



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN  
DOCENTE CON EL MODELO MTSK DEL TEMA DE  
PORCENTAJES EN SECUNDARIA**

**TESIS**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
**MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**LIC. ULISES GARCÍA TEUTLI**

DIRECTOR DE TESIS  
**DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUÍZ**

CODIRECTOR DE TESIS  
**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**

PUEBLA, PUE. Junio, 2025



**Dr. Severino Muñoz Aguirre**  
**Secretario de Investigación y Estudios de Posgrado**  
**P R E S E N T E**

*Por este medio le informo que el C:*


**LIC. ULISES GARCÍA TEUTLI**

*Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 04 de noviembre de 2024, con la tesis titulada:*

**“ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN DOCENTE CON EL MODELO MTSK DEL TEMA DE PORCENTAJES EN SECUNDARIA”**

*Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.*

*Atentamente*  
*H. Puebla de Z., 02 de junio de 2025*

  
**Dra. Estela de Lourdes Juárez Ruiz**  
**Coordinadora de la Maestría en Educación Matemática.**



Esta investigación fue realizada gracias al apoyo del Consejo  
Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnologías  
No CVU 1215843

Al Posgrado en Educación Matemática, a la Facultad de Ciencias Físico matemáticas, y a todo el cuerpo de investigación en educación matemática, externo mi agradecimiento por las enseñanzas, motivaciones y la dedicación que me brindaron en toda mi trayectoria para desarrollar conocimiento y pasión por la educación matemática.

Sirva este trabajo como fuente de información y recurso de trabajo para quienes desean explorar sobre el tema de porcentajes, con orientación a obtención de evidencias de conocimiento docente, a través del uso de secuencias de tareas y entrevistas semiestructuradas, teniendo como enfoque el Modelo MTSK.

## Dedicatoria y Agradecimientos

*Hay tres hipótesis que me atrevo a emitir a todos los lectores que se acercan a otro parte del documento:*

- *Para el espíritu fugaz, puede que sea el primer apartado que estés leyendo, y quizás el último.*
- *Para el espíritu investigador, además del resumen, la introducción y mis conclusiones, tendrás curiosidad por comenzar a leer esta parte o te preguntarás por qué habrá estado tan extenso.*
- *Para el espíritu temerario, dejaras sin leer varios párrafos si no eres de lectura profunda o el tema yo no te interesa, y a pesar de ello sentirás que terminaste mi investigación.*

*No importa qué tipo de lector eres, espero te guste el contenido, y si en mis hipótesis me equivoqué, al menos sé que lo intenté, porque de allí nació mi pasión por investigar, allí radica la curiosidad, en intentar, en creer.*

*Ahora es cuando entiendo que mi conocimiento nace de la comunicación con la gente, y mucha de mi felicidad radica en buscar la forma de apoyar cuando se necesite (por algo me encanta enseñar), así que aquí estoy para apoyar si falta hace, y si deseas comentarme algo sobre mi trabajo o sobre nuevas observaciones, tienes mi contacto: [ulisesgarciateutli15@gmail.com](mailto:ulisesgarciateutli15@gmail.com)*

*Dedicar un trabajo a personas que conocí durante dos años para el desarrollo no es equivalente a las 11/12 partes que he vivido rodeado de personas, así que comenzaré con detenimiento, será largo, pero créeme que ameno.*

*Una rosa debe su color y su firmeza a la luz que la ilumina, la tierra que la nutre y el agua que le hidrata, no hay trabajo que termine sin un cuidador que le acompañe, una calidez que le levante y una imagen que le inspire, como el ALMA que está pendiente de que crezca, que aún desde lejos le celebra y sin importar las espinas, le acaricia, porque sabe que es producto del más hermoso atardecer y confía que resistirá las más fuertes tormentas, es capaz de convertirse en los pétalos que hagan falta para conservar su esplendor y ser el tallo que le sostenga para permanecer en pie. Es ahora y siempre que te agradezco por todo lo que has hecho, tus ánimos, esfuerzos y desvelos junto a mí, tus cuidados, preocupaciones y recordatorios tan marcados, tu entrega y fuerza para levantarte cada día y esforzarte en que salgamos adelante, no hay trabajo que no se haya completado sin tu constante participación, la verdadera autora de grandes logros e infinita fuerza, gracias, mamá.*

*Recibir los mensajes de un ser humano es inspirador, son la fuerza y los ánimos que hacen falta para seguir adelante, un camino que se muestra y se visualiza mejor con los consejos de la*

*experiencia, es quien brinda compañía, quien corrige y permite conocer las capacidades que tenemos para avanzar, es valioso para un artista quien le enseña qué pinceles usar, qué colores puede combinar y cuán fuerte debe ser la pincelada que está a punto de trazar. Muchas gracias por el trayecto en el que me has acompañado, por los momentos que dedicaste a mi mejora como persona, por empeñarte en ver mis avances, recibirme siempre con un abrazo ha valido la pena para tener ese impulso, ese deseo por crecer, por estar dispuesto a platicar, tomar muchas veces la iniciativa y estar conmigo para continuar, gracias, papá.*

*No sé si en la vida de todos se presenta, alguien nos acompaña y experimenta esos sentimientos que son más fuertes y que a veces ocultamos de todos, puede ser enojo, quizás se trata de tristeza o emanamos estrés, esas nuevas emociones o reacciones que tenemos y no sabemos expresar, aquellos experimentos de comportamiento, lo que nos va a preparar, aquella persona que conoce y presiente lo que va a pasar, por más que parezca extraño, nos comprenderá y habrá de hablar, sin importar el tono, los modos o el carácter con el que habremos de llegar, quien ha estado presente tras el telón, recibiendo el frío nuestra mirada y el cansancio de una larga semana, las dolencias de nuestro crecer y la fuerza de nuestra voz. Es firme a su manera, un spaceman en mi vida que lucha por seguir y aceptar las más duras reseñas, a quien deseo apoyar, aunque esté ausente, a quien deseo ver crecer y en quien pondré siempre mi fe, cómo él lo ha hecho hacia mí, gracias, hermano.*

*La familia nos acompaña a dónde vayamos, son las raíces con las que caminamos, aprendemos y avanzamos, a veces las raíces se desprenden, otras se marchitan, algunas nacen y con el pasar de los días se fortalecen, en ellas nos sujetamos y vivimos para contarle, de todas ellas aprendemos, nos nutrimos, y aunque he aprendido a aceptar, espero que las raíces se puedan recuperar, gracias a mi hermana por seguir adelante en sus proyectos, no decaer y nunca rendirse, a mis primos (Aby, Adry, Florecita, Manuel, Kari, Alonso, Alfredo, Diego), mis tíos (Javier, Norma, Ernesto, Angélica, Beto, Mariana, Flor, Irma, ) y abuelos (Jaime y Tere), pues aunque no los vea seguido, sé que están allí, enfrentando desafíos, cumpliendo metas, creando proyectos, avanzando, creciendo. Y eso agradezco, porque me inspiran, me animan a seguir, a no decaer, a encontrar un propósito, a veces no da tiempo de ver todas nuestras raíces, atender a nuestra familia, pero me alegra enterarme de que siguen avanzando, superándose, para ellos mismos, para el futuro, sobrepasando el García y el Teutli.*

*Es hermoso cuando en tu camino te acompañan melodías, cual caricias repartidas en tu oído, que se preocupan por desearte lo mejor, aunque suenan lejos llegan pronto y revelan que fuera aún late el corazón, es una historia que se cuenta con valores, donde existe la confianza*

*para seguir adelante con alma y ambición, que nace de momentos, a veces pequeños, a veces grandes, en donde ocurren aprendizajes, emociones, y visión.*

*Donde me acompañas, aún creces, cada uno por su lado, con anécdotas que esperan a ser contadas, que esperan lo mejor de los dos, gracias Saritha por tu compañía, por la fuerza para seguir hacia delante, por dar pasos grandes que inspiran, que combinan y aportan color, gracias por el significado de tomar de la mano y levantar las manos ante la tormenta de obstáculos y un mundo dinámico entre los dos.*

*Si la magia de la vida se encuentra en los momentos, agradezco cada instante que he tenido para crecer, y más cuando una luz te acompaña, el entorno en el que viajas se nota distinto, es una idea de ver al mañana como un destino cumplido. No se olvida, como los rayos que iluminan una foto, mostrando los vivos que te recuerdan pasajes hacia un futuro bienvenido, y en esas fotos están ustedes, quienes han formado parte de vida, como la familia de Saritha, quienes celebran mis éxitos y aperturan la calidez del recibimiento; como Andy, en quien veo la inspiración y la fortaleza crecer cada año; en Arumi, Fabián, Brayan, Lu, Gustavo, en donde las palabras podrán faltar, una delgada línea se conserva, pero las memorias aún vivirán, y tus recuerdos definen ahora tu esencia; en Miguel, Uri, Marco, Claudio y Jesús, porque hay gente que crece en tu camino profesional, quienes conocen el esfuerzo que implica y los obstáculos de abrirse camino entre el estudio y la vida; en Diana, Ángel, Valeria, Eli, Eduardo, Alita, porque hay quienes suben al mismo barco de tu proyecto y saben las olas que atraviesas, las tormentas que se presentan y las bellas vistas con las que te recompensan; en Pao, Yas, Sagrario, Raúl, Carlos, César, Yera, pues hay caminos donde no llegarás primero y te mostrarán el mapa sobre el que se escribe tu sendero, porque serán la brújula que guíe tus movimientos y el libro en el que se susciten proyectos; en Naho, Arturo, Riva, Emma, Dany, Mich, Vanne, Vlad, Aldo, sabes que nuevos rostros se presentan, y sin imaginar, la amistad se vuelve duradera, en cada paso que se sincronizan vale la pena.*

*Y es que no hace falta tener todos por escrito, decisiones inesperadas te llevan a conocer un nuevo destino, sendas que llegan y cubren tu día con pasatiempos, con anhelo y cariño; Arleth, Gaby, Toño, Rey, Paty, Mago, Natty, Bec, Carmen, Karla, Paty, Laura, Julián, Azul, Sheccid, Pame, Cori, Meza, Fer, y el pase de lista puede seguir, porque la vida no se mide en años, sino en momentos, y cada momento compartido es significativo cuando hay un ser humano se permite un retrato contigo.*

*La profesión es parte de nosotros, cuando aprendemos, cuando nos invitan a ser parte del conocimiento, y posteriormente generarlo, es la alegría de saber que alguien levantó un muro y que viene tu turno para mejorarlo, en el mejor de los casos, el punto es, no se puede ser sin sentir una*

*crisálida naciente que se abre y te muestra el gran cúmulo de entidades que definen al mundo, a la doctora Estela le debo mucho por tal aprendizaje, por sus consejos, su tiempo y sus direcciones, donde ir y hacia qué lado voltear para ver mejor la historia que aquí se suscribe, la doctora Lidia, la profesora Honorina, el doctor Juárez, la profa Gina, el maestro Félix, el maestro Avendaño, la profa Martha, la profa Banfi, la contadora Mariana, el ingeniero René, cuando uno encuentra la inspiración, trata de buscar lo mejor de las mentes y proyectarlo hacia delante, como una artesanía que se replica bajo la lente propia, con trazos de terceros que se moldean y ajustan para ser mejores en nuestro siguiente talento, y claro, donde nace muchas veces una amistad que se sujeta del aprendizaje y la mejora.*

*Donde escuches mi nombre, deseo que sepas que te estaré agradecido, sin importar haberte conocido, aunque no te haya mencionado en este hilo, deseo que te esfuerces en tus proyectos, en lo que estés haciendo, lágrimas me cubrieron cuando no fui capaz de seguir mis mayores deseos, aunque la lucha sea dura, como mis personas, sé que alguien te acompañará a medida que avances tu sendero, no te pediré rendirte, porque a mí me pasó incontables veces, no te pediré expresarlo, porque muchas veces callé, pero te propongo que, si tienes un proyecto, si estás dispuesto en seguir adelante, portes orgulloso con tu mente y corazón, sin dejar de lado a tu gente, pues ellos estarán contigo en la tormenta, estarán contigo en el dolor, vivirás regalos inesperados, sentirás la llama que habita en tu interior.*

*Y SI VISTE MUCHOS NOMBRES Y TAL VEZ TE ABURRISTE, SIENTO MUCHO DECIRTE QUE ME FALTARON MENCIONES, Y SI ME CONOCES Y NO ESTUVISTE, NO ES QUE NO SIGNIFIQUES, me importas tanto como para recordarte, permite que mis agradecimientos superen las palabras y te externe un gran abrazo, porque sé que allí estabas, estás y estarás, ayudando a definir a Ulises una vez más, porque seguramente también te puede pasar, muchas son las almas que contigo están, muchos te extenderán la mano y su bondad, y aunque se lleguen a alejar, un latido de ellos en ti permanecerá.*

*Gracias a cada uno, gracias a ti, querido lector, porque ahora formas parte no solo de mi trabajo, si vives una situación similar en proyectos de creación, eres parte de la biografía que crece y se nutre en el "detrás de cámaras" de la investigación, y si no, valoro que hayas llegado hasta esta conclusión.*

# Índice

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO 1 ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>11</b>
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	11
1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN .....	12
1.2.1 <i>Pregunta General</i> .....	12
1.2.2 <i>Preguntas Específicas</i> .....	13
1.3 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN .....	13
1.3.1 <i>Objetivo General</i> .....	13
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i> .....	13
1.4 JUSTIFICACIÓN .....	14
<b>CAPÍTULO 2 MARCO CONCEPTUAL .....</b>	<b>17</b>
2.1 MODELO DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS .....	17
2.1.1 <i>Dominio del Conocimiento Matemático (MK)</i> .....	18
2.1.1.1 Conocimiento de los Temas (KoT) .....	19
2.1.1.2 Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) .....	19
2.1.1.3 Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) .....	20
2.1.2 <i>Dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)</i> .....	20
2.1.2.1 Conocimiento de la Enseñanza Matemática (KMT) .....	20
2.1.2.2 Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) .....	21
2.1.2.3 Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) .....	21
2.1.3 <i>Dominio de las Creencias</i> .....	22
2.2 ESTUDIOS SOBRE EL CONCEPTO DE PORCENTAJE .....	22
2.2.1 <i>Sistemas de Representación del Porcentaje</i> .....	27
2.2.2 <i>Porcentaje como relación entre cantidades</i> .....	28
2.2.3 <i>El Concepto de Porcentaje Basado en Situaciones</i> .....	29
2.2.4 <i>Dificultades y Errores Presentados en el Aprendizaje de Porcentajes</i> .....	31
2.3 SUSTENTO TEÓRICO DE LAS HERRAMIENTAS E INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	34
2.3.1 <i>Diseño de tareas y Validez de contenido</i> .....	34
2.3.2 <i>Entrevista semiestructurada</i> .....	36
<b>CAPÍTULO 3 MARCO METODOLÓGICO .....</b>	<b>37</b>
3.1 PARADIGMA DE LA INVESTIGACIÓN .....	37
3.1.1 <i>Paradigma Interpretativo</i> .....	37
3.1.1.1 Dimensión Ontológica .....	38
3.1.1.2 Dimensión Epistemológica .....	38
3.1.1.3 Dimensión Metodológica .....	38
3.2 MÉTODO .....	38
3.2.1 <i>Enfoque y Diseño de la Investigación</i> .....	38
3.2.2 <i>Participante de la Investigación</i> .....	39
3.2.3 <i>Técnicas o Instrumentos para la Recolección de Datos</i> .....	40
3.2.3.1 <i>Diseño de Tareas</i> .....	40
3.2.3.2 <i>Juicio de expertos</i> .....	47
3.2.3.3 <i>Entrevista Semiestructurada</i> .....	47
3.3 PROCEDIMIENTO PARA LA RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS .....	48
3.3.1 <i>Prueba de Validez de Contenido</i> .....	50

<b>CAPÍTULO 4 ANÁLISIS Y RESULTADOS .....</b>	<b>51</b>
4.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA TAREA INTRODUCTORIA .....	53
4.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRIMERA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KoT .....	57
4.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA SEGUNDA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KSM.....	61
4.4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA TERCERA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KPM.....	66
4.5 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA CUARTA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KFLM .....	71
4.6 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA QUINTA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KMT .....	75
4.7 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA SEXTA TAREA PARA EXPLORAR EL CONOCIMIENTO DESDE EL KMLS.....	80
4.8 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA TAREA DE CIERRE.....	82
<b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES.....</b>	<b>85</b>
5.1 PROSPECTIVAS FUTURAS .....	89
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>91</b>
<b>ANEXO A 98</b>	
<b>ANEXO B 118</b>	
DISEÑO DE TAREAS .....	118
<b>ANEXO C 123</b>	
RESPUESTAS DEL DOCENTE PARTICIPANTE A LAS TAREAS.....	123
<b>ANEXO D 137</b>	
<b>ANEXO E 139</b>	
ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA.....	139
<b>ANEXO F 141</b>	
RESPUESTAS DE LA ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA .....	141
<b>ANEXO G 146</b>	
<b>ANEXO H 150</b>	
DISEÑO DE TAREAS ACTUALIZADO .....	150
<b>APÉNDICE 155</b>	
PLAN CURRICULAR DE LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA .....	155
<i>Contenidos del material impreso actualizado al 2023.....</i>	<i>157</i>

## Índice de Tablas

TABLA 1.	<i>RAZÓN DEL 10% DE 250.....</i>	<b>32</b>
TABLA 2.	<i>RELACIÓN ENTRE LOS SUBDOMINIOS ESTABLECIDOS Y EL GUION DE TAREAS.....</i>	<b>42</b>
TABLA 3.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS EN LA TAREA INTRODUCTORIA .....</i>	<b>56</b>
TABLA 4.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KOT .....</i>	<b>60</b>
TABLA 5.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KSM.....</i>	<b>65</b>
TABLA 6.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KPM.....</i>	<b>70</b>
TABLA 7.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KFLM .....</i>	<b>74</b>
TABLA 8.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KMT .....</i>	<b>79</b>
TABLA 9.	<i>CONOCIMIENTOS HALLADOS DEL SUBDOMINIO KMLS.....</i>	<b>82</b>
TABLA 10.	<i>REFLEXIONES DEL DOCENTE.....</i>	<b>84</b>
TABLA 11.	<i>DESCRIPTORES DEL PORCENTAJE EN LAS CATEGORÍAS DEL MODELO MTSK.....</i>	<b>98</b>
TABLA 12.	<i>V DE AIKEN PARA SUFICIENCIA DE LA SECUENCIA DE TAREAS.....</i>	<b>146</b>
TABLA 13.	<i>V DE AIKEN PARA COHERENCIA DE LA SECUENCIA DE TAREAS.....</i>	<b>147</b>
TABLA 14.	<i>V DE AIKEN PARA RELEVANCIA DE LA SECUENCIA DE TAREAS.....</i>	<b>148</b>
TABLA 15.	<i>V DE AIKEN PARA CLARIDAD DE LA SECUENCIA DE TAREAS .....</i>	<b>149</b>

## Índice de Figuras

FIGURA 1. ESQUEMA DEL MODELO CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (MTSK).....	18
FIGURA 2. DIAGRAMA DE ANÁLISIS INDIVIDUAL PARA CADA TAREA .....	52
FIGURA 3. EJEMPLO DE CONVERSIÓN ENTRE UNA CANTIDAD DECIMAL Y PORCENTAJES .....	53
FIGURA 4. EJEMPLO DE SITUACIÓN PARA HALLAR PORCENTAJES.....	54
FIGURA 5. PRIMERA ESTRATEGIA PARA HALLAR EL COSTO DE LA CHAQUETA.....	57
FIGURA 6. SEGUNDA ESTRATEGIA PARA HALLAR EL COSTO DE LA CHAQUETA.....	58
FIGURA 7. SIGNIFICADO DEL PORCENTAJE EN LA SITUACIÓN.....	58
FIGURA 8. ESTRATEGIA ESCRITA PARA HALLAR EL PRECIO FINAL SIN USAR PORCENTAJES .....	62
FIGURA 9. SOLUCIONES ALTERNATIVAS A LA PROPUESTA INICIAL DEL JUEGO DE PRENDAS.....	63
FIGURA 10. EXPRESIÓN ALGEBRAICA PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA.....	63
FIGURA 11. ESTRATEGIA ESCRITA PARA HALLAR EL PRECIO FINAL SIN USAR PORCENTAJES .....	66
FIGURA 12. CANTIDADES CLAVE PARA RESOLVER EL PROBLEMA .....	67
FIGURA 13. SIMBOLOGÍA DE LOS PORCENTAJES .....	69
FIGURA 14. RELACIÓN ENTRE PONENTES Y CANTIDAD DE PERSONAS EN EL CONGRESO .....	80
FIGURA 15. UBICACIÓN DEL PROBLEMA PLANTEADO DENTRO DEL CURRÍCULO .....	81
FIGURA 16. CONCEPTO DEL DOCENTE ACERCA DEL PORCENTAJE.....	123
FIGURA 17. EJEMPLO DE CONVERSIÓN ENTRE UNA CANTIDAD DECIMAL Y PORCENTAJES .....	123
FIGURA 18. EJEMPLO DE SITUACIÓN PARA HALLAR PORCENTAJES.....	123
FIGURA 19. PRIMER PROCEDIMIENTO PARA HALLAR EL COSTO DE LA CHAQUETA.....	124
FIGURA 20. SEGUNDO PROCEDIMIENTO PARA HALLAR EL COSTO DE LA CHAQUETA .....	125
FIGURA 21. SIGNIFICADO DEL PORCENTAJE EN LA SITUACIÓN.....	125
FIGURA 22. VENTAJAS SOBRE EL USO DEL PORCENTAJE .....	125
FIGURA 23. RELACIÓN ENTRE EL PRECIO ORIGINAL Y CON DESCUENTO .....	125
FIGURA 24. ESTRATEGIA ESCRITA PARA HALLAR EL PRECIO FINAL SIN USAR PORCENTAJES .....	126
FIGURA 25. SOLUCIONES ALTERNATIVAS A LA PROPUESTA INICIAL DEL JUEGO DE PRENDAS.....	126
FIGURA 26. EXPRESIÓN ALGEBRAICA PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA.....	127
FIGURA 27. ESTRATEGIA ESCRITA PARA HALLAR EL PRECIO FINAL SIN USAR PORCENTAJES .....	127
FIGURA 28. CANTIDADES CLAVE PARA RESOLVER EL PROBLEMA .....	128
FIGURA 29. SIMBOLOGÍA DE LOS PORCENTAJES .....	129
FIGURA 30. CONCEPTOS PREVIOS AL TEMA DE PORCENTAJES.....	129
FIGURA 31. ASPECTOS IMPORTANTES PARA DESARROLLAR LA SITUACIÓN .....	131
FIGURA 32. RELACIÓN ENTRE PONENTES Y CANTIDAD DE PERSONAS EN EL CONGRESO .....	133
FIGURA 33. UBICACIÓN DEL PROBLEMA PLANTEADO DENTRO DEL CURRÍCULO .....	134

FIGURA 34. TEMAS DE REPASO PARA DESARROLLO DE LA SITUACIÓN .....	134
FIGURA 35. EJERCICIOS DE PRÁCTICA PARA CASOS PORCENTUALES .....	137

## Resumen

En la presente investigación se analiza el conocimiento didáctico y matemático sobre porcentajes, de un docente mexicano de secundaria con experiencia en educación básica. Para ello, se diseñó una secuencia de ocho tareas (con 32 reactivos) y se aplicó una entrevista semiestructurada, ambas basadas en el modelo MTSK (Modelo de Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas), de Carrillo-Yáñez et al. (2018). El estudio adopta un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo. La secuencia de tareas se construyó a partir de descriptores orientados a la búsqueda de conocimiento y sujetos al modelo MTSK, se analizaron indicios, evidencias y oportunidades en las respuestas del docente. Los resultados mostraron que el docente posee conocimiento especializado sólido sobre porcentajes, tanto en las concepciones, sistemas de representación y situaciones de uso, como en las estrategias, procedimientos y métodos de enseñanza. Se identificaron áreas de mejora, como en la relación multiplicativa a través de representaciones algebraicas, así como la conexión con temas, con funciones lineales. Finalmente, la secuencia de tareas y la entrevista semiestructurada fueron efectivas para recopilar evidencias del conocimiento docente. Este enfoque puede ser útil para investigadores con intereses similares, contribuyendo así a la literatura sobre la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo profesional docente.

**Palabras clave:** Modelo MTSK, porcentaje, evidencias del docente, conocimiento matemático y didáctico.

## Abstract

In this research, the didactic and mathematical knowledge about percentages of a Mexican secondary school teacher with experience in basic education is analyzed. To do so, a sequence of eight tasks (with 32 questions) was designed and a semi-structured interview was applied based on the MTSK model (Model of Specialized Knowledge of Mathematics Teachers) by Carrillo-Yáñez et al. (2018). The study adopts a qualitative, descriptive approach. The sequence of tasks is built from descriptors oriented to the search for knowledge and subject to the MTSK model. The teacher's responses are analyzed for clues, evidence and opportunities. The results showed that the teacher has solid specialized knowledge about percentages, both in the concepts, representation systems and situations of use, as well as in the teaching strategies, procedures and methods. Areas for improvement are identified, such as in the multiplicative relationship through algebraic representations, as well as the connection with topics, such as linear functions. Finally, the task sequence and semi-structured interview were effective in gathering evidence of teacher knowledge. This approach may be useful for researchers with similar interests, thus contributing to the literature on mathematics teaching and teacher professional development. The research concludes that the sequence of tasks designed helps to identify the teacher's specialized knowledge about percentages. It is proposed that, in future research, this eight-task instrument, which was reviewed by expert judges for a content analysis, can be used in workshops with other teachers to promote debate and the construction of teaching strategies.

**Keywords:** MTSK model, percentage, teacher evidence, mathematical and didactic knowledge.

## Introducción

El conocimiento matemático que el estudiante de nivel básico de educación secundaria construye es tema para investigaciones interesadas en desarrollar métodos, proponer estrategias, plantear actividades y tareas que modifican y benefician la comprensión de los conceptos matemáticos. En ocasiones se parte de un análisis sobre las dificultades que el estudiante presenta durante la adquisición de conocimientos matemáticos y se da revisión a la secuencia implementada en la enseñanza para enfrentarse a los problemas que pudieran estar generando estas dificultades.

A pesar del interés que existe por conocer y atender las dificultades del estudiante en el aprendizaje de las matemáticas, los alumnos siguen presentando niveles similares de conocimiento, sin mostrar mejoras en su aprendizaje, como se menciona en el Informe de Resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) en su primera edición anual, emitida por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2019), “Cuando se comparan estos resultados [2017] con los obtenidos en PLANEA tercero de secundaria 2015, el porcentaje de alumnos en cada nivel de logro resulta muy similar en los cuatro niveles [en cada nivel, el porcentaje permanece sin cambios significativos, pese al tiempo que ha pasado] ...” (p. 103), haciendo referencia a los cuatro niveles del conocimiento sobre matemáticas que los alumnos de secundaria deben poseer en el nivel básico, en donde “aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes se ubicaron en el nivel I (65%)” (INEE, 2019, p. 102), es decir, es alto el porcentaje de estudiantes que solo llegan a resolver problemas de conteo básicos, correspondientes al nivel I, pero no logran la construcción de otros conceptos matemáticos correspondientes al nivel matemático escolar.

Considerando esta situación e identificando que las propuestas para mejorar el nivel de comprensión del estudiante en matemáticas aún evidencian deficiencias, se ha buscado otro enfoque de investigación donde no se ubica al estudiante como el centro de estudio.

Este trabajo investiga al docente, quien es el encargado de motivar el aprendizaje en el aula, es quien conduce al estudiante hacia los conocimientos necesarios para desempeñarse dentro y fuera del entorno escolar; en adelante, se trabaja con un enfoque en el conocimiento matemático del docente.

Existen investigaciones que analizan la metodología de trabajo, las estrategias y actividades que los docentes desarrollan, diseñan e implementan para facilitar la comprensión de los estudiantes en temas matemáticos, más allá de considerar la preparación que tienen en el nivel al que imparten, pues es fundamental contar con el conocimiento matemático de los contenidos durante la enseñanza, además, es fundamental que el docente cuente con la preparación y el conocimiento de las

herramientas que le permiten analizar y estudiar el tema (Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2018; Godino et al., 2017).

Para estudiar el conocimiento matemático docente, se recurre a instrumentos, como las planeaciones de clases, que funcionan para elaborar las sesiones, pues es donde se registran todas las ideas que se asocian a un tema y con un mayor grado de dominio, los temas pueden variar, como la localización de puntos en el plano cartesiano (Pacheco et al., 2023), la resolución de problemas aditivos (Otero-Valega et al., 2023), la enseñanza de la estructura multiplicativa (Tascón y Juárez, 2024), y la enseñanza de las simetrías (Paternina-Borja y Juárez-Ruiz, 2023). Otros entornos importantes para explorar el conocimiento docente son las observaciones de clase (Delgado y Zakaryan, 2019; Da Silva y Teixeira, 2022), las discusiones grupales entre profesores en cursos de formación inicial o continua (Montes et al., 2021; Galleguillos et al., 2023) y las entrevistas semiestructuradas cuando los docentes reflexionan en el proceso de instrucción (Meléndez-Cruz et al., 2022), cada entorno propicia el descubrimiento de evidencias en las acciones del docente en formación, individualmente o en conjunto, esto da forma al mapa de conocimientos del docente y describe los aspectos teóricos y didácticos que puede mostrar en la enseñanza.

Otra línea de investigación que permite al investigador indagar en el conocimiento que poseen los profesores es el diseño y la validación de instrumentos direccionados a temas matemáticos, su validez mejora la calidad del contenido, ya que es sometido a la puntuación de expertos, quienes determinan cómo se puede mejorar un reactivo para extraer información útil al análisis, entre los instrumentos se pueden considerar cuestionarios de preguntas abiertas (Advíncula et al., 2021; Franco y Alsina, 2023) o de preguntas cerradas (Hernández y Lizarde, 2016; Moriel et al., 2017), así como el diseño de tareas (Montes et al., 2021; Lizarde et al., 2021; Pascual et al., 2023; Climent et al., 2024). En particular, estas tareas propuestas por Montes et al. (2021) funcionan como un esquema de reflexión para el docente, promueven el desarrollo de competencias matemáticas al integrarse en un proceso de autoevaluación sobre conocimiento docente en el tema y en el uso de estrategias didácticas (Carrillo-Yáñez et al., 2016). Se analizaron, por ejemplo, las estrategias con las que el docente incentiva el aprendizaje y muestra conocimiento sobre los saberes del estudiante en el nivel Primaria, que a su vez adquieren mayor relevancia en el nivel Secundaria, durante el primer grado.

En esta investigación, se estudia el conocimiento especializado matemático de un docente cuando resuelve un conjunto de tareas sobre porcentajes, el docente tiene formación matemática, con 15 años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas en educación básica para grado secundaria y primaria de México, ha dado clases en escuela pública y privada.

El análisis del conocimiento especializado matemático se realiza con: la elaboración de una tabla de descriptores que identifica el conocimiento especializado a considerar para el tema de porcentajes (ver Tabla 11 del Anexo A), la aplicación de una secuencia de tareas enfocada en la obtención de evidencias de conocimiento especializado en el tema de porcentajes (ver Anexo B), así como una entrevista semiestructurada que funcione para complementar y reforzar el análisis de las evidencias de los conocimientos matemático y didáctico del docente obtenidas en la secuencia de tareas (ver Anexo E). El contenido de las tareas se diseñó con base en los descriptores obtenidos del modelo teórico y analítico del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK; Carrillo-Yáñez et al., 2018). Además, se aplica la prueba de validez de contenido de las tareas con jueces expertos y una prueba de concordancia con el estadístico V de Aiken (Aiken, 1985) para dar validez y confiabilidad a las tareas para contar con un instrumento sólido de trabajo (ver Anexo G).

Esta investigación se organiza en seis capítulos. El primer capítulo integró los aspectos generales sobre el tema de porcentajes para nivel básico en educación secundaria. También se presentó una visión sobre el estudio y tratamiento del porcentaje en investigaciones que abordan las dificultades, procedimientos y errores que se han detectado durante su enseñanza (como en los trabajos de Mendoza, 2009), lo que da lugar al planteamiento del problema. Se dio explicación de los objetivos de la investigación y se presentaron las razones para elaborar la secuencia de tareas y la entrevista semiestructurada, mismas que registran evidencias del conocimiento matemático y didáctico de porcentaje.

El segundo capítulo presentó el sustento conceptual con el que se diseñan la secuencia de tareas y la entrevista semiestructurada para conseguir evidencias de conocimiento especializado del profesor sobre el tema de porcentaje. Como entrada, se describen los dominios y subdominios del modelo MTSK, desarrollado por Carrillo-Yáñez et al. (2018), para explicar las categorías correspondientes de los subdominios del modelo; se integran la revisión de literatura del concepto de porcentaje, desde una perspectiva de su manejo en situaciones, sistemas de representación y su estructura, además de dificultades y errores que suelen presentar en el aprendizaje de porcentajes.

El tercer capítulo presentó el diseño metodológico de la investigación, el paradigma, enfoque y tipo de estudio elaborado para el diseño de la secuencia de tareas ajustada al tema de porcentajes. Se hizo una descripción del informante que participa en el proceso de recolección para la posterior valoración de datos. Además, se elaboró una tabla que establece la relación entre los saberes que debe poseer el profesor sobre el tema de porcentajes y cada categoría seleccionada para el enfoque de la investigación que está presente en los subdominios del modelo MTSK, a través de descriptores (ver Tabla 11 del Anexo A). Se describieron los instrumentos de recolección de datos, que corresponden

al diseño de tareas sobre conocimiento del porcentaje (ver Anexo B), así como la entrevista semiestructurada, sujeta a los descriptores del modelo MTSK y orientada a las respuestas del docente en las tareas, ya que se busca profundizar sobre las acciones y estrategias, técnicas de trabajo y recursos descritos en la resolución de las tareas planteadas (ver Anexo E). Por último, se describió el procedimiento que guía la investigación, el seguimiento de la aplicación de la secuencia y la entrevista, así como la recolección y análisis de datos.

El cuarto capítulo reporta la ejecución de la secuencia de tareas y las respuestas del docente (ver Anexo C), se registraron los conocimientos conceptuales y didácticos que el docente evidencia, con la clasificación que se aplica en la construcción de los descriptores y la orientación en los subdominios del modelo MTSK (ver Tabla 11 del Anexo A). Además, se diseñó una entrevista semiestructurada. Por último, se estructuró una propuesta general de tareas asignadas al docente, tomando en cuenta las evidencias de conocimiento mostradas por el informante en la investigación, esto ayuda en la búsqueda de más componentes de conocimiento que el docente puede presentar en la resolución de preguntas mejor formuladas para la secuencia de tareas y con una descripción más detallada.

Además, se presentan los resultados de la investigación, se realizó un análisis previo centrado en la aplicación de la secuencia de tareas y las respuestas aportadas por el docente, las respuestas a la entrevista semiestructurada se presentan en la etapa final, donde el docente evidenció conocimiento didáctico y matemático a través del diálogo. Las evidencias de conocimiento del docente se presentan bajo la tabla de descriptores que se construyeron previamente sustentada en el MTSK y se registran en tablas que resumen los hallazgos de conocimiento en cada tarea.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales de la investigación, las evidencias de conocimiento del docente con la información obtenida de la secuencia de tareas y la entrevista, se presenta la propuesta para el uso de la secuencia de tareas y de la tabla de descriptores para su aplicación en entornos de trabajo docente, con el objetivo de obtener evidencias de conocimiento en un ambiente de estudio controlado y colectivo para la discusión y revisión de ideas.

# Capítulo 1

## Aspectos Generales de la Investigación

### 1.1 Planteamiento del Problema

El tanto por ciento se presenta en situaciones cotidianas que el docente plantea dentro de tareas básicas, como al realizar una compra o revisar el tiempo de carga del celular; estas situaciones implican operaciones sobre porcentajes que se deben conocer, tanto en su representación simbólica como en la relación entre la cantidad numérica y la cantidad porcentual. Estos conocimientos pueden ser aprendidos por el estudiante dentro de la escuela y son esenciales para describir una misma cantidad con representaciones numéricas distintas, sin embargo, el estudiante sigue presentando dificultades para interpretar y resolver situaciones que requieren un enfoque porcentual (Gutiérrez y Machado, 2008).

Estos casos de complejidad o dificultad que conducen a errores en la aplicación de porcentajes pueden presentarse por las representaciones conocidas del concepto, los ejemplos empleados o el tiempo que se dedica en el currículo para su tratamiento.

El tema de porcentajes viene precedido por el aprendizaje de fracciones y su equivalencia, que continúa con los números decimales y el tema de proporcionalidad, aunque este es el orden propuesto por el currículo de matemáticas para nivel básico en México por la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2023), puede darse el caso que en dicho contenido no se esté dando la importancia adecuada a la aplicación de porcentajes y se aborde como complemento al tema de proporcionalidad directa, por ejemplo, los estudiantes pueden identificar una estrecha relación entre la proporcionalidad y el porcentaje, atendiendo casos porcentuales con proporcionalidad directa, donde utilizan la regla de tres para atender situaciones porcentuales.

El investigador tiene la labor de analizar las causas que conducen al estudiante a esta deficiencia en el aprendizaje de porcentajes. Trabajos como el de Mendoza (2009) analizan los errores e interpretaciones de los estudiantes sobre la noción de porcentajes, también existen trabajos como el de Gutiérrez y Machado (2008), donde analizan situaciones que implican el manejo de porcentajes y se le plantean al estudiante para estudiar sus interpretaciones.

También es importante considerar los temas que trabajan con porcentajes y son para el docente recursos útiles donde amplía su conocimiento y lo integra a las estrategias de enseñanza, trabajos como el de Mendoza y Block (2010) hallan estas relaciones entre porcentajes los temas de razones, fracciones y decimales dentro del entorno escolar. El docente debe conocer el temario, pues

es quien dirige la sesión de clase y considera las estrategias necesarias para impartir estos saberes. Investigaciones como Sanabria (2019) plantean situaciones problema que involucran al estudiante y favorecen el aprendizaje y la comprensión del porcentaje.

Algunas dificultades continúan presentes en el conocimiento del estudiante al usar estrategias de solución centradas en algoritmos para porcentajes, esto puede generar confusión para entender el problema. Por esto surge la necesidad de realizar estudios enfocados en el docente, ya que ellos son los encargados del seguimiento a los temas, se consideran cuestionamientos como: ¿qué metodología se está llevando a cabo para la construcción del concepto de porcentaje?, ¿qué problemas puede plantear el docente para practicar con sus estudiantes el concepto de porcentaje?, ¿cuáles son los temas que el profesor toma como base para el aprendizaje de porcentajes?, ¿qué recursos físicos o digitales son los que el docente utiliza para abordar sesiones con el tema de porcentaje?, ¿qué aspectos (el profesor) considera esenciales y suficientes para explicar el tema al grupo?

Para atender las interrogantes mencionadas es necesario tener un marco conceptual que direcciona adecuadamente el estudio, se trabajará el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

En la presente investigación se diseña una secuencia de tareas que funcione como estructura para una propuesta general, donde el docente muestre las componentes de conocimiento sobre porcentajes en los procesos de enseñanza aprendizaje, esto involucra la aplicación de conocimiento en el uso de estrategias didácticas, así como el conocimiento que los estudiantes muestran sobre el tema.

Para contribuir al análisis de la metodología ejecutada por el docente durante la enseñanza de porcentajes y estudiar el diagrama de conocimientos (matemáticos y didácticos) que el docente genera durante la resolución de tareas, se propone esta investigación para responder a las siguientes preguntas:

## **1.2 Preguntas de Investigación**

### ***1.2.1 Pregunta General***

¿Qué conocimiento especializado didáctico y matemático sobre porcentajes evidencia un profesor de matemáticas cuando resuelve y reflexiona sobre un conjunto de tareas diseñadas por el investigador?

### ***1.2.2 Preguntas Específicas***

1. ¿Qué interrogantes se pueden plantear para las categorías de los subdominios del modelo MTSK, con el objetivo de explorar el conocimiento del docente en el tema de porcentajes?
2. ¿Qué tareas con preguntas abiertas se pueden diseñar para explorar el conocimiento del profesor de algunos de los subdominios del modelo MTSK sobre el tema de porcentajes?
3. ¿Qué conocimiento especializado evidencia un docente al resolver las tareas diseñadas sobre el tema de porcentaje para estudiantes de primer grado de nivel secundaria?

## **1.3 Objetivos de Investigación**

### ***1.3.1 Objetivo General***

Analizar el conocimiento especializado didáctico y matemático sobre porcentajes que un profesor evidencia cuando resuelve y reflexiona sobre un conjunto de tareas diseñadas por el investigador.

### ***1.3.2 Objetivos Específicos***

1. Definir descriptores para cada una de las categorías de los subdominios del modelo MTSK, donde se exploren los conocimientos del profesor de matemáticas en el tema de porcentajes.
2. Diseñar tareas cuyas preguntas abiertas exploren el conocimiento del profesor sobre los subdominios del modelo MTSK para el tema de porcentajes.
3. Identificar el conocimiento especializado que un docente evidencia al resolver tareas diseñadas sobre el tema de porcentajes que se enseña en primer grado de nivel secundaria.

## 1.4 Justificación

El análisis sobre el tema de porcentajes no es reciente, existen documentos que reflejan estudios dirigidos al concepto de porcentajes, como el trabajo de Kinney (1958) titulado *Teaching percentage for understanding and use*, o el trabajo de Binter (1963) en *Two ways of teaching percent*. Estudios como el de Parker y Leinhardt (1995) señalan la importancia de capacitar a los estudiantes para que razonen, piensen y se comuniquen sobre temas específicos, además de la necesidad de comprender el lenguaje del porcentaje y, en el caso del docente, se debe estudiar qué se puede hacer para enseñar el tema con mayor efectividad. Estas directrices continúan y se fortalecen con más investigaciones que identifican las estrategias de enseñanza del porcentaje en nuevas generaciones de estudiantes.

Los estudiantes pueden aprender los algoritmos necesarios para desarrollar porcentajes, pero el conocimiento conceptual que desarrollan puede presentar deficiencias o ausencias en la presencia de situaciones porcentuales. Las investigaciones desarrolladas alrededor de este tema, como en Parker y Leinhardt (1995), muestran ideas y estrategias que profundizan en el conocimiento del porcentaje desde la visión del estudiante, el cómo aprende y qué conceptos se enseñan, así como los temas relacionados (proporciones, fracciones, números decimales, razón ...). Indagar en estos aspectos despierta en el investigador la pregunta: ¿Por qué se siguen presentando dificultades en el aprendizaje de porcentajes?

Un primer sentido de análisis para responder a este cuestionamiento recae en la interpretación del porcentaje que hace el estudiante. Mendoza (2009) realiza un estudio experimental bajo la teoría de situaciones didácticas, que le permite conocer la noción del porcentaje según el estudiante, esta nace de los temas vinculados en el plan curricular (las fracciones, la proporcionalidad y el tratamiento de la información), lo que permite al estudiante interpretar el porcentaje como una razón, un operador fraccionario, un operador decimal y una cantidad absoluta. Como lo describe Mendoza (2009), “se trata de un saber multifacético vinculado con algunas de las nociones más complejas de la aritmética básica, la de razón y la de operador multiplicativo, fraccionario y decimal, de las cuales hereda las problemáticas didácticas”. El porcentaje se percibe como un concepto amplio, con muchos vínculos a otros temas matemáticos, el conocimiento por adquirir se debe consolidar para ponerlo en práctica dentro de situaciones que lo requieran, así como en la enseñanza del tema.

Tomando en cuenta que los estudiantes son el centro de muchas de las investigaciones que estudian las nociones sobre porcentajes, se prevén algunos obstáculos, definidos por Chamorro (2003), como el “conocimiento que trata de adaptarse a otras situaciones, a otros valores de las variables, y allí va a provocar errores específicos, localizables, analizables.” (p. 59), según su origen,

los obstáculos pueden ser: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos. Los obstáculos ontogenéticos se presentan cuando el estudiante no ha conseguido un nivel de desarrollo maduro superior al tema presentado, los epistemológicos siempre estarán presentes y ligados al desarrollo histórico del concepto, por último, los didácticos tienen relación con las estrategias didácticas que impiden al estudiante la construcción de conceptos y los sustituyen prácticas mecanizadas y algorítmicas (Chamorro, 2003).

Entre los tres tipos de obstáculos, se puede identificar que los didácticos influyen sobre el ritmo de aprendizaje del estudiante, el tiempo que se dedica al tema puede ser un factor de aprendizaje importante, generando en el estudiante conocimiento parcial o poco trascendental si no logra concebir adecuadamente los conceptos enseñados, lo que puede influir en un aprendizaje mecánico o algorítmico. Es en este sentido, el proceso de enseñanza adquiere una atención importante, esto es, el desarrollo de la clase del docente, las actividades aplicadas, los ejemplos y las situaciones planteadas que trabaja el docente influyen mucho en el aprendizaje del estudiante sobre el tema de porcentaje.

En esta misma línea, como menciona Mendoza (2009), “la complejidad didáctica intrínseca al porcentaje y las dificultades derivadas de su enseñanza en México, son dos factores que han incidido en los resultados (...) de los estudiantes” (p. 9), además, “la frecuente presencia de esta noción [porcentajes] en ámbitos extraescolares no es suficiente para el logro de una comprensión profunda, es necesaria una enseñanza intencionada” (p. 9). Si esta complejidad didáctica que se tiene sobre el porcentaje puede influir en el aprendizaje que se tiene del tema, y se trata de un vínculo con otros elementos matemáticos esenciales para el razonamiento matemático del estudiante (fracciones, proporcionalidad, gráficos, ...), el enfoque de estudio sobre estas dificultades puede orientarse al contenido que se enseña y cómo se enseña, antes de investigar qué ha sido aprendido.

Otras investigaciones se enfocan en la forma de trabajo del docente en el aula para el aprendizaje de los estudiantes, implementando secuencias didácticas. Gutiérrez y Machado (2008) presentan un análisis hacia maestros de educación primaria en formación para conocer los errores conceptuales que cometen y las situaciones que resultan más complejas en la resolución de problemas sobre porcentajes. En sus resultados presentan que “el porcentaje no es comprendido conceptualmente, sino que está asociado a una operación algebraica, ya sea de suma, multiplicación, o regla de tres” (pp. 67-68). Esto despierta una preocupación sobre lo que el profesor conoce, la noción que posee sobre conceptos matemáticos, en particular sobre el concepto de porcentaje, los métodos y estrategias de enseñanza para presentar al estudiante dentro de un entorno simulado. En particular, se puede orientar la investigación al aprendizaje del porcentaje en el primer grado de educación secundaria, ya que es donde el docente necesita del porcentaje para explicar el desarrollo

de otros temas en entornos situacionales y debe recurrir a los conocimientos que el estudiante ha adquirido en educación primaria.

Todo lo mencionado anteriormente permite destacar la importancia del papel que tiene el profesor en el aprendizaje del estudiante, en particular, profesores que identifiquen las diferentes concepciones del porcentaje y su adecuación dentro del currículo escolar, las dificultades y errores que se pueden hacer presentes en las y los estudiantes al enfrentar situaciones porcentuales, además de las estrategias y actividades que pueden integrar ampliamente los saberes que rodean al tema de porcentajes.

Para analizar los conocimientos que posee el profesor y su relación con los constructos que rodean el tema de porcentajes, se debe considerar un modelo enfocado en el docente, que estudie el conocimiento especializado no solo en el tema, sino en la impartición del mismo, por ello es que se utiliza el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2018), que permite caracterizar los conocimientos que usa el profesor cuando se enfrenta al entorno escolar. De esta forma se atienden interrogantes como: ¿Qué elementos son necesarios para que el profesor pueda impartir la clase sobre porcentajes?, ¿Qué conocimientos debe poseer el profesor sobre el tema y los temas relacionados? ¿Con qué estrategias cuenta el docente para hacer frente a los obstáculos que puedan presentarse durante la sesión? ¿Qué dificultades prevé de sus alumnos y qué métodos conoce que le ayudarán a atender estas situaciones individuales o grupales?

## **Capítulo 2**

### **Marco Conceptual**

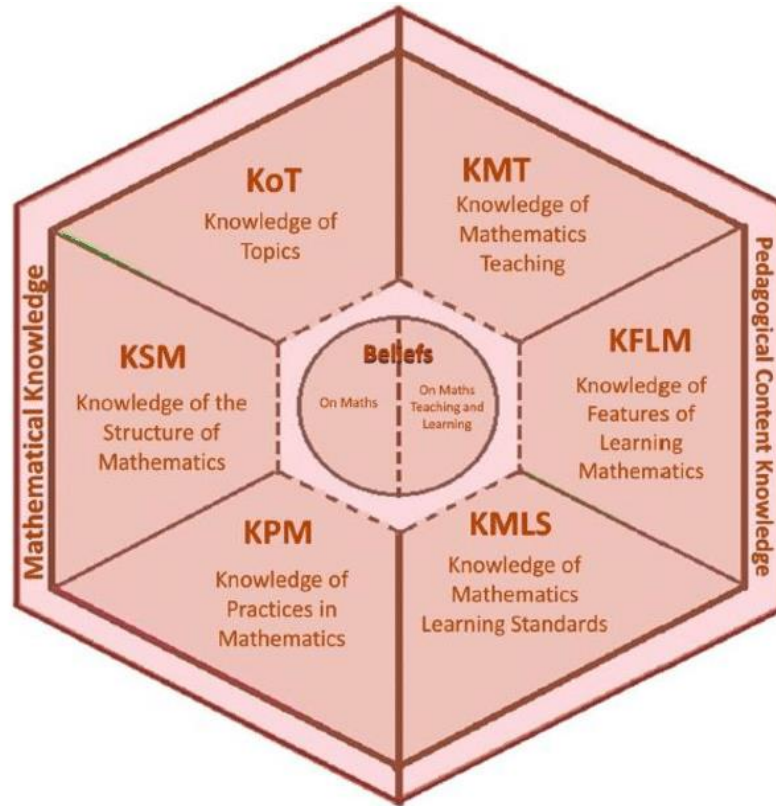
El presente capítulo se divide en tres apartados. Primero se presenta el modelo analítico MTSK, propuesto por Carrillo-Yáñez et al. (2018), con los aportes de Montes et al. (2013), Advíncula et al. (2021) y Escudero et al. (2015), posteriormente, se presenta el marco conceptual del porcentaje, bajo la visión de diferentes autores como Godino y Batanero (2002), Gutiérrez y Machado (2008), Parker y Leinhardt (1995). Finalmente, se integran los aspectos teóricos que sustentan la validez de contenido para el diseño de las tareas y la implementación de la entrevista semiestructurada.

#### **2.1 Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas**

Investigaciones desarrolladas sobre el conocimiento del profesor de matemáticas (Shulman, 1986; Ball et al., 2008; Godino y Batanero, 2002; Carrillo-Yáñez et al., 2018) han mostrado avances sobre las capacidades y saberes apropiados para impartir un tema de clase. Las propuestas recaen en modelos teóricos que explican factores sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este trabajo se consideran los aportes de Carrillo-Yáñez et al. (2018) y Climent et al. (2022) sobre el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, que analiza el conocimiento que hace especialista al docente de matemáticas. El modelo MTSK organiza la práctica docente por categorías clasificadas en subdominios correspondientes a dos dominios fundamentales: el conocimiento matemático y didáctico de las matemáticas. Los dominios que conforman al modelo MTSK son tres: el dominio del Conocimiento Matemático (MK por sus siglas en inglés), el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK por sus siglas en inglés) y el dominio de las creencias. A continuación, se describe cada dominio que explica con subdominios el saber docente:

**Figura 1. Esquema del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)**



Adaptado de Carrillo-Yáñez (2018)

### ***2.1.1 Dominio del Conocimiento Matemático (MK)***

En este dominio se analizan los conceptos matemáticos que el profesor conoce como resultado de su formación y experiencia. Se integran las teorías asociadas a conceptos matemáticos, desde su concepción a su formalización, así como las conexiones con otros conceptos, el desarrollo y función de cada elemento matemático. De acuerdo con Advíncula et al. (2021):

El dominio MK abarca el conocimiento matemático que el profesor usa, o puede usar, en cualquier actividad; el cual debe trascender al contenido matemático que se pretende que aprenda un estudiante del nivel en el que enseña, no solo en cantidad de conocimiento, sino también en la naturaleza de este. (p. 193)

El MK se describe bajo tres subdominios: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento de la práctica matemática (KPM).

### **2.1.1.1 Conocimiento de los Temas (KoT)**

Este subdominio aborda el conocimiento que el profesor tiene de un tema y la forma en que lo conoce, esto es, la fenomenología del concepto, definiciones, procedimientos, los posibles registros de representación, propiedades y fundamentos, que más allá del entorno enseñanza-aprendizaje, funcionan como recursos para definir otros objetos matemáticos. Se identifican la o las definiciones de un concepto, los algoritmos y procedimientos asociados, lo que moviliza al profesor en relación con el tema. Este dominio integra las categorías siguientes:

- Definiciones, propiedades y sus fundamentos
- Fenomenología y aplicaciones
- Registros de representación
- Procedimientos

### **2.1.1.2 Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM)**

Describe el conocimiento del profesor para crear conexiones entre conceptos, estas conexiones pueden darse entre contenido, elementos de un mismo tema o de temas diferentes. Las conexiones se clasifican en tres: intraconceptuales, que relacionan ideas diferentes asociadas a un mismo concepto, interconceptuales, que parten de la relación entre un concepto con otros, por último, las temporales, que relacionan conceptos en diferentes momentos del currículo (Montes et al., 2013). Este subdominio es descrito por Carrillo-Yáñez et al. (2018) bajo cuatro categorías, mismas que se abordarán durante esta investigación:

- Conexiones de complejización. Relaciones de un contenido matemático con otros presentes en el currículo en momentos posteriores.
- Conexiones de simplificación. Relaciones de un contenido matemático con otros presentes en el currículo en momentos previos.
- Conexiones auxiliares. Introducción de un contenido matemático que funcione como apoyo al trabajo matemático que se está realizando.
- Conexiones transversales. Relaciones de elementos matemáticos de otros temas con el contenido que se está trabajando (tratando conexiones interconceptuales).

Las cuatro categorías no están distanciadas de las conexiones intraconceptuales, interconceptuales y temporales, mantienen estrecha relación en la descripción de los temas que se abordan alrededor de un contenido matemático principal.

### **2.1.1.3 Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)**

Este conocimiento se enfoca en las reglas que el profesor conoce para construir nuevo conocimiento matemático, esto es, las formas para generar matemáticas. Se describen las formas de validar matemáticas, como la demostración, la ejemplificación; y de hallar elementos que relacionan la resolución de problemas, como el significado de las definiciones y el uso de heurísticas, entre otros (Advíncula et al., 2021). Este dominio comprende las categorías:

- Conocimiento de la práctica de demostrar
- Conocimiento de la práctica de definir
- Conocimiento de la práctica de resolver problemas
- Conocimiento del papel del lenguaje matemático

### **2.1.2 Dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)**

Más allá de los conocimientos sobre enseñanza que el profesor posee, es esencial conocer cuándo, cómo y para qué se da explicación a dichos conocimientos. En el dominio del PCK se abordan estas relaciones entre el conocimiento didáctico del contenido y los saberes matemáticos. De acuerdo con Carrillo-Yáñez et al. (2018):

El enfoque específico del PCK está relacionado con las propias matemáticas. Más que tratarse de la intersección entre el conocimiento matemático y el pedagógico general, se trata de un tipo específico de conocimiento pedagógico que se deriva principalmente de las matemáticas. Por lo tanto, no incluimos en este subdominio los conocimientos pedagógicos generales aplicados a los contextos matemáticos, sino únicamente aquellos conocimientos en los que el contenido matemático determina la enseñanza y el aprendizaje que tienen lugar. (p.18)

En este dominio se integran tres subdominios correspondientes a: Conocimiento de la Enseñanza Matemática (KMT), el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS).

#### **2.1.2.1 Conocimiento de la Enseñanza Matemática (KMT)**

Se enfoca en la presencia de los recursos, materiales y medios que emplea el profesor en la enseñanza de las matemáticas, correspondiente con las teorías de enseñanza, las técnicas o estrategias a utilizar para desarrollar conceptos o elementos, técnicas y ejemplos que dan soporte a las explicaciones en clase, tareas que benefician al refuerzo de conocimientos, todas ellas consideradas como institucionales o personales, es decir, que han sido compartidas por la institución al profesor

para ejercer durante la clase, o que el profesor ha diseñado con base a su experiencia profesional. Este dominio incluye las categorías:

- Teorías de la enseñanza de las matemáticas
- Recursos didácticos (físicos y digitales)
- Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos

### **2.1.2.2 Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)**

Toma en cuenta el conocimiento del profesor sobre cómo se aprende el contenido matemático, considera la necesidad de conocer el razonamiento del estudiante cuando construye el conocimiento matemático, presente en el desarrollo de actividades y tareas. En palabras de Escudero et al. (2015), es el “conocimiento de las características del proceso de aprehensión de los distintos contenidos por parte de los estudiantes, así como el conocimiento de las teorías del aprendizaje, personales o institucionales que puede tener el profesor” (p. 58). Es muy importante mencionar que no tiene enfoque sobre el estudiante, sino en el conocimiento del profesor para identificar los aspectos relacionados con la comprensión de los contenidos, dificultades, obstáculos, errores y lenguaje presente en el aprendizaje. Este dominio incluye las siguientes categorías:

- Teorías de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas y teorías personales
- Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas
- Maneras en que los estudiantes interactúan con el contenido matemático

### **2.1.2.3 Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)**

Identifica los conocimientos que el profesor posee del nivel en el que sus estudiantes se encuentran, las conexiones con elementos previos y con elementos posteriores, asociados al desarrollo de procedimientos y conceptos que dan continuidad a los temas de un curso, además, se caracteriza por identificar los alcances propuestos por el currículo. Este dominio integra las siguientes categorías:

- Resultados de aprendizajes esperados
- Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental
- Secuencia de temas

### **2.1.3 Dominio de las Creencias**

En este dominio da lugar a las concepciones que el profesor tiene sobre las matemáticas y los procesos de enseñanza y aprendizaje que han cobrado sentido durante la vivencia como estudiante, la formación docente y el desarrollo profesional. El conjunto de creencias de un profesor influye en las decisiones que toma para la clase, y se toman en cuenta dentro del modelo las creencias del contenido matemático y las creencias relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Cada dominio es importante para describir la especialidad que debe poseer un profesor en matemáticas con el objetivo de ejercer actividades de enseñanza, en este trabajo se abordarán los dominios del Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK).

La búsqueda y análisis del conocimiento especializado docente que se trabaja en esta investigación está orientada al tema de porcentajes, por esta razón es importante mostrar un panorama conceptual del porcentaje, sus sistemas de representación, la estructura de porcentaje y el porcentaje basado en situaciones.

## **2.2 Estudios sobre el Concepto de Porcentaje**

La práctica de aprender difiere según el autor, se puede considerar como una práctica conductual que cambia y está ligada al desarrollo de cálculos, o como una práctica cognitiva que modifica las estructuras mentales mediante acciones. En este trabajo se considera el aprendizaje desde el enfoque cognitivo, según Urgilés (2014), “cuando aprendemos elaboramos una concepción de la realidad o de lo que estamos aprendiendo, a partir de informaciones escritas, imágenes, sonidos, ponemos en relación datos, inferimos resultados, predecimos, calculamos estimamos, integramos, olvidamos, destacamos, descuidamos, marginamos...” (p. 219).

Apropiar un conocimiento matemático se refleja en las acciones efectuadas por la persona ante situaciones o problemas que involucran el objeto que se desea aprender. Un programa educativo de matemáticas debe considerar los conocimientos necesarios para la formación del estudiante, se requiere de profesores que conozcan los temas y sean capaces de transmitir con técnicas y estrategias los elementos necesarios para potenciar el saber, aprovechando las ventajas que ofrecen los recursos físicos o digitales, otorgando recursos para analizar el avance que se adquiere durante el proceso de aprendizaje. Para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, tomando en cuenta los principios antes mencionados, el NCTM (2015) presenta un marco teórico de ocho prácticas de enseñanza de las matemáticas, las cuales “representan un conjunto esencial de prácticas de alto impacto y de habilidades esenciales de enseñanza” (p. 10):

1. Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje.
2. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.
3. Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.
4. Favorecimiento del discurso matemático significativo.
5. Planteamiento de preguntas deliberadas.
6. Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.
7. Favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.
8. Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Las primeras ideas sobre porcentaje se pueden hallar en la Web, la búsqueda de conceptos o estrategias de resolución de problemas pueden ayudar en el entorno académico, incluso puede ser útil para profesores que buscan ampliar el contenido de sus sesiones. Haciendo una exploración en la Web, se puede encontrar que el porcentaje es “un símbolo que representa una fracción con denominador 100. Así, en el lenguaje escrito, es mucho más sencillo escribir el porcentaje que la fracción” (Molina, 2018). De acuerdo con Oxford Learner 's Dictionaries (2023), el porcentaje se define como “el número, cantidad o tasa de algo, expresado como si fuera la parte de un total que es 100; una parte o parte de un todo” (“Definición de porcentaje”, párrafo 1). Según Bravo (2013), “cuando se quiere resolver problemas que involucren porcentajes, lo primero que se necesita es escribir al porcentaje como un número racional, ya sea en su expresión decimal o como fracción” (Procedimiento, párrafo 1), también describe que “un porcentaje es una cantidad que representa una porción o una parte de un todo. Por lo general, un porcentaje puede expresarse como una fracción de 100” (Solución, párrafo 1), sobre la notación se añade que “El símbolo de porcentaje [...] significa que se va a dividir al número entre 100” (Solución, párrafo 1).

Las primeras ideas que pueden surgir sobre porcentajes son la de un símbolo que representa una división específica, cuyo divisor es 100, también se percibe como un número, el cual cumple la condición de ser parte de una cantidad total que es 100, sin embargo, la cantidad total puede diferir del valor 100, no es necesario pero se acostumbra a usar cuando se habla de porcentajes; es también visto como otra representación más de los números racionales, como las fracciones o los decimales, esto es, una relación entre unidades por cada 100. Hacer uso de estos conceptos puede evidenciar al porcentaje como un símbolo, un número o la representación de un número, aunque la noción puede ser correcta e inmediata, el tratamiento no es formal.

Hacer una investigación más profunda revela la importancia de analizar el tema de porcentaje, Salinas (2016) describe que “el porcentaje es uno de los conceptos matemáticos con mayor presencia

en la vida cotidiana” (p. 1). Así mismo, Rengifo y Tecco (2021) describen en sus esfuerzos por investigar y detallar las construcciones del porcentaje que las dificultades para comprender esta noción matemática de utilidad social se deben a dos factores, el primero es la complejidad cognitiva, trata de “una noción multifacética vinculada con algunas de las nociones más complejas de la aritmética básica, razón, fracción y operador multiplicativo decimal” (p. 3), la segunda es “una fuente importante de dificultades relativas a la enseñanza, no solamente del porcentaje, sino de las nociones vinculadas a éste” (p. 3).

Esta visión de complejidad no es reciente, ya se han realizado investigaciones de las diferentes representaciones que tiene el porcentaje y las dificultades que esto genera en el aprendizaje escolar. Parker y Leinhardt (1995) mencionan que el porcentaje se ha convertido en un concepto complejo cuya representación de símbolos y números comúnmente se convierte a decimales y fracciones mientras se usa en situaciones de comparación. Si bien la conceptualización matemática del porcentaje ha extendido su uso, dándole una mayor flexibilidad y aplicaciones, también ha generado conceptos contraintuitivos y ha producido debate sobre cómo debe enseñarse, llamarse y definirse (Parker y Leinhardt, 1995).

En su trabajo, Parker y Leinhardt (1995) presentan una revisión exhaustiva de trabajos realizados en torno al porcentaje y explican que los constructores de teorías han desarrollado diferentes aspectos del porcentaje ajustados a sus perspectivas y propósitos, el acuerdo al que se llega matemáticamente es la relación íntima del porcentaje con el concepto de fracción y número racional, añadiendo como sub-construcciones del número racional: la razón, parte-todo, operador, medida y cociente.

Es de esta relación que nace la idea inicial de considerar al porcentaje como un número, ya que comparten aspectos similares, sin embargo, tiende a describirse más como una cantidad intensiva, esto es, que logra describir una relación o comparación de tipo fraccionaria o proporcional. Con lo anterior, resulta más apropiado definir al porcentaje según el tipo de situaciones en el que se presenta, en este caso, para la situación que trabaja el docente, las cuales se describen a continuación.

### **Porcentaje Como Número**

Es un enfoque introductorio al concepto de porcentaje (basado en las revisiones de libros de texto realizadas por Parker y Leinhardt, 1995). Apoyan la idea simplista de que esto resulta de una identificación excusable de la razón con el número, según Brown y Kinney (1973). Por la acción de conversión entre decimales y porcentajes, lo cual puede facilitar el proceso de operaciones para el estudiante, se produce una visión de estas cantidades como extensivas y resta el aspecto comparativo

del número. Al ser la notación decimal introducida como una extensión de los números enteros, además de presentar la razón como una traducción entre cantidades, el estudiante puede considerar el porcentaje como otra traducción más de los decimales por medio de la división.

Según los seis tipos de estatus numéricos de Usiskin y Bell (1983), el porcentaje se denominó un número de comparación de porciones, esto es, el porcentaje puede ordenarse linealmente para facilitar la comparación. Aquí el porcentaje puede considerarse un índice comparativo (Behr et al., 1983) que describe la expresión estandarizada de una razón, también pueden ordenarse y conservar la propiedad aditiva, existe su conversión a números reales, respetando las reglas axiomáticas correspondientes.

### **Porcentaje Como Cantidad Intensiva**

A diferencia de las cantidades extensivas, que son conteos, medidas y valores, las cantidades intensivas son relaciones, ya sea externas (cantidades de diferentes tipos) e internas (cantidades del mismo tipo) que son a su vez escalares. Aquí el porcentaje es una forma de cuantificar las relaciones multiplicativas bajo una cantidad intensiva de razón interna, pues es posible:

- ubicar en una escala de 0 a 100 el tamaño de una parte en relación con su todo,
- ubicar en una escala ilimitada la relación multiplicativa entre dos cantidades de referencia,
- comparar la magnitud de estas relaciones rápidamente basadas en el ordenamiento natural del sistema de numeración decimal.

El porcentaje es la entrada del aspecto intensivo de comparación entre cantidades, al hablar de decimales se puede tratar su ordenamiento, pero este ordenamiento no es fácil de ver cuando la cantidad intensiva se presenta como fracción (comparar entre  $1/2$  y  $2/5$ ), el porcentaje logra que esta visión de ordenación entre cantidades intensivas sea posible.

### **Porcentaje Como Razón o Fracción**

Comúnmente se asocia al porcentaje con una razón de base 100. Se llega a considerar la razón como un tipo particular de comparación, no obstante, Parker y Leinhardt (1995) sugieren una diferencia de comparación porcentual como fracción y razón, la primera trata un conjunto dentro de otro conjunto, esto es, el sentido de fracción parte-todo, la segunda trata dos conjuntos disjuntos, este es el sentido de la proporción. Considerando el análisis de Parker, se describe al porcentaje desde nueve diferentes usos según sus comparaciones, las cuales se catalogan en cuatro contextos:

- Contexto A (Cambio en el porcentaje de). Un conjunto cambia de tamaño y se compara el tamaño nuevo con el original. El cambio en el valor de una cantidad puede ser reflejado como un aumento o una reducción.
- Contexto B (Cambio es el porcentaje). La cantidad de cambio es la que se compara con el tamaño original del conjunto. En comparación con el Contexto A, se describe el tamaño relativo que se aumenta o se reduce al tamaño original.
- Contexto C (Comparar Q1 con Q2). Los tamaños de dos conjuntos se comparan en un punto particular en el tiempo, se hacen afirmaciones sobre el tamaño de uno en relación proporcional al tamaño del otro. En este sentido se considera un conjunto de referencia para comparar un conjunto objetivo y determinar el porcentaje que este representa sobre el de referencia.
- Contexto D (Diferencia de porcentajes). La diferencia en el tamaño de dos conjuntos u objetos distintos, uno de referencia y otro objetivo, es comparada con el de referencia en un momento determinado.

La redacción de cada contexto es importante para hallar el sentido que se da al porcentaje.

### **Porcentaje Como Estadístico o Función**

Los porcentajes pueden ser, según sus propósitos:

- Estadísticos. Utilizados para informar relaciones entre piezas de datos conocidas, se informa el tamaño relativo de una cantidad particular en relación con otra.
- Funciones. Expresiones estandarizadas de operadores funcionales, se pueden utilizar para calcular impuestos, intereses, descuentos... Se usa para establecer una relación funcional entre una cantidad original (o cantidad de entrada) y la cantidad final (salida). Es importante prestar atención a las cantidades ya que se pueden presentar errores sobre operadores de porcentajes, como las cantidades que exceden el 100% y la creencia de que no se puede exceder este total.

Aunque es posible clasificar las concepciones del porcentaje como una entidad, otros autores consideran apropiada una descripción mediante su representación. Para Rico (2009), las representaciones matemáticas son:

Aquellas herramientas (notaciones, símbolos o gráficos) que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los sujetos particulares abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las

matemáticas. Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas, de ahí su interés didáctico. (p. 3)

Es así como muchos autores consideran el “tanto por ciento” la representación matemática mediante la que define o iguala el porcentaje, esta equivalencia es considerada por Salinas (2016), quien explica que:

El porcentaje o tanto por ciento, es la forma más extendida en todo el ámbito hispánico, aunque también se usa a veces el sinónimo ‘porciento’, que se escribe siempre con una sola palabra a diferencia de la locución ‘por ciento’, usada en la expresión del porcentaje, que se escribe siempre con dos palabras. Por ejemplo, uno por ciento. (p. 13)

Moliner (2013, citado en Sanabria, 2019) también hace mención que “para referirse al porcentaje en la vida cotidiana se pueden usar sinónimos tales como: Por ciento o tanto por ciento, o el tanto porcentual”, de ahí que algunos autores definen el porcentaje mediante su representación, como Chávez y León (2001), quienes expresan: “el tanto por ciento de un número es una o varias de las cien partes iguales en que se puede dividir dicho número, es decir, uno o varios centésimos” (p. 286).

### ***2.2.1 Sistemas de Representación del Porcentaje***

Para hallar un significado a la noción de porcentaje, Salinas (2016) propone tres sistemas de representación: la notación simbólica, las expresiones verbales y las representaciones gráficas.

#### **Notación Simbólica**

Con la sintaxis de la notación porcentual, se debe escribir un número (decimal o entero) seguido del símbolo %, “resultado de la evolución histórica de las formas que se utilizaban para denotar el *per cento*”, (p. 16).

Según Gairín y Sancho (2002), “se considera la expresión porcentual como un ente numérico abstracto o como una medida, se evalúa semánticamente como un operador que actúa sobre un número o una cantidad de magnitud y se puede expresar como sigue” (p. 199):

$$a\% (n) = (a * n) \div 100$$

Valverde (2013), señala que “el porcentaje se representa por la combinación de un numeral y el símbolo % y que, además, se puede escribir en notación decimal o como expresión fraccionaria. A lo anterior, añadimos la representación como razón en la forma a: b” (p. 116).

## **Expresiones Verbales**

Salinas (2016) sustenta su concepto de porcentaje en la idea que describe la Real Academia Española (RAE, 2023), como una “proporción que toma como referencia el número 100”. Reconoce también que es “la representación numérica-verbal en la que se combina un numeral con la expresión ‘por ciento’ u otras variantes. Por ejemplo: ‘veinticinco por ciento’, ‘15 por ciento’.” (p. 17).

## **Representación Gráfica**

Se consideran diagramas circulares o cuadrados que representan íntegramente los sectores o partes iguales por dividir, de todos los sectores se resaltan las partes necesarias para la situación, esto apertura la representación porcentual bajo sectores proporcionales, “también se presenta el porcentaje como un punto decimal con dos decimales en el intervalo  $[0, 1]$  en la recta real, o como un punto entero del intervalo  $[0, 100]$  de la recta numérica discreta” (p. 17).

Se añaden a estas representaciones todos los diagramas que permitan trabajar una situación de porcentaje, aún si no cumplen con la simetría deseada, mientras se preserve la cualidad de poder segmentar la imagen en partes similares o dividir en sectores cuya representación se establezca bajo la notación porcentual.

### ***2.2.2 Porcentaje como relación entre cantidades***

El análisis del porcentaje implica un vínculo con elementos correspondientes a otros temas y nociones, como lo son: la razón, las fracciones, los decimales; con estas interpretaciones se pueden considerar modos de representación del porcentaje. De acuerdo con Salinas (2016), hablar de un concepto implica entender los hechos o fragmentos básicos de información que se conectan entre sí mediante relaciones y propiedades para dar lugar a los conceptos, las redes de conceptos bien organizados y relacionados da lugar a la estructura conceptual, que a su vez permite construcciones sólidas; en cercanía con el tema:

Entendemos el porcentaje como un tipo especial de razón geométrica que expresa bien una relación dentro de un conjunto numérico, o bien entre cantidades de una magnitud, que puede ser discreta o continua. Gairín y Sancho (2002), definen el porcentaje como una razón geométrica, es decir, como el cociente indicado de cantidades de una misma magnitud en que la cantidad del denominador –o consecuente – mide 100. Es decir, un porcentaje es el cociente entre una cantidad ‘c’ de una magnitud y 100 unidades de esa misma magnitud:  $c/100$ . (p. 19)

La visión de Gairín y Sancho no es reciente, una noción similar es la que aporta el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA, 1982), que refieren al porcentaje como razón cuyo denominador, también llamado consecuente, es 100.

Dentro del entorno escolar, el porcentaje puede adquirir una estructura aditiva y multiplicativa según las relaciones establecidas (Salinas, 2016):

- Estructura aditiva. Considera al porcentaje como fracciones con el mismo denominador; como relación aditiva relativa se consideran números con signo que aumentan o reducen porcentajes. Las relaciones básicas existentes son:
  - Relación parte-todo
  - Relación de cambio, que produce aumentos o disminuciones respecto una cantidad
  - Relación de comparación, tomando una cantidad inicial, se establece una comparación de términos “mayor que” y “menor que”
- Estructura multiplicativa. Cantidad que se descompone en cien partes iguales, cada una de ellas relacionada multiplicativamente con el total. Las relaciones básicas existentes son:
  - Relación parte-todo, se interpreta como las  $n$  partes iguales de un total
  - Relación parte-parte, se da al comparar cantidades (cuánto por ciento es mayor o menor la una que la otra)
  - Como un operador sobre cantidades, usado para establecer relaciones multiplicativas entre cantidades de la misma magnitud.

### ***2.2.3 El Concepto de Porcentaje Basado en Situaciones***

Al considerar la pregunta realizada por Parker y Leinhardt (1995) acerca de ¿por qué el concepto de porcentaje es tan difícil de aprender?, Dole (2000, citado en Gutiérrez y Machado, 2008) “utiliza escalas numéricas duales para representar los tres tipos de situaciones de porcentaje que pueden producirse” (p. 61), considerando el trabajo aplicado a profesores en formación:

### **Situaciones Tipo 1**

Son conocidas la cantidad inicial y el porcentaje aplicado. La tarea consiste en hallar la nueva cantidad, aquí el porcentaje funciona como un operador. Ejemplo: Hallar el valor de  $x$  en la ecuación  $25\% \text{ de } 60 = x$ ;  $x=15$

### **Situaciones Tipo 2**

Son conocidas la cantidad total y el tanto por ciento que resulta de esa cantidad, se pretende conocer el porcentaje aplicado. Ejemplo: Hallar  $x$  en la expresión  $x\% \text{ de } 60 = 15$ ;  $x=25\%$

### **Situaciones Tipo 3**

Se conoce el porcentaje aplicado y el tanto por ciento de una cantidad, debiéndose determinar la cantidad inicial. Ejemplo: Hallar  $x$  en la expresión  $25\% \text{ de } x = 15$ ;  $x=60$

Con las situaciones de Dole (2000), el porcentaje adquiere sentido en la práctica de operaciones, con una representación de relación parte-todo que no prioriza un contexto o entorno, que aporta sentido a los números y se enfoca en el resultado porcentual de las operaciones.

En situaciones de porcentaje se pueden encontrar otros temas o ideas que sirven para complementar procesos de resolución, considerar otros conceptos es benéfico cuando se da sentido a la idea de porcentaje, una de las primeras relaciones que intervienen es el concepto de fracción, definida como “una pequeña parte o cantidad de algo, división de un número” (Oxford, 2023). Se puede apreciar la relación que existe entre el porcentaje y la notación decimal cuando se habla de una parte por cada 100, donde 100 es la cantidad total y se hará una división para obtener la parte deseada, de esta operación es que obtenemos las cantidades decimales, esto es, el concepto de números racionales, mejor definidos como “números que se pueden expresar como la razón de dos números enteros” (Oxford, 2023).

Cuando se trata de razón, normalmente se considera la comparación de dos cantidades que guardan una relación entre sí (UNAM, 2017), de ahí que la relación apropiada a considerar entre ambas cantidades sea un cociente entre la parte y el todo.

Godino y Batanero (2002) hacen una distinción más profunda entre fracción y razón, aunque parecen muchas veces equivalentes por su concepto base (o inicial), existe una distinción entre ambas, definiendo:

Las fracciones son ‘cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero’; mientras que una razón es ‘un par ordenado de cantidades de magnitudes’.

Cada una de esas cantidades viene expresada mediante un número real y una unidad de medida. (p. 420)

Del sentido de proporción y razón es que surge el concepto de proporcionalidad, que comprende la relación existente entre dos magnitudes mediante la correspondencia constante entre las cantidades, esto es,

Dadas dos magnitudes A y B (por ejemplo, espacio recorrido por un móvil cuando la velocidad es constante y tiempo transcurrido) se dice que son proporcionales si están en correspondencia de tal manera que las medidas de las cantidades que se corresponden forman dos series de números proporcionales entre sí, es decir si existe una aplicación lineal  $f: A \rightarrow B$ . (Godino y Batanero, 2002, p. 421)

Con la proporcionalidad como tema de estudio surge una técnica que se aplica a la resolución de problemas, donde se conocen tres de las cuatro cantidades de una situación, para hallar la cuarta se recurre a una serie de pasos operacionales que dan como resultado el dato faltante, esta técnica es llamada la regla de 3, al respecto, Godino y Batanero (2002) comentan:

Aunque aplicado correctamente, el razonamiento supone una cierta ventaja algorítmica en el proceso de solución, ya que se reduce a la secuencia de una multiplicación de dos de los números, seguida de una división por el tercero, con frecuencia muchos alumnos manipulan los números de una manera aleatoria y sin sentido de lo están haciendo. En cierto modo el algoritmo les impide [a los estudiantes] comprender la naturaleza del problema, sin preocuparse de si la correspondencia entre las cantidades es de proporcionalidad directa, inversa, o de otro tipo. La regla de tres se llega a aplicar de manera indiscriminada en situaciones en las que es innecesaria o impertinente. (p. 425)

En este sentido, es posible practicar procedimientos que, en el proceso de aprendizaje, pueden conducir a obstáculos en la resolución de una situación; para el tratamiento de estos obstáculos, el docente puede integrar procedimientos para memorizar y facilitar el tratamiento del porcentaje, que conducen (en forma simplificada y restrictiva) a la solución de problemas, lo que puede producir errores en la concepción del porcentaje.

#### ***2.2.4 Dificultades y Errores Presentados en el Aprendizaje de Porcentajes***

La labor del profesor consiste en presentar concepciones del porcentaje durante la clase, planteando situaciones que aterricen el concepto con sistemas de representación y estructuras diferentes, indicando los procedimientos que se pueden realizar para atender un problema, sin

embargo, los niveles de comprensión del estudiante pueden variar y conducir a una representación diferente de la propuesta frente a grupo. Para el docente, es importante tomar en cuenta estas representaciones que el estudiante genera sobre el porcentaje y las dificultades que pueden existir al ponerlas en práctica para resolver problemas, ya que detectar problemas en el aprendizaje conduce a la mejora en la enseñanza del docente. Mendoza (2009) presenta algunos elementos que emergieron de los experimentos sobre porcentajes aplicados en estudiantes, sin el intento de caracterizar componentes implícitos que con seguridad presentarán variaciones según el docente, el estudiante y el medio,

Una interpretación prioriza unos elementos de la noción de porcentaje y deja otros de lado, lo cual se manifiesta en las maneras de resolver, de justificar un argumento, o de caracterizar explícitamente a la noción por parte de los estudiantes. (p. 3)

Estas representaciones que el docente debe considerar en el aprendizaje de los estudiantes para verificar si se están presentando dificultades de conocimiento son las siguientes:

### **Porcentaje Como Razón**

Surge la necesidad de traducir el porcentaje en cantidades decimales para hacer operaciones a través de la proporcionalidad, para esto, requiere descomponer la cantidad total en colecciones de 100 (y el residuo), posteriormente debe tomar el porcentaje como la cantidad decimal y debe extraerlo a cada colección de 100 unidades, además de usar esa razón para el residuo. Ejemplo: *10% de 250* Esto se desarrolla en la siguiente tabla:

**Tabla 1.**  
*Razón del 10% de 250*

	100	10	
	100	10	
/2	50	5	/2
Total	250	25	Total

Elaboración propia. Adaptado de Mendoza (2009)

De estos planteamientos, Mendoza (2009) explica la existencia de la razón “tantos de cada cien” que funciona para conocer las relaciones existentes entre los datos.

### **Porcentaje Como Operador Fraccionario**

Se hace referencia a los porcentajes como equivalencias a su representación fraccionaria, donde se puede expresar un porcentaje, por ejemplo, 89%, pero no se puede describir con facilidad

su expresión decimal, como ocurre con porcentajes como 25%, que representa  $1/4$  del total, esto puede crear una confusión o dificultades con el tratamiento de las cantidades en situaciones reales (Mendoza, 2009).

### **Porcentaje Como Operador Decimal**

Surge de la representación del porcentaje y la cantidad total como una cantidad decimal y el número 1 como el todo, de ahí que se multiplique por el porcentaje traducido a decimal para obtener la cantidad deseada. Esto puede dificultar el tratamiento de registros gráficos, ya que la aplicación de cantidades como 89%, 77% conducen a estimaciones, diferente de cantidades fáciles de aplicar, como 50% o 25%. El operador decimal resulta importante por su aplicación, pero puede dificultar el carácter situacional del problema y enfocarlo a operaciones numéricas que, en algunos casos, pueden ser extensas en cantidades decimales.

### **Porcentaje Como Cantidad Absoluta**

La razón entre la parte y el todo no es constante, sino que depende del total, esto es, mientras más grande sea el total, el porcentaje tendrá que aumentar con este, lo mismo ocurre si la cantidad disminuye, el problema surge de tratar al porcentaje como variable dependiente de la cantidad decimal y no como una representación de la relación entre la parte y el total (Mendoza, 2009)

Aunque es positivo que la noción del estudiante sobre porcentaje tenga amplitud bajo los diferentes problemas y situaciones que sean planteados por el docente, estas interpretaciones no se pueden impartir sin un orden o estructura planeada, ya que genera confusiones sobre el uso de los significados del porcentaje. De acuerdo con Ball et al. (2008, citado en Torres, 2015),

“Para poder enseñar matemáticas atendiendo su propia dualidad y ofrecer a los alumnos oportunidades para comprender aspectos internos de las matemáticas y relacionarlos de forma significativa con aspectos externos, el profesor debe tener unos conocimientos matemáticos sólidos del tema que se está enseñando, que le permitan ayudar a los estudiantes a comprender el tema más allá del soporte didáctico de que disponga.” (p 15)

El impacto del profesor en el conocimiento del estudiante es grande, en la formación docente se deben considerar los elementos necesarios para ayudar al estudiante, el docente debe contar con las representaciones que le permitan trabajar el concepto de porcentaje para mejorar la comprensión del estudiante (Ball et al., 2008).

Se deben establecer herramientas y métodos que recolecten evidencias del conocimiento especializado del docente participante para el tema de porcentajes, por tanto, contar con un sustento teórico que valide y justifique su uso en esta investigación será benéfico para asegurar una suficiente recolección de datos.

## **2.3 Sustento teórico de las herramientas e instrumentos de la investigación**

A continuación, se describe el sustento y la validez de contenido para el diseño de tareas, mismas que se aplicarán al docente participante con el fin de recolectar evidencias suficientes de conocimiento especializado sobre porcentaje, también se describe el sustento para implementar la entrevista semiestructurada como instrumento que refina la recolección de evidencias de conocimiento especializado del docente participante.

### ***2.3.1 Diseño de tareas y Validez de contenido***

Soriano (2015) menciona que “la validación de un instrumento no es un proceso acabado, sino constante, al igual que todo proceso de la ciencia moderna, exige continuas comprobaciones empíricas”, en principio se puede argumentar que la aplicación de una entrevista es suficiente para trabajar con el docente y obtener evidencias de su conocimiento. Sin embargo, se considera prudente enfocar parte de la investigación al área de conocimiento matemático, otorgando un espacio al docente para que demuestre los saberes matemáticos que ha estado integrando como académico y profesional, aspecto que puede verse mermado en la práctica didáctica, donde se da prioridad a lo que el estudiante aprende en lugar de lo que el profesor puede aprender (en contenidos matemáticos) previo a la enseñanza. Además, el estado de concentración para sumergirse en los saberes matemáticos puede ser menor en la aplicación de una entrevista por la intención de ofrecer respuestas inmediatas.

García (2019) argumenta que “el diseño de actividades, de tareas, de secuencias o, en general, de algún tipo de material curricular para la enseñanza, es una parte crucial del trabajo de investigación en didáctica de la matemática” (p.1). Por su parte, Lizarde et al. (2021) consideran la importancia de analizar “el diseño y puesta en práctica de tareas matemáticas por parte de los docentes en formación” (p. 415), resaltan el papel del formador de profesores para orientar tales diseños en favor de los procesos de formación docente, se puede argumentar que la intención de realizar una actividad no es sólo obtener datos del docente, sino abrir un espacio de reflexión personal sobre cómo son a detalle los procesos de resolución que un docente acostumbra a trabajar, cuál es la calidad de dicho proceso y cuán amplio es en contenidos para superar los obstáculos que puedan presentarse.

Otros investigadores plantean tareas dentro de experimentos de enseñanza, como Montes et al. (2021), quienes diseñan un taller donde los profesores en formación trabajan en conjunto para crear entornos de reflexión y resolver las tareas, identificando en el proceso el beneficio de conocer los subdominios del modelo MTSK para incluir y ajustar el conocimiento a las necesidades de las tareas, o en Flores-Medrano et al. (2014), donde se reconoce el trabajo de los profesores de matemáticas de primaria, dicho conocimiento se clasifica en los subdominios del modelo MTSK.

Para el contenido del taller, Montes et al. (2021) diseñan un guion de reflexión, con una estructura orientada por los subdominios del modelo MTSK, la cual invita a “movilizar todos los subdominios” (pp. 89-90), este guion se presenta en el siguiente listado:

- 
1. Resuelva el problema de forma justificada, razonando cada paso. Tras resolverlo de esta primera forma, resuélvalo utilizando una segunda estrategia.
  2. Analice, de forma detallada, qué conceptos matemáticos se involucran en ambas resoluciones.
  3. Indique, de forma razonada, con qué conceptos matemáticos (no explícitos en la resolución) podría relacionar la resolución de este problema. Indique cómo.
  4. Reflexione acerca de cómo se esperaría que unos alumnos siguieran las fases de resolución de problemas al tratar con este problema.
  5. Describa cómo implementaría este problema en un aula (metodológicamente).
  6. Describa qué dificultades, errores y/u obstáculos podría esperar que experimentase un/a alumno/a al tratar de resolver este problema. Reflexione sobre qué tareas podría proponerle para contribuir a superar dichas dificultades.
  7. Indique, a la luz de diferentes estándares curriculares, en qué nivel (curso) se puede proponer este problema.
  8. Plantee tres preguntas (significativamente diferentes entre sí) sobre aspectos ligados al problema (pueden ser de contenido, o de enseñanza y aprendizaje del contenido) que sienta que necesita responder para alimentar su propio conocimiento. Respóndalas, explicando por qué la plantea y las fuentes que ha consultado para responderla.

*Guion de tareas propuesto por Montes et al. (2021)*

Para la validez de contenido de una herramienta de investigación, es importante tomar en cuenta la opinión de profesionales que realicen un análisis, corrección y aprobación del diseño que va a trabajarse en una investigación. Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008), describen el juicio de

expertos como “una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones” (p. 29), mediante una plantilla de juicio de expertos realizan la prueba de validez de contenido de herramientas de investigación sujetas a reactivos.

Las categorías establecidas por Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008) en su plantilla de juicio de expertos para valorar el contenido de una herramienta de investigación son: suficiencia, claridad, coherencia y relevancia. Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008) describen la suficiencia como la pertenencia de los ítems a una dimensión para realizar una buena medición, la claridad como la comprensión fácil de los ítems en su sintaxis y semántica, la coherencia como la relación lógica entre el ítem y la dimensión a la que pertenece, por último, la relevancia como la importancia del ítem para ser integrado a la prueba.

### ***2.3.2 Entrevista semiestructurada***

Hernández et al. (2006) mencionan sobre la entrevista, en la investigación cualitativa, que “es más íntima, flexible y abierta. Esta se define como una reunión para intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) ...” (p. 597). Consultar al docente sobre las acciones que trabaja durante la clase, considerando las respuestas a las tareas, permite identificar mejor los conocimientos que posee y selecciona para aplicar cada una de las actividades preparadas, además de profundizar en las decisiones que toma para desarrollar la clase. Con las preguntas y respuestas de una entrevista “se logra una comunicación y la construcción conjunta de significados respecto a un tema” (Janesick, 1998, citado en Hernández et al., 2006, p. 597).

Una entrevista semiestructurada parte de “una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener más información sobre los temas deseados (es decir, no todas las preguntas están predeterminadas)” (Hernández et al., 2006, p. 597).

## Capítulo 3

### Marco Metodológico

En este capítulo se analiza el paradigma para el estudio, analizando su perspectiva ontológica, epistemológica y metodológica, así como el método. La aplicación de los instrumentos y técnicas de recolección de datos está enfocada en la aplicación a un docente de nivel básico, en educación secundaria.

#### 3.1 Paradigma de la Investigación

Esta investigación se fundamenta en el paradigma interpretativo, entendido como un sistema de creencias compartido por la comunidad para abordar problemas educativos (Ruíz Bolívar, 1992, citado en Castro, 2017). Bajo esta visión, el conocimiento se construye con significados sociales y prácticas contextuales (Sánchez, 2013), lo que permite analizar cómo el docente concibe y enseña el tema en su realidad. El paradigma se estructura en 3 dimensiones:

- Ontología: adopta un realismo sutil, donde la realidad del conocimiento docente solo es accesible mediante interpretaciones de sus acciones.
- Epistemología: reconoce el conocimiento mediante interacciones entre investigador y participante.
- Metodología: Combina métodos cualitativos con el marco teórico MTSK

Esta elección paradigmática se justifica por su coherencia con estudios previos de conocimiento docente (Carrillo et al., 2018) y su capacidad para capturar la complejidad de la práctica educativa. Se explica a continuación cada dimensión.

##### 3.1.1 Paradigma Interpretativo

En esta investigación se adopta un paradigma interpretativo de corte cualitativo, centrado en comprender el conocimiento especializado del docente en los significados y la práctica (Taylor y Bogdan, 1987). Se alinea con la premisa de una realidad educativa como construcción social (Sánchez, 2013), donde el investigador interpreta fenómenos, como la enseñanza de porcentajes, mediante interacciones de diálogo con una entrevista y análisis de tareas.

Se reconoce la importancia del modelo MTSK como marco conceptual estructurante (Carrillo et al., 2018), pues opera como lente analítico para sistematizar evidencia sin reducir la subjetividad inherente al proceso educativo (Lincoln y Guba, 1985, citados en Ormstom et al., 2013).

### **3.1.1.1 Dimensión Ontológica**

Desde una ontología de realismo sutil (Blaikie, 2007), se asume que el conocimiento docente existe independientemente del investigador, pero sólo es accesible mediante las interpretaciones de quien estudia las acciones del docente. Esta postura conecta la realidad objetiva de la práctica educativa con los significados subjetivos que el docente les atribuye (Hammersley, 1992). Por ejemplo, al resolver tareas sobre porcentajes, el docente moviliza saberes que, si bien se aprecian en un temario, se presentan en un contexto de su experiencia personal (Sánchez, 2013).

### **3.1.1.2 Dimensión Epistemológica**

La relación investigador-participante es interactiva y reflexiva (Muñoz-Catalán, 2009). El planteamiento de técnicas de revisión y análisis de datos garantiza que las interpretaciones surjan de consensos intersubjetivos (Ormstom et al., 2013), como cuando el docente explica estrategias para explicar el porcentaje y el investigador contrasta con evidencias escritas.

### **3.1.1.3 Dimensión Metodológica**

La metodología combina razonamiento inductivo-deductivo (interpretación clara de datos y presentación del conocimiento del participante en los subdominios del modelo) mediante:

1. Tareas contextualizadas: diseñadas con base en situaciones cotidianas de porcentaje (Parker & Leinhardt, 1995), cada una prioriza un subdominio del MTSK.
2. Entrevista semiestructurada: se exploran decisiones y creencias didácticas, la objetividad se aseguró con la prueba de validez de contenido (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008).

## **3.2 Método**

En el siguiente apartado se describe el enfoque y diseño de la investigación, la descripción de los informantes, así como las técnicas o instrumentos de investigación empleados.

### **3.2.1 Enfoque y Diseño de la Investigación**

De acuerdo con Guevara et al. (2020), las investigaciones descriptivas buscan especificar las características de la muestra u objeto de estudio o fenómeno sometido al análisis, registrando y evaluando las componentes que manifiesten su comportamiento.

En una investigación cualitativa, la interpretación del investigador se considera una función importante, siempre y cuando sea responsable y consciente en el trabajo de campo (Stake, 1999), con

esta función se puede describir y analizar mejor el significado de los eventos que resultan del comportamiento del fenómeno u objeto de estudio en el entorno asignado por el investigador.

Tomando en cuenta lo anterior y lo antes expuesto sobre el paradigma interpretativo, la presente investigación se considera bajo un enfoque descriptivo con calidad interpretativa, ya que es de interés identificar los conocimientos que evidencia el profesor durante la reflexión de sus labores de enseñanza, tomando como marco teórico el modelo MTSK, con ayuda de los datos obtenidos se hará una descripción ajustada al modelo del significado de las acciones docentes dentro del salón de clase.

La guía de este trabajo es el caso de tipo instrumental, donde la práctica del docente durante la clase será clave para clasificar los conocimientos que evidencia en el desarrollo de actividades. Además, se asignará una tarea introductoria de reflexión para el profesor, con la intención de identificar el conocimiento que asume necesario ante el desarrollo de porcentajes en clase, se buscará una descripción cómo trabaja el docente el tema de porcentaje en clase, ajustada a la experiencia docente y al marco curricular institucional.

En síntesis, la investigación se presenta con metodología cualitativa, orientada con enfoque descriptivo, siguiendo el paradigma interpretativo, mediante un caso de tipo instrumental; se diseñan las tareas como eje para beneficio de la investigación para conseguir evidencias de conocimiento especializado del docente.

### ***3.2.2 Participante de la Investigación***

Este estudio se orienta al análisis del conocimiento especializado de un docente de matemáticas de nacionalidad mexicana, del área centro-sur, ha impartido clases en los estados de Puebla y Veracruz, el entorno de trabajo del docente ha sido en escuelas privadas y públicas, por lo que conoce el temario propuesto por la SEP, además del contenido propuesto internamente por las instituciones privadas en las que ha trabajado. La decisión de trabajar con un solo participante se justifica por tratarse de un experto en la enseñanza de las matemáticas, ya que tiene 15 años de enseñanza en matemáticas para educación básica, con formación especializada en el área, en particular, para el tema de porcentajes como eje introductorio, el docente tiene un dominio pedagógico y conceptual del tema en la enseñanza de primer grado de secundaria, y lo maneja como tema de refuerzo en segundo y tercer año, ha trabajado también en educación primaria, en 6° grado, trabaja una introducción del porcentaje con aplicaciones, además, el docente no tiene conocimiento del modelo MTSK, lo que garantiza las respuestas auténticas durante su participación (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008).

El estudio de este caso permite un análisis detallado de las evidencias asociadas a los subdominios del modelo MTSK, estos casos, además, pueden producir hallazgos transferibles a contextos similares, particularmente porque se trabaja con un informante clave por su trayectoria y manejo del tema.

### ***3.2.3 Técnicas o Instrumentos para la Recolección de Datos***

Para identificar los conocimientos del docente como especialista en el tema de porcentajes, en la investigación se implementan los siguientes instrumentos:

#### **3.2.3.1 Diseño de Tareas**

En el presente estudio, se diseñan tareas matemáticas sobre porcentajes, las cuales integran preguntas abiertas sobre las representaciones y concepciones del porcentaje, el docente deberá responder a estas preguntas con el fin de evidenciar los conocimientos matemáticos que posee del tema, complementado con el sustento didáctico que domina para su enseñanza. Al tratarse de un estudio exploratorio, se toman en cuenta variables cualitativas, esto es, los reactivos de las tareas no rescatan un puntaje o valoración de acierto o error, sino que analizan la construcción de estrategias del docente y las concepciones que aplica del porcentaje. El interés de plantear las tareas se sujeta a identificar cómo resuelve el docente los problemas, tanto la práctica matemática que aborda, como la descripción de los objetos matemáticos y la forma en que trabaja las estrategias de solución.

Ya se ha comentado sobre otros trabajos que incluyen tareas en talleres o clases para profesores en formación (Lizarde et al., 2021; Montes et al., 2021), a cada tarea se le dedica una sesión para reflexionar entre todos los participantes y el orientador trabaja las posibles estrategias de solución, además de plantear preguntas encaminadas a desarrollar su conocimiento en algunos subdominios del modelo MTSK.

A diferencia de otras investigaciones, donde se explora el conocimiento asociado a los subdominios del modelo MTSK en conjunto, en la presente investigación se plantean tareas que se rigen bajo un entorno más individual, con el fin de explorar con más detalle el conocimiento que el docente evidencia y se asocia a cada subdominio del modelo MTSK. El profesor participante es quien debe resolver preguntas que giran alrededor de una situación planteada, mismas que están guiadas individualmente bajo los subdominios del modelo MTSK, las soluciones se registran bajo la experiencia del participante, ya que no se trabaja con un docente en formación (como se trabaja en Montes et al., 2021), sino con un docente cuya trayectoria de conocimiento didáctico y matemático

se ha cimentado ya en estándares académicos con el transcurso de los años, de ahí que se espere una reflexión personal con una estructura formal, planificada y amplia.

En síntesis, se eligió el diseño de tareas por su utilidad como herramienta para recoger información, una vez diseñados los descriptores de cada categoría de interés en el dominio de conocimiento matemático y didáctico para el tema de porcentaje (ver Tabla 11 del Anexo A), se construyeron los reactivos de las tareas bajo situaciones y representaciones porcentuales con ayuda de preguntas abiertas, para abordar el análisis, se recurre al contenido conceptual sobre porcentajes (ver capítulo 2).

En investigaciones cuantitativas se pretende medir variables con indicadores o parámetros en los que se extraen resultados y se aprueban hipótesis, por otro lado, en las investigaciones cualitativas se busca la presencia o ausencia de las cualidades de los atributos que presentan los sujetos, objetos o fenómenos, esto con el fin de categorizar los elementos del estudio. Para hallar estas cualidades en la investigación, se construyen los *descriptores* adecuados para las categorías del modelo MTSK, lo que permite realizar el análisis correspondiente a las evidencias del participante; un descriptor (Muñoz-Martín, 2016) se obtiene de un lenguaje controlado, mismo que se asigna una vez que se analiza, trata y resume el contenido de una documentación (en este trabajo, de un marco conceptual), esto ayudará al procesamiento de las evidencias que se informan en el capítulo de resultados.

Con la tabla de descriptores de los subdominios y categorías seleccionadas del modelo MTSK, fue posible generar el banco de preguntas para obtener evidencias de conocimiento docente sobre el tema de porcentajes y los elementos didácticos que conducen a su enseñanza. Los descriptores diseñados para el estudio del tema de porcentajes, bajo los subdominios y categorías del modelo MTSK, se registran en la Tabla 11 del Anexo A.

La secuencia se compone de ocho tareas que integran 32 reactivos en total, cada tarea aborda un subdominio específico del modelo MTSK, además de tratar una concepción o registro de representación porcentual que el docente debe trabajar para resolver el problema, estos argumentos se describen para cada tarea en el Anexo B. Se reconoce que no se puede adquirir información de todas las categorías propuestas por el modelo, ya que esto amplía el número de preguntas y el tiempo que invierte el docente en cada tarea puede verse afectado, así como su concentración e interés en responder con reflexión y fundamento, además, no se exige que el docente abarque un espectro extenso de conocimiento ni que aplique múltiples estrategias para desarrollar soluciones, sino que trabaje sobre lo que ya ha desarrollado para el tema en su labor académica y profesional.

Cada tarea cumple un propósito en particular y se ajusta a un subdominio en particular, se toma como sustento el guion propuesto por Montes et al. (2021), por ello, en la Tabla 2, se realiza una adaptación de este guion al instrumento realizado en la investigación, aterrizado a las ocho tareas sobre porcentajes. El guion de Montes et al. (2021) se elaboró para identificar el conocimiento del docente detectado en los subdominios del modelo MTSK, esto se logró al abordar cada tarea en una sesión. La propuesta de esta investigación distribuye el guion en todas las tareas para profundizar en cada una las categorías de los subdominios de conocimiento, evidenciando el conocimiento del docente participante para los subdominios del modelo MTSK.

En la Tabla 2 se presenta la relación entre los subdominios tratados en la investigación con el guion de tareas propuesto por Montes et al. (2021).

**Tabla 2.**

*Relación entre los subdominios establecidos y el guion de tareas*

<b>Dominio</b>	<b>Subdominio</b>	<b>Guion de tareas</b>
Conocimiento Matemático	Conocimiento de los Temas (KoT)	1-2. Se analiza la situación y los conceptos presentes en 2 soluciones
	Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM)	2-3. Conceptos matemáticos relacionados con el problema
Conocimiento Matemático Conocimiento Pedagógico del contenido	Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)	4. Posibles fases de resolución y cómo abordar el problema.
Conocimiento Pedagógico del contenido	Conocimiento de la enseñanza de la Matemática (KMT)	5-6. Se invita a la reflexión y la integración del problema en el aula
	Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)	7. Estándares curriculares relacionados con el problema
Reactivo para detectar lo que el docente requiere al terminar de atender el problema.		8. Detección de la necesidad formativa

*Subdominios involucrados en el guion de tareas. Elaboración propia*

La relación entre el contenido porcentual y el enfoque con los subdominios del modelo MTSK de cada tarea se explican a continuación:

*Tarea introductoria.* Al tratarse de una introducción hacia la secuencia de tareas, no se aborda un concepto en particular sobre porcentaje, se busca que el profesor se imagine en un salón de clases y ayude a los alumnos a comprender el concepto de porcentaje y su aplicación en situaciones cotidianas. El docente debe evidenciar parte del conocimiento didáctico y matemático necesario para explicar qué es el porcentaje y cómo se utiliza para resolver problemas.

*Tarea 1.* Esta tarea aborda el KoT, que se enfoca en las definiciones y saberes que construyen a los porcentajes, en los fenómenos y problemas donde se requiere del uso del concepto, así como de los registros que puede utilizar el docente para explicar la solución al problema.

Se busca que el profesor evidencie las estrategias de solución del problema planteado, explorando el concepto de porcentaje desde el sentido de “razón o fracción en un contexto B (cambio es el porcentaje)” (ver p. 25), donde a una cantidad total se aplica una cantidad de cambio que se debe comparar con dicho total para identificar si aumenta o reduce su tamaño. Por otro lado, la descripción conceptual que se brinda en el problema es el porcentaje como símbolo. Se sigue una estructura aditiva bajo una relación de cambio, ya que el objetivo es transformar una cantidad inicial aplicando condiciones porcentuales. Por último, se busca la práctica del porcentaje en situaciones de tipo 1 (ver p. 29), es decir, se busca una nueva cantidad con una cantidad inicial y el porcentaje aplicado previamente descritos.

Se pretende que el docente muestre el significado de porcentaje en una situación real, el beneficio de usar cantidades porcentuales como representantes de cantidades, así como la relación entre una cantidad total y su nueva cantidad sometida a un porcentaje, estos resultados se esperan dentro de las estrategias que debe diseñar el docente para atender la situación.

*Tarea 2.* Esta tarea aborda el KSM, se buscan evidencias de conocimiento del profesor para simplificar el tema de porcentajes con el uso de fracciones, razones o proporciones, también en temas de complejización con el uso de funciones lineales y en temas que funcionan como un complemento para sustentar ideas porcentuales, como el uso de estrategias de repartición y de gráficos.

Se espera que el docente muestre la explore el concepto de porcentaje en el sentido de “razón o fracción en un Contexto C (comparar Q1 con Q2)” (ver p. 25), ya que en la situación se describen dos cantidades que comparan su tamaño sobre un conjunto de referencia y que dependen entre sí para dar solución a las preguntas planteadas, también se espera el tratamiento del porcentaje como función para relacionar cantidades variables respecto una cantidad total. Se espera que construya alguna ecuación que muestre la relación descrita en el problema, y que utilice expresiones verbales para describir el proceso de solución.

El docente puede revelar una estructura aditiva del porcentaje como relación de comparación entre las cantidades, o una estructura multiplicativa con una relación parte-parte, donde se aprecie la asociación entre cantidades bajo un porcentaje total. Se establece una situación de tipo 3 (ver p. 29), ya que se debe hallar una cantidad total dado un porcentaje de referencia y su equivalente decimal, mismo que surge de la situación inicial.

*Tarea 3.* Esta tarea se enfoca en el KPM, que muestra el conocimiento para construir y reconocer el significado de porcentaje como una relación, notación o expresión física parte-todo, los procedimientos y la conversión de cantidades decimales para la validación de expresiones.

Se espera que el docente interprete al porcentaje desde el sentido de “razón o fracción para un contexto D (Diferencia de porcentajes)” (ver p. 25), pues se trabajan dos casos porcentuales de un mismo conjunto total que permita diferenciar porciones para tomar una elección correcta. Se solicita el manejo de representaciones simbólicas y el conocimiento de los términos porcentuales necesarios con estructura aditiva, en la relación parte todo o de comparación para determinar la diferencia entre cantidades. El problema se expresa en una situación de tipo 1 (ver p. 29), ya que el objetivo es hallar una cantidad total a partir de una cantidad inicial y un porcentaje asignado.

Se espera que el docente explique qué cantidades son necesarias para comunicar el porcentaje, así como los procesos para tratar esta situación frente a grupo, para el caso particular y para una generalización, esto es, que no solo aplique para una situación, sino que considere las posibles variantes y las partes esenciales a conservar para que los porcentajes tengan sentido en la situación.

Las tres primeras tres tareas enumeradas anteriormente exploran conceptos, representaciones y visiones del porcentaje, además de la búsqueda del conocimiento docente que aborda el dominio de Conocimiento Matemático del modelo MTSK, no obstante, aunque cada tarea se destina para profundizar en un subdominio específico de conocimiento, se acepta que las respuestas del docente evidencien conocimiento de más subdominios de conocimiento que aporten información al análisis general del estudio.

*Tarea 4.* Esta tarea se enfoca en el KFLM, que explora las teorías del aprendizaje docente que se implementan frente a grupo para el tema de porcentajes, ya sean teorías formales o personales, también se explora el conocimiento del docente para identificar dificultades, fortalezas o errores que el estudiante puede tener al enfrentar situaciones porcentuales, así como las necesidades, intereses y emociones que muestran los estudiantes ante la enseñanza del tema.

Conceptualmente, se plantea una situación de tipo 1 (ver p. 29), donde el profesor debe identificar nuevos totales con la adición de cantidades porcentuales a una cantidad inicial. El conocimiento del docente debe mostrar las posibles estrategias de los estudiantes para atender la situación, además de los conocimientos previos al tema que se deben poseer. También se espera que el docente evidencie las dificultades y fortalezas que el estudiante puede presentar para diferenciar las cantidades involucradas, así como las técnicas que pueden beneficiar o motivar el aprendizaje y la intención de resolver la situación.

*Tarea 5.* Esta tarea se enfoca en el KMT, que explora el conocimiento docente sobre porcentajes y su aplicación al diseño de actividades, con apego al modelo de enseñanza institucional y las teorías personales de enseñanza, además del conocimiento sobre recursos didácticos, su impacto, la mejora o limitaciones que pueden tener en la enseñanza del tema, las estrategias, tareas y ejemplos que pueden funcionar para debatir, orientar y presentar el tema.

Conceptualmente, se plantea una situación de tipo 1 (ver p. 29), con una cantidad inicial por modificar con otras dos cantidades porcentuales, el docente debe identificar si el orden de aplicación de dichos porcentajes afecta a la cantidad obtenida, se debe tratar al porcentaje con el sentido de “razón o fracción, con un contexto B (Cambio es el porcentaje)” (ver p. 25) aplicando iteraciones. Las preguntas indagan en las estrategias personales o institucionales que el docente aborda para enfrentar la situación, los recursos que puede manipular para mejorar la explicación, así como las preguntas, ejemplos, tareas o técnicas por usar para identificar que el estudiante ha logrado desarrollar bien la situación con una correcta aplicación de los porcentajes.

*Tarea 6.* Esta tarea se enfoca en el KMLS, se explora el conocimiento hacia los contenidos curriculares y el seguimiento que se debe llevar sobre el tema de porcentajes en la educación secundaria, los conocimientos previos del estudiante y que se espera adquiera una vez que se aborde el tema, esto es, el nivel conceptual que se espera con el desarrollo de porcentajes.

Conceptualmente, se trabaja con el porcentaje como cantidad intensiva, ya que el objetivo es comparar cantidades bajo diferentes totales, el docente requiere de una estructura aditiva de relación parte-todo, pues debe reconocer la diferencia en porcentajes con cantidades totales, pero expresadas mediante fracciones, también se espera que el docente describa la relación entre el tema que envuelve a la situación y el contenido propuesto por la SEP (2023), los contenidos que se pueden repasar, los conocimientos necesarios que se deben tener y el nivel escolar en donde se debe integrar la situación con los estudiantes para el tema de porcentajes.

*Tarea de cierre.* Esta tarea no explora subdominios del modelo MTSK, se investiga sobre la reflexión con la que el docente finaliza las tareas, se consulta al docente la valoración del conocimiento que posee sobre porcentajes a raíz del análisis de las tareas, cómo considera el tema dentro del currículo propuesto por la SEP (2023), además de la riqueza del contenido que se enseña a los estudiantes sobre el tema de porcentajes.

En cada tarea elaborada se han planteado preguntas que el docente debe responder para evidenciar conocimiento, estas preguntas se muestran en el diseño de tareas, en el Anexo B. Hay metodologías de trabajo que recurren a la entrevista clínica para documentar una conversación abierta que explora y profundiza en los resultados de las acciones y respuestas del participante ante dicha conversación (Piaget, 1929), esta metodología se orienta con las evidencias de conocimiento halladas durante la conversación y se ajusta a las respuestas del participante. En esta investigación, la aplicación de tareas presenta variantes respecto a la entrevista clínica, si bien se obtienen datos significativos del participante ante las preguntas incluidas para cada tarea, las respuestas del docente se analizan después de la aplicación de tareas, las preguntas ya están preparadas por el investigador desde el principio y se entregan impresas al docente.

Sobre las preguntas planteadas al docente en cada tarea, se describen dos formas de recopilar la información:

- Respuestas escritas. El docente registra en una hoja la respuesta a la pregunta, escribe y explica los procedimientos y estrategias a detalle, esta información se recolecta cuando el docente finaliza la prueba en su totalidad y se analizan al término de la aplicación.
- Respuestas orales. Aunque estas preguntas se encuentran dentro del formato impreso o digital que se le entrega al docente, la información se recolecta con grabaciones de sus respuestas; ya que las preguntas son abiertas y pueden resultar extensas, se prefiere que el docente responda con un diálogo que posteriormente se procesará para conservar las evidencias necesarias, además, permiten verificar la opinión y los argumentos del docente, en caso de requerirlo, se busca que el docente amplíe la respuesta durante la aplicación.

Para las preguntas con respuesta abierta, cuya orientación está en conocer la estructura de clase que el docente dirige, se asume que las respuestas pueden ser generales, por lo tanto, preguntar justo después de que el docente da su argumento enriquece el escenario mental de la situación y se puede detallar mejor la respuesta del docente. En síntesis, si se presentan las oportunidades para ahondar en las respuestas del docente durante la aplicación de las preguntas verbales, se profundiza con interrogantes asociadas al caso para mejorar el análisis de los conocimientos evidenciados.

Para verificar que las preguntas de cada situación cumplen su objetivo en la obtención de evidencias, indicios y oportunidades de conocimiento, se aplicó a la secuencia de tareas una prueba de validez por medio del juicio de expertos.

### **3.2.3.2 Juicio de expertos**

Para la prueba de validez de contenido, participaron cinco expertos en el área de educación matemática, se utilizó la plantilla de juicio de expertos propuesta por Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008).

Se entregó la plantilla para juicio de expertos a cada uno de los jueces, tomando las tareas como dimensiones para la prueba, y los ítems como cada pregunta para someterla a su validez. Para evitar comentarios subjetivos, se utilizó la prueba V de Aiken (Aiken, 1985), con las mediciones de los cinco jueces, estableciendo cuatro niveles de calificación, los cuales son: nivel 1 (no cumple el criterio), nivel 2 (el criterio se presenta en bajo nivel), nivel 3 (el criterio está presente en un nivel moderado) y nivel 4 (el criterio está presente en alto nivel), esto se aplica para las categorías de análisis de la prueba de validez de contenido, las cuales son: suficiencia, claridad, coherencia y relevancia. En el Anexo G se integran las tablas de la prueba V de Aiken con el juicio de los cinco expertos, para las categorías de suficiencia, claridad, relevancia y coherencia.

Los jueces que participaron en la investigación son expertos en la formación de maestros y estudiantes de matemáticas, también en el campo de la educación matemática y tienen experiencia como investigadores en la misma área, en particular, para el estudio del modelo MTSK.

Con un p-valor seleccionado de 0.006 y un valor de significancia de 0.05, se espera un coeficiente de validación de la prueba V de Aiken mayor a 0.93 (Aiken, 1985). Además, la prueba de validez de contenido permite a los jueces opinar sobre los ítems y hacer sugerencias de mejora del instrumento, aspecto a considerar para la corrección de las preguntas que componen la secuencia de tareas.

### **3.2.3.3 Entrevista Semiestructurada**

En esta investigación se implementa una entrevista semiestructurada, pues permite mayor flexibilidad para añadir preguntas que profundicen en el conocimiento evidenciado por el docente en la resolución de las tareas (Hernández et al., 2006).

La entrevista semiestructurada se plantea en el Anexo E, en cada pregunta se justifica su elaboración, la cual se relaciona con el análisis a las respuestas del docente en la resolución de tareas, esto es, con el procesamiento de las respuestas de las tareas mediante la triada evidencia, indicio y

oportunidad; se estudian los indicios de conocimiento para diseñar las preguntas de la entrevista, que permiten profundizar más en la acción del docente participante para revelar si su argumento está asociado a una evidencia de conocimiento especializado. El número de preguntas estará determinado por la revisión y necesidades de la investigación por hallar más evidencias de conocimiento del docente, de acuerdo con las respuestas recolectadas del diseño de tareas.

En el diseño de las preguntas de la entrevista, se consulta al docente participante sobre las estrategias de trabajo y procedimientos para enseñar porcentajes, así como la revisión que hace al currículo institucional, misma que debe trabajar para dar seguimiento a las sesiones, se consulta sobre los recursos, temas y elementos que integran a la clase para mejorar la comprensión e interés del estudiante hacia el tema, además del seguimiento que hace de los estudiantes cuando aprenden el tema y lo trabajan en situaciones planteadas.

El análisis de las respuestas se presenta en el capítulo de Análisis y Resultados, se realiza el análisis conjunto de lo que el docente responde en las tareas y en la entrevista, ya que los datos recolectados requieren de un hallazgo de evidencias en ambos recursos para hacer una clasificación adecuada en los subdominios de conocimiento, asociado a un concepto o tratamiento del porcentaje.

### **3.3 Procedimiento para la Recolección y Análisis de Datos**

Primeramente, se asignó por escrito el diseño de tareas (ver Anexo B), que busca indagar en el conocimiento matemático del docente para el tema de porcentajes, esto incluye el tema central, las diferentes interpretaciones conceptuales que el porcentaje tiene como objeto matemático y como medio de representación, así como los aspectos didácticos relacionados con la enseñanza del tema. La aplicación de la secuencia de tareas se realizó en una sesión virtual, se asignó al docente una copia impresa de las tareas para su resolución, las respuestas se registraron en hojas diferentes para su posterior análisis (ver Anexo C), la sesión se grabó para la revisión y transcripción de las respuestas verbales del docente, cada pregunta realizada por el investigador durante la aplicación de la secuencia se registró para su integración en los resultados; no se consideró un tiempo límite para la aplicación de la secuencia de tareas, con el fin de otorgar al docente participante la libertad de razonar y reflexionar sus respuestas.

Una vez recolectadas las evidencias de conocimiento didáctico y matemático del docente, se construyó la entrevista semiestructurada (ver Anexo E). Se aplicó la entrevista semiestructurada al docente para obtener evidencias de conocimiento docente a partir de los indicios mostrados en la secuencia de tareas e indagar más en los procesos de enseñanza, la actitud, el lenguaje, las técnicas y los procedimientos empleados. La aplicación de la entrevista se realizó en una sesión posterior a la

secuencia de tareas, de manera virtual, la sesión se grabó para su posterior transcripción, se solicitó al docente tener las respuestas de la secuencia de tareas para dar revisión, en caso de ser necesario; el investigador dirigió la sesión, explicando la tarea, la respuesta del docente que se analizó y haciendo las preguntas para evidenciar el profundizar en el conocimiento del docente, no se consideró un tiempo límite para la entrevista, con el fin enriquecer el diálogo y permitir al docente participante la argumentación suficiente, las respuestas a la entrevista semiestructurada se presentan en el Anexo F.

Se garantizó la objetividad de los datos mediante el análisis de las respuestas del docente por medio de dos expertos, quienes realizaron el tratamiento de la información de determinaron, bajo acuerdos, que la información proporcionada por el docente participante en el estudio correspondía con evidencias sólidas de conocimiento especializado, con indicios que requerían refuerzo o se trataba de argumentos que no podían ser considerados como evidencias para el estudio.

El análisis de las respuestas a los instrumentos se realizó bajo la triada evidencia-indicio-oportunidad, sustentado en las categorías del modelo MTSK. Escudero-Ávila et al. (2016), argumentan que las evidencias de conocimiento están presentes en los “elementos que permiten afirmar que un profesor posee, o no, un determinado conocimiento” (p. 63), los indicios de conocimiento son “sospechas de la existencia o inexistencia de un determinado conocimiento” (p. 64), mientras más información se obtenga, los indicios se formalizan en evidencias; por último, las oportunidades de investigación son “momentos o situaciones suscitadas por el profesor o por la dinámica de clase”.

Para la investigación, las evidencias de conocimiento se obtienen con la resolución de tareas, ya que es donde el profesor demuestra cómo se enfrenta a problemas porcentuales, junto con el planteamiento de estrategias de enseñanza. En las respuestas del docente también se pueden hallar indicaciones de conocimiento que deberán tratarse durante la entrevista semiestructurada, profundizar en estos indicios genera las evidencias de conocimiento sólidas del docente hacia las respuestas de las tareas aplicadas (ver Anexo C); en la atención a las preguntas con respuesta verbal y la entrevista semiestructurada se consideran las oportunidades para profundizar en el conocimiento que el docente manifiesta en las tareas propuestas (Ver Anexo F).

Para concluir, se aplicó un rediseño a las tareas propuestas, se integraron elementos a considerar en las preguntas y en el contenido de los problemas que pueden beneficiar al momento de impartir dichas tareas al docente, con ayuda de las estrategias del docente, lo que se puede apreciar en el Anexo H. Se tomaron en cuenta elementos sobre el tema de porcentajes a valorar dentro del currículo y aspectos que el profesor debería considerar del temario para la enseñanza del tema.

### ***3.3.1 Prueba de Validez de Contenido***

De acuerdo con la aplicación en la prueba V de Aiken (1985), el puntaje total obtenido fue de: 0.940763, superando el valor 0.93 que se establece para un análisis con cinco expertos y cuatro niveles de valoración en cada categoría.

Las sugerencias de los jueces para los ítems de la secuencia de tareas se enfocan en la reorientación de algunas preguntas que parecen no pertenecer al subdominio que se explora en la situación, esto puede relacionarse con los términos empleados en las preguntas, en otros casos, la redacción parece estar orientada a más de un subdominio, lo que se identifica más adelante en la obtención de evidencias del docente, estas correcciones se ven reflejadas en los puntajes de algunos reactivos de la validez de contenido (ver Anexo G).

En otras observaciones, los jueces sugieren cambiar algunas cantidades dentro de la prueba para explorar las estrategias del docente, así como solicitar una respuesta oral de preguntas escritas, esto para ampliar la obtención de evidencias de conocimiento. Se sugiere contextualizar más las preguntas y mejorar su redacción para profundizar mejor en la obtención de conocimiento, con el fin de reducir posibles confusiones durante la lectura y comprensión de las situaciones. Estas consideraciones de los jueces fueron tomadas en cuenta para refinar la redacción y orientación de los reactivos en la secuencia de tareas. El instrumento corregido se puede encontrar en el Anexo H.

## Capítulo 4

### Análisis y Resultados

Considerando el tiempo de desarrollo, el docente participante realizó la secuencia de tareas en un rango de cuatro horas, se contempla en este tiempo la conversación con el investigador y las respuestas verbales; para el desarrollo de la entrevista semiestructurada, el tiempo de realización fue de tres horas aproximadamente, contemplando en total 19 preguntas, a diferencia de los 32 reactivos de la secuencia de tareas, pero la conversación entre investigador y docente participante tuvo mayor duración con el fin de aclarar mejor los comentarios del docente.

A continuación, se describen las evidencias de conocimiento del docente participante en las categorías de los subdominios del modelo MTSK, mismos que se encuentran distribuidos en cada tarea que se le planteó, estas evidencias se encierran entre llaves para denotar mejor su hallazgo en los resultados. Todos los indicios fueron tratados con profundidad para diseñar la entrevista semiestructurada y asegurar que corresponden con saberes que el docente participante ha apropiado, convirtiendo estos indicios en evidencias de conocimiento, lo mismo ocurre con las oportunidades, las cuales funcionaron para añadir preguntas al desarrollo de las tareas, que motivan la revelación de más conocimiento docente.

En este capítulo se estará hablando solo del docente que participó en la aplicación de la secuencia de tareas y la entrevista semiestructurada.

Para cada tarea, se escribe un proceso de análisis estructurado en tres partes, primero se registra una descripción general de cada pregunta, este contenido se puede abordar con profundidad en el Anexo B, luego se registra una transcripción o imagen de la respuesta del docente, se incluye en el Anexo C la transcripción completa de las respuestas verbales y escritas del docente participante, así como las respuestas de la entrevista semiestructurada, descrito en el Anexo F. Por último, se concentra el análisis de la respuesta bajo evidencias, indicios u oportunidades, esto es, se registra lo siguiente según el hallazgo:

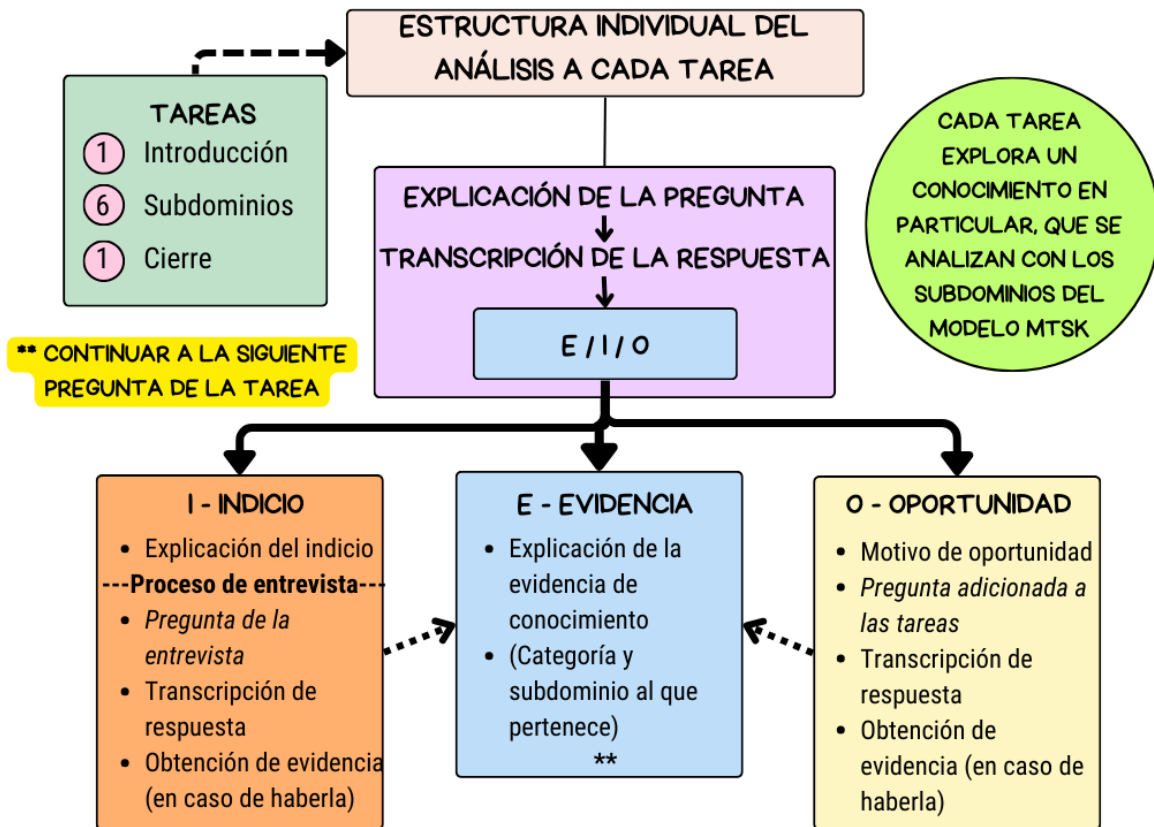
- Evidencias. Se explica la evidencia de conocimiento que el docente participante expresa en la respuesta, además, entre paréntesis, se incluye la categoría y el subdominio al que pertenece dicha evidencia, esto continúa para el resto de las preguntas.
- Indicios. Se describe el indicio hallado en la respuesta del docente participante, todos los indicios llevan a una pregunta en la entrevista semiestructurada, por tanto, se

registra la respuesta del docente participante, finalmente se describe la evidencia de conocimiento mostrada, en caso de haberla, así que se hace la descripción correspondiente de la evidencia.

- Oportunidades. Ya que surgen dentro de la aplicación de las tareas, se explica la razón por la que surge la oportunidad, seguido de la pregunta que se añade a la tarea, posteriormente se transcribe la respuesta y se explica la evidencia obtenida después de dicha respuesta, en caso de haberla, así que se hace la descripción correspondiente de la evidencia.

Para tener una explicación profunda sobre cómo se estructuraron los hallazgos que a continuación se presenta un esquema general en la Figura 2.

**Figura 2. Diagrama de análisis individual para cada tarea**



Elaboración propia

Para cada tarea, se presentan los resultados descritos por el docente participante, se acompañan del análisis profundo sobre la respuesta y la evidencia de conocimiento obtenida bajo la tabla de descriptores (ver Tabla 11 del Anexo A), adicional al análisis, se plantea una tabla de muestra

una síntesis de los hallazgos, con los descriptores en las respuestas a las tareas, así como el conocimiento evidenciado por el docente.

#### 4.1 Resultados y análisis de la Tarea Introductoria

La tarea de introducción plantea al docente una situación de clase, frente a un grupo de estudiantes, se busca la metodología de enseñanza del concepto básico de porcentajes y su aplicación en situaciones cotidianas. En la primera pregunta de esta tarea, se consulta sobre el concepto de porcentaje, el docente respondió:

*Docente: {La palabra porcentaje hace referencia a una porción de un entero dividido en 100 partes iguales}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia el concepto de porcentaje en términos de razón o fracción con base 100 (*KoT, Definiciones y propiedades*), hace referencia al sentido parte-todo, donde se puede obtener un porcentaje dado un entero fragmentado en 100 partes iguales.

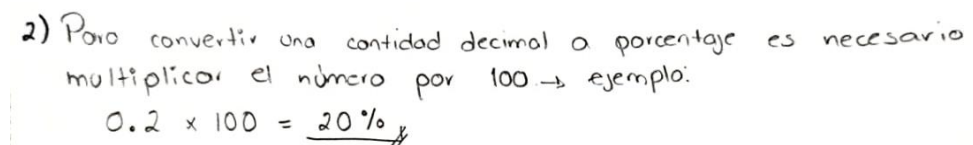
Surge la oportunidad de contar con otro concepto de porcentaje que el docente pueda conocer, por lo que en la entrevista se consulta al docente lo siguiente: ¿conoce otra forma mediante la cual se puede conceptualizar el porcentaje?

*Docente: Pues no, porque su mismo nombre lo dice, es un porcentaje, por cien. (Docente, Extracto de entrevista, 15 de marzo de 2024)*

El docente describe la concepción del porcentaje como una expresión de partición o razón, más allá de un número, una equivalencia o una función, de hecho, esta definición es la que se adopta por el currículo de la SEP en el programa de estudios actualizado al 2023, mismo que se puede ver en la sección de Apéndice, allí se define al porcentaje como una razón, tomando la cantidad 100 como base.

En la siguiente pregunta de la tarea, se solicita al docente plantear un ejemplo de cómo convertir una cantidad decimal en porcentaje, la respuesta del docente es la siguiente:

#### Figura 3. Ejemplo de conversión entre una cantidad decimal y porcentajes



2) Para convertir una cantidad decimal a porcentaje es necesario multiplicar el número por 100 → ejemplo:  
 $0.2 \times 100 = 20\%$

El resultado que ofrece se concentra en lo operatorio, sin dar contexto al problema, además, la conversión entre cantidades decimales a porcentajes que el docente propone se obtiene con un producto entre el decimal planteado y 100, hay indicios de que el docente sabe cómo tratar dichas cantidades, pero no explica por qué multiplicar por 100 y qué implica la multiplicación.

De la respuesta anterior, se desarrollan en la entrevista las siguientes preguntas: ¿Por qué se debe multiplicar la cantidad decimal por 100 para obtener un porcentaje? ¿Qué pasaría si fuese otra cantidad diferente de 100 la que se debe multiplicar para conseguir un porcentaje?

*Docente: Porque el entero es 1, entonces ese entero es el que estás partiendo en 100 partes, por lo que multiplicas tu número decimal por 100, para obtener las partes que después estarás tomando, estarías considerando al 1 como el equivalente de 100%.*

*[Sobre usar una cantidad diferente de 100] se hace realmente lo mismo, por ejemplo, el 20% de 400, lo único que haría sería multiplicar a 400 por .2 de la misma manera, es decir, {el total puede variar en porciones, el 100% siempre va a valer el 100%, la cantidad total es la que puede variar, pero sigue su equivalente al 100%}. (Docente, Extracto de entrevista, 15 de marzo de 2024)*

Se aprecia que el docente conoce una equivalencia entre el valor 100% y la asignación que hace a las cantidades decimales, las cuales pueden variar para plantear situaciones, hace más clara la evidencia de la equivalencia entre el 100% y el 1 como cantidad decimal a comparar, establece un ejemplo y menciona al producto como la operación que traduce entre las dos representaciones, las particiones siguen siendo 100 (*KoT, Definiciones, propiedades y sus fundamentos*).

En una pregunta de la tarea, se solicita al docente que proporcione un ejemplo en el que debe desarrollar una situación porcentual, su respuesta se registra a continuación:

#### **Figura 4. Ejemplo de situación para hallar porcentajes**

A photograph of a handwritten note on lined paper. The text is written in dark ink and reads: "3) Los porcentajes son sumamente útiles en la vida cotidiana, imagina que vas a una tienda departamental y encuentras el videojuego que te gusta en oferta, supuestamente el juego tiene el 30% de descuento, si su precio original es de \$ 5800 pesos, ¿Cuánto costará ahora con la oferta?". The note is numbered '3)' and ends with a question mark.

El docente plantea una situación contextualizada donde el porcentaje se involucra como operador para hallar su equivalente decimal, se tiene evidencia de su KoT (*Fenomenología y aplicaciones*).

Posteriormente, se plantea una pregunta sobre las estrategias o recursos que usaría el docente para ayudar a los estudiantes que presentan problemas para comprender el porcentaje, su respuesta es la siguiente:

*Docente: Como {los porcentajes tienen mucho que ver con las fracciones, yo creo que una estrategia sería trabajarlo como si se tratara de fracciones en un inicio}. {Quizás de manera gráfica}. Como normalmente enseñamos fracciones al principio, en donde partimos un entero en partes iguales, como sabemos que {el porcentaje básicamente es una porción de un entero que partimos en 100 partes, quizás no partirlo en 100, pero sí en alguna escala [más pequeña], como en 20 partes}.*

*Entonces, como yo lo enseño, es mostrándolo como si se tratara de una fracción al principio, {después, partiendo de gráficos que se pueden hacer de manera digital}. Ya en secundaria {puede ser cualquier otra forma que se preste: un cuadrado, un rectángulo, círculo, figuras más complejas ya no porque los niños se tardan mucho en dividirla}. Precisamente como hacer un reconocimiento del espacio, o sea, cómo dividir en partes iguales, por ejemplo, también cuando {yo enseño recta numérica, para mí es como tener que estar insistiendo en hacerlo en partes iguales} [para respetar la escala] (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024).*

El docente evidencia conocimiento sobre las fracciones y la recta numérica como un tema más simple que se puede trabajar para enseñar porcentajes (KSM, *Conexiones de simplificación*), y reconoce que las gráficas son una forma en la que se podría abordar el tema (KoT, *Registros de representación*).

Al presentar un indicio del uso de escalas para trabajar con porciones que ayuden a desarrollar el porcentaje con facilidad, se plantea en la entrevista la siguiente pregunta: ¿Cómo ayudan las escalas en la enseñanza del porcentaje? Si se parte un entero en 100 partes iguales, ¿cómo ayuda al estudiante en la comprensión de porcentajes usar diferentes escalas sin confundir la cantidad base de 100 partes? El docente respondió:

*Docente: Ayudan a identificar visualmente, por ejemplo, que el 20% no es más grande que el 40% o que el 50%, porque visualmente tú lo estás viendo, si tú explicas el porcentaje como una fracción de 100, también lo podrías explicar en la recta numérica, porque, por ejemplo, podrías poner en una recta lo mejor escalada de 10 en 10 de cero a 100 y decirles a los chicos que cada porción de 10 equivale al 10% de todo el entero o de todo tu porcentaje, si tomas 2 porciones de 10, sería el 20% del entero, por así decirlo, que vale 100, es una*

*representación visual, por eso a veces hay problemas cuando expresan dibujos, se les dificulta representar correctamente la cantidad en la recta o el diagrama.*

*¿Cómo ayuda al estudiante en la comprensión de porcentajes usar diferentes escalas? Por ejemplo, si tu cantidad total es 400, ese entero es el que vas a dividir en 100 partes, y cada partecita es el 1%, hacer  $400/100$  nos da ese resultado, de esa manera se puede ir sacando el porcentaje, obteniendo el valor unitario (Docente, Extracto de entrevista, 15 de marzo de 2024).*

Se evidencia el uso de figuras clave para la enseñanza de porcentajes en cuanto a realizar particiones (*KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*), además presenta el tema de recta numérica como un escalón para trabajar con particiones que conducen al porcentaje (*KoT, Definiciones, propiedades y sus fundamentos*), sobre las rectas numéricas, se identifica que el docente reconoce la dificultad de los estudiantes cuando manejan diferentes escalas y visualmente no son equivalencias enteras, pero sí lo son porcentuales, esto es, la representación porcentual se respeta, se trata de hacer las mismas particiones, pero expresando el 100% con un total decimal distinto.

Conceptualmente, la visión conceptual del docente sobre porcentaje es de razón, el sistema de representación que trabaja para expresar esta idea es verbal y simbólico, ya que reconoce el símbolo de porcentaje para la conversión entre cantidades. El enfoque que el docente propone sobre descuentos es del porcentaje en una situación tipo 1, ya que plantea el efecto de un porcentaje a una cantidad original para obtener una cantidad nueva, esto requiere de una estructura aditiva que revele la relación parte-todo en las cantidades propuestas.

La primera visión del porcentaje que el docente muestra para el proyecto es del porcentaje como razón, además, para traducir entre cantidades decimales, ejecuta la primera de las situaciones para trabajar con situaciones, esto es, obtener una cantidad con la aplicación de un porcentaje en una cantidad total. Esta visión conceptual de porcentaje mantiene relación cercana con el uso de la razón y fracción, por lo que se espera contar con una muestra más amplia de conceptos asociados al uso de porcentajes.

### **Tabla 3.**

*Conocimientos hallados en la tarea introductoria*

---

<b>Subdominio</b>	<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
-------------------	------------------	-------------------

---

KSM	Conexiones de simplificación	Conoce el uso que le puede dar al tema de fracciones y las escalas como temas elementales para conectarlos con el de porcentaje.
KMT	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce el uso de figuras simples y regulares como una estrategia de enseñanza que le ayuda en la explicación de las partes y el todo.
KoT	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce las partes de un todo para conceptualizar el porcentaje, en particular, trabaja con 100 partes iguales.
	Registros de representación	Conoce el uso de gráficos y figuras para representar partes porcentuales de un todo (incluso con escalas para cantidades pequeñas)
	Procedimientos	El docente describe cómo obtener porcentajes a partir de una cantidad total, la cual se debe dividir en 100 partes para obtener el equivalente del 1%, el valor unitario que se utilizará que funciona para obtener el porcentaje deseado.

Hay una relación entre KMT, en la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos; se evidencia relación con KoT en la categoría de Definiciones, propiedades y sus fundamentos.

## 4.2 Resultados y análisis de la primera tarea para explorar el conocimiento desde el KoT

En esta tarea se explora un problema de porcentaje inicial, un descuento del 20% se aplica a un artículo cuyo costo inicial es de \$500, la primera pregunta busca conocer el procedimiento del docente y la justificación del problema.

Figura 5. Primera estrategia para hallar el costo de la chaqueta

5) ¿Cuánto costó la chaqueta?

<p>Datos</p> <p>Precio original \$ 500</p> <p>Descuento 20%.</p> <p>Precio final ¿?</p>	<p>Desarrollo.</p> <p>1) Convertir el porcentaje a decimal: <math>\frac{20}{100} = 0.2</math></p> <p>2) Restar el decimal a 1 ya que 1 es el 100% → 0.8</p> <p>3) Multiplicar el precio original por el resultado de la resta. <math>500 * 0.8 = 400.0</math></p>	<p>Resultado</p> <p>El precio de la chaqueta será de \$ 400.00 ya con el 20% de descuento.</p>
---	---	--

El docente plantea un procedimiento dividido en tres pasos, en el primero de ellos abstrae los datos que posee y necesita, en el desarrollo convierte el porcentaje a decimal con una división entre 100, resta al entero la cantidad obtenida y posteriormente multiplica el precio original por la resta, el procedimiento implica el uso de cantidades decimales en todo momento, no trabaja con porcentajes directamente, sino que hace una conversión que implica la equivalencia de 1 y 100%.

En esta primera estrategia plantea una conversión correcta entre cantidades (*Procedimientos*), conoce los pasos a seguir para usar los porcentajes (*Definiciones y propiedades*), sabe en qué momento trabajar la notación porcentual y cómo interpretar el resultado.

En la misma pregunta, se solicita al docente desarrollar otro procedimiento diferente al anterior para resolver el problema, lo que el docente responde de la siguiente forma:

**Figura 6. Segunda estrategia para hallar el costo de la chaqueta**

• Segunda estrategia mismos datos.  
 → Regla de tres.

1) Asumiendo que:  $500 \rightarrow 100\%$   
 $x \rightarrow 20\%$

$$\frac{500 \cdot 20}{100} = \frac{10000}{100} = 100$$

2) Restamos la cantidad encontrada a 500 →  $500 - 100 = 400$

3) Por lo tanto el costo final son. 6400

En esta segunda estrategia utiliza directamente una regla de tres, donde asocia \$500 con 100% para hallar el 20%, la cantidad obtenida se sustrae a \$500, este proceso inicia con un desarrollo operacional de conversión entre cantidades y continúa trabajando con los datos decimales, la estrategia que trabaja para dicha conversión es la regla de tres (*KSM, Conexiones auxiliares*).

Posteriormente, en la tarea se pregunta al docente sobre el significado que el porcentaje tiene en la situación planteada y la relación de este con el 20% de descuento, su argumento se muestra a continuación:

**Figura 7. Significado del porcentaje en la situación**

6) Yo que el porcentaje es una parte de 100 y descuento hace referencia a una resta o disminución de una cantidad., el 20% de descuento significaría restar 20 partes al 100% representado por los \$500.

El docente evidencia el concepto de porcentaje con un fenómeno de descuento, expresa su significado y trabajo con las partes que se restan al 100%, mismo que describe bajo la representación de \$500 (*Definiciones, propiedades y sus fundamentos, Procedimientos*).

Otra pregunta presente en esta tarea consulta sobre las ventajas que tiene el uso del porcentaje en situaciones como la que se plantea, el docente responde:

*Docente: El alumno comprende la importancia del tema al llevarlo a situaciones relacionadas con su vida cotidiana. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente expresa un indicio cuando se le consulta por estas situaciones, por tanto, en la entrevista se le cuestiona, ¿cuál considera que debe ser la primera representación por enseñar sobre porcentajes? El docente respondió:

*Docente: Lo hago de manera verbal y de manera gráfica, de manera gráfica en las fracciones, es una parte de 100, entonces tu total lo divides en 100 partes, o en una recta numérica, también de manera verbal, son mis representaciones de partida. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Con lo anterior, se evidencia que la primera representación del docente al trabajar el porcentaje con los estudiantes es gráfica, apoyándose del tema de fracciones para expresar particiones, la segunda es verbal cuando describe y explica el tema (*Registros de representación*).

Por último, en la tarea se pregunta al docente sobre la relación entre el precio original y el precio con descuento, su respuesta es la siguiente:

*Docente: El precio original representa el 100% y el precio con descuento el 80% de la cantidad original. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia la relación contextualizada entre los precios del artículo, misma que expresa con porcentajes, es decir, el precio original y el precio actualizado desde la visión porcentual, identifica correctamente ambas cantidades (*Definiciones, propiedades y sus fundamentos*).

Al presentarse el indicio sobre el tipo de cantidades que ocupa para operar porcentajes, se elige preguntar en la entrevista sobre un tipo particular de cantidades involucradas ¿qué cantidad puede considerar como base? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KoT)

*Docente: Mi cantidad base debe de ser como mi total, es la cantidad a la que le voy a sacar el porcentaje. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

El docente reconoce el concepto de cantidad base como el total decimal que se va a trabajar para describir las equivalencias porcentuales (*Definiciones, propiedades y sus fundamentos*).

Conceptualmente, en la primera estrategia, el docente trata al porcentaje como número, hace la conversión correspondiente de la unidad con el 100% para convertir el 20% en 0.2 decimal, muestra conocimiento sobre el porcentaje como estructura aditiva, sigue una relación de cambio, al trabajar con los \$500 y su 20% de descuento, con esta información, es suficiente trabajar en formato decimal para la estrategia de solución, por otro lado, en la segunda estrategia, el docente identifica al porcentaje como razón o fracción en contexto B, ya que se trabaja con una relación base para obtener una cantidad de cambio, la cual se compara para determinar el nuevo tamaño total con el porcentaje aplicado (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KoT).

El docente sigue una estructura aditiva de porcentaje de relación parte-todo al comparar la cantidad total y la parte que se debe restar, esta descripción la realiza con una representación verbal, ya que describe al 20% del ejercicio como 20 partes del 100%, con representación decimal de 500, Estas ideas se refuerzan en las siguientes respuestas del docente, donde afirma que trabaja con fracciones (porcentaje como razón o fracción en situaciones de tipo 1) para representar una parte de 100, esto es, *20% de 500*, bajo representaciones verbales y gráficas, esta última es una forma de enseñar porcentajes con la recta numérica, pero no lo hace explícito (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KoT).

Se consiguió evidencia del docente para mostrar el significado del porcentaje, mismo que describe como una parte de cada 100, las estrategias funcionaron para desarrollar y responder a la situación planteada.

**Tabla 4.**

*Conocimientos hallados del subdominio KoT*

Categoría	Descriptor
Definiciones, propiedades y sus fundamentos	<p>Conoce el concepto de porcentaje como las partes de un todo, siendo el todo fragmentado en 100 partes, es decir, como una razón o fracción.</p> <p>Conoce la representación del porcentaje, así como la asociación entre la cantidad total y el 100%, usa un cociente y la cantidad absoluta para la obtención de las cantidades relativas, también conoce la cantidad base que se debe trabajar en un problema de porcentajes.</p>

---

Fenomenología y aplicaciones	<p>Conoce cómo tratar la conversión entre decimales y porcentajes dentro del planteamiento de problemas (presente en la tarea de inicio).</p> <p>Conoce cómo consultar el desarrollo y crear variantes de una situación para mejorar la comprensión del estudiante, con ayuda de ejemplos y aplicaciones de la situación (presente en la tarea tres, orientada al KPM).</p> <p>Relaciona los fenómenos que pueden asociarse con cantidades porcentuales, como en casos de química (presente en la tarea de cierre).</p>
Registros de representación	<p>Conoce los registros que se pueden utilizar para trabajar con porcentajes, destaca los registros verbales y escritos para explicar la conversión entre porcentajes y decimales, utiliza registros gráficos para sustentar la relación entre fracciones y porcentajes, utiliza con menos frecuencia los registros algebraicos.</p>
Procedimientos	<p>Conoce las conversiones aritméticas necesarias, los procedimientos y el orden que se debe llevar, utiliza las cantidades decimales y su equivalente porcentual, maneja bien el contexto del problema para extraer los datos que necesita en procedimientos matemáticos.</p> <p>conoce cómo desarrollar procedimientos para justificar los resultados y emitir un juicio a partir de la descripción de los procesos de obtención de porcentajes (presente en la tarea tres, orientada al KPM).</p>

---

Se identificaron relaciones en las evidencias del subdominio KoT de la primera tarea con el subdominio KSM, en la categoría de Conexiones auxiliares, ya que el docente trabaja con la regla de tres como segunda estrategia para resolver el problema de hallar el costo de la chaqueta con descuento.

**4.3 Resultados y análisis de la segunda tarea para explorar el conocimiento desde el KSM**

La tarea consiste en determinar una estrategia de venta sobre un juego de dos prendas de ropa a las cuales se aplica un 80% de descuento en conjunto. En la primera pregunta, el docente debe proponer una estrategia de solución sin usar el porcentaje, se registra su respuesta a continuación:

Figura 8. Estrategia escrita para hallar el precio final sin usar porcentajes

• TAREA 2

9) Primero se analizan los datos y vemos que hay una diferencia de \$200 entre ellos. Por lo tanto al final esta diferencia debe permanecer, si sumamos ambas prendas nos daría \$1000, si nosotros esas 1000 los dividimos entre 10 serían 100 por lo que 80 serían 200 entonces volvemos a tener una diferencia de 200 que deberemos restar a los artículos que dando 800 de 1000 para conservar los 200 de diferencia cada artículo debería costar:

Comisa → \$300 y pantalón \$500

Para resolver el problema, el docente atiende la relación entre los precios de ambas prendas y decide respetar esta diferencia después de aplicado el descuento, conoce el resultado al que desea llegar, pero lo condiciona a la relación de \$200 de diferencia entre las prendas.

El docente explica su procedimiento como a continuación se expone:

*Docente: {Lo relaciono con proporcionalidad}, finalmente el precio va a disminuir. Como son 2 prendas, se tiene que encontrar la proporción que hay entre ellas, la diferencia que hay entre cada precio de prendas que era 200 pesos, esos 200 se tienen que conservar entre cada prenda, esa diferencia que hay entre cada prenda se tendría que conservar, aun cuando se aplique el descuento. Entonces lo explicaría trayendo un poquito el tema de proporcionalidad, por ejemplo, cuando tú {armas una regla de 3} [...] pues es una proporción. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente muestra indicios de trabajar con la proporcionalidad como tema que simplifica la enseñanza del porcentaje, pero esta proporcionalidad no se especifica a fondo. En la entrevista se busca profundizar en él y se consulta al profesor ¿qué operación funciona para hallar la proporción entre ambas prendas de ropa? Además de la cantidad total y el 80% que se conserva una vez aplicado el descuento, se pregunta al docente sobre el 20% restante, ¿también debe conservar la misma relación de diferencia entre \$200? Se registra lo siguiente:

*Docente: Una {división, dividir una cantidad entre otra para hallar la razón de proporcionalidad que existe entre las 2}.*

*Si debe conservarse la misma relación de diferencia, bueno, mientras sea el 20%, sí, pero si varía el 20%, {supongo que cambiará la relación que habrá entre las dos prendas, sí debe*

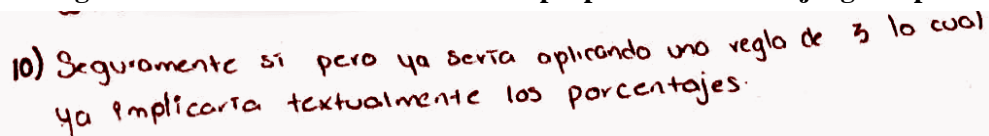
ser la misma cantidad la que va a variar, pero va a depender esa cantidad del porcentaje a descontar a las prendas}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)

Trabaja con el tema de dependencia entre cantidades para explicar la relación entre cantidades porcentuales.

De la entrevista, se obtiene la evidencia del docente sobre su conocimiento de la concepción de relación (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KSM), esto es, el uso de la proporcionalidad para relacionar el costo de las prendas (*Conexiones asociadas a la simplificación*), pero esto se evidencia en su explicación, no en la resolución del problema, donde conserva el mismo valor de \$200 de diferencia.

Posteriormente, en las tareas, se pregunta al docente por una solución diferente a la propuesta anteriormente, la intención es conocer su reflexión sobre la aplicación de porcentajes en la tarea, se registra lo siguiente

**Figura 9. Soluciones alternativas a la propuesta inicial del juego de prendas**



10) Seguramente sí pero ya sería aplicando una regla de 3 lo cual ya implicaría textualmente los porcentajes.

El docente no muestra otra solución, pero sí plantea un indicio de hacerlo, por lo anterior es que en la entrevista se consulta: ¿Podría plantear otra solución al problema, involucrando porcentajes?

*Docente: Sí, usando porcentajes, {podría aplicar incluso la fórmula de descuento}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

El docente propone una estrategia más de solución relacionada con fórmulas algebraicas, pero no hace una descripción sobre cómo abordar el problema usando porcentajes para establecer el precio de ambas prendas.

En la tarea, se consulta al docente por una solución algebraica y general, una que se espera ofrezca el conjunto de posibles soluciones al problema, el docente responde:

**Figura 10. Expresión algebraica para encontrar la solución al problema**



11) Sí →  $P_f = P_o * 0.8$  Dónde:  $P_f$  = precio final  
 $P_o$  = precio original.

Con lo anterior, la expresión algebraica se limita solo a la obtención del precio final, dado el precio global inicial, dejando de lado las variables individuales del precio inicial de las prendas, por lo que no se logra evidenciar un conocimiento.

Otra pregunta de la tarea indaga sobre cómo procede el docente y qué conocimiento utiliza para explicar la relación entre el precio y el descuento del juego de prendas sin usar porcentajes, el profesor contesta:

*Docente: Explicaría la relación del precio y el descuento como esa {proporción que se debe de mantener entre los precios, tanto entre el precio original del producto como en el precio final del mismo, como una regla de 3}. Aunque sí existe una expresión algebraica, de hecho, hay una fórmula específica para obtener el precio final teniendo el precio original o viceversa, que {son fórmulas de descuento y aumento}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

De lo anterior, surge la oportunidad de corroborar sobre el procedimiento a utilizar, se pregunta: ¿utilizaría entonces una fórmula como punto de partida?

*Docente: A mis alumnos, como yo se los enseño, parto de lo fácil a lo complejo. ¿Qué es lo fácil? {la regla de 3. Lo complejo sería convertir esos porcentajes en número decimal y hacer toda la multiplicación, al final ya les enseño las fórmulas, una que es para aumento y otra para descuento}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente muestra indicios de conocer la proporción que se debe mantener entre los precios, mas no lo describe bajo una razón, sino una diferencia.

En la entrevista se profundiza este indicio y se consulta al docente ¿cuál es la razón entre el precio de la playera y el precio de ambas prendas? ¿Qué fórmulas de descuento y aumento conoce? El docente respondió:

*Docente: La razón es de {400 sobre 1000}. Al menos conozco solamente dos, aunque en ambas nada más cambia el signo, {la fórmula dice que el precio final es igual al precio original menos el cociente del descuento entre 100}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Muestra evidencias de la parte decimal equivalente con los porcentajes, sabe aplicar incrementos y decrementos, conoce las fórmulas de descuento e incremento que se pueden aplicar a las cantidades como alternativa al uso de porcentajes, estas fórmulas las describe como la diferencia entre el precio original y el cociente del descuento entre 100 para obtener el nuevo precio del producto

(*KoT, Procedimientos*), no se detectan evidencias de conexiones con elementos geométricos, como cuadrículas o estimaciones con dibujos.

Conceptualmente, el docente identifica el concepto de porcentaje como razón o fracción en un contexto C (ver p. 25), lo cual se esperaba, ya que describe que las cantidades involucradas se relacionan y deben tratarse en conjunto para obtener la solución planteada, desafortunadamente, la relación que registra es mediante una diferencia y no una razón, como lo explica verbalmente cuando se le pregunta por la razón entre el precio de la playera y el de ambas prendas. En los registros escritos, el docente cae en el error de porcentaje como cantidad de absoluta, donde aplica el 20% a la suma total de ambas prendas, lo que equivale al 100%, y asume que ese 20% debe restarse en 10% para cada prenda, sin considerar que está trabajando con otras cantidades totales. Sigue una descripción verbal y algebraica para describir el problema, pero la expresión no muestra el valor de ambas prendas separadas, sino su valor en conjunto, esto es, algebraicamente no muestra la relación entre las variables de cada prenda, por tanto, no se presenta una estructura multiplicativa de relación parte-parte.

**Tabla 5.**

*Conocimientos hallados del subdominio KSM*

<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
Conexiones asociadas a la simplificación	Conoce los temas que pueden ayudar a la comprensión del porcentaje, como la proporcionalidad y la estrategia de la regla de 3, el uso de la recta numérica y diagramas visuales.
Conexiones de complejización	Conoce cómo tratar el tema de porcentajes con temas relacionados con la estadística, al usar varianza, covarianza y tablas de frecuencia (presente en la tarea tres, orientada al KPM). Conoce el uso de esquemas gráficos, como gráficos de pastel, para orientar la explicación del tema de porcentajes (presente en la tarea de cierre).
Conexiones auxiliares	Conoce temas como los de incremento y decremento asociados al porcentaje, así como la proporcionalidad, todo dentro de un entorno aritmético de trabajo (presente en la tarea uno, orientada al KoT). Muestra indicios sobre el uso de la razón proporcional, pero sujeta a una relación de diferencia.

Se identificaron relaciones en las evidencias del subdominio KSM, de la segunda tarea con el subdominio KoT, en la categoría de Procedimientos, ya que el docente emplea la diferencia entre la cantidad total y el cociente del descuento entre 100 como procedimiento para obtener el nuevo precio de las dos prendas que tienen descuento en el problema planteado.

#### 4.4 Resultados y análisis de la tercera tarea para explorar el conocimiento desde el KPM

La tarea presenta un comerciante que compra 500 paletas por \$2000 y tiene una estrategia de venta para obtener el 25% de margen de beneficio, luego decide cambiar su estrategia y aplicar un descuento de 20% a cada paleta, la primera pregunta busca conocer el beneficio de cambiar las estrategias de venta.

Figura 11. Estrategia escrita para hallar el precio final sin usar porcentajes

Handwritten notes for 'TAREA 3' showing data and a handwritten explanation:

**TAREA 3**

Datos  
500 paletas  
\$2000  
Utilidad  
25%

13) En realidad el margen de beneficio no cambia sigue siendo el 25% sobre el costo, lo que cambia es el precio final de cada paleta al aplicar un descuento del 20% a cada uno y por lo tanto el dinero que correspondía al 25% de utilidad original, se va a reducir.

El docente fija el margen de beneficio en el problema, asegura que cada paleta recibe un precio diferente con el descuento aplicado, lo que afectaría el margen de beneficio, se puede suponer que el descuento aplicado a cada artículo del problema no beneficia, pero este es un indicio, por lo que se pregunta en la entrevista ¿qué procedimiento se debe seguir para confirmar si el descuento aplicado a cada paleta beneficia las ventas del producto? El docente contesta:

*Docente: Lo que haría sería {calcular el beneficio que deberá obtener de los 2000 pesos, multiplicar por 0.25}, esto es, obtener el 25% de 2000, luego verificar cuánto deberías vender con ese margen de beneficio que vas a añadir a los 2000. Ahora bien, si ofreces un {descuento del 20% a cada paleta, entonces sería dividir 2000/500 para saber el precio de cada paleta, luego sacamos el 20% de esta cantidad, es decir, multiplicas por 0.8, al final multiplicas este resultado por 500 para conocer cuánto vas a ganar con esta estrategia}, aunque se aprecia que va a terminar perdiendo, {sí recupera lo invertido, pero no estaría ganando nada}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Aunque las respuestas del docente fueron verbales, evidencia el procedimiento que debe seguir para obtener el margen de beneficio, cantidades como el total y las decimales a convertir las identifica correctamente (*KoT, Procedimientos*), conoce cómo distinguir entre procedimientos y determinar los totales correspondientes, también afirma que la estrategia de descuento a cada paleta no beneficia a las ganancias de la venta, esto es, reflexiona y compara los totales de cada procedimiento para dar una respuesta a través del desarrollo de argumentos (*KoT, Procedimientos*).

También se pregunta en la entrevista al docente sobre las cantidades que pueden resultar claves para desarrollar el conocimiento del porcentaje en el estudiante, atendiendo las dificultades de realizar operaciones extensas o complejas que se puedan presentar al incluir cantidades al azar, ¿qué cantidades porcentuales pueden ser las más indicadas para trabajar con los estudiantes en la enseñanza del tema de porcentajes? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KPM) El docente responde:

*Docente: Pienso que podría ser cualquier cantidad la que tú metas al problema, en secundaria yo vería ideal enseñar {los porcentajes partiendo de la multiplicación de valores menores que obtengan porcentajes menores al 100%}, además de {cantidades como 0.5 o 0.8, al aumentar el 15%, es decir, 0.15, si aumento el 20%, o bien, 0.20}, cantidades de ese tipo. Creo que, si hablo de fracciones, sería hablar de casos más prácticos, como al usar una regla de 3. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Inicialmente el docente describe la respuesta con cualquier cantidad, pero precisa su respuesta y evidencia que las cantidades no deberían superar el 100%, deben ser cantidades decimales como 0.5 o 0.8, con aumentos pequeños, y cuando se trabaja con fracciones, su intervención debe llevarse a procedimientos como la regla de 3 (*KMT, Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos*), se evidencia la estrategia de enseñanza que utiliza cantidades clave para trabajar con el tema de porcentajes, estas son menores al 100% y las describe con décimos o centésimos con terminación en 5.

En la tarea, se pregunta al docente sobre las cantidades primordiales para conocer la venta de cada paleta y las cantidades que pueden variar sin alterar al planteamiento, el docente responde:

### **Figura 12. Cantidades clave para resolver el problema**

Descuento  
20%      14) La cantidad de paletas y el costo total por la compra del lote y el porcentaje de utilidad esperado.

El docente evidencia conocimiento de las cantidades que en el problema intervienen por necesidad, esto es, los datos de entrada del problema y el porcentaje de utilidad esperado, dichas cantidades se escriben en un lugar particular del proceso de solución, por otro lado, el porcentaje de utilidad lo detecta como una cantidad variable, de esta manera, el profesor sabe cómo reemplazar condiciones para crear problemas equivalentes (*Conocimiento de la práctica para resolver problemas*).

Otra pregunta de la tarea consiste en el proceso de solución a trabajar con los estudiantes, además, surge la oportunidad de preguntar sobre cómo el docente reconoce que el estudiante razona sobre el porcentaje, el docente responde:

*Docente: Yo les digo - [...] Ahora que conoces toda tu inversión, 2000 pesos como dice el ejercicio, ¿cuántas pulseritas estás esperando fabricar?, o ¿para cuántas pulseritas te alcanza? Ejemplo, 100 pulseritas. Si tú divides 2000 pesos / 100 pulseritas, ¿le vas a ganar algo a cada pulserita o te va a salir el costo fijo? ¿necesitas ganar dinero?, ¿no?, pues las debes vender más caras, bueno, ¿cuánto más caras las quieres vender? Por ejemplo, 40- Ahí es en donde yo les {empiezo a hablar acerca de la utilidad, del margen de beneficio, porque era el 100% de mi costo anterior, quieres ganar un porcentaje más que el precio de compra}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente aterriza conceptos asociados al porcentaje sobre la utilidad y el margen de beneficio, temas que permiten un acercamiento real a los porcentajes, como el total (KSM, *Conexiones de complejización*). También emplea preguntas relacionadas con la situación, emplea otros ejemplos con los que puede explorar más el grado de comprensión del estudiante (KoT, *Fenomenología y aplicaciones*).

Pero en estos casos, ¿usted considera que ellos razonan el porcentaje? o ¿procesan sólo las cantidades, los precios sin considerar el porcentaje, o ambas?

*Docente: Yo digo que procesan los 2, {mi metodología de enseñanza está basada en problemas}. Les enseño los algoritmos para que ellos conozcan la metodología como tal, pero voy directamente a aplicaciones. {A mí lo que me funciona mucho para que ellos lo puedan entender es desglosarlo. Yo aplico datos, operaciones o desarrollo}. {Resulta así porque eso hace que ellos realmente tengan una buena lectura de comprensión}, ellos desglosan los datos, entonces ellos solitos ya lo razonan, después voy {modificando los problemas}, Ya {en segundo de secundaria se ve estadística, pero avanzamos con temas de varianza, covarianza, tablas de frecuencias, ya que en el colegio donde trabajo sí nos piden un nivel así más elevado}. De repente sí me cuesta mucho trabajo con algunos alumnos. {Se trata de que ellos verbalizan sus procedimientos, no nada más que los plasmemos}. {Cuando ellos me explican cómo lo hicieron, sé que ya aprendió, ya entendió cómo lo hizo y cómo lo va a hacer en el siguiente}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Su punto de partida fue sobre aprendizaje basado en problemas?

*Docente: Así es. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Inicialmente se detecta la evidencia del docente en el uso de una metodología personal de enseñanza que está basada en problemas, justificado en una metodología donde enseña algoritmos que ejecuta y pone en práctica (*KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*).

Otra evidencia que se detecta es el proceso que el docente conoce para resolver un problema y afirma que lo que ayuda a los estudiantes a entender el problema es la aplicación de datos, seguida del proceso de operaciones y que concluye con el proceso de resolución del problema, este proceso resulta útil con una buena lectura de comprensión, es decir, puede simplificar y subdividir el problema (*Práctica de resolver problemas*), otra evidencia se identifica cuando el docente menciona que reformula los problemas, en una siguiente tarea se reconocen las cantidades clave que trabaja para lograr cambiar las condiciones del problema sin que represente problemas al estudiante al hacer operaciones (*Práctica de resolver problemas*).

Otra evidencia detectada es el conocimiento del docente sobre los temas que aborda en otros niveles, en donde requiere de los porcentajes como punto de partida, enseñando varianza, covarianza y tablas de frecuencia (*KSM, Conexiones de complejización*).

Se evidencia el conocimiento del docente para comprobar que el estudiante ha comprendido el problema cuando busca que verbalicen y puedan explicar los procedimientos, no solamente escribirlos, es decir, los estudiantes deben saber interpretar lo que están haciendo y lo que pueden hacer en los siguientes problemas (*KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*).

La última pregunta de la tarea busca la descripción del docente los símbolos que trabaja con los estudiantes para comunicar porcentajes, el docente responde:

### **Figura 13. Simbología de los porcentajes**

16) Partiendo de fracciones, pasando a proporcionalidad hasta que ellos mismos infirieron el concepto de porcentaje.

El docente evidencia la forma en la que se puede estudiar el porcentaje desde la integración de otros temas, en orden trabaja las fracciones y después la proporcionalidad (*KSM, Conexiones de simplificación*), además da indicios del proceso matemático que debe seguir para la inferencia del porcentaje, esto lleva a realizar una pregunta en la entrevista sobre la simbología que trabaja, se consulta ¿qué símbolos trabaja con el estudiante cuando enseña porcentajes? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KSM), el docente explicó:

*Docente: Normalmente {uso flechas para asociar cantidades}, como cuando trabajo con la regla de 3. El {símbolo de porcentaje en secundaria ya lo considero desde el principio, considero que ese ya se aprende desde la primaria}, en secundaria ya deben saber cómo es el símbolo de porcentaje. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

El docente evidencia el uso de símbolos para trabajar con cantidades porcentuales, estos símbolos van ligados a estrategias como la regla de 3, además asume que el símbolo de porcentaje se debe tener en el conocimiento del estudiante de primaria, por lo que lo trabaja de entrada en secundaria (*Conocimiento del papel del lenguaje matemático*).

Conceptualmente, el docente describe dos casos diferentes con el porcentaje bajo un contexto D (ver p. 25), pues necesita reconocer la diferencia entre porcentajes para emitir una respuesta a la situación. Trabaja con símbolos para explicar y conversar sobre el manejo de cantidades porcentuales, trabaja con una situación de tipo 1 (ver p. 29), pues encuentra una cantidad total dados un porcentaje y una cantidad inicial asignada.

El docente también trata con cantidades decimales y aplica las operaciones necesarias para declarar pérdidas o ganancias en el descuento aplicado a las 500 paletas que se esperan vender, además, ejecuta la relación parte-todo para determinar la nueva ganancia total en ambas estrategias de venta.

**Tabla 6.**

*Conocimientos hallados del subdominio KPM*

<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
Conocimiento de la práctica de resolver problemas	Conoce el proceso que debe desarrollar para trabajar con porcentajes, conoce cómo interviene el porcentaje para resolver el problema, sabe en qué situación ejemplificarlo y cómo modificar las condiciones del problema.
Papel del lenguaje matemático	Usa la simbología necesaria para interpretar los porcentajes, conoce cuándo y dónde se incluyen cantidades decimales, lo usa para operar y validar expresiones. Utiliza flechas como parte de la aplicación de estrategias operatorias como la regla de 3, además asume que el símbolo de porcentaje ya lo deben conocer los estudiantes, por lo que lo incluye en el temario desde el principio del tema.

Se identificaron relaciones en las evidencias del subdominio KPM de la tercera tarea con el subdominio KoT, en la categoría de fenomenología y aplicaciones, ya que el docente explora con nuevas preguntas la situación para llegar a la resolución, evaluando cómo se trabajan las cantidades

empleadas para la venta de paletas y el margen de beneficio; también ocurre una relación con la categoría de Procedimientos, ya que describe las cantidades por trabajar para obtener los totales esperados del problema y tomar la mejor decisión de venta de paletas.

También, del dominio KPM, se identificó relación con el subdominio KMT, en la categoría de Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos, por el uso de cantidades clave como estrategia para enseñar el porcentaje a los alumnos en el planteamiento de situaciones, además del uso de metodología basada en problemas para la enseñanza de algoritmos que el estudiante implemente en problemas similares. Por último, se detectó relación entre con el subdominio KSM, en la categoría de Conexiones de complejización, por el manejo de términos estadísticos, como el margen de beneficio y la utilidad en situaciones de economía, para enseñar un caso práctico de porcentajes.

#### **4.5 Resultados y análisis de la cuarta tarea para explorar el conocimiento desde el KFLM**

En esta tarea se plantea un caso de ahorros, primero se ahorra el 50% de \$50 y después el 25% de \$100, las cantidades son pequeñas porque se prioriza la forma de trabajar con los procedimientos para resolver el problema. Primero se pregunta al docente sobre las estrategias que esperaría que el estudiante desarrolle, se registra lo siguiente:

*Docente: Bueno, primero que nada, {que el estudiante infiera ya en ese punto, que el 50% de una cantidad es la mitad de esa cantidad, realmente está partiendo en partes, y si tomas 50, estás tomando la mitad}. Entonces eso sucede cuando tienes que obtener el 50% de 50, es decir, la mitad de 50, 25. De los 100 pesos que le dieron los abuelos a Juan. {Si ellos ya entendieron que el porcentaje se refiere a una parte de 100, así, si estás tomando 25%, quiere decir que le aumentas los otros 25 pesos}. {De esa manera lo hacen con el sentido lógico}. {Muchos chicos hoy en día ya no quieren escribir, muchos nada más lo hacen por lógica o por inferencia, pero ya muchos ya no escriben}. Pero es más para que ellos estructuren, o sea, se ordenen, porque si no hacen operaciones sin un orden. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia su conocimiento sobre los procedimientos que el estudiante usa cuando desarrolla situaciones sobre porcentaje, reconoce cuándo y cómo trabajan las cantidades porcentuales en el problema (*Formas de interacción con un contenido matemático*), identifica cuándo se puede llegar a dificultades en el desarrollo de problemas (*Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas*).

Otra pregunta de la tarea pretende identificar qué conceptos o ideas previas al uso de porcentaje que el docente aplicaría para explicar a los estudiantes cómo enfrentar la situación y determinar el ahorro inicial y final, el docente respondió:

*Docente: Fracciones, específicamente para este problema, el concepto de medios y cuartos. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente identifica al tema de porcentajes para explicar porcentajes y dar solución al problema planteado, esto se sostiene con ayuda de las tareas realizadas previamente, donde el docente usa procedimientos con fracciones para obtener porcentajes, además de usar cantidades clave que faciliten el desarrollo de operaciones, como el uso de cifras que no superen el 100%.

Una de las preguntas de la tarea busca el conocimiento del docente para identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en el tema de porcentajes, se registró lo siguiente:

*Docente: Quizás uno podría tener {problemas con saber que un porcentaje es una parte de 100} [...]. {Hay algo que no les permite todavía hacer los procedimientos, no lo razonan, yo pienso que ellos tendrían todavía que hacer las operaciones escritas}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Complementando la pregunta, surge la oportunidad de consultar al docente sobre la forma en la que detecta estas fortalezas y debilidades en la práctica del estudiante, se pregunta ¿esto lo ha detectado cuando ellos escriben su procedimiento, o lo detecta visualmente? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KFLM) El docente contesta:

*Docente: De las dos formas, tanto visualmente como cuando escriben su respuesta, {visualmente porque se quedan sin hacer nada, o ya pasaron 5 minutos y todavía no escriben nada, también en sus procedimientos, por ejemplo, en una regla de 3, donde tienen que relacionar paletas con paletas y costo con costo, para poder armar la regla, ellos no siguen un orden}. Yo pienso que sí hay alumnos que tienen ciertas barreras de aprendizaje, hablando de otras cosas, pero también veo esa dificultad para concentrarse, como que {esa sobreestimulación en los alumnos hacia otras cosas les cuesta mucho trabajo para enfocarse, no estructuran ni son ordenados, ellos quieren saltarse los pasos, pasarse del paso uno al 10, quieren hacer el mínimo esfuerzo indispensable para llegar al resultado} y por eso se equivocan. Sobre las {fortalezas, en este tipo de problemas favorece mucho el cálculo mental}. Bueno, yo he visto que en ellos sí favorece mucho, y al razonamiento, porque ellos tienen que identificar de inicio, por ejemplo, {qué cantidad representa el 100%, y como ellos ya saben que es una parte del 100, el porcentaje es una parte de ese 100, desarrollan esa*

*capacidad de cálculo mental y de razonamiento}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia que una de las dificultades del estudiante está en conceptualizar el porcentaje, la solución está en registrar de forma escrita el procedimiento, ya que aún no se ha formado un razonamiento formal y de cálculo en el estudiante, pueden presentar también el error sobre el orden en que aplican estrategias matemáticas, como la regla de 3, la organización escrita o carente de sus procedimientos puede llevarlos a la equivocación (*Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*) (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KFLM). Otra evidencia que describe el docente es que detecta en los estudiantes, el cálculo mental que el estudiante desarrolla para llegar a la solución, el razonamiento del 100% y la abstracción de sus equivalencias decimales (*Maneras en que el estudiante interactúa con el contenido matemático*), también detecta que el estudiante está confundido o no ha comprendido el tema cuando no avanza ni desarrolla procedimientos (*Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas*).

Para explorar más sobre los indicios del conocimiento docente sobre las acciones del estudiante para responder a problemas de porcentaje, se pregunta en la entrevista ¿Qué procedimientos conoce que el estudiante acostumbra a aplicar cuando resuelve situaciones de porcentajes? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KFLM) El docente responde:

*Docente: En el caso de mis alumnos, lo que hacen precisamente es que dividen la cantidad total entre 100 y lo que les da lo multiplican por el porcentaje que quieren obtener, es decir, {primero sacan el factor unitario, lo que vale el 1%, luego lo multiplican por lo que quieren obtener}, la mayoría de las veces ellos van multiplicando para hacer procedimientos de obtención de porcentajes. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

El docente evidencia que conoce los procedimientos que suelen usar sus estudiantes y cómo proceden para calcular porcentajes, usan un punto de partida y al que deben llegar, que es el valor unitario, la cantidad de la que pueden obtener las cantidades porcentuales deseadas, considera la multiplicación como la operación objetivo que les ayuda a realizar estos procedimientos (*Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático*).

Una última pregunta de la tarea consiste en identificar los cambios que el docente haría al problema en favor del interés del estudiante, se registró lo siguiente:

*Docente: Yo a veces {he llevado memoramas en donde aplico el cálculo mental, como ejercicios sencillitos y que se pueden calcular sin necesidad de hacer operaciones}, entonces les he llevado el problema por un lado y la respuesta por el otro. Igual a veces lo que hago*

*es {cronometrarles con audios y proyecciones en la pizarra}, les digo -tienen 5 minutos para resolverlo-, se están volviendo competitivos entre ellos, concentrados. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

De la tarea realizada se evidencia que el docente interactúa con los estudiantes con ayuda de ejercicios simples que refuerzan las operaciones, establece tiempos para resolver el problema y generar la competencia, esto lo hace con la intención de motivar e impulsar a los estudiantes a trabajar (KMT, Estrategias de enseñanza).

El docente describe que trabaja con materiales concretos, memoramas que le permiten entrenar las operaciones con los estudiantes, usa la pizarra digital y audios para presentar problemas y mejorar la comprensión a los problemas (KMT, Recursos didácticos).

Conceptualmente, el docente hace un tratamiento del porcentaje con una situación de tipo 1 (ver p. 29), donde debe conseguir una cantidad nueva dada una inicial y su porcentaje correspondiente, esto lo aplica correctamente con nuevas cantidades totales hasta obtener la solución deseada, lo que equivale también a trabajar con el porcentaje como razón o fracción en contexto A (ver p. 25), pues el porcentaje lo determinan diferentes totales según la iteración del problema. Incluye representaciones verbales del porcentaje para describir las dificultades y fortalezas que los estudiantes pueden presentar en la situación.

**Tabla 7.**

*Conocimientos hallados del subdominio KFLM*

<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
Teoría de aprendizaje en EM y personales	Conoce cómo trabajar con el aprendizaje basado en problemas como estrategia, bajo un enfoque personal, interactúa con los estudiantes planteando problemas situacionales y desarrollando el porcentaje con la marcha, estableciendo las cantidades clave e incentivando la participación con tiempos y ejercicios de repaso.
Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Conoce cuándo los estudiantes tienen fortalezas para trabajar con el porcentaje, su representación y equivalencia, las estrategias usadas, identifica las debilidades del estudiante, tanto los errores que pueden producirse al desarrollar problemas y las dificultades que llevan a conclusiones erróneas.
Maneras en que los estudiantes interactúan con el contenido	Conoce cuándo el estudiante trabaja con cantidades porcentuales y cómo avanza en el desarrollo del problema, la conversión sobre las cantidades y las estrategias usadas, como la regla de 3. Además, identifica que el procedimiento de sus estudiantes se enfoca en hallar la cantidad unitaria,

matemático	posteriormente pueden procesar la cantidad porcentual deseado con multiplicaciones.
Aspectos emocionales en el aprendizaje de la matemática	Detecta que el estudiante presenta confusión y cómo responde al problema si no ha asimilado cómo trabajar con el problema, conoce cómo trabajar con sus estudiantes para motivar la participación y la resolución de problemas.

Se identificaron relaciones en las evidencias del subdominio KFLM de la cuarta tarea con el subdominio KMT, en la categoría de Estrategias de enseñanza, ya que el docente motiva y trabaja en el grupo con tiempos en formato de reto para mantener activa la participación y el ritmo de trabajo en la resolución de problemas; también se halló relación con la categoría de Recursos didácticos, ya que el docente describe el uso de recursos digitales actividades como memoramas para entrenar y practicar el tema con los estudiantes.

#### 4.6 Resultados y análisis de la quinta tarea para explorar el conocimiento desde el KMT

En esta tarea se maneja la aplicación de diferentes porcentajes sobre un total y se interroga acerca de la conmutatividad en el cálculo de las cantidades porcentuales, en particular, se busca identificar si el descuento aplicado al costo de una vajilla más el IVA del 16% es lo mismo que aplicar primero el IVA a la vajilla y posteriormente generar el descuento correspondiente. Primeramente, se pregunta al docente sobre los elementos del problema que buscaría priorizar para que el alumno razone el problema, su respuesta es la siguiente:

*Docente: {En que no es lo mismo aplicar el IVA al producto con el precio original que ya con el descuento, platicar un poco sobre qué es el IVA}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia la diferencia de aplicar porcentajes a cantidades totales diferentes, es decir, con descuento o sin descuento (KoT, *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*).

Otra de las preguntas de la tarea se enfoca en la estrategia personal o institucional del docente y el efecto que esto tiene para el estudiante en la superación de dificultades para analizar el argumento del cliente, acompañando a la respuesta del docente, surgió la oportunidad de consultar sobre los esquemas de trabajo en otras instituciones y argumentó sobre las teorías de enseñanza practicadas en las instituciones donde ha laborado, también se consultó sobre el tiempo que usa para enseñar el tema de porcentaje, el docente lo explica a continuación:

*Docente: [...] {si en las escuelas, desde pequeñitos se les empezara a hablar de algunos conceptos de educación financiera, sin necesidad de caer tanto en tecnicismos, para que los*

*chicos en secundaria ya entendieran algunos conceptos}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Y, ¿algún material que usted conozca que ya exista dentro de ese currículum institucional? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMT) Hablamos de lo que normalmente establece la SEP, como las estrategias que implementa u otras instituciones y ya han sido establecidas. ¿Conoce alguno?

*Docente: [...] {Trabajé anteriormente en una escuela en donde sí llevan Emprendimiento.} Ahí les enseñan a los niños precisamente conceptos básicos de lo que es ser un emprendedor, hacían sus planes de negocios, estrategias de venta [...] (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Y cómo le ayudó este conocimiento? ¿Lo ha ocupado en sus clases? ¿Sobre los libros?

*Docente: {Experiencia laboral en eso sí}. [...] Y sobre los libros, en la escuela donde trabajaba antes, donde se imparte del emprendimiento, sí llevaba libros, pero en mi escuela actual no, {yo genero mi propio material, es mi propio diseño curricular}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Y usted ha utilizado un tema o algún material en particular que le ha ayudado mucho?

*Docente: {En los libros que me guío son de Santillana, pero para instituciones privadas, porque con instituciones públicas no es el caso, en privadas, el libro trae todo, está inundado de problemas y de ejercicios interactivos también.} Yo diseño mi asignatura y un material para que los chicos razonen. {A mí me gusta mucho aplicarles esa hojita de porcentajes que poseo, la tengo desde hace cuatro años porque es la que les aplico cada que termino de ver el tema.} {De hecho, en mi caso ya no debería ver porcentajes, ese es tema de primaria, en primer año de secundaria les enseño racionalizaciones, cómo calcular la raíz cuadrada}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Cuánto tiempo le toma a usted enseñar el tema de porcentajes en el currículum?

*Docente: {Como una semana a lo mucho.} Lo que sí veo con ellos, por ejemplo, es proporcionalidad, allí vuelven a tomar un poquito de lo que son los porcentajes, si van avanzados, aunque yo no soy partidaria de eso, el cerebro tiene sus etapas cognitivas. Entonces yo siento que también no hay que forzar esa madurez. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

De la tarea sobre KMT, se evidencia el uso del aprendizaje basado en problemas para integrar el tema de porcentajes, de la tarea de cierre, se evidencia que el profesor integra el constructivismo en su metodología de enseñanza, busca crear la reflexión del estudiante sobre preguntas relacionadas con situaciones vivenciadas por el estudiante. Trabaja con un currículo propio que diseña con experiencias profesionales personales, a diferencia de la institución anterior donde laboraba, en la que implementaban los conocimientos del estudiante en una asignatura de emprendimiento propio de la escuela. De la tarea, se detecta que usa actividades recreativas con los estudiantes que le ayudan a reforzar el conocimiento del estudiante, utiliza la pizarra digital como parte del material didáctico (*Recursos didácticos físicos y digitales*) y recurre a la participación de los estudiantes con el modelo de competencias (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMT), plantea tiempos para trabajar con todo el grupo, utiliza también una hoja de ejercicios didácticos sobre porcentajes para verificar el conocimiento adquirido por el estudiante. Una evidencia más del docente se registra en su conocimiento de la posición del tema de porcentajes dentro del aprendizaje del alumno, el cual, visto desde el nivel escolar, considera que se debe abordar en primaria, mientras que en secundaria se debe dar lugar a sus aplicaciones como en raíces cuadradas o las razones (*KMLS, Secuencia de temas*).

Otra pregunta de la tarea busca conocer los recursos didácticos que el docente puede trabajar con los estudiantes para facilitar la comprensión del problema, también se consulta sobre elementos que el docente puede añadir para identificar la comprensión del estudiante, como preguntas, tareas, ejemplos o técnicas, con ello surge la oportunidad de preguntar sobre el desarrollo del estudiante hacia el problema con estos recursos, el docente añadió:

*Docente: [...] Un ejemplo, {vamos a armar un proyecto acerca de este, los chicos lo llevarán a cabo de ese modo a la vez que están comprendiendo los conceptos, los están poniendo en práctica}. {Eso los va a ayudar, aprender haciendo siempre que es lo mejor, es lo que te lleva realmente a comprender los conceptos y entender ya después cualquier problema que te pongan}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Plantearía alguna pregunta adicional, ejemplo, tarea o técnica que le ayude a identificar que el alumno ha comprendido el problema? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMT)

*Docente: {Algo comentaba sobre la hoja de ejercicios, esa es la que yo utilizo para saber si ellos ya lo entendieron o no, podría decirse que es un tipo de evaluación.} A mí me gustaba hacerlas más dinámicas, identificar cosas, ahorita donde estoy trabajando, es mi segundo año, nos tienen prohibidas ese tipo de evaluaciones, no podemos poner evaluaciones de*

*opción múltiple, de relacionar o verdadero/falso, completar. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

¿Entonces es todo desarrollado por el alumno?

*Docente: No hay que explicar el procedimiento para calcular un porcentaje, {el alumno tiene que verbalizar el procedimiento para calcular un porcentaje, todo es abierto, no tenemos permitido hacer otro tipo de evaluaciones}, pero esto sí les ayuda a los estudiantes, realmente se ponen a estudiar. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Se evidencia que la estrategia de trabajo del docente es aprender haciendo, pues esto formaliza la comprensión del estudiante sobre el tema, sigue los lineamientos de su institución, las cuales marcan la iniciativa de labor propia del estudiante para resolver problemas, el estudiante debe verbalizar el procedimiento, por último, utiliza una evaluación como parte de las tareas para trabajar con los estudiantes, son ejercicios de refuerzo que le ayudan a comprobar la comprensión del alumno en clases (*Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*) (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMT), esta hoja de ejercicios se presenta en el Anexo D.

Adicionando a la investigación el conocimiento del docente sobre los recursos didácticos y digitales, surge el indicio de conocer sobre las implicaciones de su uso e implementación en el aula, esto lleva a preguntar en la entrevista lo siguiente: ¿Ha tenido problemas para implementar algún material digital en sus clases? El docente respondió:

*Docente: En la escuela donde yo trabajo no tiene infraestructura, pero yo utilizo mi propio cañón, uso mis propios recursos, en mi anterior escuela, cada chico tenía una Chromebook, se había creado un convenio con Google for Education y Google le mandó una Chromebook a cada alumno, les dejaba actividades interactivas para la clase. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Adicionalmente, en la entrevista se consultó sobre el beneficio de estos recursos digitales, el docente respondió a la siguiente pregunta ¿considera que dichos recursos digitales ayudan en la mejora de la explicación del porcentaje?

*Docente: Sí, de todos los temas, como que {los motiva, vas variando también la metodología, los mantiene más atentos, más expectantes también y abiertos a aprender}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

Por último, se consulta sobre la ayuda que brindan estos recursos a su clase, ¿qué tipo de entornos y materiales didácticos le han ayudado más a enseñar porcentajes? (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMT)

*Docente: De materiales digitales, por ejemplo, {para las gráficas, hacerlo de manera digital es mucho más fácil y más rápido, más llamativo}, a mí me gustó mucho trabajar con Santillana, pero la versión de Estela, en ese entorno que es digital tiene muchísimas actividades interactivas, simuladores, te ayuda en cualquier tema de matemáticas, disponemos en todo momento de ese recurso digital, son plataformas muy intuitivas, también {los propios estudiantes te ayudan mucho, ellos exploran por cuenta propia las actividades}. (Docente, Extracto de entrevista, 02 de abril de 2024)*

El docente evidencia que los recursos digitales que trabaja en su institución son propios, mas no le impide trabajar con estrategias con los estudiantes, de los trabajos en donde ha estado se ha dado cuenta que los recursos digitales motivan más al estudiante, moldean una metodología más dinámica, es más fácil diseñar gráficos y resulta llamativo para los estudiantes, contar con los recursos mejora la interacción de los estudiantes con el conocimiento que se está adquiriendo (*Recursos didácticos físicos y digitales*).

El docente reconoce la diferencia en la aplicación de porcentajes bajo dos cantidades totales distintas, hace un tratamiento del porcentaje en contexto B (ver p. 25), pues el cambio de porcentaje sobre la cantidad total es distinto, no lo describe directamente, pero reconoce la obtención de una cantidad nueva como resultado de la situación, esto es, una situación de tipo 1 (ver p. 29), donde se describe una cantidad total y un porcentaje específicos para conseguir una nueva cantidad.

**Tabla 8.**

*Conocimientos hallados del subdominio KMT*

<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
Teoría de la enseñanza de las matemáticas	Conoce e integra el constructivismo en su metodología de enseñanza, busca crear la reflexión del estudiante sobre preguntas relacionadas con situaciones vivenciadas por el estudiante, su currículo es personal y lo ha construido con la experiencia profesional de las demás áreas de estudio.
Recursos didácticos (físicos y digitales)	Conoce el uso de la pizarra digital y audios para presentar los problemas, trabaja con memoramas para reforzar el aprendizaje, la motivación y participación. Explica el beneficio que tienen los recursos digitales para

	la enseñanza del porcentaje, la dinámica y motivación que surge cuando los estudiantes trabajan con material digital, lo que mejora los procesos de enseñanza y aprendizaje.
Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce y trabaja con un enfoque constructivista como parte del enfoque cognitivo en el que busca que el estudiante aprenda bajo experiencias. Para evaluar, usa un listado de ejercicios sobre porcentajes que ayudan a identificar el nivel de aprendizaje del estudiante, las técnicas de aprendizaje y refuerzo son un diseño propio que trabaja usando el tiempo como parte de las competencias para el estudiante y medio de participación, integra situaciones reales y vivencias del alumno.

Se identificaron relaciones en las evidencias del subdominio KMT de la quinta tarea con el subdominio KoT, en la categoría de Definiciones, propiedades y sus fundamentos, por la diferencia que destaca el docente en el orden en que se aplican los porcentajes a la cantidad total planteada en el problema de descuento e IVA que tiene un producto. También se identificó relación con el subdominio KMLS, en la categoría de Secuencia de temas, ya que el docente considera apropiado integrar el tema de porcentajes en secundaria con enfoque en las aplicaciones para temas como raíces o razones.

#### 4.7 Resultados y análisis de la sexta tarea para explorar el conocimiento desde el KMLS

Esta tarea plantea un problema que no involucra directamente porcentajes, sino una cantidad total de 100 personas, en el problema se solicitan particiones de dicho total en formato de fracción. La primera pregunta busca que el docente explique la relación entre los ponentes y la cantidad absoluta de personas en el congreso, la respuesta que se registró fue la siguiente:

**Figura 14. Relación entre ponentes y cantidad de personas en el congreso**

• TAREA 6.

25) El ejercicio plantea que 60 de 100 son catedráticos (maestros) y que esa cantidad representa las  $\frac{3}{5}$  partes de total de asistentes lo cual es correcto. ya que  $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$  y nos dice que  $\frac{1}{4}$  de maestros son ponentes es decir  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{3}{5}$  y como  $\frac{3}{5}$  son 60 por lo tanto:

$$60 * \frac{1}{4} = \frac{60}{4} = 15 \text{ personas son docentes.}$$

El docente evidencia la relación entre las cantidades, decimales y fracciones, usa razones para llegar al resultado y trabaja correctamente con las cantidades totales para obtener el resultado deseado (*Resultados de aprendizajes esperados*).


Otra pregunta de la tarea trata sobre el contenido propuesto por la SEP (2023) y la presencia que debería tener en el currículo al identificar los conocimientos que se trabaja, el docente argumentó:

*Docente: Yo digo que razones y proporciones, porque finalmente estás calculando la fracción de una fracción o la fracción de un entero. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia que se trata de un caso que se trabaja en el tema de razones y proporciones; para el programa de la SEP (2023), el uso de las fracciones antecede al de porcentajes, mientras que el uso de la proporcionalidad se presenta después, el docente conoce el contenido curricular que se relaciona con el problema planteado (*Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental*) (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMLS).

Otra pregunta realizada al docente pretende conocer el momento que considera adecuado integrar la situación ante el grupo, su respuesta es precisa:

#### **Figura 15. Ubicación del problema planteado dentro del currículo**



27) Al final por que hablamos de fracción de una fracción.

El docente evidencia que el problema se debe tratar al final, además se consulta sobre los contenidos que se pueden desarrollar o repasar con este problema. (*Secuencia de temas*).

En la tarea se pregunta sobre los conocimientos a considerar que debe tener el docente antes y después del aprendizaje de porcentaje, el docente respondió:

*Docente: {Primero fracciones, es indispensable para que ellos entiendan}. Además de los porcentajes, ¿para qué conocimientos funciona como base? para más adelante abordar {temas de probabilidad y estadística, porque en probabilidad se vuelven a ver este tipo de preguntas, como relaciones, fracción de una fracción o fracción de un número entero}. Se ven ese tipo de ejercicios en {probabilidad y estadística}. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia el conocimiento de los temas que anteceden al porcentaje, las fracciones, las razones y proporciones, como parte de los temas que toman al porcentaje como base, están los temas de probabilidad y estadística, donde se ejercen la relación entre cantidades (*Secuencia de temas*) (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMLS).

Sobre el tratamiento que el docente hace del porcentaje como razón y fracción, usa una representación simbólica con fracciones y omite las cantidades porcentuales, hace las conversiones

suficientes para resolver el problema, describiendo una estructura intensiva de relación parte todo, pues se enfoca en obtener la razón entre subconjuntos de un conjunto más grande.

**Tabla 9.**

*Conocimientos hallados del subdominio KMLS*

<b>Categoría</b>	<b>Descriptor</b>
Resultados de aprendizajes esperados	Reconoce las necesidades de los temas para atender problemas del contenido curricular, trabaja con relaciones entre cantidades, decimales y fracciones.
Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental	Conoce los saberes que se deben desarrollar para aplicar procedimientos porcentuales, reconoce los temas que hacen falta para abordar problemas de esta temática
Secuencia de temas	Conoce los temas que anteceden a los porcentajes, como los de proporciones, fracciones y relaciones, así como aquellos que manejan una base porcentual para su aprendizaje, estos son temas de probabilidad y estadística.

#### **4.8 Resultados y análisis de la Tarea de Cierre**

Se consultó al docente sobre la apreciación personal de su conocimiento sobre porcentajes que demostró ante el desarrollo de las tareas:

*Docente: Pues en cuanto a cómo calcular un porcentaje, pues sí, considero que es amplio en relación con la forma de llevar el tema con el currículo de la SEP. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Al relacionar los argumentos de las demás tareas, el docente considera que la forma de trabajar con porcentajes es más amplia que como se desarrolla en el currículo de la SEP (2023) (*Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado, KMLS*).

Otra pregunta de la tarea consiste en identificar la profundidad con la que el currículo aborda el problema de porcentajes en la visión del docente, el argumentó:

*Docente: {El currículo en cuestión de la SEP, yo creo que está bien, pero yo no me guío con el currículo de la SEP. Yo lo veo muy fácil, como lo plantea la SEP, con qué profundidad, como un 30% de detalle, no hay mucha complejidad en lo que se aborda.} Yo veo que mis*

*alumnos pues sí lo usan y lo llevan a cabo, lo entienden y después en problemas donde tienen que aplicar o tienen que echar mano de esos conocimientos, lo hacen, pero no sé si debería de profundizar más en ese tema. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia el conocimiento de la profundidad que la SEP (2023) propone en comparación con la guía personal, mismo que considera general y con un grado de complejidad menor (KMLS, Resultados de aprendizajes esperados). Afirma que es suficiente para desarrollar problemas, pero es muy fácil cuando lo relaciona con los procesos de enseñanza personales.

Una última pregunta en la tarea busca la opinión sobre la magnitud de los conocimientos que enseña el docente a los estudiantes, además, se presentó la oportunidad de preguntar en qué otros temas se aborda el porcentaje, el docente responde:

*Docente: Pues en mi caso, creo que sí son un poco más profundos, cuando yo vi el tema de porcentajes fue una enseñanza suficiente, como lo necesario, pero se le puede sacar más provecho al tema, se puede llevar a los estudiantes a un pensamiento más reflexivo, más crítico acerca de las situaciones en donde ellos pudieran aplicar este tema, [...] {ahorita que estoy viendo estadística, sí viene el porcentaje, por añadidura, porque hacemos gráficas de pastel, relacionamos} [...] (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

El docente evidencia el uso de la estadística como un tema de complejización para trabajar con porcentajes, utilizando gráficos de pastel para tratar el tema (Conexiones de complejización).

Se consulta al docente sobre la formación que le ayudó a impulsar la forma de trabajo actual en el tema de porcentajes (KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), el docente argumenta:

*Docente: La que más me ha llamado la atención de todas las teorías es la del constructivismo, siento que es la única manera en la que realmente aprendes. O sea, tomas como base todos tus conocimientos anteriores, tus vivencias y las llevas a construir un nuevo conocimiento, creo que sí es para mí esa metodología. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Por último, se da la oportunidad de consultar últimos ejemplos donde se halla el porcentaje en otros temas (ver Tabla 11 del Anexo A, sección KMLS), el docente explica:

*Docente: No, creo que nada más que en este tipo de problemas, {pero sí podría ser de personas, de boletos vendidos o alumnos, una fiesta}, en química ellos aplican también esos*

*conocimientos, lo vuelves interdisciplinario, en física también veo termodinámica, cuando calculamos la cantidad de calor ganado o cedido. (Docente, Extracto de respuestas a las tareas, 15 de marzo de 2024)*

Estos temas son una muestra de la magnitud que el tema de porcentajes tiene para el docente en las situaciones o temáticas de aprendizaje, específicamente en el resto de las asignaturas que imparte, es evidencia del uso representativo del tema para su aplicación en otras áreas de estudio y la aplicación de fenómenos (*KoT, Fenomenología y aplicaciones*).

**Tabla 10.**

*Reflexiones del docente*

<b>Posturas</b>	<b>Descripción</b>
Reflexión personal	El docente considera que posee los conocimientos necesarios para trabajar con los estudiantes el tema de porcentajes, incluso más de lo que el currículo solicita para el grado de estudios.
Reflexión en procesos de enseñanza	El docente aborda procesos de enseñanza más allá del nivel propuesto, sin exceder la preparación del estudiante de secundaria, pero pretende ir más allá de los temas base de porcentajes, llegando a concepciones e introducción a la probabilidad.
Reflexión ante el currículo	Considera que el currículo aborda un contenido suficiente para responder a las preguntas que se preparan dentro del tema, pero no se exploran más allá de los contenidos propuestos.

## Capítulo 5

### Conclusiones

Esta investigación es resultado de una revisión literaria sujeta a todos los trabajos documentados en el capítulo de Referencias, por tanto, el alcance de la investigación engloba resultados que trabajan bajo esta línea de revisión. Las conclusiones presentadas surgen de los resultados obtenidos de las herramientas e instrumentos aplicados en la investigación a un docente participante, esto es, están direccionadas a un docente de nacionalidad mexicana que ha trabajado en el área centro-sur, que conoce el temario propuesto por la SEP y ha trabajado el tema de porcentajes como introductorio en educación básica y como tema base en primer grado de secundaria (ver detalles del participante en la sección 3.2.2)

Esta investigación analizó el conocimiento especializado de un profesor de matemáticas sobre porcentajes mediante el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018), utilizando una secuencia de ocho tareas con 32 reactivos diseñados a partir de los subdominios del modelo. Las tareas están basadas en situaciones reales (Sanabria, 2019) y pasaron por la validez de contenido (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008) con ayuda de cinco expertos, se recolectaron evidencias cualitativas sobre las concepciones y estrategias didácticas del docente que participó en la investigación, complementadas con una entrevista semiestructurada. El análisis, guiado por una tabla de descriptores preparada con los conocimientos asociados al tema de porcentaje, que se pueden clasificar con las categorías de los subdominios del modelo MTSK, reveló tanto los conocimientos sólidos del docente participante como las áreas de oportunidad, destacando la importancia de integrar múltiples representaciones y conexiones con otros temas matemáticos en la enseñanza de porcentajes en secundaria.

Uno de los recursos que se crearon para la investigación es la tabla de descriptores, aunque esta tabla se puede generar con la información de las categorías existentes en el modelo MTSK (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Climent et al., 2022) para temas matemáticos, en este trabajo se realizó un análisis profundo sobre concepciones y representaciones del porcentaje con una revisión literaria (algunas de las consultas más amplias sobre el tema son: Parker y Leinhardt, 1995; Salinas, 2016) y se dio tratamiento a la red de estudios sobre porcentaje para integrarlas como un listado de conocimientos que pueden agruparse de acuerdo a las categorías de los subdominios del modelo MTSK. Con lo anterior se elaboró la tabla 11 del Anexo A, es un recurso que permite explorar el conocimiento docente asociado a subdominios con ayuda de preguntas, además se describen algunas respuestas esperadas a estas interrogantes. Dentro de la investigación, esta tabla sirvió de guía para diseñar las tareas con estas preguntas orientadoras, y se lograron categorizar y analizar las respuestas

del docente en cada sección de la tabla 11, donde cada sección hace referencia a los subdominios de conocimiento especializado del modelo MTSK. Conforme la revisión de literatura, no se tiene registro de una tabla de descriptores donde se orgánico el conocimiento especializado docente en los subdominios del modelo MTSK para el tema de porcentajes, de ahí que se haya construido bajo un amplio análisis del tema.

Montes et al. (2021) describen un guion reflexivo de tareas para aplicar en un taller a docentes en formación y obtener evidencias de conocimiento especializado, en esta investigación se hizo una adaptación del guion para enfocarlo al tema de porcentajes, no se orientó a un taller, sino a una secuencia de tareas para aplicar en un docente que ejerce la enseñanza de las matemáticas, pues es quien ha entrenado el tema con experiencia y formación profesional; de esta forma, la secuencia de tareas distribuye las preguntas originales del guion en tareas contextualizadas que producen evidencias de conocimiento en su resolución. A diferencia de Montes et al. (2021), donde se aprecia un descubrimiento entre profesores sobre temas introductorios de matemáticas, el docente participante tiene ya establecido cómo iniciar el tema, qué concepto trabajar de porcentaje (con la base 100) y cantidades clave para trabajar, también reconoce el currículo que la institución maneja y lo ajusta a la necesidad y los recursos disponibles, una similitud que se puede apreciar respecto a esta investigación (Montes et al., 2021) es que el dominio del docente sobre el tema se sujeta mucho a la experiencia y la propia práctica.

Las tareas beneficiaron en la obtención de evidencias de conocimiento especializado del docente, junto con la entrevista semiestructurada se logró profundizar más en las respuestas, la flexibilidad de esto permitió explorar áreas que no habían quedado claras en las respuestas de la secuencia, lo que enriqueció el análisis y la interpretación de los datos, se hallaron justificaciones a las operaciones del docente, conocimiento sobre equivalencias en la cantidad porcentual total, estrategias para ayudar a los estudiantes en la comprensión de las escalas con el uso del valor unitario, entre otros hallazgos; el docente participante mostró una disposición a la reflexión antes de cada pregunta, recordando la estrategia de solución, la situación, y proponiendo un buen complemento de respuesta.

Algunas evidencias de un subdominio de conocimiento se hallaron en más de una tarea, esto es una evidencia de que los subdominios no son excluyentes, sino que el docente complementa y refuerza su conocimiento didáctico y matemático según desarrolla las situaciones porcentuales, esto se apreció entre los subdominios KoT, KSM y KPM de conocimiento matemático, y KFLM, KMT para el conocimiento didáctico del contenido. Aunque el hallazgo de la relación existente entre las evidencias de conocimiento del docente para cada subdominio no fue el objetivo de la investigación,

se considera importante mencionarlas para mostrar la asociación de ideas que el docente hizo en cada tarea con el fin de llegar a la solución.

El profesor participante posee conocimiento especializado para enseñar porcentajes en nivel secundaria, específicamente en el primer nivel. Identifica el concepto según el tipo de situación, representación y estructura, esto lo puede trabajar con el tipo de situaciones mencionadas en las tareas. Posee conocimiento didáctico, evidenciando estrategias efectivas para guiar el aprendizaje de los estudiantes, como el uso de recursos gráficos, dinámicas de retos y herramientas digitales. Estas prácticas son descritas también en las recomendaciones de Ball et al. (2008) sobre la necesidad de adaptar la enseñanza a las necesidades y dificultades de los estudiantes. El docente mostró una comprensión profunda de cómo secuenciar y conectar el tema de porcentajes con otros contenidos curriculares (SEP, 2023), como fracciones y proporcionalidad, lo que respalda la idea de Bravo (2013) sobre la importancia de establecer conexiones matemáticas significativas.

Se presentan conclusiones de las evidencias de conocimiento del docente participante y los descriptores que corresponden con los subdominios de conocimiento especializado, mismos que se presentan en la Tabla 11 del Anexo A y que están organizados por subdominio en el guion de tareas, como se describió en la Tabla 2.

En relación con el subdominio de Conocimiento de los Temas, el docente evidencia el porcentaje como una relación parte-todo, inicialmente plasmada por una división de una cantidad en 100 partes iguales, esto al tratarse de definiciones, propiedades y sus fundamentos, lo que se relaciona con lo afirmado por Gairín y Sancho (2002), donde un referente 100 es la medición para la que se consigue una parte, o bien, un cociente. Utiliza registros de representación verbales y simbólicas para la traducción entre cantidades, esto se relaciona a lo descrito por Bravo (2013), que describe al proceso de conversión de una cantidad porcentual en una decimal o fraccionaria como necesario para resolver problemas que involucran porcentajes. Reconoce los fenómenos donde se presenta el tema, como en casos de estadística para descuentos, además, usa procedimientos para convertir porcentajes a decimales y fracciones.

En cuanto al subdominio de la Estructura de las Matemáticas, el docente muestra conocimiento en el manejo de proporciones para trabajar con porcentajes, relacionado con las conexiones auxiliares, usa la regla de tres como estrategia para simplificar la comprensión del tema, esta es la misma estrategia que plantean Godino y Batanero (2002), donde se mencionan la recta numérica y diagramas visuales como conexiones para explicar el tema.

En cuanto al subdominio de la Práctica de las Matemáticas, el docente conoce cómo interviene el porcentaje para formular problemas, como parte de la práctica para resolver problemas; conoce los entornos donde usar el símbolo de porcentaje y el usa para validar procedimientos, a diferencia de lo que explica Mendoza (2009), el docente no presenta las dificultades que se pueden presentar cuando se trabaja con porcentajes (operador fraccionario, decimal, entre otros), estas dificultades fueron halladas en estudiantes, aunque no es la línea que sigue la investigación, ya que se trabaja con un docente, resulta útil analizar si el docente puede presentar estos errores.

En cuanto al subdominio de conocimiento de las Características del Aprendizaje de las matemáticas, el docente usa una teoría personal para plantear situaciones y usar palabras claves para generar la participación de los estudiantes en tiempos determinados; conoce cómo trabajar con cantidades clave para trabajar con estudiantes para relacionar decimales con porcentajes.

En cuanto al subdominio de conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas, el docente usa el aprendizaje basado en problemas como estrategia de la enseñanza, conoce cómo se involucran recursos didácticos físicos y digitales para reforzar el aprendizaje, motivación y participación de los estudiantes; conoce el uso de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos enfocados en el ajuste de datos para obtener variantes de un problema y practicar con situaciones, integrando representaciones (verbal, simbólica y gráfica) en la enseñanza de porcentajes con fracciones y decimales, como lo mencionan Behr et al. (1983), Parker y Leinhardt (1995) y Salinas (2016), aspectos que el docente participante afirma utilizar en la práctica.

En cuanto al subdominio de conocimiento de los Estándares del Aprendizaje de las Matemáticas, reconoce fracciones, decimales y proporciones como temas que sostienen el aprendizaje del porcentaje, como parte de los resultados de aprendizaje esperados; conoce la secuencia de temas que anteceden y continúan al porcentaje, lo que se relaciona con los contenidos propuestos de la SEP (2023), hace mención del currículo institucional como un aporte suficiente para trabajar en el tema de porcentajes a nivel secundaria, en el que no se tratan otros conocimientos avanzados o distintos a los esperados dentro del grado académico.

Se considera a la secuencia de tareas empleada para el estudio, junto con la intervención de preguntas realizadas durante la aplicación de la secuencia, y el desarrollo de la entrevista semiestructurada, como herramientas que ayudaron en la investigación para recolectar evidencias de conocimiento especializado del docente (Hernández et al., 2006; García, 2019).

Aunque el docente posee un conocimiento especializado amplio y bien fundamentado, existen áreas de oportunidad para fortalecer la integración del porcentaje con temas más avanzados y

su representación algebraica. Los hallazgos de esta investigación refuerzan la importancia de considerar tanto el conocimiento matemático como el didáctico en la enseñanza de porcentajes, lo que se relaciona con lo propuesto por autores como Ball et al. (2008) y Gutiérrez y Machado (2008). La investigación también aporta evidencia sobre la necesidad de reforzar la relación parte-todo para evitar confusiones sobre porcentaje, en particular, para el manejo de tratamiento algebraico.

Finalmente, la investigación muestra un marco metodológico para el diseño de tareas que pueden ser utilizadas en futuros estudios sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Esta secuencia de tareas basada en el modelo MTSK, cuyo formato se encuentra actualizado en el Anexo H, y el modelo de entrevista semiestructurada permiten recopilar evidencias del conocimiento docente, lo que puede ser útil para investigadores interesados en trabajar con temas de matemáticas similares.

## **5.1 Prospectivas futuras**

En posteriores investigaciones, se sugiere el manejo de otras formas de recolectar información que acompañen la aplicación de la secuencia de tareas y dirija una recolección mayor de evidencias de conocimiento docente, por ejemplo, la observación de clase o el diseño de planeaciones de clase. De otro modo, se pueden enfocar las preguntas de la secuencia de tareas, tomando en cuenta los objetivos iniciales y la tabla de descriptores que asegura en cada subdominio los conocimientos docentes que se busca evidenciar.

La aplicación de la secuencia de tareas se puede trabajar en un ambiente monitoreado, con más docentes, en formato de taller, bajo un seguimiento del aprendizaje docente, integrando la secuencia de tareas como una ruta de aprendizaje y de registro de conocimientos, como lo realizan Montes et al. (2021), que trabajan con docentes en formación para desarrollar entornos de reflexión y resolución de tareas.

El diseño de las tareas, con el ajuste propuesto por los jueces, se puede ejecutar en sesiones preparadas para docentes en formación o con experiencia, ya que el objetivo es dar muestra del conocimiento especializado que poseen los participantes sobre el tema de porcentajes y analizar las estrategias de trabajo que preparan frente a grupo, ya que, como lo describe Mendoza (2009), se trata de un tema cuyo abordaje es más complejo que la aritmética básica, tomando partes de la razón, fracciones y decimales que, de no atenderse correctamente, derivan en problemáticas didácticas.

La realización de las tareas en las sesiones debe conducir al debate entre docentes sobre la práctica de estrategias para la enseñanza del tema de porcentajes, además de dialogar sobre el

planteamiento de situaciones porcentuales, en particular, cuando se trata de la conversión de cantidades parciales y totales en registros decimales y fraccionarios, pues el docente debe poseer el conocimiento conceptual necesario para enseñar a los estudiantes (Gutiérrez y Machado, 2008).

La reflexión en estas sesiones debe estar moderada por un aplicador, que asigne una tarea por sesión, en donde se recolecten las evidencias de conocimiento docente y, posteriormente, se dirija el debate para reconocer cuáles son las fortalezas y aspectos de mejora que los docentes pueden aportar, bajo su conocimiento, sobre los procesos de enseñanza del tema de porcentajes. Las sesiones pueden concluir en la propuesta de acciones para la enseñanza del porcentaje en clases, con los ajustes correspondientes y las recomendaciones de situaciones que se pueden practicar para enseñar frente a grupo.

El número de tareas que se aplican, aunque son ocho las declaradas en la investigación, pueden variar según la complejidad de las concepciones sobre el tema que se planea para el taller, la formación de los docentes y el número de participantes que integran el taller, estos factores son importantes para determinar qué metas de aprendizaje se van a trazar, cómo se logrará el razonamiento, qué representaciones, argumentos y planteamientos se van a tratar para mejorar la comprensión y obtención de resultados favorables del aprendizaje, lo que corresponde con el marco de prácticas de enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2015).

La tabla de descriptores y las preguntas se pueden reorientar a los temas que el investigador requiera, ya que el guion apertura el seguimiento de las tareas que se pueden implementar para identificar evidencias docentes de otras entidades matemáticas.

## Referencias

- Advíncula, E., Beteta, M., León, J., Torres, I. y Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190-209. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.12>
- Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45(1), 131-142. <https://doi.org/10.1177/0013164485451012>
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*. 59. 10.1177/0022487108324554
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh y M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Academic Press, 91-125.
- Binter, A. (1963). Two Ways of Teaching Per Cent. *The Elementary School Journal*, 63(5), 261–265. <http://www.jstor.org/stable/1000086>
- Blaikie, N. (2007). *Approaches to Social Enquiry*. Polity Press. Cambridge, UK.
- Brown, G. W. y Kinney, L. B. (1973). Let's teach them about ratio. *Mathematics Teacher*, 66(4), 352-355.
- Bravo, A. (2013). *Números racionales: Significados y representaciones; porcentajes*. UNAM. [http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1\\_028/index.html](http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_028/index.html)
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo, J.; Contreras, L. C.; Climent, N.; Montes, M.; Escudero, D. I. & Flores, E. (coords.) (2016). *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Paraninfo, S. A.
- Castro M., Chávez J., Vázquez S. (2017). *Epistemología y Trabajo Social*. Shaad. <https://acanits.org/assets/img/libros/Episte1.pdf>
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Prentice Hall.

- Chávez, C., & León, A. (2001). *La biblia de las matemáticas*. Imprelibros.
- Climent, N., Montes, M. y Carrillo-Yáñez, J. (2022). *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Dykinson, S.L.
- Climent, N., Contreras, L. C., Montes, M. y Ribeiro, M. (2024). The MTSK model as a tool for designing tasks for teacher education. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 1123–1135. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01605-8>
- CONALITEG. (30 de abril de 2023). Emblema de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. Gobierno de México. Recuperado el 23 de abril de 2023 de <https://www.conaliteg.sep.gob.mx/nosotros.html>
- Da Silva, G. y Teixeira, B. (2022). Conhecimento especializado do professor de matemática manifestado em relatórios de estágio de observação. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 13 (1), 1-24.
- Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2019). Relationships Between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education* 18, 567 - 587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Escudero, I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C. y Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77. <https://doi.org/10.30827/pna.v10i1.6095>
- Escudero-Ávila, D., Gomes Moriel, J., Muñoz-Catalán, M.C., Flores-Medrano, E., Flores, P., Rojas, N. y Aguilar, A. (2016). Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 60-68). CG.SE.
- Flores-Medrano, E., Escudero, D., & Carrillo, J. (2014). El uso de MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. *Revista de análisis matemático-didáctico para profesores*, 1, 16-26. [https://www.researchgate.net/publication/263086221\\_El\\_uso\\_de\\_MTSK\\_en\\_la\\_formacion\\_inicial\\_de\\_profesores\\_de\\_matematicas\\_de\\_primaria](https://www.researchgate.net/publication/263086221_El_uso_de_MTSK_en_la_formacion_inicial_de_profesores_de_matematicas_de_primaria)

- Franco, J., y Alsina, Á. (2023). Evaluando el conocimiento especializado para enseñar estadística y probabilidad: Elaboración y validación del Cuestionario MTSK-estocástico. *Uniciencia*, 37 (1), 1-22. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.5>
- Gairín, J. y Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Síntesis.
- Galleguillos, J., y Ribeiro, M. (2023). Tensiones de un grupo de futuros profesores de matemáticas en la discusión de una tarea: creencia sobre números periódicos. En R. Delgado-Rebolledo y D. Zakaryan (Eds.), *Actas del VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp.136-143). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- García, F. (2019). Introducción a “Diseño de tareas en educación matemática: Una diversidad de marcos teóricos. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (15), 1 - 4. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.264>
- Godino, J. y Batanero C. (2002). Proporcionalidad. *Departamento de Didáctica de las Matemática*, 417-443. [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3\\_Proporcionalidad.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf)
- Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema* 31(57), 90-113. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Guevara, G., Verdesoto, A., y Castro, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *Recimundo*, 4(3), [https://doi.org/10.26820/recimundo/4.\(3\).julio.2020.163-173](https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173)
- Gutiérrez, M. y Machado, A. (2008). Errores de los estudiantes de magisterio frente a situaciones que implican porcentajes. *Investigación*, 17(1), 59-69. <https://helvia.uco.es/xmlui/bitstream/handle/10396/3007/Maz%20y%20Gutierrez.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hammersley, M. (1992). Some reflections on ethnography & validity. *Qualitative Studies in Education*, 5(3), 195-203.
- Hernández, F. J., y Lizarde, E. (2016). Caracterización del MTSK de los docentes en formación: Aproximación desde sus concepciones sobre el KFLM y el KMLS. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 29, 1191-1198.

- Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2019). *Informe de Resultados PLANEA 2017. El aprendizaje de los alumnos de tercero de secundaria en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas*. INEE. <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/08/P1D321.pdf>
- Kinney, L. (1958). Teaching percentage for understanding and use. *The Mathematics Teacher*, 51(1), 38–41. <http://www.jstor.org/stable/27955558>
- Lizarde, E., Reyes, A., & Hernández F. (2021). Tareas matemáticas y su puesta en práctica en la construcción del conocimiento especializado del profesor. En R. Flores, H. Sostenes, E. Granados, A. Vargas, S. Pérez & O. Rojas (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 414-426). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. [https://clame.org.mx/documentos/alme34\\_2.pdf](https://clame.org.mx/documentos/alme34_2.pdf)
- Meléndez-Cruz, J., Flores-Medrano, E. y Hernández-Rebollar, L. (2023). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas al analizar una secuencia de suma de fracciones. *Uniciencia*, 37 (1). <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.11>
- Mendoza, T. (2009). La noción de porcentaje: procedimientos, errores e interpretaciones de estudiantes de secundaria. *X Congreso Nacional de Investigación Educativa. Área 5: educación y conocimientos disciplinares*. [https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v10/pdf/area\\_tematica\\_05/ponencias/0300-F.pdf](https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/0300-F.pdf)
- Mendoza, T., & Block, D. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 13(4), 177-190. [Redalyc. El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares](https://www.redalyc.org/urn/urn:lsim:revista-latinoamericana-de-investigacion-en-matematica-educativa/13(4)/177-190)
- Molina, S. (10 de septiembre de 2018). *Porcentaje: Qué es y cómo se calcula*. Smartick. <https://www.smartick.es/blog/matematicas/fracciones/porcentaje-que-es/>
- Montes M., Aguilar A., Carrillo J. & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). MTSK: from Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures. En B. Ubuz, C. Haser, y M. A. Mariotti. (Eds.), *Actas del CERME*, 8, 3185 – 3194. <http://dx.doi.org/10.13140/2.1.4338.0162>

- Montes, M., Pascual, M. I., & Climent, N. (2021). Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK. *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa*, 24(1), 83 - 104. <https://doi.org/10.12802/relime.21.2414>
- Moriel, J., Candido, M., Pedroso, V. y Zimmermaan, C. (2017, 4 al 7 de octubre). Questões para potencializar o conhecimento especializado para ensinar divisão de frações. *VII Congresso internacional de ensino da matemática*. Rio Grande do Sul, Brasil. [https://www.researchgate.net/publication/334548601\\_Questoes\\_para\\_potencializar\\_o\\_conhecimento\\_especializado\\_para\\_ensinar\\_divisao\\_de\\_fracoes](https://www.researchgate.net/publication/334548601_Questoes_para_potencializar_o_conhecimento_especializado_para_ensinar_divisao_de_fracoes)
- Muñoz-Martín, B. (2016). Descriptores y palabras clave. *ORL*, 7 (3), 179 - 183. <https://doi.org/10.14201/orl.14814>
- Muñoz-Catalán, M. C. (2009). El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel. (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva.
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. NCTM. [https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17690/32\\_NCTM%20-%20De%20los%20Principios%20a%20la%20Accion.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17690/32_NCTM%20-%20De%20los%20Principios%20a%20la%20Accion.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Ormstom, R., Spencer, L. Barnard, M. and Snape, D. (2013). The Foundations of qualitative research. En J. Ritchie, J. Lewis, C. McNaughton y R. Ormstom (Eds.). *Qualitative Research Practice*. NatCen
- Otero-Valega, K., Juárez-Ruiz, E., y Zakaryan, D. (2023). Relaciones entre subdominios de conocimiento de un profesor de matemáticas sobre resolución de problemas aditivos. *Reviem*, 3 (1), 1-25. <http://doi.org/0.54541/reviem.v3i1.92>
- Oxford Advanced Learner 's Dictionary. (12 de Abril de 2023). Porcentaje. Oxford Learner 's Dictionaries. Recuperado el 12 de abril de 2023 de <https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/us/definition/english/percentage?q=percentage>
- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E. & Flores-Medrano, E. (2023). Relaciones direccionales intra-dominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre localización en el plano. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 24, 57-74. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4360>

- Parker, M. y Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65 (4), 421-481. <https://www.jstor.org/stable/1170703?read-now=1&seq=9>
- Pascual, M. I., Climent, N., Codes, M. Martín, J. P., Contreras, L. C. (2023). Tareas en la formación inicial de maestros para la construcción de conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 98 (37.2), 55-72. <https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99221>
- Paternina-Borja, O. y Juárez-Ruiz, E. (2023). Planeación de clase para enseñar simetrías: escenario para caracterizar el conocimiento didáctico de una profesora de matemáticas. *Revista Lassallista de Investigación*, 20 (1), 67-82. <https://doi.org/10.22507/rli.v20n1a5>
- Piaget, J. (1929). *The child's conception of the world*. Londo, Trench & Trubner.
- Programa de estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria: programas sintéticos de las fases 2 a 6. [Secretaría de Educación Pública]. Anexo de los Elementos Curriculares de los Programas sintéticos de la Secretaría de Educación Pública. 2022.
- Real Academia Española. (17 de abril de 2023). Porcentaje. Diccionario de la Lengua Española. Recuperado el 12 de abril de 2023 de <https://dle.rae.es/porcentaje>
- Rengifo, Z. y Tecco, R. (2021). Porcentaje o tanto por ciento. (Tesis de Licenciatura). Universidad Científica del Perú. <http://repositorio.ucp.edu.pe/handle/UCP/1239>
- Salinas, M. (2016). Significados escolares del concepto de porcentaje. (Tesis doctoral). Universidad de Granada. [https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/42701/TFM\\_Salinas%20Herna%cc%81ndez.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/42701/TFM_Salinas%20Herna%cc%81ndez.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Sanabria Cachope, A. (2019). *La resolución de problemas como estrategia para la comprensión de porcentajes desde el aprendizaje situado*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. [https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2988/1/TGT\\_1608.pdf](https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2988/1/TGT_1608.pdf)
- Sánchez, J. (2013). Paradigmas de Investigación Educativa. Entelequia. *Revista Interdisciplinaria*, 16, 91-102. [https://www.researchgate.net/publication/257842598\\_Paradigmas\\_de\\_Investigacion\\_Educativa\\_de\\_las\\_leyes\\_subyacentes\\_a\\_la\\_modernidad\\_reflexiva](https://www.researchgate.net/publication/257842598_Paradigmas_de_Investigacion_Educativa_de_las_leyes_subyacentes_a_la_modernidad_reflexiva)
- Servicio Nacional de Aprendizaje (1982). *Porcentaje*. SENA. <https://hdl.handle.net/11404/854>

- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching, *Educational Research*, 15(2), 4-14.
- Soriano Rodríguez, A. (2015). Diseño y validación de instrumentos de medición. *Diálogos*, 14, 19-40. <http://hdl.handle.net/123456789/1442>
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *Colección Ximhal. Saberes y pensamiento científico. Primer grado*. Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública. <https://libros.conaliteg.gob.mx/2024/S1SAA.htm#page/1>
- Secretaría de Educación Pública. (2020). Estrategia Aprende en Casa: Informe de resultados 2020-2021. Subsecretaría de educación básica. <https://www.ine.mx/wp-content/uploads/2021/09/crt-9so-2021-09-29-p2-a3.pdf>
- Tascón, L. y Juárez, E. (2024). Relaciones del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de la estructura multiplicativa. *UNION*, 70, 1-20.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Paidós. ISBN 84-7509-816-9
- Torres, E. (2015). El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: La enseñanza de la proporcionalidad. (Tesis doctoral). Universidad autónoma de Barcelona. [https://ddd.uab.cat/pub/tesis/2015/hdl\\_10803\\_290741/etm1de1.pdf](https://ddd.uab.cat/pub/tesis/2015/hdl_10803_290741/etm1de1.pdf)
- Urgilés, G. (2014). La relación que existe entre las teorías del aprendizaje y el trabajo en el aula. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (16), 207-229. [Redalyc. LA RELACIÓN QUE EXISTE ENTRE LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE Y EL TRABAJO EN EL AULA](https://redalyc.org/urn:lsid:redalyc.org/urn:lsid:redalyc.org/1040/1/104010010001)
- Usiskin, Z. & Bell, M. (1983). *Applying Arithmetic: A Handbook for Teachers*. Applications of Arithmetic Project.
- Valverde, G. (2013). Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/23890>

## **Anexo A**

A continuación, se incluye la tabla de descriptores correspondientes a cada una de las categorías de los subdominios del Conocimiento matemático y didáctico del contenido, con sus respectivas preguntas para diseño de las tareas y las respuestas que se pretenden registrar sobre el análisis de cada pregunta.

### **Tabla 11.**

*Descriptores del porcentaje en las categorías del modelo MTSK*

<i>Subdominio</i>	<i>Categoría</i>	<i>Descriptor</i>	<i>Preguntas</i>	<i>Respuestas Investigación</i>
<b>KFLM</b> (Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas)	<i>Teorías de Aprendizaje en EM y personales</i>  Es imprescindible que el docente sea consciente de cómo los estudiantes piensan y construyen conocimiento al abordar actividades y tareas matemáticas. El profesor conoce las teorías de aprendizaje necesarias para construir conceptos en clase, además crea sus propias teorías. Considera aspectos de la teoría formal y aborda estrategias o teorías personales basadas en la experiencia.	Considera teorías formales sobre aprendizaje matemático destinadas a la comprensión de porcentajes.  <hr/> Considera teorías personales basadas en su experiencia docente para identificar la interpretación de porcentajes del estudiante y reconocer las ventajas y desventajas de estas construcciones.	¿En su planeación de clase para la enseñanza de porcentajes, implementó alguna teoría de la educación matemática?  <hr/> ¿Qué estrategias o teorías personales está utilizando dentro de su planeación de clases sobre porcentajes?	El docente conoce las teorías necesarias para implementar los porcentajes. Como ejemplo, se puede trabajar la teoría de situaciones auténticas para reflejar el beneficio del tema de porcentajes, la teoría de situaciones didácticas para invitar al estudiante a enfrentarse al contexto del problema, más allá de lo que pueda construir y resolver en clase.  <hr/> En la planeación el docente utiliza los espacios de diálogo, donde se producen entre estudiantes y profesor pláticas relacionadas con el tema de porcentajes cuya intención es poder despertar la atención y el ánimo por el tema.
	<i>Fortalezas y Debilidades en el Aprendizaje de las Matemáticas</i>  Los saberes del	Es consciente de las dificultades que tiene el estudiante en el tema de porcentajes.	¿Qué dificultades y fortalezas presentan los estudiantes al aprender sobre porcentajes?	Dificultades del estudiante: <ul style="list-style-type: none"> <li>● Presenta problemas para dar sentido a cantidades abstractas.</li> <li>● No sabe traducir las</li> </ul>

	<p>profesor sobre las dificultades y necesidades de los estudiantes, así como de las fortalezas que puede aprovechar durante la presentación o explicación de un tema.</p>	<hr/> <p>Es consciente de las fortalezas que el estudiante tiene en el tema de porcentajes.</p> <hr/> <p>Es consciente de los errores que pueden cometer los estudiantes en el tema de porcentajes.</p> <hr/> <p>Es consciente de las dificultades que pueden existir con el uso de recursos que benefician el aprendizaje de porcentajes.</p>	<hr/> <p>¿Qué errores pueden cometer los estudiantes al aprender sobre porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué dificultades presentan los estudiantes al trabajar con recursos que benefician el aprendizaje de porcentajes?</p>	<p>representaciones del porcentaje, como decimales o fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Interpreta incorrectamente el problema</li> </ul> <hr/> <p>Fortalezas del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Logra relacionar las representaciones de porcentaje</li> <li>● Recurre a diagramas visuales para mejorar su comprensión del problema</li> <li>● Recurre a estrategias usadas en situaciones previamente resueltas</li> <li>● Conoce aplicaciones prácticas del problema</li> </ul> <hr/> <p>Errores del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Confusión de cantidad porcentual con el valor absoluto</li> <li>● Conversión errónea entre porcentaje, decimal y fracción</li> <li>● Cálculos incorrectos para aumento o disminución de porcentajes</li> <li>● Interpretación errónea de</li> </ul>
--	--	--	---	--

				<p>problemas</p> <hr/> <p>Dificultades en el uso de recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Requieren orientación adicional para manejar el programa</li> <li>• No están familiarizados con el programa</li> <li>• Presentan dificultades en el uso de programas o acceso a recursos</li> <li>• Dependencia del recurso</li> <li>• Control del recurso o manejo del programa ajeno a la comprensión de porcentajes</li> </ul>
	<p><i>Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático</i></p> <p>Procedimientos y estrategias (benéficos o no) que el estudiante ocupa en la construcción matemática. Terminología (símbolos, conceptos y vocabulario) usada para comprender matemáticas. Formas de</p>	<p>Es consciente de los procedimientos que el estudiante puede ocupar para desarrollar situaciones de porcentajes.</p> <hr/> <p>Conoce las estrategias a las que el estudiante recurre cuando desarrolla situaciones de porcentajes.</p>	<p>¿Qué procedimientos conoce que el estudiante ocupa para resolver situaciones de porcentaje?</p> <hr/> <p>¿Qué estrategias considera que los estudiantes usan para llegar a resolver situaciones de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué terminología usan los</p>	<p>El docente reconoce que el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee y comprende el problema, identifica los datos importantes y recurre a las variables necesarias</li> <li>• Identifica el porcentaje relevante o base del problema y la situación que debe actuar sobre este valor</li> <li>• Identifica la estrategia de cálculo que sea necesaria para trabajar, según el problema y contexto</li> <li>• Realiza los cálculos necesarios</li> </ul>

	interactuar con los contenidos matemáticos	<hr/> Identifica la terminología empleada para tratar situaciones de porcentaje.	estudiantes para comunicar cantidades porcentuales?	y recurre a las comprobaciones necesarias para el problema <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Usar la regla de 3 para establecer la proporción entre dos cantidades</li> <li>● Conversión de porcentaje a fracción o decimal</li> <li>● Uso de la proporcionalidad con ayuda de relaciones entre cantidades</li> <li>● Modelos visuales para relacionar las cantidades porcentuales</li> <li>● Uso de estimación como medio para acercarse a la cantidad deseada</li> </ul> <hr/> Terminología usada: <ul style="list-style-type: none"> <li>● Porcentaje. Para referirse al valor de un total. Ej. 15%</li> <li>● Fracción decimal. Para referirse a una cantidad cuyo valor total es el denominador 100. Ej. 15/100 es 15 de cada 100</li> <li>● Tanto por ciento. Hace referencia a la cantidad relativa que actúa sobre el</li> </ul>
--	--	--	---	---

				<p>total. Ej. Un aumento del 15%.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Parte relativa. Se hace referencia solo a la cantidad parcial, sin efecto. Ej. El 15% del costo.</li> </ul>
	<p><i>Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas</i></p> <p>Incluye eventos comunes y motivadores, intereses y expectativas relacionadas con matemáticas.</p>	<p>Conoce las emociones que experimentan los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones de porcentajes.</p> <hr/> <p>Identifica las situaciones relacionadas con porcentajes que motivan, interesan y llaman la atención de los estudiantes.</p> <hr/> <p>Conoce cuándo y cómo integrar situaciones de porcentaje que motivan a los estudiantes</p>	<p>¿Qué emociones experimenta el estudiante al enfrentar situaciones de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué actividades o situaciones motivan, interesan y llaman la atención del estudiante sobre el tema de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Cómo y en qué momento es que integra situaciones que pueden motivar y llamar la atención del estudiante en el tema de porcentajes?</p>	<p>Emociones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Frustración. La falta de comprensión del tema puede desmotivar o cubrir de impotencia al alumno.</li> <li>● Confusión. A raíz de problemas complejos o poco claros, por las instrucciones o la falta de comprensión de conceptos</li> <li>● Ansiedad. Por experiencias previas negativas, presión por obtener la solución o miedo a cometer errores</li> <li>● Emoción o satisfacción. Realización al completar una tarea y hallar el resultado esperado</li> <li>● Curiosidad. Cómo se puede utilizar o desarrollar más a fondo el tema</li> </ul> <hr/> <p>Actividades/situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Problemas del mundo real en el que vean la relevancia y beneficio de usar porcentajes</li> </ul>

				<ul style="list-style-type: none"> <li>• Juegos y actividades orientadas a encontrar porcentajes</li> <li>• Investigaciones que permitan hallar más usos del porcentaje en otras áreas de estudio</li> <li>• Generar proyectos creativos donde plasmar lo que han aprendido de porcentajes</li> <li>• Implementar el uso de porcentajes en software interactivo o didáctico</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desde el principio es importante explicar el tema con ejemplos interesantes y relevantes</li> <li>• Una vez explicados los conceptos, se pueden abordar situaciones motivadoras que ejemplifican el tema</li> <li>• En otras materias para lograr la práctica interdisciplinaria.</li> <li>• Con proyectos que buscan la participación del estudiante en el curso</li> </ul>
<b>KMT</b> <i>Conocimiento de la enseñanza de</i>	<i>Teorías de la Enseñanza de las Matemáticas</i>	Conoce teorías de enseñanza del tema de porcentajes y que se pueden aplicar en diseño	¿Tomó en cuenta alguna teoría de enseñanza durante el diseño de la planeación de clase orientada a los	Algunas teorías de enseñanza: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ABP: presenta a los estudiantes situaciones o problemas de la vida real</li> </ul>

<p><i>las matemáticas</i></p>	<p>Hace referencia al conocimiento teórico (tanto personal como institucional) específico de la enseñanza de las matemáticas que se puede aplicar en el diseño de oportunidades de aprendizaje.  <b>Involucra la comprensión del problema, reconocimiento de datos, proceso y análisis del problema.</b></p>	<p>de actividades para el aprendizaje.</p> <hr/> <p>Conoce el modelo de enseñanza de la institución (en caso de haberlo) establecido para el tema de porcentajes y cómo se aplica dentro de las aulas.</p> <hr/> <p>El profesor tiene conocimiento sobre las teorías personales o institucionales de la enseñanza de porcentajes</p>	<p>porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Cuál es el modelo implementado por la institución donde labora (de existir)?</p> <hr/> <p>¿Cómo se aplica el modelo educativo orientado al estudiante?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Aprendizaje cooperativo: interacciones entre estudiantes para desarrollar actividades</li> <li>● Constructivismo con aprendizaje significativo: involucrar al estudiante con tareas orientadas a sus vivencias, permitir la reflexión</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● El modelo que se ocupa es el formativo basado en competencias, entendido como la capacidad de movilizar y utilizar el conocimiento en situaciones del alumno</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● A través de situaciones reales, se involucra al estudiante para desarrollar ideas que permitan superar obstáculos y obtener conclusiones, sustentadas en conceptos previamente enseñados, recurriendo a conocimientos previos para fortalecerlos</li> </ul>
-------------------------------	--	--	--	---

	<p><i>Recursos Didácticos (Físicos y Digitales)</i>          Conocer los recursos y materiales didácticos (libros de texto, manipulables, recursos tecnológicos ...). <b>Este conocimiento va más allá de la mera conciencia de estos recursos y cómo se utilizan, considera además la evaluación crítica de cómo pueden mejorar la enseñanza de un tema en particular y las limitaciones presentes.</b></p>	<p>Conoce recursos didácticos (físicos y virtuales) para la presentación de porcentajes, su potencialidad y limitaciones.</p> <hr/> <p>Conoce la influencia e impacto de los recursos físicos y digitales en la mejora y limitaciones de la enseñanza de los porcentajes.</p>	<p>¿Qué recursos materiales y/o virtuales puede utilizar para la enseñanza de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué potencialidades y limitaciones pueden presentar los recursos implementados?</p> <hr/> <p>¿Cuánto dominio posee sobre los materiales y recursos?</p> <hr/> <p>¿Cuántos materiales son utilizados durante la sesión?</p>	<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Gráficos y diagramas para facilitar la comprensión de los ejercicios</li> <li>● Materiales manipulativos que el estudiante use como práctica y demostración de ejercicios</li> <li>● Objetos que representen porcentajes en la vida real</li> </ul> <p>Digitales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Software educativo para manipular objetos</li> <li>● Sitios web y videos como recurso de complemento o refuerzo</li> </ul> <hr/> <p>Potencialidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Participación del estudiante que les comprometa y motive</li> <li>● Visualizar conceptos con mejor claridad</li> <li>● Práctica y retroalimentación inmediata</li> <li>● Adaptabilidad y variedad de actividades en un mismo recurso</li> </ul> <p>Limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Disponibilidad de los materiales para acceder al recurso</li> <li>● Calidad y confiabilidad escasa en los recursos</li> <li>● Falta de interacción del recurso para practicar</li> </ul> <hr/> <p>Hay plataformas web como</p>
--	--	---	---	---

				<p>GeoGebra o KhanAcademy que integran graficadoras, ejercicios y videos son síntesis de temas matemáticos, como porcentajes, permiten interactuar y aprender manipulando</p> <hr/> <p>Depende de factores como el tiempo, el nivel, el tamaño del grupo, la complejidad del recurso, se considera abordar recursos en tiempos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Un ejercicio o actividad que introduzca conceptos</li> <li>• Una actividad interactiva de exploración y participación</li> <li>• Una práctica individual o grupal</li> <li>• Una actividad para retroalimentar o revisar los conocimientos formados</li> </ul>
	<p><i>Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos</i></p> <p>El conocimiento se evidencia en las formas o estrategias al momento de representar contenidos específicos (ya sea a través de metáforas, situaciones o explicaciones). <b>Ser consciente del</b></p>	<p>Conoce tareas que benefician y potencian el aprendizaje de porcentajes</p> <hr/> <p>Conoce estrategias y/o técnicas de enseñanza del tema de porcentajes Cuenta con preguntas orientadoras, detonadores para el debate y situaciones para</p>	<p>¿Cuáles son las tareas que potencian el aprendizaje de porcentajes? ¿Qué limitaciones presentan las tareas propuestas?</p> <hr/> <p>¿Con qué estrategias cuenta para plantear situaciones, preguntas y cuestionamientos para la comprensión del tema de porcentajes?</p>	<p>Tareas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas contextualizados</li> <li>• Comparar gráficos y relacionar diagramas</li> <li>• Conversiones entre cantidades</li> <li>• Aplicaciones de porcentajes en situaciones prácticas</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelación y representación visual de diagramas</li> <li>• Comparación de cantidades y resolución de problemas</li> <li>• Actividades de investigación con</li> </ul>

	<p><b>potencial de actividades, técnicas, estrategias, ejemplos y contraejemplos para la enseñanza de contenidos matemáticos, así como las posibles limitaciones y obstáculos.</b></p>	<p>presentar y discutir el tema</p> <hr/> <p>Conoce ejemplos y contraejemplos para construir el porcentaje, así como sus posibles limitaciones y obstáculos</p>	<hr/> <p>¿Qué ejemplos y contraejemplos conoce para representar porcentajes? ¿Qué limitaciones presentan los ejemplos propuestos?</p>	<p>el uso de tecnología</p> <hr/> <p>Ejemplos y contraejemplos propuestos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Representación de porcentajes. Diagramas para presentar porcentajes totales e incompletos donde es necesario comprobar</li> <li>● Cálculo de porcentajes. Una cantidad relativa que se debe obtener con una cantidad base descrita bien o mal</li> <li>● Cambio porcentual: Cuando se da la relación entre cantidades porcentuales de aumento o disminución.</li> </ul>
<p><b>KMLS</b> Conocimiento de los estándares del aprendizaje de las matemáticas</p>	<p><i>Resultados de aprendizaje esperados (2013)</i></p> <p><i>Expectativas de aprendizaje de un contenido matemático en un nivel específico (2018)</i></p> <p><i>Resultados de aprendizaje esperados (2022)</i></p> <p>Conocimiento que el profesor ha de tener acerca del qué</p>	<p>El profesor conoce el currículo, las competencias requeridas y los aprendizajes que el estudiante debe adquirir sobre porcentajes, según lo establecido por los lineamientos de la Secretaría de Educación Pública (SEP).</p> <hr/> <p>Conoce lo que el estudiante debe o puede lograr en secundaria del tema de porcentajes.</p>	<p>¿Conoce los requisitos sobre porcentajes que debe cumplir en el temario establecido por la SEP? ¿Sabe si es reciente o han tenido modificaciones?</p> <hr/> <p>¿Qué conocimientos básicos considera que el estudiante debe adquirir sobre el porcentaje?</p> <p>¿Con qué aprendizajes sobre porcentajes debe contar el estudiante en secundaria y</p>	<p>El temario de la SEP ha sufrido recientemente modificaciones a raíz de la necesidad de la modalidad virtual, entre los temas que se deben cumplir están:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Regla de tres</li> <li>● Relación entre cantidades decimales y fracciones</li> <li>● Razones y proporciones</li> <li>● Representaciones gráficas</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Definición y significado de porcentajes</li> <li>● Conversión entre fracciones, porcentajes y decimales</li> <li>● Cálculo de porcentajes y aplicaciones prácticas</li> </ul>

<p>enseñar, de aquellos contenidos matemáticos adecuados al nivel escolar en el que se está enseñando, considerando saberes previos y esperados.</p>	<hr/> <p>Conoce los aprendizajes previos y los conocimientos esperados sobre porcentajes.</p>	<p>qué conocimientos requiere para niveles posteriores?</p>	<hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Requiere el manejo de operaciones para convertir porcentajes en decimales y fracciones</li> <li>● Planteamiento de problemas sobre porcentajes</li> <li>● Manejo del lenguaje visual sobre diagramas para representar cantidades totales y parciales (estimadas o exactas)</li> </ul>
<p><i>Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental</i>  Nivel de profundización (y extensión) al que se puede aspirar a llegar en un tópico específico de un determinado momento escolar. Conocimiento de los contenidos que se enseñarán en un determinado nivel, obtenido con las asignaciones del currículo y las habilidades a trabajar.</p>	<p>Conoce los contenidos matemáticos curriculares a enseñar en el nivel básico de educación secundaria.</p> <hr/> <p>Conoce lo que los estudiantes deben desarrollar sobre el porcentaje y las estrategias relacionadas con su enseñanza.</p>	<p>¿Qué contenidos aritméticos, sobre tipos de números y razón se deben desarrollar en nivel secundaria?</p> <hr/> <p>¿Qué profundidad y desarrollo del tema de porcentajes deben generar los estudiantes?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Debe desarrollar conocimientos sobre fracciones, decimales y conversión de números.</li> <li>● Proporcionalidad y razón de cambio</li> </ul> <hr/> <p>Desarrollo del tema:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● El alumno debe comprender situaciones de porcentaje planteadas</li> <li>● Sabe qué cantidades requiere, su significado e importancia para el problema</li> <li>● Desarrolla nuevas situaciones relacionadas con porcentajes y construye problemas propios</li> </ul>

	<p><i>Secuencia de temas</i> La continuidad que el profesor hará de los temas dentro de un curso, teniendo en mente los cursos anteriores (lo que el profesor conoce sobre las necesidades del estudiante para abordar nuevas tareas) o cursos posteriores (potencialidades que el trabajo actual tendrá para el desarrollo de un tópico), esto surge de la secuencia de los temas, la exigencia de los estudiantes y las habilidades requeridas para realizar tareas.</p>	<p>Conoce el seguimiento de los temas sobre porcentajes que se deben enseñar en relación con los temas previos y posteriores, así como los requerimientos de los estudiantes y las habilidades a desarrollar.</p>	<p>¿Qué secuencia de temas previos y posteriores debe desarrollar el estudiante para el tema de porcentajes en relación con los requerimientos y habilidades a desarrollar?</p>	<p>Los temas que anteceden a porcentajes y son fundamento para el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporción</li> <li>• Razón</li> <li>• Relación</li> </ul> <p>Los temas posteriores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicaciones de proporcionalidad</li> <li>• Estadísticos</li> <li>• Variación lineal (en tema de aritmética y álgebra)</li> </ul>
<p><b>KoT Conocimiento de los temas</b></p>	<p><i>Definiciones, propiedades y sus fundamentos</i> Son las definiciones y saberes que definen en conjunto un objeto matemático. <b>Se contemplan propiedades, así</b></p>	<p>Conoce las definiciones, conceptos y propiedades adecuadas que describen al porcentaje.</p>	<p>¿Qué es porcentaje? ¿Qué características y propiedades tiene el porcentaje? ¿Cómo se obtiene un porcentaje? ¿Qué relación existe entre el</p>	<p>En un concepto básico, el porcentaje es la cantidad que (expresada junto al símbolo matemático %) representa una cantidad por cada 100 unidades.</p> <hr/> <p>Su representación está dada por el símbolo % Representa la parte de una cantidad total a la que se asigna un</p>

		<p>porcentaje y el sentido parte-todo?</p> <p>¿Qué es “cantidad base” (100)?</p> <p>¿Qué es un tanto por ciento?</p>	<p>valor del 100% como el todo</p> <hr/> <p>Para obtener un porcentaje, basta tomar el total como la unidad y la parte es el cociente entre la cantidad relativa y la cantidad total</p> <hr/> <p>El porcentaje expresa una relación de una cantidad relativa con una cantidad total representada decimalmente como la unidad, o numéricamente como 100%, la relación parte-todo asocia cualquier cantidad total de la que se extrae una cantidad relativa</p> <hr/> <p>La cantidad base es el valor porcentual 100%, la representación máxima de una cantidad.</p> <hr/> <p>El tanto por ciento es la expresión verbal de una cantidad que actúa bajo un total determinado</p>
<p><i>La fenomenología y aplicaciones.</i> Según Gómez y Cañada, 2016 (citado en Carrillo et al., 2018), se aborda el conocimiento del docente acerca de los fenómenos a los que</p>	<p>Conoce fenómenos y problemas relacionados con porcentajes que permitan desarrollar el concepto y trabajar en sus propiedades.</p> <hr/>	<p>¿Qué fenómenos y problemas en el contexto de los estudiantes permiten representar las variables para aplicar el concepto de porcentaje y comprender su significado?</p> <hr/>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Estudios de mercado</li> <li>● Finanzas personales y préstamos</li> <li>● Impuestos o gratificaciones, ganancias personales o laborales</li> <li>● Encuestas e investigaciones</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Compras y descuentos</li> </ul>

<p>se asocia un tema, contextos que dan origen a un concepto, situaciones donde se aplica el tema (dentro o fuera de las matemáticas), viéndose como fenómenos útiles para generar conocimiento matemático.</p> <p><b>Se tienen en cuenta los tipos de problemas a los que se pueda aplicar el contenido con sus contextos y significados.</b></p>	<p>Conoce las situaciones en donde el estudiante requiere del porcentaje para hallar soluciones o enfrentarse a las situaciones.</p>	<p>¿Qué situaciones del contexto de los estudiantes el profesor conoce en donde se pueda aplicar el concepto de porcentaje?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades digitales</li> <li>• Carga de la batería del celular</li> </ul>
<p><i>Registros de Representación</i></p> <p>Hace referencia al conocimiento de los diferentes registros en los que se puede representar un tema.</p> <p><b>Duval (1995) considera diferentes registros de representación (gráfico, algebraico, aritmético,</b></p>	<p>El docente conoce los registros de representación de los porcentajes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lenguaje natural. Oraciones donde se identifica el porcentaje</li> <li>• Algebraico. Notación porcentual</li> <li>• Gráficos. Sectores de un diagrama y porciones de figuras, relación</li> </ul>	<p>¿Qué registro es el más adecuado para representar un problema de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Cuál es el primer registro presente en una situación y qué conversión de registros se pueden llevar a cabo para mejorar la comprensión del tema de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Con qué registro se está</p>	<p>Todos los registros permiten mostrar algo sobre el porcentaje, desde un diagrama visual, el contexto, una representación algebraica la relación numérica o el lenguaje natural la relación práctica</p> <hr/> <p>Cualquier representación es benéfica cuando sirva al estudiante para comprender mejor el problema</p> <hr/> <p>Un problema se puede presentar de diversas formas al alumno,</p>

<b>pictográfico, a través del lenguaje natural, etc.)</b>	de variables.	presentando el problema?	considerando la representación o generando la conversión adecuada para la comprensión.
<p><i>Procedimientos</i></p> <p>Trata sobre la forma de proceder del docente, son los procedimientos involucrados en un tema, incluye el conocimiento de cómo hacer algo, cuándo hacer algo, por qué se hace algo y las características de los objetos resultantes.</p> <p><b>Pasos y secuencias por seguir para la comprensión y aplicación de un objeto matemático.</b></p>	<p>Conoce cómo, cuándo y por qué aplicar diversos procedimientos y algoritmos sobre porcentajes en determinadas situaciones.</p> <p>Identifica los resultados y la relación entre los datos y el problema inicial</p>	<p>¿Qué acciones o procedimientos se llevan a cabo en una situación de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué procedimientos conoce el profesor para desarrollar un problema sobre porcentaje?</p> <hr/> <p>¿Qué información entra en la secuencia, cuántos pasos se realizan y qué información resulta?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Se hacen las conversiones necesarias</li> <li>● Se opera la cantidad porcentual para obtener un decimal o fracción</li> <li>● Se establecen ejemplos y se hacen dibujos para mejorar la descripción</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Concepto de porcentaje</li> <li>● Conversión de cantidades porcentuales</li> <li>● Comparar cantidades porcentuales</li> <li>● Obtener el total de una cantidad relativa</li> <li>● Obtener una cantidad relativa del total</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Para una secuencia de clases, se debe considerar primero el contexto del problema, luego las cantidades relevantes, los elementos operacionales.</li> <li>● Conoce que el estudiante debe avanzar con las estrategias sugeridas o planeadas, llegar a una ejecución, comprobación y evaluación</li> </ul>

<b>KSM</b> <b>Conocimiento de la estructura de las matemáticas</b>	<p><i>Conexiones Asociadas con la simplificación</i></p> <p>Reconoce las conexiones con el material previo. Se debe estar trabajando con <b>elementos avanzados e identificar el principio básico de estos saberes.</b></p>	<p>El profesor conoce cómo simplificar el tema de porcentajes a un tema de fracciones, razones y proporciones.</p>	<p>¿Qué temas se deben tener en cuenta para presentar el tema de porcentajes relacionando temas de fracciones, razones y proporciones?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Variación proporcional</li> <li>● La razón numérica</li> <li>● Problemas de valor faltante</li> <li>● Fracciones</li> <li>● Diagramas circulares</li> </ul>
	<p><i>Conexiones de Complejización</i></p> <p><b>Reflexiona e interpreta el mismo concepto con diferentes niveles de dificultad.</b></p> <p>Para el material del profesor, conecta las matemáticas básicas o elementales con conocimientos avanzados que estén sobre la misma línea de desarrollo conceptual.</p>	<p>Conoce situaciones de porcentajes asociadas a la variación mediante funciones lineales. Un ejemplo se presenta en el área estadística, donde reconoce la muestra de una población asignada y debe extraer la estadística descriptiva de las variables, tanto máximos, mínimos y el comportamiento de las variables</p>	<p>¿Conoce la relación existente entre el porcentaje y las funciones lineales?</p> <p>¿Posee estrategias para integrar conceptos matemáticos avanzados que revelen usos más profundos y detallados del porcentaje?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● La relación entre la cantidad porcentual y la cantidad total es lineal, teniendo un comportamiento proporcional, generando con ello una función en términos de la variable porcentual o numérica</li> <li>● Formar equipos para debatir sobre un problema de porcentajes donde hay posibles respuestas y se debe elegir entre una clave.</li> <li>● Hacer una investigación preparada con conceptos más complejos, pero con explicaciones visuales que aclaren el uso del porcentaje</li> </ul>
	<p><i>Conexiones Auxiliares</i></p> <p>Identifica la participación de</p>	<p>Integra otros conceptos matemáticos y procesos que sustentan y amplían</p>	<p>¿Qué relación existe entre el porcentaje, la razón y la fracción?</p>	<p>Las 3 son cantidades que pueden convertirse, manipularse para obtener equivalencias</p>

	<p><b>conceptos y procesos que amplían o sustentan un objeto matemático.</b></p>	<p>el tema de porcentajes.</p> <p>Identifica diagramas, gráficos y estrategias de repartición presentes en los elementos del contenido matemático sobre porcentajes y temas relacionados (fracciones, proporciones, razones)</p>	<p>¿Qué relaciones existen entre los conceptos de porcentaje y proporcionalidad?</p> <hr/> <p>¿Qué conceptos y procesos pueden complementar el tema de porcentajes?</p> <hr/> <p>¿Qué cantidades (base 100, base 1000, números decimales) deben conocerse para crear relaciones con porcentajes?</p>	<p>El porcentaje obedece una relación proporcional, sigue un incremento o decremento lineal sobre la cantidad numérica y la representación porcentual. Se usa la estrategia de la regla de 3</p> <hr/> <p>Estimaciones Cuadrículas Elementos geométricos Promedios Función lineal</p> <hr/> <p>Fracciones decimales Decimales infinitos Decimales finitos</p>
	<p><i>Conexiones transversales</i> Se crean conexiones entre diferentes elementos de <b>un contenido matemático con otros que tengan características en común.</b></p>	<p>No se ha detectado un contenido matemático (no presente en las anteriores categorías) que se pueda determinar con elementos transversales al tema de porcentajes, más allá de la igualdad aritmética y algebraica (Flores-Medrano, 2014), presentes en otros grados de estudio distintos al objetivo de la investigación</p>		
<p><b>KPM</b> <b>Conocimiento de la</b></p>	<p><i>Conocimiento de la práctica de demostrar</i> Se relaciona con la</p>	<p>Identifica cantidades clave (decimales y enteras) para enfocar la</p>	<p>¿Qué cantidades son las adecuadas para construir el concepto de porcentaje sin</p>	<p>Cantidades con base 100 o con máximo de 100 elementos Fracciones cuyo valor sea decimal</p>

<b>práctica matemática</b>	forma de proceder en la demostración para generalizar conjeturas y construir contraejemplos	atención del estudiante a una construcción matemática de porcentajes.  Considera contraejemplos que conducen a una descripción amplia sobre el porcentaje	errar en operaciones aritméticas complejas?  ¿Conoce contraejemplos que conducen a una descripción amplia del porcentaje?	exacto Cantidades porcentuales reconocibles por su partición simple (10%, 20%, 25%, ...) <hr/> Porcentajes decimales Porcentajes que superan el 100% Porcentajes relacionados con cantidades diferentes de 100 elementos Estimaciones de porcentajes
	<i>Conocimiento de la práctica de definir</i> Se cumple con la idea de capturar el significado de un concepto, se toma en cuenta su minimalidad, jerarquía, equivalencia, entre otros atributos del concepto.	Reconoce que el significado del concepto de porcentaje se puede establecer como una relación proporcional, como notación numérica que considera el todo como el 100%, o una expresión física de relación parte- todo.	¿Qué situaciones son adecuadas para definir al porcentaje y sus características y su notación, como minimalidad, jerarquía y equivalencia?	Situaciones donde se exige comparar o hallar la cantidad relativa sobre la cantidad total, conocer el total o identificar el incremento/decremento sobre un total, así como la equivalencia entre porcentajes cuando el total se manipula
	<i>Conocimiento de la práctica de resolver problemas</i> Toma en cuenta la formulación de problemas, la resolución acompañada de esquemas, de ejemplos, de dividir el	Plantea las situaciones adecuadas para desarrollar procedimientos que muestran al concepto de porcentaje y ejemplifican el desarrollo de solución de problemas.	¿Qué elementos pueden integrarse como primordiales para generar problemas de porcentajes? <hr/> ¿Qué situaciones son adecuadas para ejemplificar problemas de porcentaje?	La relación parte-todo Fracciones con denominador 100 El símbolo de porcentaje La representación numérica fraccionaria y decimal Las operaciones de cantidades porcentuales <hr/> Situaciones que el estudiante

	problema, reemplazar condiciones, introducir elementos auxiliares y verificar los procedimientos.			<p>experimenta.</p> <p>Problemas de incremento y decremento, en ese orden</p> <p>Situaciones de variación lineal, donde existe relación constante entre los cambios de cantidades variables</p>
	<p><i>Conocimiento del papel del lenguaje matemático</i></p> <p>Se identifica el papel de la notación matemática, simbología para reducir, precisar y validar expresiones.</p>	Identifica los símbolos de porcentaje y considera la notación porcentual como parte de una conversión de cantidades decimales para reducir, precisar y validar expresiones.	<p>¿Cuándo es adecuado presentar la notación porcentual dentro del problema matemático?</p> <p>¿Considera la simbología y el lenguaje de porcentaje para reducir, precisar y validar expresiones?</p>	<p>En el principio del problema.</p> <p>Cuando se presentan las cantidades que representan las variables del problema</p> <p>Durante la ejecución de las operaciones</p> <hr/> <p>Se debe considerar el símbolo de por ciento</p> <p>Considerar la notación fraccionaria y decimal</p> <p>Considerar la simbología de sectores, de totalidad y parcialidad de representaciones visuales</p>

## Anexo B

Se integran las tareas diseñadas para recolectar el conocimiento docente, se fundamentan en el guion creado por Montes, Pascual y Climent (2021), tomando en cuenta que cada tarea desarrolla un subdominio diferente, con preguntas específicas. Las preguntas subrayadas son aquellas en las que se solicita al docente responder verbalmente, ya que la calidad de la respuesta escrita puede tener una menor calidad en extensión y profundidad si el docente la redacta, una respuesta verbal permite al docente la libertad de argumentar y opinar, para el investigador surge una comunicación profunda y donde se permite ampliar la cantidad de preguntas al participante. Las preguntas han sido definidas a partir de los descriptores establecidos en la Tabla 11 del Anexo A, donde se establece saberes del porcentaje importantes a considerar para el proceso de enseñanza aprendizaje, están organizados conforme las categorías de los subdominios de conocimiento del modelo MTSK.

### Diseño de tareas

A continuación, se presenta una serie de tareas que requiere de tu concentración y tiempo, cada tarea incluye una situación diferente, a la que deberás atender con preguntas que puedes responder por escrito o conversando tu respuesta con el aplicador.

### Instrucciones

- Responde cada reactivo con detenimiento.
- Conserva las anotaciones que sean necesarias para resolver cada problema.
- Puedes escribir tus respuestas u operaciones en otra hoja, pero asegúrate de referenciar la pregunta correspondiente.
- Cualquier pregunta que no puedas responder, escribir las razones.
- Redacta tus operaciones y estrategias con claridad y organización.
- Resalta la respuesta numérica de las preguntas, en caso de haberla.
- Si la pregunta se encuentra subrayada, favor de responder oralmente al aplicador.

*Tarea introductoria.* Esta tarea obtendrá una visión general del conocimiento conceptual y didáctico del docente sobre el tema de porcentajes, así como su capacidad para relacionar los conceptos matemáticos con situaciones del mundo real y la adaptación a las necesidades de los estudiantes, el resto de las preguntas se acercan con profundidad a los descriptores de los subdominios del modelo MTSK.

*Situación.* Imagine que está enseñando porcentajes en su clase de matemáticas. Durante la lección, se encuentra con un grupo de estudiantes que están luchando por comprender el concepto básico de porcentajes y su aplicación en situaciones cotidianas. Su objetivo es ayudarlos a comprender el tema de una manera clara y efectiva.

*Preguntas.*

1. Defina el concepto de porcentaje con sus propias palabras.
  2. Plantee un ejemplo de cómo convertir una cantidad decimal en porcentaje.
  3. Proporcione un ejemplo de situación en la que se puede utilizar el porcentaje.
  4. Si uno de sus estudiantes tiene dificultades para comprender el porcentaje, ¿Qué estrategias o recursos usaría para ayudarlos?
- 

*Tarea 1.* En esta tarea se explora el KoT bajo una situación porcentual, permite al docente mostrar su capacidad para aplicar el porcentaje en situaciones prácticas y resolver problemas con diferentes estrategias, se explora además el tipo de representación a ocupar y la relación entre los datos y los resultados obtenidos.

*Situación.* En una tienda de ropa, se está llevando a cabo una venta especial en la que todos los artículos tienen un descuento del 20%. Un cliente compra una chaqueta que originalmente cuesta \$500.

*Preguntas.*

5. ¿Cuánto le costó la chaqueta al cliente? Resuelva el problema y justifique cada paso. Tras resolverlo de esta primera forma, resuelva utilizando una segunda estrategia.
  6. ¿Qué significado tiene el porcentaje en esta situación y cómo se relaciona con el 20 % de descuento?
  7. ¿Qué ventajas tiene utilizar el porcentaje en situaciones como esta?
  8. ¿Qué relación hay entre el precio original y el precio con descuento?
- 

*Tarea 2.* En esta tarea se explora el KSM, se obtiene evidencia sobre la capacidad para simplificar el tema de porcentajes usando fracciones y proporciones, así como la habilidad para integrar conexiones con temas relacionados. Es posible evaluar la habilidad para razonar cada paso del proceso y plantear preguntas que inviten a la reflexión de la comprensión de los estudiantes.

*Situación.* El gerente de una tienda desea calcular el descuento de un juego de prendas de ropa para una venta especial, quiere comprender el impacto del descuento en las ventas y la ganancia total. El precio de una camisa es de \$400 y el de un pantalón es de \$600. El descuento se aplica de forma que el precio total de ambos productos después del descuento sea igual al 80% del precio total original del juego de prendas.

*Preguntas.*

9. ¿Cómo obtendría el descuento aplicado y el precio final de cada artículo sin usar porcentajes? Desarrolla y explica tu procedimiento.
  10. ¿Habrá una solución diferente a la que propuso anteriormente? Explique cómo es posible.
  11. ¿Existirá una expresión algebraica o gráfica que pueda describir las soluciones a este problema?
  12. Si tuvieras que explicar a tus estudiantes la relación del precio y del descuento sin usar %, ¿cómo procederías y qué otro concepto o conocimiento utilizarías?
- 

*Tarea 3.* En esta tarea se explora el KPM, se obtiene evidencia sobre cómo el docente construye y describe porcentajes, cómo conjetura soluciones con estrategias equivalentes y significativas dentro del entorno porcentual, con el uso de símbolos y cantidades para validar expresiones.

*Situación.* Un comerciante compra un lote de 500 paletas por \$2000 y planea venderlas con un margen de beneficio del 25% sobre el costo. Sin embargo, después de algún tiempo, decide cambiar su estrategia y ofrece un descuento del 20% sobre el precio de cada paleta.

*Preguntas.*

13. ¿En qué beneficia al comerciante aplicar el descuento por paleta y qué ocurre con todas las cantidades al cambiar el margen de beneficio?
  14. ¿Qué cantidades son primordiales para conocer la ganancia por la venta de cada paleta y qué cantidades podrían variar sin alterar el planteamiento del problema?
  15. ¿Cómo abordaría la solución a este tipo de problemas con los estudiantes?
  16. ¿Qué simbología o términos considera adecuados para comunicar/describir porcentajes con los estudiantes?
-

*Tarea 4.* En esta tarea se explora el KFLM, se obtiene evidencia del conocimiento docente sobre las teorías de aprendizaje que conoce, su capacidad para identificar las necesidades y emociones de los estudiantes, así como su habilidad para diseñar estrategias de enseñanza efectivas.

*Situación.* Juan tenía \$50, decide ahorrar el 50% y el resto ocuparlo para comprar dulces el fin de semana. El fin de semana sus abuelos le dieron una mesada de \$100, de la que Juan ahorró el 25% y añadió a su ahorro inicial.

*Preguntas.*

17. ¿Qué estrategias esperaría que el estudiante desarrolle para conocer el nuevo ahorro de Juan?
  18. ¿Qué conceptos o ideas previas al aprendizaje de porcentajes aplicaría para explicar a los estudiantes cómo enfrentar la situación y determinar el ahorro inicial y final?
  19. ¿Qué fortalezas y dificultades cree que podría presentar el estudiante y cómo las manifestaría al identificar la diferencia entre las cantidades porcentuales presentes?
  20. ¿Qué elementos integraría a una situación como la anterior para motivar más la participación del estudiante?
- 

*Tarea 5.* En esta tarea se explora el KMT, se busca explorar el conocimiento del docente en la enseñanza de porcentajes, su comprensión de las tareas y estrategias pedagógicas, su capacidad para diseñar actividades efectivas y estimular el pensamiento crítico del estudiante.

*Situación.* El costo por una vajilla es de \$500 y por venta especial tiene el 30% de descuento, no obstante, se deberá aplicar el 16% IVA sobre el precio final. Un cliente llega a comprar la vajilla e imagina que sería mejor aplicar el 16% de IVA sobre el precio original y luego aplicar el descuento.

*Preguntas.*

21. ¿En qué aspectos del problema concentraría la atención del estudiante para que razone si la idea del cliente es correcta?
22. ¿Qué estrategia personal o institucional considera que tiene un efecto positivo para que el estudiante supere las dificultades al analizar el argumento del cliente? Describa su estrategia.
23. ¿Qué recursos didácticos recomendaría trabajar con el estudiante para facilitar la comprensión del problema?
24. ¿Plantearía alguna pregunta adicional, ejemplo, tarea o técnica que le ayude a identificar que el alumno ha comprendido el problema?

---

*Tarea 6.* En esta tarea se aborda el KMLS, se explora el conocimiento del profesor sobre los objetivos de aprendizaje y contenidos curriculares sobre el tema de porcentaje en secundaria, además de analizar su capacidad para diseñar actividades que promuevan una comprensión más profunda sobre porcentajes.

*Situación.* Un congreso de 100 personas da acceso a 60 catedráticos,  $\frac{3}{5}$  partes son maestros y la  $\frac{1}{4}$  parte de maestros dará una ponencia.

*Preguntas.*

25. ¿Cuál es la relación entre ponentes y la cantidad absoluta de personas en el congreso?
26. ¿Qué contenido propuesto por la SEP se aborda en este problema?
27. ¿En qué etapa del tema de porcentajes considera correcto incluir la situación y qué parte del tema de porcentajes considera que se está tratando?
28. ¿Qué contenidos se pueden desarrollar o repasar con ayuda de este problema?
29. ¿Qué conocimientos son necesarios para desarrollar porcentajes y para qué conocimientos funciona como base?

---

*Tarea de cierre.* En esta tarea no se exploran subdominios del modelo MTSK, sino que se investiga sobre la reflexión con la que el docente finaliza el desarrollo de las tareas.

*Preguntas.*

30. ¿Cómo considera su conocimiento sobre porcentajes a raíz de las tareas desarrolladas?
  31. ¿Con qué profundidad y detalle considera que el currículo aborda el tema de porcentajes?
  32. ¿Cree que los conocimientos con los que se enseña el porcentaje a los estudiantes son suficientes, limitantes o profundos? Argumente.
-

## Anexo C

Se presenta la transcripción de las respuestas orales del participante, así como las respuestas escritas de las tareas.

### Respuestas del docente participante a las tareas

#### *Tarea Introdutoria*

1. Defina el concepto de porcentaje con sus propias palabras.

#### **Figura 16. Concepto del docente acerca del porcentaje**

1) Lo pobbvo porcentaje hace referencia a una porción de un entero dividido en 100 partes iguales.

---

2. Plantee un ejemplo de cómo convertir una cantidad decimal en porcentaje.

#### **Figura 17. Ejemplo de conversión entre una cantidad decimal y porcentajes**

2) Para convertir una cantidad decimal a porcentaje es necesario multiplicar el número por 100 → ejemplo:  
 $0.2 \times 100 = 20\%$

---

3. Proporcione un ejemplo de situación en la que se puede utilizar el porcentaje.

#### **Figura 18. Ejemplo de situación para hallar porcentajes**

3) Los porcentajes son únicamente útiles en la vida cotidiana, imagina que vas a una tienda departamental y encuentras el videojuego que te gusta en oferta, supuestamente el juego tiene el 30% de descuento, si su precio original es de \$ 5800 pesos, ¿Cuánto costará ahora con la oferta?

---

4. Si uno de sus estudiantes tiene dificultades para comprender el porcentaje, ¿Qué estrategias o recursos usaría para ayudarlos?

#### *Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Como los porcentajes tienen mucho que ver con las fracciones, yo creo que una estrategia sería trabajarlo como si se tratara de fracciones en un inicio. Quizás de manera gráfica. Como normalmente enseñamos fracciones, al principio, en donde partimos un entero en partes iguales, como sabemos que el porcentaje básicamente es una porción de un entero*

que partimos en 100 partes, quizás no partirlo en 100, pero sí en alguna escala [más pequeña], como en 20 partes.

Entonces, como yo lo enseñé, es mostrándolo como si se tratara de una fracción al principio, después partiendo de gráficos que se pueden hacer de manera digital. Ya en secundaria puede ser cualquier otra forma que se preste: un cuadrado, un rectángulo, círculo, figuras más complejas ya no porque los niños se tardan mucho en dividirla. Precisamente como hacer un reconocimiento del espacio, o sea, cómo dividir en partes iguales, por ejemplo, también cuando yo enseñé recta numérica, para mí es como tener que estar insistiendo en hacerlo en partes iguales [para respetar la escala].

---

### Tarea 1

5. ¿Cuánto le costó la chaqueta al cliente? Resuelva el problema y justifique cada paso. Tras resolverlo de esta primera forma, resuelva utilizando una segunda estrategia.

**Figura 19. Primer procedimiento para hallar el costo de la chaqueta**

5) ¿Cuánto costó la chaqueta?

<b>Datos</b>	<b>Desarrollo:</b>	<b>Resultado</b>
Precio original \$ 500	1) Convertir el porcentaje a decimal: $\frac{20}{100} = 0.2$	El precio de la chaqueta será de \$ 400 <sup>00</sup> ya con el 20% de descuento.
Descuento 20%.	2) Restar el decimal a 1 ya que 1 es el 100%. $\rightarrow 0.8$	
Precio final ¿?	3) Multiplicar el precio original por el resultado de la resta. $500 * 0.8 = 400.00$	

**Figura 20. Segundo procedimiento para hallar el costo de la chaqueta**

• Segunda estrategia mismos datos.

→ Regla de tres.

1) Asumiendo que:  $500 \rightarrow 100\%$        $\frac{500 \cdot 20}{100} = \frac{10000}{100} = 100$   
 $x \rightarrow 20\%$

2) Restamos la cantidad encontrada a 500 →  $500 - 100 = 400$

3) Por lo tanto el costo final son. 6400

6. ¿Qué significado tiene el porcentaje en esta situación y cómo se relaciona con el 20 % de descuento?

**Figura 21. Significado del porcentaje en la situación**

6) Yo que el porcentaje es una parte de 100 y descuento hace referencia a una resta o disminución de una cantidad., el 20% de descuento significaría restar 20 partes al 100% representado por los \$ 500.

7. ¿Qué ventajas tiene utilizar el porcentaje en situaciones como esta?

**Figura 22. Ventajas sobre el uso del porcentaje**

los \$ 500.

7) El alumno comprende la importancia del tema al llevarlo a situaciones relacionadas con su vida cotidiana.

... descuento

8. ¿Qué relación hay entre el precio original y el precio con descuento?

**Figura 23. Relación entre el precio original y con descuento**

Relacionadas con su vida cotidiana.

8) El precio original representa el 100% y el precio con descuento el 80% de la cantidad original.

## Tarea 2

9. ¿Cómo obtendría el descuento aplicado y el precio final de cada artículo sin usar porcentajes?  
Desarrolla y explica tu procedimiento.

**Figura 24. Estrategia escrita para hallar el precio final sin usar porcentajes**

● TAREA 2

9) Primero se analizan los datos y vemos que hay una diferencia de \$200 entre ellos. por lo tanto al final esta diferencia debe permanecer, si sumamos ambas prendas nos daría \$1000, si nosotros esas 1000 los dividimos entre 10 serían 100 por lo que 20 serían 200 entonces volvemos a tener una diferencia de 200 que deberemos restar a los artículos que dando 800 de 1000 para conservar los 200 de diferencia cada artículo debería costar:

Comisa → \$300 y pantalón \$500

### Fragmento de entrevista al participante

Docente: lo relaciono con proporcionalidad, finalmente el precio va a disminuir como son 2 prendas, se tiene que encontrar la proporción que hay entre ellas, la diferencia que hay entre cada precio de prendas que era 200 pesos, esos 200 se tienen que conservar entre cada prenda, esa diferencia que hay entre cada prenda se tendría que conservar aun cuando se aplique el descuento. Entonces lo explicaría trayendo un poquito el tema de proporcionalidad, por ejemplo, cuando tú armas una regla de 3, es también un procedimiento por explicar, cómo obtener un porcentaje sin necesidad que sea solamente con porcentajes, se puede usar la regla de 3, pues es una proporción, entonces, al final, esa proporción se mantiene.

10. ¿Habrá una solución diferente a la que propuso anteriormente? Explique cómo es posible.

**Figura 25. Soluciones alternativas a la propuesta inicial del juego de prendas**

10) Seguramente sí pero ya sería aplicando una regla de 3 lo cual ya implicaría textualmente los porcentajes.

11. ¿Existirá una expresión algebraica o gráfica que pueda describir las soluciones a este problema?

**Figura 26. Expresión algebraica para encontrar la solución al problema**

ii) Si  $\rightarrow P_f = P_o * 0.8$     Dónde:  $P_f =$  precio final  
 $P_o =$  precio original.

12. Si tuvieras que explicar a tus estudiantes la relación del precio y del descuento sin usar %, ¿cómo procederías y qué otro concepto o conocimiento utilizarías?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Explicaría la relación del precio y el descuento como esa proporción que se debe de mantener entre los precios, tanto entre el precio original del producto como en el precio final del mismo, como una regla de 3. Aunque sí existe una expresión algebraica, de hecho, hay una fórmula específica para obtener el precio final teniendo el precio original o viceversa, que son fórmulas de descuento y aumento.*

*¿Utilizaría entonces una fórmula como punto de partida?*

*Docente: A mis alumnos, como yo se los enseño, parto de lo fácil a lo complejo. ¿Qué es lo fácil? la regla de 3. Lo complejo sería convertir esos porcentajes en número decimal y hacer toda la multiplicación, al final ya les enseño las fórmulas, una que es para aumento y otra para descuento.*

---

### Tarea 3

13. ¿En qué beneficia al comerciante aplicar el descuento por paleta y qué ocurre con todas las cantidades al cambiar el margen de beneficio?

**Figura 27. Estrategia escrita para hallar el precio final sin usar porcentajes**

**TAREA 3**

Datos  
500 paletas  
\$ 2000  
Utilidad  
25%

13) En realidad el margen de beneficio no cambia sigue siendo el 25% sobre el costo, lo que cambia es el precio final de cada paleta al aplicar un descuento del 20% a cada uno y por lo tanto el dinero que correspondía al 25% de utilidad original, se va a reducir.

14. ¿Qué cantidades son primordiales para conocer la ganancia por la venta de cada paleta y qué cantidades podrían variar sin alterar el planteamiento del problema?

### Figura 28. Cantidades clave para resolver el problema

Descuento

20%.

14) La cantidad de paletos y el costo total por la compra del lote y el porcentaje de utilidad esperado.

#### 15. ¿Cómo abordaría la solución a este tipo de problemas con los estudiantes?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Yo les digo -Imagínate que vas a poner un negocio y vas a vender, pulseritas, para saber el costo en el que las vas a vender, necesitas considerar todo el dinero que usaste para comprar todos tus recursos, ir sumando cada cosa que compraste. Ahora que conoces toda tu inversión, 2000 pesos como dice el ejercicio, ¿cuántas pulseritas estás esperando fabricar?, o ¿para cuántas pulseritas te alcanza? Ejemplo, 100 pulseritas. Si tú divides 2000 pesos / 100 pulseritas, ¿le vas a ganar algo a cada pulserita o te va a salir el costo fijo? ¿necesitas ganar dinero?, ¿no?, pues las debes vender más caras, bueno, ¿cuánto más caras las quieres vender? Por ejemplo, 40- Ahí es en donde yo les empiezo a hablar acerca de la utilidad, del margen de beneficio, porque era el 100% de mi costo anterior, quieres ganar un porcentaje más que el precio de compra. Les empiezo a hablar de situaciones de su vida cotidiana en donde ellos pueden aplicar estos conocimientos. Yo les digo que es importante que sepan sacar porcentajes, porque imagínate que tú en un futuro quieras poner un negocio. ¿Cómo te vas a dar cuenta si de verdad le estás ganando o perdiendo a tu negocio?*

Pero en estos casos, ¿usted considera que ellos razonan el porcentaje? o ¿procesan sólo las cantidades, los precios sin considerar el porcentaje, o ambas?

*Docente: Yo digo que procesan los 2, mi metodología de enseñanza está basada en problemas. Les enseño los algoritmos para que ellos conozcan la metodología como tal, pero voy directamente a aplicaciones. A mí lo que me funciona mucho para que ellos lo puedan entender es desglosarlo. Yo aplico datos, operaciones o desarrollo. Resulta así porque eso hace que ellos realmente tengan una buena lectura de comprensión, ellos desglosan los datos, entonces ellos solitos ya lo razonan, después voy modificando los problemas, por ejemplo, ¿cuánto es el 20% del 30% del 50% de 200? Empezando desde cero y lo van construyendo. Ya en segundo de secundaria se ve estadística, pero avanzamos con temas de varianza, covarianza, tablas de frecuencias, ya que en el colegio donde trabajo sí nos piden un nivel así más elevado. De repente sí me cuesta mucho trabajo con algunos alumnos. Se trata de que ellos verbalizan sus procedimientos, no nada más que los plasmen. Cuando ellos*

me explican cómo lo hicieron, sé que ya aprendió, ya entendió cómo lo hizo y cómo lo va a hacer en el siguiente.

¿Su punto de partida fue sobre aprendizaje basado en problemas?

Docente: Así es.

16. ¿Qué simbología o términos considera adecuados para comunicar/describir porcentajes con los estudiantes?

### Figura 29. Simbología de los porcentajes

16) Partiendo de fracciones, pasando a proporcionalidad hasta que ellos mismos infirieron el concepto de porcentaje.

---

#### Tarea 4

17. ¿Qué estrategias esperaría que el estudiante desarrolle para conocer el nuevo ahorro de Juan?

Fragmento de entrevista al participante

Docente: Bueno, primero que nada, que el estudiante infiera ya en ese punto, que el 50% de una cantidad es la mitad de esa cantidad, realmente está partiendo en partes, y si tomas 50, estás tomando la mitad. Entonces eso sucede cuando tienes que obtener el 50% de 50, es decir, la mitad de 50, 25. De los 100 pesos que le dieron los abuelos a Juan. Si ellos ya entendieron que el porcentaje se refiere a una parte de 100, así, si estás tomando 25%, quiere decir que le aumentas los otros 25 pesos. De esa manera lo hacen con el sentido lógico. Muchos chicos hoy en día ya no quieren escribir, muchos nada más lo hacen por lógica o por inferencia, pero ya muchos ya no escriben. Pero es más para que ellos estructuren, o sea, se ordenen, porque si no hacen operaciones sin un orden.

18. ¿Qué conceptos o ideas previas al aprendizaje de porcentajes aplicaría para explicar a los estudiantes cómo enfrentar la situación y determinar el ahorro inicial y final?

### Figura 30. Conceptos previos al tema de porcentajes

o TAREA 4

18) Fracciones, específicamente para este problema el concepto de medios y cuartos.

19. ¿Qué fortalezas y dificultades cree que podría presentar el estudiante y cómo las manifestaría al identificar la diferencia entre las cantidades porcentuales presentes?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Quizás uno podría tener problemas con saber que un porcentaje es una parte de 100. Tengo chicos que todavía no puedo recuperarlos del todo [en su comprensión de porcentajes]. Hay algo que no les permite todavía hacer los procedimientos, no lo razonan, yo pienso que ellos tendrían todavía que hacer las operaciones escritas.*

¿Esto lo ha detectado cuando ellos escriben su procedimiento, o lo detecta visualmente?

*Docente: De las dos formas, tanto visualmente como cuando escriben su respuesta, visualmente porque se quedan sin hacer nada, o ya pasaron 5 minutos y todavía no escriben nada, también en sus procedimientos, por ejemplo, en una regla de 3, donde tienen que relacionar paletas con paletas y costo con costo, para poder armar la regla, ellos no siguen un orden. Yo pienso que sí hay alumnos que tienen ciertas barreras de aprendizaje, hablando de otras cosas, pero también veo esa dificultad para concentrarse, como que esa sobreestimulación en los alumnos hacia otras cosas y les cuesta mucho trabajo para enfocarse, no estructuran ni son ordenados, ellos quieren saltarse los pasos, pasarse del paso uno al 10, quieren hacer el mínimo esfuerzo indispensable para llegar al resultado y por eso se equivocan. Sobre las fortalezas, en este tipo de problemas favorece mucho el cálculo mental. Bueno, yo he visto que en ellos sí favorece mucho, y al razonamiento, porque ellos tienen que identificar de inicio, por ejemplo, qué cantidad representa el 100%, y como ellos ya saben que es una parte del 100, el porcentaje es una parte de ese 100, desarrollan esa capacidad de cálculo mental y de razonamiento.*

20. ¿Qué elementos integraría a una situación como la anterior para motivar más la participación del estudiante?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Yo a veces he llevado memoramas en donde aplico el cálculo mental, como ejercicios sencillitos y que se pueden calcular sin necesidad de hacer operaciones, entonces les he llevado el problema por un lado y la respuesta por el otro. Igual a veces lo que hago es cronometrarles con audios y proyecciones en la pizarra, les digo -tienen 5 minutos para resolverlo-, se están volviendo competitivos entre ellos, concentrados.*

¿Ha tenido algún estudiante que no termine de aceptar esa forma?

*Docente: Tengo cuatro estudiantes que he tratado de integrar, pero no [no hay resultado del desempeño], no es porque no pueden, es porque no quieren.*

¿No surge ese deseo?

*Docente: Sí, ya no es tanto porque no puedan, no hay nada que se los impida cognitivamente hablando, sino es más bien como actitudinal, es decir, no les interesa.*

¿Es directamente un rechazo?

*Docente: Sí, un rechazo hacia la materia, porque ni siquiera es hacia mí, ellos me hablan y me platican, es más bien como un rechazo hacia la asignatura.*

---

### Tarea 5

21. ¿En qué aspectos del problema concentraría la atención del estudiante para que razone si la idea del cliente es correcta?

#### Figura 31. Aspectos importantes para desarrollar la situación

o TAREA 5.

21) En que no es lo mismo aplicar el IVA al producto con el precio original que ya con el descuento → platicar un poco sobre que es el IVA

22. ¿Qué estrategia personal o institucional considera que tiene un efecto positivo para que el estudiante supere las dificultades al analizar el argumento del cliente? Describa su estrategia.

#### Fragmento de entrevista al participante

*Docente: En la mayoría de las escuelas nunca se habla acerca de la educación financiera, entonces, si en las escuelas, desde pequeños se les empezara a hablar de algunos conceptos de educación financiera, sin necesidad de caer tanto en tecnicismos, para que los chicos en secundaria ya entendieran algunos conceptos. A nivel institucional, a las escuelas les beneficiaría mucho. Esa sería una estrategia que finalmente los llevaría a ellos a una situación real y además estarían aprendiendo. Algo que se relaciona mucho con porcentajes es el dinero, siempre que hablas de porcentaje estás hablando de dinero.*

Y, ¿algún material que usted conozca que ya exista dentro de ese currículum institucional? Hablamos de lo que normalmente ve en la SEP, como las estrategias que implementa la SEP u otras instituciones y ya han sido establecidas. ¿Conoce alguno?

*Docente: Al menos en las escuelas donde yo he estado, no he visto. Trabajé anteriormente en una escuela en donde sí llevan Emprendimiento. Ahí les enseñan a los niños precisamente conceptos básicos de lo que es ser un emprendedor, hacían sus planes de negocios, estrategias de venta, pero eso es a nivel de la propia escuela, no es algo que venga externo, sino algo que ha implementado la propia escuela.*

¿Y cómo le ayudó este conocimiento? ¿Lo ha ocupado en sus clases? ¿Sobre los libros?

*Docente: Experiencia laboral en eso sí. Muchas veces traigo parte de mi desarrollo profesional, incluso antes de ser docente. Y sobre los libros, en la escuela donde trabajaba antes, donde se imparte del emprendimiento, sí llevaba libros, pero en mi escuela actual no, yo genero mi propio material, es mi propio diseño curricular.*

¿Y usted ha utilizado un tema o algún material en particular que le ha ayudado mucho?

*Docente: En los libros que me guío son de Santillana, pero para instituciones privadas, porque con instituciones públicas no es el caso, en privadas, el libro trae todo, está inundado de problemas y de ejercicios interactivos también. Yo diseño mi asignatura y un material para que los chicos razonen. A mí me gusta mucho aplicarles esa esa hojita de porcentajes que poseo, la tengo desde hace cuatro años porque es la que les aplico cada que termino de ver el tema. De hecho, en mi caso ya no debería ver porcentajes, ese es tema de primaria, en primer año de secundaria les enseño racionalizaciones, cómo calcular la raíz cuadrada.*

¿Cuánto tiempo le toma a usted enseñar el tema de porcentajes en el currículo?

*Docente: Como una semana a lo mucho. Lo que sí veo con ellos, por ejemplo, es proporcionalidad, allí vuelven a tomar un poquito de lo que son los porcentajes, si van avanzados, aunque yo no soy partidaria de eso, el cerebro tiene sus etapas cognitivas. Entonces yo siento que también no hay que forzar esa madurez.*

23. ¿Qué recursos didácticos recomendaría trabajar con el estudiante para facilitar la comprensión del problema?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Creo que va relacionada con la 22, por ejemplo, si en la 22 vamos a hacer un ejemplo, vamos a armar un proyecto acerca de este, los chicos lo llevarán a cabo de ese modo a la vez que están comprendiendo los conceptos, los están poniendo en práctica. Eso los va a ayudar, aprender haciendo siempre es lo mejor, es lo que te lleva realmente a*

*comprender los conceptos y entender ya después cualquier problema que te pongan. Entonces creo que yo relacionaría la 22 y la 23, o sea, los recursos que yo utilicé para la estrategia de la 22, pues serían los que yo pondría en la pregunta 23.*

24. ¿Plantearía alguna pregunta adicional, ejemplo, tarea o técnica que le ayude a identificar que el alumno ha comprendido el problema?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Algo comentaba sobre la hoja de ejercicios. Esa es la que yo utilizo para saber si ellos ya lo entendieron o no, podría decirse que es un tipo de evaluación. A mí me gustaba hacerlas más dinámicas, identificar cosas, ahorita donde estoy trabajando, es mi segundo año, nos tienen prohibidas ese tipo de evaluaciones, no podemos poner evaluaciones de opción múltiple, de relacionar o verdadero/falso, completar.*

¿Entonces es todo desarrollado por el alumno?

*Docente: No hay que explicar el procedimiento para calcular un porcentaje, el alumno tiene que verbalizar el procedimiento para calcular un porcentaje, todo es abierto, no tenemos permitido hacer otro tipo de evaluaciones, pero esto sí les ayuda a los estudiantes, realmente se ponen a estudiar. Yo siento que orgánicamente algo cambió en ellos desde la pandemia, antes lo veía en una escuelita, tenía alumnos aplicados, aprendían, llegamos de pandemia y cambió su actitud, su nivel de retención, siento que fue por tanta estimulación, con el teléfono todo el día.*

---

### Tarea 6

25. ¿Cuál es la relación entre ponentes y la cantidad absoluta de personas en el congreso?

#### Figura 32. Relación entre ponentes y cantidad de personas en el congreso

• TAREA 6.

25) El ejercicio plantea que 60 de 100 son catedráticos (maestros) y que esa cantidad representa las  $\frac{3}{5}$  partes del total de asistentes lo cual es correcto. ya que  $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$  y nos dice que  $\frac{1}{4}$  de maestros son ponentes es decir  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{3}{5}$  y como  $\frac{3}{5}$  son 60 por lo tanto:

$$60 * \frac{1}{4} = \frac{60}{4} = 15 \text{ personas son docentes.}$$

26. ¿Qué contenido propuesto por la SEP se aborda en este problema?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Yo digo que razones y proporciones, porque finalmente estás calculando la fracción de una fracción o la fracción de un entero.*

27. ¿En qué etapa del tema de porcentajes considera correcto incluir la situación y qué parte del tema de porcentajes considera que se está tratando?

**Figura 33. Ubicación del problema planteado dentro del currículo**

27) Al final por que hablamos de fracción de una fracción.

28. ¿Qué contenidos se pueden desarrollar o repasar con ayuda de este problema?

**Figura 34. Temas de repaso para desarrollo de la situación**

28) Razones y proporciones

29. ¿Qué conocimientos son necesarios para desarrollar porcentajes y para qué conocimientos funciona como base?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Primero fracciones, es indispensable para que ellos entiendan. Además de los porcentajes, ¿para qué conocimientos funciona como base? para más adelante abordar temas de probabilidad y estadística, porque en probabilidad se vuelven a ver este tipo de preguntas, como relaciones, fracción de una fracción o fracción de un número entero. Se ven ese tipo de ejercicios en probabilidad y estadística.*

---

*Tarea de cierre*

30. ¿Cómo considera su conocimiento sobre porcentajes a raíz de las tareas desarrolladas?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Pues en cuanto a cómo calcular un porcentaje, pues sí, considero que es amplio en relación con la forma de llevar el tema con el currículo de la SEP.*

31. ¿Con qué profundidad y detalle considera que el currículo aborda el tema de porcentajes?

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: El currículo en cuestión de la SEP, yo creo que está bien, pero yo no me guío con el currículo de la SEP. Yo lo veo muy fácil, como lo plantea la SEP, con qué profundidad, como un 30% de detalle, no hay mucha complejidad en lo que se aborda. Yo veo que mis alumnos pues sí lo usan y lo llevan a cabo, lo entienden y después en problemas donde tienen que aplicar o tienen que echar mano de esos conocimientos, lo hacen, pero no sé si debería de profundizar más en ese tema.*

32. ¿Cree que los conocimientos con los que se enseña el porcentaje a los estudiantes son suficientes, limitantes o profundos? Argumente.

*Fragmento de entrevista al participante*

*Docente: Pues en mi caso, creo que sí son un poco más profundos, cuando yo vi el tema de porcentajes fue una enseñanza suficiente, como lo necesario, pero se le puede sacar más provecho al tema, se puede llevar a los estudiantes a un pensamiento más reflexivo, más crítico acerca de las situaciones en donde ellos pudieran aplicar este tema.*

Además de la parte económica y financiera, ¿ha aplicado el porcentaje en otros temas, lo ha visto inmerso?

*Docente: Sí, por ejemplo, ahorita que estoy viendo estadística, sí viene el porcentaje, por añadidura, porque hacemos gráficas de pastel, relacionamos, en los profes que siempre se han dedicado a dar clases te enseñan las cosas teóricamente, no lo llevan a algo real.*

¿En la maestría le enseñaron algo relacionado con la teoría cognitiva o alguna que haya conservado con mayor fuerza para la enseñanza?

*Docente: La que más me ha llamado la atención de todas las teorías es la del constructivismo, siento que es la única manera en la que realmente aprendes. O sea, tomas como base todos tus conocimientos anteriores, tus vivencias y las llevas a construir un nuevo conocimiento, creo que sí es para mí esa metodología.*

¿Hay alguna otra situación en la que haya metido en la parte de porcentajes, además de estadística en mayor o menor medida?

*Docente: No, creo que nada más que en este tipo de problemas, pero sí podría ser de personas, de boletos vendidos o alumnos, una fiesta, en química ellos aplican también esos*

*conocimientos, lo vuelves interdisciplinario, en física también veo termodinámica, cuando calculamos la cantidad de calor ganado o cedido.*

## Anexo D

Se presenta la lista de ejercicios que usa el docente para trabajar con los estudiantes en el refuerzo del tema de porcentajes, esta lista se usa con la intención de evaluar y determinar el conocimiento adquirido por los alumnos. Se identifican 3 problemas contextualizados, el resto de los problemas trabaja con el manejo de la relación parte todo entre porcentajes y la conversión entre cantidades porcentuales y decimales, parte de los ejercicios son de opción múltiple, mientras que otros son preguntas abiertas.

**Figura 35. Ejercicios de práctica para casos porcentuales**

### Nivel I

1. Calcula el 62% de 1200
2. ¿Qué porcentaje de 480 es 96?
3. ¿Qué porcentaje de 200 es 164?
4. Calcula el 185 del 205 del 50% de 1000.

### Nivel II

5. Calcula el 305 de 40 más el 70% de 180.
6. Expresa como fracción:  
 $28\% + 37\%$

7. Calcula el 30% más de 420

### Nivel III

14. Sandrita dice: «Mi papi gana S/. 1500 mensuales y le van a aumentar el 20%»  
¿Cuánto ganará este mes el papá de Sandrita?
15. Se compra un artículo a S/. 240 y luego se vende perdiendo el 25% del costo. ¿En cuánto se vendió dicho artículo?
16. ¿El 17% de 108 es el 27% de qué número?

<p>1. Calcula el 52% de 1200</p> <p>a) 624      b) 612      c) 584 d) 636      e) 596</p>	<p>2. Calcula el 28% de 45% de 2000</p> <p>a) 252      b) 348      c) 520 d) 340      e) 360</p>
<p>3. Calcula el 455 de 200 + 355 de 260.</p> <p>a) 142      b) 181      c) 206 d) 172      e) 191</p>	<p>4. ¿De qué número es 552, el 8% menos?</p> <p>a) 400      b) 520      c) 600 d) 500      e) 580</p>

5. ¿Qué porcentaje de 8 es 20?

- a) 120%      b) 200%      c) 280%  
d) 150%      e) 250%

6. Calcula el 30% más de 340

- a) 238      b) 442      c) 512  
d) 292      e) 452

7. En una conferencia hay 152 asistentes, de las cuales 75% son varones y de las mujeres el 50% están casadas. ¿Cuál es el número de mujeres solteras?

- a) 114      b) 19      c) 20  
d) 38      e) 28

8. Si  $\frac{1}{3}$  de un número es 24. ¿Cuál es el número?

- a) 8      b) 80      c) 8000  
d) 72      e) 7200

## Anexo E

Se incluyen las preguntas de la entrevista semiestructurada que se realiza al docente, el diseño de las preguntas está ajustado a las evidencias obtenidas de las tareas aplicadas, se añaden otras preguntas que puedan surgir de la búsqueda del conocimiento docente. Adicionalmente, se incluye la pertenencia de las preguntas a cada uno de los subdominios que se pretenden explorar con profundidad.

### Entrevista semiestructurada

A continuación, se realizará una serie de preguntas afines al tema de porcentajes en matemáticas, cada pregunta tiene la intención de profundizar en las respuestas registradas de cada tarea antes realizada, por lo que el diseño y la estructura es único. Favor de responder con total libertad, con veracidad y en calidad de reflexión.

#### *Introducción*

1. Además de identificar el porcentaje como una porción de un entero dividido en 100 partes iguales, ¿conoce otra forma mediante la cual se puede conceptualizar el porcentaje?
2. Para obtener un porcentaje, recurre a multiplicar una cantidad decimal por 100, pero ¿por qué multiplicar por 100 para obtener el porcentaje deseado?
3. ¿Qué pasaría si se tratase de otra cantidad diferente de 100 la que representa el total?
4. Mencionó que las gráficas son una forma de trabajar con el porcentaje, en esos gráficos podría usar las escalas para desarrollar con facilidad el porcentaje, ¿cómo ayudan las escalas en la enseñanza del porcentaje?
5. Si se parte un entero en 100 partes iguales, ¿cómo ayuda al estudiante en la comprensión de porcentajes usar diferentes escalas sin confundir la cantidad base de 100 partes?

#### *Subdominio KoT*

6. De acuerdo con lo que ha trabajado en clases con los estudiantes, ¿cuál considera que debe ser la primera representación por enseñar sobre porcentajes?
7. Sobre los problemas que desarrolló, ¿a qué se le puede llamar cantidad base?

#### *Subdominio KSM*

8. En uno de los problemas, debe hallar el nuevo costo de una camisa y un pantalón cuando ambos sufren el 80% de descuento, ¿qué operación funciona para hallar la proporción entre ambas prendas de ropa?

9. Mencionó que la diferencia entre las dos prendas debe ser de \$200 pesos, sobre el 20% que se retira al juego de prendas, ¿también debe conservar la misma relación de diferencia entre \$200?
10. Sobre el problema sobre el juego de prendas, planteó un resultado sin usar porcentajes, ¿podría plantear otra solución al problema, usando porcentajes?
11. Sobre la camisa y el precio de ambas prendas, ¿cuál es la razón entre el precio de la playera y el precio de ambas prendas?
12. ¿Qué fórmulas de descuento y aumento conoce?

*Subdominio KPM*

13. Hablando sobre una de las tareas, la intención del vendedor era vender 500 paletas compradas en \$2000 con un margen de beneficio del 25%, después considera hacer un descuento del 20% a cada paleta, ¿qué procedimiento se debe seguir para confirmar si el descuento aplicado a cada paleta beneficia las ventas del producto?
14. ¿Qué cantidades porcentuales pueden ser las más indicadas para trabajar con los estudiantes en la enseñanza del tema de porcentajes?
15. ¿Qué símbolos trabaja con el estudiante cuando enseña porcentajes?

*Subdominio KFLM*

16. ¿Qué procedimientos conoce que el estudiante acostumbra a aplicar cuando resuelve situaciones de porcentajes?

*Subdominio KMT*

17. ¿Ha tenido problemas para implementar algún material digital en sus clases?
18. ¿Considera que dichos recursos digitales ayudan en la mejora de la explicación del porcentaje?
19. ¿Qué tipo de entornos y materiales didácticos le han ayudado más a enseñar porcentajes?

## Anexo F

A continuación, se incluyen las respuestas de la entrevista semiestructurada realizada al docente, cada pregunta se realizó al docente en una sola sesión, se comunicó la situación involucrada de cada tarea y las cantidades necesarias para contextualizar las preguntas de la entrevista.

### Respuestas de la entrevista semiestructurada

#### *Introducción*

1. Además de identificar el porcentaje como una porción de un entero dividido en 100 partes iguales, ¿conoce otra forma mediante la cual se puede conceptualizar el porcentaje?

*Docente: No, porque su mismo nombre lo dice porcentaje, o sea, por 100.*

2. Para obtener un porcentaje, recurre a multiplicar una cantidad decimal por 100, pero ¿por qué multiplicar por 100 para obtener el porcentaje deseado?

*Docente: Porque el entero es 1, entonces ese entero es el que estás partiendo en 100 partes, eso es por lo que multiplicas tu número decimal por 100, para obtener las partes que después estarás tomando, estarías considerando al 1 como el equivalente de 100%.*

3. ¿Qué pasaría si se tratase de otra cantidad diferente de 100 la que representa el total?

*Docente: Se hace realmente lo mismo, por ejemplo, el 20% de 400, lo único que haría sería multiplicar a 400 por punto 2 de la misma manera, es decir, el total puede variar en porciones, el 100% siempre va a valer el 100%, la cantidad total es la que puede variar, pero sigue su equivalente al 100%.*

4. Mencionó que las gráficas son una forma de trabajar con el porcentaje, en esos gráficos podría usar las escalas para desarrollar con facilidad el porcentaje, ¿cómo ayudan las escalas en la enseñanza del porcentaje?

*Docente: Ayudan a identificar visualmente, por ejemplo, que el 20% no es más grande que el 40% o que el 50%, porque visualmente tú lo estás viendo, si tú explicas el porcentaje como una fracción de 100, también lo podrías explicar en la recta numérica, porque, por ejemplo, podrías poner en una recta lo mejor escalada de 10 en 10 de cero a 100 y decirles a los chicos que cada porción de 10 equivale al 10% de todo el entero o de todo tu porcentaje, si tomas 2 porciones de 10, sería el 20% del entero, por así decirlo, que vale 100, es una representación visual, por eso a veces hay problemas*

*cuando expresan dibujos, se les dificulta representar correctamente la cantidad en la recta o el diagrama.*

5. Si se parte un entero en 100 partes iguales, ¿cómo ayuda al estudiante en la comprensión de porcentajes usar diferentes escalas sin confundir la cantidad base de 100 partes?

*Docente: ¿Cómo ayuda al estudiante en la comprensión de porcentajes usar diferentes escalas? Por ejemplo, si tu cantidad total es 400, ese entero es el que vas a dividir en 100 partes, y cada partecita es el 1%, hacer  $400/100$  nos da ese resultado, de esa manera se puede ir sacando el porcentaje, obteniendo el valor unitario.*

#### *Subdominio KoT*

6. De acuerdo con lo que ha trabajado en clases con los estudiantes, ¿cuál considera que debe ser la primera representación por enseñar sobre porcentajes?

*Docente: Lo hago de manera verbal y de manera gráfica, de manera gráfica en las fracciones, es una parte de 100, entonces tu total lo divides en 100 partes, o en una recta numérica, también de manera verbal, son mis representaciones de partida.*

7. Sobre los problemas que desarrolló, ¿a qué se le puede llamar cantidad base?

*Docente: Mi cantidad base debe de ser como mi total, es la cantidad a la que le voy a sacar el porcentaje.*

#### *Subdominio KSM*

8. En uno de los problemas, debe hallar el nuevo costo de una camisa y un pantalón cuando ambos sufren el 80% de descuento, ¿qué operación funciona para hallar la proporción entre ambas prendas de ropa?

*Docente: Una división, dividir una cantidad entre otra para hallar la razón de proporcionalidad que existe entre las 2.*

9. Mencionó que la diferencia entre las dos prendas debe ser de \$200 pesos, sobre el 20% que se retira al juego de prendas, ¿también debe conservar la misma relación de diferencia entre \$200?

*Docente: Si debe conservarse la misma relación de diferencia, bueno, mientras sea el 20%, sí, pero sí varía el 20%, supongo que cambiará la relación que habrá entre las dos prendas, si debe ser la*

*misma cantidad la que va a variar, pero va a depender esa cantidad del porcentaje a descontar a las prendas.*

10. Sobre el problema sobre el juego de prendas, planteó un resultado sin usar porcentajes, ¿podría plantear otra solución al problema, usando porcentajes?

*Docente: Sí, usando porcentajes, podría aplicar incluso la fórmula de descuento.*

11. Sobre la camisa y el precio de ambas prendas, ¿cuál es la razón entre el precio de la playera y el precio de ambas prendas?

*Docente: La razón es de 400 sobre 1000.*

12. ¿Qué fórmulas de descuento y aumento conoce?

*Docente: Al menos conozco solamente dos, aunque en ambas nada más cambia el signo, la fórmula dice que el precio final es igual al precio original menos el cociente del descuento entre 100.*

#### *Subdominio KPM*

13. Hablando sobre una de las tareas, la intención del vendedor era vender 500 paletas compradas en \$2000 con un margen de beneficio del 25%, después considera hacer un descuento del 20% a cada paleta, ¿qué procedimiento se debe seguir para confirmar si el descuento aplicado a cada paleta beneficia las ventas del producto?

*Docente: Lo que haría sería calcular el beneficio que deberá obtener de los 2000 pesos, multiplicar por 0.25, esto es, obtener lo el 25% de 2000, luego verificar cuánto deberías vender con ese margen de beneficio que vas a añadir a los 2000. Ahora bien, si ofreces un descuento del 20% a cada paleta, entonces sería dividir 2000 /500 para saber el precio de cada paleta, luego sacamos el 20% de esta cantidad, es decir, multiplicas por 0.8, al final multiplicas este resultado por 500 para conocer cuánto vas a ganar con esta estrategia, aunque se aprecia que va a terminar perdiendo, sí recupera lo invertido, pero no estaría ganando nada.*

14. ¿Qué cantidades porcentuales pueden ser las más indicadas para trabajar con los estudiantes en la enseñanza del tema de porcentajes?

*Docente: Pienso que podría ser cualquier cantidad la que tú metas al problema, en secundaria yo vería ideal enseñar los porcentajes partiendo de la multiplicación de valores menores que obtengan porcentajes menores al 100%, además de cantidades como 0.5 o 0.8, al aumentar el 15%, es decir,*

0.15, si aumento el 20%, o bien, 0.20, cantidades de ese tipo. Creo que, si hablo de fracciones, sería hablar de casos más prácticos, como al usar una regla de 3.

15. ¿Qué símbolos trabaja con el estudiante cuando enseña porcentajes?

*Docente: Normalmente uso flechas para asociar cantidades, como cuando trabajo con la regla de 3. El símbolo de porcentaje en secundaria ya lo considero desde el principio, considero que ese ya se aprende desde la primaria, en secundaria ya deben saber cómo es el símbolo de porcentaje.*

#### *Subdominio KFLM*

16. ¿Qué procedimientos conoce que el estudiante acostumbra a aplicar cuando resuelve situaciones de porcentajes?

*Docente: En el caso de mis alumnos, lo que hacen precisamente es que dividen la cantidad total entre 100 y lo que les da lo multiplican por el porcentaje que quieren obtener, es decir, primero sacan el factor unitario, lo que vale el 1%, luego lo multiplican por lo que quieren obtener, la mayoría de las veces ellos van multiplicando para hacer procedimientos de obtención de porcentajes.*

#### *Subdominio KMT*

17. ¿Ha tenido problemas para implementar algún material digital en sus clases?

*Docente: En la escuela donde yo trabajo no tiene infraestructura, pero yo utilizo mi propio cañón, uso mis propios recursos, en mi anterior escuela, cada chico tenía una Chromebook, se había creado un convenio con Google for Education y Google le mandó una Chromebook a cada alumno, les dejaba actividades interactivas para la clase.*

18. ¿Considera que dichos recursos digitales ayudan en la mejora de la explicación del porcentaje?

*Docente: Sí, de todos los temas, como que los motiva, vas variando también la metodología, los mantiene más atentos, más expectantes también y abiertos a aprender.*

19. ¿Qué tipo de entornos y materiales didácticos le han ayudado más a enseñar porcentajes?

*Docente: De materiales digitales, por ejemplo, para las gráficas, hacerlo de manera digital es mucho más fácil y más rápido, más llamativo, a mí me gustó mucho trabajar con Santillana, pero la versión de Estela, en ese entorno que es digital tiene muchísimas actividades interactivas, simuladores, te ayuda en cualquier tema de matemáticas, disponemos en todo momento de ese recurso digital, son*

*plataformas muy intuitivas, también los propios estudiantes te ayudan mucho, ellos exploran por cuenta propia las actividades.*

## Anexo G

Se incluyen las tablas de valoración realizada por los jueces para las categorías: coherencia, suficiencia, relevancia y claridad; se integra el valor V de Aiken para las pruebas.

**Tabla 12.**

*V de Aiken para Suficiencia de la secuencia de tareas*

Dimensión	Item	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	juez 5	Media	V de Aiken	V. de la dimensión	V. de la categoría
<i>Tarea de Inicio</i>	1	4	3	3	4	4	3,6	0,866667	0,8666667	0,88333333
	2	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
	3	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
	4	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
<i>Tarea para abordar KoT</i>	5	3	3	4	4	4	3,6	0,866667	0,8666667	
	6	3	3	4	4	4	3,6	0,866667		
	7	3	3	4	4	4	3,6	0,866667		
	8	3	3	4	4	4	3,6	0,866667		
<i>Tarea para abordar KSM</i>	9	4	4	4	4	4	4	1	1	
	10	4	4	4	4	4	4	1		
	11	4	4	4	4	4	4	1		
	12	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KPM</i>	13	3	3	4	4	3	3,4	0,8	0,8	
	14	3	3	4	4	3	3,4	0,8		
	15	3	3	4	4	3	3,4	0,8		
	16	3	3	4	4	3	3,4	0,8		
<i>Tarea para abordar KFLM</i>	17	3	3	3	4	4	3,4	0,8	0,8	
	18	3	3	3	4	4	3,4	0,8		
	19	3	3	3	4	4	3,4	0,8		
	20	3	3	3	4	4	3,4	0,8		
<i>Tarea para abordar KMT</i>	21	4	4	3	4	4	3,8	0,933333	0,9333333	
	22	4	4	3	4	4	3,8	0,933333		
	23	4	4	3	4	4	3,8	0,933333		
	24	4	4	3	4	4	3,8	0,933333		
<i>Tarea para abordar KMLS</i>	25	4	3	4	4	3	3,6	0,866667	0,8666667	
	26	4	3	4	4	3	3,6	0,866667		
	27	4	3	4	4	3	3,6	0,866667		
	28	4	3	4	4	3	3,6	0,866667		
	29	4	3	4	4	3	3,6	0,866667		
<i>Tarea de Cierre</i>	30	4	4	4	4	3	3,8	0,933333	0,9333333	
	31	4	4	4	4	3	3,8	0,933333		
	32	4	4	4	4	3	3,8	0,933333		

**Tabla 13.**

*V de Aiken para Coherencia de la secuencia de tareas*

Dimensión	Item	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5	Media	V de Aiken	V. de la dimensión	V. de la categoría
<i>Tarea de Inicio</i>	1	4	4	4	4	4	4	1	0,98333333	0,9679167
	2	4	4	4	4	4	4	1		
	3	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333		
	4	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KoT</i>	5	4	4	4	4	4	4	1	1	
	6	4	4	4	4	4	4	1		
	7	4	4	4	4	4	4	1		
	8	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KSM</i>	9	4	4	4	4	4	4	1	1	
	10	4	4	4	4	4	4	1		
	11	4	4	4	4	4	4	1		
	12	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KPM</i>	13	4	4	4	4	4	4	1	1	
	14	4	4	4	4	4	4	1		
	15	4	4	4	4	4	4	1		
	16	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KFLM</i>	17	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333	0,9166667	
	18	1	4	4	4	4	3,4	0,8		
	19	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333		
	20	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KMT</i>	21	4	4	4	4	4	4	1	0,95	
	22	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333		
	23	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333		
	24	4	4	3	4	4	3,8	0,93333333		
<i>Tarea para abordar KMLS</i>	25	1	4	4	4	4	3,4	0,8	0,96	
	26	4	4	4	4	4	4	1		
	27	4	4	4	4	4	4	1		
	28	4	4	4	4	4	4	1		
	29	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea de Cierre</i>	30	4	4	4	4	3	3,8	0,93333333	0,93333333	
	31	4	4	4	4	3	3,8	0,93333333		
	32	4	4	4	4	3	3,8	0,93333333		

**Tabla 14.**

*V de Aiken para Relevancia de la secuencia de tareas*

Dimensión	Item	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5	Media	V de Aiken	V. de la dimensión	V. de la categoría
<i>Tarea de Inicio</i>	1	4	4	4	4	4	4	1	0,9833333	0,9593056
	2	4	4	4	4	4	4	1		
	3	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333		
	4	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KoT</i>	5	4	4	4	4	4	4	1	1	
	6	4	4	4	4	4	4	1		
	7	4	4	4	4	4	4	1		
	8	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KSM</i>	9	4	4	4	4	4	4	1	1	
	10	4	4	4	4	4	4	1		
	11	4	4	4	4	4	4	1		
	12	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KPM</i>	13	2	4	4	4	4	3,6	0,8666667	0,9666667	
	14	4	4	4	4	4	4	1		
	15	4	4	4	4	4	4	1		
	16	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KFLM</i>	17	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333	0,9166667	
	18	1	4	4	4	4	3,4	0,8		
	19	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333		
	20	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KMT</i>	21	4	4	4	4	4	4	1	0,95	
	22	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333		
	23	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333		
	24	4	4	3	4	4	3,8	0,9333333		
<i>Tarea para abordar KMLS</i>	25	1	4	4	4	4	3,4	0,8	0,9466667	
	26	4	4	4	4	4	4	1		
	27	3	4	4	4	4	3,8	0,9333333		
	28	4	4	4	4	4	4	1		
	29	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea de Cierre</i>	30	4	4	4	4	2	3,6	0,8666667	0,9111111	
	31	4	4	4	4	4	4	1		
	32	4	4	4	4	2	3,6	0,8666667		

**Tabla 15.**

*V de Aiken para Claridad de la secuencia de tareas*

Dimensión	Item	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5	Media	V de Aiken	V. de la dimensión	V. de la categoría
<i>Tarea de Inicio</i>	1	4	4	4	4	4	4	1	0,966667	0,9525
	2	4	4	4	4	4	4	1		
	3	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
	4	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KoT</i>	5	4	3	4	4	4	3,8	0,933333	0,933333	
	6	4	3	4	4	4	3,8	0,933333		
	7	4	4	4	4	4	4	1		
	8	4	3	4	3	4	3,6	0,866667		
<i>Tarea para abordar KSM</i>	9	4	4	4	3	4	3,8	0,933333	0,983333	
	10	4	4	4	4	4	4	1		
	11	4	4	4	4	4	4	1		
	12	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KPM</i>	13	4	4	4	3	4	3,8	0,933333	0,95	
	14	4	3	4	4	4	3,8	0,933333		
	15	4	4	4	4	4	4	1		
	16	4	3	4	4	4	3,8	0,933333		
<i>Tarea para abordar KFLM</i>	17	4	4	3	4	4	3,8	0,933333	0,95	
	18	4	4	4	4	4	4	1		
	19	4	4	3	3	4	3,6	0,866667		
	20	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea para abordar KMT</i>	21	4	4	4	4	4	4	1	0,916667	
	22	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
	23	4	4	3	4	4	3,8	0,933333		
	24	4	3	3	4	4	3,6	0,866667		
<i>Tarea para abordar KMLS</i>	25	4	4	4	4	4	4	1	0,986667	
	26	4	4	4	4	4	4	1		
	27	3	4	4	4	4	3,8	0,933333		
	28	4	4	4	4	4	4	1		
	29	4	4	4	4	4	4	1		
<i>Tarea de Cierre</i>	30	4	4	4	4	3	3,8	0,933333	0,933333	
	31	4	4	4	4	3	3,8	0,933333		
	32	4	4	4	4	3	3,8	0,933333		

## Anexo H

Se incluye el instrumento de la secuencia de tareas integrada a la investigación, con las modificaciones propuestas por los cinco jueces en la prueba de validez de contenido.

### Diseño de tareas actualizado

A continuación, se presenta una serie de tareas que requiere de tu concentración y tiempo, cada tarea incluye una situación diferente, a la que deberás atender con preguntas que puedes responder por escrito o conversando tu respuesta con el aplicador.

### Instrucciones

- Responde cada reactivo con detenimiento.
- Conserva las anotaciones que sean necesarias para resolver cada problema.
- Puedes escribir tus respuestas u operaciones en otra hoja, pero asegúrate de referenciar la pregunta correspondiente.
- Cualquier pregunta que no puedas responder, escribir las razones.
- Redacta tus operaciones y estrategias con claridad y organización.
- Resalta la respuesta numérica de las preguntas, en caso de haberla.
- Si la pregunta se encuentra subrayada, favor de responder oralmente al aplicador.

*Tarea introductoria.* Esta tarea obtendrá una visión general del conocimiento conceptual y didáctico del docente sobre el tema de porcentajes, así como su capacidad para relacionar los conceptos matemáticos con situaciones del mundo real y la adaptación a las necesidades de los estudiantes, el resto de las preguntas se acercan con profundidad a los descriptores de los subdominios del modelo MTSK.

*Situación.* Imagine que está enseñando porcentajes en su clase de matemáticas. Durante la lección, se encuentra con un grupo de estudiantes que están luchando por comprender el concepto básico de porcentajes y su aplicación en situaciones cotidianas. Su objetivo es ayudarlos a comprender el tema de una manera clara y efectiva.

#### *Preguntas.*

1. Defina el concepto de porcentaje con sus propias palabras.
2. Plantee un ejemplo de cómo convertir una cantidad decimal en porcentaje.
3. Proporcione tres ejemplos de situaciones del mundo real o que pueda reconocer el estudiante, en las que se puede utilizar el porcentaje.

4. ¿Qué dificultades crees que puedan presentar tus estudiantes al calcular porcentajes?
    - a. ¿Qué estrategias o recursos usaría para ayudarlos a resolver estas dificultades?
- 

*Tarea 1.* En esta tarea se explora el KoT bajo una situación porcentual, permite al docente mostrar su capacidad para aplicar el porcentaje en situaciones prácticas y resolver problemas con diferentes estrategias, se explora además el tipo de representación a ocupar y la relación entre los datos y los resultados obtenidos.

*Situación.* En una tienda de ropa, se está llevando a cabo una venta especial en la que todos los artículos tienen un descuento del 20%. Un cliente compra una chaqueta que originalmente cuesta \$499.

*Preguntas.*

5. ¿Cuánto le costó la chaqueta al cliente? Resuelva el problema y justifique cada paso. Tras resolverlo de esta primera forma, resuelva utilizando una segunda estrategia.
  6. ¿Qué significado tiene el porcentaje en esta situación y cómo se relaciona con el 20 % de descuento?
  7. ¿Qué ventajas tiene utilizar el porcentaje en situaciones como esta?
  8. ¿Qué relación numérica hay entre el precio original y el precio con descuento?
- 

*Tarea 2.* En esta tarea se explora el KSM, se obtiene evidencia sobre la capacidad para simplificar el tema de porcentajes usando fracciones y proporciones, así como la habilidad para integrar conexiones con temas relacionados. Es posible evaluar la habilidad para razonar cada paso del proceso y plantear preguntas que inviten a la reflexión de la comprensión de los estudiantes.

*Situación.* El gerente de una tienda desea calcular el descuento de un juego de prendas de ropa para una venta especial, quiere comprender el impacto del descuento en las ventas y la ganancia total. El precio de una camisa es de \$400 y el de un pantalón es de \$600. El descuento se aplica de forma que el precio total de ambos productos después del descuento sea igual al 80% del precio total original del juego de prendas.

*Preguntas.*

9. ¿Cómo obtendría el valor de descuento aplicado y el precio final de cada artículo sin usar porcentajes? Desarrolla y explica tu procedimiento.
  10. ¿Habrá una solución diferente a la que propuso anteriormente? Explique cómo es posible.
  11. ¿Existirá una expresión algebraica o gráfica que pueda describir las soluciones a este problema?
  12. Si tuvieras que explicar a tus estudiantes la relación del precio y del descuento sin usar %, ¿cómo procederías y qué otro concepto o conocimiento utilizarías?
- 

*Tarea 3.* En esta tarea se explora el KPM, se obtiene evidencia sobre cómo el docente construye y describe porcentajes, cómo conjetura soluciones con estrategias equivalentes y significativas dentro del entorno porcentual, con el uso de símbolos y cantidades para validar expresiones.

*Situación.* Un comerciante compra un lote de 500 paletas por \$2000 y planea venderlas con un margen de beneficio del 25% sobre el costo. Sin embargo, antes de iniciar la venta, decide aplicar una nueva estrategia y aplicar el 20% de descuento sobre el precio de cada paleta.

*Preguntas.*

13. ¿En qué beneficia al comerciante aplicar el descuento por paleta y qué ocurre con todas las cantidades al cambiar el margen de beneficio?
  14. ¿Qué cantidades son primordiales para conocer la ganancia por la venta de cada paleta y qué cantidades podrían variar sin alterar el planteamiento del problema?
  15. ¿Cómo podría definir una cantidad porcentual a los alumnos, partiendo de este problema, donde los totales son cantidades que cambian según el caso que se aborda?
  16. ¿Qué simbología o términos considera adecuados para comunicar/describir porcentajes con los estudiantes?
- 

*Tarea 4.* En esta tarea se explora el KFLM, se obtiene evidencia del conocimiento docente sobre las teorías de aprendizaje que conoce, su capacidad para identificar las necesidades y emociones de los estudiantes, así como su habilidad para diseñar estrategias de enseñanza efectivas.

*Situación.* Juan tenía \$50, decide ahorrar el 50% y el resto ocuparlo para comprar dulces el fin de semana. El fin de semana sus abuelos le dieron una mesada de \$100, de la que Juan ahorró el 25% y añadió a su ahorro inicial.

*Preguntas.*

17. ¿Qué estrategias esperaría que el estudiante desarrolle para conocer el nuevo ahorro de Juan?
  18. ¿Qué conceptos o ideas previas al aprendizaje de porcentajes aplicaría para explicar a los estudiantes cómo enfrentar la situación y determinar el ahorro inicial y final?
  19. ¿Qué fortalezas y dificultades cree que podría presentar el estudiante al identificar la diferencia entre las cantidades porcentuales presentes? ¿cómo las manifestaría?
  20. ¿Qué elementos integraría a una situación como la anterior para mejorar la participación del estudiante?
- 

*Tarea 5.* En esta tarea se explora el KMT, se busca explorar el conocimiento del docente en la enseñanza de porcentajes, su comprensión de las tareas y estrategias pedagógicas, su capacidad para diseñar actividades efectivas y estimular el pensamiento crítico del estudiante.

*Situación.* El costo por una vajilla es de \$500 y por venta especial tiene el 30% de descuento, no obstante, algunos clientes quieren aplicar el uso de su cupón por 16% sobre el precio final. Un cliente llega a comprar la vajilla e imagina que sería mejor aplicar el 16% del cupón sobre el precio original y luego aplicar el descuento de la venta especial.

*Preguntas.*

21. ¿En qué aspectos del problema concentraría la atención del estudiante para que razone si la idea del cliente es correcta?
  22. ¿Qué estrategias de enseñanza personales o institucionales considera que pueden aportar un efecto positivo para que el estudiante supere las dificultades al analizar el argumento del cliente? Describa su estrategia.
  23. ¿Qué materiales, instrumentos o recursos recomendaría trabajar con el estudiante para facilitar la comprensión del problema?
  24. ¿Qué pregunta adicional (ejemplo, tarea o técnica) le ayudará a identificar que el alumno ha comprendido el problema?
- 

*Tarea 6.* En esta tarea se aborda el KMLS, se explora el conocimiento del profesor sobre los objetivos de aprendizaje y contenidos curriculares sobre el tema de porcentaje en secundaria, además de analizar su capacidad para diseñar actividades que promuevan una comprensión más profunda sobre porcentajes.

*Situación.* Un congreso de 100 personas da acceso a 60 catedráticos,  $\frac{3}{5}$  partes son maestros y la  $\frac{1}{4}$  parte de maestros dará una ponencia.

*Preguntas.*

25. ¿Cómo mediría el progreso de sus estudiantes con respecto al tema de porcentajes, tomando en cuenta lo que incluye el temario de la SEP?
  26. ¿Qué contenido propuesto por la SEP se aborda en este problema?
  27. ¿En qué etapa del tema de porcentajes considera correcto incluir la situación y qué parte del tema de porcentajes considera que se está tratando?
  28. Si  $\frac{1}{4}$  de los asistentes al evento dará una ponencia ¿Qué conocimientos considera que el estudiante debe poseer para identificar la cantidad de ponentes del evento? ¿qué conocimientos cree que deba poseer para conocer la cantidad de ponentes que no son maestros?
  29. ¿Qué conocimientos son necesarios para desarrollar porcentajes y para qué conocimientos funciona como base?
- 

*Tarea de cierre.* En esta tarea no se exploran subdominios del modelo MTSK, sino que se investiga sobre la reflexión con la que el docente finaliza el desarrollo de las tareas.

*Preguntas.*

30. ¿Qué recursos, estrategias o conocimientos considera que debe desarrollar mejor el concepto de porcentaje en los estudiantes?
  31. ¿Qué elementos del currículo institucional considera que deberían estar presentes o retirarse para el tema de porcentaje en primer grado de nivel secundaria, con tal de cubrir una noción amplia del uso de porcentajes?
  32. ¿Qué conocimientos y temas considera que podría integrar frente a grupo para enriquecer el tema de porcentajes?
-

## Apéndice

### Plan curricular de la Secretaría de Educación Pública

En México, la principal institución encargada del desarrollo y seguimiento al aprendizaje de los estudiantes es la Secretaría de Educación Pública (SEP). Este organismo analiza, valora, implementa, ejecuta y evalúa los conocimientos necesarios que llegan a las escuelas y al cuerpo docente para la educación íntegra y funcional de los estudiantes, todos estos saberes se organizan y gestionan bajo un temario que se debe cumplir y seguir en favor del pensamiento estructurado y crítico.

El marco curricular de la SEP (2023) ubica al tema de porcentajes en el área de matemáticas nivel básico, en educación secundaria, 1° grado, los contenidos por analizar se pueden encontrar en los libros de educación secundaria emitidos por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG), organismo público que se encarga de la producción y distribución de todos los contenidos que edita y produce la SEP (2023) en favor del acceso al aprendizaje de los estudiantes pertenecientes al sistema educativo mexicano (CONALITEG, 2023). No obstante, a raíz de la crisis de salud a nivel mundial que inició la pandemia provocada por el virus SARS-CoV 2 (COVID-19) y ante la necesidad de conservar a las familias en casa para contener la propagación del virus, la SEP decretó suspensión de clases en el Sistema Educativo Nacional el 16 de marzo de 2020 como medida precautoria, en respuesta a la necesidad de la continuidad del aprendizaje para estudiantes, se creó la estrategia Aprende en Casa:

“Una estrategia nacional de aprendizaje a distancia que tiene como propósito brindar el servicio educativo de tipo básico a través de los medios disponibles como la televisión, internet, radio y Libros de Texto Gratuitos a niñas, niños y adolescentes para garantizar su derecho a la educación ...” (SEP, 2020, p. 1, Anexo)

Esta medida amplía el acceso a los contenidos de aprendizaje que la SEP considera dentro del currículo, en particular sobre el tema de porcentajes, el cual se puede encontrar en la red con acceso público bajo el nombre de “Cálculo de Porcentajes”.

Antes de explicar el contenido del tema, es importante mencionar que los temas que anteceden a porcentajes son: proporcionalidad directa, variación y proporción directas con constante decimal; en ellos se contemplan problemas prácticos. Estos contenidos se presentan en el programa con una duración de una semana escolar; los temas posteriores al tema de porcentaje son: variación

lineal y su representación tabular, conversión de números decimales a fracciones y situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.

El aprendizaje esperado que indica la SEP (2023) en el alumno es el de lograr resolver problemas sobre cálculo de porcentajes, por ciento y la cantidad base, enfatizando el significado de porcentaje, así como la fracción, decimal o porcentaje (%) como las diferentes formas de escribir una cantidad porcentual. Como parte de los aprendizajes, el currículo indica un estudio de las formas de representar el porcentaje (fracción, número decimal, con el símbolo de porcentaje), el conocimiento sobre aplicación de porcentajes menores o iguales al 100%, cálculos de porcentajes mayores al 100% y significado, cálculo de la cantidad base dado un porcentaje ya aplicado. Con esta descripción se identifica que el currículo profundiza en las representaciones numéricas del porcentaje, da sentido a las cantidades porcentuales mayores y menores que 100%, y destaca los problemas de obtención de la cantidad base a partir de un porcentaje aplicado.

Para introducir el tema, la SEP (2023) propone una situación que puede resultar cotidiana para el estudiante y donde se puede hallar el sentido de porcentajes:

“En cierta época del año, en algunas tiendas o almacenes existen campañas de descuento en diversos artículos. Para cuidar de la economía familiar, algunas personas aprovechan esta temporada para comprar artículos a un precio menor.

Para obtener el máximo beneficio de estas promociones, es conveniente hacer una comparación de precios en diversas tiendas y conocer cómo se aplica el porcentaje para tomar una buena decisión de compra.

Probablemente has estado en una situación, en la que necesites realizar una compra y en las tiendas de tu localidad haya temporadas de descuentos. Sin lugar a duda, para hacer una compra más conveniente es necesario conocer cómo aplicar un porcentaje de descuento correctamente.”

El orden de los contenidos explicados para la definición de porcentajes es el siguiente:

1. Definición de porcentaje. “Por ciento” significa “por cada cien”, se requiere a la razón entre una cantidad dada y un total de 100 elementos. “Tanto por ciento” significa “una cantidad por cada 100”, estas cantidades requieren del símbolo % y para su obtención se requiere de una fracción de la cantidad dada entre los 100 elementos. Este concepto se ejemplifica con un problema de 100 individuos para ajustar la cantidad al porcentaje total del 100%.

2. Representaciones del tanto por ciento. Con ayuda de una tabla, se indica la diferencia entre la cantidad de un total, la fracción decimal, la representación verbal y la cantidad porcentual.
3. El total distinto de 100 elementos y su representación porcentual 100%. El porcentaje se representa en fracción decimal, se simplifican los valores para obtener una fracción equivalente, posteriormente se recurre al producto de fracciones para obtener la cantidad correspondiente al tanto por ciento de una total diferente de 100 elementos.
4. Representación decimal del porcentaje. Ya que se puede obtener la cantidad del total con ayuda de las fracciones, usando la expansión decimal del porcentaje permite obtener un número decimal que, multiplicado por la cantidad total, mostrará la cantidad buscada. Se puede obtener la cantidad de referencia o el complemento.
5. Porcentajes mayores al 100%. Explicación de situaciones donde se tienen porcentajes mayores al 100%, representación decimal y fracción equivalente a cantidades mayores al 100%, búsqueda de cantidades totales dada una cantidad de referencia, incluso cuando se buscan datos mayores al 100%.

Los temas presentados en cada etapa engloban una situación en específico, donde se extraen casos particulares y se analiza la obtención de valores porcentuales, no obstante, la representación de porcentajes está enfocada en la obtención de valores y la conversión entre cantidades decimales, fracciones y porcentajes. En los libros de texto referenciados, las situaciones presentes sobre porcentajes presentan variaciones, sin embargo, se respeta la organización del tema.

Visualizar el porcentaje bajo situaciones cotidianas es un buen acercamiento conceptual para los estudiantes que ya tienen una noción primaria de sus funciones y aplicaciones prácticas, incluso para quienes presentan complicaciones en la comprensión del objeto, pero aterrizar con mayor profundidad en los elementos que definen íntegramente el porcentaje es un requisito del nivel, una visión conceptual más amplia que potencie los saberes del estudiante y le prepare para más situaciones, por lo anterior es necesario describir con profundidad el objeto de porcentaje y su concepción matemática.

### ***Contenidos del material impreso actualizado al 2023***

Tras el periodo de transición del ciclo escolar 2022-2023 al 2023-2024 se actualizan los materiales impresos, de acuerdo con el Gobierno de México, “la CONALITEG produce los libros cada año, a partir de los contenidos educativos que desarrolla la Dirección General de Materiales

Educativos que depende de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública” (CONALITEG, 2023), lo anterior exige una revisión del material que se entrega a los docentes en el ciclo anterior y el actualizado con tal de prever los cambios existentes en el contenido, sean mayores o menores.

El documento por revisar es el libro de la Colección Ximhai (SEP, 2023), nombrado por el Campo Formativo correspondiente: Saberes y pensamiento científico; el material contiene las materias de matemáticas en el primer apartado y biología en el segundo. El orden de los contenidos previos y posteriores al tema de porcentaje se enlista a continuación (se consideran los temas inmediatamente previos y posteriores al mismo):

17. Medidas de tendencia central
18. Obtención y representación de la información (gráfico de barras y circulares)
19. Operaciones básicas positivas y negativas (fracciones y decimales)
20. Porcentajes
  - a. Concepto y procedimiento para obtener porcentajes
  - b. Situaciones de caso
  - c. Los porcentajes y su representación gráfica
21. Probabilidad
22. Procedimientos de conteo (principio aditivo, multiplicativo, permutaciones)
23. Relaciones lineales
24. Proporcionalidad y no proporcionalidad

La entrada al vigésimo capítulo presenta el concepto de porcentaje como “una aplicación de la proporcionalidad directa, y se refiere a la relación multiplicativa entre dos cantidades, conocida como *razón*. En el porcentaje, la razón se establece con relación a 100 partes” (SEP, 2023), posteriormente se presentan dos métodos para cálculo de porcentajes, ambas con procedimiento, como fórmula y ecuación matemática. Posteriormente se presenta una situación de caso, misma que incluye un ejemplo con representación escrita y tabular, explica (algebraicamente) cada paso en el proceso de solución, esta misma secuencia se aplica para tres ejercicios antes de la introducción al subtema de “Los porcentajes y su representación gráfica”, que incluye dos ejemplos en representación escrita y su explicación gráfica, uno de ellos recurre a la gráfica de barras, mientras que el otro utiliza un gráfico circular.

Los contenidos y estrategias que se incluyen en el diseño de la planeación y que atienden los objetivos de la investigación son permitidos por la SEP en la integración, ajuste y aplicación de los temas, la SEP describe lo siguiente en el Programa Sintético de la Educación Básica:

“Es un documento flexible que constituye el punto de partida desde el cual cada colectivo docente toma decisiones para el diseño de los Programas Analíticos, consiste en un planteamiento de Contenidos nacionales para la Educación Básica, entendido lo nacional como espacio de lo común desde la diversidad que nos caracteriza como país. También se considera como un documento inacabado, en tanto cada uno de los Contenidos que se presentan deberá someterse al proceso de contextualización por parte del colectivo docente” (SEP, 2022, p. 2, Anexo).

En síntesis, el contenido destinado específicamente para el tema de porcentajes engloba conceptos, procedimiento algebraico para la obtención de porcentajes, ejemplos de aplicación de la fórmula y dos tipos de representación visual de las cantidades porcentuales.