ya que el máximo de su banda de absorción se encuentra alrededor de los 460 nm .

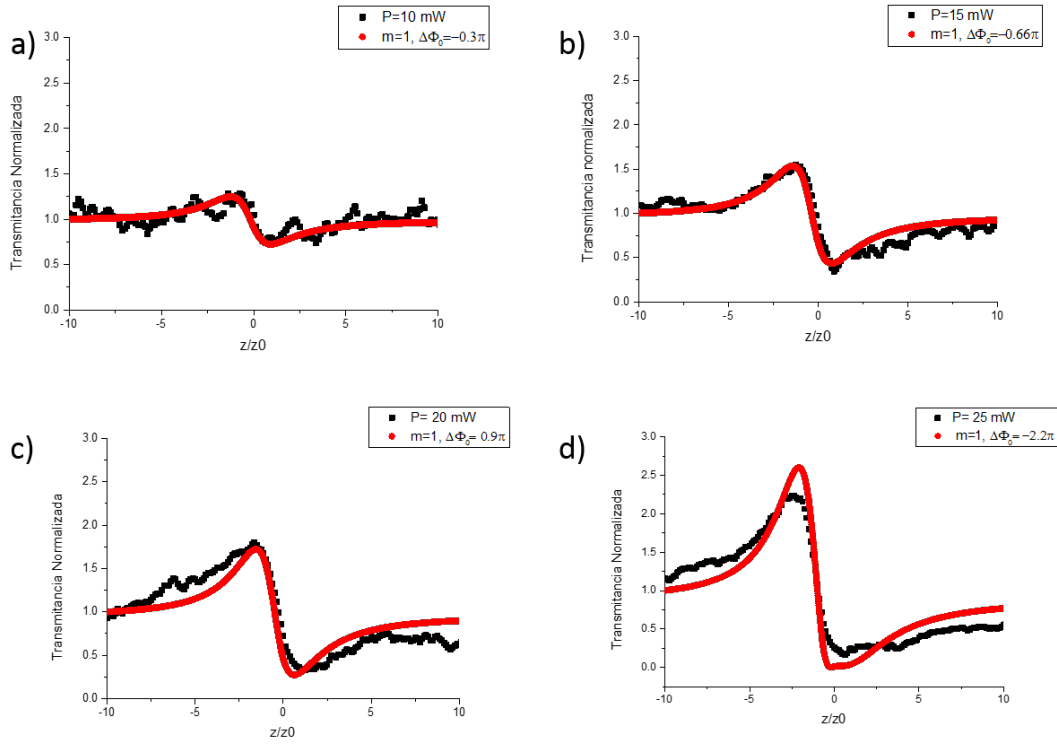


Figura 4.1: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) con $\lambda = 488$ nm para el agua con colorante: a) $P = 10$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,3\pi$ b) $P = 15$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,66\pi$ c) $P = 20$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,9\pi$ y d) $P = 25$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -2,2\pi$

Para la figura (4.1 d) se obtuvo $\Delta\Phi_0 = -2,2\pi$. Se puede apreciar la deformación de la curva, que presenta una mayor amplitud en el pico en comparación con el valle. Además, este último muestra un ensanchamiento. También se observó un corrimiento tanto del pico como del valle en la dirección negativa del eje z [5], lo que indica que, para distorsiones de fase grandes, el modelo teórico utilizado disminuye su precisión. Es posible que el aumento en la transmitancia en el pico con el incremento de la potencia esté asociado a absorción no lineal, por lo que el modelo utilizado no es capaz de reproducir estos resultados experimentales de manera más precisa, dado que considera únicamente la contribución refractiva de la respuesta no lineal.

Por otra parte, en todos los casos se obtuvo $m = 1$, lo que muestra que los efectos no lineales ópticos del material no están confinados únicamente al área de máxima intensidad del haz de luz, sino que también se observan en regiones adyacentes.

4.1.2. $\lambda = 514$ nm

Con respecto al comportamiento que tuvo el agua desionizada con la presencia del colorante rojo de metilo para $\lambda = 514$ nm y $P = 5$ mW, 10 mW, 15 mW y 20 mW se obtuvieron los resultados que se muestran en la fig.(4.2). En ellas se puede apreciar un comportamiento similar al obtenido para el caso de $\lambda = 488$ nm, ya que mientras mayor es el valor de la potencia incidente, mayor es el valor de $\Delta\Phi_0$.

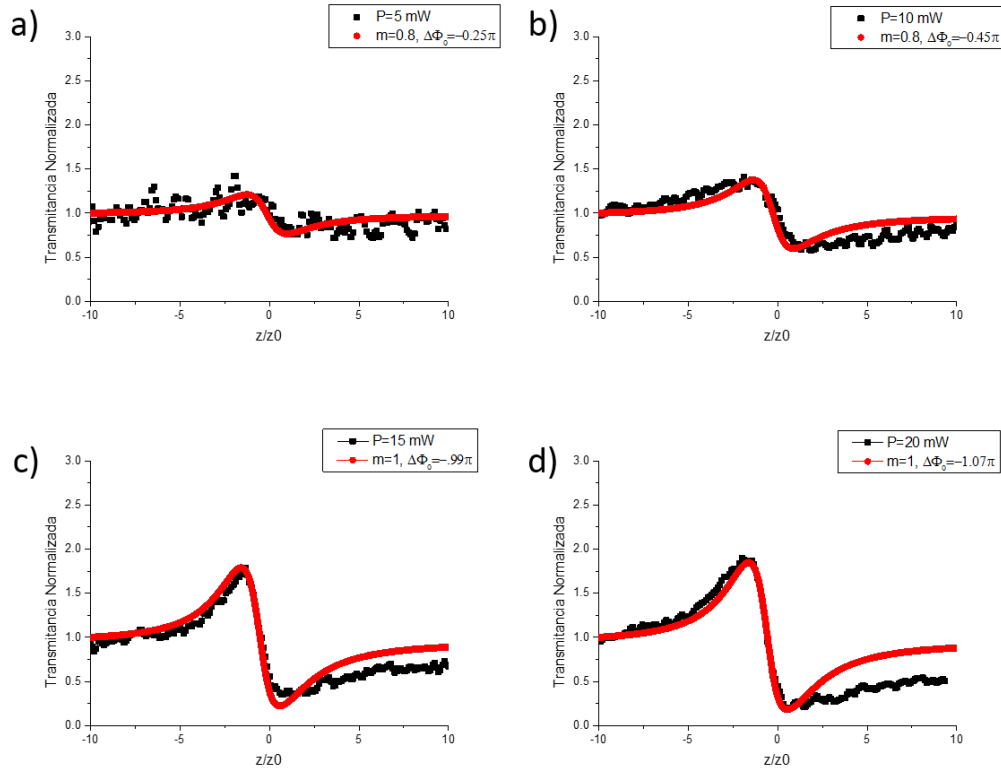


Figura 4.2: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del agua con colorante con $\lambda = 514$ nm para: a) $P = 5$ mW, $m = 0,8$, $\Delta\Phi_0 = -0,25\pi$, b) $P = 10$ mW, $m = 0,8$, $\Delta\Phi_0 = -0,45\pi$ c) $P = 15$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,99\pi$ y d) $P = 20$ mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -1,07\pi$.

Sin embargo, puede observarse que en este caso el cambio de fase no lineal es menor que el obtenido para $\lambda = 488$ nm. También se aprecia que con el incremento de la potencia se presenta una mayor amplitud en el pico que en el valle, así como un ensanchamiento de este último y una tendencia en la transmitancia a no regresar a la linealidad para posiciones después del valle.

Los valores de $m \leq 1$ indican un ensanchamiento en la respuesta no lineal con respecto al ancho del perfil de intensidad incidente para las potencias de 5 mW y 10 mW. En contraste, para 15 mW y 20 mW, el valor de $m = 1$ sugiere que la respuesta no lineal está confinada principalmente en la región de máxima intensidad del haz, sin un ensanchamiento significativo hacia las regiones adyacentes.

Los parámetros de ajuste para ambas longitudes de onda se presentan en la siguiente tabla.

Agua desionizada con colorante rojo de metilo				
	$\lambda = 488nm$		$\lambda = 514nm$	
Potencia de entrada	m	$\Delta\Phi_0$	m	$\Delta\Phi_0$
5 mW	-	-	0.8	$-0,25\pi$
10 mW	1	$-0,3\pi$	0.8	$-0,45\pi$
15 mW	1	$-0,66\pi$	1	$-0,99\pi$
20 mW	1	$-0,9\pi$	1	$-1,07\pi$
25 mW	1	$-2,2\pi$	-	-

Tabla 4.1: Parámetros de ajuste para el agua desionizada con colorante

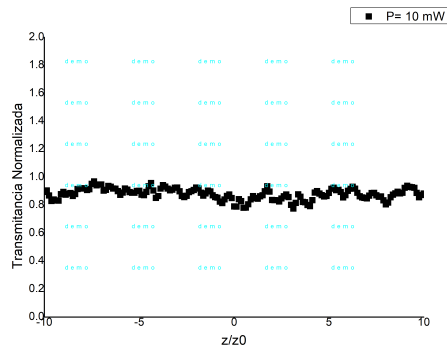
4.2. Oro coloidal

El oro coloidal se analizó también para $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$, con y sin colorante rojo de metilo. El oro coloidal mostró una respuesta no lineal con y sin el colorante, aunque no para todas las potencias. Cuando el colorante no estuvo presente, la respuesta no lineal se observó solo para potencias altas. Los resultados obtenidos mediante el método de Z-scan, aplicando el modelo numérico referido en el capítulo 2, se muestran a continuación.

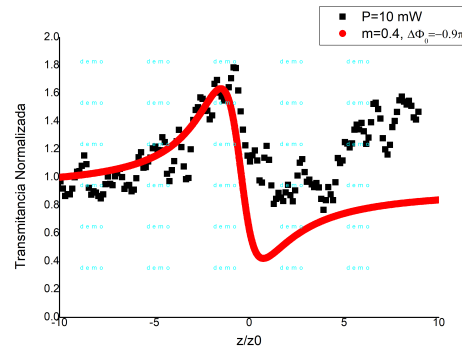
4.2.1. $\lambda = 488 \text{ nm}$

En esta sección se analiza el comportamiento que presentó la muestra de oro coloidal con y sin colorante rojo de metilo para las potencias incidentes de 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW. La respuesta de la muestra sin el colorante rojo de metilo se puede observar en las figuras 4.3a, 4.3c, 4.3e y 4.4a. En ellas se puede apreciar que no es posible obtener una respuesta no lineal por parte del material, ya que, debido a sus características intrínsecas, este únicamente presenta un comportamiento no lineal cuando la potencia incidente alcanza un valor de 25 mW, como se puede observar en la figura 4.4a.

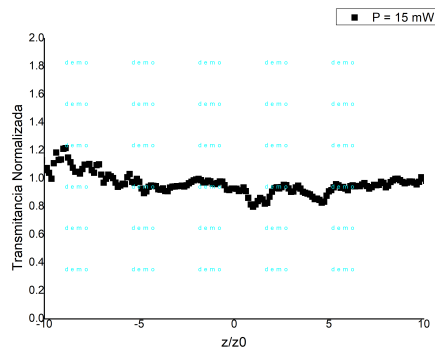
Cuando el colorante rojo de metilo está presente, la respuesta del material cambia, pues incluso a potencias bajas como 10 mW (fig. 4.3b), la respuesta no lineal del material se hace presente. En las figuras 4.3b, 4.3d y 4.3f se puede apreciar el comportamiento no lineal del material y el ajuste numérico que se obtuvo por medio del modelo no local refractivo para $m = 0,4$ y diferentes valores de $\Delta\Phi_0$. El $\Delta\Phi_0$ tiene una tendencia a aumentar su valor conforme la potencia crece, excepto cuando la potencia pasa de 15 mW a 20 mW, pues en este caso su valor disminuye, pasando de $-1,2\pi$ a -1π . El signo negativo de $\Delta\Phi_0$, como en el caso del agua, indica que el material presenta una no linealidad negativa, lo que implica que n_2 es negativo y se comporta como una lente divergente.



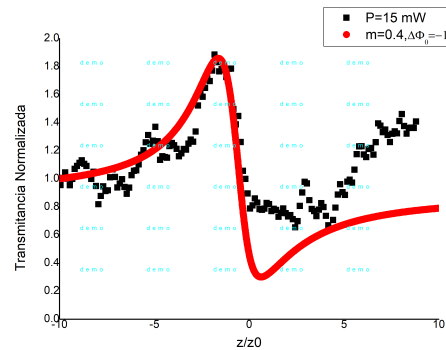
(a) Oro coloidal.
Potencia incidente de 10 mW.



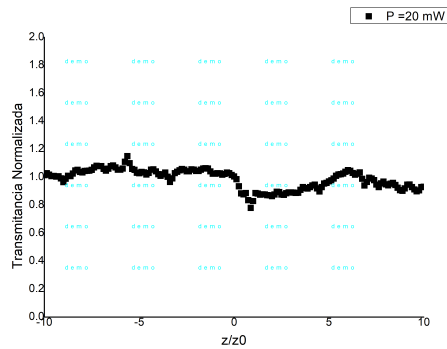
(b) Oro coloidal con colorante.
Potencia incidente 10 mW, $m=0.4$, $\Delta\Phi_0 = -0.9\pi$.



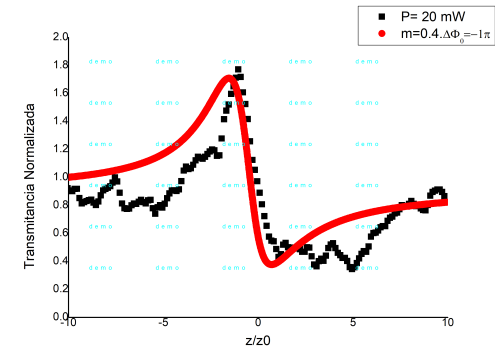
(c) Oro coloidal.
Potencia incidente 15 mW.



(d) Oro coloidal con colorante.
Potencia incidente 15 mW, $m=0.4$, $\Delta\Phi_0 = -1.2\pi$.



(e) Oro coloidal.
Potencia incidente 20 mW.



(f) Oro coloidal con colorante.
Potencia incidente 20 mW, $m=0.4$, $\Delta\Phi_0 = -\pi$.

Figura 4.3: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal sin y con colorante rojo de metilo para $P = 10$ mW, $P = 15$ mW y $P = 20$ mW con $\lambda = 488$ nm

Los ajustes numéricos obtenidos arrojan valores de $m < 1$ lo que indica una respuesta no local más amplia espacialmente respecto del ancho del perfil de intensidad incidente.

En la figura 4.4 se muestran los resultados obtenidos para el oro coloidal sin y con colorante para $P = 25$ mW. Se puede observar que el oro coloidal sin colorante presenta una no linealidad negativa de baja magnitud. En contraste, para el oro con colorante, la curva de barrido en Z muestra una gran amplitud en el pico, mientras que el valle se pierde.

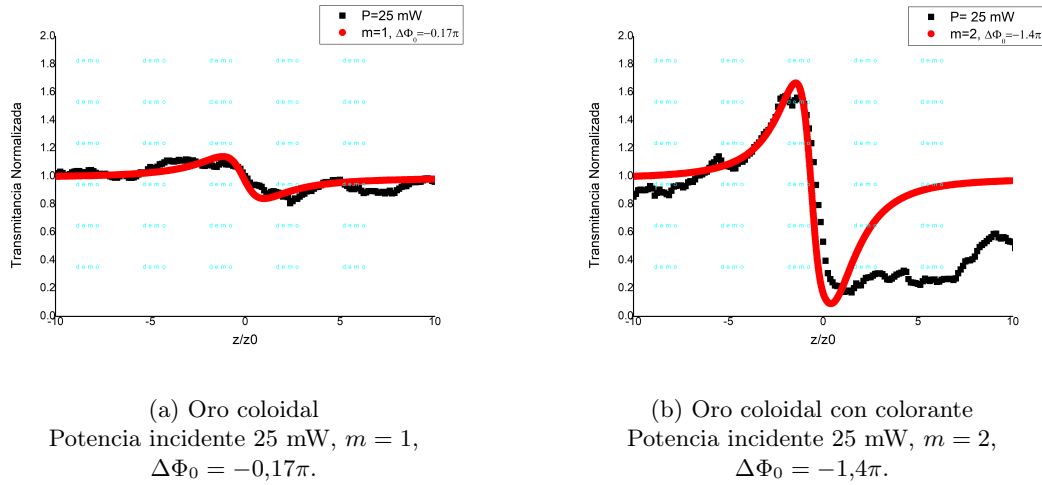


Figura 4.4: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal sin y con colorante rojo de metilo para $P = 25$ mW con $\lambda = 488$ nm.

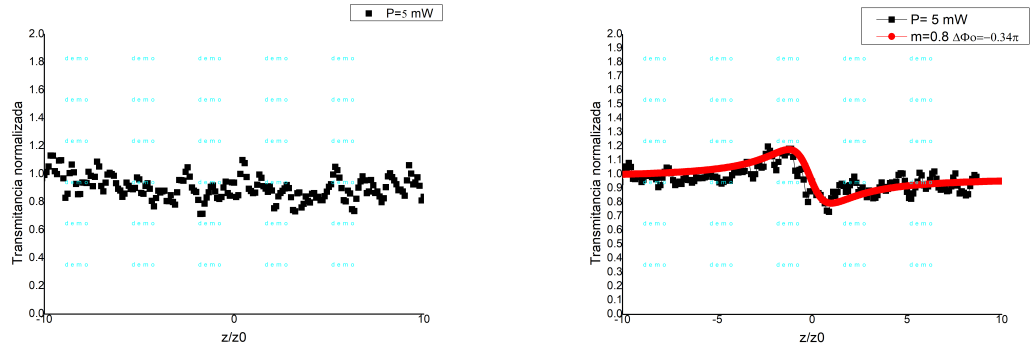
En la figura 4.4 se puede apreciar también que el valor de m se incrementó considerablemente respecto al caso en el que el colorante no estaba presente. El hecho de tener $m = 2$ indica que se tiene el caso local, es decir, que la respuesta no lineal del material está confinada en la región donde el haz presenta mayor intensidad y que la respuesta es proporcional a la intensidad de la luz en ese punto. Además, de acuerdo con [7], para este caso la curva obtenida por el modelo numérico es similar a la obtenida si hubiéramos utilizado la fórmula (2.9).

En conclusión, los valores de m obtenidos para estas curvas no arrojan resultados concluyentes, puesto que en el caso del oro coloidal podría incluso considerarse que la respuesta no lineal es muy débil o nula, mientras que para el oro con colorante el modelo numérico utilizado no reproduce de manera satisfactoria el resultado experimental obtenido.

4.2.2. $\lambda=514$ nm

En esta sección se analiza el comportamiento que presentó la muestra de oro coloidal sin y con el colorante rojo de metilo para las potencias de 5 mW, 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW. La respuesta no lineal del material, con excepción de un caso (fig. 4.5), se manifestó en ambas muestras, como se puede apreciar en las figuras 4.6, 4.7 y 4.8.

Particularmente, en la figura 4.5 a) para $P = 5$ mW, se puede observar que en el caso en que el colorante no estuvo presente, el material no manifestó ningún tipo de respuesta no lineal, por lo que no fue posible realizar el ajuste teórico con el modelo local no refractivo. Esto indica que, para el oro coloidal sin colorante, es necesaria una mayor potencia para excitar la respuesta no lineal, mientras que, para el oro coloidal con colorante, a la misma potencia de $P = 5$ mW, la respuesta no lineal está presente.



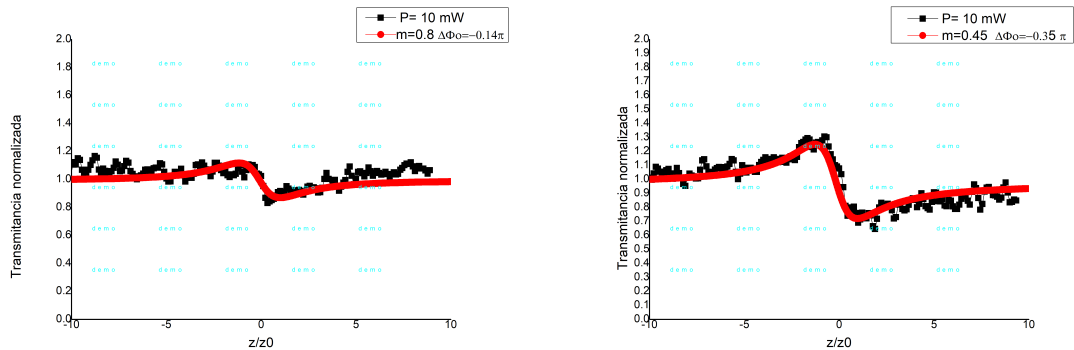
(a) Oro coloidal.
Potencia incidente 5 mW.

(b) Oro coloidal con colorante.
Potencia incidente 5 mW, $m = 0,8$, $\Delta\Phi_0 = -0,34\pi$.

Figura 4.5: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal sin y con colorante rojo de metilo para $P = 5$ mW con $\lambda = 514$ nm.

No obstante, para esta misma potencia, cuando el colorante rojo de metilo se agregó a la muestra, el modelo local no refractivo permitió obtener los valores de $m = 0,8$ y $\Delta\Phi_0 = -0,34\pi$, los cuales permiten apreciar que el cambio de fase inducido por el haz es negativo.

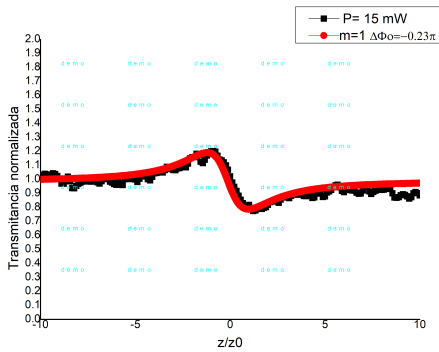
Respecto a esto, llama la atención que cuando el valor de la potencia se incrementa para la muestra con colorante, el valor de m permanece sin cambios para las potencias de 10 mW (fig.4.6b) y 15 mW (fig.4.7b). En ambos casos, $m = 0,45$, lo que representa una respuesta no local que se extiende más allá de la región de iluminación. Se aprecia un cambio en el valor de $\Delta\Phi_0$, ya que su valor se incrementa de $-0,35\pi$ a $-0,55\pi$.



(a) Oro coloidal.
Potencia incidente $P = 10$ mW, $m = 0,8$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,14\pi$.

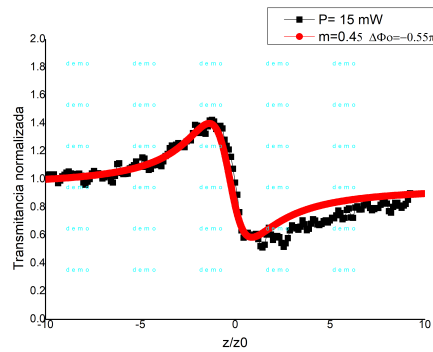
(b) Oro coloidal con colorante.
Potencia incidente $P = 10$ mW, $m = 0,45$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,35\pi$.

Figura 4.6: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal sin y con colorante rojo de metilo para $P = 10$ mW con $\lambda = 514$ nm.



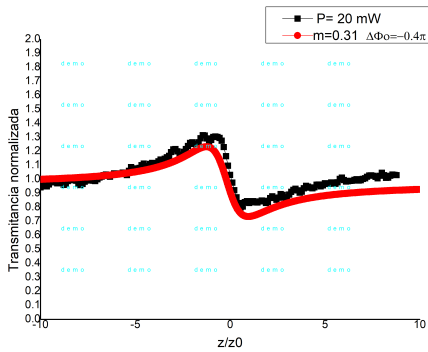
(a) Oro coloidal.

Potencia incidente $P = 15$ mW, $m = 1$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,23\pi$.



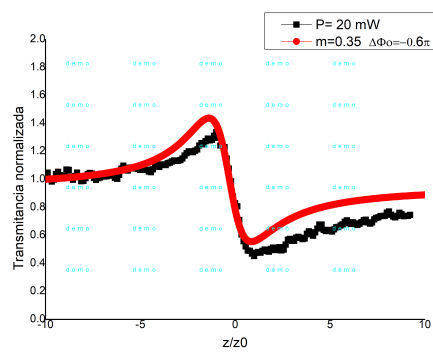
(b) Oro coloidal con colorante.

Potencia incidente $P = 15$ mW, $m = 0,45$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,55\pi$.



(c) Oro coloidal.

Potencia incidente $P = 20$ mW, $m = 0,31$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,4\pi$.



(d) Oro coloidal con colorante.

Potencia incidente $P = 20$ mW, $m = 0,35$,
 $\Delta\Phi_0 = -0,6\pi$.

Figura 4.7: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal sin y con colorante rojo de metilo para $P = 15$ mW y $P = 20$ mW con $\lambda = 514$ nm.

Para las potencias de $P = 20$ mW (fig. 4.7c y fig. 4.7d) y $P = 25$ mW (fig. 4.8), se aprecia un incremento en la diferencia de transmitancia pico-valor en ambos casos. Los resultados experimentales muestran un aumento en la amplitud del pico, mientras que el valle tiende a desaparecer con el incremento de la potencia para el oro con colorante. También se puede observar que, en este caso, el modelo numérico no reproduce adecuadamente los resultados experimentales, lo que se asocia con una posible presencia de absorción no lineal en la muestra. Los valores del parámetro $m < 1$ indican una posible no localidad, probablemente de origen térmico.

Asimismo, en la fig. 4.8 no se presenta la curva de Z-scan ni los datos experimentales para el oro coloidal con colorante. La razón de esto es que no fue posible reproducir dichos resultados con el modelo propuesto; por lo tanto, los resultados obtenidos para ese caso no son relevantes para el análisis que se busca realizar.

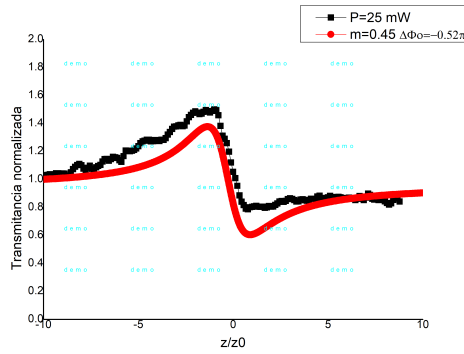


Figura 4.8: Curva de barrido en Z-scan que muestra el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del oro coloidal para $P = 25$ mW, $m = 0,45$, $\Delta\Phi_0 = -0,52\pi$ con $\lambda = 514$ nm.

Los parámetros de ajuste obtenidos para cada muestra estudiada se resumen en las tablas 4.2 y 4.3.

Oro coloidal				
	$\lambda = 488$ nm		$\lambda = 514$ nm	
Potencia de entrada	m	$\Delta\phi_0$	m	$\Delta\phi_0$
$P = 10$ mW	-	-	1	$-0,14\pi$
$P = 15$ mW	-	-	1	$-0,23\pi$
$P = 20$ mW	-	-	0.31	$-0,4\pi$
$P = 25$ mW	1	$-0,17\pi$	0.45	$-0,52\pi$

Tabla 4.2: Parámetros de ajuste para el oro coloidal

Oro coloidal con colorante				
	$\lambda = 488$ nm		$\lambda = 514$ nm	
Potencia de entrada	m	$\Delta\phi_0$	m	$\Delta\phi_0$
$P = 5$ mW	-	-	0.8	$-0,34\pi$
$P = 10$ mW	0.4	$-0,9\pi$	0.45	$-0,35\pi$
$P = 15$ mW	0.4	$-1,2\pi$	0.45	$-0,55\pi$
$P = 20$ mW	0.4	-1π	0.35	$-0,6\pi$
$P = 25$ mW	2	$-1,4\pi$	-	-

Tabla 4.3: Parámetros de ajuste para el oro coloidal con colorante rojo de metilo

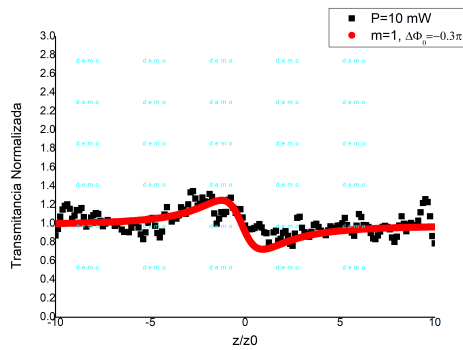
4.3. Aceite de ricino

El aceite de ricino se analizó también para las longitudes de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$ y $\lambda = 514 \text{ nm}$, con y sin la presencia del colorante rojo de metilo, para diferentes potencias incidentes.

4.3.1. $\lambda = 488 \text{ nm}$

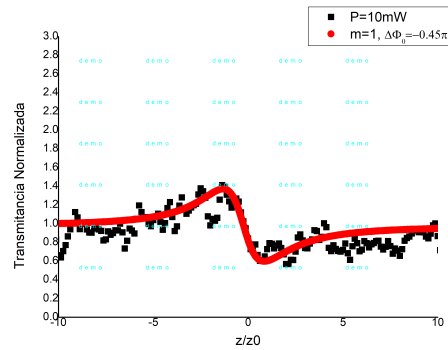
Para $\lambda = 488 \text{ nm}$, cuando el colorante no estuvo presente, a través del modelo local no refractivo se obtuvo el valor de $m = 1$ para las potencias de 10 mW (figura 4.9a), 15 mW (figura 4.9c) y 20 mW (figura 4.12a), lo que muestra que la respuesta no lineal se encuentra ensanchada respecto al ancho del perfil de intensidad incidente. Respecto al valor de $\Delta\Phi_0$, este fue negativo en todos los casos, lo que indica que la respuesta no lineal del material es negativa. Además, también se obtuvo $\Delta\Phi_0 < \pi$ en todos los casos.

Por otro lado, para la muestra en la que el colorante estuvo presente, para las potencias de 10 mW (figura 4.9b) y 15 mW (figura 4.9d), si bien se obtuvo $m = 1$, el valor de $\Delta\Phi_0$ en ambos casos fue mayor al obtenido cuando el colorante no estuvo presente, lo cual indica que la presencia del colorante aumenta la respuesta no lineal del aceite de ricino.



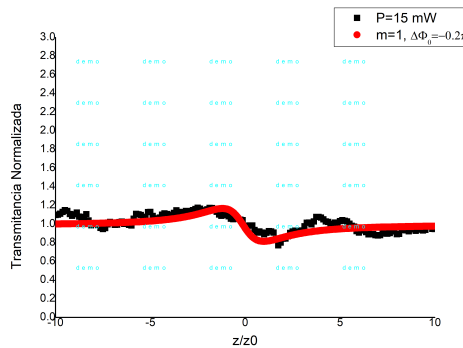
(a) Aceite de ricino.

Potencia incidente 10 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,3\pi$.



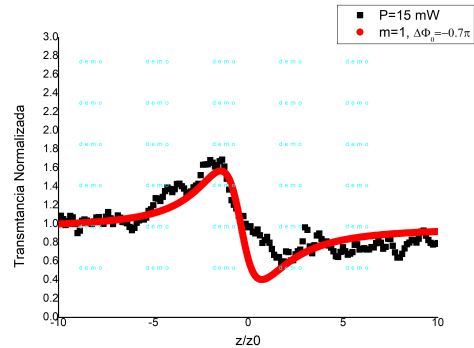
(b) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 10 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,45\pi$.



(c) Aceite de ricino.

Potencia incidente 15 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,2\pi$.



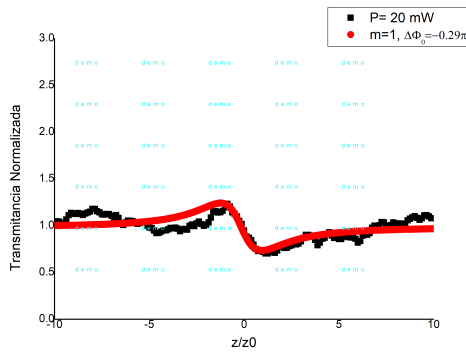
(d) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 15 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,7\pi$.

Figura 4.9: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del aceite de ricino sin y con colorante rojo de metilo para $P = 10 \text{ mW}$ y $P = 15 \text{ mW}$ con $\lambda = 488 \text{ nm}$.

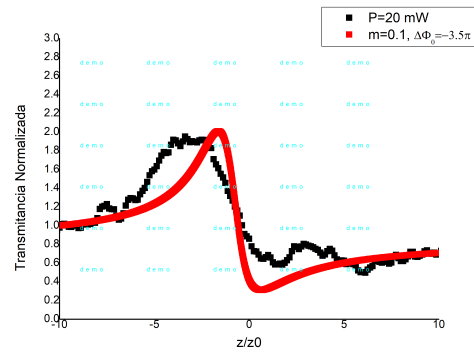
Para las potencias de 20 mW (figura 4.10a) y 25 mW (figura 4.10c), en el caso en el que el colorante rojo de metilo no estuvo presente, no se apreciaron grandes cambios respecto al valor de $\Delta\Phi_0$ o m , aunque se alcanzó el valor máximo de $\Delta\Phi_0 = -0,33\pi$ para la potencia de 25 mW. No obstante, cuando el colorante estuvo presente, el valor de m disminuyó sustancialmente respecto a la muestra que no contenía colorante, ya que para ambas potencias se obtuvo $m = 0,1$ y $\Delta\Phi_0 = -3,5\pi$, como se puede apreciar en la figura 4.10b y en la figura 4.10d.

Estos valores indican que, para estas potencias, la muestra de aceite de ricino con colorante rojo de metilo está comenzando a saturarse, pues las curvas teóricas que pretenden describir el comportamiento de la muestra se muestran asimétricas.



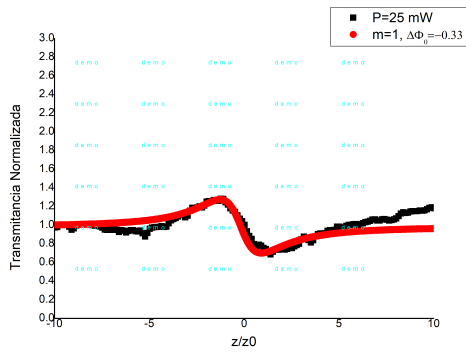
(a) Aceite de ricino.

Potencia incidente 20 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,29\pi$.



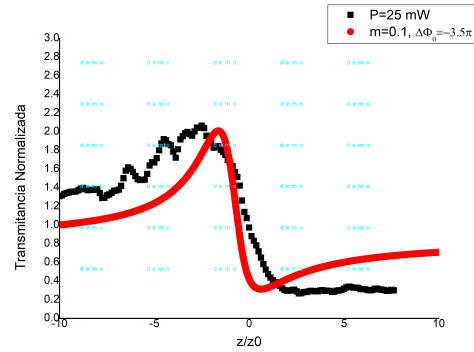
(b) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 20 mW, $m = 0,1$, $\Delta\Phi_0 = -3,5\pi$.



(c) Aceite de ricino.

Potencia incidente 25 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,33\pi$.



(d) Aceite de ricino con colorante.

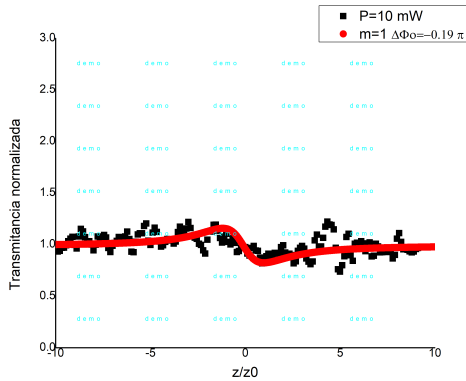
Potencia incidente 25 mW, $m = 0,1$, $\Delta\Phi_0 = -3,5\pi$.

Figura 4.10: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del aceite de ricino sin y con colorante rojo de metilo para $P = 20$ mW y $P = 25$ mW con $\lambda = 488$ nm.

4.3.2. $\lambda=514 \text{ nm}$

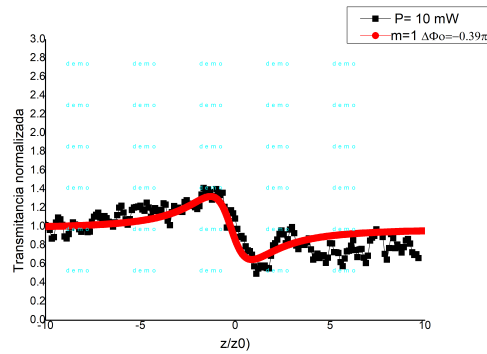
Con respecto al comportamiento que presentó la muestra de aceite de ricino con y sin la presencia del colorante para las potencias de 10 mW, 15 mW, 20 mW y 25 mW, se obtuvieron los resultados mostrados en las figuras 4.11 y 4.12. Puede observarse un crecimiento más rápido de la respuesta no lineal para el aceite con colorante. Sin embargo, la respuesta no lineal para 20 mW muestra una supresión del valle (figura 4.12b), por lo que con el modelo numérico usado en este trabajo no fue posible la reproducción numérica de las curvas para 20 mW y 25 mW, como se aprecia en las figuras 4.12b y 4.12d, respectivamente.

Por su parte, para el aceite solo se aprecia un crecimiento más lento de la no linealidad con el aumento de la potencia. Ambas muestras no presentaron ningún tipo de respuesta no lineal para la potencia incidente de 5 mW, razón por la cual ninguna de estas gráficas se incluyó en este trabajo. El valor obtenido para el parámetro fue $m = 1$.



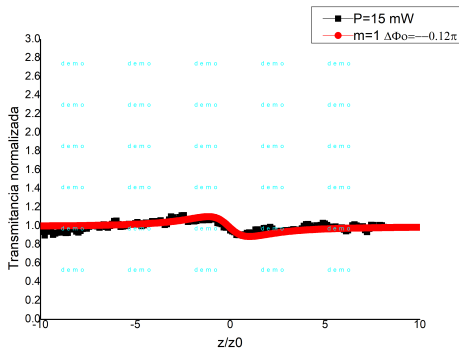
(a) Aceite de ricino.

Potencia incidente 10 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,19\pi$.



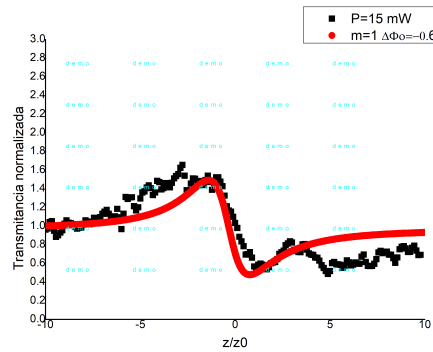
(b) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 10 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,39\pi$.



(c) Aceite de ricino.

Potencia incidente 15 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,12\pi$.



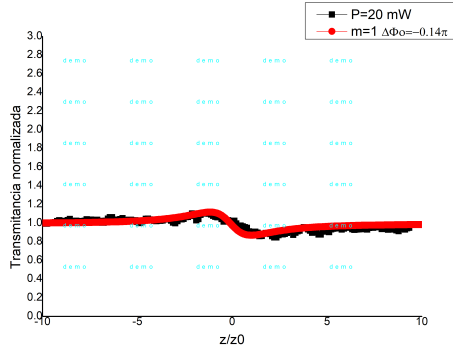
(d) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 15 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,6\pi$.

Figura 4.11: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del aceite de ricino sin y con colorante rojo de metilo para $P = 10 \text{ mW}$ y $P = 15 \text{ mW}$ con $\lambda = 514 \text{ nm}$.

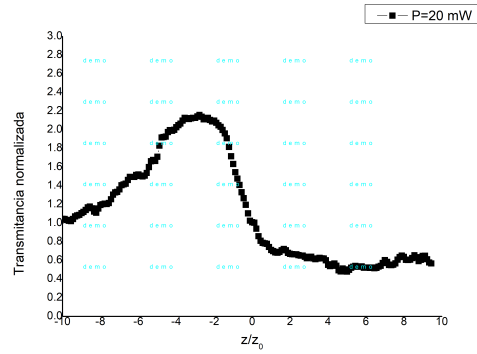
Los resultados obtenidos para la potencia de 25 mW se muestran en la figura 4.12. Puede ob-

servarse la presencia de un pico en los resultados obtenidos, evidenciando la presencia de absorción no lineal en la curva de barrido en Z . Puesto que el modelo numérico usado en este trabajo es solo para refracción, no fue posible reproducir la curva en la figura 4.12b.



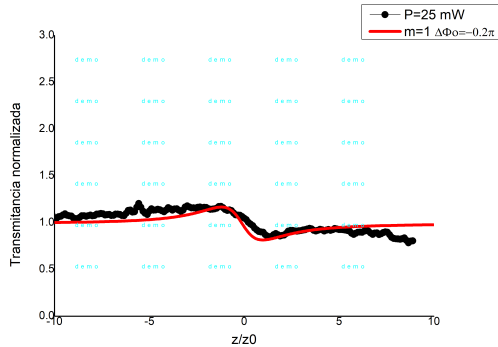
(a) Aceite de ricino.

Potencia incidente 20 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,14\pi$.



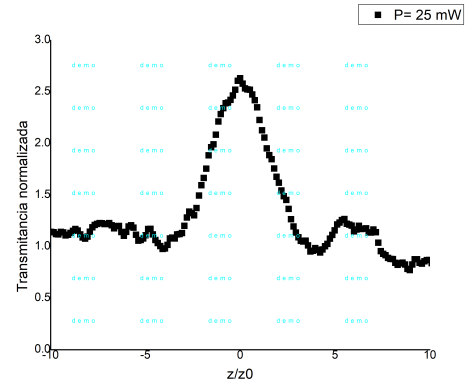
(b) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 20 mW.



(c) Aceite de ricino.

Potencia incidente 25 mW, $m = 1$, $\Delta\Phi_0 = -0,2\pi$.



(d) Aceite de ricino con colorante.

Potencia incidente 25 mW.

Figura 4.12: Curvas de barrido en Z que muestran el comportamiento experimental (negro) y teórico (rojo) del aceite de ricino sin y con colorante rojo de metilo para $P = 20$ mW y $P = 25$ mW con $\lambda = 514$ nm.

Las tablas comparativas entre ambas longitudes de onda, para la muestra con y sin la presencia del colorante y los distintos valores de la potencia incidente, se muestran a continuación.

Aceite de ricino				
$\lambda = 488$ nm			$\lambda = 514$ nm	
Potencia de entrada	m	$\Delta\Phi_0$	m	$\Delta\Phi_0$
10 mW	1	$-0,3\pi$	1	$-0,19\pi$
15 mW	1	$-0,2\pi$	1	$-0,12\pi$
20 mW	1	$-0,29\pi$	1	$-0,14\pi$
25 mW	1	$-0,33\pi$	1	$-0,2\pi$

Tabla 4.4: Parámetros de ajuste para el aceite de ricino.

Aceite de ricino con colorante				
$\lambda = 488 \text{ nm}$			$\lambda = 514 \text{ nm}$	
Potencia de entrada	m	$\Delta\Phi_0$	m	$\Delta\Phi_0$
10 mW	1	$-0,45\pi$	1	$-0,39\pi$
15 mW	1	$-0,7\pi$	1	$-0,6\pi$
20 mW	0.1	$-3,5\pi$	-	-
25 mW	0.1	$-3,5\pi$	-	-

Tabla 4.5: Parámetros de ajuste para el aceite de ricino con colorante rojo de metilo.

Puede observarse un incremento del cambio de fase no lineal $\Delta\Phi_0$ con el aumento de la potencia para el aceite con colorante para $\lambda = 488 \text{ nm}$, respecto al aceite sin colorante a esta misma longitud de onda. El valor de $m = 1$ se obtuvo para todos los ajustes del aceite sin colorante, mientras que para el aceite con colorante, el valor de m fue disminuyendo con el incremento de la potencia.

Para el caso de $\lambda = 514 \text{ nm}$, para el aceite sin colorante, los valores para $\Delta\Phi_0$ no presentan variaciones significativas, mientras que para el aceite con colorante, $\Delta\Phi_0$ presenta valores mayores para las potencias de 10 mW y 15 mW en comparación con el aceite sin colorante a estas potencias.

Capítulo 5

Conclusiones

Tras la realización de este trabajo y con base en los resultados presentados en el capítulo 4, se concluye que:

- El agua desionizada no presentó respuesta no lineal para las longitudes de onda y potencias utilizadas en este trabajo. Sin embargo, el agua con colorante sí presentó respuesta. Para $\lambda = 514 \text{ nm}$, el valor del cambio de fase $\Delta\Phi_0$ incrementó más rápido con la potencia que para $\lambda = 488 \text{ nm}$.
- El oro coloidal para $\lambda = 488 \text{ nm}$ no exhibió ninguna respuesta no lineal hasta que la potencia incidente alcanzó los 25 mW. En cambio, para $\lambda = 514 \text{ nm}$, el material presentó una respuesta a partir de 10 mW.
- El oro con colorante para $\lambda = 488 \text{ nm}$ presentó respuesta desde los 10 mW, mostrando un incremento en $\Delta\Phi_0$ con la potencia. Se obtuvieron curvas de Z-scan con valles poco definidos; el valle tiende a desaparecer con el aumento de la potencia. Asociamos la deformación de los valles a la presencia del fenómeno de automodulación de fase. Debido a la forma de las curvas, no fue posible reproducirlas de manera satisfactoria con el modelo numérico utilizado.
- El oro coloidal con colorante para $\lambda = 514 \text{ nm}$ presentó respuesta para todas las potencias. Las curvas se muestran bien definidas, con un incremento en la diferencia de transmitancia asociado al aumento de la potencia. Aunque los valores de $\Delta\Phi_0$ obtenidos para esta longitud de onda son menores que los obtenidos para $\lambda = 488 \text{ nm}$, las curvas presentan una mejor definición.
- Todas las muestras analizadas tuvieron un valor negativo para $\Delta\Phi_0$, lo que indica que en todos los casos se obtuvo una respuesta no lineal negativa por parte de los materiales analizados. Esto significa que los materiales estudiados, además de tener un índice de refracción no lineal negativo, actúan como lentes divergentes autoinducidas por el haz.
- El aceite de ricino presentó respuesta para ambas longitudes de onda a partir de 10 mW. Sin embargo, la respuesta se aprecia débil. Para el aceite con colorante, se obtuvo respuesta para ambas longitudes de onda. Los resultados muestran la deformación de las curvas con el incremento de la potencia. Para $\lambda = 514 \text{ nm}$ se aprecian oscilaciones en el valle y una supresión del mismo con el incremento de la potencia; se observó lo mismo para $\lambda = 488 \text{ nm}$.
- La presencia del colorante rojo de metilo mejora la respuesta no lineal de cada uno de los solventes que se utilizaron. A partir de los espectros de absorción, se observa un ligero corrimiento de los máximos según el solvente en el que fue disuelto el colorante. Se aprecia que para el agua desionizada con colorante, el espectro presenta su máximo alrededor de 450

nm , mientras que para el aceite con colorante es alrededor de 490 nm . Se observa una mayor absorbancia para el agua con colorante en longitudes de onda en la región del azul.

- El espectro de absorción del oro coloidal se vio modificado por la presencia del colorante, que prácticamente ocultó la presencia del plasmón de resonancia, obteniéndose un espectro con gran similitud al del agua con colorante.
- El modelo refractivo no local presenta dificultades para ajustarse a la forma de las curvas experimentales a potencias altas. Debido a la deformación de las curvas, se sospecha de la presencia de absorción no lineal en las muestras.
- Para ambas longitudes de onda, el parámetro fue $m \leq 1$ en la mayor parte de los resultados obtenidos, lo que indica una respuesta no lineal no local que se extiende espacialmente a una región mayor que el perfil de intensidad incidente.
- La forma de la curva en todos los casos depende principalmente del signo del cambio de fase ($\Delta\Phi_0$) y de la magnitud de la no localidad (m) que describen la respuesta no lineal del material.

Apéndice A

Apéndice

A.1. Aplicación del método de descomposición gaussiana para la obtención del patrón de campo eléctrico resultante en la apertura

Considerando las ecuaciones:

$$\Delta\phi_o(z, t) = \frac{Kn_2I_o}{\left(1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)} \quad (\text{A.1})$$

$$\Delta\phi_o(z, t) = \frac{\Delta\Phi_o}{\left(1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)} \quad (\text{A.2})$$

Donde Φ_0 es la variación de fase en el foco, la cual se define como $\Delta\Phi_0(t) = k\Delta n_0(t)L_{eff}$, siendo Δn_0 el cambio instantáneo en el índice de refracción, L_{eff} la longitud efectiva donde los efectos no lineales son apreciables, y que se define mediante la fórmula $L_{eff} = (1 - \exp(-\alpha L))$, en la cual α representa el coeficiente de absorción lineal y L la longitud de la muestra.

Esto nos lleva a que el cambio de fase a la salida de la superficie de la muestra quede definido como:

$$\Delta\phi(z, r, t) = \frac{\Delta\Phi_o}{\left(1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)} \exp\left(\frac{-2\rho^2}{W^2(z)}\right). \quad (\text{A.3})$$

La potencia efectiva, partiendo del hecho de que la potencia a una distancia z cualquiera está dada por la ecuación $P(z) = P_0 \exp(-\alpha z)$, se define como:

$$P_{L_{eff}} = \int_0^L P_0 \exp(-\alpha z) dz \quad (\text{A.4})$$

$$= -\frac{P_0}{\alpha} [\exp(-\alpha L) - 1]. \quad (\text{A.5})$$

A.1 Aplicación del método de descomposición gaussiana para la obtención del patrón de campo eléctrico resultante en la apertura

Cabe señalar que en el campo eléctrico saliente de la muestra existe ahora un elemento de distorsión de fase no lineal, el cual permitirá, mediante el método denominado descomposición gaussiana [13], obtener el patrón de difracción de campo lejano del haz en el plano de la apertura:

$$E_e(r, z, t) = E(z, r, t) \exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right) \exp(i\Delta\phi(z, r, t)). \quad (\text{A.6})$$

Este método consiste en descomponer el campo eléctrico complejo en una suma de haces gaussianos a través de una expansión en serie de Taylor del término de fase no lineal $\exp(i\Delta\phi(r, z, t))$. Asumiendo que se tiene un haz gaussiano con un radio de cintura W_0 que está viajando en la dirección $z+$, es posible describir el campo que incide en la muestra cuando $z = 0$ como:

$$E(0, r, t) = E_0 \exp\left(\frac{-r^2}{W_0^2}\right) \exp(i\Delta\phi) \quad (\text{A.7})$$

Lo que, aunado al hecho de que gracias a la serie de Maclaurin es posible expresar el término de fase no lineal como:

$$\exp(i\Delta\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\Delta\phi_0)^n}{n!} \exp\left(\frac{-2nr^2}{W_0^2}\right), \quad (\text{A.8})$$

permite que al realizar la sustitución de estas ecuaciones en (A.6) se obtenga:

$$E_e(r, t) = E_0 \exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\Delta\phi_0)^n}{n!} \exp\left(\frac{-r^2(2n+1)}{W_0^2}\right) \quad (\text{A.9})$$

Esto permite expresar el perfil inicial del haz como una suma de haces gaussianos de radio decreciente, cuyo patrón de campo eléctrico resultante a una distancia z está determinado por la siguiente ecuación, en la cual el radio de cada uno de los haces gaussianos individuales está dado por $W_n = \frac{W_0}{\sqrt{2n+1}}$:

$$E_e(r, t) = E_0 \exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\Delta\phi_0)^n}{n!} \frac{W_0}{W_n} \exp\left(\frac{-r^2}{W_n^2} - \frac{ikr^2}{2R_n} + i\theta_n\right). \quad (\text{A.10})$$

Esta expresión es un caso general para un haz gaussiano, útil para distorsiones de fase pequeñas detectadas por el método de Z-scan, aunque también puede emplearse en no linealidades de órdenes más altos, ya que no todos los términos de la serie son necesarios en la suma. Por lo tanto, si se considera que el sistema está en el espacio libre o en un medio homogéneo, para hallar la ecuación correcta que describa el comportamiento del haz gaussiano, se puede usar una matriz de transferencia de rayos, en la que se incluye la distancia de propagación entre la muestra y el plano de apertura (d):

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Esta matriz permite establecer que la relación existente entre los parámetros q_1 y q_2 de los haces gaussianos incidentes y transmitidos en el sistema está representada por:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} = q_1 + d \quad (\text{A.12})$$

A.1 Aplicación del método de descomposición gaussiana para la obtención del patrón de campo eléctrico resultante en la apertura

Donde los parámetros q_1 y q_2 se denominan *parámetro q* del haz, el cual se puede escribir en términos de su parte real e imaginaria como se muestra a continuación, siendo $R(z)$ el radio de curvatura del frente de onda [ec. (1.33)] y W^2 el ancho del haz [ec. (1.34)]:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi W_n^2(z)} \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo q_1 en términos de $R(z)$ [ec. (A.13)] en la ec. (A.12) y considerando la longitud de difracción como $d_m = \frac{\pi W_m^2}{\lambda}$ y a $g = 1 + \frac{d}{R(z)}$, se puede expresar el valor de q_2 como:

$$q_2 = \frac{g - i \frac{d}{d_m}}{\frac{g}{d} - \frac{1}{d} - \frac{i}{d_m}} \quad (\text{A.14})$$

De manera que, para encontrar el valor del radio de curvatura $R(z)$, sustituimos el valor de la ec. (A.14) en la ec. (A.13) y consideramos únicamente la parte real de la ecuación resultante. Esto da como resultado, después de los despejes necesarios, que el radio de curvatura de los frentes de onda esféricos está dado por:

$$R(z) = d \left(1 - \frac{g}{g^2 + \frac{d^2}{d_m^2}} \right)^{-1} \quad (\text{A.15})$$

Mientras tanto, el radio del haz se puede obtener realizando un procedimiento similar al anterior, solo que en este caso se considera únicamente la parte imaginaria de la ecuación. Después de despejar la ecuación para tener en el lado derecho el valor de $i \frac{\lambda}{\pi W^2(z)}$, y de definir el valor de W_0^2 como $W_0^2 = \frac{\lambda d_m}{\pi}$, se obtiene que:

$$W_n^2 = W_{n0}^2 \left(g + \frac{d^2}{d_m} \right) \quad (\text{A.16})$$

Donde, si se considera que el radio de curvatura $R(z)$ tiende a infinito y por ende $g = 1$, se obtiene que:

$$\frac{W_{n0}}{W_n} = \frac{1}{\left(1 + \frac{d^2}{d_m} \right)} \quad (\text{A.17})$$

Para obtener el valor de la tangente del ángulo, que representa el desplazamiento de fase con respecto a la onda plana, se emplea la ecuación (A.12). Nótese que la parte real de q está determinada por $R(z)$, de forma que el valor de la tangente queda definido como:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\pi W^2(z)}{\lambda R(z)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\pi \lambda d_m}{\pi}}{\frac{-\lambda d}{g-1}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{d_m(g-1)}{d} \right) \approx \tan^{-1} \left(\frac{d_m g}{d} \right) \quad (\text{A.18})$$

Así que, reemplazando este valor en la ec. (A.10), se obtiene que:

$$E_a(r, t) = E_0 \exp \left(\frac{-\alpha L}{2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i \Delta \phi_0(z, t)}{n!} \left(\frac{1}{1 + \frac{d^2}{d_n}} \right) \exp \left(\frac{-r^2}{W_m^2} - \frac{-i k r^2}{2 R_m} + i \theta_m \right) \quad (\text{A.19})$$

A.2. Valor de la transmitancia a través de la apertura

Para obtener la potencia de transmitancia normalizada a través de la apertura en el eje Z-scan para pequeños cambios de fase ($|\Delta\Phi_0| \ll 1$) y no linealidades cúbicas, se sigue el siguiente procedimiento:

$$T(z, \Delta\Phi_0) = \frac{|E_a(z, r = 0, \Delta\phi_0)|^2}{|E_a(z, r = 0, \Delta\phi_0 = 0)|^2} \quad (\text{A.20})$$

Se consideran únicamente dos términos para el campo de apertura plana, dejando $r = 0$, por lo que:

$$E_a(z, r = 0, \Delta\phi_0) = E_0 \exp\left(\frac{W_{00}}{W_0}\right) \exp(i\theta_0) - E_0 i \Delta\phi_0 \frac{W_{10}}{W_1} \exp(i\theta_1) \quad (\text{A.21})$$

Donde la expresión (A.17) da el valor de $\frac{W_{n0}}{W_n}$, por lo que la expresión de la transmitancia queda definida como:

$$T(z, \Delta\Phi_0) = \frac{|E_0(g^2 + \frac{d^2}{d_{10}^2})^{-1} \exp(i\theta_0) - i\Delta\phi_0(g^2 + \frac{d^2}{d_{00}^2})^{-1} \exp(i\theta_1)|^2}{|E_0(g^2 + \frac{d^2}{d_{00}^2})^{-1} \exp(i\theta_0)|^2} \cong 1 + \frac{2dg\Delta\phi_0 \left(\frac{1}{d_{00}} - \frac{1}{d_{10}}\right)}{g^2 + \left(\frac{d}{d_{10}}\right)^2} \quad (\text{A.22})$$

La magnitud y forma de la transmitancia no dependen de la longitud de onda ni de la geometría, solo de que se cumpla la condición de campo lejano ($d \gg z_0$) para el plano de apertura, por lo que considerando la variable $x = \frac{z}{z_0}$ podemos reescribir:

$$g = 1 + \frac{dx}{z_0(x^2 + 1)} \quad (\text{A.23})$$

$$d_{00} = z_0(1 + x^2) \quad (\text{A.24})$$

$$d_{10} = \frac{z_0}{3}(1 + x^2) \quad (\text{A.25})$$

De manera que la expresión (A.22), expresada en términos de x , queda definida como:

$$T(z, \Delta\Phi_0) = 1 + \frac{4x\Delta\phi_0}{x^2 + 9} \quad (\text{A.26})$$

Por lo que, empleando la ecuación (A.2), se tiene que:

$$T(z, \Delta\Phi_0) = 1 + \frac{4x\Delta\Phi_0}{(1 + x^2)(9 + x^2)} \quad (\text{A.27})$$

Bibliografía

- [1] T.H Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187, (1960).
- [2] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich. Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 7:118–119, Aug 1961.
- [3] Boyd R. W. *Nonlinear optics*. Elsevier science, (2007).
- [4] Manzel Ralf. *Photonics Linear and nonlinear interactions of laser light and matter*. Springer, (2007).
- [5] Sheik-Bahae Mansoor, Ali A. Said, Tai-Huei Wei, Hagan David J., and Van Stryland E. W. Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam. *IEEE Journal of quantum electronics*, Vol. 26. No. 4, (1990).
- [6] W. Królikowski and O. Bang. Solitons in nonlocal nonlinear media: Exact solutions. *Phys. Rev. E Stat. Phys. Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Topics* 63(1), 016610, (2000).
- [7] E. V. Garcia Ramirez, M. L. Arroyo Carrasco, M. M. Mendez Otero, E. Reynoso Lara, S. Chavez Cerda, and M. D. Iturbe Castillo. Z-scan and spatial self-phase modulation of a gaussian beam in a thin nonlocal nonlinear media. *Journal of optics, J. Opt* 13, 085203, (2011).
- [8] Amnon Yariv and Pochi Yeh. *Photonics: optical electronics in modern communications*. Oxford University Press, USA, (2006).
- [9] Saleh B. E. A. and Teich M. C. *Fundamentals of photonics*. W. J. Goodman, (2001).
- [10] Reitz J. and Milford F. *Foundations of electromagnetic theory*. Addison-Wesley publishing company, (1960).
- [11] Eugene Hecht. *Optics*. Pearson, (2017).
- [12] ZangW P., Tian J G., Lui Z. B., ZhouW Y., Song F., and Zhang C. Local one-dimensional approximation for fast simulation of z-scan measurements with an arbitrary beam. *Appl. Opt.* 43 4408–14, 2004.
- [13] D. Weaire, B. S. Wherrett, D. A. B. Miller, and S. D. Smith. Effect of low-power nonlinear refraction on laser beam propagation in insb. *Opt. Lett. vol. 4*, (1974).
- [14] Cortés Torres E. Comparación experimental de curvas de barrido en z, obtenidas con la técnica tradicional de barrido en z y una técnica modificada en donde interviene el uso de un chopper. Tesis, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2019).
- [15] Chemical portal. Molar mass, molecular weight and elemental composition calculator. <https://es.webqc.org/molecular-weight-of-C15H15N3O2.html>. Consulta: 2024-03-30.
- [16] AQUAE fundación. ¿qué es el agua? tipos, composición y funciones. <https://www.fundacionaquae.org/wiki/que-es-el-agua/>. Consulta: 2024-04-30.

- [17] Pochteca Colombia. El aceite de castor y sus aplicaciones en la industria. <https://colombia.pochteca.net/el-aceite-de-castor-y-sus-aplicaciones-en-la-industria/>. Consulta: 2024-04-30.
- [18] Valerio Voliani. *Gold Nanoparticles: An Introduction to Synthesis, Properties and Applications*. De Gruyter, (2020).
- [19] Díaz N., Bárcena Ruiz J., Fernández Reyes E., Galván Cejudo A, Novo J., Peinado J., Meléndez-Valdés F., and Túnez I. Espectrofometría: Espectros de absorción y cuantificación colorimétrica de biomoléculas. *Universidad de Córdoba*. Consulta: 2024-05-04.
- [20] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. Moore, S. P. S. Porto, and J. R. Whinnery. Long transient effects in lasers with inserted liquid samples. *Journal of applied physics*, *36*, *3*, (1965).
- [21] M. M. Mendez Otero R. Ramos García B. A. Martínez Irvias, M. L. Arroyo Carrasco and M. D. Iturbe Castillo. Far-field diffraction patterns by a thin nonlinear absorptive nonlocal media. *Optical Society of America*, *Vol. 23*, *No. 11*, (2015).